

**ANÁLISIS Y CUANTIFICACIÓN DE LAS INCERTIDUMBRES GEOLÓGICAS Y
DE INGENIERÍA EN UN SECTOR DEL CAMPO RUBIALES.**

MAX BRADLEY GÓMEZ GUALDRÓN

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOQUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
BUCARAMANGA
2009**

**ANÁLISIS Y CUANTIFICACIÓN DE LAS INCERTIDUMBRES GEOLÓGICAS Y
DE INGENIERÍA EN UN SECTOR DEL CAMPO RUBIALES.**

MAX BRADLEY GÓMEZ GUALDRÓN

Trabajo de Grado como requisito para optar por el título de
INGENIERO DE PETRÓLEOS.

Director

OSCAR VANEGAS ANGARITA

Ingeniero de Petróleos

Co-director

ALBERTO FLÓREZ

Ingeniero de Petróleos

Departamento de Ingeniería de Yacimiento
Pacific Rubiales Energy Metapetroleum Corp.

Co-director

CARLOS ANDRES NARANJO

Geólogo

Departamento de Ingeniería de Yacimiento
Pacific Rubiales Energy Metapetroleum Corp.

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISCOQUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
BUCARAMANGA
2009**

AGRADECIMIENTOS

Ante todo, agradezco la oportunidad que me ha brindado la petrolera Pacific Rubiales Energy Meta Petroleum Corp., de poder realizar mi trabajo de grado para obtener mi título de Ingeniero de Petróleos.

Quiero agradecer de una forma muy especial al Ingeniero Ysidro Araujo, por darme la oportunidad y el apoyo de realizar este trabajo de grado.

Asimismo quiero agradecer de una forma muy especial a los Ingenieros Alberto Flórez, Wilson Parra, Javier Rodríguez, Oscar Vanegas y al geólogo Carlos Naranjo por su inmensa colaboración en el desarrollo y culminación de este proyecto

También quiero agradecer a los Ingenieros Fabián Hernández, Jorge E. Ramírez C, Myriam Uzcategui, Viviana Bolaños, Jorge Suarez, Miguel Guilmain por transmitirme sus conocimientos, además de ayudarme a ser un mejor ingeniero.

Al grupo de Petrofísica conformado por las ingenieras Libia Landaeta y Monica Niampira por brindarnos su colaboración para desarrollar parte de esta tesis.

Agradezco también a la línea de Geología encabezada por la geóloga Rosa Lavado, Lucila Morales, los señores Henry Zamora, Juan Pablo Gómez, Cesar Morales, el viejo Fercho, y los señores Cesar y Jorge.

UNIVERSIDAD

Agradezco a la Universidad Industrial de Santander por darme los conocimientos necesarios durante estos años para poder realizar de forma exitosa mi trabajo de tesis.

MAX BRADLEY GÓMEZ GUALDRÓN

DEDICATORIA

A DIOS, mi eterno guía, quien no me abandona en ninguno de los eventos más importantes de mi vida.

A mi madre y mi padre, quienes son el más claro ejemplo del amor que se puede sentir por un hijo, y en últimas, es gracias a su infinito esfuerzo por sacarme adelante por el cual yo estoy donde estoy.

A mis hermanos Wendell Franz, Alwin Serguey, Roy Stephen y Janssen Jeffreys, gracias por su apoyo, consejos y cariño para conmigo. A la flaca Mile y a mi comadre Leidy, por aguantarse ha este desnutridito cuñado.

A mi cagonxita hermosa, por darme su sincero amor, por apoyarme y complacerme todos los días de mi vida con su bonita compañía.

A mi ahijado Bryan, y sobrinas Dafne y Lauren, al compartir y alegrarme los gratos momentos de los días fríos capitalinos.

A toda la familia ACEIP, por compartir gratos y duros momentos en especial al viejo Palma, y a las niñas Sandra Vega, Andrea Ordoñez, Silvia Jaramillo, Silvia Rueda y demás brujas de la familia ACEIP.

Al viejo Rafa, Miguel Martínez, Carlos Blanco, verdaderos amigos, por estar a mi lado cuando estaba feliz y cuando ciertas circunstancias me bajaron el ánimo, y terminábamos pidiendo una pa'la sed.

Y a todos mis amigos que me acompañaron incondicionalmente.

MAX BRADLEY GÓMEZ GUALDRÓN

CONTENIDO

<i>INTRODUCCIÓN</i>	1
1 GENERALIDADES DEL CAMPO	3
1.1 UBICACIÓN DEL CAMPO RUBIALES.....	3
1.2 RESEÑA HISTÓRICA CAMPO RUBIALES.....	3
1.3 CARACTERÍSTICA DEL CAMPO RUBIALES.....	5
1.4 CARACTERÍSTICAS DE LOS FLUIDOS	7
1.5 GEOLOGÍA.....	9
1.5.1 Marco Geológico Regional.....	9
1.5.2 Marco Estructural	10
1.5.3 Marco Estratigráfico	13
2 INCERTIDUMBRE: CONCEPTO Y FUENTES	18
2.1 DECISIONES QUE INVOLUCRAN INCERTIDUMBRE.....	22
2.2 ANÁLISIS DE RIESGO E INCERTIDUMBRE.	24
2.3 CUANTIFICACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE.	25
2.3.1 Cualificación y Caracterización probabilística de las variables de entrada.....	31
2.3.2 Propagación de la Incertidumbre	32
2.4 ANÁLISIS DEL IMPACTO DE LA INCERTIDUMBRE.	40
2.4.1 Análisis de Sensibilidad.	40
3 ANÁLISIS DE RIESGO EN LA FASE DE DESARROLLO	45
3.1 TRATAMIENTO PROBABILÍSTICO.	46
3.1.1 Incertidumbre en medio físico.....	47
3.1.2 Otros tipos de Incertidumbres	49

0		
3.2	UTILIZACIÓN DE LA SIMULACIÓN NUMÉRICA EN EL ANÁLISIS DE RIESGO.	50
3.3	METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE RIESGO ADOPTADA.	51
3.4	SELECCIÓN DE ATRIBUTOS.	53
3.5	ESTRATEGIA DE PRODUCCIÓN.....	55
3.5.1	Parámetros de producción y económicos.	57
3.5.2	Valor de la información	59
3.5.3	Valor de la flexibilización.....	59
3.6	INTEGRACIÓN DE LAS INCERTIDUMBRES EN LA FASE DE DESARROLLO.....	60
3.7	DIFICULTADES ENCONTRADAS EN EL PROCESO DEL ANÁLISIS DE RIESGO.	61
4	<i>PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</i>	63
4.1	CARACTERIZACIÓN PROBABILÍSTICA DE LOS ATRIBUTOS DE ENTRADA AL POES.....	65
4.1.1	Caracterización Probabilística del Área.	65
4.1.2	Caracterización Probabilística de Sw, ANP y Φ	68
4.1.3	Contacto Agua-Petróleo (WOC).....	72
4.2	CARACTERIZACIÓN PROBABILÍSTICA DE LOS ATRIBUTOS DE ENTRADA AL ANÁLISIS ECONÓMICO	74
4.2.1	Calculo de Reservas	74
4.2.2	Parámetros para el Análisis Económico.....	78
4.2.3	Caracterización Probabilística en la Disponibilidad de la Producción Asociado a la Eficiencia del Sistema de Producción (Disponibilidad).....	82
5	<i>ANÁLISIS DE RESULTADO</i>	87
5.1	CALCULO DEL POES.....	87

5.1.1	Caracterización determinística del Atributo de Salida, POES.	87
5.1.2	Caracterización Probabilística del Atributo de Salida, POES.....	88
5.1.3	Correlación Probabilística del Atributo de Salida, POES.	90
5.1.4	Análisis de Sensibilidad del Atributo de Salida, POES.....	93
5.2	CÁLCULO DEL FACTOR DE RECOBRO EN UN SECTOR DEL CAMPO RUBIALES.....	95
5.3	ANÁLISIS ECONOMICO.	95
5.3.1	Análisis de Sensibilidad del Atributo de Salida, VPN.	100
	<i>CONCLUSIONES</i>	102
	<i>RECOMENDACIONES</i>	105
	<i>REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS</i>	107

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1. Ubicación del Campo Rubiales.	3
FIGURA 2. Geometría de depositación del Campo Rubiales.	5
FIGURA 3. Corte esquemático Regional de la Cuenca de los Llanos Orientales.	10
FIGURA 4. Ubicación Geológica del Campo Rubiales.	11
FIGURA 5. Mapa Estructural al tope del Yacimiento, versión 2008.	12
FIGURA 6. Mapa Estructural al tope del Yacimiento, versión 2008.	12
FIGURA 7. Mapa Estructural al tope del Yacimiento, versión 2.008.	13
FIGURA 8. Mapa Estructural al tope del Yacimiento, versión 2008.	14
FIGURA 9. Columna Estratigráfica generalizada para la Cuenca de los Llanos Orientales.	15
FIGURA 10. Columna Estratigráfica Campo Rubiales.	16
FIGURA 11. Niveles de Conocimiento.	19
FIGURA 12. Tipos de Incertidumbre.	20
FIGURA 13. Fuentes de Incertidumbre.	21
FIGURA 14. Alternativas para Abordar la Incertidumbre. Fuente. Gerencia de Incertidumbre.	23
FIGURA 15. Análisis de Riesgo e Incertidumbre.	24
FIGURA 16. Análisis por Escenarios.	27
FIGURA 17. Incertidumbre en las Entradas.	29
FIGURA 18. Incertidumbre en el Modelo.	29
FIGURA 19. Incertidumbre Total.	30
FIGURA 20. Cuantificación y Propagación.	31
FIGURA 21. Clasificación de las Distribuciones de Probabilidad.	32
FIGURA 22. Evaluación de Incertidumbre.	33
FIGURA 23. Simulación Montecarlo.	34
FIGURA 24. Diagrama de Flujo Simulación Montecarlo.	35

FIGURA 25. Gráficos X vs. Y de dispersión para Identificación de Correlación. ..	37
FIGURA 26. Análisis de Sensibilidad – Diagrama de Tornado Clásico.	41
FIGURA 27. Gráfico de Tornado del POES.	43
FIGURA 28. Flujograma del Proceso del Análisis de Riesgo	53
FIGURA 29. Distribución de Probabilidades de un Atributo Partiendo de Posibles Realizaciones.....	54
FIGURA 30. Selección del Área de estudio en un sector del Campo Rubiales. ...	66
FIGURA 31. Distribución de Probabilidad para el Área	67
FIGURA 32. Distribución de Probabilidad para la Saturación de Agua (Sw).	69
FIGURA 33. Distribución de Probabilidad para la Porosidad (Φ).....	70
FIGURA 34. Distribución de la Arena Neta Petrolífera (ANP).....	71
FIGURA 35. Distribución de Probabilidad para la Arena Neta Petrolífera (ANP)..	71
FIGURA 36. Mostrando diferentes profundidades del WOC, desde el oeste hacia el este del Campo Rubiales.	72
FIGURA 37. Distribución de Probabilidad para el Contacto Agua- Petróleo (WOC).....	73
FIGURA 38. Análisis de la Curva de Declinación Tipo Pozo	75
FIGURA 39. Distribución de Probabilidad para el Exponente de Declinación (b). 77	
FIGURA 40. Distribución de Probabilidad para del Coeficiente de Declinación (Di).	78
FIGURA 41. Variación de los precios del crudo (WTI) vs. Tiempo.	80
FIGURA 42. Distribución de Probabilidad para el Precio Equivalente al Crudo Rubiales (US\$/bbl).....	81
FIGURA 42. Distribución de Probabilidad a Costos de Operación por Barril Producido (Costos de Producción).	82
FIGURA 44. Distribución de Probabilidad en la Disponibilidad de la Producción Asociado a la Eficiencia del Sistema de Producción. (Disponibilidad).....	83
FIGURA 45. Distribución de Probabilidad en los Servicios de Perforación. (Servicios de Perforación).....	84

FIGURA 46. Distribución de Probabilidad del Completamiento.	84
FIGURA 47. Distribución de Probabilidad de las Facilidades de Superficie.	85
FIGURA 48. Mapa de ANP, al generar el área para cada espesor promedio del área seleccionada (En un sector del campo Rubiales).	87
FIGURA 49. Mapa de ANP, al generar el área para cada espesor promedio del área seleccionada (En un sector del campo Rubiales).	88
FIGURA 50. Distribución de Probabilidad de las Facilidades de Superficie.	89
FIGURA 51. Distribución de Probabilidad de las Facilidades de Superficie.	89
FIGURA 52. Correlación Probabilística del POES vs. Sw.	90
FIGURA 53. Correlación Probabilística del POES vs. ANP.	91
FIGURA 54. Correlación Probabilística del POES vs. Φ	92
FIGURA 54. Correlación Probabilística del POES vs. ÁREA.	93
FIGURA 53. Diagrama de Tornado al cálculo del POES.	94
FIGURA 57. Distribución de Probabilidad del VPN.	96
FIGURA 58. Distribución de Probabilidad del VPN.	96
FIGURA 59. Curva de Riesgo del TIR.	97
FIGURA 60. Distribución de Probabilidad del TIR.	98
FIGURA 61. Flujo de Caja en un periodo dado del proyecto.	99
FIGURA 62. Flujo de Caja en un periodo dado del proyecto.	99
FIGURA 63. Diagrama de Tornado al indicador de rentabilidad del VPN.	100
FIGURA A.1. Función de Densidad de Probabilidad.	113
FIGURA 31. Mapa Área probables. En un sector del Campo Rubiales	175
FIGURA 32. Mapa Área posibles de un sector del. Campo Rubiales	176
FIGURA 33. Mapa Área posibles de un sector del. Campo Rubiales	177

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Factores del Yacimiento y de los Fluidos.....	8
Tabla 2. Estructura de Costos.....	26
Tabla 3 Clasificación de atributos inciertos del Yacimiento en un sector del Campo Rubiales.....	55
Tabla 4 Niveles de Incertidumbre para el Área.....	68
Tabla 5 Niveles de Incertidumbre para la Saturación de Agua (Sw).....	69
Tabla 6 Niveles de Incertidumbre para la Porosidad.....	70
Tabla 7 Niveles de Incertidumbre para la Arena Neta Petrolífera.....	72
Tabla 8 Niveles de Incertidumbre para el Contacto Agua-Petróleo.....	74
Tabla 9 Resultados obtenidos del Forecast.....	76
Tabla 10 Niveles de Incertidumbre para el Exponente de Declinación.....	77
Tabla 11 Niveles de Incertidumbre para el Coeficiente de Declinación.....	78
Tabla 12 Niveles de Incertidumbre para el Precio Equivalente al Crudo Rubiales.....	81
Tabla 13 Niveles de Incertidumbre para el Costo de Producción.....	82
Tabla 14 Niveles de Incertidumbre en la Disponibilidad de la Producción Asociado a la Eficiencia del Sistema de Producción.....	83
Tabla 15 Niveles de Incertidumbre en los Servicios de Perforación.....	84
Tabla 16 Niveles de Incertidumbre del Completamiento.....	85
Tabla 17 Niveles de Incertidumbre de las Facilidades de Superficie.....	86
Tabla 18 Niveles de Incertidumbre de las Facilidades de Superficie.....	86
Tabla 19 Niveles de Incertidumbre en el cálculo determinístico del POES.....	88
Tabla 20 Niveles de Incertidumbre al POES.....	90
Tabla 21 Contribución a la varianza del POES.....	94
Tabla 21 Propiedades de Petróleo y Roca en un sector del campo Rubiales.....	95
Tabla 23 Niveles de Incertidumbre del VPN.....	97
Tabla 24 Niveles de Incertidumbre del VPN.....	98
Tabla 25 Contribución a la varianza del VPN.....	101

Tabla 26 Atributos críticos en la selección de la mejor estrategia de desarrollo del
área de interés 167

Tabla 27. Atributos críticos en la selección de la mejor estrategia de desarrollo del
área de interés 170

LISTA DE ANEXOS

Anexo A	Estadística Descriptiva y Distribuciones de Probabilidad	111
Anexo B	Caracterización Probabilística	153
Anexo C	Análisis de Curvas De Declinación.....	166
Anexo D	Estudio de Reservas	174

RESUMEN

TITULO:

ANÁLISIS Y CUANTIFICACIÓN DE LAS INCERTIDUMBRES GEOLÓGICAS Y DE INGENIERÍA EN UN SECTOR DEL CAMPO RUBIALES.*

AUTOR:

MAX BRADLEY GÓMEZ GUALDRÓN **

PALABRAS CLAVES:

Incertidumbre, Análisis de Riesgo, Simulación, sector del Campo Rubiales.

DESCRIPCION:

En el análisis de decisión aplicada al desarrollo de campos de petróleo debe ser llevado en consideración el riesgo asociado a varios tipos de incertidumbres. En la transición entre las fases de evaluación y desarrollo, la importancia del riesgo asociado al factor de recobro crece significativamente. El proceso es complejo debido a: (1) altas inversiones, (2) gran número de variables inciertas, y (3) fuerte dependencia de los resultados con la definición de la estrategia de producción. Esta complejidad, en muchos casos, causa dificultades en la utilización de técnicas confiables para evaluar el riesgo correctamente o demanda excesivo en el esfuerzo computacional. Por eso, metodologías para cuantificar el impacto de incertidumbres no están bien definidas debido a la necesidad de simplificaciones en el proceso y la falta de conocimiento del impacto de esas simplificaciones. De esa forma, el objetivo de este trabajo es definir una metodología a través de un estudio detallado del proceso de análisis de riesgo en la fase de desarrollo a través de la cuantificación de técnicas de simplificación para acelerar el proceso sin pérdida significativa de precisión, destacando: tratamiento de atributos, combinación gradual, y uso de modelos representativos para integrar efectos de diferentes tipos de incertidumbre con la definición de estrategia de producción. La metodología tiene el objetivo de dar soporte las decisiones con mayor confianza, mostrando los puntos críticos del proceso y cuantificando el impacto de simplificaciones que pueden ser hechas de manera a hacer el proceso estandarizado y de fácil utilización. Los resultados del caso estudiado en un sector del Campo Rubiales, muestran que los criterios adoptados son buenos indicativos de la viabilidad de la metodología, mejorando el desempeño y confianza del análisis de riesgo.

* Tesis de Grado

** Facultad de Ingenierías Físicoquímicas, Escuela de Ingeniería de Petróleos,
Tutores: Oscar Venegas Angarita, Alberto Flórez, Carlos Andrés Naranjo

ABSTRACT

TITLE:

ANALYSIS AND QUANTIFICATION OF UNCERTAINTIES IN ENGINEERING AND GEOLOGICAL IN A SECTOR RUBIALES FIELD.*

AUTHOR:

MAX BRADLEY GÓMEZ GUALDRÓN**

KEYWORDS:

Uncertainty, Risk Analysis, Simulation, Field Sector Rubiales.

DESCRIPTION:

In the decision analysis applied to developing oil fields should be taken into consideration the risk associated with various types of uncertainties. In the transition between the phases of assessment and development, the importance of risk associated with the recovery factor increases significantly. The process is complex because: (1) high investments, (2) large number of uncertain variables, and (3) strong dependence of the results with the definition of product strategy. This complexity, in many cases, difficulties in the use of reliable techniques to assess risk correctly or excessive demand on the computational effort. Therefore, methodologies to quantify the impact of uncertainties are not well defined because of the need for simplification in the process and lack of knowledge of the impact of these simplifications. Thus, the aim of this study is to define a methodology through a detailed study of the risk analysis process in the development phase through the quantification of simplification techniques to accelerate the process without significant loss of accuracy, highlighting: treatment of attributes, gradual combination and use of representative models to incorporate effects of different types of uncertainty with the definition of product strategy. The methodology aims to support decisions with greater confidence, showing the critical points of the process and quantifying the impact of simplifications that can be done to make the process as standardized and easy to use. The results of case study in a sector Rubiales Field show that the criteria adopted are good indicators of the viability of the methodology, improving performance and reliability of risk analysis.

* Degree Thesis.

** Physic-Chemical Engineering Faculty, School of Petroleum Engineering,
Tutors: Oscar Venegas Angarita, Alberto Flórez, Carlos Andrés Naranjo.

INTRODUCCIÓN

“La certidumbre absoluta es un privilegio de mentes poco educadas y de fanáticos”¹

Frente a los altos precios del petróleo, a consecuencia de la desproporción entre la cantidad de yacimientos petroleros de crudo liviano y la demanda de energía en el mundo, el mercado se ha visto en la necesidad de buscar otras fuentes de energía, cuestión que ha permitido el desarrollo de proyectos como el Campo Rubiales, del que se presume la existencia de importantes reservas de crudo pesado.

El Campo Rubiales es operado por PACIFIC RUBIALES ENERGY METAPETROLEUM Corp., y por ECOPETROL. Está localizado en el sureste de la Cuenca de los Llanos Orientales, en el departamento del Meta, Colombia. El yacimiento lo constituyen las areniscas de la parte inferior de la Formación Carbonera depositadas en un ambiente predominante fluvial de edad Eoceno Tardío-Oligoceno Temprano. La producción del campo proviene principalmente de la Formación Carbonera, de edad Eoceno Tardío-Oligoceno Temprano, llamada informalmente “Arenas Basales”.

Con el fin de poder incrementar el factor de recobro en un sector del Campo Rubiales, se hace necesario establecer herramientas que permitan ajustar los modelos de predicción relacionados con la incertidumbre del yacimiento, la cual permitirá establecer la mejor estrategia de desarrollo del campo contribuyendo a la optimización de la producción y del factor de recobro del yacimiento.

¹ COSTA, A.P.A., Schiozer, D.J. Risk Analysis Applied to the Appraisal Phase of Petroleum Fields.2002

En la realización de este trabajo se utilizó la herramienta software especializado en gerenciamiento de yacimientos, Oil Field Manager (OFM) de Schlumberger, el cual permite realizar diferentes procedimientos de interpretación ingenieril a cada uno de los pozos presentes en el área de estudio. Para el cálculo del petróleo original en sitio (POES), se utilizo el software PETREL TM, donde se realizaron los cálculos determinísticos y probabilísticos.

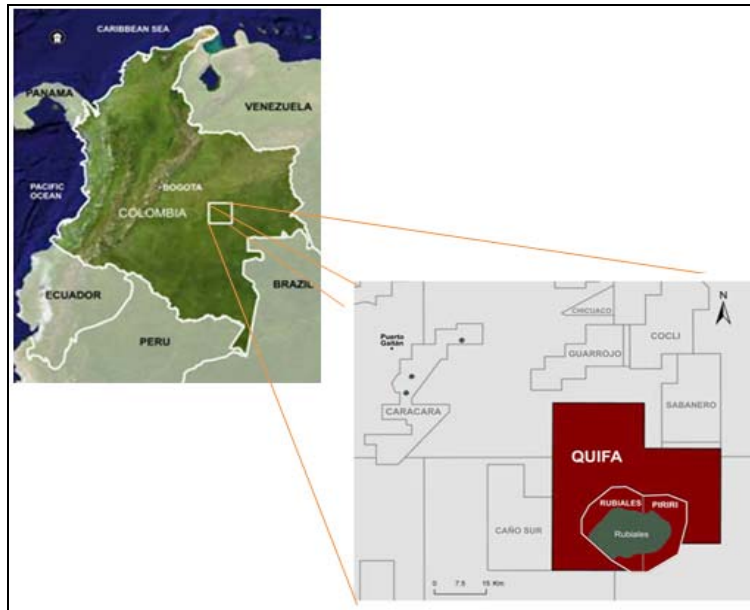
Finalmente se utilizo la herramienta software Crystal Ball de Oracle para analizar los atributos identificados en las incertidumbres asociadas al área de estudio y la incorporación de esta información en los modelos probabilísticos en relación al POES.

1. GENERALIDADES DEL CAMPO²

1.1 UBICACIÓN DEL CAMPO RUBIALES

El Campo Rubiales está localizado en el sureste de la Cuenca de los Llanos Orientales, a 250 Km al SE de la Ciudad de Villavicencio en el Departamento del Meta y a 465 Km de la Ciudad de Bogotá, Colombia (Figura 1).

Figura 1. Ubicación del Campo Rubiales.



Fuente. Gerencia de Yacimientos Pacific Rubiales Energy Metapetroleum CORP.

1.2 RESEÑA HISTÓRICA CAMPO RUBIALES

El Campo Rubiales fue descubierto en el año de mil novecientos ochenta y uno (1.981), por la compañía Intercol una subsidiaria en Colombia de la compañía

² Pacif Rubiales Energy Metapetroleum Corp. Files o historias de Pozo Campo Rubiales.

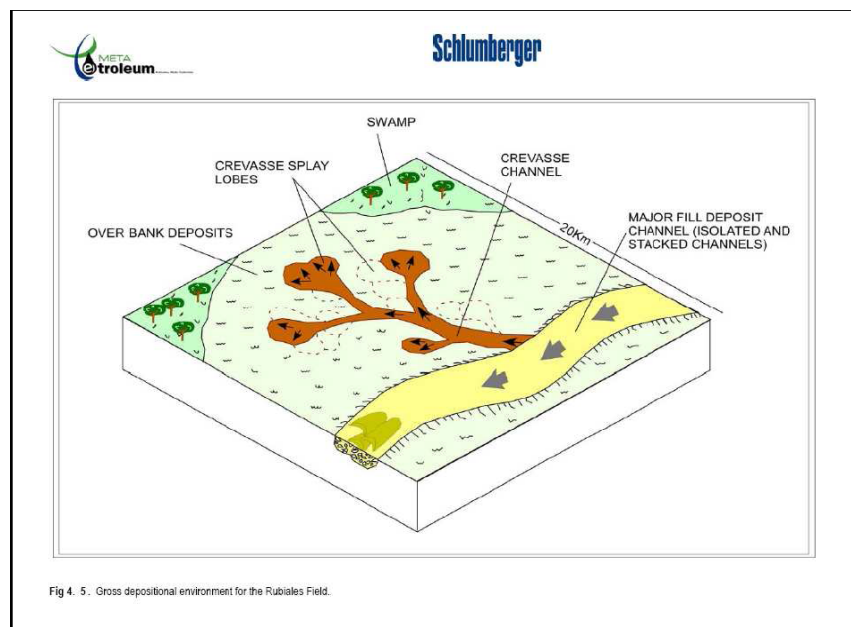
Exxon, donde perforó el pozo Rubiales-1. En el año de mil novecientos ochenta y ocho (1.988), la Empresa Colombiana de Petróleos (ECOPETROL), y las compañías Tethys Petroleum, Tumsector y Astralstake (Las Asociadas), firman los contratos de Participación de Riesgo Rubiales y Asociación Pirirí. En el año de mil novecientos noventa y cinco (1.995), Las Asociadas inician la explotación bajo la modalidad de Solo Riesgo, es decir, de manera autónoma. En el año de mil novecientos noventa y siete (1.997), el Campo Rubiales, por problemas de orden público se cierra en el mes de Agosto. En el año dos mil (2.000), se reinician operaciones en el Campo Rubiales. En el año dos mil dos (2.002), los grupos Elliot y Synergy, entran a participar en calidad de inversionistas y fiscalizadores de Las Asociadas dejando a Tethys Petroleum la función de compañía operadora del Campo. En el año dos mil tres (2.003), se lleva a cabo la Primera Campaña de Perforación con 14 pozos verticales de desarrollo con éxito; se fusionan las compañías Coplex, Rubiales y Tumsector y pasan a ser absorbidas por Meta Petroleum Corp., compañía que a partir entonces comienza a actuar como operador del Campo con el 80% y le concede a Tethys Petroleum el porcentaje restante. En el año dos mil cinco (2.005), se sigue con la Segunda Campaña de Perforación en 15 pozos (tres horizontales, un monitor, un inyector, dos exploratorios-QUIFA-, tres de avanzada y cinco en desarrollo). A comienzos del dos mil seis (2.006), se cumple el objetivo del Proyecto de los 12K o doce mil barriles de petróleo por día (12.000 bpd petróleo); además se comienza la Tercera Campaña de Perforación de pozos horizontales de desarrollo, y en el mes de Abril se inicia la Operación Conjunta y finaliza la etapa de explotación Solo Riesgo, lo que redundó en el inicio de la participación de Ecopetrol en la operación del campo. En el año dos mil siete (2.007), en el mes de julio, Petro Rubiales Energy adquiere la totalidad de la participación del grupo Elliot y parte de la participación del grupo Synergy, a cuatro meses antes de la fecha prevista se logra el objetivo de los 17K o (17.000 bpd petróleo); en el mes de octubre se comienza el proyecto de perforación Pozos de Avanzada. En el año dos mil ocho (2.008), la fusión de Petro Rubiales Energy con Pacific Stratus Energy da origen a Pacific Rubiales

Energy Corporation (Pacific Rubiales Energy Corp.), una matriz de Meta Petroleum, Quifa Petroleum y Tethys Petroleum, y a principios del mes de Febrero se alcanza la producción record de 29.543 bpd petróleo; en el mes de abril entra en funcionamiento el PF-2 (Production Facility), en el Campo Guaduas, con la finalidad de diluir y transportar 26.000 bpd de crudos pesados provenientes del Campo Rubiales- actualmente, los crudos se transportan desde Guaduas hasta el Oleoducto de Alto Magdalena (OAM) a través de nuestro oleoducto de 63.7 km. La producción del Campo presente sobrepasa los 70.000 bpd petróleo.

1.3 CARACTERÍSTICA DEL CAMPO RUBIALES

El desarrollo principal del yacimiento del Campo Rubiales se centraliza en las Areniscas Basales de la formación Carbonera que corresponden a la edad del Eoceno Superior – Oligoceno Inferior (Figura 2)

Figura 2. Geometría de depositación del Campo Rubiales.



Fuente. Gerencia de Yacimientos Pacific Rubiales Energy Metapetroleum CORP.

El tipo de ambiente en el que se depositaron las Areniscas Basales es de tipo Fluvial, la geometría del yacimiento lo califica como complejo porque es una combinación entre canales entrecruzados, canales con sinuosidad alta y canales tipo meandro; los cuales migraron y operaron de forma lateral sobre una llanura aluvial estable (es decir de baja subsidencia), generando una variedad de sub-ambientes entre los que se encuentran: barras, intracanales, islas, entre otros.

Las interpretaciones de los corazones y soportado por registros muestran un dominio fluvial desarrollado por un sistema estuarino. La dirección del sistema fluvial es noroeste, en cualquier punto ubicado en la secuencia del canal, pero la dirección local del flujo puede variar por el carácter sinuoso de algunos canales específicos.

Gran parte de los corazones muestran características de comportamiento el cual consiste en la posición del canal hacia arriba generando una pérdida de la calidad del yacimiento en esa dirección. La base de algunos canales aislados muestra impregnaciones bajas de hidrocarburos e intercalaciones de arcillas. No todo el intervalo del canal son arenas en el yacimiento, en la secuencia total deposicional de la roca yacimiento hay combinaciones de canales relacionados al yacimiento como barras de puntos, barras longitudinales, diques, barras de hendidura y barras transversales.

En las arenas de mayor calidad, se identificaron porosidades superiores al 24%, la facies del canal de hendidura representa por lo general porosidades variables entre 17 al 27%. Los depósitos sobrebancarios son definidos con un volumen de arcilla mayor al 25% del total de los elementos del yacimiento.

Las características de la roca que controla la calidad del yacimiento es el contenido de arcilla-lutita, el contenido de estas dentro de la unidad Areniscas Basales ocurre como nódulos, laminaciones y crecimientos excesivos de granos

antigénicos. Esta distribución se observa en la inspección de los corazones de Rubiales-46 y Rubiales-51.

Análisis realizados a los corazones de los pozos Rubiales-46 y Rubiales-51 determinaron que la porosidad es de tipo intergranular. La unidad de Areniscas Basales tiene un espesor de 140 a 280 pies de espesor y recubre el paleozoico y su interés económico. Es caracterizado por poseer un grano grueso a grano fino con intercalaciones de lutitas y carbones menores. La proporción Arena-lutita es de 70% aproximadamente.

1.4 CARACTERÍSTICAS DE LOS FLUIDOS

Los factores del yacimiento y de los fluidos del Campo Rubiales (Tabla 1.), presenta una profundidad promedio de la Unidad Arenisca Basales de 2.700 Pies TVD, el aceite presente en los yacimientos del Campo Rubiales es de base parafínica y su gravedad API oscila alrededor de los 12.5°API, clasificándose de esta manera como un crudo pesado. De acuerdo al comportamiento de la presión la cual medida a una profundidad promedio de la Unidad Areniscas Basales es de 1.170 psig y a vez a una temperatura de yacimiento de 145 °F la presión de burbuja es de 80 psia, condiciones bajo las cuales la solubilidad del gas es de 5 SCF/STB, el factor volumétrico inicial fue de 1.013 Bbl/STB y la viscosidad del petróleo es 730.98 cP. En cuanto a la salinidad promedio del agua de formación es de 300-1.000 ppm de sólidos disueltos totales.

Tabla 1. Factores del Yacimiento y de los Fluidos.

Parámetro	Propiedades de Roca y Fluido
Profundidad Promedio [U.A.B.]	2.700 [Pies] TVD
Espesor Neto de Arena	140 - 280 [Pies]
Porosidad	18 – 30 [%]
Saturación de Agua	25- 58 [%]
Permeabilidad	3 - 20 [Darcies]
Salinidad de Agua Formación	300 – 1.000 [ppm]
Temperatura de Yacimiento	145 [°F] @ 2.700 [Pies]
Presión de burbuja @ Ty	80 [Psia]
Viscosidad @ Pb	731 [cP]
Compresibilidad del Fluido @ Ty	9.84e10-6 [Psi-1]
Presión del Yacimiento	1.170 [Psig] @ 2.700 [Pies]
Gravedad API	12 .5 [API]
GOR	5 [SCF/STB]
F.V.F	1.013 [Bbl/STB]
Relación Agua Petróleo	4.2 bbls/bbls
%FR	16%

Fuente. Gerencia de Yacimientos Pacific Rubiales Energy Metapetroleum Corp.

1.5 GEOLOGÍA

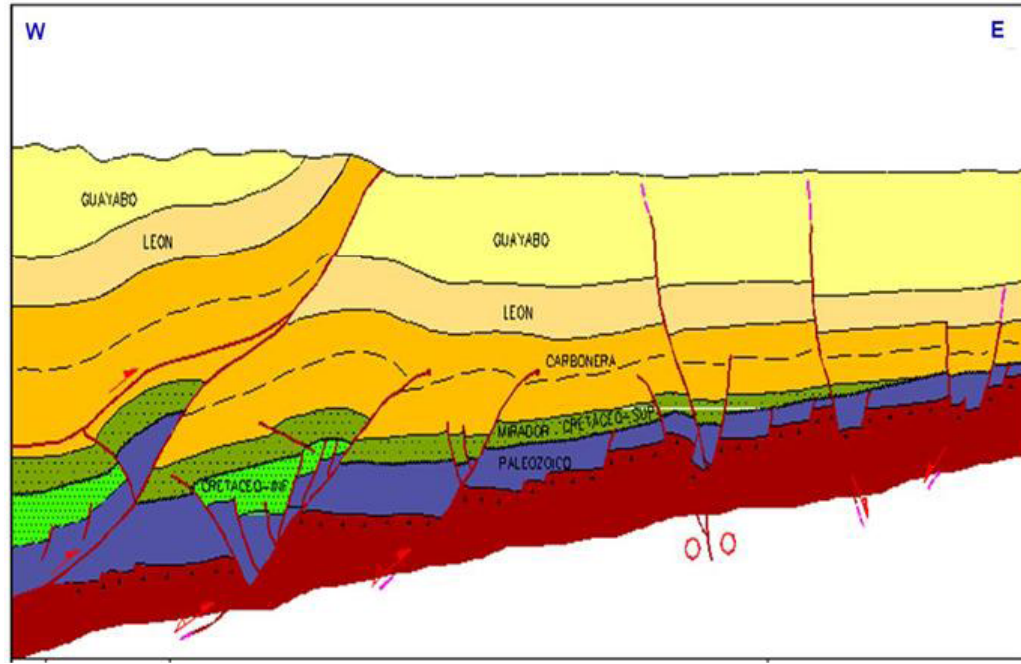
1.5.1 Marco Geológico Regional. Geológicamente, el Campo Rubiales es un extenso monoclinal de rumbo NNE-SSW, localizado en una porción de la cuenca de Antepaís, donde algunos sedimentos Paleógenos y Neógenos están descansando sobre rocas Precámbricas y Paleozoicas del Escudo de la Guyana.

La Acreción de la Cordillera Occidental al Continente Suramericano durante el Cretácico Tardío al Eoceno Medio permitió la creación del espacio de acomodación en donde una secuencia de sedimentos de la Cuenca Antepaís pudo ser depositada. Este proceso de sedimentación finalizó con un importante evento tectónico de deformación ocurrido hacia el Eoceno Medio en este sector de la cuenca, el cual permitió el restablecimiento de una etapa de sedimentación en la Cuenca de Antepaís, específicamente en las áreas de la Cordillera Oriental y de los Llanos, generando los depósitos fluviales, de llanuras costeras y perimareales de las Formaciones Mirador y Carbonera durante el Eoceno Medio y el Oligoceno.

La Cuenca de los Llanos en su configuración presente, se puede dividir en dos dominios estructurales principales: dominio del Piedemonte y dominio de los Llanos y este último puede dividirse a la vez en dos sub-dominios bien definidos: Llanos de Casanare-Arauca y Llanos del Meta. El Campo Rubiales, se encuentra localizado bajo el subdominio de Llanos del Meta.

El estilo dominante en la Cuenca de los Llanos del Meta, es de fallas normales convergencia hacia el Oeste y de sus correspondientes fallas antitéticas convergencias hacia el Este (Figura 3), causadas por flexión como respuesta a la carga tectónica impuesta por la Cordillera Oriental.

Figura 3. Corte esquemático Regional de la Cuenca de los Llanos Orientales.



Fuente. Gerencia de Yacimientos Pacific Rubiales Energy Metapetroleum Corp.

El Campo Rubiales, es el resultado de la migración de aceite generado por las rocas Cretáceas de la sección central de la cuenca. La ruta de migración es proporcionada, preferencialmente, desde el Arco de Santiago en el centro de la Cuenca hacia los bordes de la misma, buzamiento arriba.

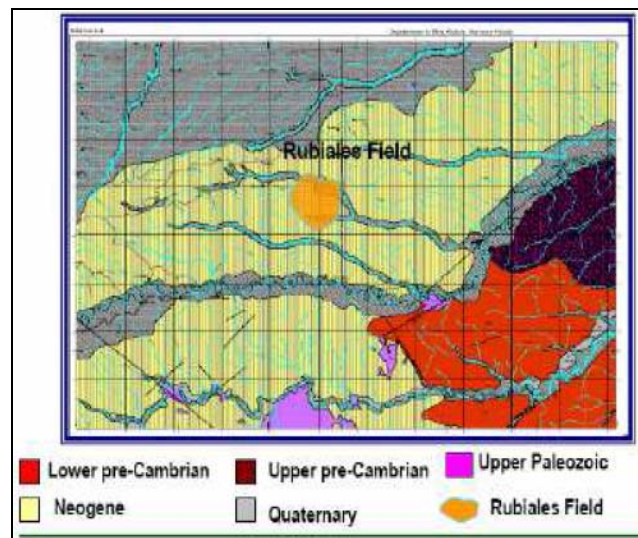
1.5.2 Marco Estructural. La Cuenca de los Llanos se considera que tiene un desarrollo como respuesta a una mega secuencia de synrift, relacionada a la separación de Norte y Sur América en el Proto-Caribe. Las cuencas del Magdalena Medio, la Cordillera Oriental y los Llanos constituyen una cuenca sedimentaria del Triásico al Mioceno – Medio.

A través de las cuencas colombianas, los sistemas de depósito fluvial contienen prolíferos reservorios de hidrocarburos. Los depósitos terciarios de la cuenca de

los Llanos en Colombia corresponden en específico a este sistema de depositación, el cual se forma donde los ríos meándricos y trenzados progradan en cuencas lacustres o marinas. Ríos trenzados, compuestos principalmente por cuerpos de arena de depositación lateral, que están comúnmente interestratificados con finos sedimentos de Overbank.

Geológicamente hablando el Campo Rubiales está localizado en una porción de la Cuenca de Foreland¹, donde algunos sedimentos paleógenos y neógenos están descansando sobre rocas paleozoicas y precámbricas del Escudo de la Guyana. (Figura 4).

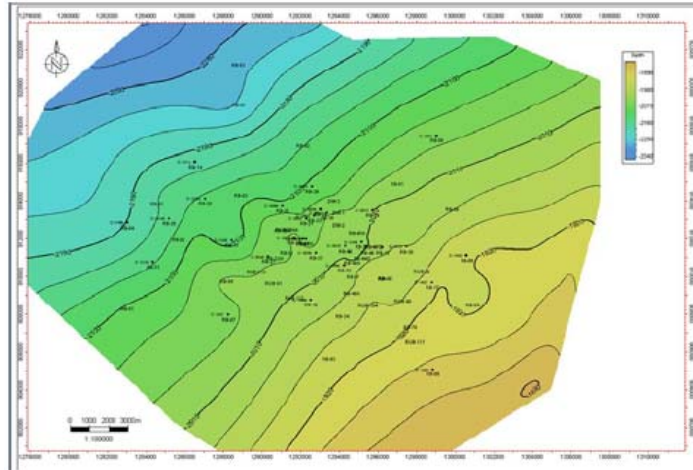
Figura 4. Ubicación Geológica del Campo Rubiales.



Fuente. Gerencia de Yacimientos Pacific Rubiales Energy Metapetroleum Corp.

La estructura del Campo Rubiales está constituida por un amplio monoclinal orientado regionalmente en una dirección N50° E. La mencionada estructura presenta un buzamiento de 0.1° a 1.2° en dirección Noroeste (Figura 5).

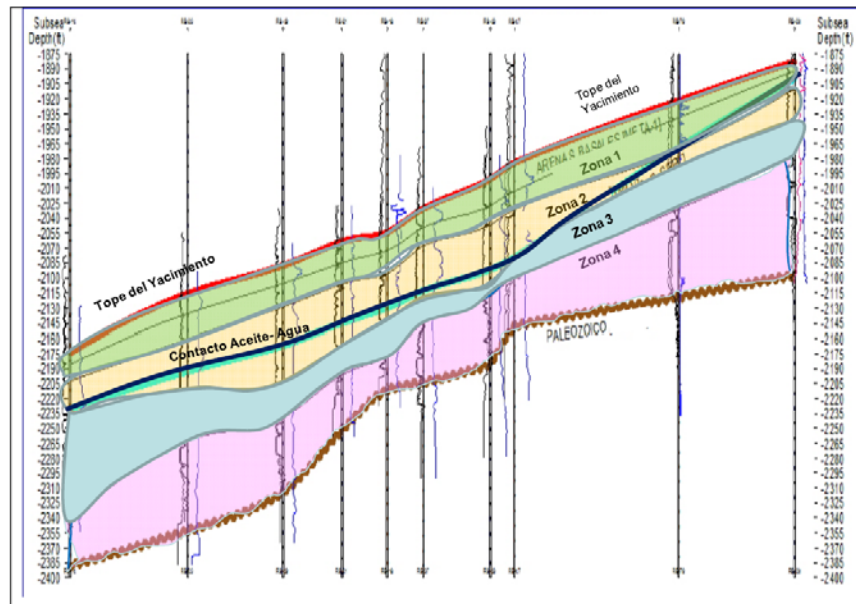
Figura 5. Mapa Estructural al tope del Yacimiento, versión 2008.



Fuente. Gerencia de Yacimientos Pacific Rubiales Energy Metapetroleum Corp.

El caso particular del Campo lo constituye el hecho de identificarse un contacto original agua- petróleo a diferentes profundidades dentro del yacimiento Arenas Basales (Figura 6).

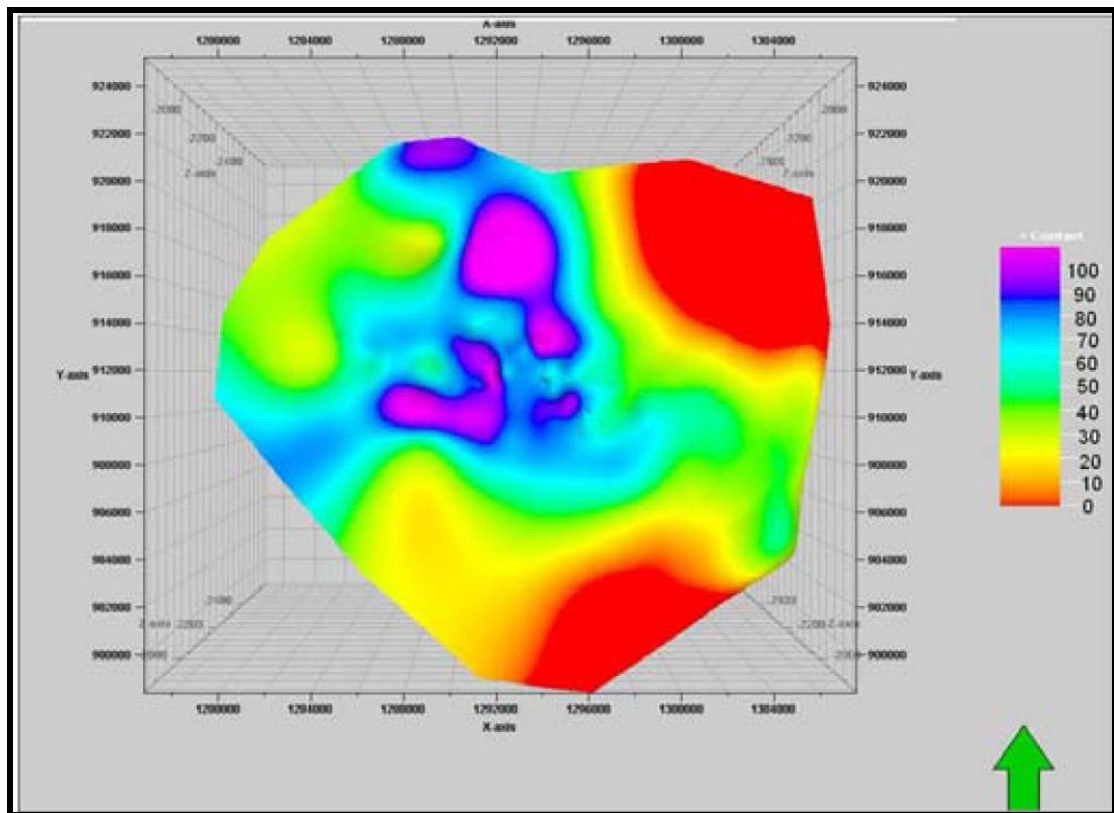
Figura 6. Mapa Estructural al tope del Yacimiento, versión 2008.



Fuente. Gerencia de Yacimientos Pacific Rubiales Energy Metapetroleum Corp.

El contacto agua-petróleo sigue la tendencia estructural del yacimiento, presentando algunos cambios de inclinación hacia el sector oeste del campo (Figura 7).

