ESTUDIO COMPUTACIONAL DEL SISTEMA DE FOCALIZACIÓN DE UN HAZ DE IONES MEDIANTE UNA LENTE DE PLASMA

Yhonatan Quintero Pacheco

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias

Escuela de Física

Bucaramanga

2021

ESTUDIO COMPUTACIONAL DEL SISTEMA DE FOCALIZACIÓN DE UN HAZ DE IONES MEDIANTE UNA LENTE DE PLASMA

Yhonatan Quintero Pacheco

Trabajo de grado para optar al título de
físico

Director
Ph.D. Petr Tsygankov

Codirector
Ph.D[c] Fredy Parada

Universidad Industrial de Santander
Facultad de Ciencias
Escuela de Física
Bucaramanga
2021

Índice general

Introducción **3**

1 SOLUCIÓN ANALÍTICA DEL PROCESO DE FOCALIZACIÓN DE IONES EN SISTEMAS DE LENTES MAGNÉTICAS Y ELECTROSTÁTICAS **4**

1.1 ECUACIONES DE MAXWELL 4

1.1.1 Campos estáticos 5

1.1.2 Morfología del campo magnético 7

1.1.3 Función Lagrangiana para una partícula en campos electromagnéticos 10

1.2 DINÁMICA DE UNA PARTÍCULA CARGADA 11

1.2.1 Leyes de conservación 11

1.2.2 Aproximación iónica 12

1.3 PROPIEDADES DE ENFOQUE DE LAS LENTES MAGNÉTICAS Y ELÉCTRICAS DE VACIÓ 13

1.3.1 Lente magnética 15

1.3.2 Lente electrostática 17

2 LENTE DE PLASMA **19**

2.1 DESCRIPCIÓN ANALÍTICA DE LA DISTANCIA FOCAL PARA LA LENTE DE PLASMA 19

3 RESULTADOS Y DISCUSIÓN **22**

3.1 MODELOS FÍSICO 22

3.1.1 Descripción del modelo 22

3.1.2 Cálculo del campo magnético 23

3.1.3 Electrodo que repite la configuración de las líneas magnética . . 25

3.2 REQUISITOS PARA LA LENTE DE PLASMA 26

3.3 DEPENDENCIA DE LA DISTANCIA FOCAL Y LA ENERGÍA IÓNICA 26

3.4 DEPENDENCIA DE LA FOCAL Y EL LUGAR DE LANZAMIENTO 28

3.5 DEPENDENCIA DE LA DISTANCIA FOCAL Y EL POTENCIAL APLICADO 30

4 CONCLUSIONES **33**

Lista de Figuras

Figura 1 Configuración de campos axialmente simétricos. a)Campo magnético azimutal producido por un filamento de corriente. b)Campo magnético poloidal producido por un anillo de corriente. 9
Figura 2 Esquema que relaciona de forma geométrica la distancia focal con la variación con el eje z (vista desde el plano (r, z)). 1) Electrodo en configuración de Lente convergente. 2) Idealización de la trayectoria del ión 15
Figura 3 Configuración para la lente magnetostatica y sus lineas de fuerza .1)Fuente de iones. 2)Lente. 3)Objetivo. 4)Haz de iones. 16
Figura 4 Configuración para la lente electrostática de vacío. 1)Fuente de iones. 2)Lente. 3)Objetivo. 4)Haz de iones. 17

Figura 5 Trayectoria del electrón al rededor de las lineas magnéticas . . . 20
Figura 6 Esquemas de sistemas de focalización a) Lente electrostática combina una bobina con recubrimiento de la superficie de un conductor. b) Lente de plasma el cual trabaja con un haz de plasma compensado, el sistema permite atrapar los electrones mediante las lineas magnéticas esta acumulación de electrones se encarga de generar el potencial externo que enfoca los iones 21

Figura 7 Visualización de la geometría de la bobina y del limite computacional en la interfaz gráfica de COMSOL Multiphysics: 1)Bobina. 2)Limite computacional. 23
Figura 8 Flujo de campo magnético para atrapar electrones. 24
Figura 9 Configuración de la lente electrostática. 1) Electrodo con igual geometría que la línea magnética. 2)Puntos de salida para los iones de Ar+. 3) Limite computacional. 25
Figura 10 trayectoria del ión para un potencial externo de 300V : Energía inicial del ión a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV 27
Figura 11 Relación entre la distancia focal y la energía inicial del ión. . . . 28
Figura 12 Trayectoria del ión para un potencial externo de 700V: posición inicial del ion de Ar^+ a)1mm. b)2mm. c)3mm. d)4mm. 29
Figura 13 Distancia focal posición inicial de salida de el ión de Ar_+ 30
Figura 14 Potenciales aplicados. (4). 31
Figura 15 Trayectorias realizadas aplicando un voltaje de 500V con una energía de iones igual a $500eV$. a)700V b)800V c)900V d)1000V 32

Figura 16 Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 300V : Energía inicial del ión a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV . . . 37
Figura 17 Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 200V : Energía inicial del ión a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV . . . 38
Figura 18 Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 300V : Energía inicial del ion a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV . . . 39
Figura 19 Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 400V : Energía inicial del ion a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV . . . 40
Figura 20 Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 500V : Energía inicial del ión a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV . . . 41
Figura 21 Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 600V : Energía inicial del ión a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV . . . 42
Figura 22 Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 700V : Energía inicial del ion a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV . . . 43
Figura 23 Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 800V : Energía inicial del ion a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV . . . 44
Figura 24 Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 900V : Energía inicial del ión a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV . . . 45
Figura 25 Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 1000V : Energía inicial del ion a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV . . 46
Figura 26 Resultados de la trayectoria del ion para un potencial externo de 400V: posición inicial del ion de Ar^+ a)1mm. b)2mm. c)3mm. d)4mm. . 48
Figura 27 Resultados de la trayectoria del ion para un potencial externo de 700V: posición inicial del ion de Ar^+ a)1mm. b)2mm. c)3mm. d)4mm. . 49
Figura 28 Resultados de la trayectoria del ion para un potencial externo de 1000V: posición inicial del ion de Ar^+ a)1mm. b)2mm. c)3mm. d)4mm. 50
Figura 29 Trayectorias de los iones de Ar^+ con una energía inicial de $100eV$: Variando el potencial externo; la trayectorias para diferentes potenciales a)$100V$. b)$200V$. c)$300V$. d)$400V$ .e)$500V$. f)$600V$. g)$700V$. h)$800V$. i)$900V$ .j)$1000V$ 52
Figura 30 Trayectorias de los iones de Ar^+ con una energía inicial de $250eV$: Variando el potencial externo; la trayectorias para diferentes potenciales a)$100V$. b)$200V$. c)$300V$. d)$400V$ .e)$500V$. f)$600V$. g)$700V$. h)$800V$. i)$900V$ .j)$1000V$ 53
Figura 31 Trayectorias de los iones de Ar^+ con una energía inicial de $500eV$: Variando el potencial externo; la trayectorias para diferentes potenciales a)$100V$. b)$200V$. c)$300V$. d)$400V$ .e)$500V$. f)$600V$. g)$700V$. h)$800V$. i)$900V$ .j)$1000V$. 54
Figura 32 Trayectorias de los iones de Ar^+ con una energía inicial de $750eV$: Variando el potencial externo; la trayectorias para diferentes potenciales a)$100V$. b)$200V$. c)$300V$. d)$400V$ .e)$500V$. f)$600V$. g)$700V$. h)$800V$. i)$900V$ .j)$1000V$. 55

Lista de Tablas

Tabla 1 Distancia focales de los sistemas de enfoque de partículas 21

Tabla 2 Datos de la Distancia Focal (F), para cada potencial externo se vario la posición inicial de partida del ion de Ar^+ (r_0). 51

Tabla 3 Datos de la distancia focal para un solo potencial, variando la posición de salida del ion de Ar^+ cercanas a 5mm 51

Tabla 4 Valores de la distancia focal para los diferentes potenciales aplicado con el calculo del error. 56

Índice de apéndices

APÉNDICE A. Dependencia de la lista focal y energía iónica 34

APÉNDICE B. Dependencia de la distancia focal y el lugar de lanzamiento . . 45

APÉNDICE C. Dependencia de la distancia focal y el potencial aplicado 51

Resumen

TITULO: ESTUDIO COMPUTACIONAL DE DEL SISTEMA DE FOCALIZACIÓN DE UN HAZ DE IONES MEDIANTE UNA LENTE DE PLASMA. [1]

AUTOR: Yhonatan Quintero Pacheco, Piotr Tsyngakov[2], Fredy Parada Becerra[3]

PALABRAS CLAVES: Lente de Plasma, focalización, haz de iones.

DESCRIPCIÓN: En este trabajo se analiza el funcionamiento de la lente de plasma por método analítico y computacional. Mediante el modelo computacional realizado en COMSOL Multiphysics se corroboran los resultados analíticos, garantizando encontrar los valores óptimos para la focalización de haces de iones, con energías del rango de $400eV - 1000eV$ y con un potencial de $100V$, es posible focalizar un haz de iones con una distancia focal de $10cm$, El trabajo desarrollado permite usar este modelo computacional para futuras investigaciones de la lente de plasma.

[1] Bachelor thesis.

[2] Escuela de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Industrial de Santander. Director, Ph.D. Física.

[3] Departamento de Física Térmica, Universidad Industrial de Santander. Codirector.

Abstract

TITLE: COMPUTATIONAL STUDY OF THE FOCUSING OF AN BEAM USING THE PLASMA LENS. [1]

AUTOR: Yhonatan Quintero Pacheco, Piotr Tsyngakov[2], Fredy Parada Becerra[3]

KEYWORDS: Plasma lens, focussing, ion beam.

DESCRIPTION: In this work, the operation of the plasma lens is analyzed by analytical and computational method. By means of the computational model carried out in COMSOL Multiphysics, the analytical results are corroborated, guaranteeing to find the optimal values for the focusing of ion beams, with energies in the range of $400eV - 1000eV$ and with a potential of $100V$, it is possible to focus a ion beam with a focal length of $10cm$, The work carried out allows to use this computational model for future investigations of the plasma lens.

[1] Bachelor thesis.

[2] Escuela de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Industrial de Santander. Director, Ph.D. Física.

[3] Departamento de Física Térmica, Universidad Industrial de Santander. Codirector.

Introducción

Las fuentes que producen un flujo de iones con una dirección determinada "denominado haz de iones" son ampliamente utilizadas en diversos campos de la ciencia y la industria como por ejemplo en: motores de propulsión ionica, sistemas para la activación de medios y superficies, sistemas de pulverización de superficies para la obtención de películas delgadas, formación de estructuras superficiales a escala nanométrica y equipos de diagnóstico óptico entre otros [1, 2].

En los equipos de diagnóstico óptico denominados FIB (Focusing Ion Beam), las fuentes están equipadas con sitemas de lentes electrostáticas o electro-magnetostáticas para enfocar o desviar el haz de iones [3–5]. Sin embargo el grado de focalización del haz de iones en estas lentes es limitado por el valor máximo de perveancia (carga espacial) y ampliamente afectado por la repulsión de Coulomb al presentar alta densidad de partículas cargadas [6].

Morozov [7] propuso y confirmó experimentalmente un nuevo principio de enfoque para el haz de iones llamado "lente de plasma", cuyo principio de funcionamiento es simple: mediante un sistema magnético (solenoides y/o imanes permanentes) se crea una configuración controlada del campo magnético en el volumen del plasma donde los electrones quedan atrapados y sólo se pueden desplazar a lo largo de las lineas de campo magnetico establecidas. Por otra parte, el suminstro de un potencial eléctrico externo a la región del plasma magnetizado conduce a la creación de electrodos virtuales correspondientes a las líneas equipotenciales que enfocan de forma óptima el haz de iones.

En este trabajo se presenta un sistema para la focalización de un haz de iones con la aplicación de una lente de plasma debido a que permite superar los problemas de perveancia, permitiendo enfocar el haz de iones en menor área sin formación de carga espacial. Además se pueden formular requisitos para las fuentes de haz de iones que permitan trabajar en un modo óptimo de funcionamiento para estos sistemas de lentes.

CAPÍTULO 1

SOLUCIÓN ANALÍTICA DEL PROCESO DE FOCALIZACIÓN DE IONES EN SISTEMAS DE LENTES MAGNÉTICAS Y ELECTROSTÁTICAS

La base teórica que permite la descripción del plasma en función de los campos eléctrico ($\vec{E}$) y magnético ($\vec{B}$) se logra mediante el uso de las ecuaciones de Maxwell y Newton o, de forma más puntual mediante las ecuaciones de Newton-Lorenz. En este capítulo para su comprensión se divide en tres componentes principales: I) Se hará una revisión de las ecuaciones de Maxwell, un análisis de la morfología del campo magnético para comprender la estructura de las líneas de fuerza magnética en algunos sistemas de interés y la función Lagrangiana para el caso de una partícula en presencia de campos electromagnéticos. II) Se presenta la dinámica una partícula cargada teniendo en consideración las leyes de conservación y la aproximación iónica. Finalmente, III) Las propiedades de enfoque en los casos de lente magnética y lente electrostática.

1.1 ECUACIONES DE MAXWELL

Las ecuaciones de Maxwell permiten describir las propiedades principales de los campos electromganéticos recordando que, por ejemplo, los campos electromagnéticos además de ser portadores de energía, también son un factor determinante en la dinámica del plasma [8]. Es así como en el caso de las fuentes de iones se emplea una sistema de electrones cuyo campo eléctrico permite obtener las geometría de superficies equipotenciales para la focalización del flujo de haz de iones. Adicionalmente, también se implementa

el uso de trampas magnéticas para el sostenimineto del plasma.

La formulación microscópica de las ecuaciones de Maxwell se basa en cuatro ecuaciones fundamentales:

$$\nabla \times \overrightarrow{B} = \frac{4\pi}{c}\overrightarrow{J} + \frac{1}{c}\frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t}, \tag{1.1}$$

$$\nabla \times \overrightarrow{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}, \tag{1.2}$$

$$\nabla \cdot \overrightarrow{B} = 0, \tag{1.3}$$

$$\nabla \cdot \overrightarrow{E} = 4\pi\rho, \tag{1.4}$$

donde $\overrightarrow{E}$ y $\overrightarrow{B}$ son los campos eléctrico y magnético en el vacío respectivamente , $\overrightarrow{J}$ es la densidad volumétrica de corriente, ρ es la densidad de carga volumétrica, las ecuaciones de (1.1) a (1.4) se pueden encontrar con diferentes formas dependiendo de su aplicación [**?**, 8].

1.1.1. Campos estáticos

Uno de los usos para campos electromagnéticos es cuando se suprime la variación temporal de las ecuaciones de Maxwell, las cuales tomas la siguiente forma:

$$\nabla \times \overrightarrow{E} = 0, \tag{1.5}$$

$$\nabla \cdot \overrightarrow{E} = 4\pi\rho, \tag{1.6}$$

$$\nabla \times \overrightarrow{B} = \frac{4\pi}{c}\overrightarrow{J}, \tag{1.7}$$

$$\nabla \cdot \overrightarrow{B} = 0, \tag{1.8}$$

debido a la configuración estática, los campos $\overrightarrow{E}$ y $\overrightarrow{B}$ no dependen entre ellos. Podemos considerar que el campo eléctrico es equivalente a menos la variación espacial en dirección de sus coordenadas del potencial electromagnético. Este último conserva la información de como se distribuye el vector de campo eléctrico en el espacio, es decir

$$\overrightarrow{E} = -\nabla\phi, \tag{1.9}$$

dicha expresión es remplazada en la ecuación (1.6) para su desarrollo matemático. Este resultado esta bajo dos condiciones, cuando la densidad de carga volumétrica es igual o diferente de cero, tenemos

$$\nabla^2\phi = -4\pi\rho, \tag{1.10}$$

$$\nabla^2\phi = 0. \tag{1.11}$$

Donde las expresiones (1.10) ,(1.11) son las ecuaciones de Poisson y Laplace respectivamente. Cuando se trata del campo magnético es diferente, es decir, consideramos que la densidad de corriente volumétrica es igual a cero, de acuerdo con (1.7) tenemos

$$\nabla \times \overrightarrow{B} = 0, \tag{1.12}$$

esta expresión nos lleva a una forma similar a la del campo eléctrico, obteniendo:

$$\overrightarrow{B} = \nabla\phi_m, \tag{1.13}$$

donde ϕ_m es consistente con la ecuación de la Laplace

$$\nabla^2\phi = 0. \tag{1.14}$$

Si $\overrightarrow{J} \neq 0$, se debe usar la ecuación de continuidad. Con esto, ahora mencionamos el vector potencial magnético $\overrightarrow{A}$, este se relaciona con el campo magnético utilizando;

$$\overrightarrow{B} = \nabla \times \overrightarrow{A}, \tag{1.15}$$

de acuerdo con su naturaleza podemos adicionar un gradiente de una función arbitraria f, de forma que

$$\overrightarrow{A} \sim \overrightarrow{A} + \nabla f, \tag{1.16}$$

Este resultado habilita para simplificar el lado formal en el cálculo en específico. Tomado (1.15) y remplazando en (1.7) aplicamos las identidades vectoriales del rotacional, obteniendo de esta forma:

$$\nabla^2 \overrightarrow{A} = -\frac{4\pi}{c} \overrightarrow{J} \tag{1.17}$$

que nos permite encontrar el vector potencial magnético a partir de una densidad de corriente volumétrica, éste desarrollo matemático se puede llevar acabo mediante procedimientos numéricos o aproximaciones con herramientas matemáticas las cuales deben estar acompañadas por condiciones iniciales que dependen de la configuración del sistema [9].

1.1.2. Morfología del campo magnético

La morfología del campo magnético, es decir, su distribución geométrica y estructural asociada a las líneas de fuerza magnética influyen fuertemente en la dinámica del plasma, en especial con el factor de movilidad de los electrones. Para su análisis se parte del hecho que las líneas de fuerza magnética $\vec{r}(s)$ tiene en cada punto la componente tangencial $d\vec{r}$ de manera paralela a la intensidad del campo $\vec{B}$, es decir

$$d\vec{r} \| \vec{B}. \tag{1.18}$$

En el caso de un sistema de coordenadas cartesianas puede ser escrito de la forma

$$\frac{dx}{B_x} = \frac{dy}{B_y} = \frac{dz}{B_z}, \tag{1.19}$$

y en el caso de coordenadas cilíndricas de la manera

$$\frac{dr}{B_r} = \frac{r d\theta}{B_\theta} = \frac{dz}{B_z}. \tag{1.20}$$

Existen dos casos de configuraciones de campo magnético con simetría muy estudiadas (el campo magnético de un filamento recto con corriente y el campo de un anillo con

corriente) que se representan en la figura 1. El caso del campo magnético con una sola componente azimutal B_θ se denomina campo azimutal y para el caso del campo de componentes B_r y B_z en $B_\theta = 0$ se denomina campo poloidal. Estas componentes se describen a continuación.

Componentes de campos simétricos

Los campos axialmente simétricos cuyas componentes no dependen del término azimutal θ pueden formar un grupo de la forma siguiente:

$$\vec{B} = (B_r(r,z), B_\theta(r,z) B_z(r,z)) \,, \tag{1.21}$$

cualquier campo de este tipo puede describirse como una superposición de dos campos independientes conocidos y descritos como: campo poloidal $\vec{B}_{pol} = (B_r(r,z), B_\theta(r,z), B_z(r,z))$ y campo azimutal $\vec{B}_\theta(r,z)$, por lo tanto

$$\overrightarrow{B} = \overrightarrow{B}_{pol} + \overrightarrow{B}_\theta, \tag{1.22}$$

estos campos pueden satisfacer las ecuaciones de Maxwell,de la siguiente forma

$$\nabla \cdot \overrightarrow{B}_{pol} = 0 \qquad \nabla \times \overrightarrow{B}_{pol} = \frac{4\pi}{c} \overrightarrow{j}_\theta \tag{1.23}$$

$$\nabla \cdot \overrightarrow{B}_\theta = 0 \qquad \nabla \times \overrightarrow{B}_\theta = \frac{4\pi}{c} \overrightarrow{j}_{pol}. \tag{1.24}$$

Para este caso tenemos que $\vec{j}_{pol} = (j_r(r,z), 0, j_z(r,z))$ y adicionalmente se observa una relación cruzada $(\vec{B}_{pol}, \vec{B}_\theta) \leftrightarrow (\vec{j}_\theta, \vec{j}_{pol})$.

