

CODIFICACIÓN DE FUENTES SÍSMICAS BLENDED PARA UNA INVERSIÓN DE
ONDA COMPLETA 2D EN TIEMPO

KATHERINE ALEXANDRA FLÓREZ RAMÍREZ

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS
ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA
2019

CODIFICACIÓN DE FUENTES SÍSMICAS BLENDED PARA UNA INVERSIÓN DE
ONDA COMPLETA 2D EN TIEMPO

KATHERINE ALEXANDRA FLÓREZ RAMÍREZ

Trabajo de Grado para optar al título de
Magíster en Ingeniería Electrónica

Director

PhD. Ana Beatriz Ramírez Silva

Codirector

Dr.-Ing. Sergio Alberto Abreo Carrillo

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECAÑICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS
ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA

2019

*A mi mamá, por su apoyo incondicional, consejos y fortaleza,
a mi hermana Karen, por saber escucharme y darme todo su cariño,
A Rodolfo, Mercedes y mi tío Omar, por ser el pilar que necesitaba.*

*A mis amigos Arnold, Hans, Luis, Julián y Wilmer
por acompañarme una vez más en esta aventura académica.*

*A mis amigas Jessica, Luisa y Daniela,
por sus animos, chismes y charlas de chicas.*

*A mis amigos y compañeros de CPS Fabian, Jheyston y Cristian,
porque trabajar puede ser divertido si se tiene buena compañía.*

*A Isabel, porque sin importar la distancia seguimos juntas
a Juan Felipe, por ser ese amigo con el que siempre contar,
y a Cesar, por su cariño, atención y por siempre estar para el otro.*

Todo este trabajo es para ustedes.

AGRADECIMIENTOS

Un agradecimiento al grupo de investigación CPS y todos sus miembros. A mi Directora y Codirector de Proyecto, Ana Beatriz Ramírez y Sergio Alberto Abreo. Este trabajo fue desarrollado con el apoyo de la Universidad Industrial de Santander y a escuela de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	15
1. DATOS SÍSMICOS SIMULTÁNEOS	19
1.1. Cuantificación de la adquisición sísmica	22
1.2. Ecuación de onda	23
1.3. Propagador conjunto	24
2. INVERSIÓN DE ONDA COMPLETA	29
2.1. Inversión de Onda Completa en el dominio del tiempo	31
2.2. Inversión de Onda Completa empleando datos simultáneos	37
3. CODIFICACIÓN DE FUENTES	41
3.1. Codificación aleatoria	41
3.1.1. Selección de la codificación simultánea de referencia	43
3.2. Estrategias de codificación	47
3.2.1. Primera estrategia de implementación	53
3.2.2. Segunda estrategia de implementación	59
4. RESULTADOS	63
4.1. Modelo <i>Marmousi</i>	64
4.2. Modelo <i>Canadian Foothill</i>	73
5. CONCLUSIONES	81
5.1. Observaciones	82
5.2. Trabajo Futuro	83

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Comparación de una adquisición sísmica tradicional y simultánea.	17
Figura 2. Esquema de adquisición simultánea <i>Towed Streamer 2D</i>	19
Figura 3. Propagación fuente tradicional y fuente simultánea.	21
Figura 4. Esquema del propagador conjunto.	27
Figura 5. Esquema del propagador tradicional.	28
Figura 6. Definición del problema directo e inverso.	30
Figura 7. Esquema del cálculo del gradiente para una FWI tradicional	33
Figura 8. Descripción del <i>Cycle Skyping</i> para FWI.	36
Figura 9. Rutas de procesamiento de datos sísmicos simultáneos.	37
Figura 10. Esquema del cálculo del gradiente para una FWI simultánea	39
Figura 11. Comparación de los gradientes de FWI tradicional y simultánea	40
Figura 12. Modelos de velocidad original e inicial para el modelo de velocidad CPS.	44
Figura 13. Varianza normalizada y tasa de cambio de las varianzas normali- zadas	45
Figura 14. Modelos de velocidad finales empleando diferentes codificaciones de fuentes sísmicas aleatorias	46
Figura 15. Representación física de la matriz de codificación A .	48
Figura 16. Representación del trazado de rayos	49
Figura 17. Representación del punto de intersección (x_p, τ_p) .	50
Figura 18. Proceso para generar la matriz de diseño B .	51
Figura 19. Esquema PSO para codificación de fuentes <i>blended</i> .	56

Figura 20. Representación del problema de minimización como la diagonalización de la matriz U .	60
Figura 21. Modelos de velocidad original e inicial suavizado para el modelo de velocidad Marmousi.	65
Figura 22. Modelos de velocidad final Marmousi para la primera etapa frecuencia central de 3Hz.	66
Figura 23. Modelos de velocidad final Marmousi para la primera etapa frecuencia central de 6Hz.	67
Figura 24. Modelos de velocidad final Marmousi para la primera etapa frecuencia central de 9Hz.	68
Figura 25. Tiempo de ejecución por paso de frecuencia contra PSNR de cada modelo de velocidad para el modelo Marmousi	69
Figura 26. Análisis de Cycle Skipping para el modelo Marmousi en el paso de frecuencia de 3Hz.	71
Figura 27. Análisis de Cycle Skipping para el modelo Marmousi en el paso de frecuencia de 9Hz.	72
Figura 28. Modelos de velocidad original e inicial suavizado para el modelo de velocidad Canadian Foothill.	73
Figura 29. Modelos de velocidad final Canadian para la primera etapa frecuencia central de 3Hz.	75
Figura 30. Modelos de velocidad final Canadian para la primera etapa frecuencia central de 6Hz.	76
Figura 31. Modelos de velocidad final Canadian para la primera etapa frecuencia central de 9Hz.	77
Figura 32. Tiempo de ejecución por paso de frecuencia contra PSNR de cada modelo de velocidad para el modelo Canadian	78

Figura 33. Análisis de Cycle Skipping para el modelo Canadian en el paso de frecuencia de 3 Hz.	79
Figura 34. Análisis de Cycle Skipping para el modelo Canadian en el paso de frecuencia de 9 Hz.	80

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Parámetros y valores para el experimento con el modelo de velocidad CPS.	44
Tabla 2. Varianzas de cada métrica en función del número de experimentos.	45
Tabla 3. Ajuste del peso inercial w con $c_1 = 2.8$ y $c_2 = 3.1$, presentando μ del promedio de los 10 experimentos	58
Tabla 4. Ajuste del peso inercial $c_1 = 2.8$ y $w = 0.8$, presentando μ del promedio de los 10 experimentos	58
Tabla 5. Ajuste del peso inercial $c_1 = 2.8$ y $w = 0.8$, presentando μ del promedio de los 10 experimentos	58
Tabla 6. Parámetros y valores para el experimento con el modelo de velocidad Marmousi.	65
Tabla 7. PSNR para la FWI multiescala empleando las diferentes distribuciones de fuentes en el modelo Marmousi.	70
Tabla 8. Cycle Skipping para el modelo Marmousi	70
Tabla 9. Parámetros y valores para el experimento con el modelo de velocidad Canadian.	74
Tabla 10. PSNR para la FWI multiescala empleando las diferentes desitribuciones de fuentes en el modelo Canadian.	78
Tabla 11. Cycle Skipping para el modelo Canadian	79

RESUMEN

TÍTULO: CODIFICACIÓN DE FUENTES SÍSMICAS BLENDED PARA UNA INVERSIÓN DE ONDA COMPLETA 2D EN TIEMPO *

AUTOR: KATHERINE ALEXANDRA FLÓREZ RAMÍREZ **

PALABRAS CLAVE: MÍNIMA COHERENCIA, LAGRANGIANO AUMENTADO, PSO, INVERSION DE ONDA COMPLETA 2D, FUENTES SIMULTÁNEAS.

DESCRIPCIÓN:

La inversión de onda completa (FWI, por sus siglas en inglés) ha llamado la atención de la comunidad de exploración de gas y petróleo, como una nueva herramienta para el estudio de zonas geológicas complejas, en donde es necesario el desarrollo de técnicas para la estimación de modelos de velocidad confiables. La inversión de onda completa es un método de inversión no lineal que iterativamente estima características del subsuelo como la velocidad sísmica, partiendo de un modelo inicial de velocidad y el dato adquirido en campo. Las fuentes *blended* o simultáneas han sido usadas en la adquisición sísmica marina con el fin de reducir los costos de adquisición, disminuyendo el número de veces que el buque de exploración debe pasar por la trayectoria delimitada de exploración. Cuando los datos *blended* son utilizados en la reconstrucción del modelo de velocidad empleando el método FWI, evitando la etapa previa de *de-blending* o separación, el tiempo de procesamiento se reduce. Sin embargo, un dato *blended* implica la superposición entre los disparos individuales contenidos en él, produciendo interferencia que afecta al resultado final de la FWI. En este documento se desarrollan dos estrategias de codificación que disminuye las zonas de superposición dentro del dato *blended*, con el fin de mejorar el modelo de velocidad final.

* Trabajo de investigación

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y telecomunicaciones. Director: PhD. Ana Beatriz Ramírez Silva, Codirector: Dr.-Ing Sergio Alberto Abreo Carrillo

ABSTRACT

TITLE: SEISMIC BLENDED SOURCE CODE FOR A FULL WAVEFORM INVERTION 2D IN TIME
*

AUTHOR: KATHERINE ALEXANDRA FLÓREZ RAMÍREZ **

KEYWORDS: MINIMAL COHERENCE, AUGMENTED LAGRANGIAN, PSO, FULL WAVEFORM INVERTION 2D, BLENDED SOURCES.

DESCRIPTION:

Full Waveform Inversion (FWI) schemes are gradually becoming more common in the oil and gas industry, as a new tool for studying complex geological zones, based on their reliability for estimating velocity models. FWI is a non-linear inversion method that iteratively estimates subsurface characteristics such as seismic velocity, starting from an initial velocity model and the preconditioned data acquired. Blended sources have been used in marine seismic acquisitions to reduce acquisition costs, reducing the number of times that the vessel needs to cross the exploration delineation trajectory. When blended or simultaneous, without previous de-blending or separation, stage data are used in the reconstruction of the velocity model with the FWI method, and the computational time is reduced. However, blended data implies overlapping single shot-gathers, producing interference that affects the result of seismic approaches, such as FWI or seismic image migration. In this document, an encoding strategy is developed, which reduces the overlap areas within the blended data to improve the final velocity model with the FWI method.

* Master Thesis

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y telecomunicaciones. Director: PhD. Ana Beatriz Ramírez Silva, Codirector: Dr.-Ing Sergio Alberto Abreo Carrillo

INTRODUCCIÓN

La exploración sísmica permite delinear las estructuras geológicas del subsuelo y las reservas de petróleo y gas. Esto se lleva a cabo por medio de la detonación de fuentes ubicadas en la superficie terrestre (adquisición terrestre) o justo bajo la superficie del mar (adquisición marina).

Las fuentes generan una deformación o un campo de presión que se propaga a través del subsuelo. Cuando la onda encuentra una interfaz con diferentes propiedades físicas (por ejemplo, velocidad), una falla o un cambio litológico, parte de la energía de la onda se refleja y es registrada por los sensores ubicados en la superficie de la tierra o de la columna de agua en el mar.

Los datos registrados, denominados conjunto de trazas, son almacenados y el arreglo de fuente y receptores es trasladado a una nueva ubicación, donde el proceso de adquisición se repite. Este proceso de adquisición marina toma semanas e incluso meses implicando una gran inversión económica, factor que permite determinar si la exploración de una reserva de hidrocarburos es factible.

Para poner en contexto la importancia del tiempo de adquisición como un factor económico, se puede tomar como referencia el análisis de precios del portal DALEEL ¹, donde el día de operación de un buque de exploración para una adquisición 2D está entre \$15.000- \$45.000 dólares, sin tener en cuenta el precio por kilómetro recorrido.

¹ DALEEL, Oil and Gas Supply Chain Portal. www.scmdaleel.com/category/seismic-survey-and-data-acquisition/7, 14 de octubre de 2018. 2018.

Con el fin de reducir el tiempo de adquisición, Beasley introduce en el ámbito marino el concepto de fuentes simultáneas, empleando dos fuentes separadas en distancia y adquiridas en una misma toma ². El desarrollo de técnicas de adquisición que emplean este concepto, como el método *Towed Streamer Blended 2D*, permite reducir el número de datos adquiridos y por lo tanto el número de veces que el buque de exploración debe pasar por el área de interés, reduciendo el tiempo y el costo de adquisición ³.

El uso de una adquisición simultánea reduce el número de datos adquiridos durante la exploración sísmica, obteniendo la información del subsuelo mezclada al detonar más de una fuente al tiempo (super-disparo).

Esto permite conservar el número total de disparos empleados, reduciendo el tiempo de adquisición, como se observa en la Figura 1, siendo posible aumentar el número de fuentes sin incrementar el costo de adquisición, o bien disminuir el tiempo de adquisición, sin reducir el número de fuentes totales empleadas.

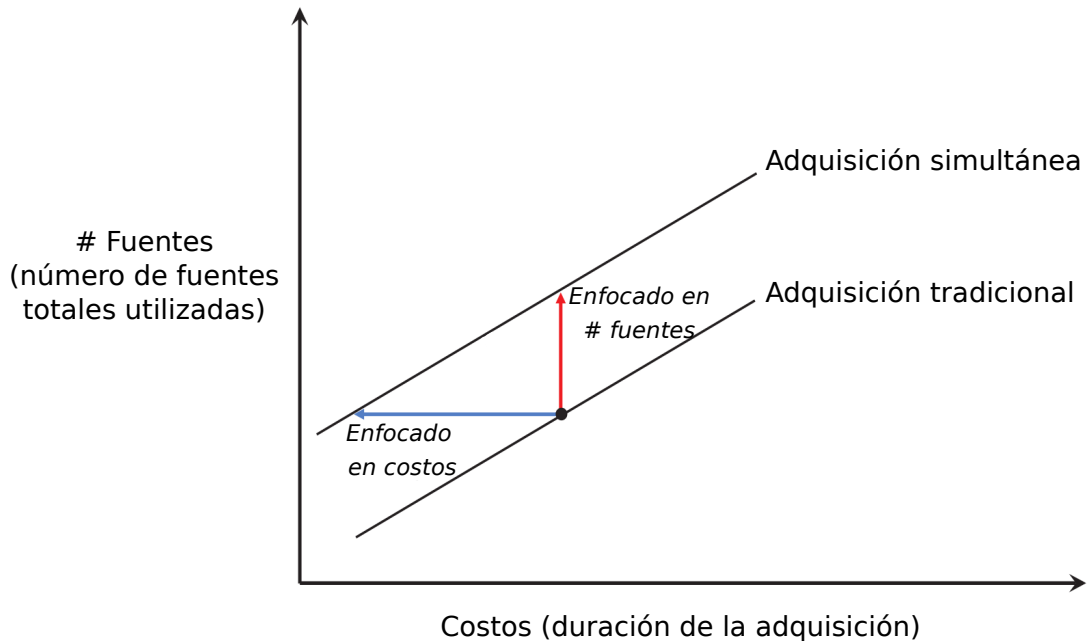
Sin embargo, la superposición entre los disparos causa interferencia en la información adquirida, generando problemas en etapas posteriores de procesamiento, como la obtención de parámetros del subsuelo como la velocidad obtenidos por medio de la Inversión de Onda Completa (FWI por sus siglas en inglés, *Full Waveform Inversion*). El método FWI, permite estimar a partir de los datos adquiridos en

² Craig J Beasley, Ronald E Chambers y Zerong Jiang. "A new look at simultaneous sources". En: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 1998*. Society of Exploration Geophysicists, 1998, págs. 133-135.

³ International Association of Oil OGP y Gas Producers. "An overview of marine seismic operations". En: *Report No. 448* (2011).

campo un modelo de velocidad del subsuelo de alta resolución y con mayor detalle al obtenido con técnicas de inversión tradicionales ⁴. La calidad del modelo de velocidad final está relacionada con la cantidad de información proporcionada por los datos adquiridos en campo, de manera que la interferencia debida a la exploración simultánea puede generar modelos más alejados de la realidad.

Figura 1. Comparación de una adquisición sísmica tradicional y simultánea en términos de los costos (tiempo de adquisición) y la calidad (número de fuentes totales utilizadas).



Modificado de Mahdad⁵

⁴ Jean Virieux y Stéphane Operto. "An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics". En: *Geophysics* 74.6 (2009), WCC1-WCC26.

⁵ Araz Mahdad. "Deblending of seismic data". En: *Technische Universiteit Delft* (2012).

Los métodos tradicionales de procesamiento sísmico intentan eliminar la interferencia realizando una etapa previa de separación con el fin de obtener la información de cada disparo de forma individual. No obstante, es posible tratar este problema codificando los disparos mezclados, reduciendo la interferencia presente en los datos para procesarlos sin necesidad de la etapa de separación. Esto permite obtener una estimación del modelo de velocidad similar a la obtenida por una adquisición tradicional (disparos individuales), reduciendo el tiempo de adquisición y procesamiento.

En este trabajo se presenta dos estrategias de codificación de fuentes simultáneas en tiempo y posición espacial x , con el fin de disminuir la interferencia en los datos debido a la superposición de los disparos. Las diferentes estrategias son comparadas con una adquisición tradicional por medio del modelo de velocidad final generado tras la Inversión de Onda Completa sin etapa de separación.

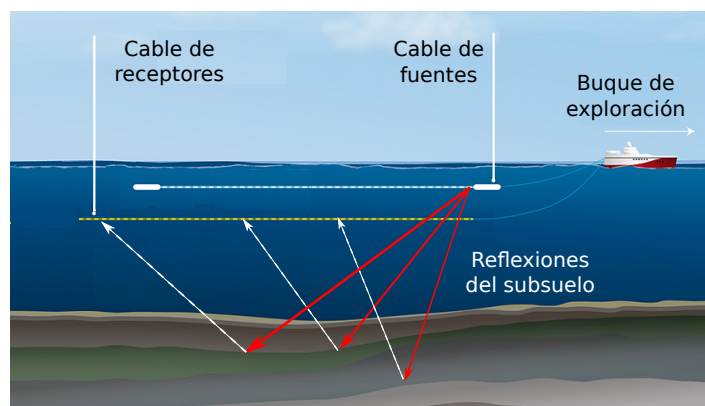
El documento está organizado de la siguiente manera: En el capítulo 1 se presenta el concepto de datos sísmicos simultáneos, su expresión matemática y la implementación del propagador simultáneo. En el capítulo 2 se formula la obtención de los parámetros del subsuelo como un problema inverso, el método de inversión de onda completa y las consideraciones necesarias para la implementación empleando datos sísmicos simultáneos. En el capítulo 3 se desarrollan las dos estrategias de codificación basadas en el concepto de mínima coherencia entre los disparos simultáneos, así como la selección de una codificación simultánea de referencia basada en la codificación aleatoria de las fuentes. En el capítulo 4 se exponen los resultados obtenidos empleando las dos estrategias de codificación basada en la coherencia mínima, la codificación aleatoria y la codificación tradicional. En el capítulo 5 se presentan las conclusiones y trabajo futuro de este proyecto.

1. DATOS SÍSMICOS SIMULTÁNEOS

Una de las configuraciones más utilizada en la adquisición sísmica marina es la denominada *Towed Streamer*, en donde uno o más cables que contiene los transductores son arrastrados por el buque de exploración, junto con un arreglo de fuentes de presión. En una adquisición sísmica 2D las reflexiones del subsuelo se localizan sobre la línea dibujada por el movimiento del buque de exploración, como se observa en la Figura 2, obteniendo un conjunto de trazas en dos dimensiones (el tiempo de arribo y la dimensión espacial a lo largo de la superficie de adquisición).

En una implementación simultánea se registra en un mismo tiempo de adquisición más de una fuente, reduciendo el número de datos observados durante la adquisición, disminuyendo el número de veces que el buque de exploración debe pasar sobre el área de interés y por consiguiente reduce los costos asociados a la adquisición.

Figura 2. Esquema de adquisición simultánea *Towed Streamer 2D*.



