

Dimensionamiento de un almacén doble canal para la minimización de costos de inventarios y almacenamiento bajo una estrategia de reaprovisionamiento conjunto.

Jenny Paola Mantilla Ortiz
Yineth Fernanda Olaya Sedano

Trabajo de grado para optar al título de Ingeniería Industrial

Director:
Carlos Eduardo Díaz Bohórquez
M. Sc. en Ingeniería Industrial

Codirector:
Fabián Alexander Torres Cárdenas
M. Sc. en Ingeniería Industrial

Universidad Industrial de Santander
Facultad de Ingenierías Físico-mecánicas
Escuela de Estudios Industriales y Empresariales
Bucaramanga

2021

Dedicatoria

A Dios en primer lugar por ser el motor de mi existencia.

A mis padres por su amor, esfuerzo y sustento durante toda mi vida.

A mi abuela, por su constancia, nobleza y compañía en todos los momentos vividos.

A ellos que son la razón más importante en mi vida y a los que les debo todo lo que soy.

A mi compañera y amiga por la paciencia y dedicación en toda la carrera.

A Alejo por su apoyo, cariño y paciencia en esta etapa de mi carrera.

Papás, hoy sin duda, este proyecto es por y para ustedes.

Los amo con todo mi ser.

Paola

A DIOS por permitirme la vida y ser quien guía cada uno de mis pasos.

A mis padres por su amor, apoyo infinito y soporte en cada uno de mis días.

A mis abuelos, por brindarme su apoyo y fortaleza en cada una de mis etapas.

A mi hermano por ser mi amigo más cercano. Para ellos va dedicado este triunfo ya que sin

duda alguna son mi soporte en esta vida y gracias a su apoyo hoy doy un paso más.

A mi amiga y compañera por su constancia, dedicación y esfuerzo a lo largo de la carrera.

Doy gracias a Dios por permitirme alcanzar este nuevo peldaño en mi vida y sin duda alguna

poder dedicarles este logro a mis padres quienes incansablemente me alientan a seguir.

Son lo más preciado de mi vida, los amo con todo mi corazón.

Yineth

Agradecimientos

Primeramente, agradecemos a Dios por habernos dado la oportunidad de vivir esta etapa,

Él que siempre ha sido nuestro sustento en momentos difíciles.

*A nuestros padres que son las personas más importantes en nuestra vida,
gracias por el esfuerzo y dedicación por nuestro crecimiento personal y profesional.*

*A nuestro profesor y Codirector Fabián Alexander Torres,
por haber dado el voto de confianza en nosotras, por comprometerse con el proyecto y haber
tenido la paciencia, cordialidad y disposición en todo instante.*

A nuestro Director Carlos Eduardo Díaz, por apoyarnos, ayudarnos y confiar en nosotras.

A nuestros amigos y familiares que hicieron parte de este proceso.

Hoy con total agradecimiento y felicidad podemos decir

¡Lo logramos!

Contenido

Introducción	13
1. Revisión de literatura	17
1.1. Reaprovisionamiento conjunto.....	17
1.2. Gestión de inventarios en una cadena de suministro de doble canal	21
1.3. Dimensionamiento de almacenes	25
2. Justificación y planteamiento del problema	30
3. Objetivos	34
3.1. Objetivo General	34
3.2. Objetivos Específicos	34
4. Marco teórico	35
4.1. Problema de reaprovisionamiento conjunto (JRP).....	35
4.2. Modelo Heurístico.....	36
4.2.1. <i>Power of two</i>	36
4.2.2. <i>Método de bisección</i>	37
4.3. Canales de distribución	38
4.3.1. <i>Canal tradicional</i>	38
4.3.2. <i>Canal en línea</i>	38
4.3.3. <i>Doble canal</i>	39
4.4. Gestión de inventarios	40

4.5.	Dimensionamiento de almacenes	43
4.6.	Demanda estocástica	44
5.	Formulación del modelo matemático	46
5.1.	Supuestos.....	46
5.2.	Notación	47
5.2.1.	<i>Índices</i>	47
5.2.2.	<i>Parámetros</i>	47
5.2.3.	<i>Variables de decisión</i>	49
5.3.	Método de solución Canal Tradicional	49
5.4.	Método de solución Canal en línea	55
5.5.	Selección del almacén	63
6.	Ejemplos numéricos	64
6.1.	Ejemplos numéricos (Canal tradicional)	67
6.2.	Ejemplos numéricos (Canal en línea).....	69
7.	Resultados	71
7.1.	Resultados Canal tradicional.....	71
7.1.1.	<i>Resultados ejemplo 1 canal tradicional</i>	71
7.1.2.	<i>Resultados ejemplo 2 canal tradicional</i>	72
7.2.	Resultados Canal en línea	75
7.2.1.	<i>Resultados ejemplo 1 canal en línea</i>	75

