

Solución a un modelo de optimización para la gestión de inventario y ruteo de vehículos de dos escalones con transbordos laterales (2E-IRPT) a través de una metaheurística híbrida

Edgar Eduardo Córdoba Sarmiento

Trabajo de Grado para Optar al Título de Ingeniero Industrial

Director

Javier Eduardo Arias Osorio

Magister en administración

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

Escuela de Estudios Industriales y Empresariales

Bucaramanga

2020

Agradecimientos

A Dios, por brindarme todos los elementos requeridos para lograr mis objetivos.

A Eduardo y Nancy, mis padres, por creer en mis capacidades, ser mi motor diario y mi apoyo incondicional.

A Mariana y Catalina, mis hermanas, por motivarme a ser mejor cada día y un ejemplo a seguir.

A Angela Roa, mi novia, por ser mi voz de aliento en los momentos difíciles, mi consejera y mi mejor amiga.

Al profesor Javier Eduardo Arias, por guiarme y orientarme durante todo el proyecto.

A Angela Gonzalez y Giselle Aramendiz, mis amigas, por acompañarme en este camino llamado universidad.

Tabla de contenido

Introducción	17
1. Generalidades de la investigación.....	20
1.1. Planteamiento del problema.....	20
1.2. Metodología.....	21
1.2.1. Fase 1. Definición del problema de interés y recolección de datos relevantes (información)	21
1.2.2. Fase 2. Formulación del modelo matemático	22
1.2.3. Fase 3. Desarrollar un procedimiento de computación para derivar una solución del problema a partir del modelo propuesto	22
1.2.3.1. Etapa 3.1. Construcción y aplicación del algoritmo de solución.....	23
1.2.3.2. Etapa 3.2. Codificación del algoritmo de solución en Matlab.....	23
1.2.4. Fase 4. Prueba del modelo	23
1.2.5. Fase 5. Disposición del algoritmo.....	24
1.2.6. Fase 6. Síntesis de resultados.....	24
2. Objetivos.....	25
2.1. Objetivo General	25
2.2. Objetivos Específicos.....	25
3. Revisión de literatura y análisis bibliométrico.....	26
3.1. Análisis Bibliométrico	26
3.1.1. Año de Publicación.....	26
3.1.2. Países / Regiones.....	26
3.1.3. Autores.....	27
3.1.4. Áreas de Investigación.....	28
3.2. Revisión de literatura	28

4. Marco de Referencia	33
4.1. Marco de Antecedentes.....	33
4.2. Marco teórico.....	35
4.2.1. Cadena de Suministro	35
4.2.2. Mantenimiento Predictivo.....	35
4.2.3. Transbordos laterales	36
4.2.4. Optimización matemática	36
4.2.5. Modelos matemáticos	36
4.2.5.1. Modelos de Programación Lineal.	37
4.2.5.2. Modelos de Programación No Lineal.	37
4.2.6. Optimización combinatoria.....	37
4.2.6.1. Definición de los problemas de optimización combinatoria.....	38
4.2.6.2. Complejidad computacional.	38
4.2.6.3. Principales problemas en la optimización combinatoria.	39
4.2.6.3.1. Problema de ruteo de vehículo (VRP).....	39
4.2.6.3.2. Problema de Inventario y ruteo (IRP).	39
4.2.6.3.3. Problema de Inventario y ruteo en dos escalones (2E-IRP).....	39
4.2.7. Métodos de solución para problemas de optimización combinatoria.	39
4.2.7.1. Métodos exactos.....	40
4.2.7.2. Métodos aproximados.....	40
4.2.7.2.1. Heurísticas.....	40
4.2.7.2.2. Metaheurísticas.....	41
5. Modelo para el 2E-IRPT.....	45
5.1. Descripción formal del problema.....	45
5.2. Modelo matemático	46

5.3. Análisis de complejidad.....	52
5.3.1. Variables de decisión	52
5.3.2. Restricciones	53
5.3.3. Soluciones factibles	55
5.3.4. Análisis de sensibilidad.....	56
5.3.4.1.Periodos.....	56
5.3.4.2.Distribuidores.....	56
5.3.4.3.Clientes	57
5.3.4.4.Flota primer escalón.....	58
5.3.4.5.Flota segundo escalón.....	59
6. Descripción del algoritmo híbrido.....	60
6.1. Búsqueda Tabú.....	60
6.1.1. Solución factible y función objetivo	60
6.1.2. Solución inicial	61
6.1.3. Vecindario.....	61
6.1.4. Lista Tabú $T(x, k)$	61
6.1.5. Criterio de aspiración	61
6.1.6. Memoria.....	61
6.1.7. Criterio de parada.....	62
6.1.8. Estrategias de búsqueda	62
6.1.9. Metodología de la Búsqueda Tabú	62
6.2. Algoritmo genético	64
6.2.1. Codificación y generación de la población inicial.....	65
6.2.2. Evaluación de fitness (aptitud).....	66
6.2.3. Selección.....	66

6.2.3.1. Selección por ruleta.....	67
6.2.3.2. Selección por torneo.	68
6.2.4. Recombinación.	68
6.2.5. Mutación.....	70
7. Diseño del algoritmo híbrido.....	70
7.1. Etapa 1. Codificación y generación de la población inicial.....	71
7.1.1. Codificación.....	71
7.1.1.1. Gen 1. Distribuidores.....	72
7.1.1.2. Gen 2. Número de visitas.....	72
7.1.1.3. Gen 3. Visitas primer escalón.	72
7.1.1.4. Gen 4. Transbordos.....	72
7.1.1.5. Gen 5. Clientes.....	72
7.1.2. Generación de la población inicial.....	73
7.1.2.1. Gen 1. Distribuidores.....	73
7.1.2.2. Gen 2. Número de visitas.....	74
7.1.2.3. Gen 3. Visitas primer escalón.....	74
7.1.2.4. Gen 4. Transbordos.....	75
7.1.2.5. Gen 5. Clientes.....	75
7.2. Etapa 2. Mejoramiento de la población (Infactibilidades).....	75
7.2.1. Evaluación de aptitud, de la codificación al Fitness.....	76
7.2.1.1. Ruteo segundo escalón.....	79
7.2.1.2. Actualización de las demandas de los distribuidores.....	82
7.2.1.3. Ruteo primer escalón.	83
7.2.1.4. Inventarios.....	84
7.2.1.5. Función objetivo.....	85

7.2.2. Mejoramiento de la población	85
7.3. Etapa 3. Búsqueda Tabú	86
7.3.1. Criterio de parada.....	87
7.3.2. Memoria a corto plazo	87
7.3.3. Memoria a largo plazo	89
7.3.4. Criterio de aspiración.....	89
7.4. Etapa 4. Algoritmo Genético	91
7.4.1. Selección.....	91
7.4.2. Recombinación	91
7.4.3. Mutación	92
7.4.4. Criterio de parada.....	94
8. Experimentación.....	95
8.1. Instancias.....	95
8.2. Parámetros del algoritmo	98
9. Resultados y análisis estadístico	99
9.1. Instancia 1 (1-2-2).....	99
9.2. Instancia 2 (1-2-3).....	102
9.3. Instancia 3 (1-2-4).....	104
9.4. Instancia 4 (1-2-5).....	107
9.5. Instancia 5 (1-3-3).....	110
9.6. Instancia 6 (1-3-4).....	113
9.7. Instancia 7 (1-3-5).....	116
9.8. Instancia 8 (1-4-4).....	119
9.9. Instancia 9 (1-4-5).....	122
10. Conclusiones	125

11. Recomendaciones.....	128
Referencias bibliográficas.....	130

Lista de tablas

Tabla 1. Cumplimiento de objetivos	19
Tabla 2. Clasificación de transbordos laterales.....	32
Tabla 3. Formulación matemática para modelos de programación lineal y no lineal.	37
Tabla 4. Formulación matemática para problemas de optimización combinatoria.	38
Tabla 5. Tamaño de subconjuntos – Variables de decisión.....	53
Tabla 6. Tamaño de subconjuntos – Restricciones 2-20.....	54
Tabla 7. Tamaño de subconjuntos – Restricciones 21-33.....	55
Tabla 8. Análisis de sensibilidad – Periodos	56
Tabla 9. Análisis de sensibilidad – Distribuidores.....	56
Tabla 10. Análisis de sensibilidad – Clientes	57
Tabla 11. Análisis de sensibilidad – Flota primer escalón.....	58
Tabla 12. Análisis de sensibilidad – Flota segundo escalón	59
Tabla 13. Ejemplo – Selección por ruleta.....	67
Tabla 14. Parámetros del escenario de ejemplo.....	77
Tabla 15. Demanda de los distribuidores periodo 3 – Ejemplo.....	83
Tabla 16. Parámetros de estructura.....	95
Tabla 17. Parámetros de demanda	95
Tabla 18. Parámetros de capacidad en flotas	95
Tabla 19. Parámetros de capacidad en vértices	96
Tabla 20. Parámetros de costo (almacenamiento)	96
Tabla 21. Distancias a planta	96
Tabla 22. Instancias 1-5	97
Tabla 23. Instancias 6-9	98
Tabla 24. Factores diseño de experimentos	98
Tabla 25. Resultados Instancia 1	99
Tabla 26. Desempeño del algoritmo – Mejor configuración Instancia 1.....	101
Tabla 27. Resultados Instancia 2	102
Tabla 28. Desempeño del algoritmo – Mejor configuración Instancia 2.....	104
Tabla 29. Resultados Instancia 3	104

Tabla 30. Desempeño del algoritmo – Mejor configuración Instancia 3.....	106
Tabla 31. Resultados Instancia 4	107
Tabla 32. Desempeño del algoritmo – Mejor configuración Instancia 4.....	110
Tabla 33. Resultados Instancia 5	111
Tabla 34. Resultados Instancia 6	113
Tabla 35. Resultados Instancia 7	116
Tabla 36. Resultados Instancia 8	120
Tabla 37. Resultados Instancia 9	122

Lista de Figuras

Figura 1. Cantidad de artículos por año.	26
Figura 2. Principales países.....	27
Figura 3. Principales autores.....	27
Figura 4. Principales áreas de investigación	28
Figura 5. Evolución IRP	29
Figura 6. Análisis de sensibilidad – Distribuidores	57
Figura 7. Análisis de sensibilidad – Clientes.....	58
Figura 8. Análisis de sensibilidad – Flota primer escalón	59
Figura 9. Análisis de sensibilidad – Flota segundo escalón.....	59
Figura 10. Diagrama de flujo Búsqueda Tabú.....	63
Figura 11. Cromosoma – Gen – Alelo	64
Figura 12. Diagrama de flujo algoritmo genético.....	65
Figura 13. Ejemplo recombinación – Único punto de cruce – Dos puntos de cruce.....	69
Figura 14. Ejemplo de recombinación – Cruce uniforme.....	69
Figura 15. Diagrama de flujo general – Algoritmo híbrido.....	71
Figura 16. Codificación del cromosoma por periodo.	72
Figura 17. Codificación de cromosoma completa	73
Figura 18. Generación población inicial – Gen 1	73
Figura 19. Generación población inicial – Gen 2	74
Figura 20. Generación población inicial – Gen 3	74
Figura 21. Generación población inicial – Gen 4	75
Figura 22. Generación población inicial – Gen 5	75
Figura 23. Diagrama de flujo etapa 2.....	76
Figura 24. Escenario ejemplo	78
Figura 25. Vértices ejemplo.....	78
Figura 26. Escenario ejemplo – Periodo 3.....	79
Figura 27. Vértices ejemplo – 1	79
Figura 28. Ejemplo – Demanda mayor a capacidad de ruta	80
Figura 29. Ejemplo – Demanda menor a la capacidad de la ruta	80

Figura 30. Ejemplo secuenciación – Ciclo	81
Figura 31. Vértices ejemplo – 2.....	81
Figura 32. Ejemplo vértices – 3	82
Figura 33. Ejemplo vértices – 4	83
Figura 34. Ejemplo – Rutas primer escalón.....	84
Figura 35. Mejoramiento de la población inicial – Ejemplo	86
Figura 36. Búsqueda Tabú – Ejemplo.....	87
Figura 37. Diagrama de flujo etapa 3.....	88
Figura 38. Adaptación Búsqueda Tabú – Ejemplo Fitness.....	89
Figura 39. Adaptación Búsqueda Tabú – Ejemplo lista tabú.....	90
Figura 40. Adaptación Búsqueda Tabú – Ejemplo penalizaciones frecuencia.....	90
Figura 41. Diagrama de flujo etapa 4.....	91
Figura 42. Recombinación – Ejemplo	92
Figura 43. Mutación – Ejemplo	92
Figura 44. RM – Ejemplo	93
Figura 45. MR – Ejemplo	93
Figura 46. RM vs MR en función de D	94
Figura 47. Ejemplo localización vértices.....	97
Figura 48. ANOVA tiempo computacional – Instancia 1.....	100
Figura 49. Efectos principales tiempo computacional – Instancia 1	100
Figura 50. Interacciones tiempo computacional – Instancia 1.....	101
Figura 51. ANOVA tiempo computacional – Instancia 2.....	102
Figura 52. Efectos principales tiempo computacional – Instancia 2	103
Figura 53. Interacciones tiempo computacional – Instancia 2.....	103
Figura 54. ANOVA tiempo computacional – Instancia 3.....	105
Figura 55. Efectos principales tiempo computacional – Instancia 3	105
Figura 56. Interacciones tiempo computacional – Instancia 3.....	106
Figura 57. ANOVA función objetivo – Instancia 4.....	107
Figura 58. ANOVA tiempo computacional – Instancia 4.....	108
Figura 59. Efectos principales función objetivo – Instancia 4.....	108
Figura 60. Efectos principales tiempo computacional – Instancia 4	109

Figura 61. Interacciones función objetivo – Instancia 4.....	109
Figura 62. ANOVA función objetivo – Instancia 5.....	111
Figura 63. ANOVA tiempo computacional – Instancia 5.....	112
Figura 64. Efectos principales tiempo computacional – Instancia 5	112
Figura 65. Interacciones tiempo computacional – Instancia 5.....	113
Figura 66. ANOVA función objetivo – Instancia 6.....	114
Figura 67. ANOVA tiempo computacional – Instancia 6.....	114
Figura 68. Efectos principales función objetivo – Instancia 6.....	115
Figura 69. Efectos principales tiempo computacional – Instancia 6	115
Figura 70. ANOVA función objetivo – Instancia 7.....	116
Figura 71. ANOVA tiempo computacional – Instancia 7.....	117
Figura 72. Efectos principales función objetivo – Instancia 7.....	117
Figura 73. Efectos principales tiempo computacional – Instancia 7	118
Figura 74. Interacciones función objetivo – Instancia 7.....	118
Figura 75. Interacciones tiempo computacional – Instancia 7.....	119
Figura 76. ANOVA función objetivo – Instancia 8.....	120
Figura 77. ANOVA tiempo computacional – Instancia 8.....	120
Figura 78. Efectos principales función objetivo – Instancia 8.....	121
Figura 79. Efectos principales tiempo computacional – Instancia 8	121
Figura 80. ANOVA función objetivo – Instancia 9.....	122
Figura 81. ANOVA tiempo computacional – Instancia 9.....	123
Figura 82. Efectos principales función objetivo – Instancia 9.....	123
Figura 83. Efectos principales tiempo computacional – Instancia 9	124
Figura 84. Interacciones función objetivo – Instancia 9.....	124
Figura 85. Interacciones tiempo computacional – Instancia 9.....	125

Lista de Apéndices

Ver apéndices adjuntos y pueden ser consultados en la base de datos de la Biblioteca UIS

Apéndice A. Instancias propuestas

Apéndice B. Pseudocódigo del algoritmo híbrido

Apéndice C. Programación lineal del 2E-IRPT

Apéndice D. Resultados estadísticos

Apéndice E. Artículo 2E-IRPT

Resumen

Título del proyecto: Solución a un modelo de optimización para la gestión de inventario y ruteo de vehículos de dos escalones con transbordos laterales (2e-irpt) a través de una metaheurística híbrida*

Autor: Edgar Eduardo Córdoba Sarmiento **

Palabras claves: Problema de gestión de inventario y ruteo de vehículos de dos escalones, transbordos laterales, mantenimiento predictivo, logística urbana, algoritmo híbrido, metaheurística híbrida, programación lineal entera mixta (PLEM).

Descripción:

En la presente investigación se aborda el problema de gestión de inventarios y ruteo de vehículos de dos escalones considerando transbordos laterales (Two Echelon Inventory Routing Problem with Transshipment, 2E-IRPT), enfocado a una cadena de suministro de repuestos cuyos integrantes finales (clientes) desarrollan programas de mantenimiento predictivo. El problema planteado es formulado como un modelo de programación lineal entera mixta, buscando minimizar los costos logísticos totales (transporte e inventario) y considerando restricciones de capacidad, tanto en los nodos de la red, como en las flotas de cada escalón. Por otra parte, la demanda de los clientes de la cadena es considerada determinística para cada periodo, la cual, es satisfecha únicamente desde los distribuidores, quienes se encuentran en el eslabón intermedio. Los transbordos laterales solo se ejecutan entre distribuidores, y se realizan con la flota perteneciente al segundo escalón. Para dar solución al problema, se desarrolla una metaheurística híbrida compuesta por dos metodologías: Algoritmo Genético y Búsqueda Tabú. Para validar el algoritmo propuesto, se ejecuta un diseño factorial en el que, a partir de nueve instancias de diferente tamaño, se evalúa su comportamiento en función de los costos totales y del recurso computacional consumido. Los resultados muestran que el algoritmo obtiene buenas soluciones, reduciendo el tiempo computacional requerido por las metodologías exactas. Finalmente, a partir del análisis estadístico, se recomiendan dos configuraciones de los factores propuestos a partir del objetivo del modelador. Una enfocada a la función objetivo en la que ejecutar la metaheurística híbrida con dos Búsquedas Tabú, antes y después del Algoritmo Genético, así como con un tamaño de población igual a 100 individuos resulta ideal, y otra, enfocada al recurso computacional, en la que la mejor configuración resulta en disponer los factores estudiados en nivel bajo.

* Trabajo de grado.

** Facultad de ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Estudios industriales y Empresariales.

Abstract

Title: Solution to an optimization model for inventory management and routing of two-echelon vehicles with lateral transshipments (2e-irpt) through a hybrid metaheuristic *

Author: Edgar Eduardo Córdoba Sarmiento **

Keywords: Problem of inventory management and routing of two-step vehicles, lateral transshipments, predictive maintenance, urban logistics, hybrid algorithm, hybrid metaheuristics, mixed integer linear programming (MILP)

Description:

This research addresses the problem of inventory management and routing of two-echelon vehicles considering lateral transshipment (Two Echelon Inventory Routing Problem with Transshipment, 2E-IRPT) focused on a spare parts supply chain whose final members (customers) develop predictive maintenance programs. The problem posed is formulated as a mixed integer linear programming model seeking to minimize total logistics costs (transportation and inventory) and considering capacity restrictions, both in the network nodes as in the fleets of each echelon. On the other hand, the demand of the clients of the chain is considered deterministic for each period, which is only satisfied from the distributors who are in the intermediate link. Lateral transshipments are only executed between distributors and are carried out with the fleet belonging to the second echelon. To solve the problem a hybrid metaheuristic is developed composed of two methodologies: Genetic Algorithm and Tabu Search. In order to validate the proposed algorithm a factorial design is executed in which, from nine instances of different size, its behavior is evaluated in function of the total costs and the computational resource consumed. The results show that the algorithm obtains good solutions reducing the computational time required by the exact methodologies. Finally, based on the statistical analysis, two configurations of the factors proposed from the modeler's objective are recommended. One focused on the objective function in which to execute the hybrid metaheuristics with two Tabu Searches, before and after the Genetic Algorithm, as well as with a population size equal to 100 individuals is ideal, and the other focused on the computational resource, in which the best configuration results in arranging the factors studied at a low level.

* Degree project.

** Faculty of Physico-Mechanical Engineering. School of Industrial and Business Studies.

Director: MA. Javier Eduardo Arias Osorio.

Introducción

El mantenimiento de maquinaria en los diferentes sectores industriales forma un papel crucial en el nivel de servicio ofrecido a los clientes. Una mala gestión de un puesto de trabajo inactivo por efecto de una maquinaria descompuesta acarrea altos costos en la compañía, disminuye la capacidad inmediata de producción y compromete los tiempos de entrega establecidos. Una solución a este problema se propone en la teoría de justo a tiempo (*Just in time*) donde se establece al mantenimiento predictivo como mejor opción en la gestión de maquinaria. La efectividad de este mantenimiento está ligada a la disponibilidad de repuestos en cantidad y tiempo justo, es por esto, que este tipo de inventario debe gestionarse de forma óptima. Estos dos elementos, cantidad y tiempo, se relacionan directamente con dos aspectos logísticos que son fundamentales en la administración de cualquier cadena de suministro: Ruteo de vehículos y gestión de existencias. A partir de estos, se definen interrogantes tales como ¿Cuándo generar un pedido? ¿Cuántas unidades pedir? ¿Cuáles clientes han de ser atendidos? ¿En qué orden? ¿Desde donde atender a cada uno de los clientes? ¿Es necesario generar inventarios? Las respuestas a estas preguntas definen la eficiencia de la cadena, comprendiendo no solo los elementos ya mencionados, sino también, los costos logísticos asociados a ellos.

Al optimizar la red de suministro, desde el punto de vista logístico, es necesario satisfacer los niveles de servicio al cliente minimizando los costos de transporte y de almacenamiento, por ello, es preciso desarrollar estrategias a corto y mediano plazo que favorezcan estas operaciones. Los transbordos laterales, por ejemplo, utilizan una metodología que puede resultar útil para diferentes cadenas de suministro. Su flexibilidad, permite que sean ejecutados desde dos perspectivas diferentes, una activa, enfocada a reabastecer los niveles de inventario, y otra pasiva, útil para actuar de forma reactiva y evitar roturas de stock. Cualquiera sea el uso que se le da a los transbordos, su favorabilidad se relaciona directamente con los costos; si bien, le brindan a la cadena variantes en el flujo y almacenamiento de existencias, no resultan convenientes si su operación eleva los costos logísticos totales de la red de suministro.

Considerando las características del mantenimiento predictivo, específicamente, de la gestión de existencias que este considera, se plantea una red de suministro de dos escalones en donde se busca agilizar la disponibilidad de los repuestos que el mismo considera, estableciendo los adecuados niveles de inventario y las diferentes rutas óptimas en el proceso de transporte entre

escalones. Se propone, además, habilitar rutas de posibles transbordos laterales en el eslabón intermedio, los cuales, disminuyan los costos de almacenaje en toda la cadena y eviten posibles roturas de stock, con las diferentes dificultades, expresadas anteriormente, que esto acarrearía.

En el capítulo 1, se presenta el planteamiento del problema, mientras que el modelo de programación lineal entera mixta para representarlo es descrito en el capítulo 5. Se realiza una revisión de literatura en el capítulo 3, en la que se contextualiza la evolución del modelo desde su origen conceptual hasta el enfoque planteado. Así mismo, se desarrolla un algoritmo metaheurístico híbrido en los capítulos 6 y 7, compuesto por dos metodologías diferentes: Algoritmo Genético y Búsqueda Tabú. La metaheurística propuesta se valida numéricamente en el capítulo 8, mediante un diseño factorial, el cual, busca determinar los factores significativos del mismo, permitiendo identificar la configuración adecuada para su implementación en el modelo presentado (2E-IRPT). Los resultados de la investigación se exponen en el capítulo 9, mientras que en el capítulo 10, se concluye con respecto al desempeño del algoritmo, considerando que este se propone buscando obtener soluciones factibles con un uso óptimo del recurso computacional; se analiza, además, el uso de transbordos laterales en los resultados, evaluando la implementación del modelo en posibles escenarios reales. A partir de la investigación, diferentes recomendaciones para futuros estudios son propuestas en el capítulo 11.

A continuación, en la Tabla 1, se expone el cumplimiento de los objetivos propuestos en la presente investigación.

Tabla 1*Cumplimiento de objetivos*

Objetivos específicos	Cumplimiento
Realizar una revisión de literatura en bases de datos científicas contextualizando el problema de ruteo de vehículos de dos escalones con gestión de inventario y transbordos laterales.	Capítulo 3
Elaborar un modelo de optimización a través de programación lineal para el 2E-IRPT, aplicado al sector de repuestos considerando mantenimiento predictivo.	Capítulo 5
Construir un algoritmo metaheurístico híbrido para la solución del 2E-IRPT en el lenguaje de programación Matlab.	Capítulo 6
	Capítulo 7
	Apéndice B
Validar el algoritmo de solución propuesto a través de pruebas numéricas en las que se simulen diferentes escenarios de los programas de mantenimiento.	Capítulo 8 Capítulo 9
Redactar un artículo académico de carácter publicable con base en la investigación realizada y los resultados obtenidos.	Apéndice E

1. Generalidades de la investigación.

1.1. Planteamiento del problema.

En las cadenas de suministro, los costos logísticos constituyen un elemento fundamental; según la Encuesta Nacional Logística realizada en 2018, en Colombia, estos representan un 13,5%, lo que significa que por cada \$100 facturados, \$13,5 son destinados a operaciones de este tipo. Este indicador, se muestra mayor con respecto a los mercados en donde se pretende participar (Estados Unidos y Europa), en los cuales no supera el 8%, luego contienen un factor diferenciador en la búsqueda de inversiones externas. En Colombia, los principales elementos que caracterizan el costo logístico corresponden al almacenamiento (46,5%) y transporte (35,2%), convirtiéndolos en factores críticos en la gestión de cadenas de suministro (Dinero, 2019).

Por otra parte, existen elementos que permiten gestionar correctamente cada uno de los eslabones en sistemas de reabastecimiento, enfocándose no solo en la disminución de costos logísticos (almacenamiento y transporte), sino favoreciendo el nivel de servicio al cliente. Los transbordos laterales son una metodología útil en las diferentes cadenas de suministro; estos permiten flexibilizar el flujo de existencias a lo largo de la misma, asegurando la disponibilidad requerida por el cliente, en tiempo, forma y cantidad, evitando roturas de stock y pérdidas en ventas. Estos, facilitan la gestión de artículos horizontalmente en un mismo escalón, agrupando inventarios en función de los menores costos de almacenamiento y su relación con los costos de transporte, permitiendo, además, balancear la cadena en función de la demanda y los requisitos del cliente. Implementar transbordos laterales resulta beneficioso en cadenas de suministro cuyos artículos son indispensables y contienen un carácter de inmediatez en el momento en el que son requeridos; por ejemplo, en el sector de repuestos (Paterson et al., 2011).

En las industrias, la disponibilidad de repuestos resulta ser fundamental para los diferentes programas de mantenimiento. Existen diferentes tipos de estrategias para la aplicación de este tipo de planes.

- **Mantenimiento Planificado.** Implica proactividad, plantea mitigar el riesgo de que se produzca una avería y sus consecuencias. Pueden llevarse a cabo con programas de intervalos fijos (preventivo), o a partir de la condición del sistema (predictivo).
- **Mantenimiento no planificado.** Implica reactividad, la avería ya se ha producido y requiere reparación inmediata (reactivo).

Expertos en gestión de mantenimiento, aseguran que el basado en la condición del sistema es el que debe predominar en las diferentes empresas, aplicándose a maquinaria de carácter crítico (determinada por frecuencia de la avería, gravedad de las consecuencias y detectabilidad) y respaldándose en avances de la industria 4.0 (Internet de las cosas y Big data). Proponen, además, distribuir los programas de inventario de la siguiente manera: 10% reactivo, 35% en preventivo y 55% en predictivo. Lo anterior fundamentado en el aumento de la vida útil de la maquinaria y por consiguiente en los grandes ahorros económicos generados (Ballesteros, 2017).

Con base en lo anterior, se propone en este proyecto la descripción y modelamiento matemático del problema de ruteo y gestión de inventario en dos escalones, contemplando transbordos laterales en el eslabón intermedio y enfocado a industrias de repuestos cuyos clientes ejecuten programas de mantenimiento predictivo (demanda determinista); así como estudiar diferentes metodologías para su desarrollo (Programación lineal entera mixta – Algoritmo metaheurístico), buscando obtener los mejores resultados para una correcta planificación y toma de decisiones.

1.2. Metodología

Se plantea seguir la metodología propuesta por Hillier y Lieberman (2010), la cual involucra las siguientes fases, usuales en estudios enfocados a la investigación de operaciones.

1.2.1. Fase 1. Definición del problema de interés y recolección de datos relevantes (información)

A partir de la definición del problema a investigar (2E-IRP), se plantea una revisión de literatura inicial en bases de datos reconocidas; esto con el fin de caracterizar el estudio, definir los elementos que lo componen y establecer diferentes factores diferenciadores que respalden y motiven la investigación. Una vez concretado el tema (2E-IRPT), se ejecuta una segunda revisión de literatura, buscando profundizar el estudio previamente definido y así cumplir con el primer objetivo establecido. Lo anterior se estructura en función de las siguientes actividades.

- ***Actividad 1.*** Definir las palabras claves para realizar la búsqueda en bases de datos científicas
- ***Actividad 2.*** Construir ecuación de búsqueda.
- ***Actividad 3.*** Establecer restricciones de búsqueda para filtrar la información.

- **Actividad 4.** Ejecutar la ecuación de búsqueda en la(s) base(s) de datos seleccionada(s), disponible(s) en la Universidad Industrial de Santander.
- **Actividad 5.** Realizar el respectivo análisis bibliométrico de la información.
- **Actividad 6.** Establecer metodología para llevar a cabo la revisión de literatura, seleccionado en función de ello los artículos pertinentes.
- **Actividad 7.** Revisar la literatura obtenida sobre el 2E-IRPT, su aplicación y sus métodos de solución (comprensión de la estructura, aplicabilidad e identificación de los principales algoritmos de solución para el modelo propuesto).

1.2.2. Fase 2. Formulación del modelo matemático

Esta etapa consta de la formulación matemática pertinente del problema a estudiar, la cual busca representar abstractamente la realidad a través de un modelo, conservando la esencia del mismo. Se proponen las siguientes actividades para cumplir con el segundo objetivo de investigación.

- **Actividad 1.** Comprender las bases teóricas que involucran el problema de gestión de inventarios y ruteo de vehículos de dos escalones considerando transbordos laterales, aplicado a industrias de repuestos respaldadas por programas de mantenimiento predictivo.
- **Actividad 2.** Definir la estructura del modelo con base en las variantes encontradas durante la revisión de literatura, considerando las diferentes caracterizaciones del investigador.
- **Actividad 3.** Establecer el propósito del modelo; es decir, el objetivo que se desea cumplir.
- **Actividad 4.** Definir los parámetros o datos de entrada para el 2E-IRPT.
- **Actividad 5.** Determinar el conjunto de variables de decisión para el 2E-IRPT.
- **Actividad 6.** Establecer el conjunto de restricciones pertinentes que debe considerar el modelo.
- **Actividad 7.** Verificar la consistencia del modelo a partir de la correcta relación entre los elementos del mismo (Función objetivo, variables, restricciones), por medio del software GAMS.

1.2.3. Fase 3. Desarrollar un procedimiento de computación para derivar una solución del problema a partir del modelo propuesto

Esta fase consta de dos etapas, las cuales permiten dar cumplimiento al tercer objetivo.

1.2.3.1. Etapa 3.1. Construcción y aplicación del algoritmo de solución. Cumplidos los dos primeros objetivos propuestos, se desarrolla un algoritmo de solución para el problema de estudio. En este caso, se propone la construcción de una metaheurística híbrida, a partir de las siguientes actividades.

- **Actividad 1.** Identificar las metaheurísticas a implementar, así como analizar y comprender los métodos de solución de cada una de ellas.
- **Actividad 2.** Definir los principales elementos necesarios para ejecutar el algoritmo metaheurístico híbrido.
- **Actividad 3.** Describir el conjunto de pasos lógicos que permiten dar solución al problema de 2E-IRPT, enfocado al sector de repuestos, respaldado por programas de mantenimiento predictivo.

1.2.3.2. Etapa 3.2. Codificación del algoritmo de solución en Matlab. Partiendo de la etapa anterior, se procede a ejecutar el respectivo marco de trabajo en el lenguaje de programación Matlab, buscando obtener soluciones factibles del problema propuesto.

- **Actividad 1.** Estudiar cada una de las herramientas necesarias para programar el algoritmo de solución en el software Matlab.
- **Actividad 2.** Programar el algoritmo híbrido definido para solucionar el 2E-IRPT en Matlab.

1.2.4. Fase 4. Prueba del modelo

Se prueba el modelo buscando encontrar y corregir las diferentes fallas y/o errores. Se cumple con el cuarto objetivo propuesto.

- **Actividad 1.** Ejecutar el programa y determinar si existe validez en sus resultados a partir de los elementos del modelo (Función objetivo, variables, restricciones).
- **Actividad 2.** Ajustar el modelo en caso de ser necesario.
- **Actividad 3.** Desarrollar instancias de prueba (experimentos numéricos) para modelo propuesto en la investigación.
- **Actividad 4.** Validar el modelo programado a partir de la actividad anterior, corroborando la coherencia en los resultados del mismo.

- **Actividad 5.** Si es requerido, retroalimentar los resultados obtenidos y ajustar el modelo en función de su relación con los objetivos de investigación.

1.2.5. Fase 5. Disposición del algoritmo

Luego de la validación del modelo y sus respectivas correcciones, este queda disponible para ser aplicado en contextos académicos, atendiendo al mismo tiempo, necesidades reales que puedan estar ligadas a la gestión de cadena de suministro con este tipo de estructura.

1.2.6. Fase 6. Síntesis de resultados.

En esta fase se recopila la información obtenida a partir de los resultados de investigación, buscando lograr el quinto objetivo y siguiendo las siguientes actividades.

- **Actividad 1.** Elaborar el libro de proyecto de grado.
- **Actividad 2.** Construir un artículo académico de carácter publicable en el que se presente el modelo 2E-IRPT y los respectivos resultados obtenidos con el método de solución propuesto.

2. Objetivos

2.1. Objetivo General

Desarrollar y solucionar un modelo de optimización para el problema de gestión de inventario y ruteo de vehículos de dos escalones con transbordos laterales (2E-IRPT), contextualizados en el sector de repuestos en programas de mantenimiento predictivo, a través de una metaheurística híbrida usando el lenguaje de programación Matlab.

2.2. Objetivos Específicos

Realizar una revisión de literatura en bases de datos científicas contextualizando el problema de ruteo de vehículos de dos escalones con gestión de inventario y transbordos laterales.

Elaborar un modelo de optimización a través de programación lineal para el 2E-IRPT, aplicado al sector de repuestos considerando mantenimiento predictivo.

Construir un algoritmo metaheurístico híbrido para la solución del 2E-IRPT en el lenguaje de programación Matlab.

Validar el algoritmo de solución propuesto a través de pruebas numéricas en las que se simulen diferentes escenarios de los programas de mantenimiento.

Redactar un artículo académico de carácter publicable con base en la investigación realizada y los resultados obtenidos.

3. Revisión de literatura y análisis bibliométrico

3.1. Análisis Bibliométrico

La búsqueda fue realizada en la base de datos *Web of Science* a partir de la siguiente ecuación:

TEMA: ((INVENTORY ROUTING PROBLEM) *or* (TWO ECHELON) *or* (LATERAL TRANSSHIPMENTS) *or* (VENDOR MANAGED INVENTORY) *not* (LOCATION))

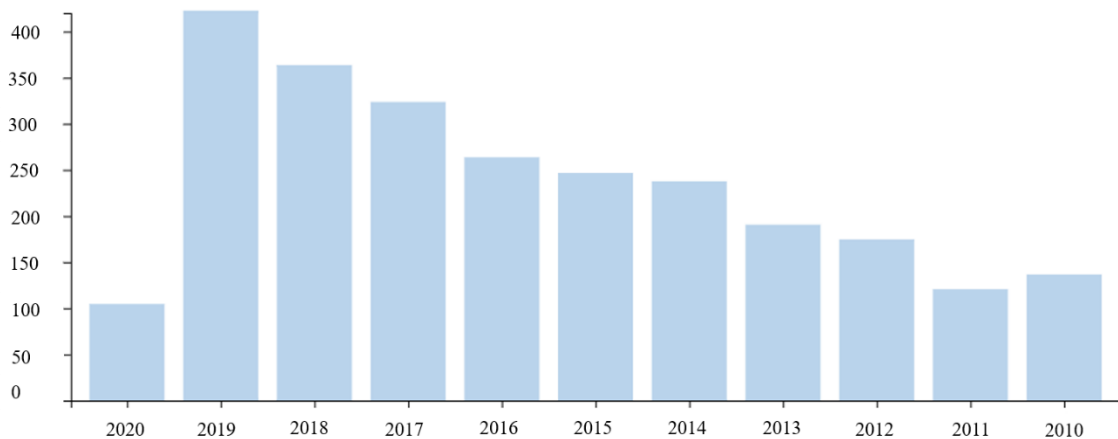
Se realizó una segmentación inicial para el análisis de resultados, limitando la búsqueda únicamente a artículos publicados en los últimos 10 años (2010-Hoy), cuyo idioma fuese inglés. El análisis bibliométrico fue realizado por medio de la herramienta *Clarivate Analytics*, se obtuvieron 2556 resultados, los cuales pueden clasificarse a partir de los siguientes ítems.