Modificado de PGS⁶

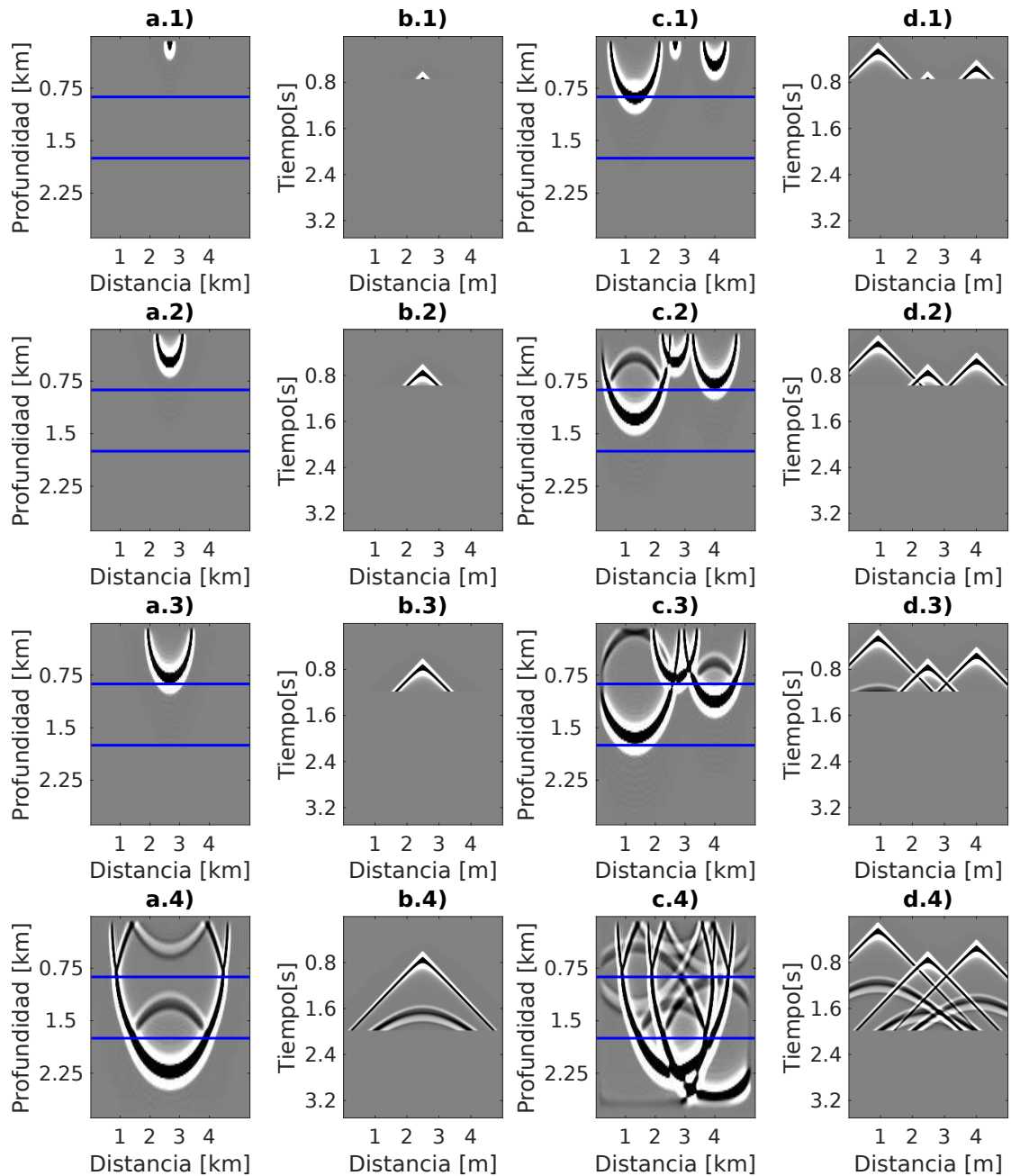
⁶ PGS, Petroleum Geo-Services. www.pgs.com/marine-acquisition/services/towed-streamer-em/technology/em-acquisition/, 14 de octubre de 2018. 2018.

El uso de fuentes simultáneas implica superposición, en un mismo tiempo de adquisición, de N disparos accionados en tiempos y posiciones diferentes, generando interferencia en los puntos en los que el campo de presión de una fuente se superpone con el campo generado por otra.

De manera ilustrativa, en la Figura 3 se observa la evolución en el tiempo del campo de presión propagado y del conjunto de trazas generadas por una adquisición tradicional (un disparo localizado en el centro del modelo) y una adquisición simultánea de tres fuentes mezcladas (con diferentes posiciones y tiempos de detonación) sobre un modelo de velocidad de tres capas homogéneas (con velocidades de onda P ; 1500, 1700, 2000)m/s ubicadas a 875m y 1750m de profundidad, demarcadas por una línea azul en la Figura 3.

Se puede observar en las Figuras (3.c) como el campo de presión simultáneo evoluciona a lo largo del tiempo, interfiriendo con los demás campos de presión, y el conjunto de trazas generadas almacenan la información mezclada de las fuentes, en las Figuras (3.d). De manera que es de vital importancia disminuir los efectos de la interferencia para que la ganancia obtenida en la etapa de adquisición, de tiempo y costos, no se vea truncada por problemas en el procesamiento del dato mezclado.

Figura 3. Representación de la evolución en el tiempo del campo de presión propagado (columnas a. y c.) y el conjunto de trazas generadas en ese instante (columnas b. y d.) para una fuente tradicional (columnas a. y b.) y una fuente simultanea (columnas c. y d.). Presentando los instantes de tiempo (0.8, 1, 1.2, 2)s mostrados de la fila 1 a la 4, respectivamente. Se realiza la propagación sobre un modelo de velocidad de tres capas homogéneas (1500, 1700, 2000)m/s delimitadas por la línea azul.



1.1. Cuantificación de la adquisición sísmica

Con el fin de medir el ahorro en los costos asociados en la etapa de adquisición Berkout ⁷ propuso dos indicadores de desempeño. El primero compara la relación entre el número de disparos simultáneos y disparos tradicionales en una adquisición, expresados en términos del factor de densidad de fuentes (*SDR* por sus siglas en inglés, *source-density ratio*)

$$SDR = \frac{\text{Número de fuentes activas en una toma simultánea}}{\text{Número de fuentes activas en una toma tradicional}} \quad (1)$$

El segundo indicador enfatiza el factor económico de una adquisición simultánea, midiendo el ahorro en tiempo de adquisición por medio del factor *STR* (por sus siglas en inglés, *survey time ratio*)

$$STR = \frac{\text{Número de días de adquisición tradicional}}{\text{Número de días de adquisición simultánea}} \quad (2)$$

En este trabajo, no se cuenta con una medida real del factor *STR* para caracterizar completamente la mejora en los costos de adquisición. Solo es posible medir el factor *SDR*, pero un factor *STR* > 1 es posible, debido a que una adquisición sísmica simultánea implica más de una fuente de presión activada en el mismo tiempo

⁷ AJ ?Guus? Berkhout. "Changing the mindset in seismic data acquisition". En: *The Leading Edge* 27.7 (2008), págs. 924-938.

de adquisición, disminuyendo el tiempo necesario para adquirir los datos esperados.

1.2. Ecuación de onda

La expresión matemática para el campo de presión, medido en la superficie, de un disparo simultáneo puede obtenerse partiendo de la solución numérica de la ecuación de onda seleccionada para un disparo individual (propagación tradicional).

Para este trabajo se empleó la ecuación de onda acústica 2D con densidad constante para un medio isotrópico; donde el campo de presión medido en la superficie en el dominio del tiempo se obtiene a partir de la solución de la fórmula (3),

$$\frac{1}{\mathbf{m}^2(x, z)} \frac{\partial \mathbf{p}^2}{\partial t^2} = \frac{\partial \mathbf{p}^2}{\partial x^2} + \frac{\partial \mathbf{p}^2}{\partial z^2} + src(x_s, z_s, t) \quad (3)$$

donde $src(x_s, z_s, t)$ es la fuente de presión, en las coordenadas x_s, z_s ; t es la variable de tiempo; $\mathbf{m} \in \mathbb{R}^{N_x \times N_z}$ es la velocidad acústica del medio en función de las coordenadas espaciales x y z ; y $\mathbf{p}$ es el campo de presión escalar de dimensiones $N_x \times N_z \times N_t$.

El campo de presión en la posición de los receptores, z_{rec} , para una fuente individual está dado por $\mathbf{p}(x, z = z_{rec}, t)$, de dimensiones $N_x \times N_t$. Considerando una adquisición simultánea, el campo de presión en la posición de los receptores para una fuente simultánea, $\mathbf{p}_{bl}$, puede verse como la suma lineal de los N disparos simultáneos codificados en posición espacial $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, y retardo en tiempo

$\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N\}$ como presenta la ecuación (4)⁸

$$\mathbf{p}_{bl}(x, z = z_{rec}, t) = \sum_n^N \mathbf{p}(x - x_n, z = z_{rec}, t - \tau_n). \quad (4)$$

La ecuación (3), presenta la relación no lineal entre el campo de presión $\mathbf{p}$ y el medio $\mathbf{m}$ (elemento al cuadrado). De manera que el principio de superposición presente en la expresión de la fórmula (4) es válido en un modelo de capa constante, como la capa de agua.

1.3. Propagador conjunto

La implementación del propagador de onda de la ecuación (3) se realiza empleando diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD) con una aproximación de octavo orden para las derivadas espaciales y una aproximación de segundo orden para las derivadas temporales⁹. De esta forma, el campo $\mathbf{p}$ discretizado temporalmente puede verse como una expresión en términos de los campos de presión pasado ($\mathbf{p}_{i,j}^{n-1}$), presente ($\mathbf{p}_{i,j}^n$) y futuro ($\mathbf{p}_{i,j}^{n+1}$), como aparece en la ecuación (5)

$$\frac{\partial \mathbf{p}^2}{\partial t^2} \approx \frac{\mathbf{p}_{i,j}^{n-1} - 2\mathbf{p}_{i,j}^n + \mathbf{p}_{i,j}^{n+1}}{(\Delta t)^2}, \quad (5)$$

⁸ Luc T Ikelle. *Coding and decoding: Seismic data: The concept of multishooting*. Vol. 39. Elsevier, 2010.

⁹ Dennis M Sullivan. *Electromagnetic simulation using the FDTD method*. John Wiley & Sons, 2013.

donde i, j y n representan las variables discretas para x, z y t , respectivamente, y Δt es el paso temporal.

Para las aproximaciones espaciales, el campo p se escribe como sigue:

$$\frac{\partial p^2}{\partial x^2} \approx c_0 \cdot p_{i,j}^n + \sum_{l=1}^{L-1} \frac{c_l \cdot (p_{i+l+1,j}^n + p_{i-l,j}^n)}{(\Delta x)^2}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial p^2}{\partial z^2} \approx c_0 \cdot p_{i,j}^n + \sum_{l=1}^{L-1} \frac{c_l \cdot (p_{i,j+l+1}^n + p_{i,j-l}^n)}{(\Delta z)^2}, \quad (7)$$

donde c es un arreglo que contiene los coeficientes de diferencias finitas de segundo orden con aproximación de octavo orden, $c = [\frac{-205}{72}, \frac{8}{5}, \frac{-1}{5}, \frac{8}{315}, \frac{-1}{560}]$, L es la cantidad de coeficientes y Δx y Δz representan la resolución espacial del modelo.

Siendo el campo futuro $p_{i,j}^{n+1}$, calculado en cada paso de tiempo n

$$p_{i,j}^{n+1} = 2 \cdot p_{i,j}^n - p_{i,j}^{n-1} + (\Delta t)^2 \cdot m^2(x, z) \cdot \left(\frac{\partial p^2}{\partial x^2} + \frac{\partial p^2}{\partial z^2} \right) + src(x, z_s, t) \quad (8)$$

De manera ideal, el campo de presión se sigue extendiendo hacia el infinito hasta que se disipe la energía por completo. Para este caso, debido a que el modelo tiene dimensiones finitas, se utiliza la técnica de capas convolucionadas perfectamente

acopladas (CPML por sus siglas en inglés) ¹⁰, para simular la atenuación de la energía hacia el infinito.

Tomando la definición dada por la fórmula (4), se puede implementar el propagador de fuentes simultáneas como la suma del conjunto de trazas en la posición del receptor obtenidas por la propagación individual de cada fuente por medio de la ecuación (3) discretizada.

Sin embargo, una implementación más apegada al comportamiento que puede tener la fuente en una adquisición sísmica real, es la propagación de la fuente simultánea por medio de una única propagación. Para ello se calcula la fuente como la concatenación de la firma de cada fuente desplazada en tiempo τ_i y se inyecta en el campo en el instante de tiempo discretizado n en la posición x_i de cada una de las fuentes. Solucionando la ecuación de onda (3) una sola vez, como se muestra en el algoritmo (1).

Algoritmo 1 Propagador conjunto de fuentes simultaneas

```

for  $i=1, 2, \dots, N$  do                                     ▷ Generación fuente simultánea
  for  $n=0, 2, \dots, nt$  do
     $src_N(x, z_s, n + i * nt) = src(x - x_i, z_s, n - \tau_i)$ 
  end forend for

end forend for
 $\frac{1}{m^2(x, z)} \frac{\partial p^2}{\partial t^2} = \frac{\partial p^2}{\partial x^2} + \frac{\partial p^2}{\partial z^2} + src_N(x, z_s, t)$                                      ▷ Solución Ec. de onda
 $p_{bl} = p(x, z = z_{rec}, t);$ 

```

Este tipo de implementación calcula el campo de presión $p(x, z, t) \in \mathbb{R}^{N_x \times N_z \times N_t}$ una

¹⁰ Damir Pasalic, Ray McGarry y col. "Convolutional perfectly matched layer for isotropic and anisotropic acoustic wave equations". En: (2010).

sola vez, obteniendo directamente el conjunto de trazas simultáneas en la posición de los receptores $\mathbf{p}_i(x, z = z_{rec}, t) \in \mathbb{R}^{N_x \times N_t}$, como se observa en la Figura 4. De manera que se reduce el número de propagaciones realizadas y el tiempo de cómputo de la propagación, en comparación con la implementación del propagador para una adquisición tradicional, la cual realiza la propagación individual de cada fuente obteniendo un campo de presión $\mathbf{p}_i(x, z = z_{rec}, t)$ para cada una, como se presenta en la Figura 5.

Figura 4. Esquema del propagador del campo de presión para fuentes simultáneas como la propagación de una fuente que contiene las N fuentes mezcladas. Obteniendo el campo de presión en la posición de los receptores $\mathbf{p}_{bl} = \mathbf{p}(x, z = z_{rec}, t)$ con el cálculo de un solo campo de presión $\mathbf{p}(x, z, t)$.

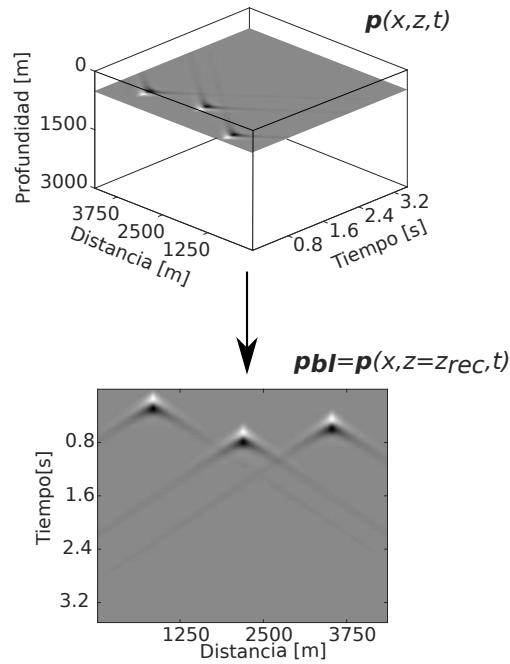
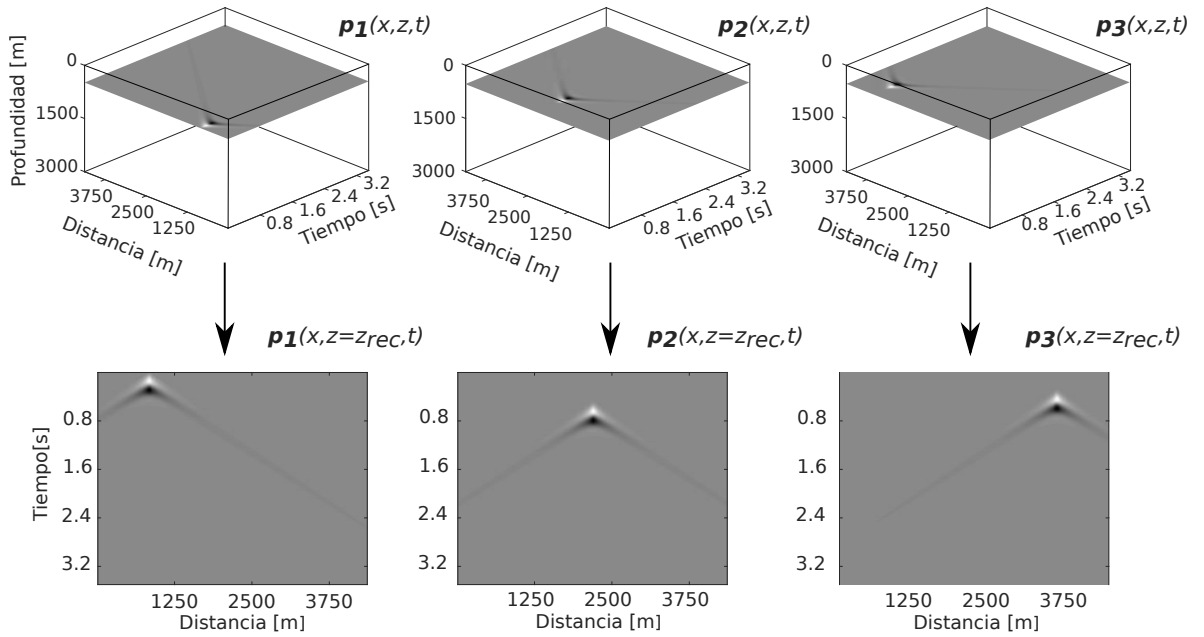


Figura 5. Esquema del propagador del campo de presión para una adquisición tradicional. Siendo $\mathbf{p}_i(x, z = z_{rec}, t)$ el campo de presión generado por cada fuente individual en la posición de los receptores.



2. INVERSIÓN DE ONDA COMPLETA

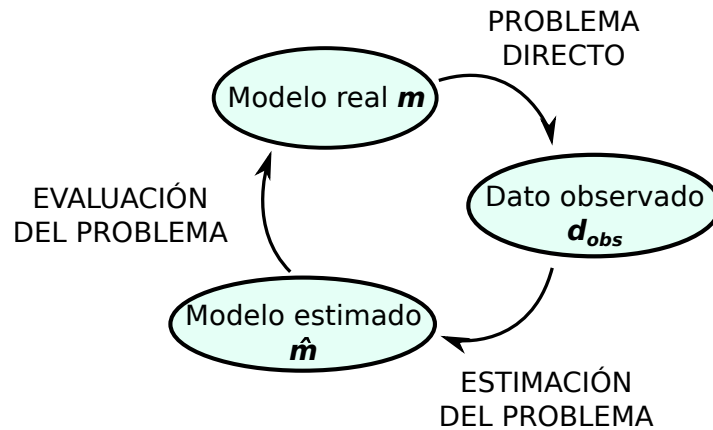
Para la generación de imágenes del subsuelo a partir del conjunto de datos adquiridos durante la exploración, es necesario obtener una estimación confiable de los parámetros del medio, en este caso la velocidad de la onda P, lo cual permite reubicar los eventos de profundidad del subsuelo a su verdadera posición por medio de herramientas como la migración sísmica.

En el ámbito geofísico, el problema directo se ve como la obtención del campo de presión ($\mathbf{p}(x, z)$) en la ubicación de los receptores ($d_{obs}(\mathbf{m})$), empleando el conjunto de parámetros verdaderos del modelo ($\mathbf{m}$). Y el problema inverso pretende estimar los parámetros del subsuelo ($\hat{\mathbf{m}}$) a partir de las observaciones. La obtención del modelo de velocidad, a partir de los datos adquiridos en campo, puede formularse como un problema inverso.

En un caso real, se tiene una cantidad finita de información para reconstruir un modelo con infinitos grados de libertad. Lo cual implica que hay muchos modelos que pueden obtener la misma respuesta siendo éstos no necesariamente iguales al modelo real esperado. Este tipo de problemas se define como mal puestos.

El problema inverso consta de dos pasos, la estimación del modelo a partir del dato observado (estimación del problema) y la evaluación de la relación entre el modelo estimado y el modelo real, como puede observarse en la Figura 6.

Figura 6. Definición del problema directo e inverso de identificación de parámetros.



Modificado de Snieder¹¹.

De manera que los tres principales elementos en la inversión geofísica son: el dato observado, producido por la detonación de la fuente en el área de interés y registrado por los receptores en la superficie; el operador matemático utilizado en la etapa de modelado; y la función de costo, que mide la diferencia entre el dato modelado y el dato observado.

En general, hay dos razones por las cuales la estimación del modelo difiere del modelo real. La primera es la no unicidad generada por la existencia de varios mínimos locales en la función de costo del método, donde los parámetros reales son los que generan el valor del mínimo global. Y la segunda es la presencia de errores en la adquisición de los datos, que provoca que los parámetros del modelo estimado nunca sean iguales a los reales.

¹¹ Roel Snieder. "The role of nonlinearity in inverse problems". En: *Inverse Problems* 14.3 (1998), pág. 387.

2.1. Inversión de Onda Completa en el dominio del tiempo

La Inversión de Onda Completa (FWI por sus siglas en inglés) es una técnica de procesamiento que permite generar imágenes de alta resolución del subsuelo, con mayor detalle al obtenido con técnicas de inversión tradicionales ⁴, estimando los parámetros del subsuelo apartir de un modelo de velocidad inicial y el conjunto de datos adquiridos en la superficie. La técnica FWI actualiza el modelo de velocidad disminuyendo iterativamente una función de costo $\Phi(\hat{\mathbf{m}})$, dada por el cuadrado de la norma ℓ_2 del error entre el dato modelado y el dato adquirido (datos residuales) en cada iteración ¹², tal y como se muestra en la fórmula (9)

$$\Phi(\hat{\mathbf{m}}) = \arg \min_{\hat{\mathbf{m}}} \|d_{mod}(\hat{\mathbf{m}}) - d_{obs}(\mathbf{m})\|_2^2, \quad (9)$$

donde los datos modelados d_{mod} se calculan usando la ecuación de onda, $\hat{\mathbf{m}}$ es el conjunto de parámetros obtenidos con FWI y $\mathbf{m}$ es el conjunto de parámetros verdaderos.