7.2.2.	<i>Resultados ejemplo 2 canal en línea</i>	77
7.3.	Resultados espacio de almacenamiento	79
8.	Comparación del modelo	82
8.1.	Resultados del modelo (Torres Cárdenas et al., 2020).....	82
8.1.1.	<i>Resultados del ejemplo 1 modelo (Torres Cárdenas et al., 2020)</i>	82
8.1.2.	<i>Resultados del ejemplo 2 modelo (Torres Cárdenas et al., 2020)</i>	85
9.	Conclusiones	90
10.	Recomendaciones.....	92
	Referencias bibliográficas.....	93

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1 Cumplimiento de los objetivos	15
Tabla 2 Ventajas del reaprovisionamiento conjunto según (Goyal, 1974, como se citó en Productos et al., 2010).	19
Tabla 3 Revisión de políticas de inventario	25
Tabla 4 Ejemplo de cinco tamaños discretos de almacén.....	67
Tabla 5 Ejemplo 1 - Parámetros canal tradicional, bajo la revisión periódica.....	67
Tabla 6 Ejemplo 2 - Parámetros canal tradicional, bajo la revisión periódica.....	68
Tabla 7 Ejemplo 1 - Parámetros canal en línea, bajo la revisión continua	69
Tabla 8 Ejemplo 2 - Parámetros canal en línea, bajo la revisión continua	69
Tabla 9 Resultados ejemplo 1 del canal tradicional, bajo la revisión periódica	71
Tabla 10 Resultados Factor de seguridad ejemplo 1, canal tradicional	72
Tabla 11 Costos de inventario y almacenamiento del ejemplo 1 por cada tamaño de almacén, Canal tradicional	72
Tabla 12 Resultados ejemplo 2 del canal tradicional, bajo la revisión periódica	73
Tabla 13 Resultados Factor de seguridad ejemplo 2, canal tradicional	74
Tabla 14 Costos de inventario y almacenamiento del ejemplo 2 por cada tamaño de almacén, Canal tradicional	74
Tabla 15 Resultados ejemplo 1 del canal en línea, bajo la revisión continua.....	75
Tabla 16 Resultados Factor de seguridad ejemplo 1, canal en línea.....	76
Tabla 17 Costos de inventario y almacenamiento del ejemplo 1 por cada tamaño de almacén, Canal en línea.....	76

Tabla 18 Resultados ejemplo 2 del canal en línea, bajo la revisión continua.....	77
Tabla 19 Resultados Factor de seguridad ejemplo 2, canal en línea.....	78
Tabla 20 Costos de inventario y almacenamiento del ejemplo 2 por cada tamaño de almacén, Canal en línea.....	78
Tabla 21 Resultados ejemplo 1 espacios de almacenamiento por tamaño de almacén	79
Tabla 22 Resultados ejemplo 2 espacios de almacenamiento por tamaño de almacén	80
Tabla 23 Resultados ejemplo 1 del modelo (Torres Cárdenas et al., 2020), revisión continua..	83
Tabla 24 Resultados Factor de seguridad ejemplo 1 modelo (Torres Cárdenas et al., 2020).....	84
Tabla 25 Costos de inventario y almacenamiento por cada tamaño de almacén ejemplo 1 modelo (Torres Cárdenas et al., 2020).....	84
Tabla 26 Resultados espacio de almacenamiento ejemplo 1 modelo (Torres Cárdenas et al., 2020)	85
Tabla 27 Resultados ejemplo 2 del modelo (Torres Cárdenas et al., 2020), revisión continua..	86
Tabla 28 Resultados Factor de seguridad ejemplo 2 modelo (Torres Cárdenas et al., 2020).....	87
Tabla 29 Costos de inventario y almacenamiento por cada tamaño de almacén ejemplo 2 modelo (Torres Cárdenas et al., 2020).....	88
Tabla 30 Resultados espacio de almacenamiento ejemplo 2 modelo (Torres Cárdenas et al., 2020)	89