3.1.1. Año de Publicación

La siguiente figura indica el número de artículos publicados por año, mostrando un notable aumento en el interés de los autores por este tema (2010-2020 de derecha a izquierda).

Figura 1

Cantidad de artículos por año.



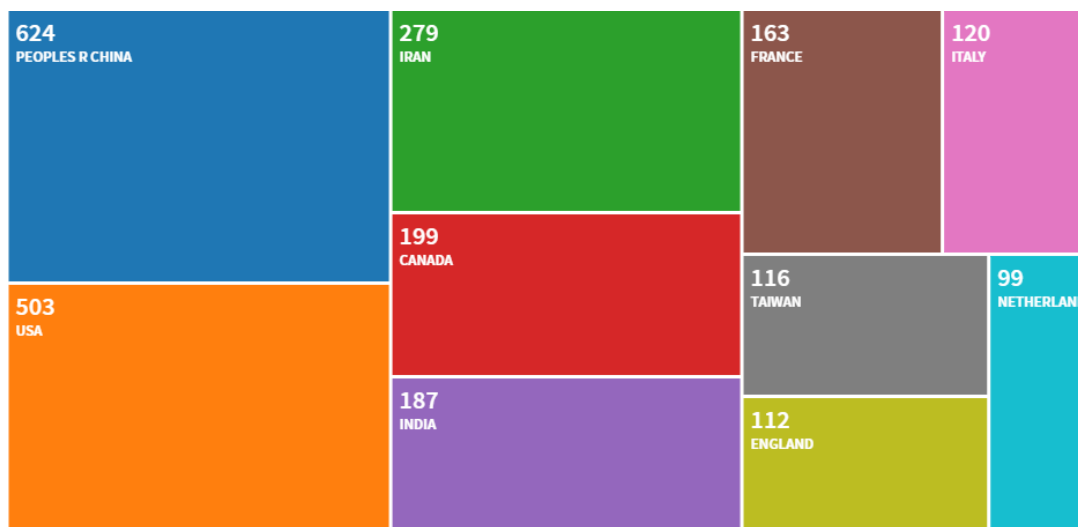
Nota: Tomado de *Clarivate Analytics*

3.1.2. Países / Regiones

El análisis realizado muestra a China y a USA como principales ponentes del tema a investigar. Sus aportes corresponden al 45% de los artículos encontrados. La Figura 2 muestra el número de publicaciones de los principales países en los últimos 10 años.

Figura 2

Principales países



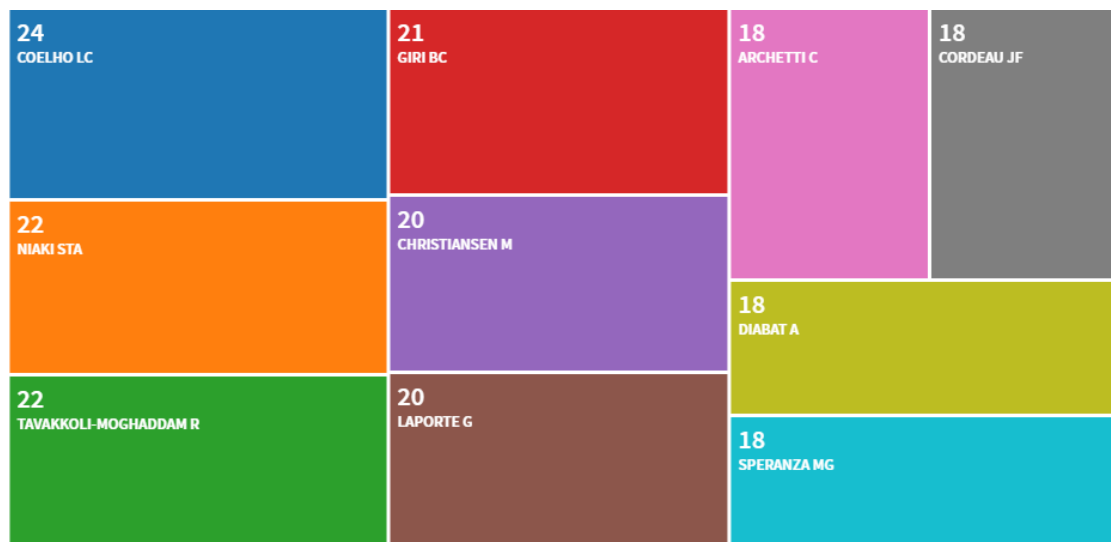
Nota: Tomado de *Clarivate Analytics*

3.1.3. Autores.

Diferentes autores fueron identificados en este análisis; sin embargo, coelho, Leandro C. resalta como el autor con más aportes en el estudio de modelos IRP (24 artículos). La siguiente figura ilustra las contribuciones de los principales autores encontrados.

Figura 3

Principales autores



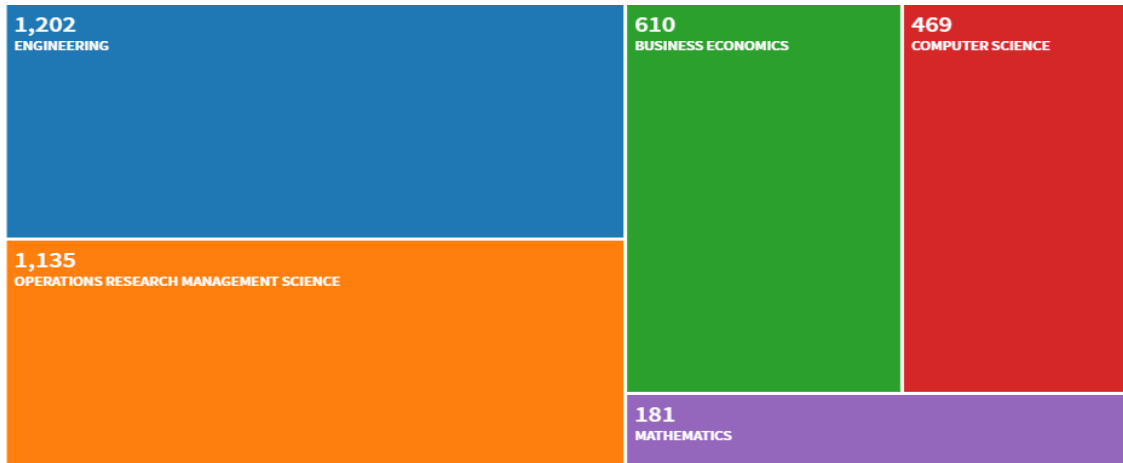
Nota: Tomado de *Clarivate Analytics*

3.1.4. Áreas de Investigación.

Más del 90% de los artículos encontrados hacen referencia a temas de ingeniería e investigación de operaciones; sin embargo, otras ramas particulares sobresalen en los resultados, por ejemplo, *Business economic*, ciencias de la computación y matemáticas (Ver Figura 4).

Figura 4

Principales áreas de investigación



Nota: Tomado de *Clarivate Analytics*

Posteriormente, 47 artículos fueron seleccionados, de los cuales, en función de la caracterización del problema propuesto, se escogieron 23 artículos. La selección se llevó a cabo enfocándose en la evolución del modelo IRP e identificando aportes significativos de los diferentes autores. Cada uno de ellos fue clasificado a partir de la ecuación de búsqueda expuesta, así:

- *Inventory routing problem (13)*
- *IRP with lateral transshipments (5)*
- *2e-IRP (4)*
- *Vendor managed inventory (1)*

3.2. Revisión de literatura

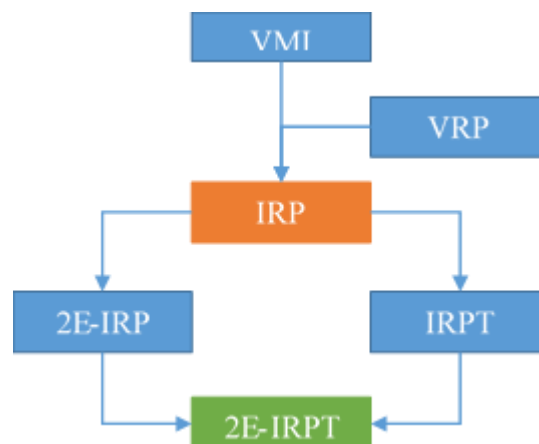
Los transbordos laterales en las cadenas de suministros son una estrategia que favorece al abastecimiento oportuno de mercancía en condiciones críticas del mercado. Sin embargo, este enfoque está ligado a otros componentes que estructuran y le dan forma a la ejecución del proceso: Transporte e inventario. A partir de lo anterior, el 2E-IRPT propuesto, nace en el concepto del

modelo IRP original, el cual surge como método de implementación del VMI (*Vendor managed inventory*) entre proveedores y clientes.

El VMI es fundamental en las actuales cadenas de suministro; tiene como objetivo mejorar el nivel de servicio al cliente optimizando costos de inventario y transporte. En esta estrategia, la responsabilidad logística de reabastecimiento pasa del cliente al proveedor, permitiéndole a este último disminuir sus costos a partir de la planificación y coordinación de las rutas de suministro, buscando un mayor aprovechamiento de la capacidad de envío y permitiendo un equilibrio en el flujo de productos (Marques et al., 2010). Por otra parte, la ejecución de las necesidades y conceptos del VMI se reflejan en los diferentes modelos IRP desarrollados hasta el momento. La siguiente figura indica la evolución del IRP, desde su inicio conceptual en el VMI, hasta el modelo propuesto 2E-IRPT.

Figura 5

Evolución IRP



El IRP (*Inventory routing problem*) surge como variante al problema de ruteo de vehículos (VRP), integrando gestión de inventarios y programación de entregas. De esta manera se resuelven las 3 preguntas básicas del modelo:

- ¿Cuándo servir a cada cliente?
- ¿Cuánto enviar a cada cliente?
- ¿Cómo combinar a los clientes en las rutas de entrega?

Así mismo, este modelo cuenta con diferentes elementos a partir de los cuales se puede caracterizar de forma general cada una de sus variantes (Coelho et al., 2014).

- Horizonte de tiempo: Finito – infinito.
- Estructura: Uno a uno – Uno a muchos – Muchos a muchos.
- Ruteo: Directo – Múltiple – Continuo.
- Política de inventario: Nivel máximo (*Maximum level ML*) – Pedido hasta nivel (*Order up to level OU*).
- Decisiones de inventario: Ventas perdidas – Órdenes atrasadas – No negativo.
- Composición de la flota: Homogénea – Heterogénea.
- Tamaño de la flota: Sencillo – Múltiple – No restringido.

En Coelho *et al.*(2012a) se introduce el uso de múltiples vehículos en el modelo IRP original (MIRP), y además, se proponen una serie de características adicionales al mismo, llamadas consistencias, las cuales buscan maximizar el nivel de servicio al cliente enfocándose en cantidades de envío, ocupación de vehículos, política de inventario OU, asignación de conductores y tiempo entre visitas. Sin embargo, fue en Coelho & Laporte(2013b) donde se dio solución exacta al modelo MIRP a través de un algoritmo de Ramificación y corte (B&C), incluyendo las consistencias previamente nombradas y el uso de flota homogénea y heterogénea.

El IRP ha sido enfocado en diferentes áreas (Logística marítima, distribución de gas, transporte de comestibles, sangre, combustible, otros); no obstante, su versatilidad lo hace adaptable a cualquier entorno que involucre gestión de inventarios y programación de ruteo de vehículos (Coelho et al., 2014); ajustándose incluso a entornos de logística inversa, en donde se amplía el nivel de servicio con entregas y acopios simultáneos, como lo propone Soysal (2016) quien plantea un CIRP (*Close loop Inventory Routing Problem*) para ítems retornables o Ramkumar *et al.*(2012) en su modelo MCMDIRP, propuesto para artículos eléctricos y electrónicos, considerando múltiples productos y depósitos (*Multi-commodity multi-depot Inventory Routing Problem*).

En Coelho & Laporte(2013) y Abdelhalim *et al.*(2016) los autores adaptan el IRP básico a un modelo con múltiples productos y vehículos (MMIRP) , enfocado a la industria de víveres , comestibles y productos perecederos , considerando un único proveedor, un set de clientes definido

y demanda determinística. Por otra parte, este mismo modelo es ejecutado y aplicado por Lmariouh *et al.*(2014) en la disminución de costos de transporte e inventario para una compañía de botellas de agua en Marruecos. Otros autores han estudiado estos modelos MMIRP enfocándose en algoritmos y heurísticos para minimizar el tiempo de computación requerido y obtener las mejores soluciones optimas, por ejemplo, Coelho & Laporte(2013) propone un algoritmo de Ramificación y corte (B&B) para la solución de su modelo, mientras que Hasni *et al.*(2017) y Guemri *et al.*(2016) basan sus soluciones en la Búsqueda general de vecindario variable (GVNS) y el codicioso procedimiento de búsqueda adaptativa aleatoria (GRAPS) respectivamente.

Otros elementos y características pueden agregarse al modelo IRP inicial; como se presenta en Senoussi *et al.*(2016), donde el autor involucra el factor producción en su propuesta de IRP, incluyendo múltiples vehículos y clústeres en detallistas. Igualmente, el modelo presentado por Shen *et al.*(2011), quien integra el uso de tuberías, flotas propias y de terceros, además de diferentes tipos de rutas (Multi modal) en la distribución y transporte de combustible. Por otra parte, Park *et al.*(2016), involucra el concepto de *virtual depots* a su modelo IRP, simplificando el ruteo de vehículos y permitiendo además ventas perdidas en las decisiones de inventario.

Buscando mejorar el desempeño de la cadena de suministro y el impacto de esta sobre el entorno en el que se desarrolla, diferentes autores proponen transbordos laterales en sus modelos IRP (IRPT), como se observa en Mirzapour Al-e-Hashem & Rekik(2014) y Rahbari *et al.*(2018) quienes añaden a sus problemas MMIRP transbordos laterales buscando una perspectiva ambientalista (Enfoque verde y emisiones de CO₂). Este tipo de variantes les permite a las cadenas de suministro adaptarse de mejor forma al entorno en el que se encuentran, siendo más flexibles, ampliando su cobertura en el mercado, y disminuyendo con esto sus costos logísticos. Coelho *et al.*(2012b) introdujo por primera vez el *inventory routing problem with transshipment* (IRPT), planteando una búsqueda adaptativa de gran vecindario (ALNS) como heurística para su desarrollo; sin embargo, fueron Coelho & Laporte(2013b) quienes a través de un algoritmo de Ramificación y corte (B&B) dieron solución exacta a este modelo.

Azadeh *et al.*(2017) adaptó por primera vez el IRPT a productos perecederos, debido a la degradación por la naturaleza de los ítems o al ambiente en el que se almacenan, proponiendo un algoritmo genético con enfoque taguchi para obtener las mejores soluciones. Por otra parte, fue

Paterson *et al.*(2011) quien describió y clasifico en su artículo los transbordos laterales, su impacto en entornos de gestión de inventarios, y sus aplicaciones en las diferentes industrias (ver Tabla 2).

Tabla 2

Clasificación de transbordos laterales

Tipo de transbordo lateral	Pedidos	Clasificación
Proactivo	No considerados	
	Considerados	
Reactivo	Periódicos	Centralizado en 1er escalón
		Centralizado en 2do escalón
	Continuos	Agrupación completa
		Agrupación parcial

Nota: Adaptado de Paterson *et al.*(2011).

Las cadenas de suministro actuales generalmente se componen por más de un escalón; por esto, es necesario adaptar los modelos IRP a un entorno realista, realizando una integración vertical más profunda en los diferentes casos de estudio. La distribución urbana y la disposición de centros de distribución (Cedis) dio paso a nuevos modelos IRP; considerar más escalones en una estrategia VMI optimiza de mejor forma los costos logísticos globales de la cadena, en comparación a modelos que implican un solo escalón.

Al involucrar nuevos participantes en los problemas de ruteo e inventario, en el caso de modelos de dos escalones, proveedores, Cedis y clientes, surgen elementos adicionales a tener en cuenta en la planificación del IRP, como lo son los envíos directos proveedor- cliente, número de participantes por eslabón, planificación de transbordos laterales, entre otros. En A. Guimarães *et al.*(2019) se propone un modelo 2E-IRP con múltiples depósitos para un entorno de distribución de combustible (2E-MDIRP), Xiao & Rao(2016) añade al modelo básico de dos escalones requisitos de entrega con ventanas de tiempo para múltiples productos , mientras que Hu *et al.*(2018) involucra consolidación de carga en su modelo 2e-IRP para productos perecederos.

Sin embargo, diferentes autores simplifican sus modelos reduciendo a uno el número de participantes en el primer escalón (Proveedores y Cedis), ampliando únicamente la gestión de

inventarios a un entorno de dos escalones y manteniendo el problema de ruteo de vehículos al eslabón final (Cedis y clientes); como expone Violi *et al.*(2019), quien plantea esta estrategia en su propuesta de cadena de suministro para productos agro (perecederos).

4. Marco de Referencia

4.1. Marco de Antecedentes

Diferentes estudios y trabajos de investigación se han realizado en la Universidad Industrial de Santander a nivel de pregrado y post grado. A continuación, se exponen algunos de estos proyectos, los cuales aportan elementos significativos a la presente investigación, en características de ruteo, gestión de inventarios y algoritmos de solución para cadenas de uno o dos escalones.

Barragán y Romero (2015) en su estudio de pregrado desarrollaron un modelo matemático para el problema de inventario y ruteo (IRP), incluyendo diferentes técnicas exactas, heurísticas y metaheurísticas para su solución. Como metodología exacta, ejecutaron su modelo matemático en el *Solver* de EXCEL, corroborando además el tiempo de computación requerido y su comportamiento exponencial al aumentar el dominio de los parámetros del problema (Clientes). Se propuso, además, dos algoritmos heurísticos (Método Clark and Wright – Método de mejora 2-OPT) a partir de los cuales se elige el de mejor desempeño como semilla inicial para la metaheurística estudiada (Búsqueda Tabú). Por otra parte, compararon el rendimiento de cada uno de los métodos propuestos (Tiempo de computación – Relación costo beneficio), evaluando diferentes escenarios y concluyendo a partir de la variación de los parámetros establecidos. Este proyecto es la base para el problema 2E-IRPT propuesto en el presente estudio, debido a su fundamento en el IRP, brindando, además, a partir de sus conclusiones, elementos que pueden adaptarse en la solución del mismo (Algoritmos heurísticos/metaheurísticos).

Gonzáles y Nieves (2018) presentaron en su proyecto de investigación de pregrado, un modelo para la optimización de inventario en dos escalones con demanda estocástica para una red de distribución de un solo producto. Consideraron en él elementos típicos de la gestión de existencias, tales como tiempo de suministro entre escalones, costos de adquisición, costos de almacenamiento, costos de envío y costos por ordenar. Adicionalmente, el problema propuesto involucra un sistema *cross docking* en busca de disminuir los diferentes costos de manipulación de inventarios. El modelo matemático fue solucionado a partir de dos *solvers* distintos, SCIP y

GAMS/CPLEX evaluando a partir del software MINITAB las posibles diferencias estadísticas entre los resultados obtenidos. Se concluyó que no existe diferencia significativa entre los *solvers* en cuanto a los valores de la función objetivo (Costo total); sin embargo, en función del tiempo de solución, se estableció al *solver* GAMS/CPLEX como mejor opción. Este estudio, aportó un análisis estadístico para determinar el tiempo de suministro óptimo entre los diferentes escalones, el cual, para el caso de estudio, fue de 3 periodos de tiempo (Lead time Distribuidor y Lead time Minorista). La caracterización de los diferentes elementos del modelo permite estructurar los que se tienen en cuenta para el problema 2E-IRPT propuesto, la implementación de costos fijos en cada uno de los periodos, establecer tiempos de entrega constantes, implementar una política de inventarios unificada para toda la cadena y el modelado en función de un solo producto, son características que aportan significativamente al estudio del presente trabajo.

Niño (2017) en su investigación, presentó un proyecto de pregrado enfocado al estudio del problema de ruteo de vehículos de dos escalones con capacidad limitada (2e-CVRP). En él, se propuso un modelo de programación lineal entera mixta, a partir del cual se caracterizaron todos y cada uno de los elementos de ruteo que involucra el problema, como por ejemplo, la prohibición de envíos directos entre depósitos y clientes, la no división de la demanda de los clientes entre los vehículos del segundo eslabón (Satélites-Clientes), el repartir la demanda de los satélites entre los vehículos que parten del depósito (Primer escalón), además de la inclusión del factor capacidad, homogéneo dentro de la flota de cada escalón pero heterogéneos entre sí. A partir del modelo, se planteó una metaheurística híbrida para su solución, compuesta en la fase inicial por un procedimiento de búsqueda voraz adaptativo aleatorio (GRASP) y continuando en la segunda etapa con una metaheurística de recocido simulado (SA). Se adaptaron propuestas de diferentes autores en la implementación de este híbrido, elementos que se identificaron como claves en la obtención de soluciones, especialmente en la fase 1 de la metaheurística. Los resultados alcanzados por esta investigación son aportes significativos para el estudio del 2E-IRPT, no solo por la caracterización del ruteo de dos escalones que se propone, sino por la construcción de la metaheurística híbrida, la cual tuvo comportamientos similares, y en algunos casos mejores, a los encontrados en la literatura; lo anterior considerando la complejidad en la búsqueda de soluciones que involucran ruteo de vehículos (*NP-Hard*).

Camacho (2018) en su tesis magistral, presenta el diseño de una red de distribución de dos escalones, de un solo producto y multiperiodo con demanda estocástica, como un problema de optimización LIRP, proponiendo una metaheurística híbrida para su solución. En este estudio, se analizaron dos hipótesis iniciales, las cuales aportan características importantes al modelo 2e-IRPT investigado. La primera, expone “ *Para el diseño de una red de distribución de dos escalones, un modelo LIRP que integre las decisiones de localización, ruteo e inventarios, brinda mejores soluciones que un modelo desarrollado por fases*”, si bien, la propuesta del modelo presentado en el presente proyecto no involucra decisiones de localización, es decir, asume que estas ya han sido definidas, un aporte importante surge en función de la gestión de inventarios y la programación de ruteo de vehículos en los dos escalones; concluyendo que la hipótesis expuesta es estadísticamente válida y dando una base para el enfoque del modelo del problema 2E-IRPT. La segunda propone “*Una metaheurística híbrida puede generar mejores soluciones que las metaheurísticas clásicas, para un diseño red de distribución de dos escalones y multiperiodo con demanda estocástica*”. En el estudio realizado, esta hipótesis resulta ser válida estadísticamente, aportando a este proyecto, una guía para la propuesta metaheurística a realizar, añadiendo una tendencia metodológica que también puede observarse en algunos de los proyectos de grado previamente citados.

4.2. Marco teórico

4.2.1. Cadena de Suministro

Consiste en la integración de todas las partes involucradas en el cumplimiento de una solicitud del cliente, ya sea directa o indirectamente. Incluye no solo al fabricante y proveedores, sino también a todos los que, a través de su labor, permiten que el producto llegue al comprador final, es decir, transportistas, almacenes, minoristas e incluso a los propios clientes. Además, la cadena de suministro incluye todas las funciones relacionadas con el nivel de servicio percibido, involucrando, entre otras, desarrollo de nuevos productos, marketing, operaciones, distribución, finanzas y servicio al consumidor (Chopra, 2017).

4.2.2. Mantenimiento Predictivo

Consiste en realizar un seguimiento del funcionamiento de las diferentes máquinas o equipos a partir de diferentes ensayos, con el objetivo de detectar, prematuramente, signos de advertencia que indiquen el desempeño incorrecto de alguna de sus partes. Una vez detectadas las

averías, es posible programar, oportunamente, las respectivas reparaciones, evitando que se afecte el proceso productivo y prolongando además, la vida útil de la maquinaria (Botero et al., 2010).

4.2.3. Transbordos laterales

Estrategia para gestión de inventarios, a partir de la cual, miembros de un mismo escalón en una cadena de suministro, agrupan sus existencias permitiéndoles disminuir sus costos y niveles de inventario, manteniendo a su vez, el nivel de servicio requerido (Paterson et al., 2011).

4.2.4. Optimización matemática

Consiste en la selección de la mejor alternativa entre las demás posibles. Se compone, generalmente, de tres elementos fundamentales:

- **Función objetivo.** Se define como la medida de desempeño del sistema que se desea optimizar.
- **Variables.** Constituyen las posibles alternativas que son consideradas, que, a su vez, afectan directamente el valor de la función objetivo. Pueden clasificarse en independientes o de control y en dependientes o de estado.
- **Restricciones.** Representan las relaciones existentes entre las diferentes variables del sistema. Generalmente se expresan a partir de ecuaciones e inecuaciones.

Resolver un problema de optimización consiste en hacer óptima la función objetivo, encontrando los valores que deben tomar las diferentes variables y cumpliendo con el conjunto de restricciones establecidas (Sánchez *et al.*, 2010).

4.2.5. Modelos matemáticos

Representaciones idealizadas de la realidad en términos de símbolos y expresiones matemáticas. La relación entre sus componentes representa la esencia y la naturaleza del problema. Un modelo matemático permite describir de forma más concisa la situación a estudiar, revelando relaciones críticas de causa-efecto y sirviendo como enlace para la integración con diferentes técnicas matemáticas y de análisis computacional de alto nivel. La idealización abstracta de un problema real requiere de múltiples supuestos para la simplificación del modelo, luego se debe ser cuidadoso con que la propuesta realizada, represente válidamente el problema a estudiar. (Hillier y Lieberman, 2010). Los modelos matemáticos pueden clasificarse a partir de su naturaleza, así:

4.2.5.1. Modelos de Programación Lineal. Hacen referencia a aquellos modelos en donde todas sus funciones y restricciones matemáticas son lineales o de primer grado. Involucran la planeación de actividades para obtener un resultado óptimo (Hillier y Lieberman, 2010).

4.2.5.2. Modelos de Programación No Lineal. Hacen referencia a aquellos modelos en donde no todas sus funciones o restricciones matemáticas son lineales o de primer grado. Pueden considerar función objetivo y restricciones no lineales, función lineal y restricciones no lineales o función no lineal y restricciones lineales (De la fuente y Priore, 1996).

A continuación, se muestra la formulación matemática de los modelos anteriores.

Tabla 3

Formulación matemática para modelos de programación lineal y no lineal.

Modelo	Formulación
Programación lineal <i>(Linear programming)</i> LP	$\min c^T x$ Sujeto a: $Ax = b$ $x \geq 0$ $x \in \mathbb{R}^n, c \in \mathbb{R}^n, A \in \mathbb{R}^{m \times n}, b \in \mathbb{R}^m$
Programación no lineal <i>(Non linear programming)</i> NLP	$\min f(x)$ Sujeto a: $g(x) = 0$ $h(x) = 0$ $l \leq x \leq u$ $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ $g, h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$

Nota: Adaptado de Sánchez *et al.*(2010)

4.2.6. Optimización combinatoria

Consiste en encontrar el máximo o el mínimo de una función a partir de un conjunto finito de soluciones; dada la finitud de este conjunto, las variables deben ser discretas y su dominio estar restringido a una serie finita de valores (Martí, 2001).

4.2.6.1. Definición de los problemas de optimización combinatoria. **A continuación, se expone la formulación matemática pertinente para este tipo de problemas.**

Tabla 4

Formulación matemática para problemas de optimización combinatoria.

Descripción	Formulación
Problema	$P = (S, f)$
Set de variables	$X = \{x_1, \dots, x_n\}$
Dominio de variables	D_1, \dots, D_n
Función objetivo por minimizar	$f: D_1 \times \dots \times D_n \rightarrow \mathbb{R}^+$
Conjunto de todas las posibles asignaciones factibles (Espacio de soluciones) es:	$S = \{s = \{(x_1, v_1), \dots, (x_n, v_n)\} v_i \in D_i, s \text{ satisfacen todas las restricciones}\}$

Nota: Adaptado de Blum & Roli (2003)

Para resolver un problema de optimización combinatoria se requiere encontrar una solución $s^* \in S$, tal que $f(s^*) \leq f(s) \forall s \in S$ (Blum & Roli, 2003).

4.2.6.2. Complejidad computacional. Establece como se desarrolla un problema y su complejidad con base en los recursos utilizados. Existen diferentes clases de complejidad computacional a partir de máquinas Turing deterministas y no deterministas (Cortez, 2004).

- **Clase P.** Establece una relación polinómica entre el tamaño del problema y su tiempo de ejecución computacional.
- **Clase NP.** Establece una relación no polinómica entre el tamaño del problema y su tiempo de ejecución computacional. No tienen una solución algorítmica, luego una maquina no puede resolverlos en un tiempo razonable.

Además, existen subgrupos dentro de estas categorías, caracterizando como completos aquellos considerados más difíciles dentro de cada una de ellas (P-completo, NP-completo, NP-Hard). Otras asignaciones pueden ser establecidas a partir de la complementariedad entre clases (co-P, co-NP) (Cortez, 2004).

4.2.6.3. Principales problemas en la optimización combinatoria. A continuación, se explican los problemas de optimización combinatoria relacionados con el tema propuesto.

4.2.6.3.1. Problema de ruteo de vehículo (VRP). Establece la definición de rutas óptimas de entrega o recolección, desde uno o varios depósitos a un conjunto de ciudades o clientes geográficamente dispersos, sometiendo a diferentes restricciones (Laporte, 1992).

En la literatura, el primer registro correspondiente a este problema se dio en el artículo publicado por Dantzig, Fulkerson & Johnson (1954), en donde se planteó un TSP (*Traveling salesman problem*) y se propuso un método para su solución (Eksioglu *et al.*, 2009).

4.2.6.3.2. Problema de Inventario y ruteo (IRP). Responde a la metodología del VMI (*Vendor Managed Inventory*) en donde se transfiere del cliente al proveedor, las decisiones de reabastecimiento, buscando la disminución de costos logísticos y de almacenamiento. Involucra decisiones de gestión de existencias y ruteo de vehículos (Coelho *et al.*, 2014).

Fue propuesto inicialmente por Bell *et al.* (1983) como una variación al problema de ruteo de vehículos, integrando en él costos de almacenamiento, demanda probabilística y respectivos niveles de inventario en clientes.

4.2.6.3.3. Problema de Inventario y ruteo en dos escalones (2E-IRP). A partir de la centralización de la producción y con la llegada de los centros de distribución urbanos, fue necesario ampliar la cobertura de los modelos IRP involucrando dos escalones en su estrategia VMI. Se establece entonces el 2E-IRP como un problema de inventario y ruteo de dos escalones, en donde los clientes son abastecidos por los proveedores a través de centros de distribución. Otras características son definidas en este modelo, por ejemplo, el uso de dos flotas independientes, una para cada escalón, y la comprensión de dos demandas, en distribuidores y clientes, la primera dependiente de los requisitos de la segunda (Farias *et al.*, 2018).

4.2.7. Métodos de solución para problemas de optimización combinatoria.

A partir de los diferentes problemas y modelos de optimización, se han desarrollado múltiples métodos en la búsqueda por obtener soluciones óptimas, o en su defecto, factibles para su resolución. Estos métodos, pueden ser clasificados en función de su exactitud con respecto a los óptimos globales de las funciones a optimizar.

4.2.7.1. Métodos exactos. Proporcionan y aseguran como solución los óptimos globales del modelo; sin embargo, su practicidad se ve comprometida en la medida en que el problema y sus parámetros crecen, requiriendo de altos recursos computacionales para obtener resultados.

El método *simplex*, propuesto por George Dantzig en 1947, es un procedimiento algebraico conceptualizado en diferentes conceptos geométricos que generalmente es presentado y desarrollado de forma matricial. Esta metodología parte en una solución inicial, y a partir de cada iteración, esta es desplazada adyacentemente buscando un vértice con mejor valor en la función objetivo, hasta lograr la solución óptima del problema (Hillier y Lieberman, 2010).

El método de *branch and bound*, se ejecuta como un esquema enumerativo en la búsqueda de soluciones en problemas de optimización. Esta metodología resulta útil debido a que en ella no se contemplan todas las soluciones factibles posibles, sino que en la medida en que se itera y se obtienen nuevas ramificaciones, se eliminan soluciones a través de límites que establecen que dichos resultados no pueden ser óptimos. Su nombre está directamente relacionado con las operaciones básicas que este involucra; *Branch*, traducido como ramificación, consiste en dividir conjuntos de soluciones en subconjuntos, mientras que *Bound*, hace referencia a limitar los valores de la función objetivo en los subconjuntos de soluciones (Mitten, 1970).

4.2.7.2. Métodos aproximados. A partir de la complejidad computacional (NP-Hard) de los diferentes problemas, no siempre es posible garantizar óptimos globales como solución; la existencia de múltiples modelos complejos en la cotidianidad promovió el desarrollo de algoritmos o métodos aproximados, los cuales, son eficientes para lograr buenas soluciones, pero no aseguran resultados óptimos. Estos pueden clasificarse en Heurísticas y Metaheurísticas (Martí, 2001).

4.2.7.2.1. Heurísticas. Este tipo de algoritmos, están fuertemente relacionados con el problema por el cual fueron diseñados, a diferencia de otros métodos como el de *branch and bound* (Método exacto), que consiste en un procedimiento general y no discrimina ningún tipo de modelo. Las diferentes técnicas aplicadas para la resolución de problemas por métodos heurísticos son difícilmente replicables en modelos para las cuales no fueron diseñadas, luego es necesario referirse a un tema en concreto para poder estudiarlas en detalle. Las heurísticas pueden clasificarse en las siguientes categorías (Martí, 2001):

- **Métodos de descomposición.** Se descompone el problema original en subproblemas más fáciles de resolver, considerando que ambos pertenecen al mismo problema.
- **Métodos inductivos.** Aplican en problemas completos propiedades o técnicas identificadas en versiones fáciles del mismo caso.
- **Métodos de reducción.** Restringen el espacio de solución, simplificando el problema a partir de la identificación y aplicación de propiedades encontradas en la mayoría de los buenos resultados. Existe el riesgo de descartar las óptimas soluciones del problema inicial.
- **Métodos constructivos.** Construyen un paso a paso para dar solución el problema, se basan en iteraciones y en la mejor evaluación de cada una de ellas. Algunos de los métodos más importantes son: Heurístico del vecino más próximo, Heurístico de inserción, Heurístico basados en arboles generadores, Heurísticos basados en ahorros.
- **Métodos de búsqueda local.** Inician con una solución del problema y la mejoran progresivamente, en cada paso realizan movimientos de una solución a otra con mejor valor. Esta metodología concluye cuando para una solución dada no existe forma accesible de mejorarla. Algunos de los métodos más importantes son: Procedimientos de 2-Intercambio, Procedimientos de k-Intercambio, Algoritmo de Lin y Kernighan.

4.2.7.2.2. Metaheurísticas. Son métodos de solución general, que brindan una estructura y diversos criterios para desarrollar un método heurístico específico y ajustarlo a un problema particular. Crean procesos capaces de escapar de óptimos locales, realizando una búsqueda vigorosa de una región factible (Hillier y Lieberman, 2010). Por otra parte, estos procedimientos poseen las siguientes propiedades (Blum & Roli, 2003):

- Guían el proceso de búsqueda
- Tienen como objetivo explorar el espacio de búsqueda para obtener soluciones óptimas o cercanas a ellas.
- Estos métodos abarcan un gran número de procedimientos, desde métodos simples como búsquedas locales hasta procesos complejos de aprendizaje.
- Son algoritmos aproximados y generalmente no deterministas.
- Los métodos más avanzados involucran experiencia de búsqueda, adaptando diferentes tipos de memoria.