Empleando el método del gradiente descendiente ¹³ se actualiza iterativamente el modelo de velocidad, como se ve en la expresión (10)

¹² A Tarantola. "Inversion of seismic-reflection data in the acoustic approximation". En: *Geophysics* 48.8 (1984), págs. 1259-1266.

¹³ J. Nocedal y S. J. Wright. *Numerical Optimization*. 2nd. New York: Springer, 2006.

$$\hat{\mathbf{m}}^{k+1} = \hat{\mathbf{m}}^k + \alpha_k (-(\mathbf{H}(\hat{\mathbf{m}}^k))^{-1} \mathbf{G}(\hat{\mathbf{m}}^k)) , \quad (10)$$

donde el gradiente $\mathbf{G}(\hat{\mathbf{m}}^k)$ representa la evolución de la dirección de búsqueda en la función de costo, hacia el mínimo más cercano; la inversa de la Hessiana $(\mathbf{H}(\hat{\mathbf{m}}^k))^{-1}$ indica la curvatura de la función de costo alrededor de ese punto y α_k es la magnitud de avance de la dirección de búsqueda.

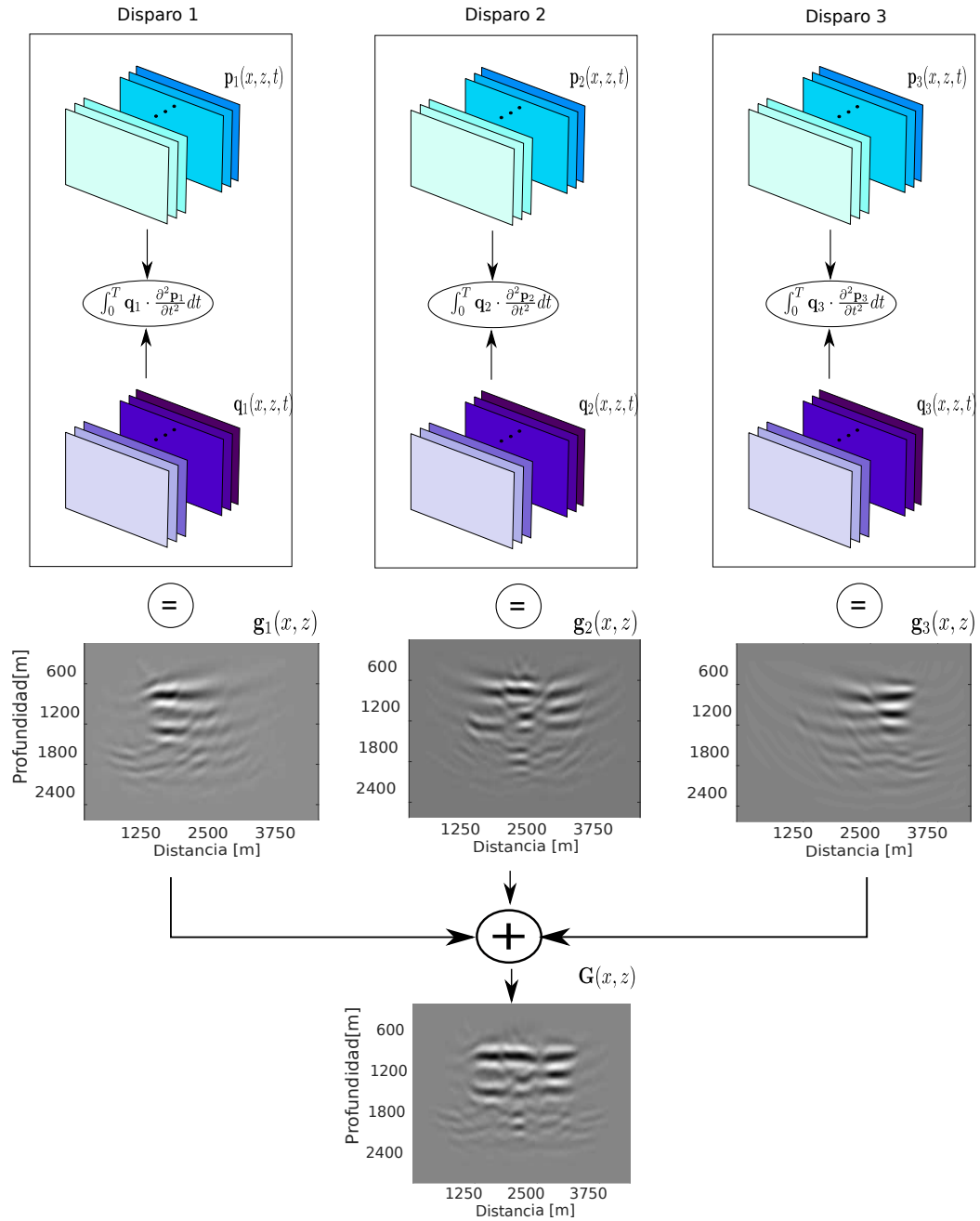
El gradiente de velocidad para la ecuación de onda acústica isotrópica con densidad constante, se calcula empleando el método del estado adjunto de primer orden planteado por Plessix ¹⁴, como se presenta en la ecuación (11)

$$\mathbf{G}(\hat{\mathbf{m}}^k) = \sum_s -\frac{2}{(\hat{\mathbf{m}}^k)^3} \int_0^T \mathbf{q}_s \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{p}_s}{\partial t^2} dt , \quad (11)$$

donde $\mathbf{p}_s$ es el campo generado por la fuente de presión; $\mathbf{q}_s$ es el campo adjunto asociado a $\mathbf{p}_s$, que emplea como fuente los residuales; T es el tiempo total de propagación; y s representa un disparo específico. Cada disparo produce su propio gradiente $\mathbf{g}_s$, siendo el gradiente final la suma de todos los gradientes $\mathbf{G}$, como se observa en la Figura (7).

¹⁴ R.-E. Plessix. "A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications". En: *Geophysical Journal International* 167.2 (2006), págs. 495-503. DOI: 10.1111/j.1365-246X.2006.02978.x.

Figura 7. Esquema del cálculo del gradiente para una FWI tradicional, donde p_s es el campo generado por la fuente de presión; q_s es el campo adjunto asociado a p_s . Obteniendo cada disparo su propio gradiente g_s por medio de la interacción de los campos p y q , siendo el gradiente final la suma de todos los gradientes G .



La matriz Hessiana no es calculada directamente debido a su alto costo computacional $O(N_x \times N_z)^2$. Por esta razón, se utiliza una aproximación del producto entre la inversa de la Hessiana y el gradiente como se aprecia en la expresión (12)

$$\hat{\mathbf{m}}^{k+1} = \hat{\mathbf{m}}^k + \alpha_k \mathbf{h}(\hat{\mathbf{m}}^k), \quad (12)$$

donde $\mathbf{h}(\hat{\mathbf{m}}^k)$ es la dirección de búsqueda, obtenida empleando el método cuasi-Newton L-BFGS¹⁵. Esta aproximación emplea los últimos n gradientes y modelos de velocidad para calcular la dirección de búsqueda, necesitando al menos dos gradientes y dos modelos de velocidad para obtenerla.

El algoritmo (2) presenta el pseudocódigo para este método, donde $\mathbf{s}_k = \hat{\mathbf{m}}_{k+1} - \hat{\mathbf{m}}_k$, $\mathbf{y}_k = \mathbf{G}_{k+1} - \mathbf{G}_k$ y $\sigma_k = 1/\mathbf{y}_k^T \mathbf{s}_k$. La matriz $\mathbf{D}_k^0$ es aproximada a la diagonal $\mathbf{D}_k^0 = \gamma_k \mathbf{I}$, con

$$\gamma_k = \frac{\mathbf{s}_{k-1}^T \mathbf{y}_{k-1}}{\mathbf{y}_{k-1}^T \mathbf{y}_{k-1}}. \quad (13)$$

La dirección de búsqueda es dada por $\mathbf{h}_k = \mathbf{r}$, y la magnitud de avance de la dirección de búsqueda se ajusta como $\alpha_k = 1$. El algoritmo 2 realiza un escalamiento

¹⁵ D. C. Liu y J. Nocedal. "On the Limited Memory BFGS Method for Large Scale Optimization". En: *Math. Program.* 45.3 (1989), págs. 503-528. DOI: 10.1007/BF01589116.

Algoritmo 2 Método L-BFGS

```
q  $\leftarrow$  Gk;  
for i=k-1,k-2,...,k-n do  
     $\varepsilon \leftarrow \sigma_i \mathbf{s}_i^T \mathbf{q}$ ;  
    q  $\leftarrow$  q -  $\varepsilon_i \mathbf{y}_i$ ;  
end forend for  
r  $\leftarrow$  Dk0q;  
for i=k-n,k-n+1,...,k-1 do  
     $\beta \leftarrow \sigma_i \mathbf{y}_i^T \mathbf{r}$ ;  
    r  $\leftarrow$  r + si( $\varepsilon - \beta$ );  
end forend for  
hk  $\leftarrow$  r;
```

adecuado cuando se cumple la siguiente condición ¹⁶

$$\Phi(\hat{\mathbf{m}}_{k+1}) < \Phi(\hat{\mathbf{m}}_k), \quad (14)$$

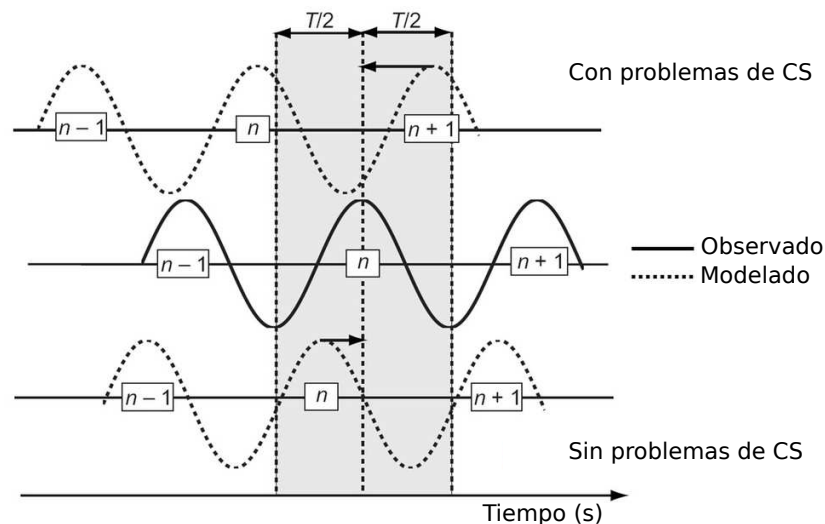
donde $\Phi(\hat{\mathbf{m}}_{k+1})$ es el valor de la función de costo al actualizar el modelo con la dirección de búsqueda obtenida por el método L-BFGS y $\Phi(\hat{\mathbf{m}}_k)$ es el valor de la función de costo antes de la actualización. Si la condición de la expresión (14) no se satisface la magnitud de avance α_k , se disminuye a la mitad y se repite el proceso hasta que la condición se cumpla.

Para garantizar que el modelo de velocidad final se encuentra cercano al vecindario del mínimo global, se debe evitar el *Cycle Skyping* (CS). Los cuales aparecen cuan-

¹⁶ Adriano W. G. dos Santos y Reynam C. Pestana. "Time-domain multiscale full-waveform inversion using the rapid expansion method and efficient step-length estimation". En: *Geophysics* 80.4 (2015), R203-R216. DOI: 10.1190/geo2014-0338.1.

do el desfase entre los datos modelados y el dato observado en campo es mayor a la mitad del periodo de la ondícula principal, como se presenta en la Figura 8.

Figura 8. Descripción del *Cycle Skipping* para FWI. La línea punteada superior representa la traza modelada con un desfase en tiempo mayor a $T/2$ con respecto al dato observado. En este caso, la FWI intentará ajustar el lóbulo $n + 1$ del dato modelado con el lóbulo n del dato observado, generando modelos de velocidad erróneos. En el ejemplo inferior, tanto dato modelado como observado el desfase es menor a $T/2$ de manera que se ajusta correctamente los datos y se genera un modelo de velocidad mas cercano al real.



Adaptado de Virieux⁴.

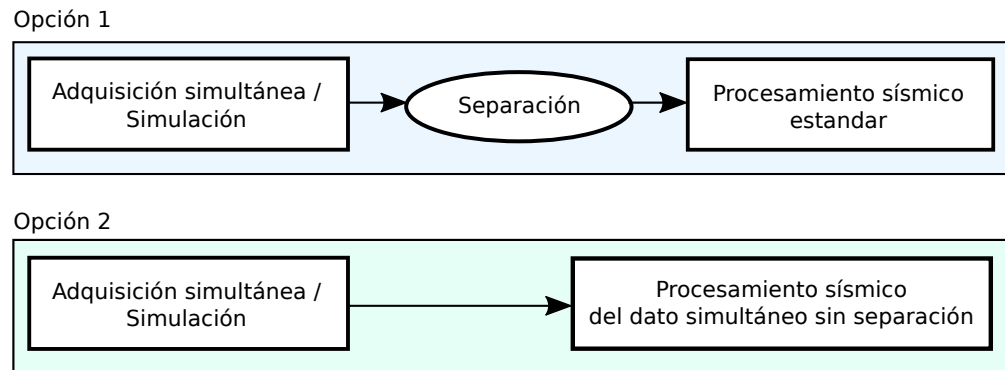
Para mejorar la convergencia de la técnica de inversión, se han propuesto metodologías multiescala¹⁷. Esta estrategia realiza reconstrucción del modelo iniciando por la información de baja frecuencia y posteriormente detallando las estructuras empleando un barrido de la frecuencia central de la ondícula, de baja frecuencia a alta frecuencia.

¹⁷ Valasek P. Routh P. Cao W. Schuster G. T. Boonyasiriwat C. y B. Macy. "An efficient multiscale method for time-domain waveform tomography". En: *Geophysics* 74 (2009).

2.2. Inversión de Onda Completa empleando datos simultáneos

Existen dos estrategias diferentes para el procesamiento de datos sísmicos simultáneos, como se muestra en la Figura 9. La primera de ellas realiza un proceso de separación de los datos mezclados por medio de diferentes técnicas como el uso de filtros F-K, transformaciones tau-p, entre otros, con el fin de proceder con el flujo de procesamiento sísmico estándar ¹⁸. La segunda ruta consiste en emplear los datos simultáneos sin la etapa de separación, en un flujo modificado para el tratamiento de los datos mezclados.

Figura 9. Rutas de procesamiento de datos sísmicos simultáneos



La implementación del método FWI con datos simultáneos, consta de las mismas etapas y ecuaciones mostradas en la sección (2.1), teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

1. El propagador del campo de presión hacia adelante ($\mathbf{p}_s$), realiza la propagación conjunta de las fuentes contenidas dentro del disparo simultáneo en un

¹⁸ Uzma Mahmood. "Investigating different approaches of deblending seismic data". Tesis de mtría. 2012.

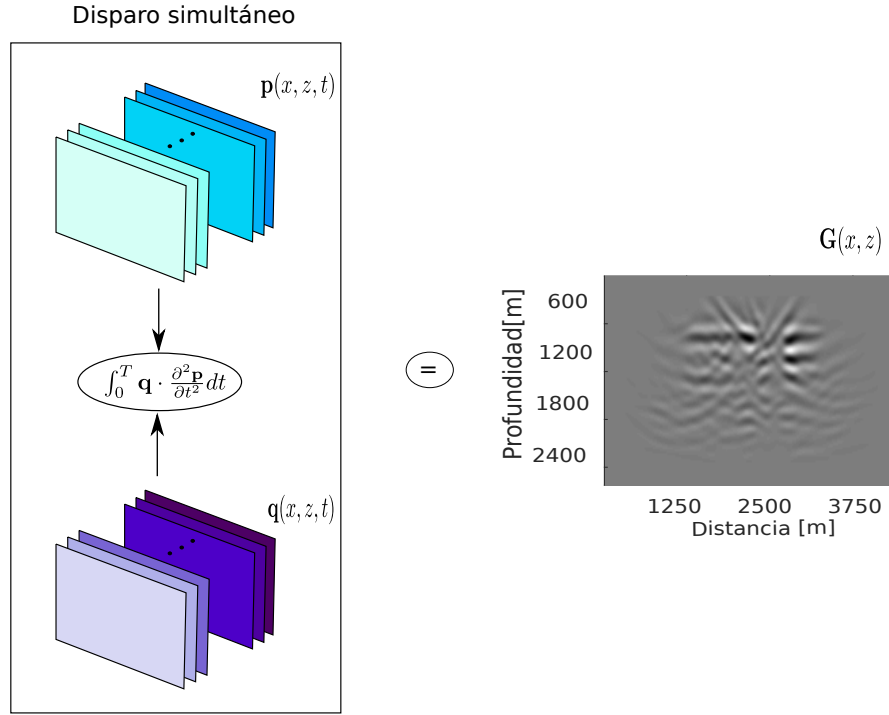
mismo tiempo de adquisición. Se obtiene un cubo de las misma dimensiones, $N_x \times N_z \times N_t$, que el obtenido empleando el propagador tradicional (una fuente a la vez), pero conteniendo la información de las reflexiones generadas por más de un disparo, ver Figura 4.

2. El cálculo del gradiente empleando la ecuación (11) requiere el cómputo del campo propagado ($\mathbf{p}_s$) y del campo adjunto ($\mathbf{q}_s$) para cada una de las fuentes, como se observa en la Figura 7. En el caso simultáneo, en lugar de calcular un gradiente para cada disparo individual, se obtiene un gradiente por cada disparo simultáneo requiriendo un menor número de operaciones, como se observa en la Figura 10.
3. La evaluación de la función de costo presentada en la ecuación (9), emplea el conjunto de datos observados simultáneos y datos modelados por medio del propagador conjunto, reduciendo el número de operaciones necesarias para el cálculo de la función de costo.

La disminución del número de datos generados en campo implica una reducción del número de operaciones en la implementación de una FWI con datos simultáneos con respecto a una FWI con datos tradicionales, de manera que se observa una disminución del tiempo de cómputo del método de inversión. Sin embargo, el uso de fuentes simultáneas genera interferencia entre los diferentes disparos mezclados lo cual puede afectar al resultado final en la etapa de procesamiento como la FWI, como se observa en la Figura (11).

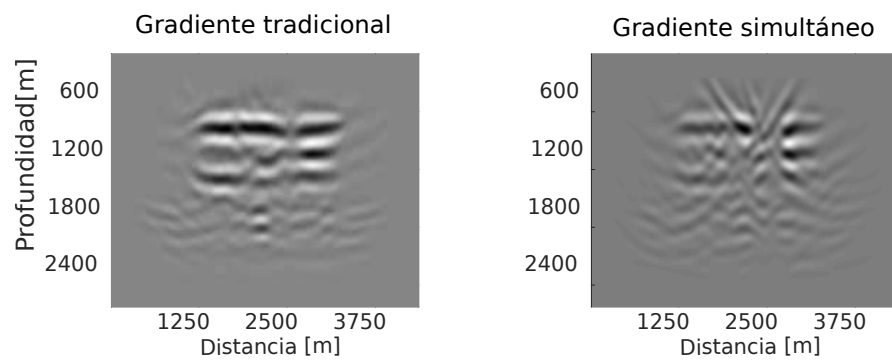
En la Figura 11 se observa la relación de la interferencia en los disparos con la dis-

Figura 10. Esquema del cálculo del gradiente para una FWI simultánea, donde p es el campo generado por la fuente de presión; q es el campo adjunto asociado a p . Obteniendo un único gradiente para el disparo simultáneo, G .



torsión en las etapas de procesamiento. La distribución espacial y temporal de las fuentes simultáneas, con el propósito de disminuir el efecto de la interferencia en los disparos, puede generar resultados más cercanos a los obtenidos por medio de una adquisición y procesamiento tradicional. Conservando las ventajas en ahorro de tiempo y costos de adquisición y la reducción del tiempo de procesamiento en etapas posteriores.

Figura 11. Comparación de los gradientes de FWI tradicional y simultánea.



3. CODIFICACIÓN DE FUENTES

El concepto de fuentes simultáneas fué introducido al ámbito marino por Beasley ², el cual propuso la adquisición marina combinada de dos fuentes separadas en distancia detonadas al mismo tiempo. Hasta 2008, Berkhout ⁷ introdujo el concepto de fuente simultánea codificada, con un espaciado constante en distancia y retardo en tiempo aleatorios generado por medio de diferentes distribuciones de probabilidad, logrando una mejor iluminación del subsuelo, aumentando el interés por el uso de fuentes simultáneas.