Figura 7. Mapa Estructural al tope del Yacimiento, versión 2.008.

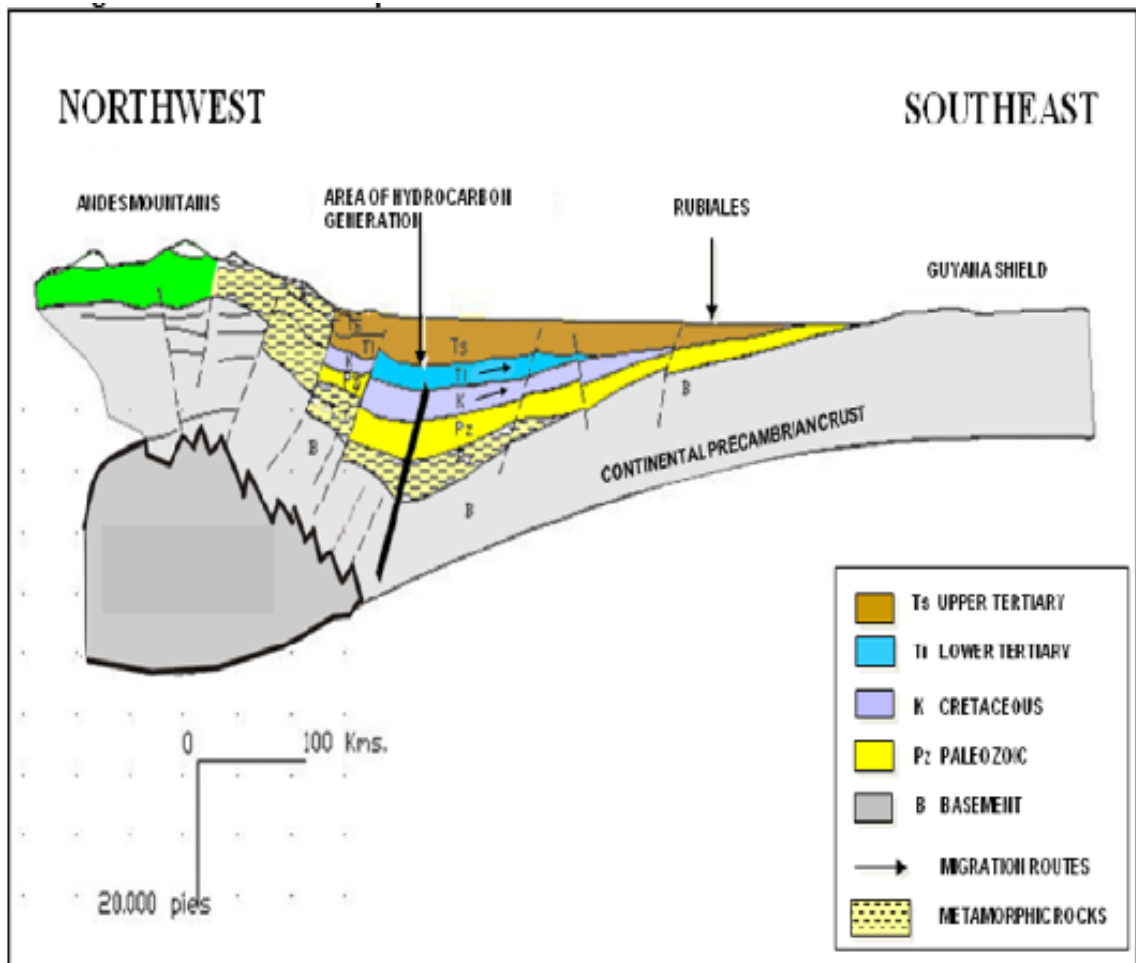


Fuente. Gerencia de Yacimientos Pacific Rubiales Energy Metapetroleum Corp.

1.5.3 Marco Estratigráfico. La Cuenca de los Llanos Orientales se extiende desde el cabalgamiento frontal de la Cordillera Oriental de Colombia, al Oeste hasta los afloramientos Precámbricos del Escudo Guayanés (Río Orinoco - Guaviare) al Este, se trata de una Cuenca asimétrica constituida por sedimentos cretáceos y terciarios que descansan discordantemente sobre el Paleozoico y el Basamento.

La secuencia sedimentaria de edad Paleozoica – Pleistoceno sobrepasa los 25.000 pies en proximidades de la Cordillera Oriental y disminuye progresivamente en dirección Este – Sureste donde alcanza 2.000’ a 3.000’ aproximadamente (Figura 6).

Figura 8. Mapa Estructural al tope del Yacimiento, versión 2008.



Fuente. Gerencia de Yacimientos Pacific Rubiales Energy Metapetroleum Corp.

La secuencia estratigráfica en el Campo, está constituida por rocas que van desde el Paleozoico Inferior hasta el Terciario (Formaciones Carbonera, León Shale, Guayabo y Necesidad) separadas por discordancias regionales (Figura 7).

Figura 10. Columna Estratigráfica Campo Rubiales.

COLUMNA ESTRATIGRÁFICA GENERALIZADA					
EDAD	FORMACIÓN	LITOLOGÍA	DESCRIPCIÓN	AMBIENTE DEPOSICIONAL	
TERCIARIO	FORMACION NECESIDAD		Conglomerados en una matriz areno-arcillosa.	CONTINENTAL	
	FORMACION GUAYABO		Arenisca carnemita, gris de grano medio a grueso, regularmente regularmente seleccionada, friable. Intercalaciones de arcillolitas y limolitas.	CONTINENTAL	
	FORMACION LEON		Shale gris verdoso, fisil, laminar, astilloso moderadamente compacto	MARINO SOMERO	
	FM. CARBONERA	C-1		Arenisca blanca, de grano fino shale gris verdoso fisil laminar.	COSTANERO BAJO
		C-2			MARINO SOMERO
		INTERMEDIO		Intercalaciones de areniscas grisáceas y arcillolitas.	COSTANERO BAJO
	ARENAS BASEALES		Arenisca cuarzosa, blanca, fina a gruesa, regularmente seleccionada.	CONTINENTAL FLUVIAL	
HIATUS					
PALEOZOICO	PALEOZOICO		Arenisca gris, fina a gruesa, bien cementada compacta localmente intercalaciones de shale y limolita	MARINO	
PRE-CAMBRICO	BASAMENTO IGNEO		Rocas graníticas, metamórfitas y magmáticas.		

Fuente. Gerencia de Yacimientos Pacific Rubiales Energy Metapetroleum Corp.

El yacimiento lo constituyen las areniscas del tercio inferior de la Formación Carbonera, de edad Eoceno Tardío-Oligoceno Temprano, llamadas informalmente "Arenas Basales", las cuales fueron depositadas en un ambiente predominantemente fluvial y reposan discordantemente sobre rocas Paleozoicas. El yacimiento se encuentra entre los 2.400 y los 2.900 pies de profundidad, con muy baja sobrecarga, razón por la cual las rocas tienden a ser relativamente inconsolidadas. En general se presentan porosidades entre 25 y 33% y permeabilidades en el rango de 3 a 20 Darcies, propiedades que indican una muy buena calidad de roca reservorio.

2. INCERTIDUMBRE: CONCEPTO Y FUENTES³

Se define “incertidumbre” como “el estado o calidad de no estar seguro, estar falto de conocimiento o con duda”⁴.

En este texto se definirá la incertidumbre como un atributo de todo cuanto rodea al hombre y del hombre mismo; mientras que el nivel de incertidumbre se interpretará como una medida de la inseguridad o grado de desconocimiento acerca del valor que puede tomar una variable, proceso o fenómeno bajo estudio.

Cuando se estudia un proceso específico, el nivel de conocimiento sobre el mismo puede variar desde el extremo de no saber absolutamente nada acerca del mismo (ignorancia total), hasta el extremo de llegar a entender y modelar completamente su comportamiento (certidumbre total).

Ambos extremos, son poco probables en la realidad, ya que a pesar de no disponer de ningún modelo que caracterice las variables, fenómeno o proceso bajo estudio, siempre se dispone de un mínimo de información que nos separa de la ignorancia total. Asimismo, aun cuando se considere, en nuestra limitada visión cognoscitiva, que se tiene bien caracterizado un proceso, existen ciertamente eventos fortuitos o efectos de variables secundarias o exógenas débilmente caracterizados que ponen en tela de juicio nuestro nivel de certidumbre.

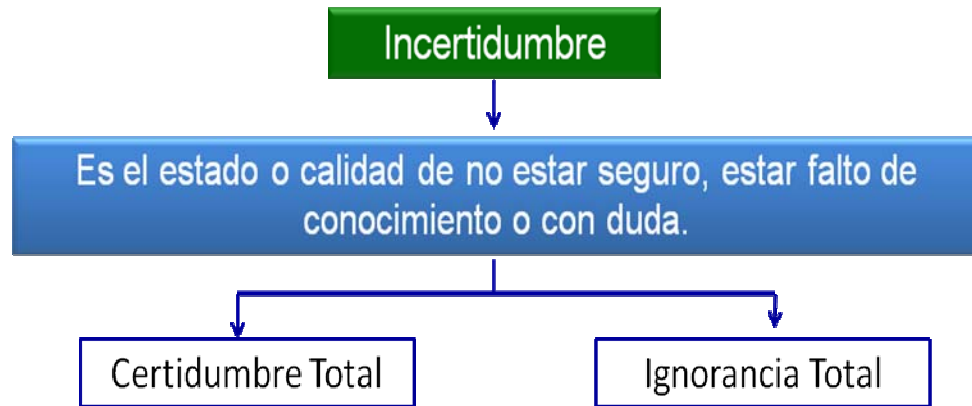
Bajo este contexto, el escenario más común es el de la incertidumbre; es decir, disponer de un nivel de conocimiento que es mayor que la ignorancia total, pero

³ YAÑES, Medardo; GÓMEZ, Hernando; VALBUENA, Genebelin. Gerencia de la Incertidumbre. 2002

⁴ Webster`s Unabridget New Universal Dictionary

que no alcanza el estado de certidumbre total. El grado de separación entre el nivel de conocimiento del proceso que se tenga, y el estado de certidumbre total se define como nivel de incertidumbre (Figura 11).

Figura 11. Niveles de Conocimiento.



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

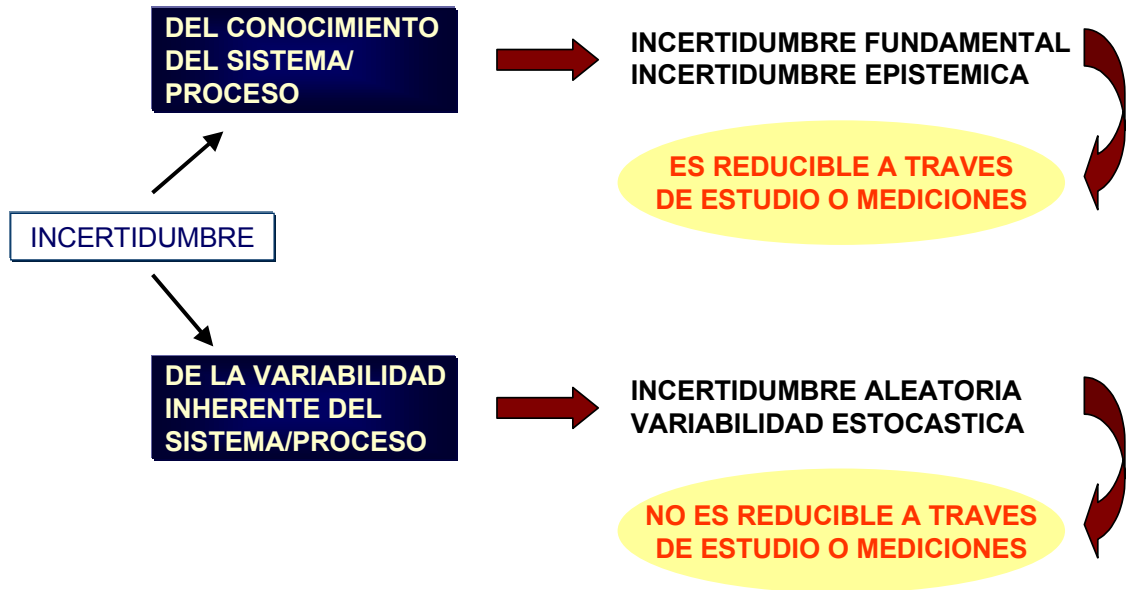
Este nivel de incertidumbre, es tratado de diferentes maneras dependiendo de la particular actividad profesional y frecuentemente se mimetiza bajo el término de factor de seguridad, o bajo el término de contingencia, o cualquier otro término similar (colchón, factor de riesgo, etc.). En todo caso, el nivel de incertidumbre se suele reflejar en las formas de:

- Sobre dimensionamiento o sub-dimensionamiento
- Sobre mantenimiento o sub-mantenimiento
- Presupuestos sobre estimados o sub-estimados
- Fallas o paros no planificados
- Estimaciones erradas y desaciertos.

Resultaría una respuesta lógica pensar que la incertidumbre proviene del nivel de conocimiento que se tenga sobre las variables, proceso o fenómeno. Sin embargo,

en la mayoría de los casos existe otra fuente de incertidumbre que está ligada a la naturaleza heterogénea o inherentemente aleatoria del proceso considerado (Figura 12)

Figura 12. Tipos de Incertidumbre.



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

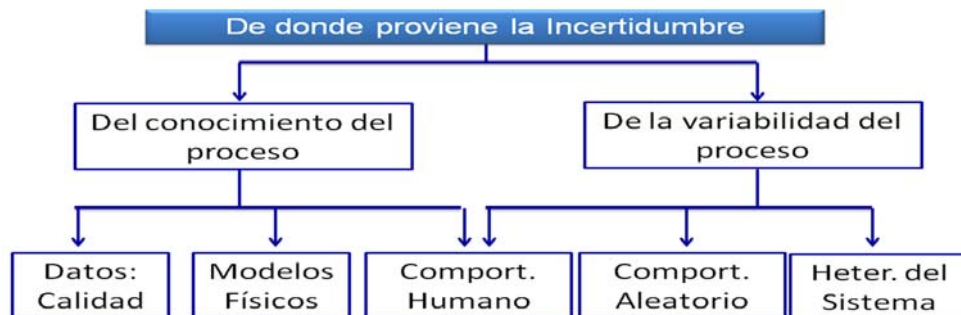
Para entender ambas fuentes de incertidumbre, se analizará una situación del ámbito petrolero y es el siguiente: se pregunta a un petrofísico el valor de la porosidad del yacimiento **X**. En este caso a pesar del grado de conocimiento de este profesional acerca del valor de este parámetro en el yacimiento considerado, lo más probable es que no pueda suministrar un único valor de porosidad que represente fidedignamente esta propiedad a lo largo y ancho del yacimiento **X**. Esto se debe, principalmente a que el yacimiento **X** es un sistema inherentemente heterogéneo, cuya composición y por ende, sus propiedades físicas varían de un lugar a otro, y en consecuencia no existe un único valor que represente la porosidad en el yacimiento.

Este último tipo de incertidumbre, (no considerado como incertidumbre por muchos especialistas en el área) se conoce como incertidumbre aleatoria o variabilidad estocástica; mientras que la incertidumbre asociada al nivel de conocimiento se conoce como incertidumbre epistémica o fundamental (Figura 12).

Lo importante de la clasificación anterior es el hecho de que la incertidumbre epistémica puede reducirse a través de la adquisición de mayor conocimiento o mediante la compra de información (adiestramiento de personal, adquisición de nuevas y más efectivas tecnologías de medición, encuestas, etc.); mientras que la incertidumbre aleatoria es inherente al proceso, y como tal no puede reducirse a no ser que se cambie el propio proceso.

Analizando con mayor detalles los diferentes factores que contribuyen a la Incertidumbre, y como el lector puede observar en la Figura 13, existen muchas fuentes de incertidumbre, algunas de ellas incrementan el nivel de desconocimiento del proceso, como es el caso de la carencia de data adecuada (en cantidad y calidad), y otras de ellas arraigadas a la propia naturaleza del proceso como es el caso de los sistemas inherentemente heterogéneos y procesos no determinísticos.

Figura 13. Fuentes de Incertidumbre.



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

En muchas aplicaciones, se dispone de información (data) altamente representativa del sistema o proceso bajo estudio, pero no en la cantidad suficiente. Por otra parte, no debe olvidarse, que la mayoría de los modelos que se utilizan para explicar ciertos procesos y comportamiento de sistemas físicos, no son más que modelos matemáticos aproximados que sólo son válidos bajo ciertas condiciones pre-establecidas, muchas veces ignoradas.

Adicionalmente, en cualquier proceso o sistema que se analice la participación del ser humano está siempre presente, y con él su alícuota de impredecibilidad, que dificulta en algunos casos el modelaje de la dinámica del sistema bajo fundamentos objetivos que garanticen comportamientos consistentes.

Aunado a lo anterior, se encuentran los procesos inherentemente heterogéneos, donde la variabilidad de cada una de sus propiedades o atributos se hace presente, y aquellos que hasta los momentos se definen como procesos de naturaleza aleatoria, donde las relaciones determinísticas carecen de sentido.

2.1 DECISIONES QUE INVOLUCRAN INCERTIDUMBRE.

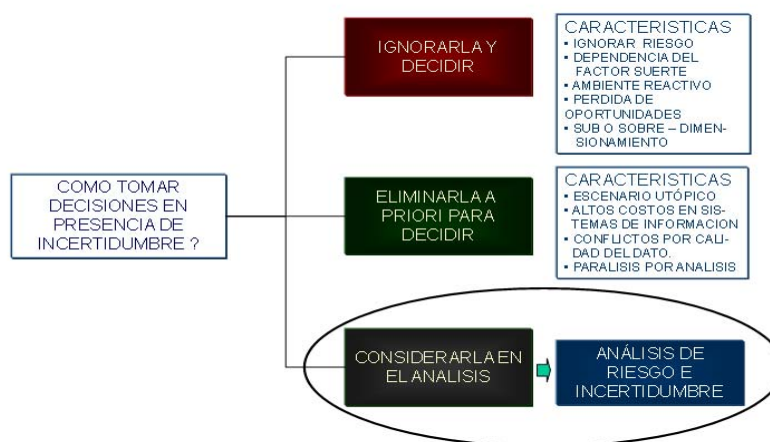
Los planteamientos hechos básicamente explican que toda decisión que se tome en este cambiante y heterogéneo universo, se caracteriza por cierto nivel de incertidumbre. Si se acepta esta realidad lo que puede cambiar dentro de un proceso de toma de decisiones es la forma en que se aborda la incertidumbre y el tratamiento que se da a la misma. La Figura 14, muestra los tres caminos básicos u opciones que se utilizan para abordar la incertidumbre.

Uno de los caminos a seguir consiste en ignorar la incertidumbre. Bajo este esquema, básicamente se piensa que todo proceso o fenómeno bajo estudio, puede perfectamente ser caracterizado por modelos determinísticos donde las variables de entrada son representadas por valores puntuales o valores únicos.

Por consiguiente, se supone que los resultados de tales modelos son completamente válidos y no se da cabida en nuestra mente a la más mínima posibilidad de que los resultados sean otros. Bajo este modelo mental básicamente se está obviando la incertidumbre generalmente asociada a la mayoría de las variables presentes en los modelos físicos, y por ende, se está ignorando las consecuencias que se derivan de la posibilidad de que las variables puedan eventualmente tomar valores diferentes a los seleccionados.

Otro camino sería tratar de conseguir por todos los medios posibles la eliminación de la incertidumbre para posteriormente tomar la decisión correspondiente. Este deseo de eliminar el nivel de desconocimiento de una variable, proceso o fenómeno nos puede llevar a una “parálisis por análisis” de consecuencias a veces más graves que el hecho de ignorar la incertidumbre. Bajo esta concepción es importante mencionar que parte de la incertidumbre asociada a un proceso de toma de decisiones no es reducible a través de la adquisición de conocimiento, ya que depende fundamentalmente de la naturaleza aleatoria del proceso bajo estudio (incertidumbre aleatoria o variabilidad estocástica).

Figura 14. Alternativas para Abordar la Incertidumbre.



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

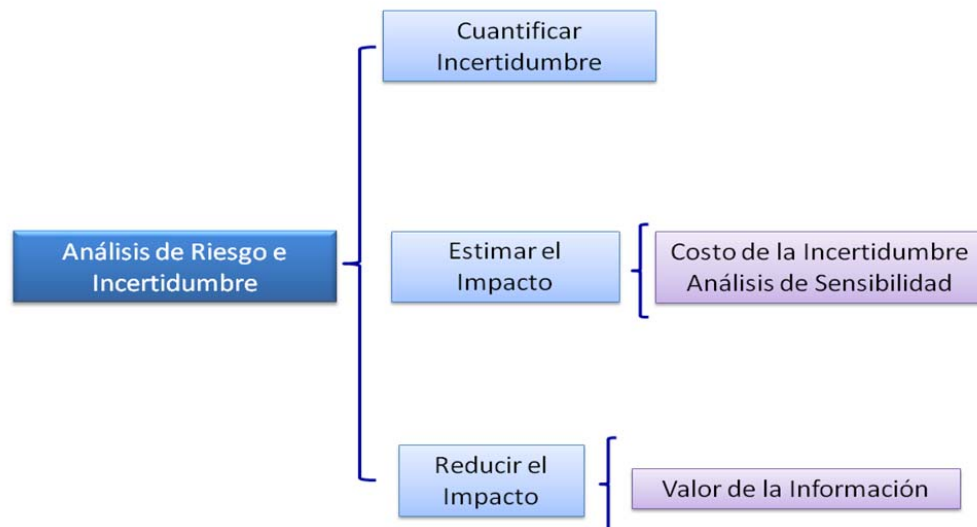
Por último estaría el camino de reconocer explícitamente que existe incertidumbre y considerarla en el análisis (Figura 14).

2.2 ANÁLISIS DE RIESGO E INCERTIDUMBRE.

Es un proceso que se inicia con la cuantificación de los niveles de incertidumbre de cada una de las variables que intervienen en el modelo de decisión utilizado, así como el de la incertidumbre propia de los modelos a utilizar (Figura 15).

La cuantificación del nivel de incertidumbre de cada una de las variables que intervienen en el modelo de decisión se realiza en forma práctica asignando al conjunto de valores disponibles de dicha variable, una distribución probabilística (paramétrica o no paramétrica), que en la medida de lo posible, represente la dinámica de la variable a modelar.

Figura 15. Análisis de Riesgo e Incertidumbre.



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

En algunos casos, es factible que exista cierto nivel de incertidumbre en el modelo matemático (ecuación, inecuación o correlación) que se utilizará para representar un proceso o fenómeno, y eventualmente puede presentarse una situación donde se disponga de dos o más modelos para representarlo. Bajo estas condiciones, debe incorporarse en el modelo de toma de decisión esta incertidumbre, y considerarla en las etapas siguientes del análisis.

Posteriormente se determina el impacto de la incertidumbre en el modelo de decisión considerado. Básicamente en esta fase, se propaga la incertidumbre de cada una de las variables de entrada a través del modelo seleccionado o grupo de modelos seleccionados para representar el proceso o fenómeno bajo estudio. De la misma manera, en esta fase se determina el costo de la incertidumbre y se realiza un análisis de sensibilidad para identificar las variables de mayor impacto sobre el modelo.

Por último se toman acciones para reducir la incertidumbre en caso de ser técnicamente factible y económicamente rentable. Es aquí donde deben compararse las consecuencias de una acción orientada a reducir la incertidumbre (y por consiguiente incrementar la probabilidad de acierto), con las consecuencias de decidir sin reducir la incertidumbre.

2.3 CUANTIFICACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE.

Supóngase, que el desarrollo de un campo petrolero está en su fase de visualización y conceptualización, y que se necesita realizar un primer estimado de costo del desarrollo del campo. Para ello, debido a que no se dispone de una definición formal del alcance de los trabajos, se reúne a un grupo técnico multidisciplinario que analice toda la información disponible hasta el momento, y se le solicita el mejor estimado de costo del proyecto.

El mejor estimado que este grupo pudo desarrollar se muestra en la Tabla 1. Tal como puede observarse en esta Tabla, el grupo de especialistas sugiere un valor más probable para cada uno de los elementos que conforman la estructura de costo; mas sin embargo, debido a la falta de información no pueden asegurar este valor y en consecuencia suministran un valor mínimo estimado y el valor máximo que ellos estiman para cada uno de estos aspectos.

Tabla 2. Estructura de Costos

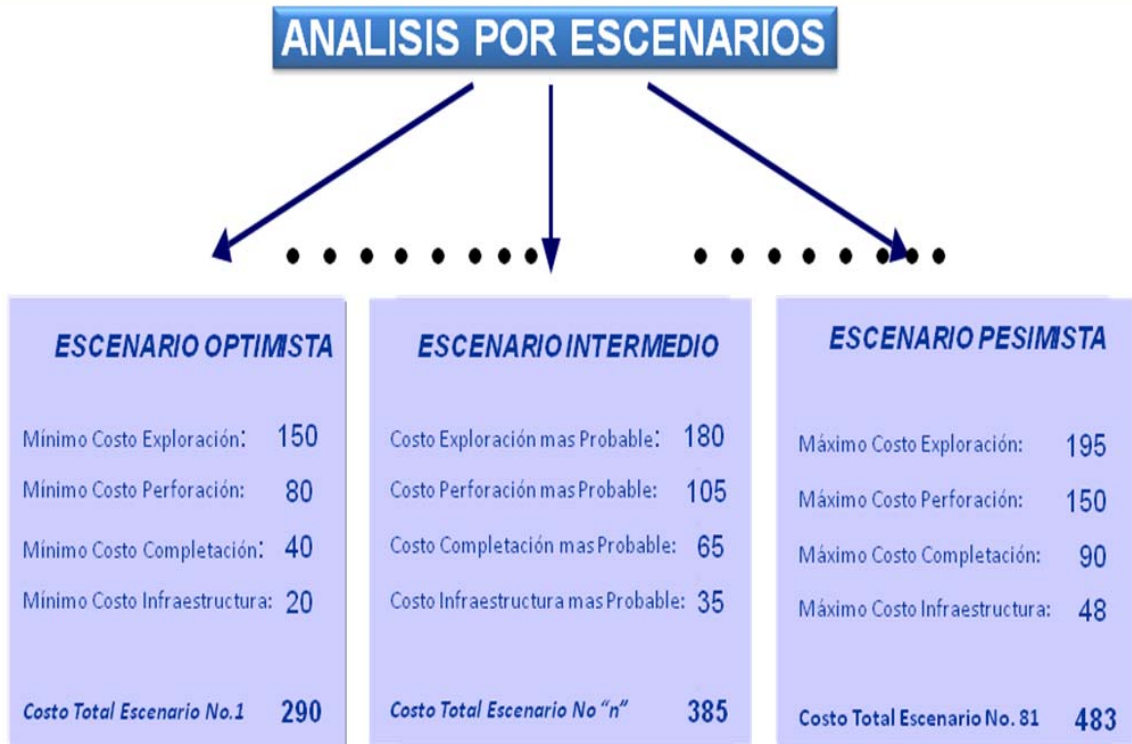
Actividad	Costos (MMUS\$)		
	Mínimo	Más Probable	Máximo
<i>Exploración</i>	150	180	195
<i>Perforación</i>	80	105	150
<i>Completación</i>	40	65	90
<i>Infraestructura</i>	20	35	48

Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

La razón por la cual el grupo de especialistas no puede asegurar un único valor para el costo de exploración, perforación, completación e infraestructura se debe a su nivel de incertidumbre en cada una de estas fases del desarrollo y el efecto que variables externas pueden tener sobre el desenvolvimiento de los acontecimientos.

Una de las opciones disponibles para analizar esta información y tomar una decisión acerca del estimado de costo, es un análisis por escenario, donde se evalúan todas las posibles combinaciones entre los valores que puede tomar cada una de las variables consideradas, obteniéndose en consecuencia todo el abanico de posibles resultados. En la Figura 16 se observan algunos de estos posibles resultados.

Figura 16. Análisis por Escenarios.



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

El número total de escenarios en este caso en particular es 81 (3^4), de los cuales en la Figura 16 sólo se han representado tres. Tradicionalmente, una vez que se evalúan los resultados de todos los escenarios, normalmente se selecciona aquel que en líneas generales converge al valor promedio, esto es, aquel conformado por los valores más probables estimados para cada una de las variables que intervienen en el cálculo. Este razonamiento aplicado al caso estudiado se traduce a un costo de trescientos ochenta y cinco millones de dólares (385 MMUS\$.) No obstante, el mismo análisis nos indica que el costo del proyecto puede variar de doscientos noventa millones de dólares (290 MMUS\$.) a cuatrocientos ochenta y tres millones de dólares (483 MMUS\$.).

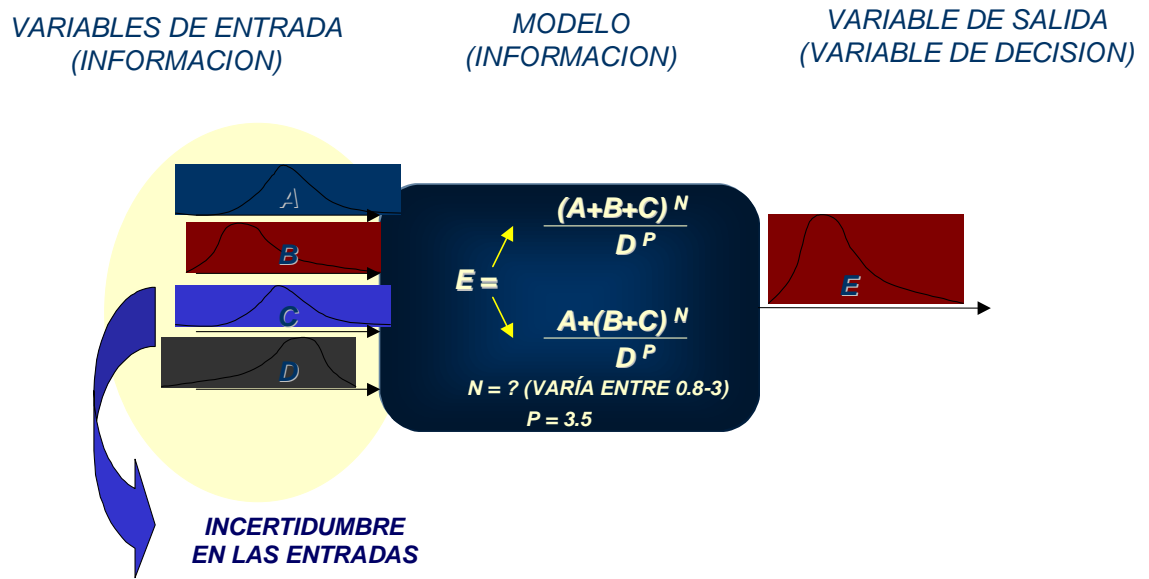
Aún cuando el análisis por escenarios da una idea del conjunto de valores posibles de la variable resultante, esta tradicional técnica presenta las desventajas siguientes:

- El enfoque es impráctico, particularmente cuando el número de escenarios es significativamente alto.
- Solamente se consideran tres valores posibles para cada variable, atributo o parámetro de entrada al modelo.
- A todos los escenarios se les asigna la misma probabilidad de ocurrencia y no se admite el hecho de que los valores más probables tienen mayor posibilidad de ocurrencia que los valores mínimos y máximos.

De allí surge la necesidad de establecer un nuevo esquema para resolver la situación donde no sólo se determine el conjunto posible de valores que una variable puede tomar, sino también las probabilidades de ocurrencia de cada uno de estos valores.

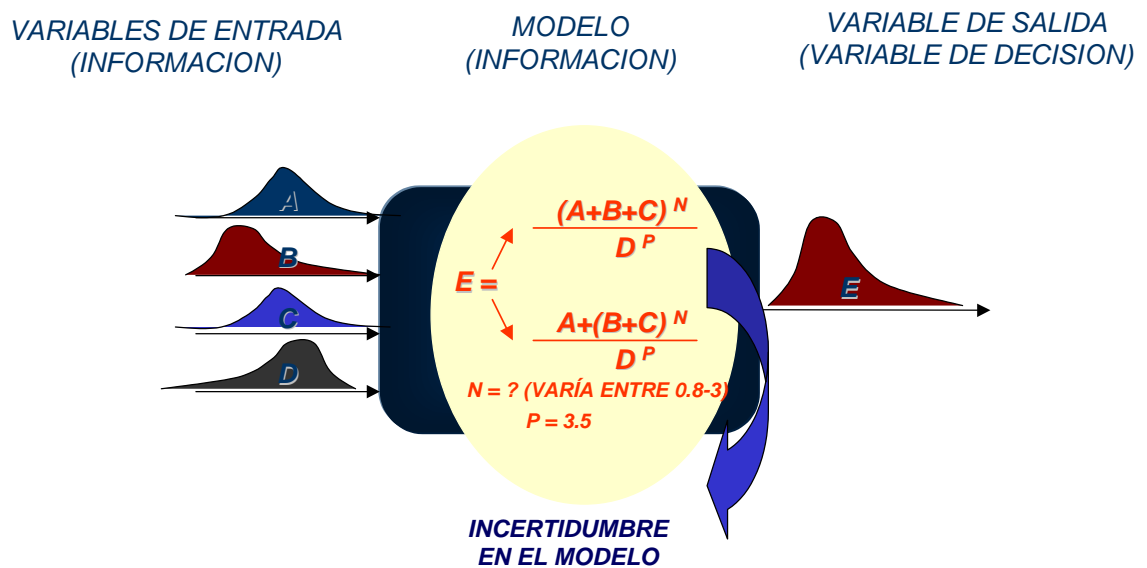
Para ello debe considerarse la incertidumbre asociada a cada una de las variables o parámetros de interés, denominada incertidumbre de las variables de entrada (Figura 17), y las posibles incertidumbres asociadas al modelo o los modelos a utilizar en caso de existir (incertidumbre en el modelo, Figura 18).

Figura 17. Incertidumbre en las Entradas.



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

Figura 18. Incertidumbre en el Modelo.

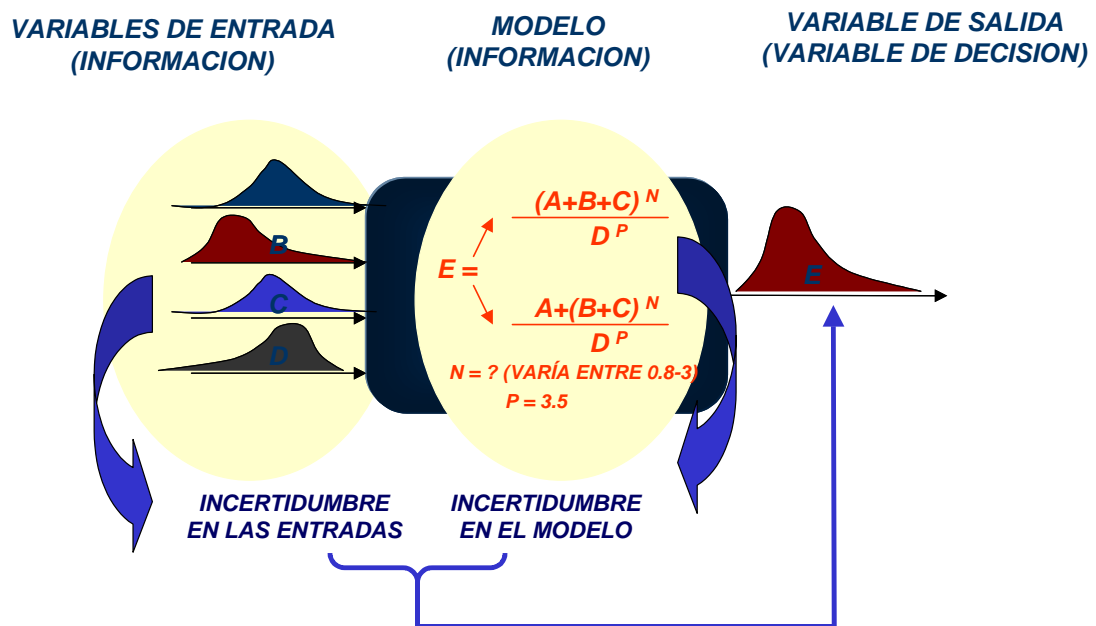


Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

El efecto de estas incertidumbres asociadas a las entradas y al modelo da origen a la incertidumbre total, tal como se muestra en la Figura 19.

En un nivel de abstracción superior, todo tipo de incertidumbre puede concebirse como incertidumbre de las variables y parámetros de entrada; sin embargo el esquema anterior se mantendrá para efectos didácticos.

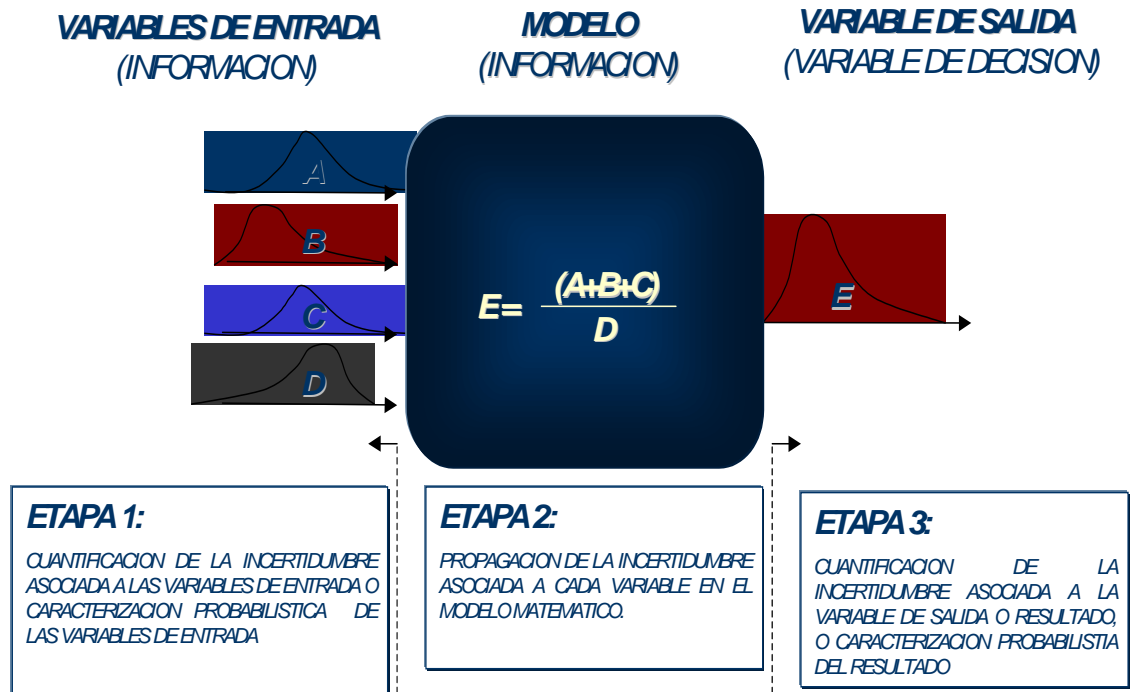
Figura 19. Incertidumbre Total.



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

La Cuantificación de la Incertidumbre como se muestra en la Figura 20, comprende básicamente tres fases, en la primera de ella se cuantifica y caracteriza probabilísticamente cada una de las variables de entrada; en la segunda se propaga la incertidumbre de las variables de entrada a través del modelo; y en la tercera y última fase se cuantifica y se realiza la caracterización probabilística de la variable de salida.

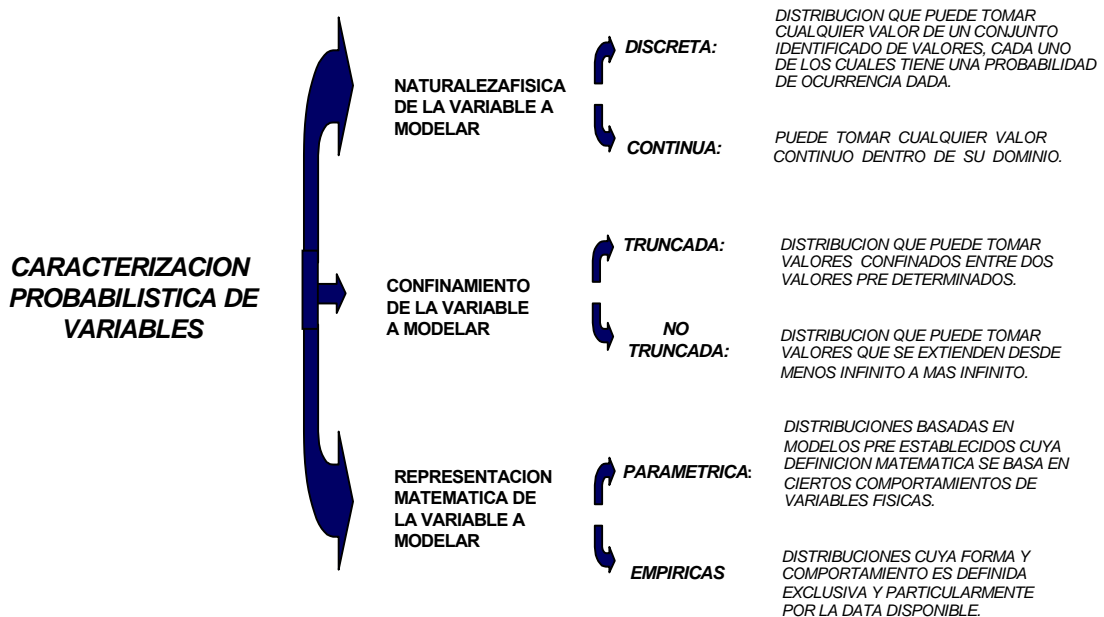
Figura 20. Cuantificación y Propagación.



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

2.3.1 Cualificación y Caracterización probabilística de las variables de entrada. En esta primera fase se debe ser muy cuidadoso en la selección y asignación de las distribuciones probabilísticas a las variables de entrada. Para ello, además de realizar las “pruebas de bondad o calidad de ajuste”, la selección debe estar soportada en un conocimiento de la dinámica y naturaleza de la variable de interés, donde el sentido físico de la misma sea cónsono con el comportamiento estadístico de la distribución seleccionada (Figura 21).

Figura 21. Clasificación de las Distribuciones de Probabilidad.



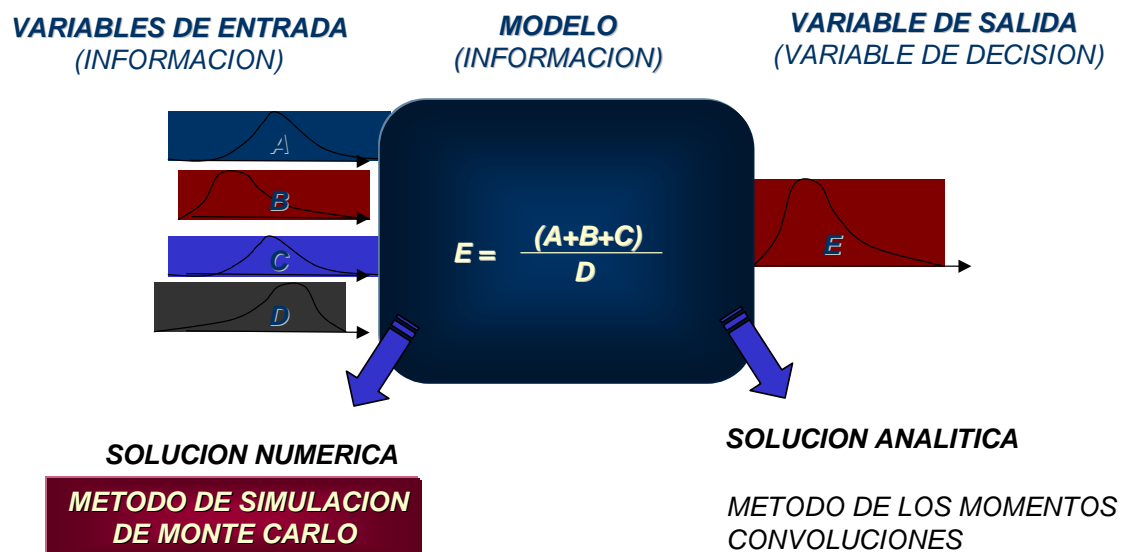
Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

2.3.2 Propagación de la Incertidumbre. La segunda fase para la cuantificación de incertidumbre se conoce como "Propagación de Incertidumbre".

La propagación de incertidumbre es el procedimiento mediante el cual se incorpora y contabiliza la incertidumbre asociada a las variables de entrada, en un determinado modelo matemático (ecuación, inecuación o correlación), para cuantificar la incertidumbre de la variable de salida; en otras palabras, es la metodología o proceso para resolver ecuaciones, cuando las variables de entrada son distribuciones de probabilidad. Si las variables de entrada al modelo tienen incertidumbre, entonces el resultado o salida del modelo debe tener incertidumbre.

Para resolver este tipo de problemas, se dispone de diferentes herramientas numéricas como es el caso de la simulación de Montecarlo (Figura 22), debido a su amplio alcance y a la facilidad con que hoy día puede realizarse con una gran variedad de herramientas de software de uso extendido.

Figura 22. Evaluación de Incertidumbre.



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

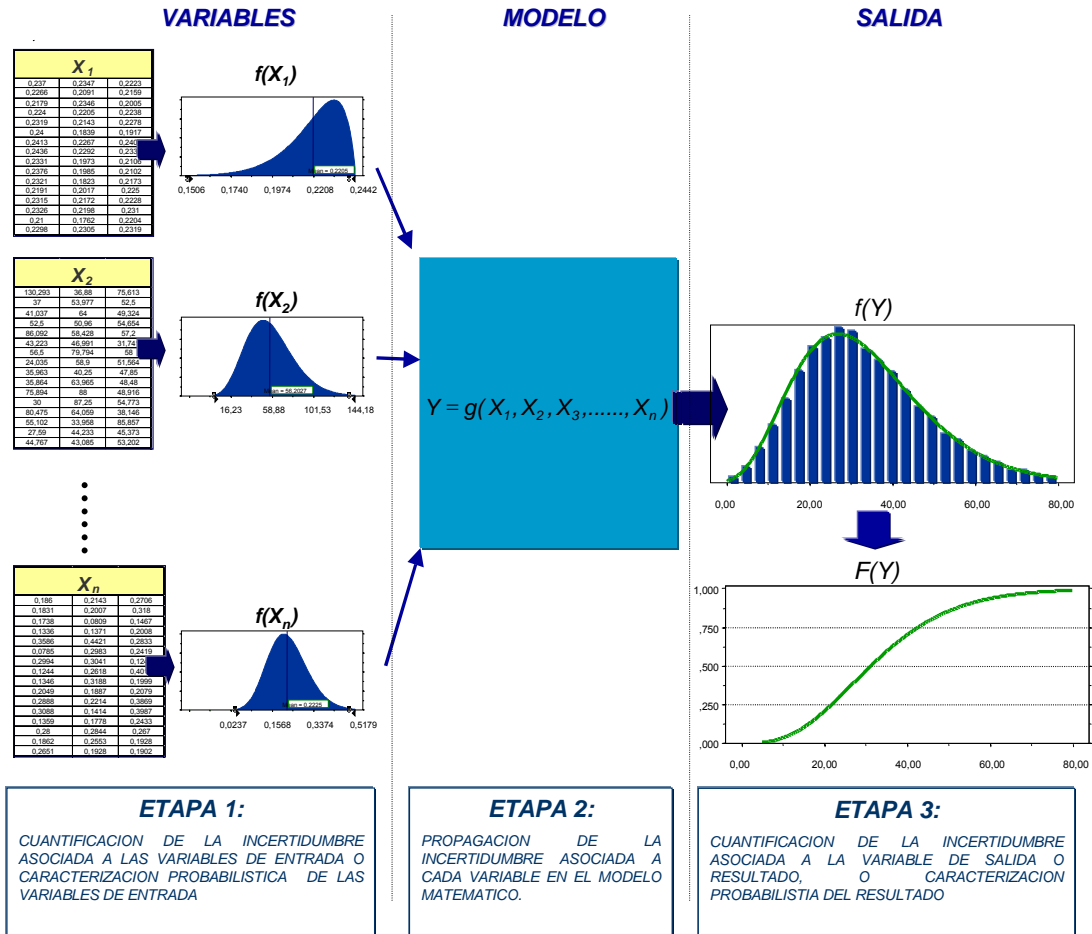
- **Método de Simulación de Montecarlo.**

En esta sección se discutirá ampliamente la Simulación de Montecarlo, quizás la herramienta más utilizada en la solución de modelos matemáticos donde las variables de entrada vienen dadas por distribuciones probabilísticas.