Existen diferentes elementos a partir de los cuales pueden ser clasificadas las metaheurísticas; por ejemplo, en función de su origen (inspirado o no en la naturaleza), a partir de su función objetivo (dinámica o estática), con base en sus vecindarios (una o varias estructuras) o incluso, desde su historial de búsqueda (inclusión o exclusión de memoria). No obstante, existe otra característica que engloba de mejor forma estas metodologías, en este caso, el número de soluciones sobre las que la metaheurística puede trabajar al mismo tiempo, definiendo los algoritmos basados en **población** (varias soluciones) o en **trayectoria** (una solución) (Blum & Roli, 2003).

Los métodos basados en trayectoria se presentan a continuación:

- **Recocido simulado (SA)**. Planteado por Kirkpatrick, Gelatt & Vecchi (1983). Surge como variante al método de búsqueda local, permitiendo movimientos ascendentes que evitan estancamientos prematuros en óptimos locales. Este método, simula el proceso de enfriamiento de materiales llamado recocido. Implementa el uso de un parámetro de control *temperatura* (t) y evalúa los incrementos (δ) en la función objetivo, los cuales son aceptados con una probabilidad $\exp(-\delta/t)$. Esta metodología requiere de algunas decisiones genéricas, en función del control de temperatura, número de iteraciones antes de su decrecimiento, y caracterización de las condiciones que permitan considerar *frio* al sistema; así como, decisiones específicas con base en el espacio de soluciones, estructura de entornos, función objetivo y metodología para obtener la solución inicial (Dowland & Diaz, 2003).
- **Búsqueda Tabú (TS)**. Propuesto por Glover (1986). Es un procedimiento basado en la heurística de búsqueda local, se distingue por el uso de memoria adaptativa (corto y largo plazo) y exploración responsiva, implementando estrategias especiales para la resolución de problemas fundamentadas en metodologías de aprendizaje. Incorpora métodos de intensificación y diversificación, a partir de los cuales se modifican los criterios de selección para favorecer buenos resultados y se incentivan búsquedas a zonas del espacio de solución no visitadas previamente. Con la memoria a corto plazo, se gestiona la creación de una o varias listas tabúes, en las cuales se almacenan atributos que caracterizan los estados tabú actuales; evitando con esto visitas futuras a soluciones ya evaluadas recientemente. Por otra parte, la memoria a largo plazo se basa en la frecuencia de

ocurrencia de eventos particulares, proporcionando información complementaria a la obtenida por la memoria a corto plazo y mejorando con esto la selección de movimientos preferidos (Batista & Glover, 2006).

- ***Procedimiento de búsqueda voraz adaptativa aleatoria (GRASP)***. Propuesto por Feo & Resende (1995). Es una metaheurística iterativa basada en dos fases, construcción y búsqueda local, en las cuales, se establece una solución factible y se investiga su vecindario hasta encontrar un mínimo local; concluyendo en la mejor solución general. Involucra dos parámetros principales, el criterio de parada y la calidad de los elementos de la lista de candidatos, ambos determinados en función del número de iteraciones, pues a medida en que este se incrementa, mejor será la calidad de la solución encontrada pero mayor será el tiempo computacional requerido (Resende & Ribeiro, 2014).
- ***Búsqueda con vecindario variable (VNS)***. Propuesto por Hansen & Mladenović (1997). Representa una metodología flexible de búsqueda local, útil para resolver problemas combinatorios de optimización. Propone un cambio de la estructura de vecindario durante la búsqueda de la solución óptima, con base en: (1) Un óptimo local de una estructura de vecindario podría no serlo en otra estructura; (2) Un óptimo global es un óptimo local con respecto a todas las estructuras de vecindario; (3) Evidencia demuestra que un óptimo local se encuentra relativamente cerca de otro. Este método ejecuta alternativamente tres pasos hasta cumplir con un criterio de parada previamente definido, los cuales se componen por una fase de mejora (*Improvement phase*) para las soluciones parciales, un procedimiento de agitación (*Shaking phase*) para librarse de trampas de óptimos locales, y un paso para ejecutar el cambio de vecindario (Hansen et al., 2017).

Los métodos basados en población se presentan a continuación:

- ***Algoritmos evolutivos (EA)***. Se definen como métodos de búsqueda basados en población que usan sistemas evolutivos para construir sistemas adaptativos; involucran eventos extraídos de la naturaleza como la selección, mutación y recombinación de individuos, en este caso, de soluciones parciales del problema estudiado. Dentro de estas metodologías se encuentran los algoritmos genéticos, propuestos por Holland (1975), los cuales enfatizan la recombinación entre pares. Las estrategias de evolución, involucran en mayor sentido procesos de mutación; sin embargo, no excluyen procedimientos de recombinación de

individuos (Whitley et al., 1996). En cada iteración, se le aplica a cada individuo de la población actual, una serie de operadores con el fin de obtener la siguiente generación; en los métodos evolutivos, la selección de individuos se realiza con base en su aptitud (*fitness*), la cual puede estar definida según los valores en la función objetivo o diferentes medidas de calidad; aquellos con mejor *fitness*, tendrán mayor oportunidad de pertenecer a la siguiente generación. Lo anterior, está inspirado en el principio de supervivencia por el más apto, ligado a la teoría de selección natural propuesta por Charles Darwin (Blum & Roli, 2003).

- ***Optimización basada en colonia de hormigas (ACO)***. Es un método que se desarrolla bajo la analogía del funcionamiento real de una colonia de hormigas; se propone como un enfoque aplicable a entornos combinatorios y estocásticos. Esta metodología, se caracteriza por su versatilidad, debido a que puede ser aplicada a versiones similares de un mismo problema, además, su robustez permite implementarla a otros problemas de optimización combinatoria a partir de cambios mínimos. Por otra parte, al ser un método basado en población, permite aplicar retroalimentación positiva como mecanismo de búsqueda. Este procedimiento involucra el concepto de feromona, la cual, funciona como rastro y se usa como herramienta en la búsqueda de caminos óptimos; a partir de ella, las hormigas guían el camino a sus compañeras de acuerdo a sus experiencias (dejan rastro), y debido a que en los tramos más cortos habrá una mayor concentración de la misma (mayor rastro), al final, toda la población de hormigas escogerá y transitara por el sendero óptimo (Dorigo, Maniezzo & Colorni, 1996).
- ***Optimización por enjambre de partículas (PSE)***. Propuesto por Kennedy & Eberhart (1995). Es un método inspirado en el comportamiento social de diferentes individuos de la naturaleza, en el cual, en busca de alimento o posiciones favorables, realizan exploraciones grupales de una zona particular. Constituye un procedimiento iterativo, en el que los individuos (partículas) de una la población cualquiera (enjambre), evalúan en grupo el espacio de solución en búsqueda de resultados óptimos. Esta metaheurística, involucra diferentes elementos, los cuales cambian iterativamente. Cada partícula conoce su posición inicial, así como su velocidad actual y las mejores posiciones visitadas, tanto individuales (personales) como grupales (globales). Luego de cada iteración, estos factores son actualizados a partir de ecuaciones definidas por el método, las cuales, involucran un

parámetro social, uno de cognición (constantes de aceleración) y uno de inercia. Este último, determina las nuevas áreas de búsqueda, definiendo un grado de exploración (zonas no influenciadas por las mejores posiciones) y de explotación (zonas cercanas a las mejores posiciones) (Torres & Baran, 2015).

5. Modelo para el 2E-IRPT

5.1. Descripción formal del problema

Se define el 2E-IRPT a partir de un grafo $G = (V, E)$, donde V representa los vértices conformados por la planta P , los distribuidores D y los clientes C tal que $(e, f \in V)$, mientras E denota el conjunto de los diferentes arcos posibles (e, f) con $e \neq f$. Se considera una flota homogénea para cada escalón, K y M representan el set de vehículos en la planta ($a \in P$) y en cada distribuidor ($i, j \in D$) respectivamente, mientras que Q_k y Q_m definen la capacidad máxima de los vehículos en las flotas, con $Q_k > Q_m$.

El problema transcurre en un horizonte de tiempo de T periodos; en cada uno de ellos ($t \in T$) la planta puede realizar envíos a los diferentes distribuidores, mientras que estos no solo pueden enviar ítems a los clientes, sino que también pueden transbordarlos a otro vértice del mismo escalón. La demanda dem_u^t para cada periodo t de cada cliente ($u \in C$) es conocida a priori; así como los inventarios iniciales en cada uno de los vértices del grafo $I_a^0, I_i^0, I_u^0 = 0$.

Cada arco perteneciente a E tiene un costo de transporte asociado $C_{e,f}$ mientras que cada vértice posee un costo unitario de almacenamiento Ch_e homogéneo para cada periodo t . El objetivo del 2E-IRPT es minimizar el costo total de transporte y almacenamiento de toda la cadena de abastecimiento en el horizonte de tiempo establecido, teniendo en cuenta los posibles transbordos y determinando:

- Cuando y cuanto se suministra a cada uno de los distribuidores desde la planta.
- Cuando, cuanto y desde que distribuidor se realizan transbordos o envíos a los diferentes clientes.
- Que ruta usar en cada uno de los periodos para los diferentes vehículos de las dos flotas (primer y segundo escalón).
- Cuanto producir en la planta en cada uno de los periodos.

Por otra parte, el modelo está sujeto a las siguientes restricciones:

- El nivel de inventario en cada uno de los vértices al finalizar cada periodo no puede superar su respectiva máxima capacidad O_e . Se asume capacidad de almacenamiento infinita en la planta ($O_a \approx \infty$).
- No se aceptan inventarios negativos. La demanda es satisfecha con el inventario previo $(t - 1)$ más las cantidades recibidas en el mismo periodo.
- Las cantidades producidas en la planta pueden ser enviadas en el mismo periodo.
- Cada vehículo puede realizar máximo una ruta por periodo, iniciando y finalizando en la planta o en el mismo distribuidor según corresponda.
- La capacidad máxima de cada vehículo no puede ser excedida.
- La demanda por periodo de los distribuidores y clientes puede ser mayor a la capacidad del vehículo de su escalón.
- Los distribuidores y clientes pueden recibir máximo un envío de cada origen por periodo. Esto para maximizar el uso de la capacidad de los vehículos.

5.2. Modelo matemático

La formulación matemática del modelo 2E-IRPT se presenta a continuación:

- I_e^t Representa el inventario en e al final de cada periodo t .
- r_a^t Indica la producción de la planta en el periodo t .
- $d_{a,i}^{k,t}$ Representa la cantidad enviada desde la planta al distribuidor i por el vehículo k en el periodo t .
- $b_{i,n}^{m,t}$ Representa la cantidad enviada o transbordada desde el distribuidor i al distribuidor o cliente n por el vehículo m en el periodo t , donde $n \in V'' : V'' = D U C$.
- $w_{a,i}^{k,t}$ Indica la suma de las entregas hechas por el vehículo k proveniente de la planta luego de visitar al distribuidor i en el periodo t .
- $v_{i,n}^{m,t}$ Indica la suma de las entregas hechas por el vehículo m proveniente del distribuidor i luego de visitar al distribuidor o cliente n en el periodo t .
- $x_{a,p,h}^{k,t} = 1$ Si el vehículo k proveniente de la planta viaja directamente del vértice p al h ($(p, h) \in E$) en el periodo t , 0 en otro caso. Donde $p, h \in V' : V' = P U D$.

- $z_{i,n,q}^{m,t} = 1$ Si el vehículo m proveniente del distribuidor i viaja directamente del vértice n al q $((n,q) \in E)$ en el periodo t , 0 en otro caso. Donde $n, q \in V''$.
- $y_{a,p}^{k,t} = 1$ Si el vehículo k proveniente de la planta visita el vértice p en el periodo t , 0 en otro caso.
- $s_{i,n}^{m,t} = 1$ Si el vehículo m proveniente del distribuidor i visita el vértice n en el periodo t , 0 en otro caso.

$$\begin{aligned} \text{Minimizar: } & \sum_{a \in P} \sum_{p \in V'} \sum_{h \in V'} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} C_{p,h} x_{a,p,h}^{k,t} + \sum_{i \in D} \sum_{n \in V''} \sum_{q \in V''} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} C_{n,q} z_{i,n,q}^{m,t} \\ & + \sum_{e \in V} \sum_{t \in T} C_h I_e^t \end{aligned} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$I_a^t = I_a^{t-1} + r_a^t - \sum_{k \in K} \sum_{i \in D} d_{a,i}^{k,t}, \quad a \in P, \quad t \in T \quad (2)$$

$$I_a^t, r_a^t \geq 0, \quad a \in P, \quad t \in T \quad (3)$$

$$\begin{aligned} I_i^t = I_i^{t-1} + \sum_{k \in K} \sum_{a \in P} d_{a,i}^{k,t} - \sum_{m \in M} \sum_{n \in V'} b_{i,n}^{m,t} + \sum_{m \in M} \sum_{j \in D} b_{j,i}^{m,t}, \\ i \in D, \quad t \in T, \quad i \neq j, \quad i \neq n \end{aligned} \quad (4)$$

$$I_i^t \geq 0, \quad i \in D, \quad t \in T \quad (5)$$

$$I_u^t = I_u^{t-1} + \sum_{m \in M} \sum_{i \in D} b_{i,u}^{m,t} - dem_u^t, \quad u \in C, \quad t \in T \quad (6)$$

$$I_u^t \geq 0, \quad u \in C, \quad t \in T \quad (7)$$

$$I_i^t \leq O_i, \quad i \in D, \quad t \in T \quad (8)$$

$$I_u^t \leq O_u, \quad u \in C, \quad t \in T \quad (9)$$

$$\sum_{a \in P} \sum_{k \in K} d_{a,i}^{k,t} \leq O_i - I_i^{t-1} - \sum_{j \in D} \sum_{m \in M} b_{j,i}^{m,t}, \quad i \in D, \quad t \in T, \quad i \neq j \quad (10)$$

$$\sum_{i \in D} \sum_{m \in M} b_{i,u}^{m,t} \leq O_u - I_u^{t-1}, \quad u \in C, \quad t \in T \quad (11)$$

$$\sum_{h \in V'} (x_{a,h,p}^{k,t} + x_{a,p,h}^{k,t}) = 2y_{a,p}^{k,t},$$

$$a \in P, \quad p \in V', \quad k \in K, \quad t \in T, \quad p \neq h \quad (12)$$

$$\sum_{h \in V'} (x_{a,h,p}^{k,t} - x_{a,p,h}^{k,t}) = 0,$$

$$a \in P, \quad p \in V', \quad k \in K, \quad t \in T, \quad p \neq h \quad (13)$$

$$\sum_{n \in V''} (z_{i,n,q}^{m,t} + z_{i,q,n}^{m,t}) = 2s_{i,q}^{m,t} ,$$

$$i \in D, \quad q \in V'', \quad m \in M, \quad t \in T, \quad n \neq q \quad (14)$$

$$\sum_{n \in V''} (z_{i,n,q}^{m,t} - z_{i,q,n}^{m,t}) = 0 ,$$

$$i \in D, \quad q \in V'', \quad m \in M, \quad t \in T, \quad n \neq q \quad (15)$$

$$\sum_{m \in M} s_{i,n}^{m,t} \leq 1 , \quad i \in D, \quad n \in V'', \quad t \in T, \quad i \neq n \quad (16)$$

$$\sum_{k \in K} y_{a,i}^{k,t} \leq 1 , \quad a \in P, \quad i \in D, \quad t \in T \quad (17)$$

$$\sum_{n \in V''} z_{i,i,n}^{m,t} \geq s_{i,q}^{m,t} , \quad i \in D, \quad q \in V'', \quad m \in M, \quad t \in T, \quad i \neq n \quad (18)$$

$$\sum_{i \in D} x_{a,a,i}^{k,t} \geq y_{a,j}^{k,t} , \quad a \in P, \quad j \in D, \quad k \in K, \quad t \in T \quad (19)$$

$$\sum_{i \in D} d_{a,i}^{k,t} \leq Q_k , \quad a \in P, \quad k \in K, \quad t \in T \quad (20)$$

$$\sum_{n \in V''} b_{i,n}^{m,t} \leq Q_m, \quad i \in D, \quad m \in M, \quad t \in T, \quad i \neq n \quad (21)$$

$$d_{a,i}^{k,t} \leq O_i y_{a,i}^{k,t}, \quad a \in P, \quad i \in D, \quad k \in K, \quad t \in T \quad (22)$$

$$b_{i,j}^{m,t} \leq O_i s_{i,j}^{m,t}, \quad i, j \in D, \quad m \in M, \quad t \in T, \quad i \neq j \quad (23)$$

$$b_{i,u}^{m,t} \leq O_u s_{i,u}^{m,t}, \quad i \in D, \quad u \in C, \quad m \in M, \quad t \in T \quad (24)$$

$$d_{a,i}^{k,t} \geq y_{a,i}^{k,t}, \quad a \in P, \quad i \in D, \quad k \in K, \quad t \in T \quad (25)$$

$$b_{i,j}^{m,t} \geq s_{i,j}^{m,t}, \quad i, j \in D, \quad m \in M, \quad t \in T, \quad i \neq j \quad (26)$$

$$b_{i,u}^{m,t} \geq s_{i,u}^{m,t}, \quad i \in D, \quad u \in C, \quad m \in M, \quad t \in T \quad (27)$$

$$w_{a,i}^{k,t} - w_{a,j}^{k,t} + Q_k x_{a,i,j}^{k,t} \leq Q_k - d_{a,j}^{k,t},$$

$$a \in P, \quad i, j \in D, \quad k \in K, \quad t \in T, \quad i \neq j \quad (28)$$

$$d_{a,i}^{k,t} \leq w_{a,i}^{k,t} \leq Q_k * y_{a,i}^{k,t}, \quad a \in P, \quad i \in D, \quad k \in K, \quad t \in T \quad (29)$$

$$v_{i,q}^{m,t} - v_{i,n}^{m,t} + Q_m z_{i,q,n}^{m,t} \leq Q_m - b_{i,n}^{m,t},$$

$$i \in D, \quad n, q \in V'', \quad m \in M, \quad t \in T, \quad i \neq q, \quad i \neq n, \quad q \neq n \quad (30)$$

$$b_{i,n}^{m,t} \leq v_{i,n}^{m,t} \leq Q_m * s_{i,n}^{m,t},$$

$$i \in D, \quad n \in V'', \quad m \in M, \quad t \in T, \quad i \neq n \quad (31)$$

$$\sum_{i \in D} d_{a,i}^{k,t} \geq w_{a,j}^{k,t}, \quad a \in P, \quad j \in D, \quad k \in K, \quad t \in T \quad (32)$$

$$\sum_{n \in V''} b_{i,n}^{m,t} \geq v_{i,q}^{m,t},$$

$$i \in D, \quad q \in V'', \quad m \in M, \quad t \in T, \quad i \neq n, \quad i \neq q \quad (33)$$

$$d_{a,i}^{k,t}, w_{a,i}^{k,t} \in \mathbb{Z}^+, \quad a \in P, \quad i \in D, \quad k \in K, \quad t \in T \quad (34)$$

$$b_{i,n}^{m,t}, v_{i,n}^{m,t} \in \mathbb{Z}^+, \quad i \in D, \quad q \in V'', \quad m \in M, \quad t \in T, \quad i \neq n \quad (35)$$

$$x_{a,p,h}^{k,t}, y_{a,p}^{k,t} \in \{0,1\} \quad a \in P, \quad p, h \in V', \quad k \in K, \quad t \in T, \quad p \neq h \quad (36)$$

$$z_{i,n,q}^{m,t}, s_{i,n}^{m,t} \in \{0,1\} \quad i \in D, \quad n, q \in V'', \quad m \in M, \quad t \in T, \quad n \neq q \quad (37)$$

La función objetivo es representada en (1), los balances de inventario respectivos son controlados con las restricciones (2) - (7), (8) - (11) exige que se respeten los límites máximos de capacidad en distribuidores y clientes. Las restricciones de ruteo se muestran en (12) - (19), (20) - (21) hace respetar la máxima capacidad de cada flota y (22) - (27) restringen las cantidades por envío. Los sub-tours se evitan gracias a (28) - (33) mientras que las variables se definen de (34) a (37).

5.3. Análisis de complejidad

A partir de lo mencionado en el capítulo anterior, se establece que el problema planteado en la presente investigación es de carácter combinatorio, y que, además, exige métodos y análisis rigurosos para su debida solución gracias al conjunto de variables, restricciones y soluciones factibles que el mismo presenta. Como se evidenció en la sección 3.2, el 2E-IRPT propuesto nace del problema primario IRP, el cual, ya considera un nivel alto de dificultad. Al añadirle un nuevo escalón al modelo y, además, permitir el uso de transbordos laterales en el ruteo de vehículos, todos los elementos de la formulación matemática del problema aumentan su conjunto de opciones significativamente. Es importante identificar de qué parámetros depende el comportamiento de estos elementos, debido a que no todos se relacionan directamente con los mismos. Los parámetros de capacidad y demanda no modifican el tamaño de los conjuntos de los elementos de formulación (variables y restricciones), simplemente restringen o acotan el campo de soluciones factibles. Por otra parte, todos los parámetros ligados al tiempo (periodos), a las dimensiones del grafo (vértices y arcos) o a la estructura del mismo (vehículos), sí afectan directamente a estos conjuntos, modificando con esto las cantidades de variables y restricciones que pueda tener el problema. A continuación, se muestra el comportamiento de los conjuntos mencionados a partir de su relación con los parámetros de los que dependen.

5.3.1. Variables de decisión

La siguiente tabla muestra la relación entre las variables de decisión y los parámetros que les son significativos, indicando, además, el tamaño de cada uno de los subconjuntos. A partir de la naturaleza de cada variable se contemplan para el cálculo las diferentes limitaciones que puedan estar ligadas a ellas, las cuales, se evidenciaron en la sección 5.2 en cada una de las restricciones del modelo.

Tabla 5

Tamaño de subconjuntos – Variables de decisión.

Variables	Parámetros de los que depende	Tamaño del subconjunto
I_e^t	Periodos(T), Distribuidores(D), Clientes (C)	$T * (1+D+C)$
r_a^t	Periodos (T)	T
$d_{a,i}^{k,t}$	Periodos(T), Distribuidores(D), Flota1e(K)	$T * D * K$
$b_{i,n}^{m,t}$	Periodos(T), Distribuidores(D), Flota2e(M), Clientes(C)	$T * D * (D+C-1) * M$
$w_{a,i}^{k,t}$	Periodos(T), Distribuidores(D), Flota1e(K)	$T * D * K$
$v_{i,n}^{m,t}$	Periodos(T), Distribuidores(D), Flota2e(M), Clientes(C)	$T * D * (D+C-1) * M$
$x_{a,p,h}^{k,t}$	Periodos(T), Distribuidores(D), Flota1e(K)	$T * K * D * (D+1)$
$z_{i,n,q}^{m,t}$	Periodo(T), Distribuidores(D), Flota2e(M), Clientes(C)	$T * M * D * (D+C-1) * (D+C)$
$y_{a,p}^{k,t}$	Periodos(T), Distribuidores(D), Flota1e(K)	$T * D * K$
$s_{i,n}^{m,t}$	Periodos(T), Distribuidores(D), Flota2e(M), Clientes(C)	$T * D * (D+C-1) * M$

Se identifica entonces que el total de variables de decisión del modelo esta dado por la siguiente expresión: $T * [K * D * (D + 4) + D * M * (D + C - 1) * (D + C + 3) + D + C + 2]$.

5.3.2. Restricciones

A continuación, en la Tabla 6 y Tabla 7, se presenta el tamaño del subconjunto de cada una de las restricciones del modelo matemático, indicando los parámetros de los que dependen cada uno de ellos.

Tabla 6*Tamaño de subconjuntos – Restricciones 2-20*

Restricción	Parámetros de los que depende	Tamaño del subconjunto
2	Periodos(T)	T
3	Periodos(T)	T
4	Periodos(T), Distribuidores(D)	T * D
5	Periodos(T), Distribuidores(D)	T * D
6	Periodos(T), Clientes(C)	T * C
7	Periodos(T), Clientes(C)	T * C
8	Periodos(T), Distribuidores(D)	T * D
9	Periodos(T), Clientes(C)	T * C
10	Periodos(T), Distribuidores(D)	T * D
11	Periodos(T), Clientes(C)	T * C
12	Periodos(T), Distribuidores(D), Flota 1e(K)	T * K * (D+1)
13	Periodos(T), Distribuidores(D), Flota 1e(K)	T * K * (D+1)
14	Periodos(T), Distribuidores(D), Clientes(C), Flota 2e(M)	T * M * D * (D+C)
15	Periodos(T), Distribuidores(D), Clientes(C), Flota 2e(M)	T * M * D * (D+C)
16	Periodos(T), Distribuidores(D), Clientes(C)	T * D * (D+C-1)
17	Periodos(T), Distribuidores(D)	T * D
18	Periodos(T), Distribuidores(D), Clientes(C), Flota 2e(M)	T * M * D * (D+C)
19	Periodos(T), Distribuidores(D), Flota 1e(K)	T * K * D
20	Periodo(T), Flota 1e(K)	T * K

Tabla 7

Tamaño de subconjuntos – Restricciones 21-33

Restricción	Parámetros de los que depende	Tamaño del subconjunto
21	Periodos(T), Distribuidores(D), Flota2e(M)	$T * M * D$
22	Periodos(T), Distribuidores(D), Flota1e(K)	$T * K * D$
23	Periodos(T), Distribuidores(D), Flota2e(M)	$T * M * D * (D-1)$
24	Periodos(T), Distribuidores(D), Clientes(C), Flota2e(M)	$T * M * D * C$
25	Periodos(T), Distribuidores(D), Flota1e(K)	$T * K * D$
26	Periodos(T), Distribuidores(D), Flota2e(M)	$T * M * D * (D-1)$
27	Periodos(T), Distribuidores(D), Clientes(C), Flota2e(M)	$T * M * D * C$
28	Periodos(T), Distribuidores(D), Flota1e(K)	$T * K * D * (D-1)$
29	Periodos(T), Distribuidores(D), Flota1e(K)	$T * K * D$
30	Periodos(T), Distribuidores(D), Clientes(C), Flota2e(M)	$T * M * D * (D+C-1) * (D+C-2)$
31	Periodos(T), Distribuidores(D), Clientes(C), Flota2e(M)	$T * M * D * (D+C-1)$
32	Periodos(T), Distribuidores(D), Flota1e(K)	$T * K * D$
33	Periodos(T), Distribuidores(D), Clientes(C), Flota2e(M)	$T * M * D * (D+C-1)$

Se identifica entonces que el total de restricciones del modelo esta dado por la siguiente expresión: $T * \{ 2 + 4C + K * [1 + 2(D+1)] + D * [(D+C-1) * (M * (D+C-2) + 2M + 1) + M * (3(D+C) + 2C + 2(D - 1) + 1) + K*(D+4)] \}$

5.3.3. Soluciones factibles

Este conjunto es restringido por los parámetros de demanda y capacidad (en vértices y vehículos), ya que a mayor flexibilidad entre los mismos mayor es el campo de soluciones factibles. Además, la naturaleza de las variables del modelo, específicamente de las no binarias,

también interfiere en este conjunto, ya que por medio de estas el modelo se define con finitas soluciones.

5.3.4. Análisis de sensibilidad

A continuación, se plantean diferentes escenarios para el estudio del comportamiento de los conjuntos de variables y restricciones del modelo matemático. Lo anterior con el objetivo de analizar la sensibilidad de los mismos a pequeños cambios en los valores de los parámetros relacionados.

5.3.4.1. Periodos. Como se vio en 5.3.1 y en 5.3.2 el total de variables de decisión y restricciones del modelo dependen proporcionalmente del parámetro T; lo anterior considerando los demás parámetros como constantes.

Tabla 8

Análisis de sensibilidad – Periodos

Escenario	T	D	C	K	M	VARIABLES DE DECISIÓN	RESTRICCIONES
1	2	2	3	2	2	318	472
2	4	2	3	2	2	636	944

Como se ve en la Tabla 8, al aumentar el número de periodos del modelo al doble las variables y las restricciones aumentan en la misma proporción.

5.3.4.2. Distribuidores. A continuación, se plantean dos escenarios propuestos para el análisis de sensibilidad de este parámetro.

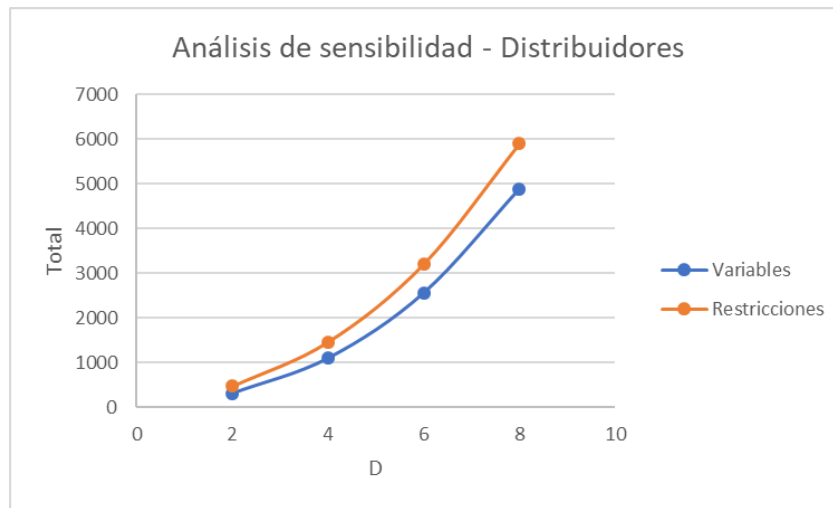
Tabla 9

Análisis de sensibilidad – Distribuidores

Escenario	T	D	C	K	M	VARIABLES DE DECISIÓN	RESTRICCIONES
1	2	2	3	2	2	318	472
2	2	4	3	2	2	1106	1464

Figura 6

Análisis de sensibilidad – Distribuidores



Como se ve en la Tabla 9, el total de variables de decisión y restricciones del modelo resulta sustancialmente susceptible a los cambios del parámetro en estudio. Mientras este se incrementó en un 100% (doble), el conjunto de variables incremento su tamaño en un 247.8%, mientras que el de restricciones aumentó en un 210.17%. Además, la gráfica en la Figura 6 indica que estos porcentajes de incremento no son constantes, aumentando a medida que el parámetro D se hace más grande.

5.3.4.3. Clientes. El análisis de sensibilidad respectivo para este parámetro se muestra a continuación.

Tabla 10

Análisis de sensibilidad – Clientes

Escenario	T	D	C	K	M	Variables de decisión	Restricciones
1	2	2	3	2	2	318	472
2	2	2	6	2	2	684	916

Figura 7

Análisis de sensibilidad – Clientes



A partir del escenario 1 planteado en la Tabla 10, un incremento en el doble del parámetro clientes aumentó el tamaño del conjunto de variables y restricciones en un 115.09% y 94.07% respectivamente. Nótese que las restricciones aumentaron en menor medida que las variables. Sin embargo, siguiendo la gráfica expuesta en la Figura 7, se observa que estos porcentajes de incremento aumentan con el parámetro.

5.3.4.4. Flota primer escalón.

Tabla 11

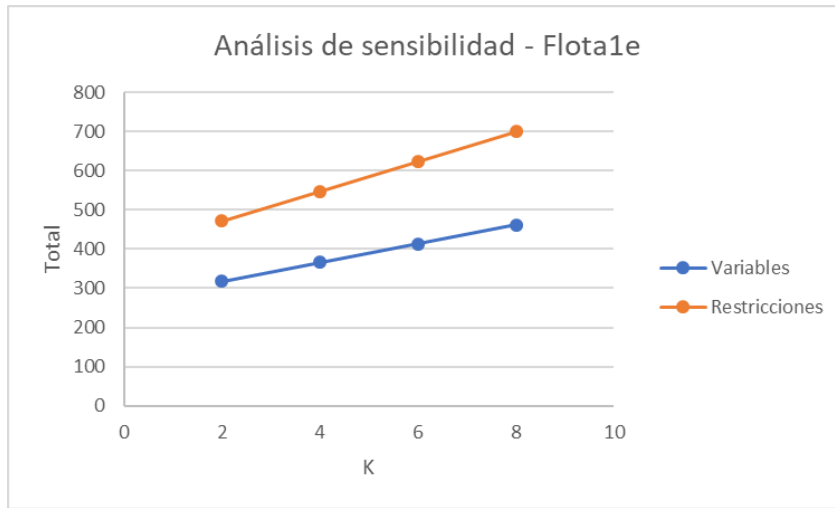
Análisis de sensibilidad – Flota primer escalón

Escenario	T	D	C	K	M	Variables de decisión	Restricciones
1	2	2	3	2	2	318	472
2	2	2	3	4	2	366	548

A partir de la Tabla 11 y de gráfica de la Figura 8, se observa que, dejando los demás parámetros constantes, la variación de K afecta positivamente el tamaño de los conjuntos de las variables y restricciones del modelo. No obstante, esta variación es lineal y debido que solo se relaciona con el ruteo del primer escalón, el incremento en el tamaño de los conjuntos no resulta tan significativo.

Figura 8

Análisis de sensibilidad – Flota primer escalón



5.3.4.5. Flota segundo escalón

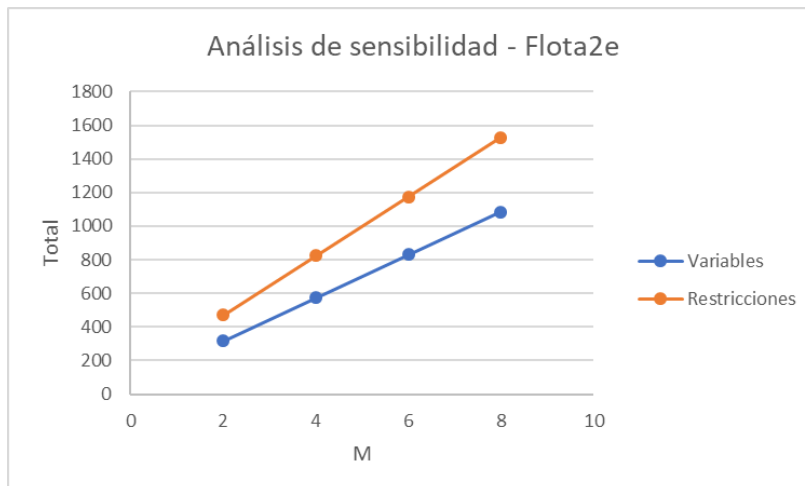
Tabla 12

Análisis de sensibilidad – Flota segundo escalón

Escenario	T	D	C	K	M	Variables de decisión	Restricciones
1	2	2	3	2	2	318	472
2	2	2	3	2	4	574	824

Figura 9

Análisis de sensibilidad – Flota segundo escalón



Al igual que con el parámetro K, la relación entre el tamaño de la flota del segundo escalón y el total de variables y restricciones del modelo es lineal. Sin embargo, esta relación resulta más significativa que la observada con la flota del primer escalón.

El análisis de los parámetros permite identificar que el modelo es más susceptible al relacionado con la cantidad de distribuidores que el mismo considera, lo cual, resulta lógico, al comprender que estos tienen conexiones con todos los vértices del grafo (debido a los transbordos laterales) y funcionan como enlace entre ambos escalones.

6. Descripción del algoritmo híbrido

Como se vio en la sección 4.1 y a partir de las hipótesis expuestas en la tesis de Camacho (2018), se establece para la presente investigación una metaheurística híbrida como algoritmo de solución para el modelo propuesto 2E-IRPT. Siguiendo los análisis preliminares de las diferentes metaheurísticas en la sección 4.2, se define al algoritmo genético y a la búsqueda tabú como los métodos que conformaran el algoritmo híbrido del problema. A continuación, se expone detalladamente las características metodológicas y conceptuales de cada uno de ellos.