Sin embargo, la comunidad científica ha centrado sus esfuerzos en la etapa de separación de las fuentes y la codificación de las mismas se ha realizado empleando un solo parámetro de codificación como retardo en tiempo, fase, o distancia de las fuentes, asociando el proceso de codificación a la generación de valores por medio de diferentes distribuciones de probabilidad.

El procesamiento de los datos simultáneos sin la etapa de separación, a pesar de disminuir el tiempo de cómputo, provoca artefactos y distorsiones en los resultados obtenidos en la etapa de procesamiento como se presentó en la Figura 11. Sin embargo, el efecto de la interferencia puede reducirse empleando estrategias de codificación enfocadas en la reducción de la redundancia de información.

3.1. Codificación aleatoria

Con el fin de tener una codificación simultánea de referencia, se parte de las siguientes codificaciones en retardo en tiempo y distancia, siendo las dos primeras

obtenidas del estado-del-arte:

- *Distance Separated Simultaneous Sources (DSSS)*, ¹⁹: Fuentes sísmicas simultáneas equidistantes con retardo de tiempo constante, detonadas en el mismo instante de tiempo.
- *Independent Simultaneous Sources (ISS)*, ²⁰: Fuentes sísmicas simultáneas equidistantes con retardo de tiempo empleando una distribución uniforme, detonadas en el mismo instante de tiempo.
- *Codificación empleando distribuciones de probabilidad*. Codificación de fuentes en posición espacial y retardo en tiempo empleando una combinación de distribución uniforme y normal. Para efectos prácticos se denotaran las combinaciones a continuación:
 - *Rd 1* = Codificación de fuentes en posición y retardo en tiempo empleando distribución uniforme.
 - *Rd 2* = Codificación de fuentes en posición y retardo en tiempo empleando distribución normal.

¹⁹ Jack Bouska. "Distance separated simultaneous sweeping: Efficient 3D vibroseis acquisition in Oman". En: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2009*. Society of Exploration Geophysicists, 2009, págs. 1-5.

²⁰ Dave Howe y col. "Independent simultaneous sweeping-a method to increase the productivity of land seismic crews". En: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2008*. Society of Exploration Geophysicists, 2008, págs. 2826-2830.

- *Rd 3* = Codificación de fuentes en posición empleando distribución normal y retardo en tiempo empleando distribución uniforme.
- *Rd 4* = Codificación de fuentes en posición empleando distribución uniforme y retardo en tiempo empleando distribución normal.

3.1.1. Selección de la codificación simultánea de referencia Con el fin de poder seleccionar una de las codificaciones como referencia en codificación simultánea, se debe tener en cuenta que la generación de las posiciones y retardos en tiempo están ligados a una distribución de probabilidad y cada vez que genere un nuevo conjunto de datos estos son diferentes. Por lo tanto se requiere de una muestra significativa de la población para analizar la convergencia de los experimentos obtenidos de la inversión.

Se analizará la convergencia del valor esperado en la muestra, el PSNR obtenido tras el proceso de inversión del modelo de velocidad final con respecto al modelo original de prueba. Empleando el modelo CPS mostrado en la Figura 12 como el modelo original que se quiere estimar por medio del proceso de inversión, partiendo de una capa constante como modelo de velocidad inicial para la inversión.

El experimento realizado cuenta con 7 fuentes *blended* con 3 disparos simultáneos, generando un conjunto de datos diferente para cada tipo de codificación mencionada anteriormente. La tabla (6) presenta los parámetros utilizados en el experimento con el modelo de velocidad CPS.

Para determinar el número de experimentos (r) requerido, se propone variar r en

Figura 12. Modelos de velocidad original e inicial suavizado para el modelo de velocidad CPS.

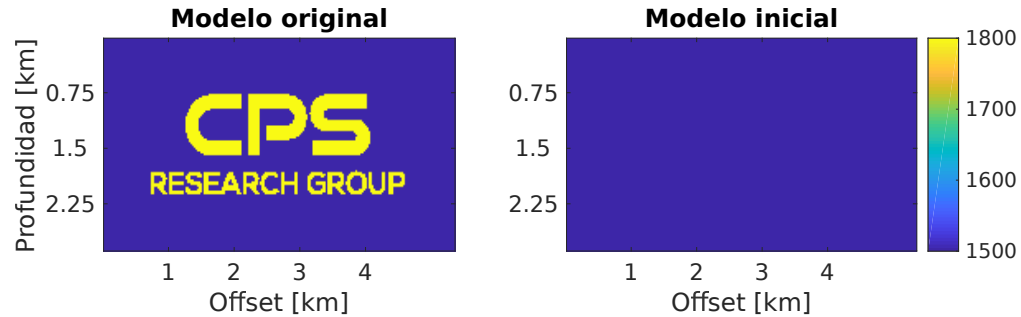


Tabla 1. Parámetros y valores para el experimento con el modelo de velocidad CPS.

Parámetro	Valor
Paso espacial	25m
Tamaño del modelo	214×115
Paso de tiempo	$2 \times 10^{-3}s$
Tiempo de adquisición	2.5s
Número de fuentes totales	21 - 7 <i>blended</i> con 3 simultáneas (SDR=3)
Número de receptores	174
Pasos de frecuencia	3Hz
Iteraciones en la FWI	20

valores de 2, 10, 50, 100, 150 y 200. Sobre cada valor de r se mide la varianza de la muestra. El objetivo es encontrar la convergencia del valor esperado a medida que el número de experimentos crece ²¹. En la Tabla (2) y la Figura 13 se presentan los valores de varianza obtenidos para cada una de las codificaciones de fuentes empleadas. Se encontró de esta manera que $r = 50$ garantiza un cambio de varianza menor al 1 % en cada uno de los experimentos, tal como se presenta en la Figura 13 (b).

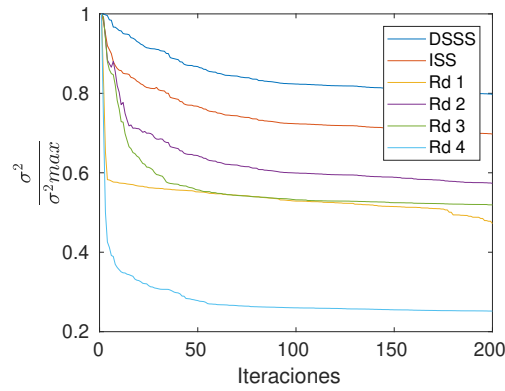
Los resultados tras el proceso FWI pueden observarse en la Figura 14, donde la distribución de fuentes en la codificación *rd 4* (posición empleando distribución uniforme

²¹ Geoffrey Grimmett y David Stirzaker. *Probability and Random Processes*. Oxford, 2001.

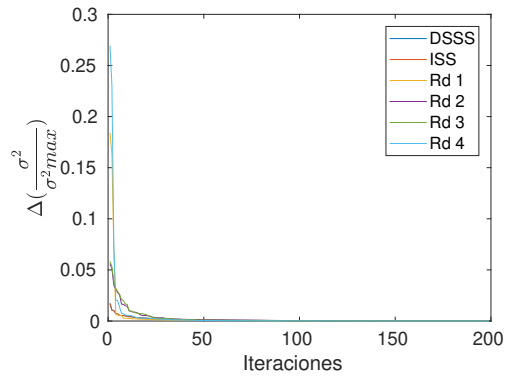
Tabla 2. Varianzas de cada métrica en función del número de experimentos.

n^o de experimentos(r)	DSSS	ISS	rd 1	rd 2	rd 3	rd 4
2	0.996	0.9919	0.8368	0.9913	0.9909	0.7307
10	0.9581	0.8581	0.5743	0.8028	0.7609	0.3560
50	0.8672	0.7672	0.5519	0.6432	0.5570	0.2783
100	0.8234	0.7234	0.5287	0.5994	0.5319	0.2600
150	0.8125	0.7125	0.5149	0.5885	0.5247	0.2550
200	0.7974	0.6974	0.4723	0.5734	0.5192	0.2518

Figura 13. (a) Varianza normalizada para cada una de las codificaciones aleatorias, (b) Tasa de cambio de las varianzas normalizadas



(a)

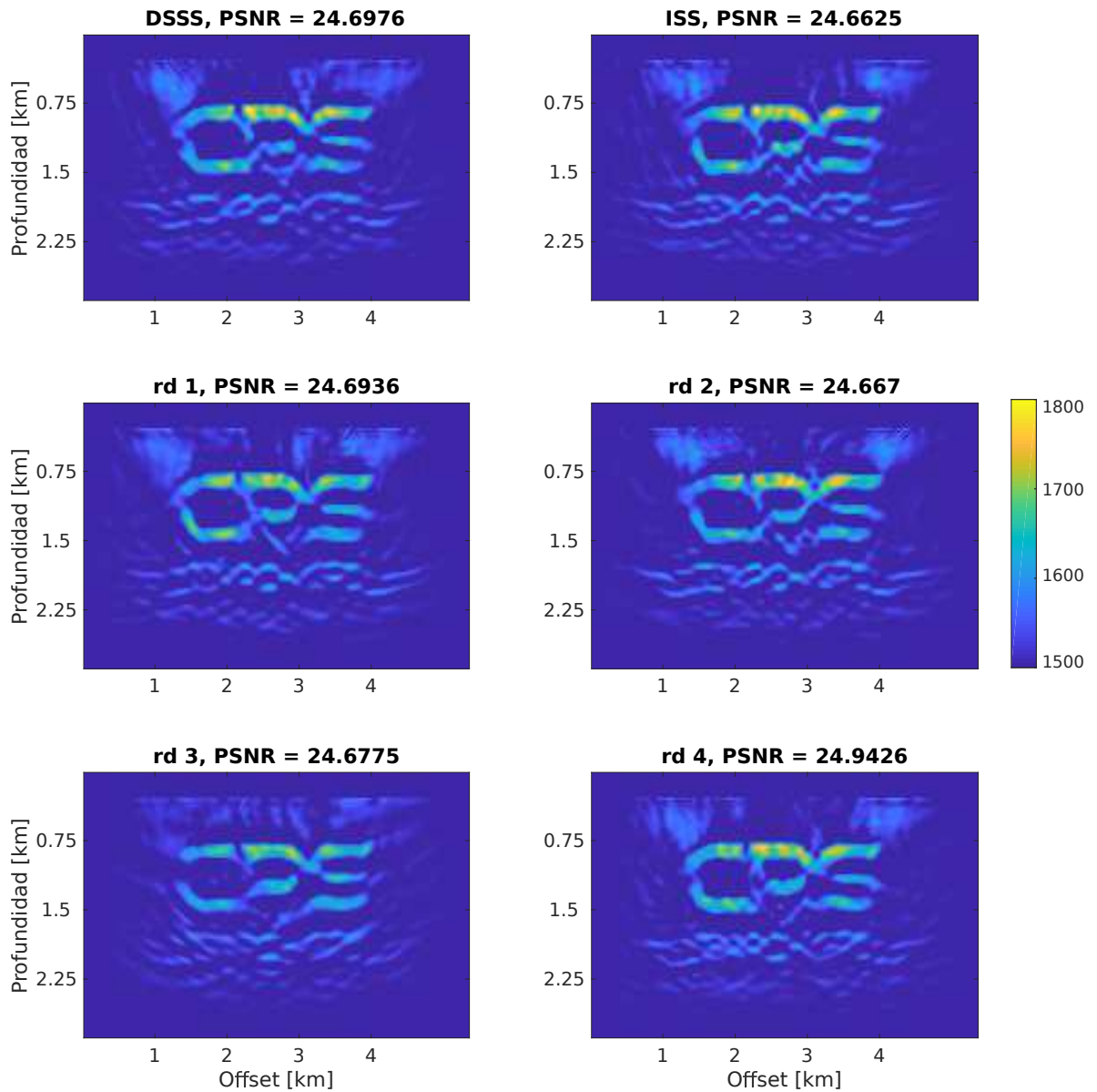


(b)

y retardo en tiempo empleando distribución normal) presenta el valor de PSNR más alto, coincidiendo a su vez con la codificación que obtiene una varianza menor como

presenta la Figura 13(a); delineando mejor la forma de las letras CPS. De manera que se selecciona la codificación *rd 4* como codificación simultánea de referencia.

Figura 14. Modelos de velocidad finales empleando diferentes codificaciones de fuentes sísmicas aleatorias



3.2. Estrategias de codificación

Partiendo del escenario en donde la codificación de fuentes sísmicas simultáneas se realiza desconociendo la estructura del subsuelo, el planteamiento con el cual se desarrollaron las diferentes estrategias de codificación, se basan en el hecho de que la capa de agua está muy bien caracterizada a partir de los estudios preliminares para delinear la trayectoria de adquisición y la selección del buque de exploración usado en la adquisición ³.

La expresión del campo de presión en la superficie, ecuación (4), se puede reescribir como la convolución (*) entre el campo de presión $\mathbf{p}(x, z = z_{rec}, t)$ y una matriz $\mathbf{A}$ como muestra la fórmula (15),

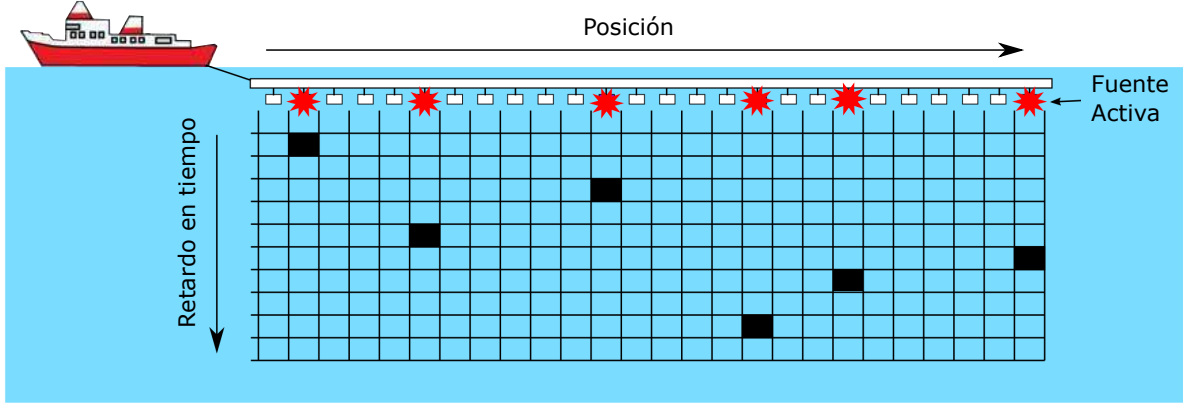
$$\mathbf{p}_{bl}(x, z = z_{rec}, t) = \mathbf{A} * \mathbf{p}(x, z = z_{rec}, t). \quad (15)$$

donde $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{N_x \times N_t}$ es la matriz de codificación binaria para un disparo *blended*²² o super-disparo como muestra la Figura 15. Donde las filas representan la posición de la fuente y las columnas el retardo en tiempo, cada fuente es representada por un uno (1) en la coordenada (x_n, τ_n) . Puede notarse, que la fórmula (4) es equivalente a la expresión de la fórmula (15).

Cada matriz de codificación $\mathbf{A}$ es obtenida distribuyendo los N disparos simultáneos en la capa de agua, modelando la onda directa por medio de las ecuaciones para

²² El término disparo *blended* será empleado a partir de este momento para nombrar el super-disparo que contiene N disparos simultáneos.

Figura 15. Representación física de la matriz de codificación **A** para un super-disparo con cinco disparos simultáneos, donde las columnas son las posiciones de las fuentes y las filas representan el retardo en tiempo de activación de la fuente. Las celdas negras indican el momento de activación de cada fuente.



trazado de rayos en modelos de Tierra lateralmente homogéneos ²³ como se observa en la Figura 16.

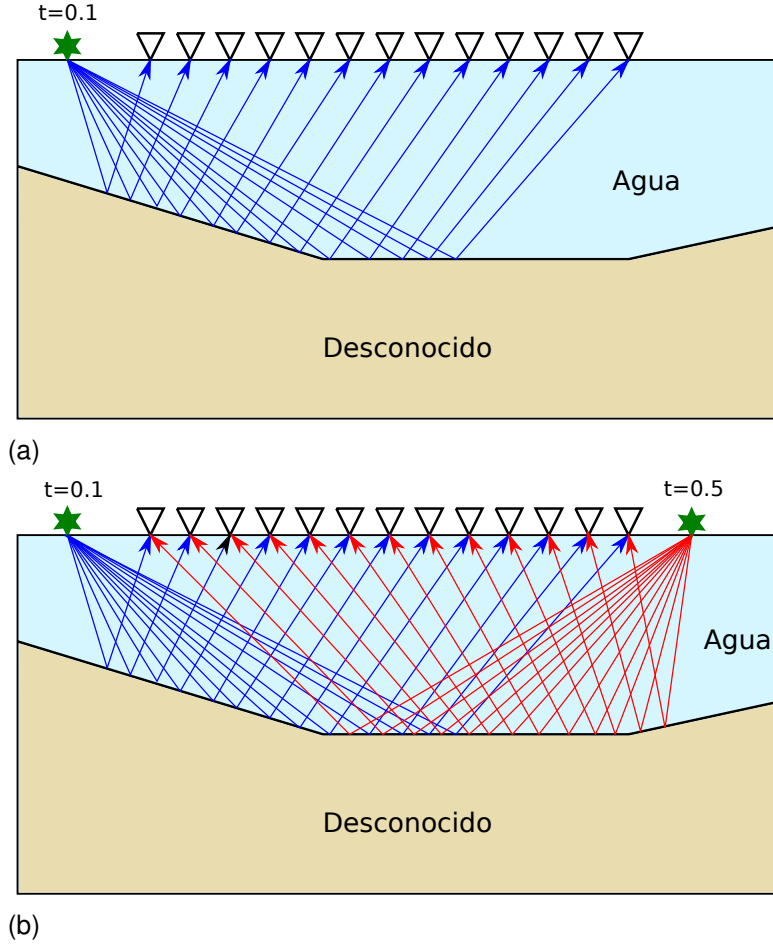
Siendo el parámetro del rayo p definido como

$$p = l \cdot \sin(\theta), \quad (16)$$

donde $l = 1/v$ es la lentitud del medio, con v como la velocidad de la capa y θ el ángulo de incidencia del rayo con respecto a la vertical. La expresión para el tiempo de viaje superficie-a-superficie $T(p)$ y la distancia total $D(p)$ son,

²³ Peter M Shearer. *Introduction to seismology*. Cambridge University Press, 2009.

Figura 16. Representación del trazado de rayos (a) Para una fuente, (b) Para dos fuentes simultáneas, donde se observa la interferencia entre las dos fuentes

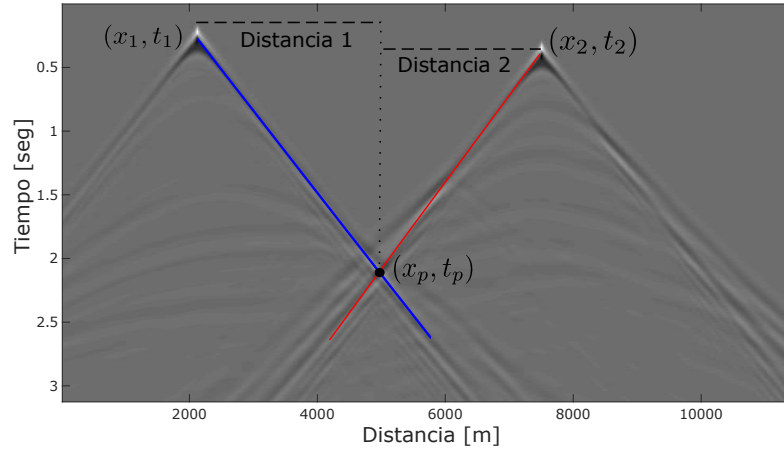


$$D(p) = 2 \cdot \frac{\Delta z}{(l^2 - p^2)^{1/2}} + x, \quad T(p) = 2 \cdot \frac{l^2 \Delta z}{(l^2 - p^2)^{1/2}} + \tau, \quad (17)$$

donde Δz es el espesor de la capa de agua, x la posición de la fuente y τ el retardo en tiempo de la fuente.

La codificación para un disparo *blended* es generada a partir del cálculo de N disparos cuya distancia entre la posición y el punto de intersección de las ondas directas, (x_p, τ_p) , y la posición de cada una de las fuentes sea mayor o igual al *offset* mínimo, como muestra la Figura 17. El Algoritmo (3) presenta la obtención de la matriz de codificación $\mathbf{A}$ representando con un uno (1) la coordenada (x, τ) de cada fuente simultánea.