La simulación de Montecarlo requiere la completa caracterización probabilística de las mismas; es decir debe definirse cual es la distribución de probabilidades que mejor representa cada una de estas variables de entrada; además también permite obtener la distribución completa de la variable de salida.

La Figura 23 muestra de manera gráfica un modelo de simulación de Montecarlo.

Figura 23. Simulación Montecarlo.



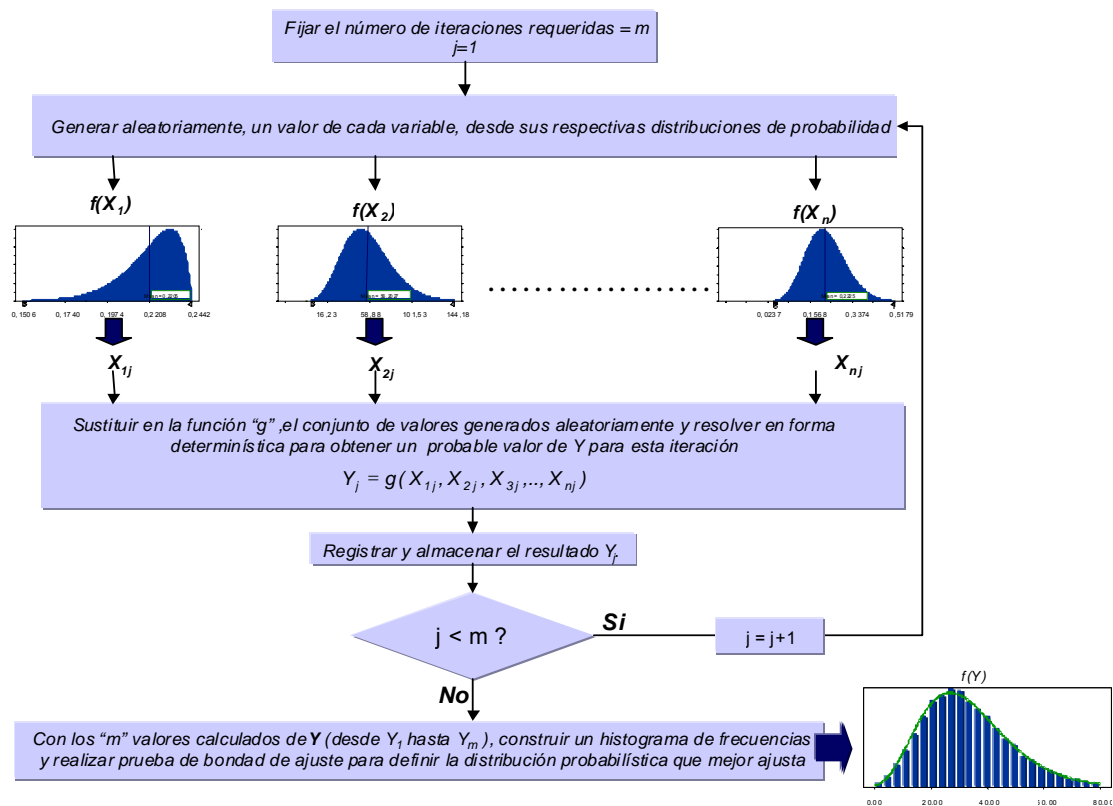
Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

La Figura 23 muestra una variable aleatoria Y , que está relacionada con las variables aleatorias $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ según la función $Y = g(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$. La Simulación de Montecarlo permite obtener la distribución de densidad de probabilidades de Y , denotada como $f(Y)$, a partir de las distribuciones de densidad de las variables de entrada, denotadas como $f(X_1), f(X_2), f(X_3), \dots, f(X_n)$ respectivamente.

En la Etapa 1 de este procedimiento, la Figura No. 23 muestra que las distribuciones $f(X_1), f(X_2), f(X_3), \dots, f(X_n)$, deben obtenerse desde las muestras representativas de las variables $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$. Obviamente, al obtener las distribuciones de frecuencia para cada variable de entrada, también se pueden obtener las distribuciones acumuladas $F(X_1), F(X_2), F(X_3), \dots, F(X_n)$ correspondientes.

La Etapa 2, es decir la propagación de la incertidumbre propiamente dicha, es el “corazón” de la Simulación de Montecarlo, y la misma se realiza mediante un proceso iterativo, siguiendo los pasos que se ilustran en la Figura 24.

Figura 24. Diagrama de Flujo Simulación Montecarlo.



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

La Figura 24 puede resumirse en los siguientes pasos:

Paso 1: Generar aleatoriamente, un valor de cada variable, desde sus respectivas distribuciones de probabilidad. (Este paso se explicará con detalle más adelante en el texto).

Paso 2: Sustituir en la función $g(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$, el conjunto de valores generados aleatoriamente y resolver determinísticamente para obtener un probable valor de “Y”.

Paso 3: Registrar y almacenar el probable valor resultante de “Y”.

Paso 4: Volver al Paso 1 y repetir los primeros cuatro pasos hasta completar un número “m” de iteraciones.

Paso 5: Una vez completadas las “m” iteraciones, construir un histograma de frecuencias con los “m” probables valores de “Y” almacenados.

Este procedimiento parece muy sencillo, y de hecho lo es; no obstante, el Paso 1, es decir la generación aleatoria de valores de cada variable de entrada desde su respectiva distribución de probabilidad, procedimiento conocido como muestreo (“sampling”), por consiguiente se debe tener sumo cuidado.

- **Correlación Probabilística o Interdependencia.**

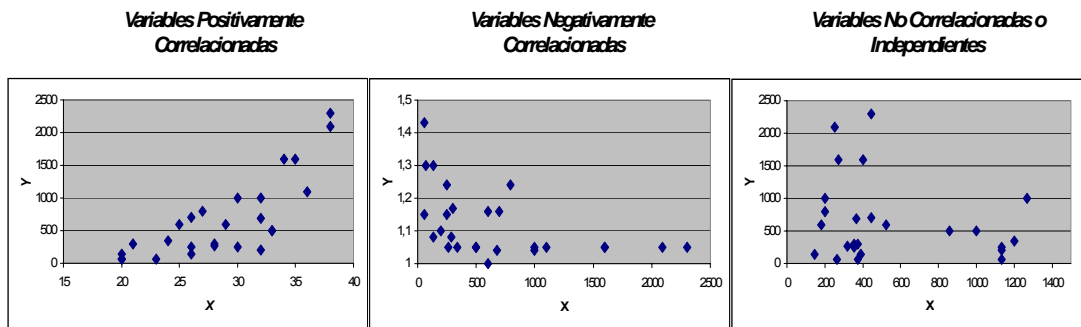
Se dice que dos variables aleatorias o distribuidas están correlacionadas, o que son interdependientes si existe una relación monotónica entre ambas. Una relación monotónica entre dos variables existe cuando cualquier incremento en una de las variables esta invariablemente asociada con un incremento o decrecimiento en la otra variable.

Cuando el incremento en una variable “X” se asocia al incremento de una variable “Y”, se dice que existe una correlación positiva o directa; si por el contrario, el incremento de “X” implica el decrecimiento de “Y” (o el decrecimiento de “X” implica el incremento de “Y”), se dice que entre las variables existe una correlación negativa o inversa.

Para detectar la posible existencia de correlación entre dos variables “X” e “Y”, usualmente se grafican los valores de las muestras independientemente recolectadas de ambas variables, a fin de visualizar si existe algún tipo de tendencia.

Como puede verse en la Figura 25, los dos primeros gráficos de dispersión “X” vs. “Y” (de izquierda a derecha), revelan una clara tendencia o correlación en el comportamiento de estas dos variables; mientras que en el último no se observa tendencia alguna. En los dos primeros casos se puede hablar de correlación, positiva o directa en el primero y negativa o inversa en el segundo.

Figura 25. Gráficos X vs. Y de dispersión para Identificación de Correlación.



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

- **Reglas de Oro para la Simulación de Montecarlo**

En el desarrollo de cualquier modelo de análisis de riesgo a través del algoritmo de Montecarlo, es sumamente importante, tal como se evidenció en los párrafos

anteriores verificar que cada uno de los escenarios evaluados se corresponda con escenarios potencialmente válidos, esto es, escenarios que físicamente puedan presentarse.

Un reconocido especialista en el área de análisis de riesgo establece la siguiente regla de oro en la aplicación de Montecarlo en donde toda iteración de un modelo de análisis de riesgo debe corresponder a un escenario físicamente posible.⁵

De esta aparentemente simple pero en realidad compleja aseveración se desprenden muchos aspectos importantes a ser considerados en cualquier modelo de análisis de riesgo que se prevea resolver a través del algoritmo de Montecarlo.

Las conclusiones más importantes extraídas de esta regla de oro, que una vez implementadas contribuirán a la representatividad y robustez del modelo de riesgo desarrollado son las siguientes:

- Apropiaada selección de las distribuciones que caracterizan las variables de entrada y los parámetros del modelo.
- Verificar la naturaleza continua o discreta de la variable considerada y seleccionar una distribución acorde con su naturaleza.
- Validar el dominio de la variable considerada con el de la distribución seleccionada. Truncar la distribución seleccionada cuando su dominio no se corresponda con el dominio de la variable considerada.
- Sin menosprecio de los criterios de prueba de calidad de ajuste de distribuciones (“Goodness of fit test”), se debe validar si el comportamiento probabilístico definido por la distribución que mejor ajusta "matemáticamente

⁵ CLEMEN, R.T. Making Hard Decisions- An Introduction to Decision Analysis. 1991.

hablando” se corresponde con el comportamiento real de la variable a modelar (sentido físico de la variable).

- Verificar la dependencia probabilística entre las variables y parámetros del modelo y considerar los correspondientes factores de correlación
 - El efecto de la interdependencia puede ser tal, que los resultados sin considerarla pueden estar significativamente errados, al punto que sea contraproducente su uso para la toma de decisiones.
 - El efecto de la interdependencia entre las variables de entrada y parámetros del modelo considerado se hace más significativo para variables moderada y altamente correlacionadas; sobre todo, si el efecto de estas variables sobre la salida del modelo es importante (alta sensibilidad)

- Modelar las variables probabilísticamente una sola vez en todas las etapas del desarrollo del modelo.
 - Para una variable caracterizada probabilísticamente, el valor puntual seleccionado aleatoriamente por el algoritmo de Montecarlo para evaluar un escenario en particular (iteración) debe conservarse constante a lo largo de la ejecución de la iteración.

 - Algunos modelos son tan complejos que requieren la utilización de diferentes ecuaciones (sub-modelos) en donde una misma variable puede intervenir. Si la variable es definida probabilísticamente más de una vez dentro del modelo, el valor seleccionado aleatoriamente por el algoritmo de Montecarlo para la misma variable puede llegar a ser diferente en algunos sub-modelos dentro de una misma iteración (escenario). Este escenario no es potencialmente observable en la realidad y desvirtuaría los resultados del modelo.

2.4 ANÁLISIS DEL IMPACTO DE LA INCERTIDUMBRE.

2.4.1 Análisis de Sensibilidad. El análisis de sensibilidad permite cuantificar la contribución relativa de cada una de las variables aleatorias de entrada al modelo, a la dispersión o varianza del resultado o variable de salida del modelo. Obviamente es un procedimiento que debe realizarse después de haber completado la propagación de incertidumbre por Simulación de Montecarlo.

Este análisis es de vital importancia para el “Análisis de Riesgo e Incertidumbre”, ya que permite identificar las variables de entrada al modelo en las que debe centrarse la atención y tomar las acciones necesarias (compra de información, toma de datos adicionales, análisis causa raíz, etc.) para mejorar el nivel de conocimiento sobre las mismas (de ser técnicamente factible y económicamente rentable), y así lograr reducir la incertidumbre de la variable de salida.

- **Diagramas de Tornado.**

El diagrama de tornado es quizás la forma más conocida de mostrar un análisis de sensibilidad. Existen dos tipos de diagramas de tornado:

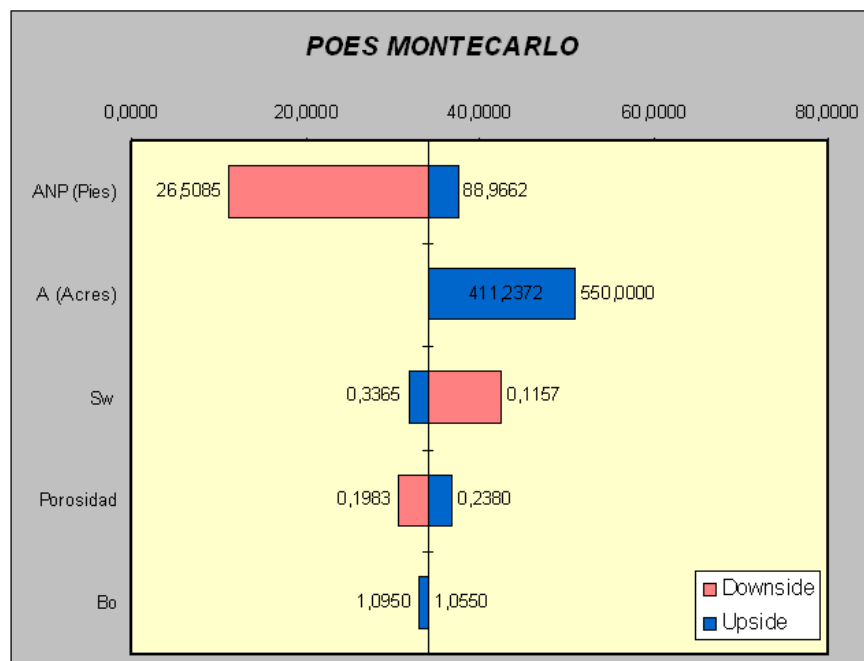
- Diagrama de Tornado Clásico o de “una variable a la vez”
- Diagrama de Tornado de Coeficientes de Correlación

- **Diagrama de Tornado Clásico o de “una variable a la vez”**

En este tipo de diagrama, se determina un valor referencia de la variable de salida, evaluando la ecuación que la relaciona con las variables de entrada para los valores “medios” de estas. Partiendo de este valor referencia, se hace variar a la vez una de las variables de entrada desde un valor mínimo que puede corresponder a su percentil 90 (P_{90}) hasta un valor máximo que puede seleccionarse como su percentil 10 (P_{10}), y se determina que tanto se incrementa o decrece el valor de la variable de salida de su valor referencial en función de una variación del 90% de la variable de entrada estudiada.

Este procedimiento se repite para cada una de las variables de entrada, y de esta forma se evalúa el efecto de variación (sensibilidad) en la variable de salida con respecto a cada una de sus entradas. Es necesario mencionar, que cuando se modifica una entrada en particular, las otras entradas se mantienen en sus valores “medios”, de allí el nombre de este análisis (Figura 26).

Figura 26. Análisis de Sensibilidad – Diagrama de Tornado Clásico.



Variable	POES MONTECARLO			Input		
	Downside	Upside	Range	Downside	Upside	Base Case
ANP (Pies)	11,1652	37,4718	26,3066	26,5085	88,9662	80,9077
A (Acres)	38,1425	51,0129	12,8703	411,2372	550,0000	367,4109
Sw	42,4786	31,8726	10,6060	0,1157	0,3365	0,2906
Porosidad	30,6530	36,7792	6,1261	0,1983	0,2380	0,2205
Bo	34,1889	32,9400	1,2489	1,0550	1,0950	1,0584

Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

- Diagramas de Tornado de Coeficientes de Correlación.

En este tipo de diagramas, la contribución relativa de cada una de las variables aleatorias de entrada a la dispersión o varianza del resultado o variable de salida

se cuantifica a través del cálculo de los Coeficientes de Correlación por “Ranking” o Coeficientes de Spearman. En este caso, los Coeficientes de Correlación se determinan entre cada una de las variables aleatorias de entrada al modelo $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ y la variable de salida $Y = g(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$.

Si se denota con X_{ij} los valores aleatorios de cada una de las variables X_i ($i=1,2,\dots,n$) generados en la iteración “j” ($j=1, 2,3,\dots,m$) del proceso de simulación, y con $Y_j = g(X_{1j}, X_{2j}, X_{3j}, \dots, X_{nj})$ el valor que toma la variable de salida en la iteración “j”, la covarianza de Y con cada una de las variables aleatorias de entrada viene dada por la expresión matemática:

$$r_{(X_i, Y)} = \frac{CovRank(X_i, Y)}{S_{RankX_i} \cdot S_{RankY}} \quad \text{Ecuación 1}$$

Donde:

$$\bullet \quad CovRank(X_i, Y) = \left(\frac{1}{m} \right) \sum_{j=1}^m \left((Rank(X_{ij}) - \bar{X}_{Rank_i}) (Rank(Y_j) - \bar{Y}_{Rank}) \right)$$

$$\bullet \quad S_{RankX_i} = \sqrt{\frac{1}{m} \left(\sum_{j=1}^m (Rank(X_{ij}) - \bar{X}_{Rank_i})^2 \right)} \quad \bar{X}_{Rank_i} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m Rank(X_{ij})$$

$$\bullet \quad S_{RankY} = \sqrt{\frac{1}{m} \left(\sum_{j=1}^m (Rank(Y_j) - \bar{Y}_{Rank})^2 \right)} \quad \bar{Y}_{Rank} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m Rank(Y_j)$$

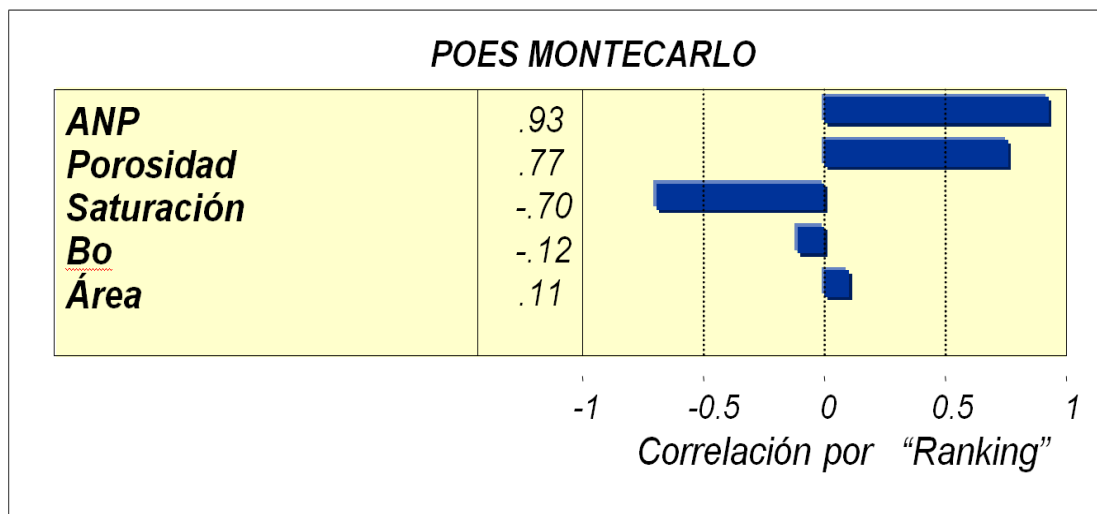
Este cálculo está restringido al uso de simulación de Montecarlo como método para propagar incertidumbre, y el mismo puede resultar muy tedioso, ya que como

se explicó en los procesos de simulación se hacen miles de iteraciones, lo que implica tener miles de valores generados desde cada distribución de las variables de entrada y en consecuencia, miles de valores de la variable de salida para proceder entonces a calcular covarianzas y posteriormente factores de correlación.

Afortunadamente, los programas más conocidos para realizar Simulación de Montecarlo (Crystal Ball de Oracle) tienen incorporados algoritmos ejecutables que realizan estos cálculos con gran velocidad.

Para un caso ejemplo del cálculo del POES realizado con Simulación de Montecarlo, el diagrama de tornado que se obtiene se muestra en la Figura 27.

Figura 27. Gráfico de Tornado del POES.



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

Este método tiene características especiales tales como:

- Por estar basado en el cálculo de coeficientes de correlación, los cuales pueden ser positivos o negativos, además de “cuantificar” o “dimensionar” la influencia de la varianza de cada variable de entrada en la variable de salida, permite ver el sentido de esta influencia; es decir los coeficientes positivos implican dependencia directa entre la variable de salida y la variable de entrada; y los coeficientes negativos implican dependencia inversa.
- Este tipo de análisis de sensibilidad se aplica tradicionalmente cuando la propagación de incertidumbre se realiza con Simulación de Montecarlo. Este tipo de análisis permite asimismo incluir el efecto de las correlaciones probabilísticas de las variables de entrada en la variable de salida.

Este último punto hace que el cálculo de la contribución a la varianza de cada variable de entrada en la variable de salida, sea mucho más realista que otros métodos de análisis de sensibilidad.

Para ilustrar este punto, vale la pena destacar que en el caso ejemplo donde se realizó un análisis de sensibilidad a un cálculo del POES en el que no se consideraban correlaciones probabilísticas, la contribución a la varianza de la variable Saturación de Agua (S_w) resultó prácticamente nula. Sin embargo, para este caso, en el cual se ha considerado el efecto de las correlaciones probabilísticas en la Simulación de Montecarlo, el análisis de sensibilidad revela una alta contribución a la varianza de la variable Saturación de Agua (S_w): esto debido al alto factor de correlación entre la Saturación y las variables dominantes ANP y Porosidad.

3. ANÁLISIS DE RIESGO EN LA FASE DE DESARROLLO

En la fase de desarrollo, las incertidumbres concernientes al POES son menores que en la fase exploratoria, sin embargo, el proceso es complejo en esta fase, pues envuelve un gran número de atributos inciertos altamente dependiente de la estrategia de producción. Lo cual implica decisiones críticas.

En la transición entre las fases de evaluación y desarrollo de un campo, el desempeño del análisis de riesgo permite los criterios de la toma de decisión para cuatro opciones⁶:

- Invertir en informaciones adicionales: adquisición de nueva sísmica, realización de nuevos procesamientos, perforación de pozos de delimitación o implementación de un sistema piloto de producción;
- Iniciar el desarrollo del área. En este caso son hechas recomendaciones sobre la hipótesis básica a considerar, normalmente el escenario más probable;
- Iniciar el proceso de desarrollo e invertir en adquisición de información simultáneamente. Es el caso de un proyecto muy atractivo, aún en el escenario mínimo, para lo cual se desea reducir la dispersión de los indicadores económicos;
- Decidir por el abandono definitivo del proyecto o su aplazamiento para la espera de nuevos avances tecnológicos o mejoría en el escenario económico.

⁶ GUEDES, S.S., Pinto, A.C.C., Cora, C.A.G., Pizarro, J.O.S., e Bittencourt, A.F. Aplicação de Análise de Incertezas no Desenvolvimento de Acumulações Petrolíferas Marginais em Águas Profundas.2000Guedes, S.S. 2.000

En el diseño del plan de desarrollo, el análisis de riesgo permite la optimización del proyecto y su flexibilización, permitiendo la reubicación, alteración de la cantidad de pozos, adecuación de la capacidad de producción y tasas de inyección. La incorporación del riesgo en la estimación de los volúmenes de hidrocarburos los cuales suministra importantes beneficios en los procesos de toma de decisión posibilitando mejorar los indicadores económicos del proyecto, maximizando la expectativa de ganancias y minimizando la exposición de pérdidas.

Los conceptos teóricos relacionados a las distribuciones comúnmente adoptadas en la industria petrolera y los parámetros económicos aplicados en el análisis de riesgo en la fase de explotación, son los mismos utilizados para el análisis de riesgo aplicada al desarrollo de campos petroleros y los valores P90, P50 y P10 son adoptados como patrón en la representación de los valores pesimista, probable y optimista de las estimaciones de los resultados técnico o económico de los campos.

3.1 TRATAMIENTO PROBABILÍSTICO.

La gran complejidad inherente que se presenta en un yacimiento, consecuencia de los procesos geológicos deposicionales, hace que el modelo geológico sea un proceso con muchas incertidumbres implicadas.

El estudio integrado de un yacimiento es bastante complejo por sí sólo, siendo caracterizado sinérgicamente, con un gran número de parámetros. Además de la complejidad natural del yacimiento, los estudios siempre conllevan un nivel de incertidumbre, los cuales son considerados indicadores desconocidos para el yacimiento. Por lo tanto tal desconocimiento y complejidad de las incertidumbres geológicas y de ingeniería conducen a un tratamiento probabilístico.

La elaboración de un pronóstico del comportamiento futuro de la producción del campo, es la premisa básica para el soporte de las acciones a realizar. Aunque si bien las estimaciones pueden ser hechas por simple uso de valores que son obtenidos de las correlaciones del yacimiento. A su vez, este pronóstico depende, entre otros factores, del conocimiento de los atributos del yacimiento,

Las incertidumbres presentes en la determinación de los atributos implican un riesgo para el proceso en el que aun no se tiene una predicción precisa de los resultados futuros del proyecto. La evaluación de riesgo requiere un análisis más exhaustivo de los distintos escenarios, generando una serie de pronósticos de las estimativas del Petróleo Original En Sitio (POES) y de los parámetros de desempeño del yacimiento, como: producción acumulada de petróleo, factor de recobro, etc. La tolerancia al riesgo varía de una compañía a otra en función de su capacidad de absorber sus pérdidas.

La cuantificación de las incertidumbres con relación en el desempeño de un campo permite un mejor análisis de proyectos económicos de E&P, al posibilitar una obtención de reservas en una opinión probabilística, que ayuda en la optimización en los planes de desarrollo y las acciones a realizar en las decisiones en gestión del yacimiento. Cuantificar las incertidumbres en medio físico (geológicas), asociadas en expectativas futuras al precio del petróleo, o costos operacionales (económicas), las acciones técnicas, políticas, ambientales, entre otras, permite una obtención de probabilidades más estimativas de indicadores de desempeño, tales como el valor presente neto, (VPN), al posibilitar una mejor comparación entre los atractivos del proyecto.

3.1.1 Incertidumbre en medio físico. Las incertidumbres relacionadas con el medio físico se derivan sobre la estructura del modelo del yacimiento, las propiedades de la roca, las propiedades de los fluidos, etc.

El conocimiento o modelamiento del yacimiento proviene de la escasez de datos procedentes directamente de pozos perforados, de datos indirectos, principalmente sísmicos, o la comparación con otros yacimientos del mismo ambiente deposicional, o incluso la presentación de un único afloramiento (contexto geológico). Entre las fuentes para la obtención de datos se puede citar:

- De muestras de rocas, para el análisis de laboratorio para obtener la porosidad, la permeabilidad, la presión capilar, la compresibilidad y la permeabilidad relativa.
- Recolección de muestras de fluidos para la toma de la presión estática del yacimiento, cálculo de transmisibilidad y el índice de productividad de los pozos.
- Interpretación de los registros eléctricos en la definición de tipo roca, porosidades, identificación de los fluidos en diferentes intervalos (petróleo, agua o gas) y saturaciones en las fases presentes.
- Datos sísmicos como fuente de información para la definición de la geometría externa y de las principales estructuras del yacimiento.

Las diferentes fuentes de datos están sujetos a incertidumbres resultantes de:

- Errores en las medidas aleatorias.
- Errores sistemáticos.
- Falta de representatividad de las muestras.
- Errores en la distribución espacial de los atributos (heterogeneidades).

En función del contexto de las incertidumbres en base a la fuente de datos, estos errores se propagan en la construcción del modelo del yacimiento. Posteriormente

se presentan los errores en la parte numérica y en la simulación numérica de yacimientos, intensificando aun más el escenario de las incertidumbres.

Los resultados de la simulación con las incertidumbres dependen de la calidad de la caracterización y discretización del nivel del entorno físico. Independientemente del grado de complejidad del modelo, el estimativo de las incertidumbres de cada uno de los atributos se debe realizar por los diferentes especialistas que participan en el proceso del modelamiento (geofísicos, geólogos, petrofísicos, ingenieros de yacimientos), de manera en posibilitar una cuantificación de estas incertidumbres en el desempeño del yacimiento.

3.1.2 Otros tipos de Incertidumbres. Existen muchas incertidumbres que pueden influir en el éxito de los proyectos de E&P. Además de las incertidumbres relacionadas con las características geológicas (el modelo estructural del yacimiento, las propiedades de la roca y fluido, etc.), las más comunes están relacionadas con (1) la eficiencia de recobro o el factor de recobro (función de las propiedades del yacimiento y de la estrategia de producción), (2) la velocidad de recuperación (función directa de la estrategia de producción), (3) las variables económicas (principalmente los precios), (4) la tecnología (por ejemplo, inversiones) y (5) la situación política (por ejemplo, impuestos).

Para un análisis más viable de toma de decisiones en la incertidumbre geológica se debe integrar con otros tipos de variables inciertas, especialmente relacionadas con escenarios económicos, aspectos tecnológicos y políticos, flexibilidad en la definición de la estrategia de producción. Es importante destacar que esa integración no es una tarea fácil de realizar, en efecto esta no es la excepción, especialmente por el tratamiento probabilístico el cual genera un gran y significativo número de modelos e integra las combinaciones de los mismos,

dando como resultado la inviabilidad en el análisis de las decisiones. Por lo tanto, se debe encontrar la manera de realizar el proceso siendo viable y fiable.

En la fase operativa, las incertidumbres relacionadas con el POES y los escenarios económicos, siendo los principales factores de análisis de riesgo. En esta fase, la integración entre la incertidumbre geológica y económica, se puede hacer uso de simulación Monte Carlo o técnicas similares.

Durante la fase de desarrollo la representatividad de las incertidumbres relacionadas con el flujo de fluidos y el aumento significativo del factor de recobro, en algunos casos, estos parámetros pueden no ser necesarios, pero en muchos otros, un incorrecto análisis puede resultar en un sub-óptimo desarrollo del campo.

3.2 UTILIZACIÓN DE LA SIMULACIÓN NUMÉRICA EN EL ANÁLISIS DE RIESGO.

Las incertidumbres sobre las distintas posibilidades para los modelos estructural y estratigráfico (geometría externa, distribución de porosidades, permeabilidades, espesor poroso) de un campo, las propiedades de los fluidos e interacción roca-fluido pueden ser incluidas en la simulación numérica.

Al definir el modelo estático, el uso de la simulación es necesario porque aumenta la confianza, mejora la calidad de los resultados y provee resultados relevantes de la producción. La gran ventaja es que se puede combinar las informaciones de parámetros petrofísicos con parámetros relacionados al flujo de fluidos y hace posible la obtención del desempeño del riesgo. Vale destacar que los conceptos matemáticos que rigen la simulación numérica, donde el yacimiento es discretizado en forma de malla y el cual se basan en el tratamiento numérico del sistema de ecuaciones que rigen el problema físico. El método ampliamente utilizado es la discretización de diferencias finitas y el simulador adoptado para las

realizaciones de las simulaciones de este trabajo es el modelo Black-Oil que también es el modelo más utilizado en la industria del petróleo y cuya formulación puede ser encontrada en los libros especializados.

En la selección del tipo de formulación (malla y otros detalles comúnmente definidos para el modelo de simulación del yacimiento), se deben realizar con sumo cuidado para evitar un exceso de tiempo computacional. Lo ideal es que el modelo planteado sea el que represente el problema físico en un menor tiempo computacional, aceptando en ocasiones errores numéricos mayores que el normal, siempre y cuando las incertidumbres presentes en el problema tengan un menor impacto. Aunque no forman parte del ámbito de la metodología propuesta

3.3 METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE RIESGO ADOPTADA.

La metodología de análisis de riesgo adoptada en el presente trabajo se encuentra relacionada a los trabajos desarrollados⁷ y tiene como base la simulación de flujo de diversos modelos que representan los posibles escenarios del yacimiento a través de la combinación de los atributos inciertos que los caracterizan.

El estudio⁸ tiene como base un modelo del yacimiento construido de acuerdo con la disponibilidad de los datos de caracterización de los atributos estáticos y dinámicos. En este modelo los atributos constituyentes de la caracterización geológica, petrofísica y de fluidos son considerados más probables, independiente de algunos de esos atributos sean o no parte de la incertidumbre. Las etapas que rigen el proceso del análisis de riesgo, utilizando simulación de flujo, son divididas en:

⁷ LOSCHIAVO, R. Estimativa de Incertezas na Previsão de Comportamento de Reservatórios. 1999

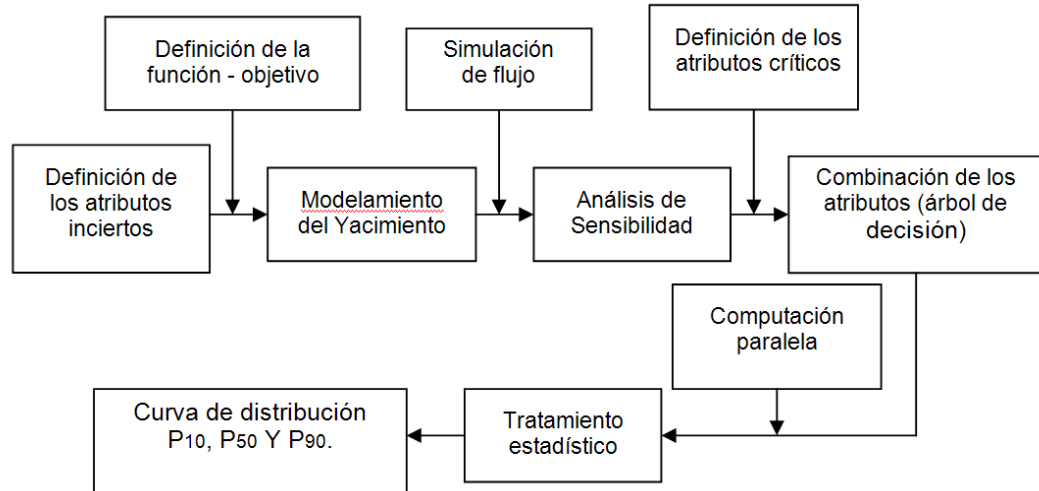
⁸ STEAGALL, D.E. and Schiozer, D.J. Uncertainty Analysis in Reservoir Production Forecast during the Appraisal and Pilot Production Phases. 2001

- Seleccionar los atributos de relevancia para el análisis, número de niveles y las probabilidades asociadas de cada atributo;
- Modelar el yacimiento a través de la optimización de la estrategia de producción para el modelo caracterizado con los valores de los atributos supuestamente más probables. La optimización es hecha basada en una función-objetivo previamente seleccionado;
- Sustituir los niveles inciertos en el modelo base optimizado y simular los modelos generados;
- Realizar el análisis de sensibilidad con relación a una función-objetivo definida, reflejando la variación referente a cada atributo con relación al caso base;
- Seleccionar los atributos críticos presentados en el análisis de sensibilidad;
- Combinar los atributos seleccionados a través de la técnica del árbol de decisiones donde los niveles y probabilidades asociadas son combinados y los modelos resultantes de esas combinaciones representan la suma de las probabilidades iguales a la unidad, lo que demuestra que todas las combinaciones posibles fueron realizadas;
- Realizar el tratamiento estadístico en la obtención de la curva de distribución del proceso.

La metodología usada por otros autores es en general, semejante con alteraciones en algunas partes del proceso. Las alteraciones son normalmente diferenciadas por el tipo de simplificación utilizado visto que el proceso completo ideal es inviable. Por eso, es importante que algunas de esas simplificaciones sean estudiadas con mayores detalles para comprender un poco más el impacto de ellas en el proceso, como será visto en este trabajo.

Los tópicos descritos en la metodología pueden ser representados por el flujograma presentado en la Figura 3.1.

Figura 28. Flujo del Proceso del Análisis de Riesgo



Fuente. Uncertainty Analysis in Reservoir Production Forecast during the Appraisal and Pilot Production Phases. Steagall, D.E. 2001.

3.4 SELECCIÓN DE ATRIBUTOS.

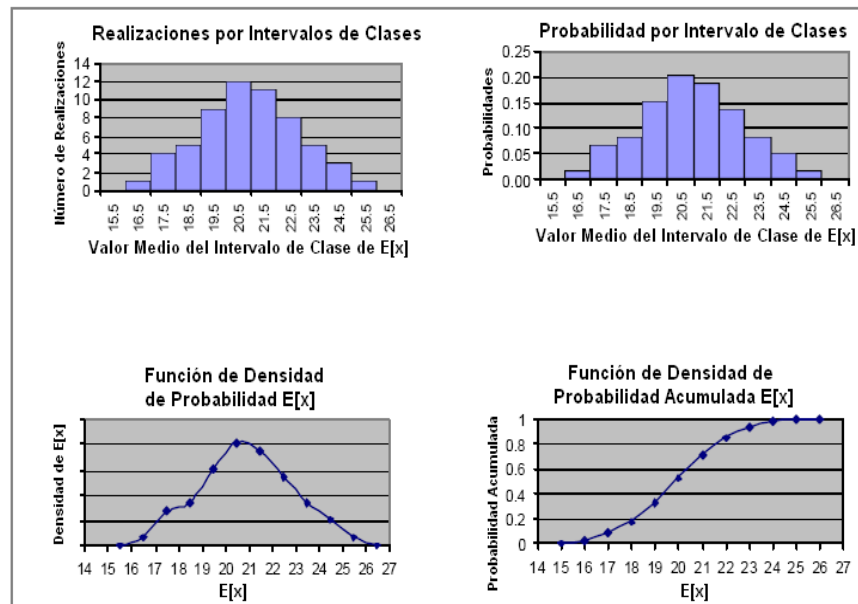
Una de las dificultades del proceso es integrar y normalizar ó estandarizar el tratamiento para los atributos con formato y el grado de información diferente. Varios tipos de atributos pueden ser tratados: continuos, discretos, curvas, valores, imágenes, etc. Un tratamiento previo es necesario para estandarizar la información, visualizando una comparación de los efectos, para que a la hora de realizar la selección se haga con criterio.

Por ejemplo, las imágenes generadas por la geoestadística pueden disponer de la FDP (función de distribución de probabilidad), representada en la Figura 18. Cuando no se dispone de imágenes que caractericen las posibles realizaciones del atributo, las incertidumbres puede ser atribuida por conocimiento de los especialistas, a través de los valores máximos, más probable y mínimo de cada

atributo, representada por una distribución triangular, conforme Figura 18. Es importante recordar que la incorporación de la incertidumbre puede ser hecha a través de factores multiplicativos y de escala.

El atributo ideal es el conocimiento de toda la distribución de probabilidad. Para los atributos relacionados al tipo de roca, en el caso de existir modelación estocástica a través de las imágenes generadas, puede ser obtenida la FDP del atributo y también las diversas posibilidades de la distribución espacial, o heterogeneidades del yacimiento. Usualmente los datos son insuficientes para la determinación de la FDP., muchas veces se dispone de la modelación determinada del yacimiento a través de mapas geológicos y de los valores más probables de las características de la roca, fluido y roca-fluido.

Figura 29. Distribución de Probabilidades de un Atributo Partiendo de Posibles Realizaciones



Fuente. Estimativa de Incerteza na Previsão de Comportamento de Reservatórios. Loschiavo.1999

En esta fase, es importante considerar la agregación de atributos destinados a reducir el número de variables. La clasificación sugerida para algunos atributos del yacimiento es mostrada en la Tabla 1, con relación a la estimativa probabilística del POES, que puede agregar diversos parámetros de incertidumbres, tales como el área, arena neta petrolífera, porosidad y saturación de fluidos. En este estudio, la dependencia volumétrica se refiere al impacto de los atributos en el cálculo del POES y en las condiciones del flujo de fluidos en el yacimiento.

Tabla 3 Clasificación de atributos inciertos del Yacimiento en un sector del Campo Rubiales.

Atributo	Dependencia Volumétrica	Dependencia en el flujo de fluidos
Saturación de Agua	A	A
Arena Neta Petrolífera	A	B
Porosidad	A	M
Área	A	A
Contacto de Fluidos	B	M
Factor Volumétrico de Formación de los Fluidos	B	B
A = ALTA M = MEDIA B = BAJA N = NINGUNA		

Fuente. Incorporating Dynamic Data into Geostatistics Reservoir Modeling. Campozana. 1997

3.5 ESTRATEGIA DE PRODUCCIÓN

Después de definir la caracterización del yacimiento, a través de las propiedades relativas del modelo geológico, con cada atributo representado por sus niveles inciertos y probabilidades debidamente tratadas, se hace necesario construir un modelo que represente las informaciones relativas a las del yacimiento para la simulación y optimización de la estrategia de producción a adoptar.

La planificación de recuperación de un yacimiento depende de la práctica de producción que se encuentra implementado en el yacimiento. En la fase de desarrollo, la planificación puede ser dividida en dos fases. La primera se caracteriza por la elección de la estrategia, donde se realiza un estudio basado en un análisis de los datos del campo en la definición de parámetros importantes asociados a la estrategia de recuperación, como: tipo de pozo (productor o inyector) y la geometría del pozo (inclinado, horizontal o vertical). En la primera fase, también se evalúa la necesidad de un método de recuperación secundaria (inyección de agua o gas) o aún, un método de recuperación suplementaria. La segunda fase se caracteriza como la definición de la estrategia de producción, donde es realizado un plan de optimización. El proceso de optimización, sin embargo, es una tarea complicada, principalmente en modelos complejos y cuando los pozos son incontables y se encuentran envueltos.

La connotación adoptada para el modelo base a ser optimizado es la de un modelo determinístico, donde los atributos que lo caracterizan son definidos como los más probables. Se incluye en la estrategia de drenaje del yacimiento:

- Cantidad y localización de los pozos productores e inyectores;
- Cronograma de entrada de los pozos;
- Mecanismo de levantamiento artificial;
- Condiciones operacionales de los pozos, tales como límites de flujos, las presiones de funcionamiento, intervalos de producción, entre otros.

En la estrategia de producción, su objetivo es optimizar la rentabilidad financiera del proyecto y el factor de recobro de hidrocarburos, teniendo en cuenta el periodo de tiempo definido para el drenaje del yacimiento. La adopción de la función-objetivo a ser maximizada en la optimización depende de los objetivos de cada proyecto.

3.5.1 Parámetros de producción y económicos. Por lo general, los parámetros analizados en una estimación de producción son: la producción acumulada de petróleo (N_p), la producción acumulada de agua (W_p), el Factor de Recobro (%FR) y como parámetro económico el VPN. Los resultados de producción para cada pozo proceden de los resultados obtenidos del historial de producción y con su respectivo análisis de declinación (DCA), aplicando la ecuación de ARPS, para así obtener el perfil de producción hasta un tiempo estimado o a una tasa mínima económica.

La estrategia de producción que fuera a ser adoptada es optimizada para un caso en un sector del Campo Rubiales (área seleccionada). Tal procedimiento requiere gran demanda de tiempo y el objetivo final es un esquema de producción ideal, en la medida de lo posible, para el modelo determinista.

Los principales índices económicos utilizados para el cálculo del VPN se indican a continuación:

- Precio Equivalente al crudo Rubiales (US\$/bbl);
- Costo Operación por Barril Producido;
- Regalías;
- Disponibilidad;
- Servicios de Perforación;
- Completamiento;
- Facilidades de Superficie;
- Tasa de interés;
- Impuestos;
- Inversión Total.

Indicadores de Rentabilidad

- Valor Presente Neto (VPN)

El valor presente neto es el resultado algebraico de traer a valor presente, utilizando una tasa de descuento adecuada, todos los flujos (positivos o negativos) relacionados con un proyecto. Analíticamente, el valor presente neto mide el aporte económico de un proyecto a los inversionistas. Esto significa que refleja el aumento o disminución de la riqueza de los inversionistas al participar en los proyectos.

El valor numérico del valor presente neto puede ser interpretado de varias formas; esto dará lugar a la toma de decisiones acerca de la inversión del proyecto:

VPN > 0: Para este caso, las utilidades que representa la implementación del proyecto, son mayores a los costos de inversión; de esta manera se dice que el proyecto es viable e igualmente atractivo.

VPN < 0: En casos con datos de Valor Presente Neto menores a cero, no es viable el desarrollo del proyecto, ya que se tiene que la inversión para la implementación del proyecto nunca será cubierta según el tiempo de estudio de la proyección de los negocios.

VPN = 0: En esta situación la aprobación o denegación del proyecto resulta indiferente, ya que el costo de inversión es apenas cubierto por las utilidades que deja la aplicación del mismo.

- Tasa Interna de Retorno (TIR)

La tasa interna de retorno corresponde a aquella tasa de interés que hace igual a cero (0) el valor presente neto de un proyecto. Esta es la rentabilidad de los fondos que realmente se encuentran invertidos en el proyecto. O la rentabilidad

que el proyecto le permite generar a un dólar, mientras el mismo se encuentre invertido en el proyecto.

Con frecuencia se habla de la tasa interna de retorno como la Rentabilidad del proyecto. En un sentido estricto esto será cierto si los fondos que libera el proyecto se reinvierten a una tasa de interés igual a esa tasa interna de retorno. Esto es, la rentabilidad final del proyecto durante un cierto período depende finalmente de la forma como se inviertan los fondos que libera el proyecto en fechas anteriores a su culminación.

3.5.2 Valor de la información. Otro punto de relevancia es el concepto del valor de la información que intenta identificar los beneficios que puede proporcionar una información adicional para reducir el riesgo y, consecuentemente, el aumento del valor esperado del proyecto con el cambio de decisión que puede proporcionar la información.

Ejemplos de los tipos de información: (1) prospección sísmica, (2) pozos adicionales, (3) pruebas de laboratorio, etc. Ese concepto no es utilizado en el presente trabajo, pero está directamente relacionado con los conceptos del análisis de riesgo.