6.1. Búsqueda Tabú

Como se vio anteriormente, esta metaheurística fue propuesta por Fred Glover en 1986. Es un procedimiento basado en la heurística de búsqueda local, con la diferencia de que la Búsqueda Tabú enfoca su objetivo en la obtención del óptimo global del espacio de solución (Batista & Glover, 2007). Esta metodología, tiene un componente fuerte de uso de memoria, a corto y largo plazo, usada para caracterizar las soluciones obtenidas en función de lo reciente y lo frecuente, respectivamente. A continuación, se describen los elementos que conforman la metodología, abordando, además, su interrelación para el desarrollo de la misma (Riojas Cañari, 2005).

6.1.1. Solución factible y función objetivo

Con base en un problema de optimización combinatoria, entiéndase a X como el conjunto de soluciones factibles del mismo. Siguiendo los elementos de formulación matemática de este tipo de problemas, se determina a FO como la función objetivo a optimizar.

6.1.2. Solución inicial

Defínase a x_0 como la solución inicial del algoritmo. Es el punto a partir del cual el algoritmo inicial la búsqueda en la primera iteración IT.

6.1.3. Vecindario

A través de movimientos, la solución actual, que puede ser la inicial, calcula su vecindario $N(x)$, del cual, se escoge una nueva solución a partir de un criterio de selección.

6.1.4. Lista Tabú $T(x, k)$

Contiene aquellas soluciones que no pueden ser elegidas. Relaciona la memoria a corto plazo, luego en ella, se encuentran las soluciones visitadas recientemente que son penalizadas a partir del tenure, el cual, si es el mismo para todos los elementos, define el tamaño de la lista. Se define como solución Tabú a aquella que se encuentra penalizada.

6.1.5. Criterio de aspiración

Permite que soluciones tabúes sean admisibles dentro de los posibles seleccionados. Estos criterios pueden clasificarse en:

- **Aspiración por defecto.** Ocurre cuando todos los movimientos posibles se encuentran dentro de la lista. En este caso, se selecciona la solución menos tabú, es decir, la que cuente con menor penalización.
- **Aspiración por objetivo.** Cuando una solución tabú satisface que es la mejor de todas las previamente obtenidas.
- **Aspiración por dirección de búsqueda.** Cuando la aspiración es por atributo y la dirección en la solución actual proporciona un mejoramiento.

6.1.6. Memoria

El uso de memoria en esta metaheurística se enfoca en cuatro dimensiones:

- **Calidad.** Identifica que hace tan buenas a ciertas soluciones e incentiva la búsqueda a partir de esto para lograr buenas soluciones
- **Influencia.** Mide el grado de cambio en la estructura de las soluciones, es decir, tiene en cuenta el impacto de las elecciones que se hacen en la búsqueda.
- **Memoria a corto plazo.** Como se vio anteriormente, está ligada a lo reciente (Lista tabú).

- **Memoria a largo plazo.** Se basa en lo frecuente, proporciona información complementaria a la suministrada por la memoria a corto plazo. El uso de esta memoria permite penalizar ciertos movimientos frecuentes $L(x, k)$, lo cual permite ampliar la búsqueda a otras regiones evitando óptimos locales.

6.1.7. Criterio de parada

Se encarga de detener al algoritmo, puede determinarse a partir de un número de iteraciones determinado o a partir de las características de las soluciones obtenidas. Sin embargo, en este último caso, es necesario definir un máximo de iteraciones para que el algoritmo culmine y no itere infinitamente.

6.1.8. Estrategias de búsqueda

Estas se definen en función de cómo se emplean los elementos anteriores, específicamente del uso que se le da a la memoria de largo plazo. Estas pueden ser:

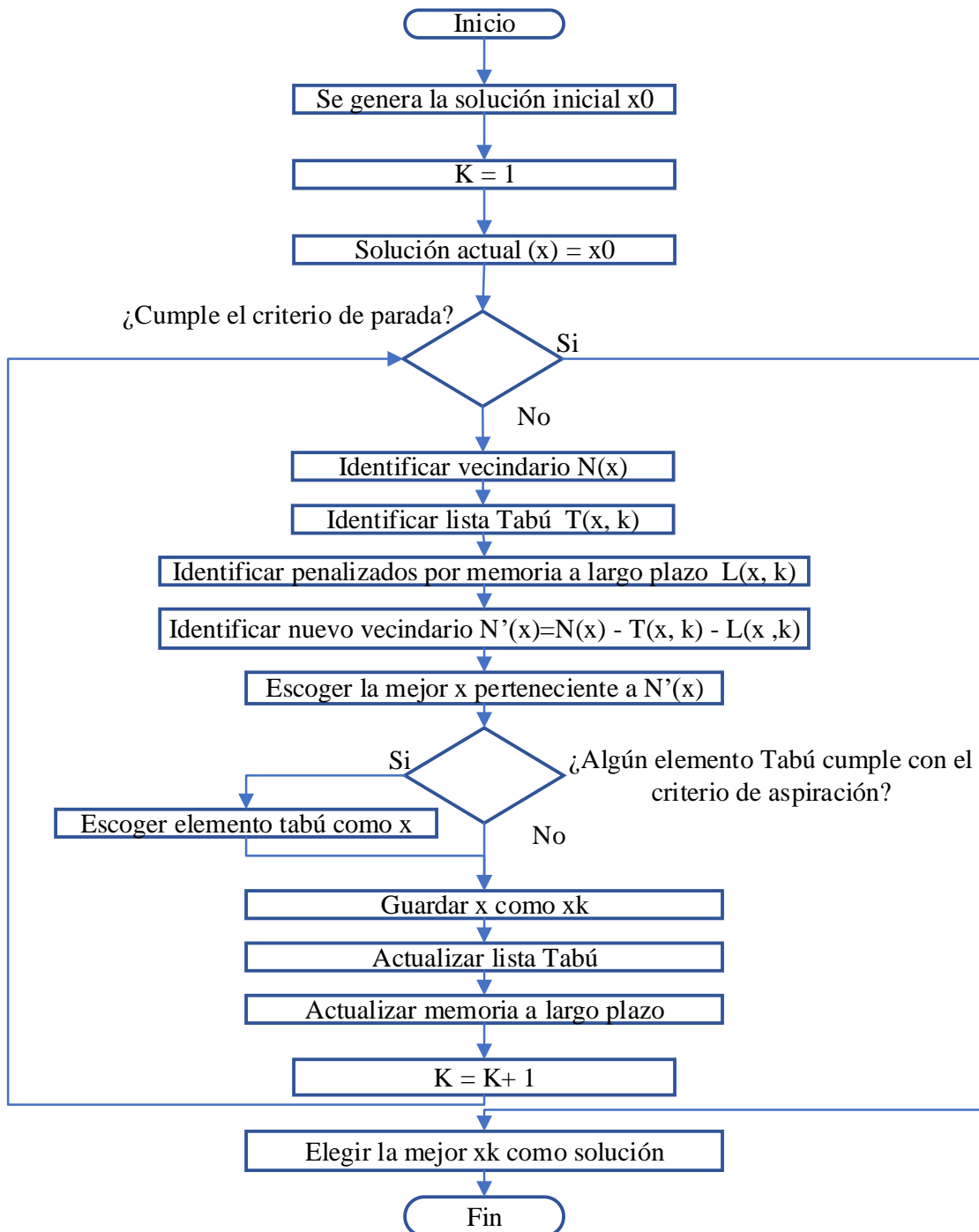
- **Intensificación.** En esta estrategia se hace una búsqueda intensiva en las vecindades de las buenas soluciones, considerando los atributos que resaltan en ellas. También llamada búsqueda vertical.
- **Diversificación.** Trata de buscar en otros campos no explorados, considerando atributos poco frecuentes. También llamada búsqueda horizontal.
- **Re – encadenamiento.** Integra las estrategias de intensificación y diversificación. Intenta generar nuevas soluciones a partir de la exploración de las trayectorias de las buenas soluciones.
- **Oscilación estratégica.** Consiste en no detenerse en el límite establecido. Esta estrategia permite cruzarlo y modificar la definición del entorno y criterio de evaluación.

6.1.9. Metodología de la Búsqueda Tabú

A continuación, en la Figura 10, se indica el funcionamiento del algoritmo en función de los elementos mencionados a partir de un diagrama de flujo.

Figura 10

Diagrama de flujo Búsqueda Tabú



Nota: Adaptado de Riojas Cañari (2005)

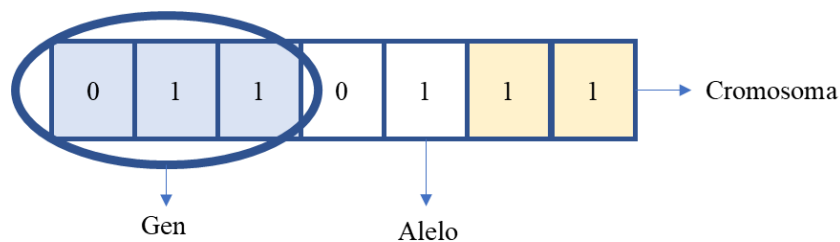
6.2. Algoritmo genético

Propuesto por Holland en 1975. Como otras metaheurísticas, esta metodología busca emular un proceso de la naturaleza, en este caso, el principio de sobrevivencia del más apto propuesto en la teoría de selección natural de Charles Darwin. Estos algoritmos genéticos, como se vio en la sección 4.2 con los algoritmos evolutivos, basan su búsqueda a partir de la población; esta característica, los capacita para resolver todo tipo de problemas de optimización (Convexos, discretos, continuos) sin diferenciación alguna entre ellos. Esta metaheurística, comprende un alto nivel de dificultad debido a la cantidad de parámetros que el mismo considera en la definición de la búsqueda; lo anterior, considerando los operadores que deben desarrollarse en la ejecución del algoritmo (Reed et al., 2000).

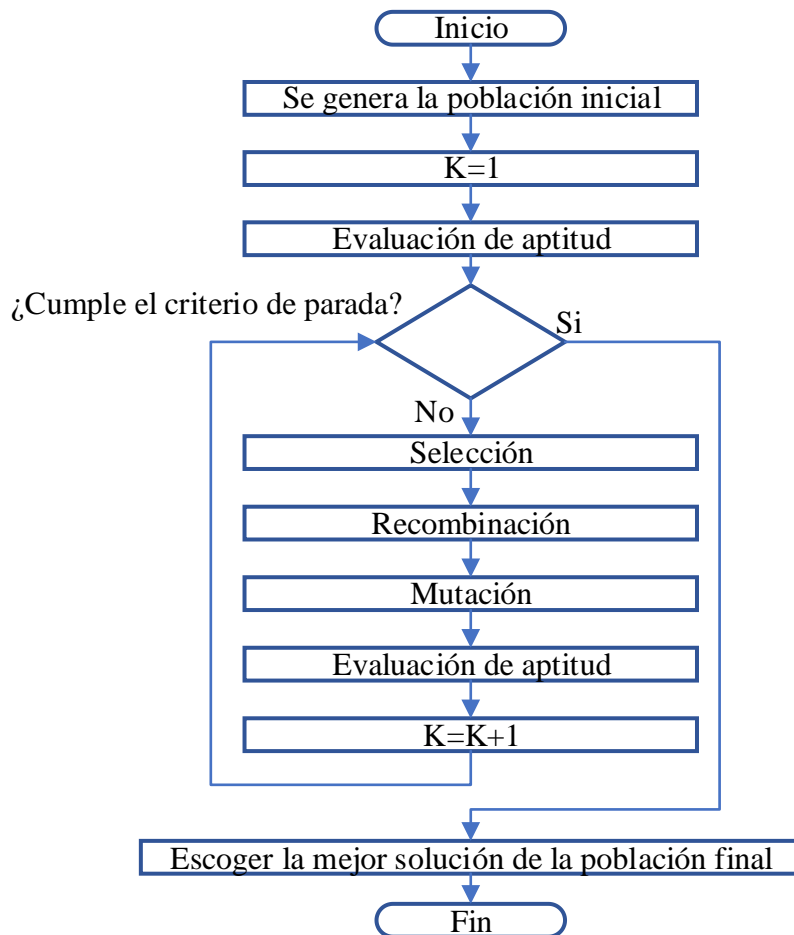
En un algoritmo genético, paralelo con la naturaleza, cada solución factible se denomina cromosoma, el cual, esta codificado por un conjunto de genes. Cada gen determina un parámetro de estudio, el cual se descompone en determinados alelos (ver figura 11). La población se define como un conjunto de N soluciones factibles; mientras que la aptitud de un cromosoma se mide a partir de la función objetivo, es decir, el individuo más apto será el que ofrezca el mejor valor de este elemento (Taha, 2017).

Figura 11

Cromosoma – Gen – Alelo



El algoritmo funciona de forma iterativa, en donde a partir de una serie de etapas ya establecidas (selección, recombinación y mutación) se busca la mejor solución del problema a optimizar. Como en toda metaheurística existe un criterio de parada, el cual, depende de las características de la solución encontrada o de un número máximo de iteraciones establecida. A continuación, se definen las etapas previamente mencionadas.

Figura 12*Diagrama de flujo algoritmo genético*

Nota: Adaptado de Deb (1998)

6.2.1. Codificación y generación de la población inicial

El primer paso para el desarrollo de un algoritmo genético es la generación de la población inicial. Esta población, generalmente se logra a partir de procesos aleatorios (Hillier y Lieberman, 2015) o Heurísticas y constituye el punto de partida de la metodología; sin embargo, previo a este proceso, es necesario un análisis detallado del problema a optimizar, con el objetivo de identificar la correcta codificación de los cromosomas y la forma en la que estos podrán evaluarse en la función objetivo. Esta etapa de análisis es crucial para la efectividad del método en general, ya que una errada codificación, sin importar las consideraciones de las siguientes etapas, puede generar malas soluciones o que simplemente no se alcance el óptimo global buscado.

6.2.2. Evaluación de fitness (aptitud)

Lograda la población inicial, el siguiente paso corresponde a la evaluación de aptitud o fitness de cada uno de los individuos. Esto se realiza a partir de la función objetivo, y corresponde a un paso fundamental para el desarrollo de las siguientes etapas del algoritmo. Esta función fitness generalmente se calcula a partir del recíproco de la función, lo cual, es recomendable para problemas de minimización (Deb, 1998). La evaluación de la aptitud puede realizarse reiteradas veces dentro de una misma iteración dependiendo del diseño y las necesidades del algoritmo; sin embargo, es requerido evaluar a toda la población al final de cada iteración, con el objetivo de que cada vez que se inicie una nueva se cuente con la misma información para el desarrollo de las etapas siguientes.

6.2.3. Selección

Es la primera operación aplicada a los individuos de la población. Su objetivo es seleccionar a aquellos más aptos para que estos se conviertan en los padres de la siguiente generación, definiendo la cantidad hijos o descendientes de cada uno de ellos y considerando que el tamaño de la población en cada etapa del algoritmo debe ser siempre el mismo. La selección debe ser sesgada hacia los individuos que tengan un mejor fitness (Hillier y Lieberman, 2015). Sin embargo, no deben desecharse a aquellos cromosomas de baja aptitud, con el fin de que la población no se vuelva homogénea rápidamente. Para ejecutar esta etapa, es necesaria una metodología particular que comprenda el fitness de cada individuo, por lo anterior, selecciones completamente aleatorias no son consideradas lo suficientemente efectivas (Derbel et al., 2012). A partir de lo mencionado, resalta entre la literatura dos métodos para ejecutar el proceso de selección, los cuales, se exponen a continuación.

6.2.3.1. Selección por ruleta. Este método se encarga de asignar una probabilidad de selección proporcional al valor de la función fitness de cada individuo. Esta probabilidad se asigna ponderando la aptitud de cada cromosoma en función de la aptitud total de toda la población (sumatoria de cada individuo). La sumatoria de estas probabilidades debe ser igual a la unidad, y estas se asignan en una ruleta para una selección aleatoria. Se calcula entonces una distribución acumulada de probabilidad para cada individuo, los cuales, serán seleccionados como progenitores si al ejecutar un número aleatorio en el intervalo de $[0,1]$ cae dentro de su campo en la ruleta. La siguiente tabla ejemplifica este procedimiento.

Tabla 13

Ejemplo – Selección por ruleta

Individuo	Fitness	Probabilidad	Probabilidad acumulada
1	15	0.3846	0.3846
2	3	0.0769	0.4615
3	9	0.2308	0.6923
4	12	0.3077	1

Nótese entonces que, la columna de probabilidad acumulada define el individuo a seleccionar, es decir, si al lanzar el número aleatorio este resulta igual a 0.5 el individuo seleccionado sería el número 3, mientras que si el aleatorio resulta ser 0.8 se escogería al individuo 4.

Para definir la cantidad de hijos que tendrá cada uno de los padres seleccionados, el método usa la siguiente relación fi/\bar{f} donde \bar{f} significa la función fitness promedio de toda la población y fi corresponde a la aptitud del individuo seleccionado (Whitley, 1993).

6.2.3.2. Selección por torneo. Esta metodología de selección se enfoca en hacer enfrentamientos entre 2 o más individuos de la población elegidos al azar. El ganador de cada enfrentamiento o torneo se define como el más apto, lo cual, conduce a su selección. No obstante, este método permite agregar componentes estocásticos adicionales, agregando una probabilidad de selección del más apto en cada enfrentamiento, es decir, si se satisface dicha probabilidad se escogerá al cromosoma con mejor fitness, en el caso contrario, al de peor aptitud (Angarita, 2018). La selección por torneo resalta por darle mayor posibilidad de reproducción a individuos con baja aptitud en comparación con otros métodos, además de que no requiere de transformaciones en lo que respecta a la función fitness, ya que esta puede ser directamente la misma función objetivo del problema (Deb, 1998). La cantidad de descendientes de cada padre se determina a partir del número de veces que este gana un torneo.

6.2.4. Recombinación.

Seleccionados los padres, se procede a generar una recombinación o cruce entre ellos para definir la próxima generación. Este proceso ocurre eligiendo al azar 2 de los padres previamente seleccionados, cruzándolos con una probabilidad determinada Pr y obteniendo con esto un par de nuevos cromosomas o hijos (Whitley, 1993). La recombinación puede realizarse bajo 3 metodologías definidas a partir de la cantidad de puntos de cruce a considerar. Cuando se tiene en cuenta un único punto de cruce este se selecciona dentro del cromosoma de forma aleatoria y se realiza la recombinación (ver Figura 13). El mismo procedimiento ocurre cuando se establecen dos puntos de cruce, recombinando en este caso los alelos que se encuentran entre ellos (ver Figura 14). Como se mencionó anteriormente, en estos métodos el cruce ocurre cuando se satisface la probabilidad establecida, la cual, varía según diferentes autores: $Pr = 0.6$ por De Jong (1975), $Pr = 0.9$ propuesta por Grefenstette (1986), $Pr \in [0.75, 0.95]$ por Schaffer et al (1989). El tercer método se denomina cruce uniforme, en donde cada alelo del cromosoma tiene una probabilidad independiente de recombinarse con su paralelo del otro individuo (ver Figura 15). Generalmente esta probabilidad de cruce se establece en 0.5 y se prueba a partir de un número aleatorio en el intervalo de $[0,1]$ (Spears and Anand, 1991).

Figura 13

Ejemplo recombinación – Único punto de cruce – Dos puntos de cruce

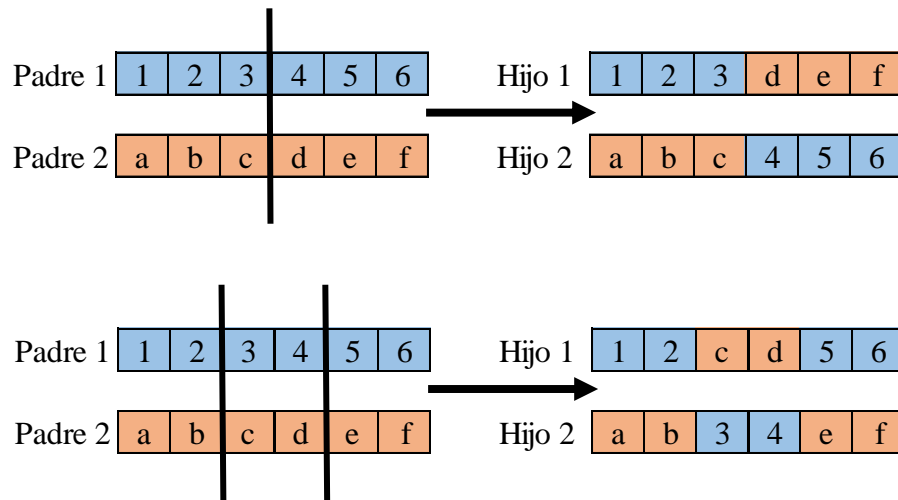
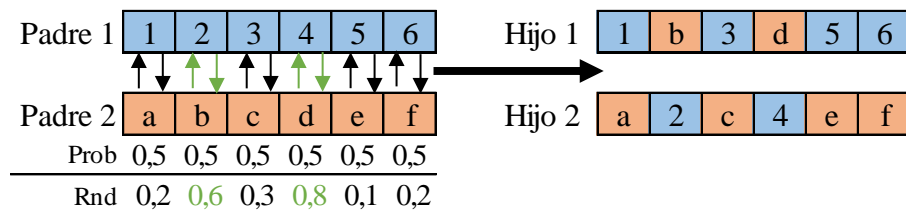


Figura 14

Ejemplo de recombinación – Cruce uniforme.



Al analizar los tipos de recombinación, se determina que cada uno de ellos ofrece diferentes características; nótese que por ejemplo, aplicando un *único punto de cruce*, la búsqueda no será extensiva pero se preservara la mayoría de la información de los padres, mientras que aplicando *cruce uniforme*, la búsqueda se hace extensiva pero la información padre-hijo es mínimamente preservada (Deb, 1998).

Independiente del método de cruce, el objetivo de esta operación es muy simple. Partiendo de la consideración de que cada padre contiene características que lo hacen sobresalir por su aptitud, la recombinación busca obtener descendientes que hereden los mejores genes de ambos progenitores, logrando con esto que cada generación tenga un mejor fitness que la anterior. Sin embargo, otras consideraciones deben ser atendidas en el diseño de esta etapa, ya que no siempre, al realizar el cruce, los hijos resultan con una mejor aptitud que sus padres. En este caso, es

necesario definir si se admite este tipo de herederos (estrategia destructiva) o si únicamente se aceptan aquellos que muestren un mejoramiento en su fitness (estrategia no destructiva). Cualquiera sea la decisión del modelador, si el operador de selección es planteado correctamente las próximas generaciones siempre favorecerán a los hijos con mejor aptitud.

6.2.5. *Mutación*

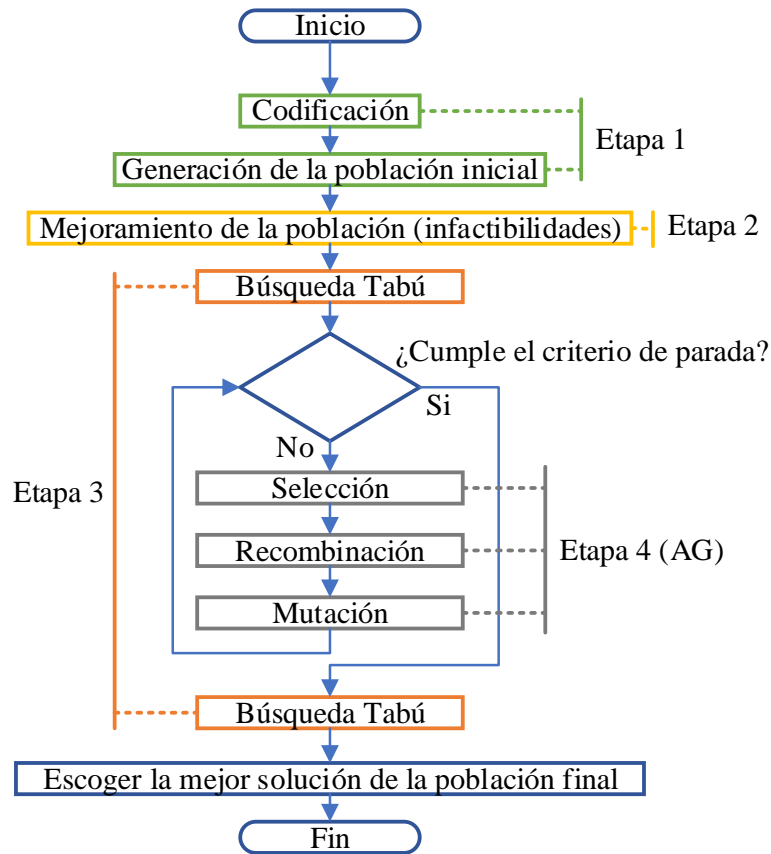
Posterior a la recombinación se lleva a cabo la mutación, la cual, como su nombre lo indica, se encarga de mutar a partir de una probabilidad determinada P_m un alelo aleatorio de cada uno de los cromosomas herederos. Esta operación, acompañada de un correcto diseño, le permite al algoritmo salir de óptimos locales manteniendo la diversificación de la población, lo cual, se considera importante (Derbel et al., 2012). Dependiendo de la característica del alelo, la mutación es llevada a cabo de diferentes formas. Si la codificación es binaria, por ejemplo, este operador simplemente intercambia el bit, mientras que, si el alelo tiene otro tipo de codificación numérica, la mutación se determina según el diseño del código y las características del problema en estudio. Como ya se mencionó, la ejecución de esta etapa depende principalmente de una probabilidad de mutación, la cual, suele ser baja. A continuación, se presentan diferentes tasas de mutación propuestas por algunos autores: $P_m = 0.001$ por De Jong (1975), $P_m = 0.01$ propuesta por Grefenstette (1986), $P_m \in [0.005, 0.01]$ por Schaffer et al (1989) y $P_m = 1/l$, donde l representa la longitud del cromosoma, estudiado por Bäck (1993) y Deb (1998).

7. Diseño del algoritmo híbrido

Definidos los algoritmos que conformaran la metaheurística híbrida, en este capítulo se explicará, detalladamente, el acople cada uno de ellos con el problema de investigación, la forma en cómo se integran entre sí y los diferentes parámetros que el algoritmo debe considerar. Se definieron 4 etapas para el desarrollo de la metodología, las cuales, se ilustran en la Figura 15 y se describen a continuación.

Figura 15

Diagrama de flujo general – Algoritmo híbrido



7.1. Etapa 1. Codificación y generación de la población inicial.

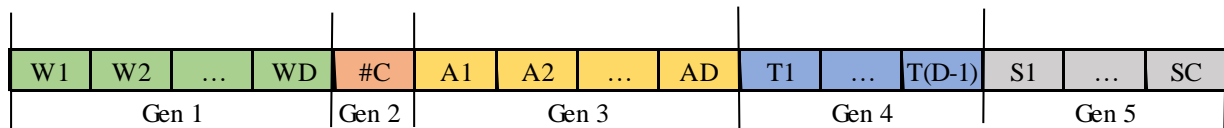
Es importante resaltar que, a partir de la robustez del problema en estudio, se tomará como metaheurística principal al Algoritmo Genético, lo anterior, en función de definir la búsqueda en el espacio de solución por medio de una población de tamaño N, y que cada solución o individuo estará representado a partir de un cromosoma.

7.1.1. Codificación

En función de las características del problema de investigación y tomando como referencia la estructura del cromosoma propuesto por Camacho (2018), se explica, a continuación, la codificación considerada en el presente estudio.

Figura 16

Codificación del cromosoma por periodo.



7.1.1.1. Gen 1. Distribuidores. El primer gen corresponde a los primeros D alelos, donde D hace referencia a la cantidad de distribuidores considerados en el modelo. Define el orden en el que los distribuidores serán visitados desde la planta.

7.1.1.2. Gen 2. Número de visitas. El segundo gen corresponde a los clientes que serán satisfechos en dicho periodo. Su valor es numérico y varía en el intervalo de $[0, C]$, donde C representa la cantidad de clientes pertenecientes a la red del problema. Define las visitas del segundo escalón.

7.1.1.3. Gen 3. Visitas primer escalón. Define cuáles centros de distribución serán satisfechos desde la planta en dicho periodo. Su valor es binario (1 = sí; 0 = no) y define las visitas del primer escalón. Este gen cuenta con D alelos, los cuales, se relacionan con los del gen 1 de forma paralela, es decir, el alelo A1 define si el distribuidor en el alelo W1 será satisfecho, y así sucesivamente con los demás.

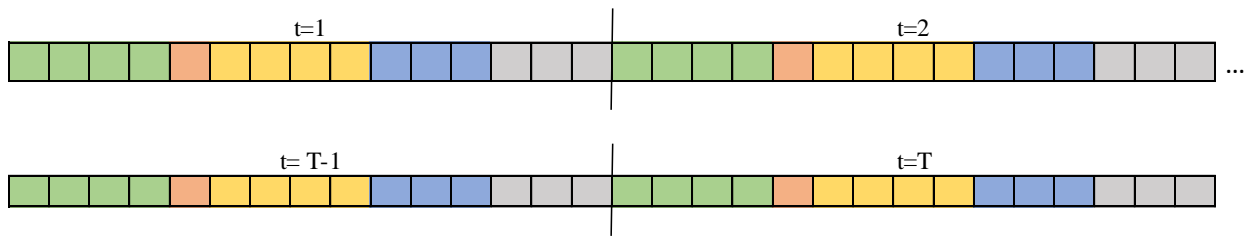
7.1.1.4. Gen 4. Transbordos. Establece si el periodo contará o no con transbordos laterales. Los alelos de este gen son binarios (1 = sí; 0 = no) y el tamaño del mismo es igual a D-1. Este gen se relaciona con el gen 1 en la ejecución del transbordo, es decir, si el alelo T1 es igual a 1 indica que existe transbordo lateral entre los distribuidores en los alelos W1 y W2. Los demás transbordos se establecen siguiendo la misma secuencia.

7.1.1.5. Gen 5. Clientes. Este último gen determina la secuencia en la que serán visitados los clientes. Su valor es numérico y tiene un tamaño de C alelos, donde C corresponde a la cantidad de clientes considerados en el modelo.

Es importante resaltar que el cromosoma expuesto en la Figura 16 corresponde a la codificación de un único periodo. Considerando que el problema de estudio contempla múltiples periodos (T periodos), el cromosoma completo de cada individuo de la población se expondría de la siguiente manera.

Figura 17

Codificación de cromosoma completa



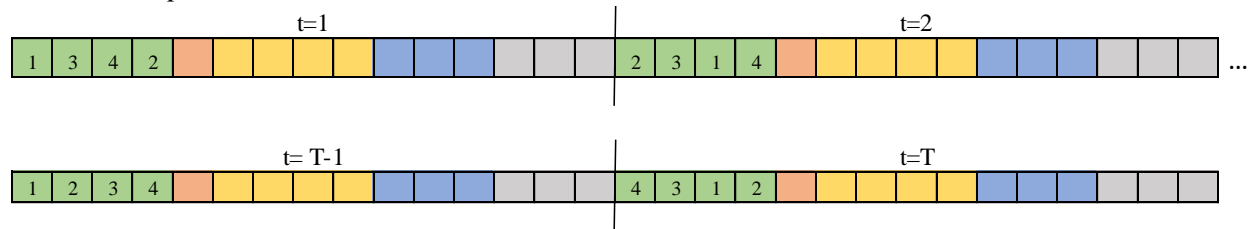
7.1.2. Generación de la población inicial

Definida la codificación de los cromosomas, el próximo paso es establecer cómo se generará cada individuo de la población inicial. El tamaño de la misma (N) se definirá en el próximo capítulo como objeto de estudio; sin embargo, a continuación, se explica cómo se crea, inicialmente, cada uno de los genes de los N individuos. Cabe resaltar que la generación de esta población inicial, debido a las características del problema, se hace de forma completamente aleatoria.

7.1.2.1. Gen 1. Distribuidores. Aleatoriamente, se les asigna un distribuidor en particular a los D primeros alelos de cada cromosoma por periodo. La notación para estos alelos está determinada por el intervalo de $[1, D]$, ya que la planta es considerada como el vértice 0 , mientras que el primer cliente inicia en el vértice $D + 1$.

Figura 18

Generación población inicial – Gen 1



7.1.2.2. Gen 2. Número de visitas. A partir de su definición, este alelo es asignado con un número entero de forma aleatoria en el intervalo de $[0, C]$. Lo anterior se realiza para todos los periodos exceptuando el primero ($t = 1$), ya que, debido a las características del problema (Inventarios iniciales = 0 para todos los vértices del grafo), es necesario que los clientes sean visitados al menos una única vez desde los distribuidores, con el fin de asegurar que la demanda sea satisfecha. Por esta razón, para todos los individuos de la población, el alelo del gen 2 del primer periodo es igual a C.

Figura 19

Generación población inicial – Gen 2

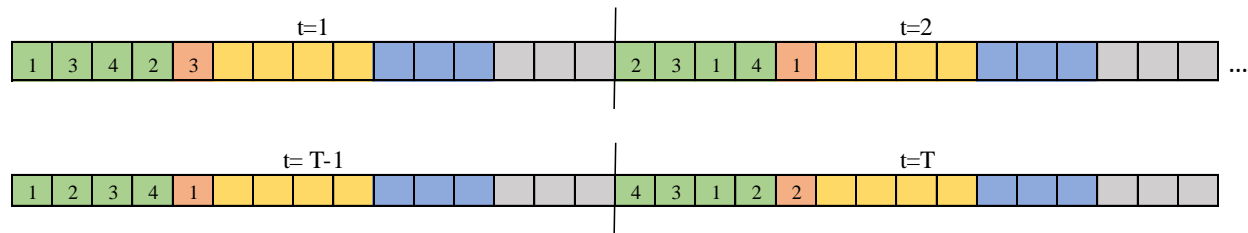
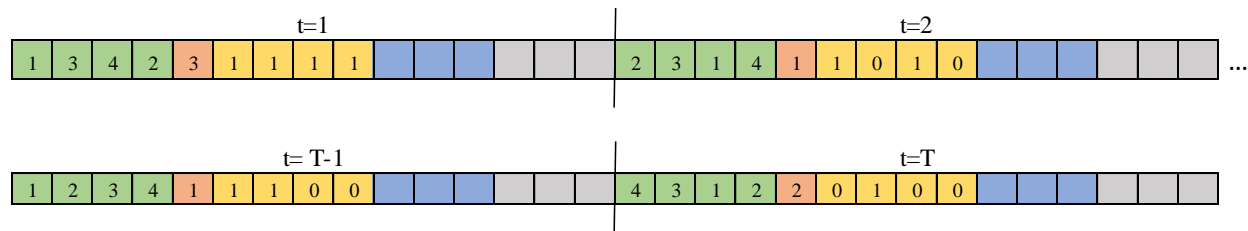


Figura 20

Generación población inicial – Gen 3

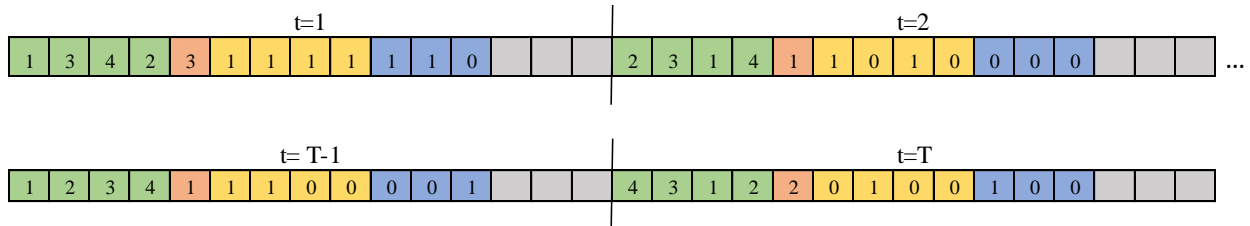


7.1.2.3. Gen 3. Visitas primer escalón. Aleatoriamente, los alelos de este gen son asignados en cada uno de los periodos (ver Figura 20). Sin embargo, a partir de que el problema considera inventarios iniciales iguales a cero para todos los vértices, al igual que con el Gen 2, es necesario asegurar mínimo una visita a los distribuidores desde la planta (siempre que exista demanda); por esto, los alelos de este Gen pertenecientes al primer periodo son iguales a 1. Si bien, parece que se está obligando a visitar a todos los distribuidores en este periodo, más adelante se verá que estas visitas también dependen de la demanda generada por cada uno de ellos, luego se evitan visitas “vacías” u obligatorias sin sentido.

7.1.2.4. Gen 4. Transbordos. Serán asignados de forma aleatoria. Cada alelo define si el distribuidor correspondiente realiza o no el transbordo lateral; no obstante, como se verá en la próxima etapa, esta operación estará ligada a otro factor de demanda, luego esta codificación no genera transbordos evitables.