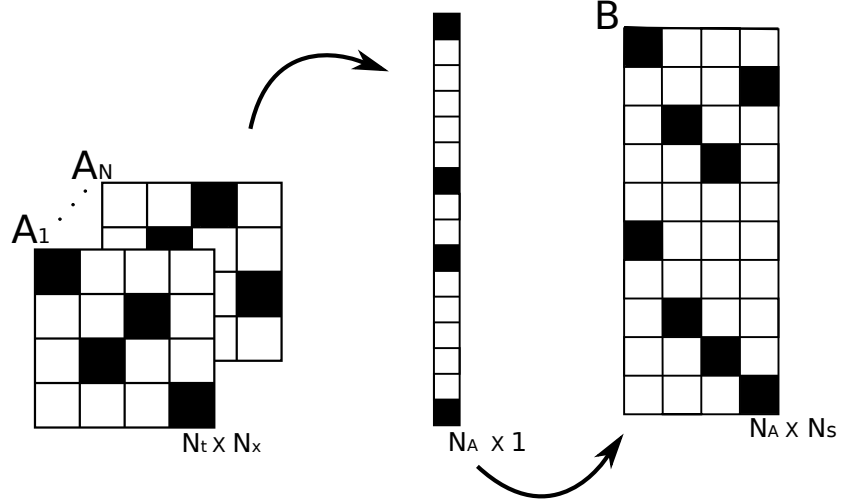
Figura 17. Representación del punto de intersección (x_p, τ_p) , como el punto de corte entre la onda directa del primer disparo (línea azul) y la onda directa del segundo disparo (línea roja). La distancia entre la posición de cada fuente con el punto de intersección (distancia 1 y distancia 2) es comparada con el mínimo *offset* limpio para determinar si la distribución de fuentes es aceptada.



La codificación de M disparos *blended* requiere la optimización de cada matriz de codificación A con el fin de adquirir información de diferentes áreas. Cada matriz $A \in \mathbb{R}^{N_A \times 1}$ se convierte en una columna de la matriz de diseño $B \in \mathbb{R}^{N_A \times N}$ con $N_A = N_x \cdot N_t$ como presenta la Figura 18.

La coherencia mutua de la matriz B es el producto interno absoluto normalizado

Figura 18. Proceso para generar la matriz de diseño B , donde cada columna es la vectorización de las M matrices A .



más grande entre las diferentes columnas de B ²⁴, dado por la expresión (18)

$$\mu(B) = \max_{1 \leq i \neq j \leq m} \frac{|b_i^T b_j|}{\|b_i\|_{\ell_2} \|b_j\|_{\ell_2}}, \quad (18)$$

donde b es la i -ésima columna de B , siendo cada una de las columnas b función de las variables x y τ .

Finalmente el problema de minimización puede plantearse como la coherencia mutua de la matriz de diseño B

²⁴ Alfred M Bruckstein, David L Donoho y Michael Elad. "From sparse solutions of systems of equations to sparse modeling of signals and images". En: *SIAM review* 51.1 (2009), págs. 34-81.

$$\arg \min_{x, \tau, B} \mu(B) \quad s.t. \quad b_i = f_i(x, \tau), \quad x \in Q_x, \quad \tau \in Q_\tau, \quad (19)$$

donde $f_i(x, \tau)$ es la vectorización de la matriz A generada por el Algoritmo (3).

Las diferentes estrategias presentadas a continuación buscan minimizar la coherencia mutua de la matriz de diseño $\mathbf{B}$ partiendo de diferentes enfoques.

Algoritmo 3 Generación de la matriz de codificación $\mathbf{A}$

```

offset,  $N_x$ ,  $\Delta_z$ ,  $v$ ,  $N$                                 ▷ Inicialización de los parámetros.
 $x(0) = \text{Rand}(Q_x)$ ;  $\tau(0) = \text{Rand}(Q_\tau)$ ;                ▷ Generación del primer disparo.
 $D_0(p), T_0(p)$ ,                                          ▷ Calculo de D, T para el primer disparo.
for  $i = 1 : N - 1$  do
     $x(i) = \text{Rand}(Q_x)$ ;  $\tau(i) = \text{Rand}(Q_\tau)$ ;                ▷ Generación del disparo  $i$ .
     $D_i(p), T_i(p)$ ,                                      ▷ Calculo de D, T para el disparo  $i$ .
     $j = 0$ ;
    while  $j \leq i - 1$  do                                ▷ Verificación de la separación entre disparos
         $[x_p, t_p] = \text{Int}(D_j(p), T_j(p), D_i(p), T_i(p))$ ;    ▷ Punto de intersección  $(x_p, t_p)$ 
        if  $\text{abs}(x(i) - x_p) < \text{offset}$  do                ▷ Generación del disparo  $i$  nuevamente.
             $x(i) = \text{Rand}(Q_x)$ ;  $\tau(i) = \text{Rand}(Q_\tau)$ ;
             $D_i(p), T_i(p)$ ,
        else
             $j = j + 1$ ;
        end if
    end while
end for                                                    ▷ Salida: vectores de codificación  $x, \tau$ 
for  $i = 0 : N - 1$  do
     $\mathbf{A}(x(i), \tau(i)) = 1$ ;
end for                                                    ▷ Salida: Matriz de codificación  $\mathbf{A}$ 

```

3.2.1. Primera estrategia de implementación Se propone aplicar un método de optimización global con el fin de explorar la función de costo, que corresponde a la coherencia mutua dada una matriz de diseño **B**, explorando diferentes distribuciones de fuentes y así obtener el número de fuentes simultáneas necesarias así como la distribución de fuentes que garantice una coherencia mínima de la matriz **B** un punto cercano del vecindario del mínimo local.

PSO (por sus siglas en ingles) es una técnica de optimización global que consta de un grupo de partículas que buscan explorar un espacio solución de un problema. Las partículas se mueven de forma aleatoria siempre recordando el mejor individual y global del enjambre. Es decir, cada partícula recuerda las coordenadas del menor valor (en el caso de minimización) evaluado sobre la función de búsqueda, por lo cual cada partícula tiene una mejor posición individual. Del conjunto de mejores posiciones individuales se calcula el menor valor sobre la función objetivo, siendo este la mejor posición global ²⁵. La ecuación de PSO en un espacio N-dimensional es

$$\overrightarrow{X}_{i+1}^n = \overrightarrow{X}_i^n + \overrightarrow{V}_{i+1}^n \cdot \delta t, \quad (20)$$

donde $\overrightarrow{X}_{i+1}^n$ es el vector posición asociado a la codificación de M disparos *blended* de la $ith + 1$ partícula, $\overrightarrow{V}_{i+1}^n$ es el vector velocidad de la $ith + 1$ partícula respectivamente, dt es el paso utilizado por la partícula para moverse dentro de la zona de búsqueda. El vector velocidad se actualiza según.

²⁵ S. Ranjit y S. Shalichan. "Particle swarm optimization: A new tool to invert geophysical data". En: *Society of Exploration Geophysicists* 54 (2007), págs. 772-775.

$$\mathbf{V}_{i,j}^{k+1} = (w \mathbf{V}_{i,j}^k) + c_1 \text{rand}_1 \left(\frac{(\mathbf{P}_i^k - \mathbf{X}_{i,j}^k)}{\Delta t} \right) + c_2 \text{rand}_2 \left(\frac{(\mathbf{O}_j^k - \mathbf{X}_{i,j}^k)}{\Delta t} \right), \quad (21)$$

donde w es el peso inercial, encargado de controlar el movimiento de las partículas; c_1 y c_2 son las constantes asociadas con el comportamiento local y global del enjambre respectivamente, $\text{rand}()$ es una función que multiplica su argumento por un número aleatorio entre $[0,1]$ con distribución normal, $\mathbf{P}_i^k$ es la mejor posición local y $\mathbf{O}_j^k$ es la mejor posición global lograda por el enjambre. El Algoritmo (4) se presenta la adaptación de PSO.

De manera que en el problema específico, cada dimensión en el espacio de búsqueda de las partículas esta asociada a la codificación de una fuente *blended* con N fuentes simultáneas, $\mathbf{X}_{i,j}^k$. Las cuales se actualizarán de acuerdo a la Ecuación (20), teniendo en cuenta la restricción de *offset* mínimo de separación entre fuentes, para aceptar o no la actualización $\text{ray_distance}(\mathbf{X}_{i,j}^{k+1})$. Cada partícula que recorre las j -ésima-dimensiones tendrá asociado una conjunto de M codificaciones *blended*; evaluadas en la función de costo, $\mu(\mathbf{X}_{i,j}^{k+1})$, que representa la coherencia mutua de la codificación obtenida tras generar la matriz de diseño $\mathbf{B}$ por medio de los valores actualizados de posición y retardo en tiempo. La Figura 19 presenta gráficamente PSO para la codificación de disparos *blended* teniendo como función de costo la minimización de la coherencia mutua de la matriz obtenida con la codificación de los disparos.

Garantizar la convergencia de PSO a partir de la sintonización de los parámetros w , Δt , c_1 y c_2 , ha sido un tema de investigación. El efecto del peso inercial w para la

Algoritmo 4 Adaptación PSO.

Crear e inicializar las partículas en el espacio j -dimensional

w, c_1, c_2

▷ inicializar las constantes

$k = 1$

▷ primera iteración

$\mathbf{X}_{i,j}^k$

▷ valores iniciales generados a partir de la estrategia del Algoritmo (3)

$\mathbf{X}_{i,j}^k$

▷ inicializadas en cero.

$\mathbf{O}_j^k = \mathbf{X}_{1,j}^k$

for $i = 1$:Partícula **do**

for $j = 1$:Dimensiones **do**

$\mathbf{P}_i^k = \mathbf{X}_{i,j}^k$

end for

if $\mu(\mathbf{X}_{i,j}^k) < \mu(\mathbf{O}_j^k)$ **then**

 ▷ donde μ es la coherencia mutua de la matriz **B**.

$\mathbf{O}_j^k = \mathbf{X}_{i,j}^k$

end if

end for

for $k = 1$:Iteraciones **do**

for $i = 1$:Partícula **do**

 ▷ asociado al número de experimentos

for $j = 1$:Dimensiones **do**

 ▷ asociado al número de disparos

$\mathbf{V}_{i,j}^{k+1} = (w \mathbf{V}_{i,j}^k) + c_1 \text{rand}_1 \left(\frac{(\mathbf{P}_i^k - \mathbf{X}_{i,j}^k)}{\Delta t} \right) + c_2 \text{rand}_2 \left(\frac{(\mathbf{O}_j^k - \mathbf{X}_{i,j}^k)}{\Delta t} \right)$

$\mathbf{X}_{i,j}^{k+1} = \mathbf{X}_{i,j}^k + \mathbf{V}_{i,j}^{k+1} \Delta t$

if $\text{ray_distance}(\mathbf{X}_{i,j}^{k+1}) == \text{false}$ **then**

 ▷ verifica si cumplen la restricción

$\mathbf{X}_{i,j}^{k+1} = \mathbf{X}_{i,j}^k$

end if

end for

if $\mu(\mathbf{X}_{i,j}^{k+1}) < \mu(\mathbf{P}_i^k)$ **then**

 ▷ para minimización

$\mathbf{P}_i^k = \mathbf{X}_{i,j}^{k+1}$

if $\mu(\mathbf{X}_{i,j}^{k+1}) < \mu(\mathbf{O}_j^k)$ **then**

$\mathbf{O}_j^k = \mathbf{X}_{i,j}^{k+1}$

end if

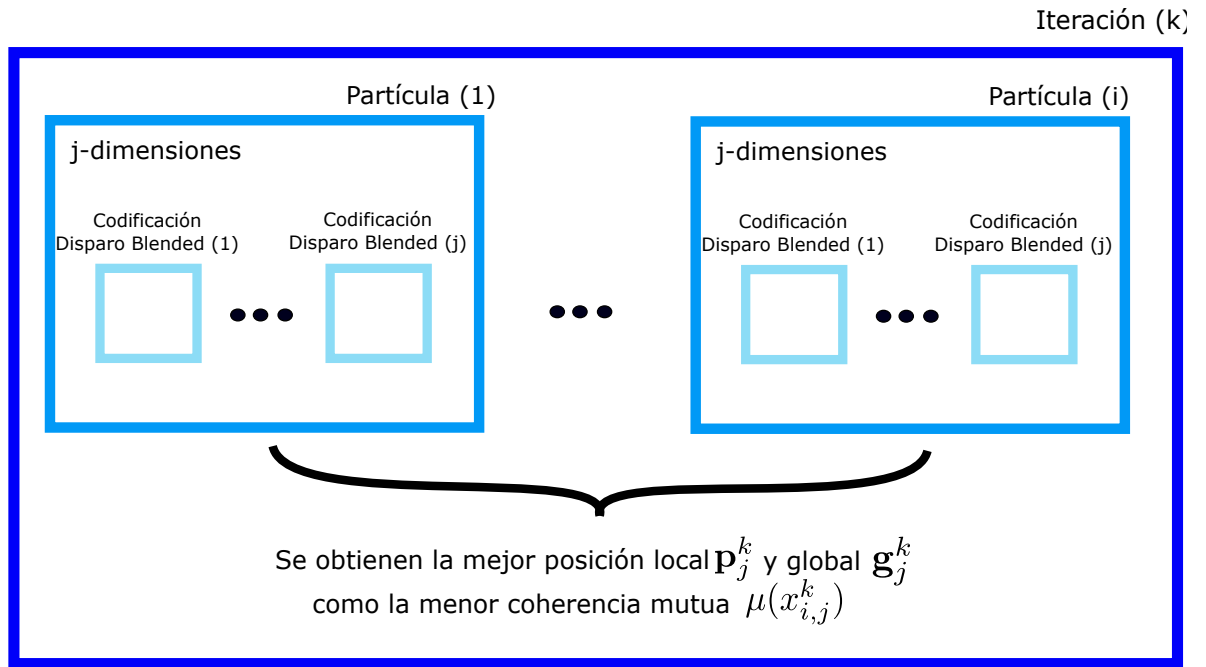
end if

end for

end for

convergencia del método PSO, fue investigado por Shy y Eberhart en ²⁶, en donde valores pequeños de w (valores entre $[0.1, 0.4]$) obtenían una convergencia rápida del método, presentando un algoritmo de poca exploración y valores grandes (valores entre $[0.8, 1.2]$) obtienen una convergencia lenta y mayor exploración.

Figura 19. Esquema PSO para codificación de fuentes *blended*.



Tomando los parámetros planteados por Ranjit como referencia en ²⁵ $\Delta t = 1$, $w = 0,729$, $c_1 = 2,8$, $c_2 = 3,1$, se emplean 50 partículas y 100 iteraciones. Se realiza el experimento empleando un modelo de 7 dimensiones, 7 disparos *blended* que contienen 3 fuentes simultáneas cada una, en una capa de agua de dimensiones 214×20 para ajustar los parámetros w , c_1 y c_2 .

²⁶ Y. Shi y Russ C. Eberhart. "A Modified Particle Swarm Optimizer". En: *IEEE International Conference of Evolutionary Computation* 54 (1998), págs. 772-775.

Se sigue la metodología de ajuste dada por ²⁷, tomando los mismos valores iniciales de $\mathbf{x}_{i,j}^k$ para todos los experimentos, siendo la coherencia mútua de la distribución inicial de fuentes $\mu(\mathbf{x}_{i,j}^k) = 0.89$.

Se realiza el ajuste de los parámetros w , c_1 y c_2 , realizando un barrido de valores entre $[0.1, 1.2]$ para w , entre $[1, 3]$ para c_1 y entre $[0.2, 3]$ para c_2 . Tomando el promedio de 10 experimentos, se selecciona aquellos parámetros que presenten un valor de coherencia mutua menor. Se realiza el ajuste iniciando por w dejando constantes los otros dos parámetros y se prosigue con el ajuste de c_2 y finalmente c_1 siguiendo la misma dinámica. Los resultados pueden observarse en las Tablas (3), (4) y (5).

Tomando para la sección de resultados $\delta t = 1$, $w = 0.8$, $c_1 = 1.0$, $c_2 = 1.6$, se emplean 50 partículas y 100 iteraciones. Siendo 50 partículas o muestras el valor obtenido en la codificación aleatoria como el suficiente para garantizar un cambio en la varianza menor al 1 %.

²⁷ Jheyston Serrano. "Evaluación de métricas en dominios transformados usadas en las metaheurísticas para generar un punto de partida favorable a la Inversión de Onda Completa 2D". Tesis de maestría. Universidad Industrial de Santander, 2017.

Tabla 3. Ajuste del peso inercial w con $c_1 = 2.8$ y $c_2 = 3.1$, presentando μ del promedio de los 10 experimentos

w	μ
0.1	0.4223
0.2	0.4142
0.3	0.3956
0.4	0.3827
0.5	0.3512
0.6	0.3219
0.7	0.2514
0.8	0.2443
0.9	0.2713
1.0	0.3129
1.1	0.3361
1.2	0.3728

Tabla 4. Ajuste del peso inercial $c_1 = 2.8$ y $w = 0.8$, presentando μ del promedio de los 10 experimentos

c_2	μ
1.0	0.3125
1.2	0.2845
1.4	0.2452
1.6	0.2332
1.8	0.2638
2.0	0.2687
2.2	0.2745
2.4	0.2814
2.6	0.2946
2.8	0.3179
3.0	0.3341

Tabla 5. Ajuste del peso inercial $c_1 = 2.8$ y $w = 0.8$, presentando μ del promedio de los 10 experimentos

c_1	μ
0.2	0.2715
0.4	0.2671
0.6	0.2612
0.8	0.2532
1.0	0.2142
1.2	0.2312
1.4	0.2422
1.6	0.2456
1.8	0.2576
2.0	0.2619
2.2	0.2672
2.4	0.2723
2.6	0.2764
2.8	0.2802
3.0	0.2893

3.2.2. Segunda estrategia de implementación Para la segunda estrategia de codificación se parte del planteamiento que la codificación de M fuentes *blended*, puede representarse por medio de la matriz de diseño $\mathbf{B}$, como se presenta en la Figura 18.

El problema de minimización mostrado en la ecuación (19), puede ser simplificado empleando la modificación de Obermeier ²⁸. Donde reduce el número de elementos en el problema de minimización empleando los componentes de la matriz triangular superior de la matriz $\mathbf{U} = \mathbf{B}^T \mathbf{B}$ de dimensiones $\mathbf{N}_S \times \mathbf{N}_S$, ver ecuación (22)

$$U = \begin{pmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & \dots & u_{1,N-1} & u_{1,N} \\ u_{1,2}^* & u_{2,2} & \dots & u_{2,N-1} & u_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ u_{1,N-1}^* & u_{2,N-1}^* & \dots & u_{N-1,N-1} & u_{N-1,N} \\ u_{1,N}^* & u_{2,N}^* & \dots & u_{N-1,N}^* & u_{N,N} \end{pmatrix} \quad (22)$$

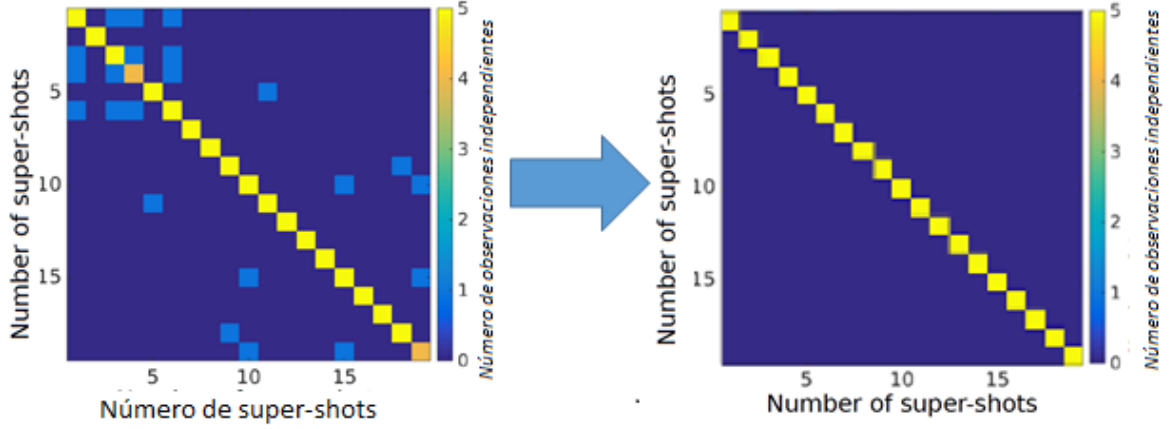
Donde los elementos de la diagonal representa el número de disparos simultáneos dentro del super-shot que tiene una codificación diferente y los elementos fuera de la diagonal, la correlación entre los super-shots, que implica una codificación diferente para cada uno de ellos.

De manera que el problema mostrado en la ecuación (19), puede verse como la

²⁸ Richard Obermeier y Jose Angel Martinez-Lorenzo. "Sensing matrix design via mutual coherence minimization for electromagnetic compressive imaging applications". En: *IEEE Transactions on Computational Imaging* 3.2 (2017), págs. 217-229.

diagonalización de la matriz $\mathbf{U}$, como se observa en la Figura 20.

Figura 20. Representación del problema de minimización como la diagonalización de la matriz $\mathbf{U}$. Donde la diagonal representa 5 disparos simultaneos diferentes en cada *super-shots* y los valores en cero de las matrices triangulares la correlación de cada una de las fuentes.



Representando los elementos de la matriz diagonal superior de la matriz $\mathbf{U}$ como el vector $u = (u_{1,2}, u_{1,3}, \dots, u_{1,N}, u_{2,3}, \dots, u_{N-1,N})$. Donde el elemento $u_{i,j}$ corresponde al valor de $\mathbf{U}$ en la posición (i, j) calculado como se ilustra en la Ecuación (3.9)

$$u_{i,j} = \frac{|f_i(x, \tau)^T f_j(x, \tau)|}{\|f_i(x, \tau)\|_{l_2} \|f_j(x, \tau)\|_{l_2}}, \quad (23)$$

siendo $f_n(x, \tau)$ la función generadora de la columna n de la matriz de codificación $\mathbf{B}$.