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1 Almacén de dos canales con capacidad de cumplimiento en línea.	27
Figura 2 Política de revisión continua	41
Figura 3 Política de revisión periódica	42
Figura 4 Función de costo de almacenamiento lineal por partes.	66
Figura 5 Resultados costo total ejemplo 1 por tamaño de almacén	80
Figura 6 Resultados costo total ejemplo 2 por tamaño de almacén	81

Lista de Apéndices

Ver apéndices en carpeta adjunta

Apéndice A. Artículo de resultados

Apéndice B. Código en Matlab de los Métodos de Solución

Apéndice C. Análisis del problema de programación no lineal restringido

Resumen

Título: Dimensionamiento de un almacén doble canal para la minimización de costos de inventarios y almacenamiento bajo una estrategia de reaprovisionamiento conjunto*

Autores: Jenny Paola Mantilla Ortiz
Yineth Fernanda Olaya Sedano**

Palabras claves: Problema de reaprovisionamiento conjunto (JRP), Almacén doble canal, Gestión de inventarios, Dimensionamiento de almacén, Demanda Estocástica, Comercio electrónico.

Descripción:

El e-commerce es la evidencia de la evolución de un canal de ventas, ya que con el paso de los años se ha convertido en un medio de comunicación e información para la comercialización de bienes y servicios, lográndose así transformar en una nueva estrategia para los fabricantes que manejan almacenes tradicionales, debido a que pueden optar por la adaptación a almacenes doble canal, los cuales tiene una única estructura basada en dos áreas, una para satisfacer la demanda del canal en línea y la otra para almacenar y satisfacer la demanda del canal tradicional de tiendas minoristas. No obstante, esta adaptación conlleva una serie de factores a considerar como la gestión de inventarios y la incertidumbre de la demanda, ya que esta fluctuación afecta directamente la dinámica de las ventas y costos asociados. Por lo tanto, se propone una estrategia de gestión de inventarios para cada canal de distribución y la determinación del espacio de almacenamiento. Una de estas opciones de gestión de inventarios es el reaprovisionamiento conjunto (JRP), el cual consiste en la agrupación de dos o más productos, los cuales convergen en un tiempo T de reaprovisionamiento, además, se emplea una correcta planificación y/o distribución de espacios de almacenamiento, ya que también contribuyen a la reducción de costos. La presente investigación tiene como objetivo construir un modelo que integre la gestión de inventarios, el dimensionamiento del almacén y la política de revisión, en donde se construye un algoritmo heurístico para la solución del problema de reaprovisionamiento conjunto para el canal tradicional, bajo la revisión periódica y el algoritmo de bisección modificado para la solución del problema de gestión de inventarios en el canal en línea bajo la política de revisión continua y tomando una estructura de costos de almacenamiento lineal por partes para el dimensionamiento del almacén. Finalmente se obtuvieron resultados, los cuales fueron comparados bajo los mismos parámetros con un modelo de revisión continua para ambos canales, logrando identificar que los costos de mantener inventario son factores relevantes al momento de minimizar los costos totales en la gestión de inventarios.

* Trabajo de grado.

** Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas, Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Director: Carlos Eduardo Díaz Bohórquez, Magister en Ingeniería Industrial. Fabian Alexander Torres Cárdenas, Magister en Ingeniería Industrial.

Abstract

Title: Sizing of a double channel warehouse to minimize inventory and storage costs under a joint replenishment strategy.*

Authors: Jenny Paola Mantilla Ortiz
Yineth Fernanda Olaya Sedano**

Key Words: Joint replenishment problem, Dual channel warehouse, Inventory management, Warehouse sizing, Stochastic demand, E-commerce.

Description:

E-commerce is the evidence of the evolution of a sales channel, since over the years it has become a means of communication and information for the marketing of goods and services, thus becoming a new strategy for manufacturers that manage traditional warehouses, because they can choose to adapt to dual channel warehouses, which have a single structure based on two areas, one to meet the demand of the online channel and the other to store and meet the demand of the traditional channel of retail stores. However, this adaptation involves a number of factors to consider such as inventory management and demand uncertainty, as this fluctuation directly affects the dynamics of sales and associated costs. Therefore, an inventory management strategy is proposed for each distribution channel and the determination of storage space. One of these inventory management options is the joint replenishment (JRP), which consists of the grouping of two or more products, which converge in a time T of replenishment, in addition, a correct planning and/or distribution of storage space is used, since they also contribute to cost reduction. The present research aims to build a model that integrates inventory management, warehouse sizing and revision policy, where a heuristic algorithm is built for the solution of the joint replenishment problem for the traditional channel, under the periodic revision and the modified bisection algorithm for the solution of the inventory management problem in the online channel under the continuous revision policy and taking a linear storage cost structure by parts for the sizing of the warehouse. Finally, results were obtained, which were compared under the same parameters with a continuous review model for both channels, identifying that inventory holding costs are relevant factors when minimizing total costs in inventory management.