Figura 21

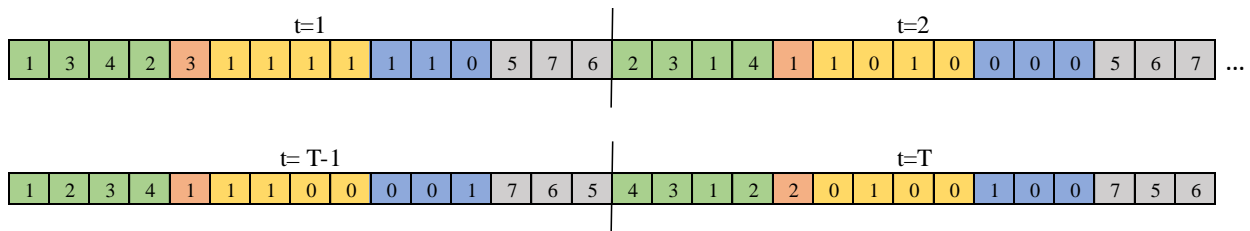
Generación población inicial – Gen 4



7.1.2.5. Gen 5. Clientes. Al igual que los distribuidores, los clientes son asignados a los alelos de este gen de forma aleatoria. La notación por asignar está determinada por números enteros en el intervalo de $[D+1, D+C]$. La asignación finaliza cuando cada uno de los C clientes es situado en un alelo del gen. Este proceso se repite en los demás periodos, lo cual, asegura que se involucre el factor de aleatoriedad en los mismos.

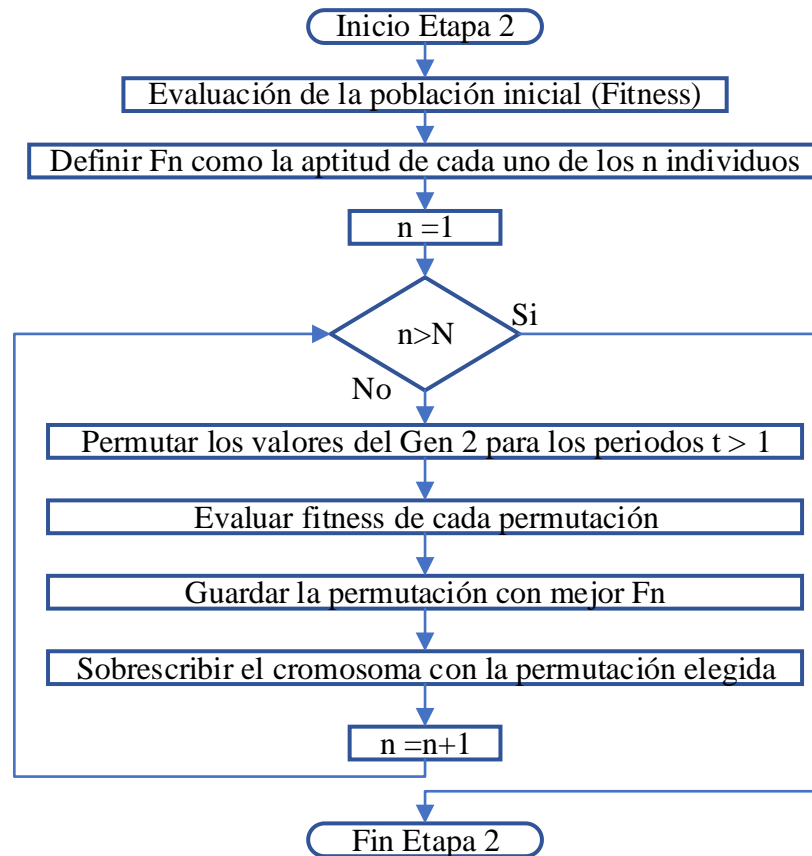
Figura 22

Generación población inicial – Gen 5



7.2. Etapa 2. Mejoramiento de la población (Infactibilidades)

Definido el significado de cada gen, a continuación, se expone la segunda etapa del algoritmo.

Figura 23*Diagrama de flujo etapa 2*

Como se ve en la Figura 23, la segunda etapa está involucrada directamente con la evaluación de la aptitud de cada individuo (función fitness); luego en este punto, es necesario definir cómo se llevará a cabo dicha evaluación, no solo para esta etapa, sino para todas las que la requieran en la ejecución del algoritmo.

7.2.1. Evaluación de aptitud, de la codificación al Fitness

Para realizar este proceso, es necesario definir de qué elementos depende la función objetivo del modelo matemático, ya que esta es tomada como función fitness del algoritmo. Como se evidenció en la sección 5.1, la función objetivo del 2E-IRPT depende de dos costos específicos: transporte y almacenamiento. El primero, está directamente relacionado con el ruteo de vehículos, mientras que el segundo, se enfoca en el inventario existente en los vértices al final de cada periodo. A partir de lo anterior, es necesario definir una metodología para transformar la información suministrada por cada cromosoma, es decir, pasar del código expresado en los alelos

del mismo a un costo determinado por la función objetivo. La metodología propuesta, denominada *transformación*, contempla las siguientes implicaciones:

- Se analiza el individuo de forma descendente en el tiempo, es decir, se inicia con la sección de alelos que definen el periodo T y se finaliza con el tramo del cromosoma correspondiente al primer periodo.
- En cada uno de los periodos, el ruteo se realiza siguiendo una jerarquía:
 - ✓ 1ro segundo escalón
 - ✓ 2do primer escalón
- No se contemplan los parámetros de capacidad de cada uno de los vértices, se penaliza a aquellos individuos que sobrepasen la máxima capacidad (Infactibles).
- Los parámetros de capacidad de las flotas son considerados en el desarrollo del ruteo de ambos escalones.

A continuación, siguiendo con los parámetros de la Tabla 14, se plantea un escenario como ejemplo para el desarrollo de la *transformación*.

Tabla 14

Parámetros del escenario de ejemplo

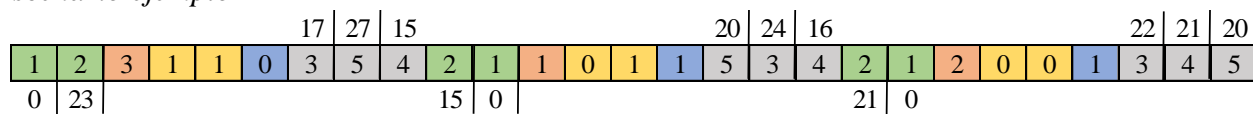
Parámetro	Definición	Valor
D	Número de distribuidores del problema	2
C	Número de clientes del problema	3
K	Tamaño de la flota del primer escalón	2
M	Tamaño de la flota del segundo escalón	2
O_e	Capacidad de almacenamiento en el vértice $e \in V$ (unidades)	30
Q_k	Capacidad de la flota del primer escalón (unidades)	90
Q_m	Capacidad de la flota del segundo escalón (unidades)	40
T	Número de periodos	3
dem_u^t	Demanda del cliente $u \in C$ en el periodo $t \in T$ (unidades)	Aleatorio en el intervalo [10, 30]

Además de los parámetros anteriores, se considera una demanda en distribuidores denotada como $demD_i^t$ donde $i \in D, t \in T$. Esta demanda está compuesta por dos elementos, uno

independiente y otro dependiente. El dependiente está relacionado directamente con la satisfacción de la demanda de los clientes, es decir, se expresa en función de la cantidad de clientes que atiende cada distribuidor. El independiente, es una demanda creada, la cual, está ligada únicamente a los posibles transbordos; luego, un transbordo es generado únicamente si el distribuidor destino tiene una demanda independiente mayor a cero. Este elemento se genera de forma aleatoria en un intervalo de $[0, Q_m]$, y ocurre con una probabilidad 0.5.

Figura 24

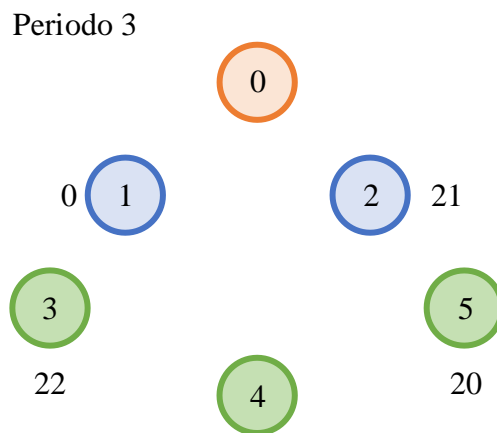
Escenario ejemplo



La figura anterior muestra el ejemplo de un cromosoma a partir de los parámetros mencionados. Nótese que, en él se incluyen los valores de demanda para cada uno de los periodos (la demanda de los distribuidores corresponde al factor independiente). Generado el individuo, y considerando las implicaciones de la metodología, a continuación, se desarrolla la *transformación*.

Figura 25

Vértices ejemplo



Como se indicó anteriormente, se inicia la metodología con el último periodo, en este caso, el periodo 3. El próximo paso es realizar el ruteo siguiendo la jerarquía expuesta, luego, se inicia con el segundo escalón.

Figura 26

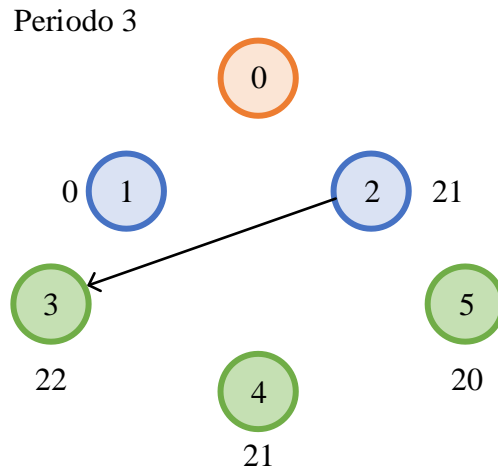
Escenario ejemplo – Periodo 3

2	1	2	0	0	1	3	4	5	
							22	21	20
21							0		

7.2.1.1. Ruteo segundo escalón. Lo primero que se analiza para este ruteo es cuantos clientes deben ser satisfechos y si existe o no transbordo lateral. Como se observa en la Figura 27, el alelo del gen 2 es igual a 2, luego indica que se visitaran 2 clientes en este periodo; además, el alelo del gen 4 es igual a 1, lo cual, determina que sí existe transbordo lateral; sin embargo, como ya se mencionó, el transbordo también depende de la demanda independiente del distribuidor receptor, la cual, en este caso, es igual a cero (demanda del vértice en el alelo 2, gen 1). Por lo anterior, no se ejecuta transbordo para este periodo. Una vez tomada esta decisión, el próximo paso es satisfacer la demanda de los clientes. El primer cliente es el que se encuentra en el vértice 3 (alelo 1, gen 5), luego se inicia la ejecución de la ruta.

Figura 27

Vértices ejemplo – 1

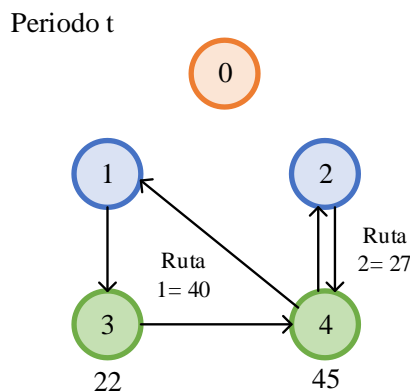


Nótese que el ruteo inicia en el vértice 2, ya que este es el que se encuentra en el alelo 1 del primer gen. El siguiente paso es continuar con la secuencia que propone el cromosoma, en este caso, atender al cliente 4; Sin embargo, debido a la capacidad de la flota del segundo escalón (40), no es posible satisfacer en su totalidad la demanda de este cliente, ya que la capacidad disponible de la ruta es únicamente de 18 unidades (40 – 22). Si al atender un nuevo cliente, su demanda supera la capacidad disponible por la ruta, la metodología propone lo siguiente:

- Caso A.** Si la demanda del cliente a atender es mayor a la capacidad total de la ruta Q_M , se satisface dicha demanda de forma parcial según lo permita la capacidad disponible actual del vehículo. Realizado esto, la demanda restante es atendida de forma inmediata por el siguiente distribuidor (de acuerdo con lo descrito en la sección 5.1) siguiendo la secuencia que propone el cromosoma y considerando si previo a visitar al cliente se realiza o no transbordo lateral (ver Figura 28).

Figura 28

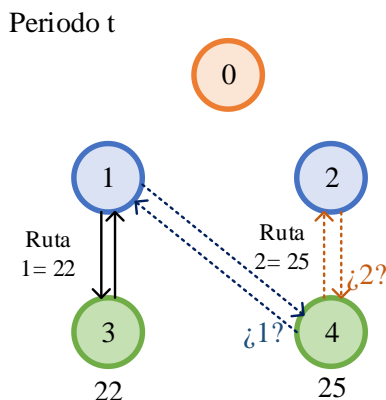
Ejemplo – Demanda mayor a capacidad de ruta



- Caso B.** Si la demanda del cliente a atender es menor o igual a la capacidad total de la ruta Q_m , esta se cierra regresando al nodo de origen. Realizado esto, se evalúa a partir de los costos de transporte cual distribuidor, si el actual o el siguiente, se encarga de atender la demanda respectiva. Se elige aquel que requiera un menor costo de transporte. La *transformación* contempla si previo a visitar al cliente se realiza o no transbordo lateral (ver Figura 29).

Figura 29

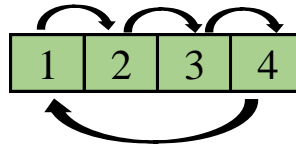
Ejemplo – Demanda menor a la capacidad de la ruta



En ambos casos, si el distribuidor actual se encuentra en el último alelo del primer gen y se requiere pasar al siguiente, se reinicia la secuencia pasando al distribuidor ubicado en el primer alelo. Esta operación es denominada *Ciclo* (ver Figura 30).

Figura 30

Ejemplo secuenciación – Ciclo

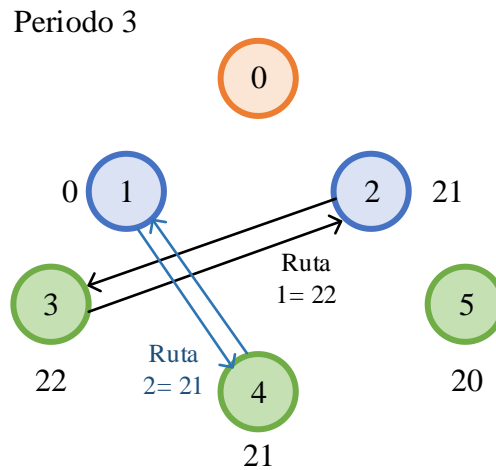


Continuando con el ejemplo que se está abordando, se observa que este satisface las condiciones expuestas en el *Caso B*. Así pues, el próximo paso es evaluar los costos de transporte con respecto al cliente a satisfacer y elegir el mejor. Se asume que, desde este punto de vista, el menor costo se obtiene en el arco 1-4, lo cual incurriría en la ruta expuesta en la Figura 31.

Debido a que, según el cromosoma, en este periodo solo se satisfacen dos clientes, la ruta se cierra culminando con el ruteo del segundo escalón. Por causa de que el cliente en el vértice 5 no fue satisfecho, su demanda se acumula para buscar satisfacerla en los otros periodos.

Figura 31

Vértices ejemplo – 2

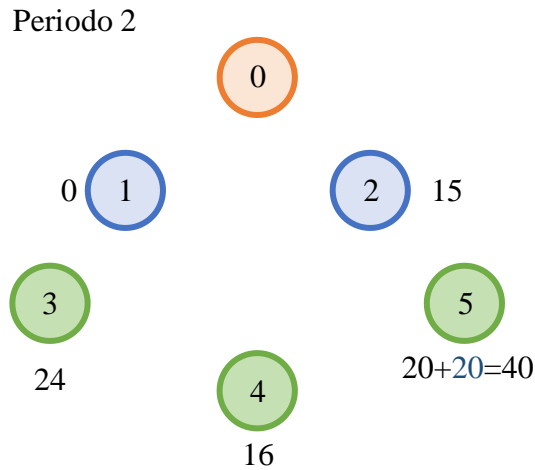


Culminado el ruteo del segundo escalón del periodo tres, se inicia con el del segundo periodo, considerando, como ya se mencionó, la actualización de demanda de aquellos clientes que no fueron visitados. La demanda independiente de los distribuidores no se actualiza, es decir, sin importar si el transbordo lateral se ejecutó o no, esta demanda siempre está definida por los

valores que se determinaron inicialmente (ver Figura 24). A continuación, se expone el grafo inicial para el periodo 2.

Figura 32

Ejemplo vértices – 3



Definido el grafo, se realiza el ruteo considerando las mismas implicaciones ya expuestas, además de los *Casos* (A o B) que se puedan presentar y las demandas de los clientes no satisfechos. Se repite el proceso hasta culminar con el periodo 1.

7.2.1.2. Actualización de las demandas de los distribuidores. Finalizado el ruteo del segundo escalón, el siguiente paso es actualizar las demandas de los distribuidores. Esta operación se realiza a partir de la siguiente ecuación.

$$demD_i^t = \sum \text{Envios a clientes} - \sum \text{Transbordos recibidos} \quad i \in C, t \in T \quad (38)$$

Esta ecuación determina la cantidad de unidades que cada distribuidor demanda a la planta en cada periodo. Si $demD_i^t$ resulta negativa, significa que el distribuidor recibió más unidades por transbordos que las que envió a los clientes, luego, en este caso, $demD_i^t$ se iguala a cero. Es importante resaltar que la demanda independiente generada por los distribuidores únicamente es significativa si el transbordo se realiza; por esto, la formula involucra solamente los transbordos que fueron recibidos.

En el caso del ejemplo abordado, la demanda de cada distribuidor en el periodo 3 se comportaría de acuerdo con la siguiente tabla.

Tabla 15

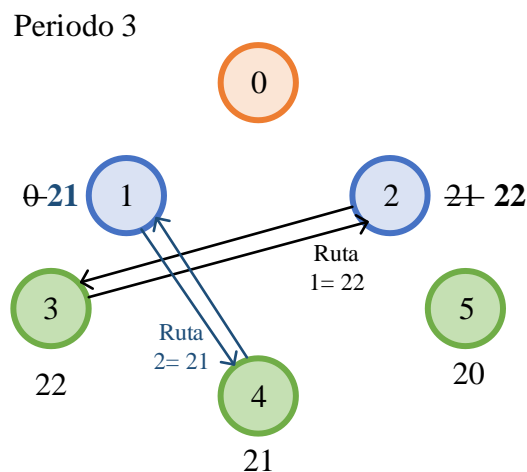
Demanda de los distribuidores periodo 3 – Ejemplo.

Distribuidor	Sumatoria de envíos	Sumatoria de transbordos recibidos	Demanda del periodo
1	21	0	21
2	22	0	22

Nótese que, a pesar de que el distribuidor en el vértice 2 consideraba demanda independiente, esta no se tuvo en cuenta debido a que el transbordo no se realizó. La actualización se realiza para todos los periodos hasta finalizar con el inicial ($t=1$).

7.2.1.3. Ruteo primer escalón. Definidas las demandas de los distribuidores, se ejecuta el ruteo del primer escalón. Considerando que el problema 2E-IRPT propuesto comprende una única planta, este paso resulta mucho más simple que ruteo del segundo escalón. Al existir un solo nodo de origen, la ruta se establece siguiendo la secuencia expuesta por el primer gen del cromosoma en cada periodo, considerando dos factores fundamentales: Los alelos del gen 3 y la demanda de los distribuidores. La visita a cada nodo dependerá de que ambos factores sean factibles, es decir, que el alelo respectivo del gen 3 sea 1 y que la demanda del distribuidor sea positiva. Para ejemplificar el desarrollo de la metodología, se continua con el escenario propuesto.

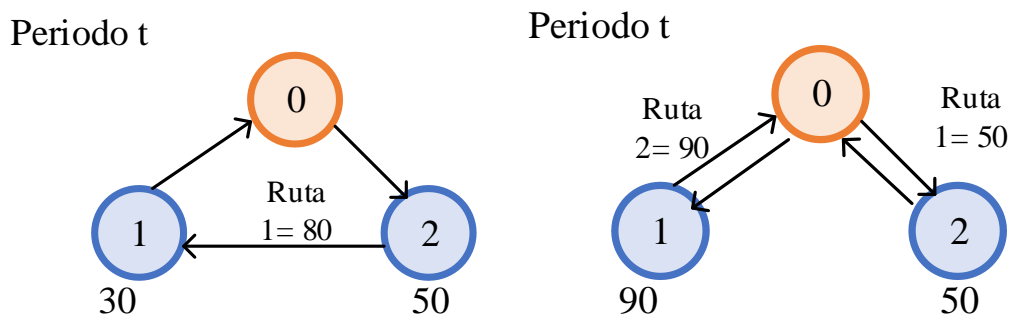
Figura 33
Ejemplo vértices – 4



Debido a que el primer escalón, en este caso, solo cuenta con 3 vértices (la planta y los dos distribuidores), el ruteo se simplifica ya que la secuenciación deja de tener sentido, es decir, la ruta 0-1-2-0 es idéntica a la ruta 0-2-1-0; no obstante, es necesario identificar cuantas rutas se crearan, ya que dependiendo de los factores, estas podrían definirse por pares de nodos (0-1-0, 0-2-0). Para identificar cuantas rutas son necesarias en el primer escalón, la metodología propone seguir la secuencia hasta que la capacidad de la flota sea satisfecha. Si al visitar un nuevo distribuidor la demanda del mismo supera la capacidad disponible del vehículo, la ruta se cierra regresando al nodo de origen (planta) y se genera una nueva para satisfacer al cliente en cuestión (ver Figura 34, recordar parámetro de capacidad del primer escalón $Q_k=90$). Es de resaltar que, a diferencia del segundo escalón y considerando las características del modelo (sección 5.1), al existir un único nodo de origen no es posible realizar entregar parciales a los distribuidores desde la planta.

Figura 34

Ejemplo – Rutas primer escalón



Si observamos el cromosoma que se ha trabajado como ejemplo (Figura 26), a pesar de que ambos distribuidores cuentan con demanda positiva en el periodo 3 (ver Tabla 15), los alelos correspondientes del tercer gen tienen valor de cero, por consiguiente, no se realiza ruteo para este escalón en este periodo. Al igual que con los clientes, los distribuidores que no sean visitados acumularán su demanda a periodos anteriores (recordar que los periodos se analizan regresivamente). El procedimiento finaliza con el ruteo del periodo inicial.

7.2.1.4. Inventarios. Definidos los ruteos, el próximo paso es evaluar los niveles de inventario de los vértices en cada uno de los periodos. Debido a las características del modelo, se establecen las siguientes ecuaciones para calcularlos.

$$I_u^t = \text{Inv. inicial} + \text{unidades recibidas} \times \text{periodo} - \text{dem} \times \text{periodo}$$

$$u \in C, t \in T \quad (39)$$

$$I_i^t = \text{Inv. inicial} + \text{unidades recibidas} \times \text{periodo} + \text{transb recibidos} \times \text{periodo} -$$

$$\text{transb enviados} \times \text{periodo} - \text{unidades despachadas} \times \text{periodo}$$

$$i \in D, t \in T \quad (40)$$

La ecuación 39 se utiliza para el cálculo de los niveles de inventario en clientes, mientras que, la ecuación 40, corresponde a los inventarios en distribuidores. Nótese que en esta última se involucran las unidades afectadas por los transbordos laterales.

Es importante resaltar, como se mencionó previamente, que la *transformación* no involucra la capacidad de almacenamiento de cada vértice, razón por la cual, al calcular los niveles de inventario, algunos de ellos pueden ser superiores a los permitidos. Los individuos que comprendan inventarios superiores a la capacidad establecida son identificados como *Infactibles*.

7.2.1.5. Función objetivo. Determinados los niveles de inventario de cada periodo, y a partir de los ruteos ya definidos, el próximo paso es evaluar la aptitud de cada individuo. La función fitness es la misma función objetivo planteada en la sección 5.2, luego el próximo paso es evaluar a cada individuo siguiendo los costos de almacenamiento y de transporte previamente establecidos.

Los cromosomas que resulten *Infactibles* se penalizan con un costo extra con el objetivo de que estos sean desfavorecidos desde el punto de vista de su aptitud.

7.2.2. Mejoramiento de la población

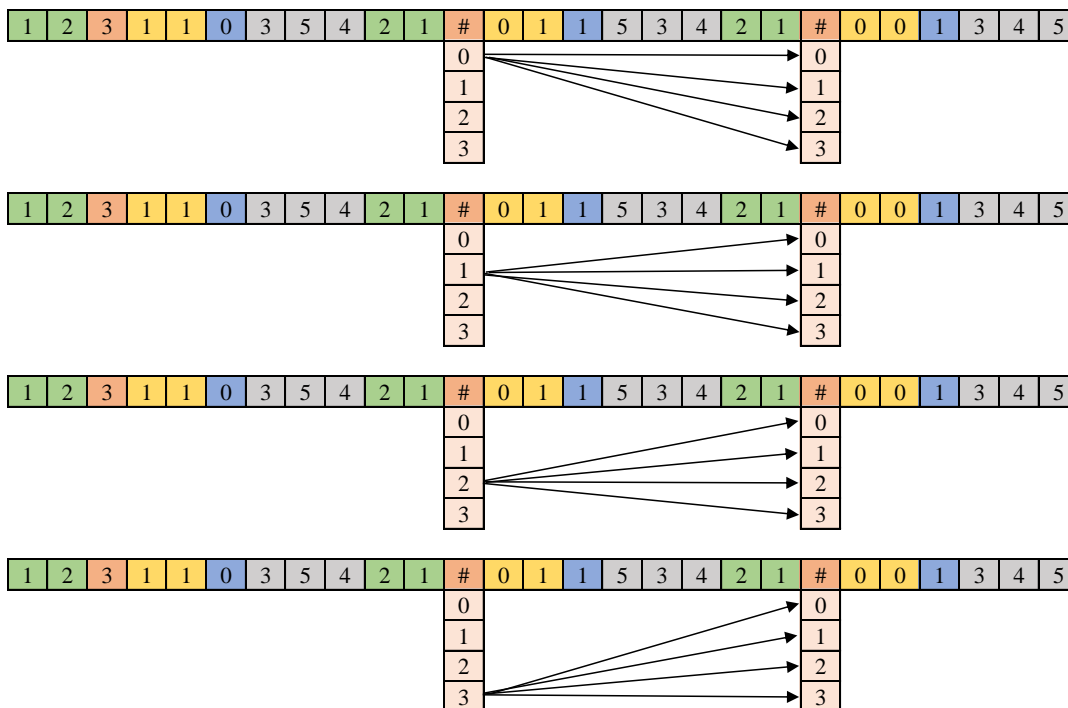
Evalutados los individuos y con el fin de reducir o eliminar a aquellos *Infactibles*, el algoritmo plantea la siguiente metodología para mejorar la población.

Considerando que la información genética de los cromosomas *Infactibles* es importante para el desarrollo de la metaheurística, estos individuos no son eliminados en su totalidad, simplemente se les modifica un gen específico buscando subsanar los excesos de inventario. A partir de las características del modelo se identifica como gen crítico al número dos, el cual, está relacionado con el *número de visitas* a clientes que se realizan en cada periodo. El mejoramiento de la población se encarga de permutar este gen en los alelos del cromosoma correspondientes a

un periodo superior a la inicial. Cabe resaltar que el gen 2 del primer periodo, como ya se definió, siempre será igual a C, razón por la cual no se tiene en cuenta para la permutación. Se eligió este gen como crítico debido a que de él depende que los clientes mantengan o no inventario, sumado al hecho de que estos, a partir de las características del modelo, tienen menor capacidad de almacenaje que los distribuidores.

Figura 35

Mejoramiento de la población inicial – Ejemplo



La figura anterior ejemplifica las permutaciones consideradas en un modelo que comprende 3 periodos de tiempo y 3 clientes a atender. El proceso de mejoramiento se encarga de escoger la mejor permutación a partir del menor costo (aptitud), sobrescribiendo al cromosoma original. Este procedimiento se realiza para todos los individuos, *Infactibles* o no, buscando mejorar la aptitud de la población en general.

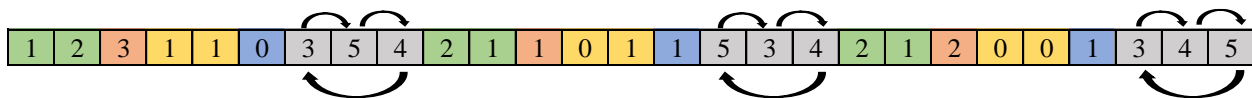
7.3. Etapa 3. Búsqueda Tabú

Mejorada la población inicial, esta etapa se encarga de ejecutar una de las metaheurísticas que componen al algoritmo híbrido: Búsqueda Tabú. A partir de la codificación del cromosoma y buscando modificar y encontrar la secuenciación óptima del segundo escalón, esta metaheurística, en el algoritmo propuesto, se ejecuta exclusivamente para el gen 5 *Clientes*.

A partir de lo anterior, la Búsqueda Tabú se emplea para la secuenciación de las visitas a los clientes en cada periodo, cambiando el orden de los mismos (movimiento) y mejorando la solución actual de cada individuo.

Figura 36

Búsqueda Tabú – Ejemplo



Como se observa en la figura anterior la metaheurística es aplicada en cada uno de los periodos; sin embargo, esta se hace de forma independiente, es decir, primero se aplica la búsqueda en el primer periodo, luego en el segundo, y así sucesivamente hasta finalizar en el periodo T. En la Figura 37 se expone mediante un diagrama de flujo el paso a paso de esta etapa.

Como se vio en la sección 6.1, la Búsqueda Tabú contempla algunos parámetros propios que son necesarios definir. Estos parámetros, al igual que los relacionados con el Algoritmo Genético, están estrictamente relacionados con la ejecución y estructura de cada algoritmo. No obstante, para la ejecución de esta etapa, algunos de los parámetros de la Búsqueda Tabú se relacionan directamente con uno de los parámetros del problema.

7.3.1. Criterio de parada

Se define a partir de un número de iteraciones específico. Debido a que la metaheurística se enfoca únicamente en el último gen, el criterio de parada se establece en función del número de alelos del mismo (C). La siguiente expresión determina las iteraciones que considera la búsqueda.

$$\begin{aligned}
 \text{Criterio de parada} &= \text{Número de iteraciones} \\
 \text{Número de iteraciones} &= C * (C - 1) / 2 \\
 C &= \text{número de clientes}
 \end{aligned}
 \tag{41}$$

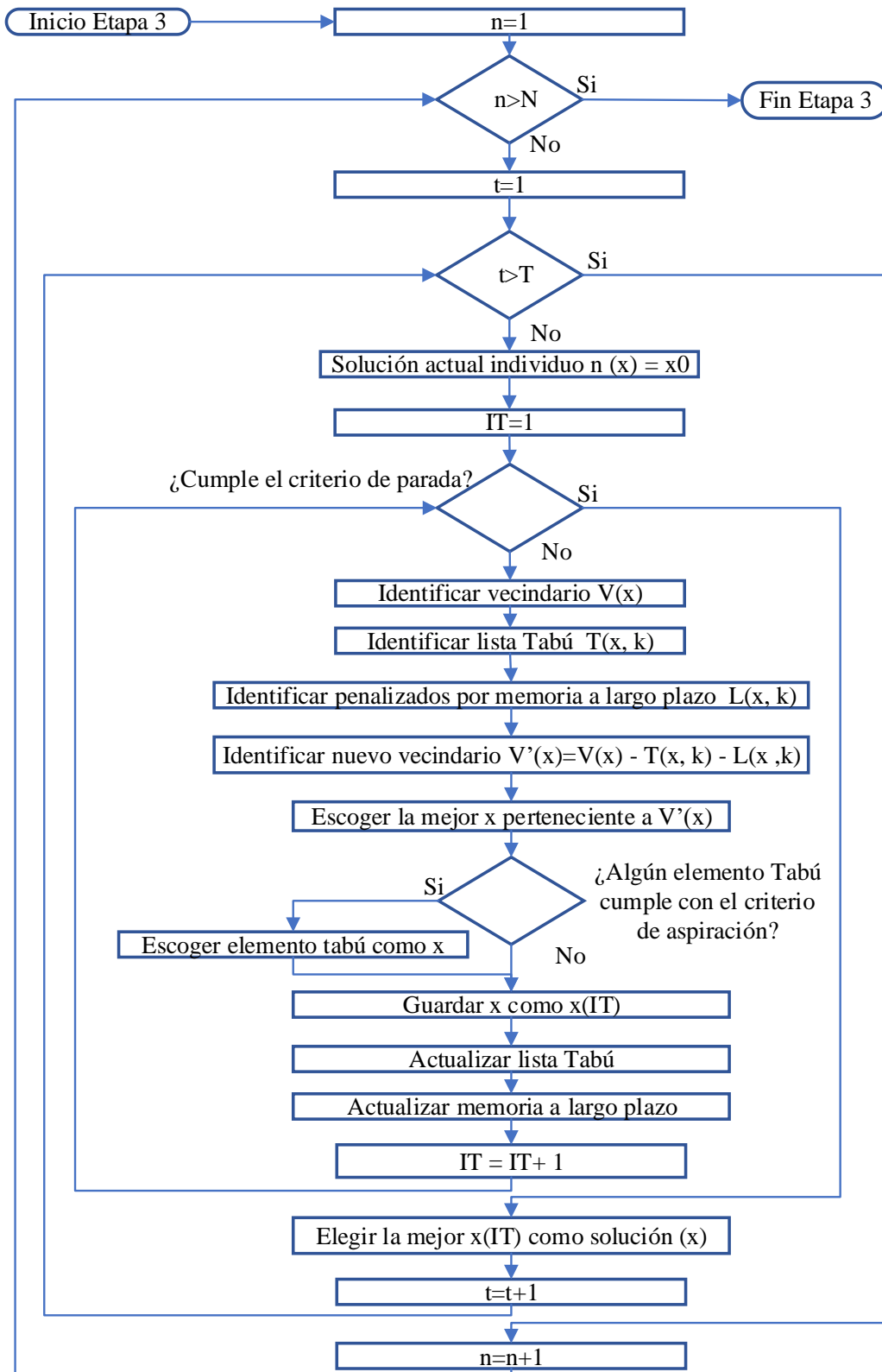
7.3.2. Memoria a corto plazo

Como se definió anteriormente, esta hace referencia a la lista tabú que considera la búsqueda. Su tamaño se define a partir de la siguiente ecuación.

$$\begin{aligned}
 \text{Tamaño MCP} &= C - CH \quad C = \text{número de clientes} \\
 CH &= 1 \text{ si } C = 2, CH = 2 \text{ si } C > 2
 \end{aligned}
 \tag{42}$$

Figura 37

Diagrama de flujo etapa 3



7.3.3. Memoria a largo plazo

En lo respectivo a este parámetro, la penalización por frecuencia se satisface cuando el movimiento cumple con la siguiente expresión.

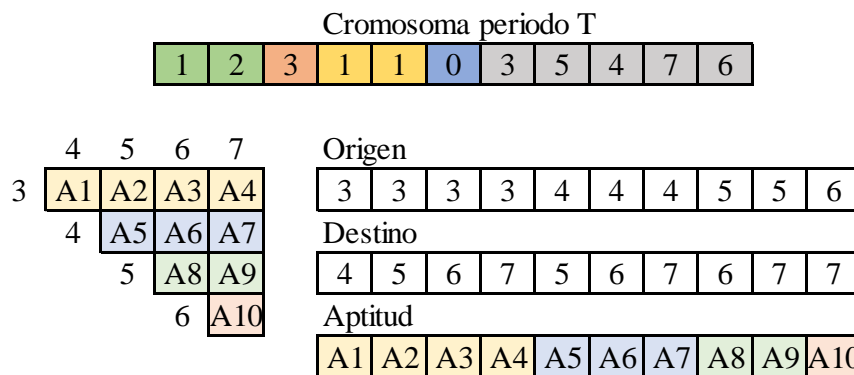
$$\begin{aligned} \text{Frecuencia maxima por movimiento} &= C - CH \\ C &= \text{número de clientes; } CH = 1 \text{ si } C = 2, CH = 2 \text{ si } C > 2 \end{aligned} \tag{43}$$

7.3.4. Criterio de aspiración

Este algoritmo comprende un criterio de aspiración por objetivo, es decir, si un movimiento tabú proporciona una mejor solución en comparación con todas las previamente visitadas, el movimiento pierde su condición tabú y puede ser elegido.