3.5.3 Valor de la flexibilización. Otra característica importante en el proceso de toma de decisiones está relacionada con la posibilidad de aplazar una decisión para minimizar los efectos negativos de una determinada incertidumbre. En general, una decisión tomada más tarde tiende a tomar más datos en consideración, minimizando el riesgo, pero, en contraste, también puede atrasar la entrada de ingresos y puede aumentar los costos. Por ejemplo, el desarrollo de un campo por etapas puede ser interesante para los casos en que el riesgo es muy elevado; así, parte del desarrollo del campo sólo es determinado después de

informaciones obtenidas de una primera fase. El potencial de ganancia con esta estrategia está asociado al valor de la flexibilización de un proyecto. Aunque no forman parte del ámbito de la metodología propuesta, el cálculo de ese valor puede seguir básicamente el mismo procedimiento del valor de la información, pero la aplicación práctica no es simple y merece una investigación más a fondo.

3.6 INTEGRACIÓN DE LAS INCERTIDUMBRES EN LA FASE DE DESARROLLO

En el caso en que la decisión sea de definir y establecer un plan de desarrollo del yacimiento, esta fase se encuentra en un contexto de grandes inversiones con el bajo grado del conocimiento del campo. Luego, la decisión a tomar en ese contexto se constituye en una situación de riesgo, una vez que las expectativas con relación a la decisión sean posibles en que no se concrete.

En esta fase, el aumento del impacto de las incertidumbres relacionadas con el flujo de fluidos aumenta significativamente, y es un punto muy importante en la definición de la estrategia de producción.

De esta forma, para aumentar la confiabilidad del proceso en la toma de decisiones, las incertidumbres relacionadas con las características geológicas deben integrarse con las incertidumbres relacionadas a aspectos tecnológicos, económicos, en la definición de la estrategia de producción. Evidentemente esta integración no es tarea fácil, una vez que el tratamiento probabilístico genera un gran número de modelos combinados.

Como en esa fase los atributos relacionados con la recuperación se hacen relevantes, la estrategia de producción se convierte en un atributo incierto en el proceso. Lo ideal sería tratar la estrategia como un atributo incierto desde el inicio

del análisis. Sin embargo, tal combinación implicaría en un gran número de simulaciones, sobre todo porque se encuentran involucradas otros tipos de incertidumbres, en función del número de atributos inciertos involucrados en la cuantificación de incertidumbres, el esfuerzo computacional y el tiempo disponible para la toma de decisiones aumentaría significativamente.

En ese punto se torna claro la necesidad de esa integración, una vez que la definición de la estrategia de producción se encuentra asociada a los aspectos geológicos (volumen en sitio de hidrocarburo, modelo estructural del yacimiento, propiedades de los fluidos, propiedades de la roca, iteración roca-fluido, etc.), económicos (principalmente precios) y tecnológicos (destacando las inversiones).

Las metodologías propuestas hasta el momento, abordan esos aspectos separadamente. El gran desafío es encontrar medios de viabilizar esa integración, minimizando las pérdidas de información. La propuesta para esta integración es la adopción de modelos representativos de la incertidumbre geológica. Después de esa selección, se aplica, por lo tanto, la integración con otras incertidumbres.

3.7 DIFICULTADES ENCONTRADAS EN EL PROCESO DEL ANÁLISIS DE RIESGO.

Las principales dificultades encontradas en este proceso se dividen en dos aspectos: (1) el gran número de variables que deben ser consideradas, (2) el esfuerzo computacional requerido. El mayor desafío del análisis de riesgo es en esta fase, es de minimizar los efectos ocasionados por las incertidumbres que envuelven los atributos, a través de métodos que puedan viabilizar el proceso, reduciendo así el esfuerzo computacional y de tiempo.0.....

Dependiendo del tipo de información que se tenga de los atributos inciertos, por ejemplo, imágenes a partir de la simulación estocástica, la adopción de ese refinamiento de informaciones por un lado, aumentaría la confianza del análisis y por otro, aumentaría también el número de simulaciones en el proceso, el cual hace que sea inviable.

En este punto es evidente la necesidad de simplificar el proceso para justificar la viabilidad del mismo, ya que está involucrado un gran número de simulaciones. La utilización de la automatización del proceso, haciendo uso de la computación paralela, es una manera de acelerar el proceso. Pero, es de extrema relevancia cuantificar el impacto de esas simplificaciones, pues dependiendo del tipo del problema y los objetivos del estudio, el uso de los mismos puede acarrear decisiones incorrectas que pueden implicar en un sub-óptimo desarrollo del campo.

Prácticamente todas las referencias relacionadas al análisis de riesgo en la fase de desarrollo con simulación adoptan como patrón la utilización inicial de tres niveles de incertidumbres para representar el atributo, lo que no deja de ser una simplificación, seguida de otras simplificaciones dentro del proceso.

4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Actualmente, el campo Rubiales se encuentra en la etapa primaria de desarrollo, la cual involucra la perforación de más de 300 pozos entre verticales y horizontales. Para este desarrollo se requiere predecir con cierto grado de exactitud los pronósticos de producción de petróleo y agua con el fin de definir el tamaño de las facilidades de superficie, sistema de inyección, oleoducto, inversiones, etc. Teniendo en cuenta lo anterior, se hace necesario establecer herramientas que faciliten ajustar los modelos de predicción de fluidos asociados a campos petrolíferos relacionados con los atributos inciertos del Yacimiento, esto permitirá instaurar la mejor estrategia de desarrollo, contribuyendo a la optimización de la producción y maximizando el factor de recobro del campo Rubiales. Para este fin, se debe tener un conocimiento previo de los métodos que pueden ser aplicados al campo y tomar en consideración aspectos de carácter técnico y económico.

Por consiguiente, una de las magnitudes fundamentales estudiadas en el negocio petrolero es el POES asociado a un yacimiento. Esta estimación se hace al inicio de la explotación de un campo utilizando diferentes principios de cálculo, siendo el más ampliamente utilizado el modelo volumétrico que se muestra a continuación:

$$POES = \frac{7758 * A * ANP * \Phi_{eff} * (1 - Sw)}{Bo} \quad \text{Ecuación 2}$$

Donde:

- A = Área
- ANP = Arena Neta Petrolífera
- Φ_{eff} = Porosidad Efectiva
- Sw = Saturación Agua
- Bo = Factor Volumétrico

Como puede verse, el POES es función de una serie de variables; lo que matemáticamente se denota como:

$$POES = f(A, ANP, \Phi_{eff}, Sw, Bo)$$

Ahora bien, dada la complejidad de los yacimientos de hidrocarburos, la heterogeneidad en su composición físico-química y las limitaciones tecnológicas, resulta imposible caracterizar cada una de estas variables como simples valores puntuales; de allí que estas variables son calificadas, como variables aleatorias o distribuidas, ya que en las mismas convergen las fuentes fundamentales de incertidumbre como lo son el conocimiento incompleto y la heterogeneidad.

El conocimiento incompleto tiene que ver con la dificultad técnica de medir parámetros en forma exacta a grandes profundidades, y la heterogeneidad tiene que ver con la característica eminentemente anisotrópica de estas variables, es decir, con el hecho de que dichas variables no pueden ser representadas por un único valor. Como ejemplo de la heterogeneidad de las variables puede mencionarse que la porosidad es una propiedad que varía entre un valor mínimo y un valor máximo a lo largo, ancho y profundo del yacimiento.

Todo lo anterior implica que el POES es en sí mismo una variable aleatoria que es función de varias variables aleatorias, cada una de las cuales puede representarse con una distribución de probabilidades

A continuación se describen en detalle todas las etapas requeridas para el cálculo del POES.

Etapa 1: Caracterizar probabilísticamente las variables de entrada al modelo: A, ANP, Φ_{eff} , Sw; Bo, pero este último al presentar un comportamiento constante en el campo, se tomará como un valor puntual.

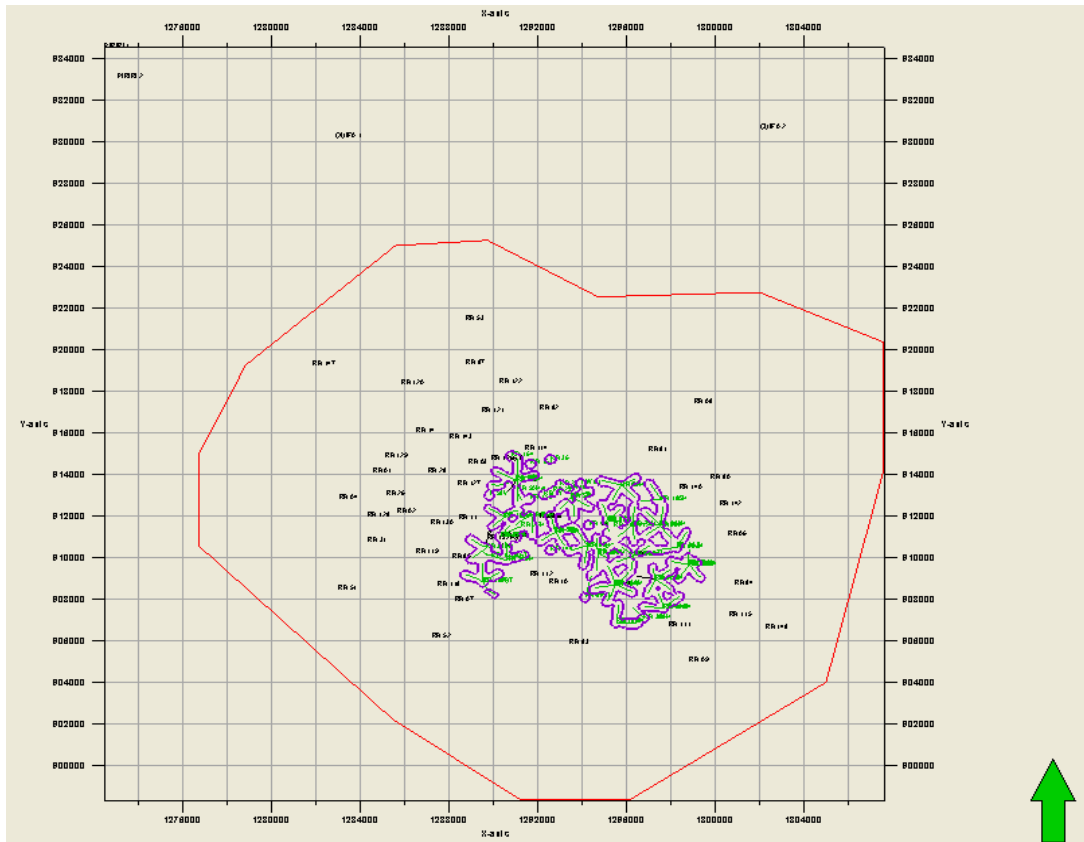
Etapa 2: Propagar mediante la Simulación de Montecarlo la incertidumbre de las variables A, ANP, Φ_{eff} , Sw en el modelo matemático del POES, para encontrar la distribución de probabilidades del mismo.

Etapa 3: Estimar los parámetros de interés de la distribución de probabilidades del POES como la media, la moda y los percentiles.

4.1 CARACTERIZACIÓN PROBABILÍSTICA DE LOS ATRIBUTOS DE ENTRADA AL POES.

4.1.1 Caracterización Probabilística del Área. El área seleccionada cubre un total de 8.224 Acres (Figura 30), con 104 pozos productores perforados, de los cuales 78 pozos son horizontales, y 26 pozos son verticales, siendo así el área de mayor población de pozos productores del Campo Rubiales, con un radio de drenaje, el cual se ha calculado con la producción de los pozos obteniendo un promedio de 250 metros, además, se presenta una distancia promedio entre pozos de 430 metros, y una navegación promedio de los pozos horizontales de 330 metros.

Figura 30. Selección del Área de estudio en un sector del Campo Rubiales.



Fuente. El Autor; PETREL TM.

Además se propone de que todos los pozos están dinámicamente conectados, y así generándose un área máxima de 15.632 Acres, y se obtiene (ubicado entre el mínimo y el máximo), un área más probable de 11.928 Acres. Para caracterizar probabilísticamente esta información no se realizan pruebas de calidad de ajuste; sino que se utilizan distribuciones de probabilidad especiales, diseñadas para modelar variables cuando la información que se tiene se reduce a tres estimados; un mínimo, un valor más probable y un máximo.

En este caso se utilizará la distribución Beta- Pert ampliamente recomendada para variables físicas; cuya función de densidad de probabilidades viene dada por:

$$f(A) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha) \cdot \Gamma(\beta)} \left(\frac{A - A_{min}}{A_{max} - A_{min}} \right)^{\alpha-1} \cdot \left(1 - \left(\frac{A - A_{min}}{A_{max} - A_{min}} \right) \right)^{\beta-1}$$

Donde:

$$\text{Media: } \mu_{Rc} = (A_{min} + 4 \cdot A_{mprob} + A_{max}) / 6$$

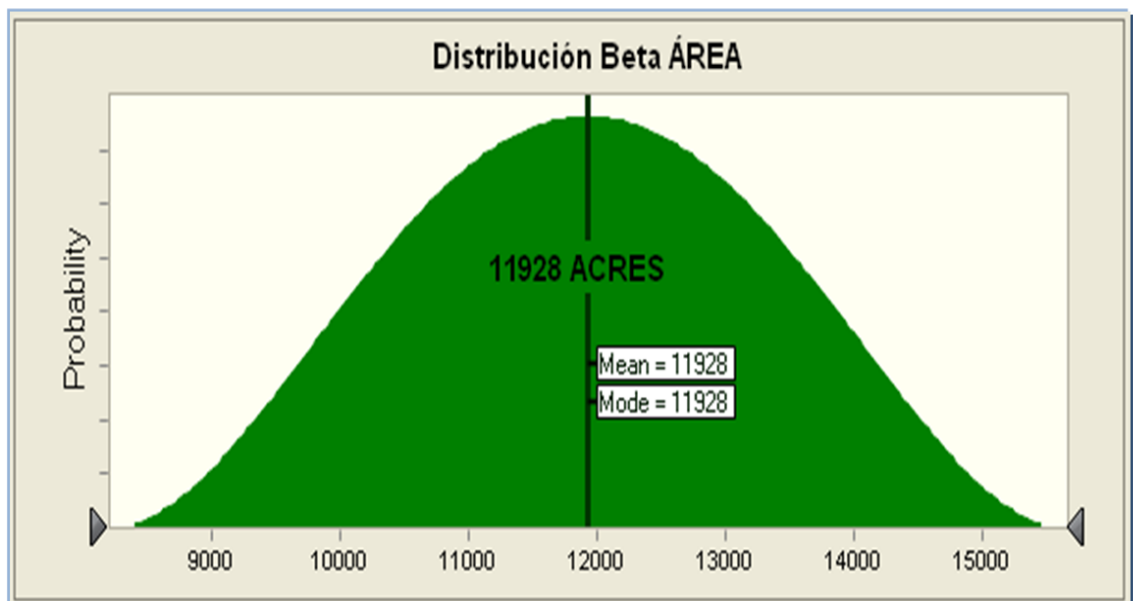
$$\text{Desviación Estándar: } \sigma A = (A_{max} - A_{min})/6$$

$$\alpha = (\mu_A - A_{min}) \cdot (2 \cdot A_{mprob} - A_{min} - A_{max}) / [(A_{mprob} - \mu_A) \cdot (A_{max} - A_{min})]$$

$$\beta = \alpha \cdot (A_{max} - \mu_A) / (\mu_A - A_{min})$$

Como se muestra en la Figura 31, la variable aleatoria Área es representada probabilísticamente con una función Beta-Pert, con parámetros $\sigma = 1.235$, $\alpha = 2,95$ y $\beta = 3,05$. Y además se obtienen los niveles de incertidumbre, el cual maneja un nivel pesimista (P90) de 8.224 Acres, un nivel optimista (P10) de 15.632 Acres, y un nivel más probable (P50) de 11.928 Acres (Tabla 4).

Figura 31. Distribución de Probabilidad para el Área



Fuente. El Autor; Crystal Ball.

Tabla 4. Niveles de Incertidumbre para el Área.

ÁREA	
P90 [Acres]	8.224
P50 [Acres]	11.928
P10 [Acres]	15.632

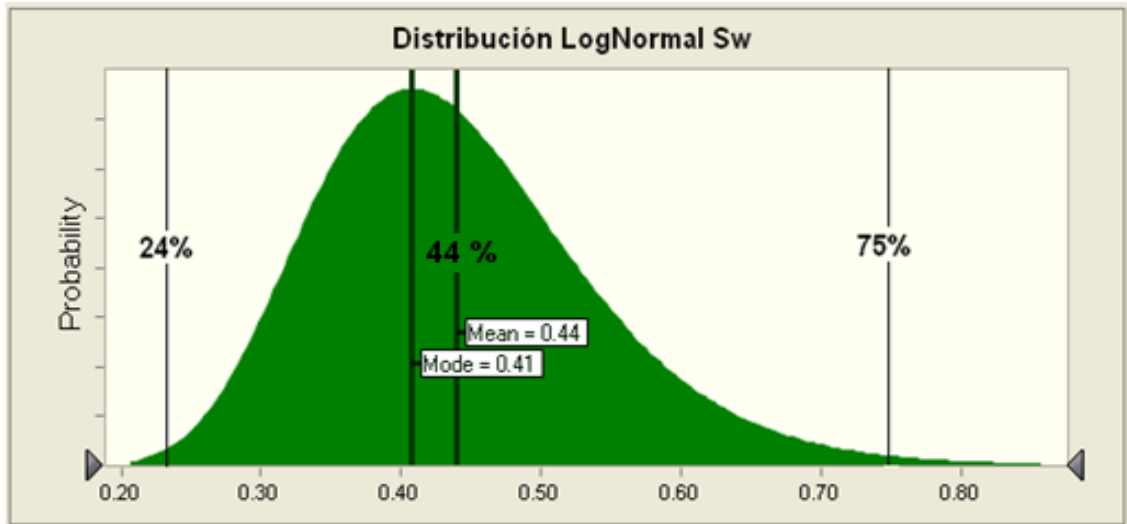
Fuente. El Autor.

4.1.2 Caracterización Probabilística de Sw, ANP y Φ . Los parámetros seleccionados en la caracterización probabilística, partiendo de la calidad y representatividad de los datos, se realizó la muestra en los 26 pozos verticales productores con sus respectivos núcleos del área seleccionada, enfatizándose pie a pie de la Unidad Arenisca Basales. Teniendo en cuenta que el modelo que se utiliza en el Campo Rubiales es el de doble saturación.

Por lo tanto, siguiendo el procedimiento de ajuste de curvas o selección de distribuciones de probabilidad, se utilizará la prueba de calidad de ajuste Anderson Darling, en donde se determinó la distribución paramétrica que mejor se ajusta a los datos disponibles de Saturación de Agua (Sw), Arena Neta Petrolífera (ANP) y Porosidad (Φ).

El análisis de los datos de Saturación de Agua (Sw), mostrado en la Figura 32 revela que la distribución más adecuada para representar probabilísticamente esta variable es la distribución Lognormal, con parámetros $\mu=0,44$ y $\sigma= 0,10$. Y se obtienen los niveles de incertidumbre, el cual maneja un nivel optimista (P10) de 0,24 (24%), un nivel pesimista (P10) de 0,75 (75%), y un nivel más probable (P50) de 0.44 (44%), (Tabla 5).

Figura 32. Distribución de Probabilidad para la Saturación de Agua (Sw).



Fuente. El Autor; Crystal Ball

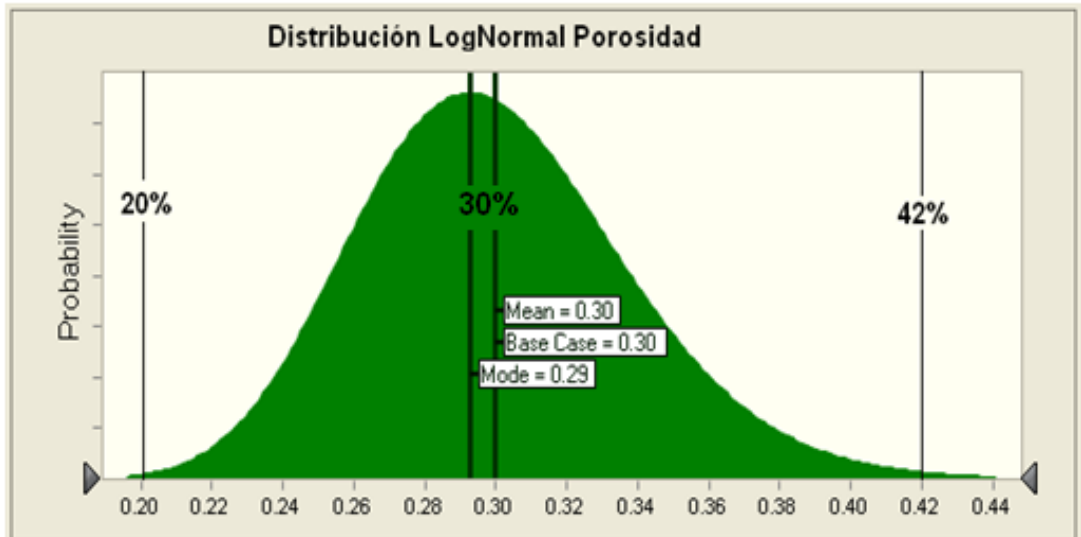
Tabla 5 Niveles de Incertidumbre para la Saturación de Agua (Sw).

Saturación Agua	
No. Pozos Verticales = 26	
P90 [Fracción]	0.75
P50 [Fracción]	0.44
P10 [Fracción]	0.24

Fuente. El Autor.

El análisis de los datos de Porosidad (Φ), mostrado en la Figura 33 revela que la distribución más adecuada para representar probabilísticamente esta variable es la distribución Lognormal, con parámetros $\mu=0,30$ y $\sigma= 0,0385$. Al obtener los niveles de incertidumbre, el cual maneja un nivel pesimista (P90) de 0,20 (20%), un nivel optimista (P10) de 0,42 (42%), y siendo el valor de la moda el nivel más probable (P50) de 0.30 (30%), (Tabla 6).

Figura 33. Distribución de Probabilidad para la Porosidad (Φ).



Fuente. El Autor; Crystal Ball

Tabla 6 Niveles de Incertidumbre para la Porosidad.

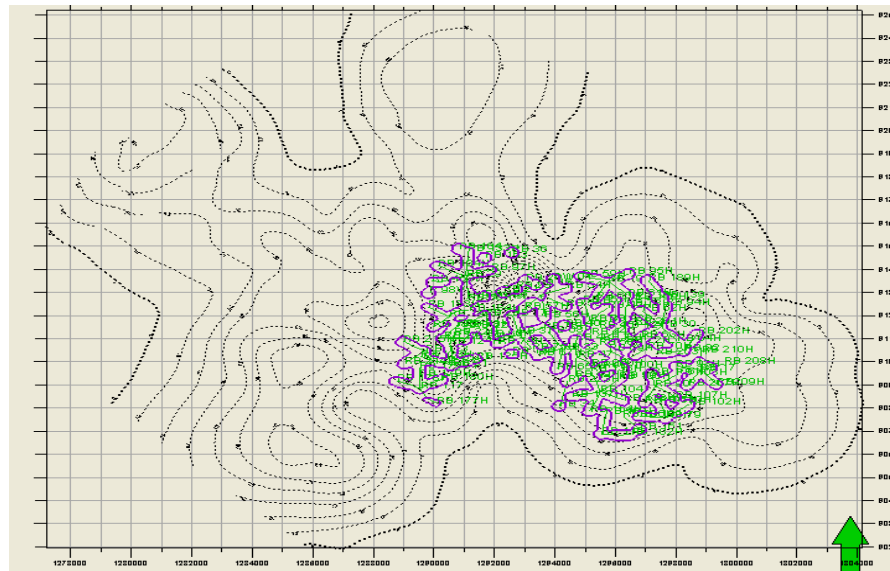
POROSIDAD	
No. Pozos Verticales = 26	
P90 [Fracción]	0.20
P50 [Fracción]	0.30
P10 [Fracción]	0.42

Fuente. El Autor.

De acuerdo a la distribución presentada en el mapa de la Arena Neta Petrolífera (ANP), mostrado en la Figura 34 se define el promedio de la misma con los resultados de la caracterización que se observa en la Figura 35, revelando que la distribución más adecuada para representar probabilísticamente corresponde a una distribución Lognormal, con parámetros $\mu=42,81$ y $\sigma= 5,75$. Al obtener los niveles de incertidumbre, el cual maneja un nivel pesimista (P90) de 30 (Pies), un

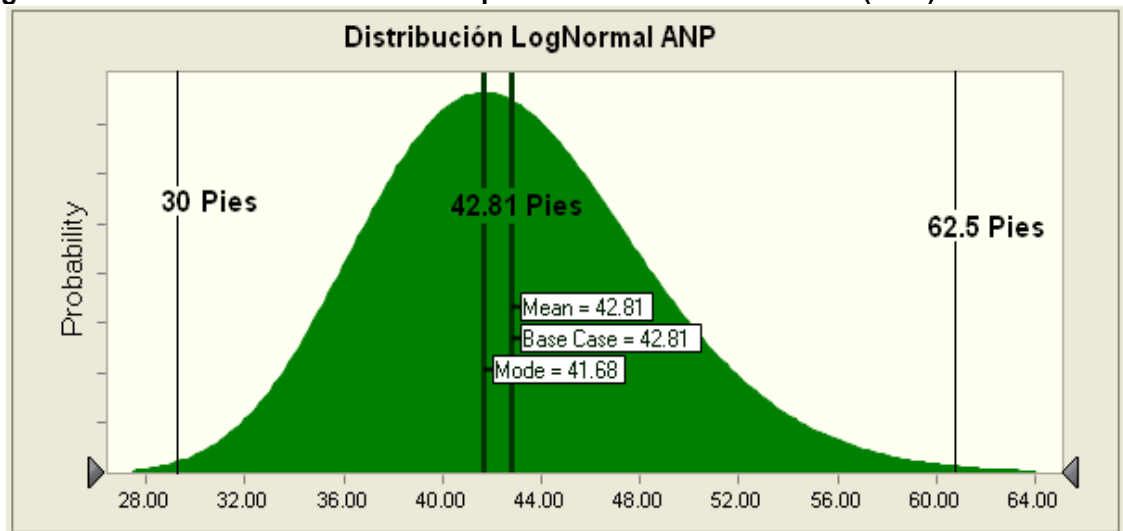
nivel optimista (P10) de 62,5 (Pies), y el nivel más probable (P50) de 42,81 (Pies), (Tabla 7).

FIGURA 34. Distribución de la Arena Neta Petrolífera (ANP).



Fuente. El Autor; PETREL TM

Figura 35. Distribución de Probabilidad para la Arena Neta Petrolífera (ANP).



Fuente. El Autor; Crystal Ball

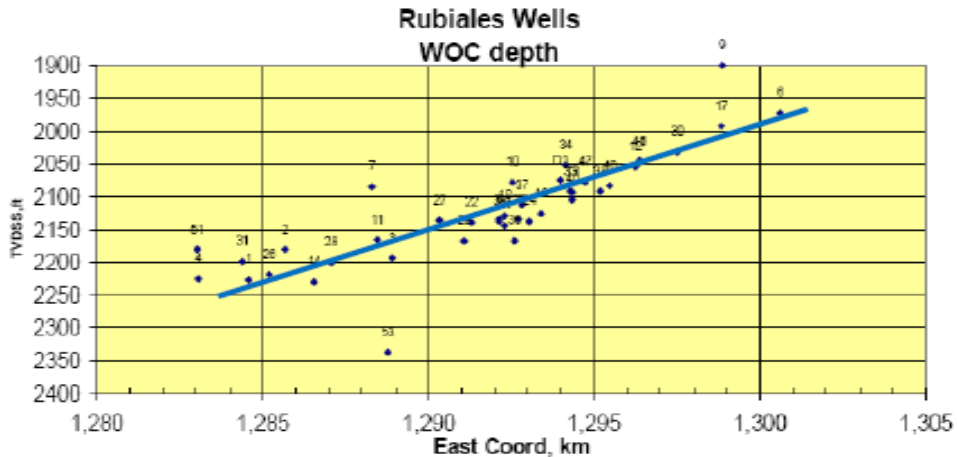
Tabla 7 Niveles de Incertidumbre para la Arena Neta Petrolífera.

ANP	
P90 [Pies]	30.0
P50 [Pies]	42.81
P10 [Pies]	62.50

Fuente. El Autor.

4.1.3 Contacto Agua-Petróleo (WOC). La gráfica de la profundidad del contacto basada en algunas pruebas RFT's y en la evaluación del set de registros de resistividad en cada uno de los pozos, en donde las zonas de aceite son definidas por resistividades en el rango de 30 a 40 Ohm-m, muestra un contacto agua-petróleo inclinado (Figura 36).

Figura 36. Mostrando diferentes profundidades del WOC, desde el oeste hacia el este del Campo Rubiales.



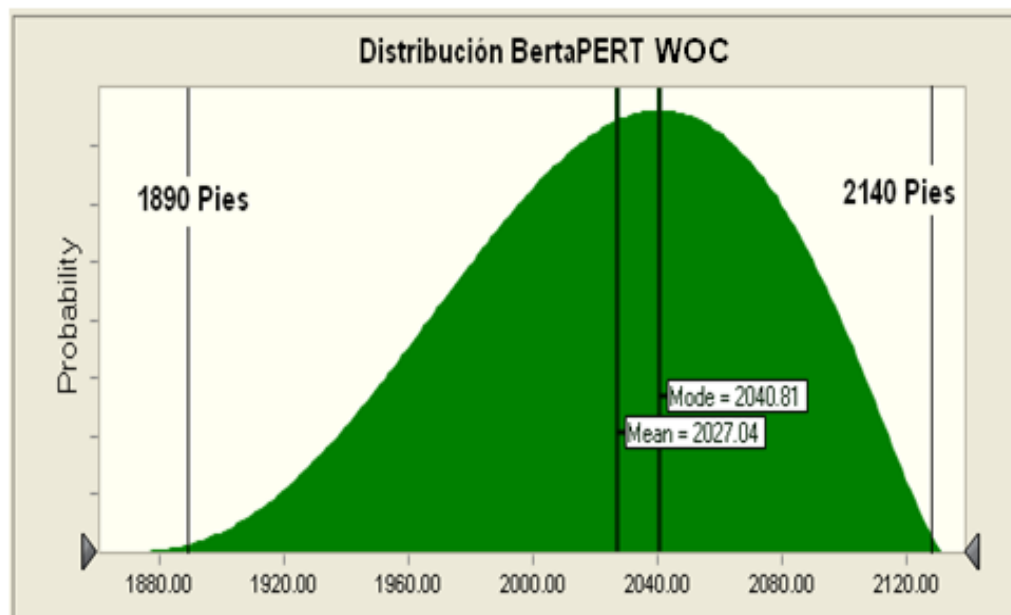
Fuente. Gerencia de Yacimientos Pacific Rubiales Energy Metapetroleum CORP.

Además, mediante la elaboración de mapas combinados estructurales e isotopociales de agua y petróleo para el campo Rubiales, se observa la existencia

de líneas isotopociales diferentes para el agua y para el aceite en algunas zonas del campo, lo cual es un elemento adicional que soporta la existencia de un atrapamiento hidrodinámico y que justifican la presencia de un contacto agua-aceite inclinado en el campo.

Caracterización Probabilística del Contacto Agua-Petróleo (WOC). El análisis de los datos del Contacto Agua-Petróleo (WOC), obtenidos de los pozos verticales (26) de un sector del Campo Rubiales (Área Seleccionada), mostrado en la Figura 37 revela que la distribución más adecuada para representar probabilísticamente esta variable es la distribución BetaPERT, con parámetros $\mu=2.040,81$ (Pies) y $\sigma=70,77$. Y se obtienen los niveles de incertidumbre, el cual maneja un nivel pesimista (P90) de 1898 (Pies), un nivel optimista (P10) de 2143 (Pies), y un nivel más probable (P50) de 2027 (Pies), (Tabla 8).

Figura 37. Distribución de Probabilidad para el Contacto Agua-Petróleo (WOC).



Fuente. El Autor; Crystal Ball

Tabla 8 Niveles de Incertidumbre para el Contacto Agua-Petróleo.

WOC	
No. Pozos Verticales = 26	
P90 [Pies]	1.898
P50 [Pies]	2.027
P10 [Pies]	2.143

Fuente. El Autor.

4.2 CARACTERIZACIÓN PROBABILÍSTICA DE LOS ATRIBUTOS DE ENTRADA AL ANÁLISIS ECONÓMICO

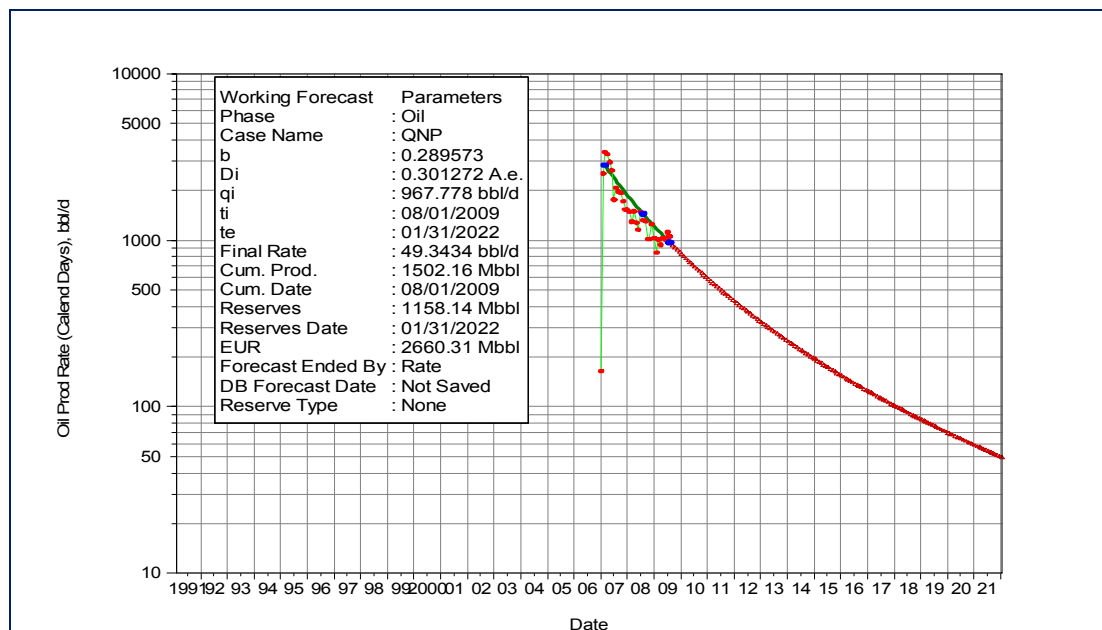
4.2.1 Calculo de Reservas. Uno de los grandes problemas a los cuales se enfrenta en la actualidad en la industria petrolera es el cálculo de reservas. La estimación de reservas mediante técnicas estocásticas ha ido tomando auge en la industria petrolera pues su concepción permite una mejor cuantificación del nivel de incertidumbre asociado a este tipo de cálculos. Desafortunadamente, esta tarea no es sencilla pues implica un costo asociado, producto de la cantidad de información requerida.

Es común encontrar que el cálculo de reservas se base en el clásico Análisis de la Curvas de Declinación (DCA). Este enfoque tiene el limitante de tener un carácter netamente determinístico y en cuanto a lo empírico de su concepción, pero se presenta como la herramienta de primera mano para evaluaciones de esta naturaleza. Por lo tanto, la distribución probabilística de reservas desarrolladas mediante la combinación de la información de producción, usualmente disponible, y el potencial de los métodos estocásticos, es a través del uso del DCA. Esta

herramienta, cuyo objetivo es proporcionar bases más sólidas en la toma de decisiones, usa una técnica tipo Monte Carlo mediante un eficiente algoritmo de optimización.

En términos generales, mediante el uso de los grafico de pronósticos “Forecast” y contando con la información correspondiente a la historia de producción para cada uno de los pozos de un sector del Campo Rubiales (Área Seleccionada), se llevó a cabo los cálculos de los posibles comportamientos en cuanto a la cantidad de reservas, índices de declinación, ultimo recobro esperado EUR (Np+Reservas Recuperables) (Tabla 9); se trata de graficar la tasa de producción contra el tiempo y posteriormente extrapolar la tendencia establecida (Figura 38), usando una técnica específica. Uno de los parámetros que se tuvieron en cuenta para dicho análisis, es por regla del dedo gordo de la Compañía, la tasa mínima económica de cada uno de los pozos es 50 bbls.

Figura 38. Análisis de la Curva de Declinación Tipo Pozo



Fuente. El Autor; OFM 2007.2.

Tabla 9 Resultados obtenidos del Forecast.

POZOS	
VERTICALES	26
HORIZONTALES	78
DCA	
PROD.ACUM.DE CRUDO (AGO-09)	97 Mbbls
ULTIMO RECOBRO ESTIMADO (EUR)	138 Mbbls
RESERVAS RECUPERABLES	41 Mbbls

Fuente. El Autor.

El análisis de curvas de declinación, basado en las ecuaciones de Arps⁹, es considerado como un método netamente empírico sin ningún tipo de soporte en las leyes físicas que gobiernan el flujo de fluidos en el yacimiento. En su trabajo, el autor propuso una serie de ecuaciones descritas por el exponente de declinación, b , el coeficiente de declinación, D_i y el caudal inicial, q_i . (Ver Anexo C).

- **Caracterización Probabilística del Análisis de la Curva de Declinación.**

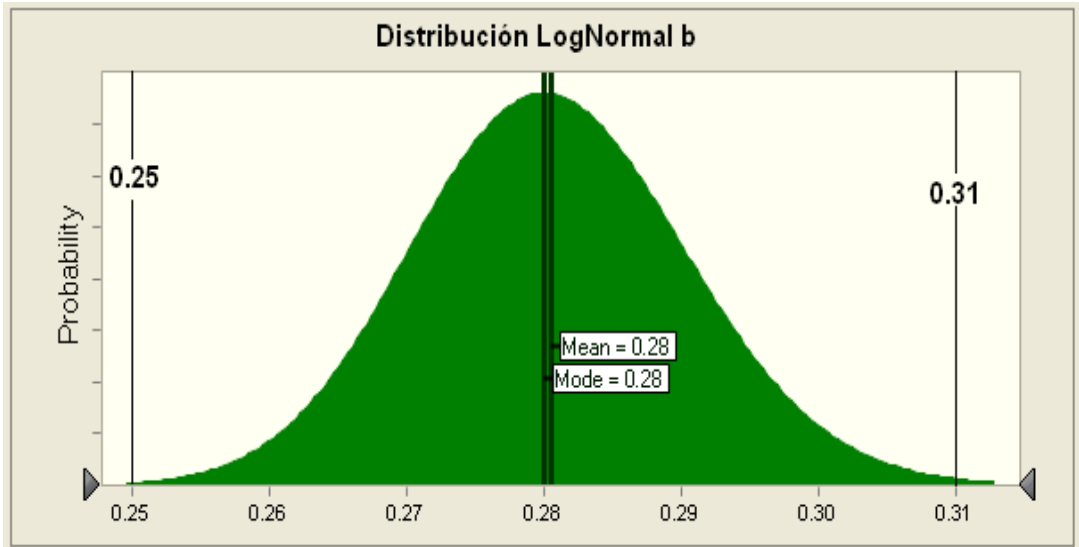
En el Campo Rubiales, al presentar un mantenimiento de presión por el acuífero activo, se observó en el análisis estadístico de los parámetros de declinación, que la tendencia de los pozos, presentan un tipo de regresión hiperbólica.

- **Caracterización Probabilística al Exponente de Declinación, b .**

El análisis de los datos del **Exponente de Declinación (b)**, mostrado en la Figura 39 revela que la distribución más adecuada para representar probabilísticamente esta variable es la distribución Lognormal, con parámetros $\mu=0,28$ y $\sigma= 0,019$. Y se obtienen los niveles de incertidumbre, el cual maneja un nivel pesimista (P90) de 0,25, un nivel optimista (P10) de 0,31, y un nivel más probable (P50) de 0.28, (Tabla 10).

⁹ CHRISTIE, M.A., Subbey, S., Sambridge, M. e Thiele, M. Quantifying Prediction Uncertainty in Reservoir Modeling Using Streamline Simulation.2002

Figura 39. Distribución de Probabilidad para el Exponente de Declinación (b).



Fuente. El Autor; Crystal Ball

Tabla 10 Niveles de Incertidumbre para el Exponente de Declinación.

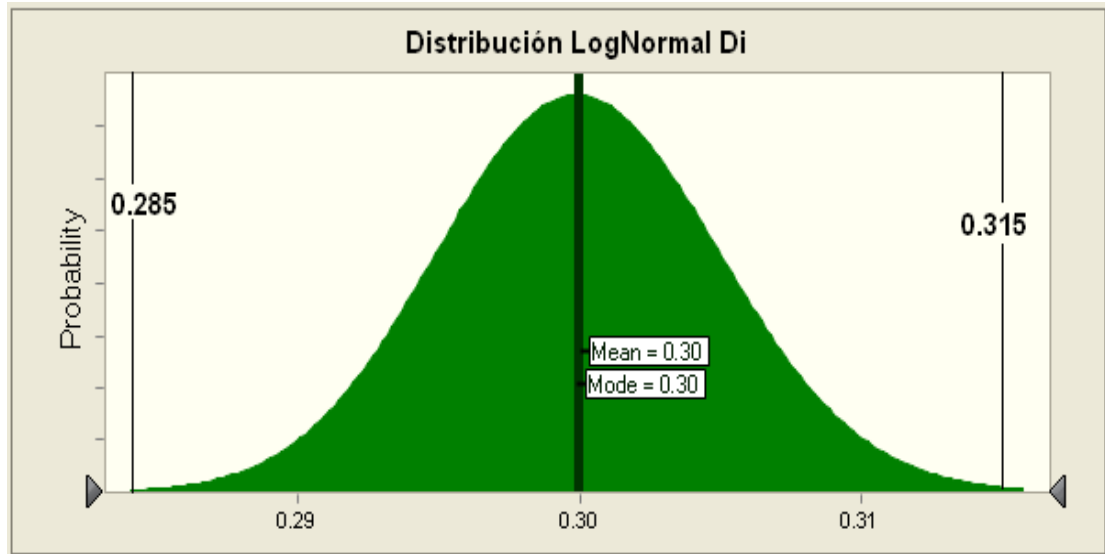
EXPONENTE DE DECLINACIÓN	
P90	0.25
P50	0.28
P10	0.31

Fuente. El Autor.

- **Caracterización Probabilística del Coeficiente de Declinación, D_i .**

El análisis de los datos del Coeficiente de Declinación (D_i), mostrado en la Figura 40 revela que la distribución más adecuada para representar probabilísticamente esta variable es la distribución Lognormal, con parámetros $\mu=0,30$ y $\sigma= 0,0001$. Y se obtienen los niveles de incertidumbre, el cual maneja un nivel pesimista (P90) de 0,285, un nivel optimista (P10) de 0,315, y un nivel más probable (P50) de 0.30, (Tabla 11).

Figura 40. Distribución de Probabilidad para del Coeficiente de Declinación (Di).



Fuente. El Autor; Crystal Ball

Tabla 11 Niveles de Incertidumbre para el Coeficiente de Declinación.

COEFICIENTE DE DECLINACIÓN	
P90	0.285
P50	0.30
P10	0.315

Fuente. El Autor.

4.2.2 Parámetros para el Análisis Económico. Con el fin de determinar la factibilidad de instaurar la mejor estrategia de desarrollo al contribuir con la optimización de la producción y maximizando el factor de recobro, se llevó a cabo el análisis económico por medio del estudio de diferentes indicadores, los cuales son empleados para demostrar la conveniencia o no de la implementación de los resultados obtenidos mediante el análisis avanzado de ingeniería.

Los métodos utilizados para llevar a cabo la evaluación económica del proyecto, tienen en cuenta el comportamiento del valor del dinero en el tiempo. Esto es realizado mediante la valoración de los criterios de Valor Presente Neto y Tasa Interna de Retorno.

El análisis económico es usado como un método de calificación de las propuestas establecidas en el proyecto, desde el punto de vista de la generación de utilidades económicas para el dueño y operador del campo.

- **Flujo de Caja**

En finanzas y en economía se entiende por flujo de caja como la acumulación neta de activos en un período dado y, por lo tanto, este constituye un indicador importante del desempeño de un proyecto de inversión. Básicamente es el resultado de la diferencia entre los ingresos y los egresos de un proyecto o de una empresa, para un periodo de tiempo.

- **Ingresos**

En el análisis del flujo de caja, los ingresos son todas aquellas ganancias obtenidas como resultado de la negociación de los productos de hidrocarburos extraídos por cada uno de los pozos productores que constan el área seleccionada en el campo Rubiales. Como en todo negocio, es de esperar que luego de realizar una inversión para la ejecución de un proyecto cualquiera, el conjunto de todas las utilidades en el tiempo debe exceder en cierta manera al conjunto de los costos de inversión y de operación del trabajo propuesto.

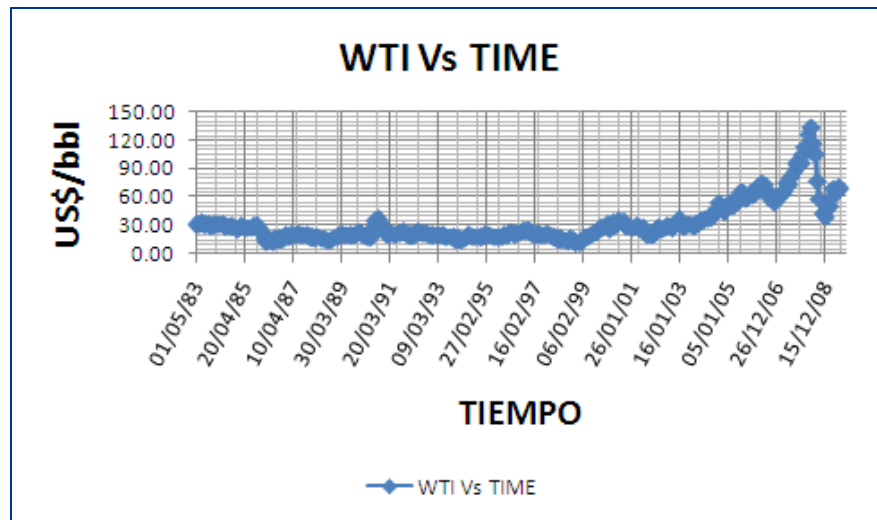
- **Egresos:**

Los egresos representan el conjunto de todos los desembolsos que deben ser contemplados en la implementación de cualquier proyecto. Para este caso se contemplaron los siguientes.

1. Costos de Inversión
2. Costos de Operación
3. Impuestos devengados al estado
4. Regalías por Explotación de recursos Naturales (20% de la producción).

- **Caracterización Probabilística del Precio Equivalente al Crudo Rubiales.** Con la variabilidad de los precios WTI (West Texas Intermediate), del crudo en los últimos años (Figura 41), ah dado pie a un mejor desarrollo en la industria petrolera.