* Bachelor Thesis.

** Faculty of Physical-Mechanical Engineering. School of Industrial and Management. Director: Carlos Eduardo Díaz Bohórquez, Master in Industrial Engineering. Co-director: Fabian Alexander Torres Cárdenas, Master in Industrial Engineering.

Introducción

El desarrollo del mercado ha llevado a las empresas a la constante innovación donde la satisfacción del cliente se ha convertido en un factor relevante; de igual forma, el uso de las tecnologías de información y comunicación han sido herramienta fundamental para la comercialización de bienes y servicios a través de una red como lo es el comercio electrónico (Empresas, 2016); además, esta red de comercio ayuda a las empresas a potencializarse en la era digital con las posibilidades que ofrece el internet, provocando ahorros sustanciales de costos administrativos, de entrega de productos y servicios, aumentando los ingresos, proporcionando entregas más rápidas y facilitando el intercambio entre los interesados (Perdigón Llanes et al., 2018).

Por ende, el comercio electrónico se ha convertido en una estrategia alterna de comercialización para almacenes tradicionales, los cuales se han visto afectados por el entorno competitivo, el tipo de productos distribuidos y el tamaño físico con el que cuentan; debido a esto, se adopta el modelo de negocio a “almacén doble canal”, el cual consiste en incluir el canal en línea como catálogo alternativo al almacén tradicional, trayendo consigo un posible aumento representativo de ventas, sin la necesidad de incurrir en costos adicionales de almacenamiento; además cuenta con una única estructura basada en dos áreas, una para satisfacer la demanda del canal en línea y la otra para almacenar y satisfacer la demanda del canal tradicional de tiendas minoristas, buscando con esto la reducción de tiempos de aprovisionamiento entre los canales; no obstante, esta implementación conlleva una serie de factores a considerar como la gestión de un sistema de inventarios y la incertidumbre de la demanda, ya que esta fluctuación afecta directamente la dinámica de las ventas y los costos asociados, por lo tanto, es necesario tomar métodos que contribuyan al uso eficiente del espacio de almacenamiento.

El almacén doble canal cuenta con la ventaja de adquirir una política de revisión por canal, por lo tanto, se considera conveniente utilizar la revisión periódica al canal tradicional, ya que tiene la facilidad de incluir varios productos que converjan en un tiempo en común de reabastecimiento, reduciendo de esta manera los costos de ordenamiento de pedidos y por otro lado, la revisión continua para el canal en línea dado que se puede monitorear constantemente el nivel de inventario, permitiendo de esta forma reducir el tiempo de entrega de pedido, lo que ayuda a evitar faltantes en el inventario.

Por otra parte, con el paso del tiempo los clientes han demandado un tiempo de entrega de pedido más corto, lo que ha contribuido a que el almacén doble canal esté ubicado cerca de la zona urbana, donde los territorios son de difícil acceso y mantienen costos elevados por el arrendamiento o compra del mismo; por ende, para los fabricantes es pertinente utilizar la máxima capacidad del almacén, ya que con ello reducen costos y no desperdician espacios de almacenamiento; debido a esto, se requiere planificar el dimensionamiento del almacén doble canal, ya que aporta una correcta distribución de los espacios (Kembro et al., 2018).

Teniendo en cuenta los diferentes costos en la gestión de inventarios los cuales se componen por los costos de mantenimiento, los costos de pedidos y los costos de penalización por incumplimiento, es posible buscar una minimización de estos adoptando estrategias de pedidos tal y como lo es el problema de reaprovisionamiento conjunto (JRP), el cual consiste en la agrupación de dos o más a productos, los cuales converjan en un tiempo “T” de reaprovisionamiento, esto contribuye a beneficios tales como: Ahorros por compras, por traslados, por pedidos y la logística al facilitar la operación y planeación del comprador (Goyal, 1974, como se citó en Productos et al., 2010).