Con estas modificaciones, el problema equivalente de minimización de la coherencia mútua puede formularse como:

$$\begin{aligned} \underset{x, \tau, u}{\operatorname{argmin}} \quad & \|u\|_{l_2} \quad \text{subject} \quad u_{i,j}, \quad x \in Q_x, \quad \tau \in Q_t \\ \text{where} \quad & u_{i,j} = \frac{|f_i(x, \tau)^T f_j(x, \tau)|}{\|f_i(x, \tau)\|_{l_2} \|f_j(x, \tau)\|_{l_2}}. \end{aligned} \quad (24)$$

Empleando el método del Lagrangiano Aumentado con condiciones iguales ¹³ es posible formular el problema de minimización sin codiciones,

$$\mathfrak{L}_B(x, \tau, u, \lambda; \rho) = \|u\|_{l_2} + \sum_{1 \leq i \neq j \leq N} \frac{\rho}{2} \left| u_{i,j} - \frac{|f_i(x, \tau)^T f_j(x, \tau)|}{\|f_i(x, \tau)\|_{l_2} \|f_j(x, \tau)\|_{l_2}} + \frac{\lambda}{\rho} \right|^2, \quad (25)$$

donde ρ es un factor de escala que aumenta en cada iteración para garantizar que el algoritmo converja, λ son los coeficientes de Lagrange que son actualizados como

$$\lambda^{k+1} = \lambda^k - \rho_k \left(u_{i,j}^k - \frac{|f_i(x^k, \tau^k)^T f_j(x^k, \tau^k)|}{\|f_i(x^k, \tau^k)\|_{l_2} \|f_j(x^k, \tau^k)\|_{l_2}} \right). \quad (26)$$

El procedimiento de minimización se presenta en el Algoritmo 5.

Algoritmo 5 Método Lagrangiano Aumentado para minimización de la coherencia

 $x_n^{(0)}, t_n^{(0)}, \mu^{(1)};$

▷ Entrada:Elegir valores iniciales.

 $k = \text{iterations};$

▷ Entrada:# de iteraciones.

 $l = \text{inner_iterations};$

▷ Entrada:# de iteraciones internas.

for $i = 1 : k$ **do** **for** $j = 1 : l$ **do** ▷ Actualizar u con x y τ fija

$$u_{(m+1)}^{(i)} = \underset{u}{\operatorname{argmin}} \mathfrak{L}_B(x_{(m)}^{(i)}, \tau_{(m)}^{(i)}, u, \lambda^{(i)}; \rho^{(i)});$$

 ▷ Actualiza x y τ con u fija

$$(x_{(m+1)}^{(i)}, \tau_{(m+1)}^{(i)}) = \underset{x, \tau}{\operatorname{argmin}} \mathfrak{L}_B(x, \tau, u_{(m+1)}^{(i)}, \lambda^{(i)}; \rho^{(i)});$$

end for Actualiza $(\lambda^{i+1}, \mu^{(i+1)} \geq \rho^{(i)});$ **end for** x_n, t_n ▷ Salida:Posiciones óptimas

4. RESULTADOS

En este capítulo se presentan dos modelos sintéticos de velocidad utilizados con el propósito de probar las estrategias de codificación implementadas. Para cada modelo se describe el tamaño, espaciamiento y retos particulares. Cada modelo sintético es discutido en una sección diferente en donde todas las características técnicas y resultados son especificados para cada una de las codificaciones de prueba.

El PSNR nos permite medir que tan cercano es el modelo de velocidad final tras la FWI con respecto al modelo de velocidad original, y el CS una medida que nos permite analizar que tan ajustadas se encuentran el conjunto de trazas obtenido tras la inversión, siendo esta última medida posible en un contexto real.

Se plantean dos escenarios generales en cada uno de los modelos de velocidades, y diferentes codificaciones a continuación :

- Adquisición tradicional: Disparos equidistantes espacialmente, retardo en tiempo constante para todos los disparos. Cada fuente es detonada y adquirida de forma individual. Se realiza el procesamiento posterior empleando la FWI tradicional.
- Adquisición simultánea: Los disparos son codificados y adquiridos de forma simultánea en un mismo tiempo de propagación. Se realiza el procesamiento posterior empleando la FWI simultánea. Las codificaciones empleadas son las siguientes:

- Codificación simultánea de referencia: Se genera la codificación por medio de una distribución uniforme, para la posición espacial, y una distribución normal para el retardo en tiempo.
- Codificación con mínima coherencia empleando PSO.
- Codificación con mínima coherencia empleando el método del Lagrangiano aumentado.

4.1. Modelo *Marmousi*

El modelo de velocidad Marmousi fue creado en 1988 por el Instituto Francés del Petróleo (IFP, por sus siglas en francés *Institut Français du Pétrole*) para producir datos sísmicos complejos que requieran técnicas de procesamiento avanzadas para obtener la imagen terrestre correcta. El modelo fue diseñado en base a un perfil a través de la Quenguela Norte.

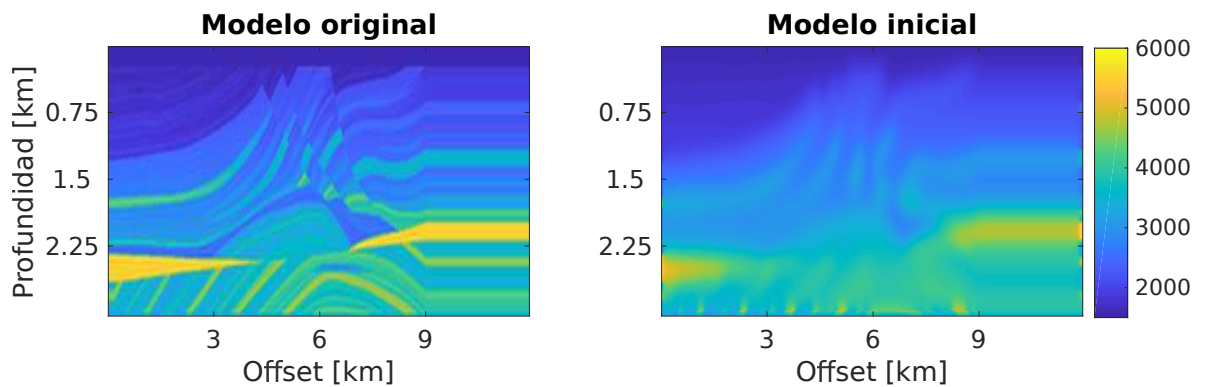
A través de la cuenca de Cuanza en Angola y contiene muchos reflectores, inclinaciones pronunciadas y fuertes gradientes de velocidad en ambas direcciones vertical y lateral ²⁹. Este modelo fue utilizado en el taller sobre aspectos prácticos de la inversión de datos sísmicos en el 52nd *EAGE meeting* en Copenhague en 1990. Con una distancia de 12.450 [km] y una profundidad de 3[km] en una rejilla de 30[m] × 10[m].

El modelo es dimensionado a una rejilla de 25[m] en ambas direcciones, obteniendo

²⁹ Roelof Versteeg. "The Marmousi experience: Velocity model determination on a synthetic complex data set". En: *The Leading Edge* 13.9 (1994), págs. 927-936.

un modelo de 452×120 puntos, como se observa en la Figura 21

Figura 21. Modelos de velocidad original e inicial suavizado para el modelo de velocidad Marmousi.



El experimento realizado cuenta con 15 fuentes *blended* con 4 disparos simultáneos, generando un conjunto de datos diferente para cada tipo de codificación mencionada anteriormente. La Tabla (6) presenta los parámetros utilizados en el experimento con el modelo de velocidad Marmousi.

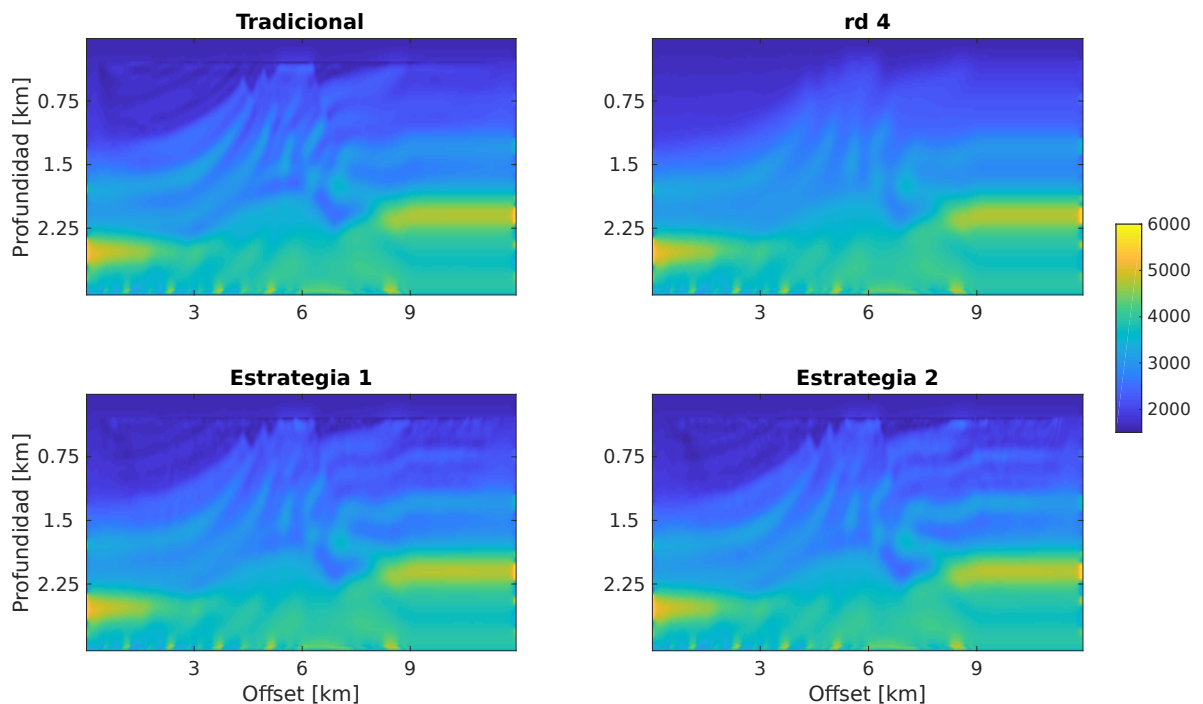
Tabla 6. Parámetros y valores para el experimento con el modelo de velocidad Marmousi.

Parámetro	Descripción	Valor
Δh	Paso espacial	25m
D	Tamaño del modelo	452×120
Δt	Paso de tiempo	$2 \times 10^{-3}s$
T_{end}	Tiempo de adquisición	3.5s
S_i	Número de fuentes totales	60 - 15 <i>blended</i> con 4 simultáneas
Rec_i	Número de receptores	150
f_{steps}	Pasos de frecuencia	3,6,9Hz
F_{ite}	Iteraciones en la FWI	20

Puede observarse desde el primer paso de frecuencia de la FWI, que las estrategias de codificación presentan un modelo de velocidad final cercano al obtenido por me-

dio de la distribución tradicional de fuentes. Presentando una diferencia de 0.57dB con la estrategia de codificación 1 y de 0.15dB con la estrategia de codificación 2, mientras que la codificación aleatoria (rd 4) apenas es capaz de delimitar las capas de velocidad presentando una diferencia de 1.59dB.

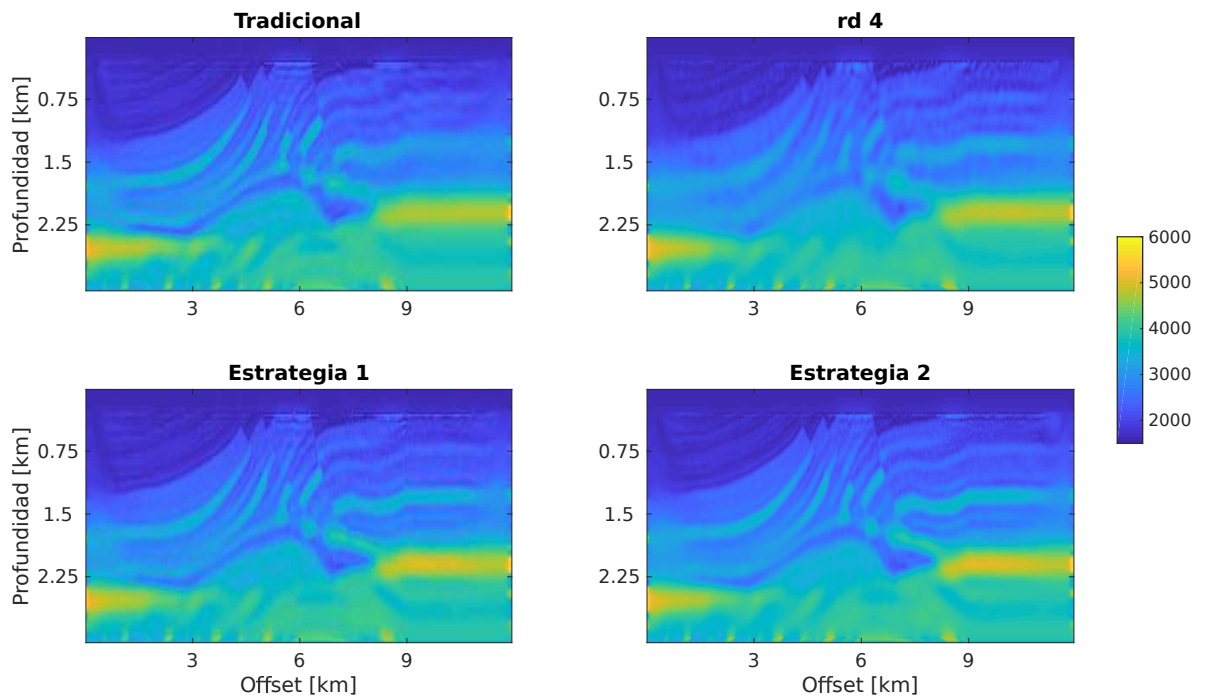
Figura 22. Modelos de velocidad final Marmousi para la primera etapa de la FWI multiescala (frecuencia central de 3Hz).



Para el siguiente paso de frecuencia (6 Hz), el modelo de velocidad inicial para cada experimento corresponde al modelo de velocidad final del anterior paso de frecuencia mostrado en la Figura 22. La Figura 23 presenta los modelo de velocidad final para la frecuencia central de la ondícula de 6Hz, donde los modelos de velocidad tradicional y de las dos estrategias lucen visualmente similares, siendo el valor PSNR una medida que nos permite determinar que tan cercano son los resultados del modelo real, presentado en la segunda fila de la Tabla (7). Pueden observarse en el

borde superior de los modelo de velocidad de las estrategias de codificación artefactos que generan una menor definición de las estructuras respaldado por un valor menor en PSNR.

Figura 23. Modelos de velocidad final Marmousi para la primera etapa de la FWI multiescala (frecuencia central de 6Hz).



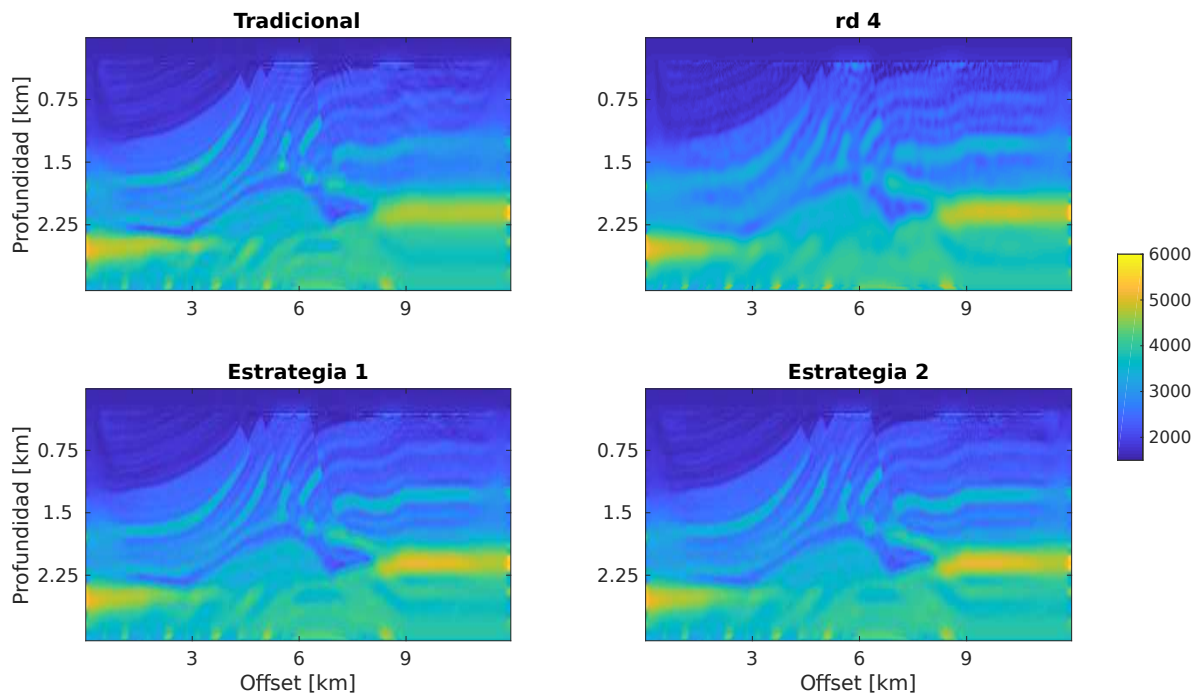
En el último paso de frecuencia (9 Hz), el modelo de velocidad inicial para cada experimento corresponde al modelo de velocidad final del paso de frecuencia anterior mostrado en la Figura 23.

La tercera fila de la Tabla (7), muestra el valor de PSNR para el último paso de frecuencia, donde la distribución tradicional de fuentes presenta el mayor valor de PSNR, ya que cada una de las fuentes es adquirida de forma individual sin la interferencia de las otras. Sin embargo, este tipo de adquisición requiere que el buque

pase más veces a lo largo del área de exploración, y por lo tanto resulte más cara que la adquisición simultánea.

Las estrategias de codificación propuestas presentan un valor cercano de PSNR al modelo tradicional con una aceleración del tiempo de cómputo de la FWI de 5.23 veces con respecto al procesamiento tradicional.

Figura 24. Modelos de velocidad final Marmousi para la primera etapa de la FWI multiescala (frecuencia central de 9Hz).



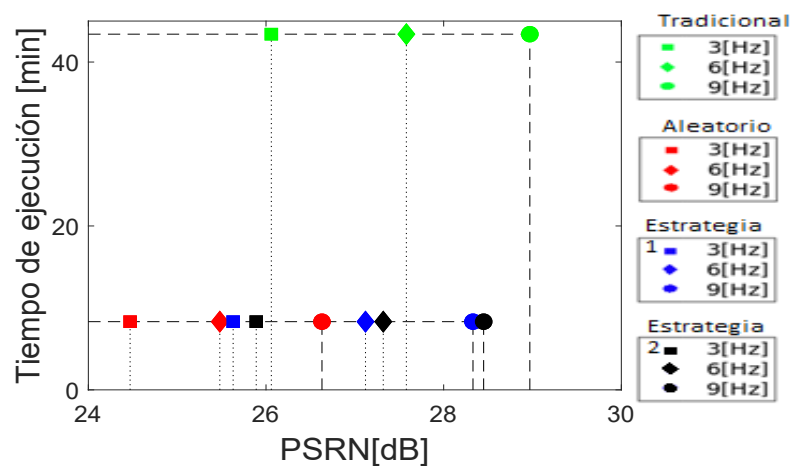
La Figura 25 presenta la evolución de cada experimento comparando el tiempo de ejecución con el valor PSNR de cada distribución de fuentes por paso de frecuencia. Siendo la distribución tradicional las marcas verdes, la aleatoria las marcas rojas, la estrategia 1 las azules y la estrategia 2 las marcas negras. Se emplea tres figuras diferentes para mostrar cada paso de frecuencia, cuadrados, diamantes y círculos

para las frecuencias, 3, 6 y 9Hz respectivamente.

El tiempo de ejecución por paso de frecuencia es aproximadamente el mismo, siendo 8.32 minutos para las distribuciones simultaneas y de 43.40 minutos para el caso tradicional.

La progresión por paso de frecuencia en un modelo de velocidad mejor puede observarse (PSNR mayor), siendo el mejor obtenido por la distribución tradicional (marcas verdes), seguido cerca por la estrategia 2 (marcas negras) y la estrategia 1 (marcas azules). La diferencia del valor PSNR tradicional y el PSNR para las estrategias disminuye en cada paso de frecuencia, siendo la diferencia final entre la estrategia 2 y el caso tradicional de 0.52dB.