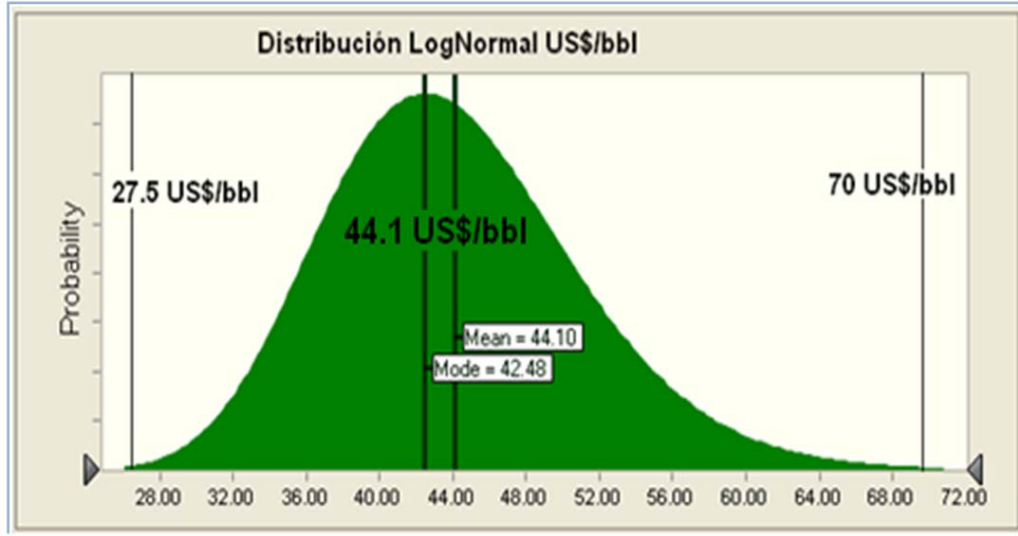
Figura 41. Variación de los precios del crudo (WTI) vs. Tiempo.



Fuente. El Autor;

En el análisis de los datos del Precio Equivalente al Crudo Rubiales (US\$/bbl), mostrado en la Figura 42 revela que la distribución más adecuada para representar probabilísticamente esta variable es la distribución Lognormal, con parámetros $\mu=44,1$ y $\sigma= 5$. Y se obtienen los niveles de incertidumbre, el cual maneja un nivel pesimista (P90) de 27.5 (US\$/bbl), un nivel optimista (P10) de 70 (US\$/bbl), y un nivel más probable (P50) de 44.1 (US\$/bbl), (Tabla 12).

Figura 42. Distribución de Probabilidad para el Precio Equivalente al Crudo Rubiales (US\$/bbl)



Fuente. El Autor; Crystal Ball

Tabla 12 Niveles de Incertidumbre para el Precio Equivalente al Crudo Rubiales.

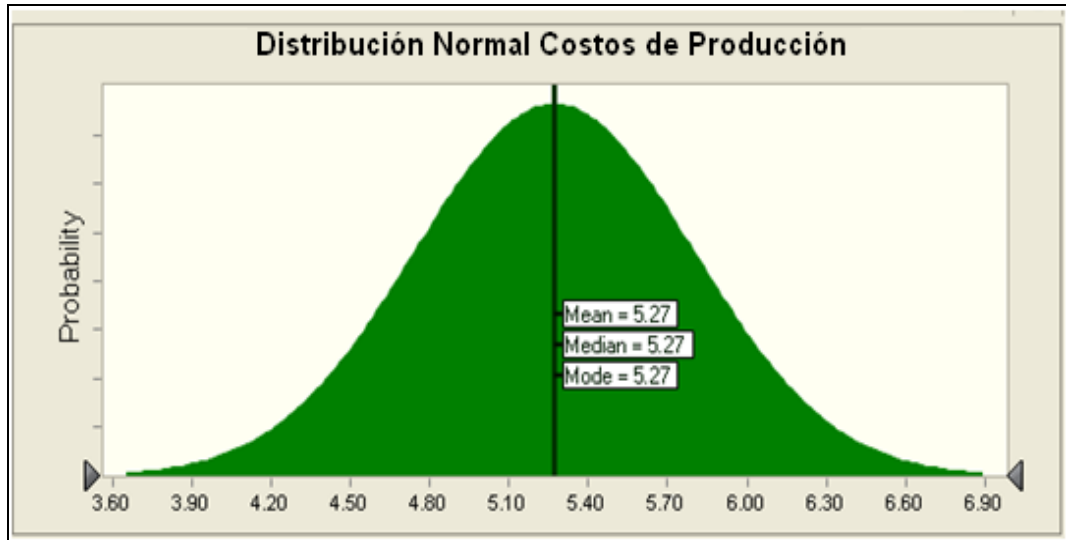
WTI EQUIVALENTE CRUDO RUBIALES	
P90 [US\$/bbl]	27.5
P50 [US\$/bbl]	44.1
P10 [US\$/bbl]	70.0

Fuente. El Autor.

- **Caracterización Probabilística a Costos de Operación por Barril Producido (Costos de Producción).**

El análisis de los datos de los **Costos de Operación por Barril Producido (Costos de Producción)**, mostrado en la Figura 43 revela que la distribución más adecuada para representar probabilísticamente esta variable es la distribución Triangular, con parámetros $\mu=5,27$ y $\sigma= 0,53$. Y se obtienen los niveles de incertidumbre, el cual maneja un nivel pesimista (P90) de 8 (US\$/bbl) un nivel optimista (P10) de 3 (US\$/bbl), y un nivel más probable (P50) de 5,27 (US\$/bbl) (Tabla 13).

Figura 43. Distribución de Probabilidad a Costos de Operación por Barril Producido (Costos de Producción).



Fuente. El Autor; Crystal Ball

Tabla 13 Niveles de Incertidumbre para el Costo de Producción.

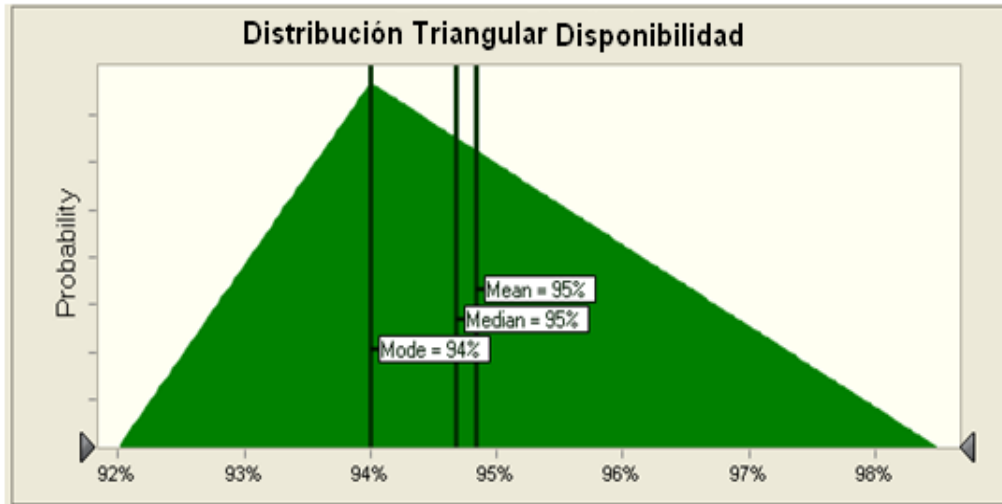
COSTO DE PRODUCCIÓN	
P90 [US\$/bbl]	3.00
P50 [US\$/bbl]	5.27
P10 [US\$/bbl]	8.00

Fuente. El Autor.

4.3.2 Caracterización Probabilística en la Disponibilidad de la Producción Asociado a la Eficiencia del Sistema de Producción (Disponibilidad).

El análisis de los datos de la Disponibilidad de la Producción Asociado a la Eficiencia del Sistema de Producción(Disponibilidad), mostrado en la Figura 44 revela que la distribución más adecuada para representar probabilísticamente esta variable es la distribución Triangular, con parámetros máximos, mínimos y más probable. Y se obtienen los niveles de incertidumbre, el cual maneja un nivel pesimista (P90) de 3,00, un nivel optimista (P10) de 0,315, y un nivel más probable (P50) de 0.30, (Tabla 14).

Figura 44. Distribución de Probabilidad en la Disponibilidad de la Producción Asociado a la Eficiencia del Sistema de Producción. (Disponibilidad)



Fuente. El Autor; Crystal Ball

Tabla 14 Niveles de Incertidumbre en la Disponibilidad de la Producción Asociado a la Eficiencia del Sistema de Producción.

DISPONIBILIDAD	
P90 [%]	92.0
P50 [%]	94.0
P10 [%]	99.0

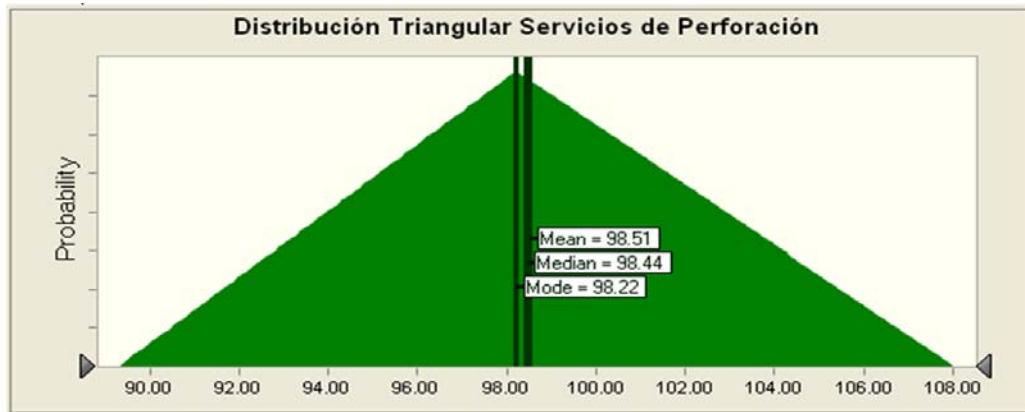
Fuente. El Autor.

- **Caracterización Probabilística de los Servicios de Perforación, Completamiento.**

El análisis de los datos de los **Servicios de Perforación y Completamiento**, mostrado en la Figura 45 y Figura 46, revela que la distribución más adecuada para representar probabilísticamente cada variable es la distribución Triangular, con parámetros máximos, mínimos y más probable. Y se obtienen los niveles de incertidumbre, el cual para los Servicios de Perforación maneja un nivel pesimista (P90) de 89,29, un nivel optimista (P10) de 108,04, y un nivel más probable (P50)

de 98.22, (Tabla 15). Y para el Completamiento, maneja un nivel pesimista (P90) de 40,14, un nivel optimista (P10) de 48,57, y un nivel más probable (P50) de 44,16, (Tabla 16).

Figura 45. Distribución de Probabilidad en los Servicios de Perforación. (Servicios de Perforación)



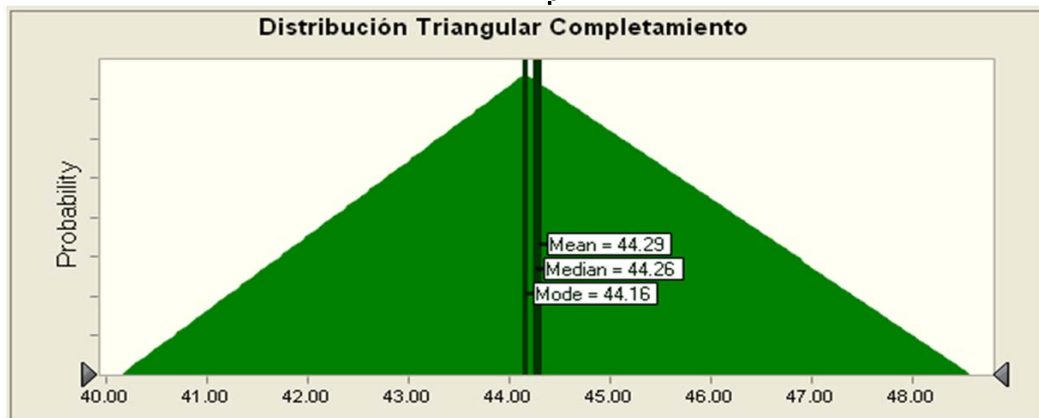
Fuente. El Autor; Crystal Ball

Tabla 15 Niveles de Incertidumbre en los Servicios de Perforación

Servicios de Perforación	
P90 [MMUS\$]	89.29
P50 [MMUS\$]	98.22
P10 [MMUS\$]	108.04

Fuente. El Autor.

Figura 46. Distribución de Probabilidad del Completamiento.



Fuente. El Autor; Crystal Ball

Tabla 16 Niveles de Incertidumbre del Completamiento

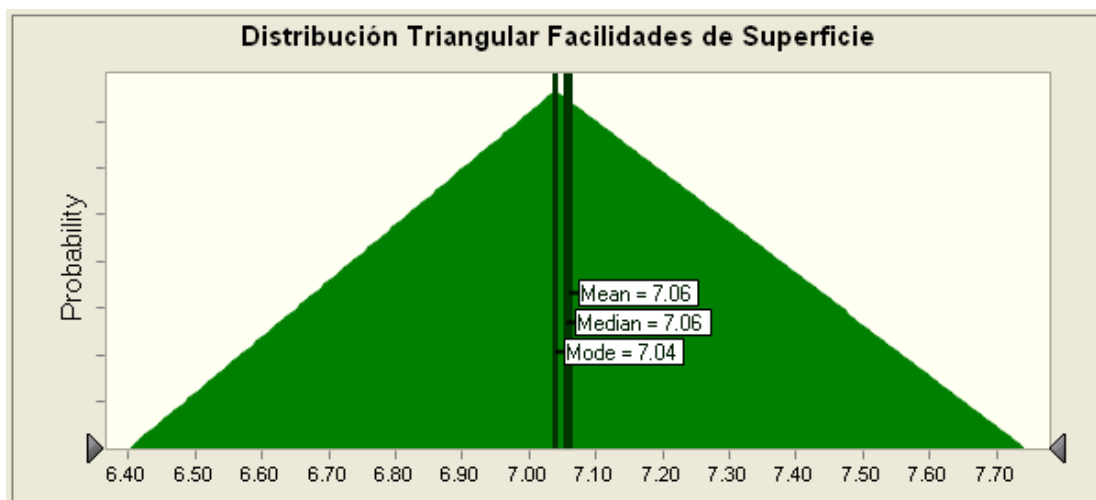
Completamiento	
P90 [MMUS\$]	40.14
P50 [MMUS\$]	44.16
P10 [MMUS\$]	48.57

Fuente. El Autor.

Caracterización Probabilística de las Facilidades de Superficie

El parámetro de Facilidades de Superficie, corresponde a los costos asociados: a la línea de flujo en la locación desde la cabeza del pozo, hasta el múltiple de prueba; el tanque en locación (si y solo si, hay tanque en la locación), y los carros tanque asociados a las pruebas de pozo cuando se presenta producción a carro tanque. El análisis de los datos de las **Facilidades de Superficie**, mostrado en la Figura 47 revela que la distribución más adecuada para representar probabilísticamente esta variable es la distribución Triangular, con parámetros máximos, mínimos y más probable. Y se obtienen los niveles de incertidumbre, el cual maneja un nivel pesimista maneja un nivel pesimista (P90) de 6,40, un nivel optimista (P10) de 7,74, y un nivel más probable (P50) de 7,04, (Tabla 17).

Figura 47. Distribución de Probabilidad de las Facilidades de Superficie.



Fuente. El Autor; Crystal Ball

Tabla 17 Niveles de Incertidumbre de las Facilidades de Superficie

Facilidades de Superficie	
P90 [MMUS\$]	6.40
P50 [MMUS\$]	7.04
P10 [MMUS\$]	7.74

Fuente. El Autor.

- **Caracterización Probabilística de las Regalías, Tasa de Descuento e Impuesto.**

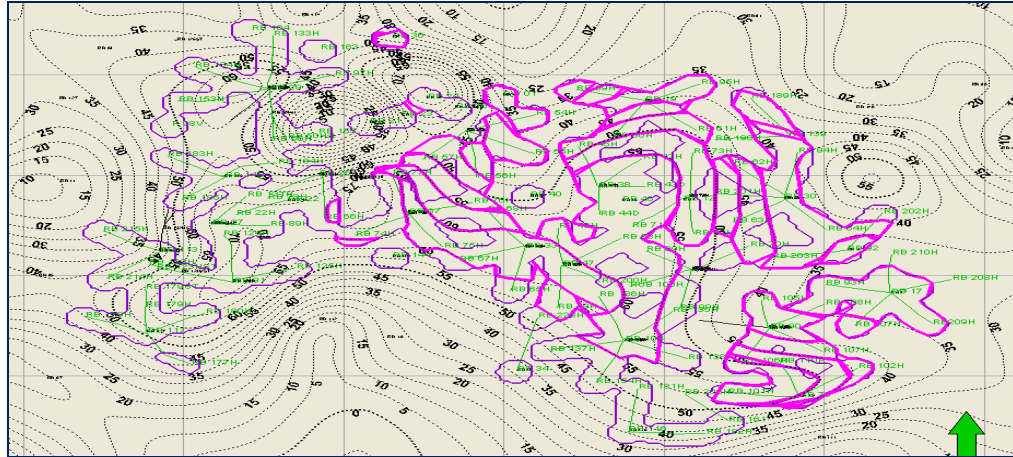
La Tabla 18, contiene los estimados hechos en base al comportamiento económico del País. Nótese que el estimado de Regalías esta dado por dos valores, un mínimo y un valor más probable, mientras que el estimado de la Tasa de Descuento y el (%) Impuesto esta dado por el valor más probable.

Tabla 18 Niveles de Incertidumbre de las Facilidades de Superficie

REGALÍAS		%IMPUESTOS	TASA DE DESCUENTO
Mínimo	Más Probable	Más Probable	Más Probable
20%	80%	0.385	10%

Fuente. El Autor.

FIGURA 49. Mapa de ANP, al generar el área para cada espesor promedio del área seleccionada (En un sector del campo Rubiales).



Fuente. El Autor. PETREL TM

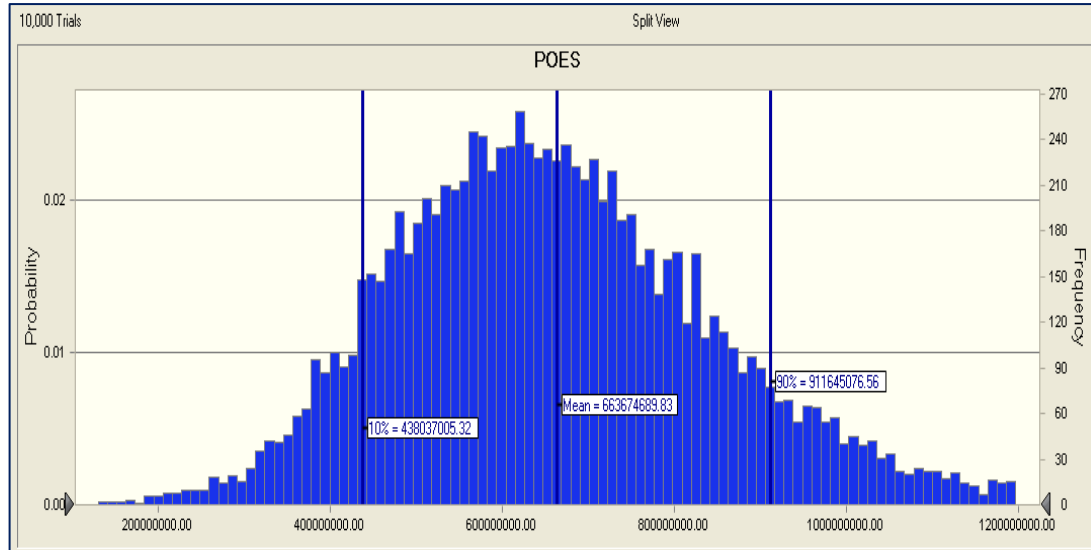
Tabla 19 Niveles de Incertidumbre en el cálculo determinístico del POES.

POES DETERMINISTICO			
PERCENTILES	P90	P50	P10
ÁREA [Acres]	8224	11928	15632
ANP [Pies]	30.00	42.81	62.50
Φ_{eff} [%]	20	30	42
Sw [%]	24	44	75
POES [Mbbbls]	290.94	665.54	795.85

Fuente. El Autor.

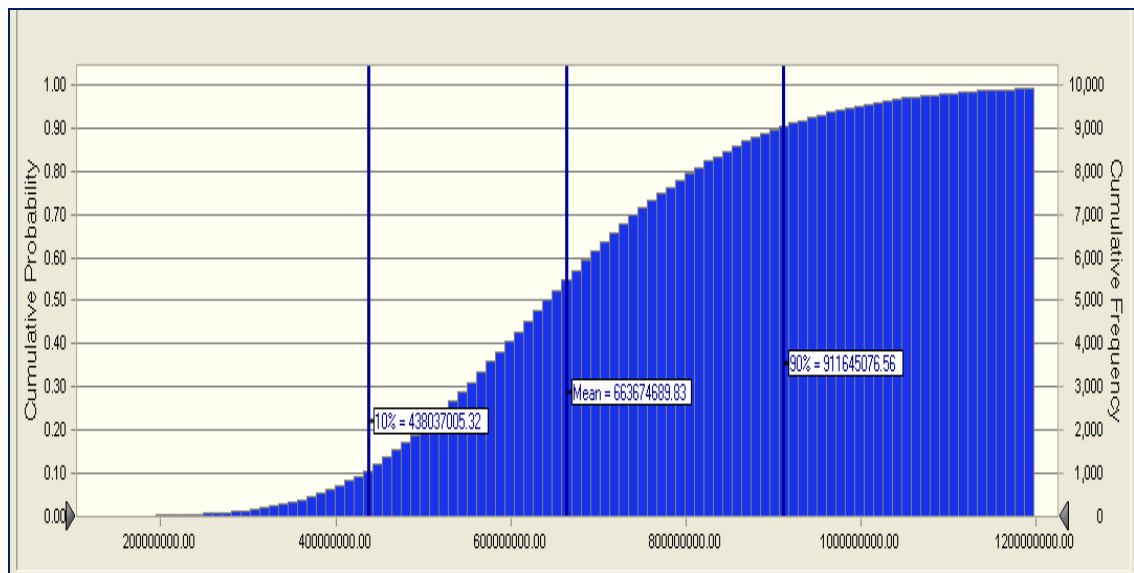
5.1.2 Caracterización Probabilística del Atributo de Salida, POES. Se realizó una prueba de bondad de ajuste con los 10000 probables valores del POES obtenidos con la Simulación de Montecarlo realizada en la Etapa 2; obteniéndose la distribución Lognormal como la distribución más adecuada. La Figura 50 y Figura 51 muestra los ajustes tanto para la distribución de frecuencias como para la distribución de frecuencias acumulada. Y sus percentiles se observan en la Tabla 20.

Figura 50. Distribución de Probabilidad de las Facilidades de Superficie.



Fuente. El Autor; Crystal Ball

Figura 51. Distribución de Probabilidad de las Facilidades de Superficie.



Fuente. El Autor; Crystal Ball

Tabla 20 Niveles de Incertidumbre al POES.

POES PROBABILÍSTICO	
P90 [Mbbls]	438.1
P50 [Mbbls]	663.7
P10 [Mbbls]	911.6

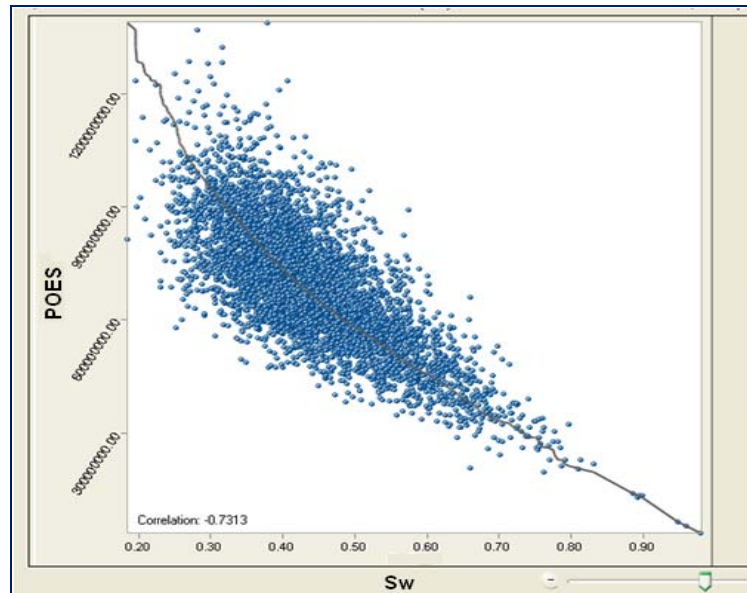
Fuente. El Autor.

5.1.3 Correlación Probabilística del Atributo de Salida, POES. Para detectar la posible existencia de correlación entre las variables del cálculo POES y el POES, usualmente se grafican los valores de las muestras independientemente recolectadas de ambas variables, a fin de visualizar si existe algún tipo de tendencia.

- **Correlación Probabilística del POES vs. Sw**

Como puede verse en la Figura 52, revelan una clara tendencia o correlación en el comportamiento de estas dos variables; observándose una correlación altamente negativa de - 0,7313, al indicar que afecta negativamente en el cálculo del POES.

Figura 52. Correlación Probabilística del POES vs. Sw.

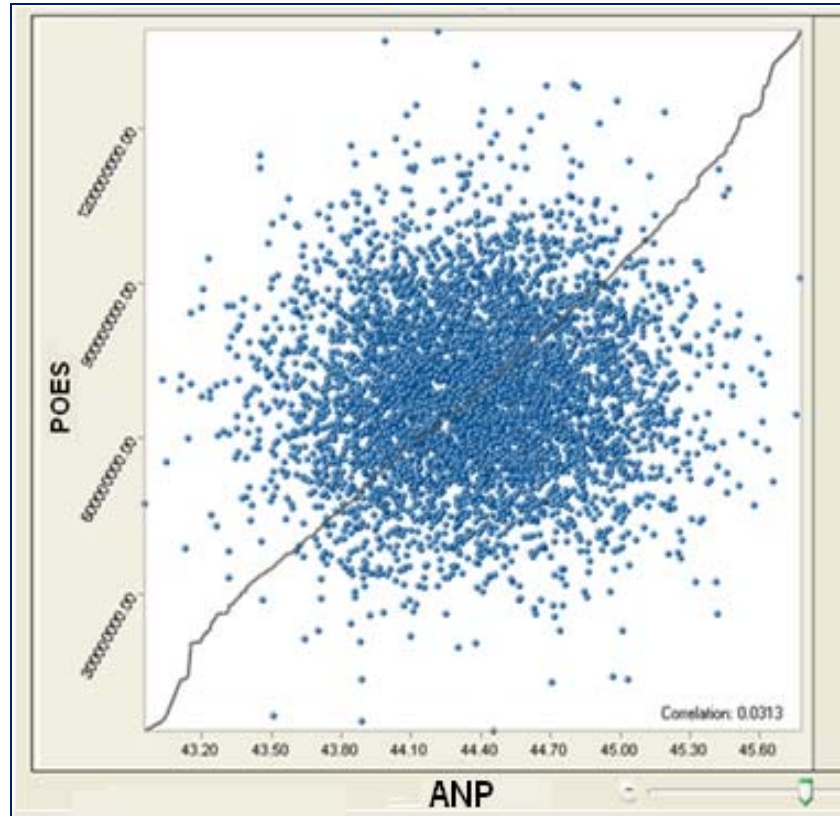


Fuente. El Autor; Crystal Ball

- **Correlación Probabilística del POES vs. ANP**

Como puede verse en la Figura 53, revelan una clara tendencia o correlación en el comportamiento de estas dos variables; observándose una correlación débilmente positiva de 0,0313, al indicar que afecta positivamente en el cálculo del POES.

Figura 53. Correlación Probabilística del POES vs. ANP.

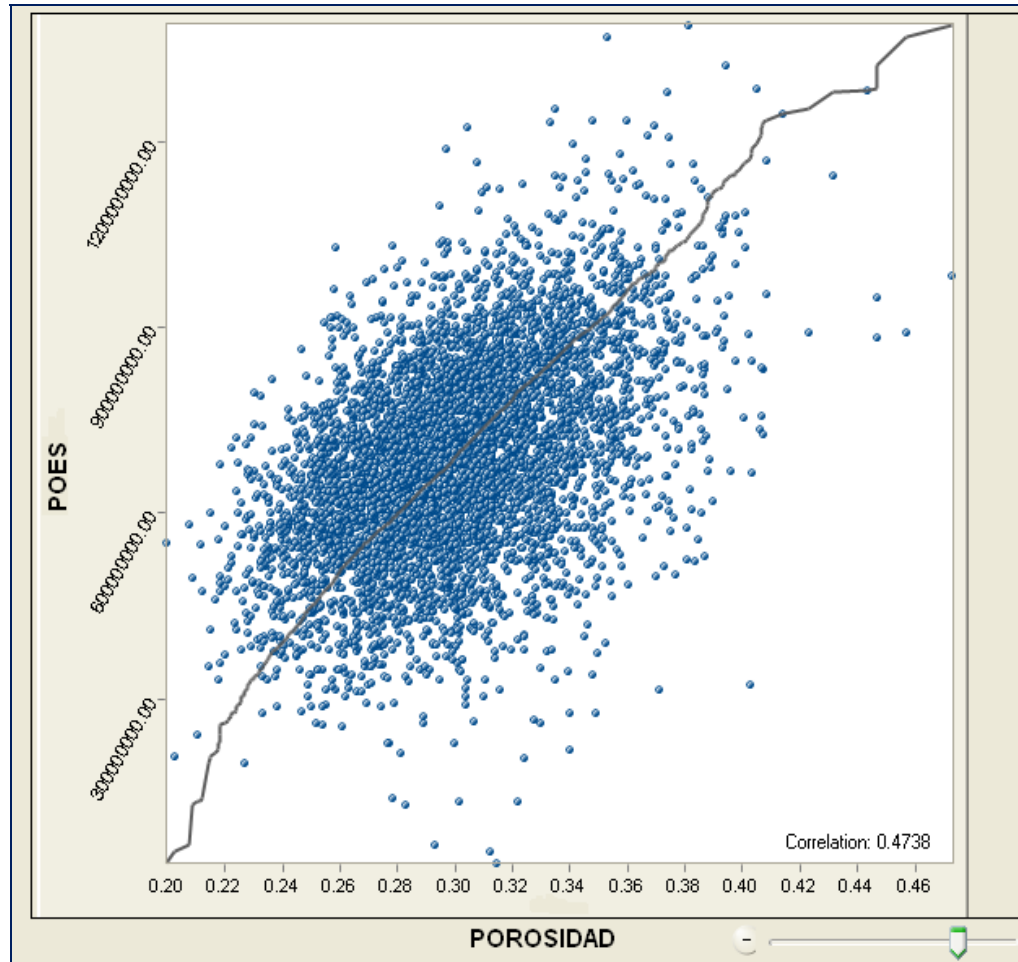


Fuente. El Autor; Crystal Ball

Correlación Probabilística del POES vs. Φ

Como puede verse en la Figura 54, revelan una clara tendencia o correlación en el comportamiento de estas dos variables; observándose una correlación moderadamente positiva de 0,4738, al indicar que afecta positivamente en el cálculo del POES.

Figura 54. Correlación Probabilística del POES vs. Φ .

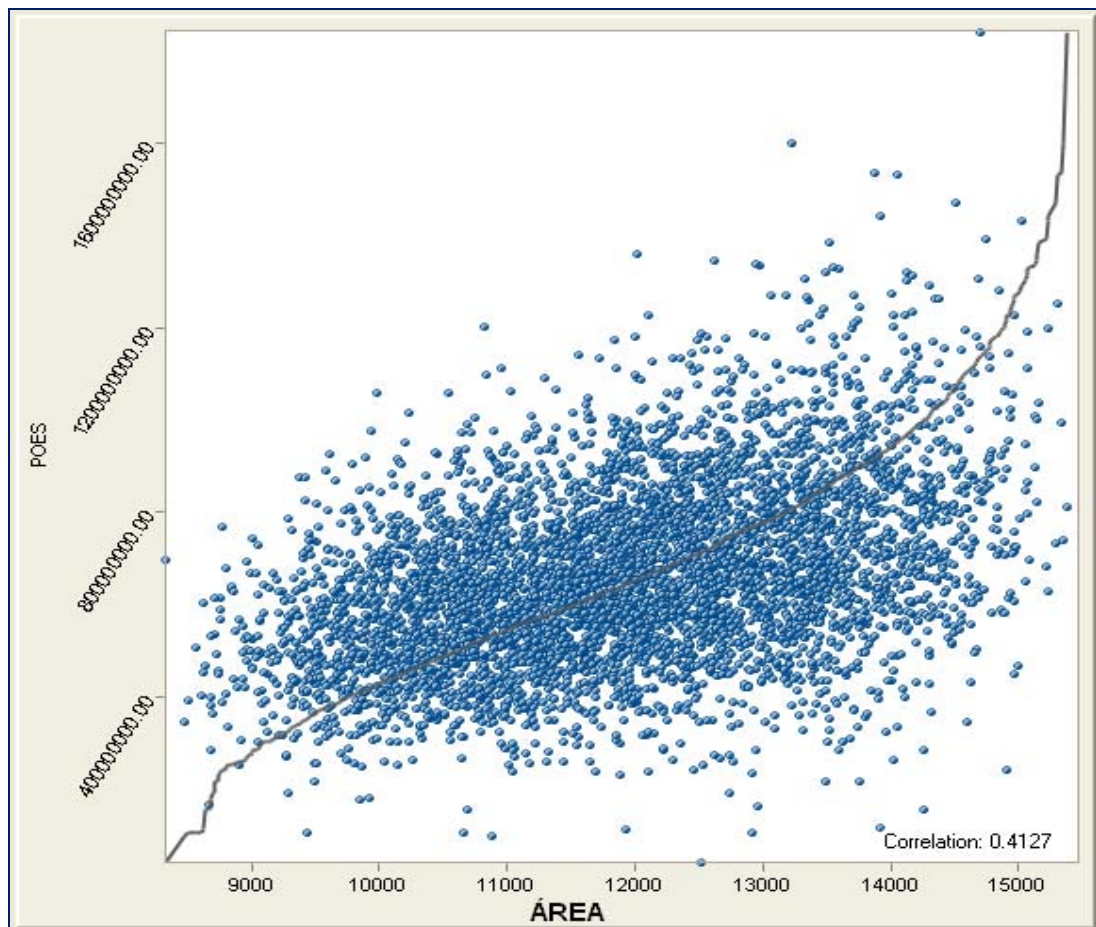


Fuente. El Autor; Crystal Ball

Correlación Probabilística del POES vs. ÁREA

Como puede verse en la Figura 55, revelan una clara tendencia o correlación en el comportamiento de estas dos variables; observándose una correlación moderadamente positiva de 0,4127, al indicar que afecta positivamente en el cálculo del POES.

Figura 55. Correlación Probabilística del POES vs. ÁREA.



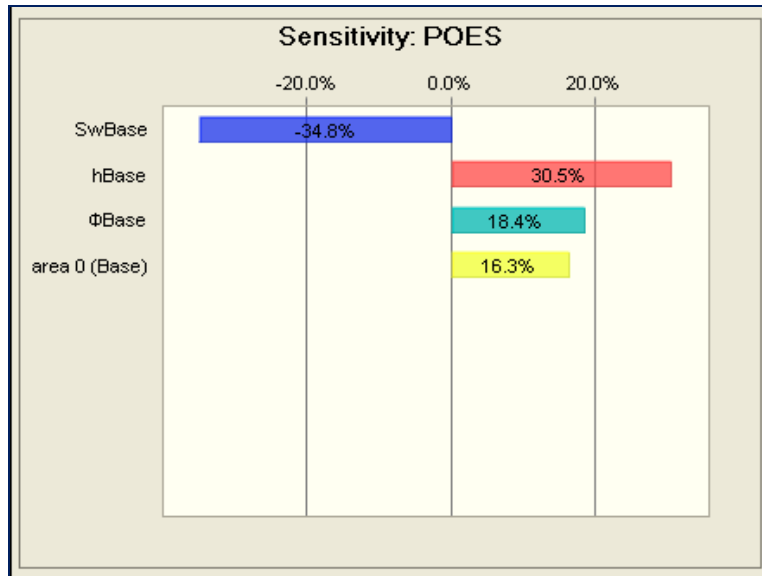
Fuente. El Autor; Crystal Ball

5.1.4 Análisis de Sensibilidad del Atributo de Salida, POES. El realizar el análisis de sensibilidad por medio del análisis de tornado de coeficiente de correlación, va a permitir identificar las variables de entrada al modelo en las que debe centrarse la atención y tomar las acciones necesarias.

Análisis de Tornado de Coeficiente de Correlación

Una vez realizado la Simulación Montecarlo para el caso del cálculo del POES, el diagrama de tornado que se obtiene se muestra en la Figura 54.

Figura 56. Diagrama de Tornado al cálculo del POES.



Fuente. El Autor; Crystal Ball

El cual, al obtenerse anteriormente las correspondientes correlaciones de cada uno de los atributos inciertos del yacimiento vs. POES, se observa que el parámetro de mayor peso en el cálculo volumétrico es el atributo de Sw, al presentar una contribución a la varianza de -34.8% el cual me afecta negativamente en el modelo. Sin embargo, los atributos de ANP, Φ , Área, se observó positivamente una contribución a la varianza, los cuales me afectan positivamente en el cálculo del POES. Tabla 21

Tabla 21 Contribución a la varianza del POES.

Variable	% Contribución a la Varianza
Sw	34.8%
ANP	30.5%
Φ	18.4%
Área	16.3%

Fuente. El Autor

5.2 CÁLCULO DEL FACTOR DE RECOBRO EN UN SECTOR DEL CAMPO RUBIALES.

Para el cálculo del factor de recobro, se seleccionó un sector ubicado en un área de mayor densidad de pozos productores en el campo (Figura 30). El área seleccionada cubre un total de 8.224 Acres con 104 pozos perforados, de los cuales 26 pozos son verticales, y 78 pozos horizontales. El POES calculado esta variando entre 438.1 Mbbls (P90) a 911.7 Mbbls (P10) de petróleo con un valor más probable (P50) de 663,7 Mbbls de petróleo. En la Tabla 22, se presentan los valores promedios para el cálculo del POES. El EUR pronosticado para estos 104 pozos es de 138 Mbbls de petróleo, con el valor del EUR y el POES del sector, el Factor de Recobro esta variando entre 15.2% (P90) a 24.6% (P50) con valor más probable (P50) de 20.4 %.

Tabla 22 Propiedades de Petróleo y Roca en un sector del campo Rubiales.

Propiedad	P90	P50	P10
Porosidad	0.20	0.30	0.42
Sw	0.24	0.44	0.75
Área	8224	11928	15632
POES, Mbbls	438.1	663.7	911.7
Np, Mbbls	138	138	138
FR %	15.2	20.4	24.6

Fuente. El Autor.

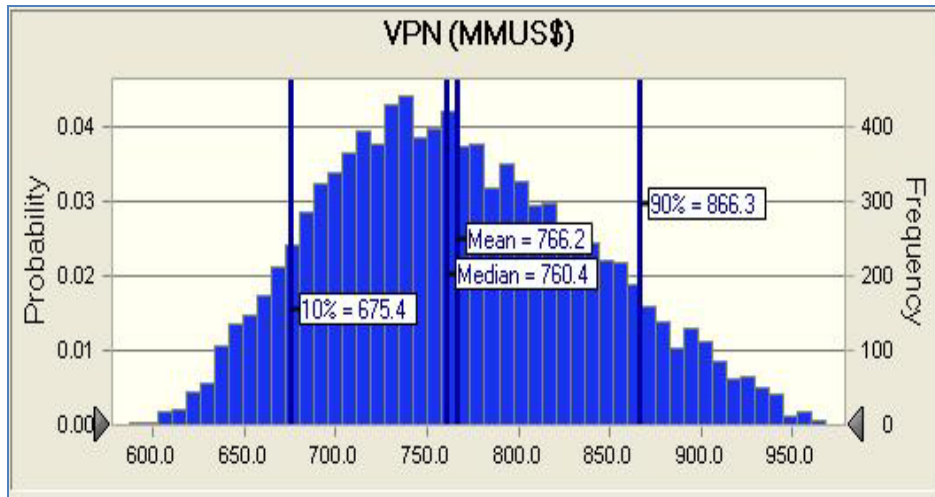
El factor de recobro para las áreas nuevas de desarrollo puede llegar a ser más alto, teniendo en cuenta que en el sector seleccionado la relación de pozo horizontal/vertical es de 3 mientras que en el desarrollo futuro se hará principalmente con pozos horizontales llegando a una relación mínima de 5 pozos horizontales por 1 vertical.

5.3 ANÁLISIS ECONOMICO.

Se realizó una prueba de bondad de ajuste con los 10000 probables valores de los indicadores de rentabilidad obtenidos con la Simulación de Montecarlo realizada

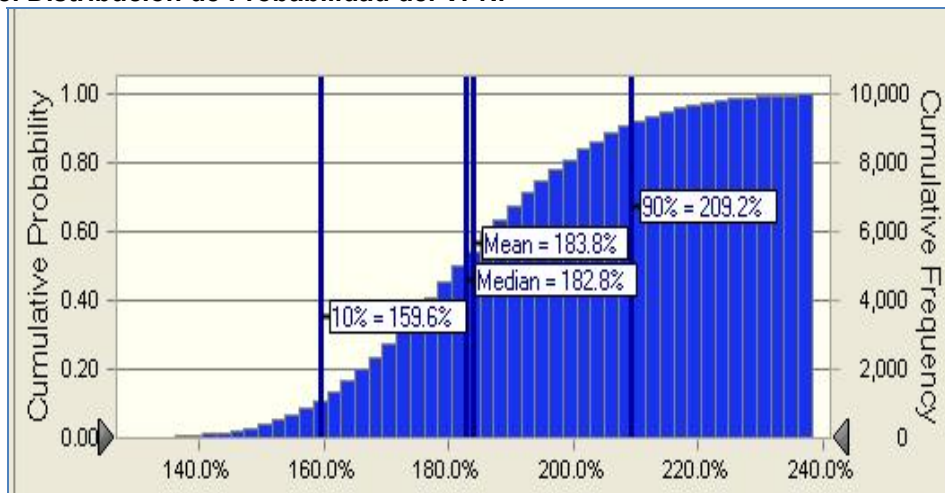
en la Etapa 2; obteniéndose la distribución Lognormal como la distribución más adecuada para el indicador VPN. La Figura 57 y 58 muestra los ajustes tanto para la distribución de frecuencias como para la distribución de frecuencias acumulada del VPN. Y sus percentiles se observan en la Tabla 23.

Figura 57. Distribución de Probabilidad del VPN.



Fuente. El Autor; Crystal Ball

Figura 58. Distribución de Probabilidad del VPN.



Fuente. El Autor; Crystal Ball

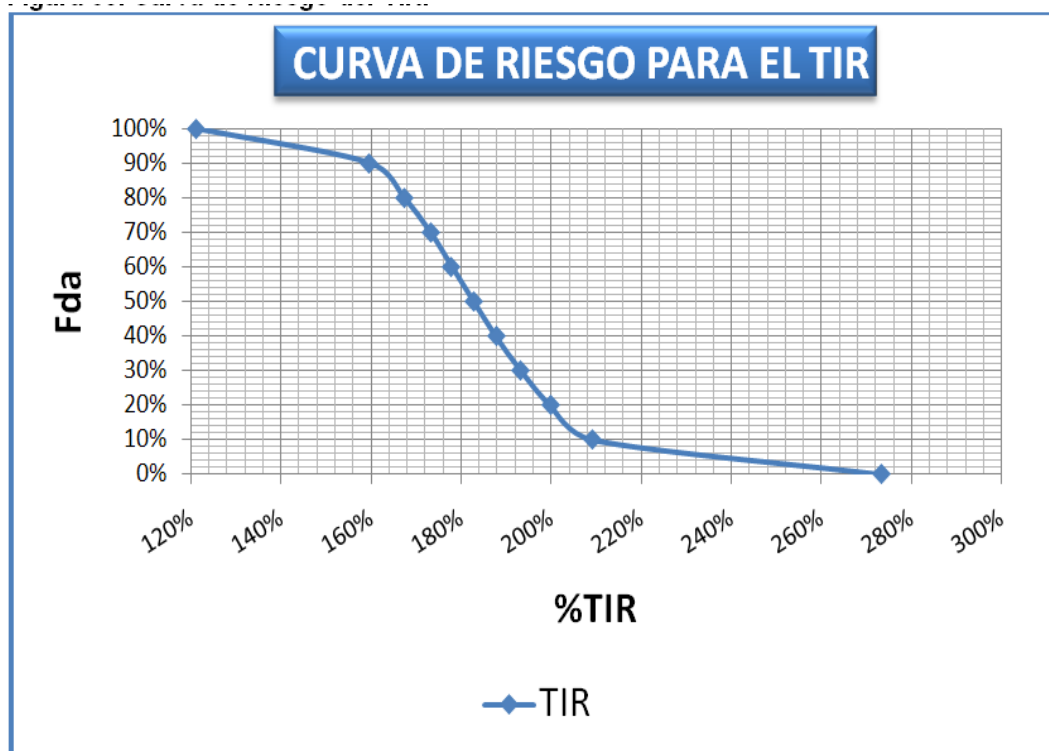
Tabla 23 Niveles de Incertidumbre del VPN.

VPN	
P90 [MMUS\$]	675.4
P50 [MMUS\$]	760.4
P10 [MMUS\$]	866.3

Fuente. El Autor.

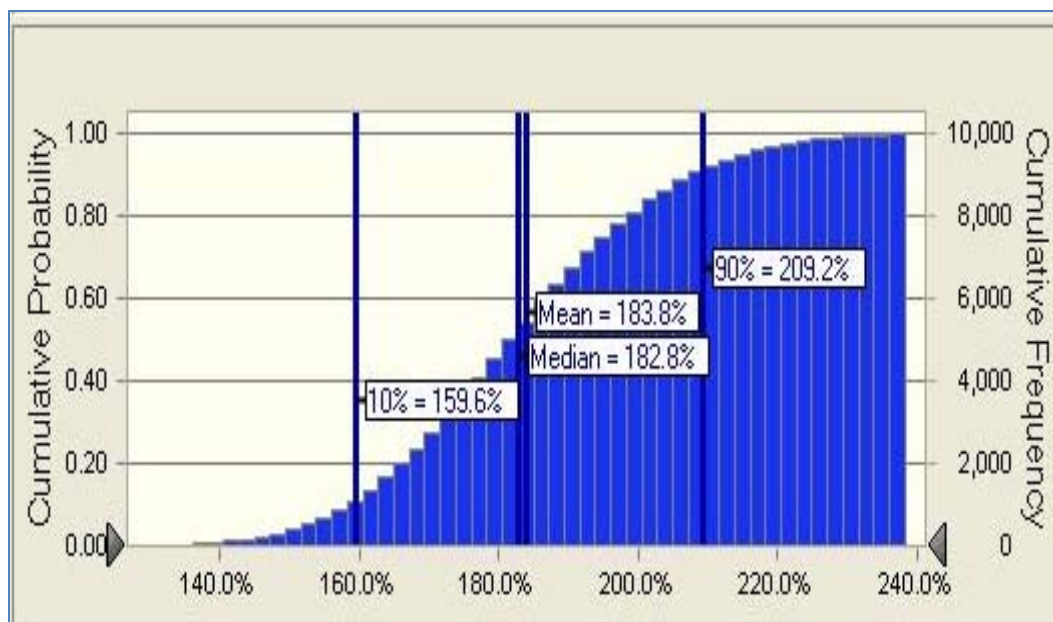
Además se obtuvo la distribución Lognormal como la distribución más adecuada para el indicador TIR. La Figura 59 y 60 muestra los ajustes tanto para la curva de riesgo como para la distribución de frecuencias acumulada del TIR. Y sus percentiles se observan en la Tabla 24.