En consecuencia, se plantea construir un modelo que integre la gestión de inventarios, el dimensionamiento del almacén y la política de revisión, bajo la estrategia de reaprovisionamiento conjunto, por lo tanto, se construye un algoritmo heurístico para la solución del problema de reaprovisionamiento conjunto y el algoritmo de bisección para la solución del problema de dimensionamiento de un almacén doble canal.

En forma general el presente documento está organizado de la siguiente manera: el capítulo 1 expone aspectos relacionados a la revisión de literatura, capítulo 2 se muestra la justificación y planteamiento del problema, capítulo 3 los objetivos de la investigación, capítulo 4 el marco teórico, capítulo 5 la formulación del modelo matemático, capítulos 6 y 7 los ejemplos numéricos y resultados respectivamente, en el capítulo 8 la comparación del modelo y finalmente en los capítulos 8 y 9 conclusiones y recomendaciones.

En la **Tabla 1** se menciona los capítulos en donde se evidencia el cumplimiento de los objetivos establecidos.

Tabla 1

Cumplimiento de los objetivos

Objetivo	Cumplimiento
1. Identificar los modelos de dimensionamiento de un almacén tradicional y de reaprovisionamiento conjunto con demanda estocástica, así como los métodos de solución a partir de una revisión de literatura.	Capítulo 1
2. Diseñar un modelo matemático para el problema de dimensionamiento de un almacén doble canal bajo la estrategia de reaprovisionamiento conjunto.	Capítulo 5

3. Construir un algoritmo heurístico de solución para el problema bajo la estrategia del reaprovisionamiento conjunto, y programarlo mediante el lenguaje de programación Matlab.	Capítulo 5
4. Validar el algoritmo de solución mediante instancias adaptadas en la literatura.	Capítulo 8
5. Realizar un artículo de carácter publicable con los resultados obtenidos de la investigación.	Apéndice A

1. Revisión de literatura

1.1. Reaprovisionamiento conjunto

La literatura basada sobre el reaprovisionamiento conjunto (JRP), aborda el desarrollo de políticas de reabastecimiento para varios productos, lo cual ayuda a minimizar la suma de costos de mantenimiento de inventario, pedidos pendientes y costos por pedidos (Vanvuchelen et al., 2020). No obstante, gran parte de los estudios han sido enfocados en un reaprovisionamiento por producto, siendo este uno de los métodos de mayor costo en la gestión de inventarios de la cadena de suministro; debido a esto en la revisión se hace prudente investigar la estrategia de reaprovisionamiento conjunto, que tiene como ventaja el factor económico, ya que los productos se manufacturan conjuntamente y son empaquetarlos individualmente, es decir, los productos son conjuntamente reaprovisionados (manufacturados y empaquetados) de manera individual. Por lo tanto, cada artículo se contabiliza para el costo total de manera global (Goddard-close et al., 2006). A su vez, otras ventajas representativas que se evidencian en el JRP, es el ahorro por compras, por traslado, por pedido y logística (Hernández, 2010).

Diferentes investigaciones han contribuido con la construcción y formulación aproximada del procedimiento para la solución de problemas de revisión periódica en la gestión de inventarios, en los cuales se ha utilizado una política de pedido con solución heurística, además han sido empleadas en problemas de varias etapas de almacenamiento con gestión de inventarios de varios productos, así mismo, han aportado información sobre las compensaciones intrínsecas en operaciones bajo las restricciones de un almacén delimitado. No obstante, es necesario mencionar que dentro de la investigación recalcan que la política de revisión periódica trae consigo diferentes beneficios relacionados a la reducción de costos de reabastecimiento fijos, al momento de combinar el reabastecimiento de pedidos para diferentes productos; además brinda beneficios

prácticos de seguir un horario repetido regular para coordinar el transporte y otras consideraciones logísticas determinadas o necesarias para su desarrollo uniforme (Allgor et al., 2004).

Debido a la cantidad de restricciones que existen en el reabastecimiento conjunto, se encuentra un caso de estudio de un distribuidor farmacéutico de Turquía el cual requiere conocer el momento óptimo para realizar los pedidos dependiendo la vida útil de los productos, las condiciones de almacenamiento y los beneficios obtenidos en tiempos de promociones, por tal motivo se plantea un algoritmo genético utilizando un modelo (R, T) como base adicionando a las restricciones anteriormente mencionadas junto con la característica de demanda variante de un producto a otro, este modelo muestra un óptimo resultado en un tiempo aceptable, lo cual permite dar solución al problema por el cual atravesaba la farmacéutica (Saracoglu et al., 2014).