Teniendo en cuenta que las componentes poloidales del campo satisfacen la condición $\nabla \cdot \overrightarrow{B}_{pol} = 0$, es posible introducir la función del flujo $(\Psi(r,z))$ que está conectada con las componentes del campo por la relación:

$$B_r = -\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial z}, \qquad B_z = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r} \tag{1.25}$$

A partir de estas relaciones se pueden comparar las ecuaciones (1.15) y (1.25), obteniendose que $A_r = A_z = 0$ de manera que la relación de la función del flujo magnético con el potencial vectorial magnético es de la forma

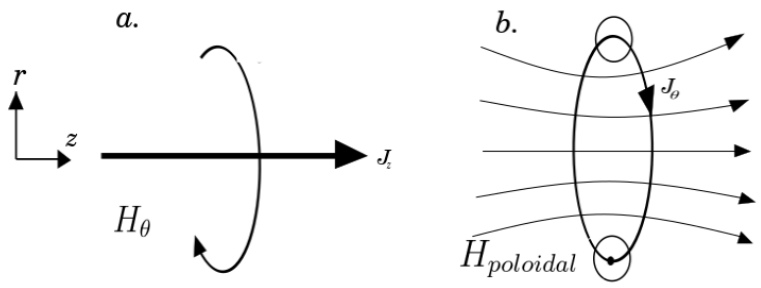
$$\psi\left(r,z\right) = \mathbf{r}A_\theta. \tag{1.26}$$

En el caso de la configuración del anillo (con radio interno r_1 y radio externo r_2, en el plano $z = 0$) se puede establecer la relación entre el flujo magnético Φ con su función ψ

$$\Phi\left(r_1,r_2,z\right) = 2\pi\int_{r_1}^{r_2} B_z\left(r,z\right)dr = 2\pi\left(\psi\left(r_2,z\right) - \psi\left(r_1,z\right)\right), \tag{1.27}$$

la ecuación (1.27) es la suma de infinitas partes de la componente en z limitada entre los valores de r_1 y r_2, llevándonos a poder expresar esta integral como la diferencia de la función de flujo, cuya facilidad es brindada por la simetría (ver figura 1).

Figura 1: Configuración de campos axialmente simétricos. a)Campo magnético azimutal producido por un filamento de corriente. b)Campo magnético poloidal producido por un anillo de corriente.



Para el caso de la obtención de la ecuación para la función del flujo magnético (en $\partial\mathbf{E}/\partial t = 0$) se resuleve haciendo uso de las ecuaciones (1.7) y (1.25), de manera que:

$$\nabla^2\psi = r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = -\frac{4\pi}{c}rj_\theta. \tag{1.28}$$

Para el caso de la configuración del filamento recto, de forma análoga, el campo azimutal que se caracteriza por la componente $B_\theta(r,z)$, como lo establece la ecuación de Maxwell (1.1) se puede reducir a la forma

$$\frac{\partial}{\partial r} r B_\theta(r,z) = \frac{4\pi}{c} r j_z(r,z). \tag{1.29}$$

Si introducimos la corriente total $J_z(r,t)$ que pasa por un círculo de radio r al valor para z de la forma:

$$J(r,z) = 2\pi \int_0^r j_z(r,z) r dr, \tag{1.30}$$

al integrar la ecuación (1.29) podemos obtener la ecuación para el campo de un filamento recto, conocido de la forma:

$$B_\theta = \frac{2}{cr} J(r,z) \tag{1.31}$$

1.1.3. Función Lagrangiana para una partícula en campos electromagnéticos

Sabiendo la importancia de la dinámica de las partículas en los sistemas de plasma, la aceleración, control y enfoque, están compuestas por colisiones e interacciones con el campo electromagnético, es importante su estudio. Partimos de la ecuación de Newton con la utilización de la fuerza de Lorentz en dicha ecuación tenemos,

$$m\frac{d\overrightarrow{r}}{dt} = q\overrightarrow{E} + \frac{q}{c}\left(\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}\right) \qquad\qquad \overrightarrow{v} = \frac{d\overrightarrow{r}}{dt}, \tag{1.32}$$

donde m, es la masa de la partícula en forma general, podría tomar el valor de la masa del ión o del electrón, la masa se encuentra multiplicando por la variación de la posición respecto al tiempo, donde la variación es el efecto de la fuerzas sobre la partícula como lo es la fuerza del campo eléctrico y la fuerza de Lorentz , en (1.32) la segunda expresión nos da información de la velocidad de la partícula que va a estar dada por la variación del vector posición en el tiempo. Ahora, se presenta la función Lagrangiana que le corresponde a (1.32), la cual es

$$\mathcal{L} = m\frac{v^2}{2} + \frac{q}{c}\left(\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{A}\right) - q\phi, \tag{1.33}$$

compuesta por la energía cinética más la energía proporcionada por al presencia del campo magnético, el ultimo termino ($q\phi$) es la energía potencial debido al campo eléctrico. Los potenciales ϕ y $\overrightarrow{A}$ no dependen de alguna de las cuatro coordenadas (r, θ, z, t), de acuerdo con esto, mediante el Teorema de Noether las leyes de conservación corresponden a la dinámica de una partícula cargada [8].

1.2 DINÁMICA DE UNA PARTÍCULA CARGADA

1.2.1. Leyes de conservación

.

Cuando remplazamos la función Lagrangiana (1.33) en la ecuación de Euler-Langrange respecto a la coordenadas θ se encuentra que el momento angular se conserva, lo que significa que la leyes de conservación corresponde a esta coordenada (Teorema de Noether). Por lo tanto ϕ y $\overrightarrow{A}$ depende de las coordenadas (r, z) esto se resume a un problema bidimensional, como resultado tenemos la cantidad de movimiento dada por

$$mr^2\dot{\theta} + \frac{q}{c}\psi(r, z) \equiv D \equiv \text{const}, \tag{1.34}$$

Donde se denota por D a la cantidad de movimiento angular, aquí la expresión (2.4) nos permite reducir el problema, debemos plantear la ecuaciones dinámicas en las dos coordenadas de las que depende el movimiento de la partícula, siguiendo esta idea;

$$m\ddot{r} = -\frac{\partial U_{eff}(r, z)}{\partial r}, \qquad m\ddot{z} = -\frac{\partial U_{eff}(r, z)}{\partial z}, \tag{1.35}$$

acá consideramos que la fuerza en cada dirección es igual a menos el gradiente del potencial en esa dirección. Dicho potencial es conocido como potencial efectivo y tiene la forma

$$U_{eff}(r, z) \equiv q\phi(r, z) + \frac{1}{2mr^2}\left(D - \frac{q}{c}\psi(r, z)\right)^2, \tag{1.36}$$

la ecuación (1.36) esta compuesta por la suma de la energía potencial centrifuga y la energía potencial del sistema dinámico, la cual resume la información del movimiento de la partícula bajo el efecto de el campo magnético y eléctrico. Los cuales deben mantenerse contantes en el tiempo para que se sigan conservando la energía del sistema, obtenemos la siguiente expresión

$$m\frac{v^2}{2} + e\phi = \text{const}, \tag{1.37}$$

cabe aclarar que no se tiene en cuenta el campo magnético en la conservación de la energía del sistema [8].

1.2.2. Aproximación iónica

.

En la aproximación de deriva tomamos que las dimensiones del radio de Larmor son menores que las dimensiones del sistema. Por lo general en los sistemas de plasma de focalización de iones, la componente iónica esta levemente magnetizada, con lo que se hace referencia a que el radio de Larmor de los iones es mayor o igual que las dimensiones del sistema. Esto se conoce como optica-iónica [10], Debido a esto en primera estancia el efecto del campo magnético sobre la partícula pude omitirse en la ecuación (1.32), quedando

$$m_i\frac{\partial\overrightarrow{v}}{\partial t} = q_i\overrightarrow{E}, \tag{1.38}$$

donde (1.38) es la que describe la aproximación de la dinámica del ión. Para esto podemos utilizar métodos que resuelven este tipo de ecuaciones diferenciales están en el método de recurrencia, obteniendo el vector posición de (1.38) tenemos la siguiente integral

$$\overrightarrow{r}(t) = \overrightarrow{r}_0 + \overrightarrow{v}_0 t + \frac{q_i}{m_i}\int_0^t dt\int_0^{t'}\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}(t'')dt''. \tag{1.39}$$

En (1.39) $\overrightarrow{r}_0$ y $\overrightarrow{v}_0$ son la posición y la velocidad inicial respectivamente, mediante la ecuaciones diferenciales se demuestra la ecuación (1.39), de forma que

$$\overrightarrow{r}(t)_{n+1} = \overrightarrow{r}_0 + \overrightarrow{v}_0 t + \frac{q_i}{m}\int_0^t dt \int_0^{t'} \overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}_n(t'')dt''. \tag{1.40}$$

Donde (1.40) describe la posición de la partícula a medida que el campo varia en función del tiempo. Ahora, si $\overrightarrow{E}$ es una función que no cambia bruscamente en el tiempo, se pueden tomar pocas interacciones con una buena aproximación [11].

1.3 PROPIEDADES DE ENFOQUE DE LAS LENTES MAGNÉTICAS Y ELÉCTRICAS DE VACIÓ

Como en la óptica geométrica el estudio de las lentes es de suma importancia, donde los haces paraxiales están determinados por un parámetro denominado distancia focal. Para las configuraciones que se presentan se calcula su respectiva distancia focal, empezando por

$$m\ddot{r} = -\frac{\partial U_{eff}(r,z)}{\partial r} \quad m\ddot{z} = -\frac{\partial U_{eff}(r,z)}{\partial z} \quad U_{eff}(r,z) = q\phi(r,z) + \frac{q^2\psi^2}{2mc^2r^2}. \tag{1.41}$$

Este grupo de ecuaciones (1.41) se derivan de las ecuaciones ya presentadas (2.4) y (1.35), donde consideramos que la componente azimutal del campo magnético no esta presente. Además, como resultado de la paraxialidad la constante L toma el valor de cero, estas ecuaciones representan la información de la evolución de la partícula en nuestro sistema que se complementan con

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m\left(\dot{r}^2 + \dot{z}^2\right) + U_{eff}, \tag{1.42}$$

esta ecuación es la comparación de la energía inicial y energía final de la partícula con las coordenadas de las que depende su movimiento (r, z), $\dot{r}$ y $\dot{z}$ son las velocidades finales. Dado que la energía se conserva, es posible aplicar las leyes de conservación. para el sistema se suprime la dependencia temporal , por lo que suprimiremos la variable del tiempo por la variable z, realizando esto tenemos

$$\dot{z}\frac{d}{dz}\dot{z}\frac{dr}{dz} = -\frac{1}{m}\frac{\partial U}{\partial r}, \tag{1.43}$$

$$\dot{z}^2\left(1+r'^2\right)+\frac{2v}{m}=v_0^2, \qquad r'=\frac{dr}{dz}. \tag{1.44}$$

En esta presentación las ecuaciones tienen únicamente dependencia espacial con una reducción a su primera derivada, en (1.43) y para (1.44) aparece una una relación adicional que nos permite saber la variación radial con respecto a la variable z , siendo derivada y representada como r', es relacionada directamente con el ángulo de incidencia del la partícula al punto focal, también agregamos que estas ecuaciones diferenciales se pueden solucionar brevemente con desarrollos computacionales donde (1.44) sirve para verificar el sentido físico de nuestro sistema. Cabe aclarar que son el punto de partida para las configuraciones de interés de nuestro estudio como lo son la lente magnética y eléctrica de vacío [12].

El potencial eléctrico y el flujo magnético se define como una expansión en serie de Taylor para su solución analtica, las cuales dependen de la posición en la coordenada z, las cuales toman la siguiente forma:

$$\psi(z)=\frac{r^2}{2}B_0(z)-\frac{r^4}{96}B_0''(z)+..., \tag{1.45}$$

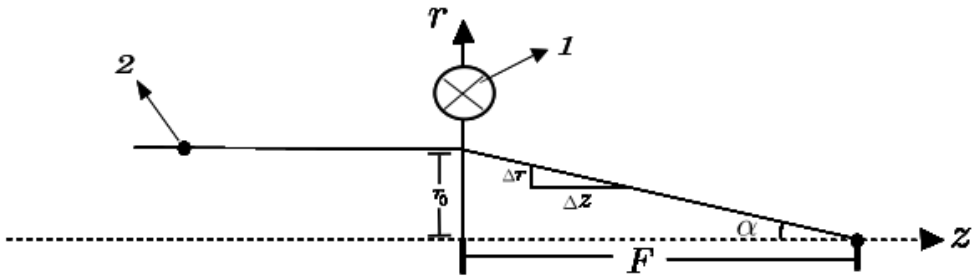
$$\phi(z)=\phi_0(z)-\frac{r^2}{4}\phi_0''(z)+.... \tag{1.46}$$

estas expresiones nos permiten plantear una solución teórica para las ecuaciones (1.10) y (1.28), donde $B_0(z)$ y $\phi_0(z)$ son los valores respecto al eje axial del sistema, esto con el objetivo de encontrar una forma matemática para la distancia focal, donde determinar dicha distancia de una lente (delgada) es suficiente con ubicar el ángulo de desviación de la partícula, la cual antes de atravesar la configuración de la lente tiene un movimiento paralelo al eje de la lente a un valor r_0 ver figura 2, por lo tanto

$$\frac{r_0}{F}=-\frac{\triangle r}{\triangle z} \qquad \rightarrow \qquad \frac{1}{F}=-\frac{r\prime(z\longrightarrow\infty)}{r_0} \tag{1.47}$$

En donde el primer planteamiento esta compuesto por r_0, distancia de la trayectoria de la partícula al eje de simetría antes de atravesar la lente, F distancia focal, $\triangle r$ y $\triangle z$ son el pequeño cambio en cada coordenada después de atravesar la lente, siendo

Figura 2: Esquema que relaciona de forma geométrica la distancia focal con la variación con el eje z (vista desde el plano (r, z)). 1) Electrodo en configuración de Lente convergente. 2) Idealización de la trayectoria del ión



consecuencia del análisis de triángulos semejantes, el signo se le atribuye a la pendiente. Continuando, se despeja el inverso de la focal la cual tiene a r' siendo la razón de cambio de r', obtenemos

$$v_0 r'(+\infty) = -\frac{1}{m_i}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{\dot{z}(r,z)}\left(\frac{\partial U_{eff}(r,z)}{\partial r}\right), \tag{1.48}$$

esta ecuación para r' es una una integral definida entre menos infinito e infinito, esto es para la trayectoria de el ión el cual es de interés su focalización [7]. Se incluye la variación del potencial efectivo del sistema con respecto a la coordenada r, la distancia focal es calculada para un anillo de corriente o el mismo con carga, ver figura 2.

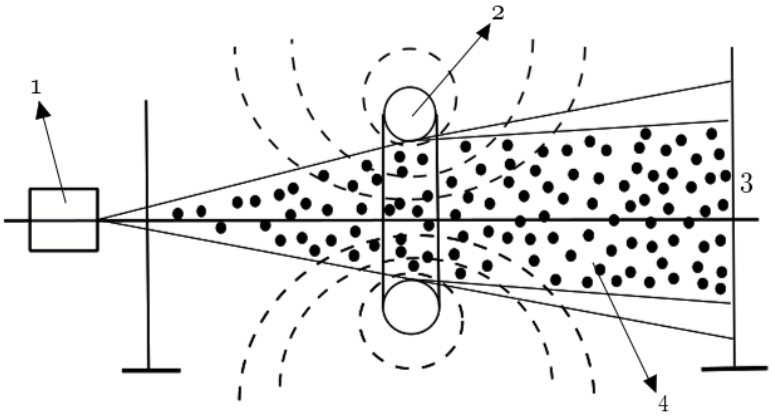
1.3.1. Lente magnética

Tiene como principal objetivo darle una redirección la trayectoria de los iones para su convergencia a un punto especifico, donde podemos utilizar el primer término de la expansión del flujo magnético, tenemos:

$$\psi = \frac{r^2}{2}B_0(Z), \qquad U = \frac{q^2 r^2 B_0^2}{8c^2 m_i}, \qquad \dot{z} = v_0, \qquad r = r_0. \tag{1.49}$$

en (1.49) tenemos la ecuación de flujo magnético, el potencial efectivo,la velocidad inicial en dirección (z) y por último la posición inicial. Esto evidencia que la velocidad no se

Figura 3: Configuración para la lente magnetostatica y sus lineas de fuerza .1)Fuente de iones. 2)Lente. 3)Objetivo. 4)Haz de iones.



ve afectada por la presencia del campo magnético y tampoco afecta a la distancia de la partícula al eje de simetría cuando pasa por el anillo con corriente. Consecuentemente

$$r'(+\infty) = -\frac{r_0}{(m_i v_0)^2}\frac{q^2}{4c^2}\int_{-\infty}^{+\infty} B_0^2 dz, \tag{1.50}$$

en (1.50) podemos obtener un resultado analítico debido a que la integral solo tiene H_0, la cual es el campo magnético en el eje de simetría generado por anillo de corriente, esto nos permite calcular el inverso de la focal para la lente electrostática, tenemos

$$\frac{1}{F_H} = \frac{q^2}{4(m_i v_0)^2 c^2}\int_{-\infty}^{+\infty} B_0^2 dz. \tag{1.51}$$

Es posible conocer el campo magnético producido por una anillo con corriente J y radio R a lo largo de su eje, obteniéndose $H_0(z)$ de la forma:

$$B_0(z) = \frac{2\pi J R^2}{\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}}. \tag{1.52}$$

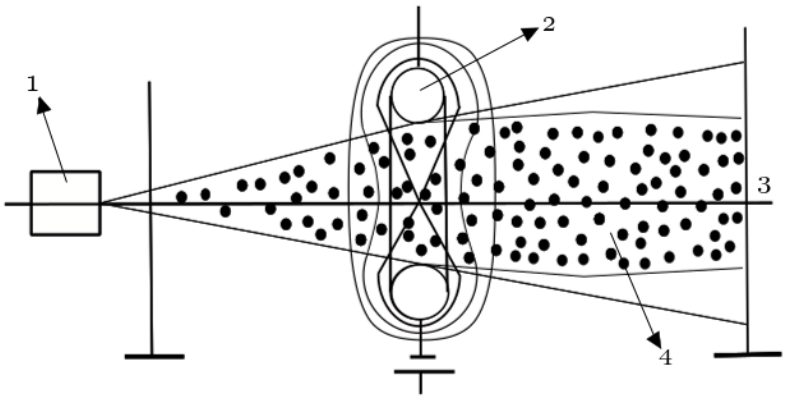
Finalmente sustituimos (1.52) en (1.51) y operamos, obteniendo

$$\frac{1}{F_B} = \frac{3\pi^3}{16} \cdot \frac{q^2}{m_i c^2} \cdot \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{J^2}{c^2 R}, \tag{1.53}$$

donde $\varepsilon = m_i v_0^2/2$ es la energía cinética de la partícula, con un resultado analítico se identifica que el inverso de la focal para la configuración magnetostatica tiene una proporcionalidad directa con el cuadrado de la corriente, como ejemplo, un caso en particular para enfocar iones de Ar^+ con una energía $10keV$, $R = 5cm$, $J = 7500mA$, obtenemos $F_B \approx 50m$, siendo un valor muy grande, representando esta configuración una desventaja frente a la lente de plasma. [**?**, 2, 7].

1.3.2. Lente electrostática

Figura 4: Configuración para la lente electrostática de vacío. 1)Fuente de iones. 2)Lente. 3)Objetivo. 4)Haz de iones.



Si utilizamos $r = r_0$, $\dot{z} = v_0$ si tomamos como condiciones iniciales estos valores como se relazo para la lente magnetostatica, cuando calculamos la integral en la ecuación (1.48) esta tomaráél valor de cero, por lo que hay que utilizar el segundo termino de la expansión del potencial eléctrico, acompañado de la velocidad inicial en z, donde su raíz es expandida en serie, dicha relación es obtenida de la respectiva energía del sistema, de acuerdo con lo anterior

$$\phi = \phi_0(z) - \frac{r^2}{4}\phi''(z), \qquad \dot{z} = \sqrt{v_0^2 - \frac{2q\phi(z)}{m_i}} \approx v_0 \left[1 - \frac{e\phi_0(z)}{m_i v_0^2}\right]. \tag{1.54}$$

En consecuencia, remplazando en la integral previamente calculada en la ecuación (1.48), nos permite tener una primera aproximación para una expresión para r'

$$r'_{(1)}(z) = \frac{r_0}{2m_i v_0^2}\int_{-\infty}^{z}\phi_0''(z)dz = \frac{r_0 q}{2m_i v_0^2}\phi_0', \tag{1.55}$$

este resultado es la variación de la distancia radial respecto a la dirección z para la configuración electrostática. Remplazando en (1.47), obtenemos

$$\frac{1}{F_E} = \frac{3}{16}\frac{e^2}{\left(\frac{m_i v_0^2}{2}\right)^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\phi'(z)\right)^2 dz, \tag{1.56}$$

a priori tenemos la relación para la focal en un sistema electrostático. Ahora, si el potencial de un anillo con carga en el origen es

$$\phi_0(z) = \frac{Q}{\sqrt{R^2+z^2}}, \tag{1.57}$$

remplazando (1.57) en (1.56) para obtener un término analítico para la focal electrostática (F_E) , siendo

$$\frac{1}{F_E} = \frac{3q^2}{16\varepsilon^2}\left(\frac{\pi U_F^2}{8R}\right), \qquad U_F = \frac{Q}{R}. \tag{1.58}$$

Finalmente ya culminada la realización de la focal en configuración electrostática se tomaran valores los cuales nos ayudaran a dimensionar el valor de focal que podremos conseguir, con tan solo un ión con una energía de $\varepsilon_0 = 10KeV$ y con un voltaje de $U_F = 1kV$, se obtiene un valor para F_E aproximadamente de $200m$, como para la lente magnética, la lente electrostática tiene una distancia focal muy alta con respecto al objetivo del trabajo que es mediante la lente de plasma obtener distancias focales menores a $10cm$. [9, 13].