Figura 25. Tiempo de ejecución por paso de frecuencia contra PSNR de cada modelo de velocidad, con cuadrados para el primer paso de frecuencia (3 Hz), diamantes para el segundo (6 Hz) y círculos para el último paso de frecuencia (9 Hz). Cada color representa cada uno de los experimentos, distribución tradicional de fuentes (verde), distribución aleatoria (rojo), estrategia 1 (azul) y estrategia 2 (negro).



Realizando el análisis de *Cycle Skipping*, el cual mide el desfase entre el dato mode-

Tabla 7. PSNR para la FWI multiescala empleando las diferentes distribuciones de fuentes en el modelo Marmousi.

Frecuencia Hz	Tradional dB	rd4 dB	Codificación 1 dB	Codificación 2 dB
3	26.06	24.47	25.63	25.89
6	27.58	25.48	27.12	27.32
9	28.97	26.63	28.33	28.45

lado y el dato observado. Para obtener un valor numérico del desfase, se cuenta por offset en cada uno de los disparos el número de trazas que presenten un desfase mayor a $\pi/2$.

La figura 26 y 27 presenta gráficamente el *Cycle Skipping* observado en las trazas generadas al propagar en el modelo de velocidad final obtenido tras la FWI a 3Hz y 9Hz respectivamente. Condensando en la Tabla (8) la evolución del porcentaje de cycle skipping, presentando un comportamiento similar al del PSNR, en donde a medida que avanzamos en frecuencia se reduce el desfase entre las trazas.

Tabla 8. Cycle Skipping para el modelo Marmousi

Frecuencia Hz	Tradional	rd4	codificación 1	codificación 2
3	14.53	23.43	16.67	15.34
6	10.22	25.48	12.43	11.46
9	5.47	10.34	5.67	5.53

Figura 26. Análisis de Cycle Skipping para el modelo Marmousi en el paso de frecuencia de 3Hz

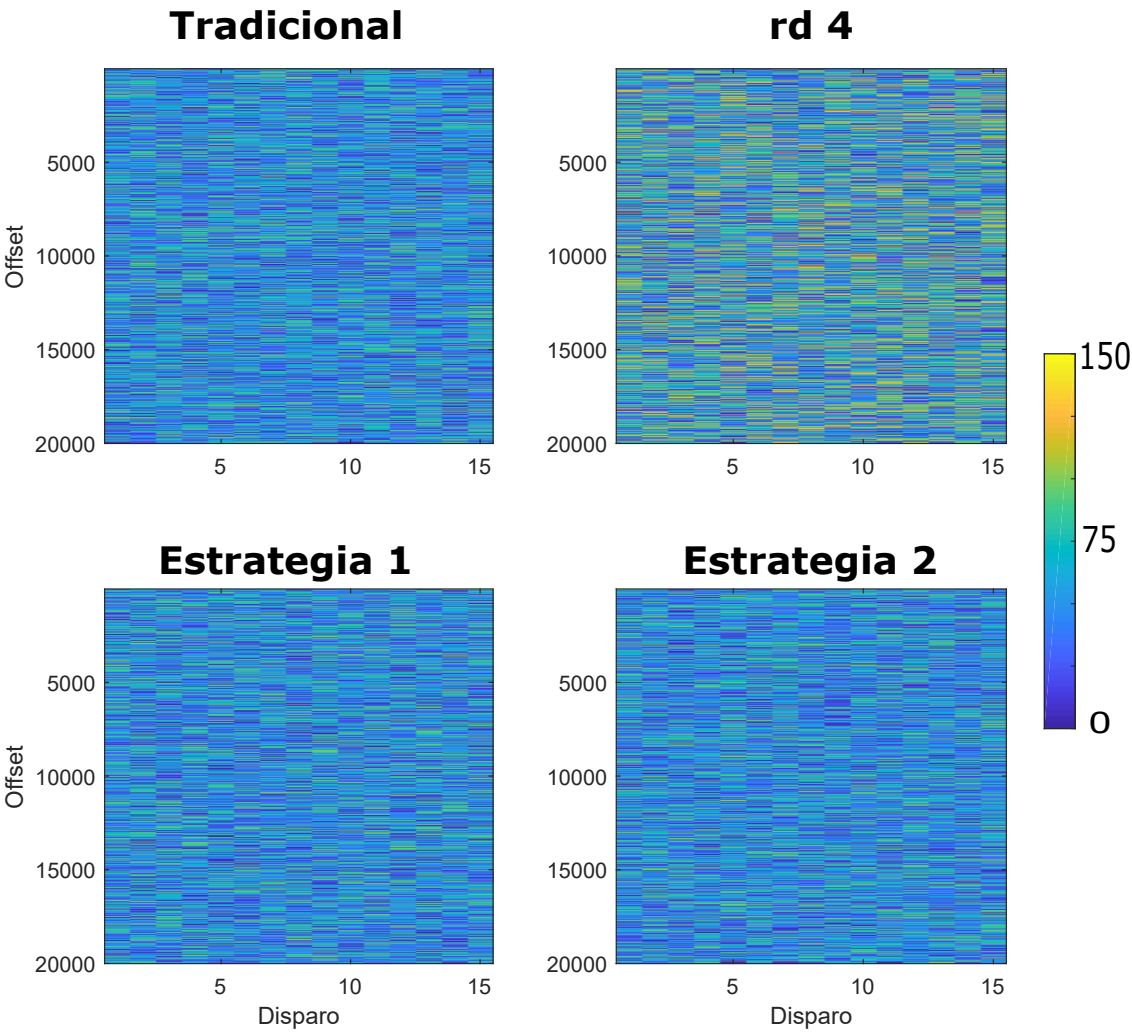
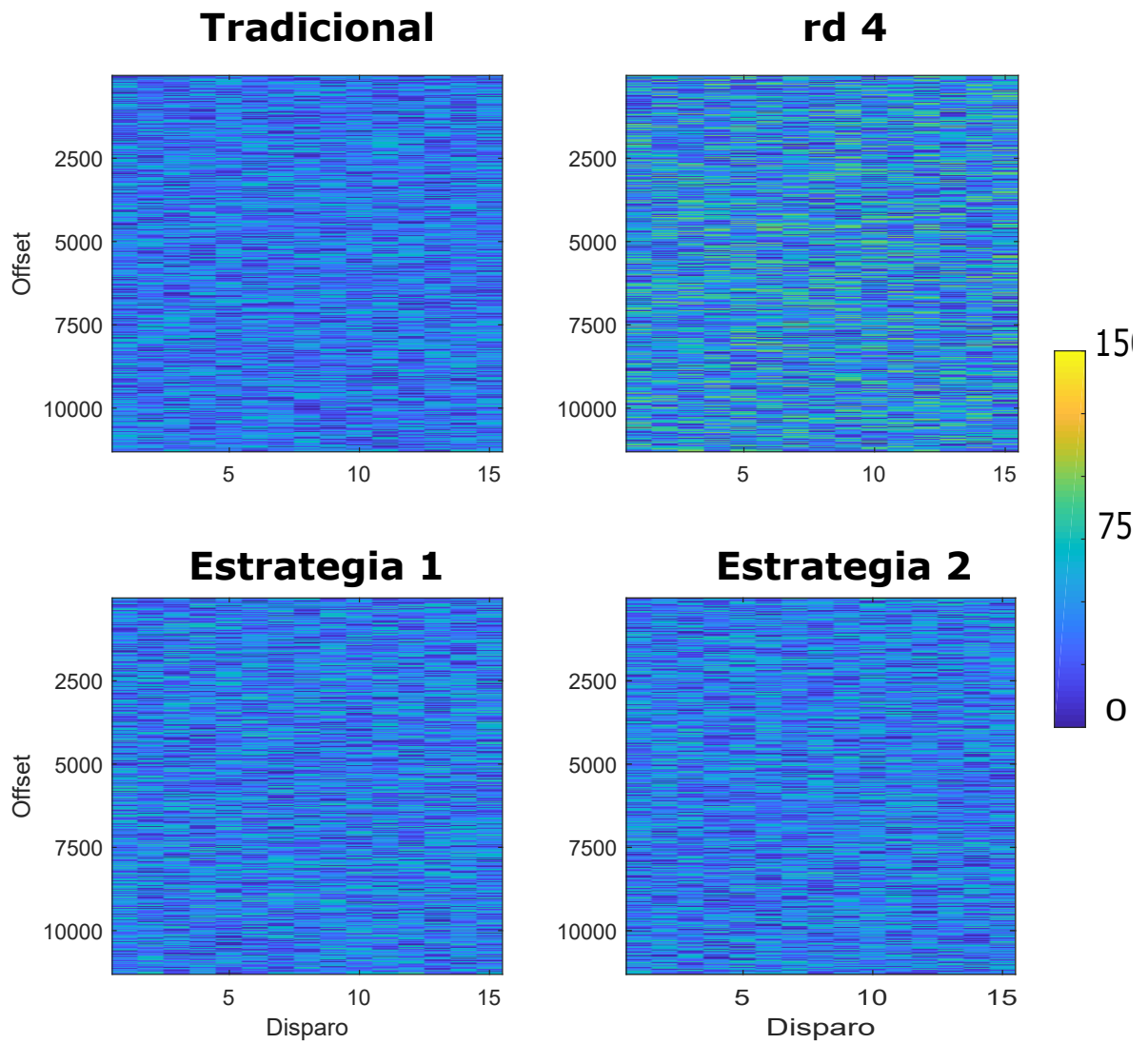


Figura 27. Análisis de Cycle Skipping para el modelo Marmousi en el paso de frecuencia de 9Hz

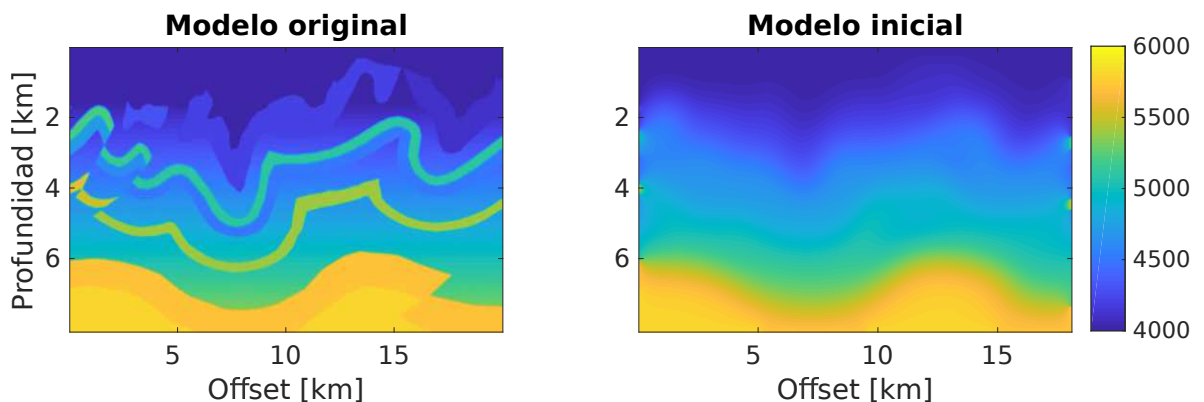


4.2. Modelo *Canadian Foothill*

El modelo de velocidad *Canadian Foothill* fue creado por Gray y Marfurt en el artículo del CSEG ³⁰. La capa superior es aire con la superficie de la tierra definida por la primera interfaz irregular. El modelo está compuesto de gradientes de velocidad, fallas, y una compleja topografía compuesta de áreas mixtas de baja y alta velocidad. El modelo de velocidad fue ampliamente distribuido entre las empresas contratistas canadienses a mediados de los 90.

Con una distancia de 25 km y una profundidad de 10[km] en una rejilla de 15m $\times$ 10m. El modelo es dimensionado a una rejilla de 25m en ambas direcciones, obteniendo un modelo de 800 $\times$ 320 puntos, como se observa en la Figura 28

Figura 28. Modelos de velocidad original e inicial suavizado para el modelo de velocidad *Canadian Foothill*.



El experimento realizado cuenta con 15 fuentes *blended* con 6 disparos simultáneos, generando un conjunto de datos diferente para cada tipo de codificación menciona-

³⁰ SAMUEL H Gray y KURT J Marfurt. "Migration from topography: Improving the near-surface image". En: *Canadian Journal of Exploration Geophysics* 31.1-2 (1995), págs. 18-24.

da anteriormente. La Tabla (9) presenta los parámetros utilizados en el experimento con el modelo de velocidad Canadian.

Tabla 9. Parámetros y valores para el experimento con el modelo de velocidad Canadian.

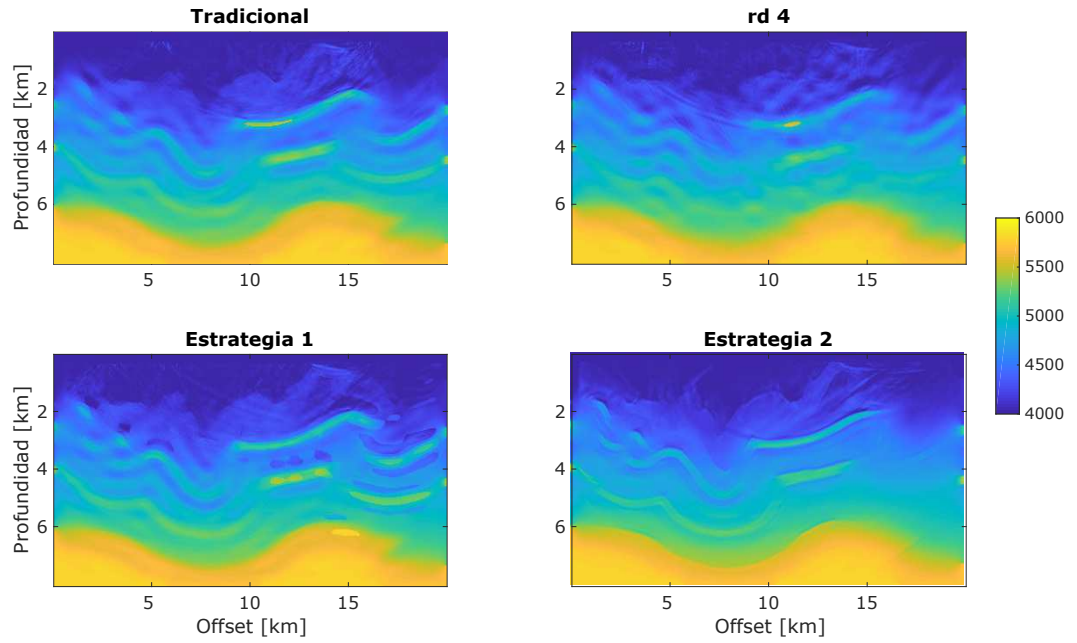
Parámetro	Descripción	Valor
Δh	Paso espacial	25m
D	Tamaño del modelo	800×320
Δt	Paso de tiempo	$2 \times 10^{-3} \text{ s}$
T_{end}	Tiempo de adquisición	3.5s
S_i	Número de fuentes totales	90 - 15 <i>blended</i> con 6 simultáneas
Rec_i	Número de receptores	760
f_{steps}	Pasos de frecuencia	3,6,9Hz
F_{ite}	Iteraciones en la FWI	20

Al igual que en modelo anterior de velocidad, las estrategias de codificación presentan un comportamiento más cercano al obtenido por medio de la distribución tradicional de fuentes. Reduciendo la diferencia entre modelos a medida que avanzamos en paso de frecuencia delimitando mejor la capa de 5000 m/s y de 6000m/s.

Presentando una diferencia de 0.23 dB con la estrategia de codificación 1 y de 0.53dB con la estrategia de codificación 2 para el primer paso de frecuencia de 3 [Hz]. En este caso, la estrategia de codificación 1 (PSO) obtiene un modelo de velocidad más cercano al modelo obtenido de forma tradicional, al contrario que el modelo Marmousi en donde la estrategia con minimización de Lagrangiano Aumentado presentó mejor comportamiento.

Siguiendo la metodología presentada en el caso anterior, el paso de frecuencia de 6Hz emplea el modelo de velocidad generado en el paso de frecuencia anterior como modelo inicial. Nuevamente el valor PSNR nos permite determinar que tan cercano son los resultados del modelo real (segunda fila de la Tabla (10)), ya que

Figura 29. Modelos de velocidad final Canadian para la primera etapa de la FWI multiescala (frecuencia central de 3Hz).

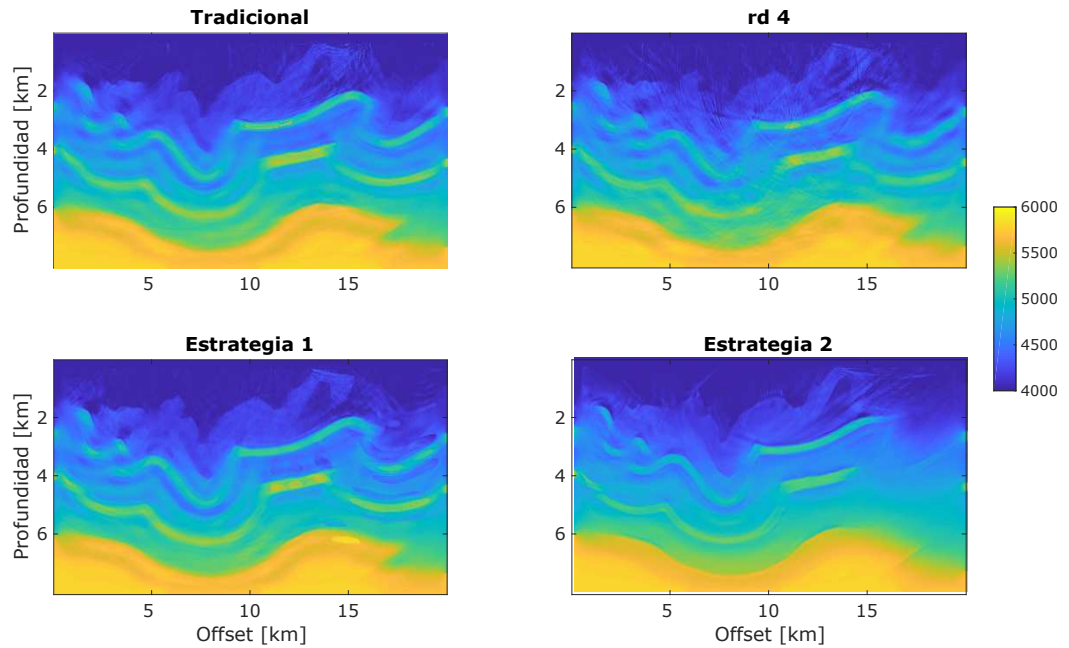


visualmente estos son muy similares como se presenta en la Figura 30 . Pueden observarse en el borde laterales de los modelo de velocidad de las estrategias de codificación artefactos que generan una menor definición de las estructuras perdiéndose las zonas curvas de la capa de 5000 m/s.

Por último la tercera fila de la Tabla (10), muestra el valor de PSNR para el último paso de frecuencia de 9Hz, donde la distribución tradicional de fuentes presenta el mayor valor de PSNR, ya que cada una de las fuentes es adquirida de forma individual sin la interferencia de las otras.

Las estrategias de codificación propuestas presentan un valor cercano de PSNR al modelo tradicional con una aceleración del tiempo de cómputo de la FWI de 6.20 ve-

Figura 30. Modelos de velocidad final Canadian para la primera etapa de la FWI multiescala (frecuencia central de 6Hz).

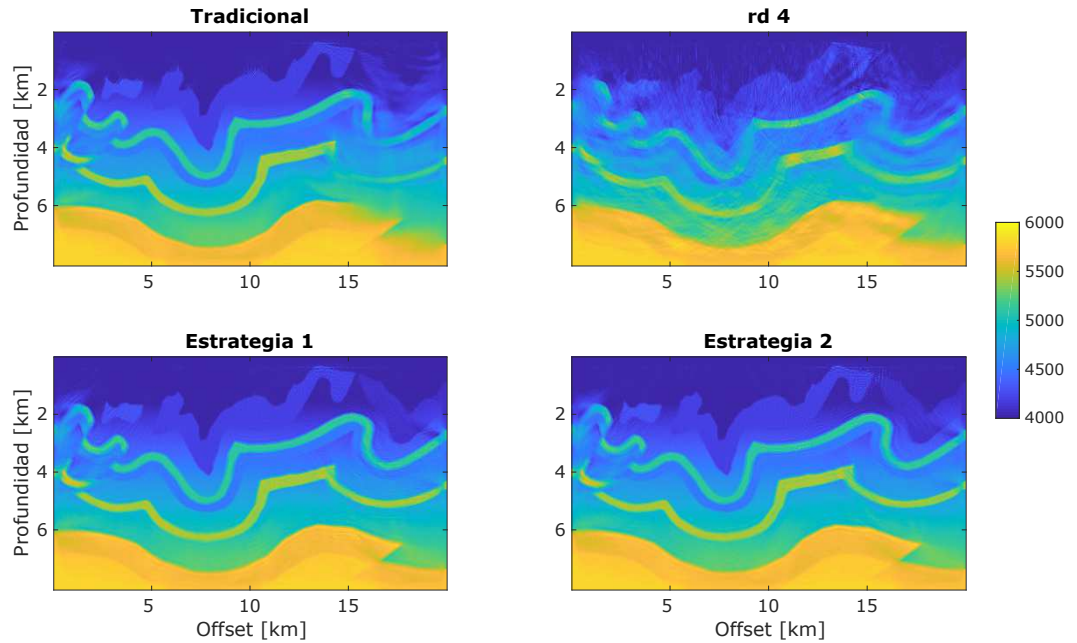


ces con respecto al procesamiento tradicional.