Por otra parte, algunos de los métodos heurísticos que se han utilizado para encontrar una solución al problema del reaprovisionamiento conjunto son RAND, heurística modificada por (Silver, 2016), seguidamente se han realizado variantes al método de solución y se han buscado métodos de solución más eficientes en el tiempo de respuesta (Khouja & Goyal, 2008). A su vez, el estudio realizado por (Ho, 2013) se utiliza el método de apriete recursivo y división del tiempo de ciclo con la finalidad de calcular la política óptima de reabastecimiento eficiente y óptima del JRP, este método no presenta gran complejidad ya que se tiene el conocimiento del número de elementos involucrados en el problema, la tasa de demanda de cada uno de los artículos es conocida y constante, no se permite escasez y los plazos de entrega son insignificantes, de esta manera obtener una solución óptima utilizando la división de tiempos de ciclos.

(Eynan & Kropp, 2007b) presenta un estudio efectuado bajo la revisión periódica de un solo producto, logrando establecer un sistema de solución simple que sea casi óptimo. Sin embargo, más adelante estudia el JRP que involucra varios elementos bajo una demanda estocástica,

teniendo en cuenta costos asociados de pedido, mantenimiento, penalizaciones, una desviación estándar de comportamiento normal para realizar un ajuste más preciso a la demanda, tiempo de ciclo y tiempo de espera (Eynan & Kropp, 2007a); de esta manera el concepto desarrollado requiere la coordinación de tiempos de pedido junto con la posible redefinición de las reglas de tamaño de lote, tomando de base el modelo Cantidad de orden de producción - POQ e incorporando el efecto del stock de seguridad en los tiempos de ciclo.

Por otro lado, estudios realizados a la estrategia de reaprovisionamiento conjunto, indican que este método trae consigo ventajas como se muestran en la **Tabla 2** (Goyal, 1974, como se citó en (Hernández, 2010).

Tabla 2

Ventajas del reaprovisionamiento conjunto según (Goyal, 1974, como se citó en Productos et al., 2010).

Ventaja	Descripción
1. Ahorros por compras	Se ordena por grupo de productos, es decir, se integran varios productos dentro de una misma orden, logrando con esto descuentos en el precio de venta.
2. Ahorros por traslado	Al realizar pedidos por varios productos a la vez, el traslado es más económico, además es más fácil su operación.
3. Ahorros por pedido	Es conveniente agrupar varios materiales para ser solicitados en un solo pedido y así reducir los costos.
4. Logística	Al realizar el pedido de varios productos a la vez, facilita la operación y planeación del comprador, ya que solicita sus productos de acuerdo con sus necesidades, asumiendo los costos más bajos que si los solicita por separado; también el

vendedor puede ahorrarse dinero enviando en un único envío todo el material.

Además, en los métodos de solución para el JRP en modelos de demanda estocástica, existen dos tipos de políticas principales:

1. La política de pedidos autorizados - COP, en la que, si algún producto llega al punto de pedido forzoso, se realiza un pedido de reabastecimiento, pero y si los otros productos presentan un nivel de inventario debajo del pedido autorizado, entonces son incluidos en la misma orden (Johansen & Melchior, 2003; Balintfy, 1964; Khouja & Goyal, 2008, como se citó en Bastos et al., 2017).
2. En la política de reabastecimiento periódica (PRP) estudiada por (Atkins & Iyogun, 1988), consideran una demanda semejante a la distribución de Poisson, en donde todos los productos siguen el mismo intervalo periódico de reabastecimiento T , y cada uno se reemplaza en un determinado nivel M de inventario. Además, se considera posteriormente que un conjunto de productos seguiría el intervalo de revisión periódica T y a su vez los demás productos que deberían reestablecerse seguirían en la sección T (Atkins & Iyogun, 1988; Khouja & Goyal, 2008, como se citó en Bastos et al., 2017).