Para el manejo de todos los elementos de esta tercera etapa, el algoritmo es desarrollado de forma vectorial, facilitando con esto el manejo y desarrollo del mismo. Para esto, es necesario transformar el análisis matricial convencional a la estructura vectorial planteada. Las siguientes figuras definen esta adaptación.

Figura 38
Adaptación Búsqueda Tabú – Ejemplo Fitness



Nótese cómo la matriz de doble entrada que representa el vecindario de la solución actual es adaptada a tres vectores de igual tamaño. Uno hace referencia al vértice donde se origina el movimiento, el segundo determina el vértice destino, y el ultimo define el fitness del movimiento en particular. Por ejemplo, si el movimiento mejor evaluado resulta ser el A8, la matriz del vecindario indica que se obtiene al intercambiar las posiciones de los alelos con los vértices 5 y 6. Desde los vectores, la misma información puede ser descrita, ya que la posición del fitness A8

corresponde en los otros vectores al intercambio de los mismos alelos. La misma lógica es utilizada para evaluar la lista tabú y las penalizaciones por frecuencia (ver Figura 39 y Figura 40).

Figura 39

Adaptación Búsqueda Tabú – Ejemplo lista tabú

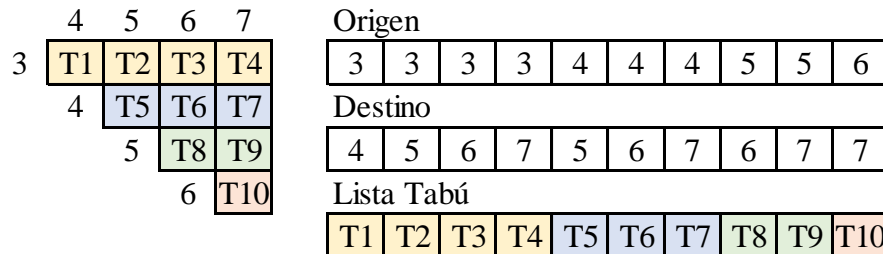
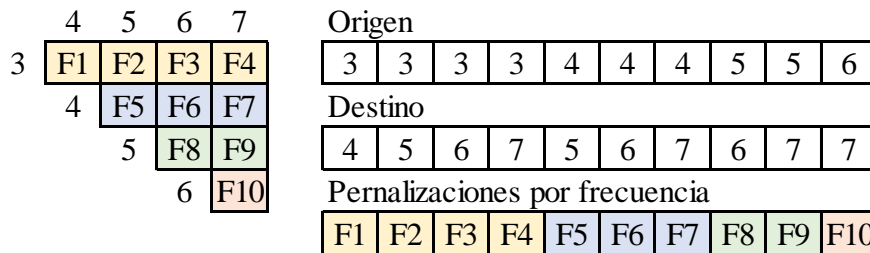


Figura 40

Adaptación Búsqueda Tabú – Ejemplo penalizaciones frecuencia

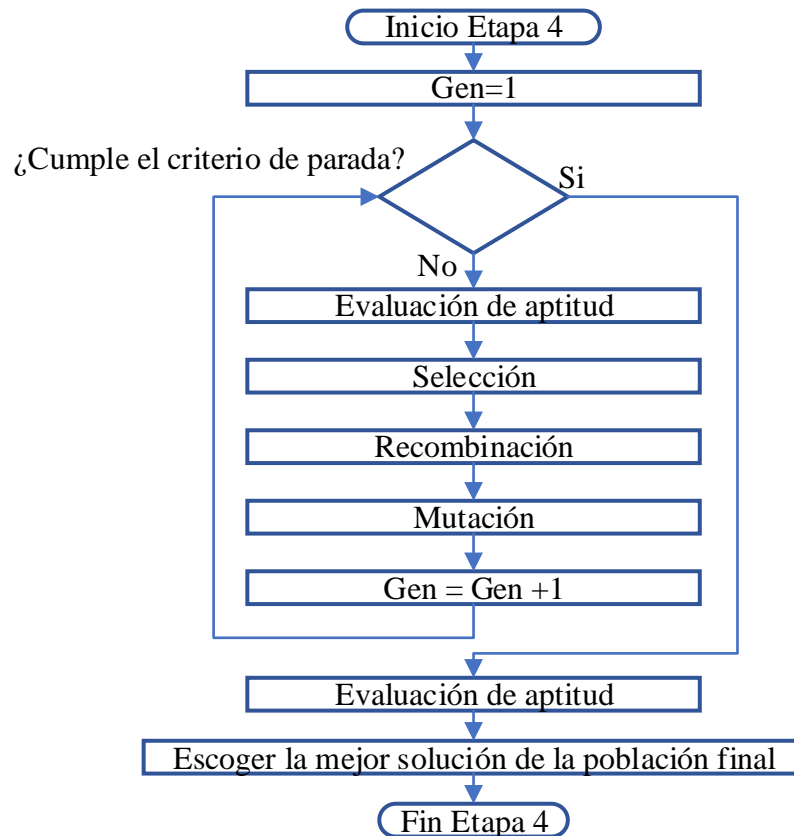


Como se observa en el diagrama de flujo general del algoritmo híbrido (ver Figura 15), se propone que la Búsqueda Tabú se lleve a cabo en dos etapas diferentes, antes y después del Algoritmo Genético. Sin embargo, esta consideración se evalúa en el capítulo 8 y capítulo 9, determinando si la Búsqueda Tabú post Algoritmo Genético proporciona o no un mejoramiento significativo en el fitness de la población.

7.4. Etapa 4. Algoritmo Genético

Figura 41

Diagrama de flujo etapa 4



La figura anterior evidencia el diagrama de flujo correspondiente al algoritmo genético. A continuación, se describen los parámetros de cada uno de los operadores relacionados con la cuarta etapa del algoritmo propuesto.

7.4.1. Selección

Mediante selección por torneos de 2 individuos se determina cuáles son los cromosomas que serán los padres de la siguiente generación. Aquel con mejor fitness (menor costo en la función objetivo) será el que gane el torneo y avanzará a la siguiente operación de recombinación. La cantidad de hijos que cada individuo tendrá depende del número de veces que el mismo gane un torneo. El diseño de este operador no permite competencias entre el mismo individuo.

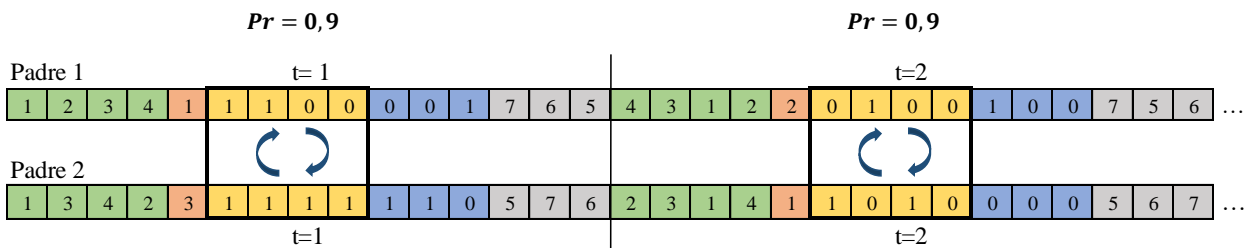
7.4.2. Recombinación

La recombinación o cruce, al igual que la Búsqueda Tabú, se realiza en un gen específico del cromosoma. Considerando que el segundo y quinto gen ya han sido abordados en pasos

anteriores, en este operador únicamente se recombinaran los alelos pertenecientes al gen 3. Se considera entonces una recombinación de dos puntos, con la particularidad de que estos ya están definidos y corresponden a los límites del gen en cuestión. La probabilidad de cruce Pr es igual a 0.9 y se considera una estrategia no destructiva con los descendientes. Debido a que el cromosoma involucra alelos para cada periodo, el cruce se hace independiente en cada uno de ellos, es decir, se analiza el cruce en el periodo inicial y se finaliza en el periodo T.

Figura 42

Recombinación – Ejemplo



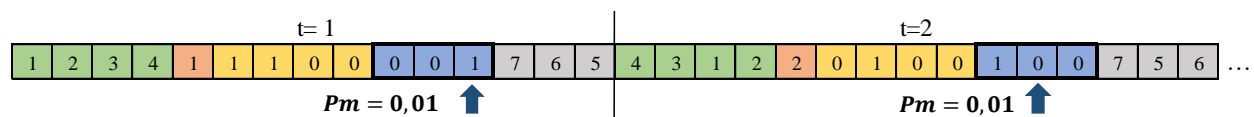
A partir de los individuos seleccionados, se construye la matriz de padres considerando los descendientes de cada uno de ellos. Aleatoriamente se eligen dos padres diferentes y se realiza el cruce siguiendo la probabilidad establecida. Al considerarse estrategia no destructiva con los descendientes, si al realizar el cruce, el fitness mínimo de los hijos resulta mayor al fitness mínimo de los padres, la recombinación es reversada y los padres pasan a la siguiente generación sin cambios en sus cromosomas. El algoritmo admite que un mismo individuo se recombine más de una vez en la creación de la nueva generación.

7.4.3. Mutación

Por su parte, el operador de mutación se enfoca únicamente en el gen 4 correspondiente a los transbordos laterales. Aleatoriamente, se escoge uno de los alelos del gen en cada periodo y se modifica su valor con una probabilidad Pm igual a 0.01. Al tratarse del cuarto gen, y debido a su característica binaria, de ejecutarse la mutación simplemente se cambia el bit del alelo elegido.

Figura 43

Mutación – Ejemplo



Es importante resaltar la justificación del porqué se eligieron los genes 3 y 4 para los operadores de recombinación y mutación respectivamente. Partiendo de que el primer gen no se altera para favorecer aleatoriedad en las soluciones y considerando de que los genes 2 y 5 ya han sido abordados en etapas anteriores del algoritmo, únicamente se disponen de dos opciones para aplicar los operadores de cruce y mutación en los genes 3 y 4 respectivamente: Recombinación-Mutación (RM) o Mutación-Recombinación (MR).

Figura 44

RM – Ejemplo

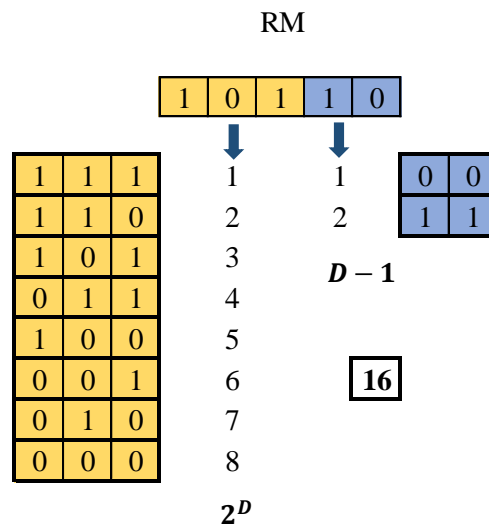
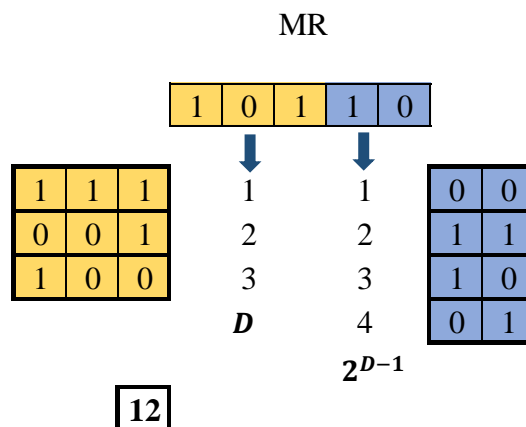


Figura 45

MR – Ejemplo

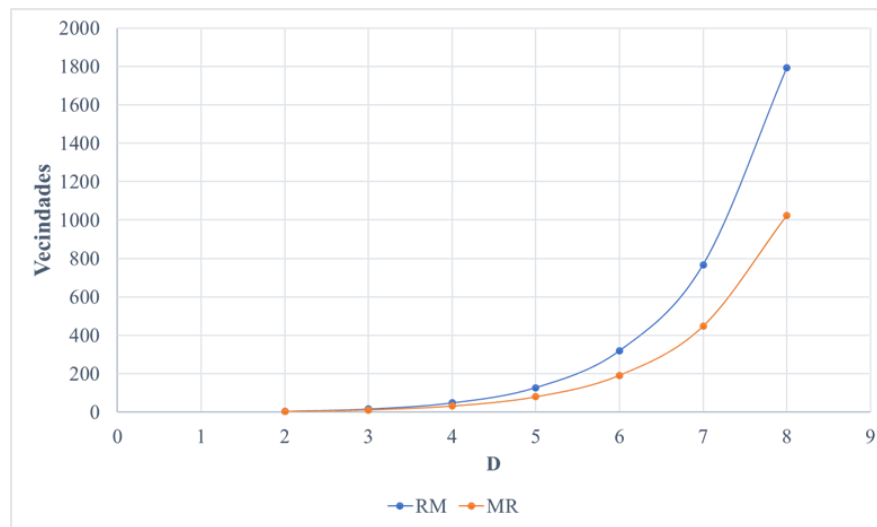


Tomando como ejemplo un problema con 3 distribuidores, y centrándose únicamente en los genes previamente mencionados, la decisión de realizar los operadores en esa secuencia se fundamenta en la *variabilidad* que la misma ofrece. Al observar la Figura 44, caso RM, se

determina que al aplicar recombinación en el gen 3 y mutación en el gen 4, el cromosoma original tiene 16 diferentes vecindarios los cuales podría visitar. En cambio, en la Figura 45, se observa que la secuencia MR, considerando los mismo 3 distribuidores, ofrece únicamente 12 posibles vecindades. Este comportamiento se mantiene en la medida en que D se hace más grande (ver Figura 46), lo cual, hace que la decisión de emplear RM sea la más adecuada favoreciendo la *variabilidad* de la búsqueda del algoritmo, haciéndola más extensiva.

Figura 46

RM vs MR en función de D



7.4.4. Criterio de parada

En esta etapa se considera para el Algoritmo Genético dos criterios de parada, uno en función de la convergencia de las soluciones y otro determinado por un número máximo de generaciones. El diseño del algoritmo permite finalizar esta etapa si los individuos de la población convergen prematuramente a una solución. Lo anterior para evitar que se procesen poblaciones homogéneas, se creen bucles infinitos o se gaste el recurso computacional innecesariamente. El algoritmo determina que la población converge si al realizar la selección aleatoria previo al cruce, luego de **Gen** intentos no se obtienen cromosomas diferentes. Con respecto al segundo criterio de parada, tomando como referencia el número de generaciones propuesto por Camacho (2018), se determina el siguiente conjunto reduciendo en 10 veces las determinadas en su tesis magistral. Lo anterior, considerando las instancias de la investigación.

$$\text{Generaciones} = \text{Gen}, \text{ donde } \text{Gen} \in \{50, 100\} \quad (44)$$

8. Experimentación

Diseñado el algoritmo híbrido para el 2E-IRPT, en este capítulo se definen todos los elementos respectivos a la experimentación de la presente investigación. A continuación, se determinan los parámetros del problema (instancias) y del algoritmo propuesto, así como la metodología de experimentación utilizada.

8.1. Instancias

Se definen 9 diferentes instancias para la evaluación del modelo matemático (2E-IRPT) y del algoritmo híbrido diseñado, adaptadas al problema a partir de Archetti & Laporte (2007). Cada una de estas es caracterizada en función de los parámetros del modelo.

Tabla 16

Parámetros de estructura

Parámetro	Nomenclatura	Valor
Periodos	T	3
Planta	P	1
Distribuidores	D	$2 + \pi$, donde $\pi \in \{0,1,2\}$
Clientes	C	$D + \mu$, donde $\mu \in [0, 5 - D]$, $C \geq D$, $\mu \in \mathbb{Z}^+$
Flota2e	M	$C + D$
Flota1e	K	D

Tabla 17

Parámetros de demanda

Parámetro	Nomenclatura	Valor (unidades)
Demanda clientes	dem_u^t $u \in C$ y $t \in T$	Aleatoria y entera en el intervalo de [50,100]

Tabla 18

Parámetros de capacidad en flotas

Parámetro	Nomenclatura	Valor (unidades/vehículo*periodo)
Flota2e	Q_m	80% de la demanda máxima posible (80 unidades)
Flota1e	Q_k	$100 * C * T$

Tabla 19

Parámetros de capacidad en vértices

Parámetro	Nomenclatura	Valor (unidades / periodo)
Distribuidores	O_i $i \in D$	5 * Máxima demanda posible (500)
Clientes	O_u $u \in C$	Máxima demanda posible (100)

Tabla 20

Parámetros de costo (almacenamiento)

Parámetro	Nomenclatura	Valor unitario (pesos/periodo)
Planta	Ch_a $a \in P$	3
Distribuidores	Ch_i $i \in D$	Aleatorio y entero en el intervalo de [1,5]
Clientes	Ch_u $u \in C$	Aleatorio y entero en el intervalo de [5,10]

Los **costos de transporte** unitarios se definen por vehículo y en función de la distancia euclidiana entre los vértices del grafo. A continuación, se determina la localización de los distribuidores y clientes tomando como referencia la ubicación de la planta.

Tabla 21

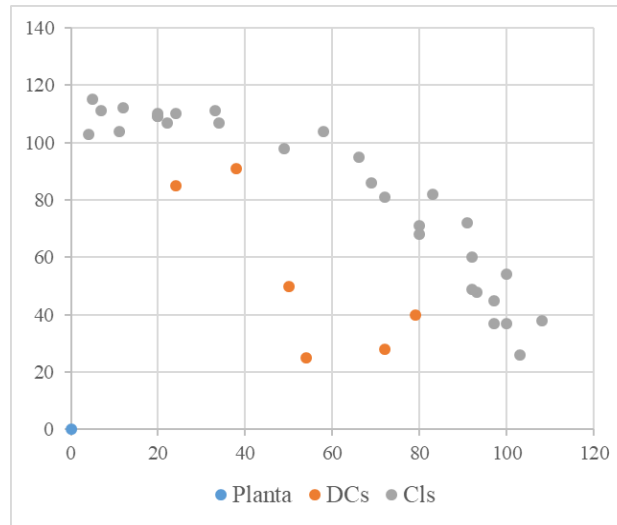
Distancias a planta

Vértice	Distancia a planta (euclidiana)
Distribuidores	Entre 50 y 100 unidades de longitud
Clientes	Entre 100 y 120 unidades de longitud

La gráfica en la Figura 47 ejemplifica lo anterior. Solo se considera el primer cuadrante.

Figura 47

Ejemplo localización vértices



A partir de los parámetros expuestos, las siguientes tablas muestran cómo se conforma cada una de las 9 instancias propuestas.

Tabla 22

Instancias 1-5

Instancia	D	C	Flotas	Capacidades flota	Capacidades almacenamiento	Nomenclatura
1	2	2	K=2	$Q_k = 600$	Cientes=100	1-2-2
			M=4	$Q_m = 80$	Distribuidores=500	
2	2	3	K=2	$Q_k = 900$	Cientes=100	1-2-3
			M=5	$Q_m = 80$	Distribuidores=500	
3	2	4	K=2	$Q_k = 1200$	Cientes=100	1-2-4
			M=6	$Q_m = 80$	Distribuidores=500	
4	2	5	K=2	$Q_k = 1500$	Cientes=100	1-2-5
			M=7	$Q_m = 80$	Distribuidores=500	
5	3	3	K=3	$Q_k = 900$	Cientes=100	1-3-3
			M=6	$Q_m = 80$	Distribuidores=500	

Tabla 23

Instancias 6-9

Instancia	D	C	Flotas	Capacidades flota	Capacidades almacenamiento	Nomenclatura
6	3	4	K=3	$Q_k = 1200$	Cientes=100	1-3-4
			M=7	$Q_m = 80$	Distribuidores=500	
7	3	5	K=3	$Q_k = 1500$	Cientes=100	1-3-5
			M=8	$Q_m = 80$	Distribuidores=500	
8	4	4	K=4	$Q_k = 1200$	Cientes=100	1-4-4
			M=8	$Q_m = 80$	Distribuidores=500	
9	4	5	K=4	$Q_k = 1500$	Cientes=100	1-4-5
			M=9	$Q_m = 80$	Distribuidores=500	

8.2. Parámetros del algoritmo

A partir de las instancias, se plantea un diseño de experimentos en función de los parámetros del algoritmo híbrido propuesto con el fin de establecer la mejor configuración considerando el desempeño del mismo. Se experimenta de forma independiente con cada una de las instancias, replicando tres veces los posibles escenarios y analizando como variable dependiente la función objetivo y el tiempo computacional requerido por el algoritmo. Así pues, los siguientes parámetros son considerados como factores.

Tabla 24

Factores diseño de experimentos

	Factor	Nivel bajo (-1)	Nivel alto (1)
FA	Generaciones AG	50	100
FB	Tamaño de la población	100	200
FC	Búsqueda Tabú post AG	No	Si

Nótese que, a partir de lo anterior, se realiza un diseño factorial 2^3 para cada una de las instancias. Cabe resaltar que en cada uno de estos diseños los parámetros aleatorios del problema,

tales como, demanda, costos de capacidad y localización de los vértices, varían para cada instancia, pero se mantienen iguales para las réplicas que se realizan con cada una de ellas. En el Apéndice A. Hoja *Generadora* se define la generación aleatoria de estos parámetros y los utilizados en cada una de las instancias.

9. Resultados y análisis estadístico

A continuación, se presentan los resultados experimentales de las instancias previamente descritas. Se define, además, a partir del diseño factorial propuesto, cuales factores resultan ser significativos en el estudio de la aptitud (función objetivo-FO) de cada solución y del tiempo computacional requerido (TC). Se determina la mejor configuración de estos factores en cada una de las instancias buscando el objetivo del problema: minimizar los costos logísticos de la red de distribución. A partir de esta configuración, se compara el desempeño del algoritmo híbrido con la solución exacta obtenida mediante programación lineal entera mixta, considerando el valor de la función objetivo (pesos) y del recurso computacional utilizado (segundos). El análisis estadístico se realiza por medio de STATGRAPHICS 18.1.13 (ver Apéndice D), la solución exacta de cada instancia se logra a través de GAMS 3.1.1 (ver Apéndice C) y el algoritmo híbrido propuesto se ejecuta en MATLAB R2020a (ver Apéndice B).

9.1. Instancia 1 (1-2-2)

Los resultados de esta instancia se muestran a continuación. Ninguna de las soluciones encontradas involucró transbordos laterales.

Tabla 25

Resultados Instancia 1

Escenario	FUNCIÓN OBJETIVO			TIEMPO COMPUTACIONAL					
	FA	FB	FC	R1	R2	R3	R1	R2	R3
1	-1	-1	-1	2020	2020	2020	0,795566	0,827173	1,054522
2	1	-1	-1	2020	2020	2020	0,747632	1,106943	1,961519
3	-1	1	-1	2020	2020	2020	3,45442	3,07779	3,066302
4	1	1	-1	2020	2020	2020	5,504815	6,324335	5,975643
5	-1	-1	1	2020	2020	2020	0,945158	0,614247	0,886941
6	1	-1	1	2020	2020	2020	2,963027	2,757869	2,958203
7	-1	1	1	2020	2020	2020	3,144645	3,169067	1,023654
8	1	1	1	2020	2020	2020	4,236021	6,816003	5,783124

Nótese que, sin importar los niveles de los factores, en cada una de las réplicas la mejor solución fue la misma. Lo anterior, indica que ninguno de los factores resulta significativo con respecto a la función objetivo. El tiempo computacional, por su parte, si varia para cada escenario, luego se estudia su relación con los factores a través de la siguiente ANOVA.

Figura 48

ANOVA tiempo computacional – Instancia 1

Análisis de Varianza para TC					
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A:Generaciones	26,1995	1	26,1995	54,09	0,0000
B:Población	48,0449	1	48,0449	99,20	0,0000
C:TB post AG	0,0818202	1	0,0818202	0,17	0,6865
AB	4,44832	1	4,44832	9,18	0,0080
AC	1,6989	1	1,6989	3,51	0,0795
BC	2,57603	1	2,57603	5,32	0,0348
ABC	0,602434	1	0,602434	1,24	0,2812
Error total	7,74946	16	0,484342		
Total (corr.)	91,4013	23			

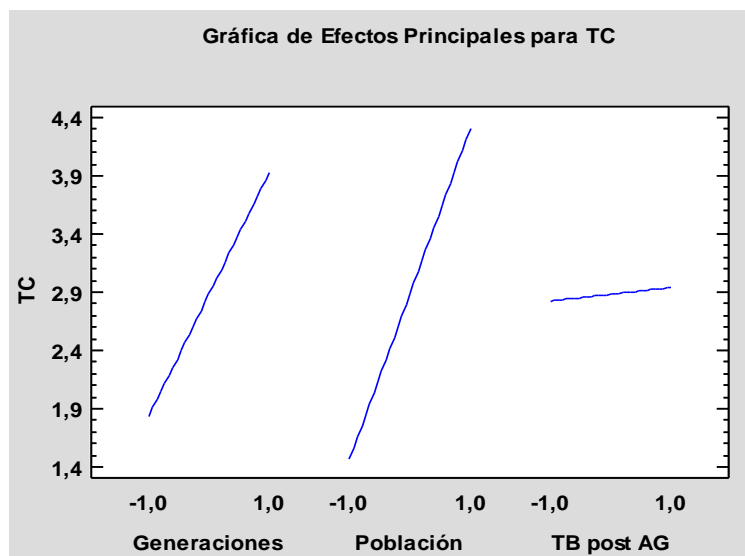
R-cuadrada = 91,5215 por ciento
R-cuadrada (ajustada por g.l.) = 87,8122 por ciento

Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13

La ANOVA de la figura anterior, con un nivel de confianza del 95%, indica que el tiempo computacional para esta instancia depende de los factores principales A y B, así como de la interacción entre los factores A y B, y entre los factores B y C.

Figura 49

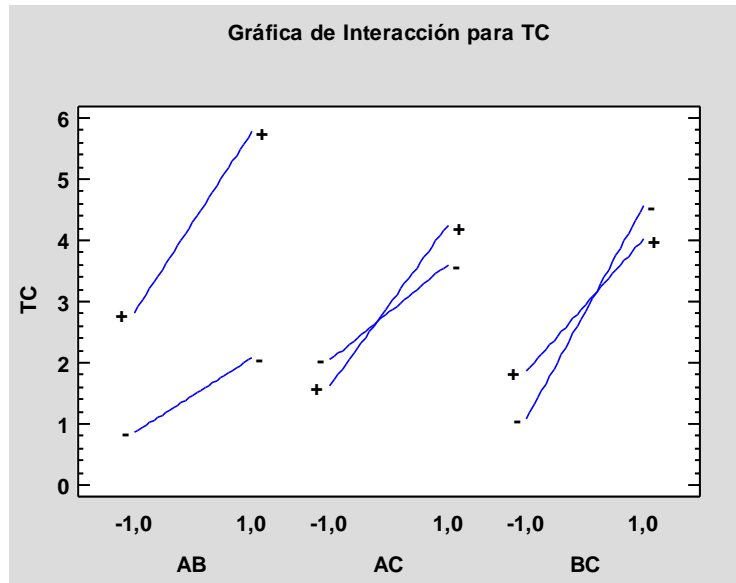
Efectos principales tiempo computacional – Instancia 1



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13

Figura 50

Interacciones tiempo computacional – Instancia 1



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13

La gráfica de efectos principales de la Figura 49 y la gráfica de interacciones de la Figura 50, indica que la mejor configuración para cada factor es la siguiente: Factor A (bajo), Factor B (bajo), Factor C (bajo). La siguiente ecuación representa la regresión respectiva de esta variable dependiente considerando lo estadísticamente significativo.

$$TC = 2,88311 + 1,04482*Generaciones + 1,41488*Población \tag{45}$$

$$+ 0,430519*Generaciones*Población - 0,32762*Población*TB \text{ post AG}$$

A partir de lo anterior, se compara la configuración establecida con los resultados obtenidos en GAMS, encontrando que, no solo se alcanzó el óptimo global de la función, sino que se redujo en un 97.33% el recurso computacional requerido. Se toma como referencia la mejor replica obtenida.

Tabla 26

Desempeño del algoritmo – Mejor configuración Instancia 1

	FO	%Aumento FO	TC	%Reducción TC	Transbordo
GAMS	2020		29.77		NO
HÍBRIDO	2020	0	0,795566	97.33	NO

9.2. Instancia 2 (1-2-3)

La siguiente tabla indica los resultados obtenidos para esta instancia. Ninguna de las soluciones encontradas involucró transbordos laterales.

Tabla 27

Resultados Instancia 2

Escenario	FA	FB	FC	FUNCIÓN OBJETIVO			TIEMPO COMPUTACIONAL		
				R1	R2	R3	R1	R2	R3
1	-1	-1	-1	1288	1288	1288	1,615528	0,940822	0,882296
2	1	-1	-1	1288	1288	1356	1,778249	1,771663	2,9227
3	-1	1	-1	1288	1288	1288	4,686817	2,731506	4,891549
4	1	1	-1	1288	1288	1288	6,626506	8,430877	8,442172
5	-1	-1	1	1288	1288	1288	2,087514	2,109165	2,779071
6	1	-1	1	1288	1288	1288	1,693474	1,675016	1,39468
7	-1	1	1	1288	1288	1288	2,554971	2,414513	3,042094
8	1	1	1	1288	1288	1288	7,257671	4,921587	8,690944

Los resultados indican que los escenarios convergen en la misma solución, ya que se determina que la réplica diferente no es estadísticamente significativa para indicar lo contrario (Ver apéndice – Instancia 2), razón por la cual, únicamente se analiza el tiempo computacional consumido. La siguiente ANOVA, con un nivel de confianza del 95%, indica los resultados del análisis.

Figura 51

ANOVA tiempo computacional – Instancia 2

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A:Generaciones	25,7709	1	25,7709	29,33	0,0001
B:Población	77,1888	1	77,1888	87,84	0,0000
C:TB post AG	1,08375	1	1,08375	1,23	0,2832
AB	22,4788	1	22,4788	25,58	0,0001
AC	0,533299	1	0,533299	0,61	0,4473
BC	3,19399	1	3,19399	3,63	0,0747
ABC	1,99267	1	1,99267	2,27	0,1516
Error total	14,0602	16	0,878761		
Total (corr.)	146,302	23			

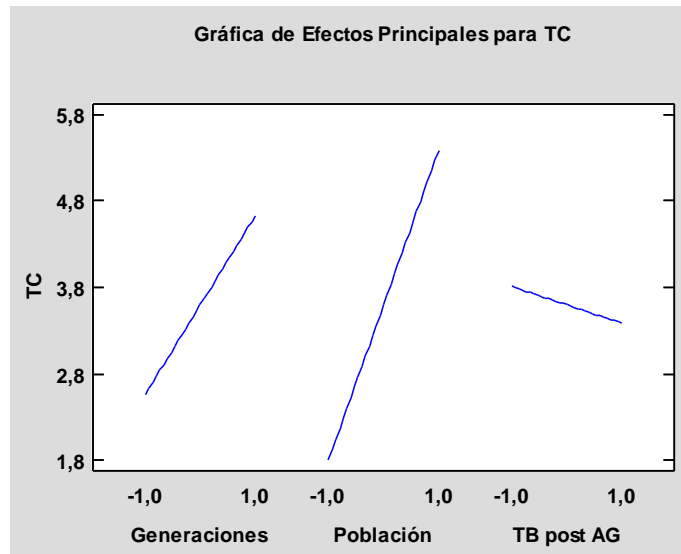
R-cuadrada = 90,3896 por ciento
R-cuadrada (ajustada por g.l.) = 86,1851 por ciento

Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13

Como se observa, los factores A y B, así como la interacción entre los mismo resultan ser estadísticamente significativos con respecto a esta variable de estudio.

Figura 52

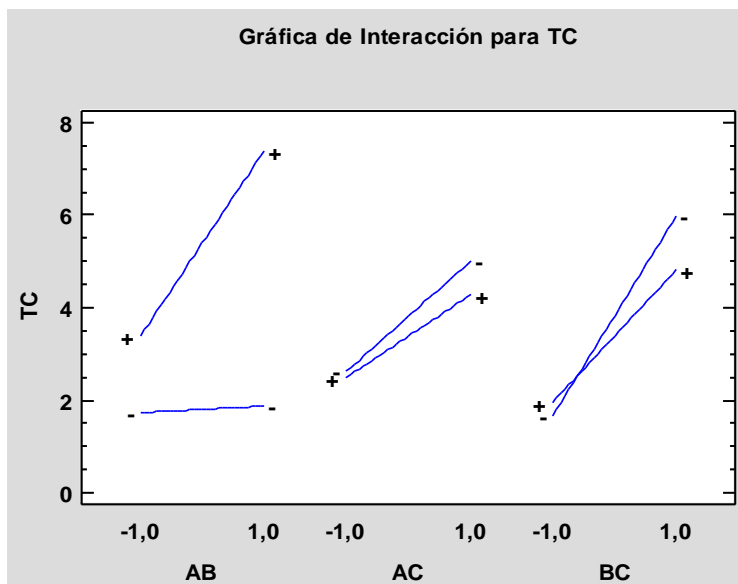
Efectos principales tiempo computacional – Instancia 2



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13

Figura 53

Interacciones tiempo computacional – Instancia 2



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13

Con base en los factores e interacciones que resultaron significativos, la ecuación de regresión para el tiempo computacional de esta instancia se presenta a continuación.

$$TC = 3,59756 + 1,03624*Generaciones + 1,79338*Población + 0,967789*Generaciones*Población \quad (46)$$

Las gráficas anteriores (ver Figura 52 y Figura 53) indican la configuración ideal para esta instancia: Factor A (bajo), Factor B (bajo). A partir de la anterior, se comparan los resultados con los obtenidos mediante programación lineal entera mixta, determinando que, al igual que con la instancia 1, se encuentra el óptimo global del problema en un menor tiempo de ejecución.

Tabla 28

Desempeño del algoritmo – Mejor configuración Instancia 2

	FO	%Aumento FO	TC	%Reducción TC	Transbordo
GAMS	1288		5.795		NO
HÍBRIDO	1288	0	0,882296	84.77	NO

9.3. Instancia 3 (1-2-4)

A continuación, se indican los resultados de cada uno de los escenarios de esta instancia. Ninguna de las soluciones encontradas involucró transbordos laterales.

Tabla 29

Resultados Instancia 3

Escenario	FA	FB	FC	FUNCIÓN OBJETIVO			TIEMPO COMPUTACIONAL		
				R1	R2	R3	R1	R2	R3
1	-1	-1	-1	1777	1777	1777	4,118129	4,032656	4,019944
2	1	-1	-1	1777	1777	1777	3,1013	5,061953	6,329426
3	-1	1	-1	1777	1777	1777	8,6495	16,045346	8,704456
4	1	1	-1	1777	1777	1777	17,221242	29,321383	27,76843
5	-1	-1	1	1777	1777	1777	5,666111	10,459107	5,646074
6	1	-1	1	1777	1777	1777	11,719273	17,646688	4,383371
7	-1	1	1	1777	1777	1777	31,199884	24,368899	23,819236
8	1	1	1	1777	1777	1777	42,20374	35,761303	35,386584

Una vez más, todos los valores de función objetivo convergen en la misma solución, luego el análisis se realiza únicamente para el tiempo computacional consumido.