Figura 59. Curva de Riesgo del TIR.



Fuente. El Autor.

Figura 60. Distribución de Probabilidad del TIR.



Fuente. El Autor; Crystal Ball

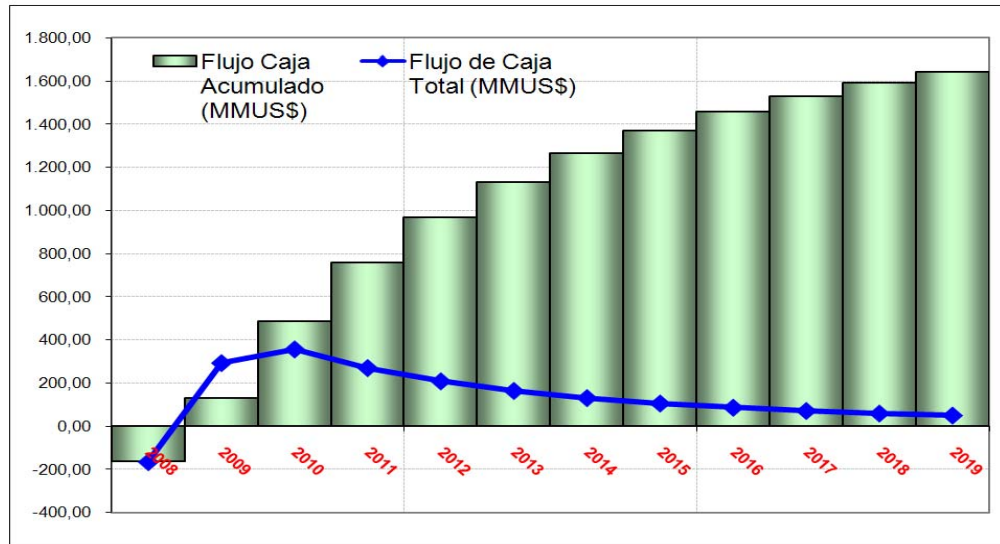
Tabla 24 Niveles de Incertidumbre del VPN.

TIR	
P90 [%]	159.6
P50 [%]	183.8
P10 [%]	209.2

Fuente. El Autor.

Después de haber calculado el VPN y el TIR respectivos, se obtiene el flujo de caja total y el flujo de caja acumulado en un período dado y, por lo tanto, este constituye un indicador importante del desempeño de un proyecto de inversión (Figura 61), Básicamente es el resultado de la diferencia entre los ingresos y los egresos de un proyecto o de una empresa, para un periodo de tiempo.

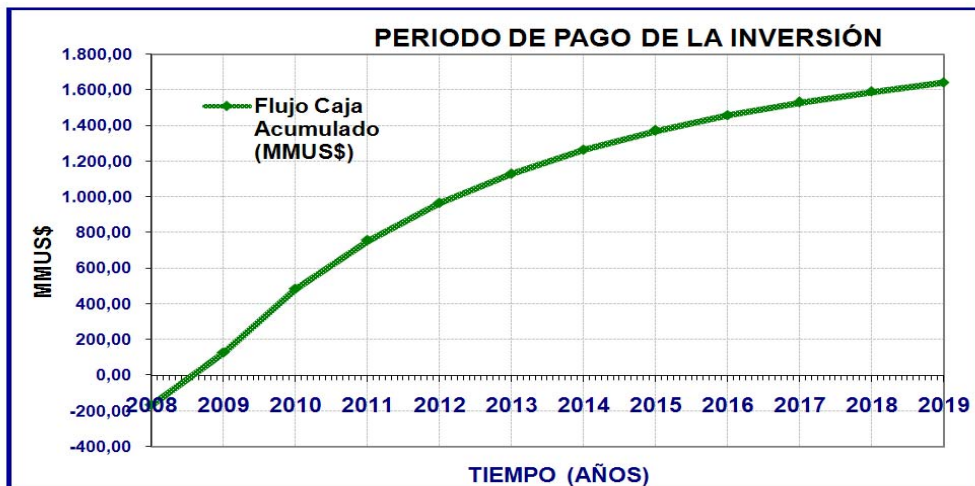
Figura 61. Flujo de Caja en un periodo dado del proyecto.



Fuente. El Autor.

Además se analiza el periodo del pago de la inversión (Figura 62), al observarse que la inversión se recupera en el primer año del proyecto, siendo un indicador de que el proyecto es altamente rentable.

Figura 62. Flujo de Caja en un periodo dado del proyecto.



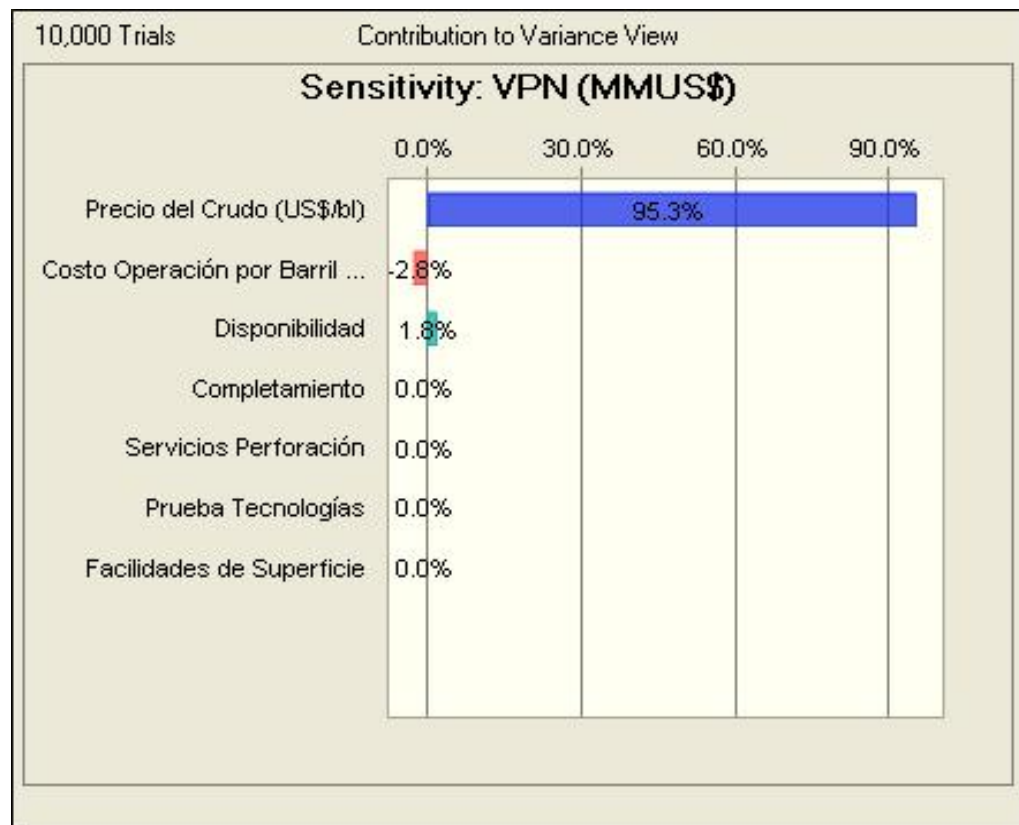
Fuente. El Autor.

5.3.1 Análisis de Sensibilidad del Atributo de Salida, VPN. El realizar el análisis de sensibilidad por medio del análisis de tornado de coeficiente de correlación, va a permitir identificar las variables de entrada al modelo en las que debe centrarse la atención y tomar las acciones necesarias.

Análisis de Tornado de Coeficiente de Correlación

Una vez realizado la Simulación Montecarlo para el indicador de rentabilidad del VPN, el diagrama de tornado que se obtiene se muestra en la Figura 63.

Figura 63. Diagrama de Tornado al indicador de rentabilidad del VPN.



Fuente. El Autor; Crystal Ball

El cual, al obtenerse del análisis de sensibilidad de cada uno de los atributos del análisis económico, se observa que el parámetro de mayor peso en el VPN es el atributo del precio equivalente al crudo Rubiales, al presentar una contribución a la

varianza de 95.3% el cual me afecta positivamente en el modelo. Sin embargo, los atributos de Costos de Producción, se observó una contribución a la varianza levemente negativa de -2.98%, sin embargo, el factor de Disponibilidad, se observó presenta una tendencia levemente positiva en la contribución a la varianza de 1.8%, los cuales también me afectan en el cálculo del VPN. Tabla 25

Tabla 25 Contribución a la varianza del VPN.

Variable	% Contribución a la Varianza
Precio Equiv. Crudo Rubiales	95.3%
Costos de Producción	2.98%
Disponibilidad	1.8%

Fuente. El Autor.

CONCLUSIONES

- Para el tipo de información representados por los niveles en el análisis estadístico relacionados a las variables inciertas del yacimiento, el POES varia en un nivel pesimista (P90) de 438.1 Mbbls, un nivel optimista (P10) de 911.7 Mbbls y un nivel más probable (P50) de 663.7 Mbbls.
- El valor más probable (P50) del atributo de la porosidad es de 30%, donde el parámetro de selección para el atributo fue la moda, obtenido de los datos de muestra de los pozos verticales productores (26 Pozos Verticales) del área de estudio.
- De acuerdo a la distribución presentada en el mapa de la Arena Neta Petrolífera, se definió el promedio de la misma, donde el nivel pesimista (P90) es de 30 Pies, el nivel optimista (P10) es de 62.50 Pies, y el nivel más probable (P50) 42.81 Pies.
- El análisis estadístico de los atributos petrofísicos en el cálculo volumétrico, se realizó en los pozos productores verticales (26) del área de estudio, para que así, la obtención de los datos fuese representativo.
- El contacto agua-petróleo, se presenta a diferentes niveles estructurales profundizándose en la misma dirección en la que buza el yacimiento.
- En el análisis estadístico al manejar los niveles pesimista, optimista y más probable del POES, además consecuentemente al obtener el valor del EUR (138 Mbbls), se logró obtener la eficiencia de recobro manejando un P90 de 15.2%, un P10 de 24.6% y un valor más probable (P50) de 20.4%.

- Al presentarse un mantenimiento de presión por el acuífero activo, se observó en el análisis estadístico de los parámetros de declinación, que la tendencia de los pozos, presentan un tipo de regresión hiperbólica, donde el atributo “b”, presenta una variación en un nivel pesimista(P90) de 0.25, optimista (P10) de 0.31 y un nivel más probable (P50) de 0.28, y el atributo “Di” varia en un nivel optimista (P10) de 0.315, un nivel pesimista (P90) de 0.285, y un nivel más probable (P50) de 0.3.
- En el análisis de curvas de declinación, se a una tasa inicial global (78 Pozos Horizontales, 26 Pozos Verticales) de 49273.9 bbls. Las Reservas Recuperables del área de estudio es 41 Mbbls.
- Efectuar una aproximación probabilística de reservas empleando el análisis de curvas de declinación, sin un conocimiento a fondo de los mecanismos de producción presentes en el yacimientos, puede arrojar resultados poco representativos.
- Los valores obtenidos en el análisis estadístico del VPN, en diferentes escenarios analizados, se obtuvo de algunos factores, independientemente donde el precio equivalente al crudo Rubiales sea el atributo de mayor peso, se concluye que es un Proyecto altamente rentable, por lo tanto se puede continuar con el desarrollo del campo.
- Variables económicas como el valor presente neto, la tasa interna de retorno, permitieron evidenciar de cierta manera la gran factibilidad en el proyecto de inversión. Rescatando que el precio internación del petróleo equivalente al crudo Rubiales jugó un papel determinante en los resultados obtenidos.

- Un tratamiento previo es necesario para estandarizar la información, visualizando una comparación de los efectos, para que a la hora de realizar la selección se haga con criterio.
- La falta de la normalización, puede llevar a la selección inadecuada de los atributos, los cuáles son utilizados en fases de análisis posteriores, perjudicando la confianza de los resultados.

RECOMENDACIONES

- Se recomienda utilizar valores no tan dispersos en los valores del área, ya que la desviación estándar siendo mi parámetro cualitativo del grado de incertidumbre, es menor, los resultados serán más representativos. Por eso se recomienda utilizar valores promedio al valor del área probable (8224 Acres).
- Obtener los datos de la muestra de los atributos inciertos petrofísicos, pie a pie en la Unidad Arenisca Basales, en donde se presenta la mayor densidad de pozos productores verticales (26), que se encuentran ubicados en el área de estudio.
- Al aplicar el análisis de las curvas de declinación tener presente que por regla del dedo gordo de la compañía, la tasa mínima económica es de 50 bbl de petróleo.
- Tener presente la estandarización de cada uno de los atributos inciertos del yacimiento, además en el análisis económico, para que al realizar la selección de estos parámetros se haga con criterio y el comportamiento sea representativo a la hora de la toma de decisiones.
- Una vez definido el Modelo Estático, con el fin de mejorar el número de escenarios se recomienda llevar a cabo un modelo de simulación numérica de yacimientos con el propósito de aumentar la confianza, mejorar la calidad de los resultados y con el fin de variar los parámetros.
- Aplicar los conceptos de valor de la información y valor de la flexibilización después de la integración de los atributos inciertos en el cálculo de la función-objetivo.

- Aplicar un previo análisis de sensibilidad a los parámetros geológicos y económicos antes de la cuantificación de las incertidumbres geológicas para evaluar el grado de flexibilidad del proceso en el tratamiento de estos atributos.
- Aplicar un análisis a los atributos inciertos del yacimiento y un respectivo análisis económico únicamente a los pozos horizontales productores, y únicamente a los pozos verticales productores.
- Es indispensable tener un banco de datos que cuente con una considerable calidad y cantidad de información de los pozos pertenecientes al área de estudio, ya que este constituye la fuente para de obtener resultados exitosos en los análisis de ingeniería, realizados mediante el empleo de herramientas como el Oil Field Manager (OFM), PETREL TM, Crystal Ball.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- CAMPOZANA, F.P., Ballin, P.R. Incerteza na Produção de Petróleo – Uma Proposta Simplificada.1998.
- CHRISTIE, M.A., Subbey, S., Sambridge, M. e Thiele, M. Quantifying Prediction Uncertainty in Reservoir Modeling Using Streamline Simulation.2002.
- CLEMEN, R.T. Making Hard Decisions- An Introduction to Decision Analysis. 1991.
- COSENTINO, L. Integrated Reservoir Studies.2001.
- COSTA, A.P.A., Schiozer, D.J. Risk Analysis Applied to the Appraisal Phase of Petroleum Fields.2002
- COSTA, A.P.A., Schiozer, D.J. Quantificação do Impacto de Incertezas e Análise de Risco no Desenvolvimento de Campos de Petróleo. 2003
- CRUZ, P.S. Reservoir Management decision-Making in the Presence of Geological Uncertainty.2000.
- GUEDES, S.S., Pinto, A.C.C., Cora, C.A.G., Pizarro, J.O.S., e Bittencourt, A.F. Aplicação de Análise de Incertezas no Desenvolvimento de Acumulações Petrolíferas Marginais em Águas Profundas.2000.
- Journal of Petroleum Technology, New Values of Our Information. 1998

- Journal of Petroleum Technology, Assessing Risk in Estimating Hydrocarbon Reserves and in Evaluating Hydrocarbon – Producing Properties. 1988.
- LERCHE IAN. Geological Risk and Uncertainty in Oil Exploration. Academic Press. 1997.
- LOSCHIAVO, R. Estimativa de Incertezas na Previsão de Comportamento de Reservatórios.1999.
- MURTHA JIM. Risk Analysis for the Oil Industry.2000
- NEPOMUCENO, F. Tomada de Decisão em Projetos de Risco na Exploração de Petróleo. 1997.
- NEWENDORP, P. D. Decision Analysis for Petroleum Exploration.1975
- Pacif Rubiales Energy Metapetroleum Corp. Informe Técnico Anual Campo Rubiales. 2007
- Pacif Rubiales Energy Metapetroleum Corp. Informe Técnico Anual Campo Rubiales. 2008
- Pacif Rubiales Energy Metapetroleum Corp. Files o historias de Pozo Campo Rubiales.
- Software Oilfield Manager 2007.2 Schlumberger. Manual de uso básico.
- Software Oilfield Manager 2007.2 Schlumberger. Manual de referencia.

- Software PETREL TM 2008 Schlumberger. Manual de uso básico.
- Software PETREL TM 2008 Schlumberger. Manual de referencia.
- Software Crystal Ball de Oracle. Manual de referencia.
- Software Crystal Ball de Oracle. Manual de uso básico.
- SPE 18325, Prediction of Hydrocarbon Pore Volume with Uncertainties.
- SPE 19475, Uncertainty and Risk in Petroleum Exploration and Development: The Expectation Curve Method,
- SPE 25238, Quantifying the Impact of Geological Uncertainty on Reservoir Performing Forecast.
- SPE 26339, Risk Analysis and Monte Carlo Simulation Applied to the Generation of Drilling AFE Estimates.
- SPE 29254, Applications of Risk Analysis in Petroleum Exploration and Production Operations.
- SPE 36631, Use of “Value of Information” concept in Justification and Ranking of Subsurface Appraisal.
- SPE 49091, Estimation of Production Forecast Uncertainty for a Mature Production License.

- SPE 66399. Uncertainty Analysis in Reservoir Production Forecast during the Appraisal and Pilot Production Phases.
- SPE 69477, Uncertainty in Production Profiles on the Basis of Geostatistics Characterization and Flow Simulation.
- SPE 77375, Quantifying the Impact of Geological Uncertainty on Reservoir Performing Forecast.
- SPE 79679, Quantifying Production Strategy Impact in Risk Analysis of an E&P Project using Reservoir Simulation,
- ØVREBERG, O., Damsleth, E., Haldorsen, H.H. Putting Error- Bars on Reservoir Engineering Forecast. 1990.
- SCHIOZER, D.J., Ligeró, E.L., Suslick, S.B., Costa, A.P.A. e Santos, J.A.M. Use of Representative Models in the integration of Risk Analysis and Production Strategy Definition.2003.
- STEAGALL, D.E. and Schiozer, D.J. Uncertainty Analysis in Reservoir Production Forecast during the Appraisal and Pilot Production Phases. 2001
- YAÑES, Medardo; GÓMEZ, Hernando; VALBUENA, Genebelin. Gerencia de la Incertidumbre. 2002

ANEXO A¹⁰

ESTADISTICA DESCRIPTIVA Y DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

A.1 DEFINICION DE PROBABILIDAD.

El término “probabilidad” es comúnmente utilizado por las personas para describir su percepción sobre el nivel de posibilidad (alto, medio o bajo) de ocurrencia de un evento en particular. La palabra “probabilidad” es cotidianamente utilizada para calificar eventos de cuya ocurrencia (y las características de esta ocurrencia) no podemos estar seguros; es decir eventos con varios posibles resultados o cuyo resultado es “incierto”. De manera general, podemos definir “probabilidad” como una medida de la posibilidad de ocurrencia de un evento.

A.2 ESTADISTICA DESCRIPTIVA.

La Estadística Descriptiva se ocupa fundamentalmente del estudio de la variación o dispersión, y para ello se apoya en herramientas matemáticas conocidas como “Distribuciones de Probabilidad” que permiten organizar, describir, representar matemática y gráficamente la información sobre variables y cuantificar su incertidumbre.

A.2.1 VARIABLES RANDOM, ALEATORIAS O DISTRIBUIDAS

Se denomina variable “random”, aleatoria o distribuida, a una variable “X” que por sus características pueda tomar un conjunto de valores ($x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{n-1}$), cada uno de los cuales tiene una probabilidad de ocurrencia ($p_1, p_2, p_3, p_4, \dots, p_{n-1}$), sin que se pueda asegurar específicamente cual de todos estos probables valores tomará la variable. Las variables aleatorias pueden ser continuas o discretas. Fundamentalmente, se identifican las variables aleatorias discretas porque para

¹⁰ YAÑES, Medardo; GÓMEZ, Hernando; VALBUENA, Genebelin. Gerencia de la Incertidumbre. 2002

cuantificar su frecuencia hay que “contar”; mientras que para las variables aleatorias continuas hay que “medir”.

A.2.2 DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD.

Las Distribuciones de Probabilidad son modelos que describen la forma en que se espera que varíen los resultados o probables valores de una variable aleatoria. Debido a que estas distribuciones tratan sobre expectativas de que algo suceda, resultan ser modelos muy útiles para hacer inferencias y para tomar decisiones en condiciones de incertidumbre. Tradicionalmente se clasifica a las distribuciones de probabilidad en dos grandes familias: Distribuciones No Paramétricas o Empíricas y Distribuciones Paramétricas.

Las distribuciones de probabilidad pueden presentarse básicamente en tres formas diferentes a saber: La función de densidad de probabilidad $f(x)$, la función de probabilidad acumulada $F(x)$ y la función de probabilidad acumulada inversa $C(x)$.

DISTRIBUCIÓN DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD “f(x)”

Una función matemática $f(x)$ es considerada una distribución de densidad de probabilidad de una variable aleatoria continua X si para cualquier intervalo de números reales $[x_1, x_2]$ se cumple:

$$1. f(x) \geq 0$$

Ecuación A.1

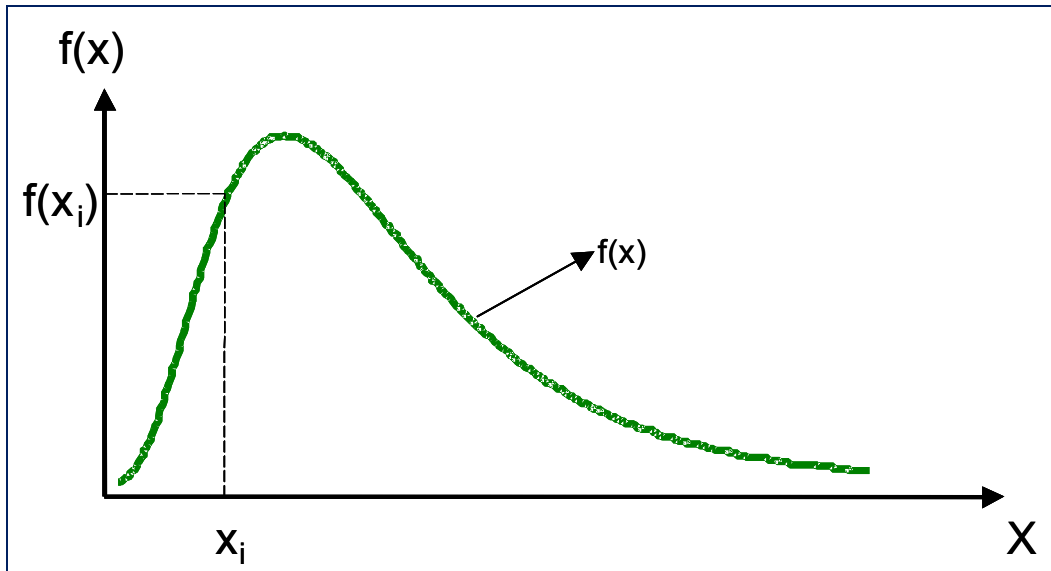
$$2. \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

Ecuación A.2

$$3. P(x_1 \leq X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(X) dX$$

Ecuación A.3

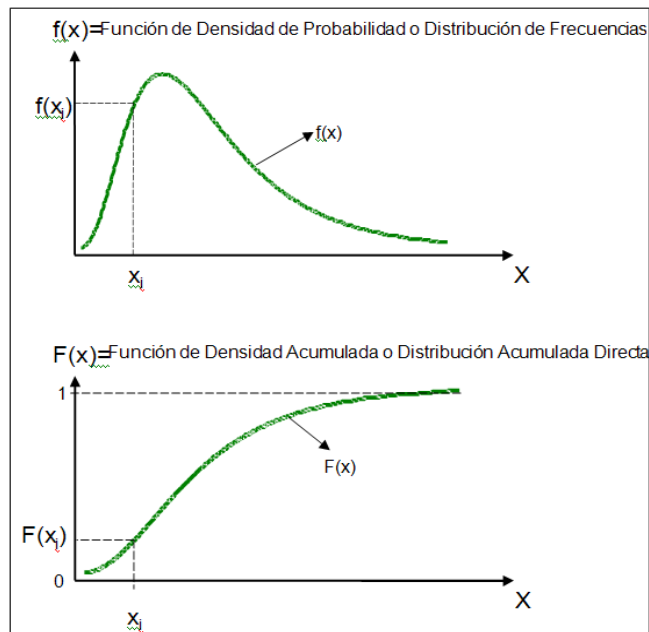
FIGURA 64. Función de Densidad de Probabilidad.



Fuente. Gerencia de la Incertidumbre.

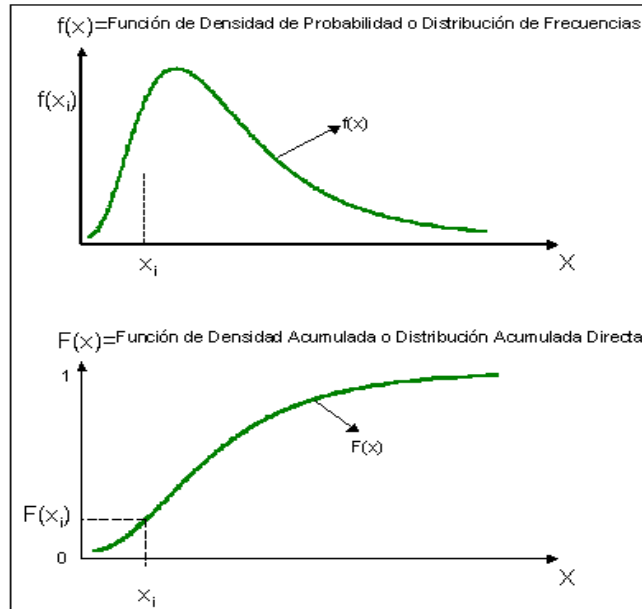
DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD ACUMULADA “F(X)”

FIGURA 65. Función de Densidad de Probabilidad.



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

FIGURA 66. Función de Densidad de Probabilidad.



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

Las funciones de densidad acumulada o distribuciones acumuladas directas **F(x)**, se distinguen por su común forma de “S” y relacionan cualquier valor x_i de la variable aleatoria “**X**”, con la probabilidad de observar valores “menores o iguales” ha dicho valor x_i .

$$F(x_i) = p(X \leq x_i)$$

Es muy importante notar que:

$$0 \leq F(x) \leq 1$$

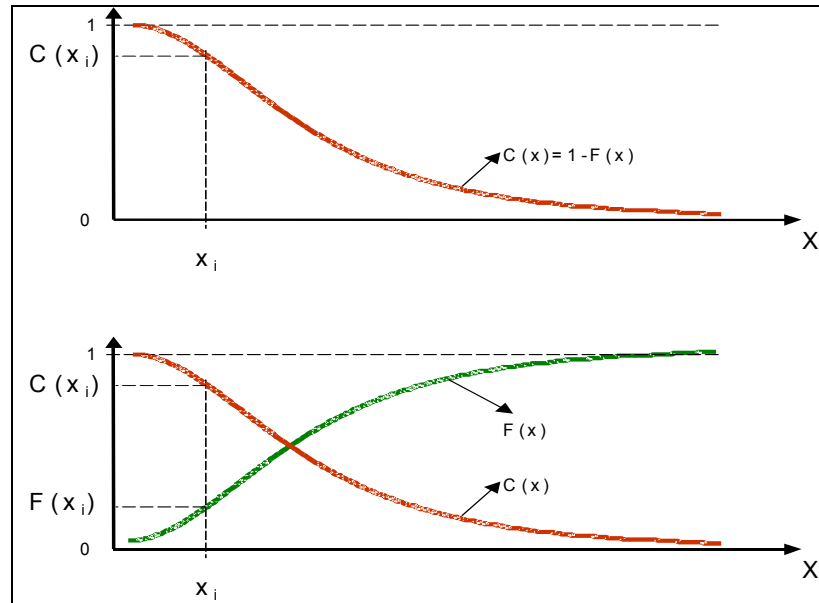
F(x) se construye acumulando las probabilidades obtenidas con la función f(x) \Rightarrow

$$F(x_i) = \int_{-\infty}^{x_i} f(x) dx \quad \text{Ecuación A.4}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \quad \text{Ecuación A.5}$$

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD ACUMULADA INVERSA “C(X)”

FIGURA 67. Función de Probabilidad Acumulada Directa e Inversa.



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

Las funciones de densidad acumulada inversa o distribuciones acumuladas inversas **C(x)**, se distinguen por su común forma descendente y relacionan cualquier valor x_i de la variable aleatoria **X**, con la probabilidad de observar valores “mayores o iguales” ha dicho valor x_i .

$$C(x_i) = p(X \geq x_i)$$

Ecuación A.6

$$C(x_i) = 1 - \int_{-\infty}^{x_i} f(x) dx$$

Ecuación A.7

$$C(x_i) = 1 - F(x_i)$$

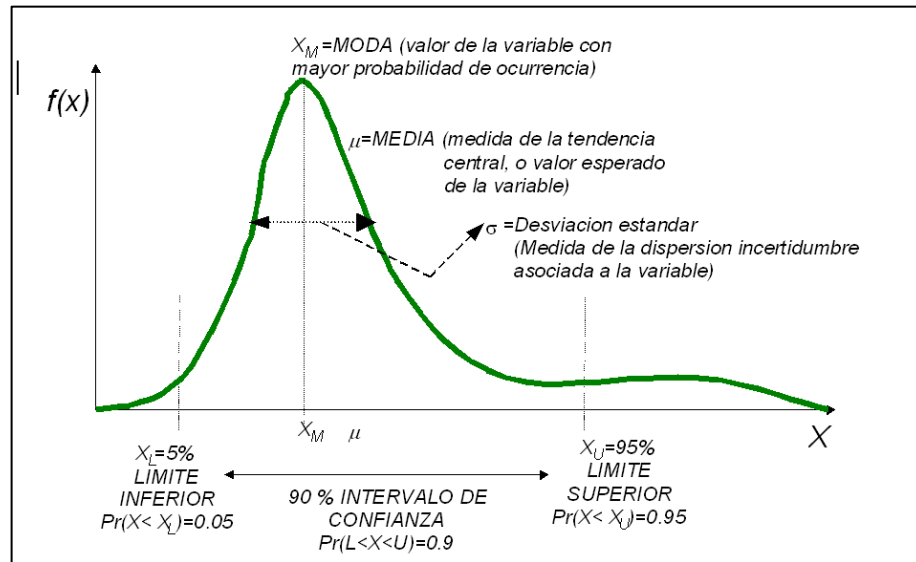
Ecuación A.8

A.2.2.1 PRINCIPALES CARACTERÍSTICAS DE UNA DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD

Una distribución se caracteriza, en general, por medio de tres criterios:

- a.- El valor central o medida de posición (la media, la mediana o la moda).
- b.- Una cantidad que expresa el grado de dispersión (la desviación estándar).
- c.- La forma de la curva, es decir la forma general de la distribución probabilística.

FIGURA 68. Características de una Distribución de Probabilidad.



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

A.2.2.1.1 MEDIDAS DE POSICION O TENDENCIA CENTRAL (MEDIA, MODA Y MEDIANA).

A.2.2.1.1.1 MEDIA, ESPERANZA MATEMATICA O VALOR ESPERADO

La media o valor esperado es una idea fundamental en el estudio de las distribuciones de probabilidad que expresa básicamente la tendencia central o posición de la distribución. Como se muestra en la Figura 69, la media no es necesariamente el valor de mayor probabilidad de ocurrencia (como suele interpretarse de manera errónea); la media es “el centro de gravedad” de una distribución.

NOTACION:

\bar{X} : (media muestral), cuando la media es estimada desde una muestra o grupo de observaciones de una variable aleatoria.

\bar{X}_p : (media poblacional), cuando la media se estima con todos los valores de una población en la que se estudia una variable aleatoria.

μ : (Miu), cuando la media es estimada a partir de la ecuación de la función de densidad de probabilidades

E(X): (valor esperado de la variable aleatoria X), se usa como notación alternativa para la media, en cualquiera de las estimaciones anteriores

La media o valor esperado es la única medida de tendencia central que se estima igual (desde una muestra) para todas las distribuciones, por lo tanto es el único valor que puede ser llevado de una distribución a otra.

ESTIMACION DE LA MEDIA DESDE LA DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES

Variables Continuas:

$$E(x) = \mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx \quad \text{Ecuación A.9}$$

Variables Discretas:

$$E(x) = \bar{X} = \sum_{i=1}^n p_i \cdot x_i \quad \text{Ecuación A.10}$$

p_i : Probabilidad de ocurrencia de la clase

ESTIMACION DE LA MEDIA DESDE LOS DATOS DE LA VARIABLE ALEATORIA

La forma más corriente de estimar la media o valor esperado desde los datos o valores observados de la variable aleatoria es la media aritmética, la cual es la resultante de la suma de todas las observaciones, dividida por el número total de las mismas.

Media muestral: $E(X) = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i \cdot X_{ri}$ Ecuación A.13

Media poblacional: $E(X) = \bar{X}_p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i \cdot X_{ri}$ Ecuación A.14

n: N° de observaciones de la muestra

N: N° de elementos de la población

En ocasiones, los datos de la variable aleatoria están agrupados en clases que tienen asociada una frecuencia (histogramas). Para estos datos agrupados la media se calcula con las siguientes ecuaciones

Media muestral: $E(X) = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i \cdot x_{ri}$ Ecuación A.13

Media poblacional: $E(X) = \bar{X}_p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i \cdot x_{ri}$ Ecuación A.14

f_i: frecuencia de observaciones en la clase_i

x_{ri}: valor medio de la clase_i

A.2.2.1.1.2 MODA.

La moda, es también una medida que indica la tendencia central de una distribución. Formalmente se define como el valor x_m de la variable aleatoria X , que tiene la mayor probabilidad de ocurrencia.

Como puede verse en la Figura A.5, la moda " x_m " está ubicada debajo del punto más alto de la curva de probabilidades. Para calcular la moda a partir de la ecuación de la función de densidad de probabilidades se debe usar la siguiente ecuación:

$$\left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=x_m} = 0 \quad \text{Ecuación A.15}$$

Es decir, se debe hallar el "máximo" matemático de la función $f(x)$

Cuando se analiza una muestra de datos, la moda es simplemente el valor que más se repite. Para el caso de datos agrupados, la moda " x_m " es un valor que se encuentra en la clase i que tiene mayor probabilidad p_i .

A.2.2.1.1.3 MEDIANA.

Formalmente se define a la "mediana" como el valor " $x_{50\%}$ " que tiene una probabilidad acumulada de 50%; en otras palabras, la mediana es un valor de la variable aleatoria tal que el 50% de los probables valores de " X " serán menores o iguales a dicho valor y el otro 50% serán mayores.

En la Figura A.6 puede verse que la mediana (x_{mediana}), también denotada como $x_{50\%}$ es el valor de " X " al que le corresponde una probabilidad acumulada de 0.5.

$$P(X \leq m_{\text{mediana}}) = 0.50 = 50\%$$

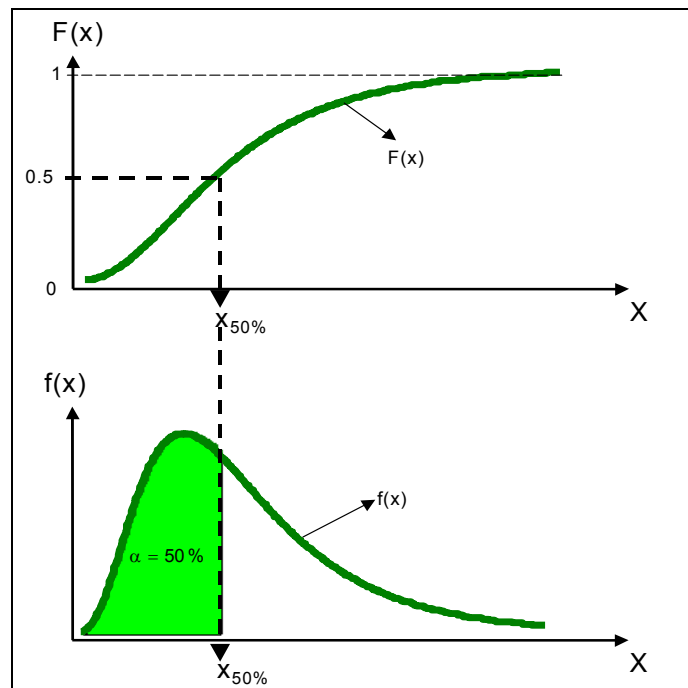
Recuérdese que los valores que se leen en el eje “y” de la curva F(x) (probabilidad acumulada), corresponden a la integral de la curva f(x) (densidad de probabilidad) (ver ecuación A.4 sección A.2.2). La Figura 67 tiene sombreada el área “α” bajo la curva f(x), que corresponde al valor de probabilidad acumulada marcado en el gráfico de F(x)

Lo anterior se expresa matemáticamente como sigue:

$$\alpha = p(X \leq x_{\text{mediana}}) = \int_{-\infty}^{x_{\text{mediana}}} f(x) dx = 0.50$$

La mediana es definida en ocasiones como el “percentil 50” o P₅₀ de la distribución. Los percentiles serán explicados en detalle más adelante.

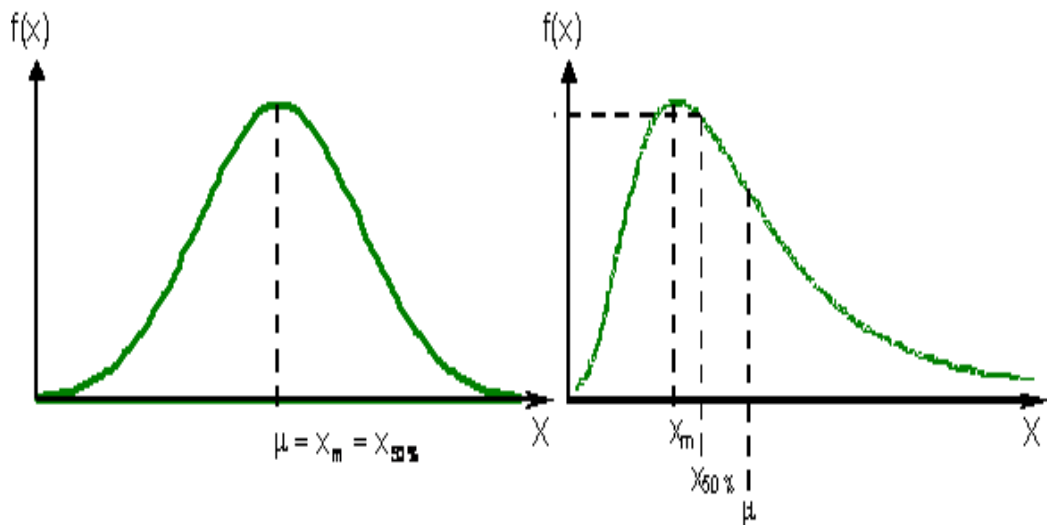
FIGURA 69. Moda de una Distribución.



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

NOTA IMPORTANTE: Para distribuciones simétricas como la mostrada a la izquierda de la Figura 68, la media, la moda y la mediana coinciden en un valor. Para distribuciones asimétricas, como la mostrada a la derecha de la figura 69, la media, la moda y la mediana recaen sobre diferentes valores de la variable random.

FIGURA 70. Representación de μ : media; x_m : moda; $x_{50\%}$: mediana



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

A.2.2.1.2 MEDIDAS DE DISPERSIÓN.

La dispersión de una distribución de probabilidad puede considerarse una característica muy importante de la misma, ya que en ella está retratada la información sobre la incertidumbre de la variable random en estudio. En otras palabras, la dispersión es un indicativo de la incertidumbre relacionada con la variable; por ello, al cuantificar la dispersión se está cuantificando el nivel de incertidumbre de la variable en análisis.

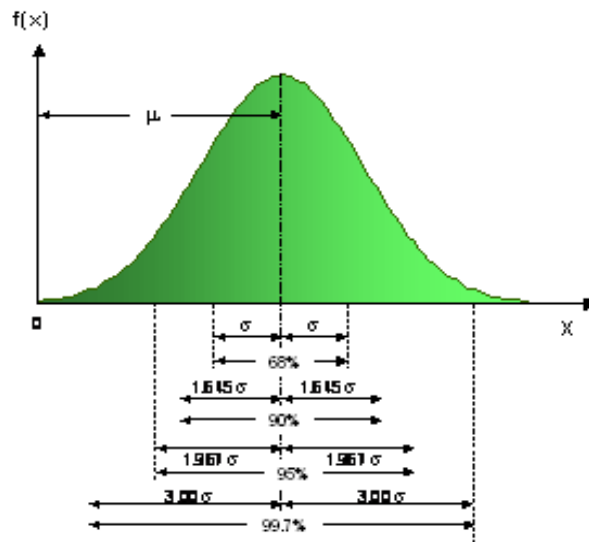
A.2.2.1.2.1 VARIANZA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR.

La medida de dispersión más útil es la desviación estándar (σ), la cual corresponde a la raíz cuadrada de la varianza $\text{Var}(x)$.

$$\text{Var}(x) = \sigma^2$$

Ecuación A.16

FIGURA 71. Desviación Estándar



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

En la Figura. A.8 se muestra que la amplitud o rango de una distribución puede ser cuantificado en términos de la desviación estándar.

Una desviación estándar " σ " para cada lado de la media (es decir dos " σ ") abarca el 68% de los probables valores de una variable aleatoria.

El 90% de los probables valores de una variable aleatoria estarán dentro del rango que tiene 1.645σ para cada lado de la media.

El 99.7% de los probables valores de una variable aleatoria estarán dentro del rango que tiene 3σ para cada lado de la media.

ESTIMACION DE LA DESVIACION ESTANDAR (σ) DESDE LA DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES ($f(x)$)

Variables Continuas:

$$\text{Var}(x) = \sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 \cdot f(x) dx \quad \text{Ecuación A.17}$$

|

Variables Discretas:

$$\text{Var}(x) = \sigma^2 = \sum_{i=1}^n [(x_i - \mu)^2 \cdot p_i] \quad \text{Ecuación A.18}$$

ESTIMACION DE LA DESVIACION ESTANDAR DESDE LOS DATOS DE LA VARIABLE ALEATORIA

La desviación estándar, cuando es estimada desde una muestra recibe el nombre de desviación estándar de la muestra, y se denota como “s”.

La desviación estándar de la muestra “s” debe considerarse como una estimación del valor verdadero de σ , la cual será mejor a medida que aumente el número el tamaño de la muestra.

$$\text{Desviación Estándar de la Muestra: } s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \right)} \quad \text{Ecuación A.19}$$

n: N° de observaciones de la muestra

En ocasiones, los datos de la variable aleatoria están agrupados en clases que tienen asociada una frecuencia (histogramas). Para estos datos agrupados la desviación estándar se calcula con la siguiente ecuación

$$\text{Desviación Estándar de la Muestra: } s = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^n [(x_{ri} - \bar{X})^2 \cdot f_i] \right)}. \quad \text{Ecuación A.20}$$

f_i: frecuencia de observaciones en la clase_i

x_{ri}: valor medio de la clase_i

A.2.2.1.2.2 COEFICIENTE DE VARIACION

El Coeficiente de Variación, es otra medida de dispersión de uso común, que se define como el cociente donde el numerador es la desviación estándar y el denominador es la media. Éste es una medida de dispersión de la distribución relativa a la media.

$$\text{Coeficiente de Variación}(x) = \rho_x = \frac{\sigma}{\mu} \quad \text{Ecuación A.21}$$

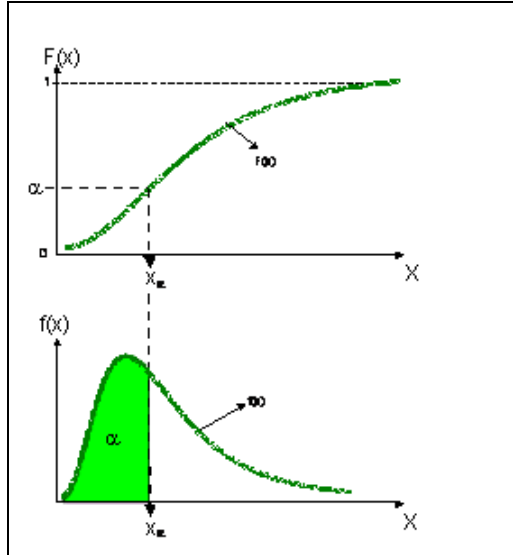
A.2.2.1.2.3 PERCENTILES

Se conoce como percentil “ α ” de una distribución de probabilidades, al valor de la variable aleatoria denotado como x_α o P_α para el cual la probabilidad acumulada es “ α ”; es decir, existe α % de probabilidades de que los valores de la variable aleatoria X sean menores o iguales a x_α .

$$\int_{-\infty}^{x_\alpha} f(x) dx = \alpha \quad \text{Ecuación A.22}$$

El percentil 50 (P_{50} o $x_{50\%}$) es la conocida mediana de una distribución.

FIGURA 72. Percentiles



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

A.2.2.1.2.4 INTERVALO DE CONFIANZA

Cuando se hacen estimaciones o pronósticos de variables aleatorias, esta estimación básicamente consiste en primera instancia en determinar la distribución de probabilidades que representa a la variable de interés. En estos casos, la estimación no debe expresarse como un solo valor estimado, (para lo cual normalmente se utiliza el valor más probable o la media “ μ ” de la distribución); sino que también debe incluirse la precisión de esa estimación.

Una forma conveniente de expresar la precisión consiste en especificar unos límites que, con una probabilidad dada, incluyan el valor verdadero de la variable. Dichos límites se denominan "límites de confianza", es decir, son límites que abarcan un intervalo dentro del cual puede decirse que se encuentra el valor verdadero con un cierto “grado de confianza”. Cuanto más distantes estén los límites entre sí, tanto mayor será la probabilidad de que incluyan el valor

verdadero, pero más amplio será el rango de variación. El intervalo comprendido entre ambos límites se denomina intervalo de confianza.