La Figura 32 presenta la evolución de cada experimento comparando el tiempo de ejecución con el valor PSNR de cada distribución de fuentes por paso de frecuencia. Siendo la distribución tradicional las marcas verdes, la aleatoria las marcas rojas, la estrategia 1 las azules y la estrategia 2 las marcas negras. Se emplea tres figuras diferentes para mostrar cada paso de frecuencia, cuadrados, diamantes y círculos para las frecuencias, 3, 6 y 9 Hz respectivamente.

El tiempo de ejecución por paso de frecuencia es aproximadamente el mismo, siendo 10.23 minutos para las distribuciones simultaneas y de 63.45 minutos para el caso tradicional.

Figura 31. Modelos de velocidad final Canadian para la primera etapa de la FWI multiescala (frecuencia central de 9Hz).



La progresión por paso de frecuencia en un modelo de velocidad mejor puede observarse (PSNR mayor), siendo el mejor obtenido por la distribución tradicional (marcas verdes), seguido cerca por la estrategia 2 (marcas negras) y la estrategia 1 (marcas azules). La diferencia del valor PSNR tradicional y el PSNR para las estrategias disminuye en cada paso de frecuencia, siendo la diferencia final entre la estrategia 1 y el caso tradicional de 0.81 dB.

Al igual que en el modelo Marmousi, el análisis de *Cycle Skipping*, presenta un comportamiento similar al del PSNR, en donde a medida que avanzamos en frecuencia se reduce el desfase entre las trazas.

Figura 32. Tiempo de ejecución por paso de frecuencia contra PSNR de cada modelo de velocidad, con cuadrados para el primer paso de frecuencia (3 Hz), diamantes para el segundo (6 Hz) y círculos para el último paso de frecuencia (9 Hz). Cada color representa cada uno de los experimentos, distribución tradicional de fuentes (verde), distribución aleatoria (rojo), estrategia 1 (azul) y estrategia 2 (negro).

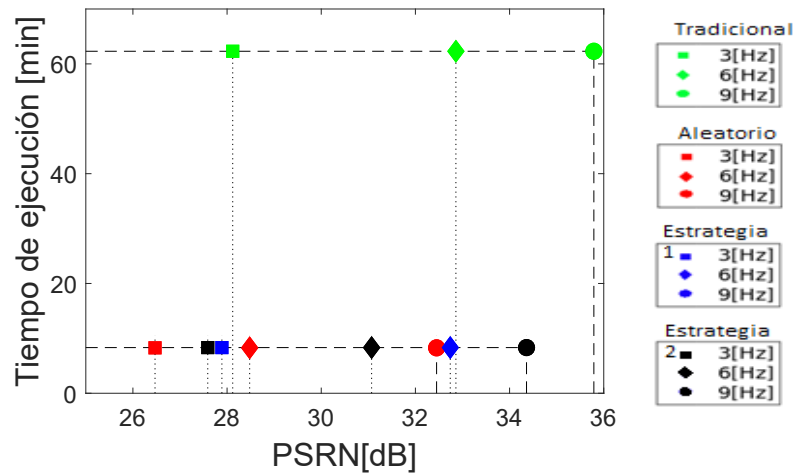


Tabla 10. PSNR para la FWI multiescala empleando las diferentes desitribuciones de fuentes en el modelo Canadian.

Frecuencia Hz	Tradicional dB	rd4 dB	codificación 1 dB	codificación 2 dB
3	28.12	26.47	27.89	27.59
6	32.86	28.48	32.74	31.07
9	35.79	32.45	34.98	34.36

La Figura 33 y 34 presenta gráficamente el *Cycle Skipping* presente en las trazas generadas al propagar en el modelo de velocidad final obtenido tras la FWI a 3Hz y 9 Hz respectivamente. Condensando en la Tabla (11) la evolución del porcentaje de cycle skipping.

Figura 33. Análisis de Cycle Skipping para el modelo Canadian en el paso de frecuencia de 3 Hz

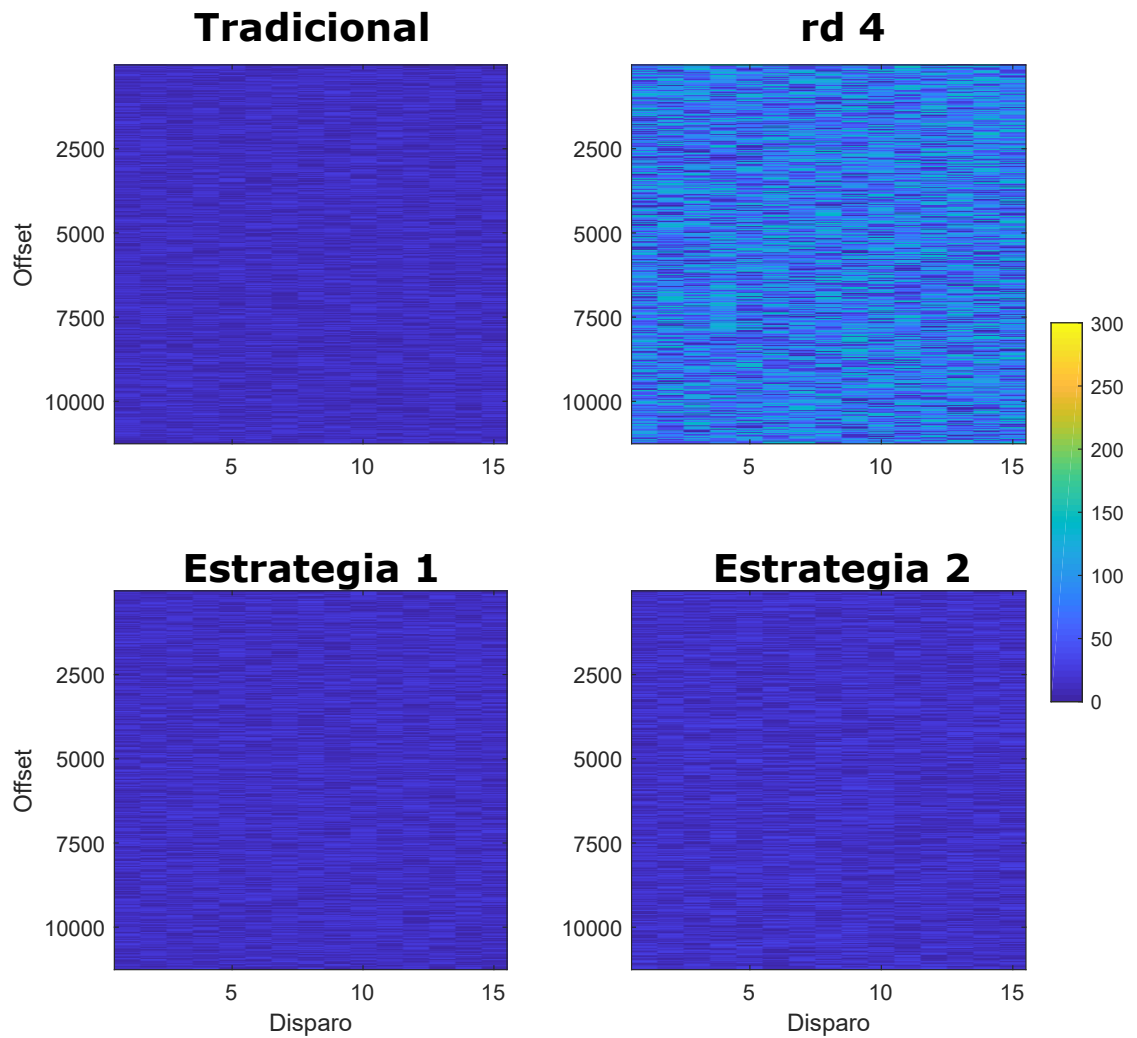
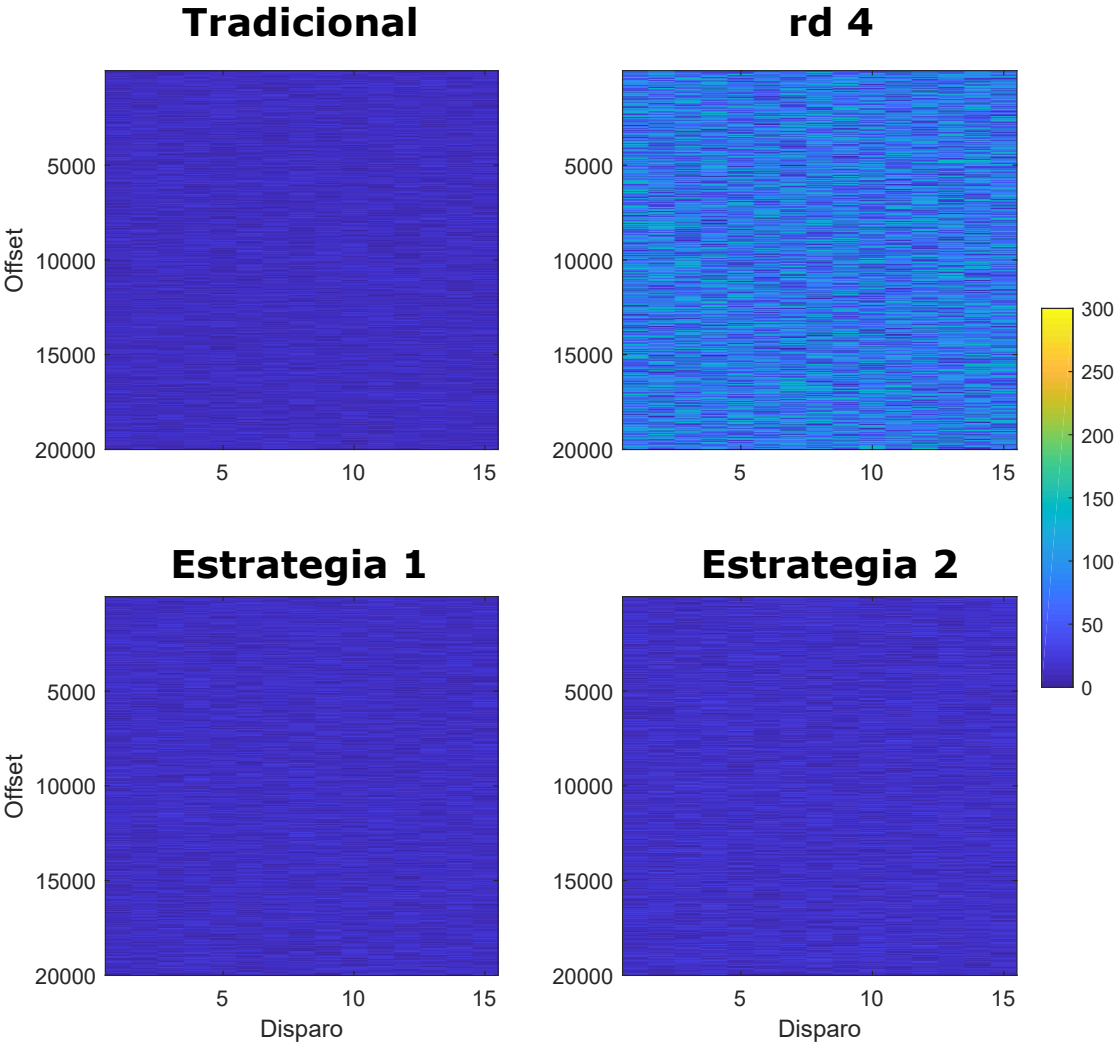


Tabla 11. Cycle Skipping para el modelo Canadian

Frecuencia Hz	Tradional	rd4	codificación 1	codificación 2
3	15.79	26.57	15.98	16.43
6	10.73	15.69	10.93	11.23
9	4.56	15.47	4.67	4.83

Figura 34. Análisis de Cycle Skipping para el modelo Canadian en el paso de frecuencia de 9 Hz



5. CONCLUSIONES

En este trabajo se propusieron dos metodologías para la codificación de fuentes sísmicas *blended*, basadas en la minimización de la coherencia entre los disparos, que obtuvieron una mejor aproximación al modelo de velocidad original, con respecto a la codificación de referencia aleatoria, y una disminución del tiempo de procesamiento con respecto a la codificación tradicional. Siendo una alternativa que permite obtener un resultado cercano al generado por medio de adquisición y procesamiento tradicional pero con el ahorro de tiempo de adquisición y de cómputo.

Se desarrolló el método de inversión de onda completa 2D en tiempo, empleando disparos simultáneos marinos, ilustrando las diferencias y ventajas con respecto a la implementación para datos adquiridos de forma tradicional. La reducción del número de datos generados en campo implica una reducción del número de operaciones en la implementación de una FWI de datos simultáneos con respecto a una FWI con datos tradicionales, de manera que se observa una disminución del tiempo de cómputo del método de inversión.

Se realizó una comparación de las dos metodologías propuestas basadas en la coherencia mínima entre disparos con respecto a una adquisición simultánea de referencia (codificación aleatoria) y la adquisición marina tradicional. Es posible observar que los modelos generados por medio de las metodologías propuestas presentan un resultado similar, cercano al obtenido por medio de una metodología tradicional.

5.1. Observaciones

El uso de una codificación de fuentes sísmicas simultáneas basadas en el criterio de mínima coherencia presenta mejores resultados con respecto a la codificación aleatoria. Siendo el valor de PSNR mayor y el CS medido menor a los obtenidos por medio de la codificación de referencia simultánea.

En una distribución tradicional de los datos, las medidas de PSNR y CS muestran ser mejores a medida que avanzamos en los pasos de frecuencia del método FWI. Sin embargo, el tiempo de procesamiento y de adquisición se ve incrementado proporcionalmente al número de disparos simultáneos.

La codificación de fuentes sísmicas basadas en la minimización de la coherencia obtiene un balance entre la reducción del tiempo de procesamiento y la calidad de la información final. Obteniendo un modelo de velocidad muy cercano al obtenido de forma tradicional (sin superposición de disparos).

La reducción del número de datos generados en campo implica una disminución del número de operaciones en la implementación de una FWI blended. Con una aceleración del tiempo de cómputo de 5,1 veces para el modelo Marmousi y de 6,2 veces para el modelo Canadian Foothills.

La codificación empleando el método de PSO, requiere una etapa de sintonización de los parámetros para garantizar la correcta exploración del espacio de búsqueda.

La codificación empleando el Lagrangiano Aumentado permite obtener una solución basada en la solución del problema de minimización de forma iterativa actualizando de manera secuencial la matriz U y codificación de las fuentes x y τ .

El uso de la estrategia de procesamiento de datos sin la etapa de separación requiere modificaciones en el flujo de trabajo estándar que en el caso de la FWI implica un menor número de operaciones acelerando el proceso de inversión.

5.2. Trabajo Futuro

Evaluar estrategias que permita determinar el número óptimo de fuentes simultáneas que debe contener un disparo *blended*.

Se plantea la combinación de las dos metodologías de codificación, desarrolladas en este documento, en cadena con el fin de enfocar aún mas el problema de minimización hacia el mínimo global. Y poder evaluar si la implementación en secuencia es mejor a el uso independiente de estas.

Prueba en otros modelos de velocidad de características similares a los empleados en este documento podría permitir diferenciar si la estrategia de PSO es mejor para modelo tipo gradiente y la estrategia de Lagrangiano Aumentado para modelos con capas intermedias de alta y baja velocidad. A su vez se recomienda probar con modelos de velocidad más complejos, con intrusiones de alta velocidad como el BP.

BIBLIOGRAFÍA

- Beasley, Craig J, Ronald E Chambers y Zerong Jiang. "A new look at simultaneous sources". En: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 1998*. Society of Exploration Geophysicists, 1998, págs. 133-135 (vid. págs. 16, 41).
- Berkhout, AJ ?Guus? "Changing the mindset in seismic data acquisition". En: *The Leading Edge* 27.7 (2008), págs. 924-938 (vid. págs. 22, 41).
- Boonyasiriwat C., Valasek P. Routh P. Cao W. Schuster G. T. y B. Macy. "An efficient multiscale method for time-domain waveform tomography". En: *Geophysics* 74 (2009) (vid. pág. 36).
- Bouska, Jack. "Distance separated simultaneous sweeping: Efficient 3D vibroseis acquisition in Oman". En: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2009*. Society of Exploration Geophysicists, 2009, págs. 1-5 (vid. pág. 42).
- Bruckstein, Alfred M, David L Donoho y Michael Elad. "From sparse solutions of systems of equations to sparse modeling of signals and images". En: *SIAM review* 51.1 (2009), págs. 34-81 (vid. pág. 51).
- DALEEL, Oil and Gas Supply Chain Portal. www.scmdaleel.com/category/seismic-survey-and-data-acquisition/7, 14 de octubre de 2018. 2018 (vid. pág. 15).
- Gray, SAMUEL H y KURT J Marfurt. "Migration from topography: Improving the near-surface image". En: *Canadian Journal of Exploration Geophysics* 31.1-2 (1995), págs. 18-24 (vid. pág. 73).

Grimmett, Geoffrey y David Stirzaker. *Probability and Random Processes*. Oxford, 2001 (vid. pág. 44).

Howe, Dave y col. "Independent simultaneous sweeping-a method to increase the productivity of land seismic crews". En: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2008*. Society of Exploration Geophysicists, 2008, págs. 2826-2830 (vid. pág. 42).

Ikelle, Luc T. *Coding and decoding: Seismic data: The concept of multishooting*. Vol. 39. Elsevier, 2010 (vid. pág. 24).

Liu, D. C. y J. Nocedal. "On the Limited Memory BFGS Method for Large Scale Optimization". En: *Math. Program.* 45.3 (1989), págs. 503-528. DOI: 10.1007/BF01589116 (vid. pág. 34).

Mahdad, Araz. "Deblending of seismic data". En: *Technische Universiteit Delft* (2012) (vid. pág. 17).

Mahmood, Uzma. "Investigating different approaches of deblending seismic data". Tesis de maestría. 2012 (vid. pág. 37).

Nocedal, J. y S. J. Wright. *Numerical Optimization*. 2nd. New York: Springer, 2006 (vid. págs. 31, 61).

Obermeier, Richard y Jose Angel Martinez-Lorenzo. "Sensing matrix design via mutual coherence minimization for electromagnetic compressive imaging applications". En: *IEEE Transactions on Computational Imaging* 3.2 (2017), págs. 217-229 (vid. pág. 59).

- OGP, International Association of Oil y Gas Producers. “An overview of marine seismic operations”. En: *Report No. 448* (2011) (vid. págs. 16, 47).
- Pasalic, Damir, Ray McGarry y col. “Convolutional perfectly matched layer for isotropic and anisotropic acoustic wave equations”. En: (2010) (vid. pág. 26).
- PGS, Petroleum Geo-Services. *www.pgs.com/marine-acquisition/services/towed-streamer-em/technology/em-acquisition/*, 14 de octubre de 2018. 2018 (vid. pág. 19).
- Plessix, R.-E. “A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications”. En: *Geophysical Journal International* 167.2 (2006), págs. 495-503. DOI: 10.1111/j.1365-246X.2006.02978.x (vid. pág. 32).
- Ranjit, S. y S. Shalichan. “Particle swarm optimization: A new tool to invert geophysical data”. En: *Society of Exploration Geophysicists* 54 (2007), págs. 772-775 (vid. págs. 53, 56).
- Santos, Adriano W. G. dos y Reynam C. Pestana. “Time-domain multiscale full-waveform inversion using the rapid expansion method and efficient step-length estimation”. En: *Geophysics* 80.4 (2015), R203-R216. DOI: 10.1190/geo2014-0338.1 (vid. pág. 35).
- Serrano, Jheyston. “Evaluación de métricas en dominios transformados usadas en las metaheurísticas para generar un punto de partida favorable a la Inversión de Onda Completa 2D”. Tesis de mtría. Universidad Industrial de Santander, 2017 (vid. pág. 57).

- Shearer, Peter M. *Introduction to seismology*. Cambridge University Press, 2009 (vid. pág. 48).
- Shi, Y. y Russ C. Eberhart. "A Modified Particle Swarm Optimizer". En: *IEEE International Conference of Evolutionary Computation* 54 (1998), págs. 772-775 (vid. pág. 56).
- Snieder, Roel. "The role of nonlinearity in inverse problems". En: *Inverse Problems* 14.3 (1998), pág. 387 (vid. pág. 30).
- Sullivan, Dennis M. *Electromagnetic simulation using the FDTD method*. John Wiley & Sons, 2013 (vid. pág. 24).
- Tarantola, A. "Inversion of seismic-reflection data in the acoustic approximation". En: *Geophysics* 48.8 (1984), págs. 1259-1266 (vid. pág. 31).
- Versteeg, Roelof. "The Marmousi experience: Velocity model determination on a synthetic complex data set". En: *The Leading Edge* 13.9 (1994), págs. 927-936 (vid. pág. 64).
- Virieux, Jean y Stéphane Operto. "An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics". En: *Geophysics* 74.6 (2009), WCC1-WCC26 (vid. págs. 17, 31, 36).