Figura 54

ANOVA tiempo computacional – Instancia 3

Análisis de Varianza para TC					
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A:Generaciones	331,344	1	331,344	17,97	0,0006
B:Población	1985,0	1	1985,0	107,65	0,0000
C:TB post AG	540,423	1	540,423	29,31	0,0001
AB	152,89	1	152,89	8,29	0,0109
AC	0,305553	1	0,305553	0,02	0,8992
BC	131,471	1	131,471	7,13	0,0168
ABC	11,4876	1	11,4876	0,62	0,4415
Error total	295,036	16	18,4398		
Total (corr.)	3447,96	23			

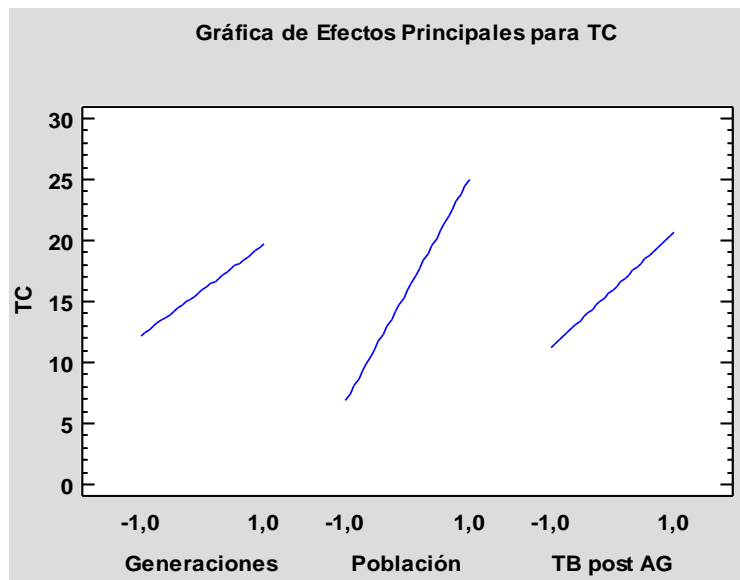
R-cuadrada = 91,4432 por ciento
R-cuadrada (ajustada por g.l.) = 87,6995 por ciento

Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13

La ANOVA expuesta en la gráfica anterior, indica que, con un nivel de confianza del 95%, todos los factores principales, así como la interacción entre los Factores A-B y B-C resultan significativos.

Figura 55

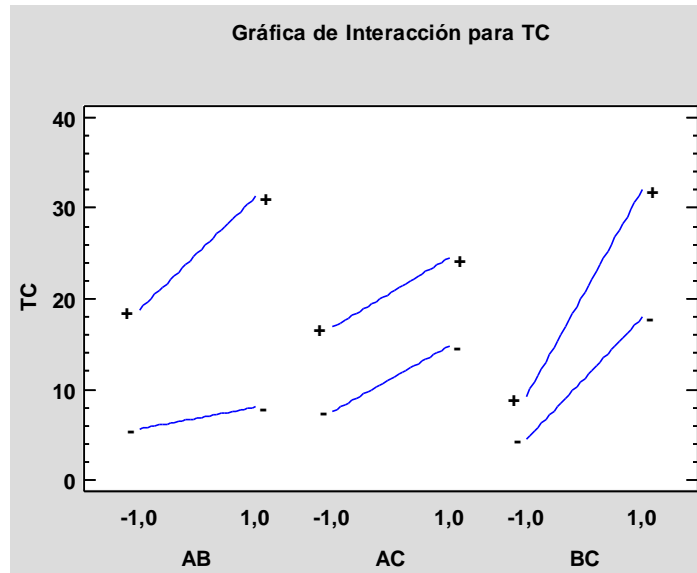
Efectos principales tiempo computacional – Instancia 3



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Figura 56

Interacciones tiempo computacional – Instancia 3



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13

$$TC = 15,9431 + 3,71564 * Generaciones + 9,09441 * Población + 4,74527 * TB \text{ post AG} + 2,52397 * Generaciones * Población + 2,3405 * Población * TB \text{ post AG} \quad (47)$$

La ecuación (47) muestra la regresión lineal de los elementos significativos con la variable dependiente TC, además, se determina que, a partir de la Figura 55 y la Figura 56, la mejor configuración para esta instancia se establece así: Factor A (bajo), Factor B (bajo), Factor C (bajo). Se compara el desempeño del algoritmo bajo esta configuración con los resultados obtenidos en GAMS, encontrando que, no se alcanza el óptimo global del problema, pero se obtiene una muy buena solución en un tiempo computacional considerablemente menor. La Tabla 30 cuantifica esta afirmación.

Tabla 30

Desempeño del algoritmo – Mejor configuración Instancia 3

	FO	%Aumento FO	TC	%Reducción TC	Transbordo
GAMS	1742		188.875		NO
HÍBRIDO	1777	2.01	4,019944	97.87	NO

9.4. Instancia 4 (1-2-5)

Los resultados de esta instancia se exponen en la siguiente tabla. Ninguna de las soluciones encontradas involucró transbordos laterales.

Tabla 31

Resultados Instancia 4

Escenario	FA	FB	FC	FUNCIÓN OBJETIVO			TIEMPO COMPUTACIONAL		
				R1	R2	R3	R1	R2	R3
1	-1	-1	-1	2813	2813	2813	16,669679	15,282878	13,579837
2	1	-1	-1	2819	2819	2819	19,271033	26,485142	18,034761
3	-1	1	-1	2813	2813	2813	48,580593	29,828277	40,632372
4	1	1	-1	2813	2813	2813	34,156946	55,676408	60,732294
5	-1	-1	1	2819	2819	2813	15,129373	31,208186	26,670071
6	1	-1	1	2813	2813	2813	32,97344	25,797691	36,977425
7	-1	1	1	2813	2813	2819	70,606045	65,683256	50,857194
8	1	1	1	2813	2813	2813	69,641246	79,602452	54,665727

A partir de los datos anteriores, con un nivel de confianza del 95%, se establecen las ANOVAS para cada variable dependiente

Figura 57

ANOVA función objetivo – Instancia 4

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A:Generaciones	0,0	1	0,0	0,00	1,0000
B:Población	24,0	1	24,0	8,00	0,0121
C:TB post AG	0,0	1	0,0	0,00	1,0000
AB	6,0	1	6,0	2,00	0,1765
AC	54,0	1	54,0	18,00	0,0006
BC	6,0	1	6,0	2,00	0,1765
ABC	24,0	1	24,0	8,00	0,0121
Error total	48,0	16	3,0		
Total (corr.)	162,0	23			

R-cuadrada = **70,3704** por ciento
R-cuadrada (ajustada por g.l.) = **57,4074** por ciento

Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Figura 58

ANOVA tiempo computacional – Instancia 4

Análisis de Varianza para TC					
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A:Generaciones	332,17	1	332,17	3,94	0,0647
B:Población	6098,75	1	6098,75	72,28	0,0000
C:TB post AG	1363,26	1	1363,26	16,16	0,0010
AB	2,21306	1	2,21306	0,03	0,8734
AC	4,4025	1	4,4025	0,05	0,8222
BC	160,25	1	160,25	1,90	0,1871
ABC	15,43	1	15,43	0,18	0,6746
Error total	1350,01	16	84,3754		
Total (corr.)	9326,48	23			

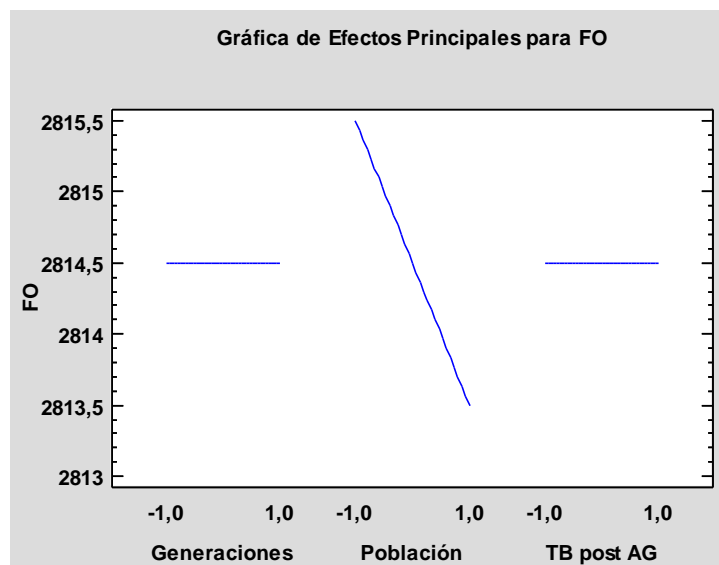
R-cuadrada = 85,525 por ciento
 R-cuadrada (ajustada por g.l.) = 79,1922 por ciento

Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Con respecto a la función objetivo, la ANOVA de Figura 57 determina que para esta variable resultan estadísticamente significativos los efectos del Factor B, la interacción A-C y la interacción A-B-C. Por otra parte, para el tiempo computacional (ver Figura 58), se observa que los efectos significativos corresponden a los Factores B y C.

Figura 59

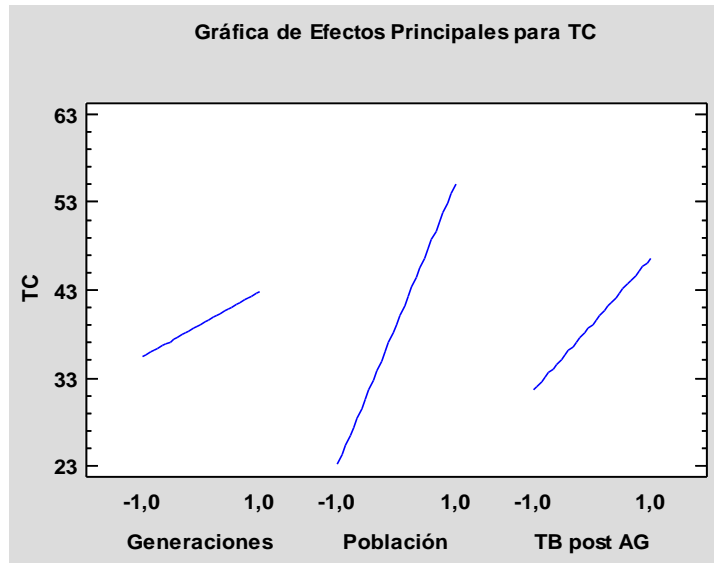
Efectos principales función objetivo – Instancia 4



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Figura 60

Efectos principales tiempo computacional – Instancia 4

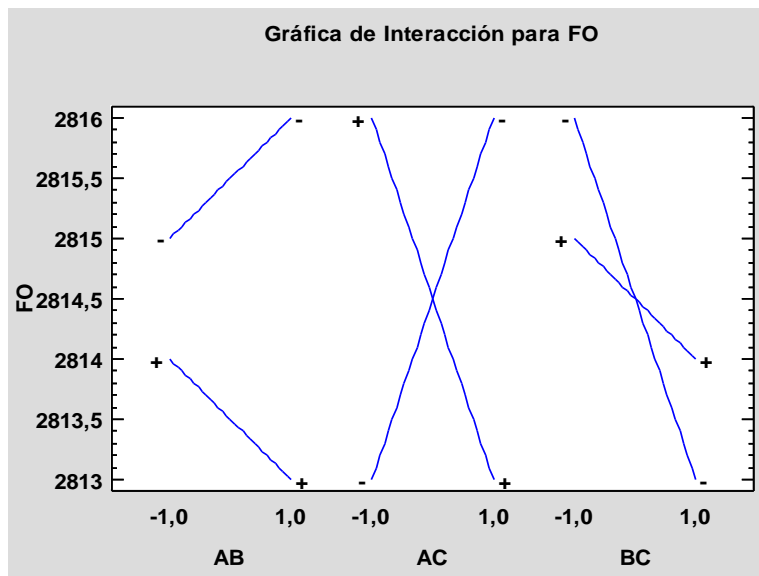


Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Analizando las interacciones (ver Figura 61) de la variable dependiente *función objetivo* y considerando los efectos principales significativos, se proponen las siguientes configuraciones para esta instancia.

Figura 61

Interacciones función objetivo – Instancia 4



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

- **Priorizando al tiempo computacional:** Factor B (bajo), Factor C (bajo).
- **Priorizando la función objetivo:** Factor A (bajo), Factor B (bajo), Factor C (bajo).

En este caso ambas propuestas involucran los mismos niveles; sin embargo, cuando las configuraciones son diferentes dependiendo de la prioridad, la decisión de cuál de ellas resulta ser la idónea recae en otros elementos de costos que la presente investigación no considera. El modelador tendrá que priorizar, a partir de sus recursos, cuál de las dos variables será la principal y a partir de esto tomar la decisión. La metaheurística, en teoría, beneficia al usuario en la obtención de buenas soluciones en periodos de tiempo menores a los necesarios por la programación exacta; sin embargo, resulta crítico el análisis de ambas variables, debido a que el ahorro neto por priorizar los costos de computación puede ser menor al obtenido cuando se toman como principales los costos logísticos (función objetivo).

A continuación, se exponen las ecuaciones de regresión respectivas para cada variable.

$$\text{FO} = 2814,5 - 1,0*\text{Población} - 1,5*\text{Generaciones}*\text{TB post AG} + 1,0*\text{Generaciones}*\text{Población}*\text{TB post AG} \quad (48)$$

$$\text{TC} = 39,1143 + 15,941*\text{Población} + 7,53675*\text{TB post AG} \quad (49)$$

La siguiente tabla compara el desempeño del algoritmo con los resultados obtenidos mediante programación lineal.

Tabla 32

Desempeño del algoritmo – Mejor configuración Instancia 4

	FO	%Aumento FO	TC	%Reducción TC	Transbordo
GAMS	2688		937,318		NO
HÍBRIDO	2813	4.65	13,579837	98.55	NO

9.5. Instancia 5 (1-3-3)

Desde esta instancia, debido a la complejidad del problema, no se generan soluciones exactas mediante el software GAMS, ya que, en su ejecución, se excede el límite del recurso computacional permitido (1000 segundos). Por lo anterior, el análisis propuesto no abarca comparaciones con respecto a la solución óptima del problema.

A continuación, se exponen los resultados de esta instancia. Ninguna de las soluciones encontradas involucró transbordos laterales.

Tabla 33

Resultados Instancia 5

Escenario	FA	FB	FC	FUNCIÓN OBJETIVO			TIEMPO COMPUTACIONAL		
				R1	R2	R3	R1	R2	R3
1	-1	-1	-1	1803	1873	1902	11,85335	11,67551	8,905916
2	1	-1	-1	1887	1901	1802	9,321467	13,13125	4,503576
3	-1	1	-1	1885	1821	1840	12,367543	25,113962	24,602679
4	1	1	-1	1843	1827	1845	15,290332	14,331488	8,612337
5	-1	-1	1	1820	1902	1890	10,355787	14,075757	8,573155
6	1	-1	1	1920	1845	1821	9,903334	17,573498	22,960134
7	-1	1	1	1855	1872	1821	11,56836	26,795648	26,657138
8	1	1	1	1882	1855	1822	28,573549	23,952602	48,363141

A partir del tratamiento de datos determinado por el diseño factorial propuesto, se establece una ANOVA para cada variable dependiente considerando un nivel de confianza del 95%.

Figura 62

ANOVA función objetivo – Instancia 5

Análisis de Varianza para FO					
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A:Generaciones	48,1667	1	48,1667	0,03	0,8647
B:Población	1633,5	1	1633,5	1,02	0,3281
C:TB post AG	240,667	1	240,667	0,15	0,7037
AB	1,5	1	1,5	0,00	0,9760
AC	0,666667	1	0,666667	0,00	0,9840
BC	10,6667	1	10,6667	0,01	0,9360
ABC	266,667	1	266,667	0,17	0,6890
Error total	25688,0	16	1605,5		
Total (corr.)	27889,8	23			

R-cuadrada = 7,89475 porciento

Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Figura 63

ANOVA tiempo computacional – Instancia 5

Análisis de Varianza para TC					
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A:Generaciones	23,9435	1	23,9435	0,50	0,4892
B:Población	634,438	1	634,438	13,28	0,0022
C:TB post AG	334,824	1	334,824	7,01	0,0176
AB	0,000172431	1	0,000172431	0,00	0,9985
AC	284,48	1	284,48	5,95	0,0267
BC	71,9038	1	71,9038	1,51	0,2376
ABC	56,4497	1	56,4497	1,18	0,2931
Error total	764,414	16	47,7759		
Total (corr.)	2170,45	23			

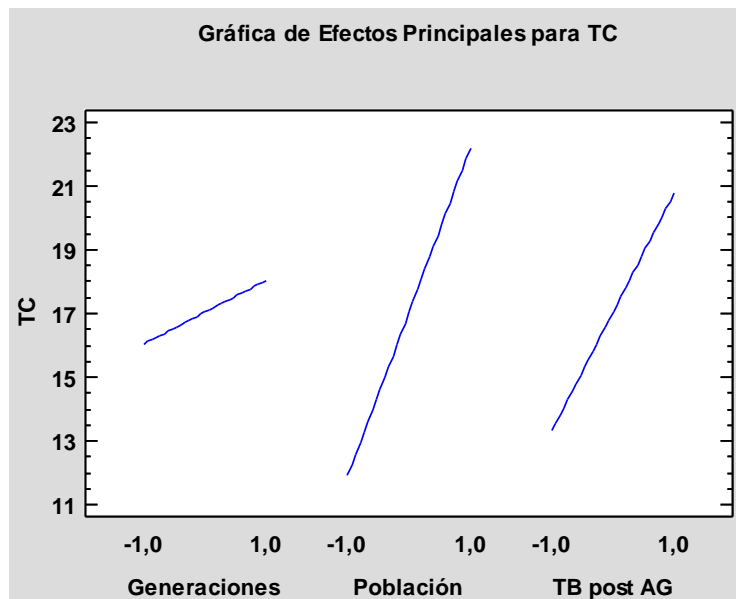
R-cuadrada = 64,7809 por ciento
R-cuadrada (ajustada por g.l.) = 49,3725 por ciento

Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Se define que la variable *función objetivo* no depende estadísticamente de ningún factor, luego, una vez más, el análisis es enfocado exclusivamente al tiempo computacional. A partir de la ANOVA de la Figura 63, se determinan como significativos los efectos principales de los factores B y C, y el generado por la interacción A-C. A partir de estos, y considerando las gráficas de la Figura 64 y la Figura 65, la configuración de esta instancia se determina así: Factor A (alto), Factor B (bajo), Factor C (bajo).

Figura 64

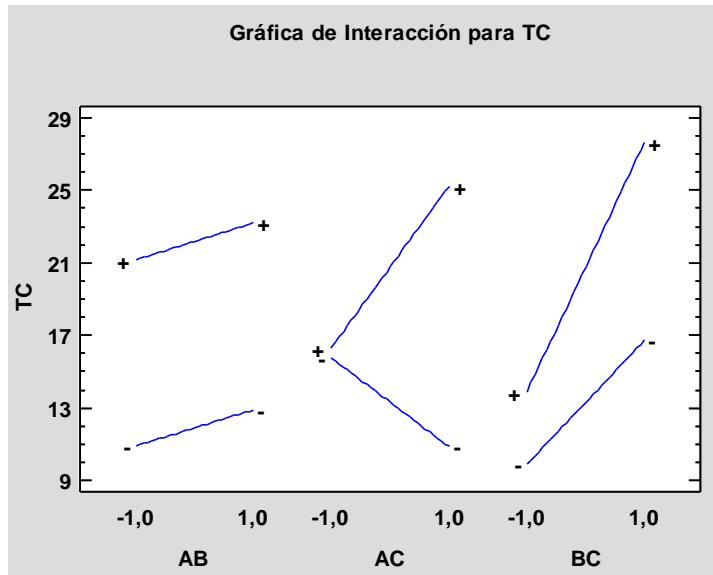
Efectos principales tiempo computacional – Instancia 5



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Figura 65

Interacciones tiempo computacional – Instancia 5



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

La siguiente ecuación representa la regresión lineal correspondiente al tiempo computacional de esta instancia.

$$TC = 17,0442 + 5,14149 * Población + 3,7351 * TB \text{ post AG} + 3,44287 * Generaciones * TB \text{ post AG} \tag{50}$$

9.6. Instancia 6 (1-3-4)

La siguiente tabla representa los resultados obtenidos en esta instancia. Ninguna de las soluciones encontradas involucró transbordos laterales.

Tabla 34

Resultados Instancia 6

Escenario	FA	FB	FC	FUNCIÓN OBJETIVO			TIEMPO COMPUTACIONAL		
				R1	R2	R3	R1	R2	R3
1	-1	-1	-1	1664	1683	1690	16,381808	23,151779	23,391122
2	1	-1	-1	1642	1773	1704	33,126976	13,852498	19,905018
3	-1	1	-1	1696	1670	1644	36,286778	44,759397	33,943082
4	1	1	-1	1642	1652	1674	48,646184	75,718102	34,180866
5	-1	-1	1	1640	1620	1690	26,147546	12,937612	24,591314
6	1	-1	1	1630	1610	1630	27,863957	23,034887	12,569653
7	-1	1	1	1692	1598	1664	28,279664	60,623021	29,948987
8	1	1	1	1620	1697	1610	27,912228	50,693974	57,398152

Se analizan los datos obtenidos con el fin de determinar la relación de las variables dependientes con los factores propuestos. La siguiente ANOVA expone lo anterior (nivel de confianza del 95%).

Figura 66

ANOVA función objetivo – Instancia 6

Análisis de Varianza para FO					
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A:Generaciones	187,042	1	187,042	0,13	0,7224
B:Población	570,375	1	570,375	0,40	0,5367
C:TB post AG	7812,04	1	7812,04	5,46	0,0328
AB	210,042	1	210,042	0,15	0,7067
AC	900,375	1	900,375	0,63	0,4393
BC	2380,04	1	2380,04	1,66	0,2155
ABC	1305,38	1	1305,38	0,91	0,3537
Error total	22896,7	16	1431,04		
Total (corr.)	36262,0	23			

R-cuadrada = **36,8576** por ciento
R-cuadrada (ajustada por g.l.) = **9,23282** por ciento

Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Figura 67

ANOVA tiempo computacional – Instancia 6

Análisis de Varianza para TC					
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A:Generaciones	173,132	1	173,132	1,09	0,3125
B:Población	3069,9	1	3069,9	19,28	0,0005
C:TB post AG	18,9794	1	18,9794	0,12	0,7344
AB	135,169	1	135,169	0,85	0,3705
AC	38,9406	1	38,9406	0,24	0,6276
BC	10,6856	1	10,6856	0,07	0,7989
ABC	20,6009	1	20,6009	0,13	0,7238
Error total	2547,45	16	159,216		
Total (corr.)	6014,87	23			

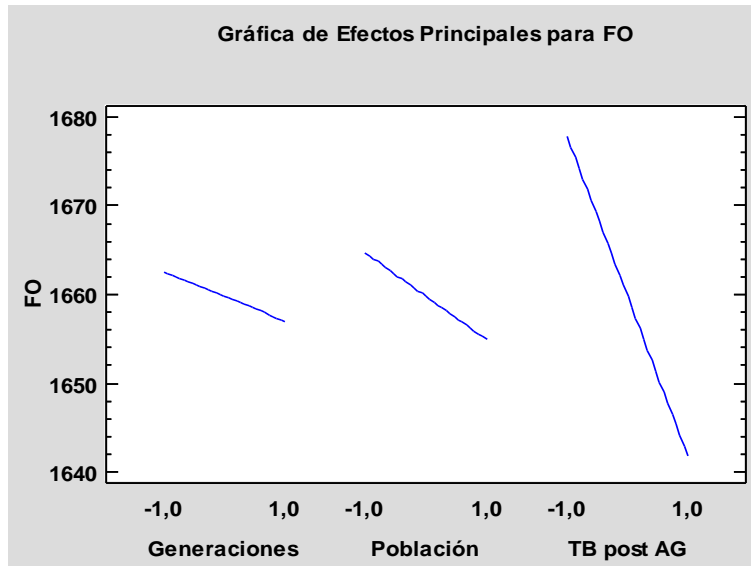
R-cuadrada = **57,6474** por ciento
R-cuadrada (ajustada por g.l.) = **39,1181** por ciento

Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

A partir de la Figura 66 y la Figura 67 se determina que para las variables *función objetivo* y *tiempo computacional*, resulta estadísticamente significativo el efecto de los Factores C y B respectivamente. Debido a su independencia y a la ausencia de interacciones, se propone la siguiente configuración para los factores significativos: Factor B (bajo), Factor C (alto).

Figura 68

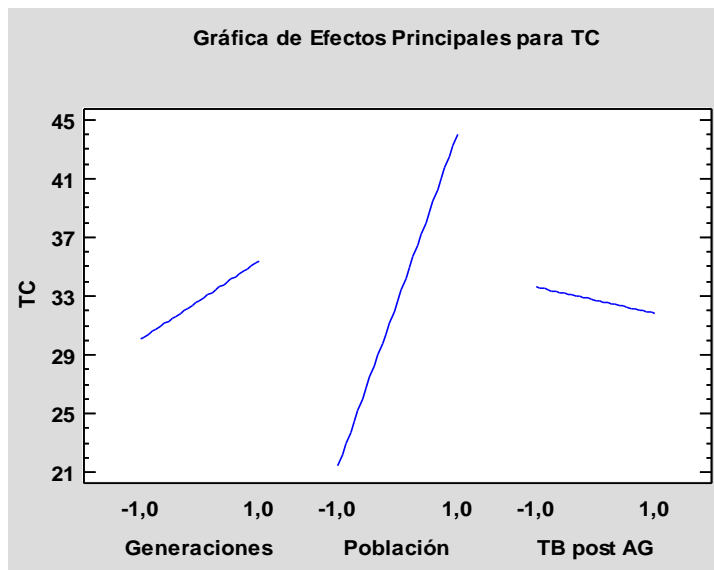
Efectos principales función objetivo – Instancia 6



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Figura 69

Efectos principales tiempo computacional – Instancia 6



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

La ecuación de regresión de cada variable se muestra a continuación.

$$\mathbf{FO} = 1659,79 - 18,0417 * \text{TB post AG} \tag{51}$$

$$\mathbf{TC} = 32,7227 + 11,3099 * \text{Población} \tag{52}$$

9.7. Instancia 7 (1-3-5)

Los resultados de esta instancia se exponen a continuación.

Tabla 35

Resultados Instancia 7

Escenario	FA	FB	FC	FUNCIÓN OBJETIVO			TIEMPO COMPUTACIONAL		
				R1	R2	R3	R1	R2	R3
1	-1	-1	-1	2672	2666	2714	48,723948	51,387198	52,246501
2	1	-1	-1	2650	2734	2750	64,85888	69,630417	41,726389
3	-1	1	-1	2684	2700	2704	98,797589	115,131311	111,219714
4	1	1	-1	2678	2672	2680	166,822946	145,81449	157,356789
5	-1	-1	1	2725	2662	2692	91,126504	52,227305	45,275791
6	1	-1	1	2650	2662	2678	63,674246	72,761013	47,953638
7	-1	1	1	2681	2703	2672	80,699111	85,50493	61,084043
8	1	1	1	2715	2765	2672	63,274036	105,126518	104,382889

El análisis estadístico se hace mediante una ANOVA considerando un nivel de confianza del 95%. Lo anterior se expone en las siguientes figuras.

Figura 70

ANOVA función objetivo – Instancia 7

Análisis de Varianza para FO					
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A:Generaciones	40,0417	1	40,0417	0,04	0,8368
B:Población	210,042	1	210,042	0,23	0,6381
C:TB post AG	30,375	1	30,375	0,03	0,8576
AB	84,375	1	84,375	0,09	0,7651
AC	12,0417	1	12,0417	0,01	0,9100
BC	1785,37	1	1785,37	1,95	0,1812
ABC	4401,04	1	4401,04	4,82	0,0433
Error total	14619,3	16	913,708		
Total (corr.)	21182,6	23			

R-cuadrada = 30,9843 por ciento
R-cuadrada (ajustada por g.l.) = 0,789956 por ciento

Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Figura 71

ANOVA tiempo computacional – Instancia 7

Análisis de Varianza para TC					
<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
A:Generaciones	1836,78	1	1836,78	7,66	0,0137
B:Población	14682,8	1	14682,8	61,22	0,0000
C:TB post AG	2617,21	1	2617,21	10,91	0,0045
AB	1214,45	1	1214,45	5,06	0,0389
AC	676,795	1	676,795	2,82	0,1124
BC	4802,95	1	4802,95	20,03	0,0004
ABC	211,526	1	211,526	0,88	0,3616
Error total	3837,55	16	239,847		
Total (corr.)	29880,1	23			

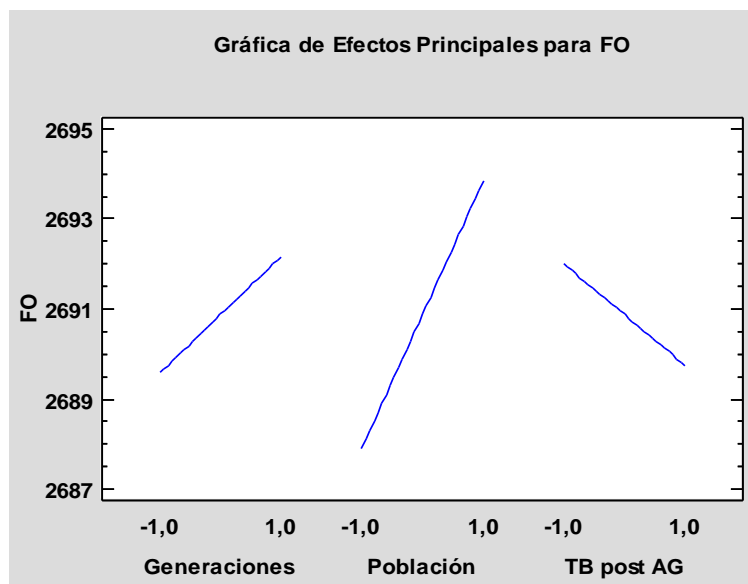
R-cuadrada = 87,1568 por ciento
 R-cuadrada (ajustada por g.l.) = 81,538 por ciento

Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Para la *función objetivo* únicamente resulta significativa la interacción entre los tres factores, mientras que, para el *tiempo computacional*, los tres efectos principales y las interacciones A-B y B-C resultan significativos.

Figura 72

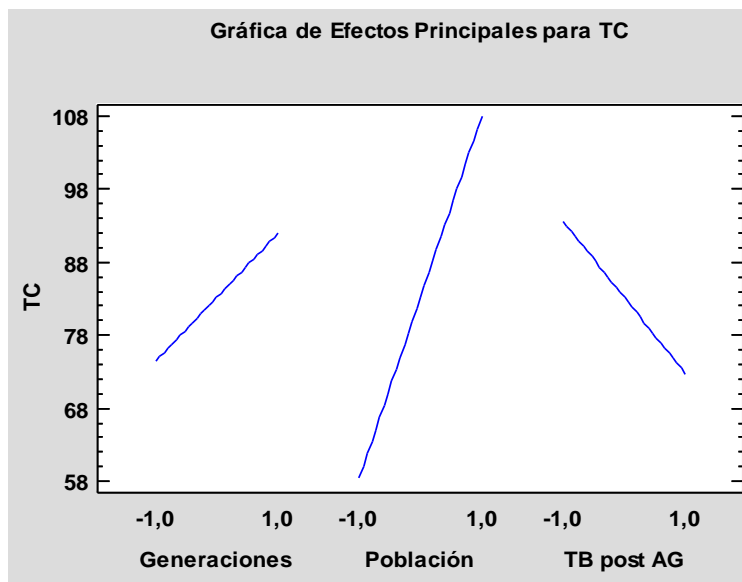
Efectos principales función objetivo – Instancia 7



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Figura 73

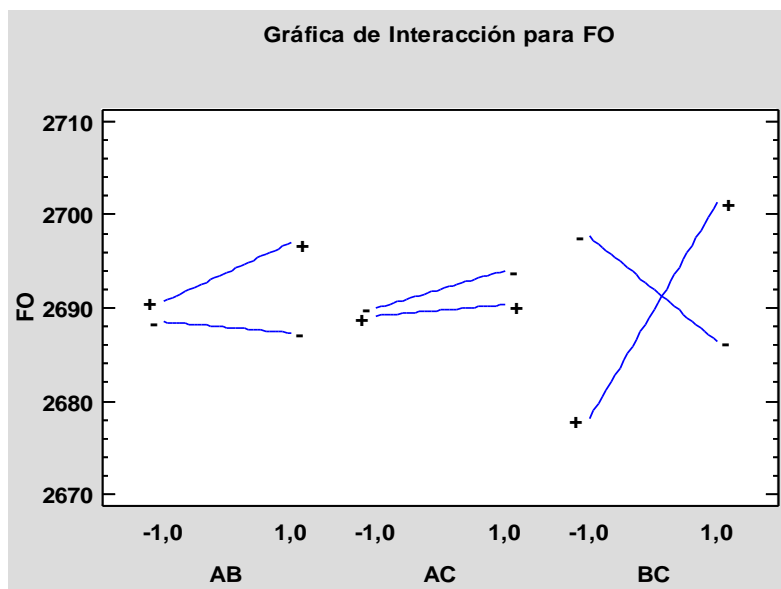
Efectos principales tiempo computacional – Instancia 7



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Figura 74

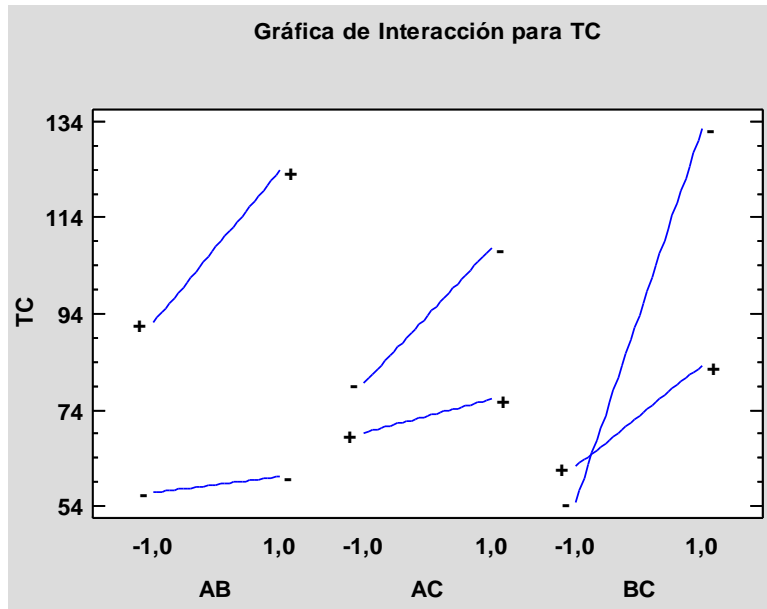
Interacciones función objetivo – Instancia 7



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Figura 75

Interacciones tiempo computacional – Instancia 7



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

A partir de las gráficas de interacción (ver Figura 74 y Figura 75) de cada variable se proponen las siguientes configuraciones:

- **Priorizando al tiempo computacional:** Factor A (bajo), Factor B (bajo), Factor C (bajo).
- **Priorizando la función objetivo:** Factor A (alto), Factor B (bajo), Factor C (alto).

Como se expuso en la instancia 4, la decisión de cual configuración resulta conveniente depende de los recursos del modelador. Las siguientes ecuaciones representan la regresión lineal de las variables dependientes.

$$FO = 2690,88 + 13,5417 * Generaciones * Población * TB \text{ post AG} \tag{53}$$

$$TC = 83,2003 + 8,74828 * Generaciones + 24,7343 * Población - 10,4427 * TB \text{ post AG} + 7,1135 * Generaciones * Población - 14,1465 * Población * TB \text{ post AG} \tag{54}$$

9.8. Instancia 8 (1-4-4)

A continuación, se exponen los resultados de esta instancia (ver Tabla 36) y su respectivo análisis estadístico (ver Figura 76 y Figura 77). El dato sombreado de la tabla de resultados indica que en dicha replica la solución involucra transbordos laterales.