CAPÍTULO 2

LENTE DE PLASMA

2.1 DESCRIPCIÓN ANALÍTICA DE LA DISTANCIA FOCAL PARA LA LENTE DE PLASMA

¿Se pueden mejorar las propiedades de enfoque de las lentes iónicas? Se podrían considerar una lente magnética y electrostática combinada, produciendo un potencial electrostático a la bobina magnética mediante un conductor en la superficie de la misma bobina ver figura (2.7(a)), en cuyo caso la trayectoria de la partícula cargada estaría determinada por la acción combinada de los campos magnético y electrostático y la distancia focal se determina como:

$$\frac{1}{F_{EB}} = \frac{1}{F_E} + \frac{1}{F_B} \tag{2.1}$$

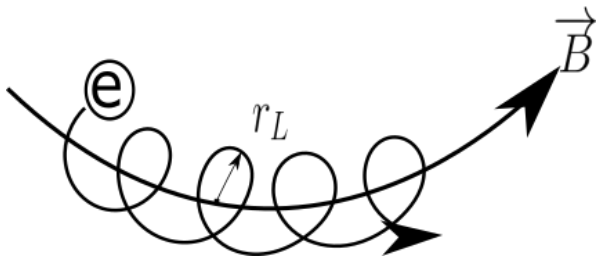
Obviamente, la lente combinada no tiene ninguna ventaja significativa en el enfoque del haz (2.1). Además, las cargas espaciales no compensadas también actuaran sobre la distribución de los campos eléctricos en el espacio como antes [14].

En [7] se describe otro sistema de enfoque de los haces de iones: a diferencia de la óptica de iones, trabaja con haces de iones, la óptica de plasma considera un flujo de dos componentes que consiste en iones rápidos y electrones termalizados (de baja energía). Es decir, se considera la dinámica de un haz compensado o lo que es lo mismo, de un haz de plasma.

El esquema de la lente de plasma es similar al de la lente combinada de la figura (6). Pero deben cumplirse varias condiciones para realizar la óptica del plasma

- El radio de debye en el haz debe ser mucho menor que las dimensiones de la lente.
- La energía de los electrones y el campo magnético externos deben ser suficientemente para que el radio de Larmor sea mucho más pequeño que la lente.

Figura 5: Trayectoria del electrón al rededor de las lineas magnéticas .



En esta condición se produce una "equipotencializacion"de las lineas de fuerza magnéticas. Los electrones magnetizados y que se desplazan a lo largo de una línea magnética garantizan un potencial constante a lo largo de esta linea ver figura (5).

El potencial eléctrico en el espacio se redistribuye según la topología del campo magnético y depende únicamente del "número"de la línea dado por la siguiente relación:

$$\phi\left(x,y,z\right)=K\psi\left(x,y,z\right), \tag{2.2}$$

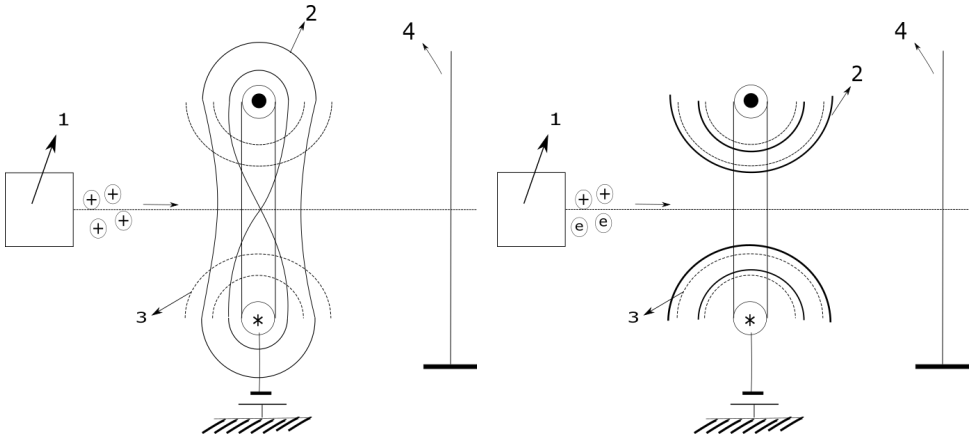
donde ϕ y ψ tendrán la siguiente forma

$$\psi=\frac{r^2}{2}\frac{\pi JR^2}{c(R^2+Z^2)}, \tag{2.3}$$

$$\phi=\frac{r^2}{2}a(z), \qquad a(z)=\left(\frac{2U_a}{R}\right)\frac{R^2}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \tag{2.4}$$

Con este resultado de la ecuación (2.4), lo remplazamos en la expresión (1.4), con lo cual, como para los sistemas de la lente electrostática y magnética, mediante el método de Lagrange utilizado en la sección anterior es posible estimar la distancia focal de la lente de plasma [15].

Figura 6: Esquemas de sistemas de focalización a) Lente electrostática combina una bobina con recubrimiento de la superficie de un conductor. b) Lente de plasma el cual trabaja con un haz de plasma compensado, el sistema permite atrapar los electrones mediante las lineas magnéticas esta acumulación de electrones se encarga de generar el potencial externo que enfoca los iones



(a) Combinación de lente magnética y lente electrostítica: 1) fuente del haz de iones, 2) lineas equipotenciales generadas por electrodo. 3) lineas magníticas generadas por una bobina 4) Pantalla

(b) Lente de plasma:1) la fuente del haz de iones compensados 2) lineas equipotenciales generadas con la misma geometría que las lineas magnéticas 3) lineas magnéticas generadas por bobina 4) Pantalla.

$$\frac{1}{F_{plasma}} = R\frac{2eU_a}{\varepsilon_{kim}} \tag{2.5}$$

Donde U_a es el potencial efectivo de la bobina, ε_k es la energía inicial de la partícula en nuestro caso del ión. Con los siguientes valores para $\varepsilon_{kim} = 10keV$, $R = 5cm$, $U_a = 1kV$ se obtiene un valor de $F_{plasma} = 25cm$. Finalmente recopilamos los valores de distancia focal en tabla (1), a continuación:

Tipo de lente	**F**
Lente electrostática	*200m*
Lente magnética	*50m*
Lente de plasma.	*25cm*

Tabla 1: Distancia focales de los sistemas de enfoque de partículas

los modelos sencillos para analizar comportamientos de partículas cargadas en tres tipos de lentes muestran eficiencia de uso de lentes de plasma para enfocar, los resultados teóricos de la tabla (1) muestra una significativa disminución de la distancia focal cuando se calcula con el planteamiento analítico de la lente de plasma [7, 16].

CAPÍTULO 3

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 MODELOS FÍSICO

3.1.1. Descripción del modelo

Para modelar detalladamente la lente de plasma es necesario usar modelo de flujo de dos componentes cínicamente para los iones y la componente magneto-hidrodinámica para los electrones, por lo tanto cada una tiene su modelo matemático, siendo complejo usando la herramienta COMSOL Multiphysics, decidimos usar un modelo simplificado [17].

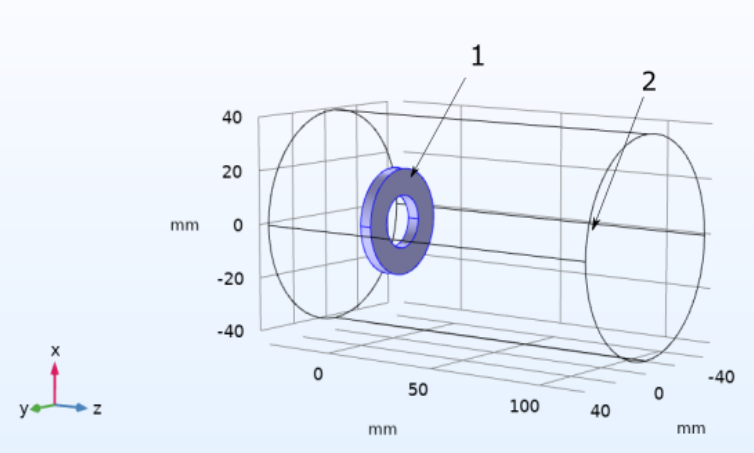
La bobina tiene un flujo de campo magnético el cual esta plasmado en la figura (8), estos perfiles se obtienen con la finalidad de identificar la magnitud del campo magnético en el centro de la bobina, esto nos permitirá aumentar la densidad de electrones en la lineas magnéticas, creándose así unos electrodos virtuales que dispondrán la misma distribución de las equipotenciales del campo magnético

- Calculamos una topología de campo magnético axial simétrico y usamos líneas como equipotenciales
- Construimos los electrodos "virtuales", a partir de la geometría de las lineas de campo magnético.
- Analizamos la dependencia de la distancia focal con diferentes valores para potenciales, energía de iones y posición radial de la partícula.

3.1.2. Cálculo del campo magnético

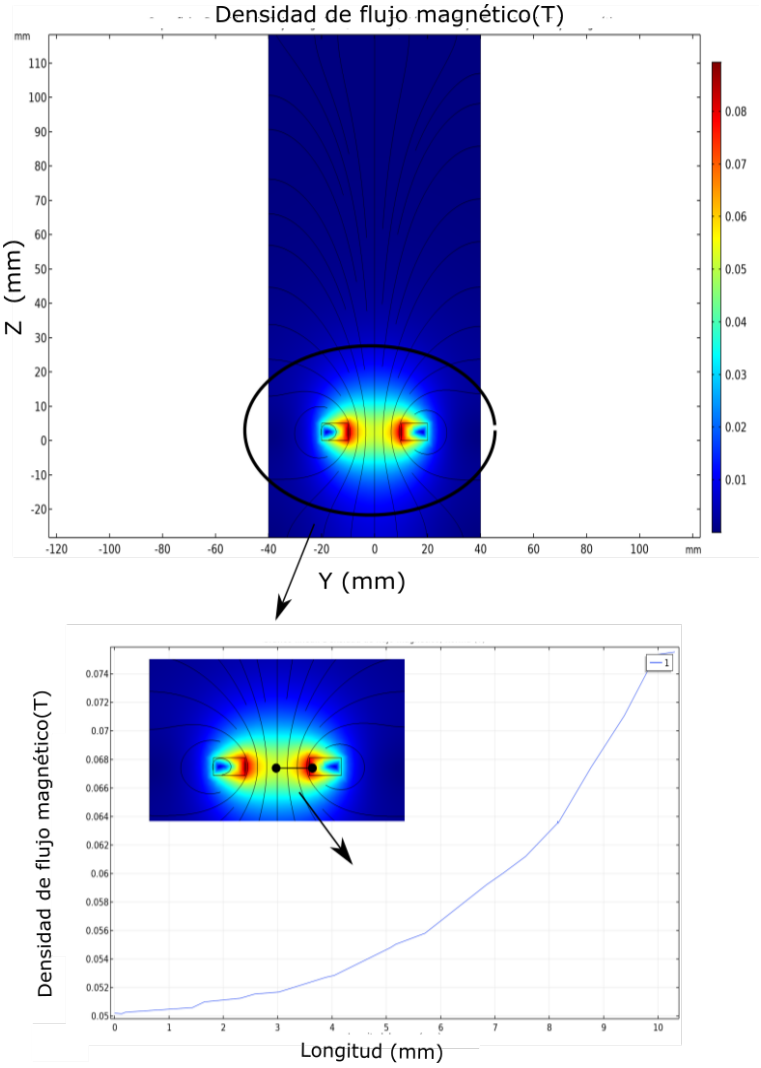
Para crear las condiciones de una lente de plasma, iniciamos con el cálculo de un campo magnético conformado por una bobina en forma de anillo que tiene un diámetro interior de $10mm$, radio exterior de $20mm$ y una altura de $5mm$ ver figura (7). Adicionalmente, la bobina contara con $1200vueltas$ de embobinado, esto con el fin de obtener un campo magnético en el centro de la bobina $0{,}05T$. Para el cálculo de este campo se se fue variando la corriente con el fin de encontrar este valor de campo magnético.

Figura 7: Visualización de la geometría de la bobina y del limite computacional en la interfaz gráfica de COMSOL Multiphysics: 1)Bobina. 2)Limite computacional.



La bobina tiene un flujo de campo magnético el cual esta plasmado en la figura (8), estos perfiles se obtienen con la finalidad de identificar la magnitud del campo magnético en el centro de la bobina, esto nos permitirá aumentar la densidad de electrones en la lineas magnéticas, creándose así unos electrodos virtuales que dispondrán la misma distribución de las equipotenciales del campo magnético.

Figura 8: Flujo de campo magnético para atrapar electrones.

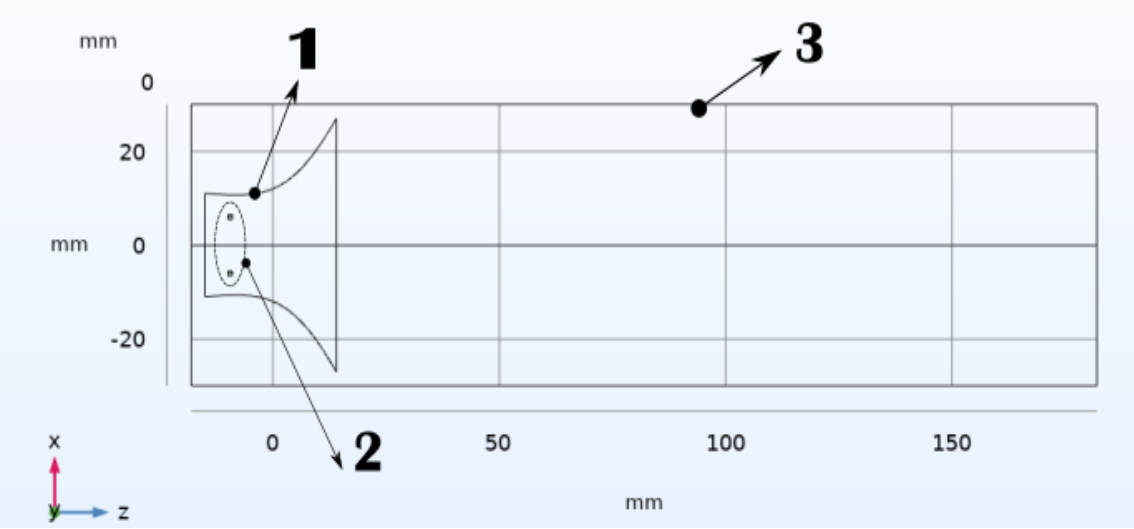


En la figura (8) también tenemos el campo magnético desde el centro hasta el borde de la bobina. Adicionalmente en la figura (8), en la parte inferior, incluye una gráfica con los valores de la densidad de flujo magnético con respecto a la longitud, la distancia entre el eje de simetrá hasta el borde de la bobina.

3.1.3. Electrodo que repite la configuración de las líneas magnética

A partir de los resultados anteriores se crea electrodo que repite la geometría de la línea magnética donde su valor es $0{,}05T$, la creación de los electrodos nos llevara al sistema similar de la lente electrostática presentado en la seccin 3.2, con COMSOL Multiphysics mediante los datos del campo magnético se reconstruye la geometría de las líneas con el fin de construir un electrodo con estas misma geometría.

Figura 9: Configuración de la lente electrostática. 1) Electrodo con igual geometría que la línea magnética. 2)Puntos de salida para los iones de Ar+. 3) Limite computacional.



Las trayectorias de los iones, se estudiaron con el sistema propuesto en la figura (9) donde los iones de Ar+ provenientes de una fuente de plasma que son generados por un haz compensado con electrones, los cuales debido a su dimensiones interactuaran con el potencial eléctrico como se tiene en (1.40), siendo la posición afectada por el campo eléctrico que esta fuertemente ligado con el potencial. Teniendo claro el funcionamiento y las condiciones analizaremos las posibles dependencias de la distancia focal con parámetros como el potencial externo, la energía inicial de los iones y la posición inicial de salida para el ión [18].

3.2 REQUISITOS PARA LA LENTE DE PLASMA

El sistema debe cumplir que el radio de Larmor debe ser mucho menor que la dimensión del sistema $r_L \ll R$, utilizando la ecuación del radio de Larmor para un electrón y operarla para encontrar que valores puede tomar la temperatura para los electrones ver ecuación (3.1), garantizando una temperatura para una baja movilidad para los electrones.

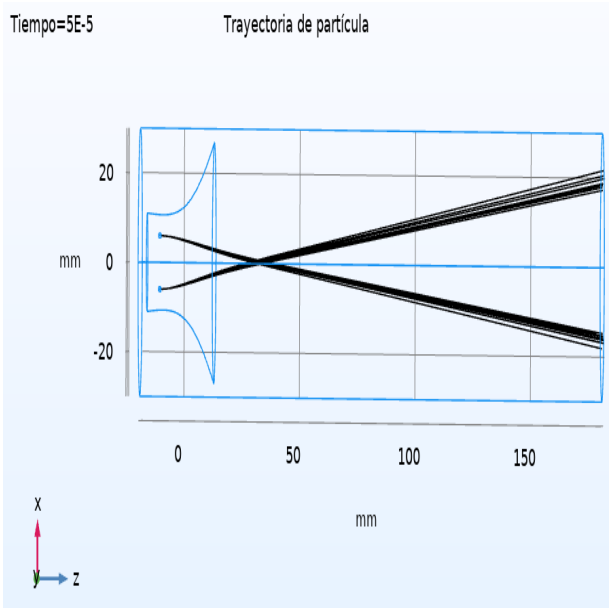
$$T_e \ll \frac{(Rq_eB)^2}{3\kappa m_e} \tag{3.1}$$

Utilizando la expresión (3.1) remplazamos los valores de nuestro modelo de la lente de plasma $R = 0{,}1 \times 10^{-2}m$, $B = 0{,}05T$, obteniendo que $T_e \ll 146{,}49eV$. Por otra parte, podemos calcular el valor de densidad de electrones a partir de que la longitud de Dybie debe ser mucho menor que las dimensiones del sistema $\lambda_D \ll R$. De lo que obtenemos, que la densidad de electrones $n \ll 8{,}06 \times 10^9 \frac{1}{m^2}$, estos valores son los parámetros para tener un haz de iones compensado es decir plasma [19].

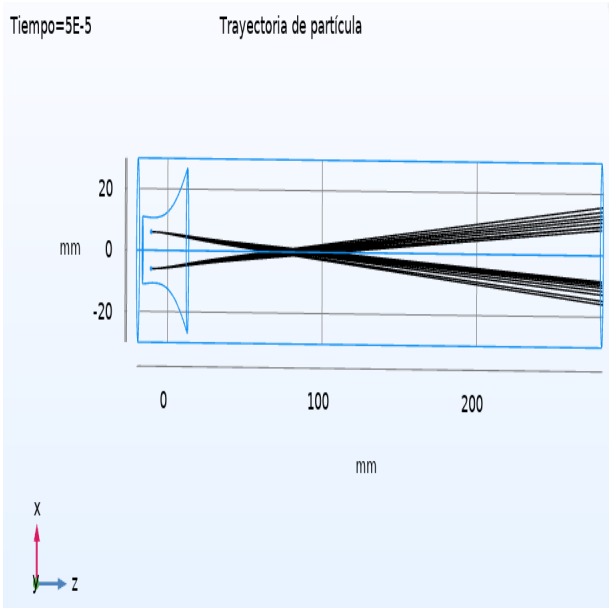
3.3 DEPENDENCIA DE LA DISTANCIA FOCAL Y LA ENERGÍA IÓNICA

En esta sección mostraremos el comportamiento de la trayectoria de los iones de $Ar+$, donde para cada caso se mantuvo una energía de iones constante y se fue variando el potencial externo cada 100V, hasta alcanzar los 1000V. Estos resultados en 11 se toman para iones individuales, esto se debe a que trabajamos en un régimen de compensado lo cual permite hablar de una haz de partículas o de una partícula.

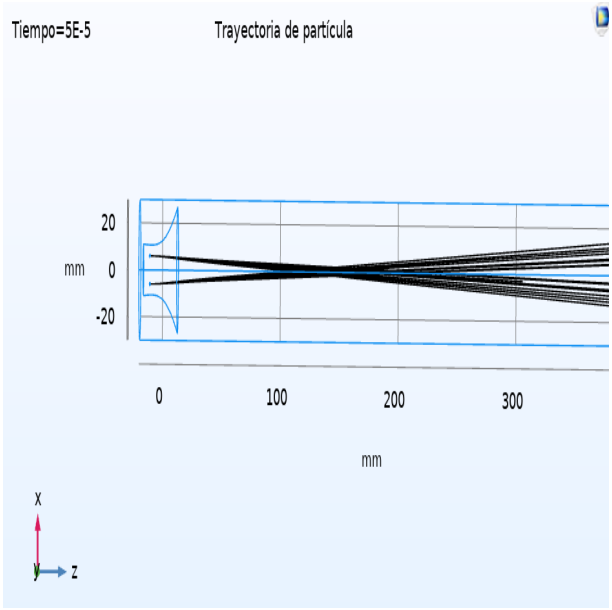
Figura 10: trayectoria del ión para un potencial externo de 300V : Energía inicial del ión a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV .



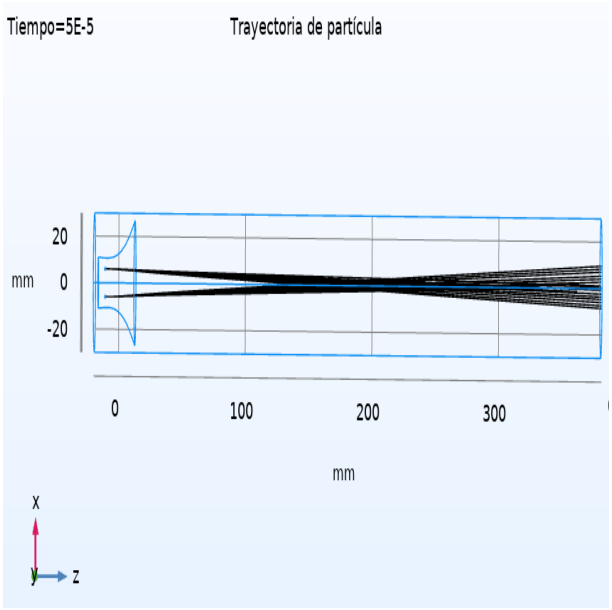
a



b

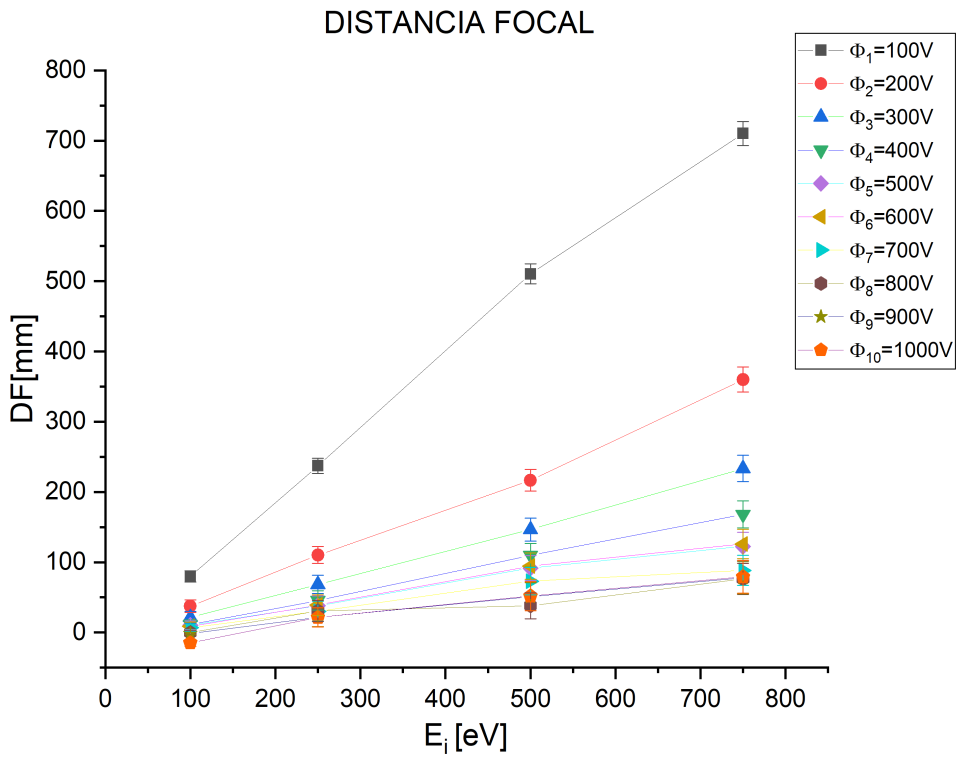


c



d

Figura 11: Relación entre la distancia focal y la energía inicial del ión.

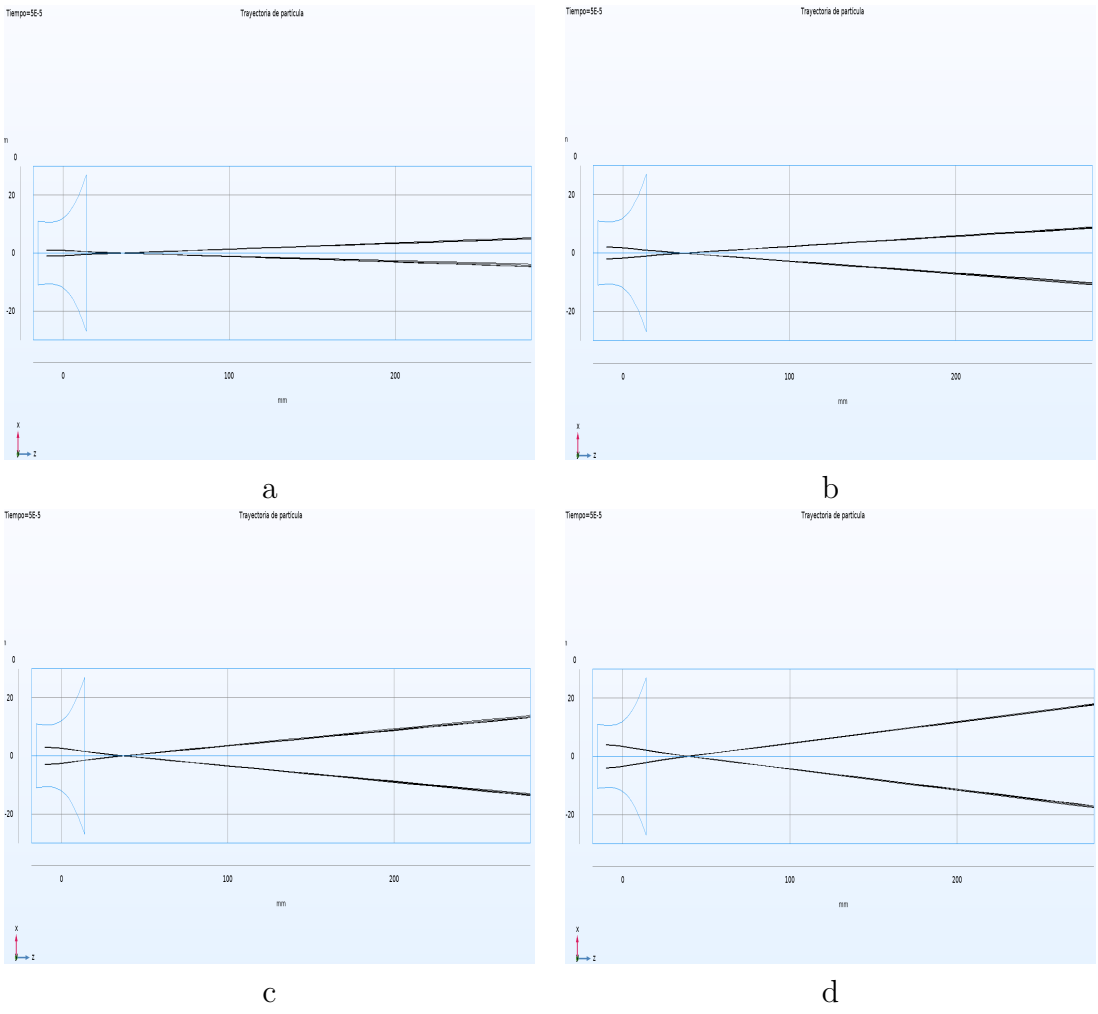


Con la disminución del potencial aumenta F donde depende del cambio de energía, es recomendado para tener una F en un rango de $5cm - 10cm$, Es mejor usa un potencial mayor a $400eV$, en lo posible focalizar iones que tiene amplia distribución en energía ver figura 11. Además, Para una mejor focalización se debe usar una fuente con energía mayor a $400eV$, valores para los cuales los iones alcanzan la suficiente energía para pulverizar un sustrato.

3.4 DEPENDENCIA DE LA FOCAL Y EL LUGAR DE LANZAMIENTO

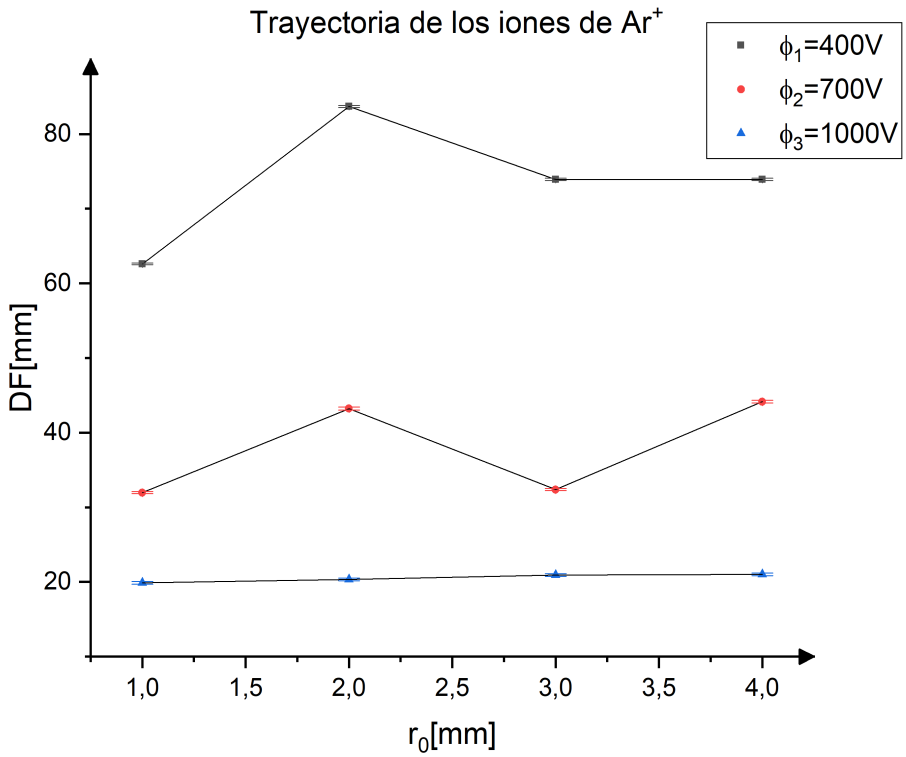
En esta sección exponemos los resultados de la distancia focal (F), En este caso para el ión de Ar^+ se varió la posición radial inicial de partida en $1mm, 2mm, 3mm, 4mm$. Utilizando tres diferentes potenciales externos para los electrodos virtuales $400V, 700V$ y $1000V$.

Figura 12: Trayectoria del ión para un potencial externo de 700V: posición inicial del ion de Ar^+ a)1mm. b)2mm. c)3mm. d)4mm.



En la tabla (2) se exponen los datos, se promediaron cinco partículas por lanzamiento adicionando su desviación estándar para cada posición inicial, los valores de la distancia focal mantienen un valor constante a medida que se aumenta el potencial externo, y esto es mas evidente para el último potencial externo. Para poder terminar de ratificar esta idea se hicieron unos lanzamientos con valores cercanos a 5mm presentados en la tabla (3) ubicada en los anexos.

Figura 13: Distancia focal posición inicial de salida de el ión de Ar_+ .

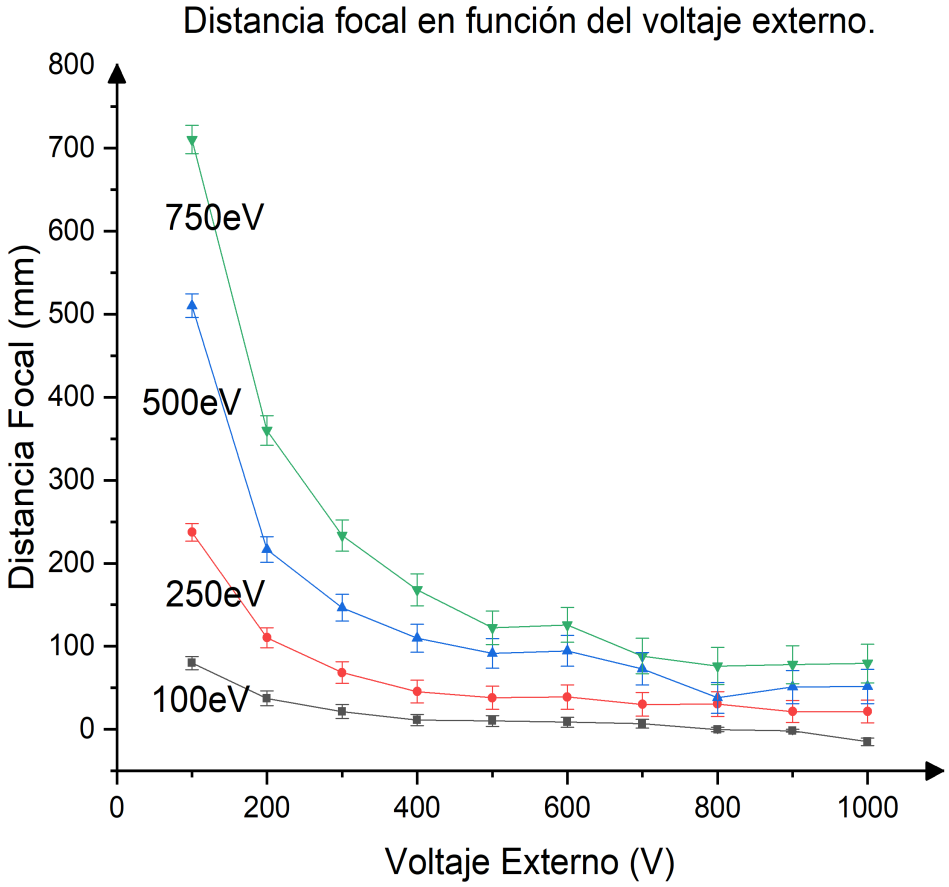


Con potenciales mayores a 700V, la distancia focal no depende del radio inicial de ingreso de los iones. Esto implica, que la lente funciona con haces de iones macizos y cilíndricos, esto nos permite caracterizar los haces que son óptimos para el funcionamiento de la lente de plasma.

3.5 DEPENDENCIA DE LA DISTANCIA FOCAL Y EL POTENCIAL APLICADO

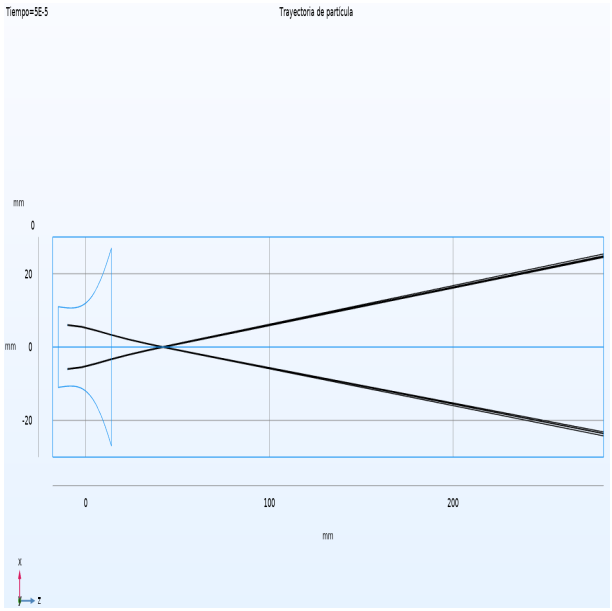
Presentamos algunas de las imágenes de la trayectorias de los iones, donde se varía el potencial ver figura (15) y la gráfica de los resultados de las distancias focales para los distintos potenciales aplicados ver la figura (14).

Figura 14: Potenciales aplicados. (4).

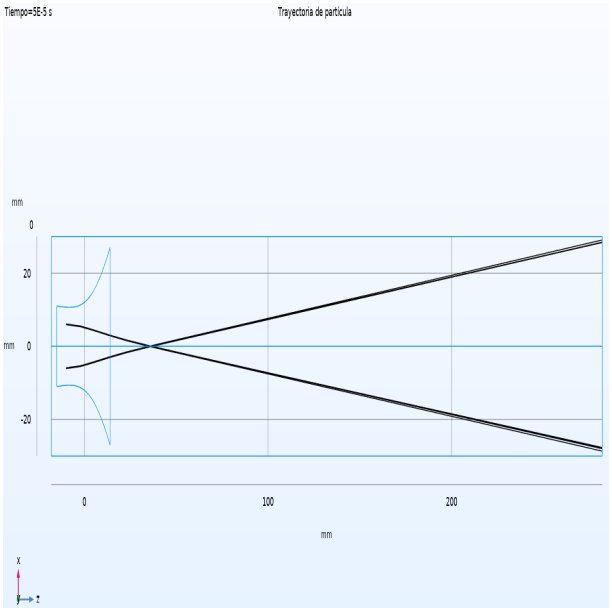


A partir de la gráfica (14) se evidencia que el potencial aplicado debe ser menor la energía de iones, entonces para energías de aplicación se necesita un rango de $400V - 600V$, condición que permite la modificación de la superficie de la muestra con iones que alcanzan energías ideales para esta aplicación .

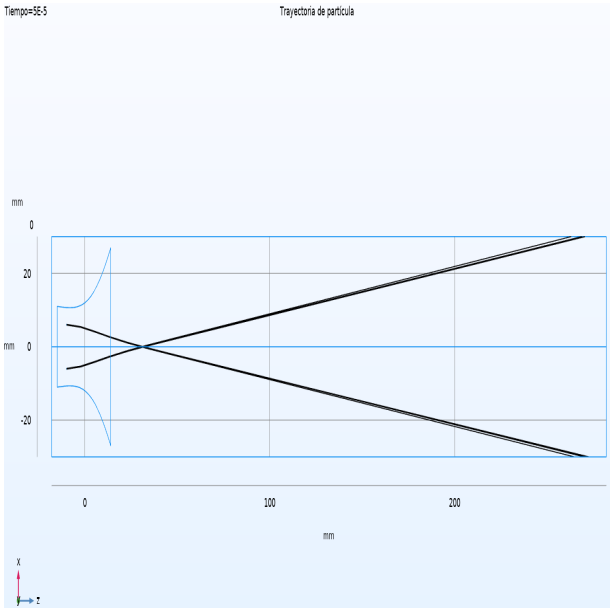
Figura 15: Trayectorias realizadas aplicando un voltaje de 500V con una energía de iones igual a $500eV$. a)700V b)800V c)900V d)1000V



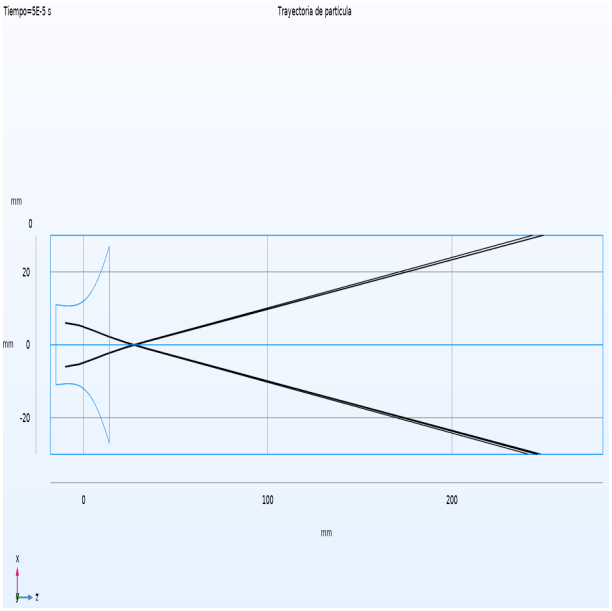
a



b



c



d

CAPÍTULO 4

CONCLUSIONES

- Se comprueba que los datos computacional coinciden con los datos teóricos de Lagrange. La investigación representa que se puede focalizar un haz con una $F < 10cm$. Entonces, tales sistemas tiene ventajas frente a los sistemas de focalización convencionales.
- El modelo de investigaciones proporciona una plataforma para generar investigaciones futuras con la lente de plasma.
- Como resultado de esta investigación puede formularse requisitos para fuentes de haces de iones que pueda trabajar en modo óptimo con las lente de plasma, siendo importante para el inicio de la construcción del sistema experimental.

REFERENCIAS

[1] Michael A Lieberman and Alan J Lichtenberg. *Principles of plasma discharges and materials processing*. John Wiley & Sons, 2005.

[2] A Goncharov, V Gorshkov, S Gubarev, A Dobrovolsky, I Protsenko, and I Brown. Permanent magnet plasma lens. *Review of scientific instruments*, 73(2):1001–1003, 2002.

[3] Richard Wirth. Focused ion beam (fib) a novel technology for advanced application of micro-and nanoanalysis in geosciences and applied mineralogy. *European Journal of Mineralogy*, 16(6):863–876, 2004.

[4] TL Burnett, R Kelley, Bart Winiarski, L Contreras, Michael Daly, Ali Gholinia, MG Burke, and PJ Withers. Large volume serial section tomography by xe plasma fib dual beam microscopy. *Ultramicroscopy*, 161:119–129, 2016.

[5] Jon Orloff, Mark Utlaut, Lynwood Swanson, and Alfred Wagner. High resolution focused ion beams: Fib and its applications. *Physics Today*, 57(1):54–55, 2004.

[6] James Clerk Maxwell. *Electricity and magnetism*, volume 2. Dover New York, 1954.

[7] Alekse Ivanovich Morozov. *Introduction to plasma dynamics*. CRC Press, 2012.

[8] AI Morozov. Motion of charged particles in electromagnetic fields. *Review of Plasma Physics*, 2:206–210, 1966.

[9] Igor E Tamm. Fundamentals of the theory of electricity. *Moscow Editions Nauka, 1-st edition 1929, 3-rd edition 1944, 5-th edition 1954, 8-th edition 1966, Last Russian edition: Moscow: Fizmatlit, 2003, 615 pp, illustrations, 22 cm; ISBN 5-9221-0313-X; Romanian editions: Ed. Tehnica, Bucuresti, 1952, 1957;(Russian title: Osnovy teorii elektrichestva), 624 pages. Link to LOC entry: https://catalog. loc. gov/vwebv/holdingsInfo? searchId= 1351&recCount= 25&recPointer= 6&bibId= 8948790*, 1966.