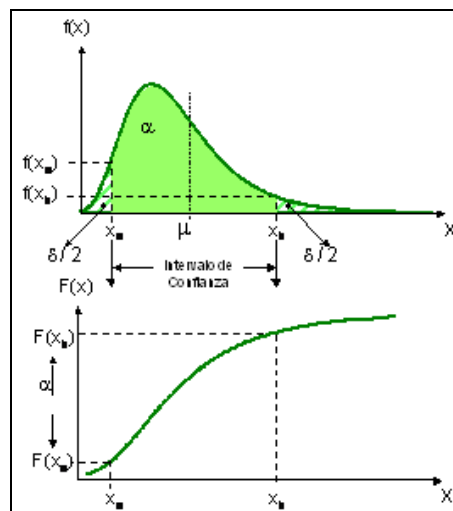
En la Figura A.10, los valores “ x_a ” y “ x_b ” representan los límites de confianza; y la probabilidad “ α ” representan el grado de confianza o probabilidad de que el valor verdadero de la variable “ X ” se encuentre en el intervalo entre “ x_a ” y “ x_b ”.

La probabilidad “ α ” se denomina, también, coeficiente de confianza o nivel de confianza. Al decidir cuál es el nivel de confianza que se utilizará, se debe comprender que el objetivo principal del intervalo de confianza es comunicar el margen de error que puede tener nuestra estimación. Este margen de error se denota como “ δ ” y se muestra en la Figura A.10 representado por el área rayada. Un nivel de confianza del 95 % significa que se puede tener un error del 5 %.

$$\alpha + \delta = 1$$

Ecuación A.23

FIGURA 73. Intervalos de Confianza

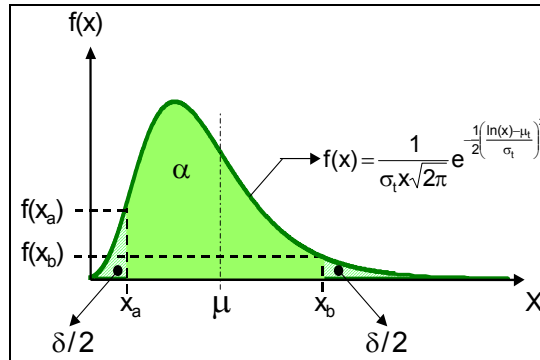


Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

Existen tres formas típicas para expresar una estimación sobre una variable random o aleatoria:

1. - La distribución probabilística completa: (Ejemplo)

FIGURA 74. Ejemplo de Estimación



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

- 2.- Un rango de variación de la variable con su grado de certeza:

Ejemplo: “X” varía entre “ x_a ” y “ x_b ” con ($\alpha \cdot 100$) % de certeza

- 3.- Un estimado puntual (la media o la moda de la distribución):

Ejemplo: $X = \mu$

“Las formas “1” y “2” ofrecen información más fidedigna de la realidad”

A.2.3 DISTRIBUCIONES PARÁMETRICAS

Las distribuciones paramétricas de probabilidad son funciones matemáticas teóricas, que describen la forma en que se espera que varíen los resultados de un experimento, es decir, funciones matemáticas que relacionan los diversos probables valores que puede tomar una variable aleatoria, con la probabilidad de ocurrencia de cada uno de ellos. Debido a que estas distribuciones tratan sobre

expectativas de que algo suceda, resultan ser modelos útiles para hacer inferencias y para tomar decisiones en condiciones de incertidumbre.

Existen muchas distribuciones paramétricas de probabilidad de amplio uso en todo tipo de análisis de confiabilidad y riesgo, tanto para variables discretas como para variables continuas. A continuación se analizarán las más conocidas:

Distribuciones para Variables Aleatorias: Continuas:

Distribución Normal, Distribución Lognormal, Distribución Exponencial, Distribución Weibull, Distribución Beta, Distribución Gamma, Distribución Triangular, Distribución Uniforme, Distribución de Valor Extremo.

Distribuciones para Variables Aleatorias Discretas:

Distribución Binomial, Distribución de Poisson, Distribución Hipergeométrica, Distribución Geométrica.

A.2.3.1 DISTRIBUCIONES PARA VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS

Es una de las más conocidas de las distribuciones, y se puede reconocer por su forma de campana simétrica. También es conocida como “Campana de Gauss” o distribución Gaussiana

Sus parámetros son: Media y Desviación Estándar

Hay tres condiciones observables en las variables que siguen la distribución normal:

a.- El valor más probable de la variable es el valor central, promedio, average o media de la distribución

b.- La variable podría, indistintamente, tomar un valor por debajo o por encima de la media (Simetría alrededor de la media).

c.- Es más probable que la variable tome un valor cerca de la media que lejos de ella (De los valores de una distribución normal, aproximadamente el 68 % están dentro del rango de una desviación estándar alrededor de la media).

Variables aleatorias asociadas a fenómenos naturales (altura de los humanos, coeficiente intelectual, peso, promedio de lluvias por temporada etc.) siguen la distribución normal.

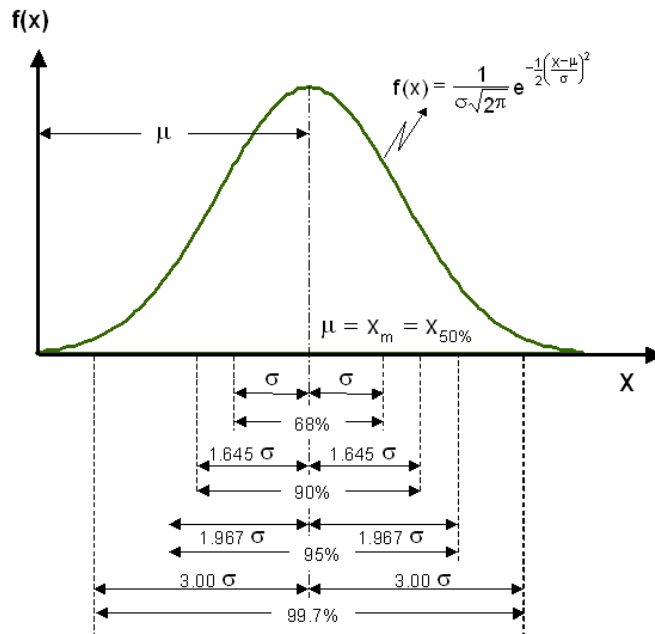
Los errores de medición, porcentaje de defectos por unidad producida también siguen la distribución normal

Las variables aleatorias que resultan de la suma de varias variables aleatorias siguen la distribución normal.

En la industria petrolera, variables que resultan de la suma de otras variables tales como estimados de producción por campo (suma de las producciones individuales por pozo), sumas totales de costos e inversiones, siguen la distribución normal. Adicionalmente, es frecuente observar que variables como porosidad, factor de volumen, tasas de declinación y saturación sean relativamente simétricas respecto a la media y puedan modelarse con la distribución normal.

A.2.3.1.1 Distribución Normal:

FIGURA 75. Distribución Normal



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

Distribución de Densidad de Probabilidad: $f(x)$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \text{Ecuación A.24}$$

Distribución de Probabilidad Acumulada: $F(x)$

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \right) dx \quad \text{Ecuación A.25}$$

Esta integral no tiene solución analítica; por lo tanto, para hallar valores de $F(x)$, se usa una solución numérica o por tablas.

$$F(x) = \Phi(Z), \text{ donde } Z = \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \quad \text{Ecuación A.26}$$

Para hallar $\Phi(Z)$ debe utilizarse la Tabla A.1, conocida como tabla de la distribución normal estándar, entrando a dicha tabla con el valor calculado de “Z”.

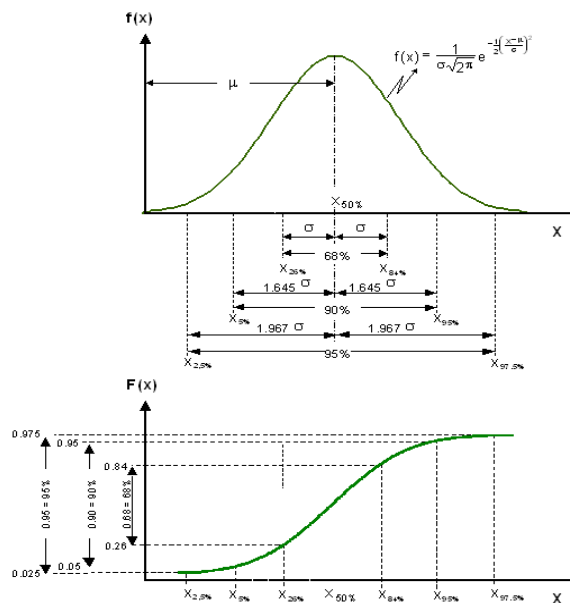
Parámetros:

$$\text{Media: } \mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{Ecuación A.27}$$

$$\text{Desviación Estándar: } \sigma = \sqrt{\left(\left(\frac{1}{n-1} \right) \left(\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \right) \right)} \quad \text{Ecuación A.28}$$

Percentiles:

FIGURA 76. Percentiles de la Distribución Normal



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

Se conoce como percentil “ α ” de una distribución de probabilidades, al valor de la variable aleatoria denotado como x_α o P_α para el cual la probabilidad acumulada es “ α ”

De la definición anterior y de la ecuación A.26 sabemos que:

$$\text{Si } \Phi(Z) = \alpha \Rightarrow \left(\frac{X_\alpha - \mu}{\sigma} \right) = Z_\alpha;$$

Despejando $x_\alpha \Rightarrow$

$$X_\alpha = \mu + Z_\alpha \cdot \sigma$$

$$X_{1-\alpha} = \mu - Z_\alpha \cdot \sigma$$

|

Algunos percentiles muy usados son:

$$X_{0.95} = X_{95\%} = \mu + 1.645 \cdot \sigma$$

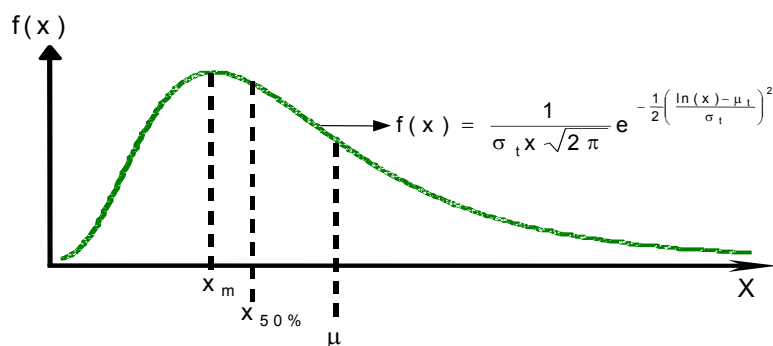
$$X_{0.05} = X_{5\%} = \mu - 1.645 \cdot \sigma$$

Portapapel

Entre estos percentiles se define el intervalo del 90% de confianza. Otros percentiles de mucho uso se observan en la Figura A.13.

A.2.3.1.2 Distribución Lognormal:

FIGURA 77. Distribución Lognormal



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

La distribución Lognormal es ampliamente usada para variables que muestran valores que tienen un alto sesgo o tendencia; muchos de los valores ocurren cerca del valor mínimo

Los parámetros de la distribución Lognormal son: La media logarítmica “ μ_t ” y la desviación estándar logarítmica “ σ_t ”

Hay cuatro características de las variables que siguen la distribución Lognormal:

- a.- La variable puede crecer sin límite, pero no puede tomar valores negativos
- b.- La variable muestra un alto sesgo o tendencia hacia los valores mínimos.
- c.- La variable puede ser muy dispersa, y sus probables valores pueden variar hasta en órdenes de magnitud
- d.- El logaritmo natural de los valores dará como representación gráfica una curva normal.

Muchas variables físicas y procesos de deterioro pueden ser representados con la distribución Lognormal.

Las variables aleatorias que resultan de la multiplicación o producto de varias variables aleatorias siguen la distribución Lognormal. Por ejemplo, en la industria petrolera la variable Petróleo Original en Sitio (POES) sigue la distribución Lognormal, ya que la misma es el producto de otras variables aleatorias como puede verse en la siguiente ecuación:

$$POES = 7758.A.h.\phi. (1 - Sw) \cdot \frac{1}{B_0};$$

Donde A=Área, h= Arena Neta Petrolífera, ϕ = Porosidad, Sw: Saturación de Agua, B_0 = Factor Volumétrico.

Otras variables que se manejan en la industria petrolera como: Área de Drenaje, Arena Neta Petrolífera, Reservas, Recobro, Costos de Producción, Valor Presente Neto de un plan de Desarrollo, tienden a ser modelables con la distribución Lognormal.

Distribución de Densidad de Probabilidad: $f(x)$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_t x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(x) - \mu_t}{\sigma_t} \right)^2} \quad \text{Ecuación A.29}$$

Distribución de Probabilidad Acumulada: $F(x)$

$$F(x) = \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{1}{x} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(x) - \mu_t}{\sigma_t} \right)^2} dx \quad \text{Ecuación A.30}$$

Esta integral no tiene solución analítica; por lo tanto, para hallar valores de $F(x)$, se usa una solución numérica o por tablas.

$$F(x) = \Phi(Z), \text{ donde } Z = \left(\frac{\ln(x) - \mu_t}{\sigma_t} \right) \quad \text{Ecuación A.31}$$

Para hallar $\Phi(Z)$ debe utilizarse la Tabla A.1, conocida como tabla de la distribución normal estándar, entrando a dicha tabla con el valor calculado de Z .

Parámetros:

$$\text{Media Logarítmica: } \mu_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_i) \quad \text{Ecuación A.32}$$

$$\text{Desviación Estándar Logarítmica: } \sigma_t = \sqrt{\left(\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n (\ln(X_i) - \mu_t)^2 \right) \right)} \quad \text{Ec. A.33}$$

La media y la desviación estándar de la Distribución Lognormal se calculan en función de logaritmos; pero en ocasiones es necesario transformar estos parámetros en términos de números naturales, y para ello se usan las siguientes ecuaciones de transformación:

$$\text{Media: } \mu = e^{(\mu_t + \frac{\sigma_t^2}{2})} \quad \text{Ecuación A.34}$$

Desviación Estándar: $\sigma = (\sqrt{e^{\sigma_t^2} - 1}) \cdot \mu$

Ecuación A.35

Percentiles:

Se conoce como percentil “ α ” de una distribución de probabilidades, al valor de la variable aleatoria denotado como x_α o P_α para el cual la probabilidad acumulada es “ α ”

De esta definición y de la ecuación A.31 sabemos que:

$$\text{Si } \Phi(Z) = \alpha \Rightarrow \left(\frac{\ln(x_\alpha) - \mu_t}{\sigma_t} \right) = Z_\alpha$$

Despejando $x_\alpha \Rightarrow$

$$x_\alpha = e^{(\mu_t + Z_\alpha \cdot \sigma_t)}$$

Ecuación A.36

$$x_{1-\alpha} = e^{(\mu_t - Z_\alpha \cdot \sigma_t)}$$

Ecuación A.37

Otras Relaciones Importantes:

Mediana: $x_{0.5} = x_{50\%} = \ln(\mu)$

Ecuación A.38

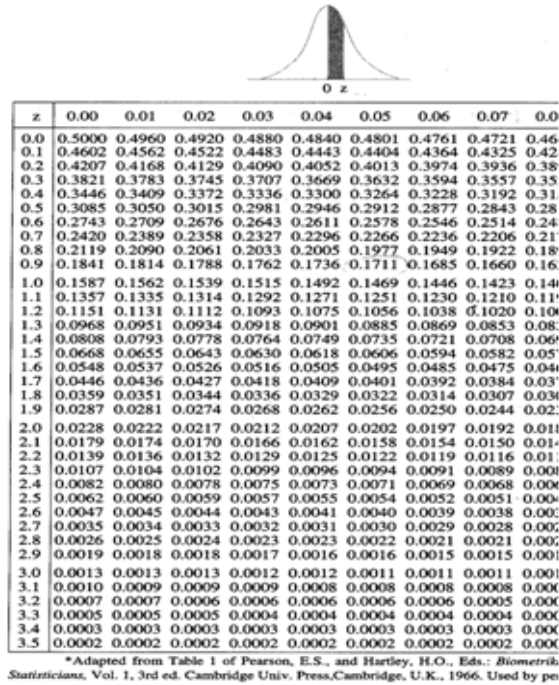
$$x_{0.5} = x_{50\%} = \sqrt{x_\alpha \cdot x_{1-\alpha}}$$

Ecuación A.39

Moda: $x_m = \frac{e^{\mu_t}}{e^{\sigma_t^2}}$

Ecuación A.40

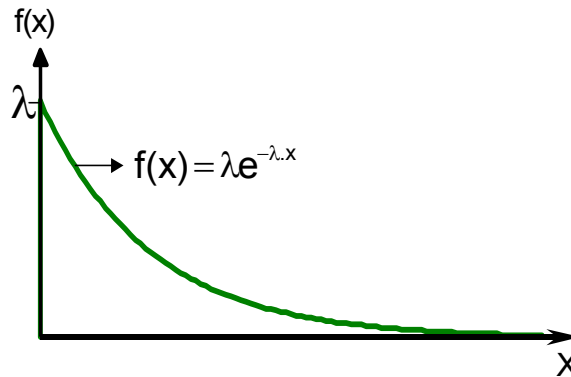
Tabla 26 Distribución Normal Estandarizada



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

A.2.3.1.3 Distribución Exponencial:

FIGURA 78. Distribución Exponencial



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

La Distribución Exponencial es ampliamente usada en análisis de confiabilidad, como distribución de la variable aleatoria “tiempo para la falla” de equipos o sistemas. Genéricamente describe la cantidad de tiempo que transcurre en un evento, tal como el tiempo para la falla de equipos electrónicos o el tiempo de llegada de clientes a un Kiosco.

El parámetro de la distribución exponencial es:

$$\text{Tasa } (\lambda): \lambda = \frac{N^{\circ} \text{ _Eventos _Observados}}{\text{Periodo _de _Observacion}}$$

Hay una característica fundamental de las variables que siguen la distribución Exponencial:

“El número de ocurrencia de eventos por unidad de tiempo es aproximadamente constante “.

Distribución de Densidad de Probabilidad: $f(x)$

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda \cdot x} \qquad \text{Ecuación A.41}$$

Distribución de Probabilidad Acumulada: $F(x)$

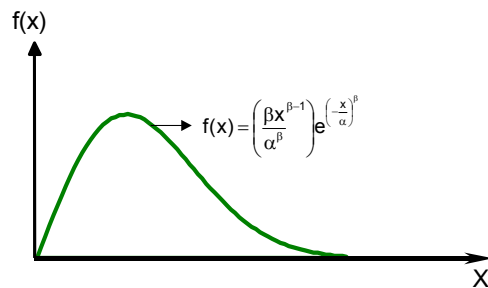
$$F(x) = 1 - e^{-\lambda \cdot x} \qquad \text{Ecuación A.42}$$

Otras Relaciones Importantes:

$$\text{Media: } x_{media} = \frac{1}{\lambda} \qquad \text{Ecuación A.43}$$

$$\text{Moda: } x_m = \lambda \qquad \text{Ecuación A.44}$$

FIGURA 79. Distribución Weibull:



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

La Distribución de Weibull es ampliamente usada en el estudio del tiempo de vida o tiempo para la falla de componentes mecánicos.

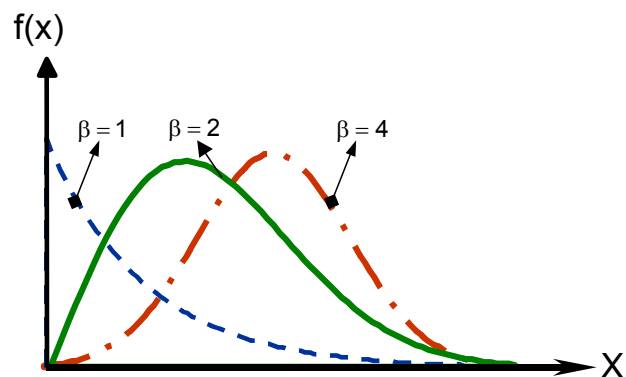
Los parámetros de la Distribución Weibull son:

Forma (β) y Escala (α)

Hay una característica fundamental de las variables que siguen la distribución Weibull

“El número de ocurrencia de eventos por unidad de tiempo no permanece necesariamente constante; es decir, esta tasa de ocurrencia de eventos puede crecer o decrecer con el tiempo “.

FIGURA 80. Distribución Weibull variando beta:



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

La Distribución Weibull es esencialmente una familia de distribuciones que puede asumir las propiedades de otras distribuciones. Por ejemplo, dependiendo de los valores de los parámetros que se definan, puede ser usada como una aproximación a la Exponencial y a la Normal, así como algunas otras.

Si $\beta = 1$ entonces la Weibull se aproxima a la distribución Exponencial

Si $\beta = 4$ entonces la Distribución de Weibull se aproxima a la Normal

Distribución de Densidad de Probabilidad: $f(x)$

$$f(x) = \left(\frac{\beta x^{\beta-1}}{\alpha^\beta} \right) e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta} \quad \text{Ecuación A.45}$$

Distribución de Probabilidad Acumulada: $F(x)$

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta} \quad \text{Ecuación A.46}$$

Parámetros:

Escala:
$$\alpha = \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i^\beta}{n} \right)^{1/\beta} \quad \text{Ecuación A.47}$$

Forma
$$\frac{\sum_{i=1}^n [x_i^\beta \ln(x_i)]}{\sum_{i=1}^n x_i^\beta} - \frac{1}{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_i) \quad \text{Ecuación A.48}$$

Moda:
$$x_m = \alpha \left(\frac{\beta - 1}{\beta} \right)^{\frac{1}{\beta}}$$

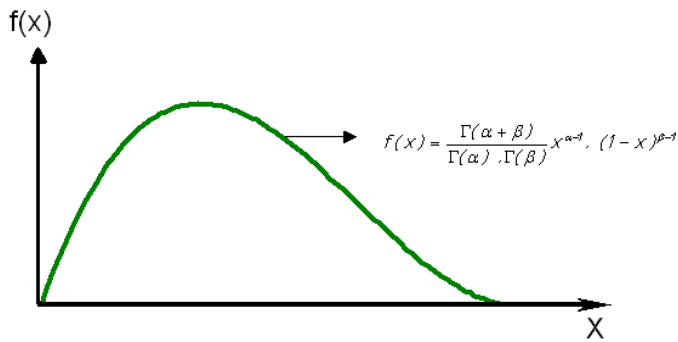
Ecuación A.49

Media:
$$x_{media} = \alpha \Gamma \left(\frac{1 + \beta}{\beta} \right)$$

Ecuación A.50

A.2.3.1.5 Distribución Beta:

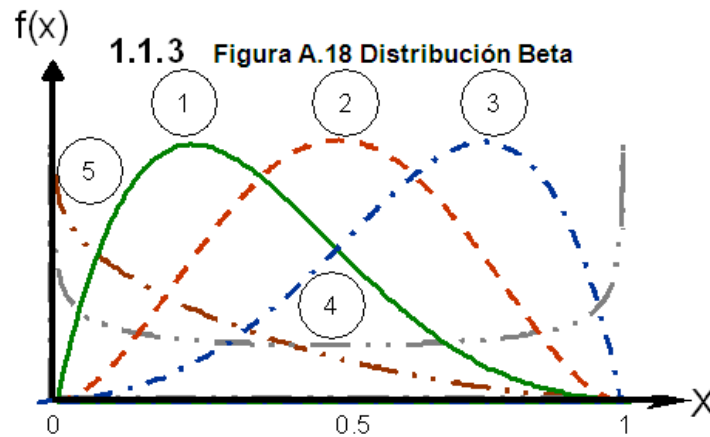
FIGURA 81. Distribución Beta:



α y $\beta > 0$ $0 < x < 1$

Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

FIGURA 82. Distribución Beta:



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

Es una distribución muy flexible para modelar probabilidades basadas en estadísticas Bayesianas. Por excelencia es la distribución previa (prior distribución) utilizada como conjugada de la distribución Binomial en el proceso de inferencia Bayesiana. Es también usada para describir datos empíricos y predicciones de comportamientos aleatorios de porcentajes y/o fracciones.

Como su rango de variación va desde cero a uno, tradicionalmente se utiliza para modelar la incertidumbre asociada a la probabilidad de ocurrencia de un evento en particular.

Los parámetros que caracterizan a esta distribución son: Alpha (α) y Beta (β).

Las dos condiciones que resaltan esta distribución son:

- a.- La variable desconocida es un valor aleatorio entre 0 y 1.
- b.- La forma de la distribución puede ser especificada mediante dos valores positivos.

Notación: Variable aleatoria $X = \text{Beta}(\alpha, \beta)$.

La flexibilidad de la distribución Beta queda evidenciada en la Figura A.18, en la cual pueden apreciarse las diversas formas que puede tomar dependiendo de los valores relativos de los parámetros Alpha (α) y Beta (β).

Curva 1: La distribución se sesgara sobre la izquierda si $\alpha > \beta$

Curva 2: La distribución será simétrica si $\alpha = \beta$

Curva 3: La distribución se sesgara sobre la derecha si $\alpha < \beta$

Curva 4: La distribución tendrá forma de "U" si $\alpha < 1$ y $\beta < 1$

Curva 5: La distribución tendrá forma de "J" si $\alpha < 1$

Distribución de Densidad de Probabilidad: $f(x)$

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} \cdot (1-x)^{\beta-1} \quad \text{Ecuación A.51}$$

Parámetros:

Alpha: “ α ” Ecuación A.52

Beta: “ β ” Ecuación A.53

Otras Relaciones Importantes:

Moda: $x_m = \frac{\alpha - 1}{\alpha + \beta - 2}$ Ecuación A.54

Media: $x_{media} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$ Ecuación A.55

La distribución Beta estándar puede ser re-escalada con la incorporación de dos parámetros adicionales de forma que su rango se extienda de un valor mínimo x_{min} distinto de cero a un valor máximo x_{max} distinto de 1.

El re-escalamiento de la distribución Beta Estándar da origen a una variante denominada distribución Beta Pert. Esta distribución permite la inclusión de un tercer valor denominado valor más probable, el cual es tomado por la distribución como el valor de la moda de la misma.

La estimación de un experto, sobre los probables valores de una variable, puede expresarse con base en tres valores, valor mínimo, valor más probable y valor máximo, por lo que la utilización de esta distribución cobra mucho valor en este tipo de aplicaciones. Dichos valores son utilizados por la distribución PERT son como parámetros:

Mínimo valor posible x_{min} ; Valor más probable x_{mprob} ; Máximo valor posible x_{max}

Notación:

Variable aleatoria $X = \text{PERT}(x_{\min}, x_{\text{mprob}}, x_{\max}) = [\text{Beta}(\alpha, \beta)] * (x_{\max} - x_{\min}) + x_{\min}$

$$f(X) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \left(\frac{X - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}} \right)^{\alpha-1} \cdot \left(1 - \left(\frac{X - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}} \right) \right)^{\beta-1} \quad \text{Ec. A.56}$$

Donde: $\alpha = (\mu - x_{\min}) * (2 * x_{\text{mprob}} - x_{\min} - x_{\max}) / [(x_{\text{mprob}} - \mu) * (x_{\max} - x_{\min})]$ Ec. A.57

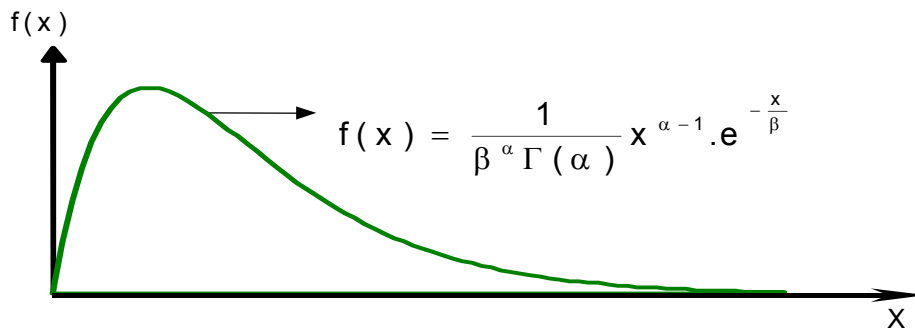
$$\beta = \alpha * (x_{\max} - \mu) / (\mu - x_{\min}) \quad \text{Ec. A.58}$$

$$\mu = (x_{\min} + 4 * x_{\text{mprob}} + x_{\max}) / 6 \quad \text{Ec. A.59}$$

$$\sigma = (x_{\max} - x_{\min}) / 6 \quad \text{Ec. A.60}$$

A.2.3.1.6 Distribución Gamma:

FIGURA 83. Distribución Gamma:



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

Al igual que la distribución Beta, Gamma es una distribución muy flexible para modelar probabilidades basadas en estadísticas Bayesianas. Aplica a un amplio rango de variables físicas y es similar a una gran cantidad de otras distribuciones: Lognormal, Exponencial, Geométrica y Poisson entre otras.

Puede ser considerada como la distribución del tiempo que transcurre hasta la ocurrencia de un número particular de eventos.

Tiene gran aplicación en los análisis de confiabilidad. Es usada en procesos meteorológicos para representar la concentración de polución y cantidad de precipitación. Tiene otras aplicaciones en teoría económica, teoría de inventario y teoría de riesgo en seguros.

Los parámetros de esta distribución son: Escala (α) y Forma (β).

Algunas características de la distribución gamma son:

- 1.- Cuando la forma = 1, Gamma puede ser escalable a la distribución exponencial.
- 2.- Cuando la forma es un entero, el resultado de la distribución puede también ser referido como una distribución Erlang.
- 3.- Cuando la forma es un número tal que al multiplicarlo por dos da un número entero, la distribución resultante puede ser referida, también, como una distribución Chi-cuadrado con dos veces la forma de grados de libertad.
- 4.- La suma de cualesquiera dos variables diferentes (Con distribuciones Gamma) es otra variable con distribución Gamma.
- 5.- El producto de cualesquiera dos variables con distribución normal es una variable Gamma.

Distribución de Densidad de Probabilidad: $f(x)$

$$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \cdot e^{-\frac{x}{\beta}}$$

Ecuación A.61

Relaciones Importantes:

Media:
$$\mu_X = \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \right) = \alpha \cdot \beta$$
 Ecuación A.62

Desviación Estándar
$$\sigma^2 = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu_X)^2}{n-1} \right) = \alpha \cdot \beta^2$$
 Ecuación A.63

Parámetros:

Alpha (Parámetro de Escala)
$$\alpha = \frac{(n-1) \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2}{n^2 \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_X)^2}$$
 ecuación A.64

Beta (Parámetro de Forma)
$$\beta = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_X)^2}{(n-1) \sum_{i=1}^n X_i}$$
 ecuación A.65

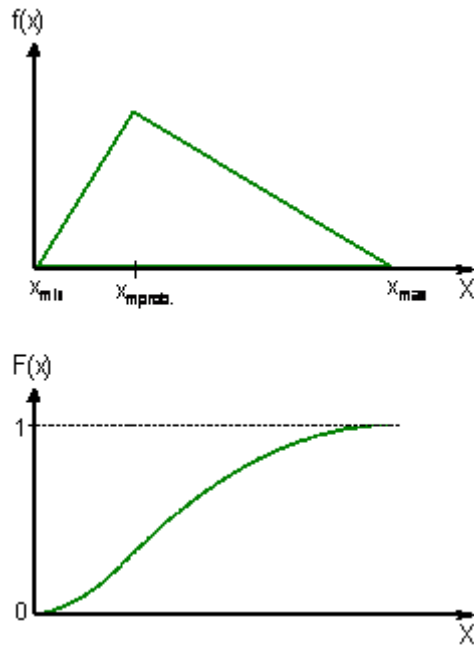
A.2.3.1.7 Distribución Triangular:

La distribución triangular ha sido ampliamente usada para modelar variables a partir de la opinión de expertos. Las variables caracterizadas con este tipo de distribución son aquellas para las cuales es más probable observar valores cerca de su moda que cerca de los extremos.

En el área petrolera, parámetros asociados a los yacimientos tales como ANP, Factor de Recobro, Porosidades y Saturaciones, así como precios y productividad han sido modelados usando distribuciones triangulares construidas a partir de estimaciones hechas por expertos.

La estimación de un experto, sobre los probables valores de una variable, puede expresarse con base en tres valores: valor mínimo, valor más probable y valor máximo, que en la distribución triangular son utilizados como parámetros:

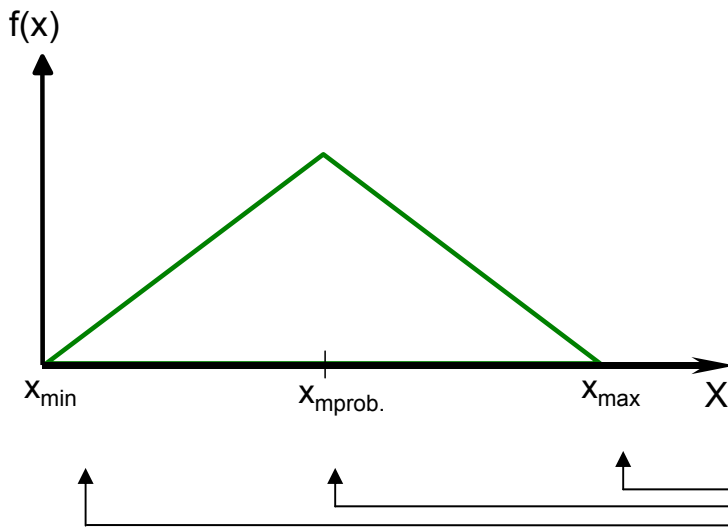
FIGURA 84. Distribución Triangular:



EXPERTO



Mínimo valor posible de la variable = x_{min}
 Valor más probable de la variable = x_{mprob}
 Máximo valor posible de la variable = x_{max}



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

La distribución triangular simétrica (como la mostrada en la Figura A.20 es frecuentemente usada para modelar variables de comportamiento "Normal" a

partir de la opinión de expertos. y la distribución triangular sesgada a la izquierda (como la mostrada en la Figura A.21) para modelar variables de comportamiento Lognormal a partir de la opinión de expertos. Debe tenerse especial cuidado cuando se representen variables de comportamiento Lognormal, con una distribución triangular sesgada a la izquierda, ya que hacia la cola de la derecha, la distribución triangular asigna mucho más probabilidad que la distribución lognormal, pudiendo esta diferencia inducir errores en los cálculos y pronósticos)

Para cualquier valor de X menor que la moda, la probabilidad acumulada se calcula con la siguiente ecuación

$$P(X \leq x) = F(x) = \frac{(x - x_{\min})^2}{(x_{\max} - x_{\min}) \cdot (x_{\text{mprob}} - x_{\min})} \quad \text{Ec. A.66}$$

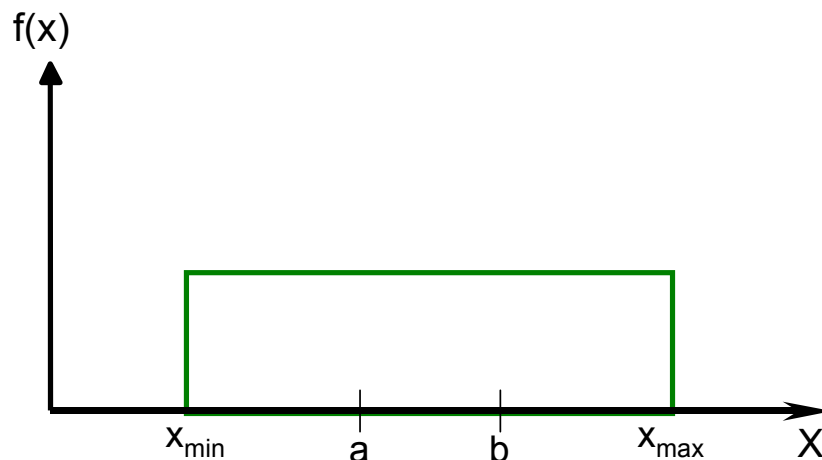
Para cualquier valor de X mayor que la moda, la probabilidad acumulada se calcula con la siguiente ecuación:

$$P(X \leq x) = F(x) = 1 - \frac{(x_{\max} - x)^2}{(x_{\max} - x_{\min}) \cdot (x_{\max} - x_{\text{mprob}})} \quad \text{Ec. A.67}$$

Adicionalmente: $x_{\text{media}} = \frac{x_{\min} + x_{\text{mprob}} + x_{\max}}{3}$ Ec. A.68

A.2.3.1.8 Distribución Uniforme:

FIGURA 85. Distribución Uniforme:



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

En esta distribución, todos los valores entre un mínimo y un máximo tienen la misma probabilidad de ocurrencia.

Sus parámetros son:

Mínimo = x_{\min}

Máximo = x_{\max}

Las variables que siguen la distribución uniforme tienen las siguientes características:

a.- El valor Mínimo es fijo.

b.- El valor Máximo es fijo.

c.- Todos los valores entre el mínimo y el máximo tienen la misma probabilidad de ocurrencia.

$$f(x) = \frac{1}{x_{\max} - x_{\min}} \quad \text{Ecuación A.69}$$

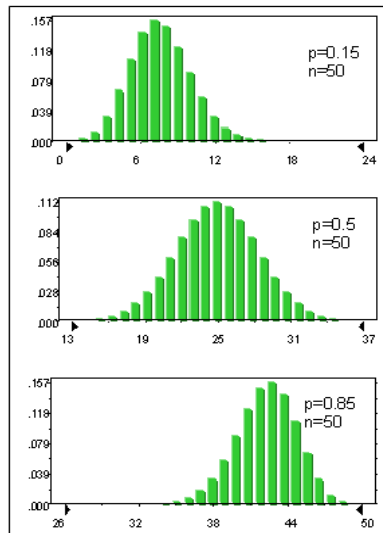
$$P(x \leq a) = F(a) = \frac{a - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \quad \text{Ecuación A.70}$$

$$P(a \leq x \leq b) = \frac{b - a}{x_{\max} - x_{\min}} \quad \text{Ecuación A.71}$$

A.2.5.2 DISTRIBUCIONES PARA VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS

A.2.5.2.1 Distribución Binomial:

FIGURA 86. Distribución Binomial:



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

La Distribución Binomial permite estimar el número de éxitos que se alcanzaran en un número específico de intentos, dada una probabilidad de éxito por intento determinada (constante).

Los parámetros de la distribución son:

Probabilidad (p) y número de ensayos o pruebas (n).

Las variables que pueden representarse con la distribución Binomial, tienen tres características básicas:

- a.- Por cada intento, hay sólo dos posibles resultados: éxito o falla. (Para una moneda: el lanzamiento resulta: Cara o no. Para las piezas o partes: Es defectuosa o no)
- b.- Los ensayos son independientes. Los resultados de un primer ensayo no afectan los de ensayos posteriores.
- c.- La probabilidad de ocurrencia permanece constante en cualquier ensayo.

La Figura A.23 muestra el efecto del parámetro “probabilidad de éxito” en el número de éxitos en 50 intentos

Distribución de Densidad de Probabilidad: $f(x)$

$$P(x = k) = f(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k} \quad \text{Ecuación A.72}$$

Distribución de Probabilidad Acumulada: $F(x)$

$$P(x \leq k) = F(k) = \sum_{i=0}^k \frac{n!}{i!(n-i)!} p^i (1-p)^{n-i} \quad \text{Ecuación A.73}$$

Parámetros:

Probabilidad Éxito $p = (\text{N}^\circ \text{ Éxitos}) / (\text{N}^\circ \text{ Total Observaciones}) \quad \text{Ecuación A.74}$

Número de intentos (n) **Ecuación A.75**

Otras Relaciones Importantes:

Media: $x_{media} = n \cdot p \quad \text{Ecuación .76}$

Desviación Estándar $\sigma = np(1-p) \quad \text{Ecuación .77}$

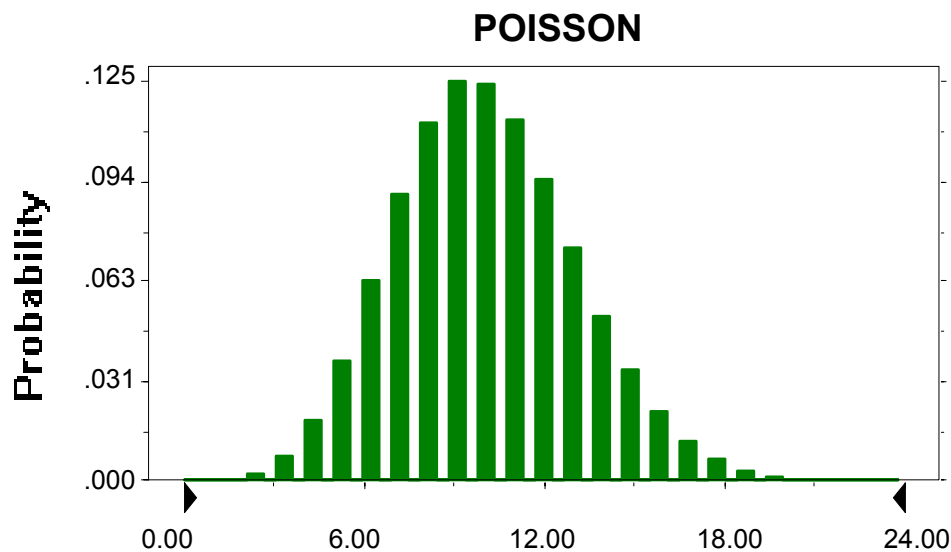
A.2.3.2.2 Distribución de Poisson:

La distribución de Poisson es una distribución que describe el número de veces que un evento ocurre en un intervalo dado (como el número de llamadas telefónicas por minuto o el número de errores por página en un documento o el número de defectos por metro de tubería). El parámetro que caracteriza esta distribución es: Tasa de ocurrencia.

Hay tres condiciones que resaltan esta distribución:

- a.- El número de posibles ocurrencias por unidad de medida (ejemplo: tiempo y longitud) no está limitado a un número fijo.
- b.- Las ocurrencias son independientes. El número de ocurrencia por unidad de medida no afecta el número de ocurrencias en otras unidades de medida.
- c.- El promedio de ocurrencias debe ser constante.

FIGURA 87. Distribución de Poisson:



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

A.2.5.2.3 Distribución Geométrica:

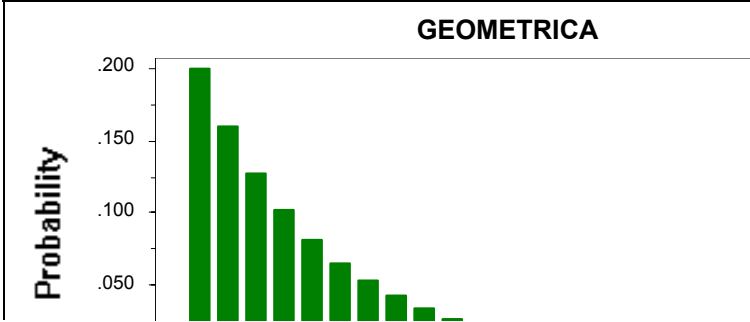
Esta distribución describe el número de ensayos hasta que ocurre o se obtiene el primer éxito, tal como el número de veces que se perfora (Para obtener petróleo) hasta que se obtiene un pozo exitoso (Fase exploratoria, principalmente).

El parámetro indicador es: Probabilidad.

Tres condiciones subrayan esta distribución:

- a.- El número de ensayos no es fijo.
- b.- Los ensayos continúan hasta el primer suceso.
- c.- La probabilidad del suceso es la misma de ensayo a ensayo.

FIGURA 88. Distribución Geométría:



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

ANEXO B¹¹

CARACTERIZACION PROBABILISTICA

B.1 CARACTERIZACION PROBABILISTICA DE VARIABLES RANDOM.

Como el lector ha podido evidenciar, una de las tareas más críticas para el analista de riesgo, es seleccionar la función de densidad de probabilidades que más se ajusta a la naturaleza y dinámica de la variable a modelar. Existen diversas distribuciones de probabilidad para representar la heterogeneidad e incertidumbre de variables continuas, otras para representar la heterogeneidad e incertidumbre de variables discretas, otras que ya poseen una expresión matemática predefinida cuyos parámetros son estimados en función de la data disponible y otras que no la poseen.

En la Figura No. 1.11 se mostró un diagrama de diferentes esquemas de clasificación de distribuciones de probabilidad. Como se indicó, ésta figura puede ser utilizada como mecanismo preliminar para preseleccionar la familia o conjunto de distribuciones que potencialmente podrían utilizarse para representar la variable de interés.

En función de la naturaleza de la variable de interés y de la disponibilidad de data, existen dos fuentes básicas de información para describir las variables:

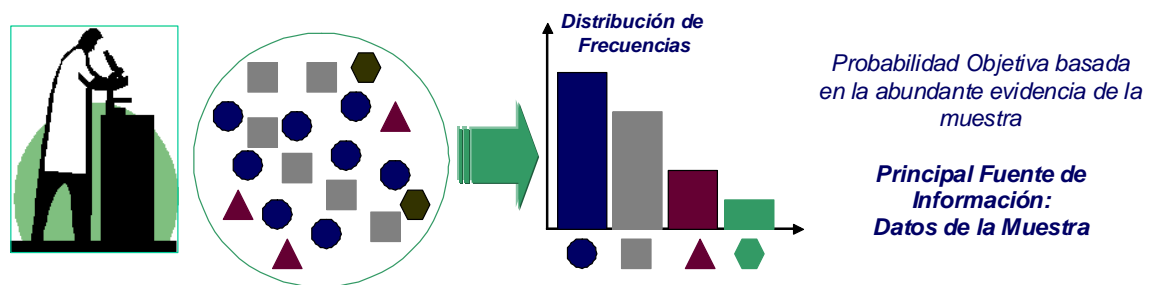
- Datos provenientes de observaciones directas y/o medición de campo.
- Datos provenientes del conocimiento empírico del proceso.

En el primer caso, datos provienen de observaciones directas hechas en campo, mediciones de variables físicas de los procesos o notificación manual o

¹¹ Ibid .2002

automática de ocurrencia de eventos. Estos datos son perfectamente caracterizados desde el punto de vista probabilístico. La cuantificación de la frecuencia de aparición de los datos en la muestra permite obtener una distribución de probabilidad y hacer una evaluación probabilística objetiva debido a que se parte de la abundancia de la evidencia de la muestra. En la figura B.1 puede observarse gráficamente este proceso.

FIGURA 89. Caracterización Probabilística con Observaciones Directas y/o Mediciones de Campo

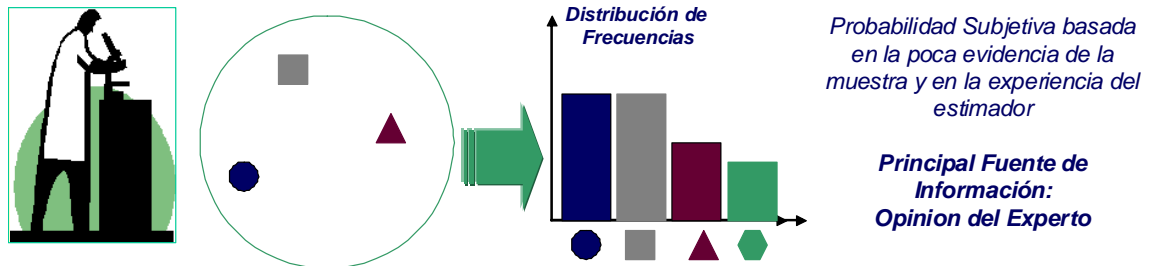


Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

En el segundo caso, la obtención de los datos se hace en forma indirecta, y es característica de aquellas áreas o procesos en los que no se puede obtener la información suficiente sobre la variable de interés para hacer análisis estadísticos convencionales. La limitación para la recolección directa de los datos puede ser de tipo físico, es decir, que existe mucha dificultad para medir la variable; también puede ser que no se tenga historia o que la misma sea limitada.