Tabla 36

Resultados Instancia 8

Escenario	FA	FB	FC	FUNCIÓN OBJETIVO			TIEMPO COMPUTACIONAL		
				R1	R2	R3	R1	R2	R3
1	-1	-1	-1	2138	2086	2046	26,558557	47,55142	45,72801
2	1	-1	-1	2080	2242	2144	57,260224	58,136081	81,214641
3	-1	1	-1	2105	2084	2143	69,244253	41,13989	98,268488
4	1	1	-1	2078	2085	2057	155,449812	90,74499	75,557835
5	-1	-1	1	2103	2002	2031	52,582813	36,470902	47,422491
6	1	-1	1	2041	2148	2218	52,353375	82,167715	69,450274
7	-1	1	1	2103	2084	2070	103,185051	164,7049	113,793979
8	1	1	1	2216	2159	2159	142,814894	93,869	115,186943

Figura 76

ANOVA función objetivo – Instancia 8

Análisis de Varianza para FO					
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A:Generaciones	16642,7	1	16642,7	6,08	0,0254
B:Población	170,667	1	170,667	0,06	0,8060
C:TB post AG	88,1667	1	88,1667	0,03	0,8598
AB	3800,17	1	3800,17	1,39	0,2559
AC	8970,67	1	8970,67	3,28	0,0891
BC	7776,0	1	7776,0	2,84	0,1113
ABC	4108,17	1	4108,17	1,50	0,2383
Error total	43800,0	16	2737,5		
Total (corr.)	85356,5	23			

R-cuadrada = **48,6858** por ciento
R-cuadrada (ajustada por g.l.) = **26,2358** por ciento

Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Figura 77

ANOVA tiempo computacional – Instancia 8

Análisis de Varianza para TC					
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A:Generaciones	2157,56	1	2157,56	3,51	0,0792
B:Población	15355,3	1	15355,3	25,01	0,0001
C:TB post AG	2149,85	1	2149,85	3,50	0,0797
AB	154,945	1	154,945	0,25	0,6222
AC	965,085	1	965,085	1,57	0,2279
BC	1337,29	1	1337,29	2,18	0,1594
ABC	744,101	1	744,101	1,21	0,2872
Error total	9822,18	16	613,886		
Total (corr.)	32686,3	23			

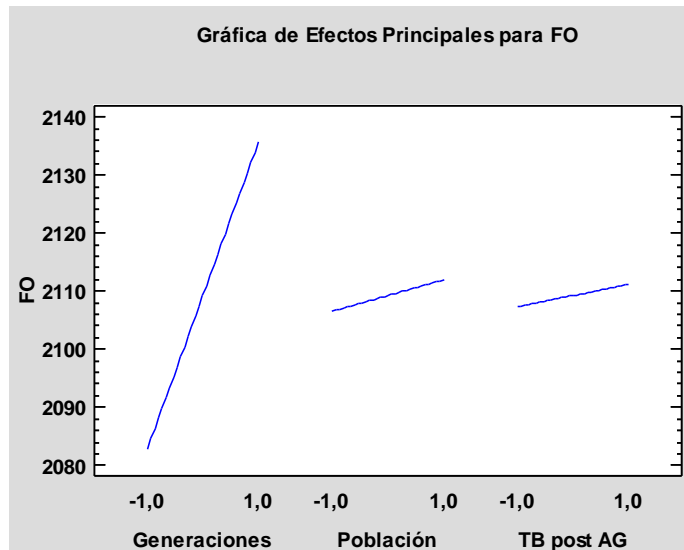
R-cuadrada = **69,9502** por ciento
R-cuadrada (ajustada por g.l.) = **56,8033** por ciento

Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

A partir de la ANOVA de cada variable dependiente se determinan los factores significativos de cada una de ellas.

Figura 78

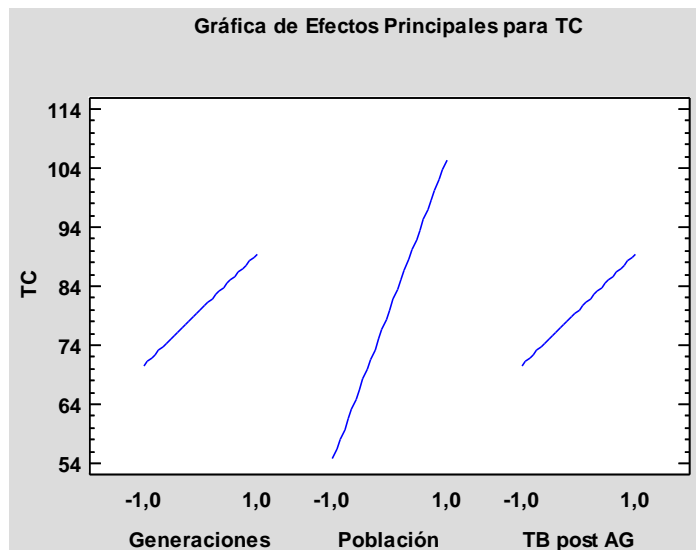
Efectos principales función objetivo – Instancia 8



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Figura 79

Efectos principales tiempo computacional – Instancia 8



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

$$FO = 2109,25 + 26,3333 * Generaciones \quad (55)$$

$$TC = 80,0357 + 25,2943 * Población \tag{56}$$

Las ecuaciones (55) y (56) representan la ecuación de regresión de cada variable. Además, como se observa en la Figura 78 y la Figura 79, los factores permiten una única configuración para satisfacer ambas variables, luego, la configuración ideal para esta instancia, según los estadísticamente significativos, está determinada por: Factor A(bajo), Factor B(bajo).

9.9. Instancia 9 (1-4-5)

La última instancia muestra los siguientes resultados. Ninguno de ellos involucra transbordos laterales.

Tabla 37

Resultados Instancia 9

Escenario	FA	FB	FC	FUNCIÓN OBJETIVO			TIEMPO COMPUTACIONAL		
				R1	R2	R3	R1	R2	R3
1	-1	-1	-1	2107	2008	2009	39,314612	181,103145	176,460051
2	1	-1	-1	2051	2094	2017	153,805108	234,122721	239,239452
3	-1	1	-1	1955	2024	2019	343,204556	329,382293	322,418778
4	1	1	-1	1878	2007	1865	469,944254	467,923979	468,194139
5	-1	-1	1	1942	1840	1993	253,422645	252,227848	259,075138
6	1	-1	1	1840	1793	1996	288,641066	336,043944	238,957176
7	-1	1	1	2001	1970	1874	371,914979	348,928868	348,928868
8	1	1	1	1906	1948	2026	469,209232	466,169489	449,001056

Analizando estadísticamente las variables dependientes se obtiene la siguiente ANOVA.

Figura 80

ANOVA función objetivo – Instancia 9

Análisis de Varianza para FO					
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A:Generaciones	4293,38	1	4293,38	0,91	0,3548
B:Población	1962,04	1	1962,04	0,42	0,5286
C:TB post AG	34126,0	1	34126,0	7,22	0,0162
AB	459,375	1	459,375	0,10	0,7593
AC	408,375	1	408,375	0,09	0,7726
BC	30745,0	1	30745,0	6,50	0,0214
ABC	9087,04	1	9087,04	1,92	0,1846
Error total	75639,3	16	4727,46		
Total (corr.)	156721,	23			

R-cuadrada = 51,7362 por ciento

R-cuadrada (ajustada por g.l.) = 30,6208 por ciento

Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Figura 81

ANOVA tiempo computacional – Instancia 9

Análisis de Varianza para TC					
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A:Generaciones	46364,4	1	46364,4	32,08	0,0000
B:Población	202182,	1	202182,	139,88	0,0000
C:TB post AG	18007,7	1	18007,7	12,46	0,0028
AB	6549,08	1	6549,08	4,53	0,0492
AC	2162,65	1	2162,65	1,50	0,2390
BC	12661,0	1	12661,0	8,76	0,0092
ABC	50,8185	1	50,8185	0,04	0,8536
Error total	23126,7	16	1445,42		
Total (corr.)	311104,	23			

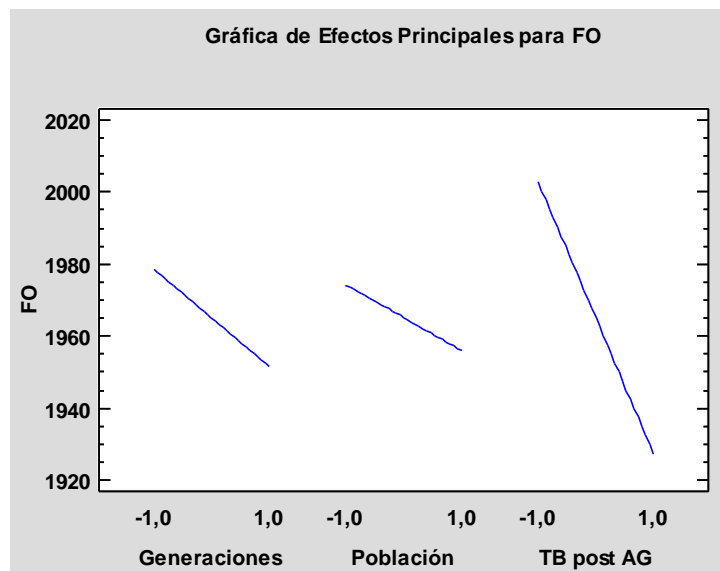
R-cuadrada = 92,5663 por ciento
 R-cuadrada (ajustada por g.l.) = 89,314 por ciento

Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Se determina que, con respecto a la función objetivo, el Factor C y su interacción con el Factor B resulta ser significativo. Por otra parte, el tiempo computacional es estadísticamente dependiente de los 3 efectos principales y las interacciones A-B y B-C.

Figura 82

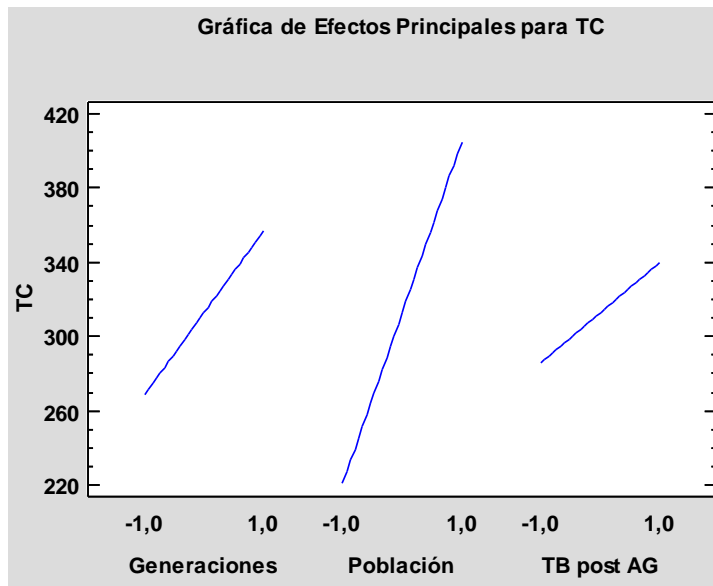
Efectos principales función objetivo – Instancia 9



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Figura 83

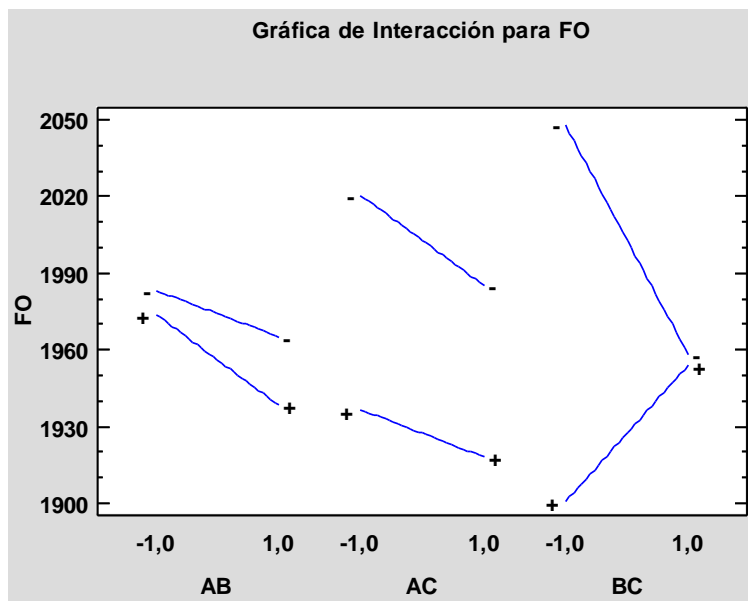
Efectos principales tiempo computacional – Instancia 9



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Figura 84

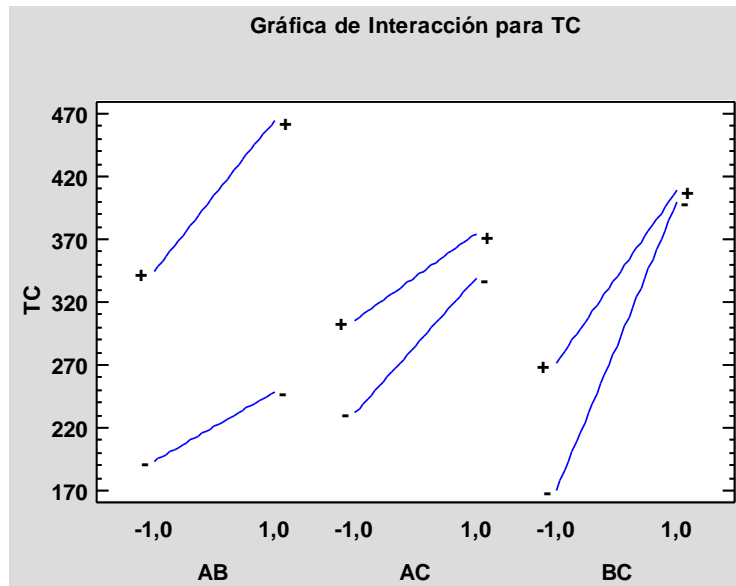
Interacciones función objetivo – Instancia 9



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

Figura 85

Interacciones tiempo computacional – Instancia 9



Nota: Tomado de Statgraphics Centurion Version 18.1.13.

De las gráficas anteriores, se plantean dos configuraciones para esta instancia.

- **Priorizando al tiempo computacional:** Factor A (bajo), Factor B (bajo), Factor C (bajo).
- **Priorizando la función objetivo:** Factor B (bajo), Factor C (alto).

Nótese que las configuraciones propuestas se asemejan a las planteadas en la instancia 7. A continuación, se muestran las ecuaciones de regresión lineal de las dos variables. Solo se consideran los elementos significativos.

$$FO = 1965,13 - 37,7083*TB \text{ post AG} + 35,7917*Población*TB \text{ post AG} \tag{57}$$

$$TC = 312,818 + 43,9528*Generaciones + 91,7836*Población + 27,392*TB \text{ post AG} + 16,519*Generaciones*Población - 22,9683*Población*TB \text{ post AG} \tag{58}$$

Con base en los resultados obtenidos en las 9 instancias, el comportamiento del algoritmo híbrido propuesto permite identificar algunas características generales relacionadas con sus factores. Siguiendo el tamaño de las instancias, la metaheurística híbrida tiene un mejor desempeño en aquellas que son pequeña, además, de que en la medida en que estas aumentan, se observa que la solución obtenida por el algoritmo se aleja del óptimo global del problema. Esto se identifica en las primeras 4 instancias, luego este análisis se deduce para las demás a pesar de que sus resultados

no pueden ser comparados. Lo anterior permite describir el comportamiento del algoritmo en función de las soluciones óptimas sin involucrar una cuantificación de su desempeño.

Por otra parte, los resultados indican que el tiempo computacional se relaciona de forma directa con la complejidad de la instancia, tanto en el algoritmo híbrido como en los métodos exactos. No obstante, sin importar el tamaño del problema, la metaheurística reduce el recurso computacional requerido por la programación lineal entera mixta, lo cual, favorece a su desempeño.

El análisis permite identificar cuales factores resultan ser significativos en función de las dos variables dependientes planteadas en el diseño de experimentos. El Factor A no demuestra una tendencia clara cuando se relaciona con la función objetivo; sin embargo, los resultados indican que, si se busca priorizar el tiempo computacional, el desempeño de la metaheurística mejora si se trabaja este factor en nivel bajo. El Factor B es transversal para ambas variables, los resultados muestran que el algoritmo tiene un mejor comportamiento si se ejecuta en nivel bajo, tanto para la función objetivo como para el tiempo computacional. Finalmente, el Factor C demuestra tendencia según la variable que se priorice. En relación con los costos logísticos favorece una configuración en nivel alto, mientras que, en función del tiempo computacional, el nivel bajo de este factor resulta ser ideal.

10. Conclusiones

A partir del análisis bibliométrico y de la revisión de literatura realizada, se determina que existe un auge a nivel mundial en investigaciones relacionadas con problemas logísticos, especialmente aquellos que involucran gestión de inventarios y ruteo de vehículos. Año tras año las investigaciones han ido aumentando, lo cual, determina la importancia de este tipo de enfoques. Sin embargo, se evidencia un claro déficit de estos estudios en América Latina, mostrando que estos temas no generan el suficiente interés en las cadenas de suministro de la región o, en casos más profundos, que no se cuenta con la infraestructura adecuada para hacer de los posibles modelos de optimización herramientas eficientes.

Los costos logísticos actualmente son elementos críticos en las cadenas de suministros, luego, crear modelos de optimización ligados a entornos reales favorece a las industrias que los involucran en sus operaciones. Las cadenas de suministro, desde el punto de vista logístico, tienen

diversas características que dependen no solo del producto o servicio que estas operan, sino de la infraestructura en la que se desarrollan, lo cual, hace de cada problema de suministro un caso particular. La literatura evidencia que, para aplicar modelos de optimización en entornos reales, es necesario considerar todos los elementos particulares de la cadena, luego, intentar resolver problemas logísticos reales con modelos de optimización generales no resulta conveniente. Para lograr resultados significativos en costos y niveles de servicio al cliente, el modelador debe abstraer del problema particular sus características (las significativas), y posteriormente, adaptar a ellas las herramientas generales de optimización. Entre más detallado sea el modelo mejor son los resultados que este genera.

La presente investigación muestra que, en el modelo planteado, los transbordos laterales no son significativos. En el capítulo de resultados se observa como en cada una de las instancias propuestas las mejores soluciones no consideran esta operación; no obstante, en una réplica de la instancia 8, se obtuvo como mejor solución una que sí involucra transbordos, lo cual, a pesar de que inicialmente no es significativo, permite concluir que bajo otras características, como costos de transporte variables entre flotas o políticas de inventario más extensas (tiempo), los transbordos laterales resultan favorables para la cadena de suministro, ya que, como se vio en la réplica en cuestión, el costo generado resultó menor que muchas soluciones que no los consideraron.

Con base en el algoritmo híbrido propuesto, se identifican algunas etapas clave en el desarrollo de metaheurísticas que involucran algoritmos genéticos. Si bien los parámetros que comprenden los operadores genéticos son importantes para la obtención de soluciones óptimas, el diseño del cromosoma, referente a la codificación, es la etapa crítica de esta metaheurística, ya que, si este es ideal, el desempeño de los operadores es mejorado. Con respecto a la Búsqueda Tabú, es de menor profundidad que el algoritmo genético; sin embargo, resulta perfecta para problemas de secuenciación, lo que favorece a su implementación en problemas como el presentado (2E-IRPT).

De acuerdo con los resultados obtenidos en el capítulo 9, se determina que los factores estudiados del algoritmo híbrido propuesto no son significativos en instancias pequeñas. Lo anterior, se refleja en las primeras 5 instancias, en donde 4 de ellas resultaron sin dependencia en lo relativo a la función objetivo. Sin embargo, al comparar el desempeño del algoritmo con las soluciones exactas obtenidas, se observa que la metaheurística propuesta ofrece excelentes

resultados, brindando soluciones óptimas (globales) o cercanas a ella. Por otra parte, en las medianas y grandes instancias (instancia 6- instancia 9), se concluye que los factores sí resultan significativos, ya sea como efectos principales o mediante interacciones entre ellos, luego, se determina que, si se busca priorizar los costos totales del problema, trabajar con el Factor B en nivel bajo y con el Factor C en nivel alto es lo ideal. El Factor A no permite determinar su configuración ya que cuando fue significativo no hubo tendencia hacia un nivel específico.

Con respecto al tiempo computacional consumido por el algoritmo, en todas las instancias, al menos uno de los factores propuestos resultó ser significativo. Solo en una de las nueve instancias la configuración propuesta relaciona niveles altos de los factores, luego, en general, se concluye que, si se busca priorizar el tiempo computacional, el algoritmo debe ejecutarse con todos sus factores en nivel bajo. Desde el punto de vista del desempeño, relacionado con el recurso de computación, el algoritmo se comporta mejor que los métodos exactos, debido a que encuentra soluciones óptimas más rápido (en pequeñas instancias) y no supera los 1000 segundos de ejecución, contrastando con los resultados obtenidos mediante GAMS (medianas y grandes instancias).

11. Recomendaciones

Considerando los resultados obtenidos en la presente investigación, se propone para futuros estudios relacionados lo siguiente:

En lo respectivo a los transbordos laterales, se recomienda involucrar otras características que favorezcan a esta operación, por ejemplo, el uso de clústeres para los clientes del segundo escalón o el desarrollo de escenarios desde el punto de vista estocástico. Lo anterior, favorecería a la ejecución de transbordos reactivos, los cuales, permitirían contemplar otros tipos de mantenimientos, e incluso, otras cadenas de suministro.

Si se quiere hacer énfasis en el estudio de transbordos desde el punto de vista determinístico, se propone implementar otro tipo de costeo en lo referente al transporte, permitiendo diferenciar las flotas de cada escalón no solo por las distancias que estas recorren, sino también, por las características de cada una de ellas. Añadir otros elementos en la gestión de inventarios también puede resultar favorable, el uso de lead times particulares para cada

distribuidor y planta, por ejemplo, permite que los transbordos sean una opción viable, ya que premia la capacidad de reacción de la red en función de la demanda.

En el desarrollo de algoritmos genéticos, se propone mezclar la metodología de generación de la población inicial. En la presente investigación, este paso se hizo completamente aleatorio; sin embargo, generar algunos individuos a partir de heurísticas resulta favorable para el desempeño del algoritmo. Debe considerarse el diseño del cromosoma y la factibilidad del problema en este tipo de generaciones, ya que, a partir de esto, puede que estas metodologías no sean aplicables a todos los genes del individuo.

Buscando reducir el tiempo computacional de cualquier metaheurística, la simplicidad del diseño y desarrollo de la programación es fundamental. Si bien, detallar cada estructura, variable, u operación del algoritmo es valioso para su comprensión, un diseño simple, pero completo, permite un mejor desempeño de la metaheurística desde el punto de vista del recurso computacional. Se recomienda iniciar con una programación explícita y una vez logrado el algoritmo final, ajustarlo para que su ejecución sea óptima, en la medida en que esto sea posible.

Referencias bibliográficas

- A. Guimarães, T., C. Coelho, L., M. Schenekemberg, C., & T. Scarpin, C. (2019). The two-echelon multi-depot inventory-routing problem. *Computers and Operations Research*, *101*, 220–233. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2018.07.024>
- Abdelhalim, A., Eltawil, A., & Fors, M. N. (2016). The multiple vehicle inventory routing problem for perishable products. *IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*, *2016-Janua*, 1169–1173. <https://doi.org/10.1109/IEEM.2015.7385832>
- Angarita, A. G. (2018). *Un modelo para la localización de depósitos centrales y ruteo de vehículos de dos escalones aplicado a la distribución de recursos humanitarios durante las fases de pre y pos-desastre (2E-LRP)*. (Tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Archetti, C., & Laporte, G. (n.d.). *A Branch-and-Cut Algorithm for a Vendor Managed Inventory Routing Problem. 1*, 1–26.
- Azadeh, A., Elahi, S., Farahani, M. H., & Nasirian, B. (2017). A genetic algorithm-Taguchi based approach to inventory routing problem of a single perishable product with transshipment. *Computers and Industrial Engineering*, *104*, 124–133. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.12.019>
- Bäck, T. (1993). Optimal mutation rates in genetic search. *Proceedings of the 5th International Conference on Genetic Algorithms*, *28*, 2–8.
- Ballesteros, F. (2017). La estrategia predictiva en el mantenimiento industrial. In *Ingeniería y gestión de mantenimiento* (Vol. 15, Issue 78).
- Barragán, E., y Romero, L. J. (2015). *Estudio y desarrollo de un modelo matemático para el problema de inventario y ruteo (IRP)*. (Tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Batista, B. M., & Glover, F. (2007). *Introducción a la Búsqueda Tabú*. 2508.
- Bell, W. J., Dalberto, L. M., Fisher, M. L., Greenfield, A. J., Jaikumar, R., Kedia, P., Mack, R. G.,

- Prutzman, P. J. (1983) *Improving the distribution of industrial gases with an on-line computerized routing and scheduling optimizer*. *Interfaces* 13(6):4–23.
- Blum, C., & Roli, A. (2003). *Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison*. 35(3), 268–308.
- Botero, M., Cañon, B., & Olarte, W. (2010). Técnicas De Mantenimiento Predictivo Utilizadas En La Industria. *Scientia Et Technica*, 16(45), 223–226. <https://doi.org/10.22517/23447214.355>
- Camacho, J. C. (2018). *Diseño de una red de distribución de dos escalones, de un solo producto y multiperiodo con demanda estocástica, como un problema de optimización LIRP que se resuelve mediante una metaheurística híbrida*. (Tesis de maestría). Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Chopra, S. (2017). *Supply Chain Management*. (7a. ed.) Pearson Educación. Recuperado de <http://bibliotecavirtual.uis.edu.co:2168/?il=9558>
- Coelho, L. C., Cordeau, J. F., & Laporte, G. (2012a). Consistency in multi-vehicle inventory-routing. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 24, 270–287. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2012.03.007>
- Coelho, L. C., Cordeau, J. F., & Laporte, G. (2012b). The inventory-routing problem with transshipment. *Computers and Operations Research*, 39(11), 2537–2548. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.12.020>
- Coelho, L. C., Cordeau, J. F., & Laporte, G. (2014). Thirty years of inventory routing. *Transportation Science*, 48(1), 1–19. <https://doi.org/10.1287/trsc.2013.0472>
- Coelho, L. C., & Laporte, G. (2013a). A branch-and-cut algorithm for the multi-product multi-vehicle inventory-routing problem. *International Journal of Production Research*, 51(23–24), 7156–7169. <https://doi.org/10.1080/00207543.2012.757668>
- Coelho, L. C., & Laporte, G. (2013b). Computers & Operations Research The exact solution of several classes of inventory-routing problems. *Computers and Operation Research*, 40(2), 558–565. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2012.08.012>
- Cortez, A. (2004). Teoría de la complejidad computacional y teoría de la computabilidad. *Revista*

- de Investigación De*, 105(1), 102–105. <https://doi.org/10.1021/la501620g>
- Dantzig, G., Fulkerson, R., & Johnson, S. (1954). Solution of a large-scale travelling salesman problem. *Operations Research*, 2, 393–410.
- Deb, K. (1998). Genetic Algorithm in Search and Optimization: The Technique and Applications. *Proc. of Int. Workshop on Soft Computing and Intelligent Systems*, 58–87. <https://doi.org/http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.33.5371>
- De Jong, K. A. (1975). An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems [Ph. D. thesis]. *University of Michigan*.
- Derbel, H., Jarboui, B., Hanafi, S., & Chabchoub, H. (2012). Genetic algorithm with iterated local search for solving a location-routing problem. *Expert Systems with Applications*, 39(3), 2865–2871. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.08.146>
- Dinero. (3 de Julio de 2019). *Dinero.com*. Obtenido de <https://www.dinero.com/especial-editorial/articulo/cuestion--de-costos/267856>
- Dorigo, M., Maniezzo, V., & Colormi, A. (1996). Ant system: optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 26(1), 29-41.
- Dowland, K. A., & Diaz, A. (2003). Heuristic design and fundamentals of the Simulated Annealing. *INTELIGENCIA ARTIFICIAL*, 7(19). <https://doi.org/10.4114/ia.v7i19.718>
- Eksioglu, B., Vural, A. V., & Reisman, A. (2009). The vehicle routing problem: A taxonomic review. *Computers and Industrial Engineering*, 57(4), 1472–1483. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2009.05.009>
- Farias, K., Hadj-Hamou, K., & Yugma, C. (2018, February). A Branch-and-Cut Algorithm for a Two-Echelon IRP.
- Feo, T. A., & Resende, M. G. C. (1995). Greedy Randomized Adaptive Search Procedures. *Journal of Global Optimization*, 6(2), 109–133. <https://doi.org/10.1007/BF01096763>
- Fuente, D. de la., y Priore, P. (1996). *Programación lineal entera y programación no lineal*. Universidad de Oviedo.

- Glover, F. (1986). FUTURE PATHS FOR INTEGER PROGRAMMING AND LINKS TO ARTIFICIAL INTELLIGENCE. *Computers and Operations Research*, 13(5), 533–549. [https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0305-0548\(86\)90048-1](https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0305-0548(86)90048-1)
- González, C. R., y Nieves, J. S. (2018). *Solución del problema de optimización de inventario de dos escalones con demanda estocástica para una red de distribución de un solo producto*. (Tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Grefenstette, J. J. (1986). Optimization of control parameters for genetic algorithms. *IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics*, 16(1), 122-128.
- Guemri, O., Bekrar, A., Beldjilali, B., & Trentesaux, D. (2016). GRASP-based heuristic algorithm for the multi-product multi-vehicle inventory routing problem. *4or*, 14(4), 377–404. <https://doi.org/10.1007/s10288-016-0315-1>
- Hansen, P., & Mladenović, N. (1997). Variable neighborhood search. *Handbook of Heuristics*, 1–2(1), 759–787. https://doi.org/10.1007/978-3-319-07124-4_19
- Hansen, P., Mladenović, N., Todosijević, R., & Hanafi, S. (2017). Variable neighborhood search: basics and variants. *EURO Journal on Computational Optimization*, 5(3), 423–454. <https://doi.org/10.1007/s13675-016-0075-x>
- Hasni, S., Toumi, S., Jarboui, B., & Mjirda, A. (2017). GVNS based heuristic for solving the multi-product multi-vehicle inventory routing problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 58, 71–78. <https://doi.org/10.1016/j.endm.2017.03.010>
- Hillier, F. S., y Lieberman, G. J. (2010). *Introducción a la investigación de operaciones*. (9a. ed.) McGraw-Hill Interamericana. Recuperado de <http://bibliotecavirtual.uis.edu.co:2168/?il=386>
- Hillier, F. S., y Lieberman, G. J. (2015). *Investigación de operaciones*. (10a. ed.) McGraw-Hill Interamericana. Recuperado de <http://bibliotecavirtual.uis.edu.co:2168/?il=2269>
- Holland, J. H. (1975). *Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. U Michigan Press
- Hu, W., Toriello, A., & Dessouky, M. (2018). Integrated inventory routing and freight

- consolidation for perishable goods. *European Journal of Operational Research*, 271(2), 548–560. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.05.034>
- Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995, November). Particle swarm optimization. In *Proceedings of ICNN'95-International Conference on Neural Networks* (Vol. 4, pp. 1942-1948). IEEE.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., & Vecchi, M. P. (1983). Optimization by simulated annealing. *science*, 220(4598), 671-680.
- Laporte, G. (1992). The traveling salesman problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, 59(2), 231–247. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(92\)90138-Y](https://doi.org/10.1016/0377-2217(92)90138-Y)
- Lmariouh, J., Hachemi, N. El, Jamali, A., & Bouami, D. (2014). The multi-vehicle mutli-product inventory-routing problem: A case study. *2014 International Conference on Advanced Logistics and Transport, ICALT 2014*, 319–323. <https://doi.org/10.1109/ICAdLT.2014.6866332>
- Marques, G., Thierry, C., Lamothe, J., & Gourc, D. (2010). A review of vendor managed inventory (VMI): From concept to processes. *Production Planning and Control*, 21(6), 547–561. <https://doi.org/10.1080/09537287.2010.488937>
- Martí, R. (2001). Procedimientos Metaheurísticos en Optimización Combinatoria. *Departament d'Estadística i Investigació Operativa*, 1–60. <http://www.uv.es/rmarti/paper/docs/heur1.pdf>
- Mirzapour Al-e-Hashem, S. M. J., & Rezik, Y. (2014). Multi-product multi-period Inventory Routing Problem with a transshipment option: A green approach. *International Journal of Production Economics*, 157(1), 80–88. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2013.09.005>
- Mitten, L. G. (1970). Branch-and-Bound Methods: General Formulation and Properties. *Operations Research*, 18(1), 24–34. <https://doi.org/10.1287/opre.18.1.24>
- Niño, A. F. (2017). *Estudio del problema de ruteo de vehiculos de dos escalones*. (Tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Park, Y. B., Yoo, J. S., & Park, H. S. (2016). A genetic algorithm for the vendor-managed inventory routing problem with lost sales. *Expert Systems with Applications*, 53, 149–159.

<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2016.01.041>

- Paterson, C., Kiesmüller, G., Teunter, R., & Glazebrook, K. (2011). Inventory models with lateral transshipments: A review. *European Journal of Operational Research*, 210(2), 125–136. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.05.048>
- Rahbari, M., Naderi, B., & Mohammadi, M. (2018). Modelling and Solving the Inventory Routing Problem with CO2 Emissions Consideration and Transshipment Option. *Environmental Processes*, 5(3), 649–665. <https://doi.org/10.1007/s40710-018-0302-y>
- Ramkumar, N., Subramanian, P., Narendran, T. T., & Ganesh, K. (2012). Mixed integer linear programming model for multi-commodity multi-depot inventory routing problem. *Opsearch*, 49(4), 413–429. <https://doi.org/10.1007/s12597-012-0087-0>
- Reed, P., Minsker, B., & Goldberg, D. E. (2000). Designing a competent simple genetic algorithm for search and optimization. *Water Resources Research*, 36(12), 3757–3761. <https://doi.org/10.1029/2000WR900231>
- Resende, M. G. C., & Ribeiro, C. C. (2014). GRASP: Greedy randomized adaptive search procedures. *Search Methodologies: Introductory Tutorials in Optimization and Decision Support Techniques, Second Edition*, 287–312. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6940-7_11
- Riojas Cañari, A. C. (2005). *Conceptos, algoritmo y aplicación al problema de las N-Reinas*. 85.
- Sánchez, P., Ramos, A., Ferrer, J., Barquín, J., & Linares, P. (2010). Modelos matemáticos de optimización. *Universidad Pontificia Comillas*, 55.
- Schaffer, J. D., Caruana, R., Eshelman, L. J., & Das, R. (1989, June). A study of control parameters affecting online performance of genetic algorithms for function optimization. In *Proceedings of the 3rd international conference on genetic algorithms* (pp. 51-60).
- Senoussi, A., Mouss, N. K., Penz, B., Brahimi, N., & Dauzère-Pérès, S. (2016). Modeling and solving a one-supplier multi-vehicle production-inventory-distribution problem with clustered retailers. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 85(5–8), 971–989. <https://doi.org/10.1007/s00170-015-7966-5>

- Shen, Q., Chu, F., & Chen, H. (2011). A Lagrangian relaxation approach for a multi-mode inventory routing problem with transshipment in crude oil transportation. *Computers and Chemical Engineering*, 35(10), 2113–2123. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2011.01.005>
- Soysal, M. (2016). Closed-loop Inventory Routing Problem for returnable transport items. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 48(December 2015), 31–45. <https://doi.org/10.1016/j.trd.2016.07.001>
- Spears, W. M., & Anand, V. (1991, October). A study of crossover operators in genetic programming. In *International Symposium on Methodologies for Intelligent Systems* (pp. 409-418). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Taha, A. H. (2017). *Investigación de operaciones*. (10a. ed.) Pearson Educación. Recuperado de <http://bibliotecavirtual.uis.edu.co:2168/?il=6959>
- Torres, M., & Baran, B. (2015). Optimización de enjambre de partículas para problemas de muchos objetivos. *Proceedings - 2015 41st Latin American Computing Conference, CLEI 2015*, 1–50. <https://doi.org/10.1109/CLEI.2015.7359982>
- Violi, A., Laganá, D., & Paradiso, R. (2019). The inventory routing problem under uncertainty with perishable products: an application in the agri-food supply chain. *Soft Computing, Christopher 2005*. <https://doi.org/10.1007/s00500-019-04497-z>
- Whitley, D. (1993). Computer Science A Genetic Algorithm Tutorial. In *Optimization*.
- Whitley, D., Rana, S., Dzubera, J., & Mathias, K. E. (1996). Evaluating evolutionary algorithms. *Artificial Intelligence*, 85(1-2 SPEC. ISS.), 245–276. [https://doi.org/10.1016/0004-3702\(96\)81371-3](https://doi.org/10.1016/0004-3702(96)81371-3)
- Xiao, N., & Rao, Y. L. (2016). Multi-product multi-period inventory routing optimization with time window constrains. *International Journal of Simulation Modelling*, 15(2), 352–364. [https://doi.org/10.2507/IJSIMM15\(2\)CO8](https://doi.org/10.2507/IJSIMM15(2)CO8)