[10] VV Zhukov, AI Morozov, and G Ya Shchepkin. Experimental study of plasma focusing of ion beams. Technical report, Gosudarstvennyi Komitet po Ispol'zovaniyu Atomnoi Energii SSSR, Moscow ..., 1970.

[11] MV Nezlin. Plasma instabilities and the compensation of space charge in an ion beam. *Plasma Physics*, 10(4):337, 1968.

[12] Jacques Perot. Of electromagnetic lenses without irqn. 1969.

[13] GA Grinberg. Selected problems of the mathematical theory of electric and magnetic phenomena. *Izd. Akad. Nauk SSSR*, 1948.

[14] AI Morozov and LS Solovev. Cybernetic stabilization of plasma instabilities(cybernetic stabilization of oscillations of plasma cylinder with longitudinal flow and rotating plasma string). *SOVIET PHYSICS-TECHNICAL PHYSICS*, 9:1214–1220, 1965.

[15] IP Zubkov, A Kislov, SV Lebedev, and AI Morozov. Ion motion in a two-lens hall-current accelerator. *Zh. Tekh. Fiz*, 41:526, 1971.

[16] Albert V Crewe. Aberration problem in electron optics. In *Charged-Particle Optics*, volume 2014, pages 77–84. International Society for Optics and Photonics, 1993.

[17] COMSOL Multiphysics. Introduction to comsol multiphysics®. *COMSOL Multiphysics, Burlington, MA, accessed Feb*, 9:2018, 1998.

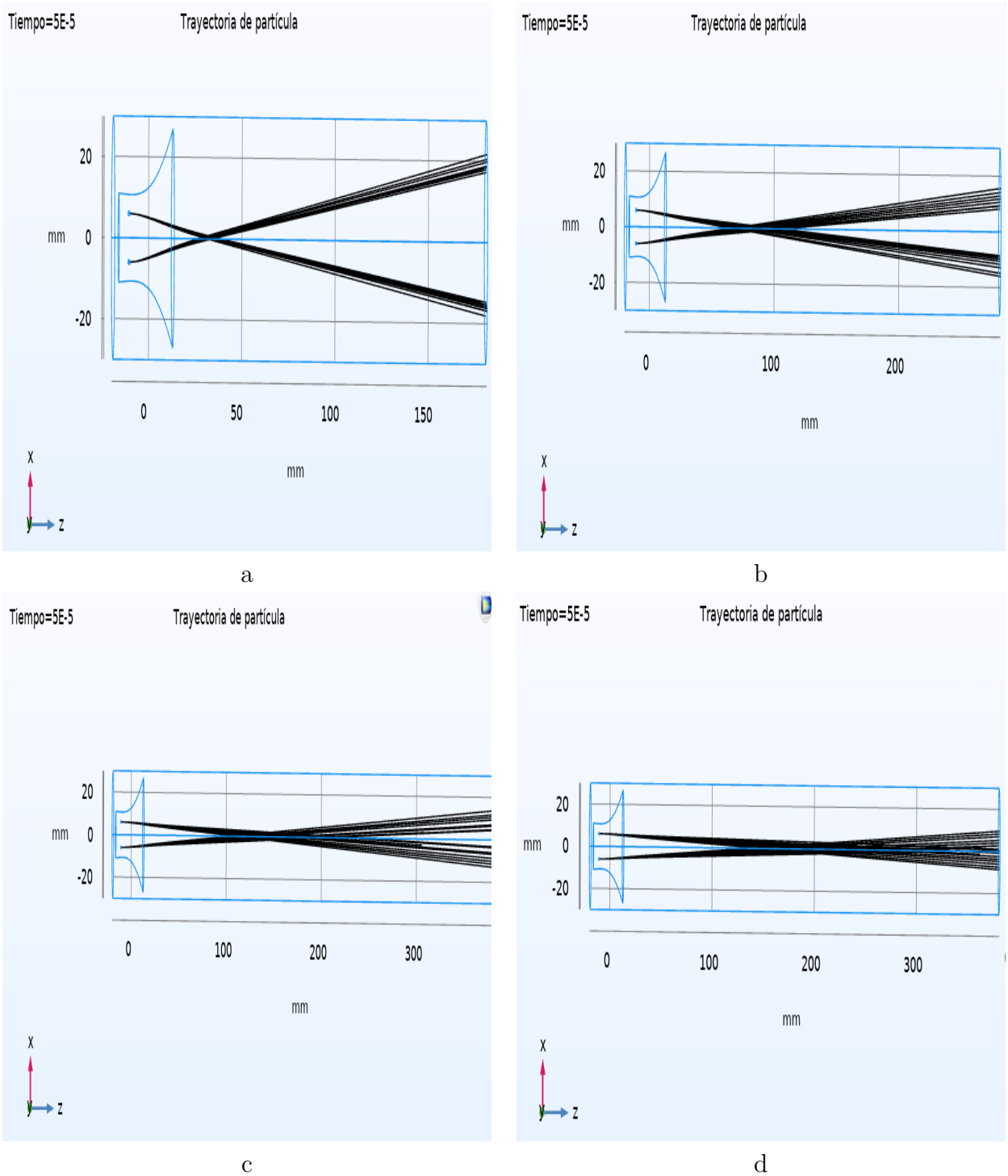
[18] AI Morozov and VV Savelyev. Fundamentals of stationary plasma thruster theory. *Reviews of plasma physics*, pages 203–391, 2000.

[19] Jerome J Cuomo, Stephen M Rossnagel, HR Haufman, and Ranga Komanduri. Handbook of ion beam processing technology: principles, deposition, film modification, and synthesis. 1990.

Apéndice A: Dependencia de la distancia focal y la energía iónica

Debido que para este tipo de trabajos computacionales se tiene la posibilidad de experimentar varias condiciones para nuestro sistema en estudio, siendo una ventaja. En esta sección se adicionan las trayectorias de los iones con las cuales se calculo la distancia focal en dependencia a la energía inicial iónica, donde para cada voltaje aplicado de $100V - 1000V$ se tomaron valores de $100eV, 250eV, 500eV, 750eV$ los cuales permiten evidenciar un comportamiento de focalización de manera óptima para los parámetros de nuestro sistema.

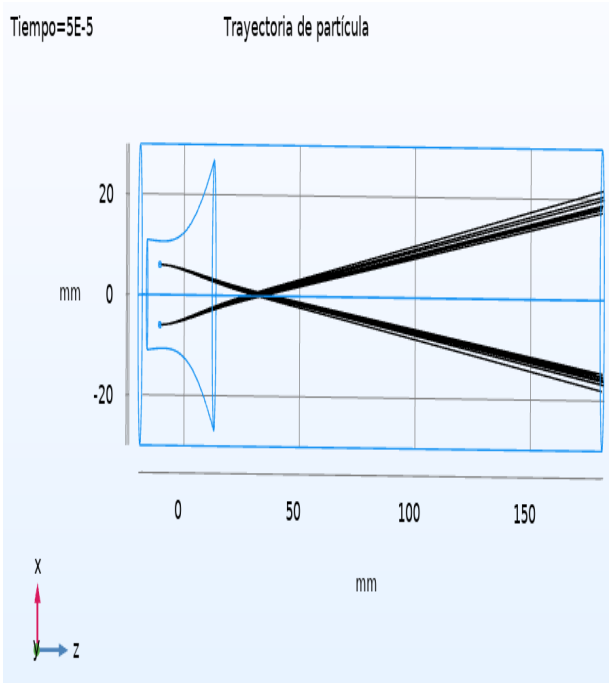
Figura 16: Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 300V : Energía inicial del ión a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV .



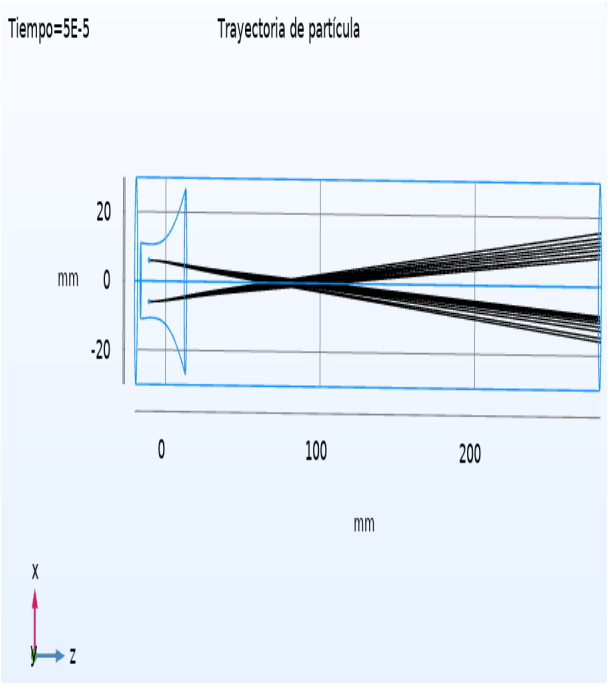
a b

c d

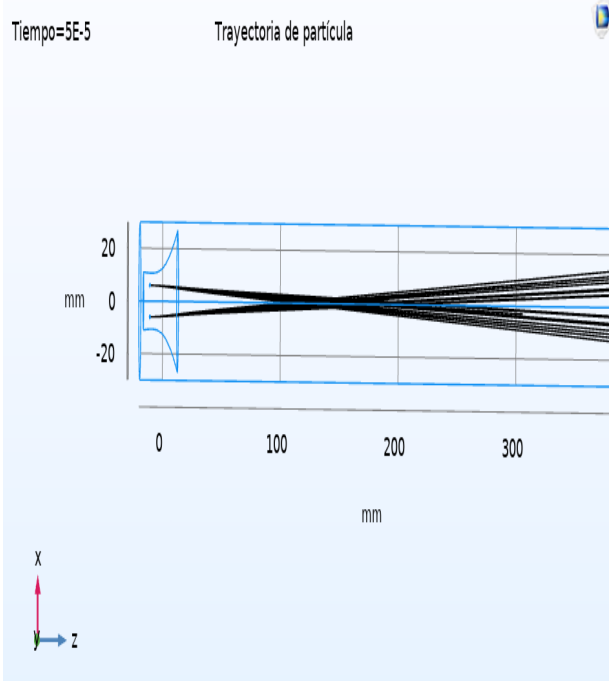
Figura 17: Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 200V : Energía inicial del ión a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV .



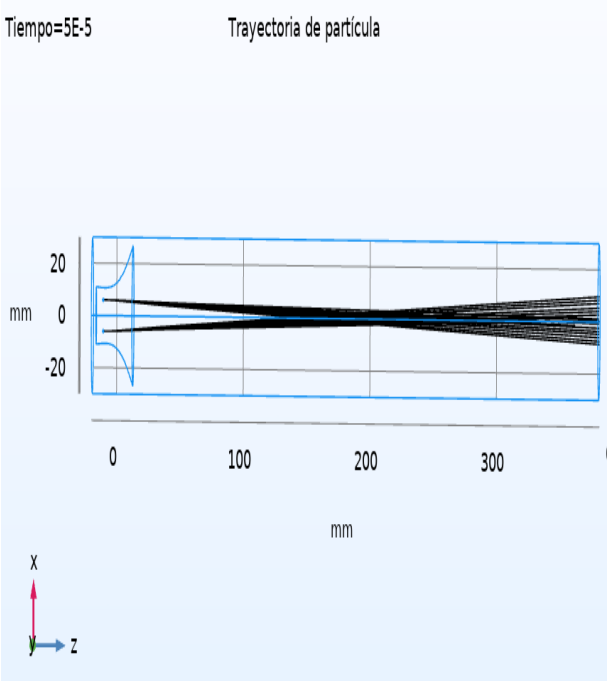
a



b

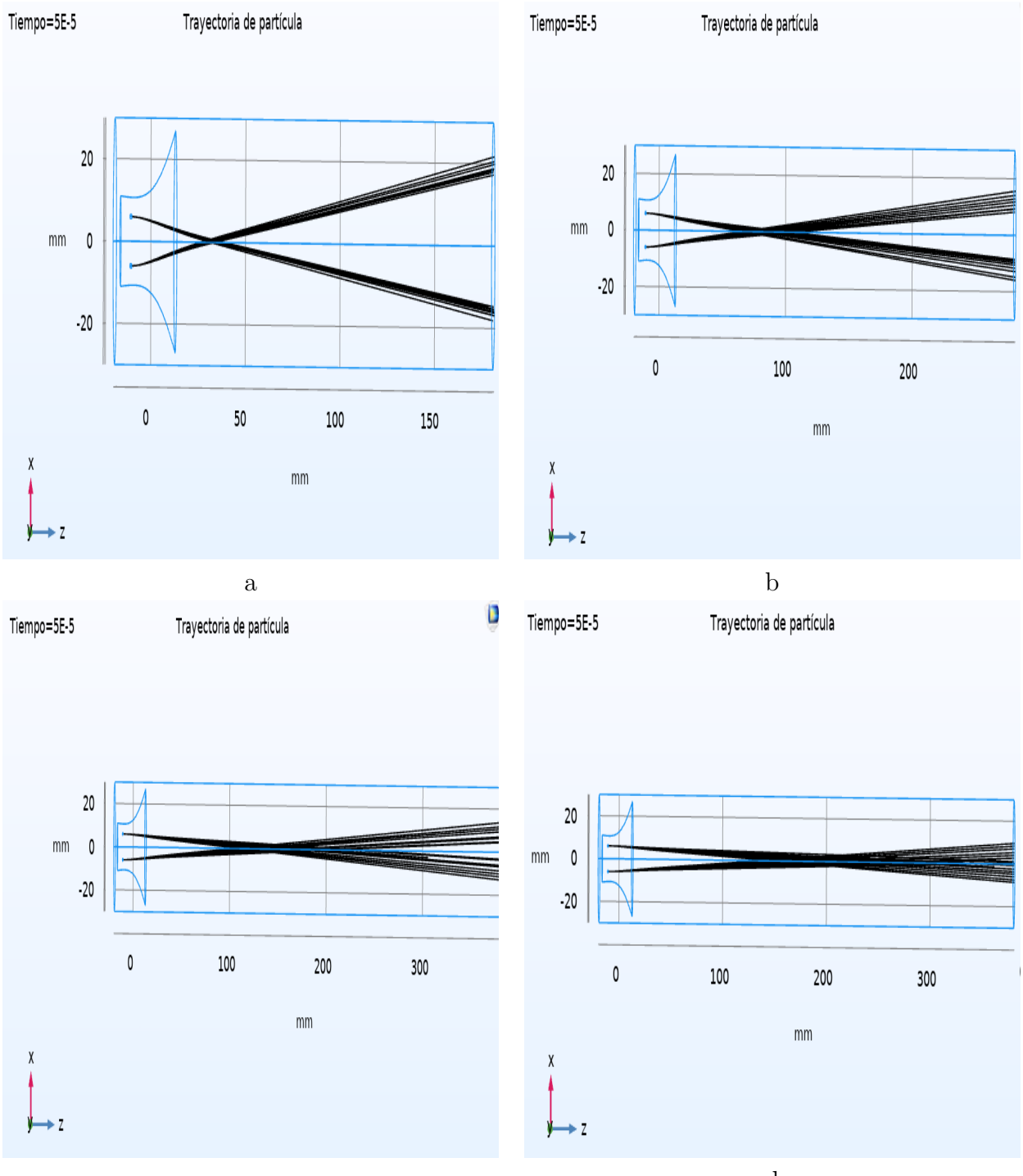


c



d

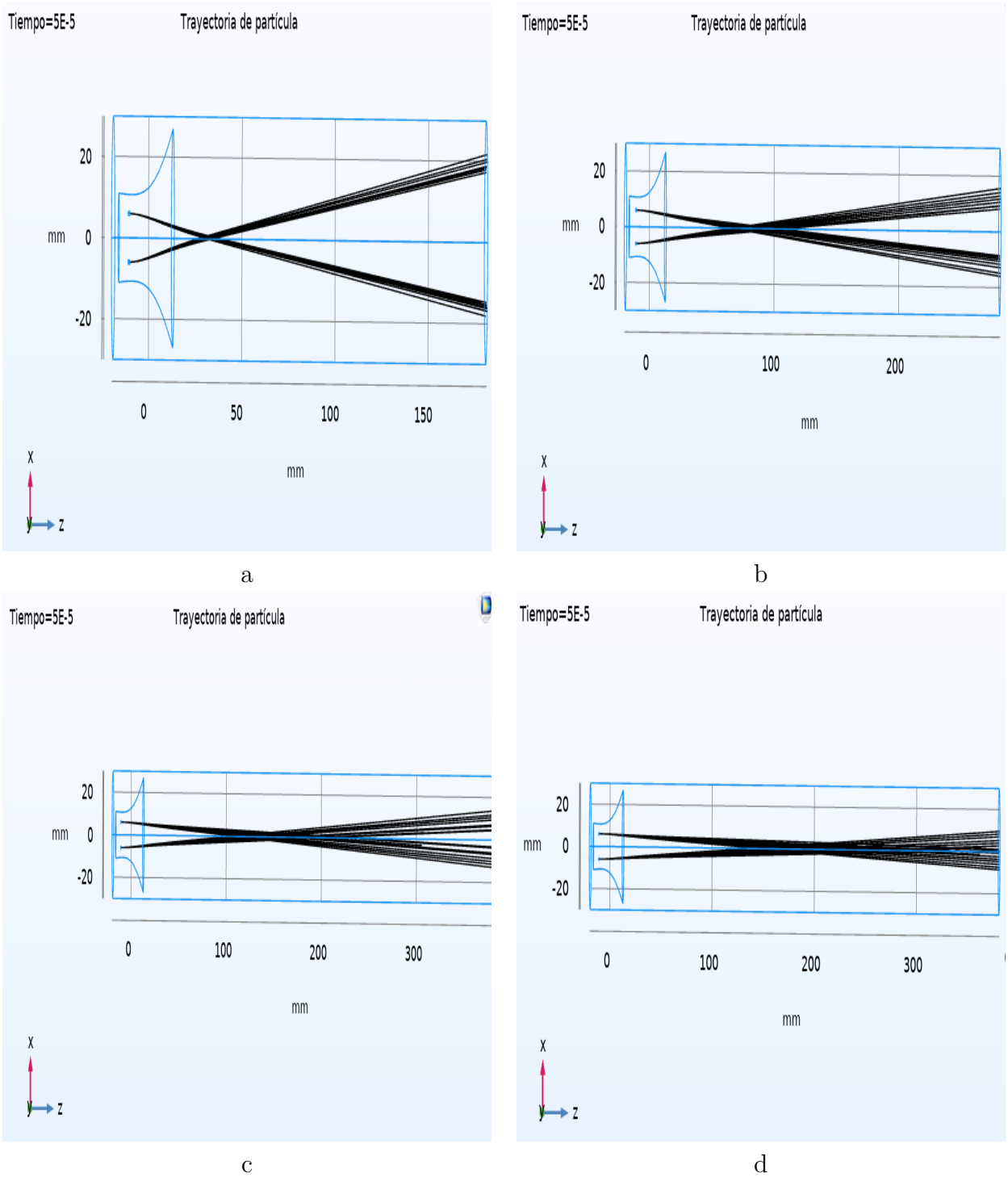
Figura 18: Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 300V : Energía inicial del ion a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV .



a b

c d

Figura 19: Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 400V : Energía inicial del ion a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV .



a b

c d

Figura 20: Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 500V : Energía inicial del ión a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV .

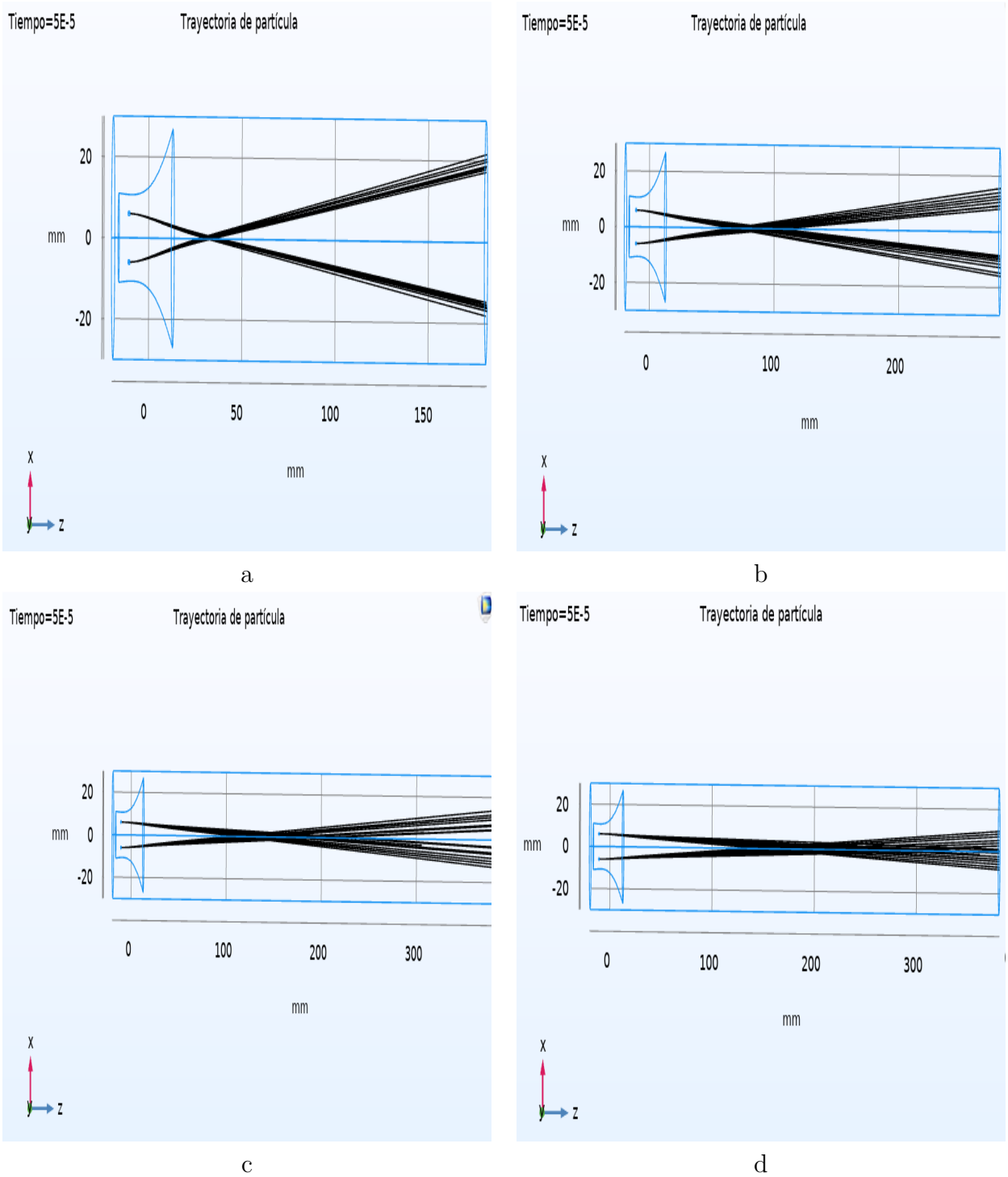
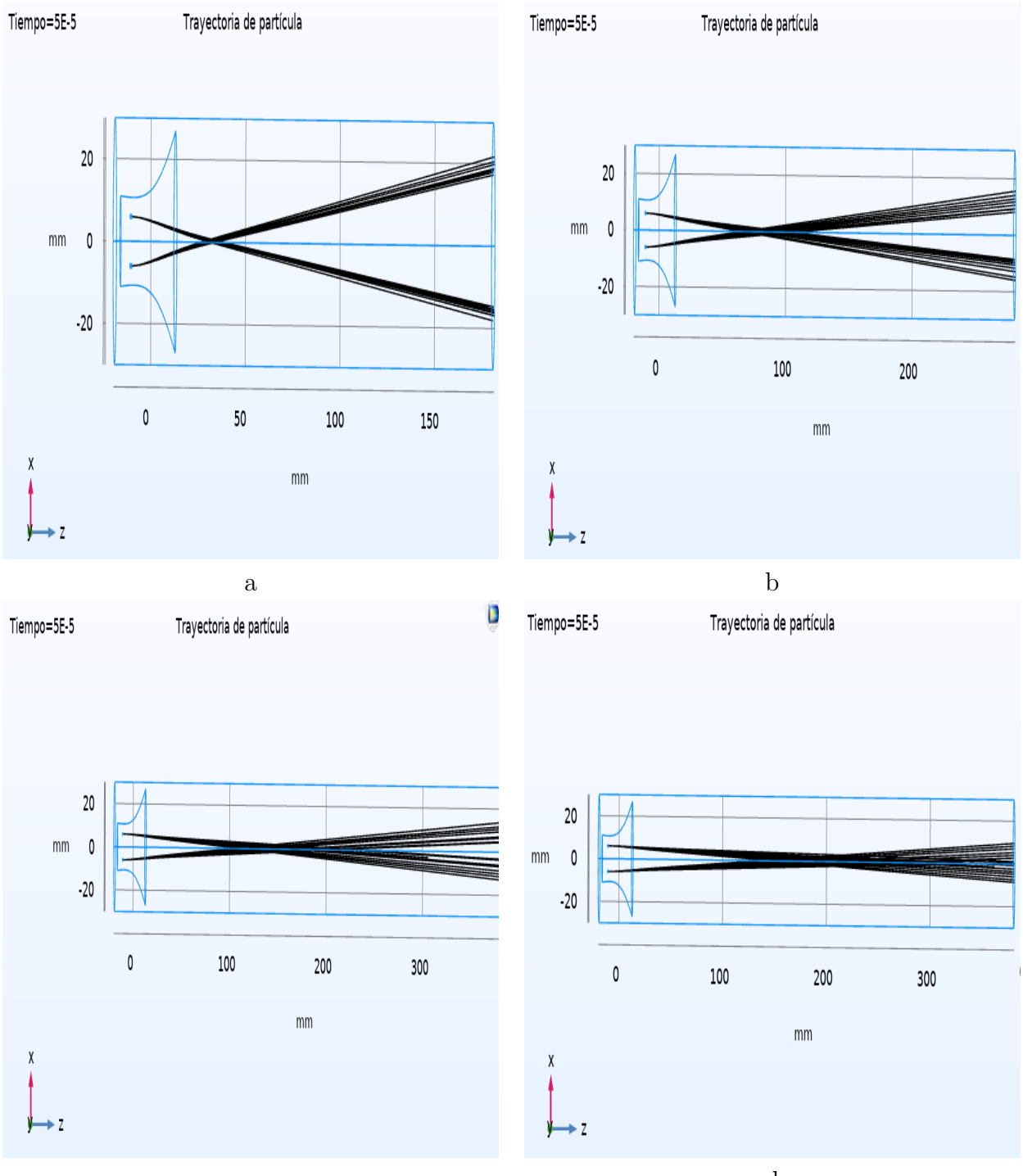


Figura 21: Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 600V : Energía inicial del ión a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV .



a b

c d

Figura 22: Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 700V : Energía inicial del ion a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV .

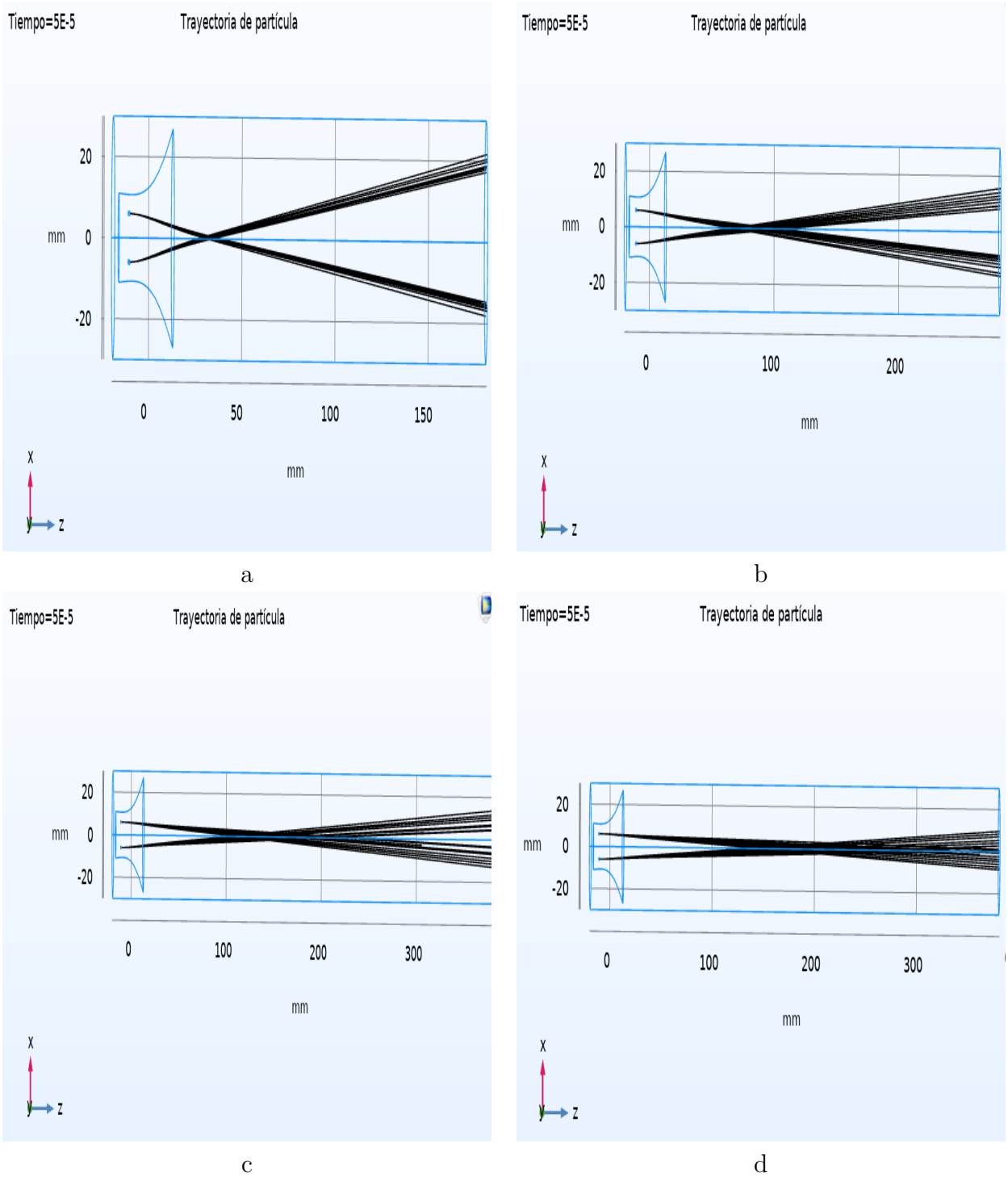
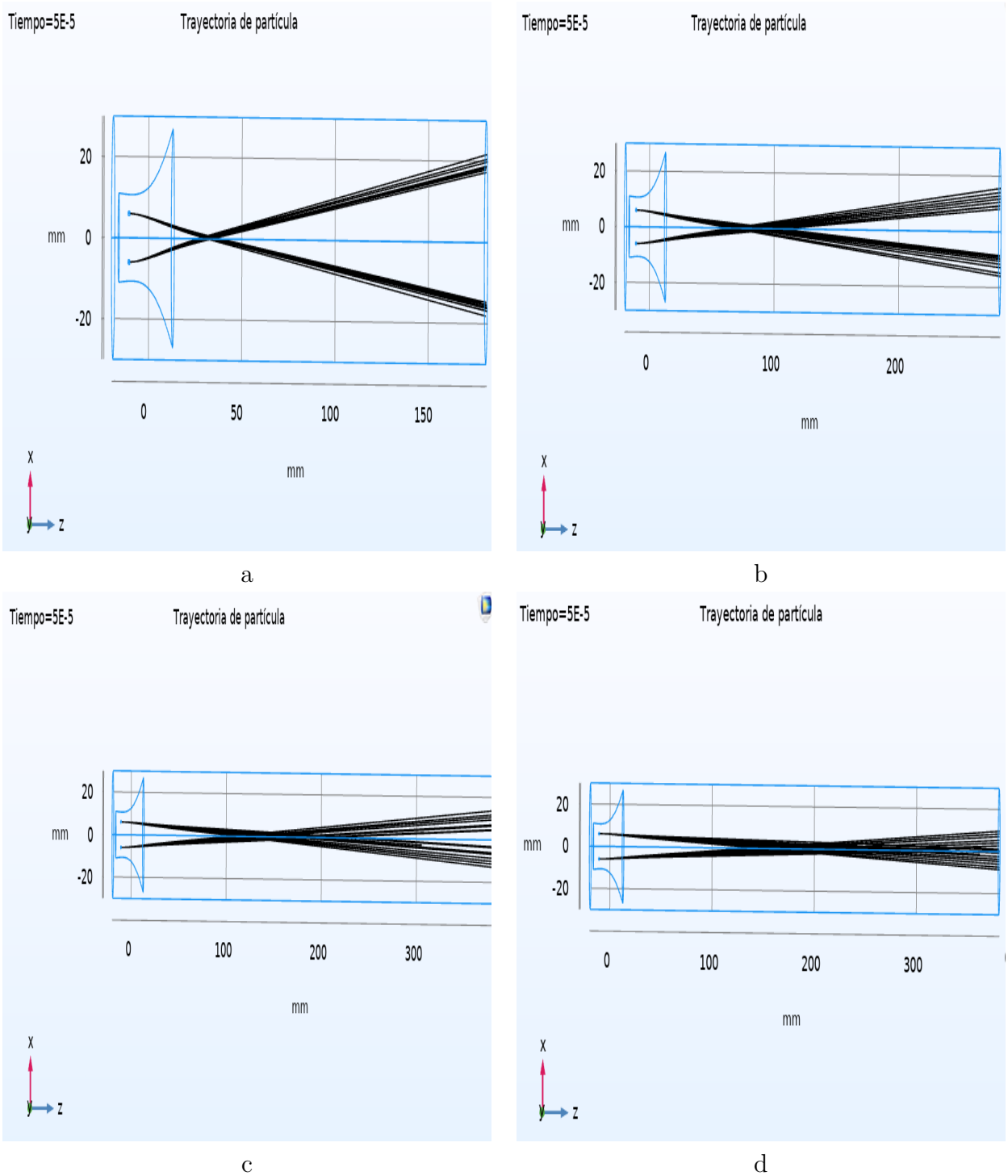


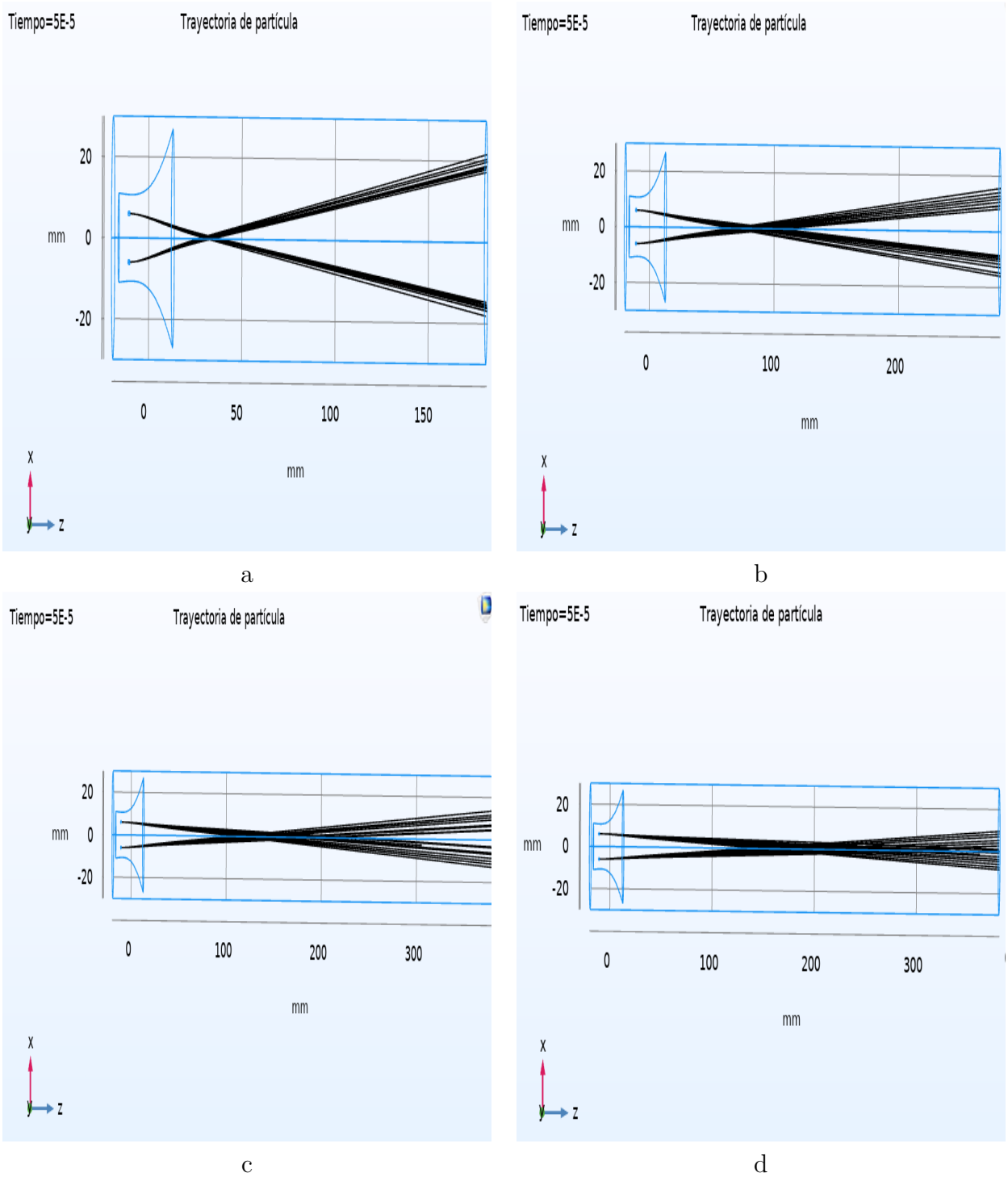
Figura 23: Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 800V : Energía inicial del ion a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV .



a b

c d

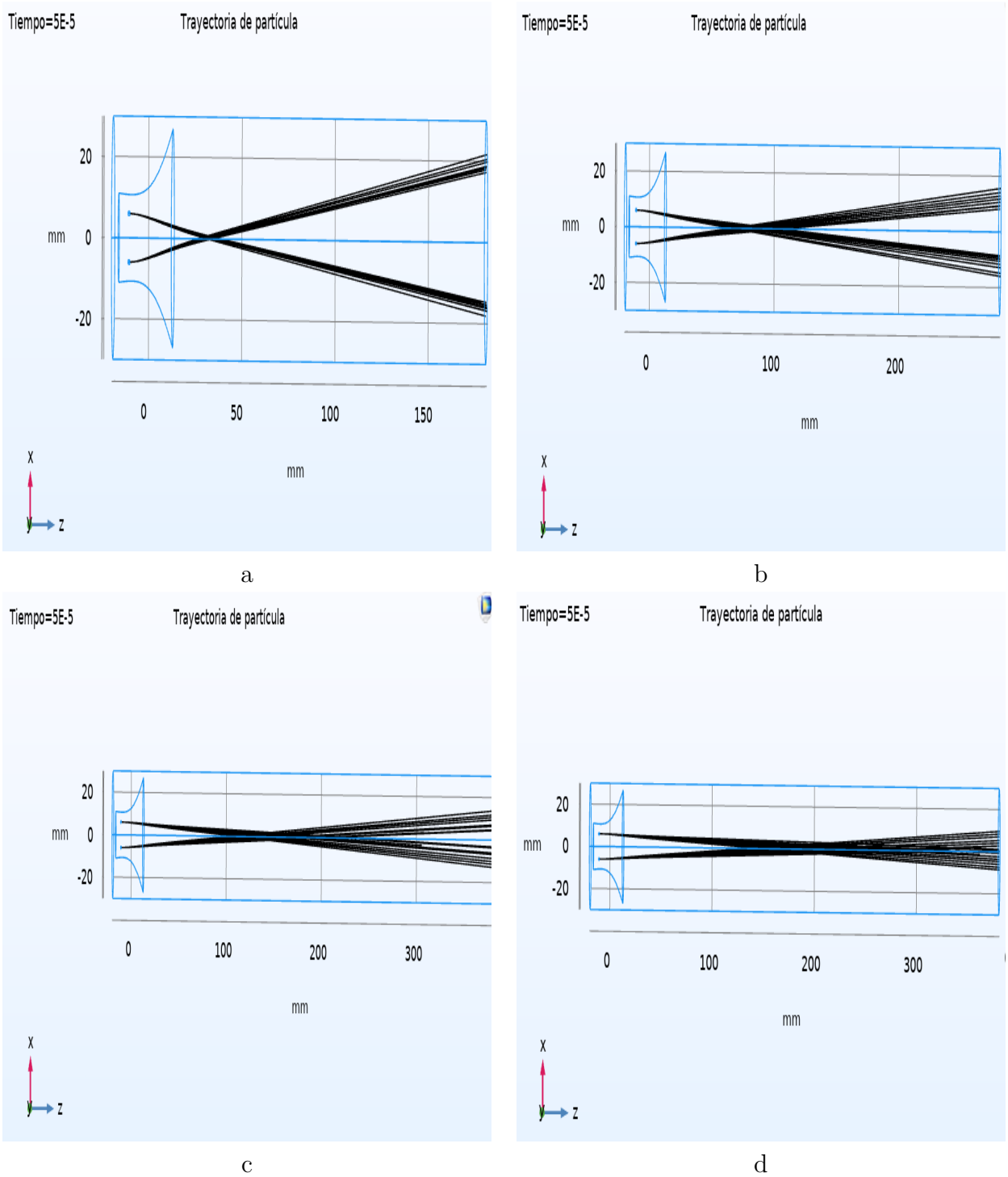
Figura 24: Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 900V : Energía inicial del ión a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV .



a b

c d

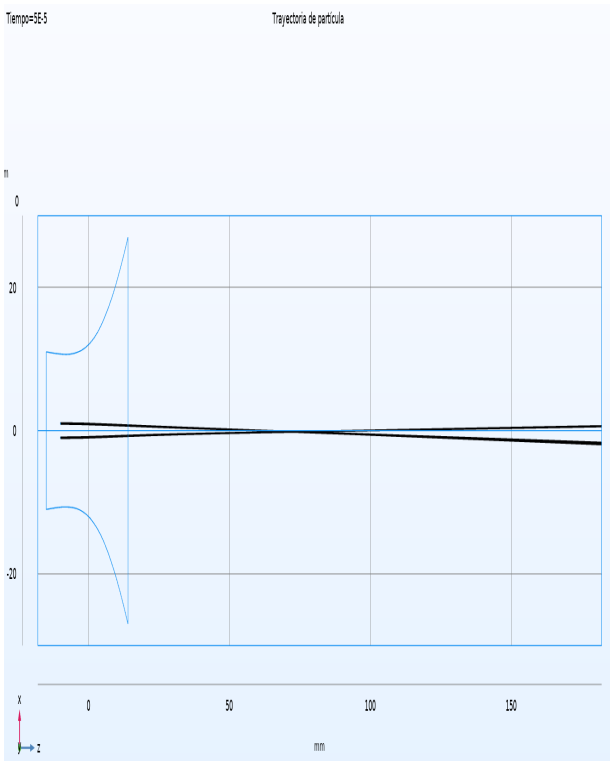
Figura 25: Resultados de la trayectoria del ión para un potencial externo de 1000V : Energía inicial del ion a)100eV. b)250eV. c)500eV. d)750eV .