En estos casos se recurre a la utilización de la opinión de expertos, lo que permite combinar el conocimiento de las personas sobre el área o proceso en análisis con la poca evidencia o datos disponibles. Esta combinación agrega el componente subjetivo a los análisis. Afortunadamente existen un sin número de instrumentos que permiten minimizar la subjetividad de la información por parte del experto. La Figura B.2 permite observar un esquema del proceso descrito.

FIGURA 90. Caracterización Probabilística Conocimiento Empírico del Proceso



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

Nótese que la evidencia disponible combinada con la opinión del experto permite desarrollar un análisis en el que pueden aparecer como resultado valores de los que no se tiene evidencia previa, sino que son aportados por el experto producto de su experiencia.

En la tarea de seleccionar la distribución de probabilidad que más se adapte a una muestra de datos, siempre surge la gran pregunta: ¿Cuál es la distribución probabilística que con mayor precisión pudiera representar los datos? Esta pregunta da inicio al proceso de caracterización probabilística de la variable, el cual se discutirá a continuación.

B.1.1 Caracterización probabilística de variables con información de campo.

Paso 1: Plantear las hipótesis de las distribuciones paramétricas que podrían hacer un buen ajuste con los datos.

La selección de las diferentes distribuciones de probabilidad que pudieran representar la variable de interés es lo que se denomina la proposición de distribuciones hipótesis o hipotéticas. La Figura No 1.11 es una excelente ayuda para proponer distribuciones hipótesis.

En líneas generales, las distribuciones probabilísticas fueron concebidas originalmente para aplicaciones específicas. Por ejemplo, en caso de las variables continuas, la distribución normal es una de las distribuciones más importantes, ya que una gran cantidad de variables aleatorias (particularmente en el campo social) tiene un comportamiento normal, es decir, simétrico con respecto al punto central de la distribución.

Si la variable analizada depende de la tasa de ocurrencia de eventos en el tiempo, la distribución exponencial es de uso muy común en aquellos casos donde los eventos ocurren de una manera completamente aleatoria, y la tasa de ocurrencia en el tiempo tiende a ser constante. Igualmente, para procesos en los que la tasa de ocurrencia de eventos no tiende a ser constante, o presentan otro tipo de comportamiento, existen distribuciones como la Weibull, la Lognormal e inclusive la distribución normal. La distribución Lognormal es de mucha utilidad en los casos en los que la variable aleatoria puede tomar valores que difieren los unos de los otros en órdenes de magnitud.

En el caso de análisis de inventarios, la distribución de Poisson es de uso común para determinar el número de partes óptimos cuando el tiempo para la falla sigue una distribución exponencial.

En el caso de variables discretas, existen distribuciones con aplicaciones específicas. Por ejemplo, si se trata de analizar el número de éxitos que ocurren en un número de eventos, la distribución Binomial es la que mejor permite analizar el proceso. Para ello, se debe tener en cuenta que la variable debe ser discreta y que todos los valores deben tener la misma probabilidad de ocurrencia (Ej. El lanzamiento de los dados). Adicionalmente, los resultados de muchos sistemas físicos pueden ser modelados con la distribución uniforme.

Paso 2: Calcular los parámetros de cada una de las distribuciones hipótesis con los datos de la muestra.

Una vez seleccionadas las distribuciones hipótesis teóricas que pudieran representar un conjunto de datos se procede a la estimación de los parámetros de cada una de ellas. Estos parámetros normalmente se obtienen con el método de máxima verosimilitud ^[10]

Paso 3: Realizar alguna de las pruebas de bondad de ajuste.

En principio deben graficarse cada una de las curvas de las distribuciones hipótesis teóricas obtenidas con los parámetros estimados en el paso anterior, y el histograma de los datos de las muestras de cada una de las variables.

Posteriormente debe calcularse para cada distribución hipótesis el valor llamado “valor de la prueba” y compararlo con el valor “valor crítico”.

Si el “valor de la prueba” es menor que el “valor crítico” entonces la distribución hipótesis se considera un adecuado ajuste y en consecuencia la hipótesis no es rechazada. Si por el contrario, el “valor de la prueba” es mayor que el “valor crítico”, la hipótesis es rechazada.

Paso 4: Seleccionar entre las distribuciones hipótesis no rechazadas, aquella que tenga el valor de la prueba más bajo.

B.1.2 Cálculo de parámetros de las distribuciones de probabilidad a partir de los datos de la muestra.

Una vez seleccionadas las distribuciones hipótesis teóricas que pudieran representar un conjunto de datos se procede a la estimación de los parámetros de

cada una de ellas utilizando los datos de la variable de interés disponibles o las opiniones de los expertos si fuese el caso.

En la caracterización de la variable de interés es muy útil la estadística descriptiva. De los datos recolectados se pueden obtener algunos parámetros que son muy útiles para inferir que distribuciones probabilísticas que pudieran ajustarse a los mismos. Si los datos se ajustan a una distribución normal o a una distribución Weibull con un parámetro de forma cercano a 4, entonces la media y la mediana deben tener valores muy parecidos. Por el contrario, si los datos se ajustan a distribuciones como la Lognormal, Exponencial o Weibull con parámetro de forma cercano a 1, entonces los valores de la media y la mediana deben presentar una diferencia considerable. Por último se pudiera agregar que si los datos se ajustan a una distribución Exponencial, entonces la media y la desviación estándar suelen tener valores con muy poca diferencia entre sí.

Para el cálculo de los parámetros de las distribuciones hipótesis se utilizan las ecuaciones de la Tabla B.1.

Tabla 27 Cálculo de Parámetros

Distribución	Parámetros	Ecuación	Distribución	Parámetros	Ecuación
Weibull	α	$\alpha = \left(\frac{\sum_{i=1}^n t_i^\sigma}{n} \right)^{1/\sigma}$	Normal	μ	$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n}$
	β	$\frac{\sum_{i=1}^n [k_i \sigma \ln(t_i)]}{\sum_{i=1}^n t_i^\sigma} - \frac{1}{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(t_i)$		σ	$\sigma^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (t_i - \mu)^2$
Gamma	α	$\alpha = \frac{(n-1) \left(\sum_{i=1}^n t_i \right)^2}{n^2 \sum_{i=1}^n (t_i - \mu_x)^2}$	Log-Normal	μ_x	$\mu_x = \frac{\sum_{i=1}^n \ln(t_i)}{n}$
	β	$\beta = \frac{n \sum_{i=1}^n (t_i - \mu_x)^2}{(n-1) \sum_{i=1}^n t_i}$		σ_x	$\sigma_x^2 = \frac{1}{(n)} \sum_{i=1}^n (\ln(t_i) - \mu_x)^2$
			Exponencial	λ	$\lambda = \frac{n}{\sum_{i=1}^n t_i}$

Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

B.1.3 Pruebas de Bondad de Ajuste.

Una vez que se han definido las distribuciones hipótesis teóricas que pudieran representar a la variable aleatoria de interés, el siguiente paso consiste en determinar cuál de esas posibles distribuciones es la más representativa del conjunto de datos. Para ello se utilizan las llamadas pruebas de bondad de ajuste. De manera sencilla puede decirse que la prueba de bondad de ajuste es una comparación entre la distribución paramétrica seleccionada y el histograma de frecuencia que se puede construir con los datos.

Bondad de ajuste puede definirse como la probabilidad de reproducir el conjunto de datos a partir de una distribución hipótesis seleccionada; en otras palabras, la estadística definida a partir de la bondad de ajuste permite establecer que tan probable es que una función de distribución de probabilidad seleccionada genere el conjunto de datos del que se dispone. La estadística basada en bondad de ajuste es usualmente utilizada con sentido relativo mediante la comparación de los valores de bondad de ajuste de otras funciones de distribución de probabilidad para seleccionar la que mejor representa los datos.

Existen diferentes pruebas de bondad de ajuste dentro de las cuales se pueden mencionar la prueba de Chi - Cuadrado, la de Kolmogorov - Smirnov y la de Anderson – Darling. La prueba de Chi – Cuadrado es una de las más comunes, pero las otras, bajo ciertas condiciones, pueden proveer información más detallada y realista del ajuste.

Estas pruebas consideran las siguientes etapas:

Etapa 1: Graficar cada una de las curvas de las distribuciones hipótesis teóricas obtenida con los parámetros estimados en el paso anterior, con el histograma de los datos de la muestra.

Etapa 2: Calcular para cada distribución hipótesis el valor llamado “valor del test” y compararlo contra el valor llamado “valor crítico”.

Etapa 3: Si el valor del test es menor que el valor crítico entonces la distribución hipotética se considera un buen ajuste y la hipótesis no es rechazada. Si por el contrario, el valor del test es mayor que el valor crítico, la hipótesis se rechaza.

B.1.3.1 Prueba de Chi – Cuadrado (X^2).

B.1.3.1.1 Calculo del Valor o Estadística del Test X^2

La prueba de Chi – Cuadrado es una de las pruebas de bondad de ajuste más comúnmente utilizada.

El valor del test de Chi – Cuadrado viene dada por la aplicación de la siguiente ecuación:

$$X^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(frec_i - p_i)^2}{p_i}$$

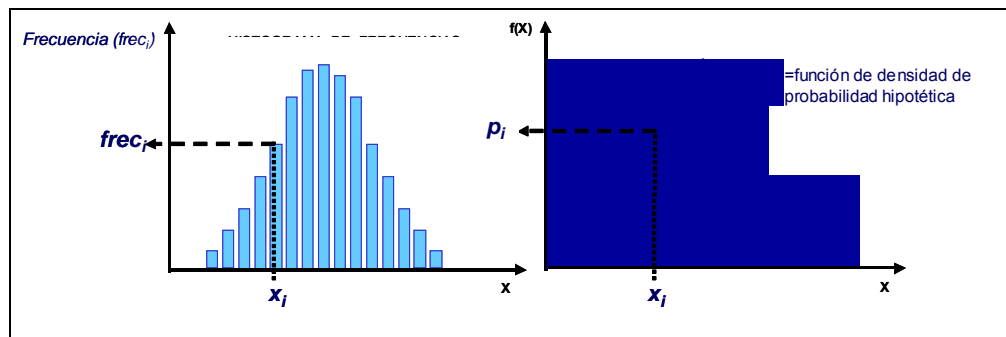
Donde:

m = Número de clase

frec_i = Valor de la frecuencia o prob. observada para una clase del histograma

p_i = Probabilidad teórica de observar X_i calculada con la distribución de densidad de prob. hipotética f(x). (Ver Figura B.3)

FIGURA 91. Distribución de los Datos Vs Distribución Hipotética o Teórica



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

B.1.3.1.2 Cálculo del Valor Crítico para la prueba de Chi – Cuadrado

En el cálculo del valor crítico para la prueba de Chi – Cuadrado se busca conseguir el valor correspondiente al percentil $1 - \alpha$ de una distribución Chi – Cuadrado con $N - 1$ grado de libertad (N es el número de intervalos o clases).

Estas soluciones están tabuladas en la Tabla B.2 que se muestra a continuación, a la cual se entra con los grados de libertad (df en la tabla) y el nivel de confianza o percentil de confianza (“Per Cent” en la Tabla).

Tabla 28 Valores Críticos – Test de χ^2

Percentiles of the χ^2 Distribution*										
df	Per Cent									
	.5	1	2.5	5	10	90	95	97.5	99	99.5
1	.000039	.00016	.00098	.0039	.0158	2.71	3.84	5.02	5.63	7.88
2	.0100	.0201	.0506	.1026	.2107	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	.0717	.115	.216	.352	.584	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	.207	.297	.484	.711	1.064	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	.412	.554	.831	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	.676	.872	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	.989	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.73	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95
120	83.85	86.92	91.58	95.70	100.62	140.23	146.57	152.21	158.95	163.64

For large values of degrees of freedom the approximate formula

$$\chi^2 = n \left(1 - \frac{2}{9n} + z_{\alpha} \sqrt{\frac{2}{9n}} \right)^2$$

where z_{α} is the normal deviate and n is the number of degrees of freedom, may be used. For example:

$\chi^2_{.99} = 60 \left[1 - \frac{2}{9(60)} + 2.326(.06086) \right]^2 = 60(1.1379)^2 = 88.4$ for the 99th percentile for 60 degrees of freedom.

* From *Introduction to Statistical Analysis*, 2d ed., by W. J. Dixon and F. J. Massey, Jr., Copyright, 1957, McGraw-Hill Book Company. Used by permission.

Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

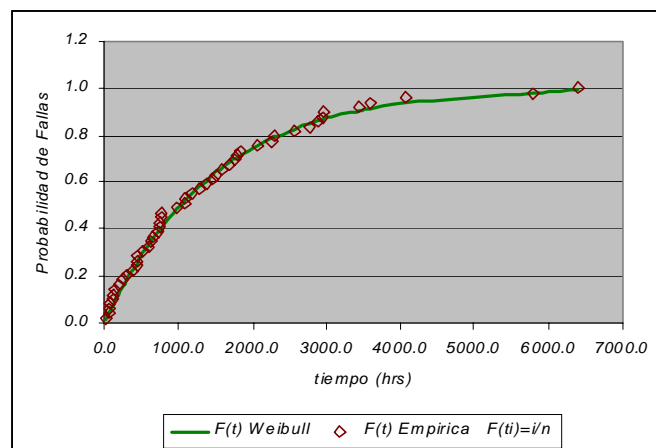
Una vez que se hace el análisis estadístico de Chi – Cuadrado se compara el valor obtenido con el valor crítico. Si dicho valor es mayor que el valor crítico la hipótesis debe ser rechazada, es decir, la distribución no hace buen ajuste.

Cuando se trabaja con distribuciones continuas esta prueba puede no ser la más adecuada, pero es ampliamente conseguida en los software comerciales. Su debilidad estriba en que no hay un procedimiento claro para seleccionar el número de intervalos. En algunos casos se pudiera llegar a diferentes conclusiones a partir del mismo conjunto de datos dependiendo de los intervalos o número de clases. Esta prueba arroja sus mejores resultados cuando las muestras son grandes.

B.1.3.2 Prueba de Kolmogorov – Smirnov.

A diferencia de la prueba Chi–Cuadrado, la de Kolmogorov–Smirnov no agrupa los datos en intervalos o clases. En su lugar, para la prueba se utiliza la función de probabilidad acumulada hipotética seleccionada, la cual es comparada con la función de probabilidad acumulada empírica proveniente de los datos, como se muestra en la figura 92

FIGURA 92. Distribución de los Datos Vs Distribución Hipotética o Teórica



Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

El hecho de que dicha prueba no dependa del número de intervalos la hace más poderosa que la prueba de Chi–Cuadrado. Sin embargo, es importante señalar

que la prueba de Kolmogorov–Smirnov no detecta consistentemente las discrepancias que se pudieran presentar a nivel de las colas de la distribución.

B.1.3.2.1 Cálculo del Valor o Estadística del Test de Kolmogorov - Smirnov

La estadística para la prueba de Kolmogorov–Smirnov de uso más común es la presentada por Law y Kelton (1982):

$$K - S_{value} = \max \left(\left| F(X_i) - \hat{F}(X_i) \right|, \left| F(X_i) - \hat{F}(X_{i-1}) \right| \right)$$

Donde

n = número total de datos; $i=1, 2, 3, \dots, n$

$F(X_i)$: Distribución acumulada hipotética para el valor X_i

$$\hat{F}(X_i) = \frac{N_{x_i}}{n} \quad : \text{Distribución empírica}$$

N_{x_i} = Número de datos menores que X_i .

En este punto es importante recordar que para realizar estos cálculos, los datos de la muestra deben ordenarse en orden ascendente.

B.1.3.2.2 Cálculo del Valor Crítico para las pruebas Kolmogorov – Smirnov

A diferencia de la prueba de Chi – Cuadrado, en la cual el valor crítico es el mismo para todas las distribuciones, la prueba de Kolmogorov – Smirnov incluye casos especiales para las distribuciones Normal, Exponencial, Weibull y de Valor Extremo. Para las distribuciones restantes el valor crítico es estimado utilizando una prueba denominada “todos los parámetros conocidos”, la cual es más conservadora que las pruebas para distribuciones específicas.

Los valores críticos obtenidos de esta prueba, para el test de Kolmogorov-Smirnov, están tabulados en la Tabla B.3, que se muestra a continuación, a la cual se entra con n (tamaño de la muestra) y el nivel de significancia.

Tabla 29 Valores Críticos – Test de Kolmogorov-Smirnov

Critical Values $D_n^{(\gamma)}$ for the Kolmogorov Goodness-of-Fit Test*

n	γ				
	0.20	0.15	0.10	0.05	0.01
1	0.900	0.925	0.950	0.975	0.995
2	0.684	0.726	0.776	0.842	0.929
3	0.565	0.597	0.642	0.708	0.828
4	0.494	0.525	0.564	0.624	0.733
5	0.446	0.474	0.510	0.565	0.669
6	0.410	0.436	0.470	0.521	0.618
7	0.381	0.405	0.438	0.486	0.577
8	0.358	0.381	0.411	0.457	0.543
9	0.339	0.360	0.388	0.432	0.514
10	0.322	0.342	0.368	0.410	0.490
11	0.307	0.326	0.352	0.391	0.468
12	0.295	0.313	0.338	0.375	0.450
13	0.284	0.302	0.325	0.361	0.433
14	0.274	0.292	0.314	0.349	0.418
15	0.266	0.283	0.304	0.338	0.404
16	0.258	0.274	0.295	0.328	0.392
17	0.250	0.266	0.286	0.318	0.381
18	0.244	0.259	0.278	0.309	0.371
19	0.237	0.252	0.272	0.301	0.363
20	0.231	0.246	0.264	0.294	0.356
25	0.210	0.220	0.240	0.270	0.320
30	0.190	0.200	0.220	0.240	0.290
35	0.180	0.190	0.210	0.230	0.270
>35	$\frac{1.07}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.14}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{n}}$

Fuente. Gerencia de Incertidumbre.

B.1.3.3 Prueba de Anderson – Darling.

La prueba de Anderson – Darling es muy similar a la prueba de Kolmogorov – Smirnov, la cual no depende tampoco del número de intervalos o clases. Esta prueba tiene la ventaja adicional de que hace más énfasis en los valores de las colas.

B.1.3.3.1 Cálculo del Valor del Test o Estadística de la prueba Anderson-Darling

La estadística para la prueba de Anderson – Darling viene dada por:

$$A_n^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} [F_n(x) - \hat{F}(x)] \Psi(x) \hat{f}(x) dx$$

Donde

$$\Psi = \frac{1}{\hat{F}(x)[1 - \hat{F}(x)]}$$

n = Número total de datos

$\hat{f}(x)$ = Función de densidad de probabilidad hipotética

$\hat{F}(x)$ = Función de probabilidad acumulada hipotética

$$F_n(x) = \frac{N_x}{n}$$

N_x = Número de datos de X_i menores que x.

B.1.3.3.2 Valor Crítico para las prueba de Anderson – Darling.

La estimación de los valores críticos para la prueba de Anderson – Darling se hace muy difícil desde el punto de vista analítico y por tal razón, los mismos son estimados utilizando la técnica de simulación de Montecarlo según lo explicado por Stephens (1974), Stephens (1977) y Chandra (1981).

ANEXO C

ANÁLISIS DE CURVAS DE DECLINACIÓN

En el desarrollo del análisis avanzado de ingeniería jugaron un papel muy importante el desarrollo de los pronósticos en la producción de hidrocarburos mediante la aplicación Forecast del software OFM. A continuación se dan a conocer los datos obtenidos mediante dicha predicción, evidenciando de esta manera como se obtuvieron los valores de reservas, ultimo recobro esperado (EUR), índices de declinación, coeficiente b, coeficiente D, que fueron tenidos en cuenta a la hora de definir el modelo del sector del Campo Rubiales, en lograr la contribución de los atributos críticos en la selección de la mejor estrategia de desarrollo del área de interés.

Los parámetros que se tuvieron en cuenta para este cálculo fueron:

- Dentro de los parámetros de declinación se utilizo un tipo de regresión hiperbólica, la cual permite obtener un valor del coeficiente b, que se encuentra en el rango de 0.2 a 0.3, y un valor para el coeficiente D, que se encuentra en el rango de 0.28 a 0.32 cumpliendo de esta manera con la Ecuación de Arps¹².
- Una tasa mínima económica para cada pozo de 50. bpd petróleo lapso iniciando la tasa desde el histórico de producción y en un periodo de 150 meses.
- Teniendo en cuenta las tendencias en la producción histórica de cada pozo, fueron seleccionados los puntos más representativos y con los cuales se pudiese realizar de la mejor manera la predicción.

En la Tabla 26 y Tabla 27, muestra los resultados de los cálculos de reservas, índice de declinación, caudales iniciales y ultimo recobro esperado, en un par de

¹² Fuente. SPE 81427, A Generalize Hyperbolic Decline Equation with Rate-Time and Rate-Cumulative Relationships.

pozos del área de interés obtenidos mediante esta predicción. Cabe resaltar que se realizó la predicción para cada uno de los pozos del área de interés con el fin de observar el comportamiento de la producción y la cantidad de reservas recuperadas; con el objeto de efectuar un análisis de estos datos con la información petrofísica obtenida, y de esta manera facilitar la cuantificación y el análisis de riesgo e incertidumbre en un sector del Campo Rubiales.

Tabla 30 Atributos críticos en la selección de la mejor estrategia de desarrollo del área de interés

POZO	CTE DE ARP P90		CTE DE ARP P50		CTE DE ARP P10	
	bi	D	bi	D	bi	D
22H	0.20	0.24	0.21	0.30	0.31	0.32
42H	0.21	0.25	0.21	0.29	0.27	0.30
45H	0.22	0.25	0.22	0.28	0.27	0.30
48H	0.23	0.25	0.23	0.30	0.24	0.31
49H	0.24	0.29	0.24	0.32	0.30	0.32
50H	0.23	0.28	0.25	0.29	0.25	0.31
54H	0.26	0.25	0.26	0.30	0.29	0.31
55H	0.23	0.25	0.27	0.29	0.27	0.29
56H	0.28	0.25	0.28	0.28	0.29	0.31
57H	0.25	0.24	0.29	0.29	0.29	0.31
58H	0.27	0.25	0.30	0.28	0.30	0.30
59H	0.28	0.27	0.30	0.29	0.31	0.31
60H	0.27	0.28	0.28	0.31	0.28	0.32
61H	0.26	0.27	0.27	0.31	0.27	0.32
62H	0.24	0.26	0.26	0.28	0.26	0.30
63H	0.21	0.25	0.25	0.29	0.26	0.31
64H	0.24	0.25	0.24	0.28	0.25	0.32
65H	0.23	0.26	0.23	0.29	0.29	0.31
66H	0.21	0.27	0.22	0.29	0.22	0.30
67H	0.22	0.31	0.24	0.32	0.25	0.32
68H	0.20	0.29	0.20	0.31	0.21	0.32
69H	0.20	0.29	0.20	0.30	0.23	0.31
70H	0.21	0.28	0.21	0.30	0.22	0.31
71H	0.22	0.27	0.22	0.28	0.24	0.29

POZO	CTE DE ARP P90		CTE DE ARP P50		CTE DE ARP P10	
	bi	D	bi	D	bi	D
72H	0.23	0.27	0.23	0.28	0.26	0.32
73H	0.24	0.27	0.24	0.29	0.28	0.29
74H	0.25	0.27	0.25	0.28	0.27	0.30
75H	0.22	0.28	0.26	0.31	0.26	0.31
76H	0.25	0.24	0.29	0.29	0.29	0.31
77H	0.24	0.28	0.28	0.31	0.28	0.32
78H	0.27	0.28	0.29	0.30	0.29	0.31
89H	0.28	0.27	0.30	0.29	0.30	0.30
93H	0.25	0.24	0.29	0.29	0.29	0.31
94H	0.23	0.28	0.28	0.29	0.28	0.32
97H	0.23	0.26	0.28	0.28	0.28	0.29
99H	0.26	0.29	0.26	0.29	0.32	0.31
100H	0.25	0.30	0.25	0.30	0.28	0.32
101H	0.21	0.29	0.24	0.29	0.30	0.31
102H	0.20	0.27	0.20	0.28	0.24	0.29
105H	0.22	0.28	0.22	0.29	0.28	0.30
106H	0.21	0.26	0.21	0.28	0.24	0.29
107H	0.20	0.27	0.20	0.28	0.24	0.29
108H	0.20	0.28	0.20	0.29	0.26	0.30
110H	0.22	0.28	0.22	0.29	0.28	0.30
123H	0.23	0.26	0.28	0.28	0.28	0.29
124H	0.23	0.29	0.23	0.30	0.23	0.31
125H	0.22	0.31	0.24	0.32	0.25	0.32
131H	0.24	0.27	0.25	0.29	0.26	0.31
133H	0.23	0.25	0.27	0.29	0.27	0.29
134H	0.23	0.26	0.28	0.28	0.28	0.29
135H	0.28	0.26	0.28	0.28	0.28	0.30
136H	0.29	0.28	0.29	0.29	0.29	0.31
137H	0.27	0.28	0.27	0.29	0.29	0.29
138H	0.28	0.29	0.29	0.30	0.29	0.31
153H	0.25	0.24	0.29	0.29	0.29	0.31
154H	0.27	0.28	0.27	0.29	0.29	0.29
177H	0.25	0.24	0.29	0.29	0.29	0.31
178H	0.23	0.26	0.28	0.28	0.28	0.29
179H	0.22	0.31	0.24	0.32	0.25	0.32
180H	0.23	0.29	0.23	0.30	0.23	0.31

POZO	CTE DE ARP P90		CTE DE ARP P50		CTE DE ARP P10	
	bi	D	bi	D	bi	D
181H	0.22	0.30	0.22	0.31	0.26	0.32
182H	0.21	0.30	0.21	0.31	0.26	0.31
183H	0.20	0.29	0.20	0.30	0.24	0.31
184H	0.23	0.28	0.25	0.29	0.25	0.31
185H	0.25	0.24	0.29	0.29	0.29	0.31
189H	0.26	0.25	0.26	0.30	0.29	0.31
190H	0.26	0.27	0.27	0.31	0.27	0.32
200H	0.26	0.23	0.26	0.28	0.28	0.30
201H	0.21	0.25	0.25	0.29	0.26	0.31
202H	0.21	0.28	0.21	0.30	0.22	0.31
203H	0.21	0.28	0.21	0.30	0.22	0.31
206H	0.25	0.24	0.29	0.29	0.29	0.31
207H	0.25	0.24	0.29	0.29	0.29	0.31
208H	0.25	0.24	0.29	0.29	0.29	0.31
209H	0.25	0.24	0.29	0.29	0.29	0.31
210H	0.25	0.24	0.29	0.29	0.29	0.31
214H	0.23	0.26	0.28	0.28	0.28	0.29
223H	0.22	0.30	0.22	0.31	0.26	0.32
23	0.20	0.17	0.25	0.28	0.26	0.29
24	0.23	0.17	0.23	0.28	0.24	0.31
25	0.21	0.19	0.22	0.29	0.23	0.30
27	0.20	0.24	0.21	0.30	0.31	0.32
30	0.20	0.25	0.20	0.29	0.25	0.31
33	0.20	0.23	0.21	0.32	0.28	0.31
34	0.21	0.25	0.21	0.31	0.22	0.31
36	0.26	0.25	0.26	0.30	0.29	0.31
37	0.20	0.21	0.22	0.29	0.23	0.29
38	0.22	0.19	0.23	0.28	0.24	0.29
40	0.25	0.22	0.25	0.29	0.25	0.29
47	0.26	0.23	0.26	0.28	0.28	0.30
79	0.24	0.27	0.27	0.28	0.28	0.31
90	0.27	0.28	0.28	0.29	0.29	0.32
91	0.21	0.27	0.29	0.29	0.30	0.31
92	0.24	0.25	0.30	0.30	0.30	0.31
104	0.23	0.26	0.29	0.29	0.29	0.30
113	0.23	0.26	0.28	0.28	0.28	0.29

POZO	CTE DE ARP P90		CTE DE ARP P50		CTE DE ARP P10	
	bi	D	bi	D	bi	D
116	0.25	0.24	0.29	0.29	0.29	0.31
117	0.26	0.28	0.26	0.29	0.27	0.30
139	0.23	0.29	0.25	0.31	0.26	0.31
144	0.22	0.31	0.24	0.32	0.25	0.32
145	0.21	0.29	0.23	0.29	0.24	0.31
155	0.22	0.27	0.22	0.30	0.24	0.31
161	0.21	0.29	0.21	0.29	0.26	0.31
163	0.23	0.25	0.27	0.29	0.27	0.29

FUENTE. El Autor

Tabla 31. Atributos críticos en la selección de la mejor estrategia de desarrollo del área de interés

POZO	EUR [Bbl]			RESERVAS [Bbl]	ACUMULADO [Bbl]
	P90	P50	P10		
22H	407038.00	420252.00	496472.00	62228.00	358024.00
42H	2122040.00	2414250.00	3320970.00	912090.00	1502160.00
45H	1969270.00	2225750.00	2904290.00	790320.00	1435430.00
48H	2256960.00	2494030.00	3139220.00	746740.00	1747290.00
49H	384861.00	496064.00	715984.00	287308.00	208756.00
50H	161350.00	186036.00	234648.00	56381.00	129655.00
54H	1226870.00	1349030.00	1766680.00	269400.00	1079630.00
55H	1130990.00	1247710.00	1720760.00	197970.00	1049740.00
56H	351947.00	445407.00	569389.00	93460.00	351947.00
57H	680861.00	736253.00	1105600.00	176066.00	560187.00
58H	2137770.00	2460390.00	3370930.00	1019830.00	1440560.00
59H	1138840.00	1327580.00	1642530.00	866278.00	461302.00
60H	510776.00	575761.00	879291.00	193242.00	382519.00
61H	1406480.00	1605170.00	2113010.00	612936.00	992234.00
62H	1646510.00	1988400.00	2560320.00	1128015.00	860385.00
63H	1888950.00	2267080.00	3100710.00	833400.00	1433680.00
64H	784558.00	848349.00	1086250.00	219767.00	628582.00
65H	1530090.00	1821660.00	2589780.00	860604.00	961056.00
66H	648577.00	735949.00	1062230.00	408169.00	327780.00
67H	3194370.00	3847780.00	4511630.00	2727490.00	1120290.00

POZO	EUR [Bbl]			RESERVAS [Bbl]	ACUMULADO [Bbl]
	P90	P50	P10		
68H	1888140.00	2339280.00	2985470.00	1520817.00	818463.00
69H	1318520.00	1485950.00	2177180.00	720015.00	765935.00
70H	811707.00	1018700.00	1584230.00	566653.00	452047.00
71H	712511.00	836008.00	1231950.00	301078.00	534930.00
72H	275184.00	315367.00	609162.00	120077.00	195290.00
73H	1762800.00	2190170.00	3091230.00	1510758.00	679412.00
74H	1087520.00	1281360.00	1816890.00	679169.00	602191.00
75H	734879.00	775675.00	1029480.00	165855.00	609820.00
76H	680861.00	736253.00	1105600.00	176066.00	560187.00
77H	501358.00	539294.00	730022.00	149571.00	389723.00
78H	1513960.00	1828870.00	2900760.00	1245163.00	583707.00
89H	232881.00	267497.00	360319.00	116941.00	150556.00
93H	680861.00	736253.00	1105600.00	176066.00	560187.00
94H	754534.00	1049720.00	1546750.00	770763.00	278957.00
97H	143959.00	145776.00	156904.00	107774.00	38002.00
99H	358576.00	411263.00	719747.00	166930.00	244333.00
100H	1119530.00	1232470.00	1988070.00	556368.00	676102.00
101H	165589.00	190379.00	346733.00	112157.00	78222.00
102H	578582.00	752758.00	955238.00	602190.00	150568.00
105H	459534.00	542752.00	1012370.00	216830.00	325922.00
106H	1638180.00	1811210.00	2311060.00	1435190.00	376020.00
107H	578582.00	752758.00	955238.00	602190.00	150568.00
108H	1005910.00	1295480.00	2040700.00	751365.00	544115.00
110H	459534.00	542752.00	1012370.00	216830.00	325922.00
123H	143959.00	145776.00	156904.00	107774.00	38002.00
124H	269626.00	302871.00	503414.00	128606.00	174265.00
125H	3194370.00	3847780.00	4511630.00	2727490.00	1120290.00
131H	1146160.00	1287290.00	2020470.00	678870.00	608420.00
133H	1130990.00	1247710.00	1720760.00	197970.00	1049740.00
134H	143959.00	145776.00	156904.00	107774.00	38002.00
135H	854764.00	1144530.00	1420380.00	978771.00	165759.00
136H	403014.00	471414.00	859874.00	234165.00	237249.00
137H	344377.00	376568.00	499501.00	89488.00	287080.00
138H	826948.00	1003210.00	1692480.00	660954.00	342256.00
153H	680861.00	736253.00	1105600.00	176066.00	560187.00
154H	344377.00	376568.00	499501.00	89488.00	287080.00

POZO	EUR [Bbl]			RESERVAS [Bbl]	ACUMULADO [Bbl]
	P90	P50	P10		
177H	680861.00	736253.00	1105600.00	176066.00	560187.00
178H	143959.00	145776.00	156904.00	107774.00	38002.00
179H	3194370.00	3847780.00	4511630.00	2727490.00	1120290.00
180H	269626.00	302871.00	503414.00	128606.00	174265.00
181H	356344.00	447529.00	857547.00	232933.00	214596.00
182H	260250.00	322072.00	594638.00	217113.00	104959.00
183H	572037.00	715376.00	1081500.00	597011.00	118365.00
184H	161350.00	186036.00	234648.00	56381.00	129655.00
185H	680861.00	736253.00	1105600.00	176066.00	560187.00
189H	1226870.00	1349030.00	1766680.00	269400.00	1079630.00
190H	1406480.00	1605170.00	2113010.00	612936.00	992234.00
200H	616956.00	645728.00	779041.00	245544.00	400184.00
201H	1888950.00	2267080.00	3100710.00	833400.00	1433680.00
202H	811707.00	1018700.00	1584230.00	566653.00	452047.00
203H	811707.00	1018700.00	1584230.00	566653.00	452047.00
206H	680861.00	736253.00	1105600.00	176066.00	560187.00
207H	680861.00	736253.00	1105600.00	176066.00	560187.00
208H	680861.00	736253.00	1105600.00	176066.00	560187.00
209H	680861.00	736253.00	1105600.00	176066.00	560187.00
210H	680861.00	736253.00	1105600.00	176066.00	560187.00
214H	143959.00	145776.00	156904.00	107774.00	38002.00
223H	356344.00	447529.00	857547.00	232933.00	214596.00
23	518629.00	549052.00	680618.00	116135.00	432917.00
24	997373.00	1005530.00	1069630.00	170289.00	835241.00
25	2096630.00	2204170.00	2592060.00	279679.00	1924491.00
27	407038.00	420252.00	496472.00	62228.00	358024.00
30	338197.00	340045.00	351915.00	155938.00	184107.00
33	814114.00	833629.00	935339.00	65487.00	768142.00
34	106398.00	111469.00	128937.00	9657.00	101812.00
36	1226870.00	1349030.00	1766680.00	269400.00	1079630.00
37	492059.00	501883.00	581853.00	9824.00	492059.00
38	555467.00	579515.00	693556.00	32488.00	547027.00
40	280943.00	297372.00	369194.00	32946.00	264426.00
47	616956.00	645728.00	779041.00	245544.00	400184.00
79	190908.00	205536.00	295946.00	98131.00	107405.00
90	178418.00	193903.00	277774.00	87694.00	106209.00

POZO	EUR [Bbl]			RESERVAS [Bbl]	ACUMULADO [Bbl]
	P90	P50	P10		
91	104934.00	114894.00	153488.00	45935.00	68959.00
92	89314.00	96473.00	120737.00	82105.00	14368.00
104	195606.00	217045.00	321071.00	99299.00	117746.00
113	143959.00	145776.00	156904.00	107774.00	38002.00
116	680861.00	736253.00	1105600.00	176066.00	560187.00
117	135440.00	151990.00	239249.00	95040.00	56950.00
139	580458.00	636402.00	842400.00	548283.00	88119.00
144	3194370.00	3847780.00	4511630.00	2727490.00	1120290.00
145	319939.00	347230.00	465795.00	271737.00	75493.00
155	64114.00	69826.00	88595.00	55680.00	14146.00
161	680861.00	736253.00	1105600.00	176066.00	560187.00
163	1130990.00	1247710.00	1720760.00	197970.00	1049740.00

FUENTE. El Autor

De esta manera fue como se lograron obtener valores muy importantes a la hora de realizar el análisis correspondiente en el proceso que se inicia con la cuantificación de los niveles de incertidumbre de cada una de las variables que intervienen en el modelo de decisión utilizado, así como el de la incertidumbre propia de los modelos a utilizar en el desarrollo del trabajo.

ANEXO D

ESTUDIO DE RESERVAS

Con la información de los pozos perforados en el área de estudio, se lograron obtener valores muy importantes a la hora de realizar el análisis correspondiente en el proceso que se inicia con la cuantificación de los niveles de incertidumbre de cada una de las variables que intervienen en el modelo de decisión utilizado, así como el de la incertidumbre propia de los modelos a utilizar en el desarrollo del trabajo, realizando un cálculo de POES y reservas para un sector del Campo Rubiales el cual se muestra a continuación.

CALCULO DEL POES

Con el modelo montado en PETRELTM, se realizaron los cálculos determinísticos y probabilísticos: estos últimos se realizaron variando los parámetros de Saturación de agua, porosidad, Arena Neta Petrolífera (ANP), Área del estudio.

Debido a la cantidad de pozos perforados a la fecha, se calculó el POES en el área afectada por los pozos (reservas probadas) y para la totalidad del área de interés.

Se elaboraron más de 50 realizaciones estadísticas para cada una de las áreas.

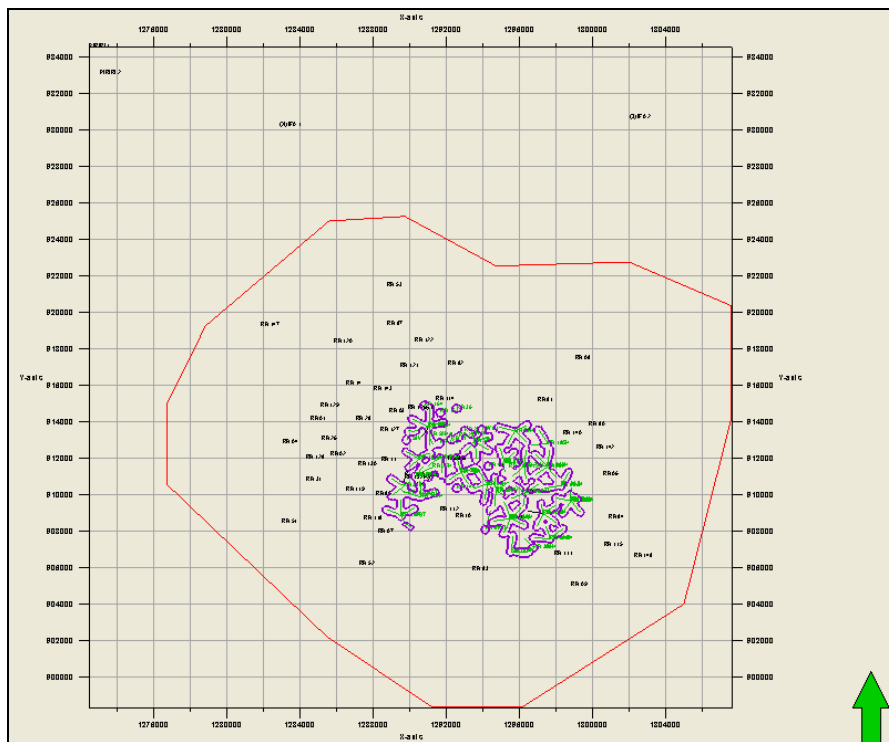
Criterios de Delimitación de las reservas

- Para el área probada se consideró que el área de drenaje para cada uno de los pozos se asume un promedio, ya que el área de drenaje para los pozos verticales vendría siendo aproximadamente de 200 metros y de los pozos horizontales de 320 metros, y realizando un promedio, al obtener un radio de drenaje de 250 metros.

- Otra consideración es la relacionada con los límites definidos dentro del área neta prolifera del Campo (Unidad Arenisca Basales). En la siguiente figura, se presentan los límites que fue considerada para el área probada.
- Para el área probable se delimito a partir de la línea del área probada.
- Para el área Posible se extendió el límite asumiendo que todos los pozos están dinámicamente conectados en el área de estudio.

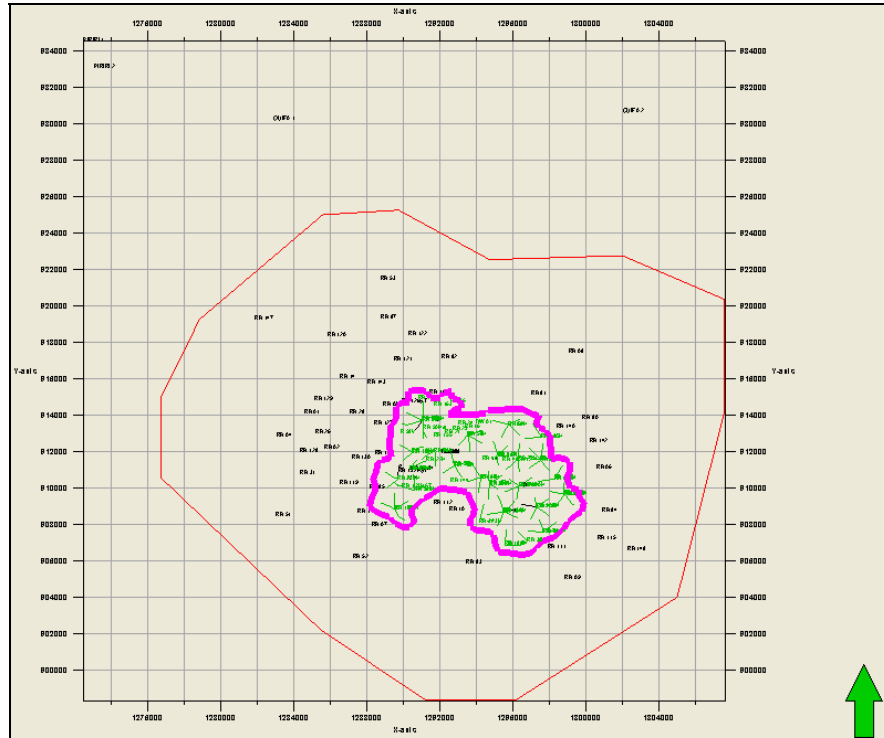
En las Figuras 31 y Figura 32 se muestran las áreas probadas y probables respectivamente.

FIGURA 93. Mapa Área probables. En un sector del Campo Rubiales



FUENTE. PETRELT M

FIGURA 94. Mapa Área posibles de un sector del. Campo Rubiales



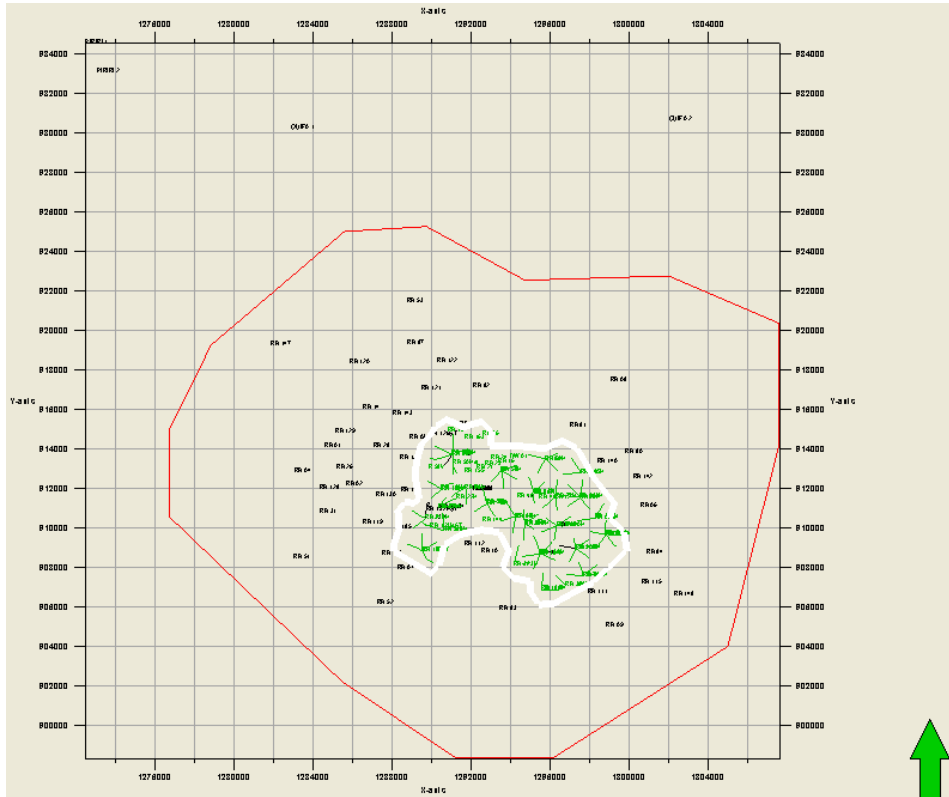
FUENTE. PETRELTM

Estimado de reservas en un sector del Campo Rubiales

- Calculo del Factor de Recobro en un sector de campo

Para el cálculo del factor de recobro, se seleccionó el área interés (Figura 20). El área seleccionada cubre un total de 8.224. Acres con 104 pozos perforados, de los cuales 26 pozos son verticales, y 78 pozos horizontales. El POES calculado esta variando entre 438,1. Mbbls (P90) a 911,7 Mbbls (P10) de petróleo con un valor más probable (P50) de 664,3 Mbbls de petróleo. En la Tabla, se presentan los valores promedios para el cálculo del POES.

FIGURA 95. Mapa Área posibles de un sector del. Campo Rubiales



FUENTE. PETRELTM

Tabla 32. Propiedades de Petróleo y Roca, sector del Campo Rubiales

Propiedad	P90	P50	P10
Porosidad	0.20	0.30	0.42
Sw	0.24	0.44	0.75
�rea	8224	11928	15632
POES, Mbbls	438.1	663.7	911.7
Np, Mbbls	138	138	138
FR %	15.2	20.4	24.6

FUENTE. El Autor.