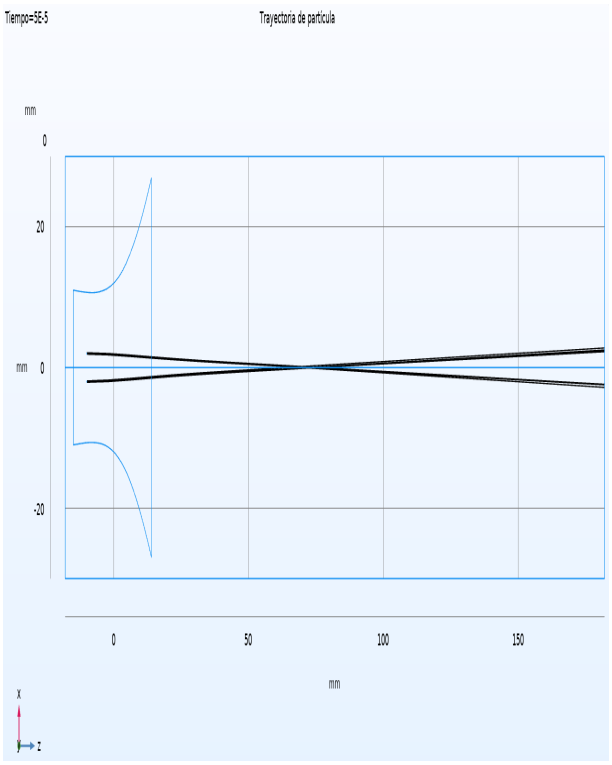
Apéndice B: Dependencia de la distancia focal y el lugar de lanzamiento

El interés de investigar si la distancia focal tiene una dependencia del punto inicial de partida en el sistema de la lente, es el poder usar algunos tipos de haces de iones, los cuales pueden ser de tipo macizo y cilíndricos. En este sección agrupamos las gráficas de las trayectoria de los iones en función de la posición radial inicial. Donde se mantiene una energía de $750eV$ donde para cada valor de potencial es de $100V$ en $100V$ hasta el valor de $1000V$.

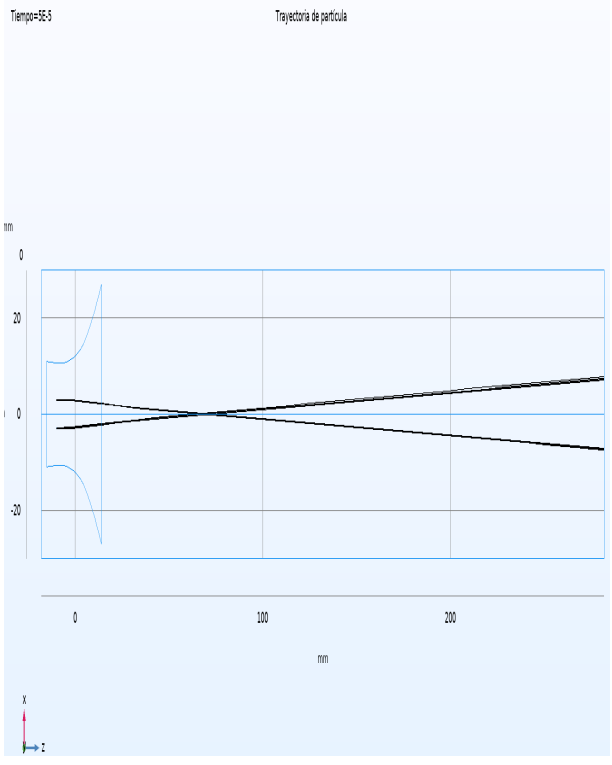
Figura 26: Resultados de la trayectoria del ion para un potencial externo de 400V: posición inicial del ion de Ar^+ a)1mm. b)2mm. c)3mm. d)4mm.



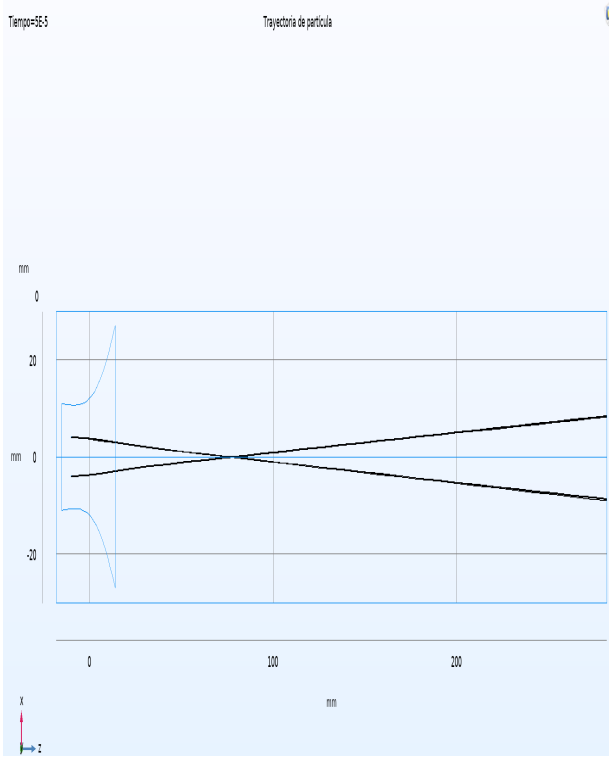
a



b

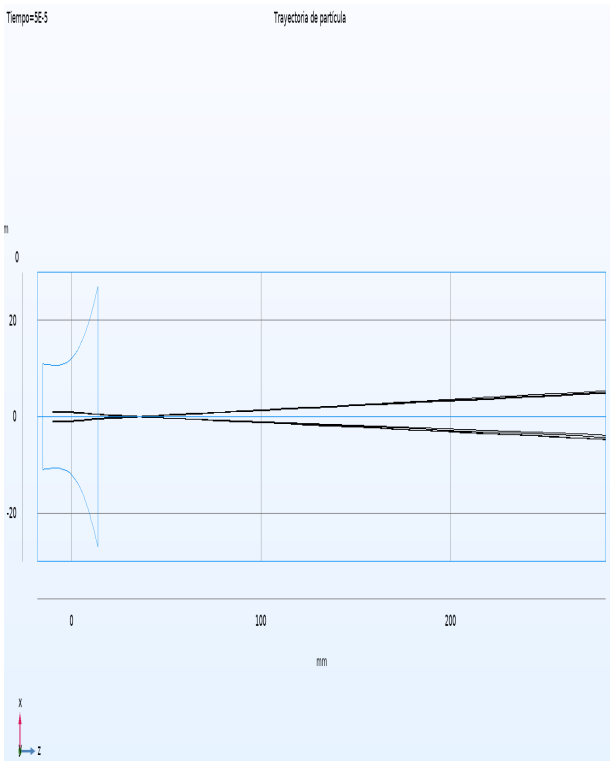


c

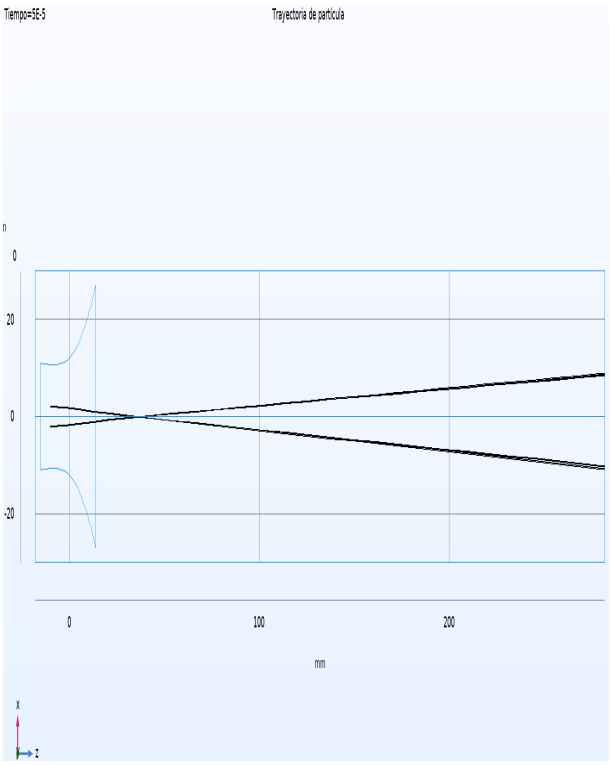


d

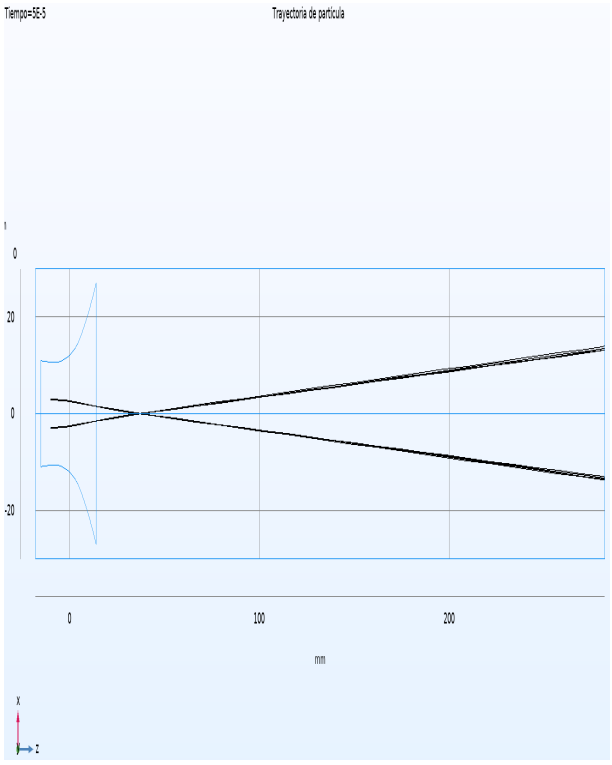
Figura 27: Resultados de la trayectoria del ion para un potencial externo de 700V: posición inicial del ion de Ar^+ a)1mm. b)2mm. c)3mm. d)4mm.



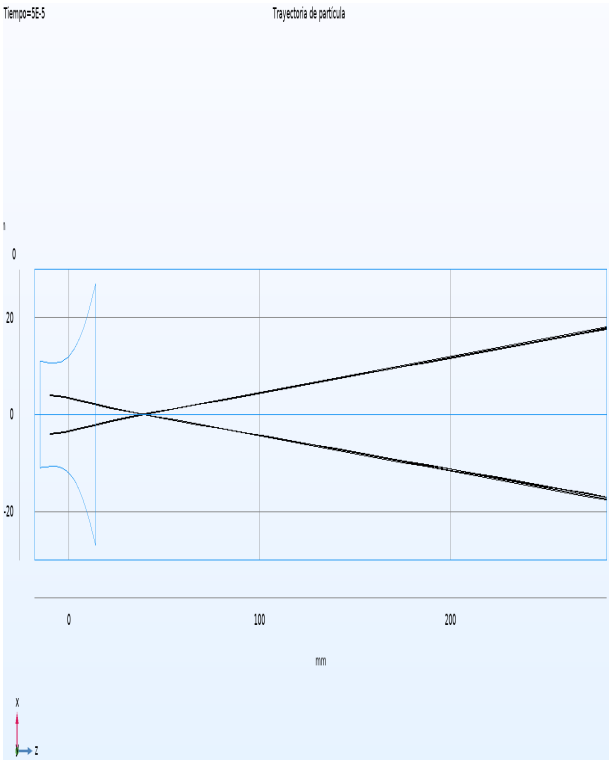
a



b

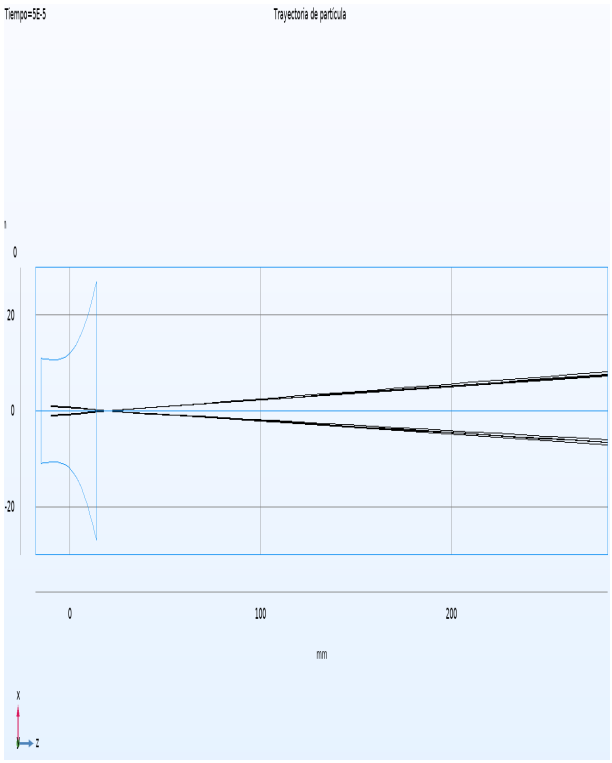


c

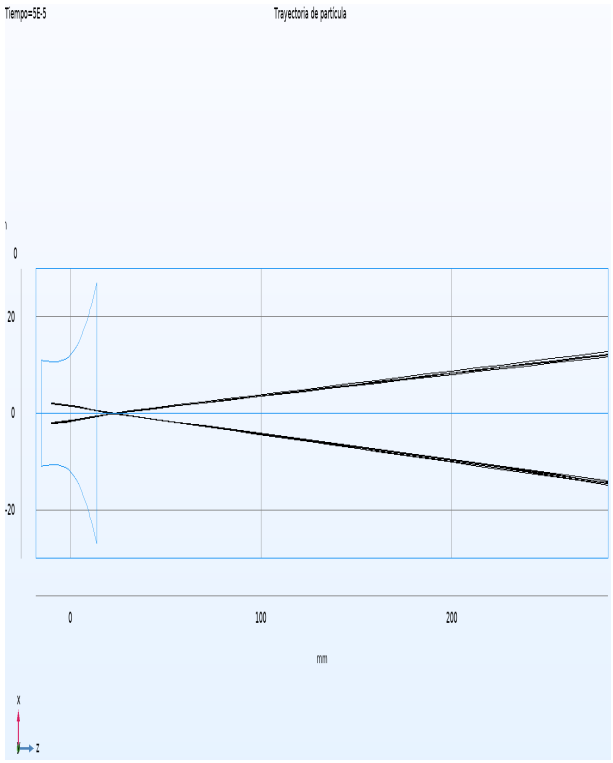


d

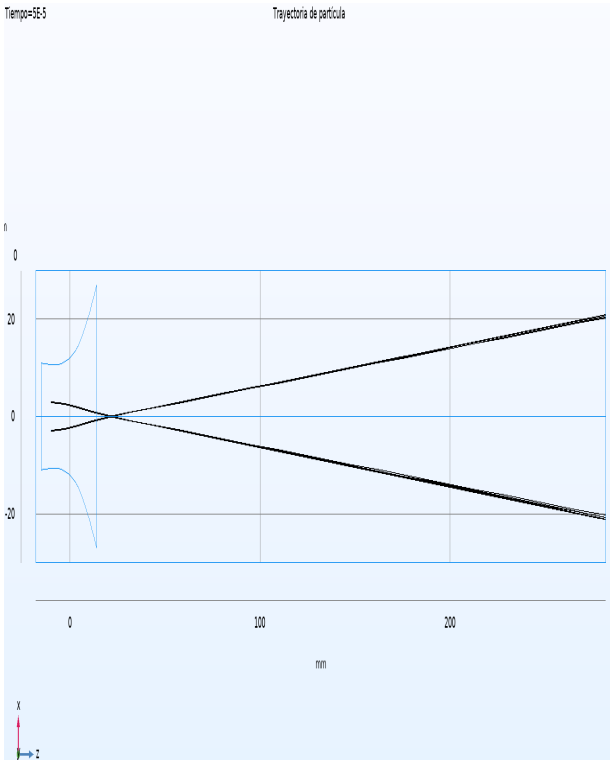
Figura 28: Resultados de la trayectoria del ion para un potencial externo de 1000V: posición inicial del ion de Ar^+ a)1mm. b)2mm. c)3mm. d)4mm.



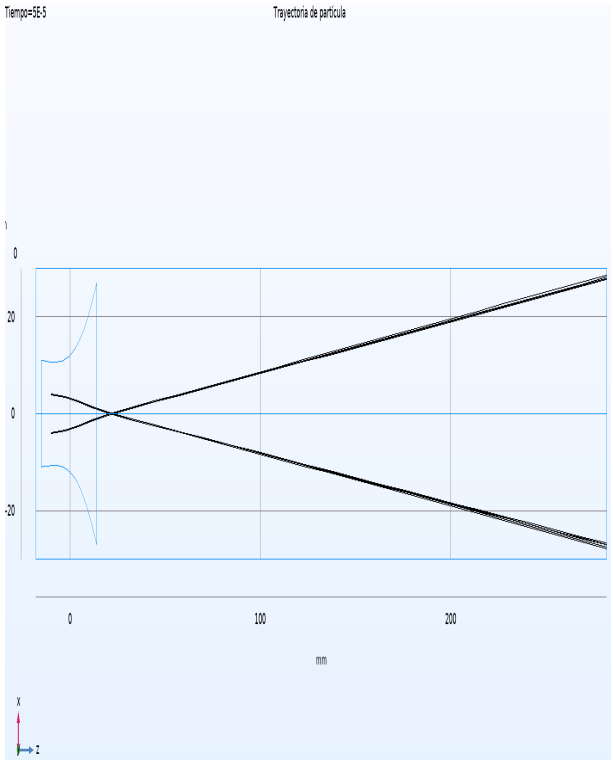
a



b



c



d

Se obtienen las distancias focales para los radios iniciales de partida de la partícula como $1mm, 2mm, 3mm, 4mm$, ver 2. Para lo que podemos obtener que tipo de grosores de haces se pueden utilizar para la configuración de la lente de plasma, y asi poder caracterizar las condiciones de los haces que provén una eficiente focalización.

Tabla 2: Datos de la Distancia Focal (F), para cada potencial externo se vario la posición inicial de partida del ion de Ar^+ (r_0).

	400V	**700V**	**1000V**
r_0[mm]	F[mm]	F[mm]	F[mm]
1	62,604±0,121	31,960±0,137	19,887±0,177
2	83,691±0,152	43,227±0,189	20,343±0,192
3	73,9336±0,176	32,370±0,141	20,926±0,167
4	73,9336±0,176	44,147±0,170	21,029±0,186

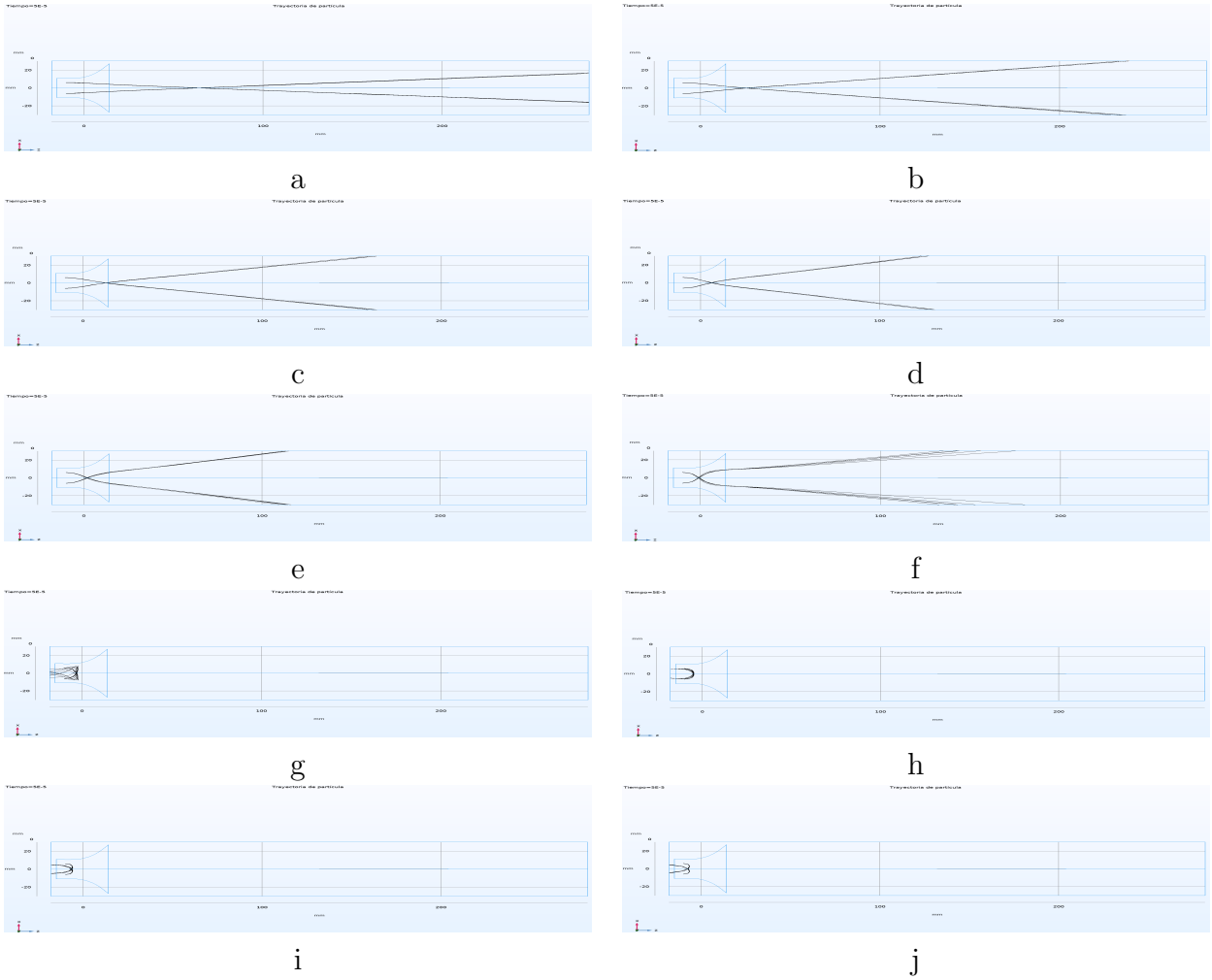
Adicionalmente también se realizaron y recopilaron los datos de las distancia focal para radios de partida iniciales de las partículas cercanos a $5mm$ ver la tabla 3, esto proporciona información de viabilidad para el uso de haces macizos para la focalización mediante la lente de plasma.

Tabla 3: Datos de la distancia focal para un solo potencial, variando la posición de salida del ion de Ar^+ cercanas a 5mm

	700V
r_0[mm]	F[mm]
4,6	44,837±0,498
4,8	45,325±0,480
5	45,345±0,496
5,2	45,566±0,481
5,4	45,566±0,481

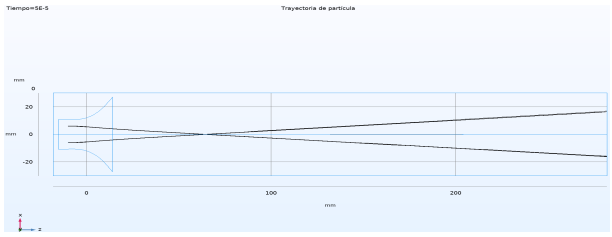
Apéndice C: Dependencia de la distancia focal y el potencial aplicado

Figura 29: Trayectorias de los iones de Ar^+ con una energía inicial de $100eV$: Variando el potencial externo; la trayectorias para diferentes potenciales a)$100V$. b)$200V$. c)$300V$. d)$400V$ .e)$500V$. f)$600V$. g)$700V$. h)$800V$. i)$900V$ .j)$1000V$

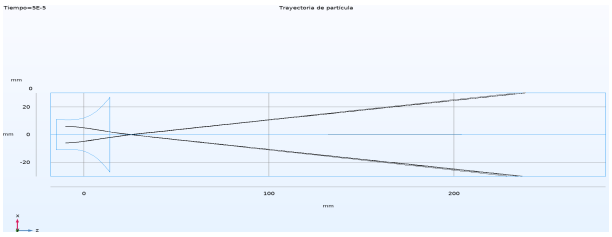


a b c d e f g h i j

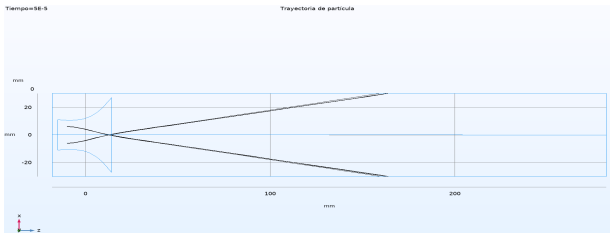
Figura 30: Trayectorias de los iones de Ar^+ con una energía inicial de $250eV$: Variando el potencial externo; la trayectorias para diferentes potenciales a)$100V$. b)$200V$. c)$300V$. d)$400V$ .e)$500V$. f)$600V$. g)$700V$. h)$800V$. i)$900V$ .j)$1000V$.



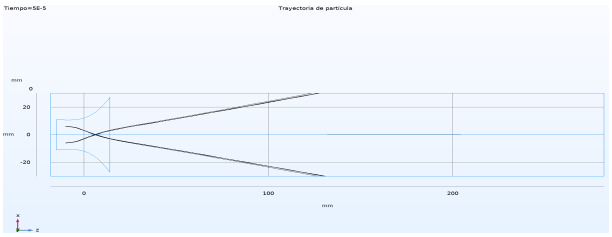
a



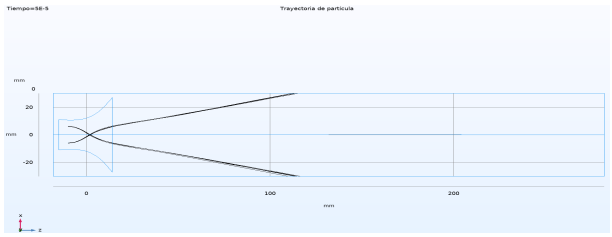
b



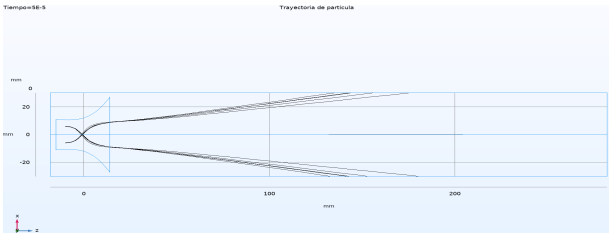
c



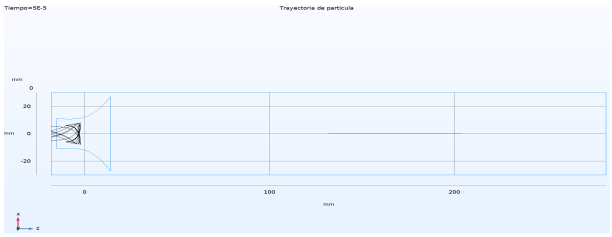
d



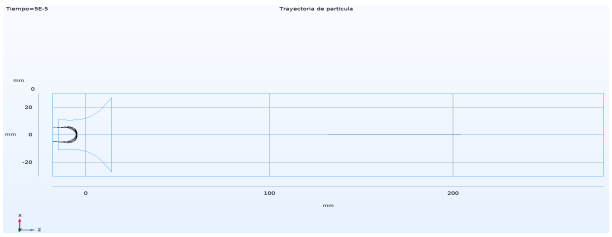
e



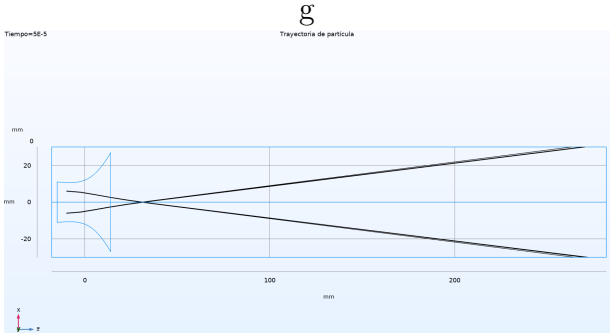
f



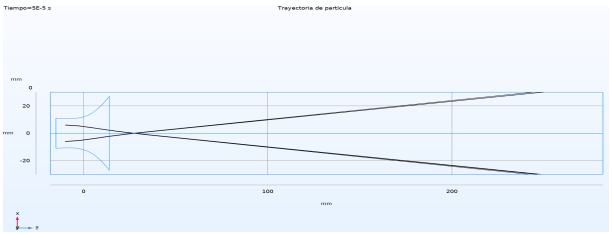
g



h

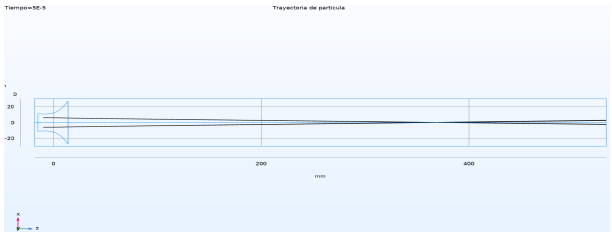


i

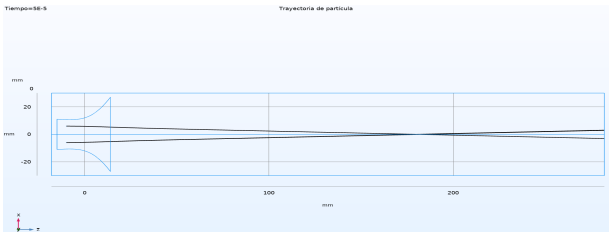


j

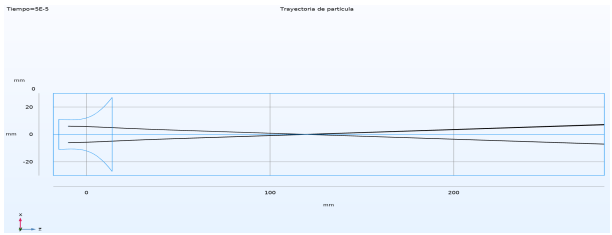
Figura 31: Trayectorias de los iones de Ar^+ con una energía inicial de $500eV$: Variando el potencial externo; la trayectorias para diferentes potenciales a)$100V$. b)$200V$. c)$300V$. d)$400V$ .e)$500V$. f)$600V$. g)$700V$. h)$800V$. i)$900V$ .j)$1000V$.



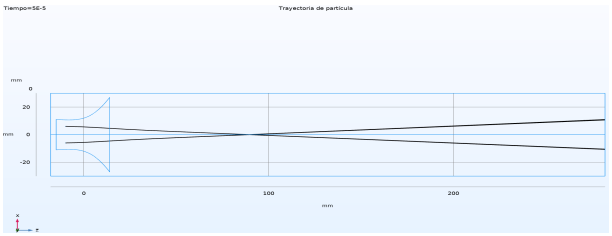
a



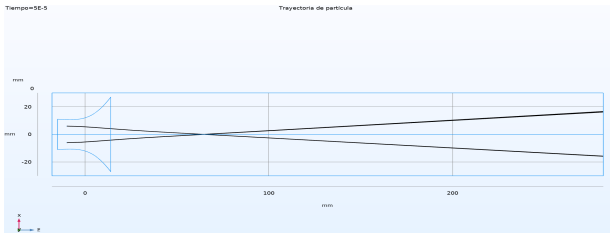
b



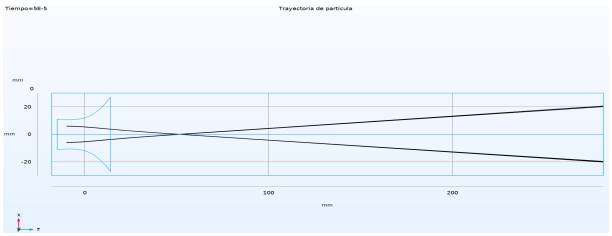
c



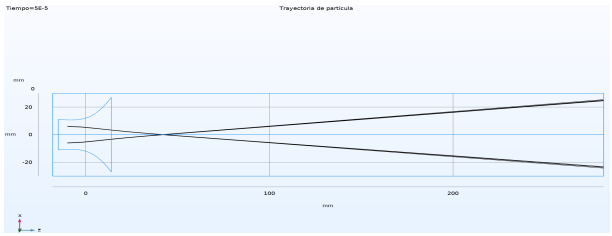
d



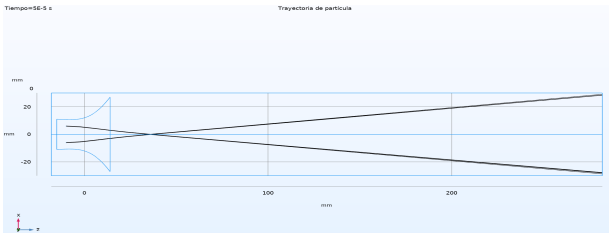
e



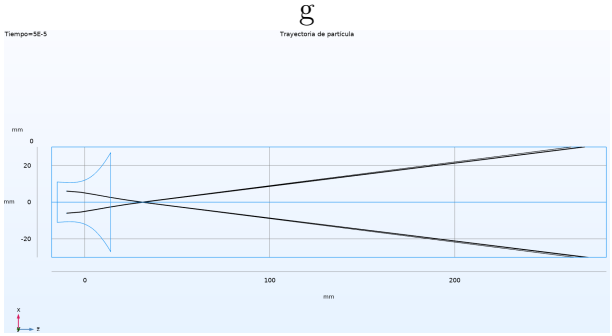
f



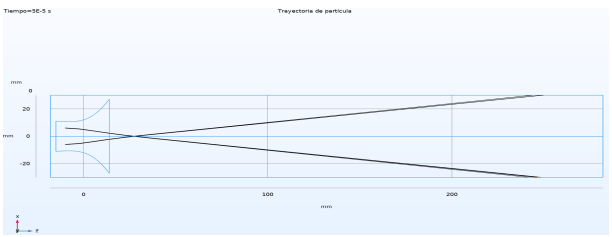
g



h

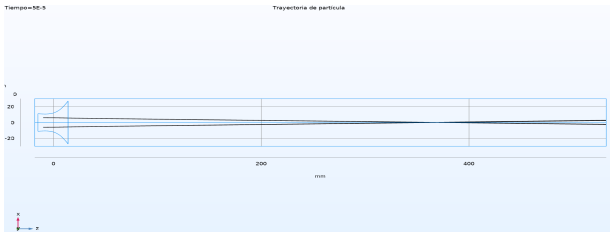


i

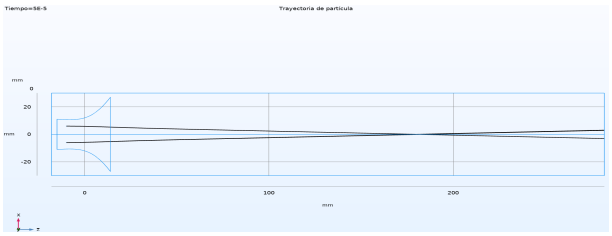


j

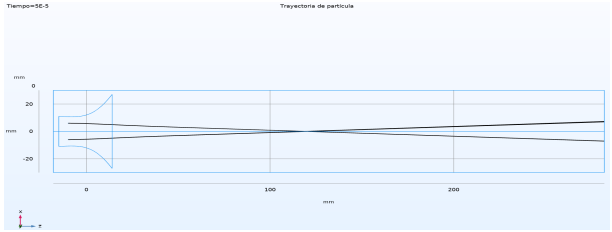
Figura 32: Trayectorias de los iones de Ar^+ con una energía inicial de $750eV$: Variando el potencial externo; la trayectorias para diferentes potenciales a)$100V$. b)$200V$. c)$300V$. d)$400V$ .e)$500V$. f)$600V$. g)$700V$. h)$800V$. i)$900V$ .j)$1000V$.



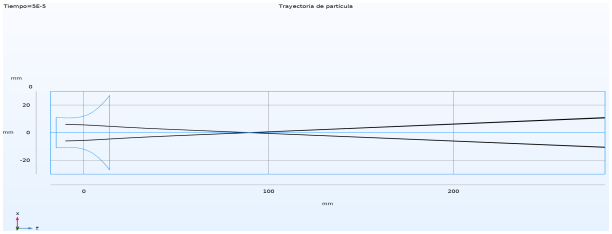
a



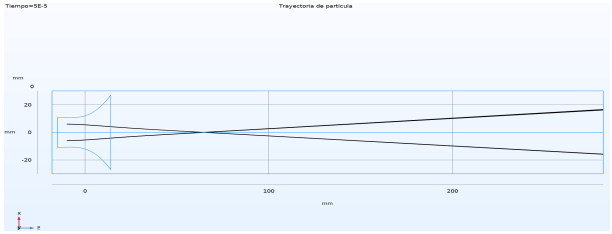
b



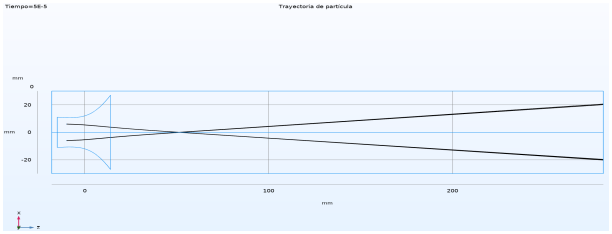
c



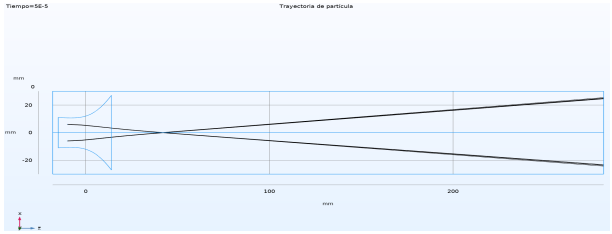
d



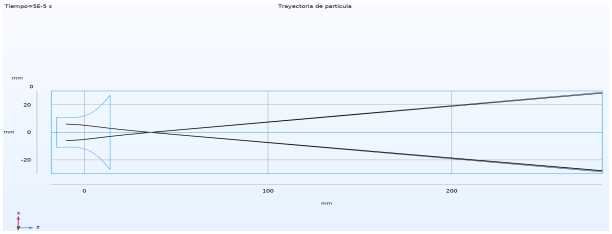
e



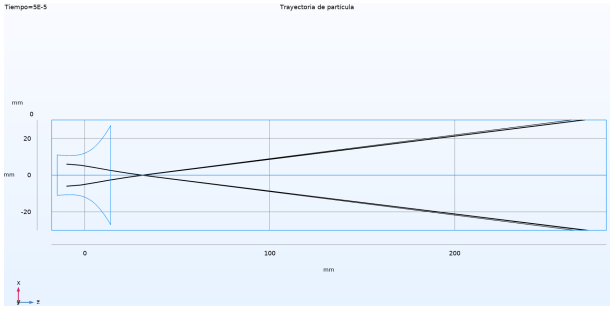
f



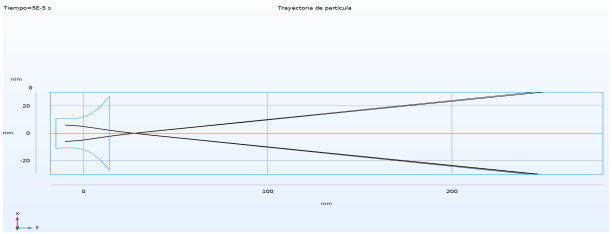
g



h



i



j

Tabla 4: Valores de la distancia focal para los diferentes potenciales aplicado con el calculo del error.

	100eV	**250eV**	**500eV**	**750eV**
100V	79,794 ±7,99	237,31±10,76	510,256±14,23	710,28±17,02
200V	37,3416 ±8,93	110,3312±12,06	216,64 ±15,24	360,016±17,87
300V	21,5 ±8,25	68,4128±13,12	146,47±16,16	233,522±18,69
400V	11,25556 ±6,60	45,508±13,67	109,8656±17,02	168,052±19,44
500V	10,12464 ±6,39	38,022±14,02	91,6274±17,88	122,4698±20
600V	8,69124±5,95	38,9088±14,83	94,5826±18,65	125,903±20,89
700V	6,76724±5,21	30,1956±14,32	73,0154±10,13	88,3654±21,55
800V	-0,1664±2,78	30,529±13,345	38,026±18,48	76,3676±22,17
900V	-1,61314 ±1,72	21,54442±13,34	50,9192±20,13	77,8518±22,79
1000V	-14,80768 ±4,60	21,43764±13,63	51,753±20,77	79,3002±23,42

La variación de los potenciales para diferentes energías iniciales del ion es la información que se recopila en la tabla 4, en la cual es de importancia resaltar los valores de la distancia focal negativas obtenidas para cuando se aplicaron valores de potenciales a partículas con energías de $100eV$, de los cuales $800, 900V, 1000V$ no producen focalización. Si no, por el contrario hacen que los iones regresen a la fuente del haz de iones. Esto permite crear limites para los valores de uso que optimizan la lente de plasma.