Por otra parte, uno de los algoritmos utilizados para la solución del modelo del problema de reaprovisionamiento conjunto es el recocido simulado - (S.A.), un procedimiento metaheurístico introducido por Kirkpatrick, Gelatt y Vecchi en 1982, el cual quiere “obtener el valor de las frecuencias de pedido del producto i (k_i), a continuación, mantenerlas fijas, para obtener el mínimo para T , aprovechando que la función CT es convexa. Es factible que mediante un método de

búsqueda unidimensional, como el de sección dorada, se obtenga el mínimo” (Hernandez, 2010, p. 125). No obstante, este algoritmo no toma en cuenta el costo de penalización por pedidos faltantes, siendo este, factor relevante en la gestión de inventarios de un almacén de doble canal; por este motivo, se analiza el algoritmo heurístico de Eynan y Kropp (2007), el cual se puede ajustar a los parámetros requeridos para dar solución al problema de dimensionamiento de un almacén doble canal bajo la estrategia de reaprovisionamiento conjunto; sin embargo, este algoritmo no obtiene un óptimo absoluto, pero las soluciones obtenidas son de buena calidad, este algoritmo usa la política de solución power of two (PoT) la cual consiste en el uso de las potencias del dos para recopilar respuestas óptimas relativas.

1.2. Gestión de inventarios en una cadena de suministro de doble canal

Uno de los principales beneficios que la estrategia multicanal proporciona, es que el canal en línea brinda de manera personalizada la información al cliente, reduciendo costos de búsqueda del comprador y ofreciendo una amplia gama de productos; por otra parte, el canal tradicional tiene la oportunidad de tener una proximidad con los clientes, ya que al momento de comprar un producto lo puede recibir al instante y pueden ofrecer un servicio de comunicación y acompañamiento directo durante la compra. Sin embargo, implementar la estrategia multicanal, conlleva a enfrentar desafíos relacionados con el marketing, los conflictos entre diferentes divisiones que gestionan los diferentes canales de una empresa y así mismo entre los miembros de la cadena de suministro (Agatz et al., 2008). Por otro lado, está el desafío de cómo organizar el almacén y administrar el inventario para cumplir los pedidos tanto en línea como fuera de línea, por lo que las dos diferencias importantes para el estudio son: el tamaño del almacén y tiempo del pedido (Alawneh & Zhang, 2018).

Ofrecer la estrategia multicanal, la cual representa que el minorista usa múltiples canales para llegar a sus clientes, proporcionando una combinación mayor y una relación más profunda con el mismo, mejorando de esta manera la propuesta de valor agregado del vendedor según Wallace (como se citó en Agatz et al., 2008). Esto conlleva a que los clientes se conviertan en compradores multicanal, ya que empiezan a utilizar el canal acorde a un determinado momento y en diferentes fases del proceso de compra (Nunes y Céspedes, 2003, como se citó en Agatz et al., 2008).

Por otra parte, (Alawneh & Zhang, 2018) en su investigación menciona que “las empresas que introducen las ventas en línea se enfrentan a muchos desafíos en términos de procesos de logística y entrega, como grandes volúmenes de pedidos muy pequeños, plazos de entrega cortos, entrega flexible (por ejemplo, envío nocturno e incluso en 24 horas), y el picking y proceso de empaque para pedidos de una sola unidad” (Alawneh & Zhang, 2018).

Desde otro punto de investigación bajo la estrategia multicanal, (Batarfi et al., 2016) demuestran que agregar productos personalizados al canal en línea aumenta de manera directa a las ganancias del sistema de la cadena de suministro centralizada, así mismo, que la implementación de nuevas tecnologías, permiten a los fabricantes atender los pedidos de manera directa, ya que al recopilar y almacenar la información suministrada por los clientes, permite comprender sus necesidades y preferencias individuales, logrando con esto el desarrollo de la producción de productos personalizados (Batarfi et al., 2016).

Otros estudios han demostrado que la introducción de un canal en línea probablemente reducirá el precio del mayorista del producto más vendido a través del canal minorista, aumentando así los beneficios de las empresas por ambas partes; también se dice que la estrategia multicanal supera a la estrategia de un solo canal, debido a que el fabricante es el que se beneficia al tener un mayor margen de ganancia (Batarfi et al., 2016).

De acuerdo a lo expuesto anteriormente, una de las estrategias más comunes y/o utilizadas para los almacenes de doble canal, son la descentralización y las políticas centralizadas. Una empresa con que maneja una política de almacén descentralizado establece un almacén de cumplimiento electrónico en el que se selecciona, empaca y envía un pedido del canal en línea de manera independiente, lo que indica que cada canal de ventas tiene equipos de inventario y de operación comerciales por aparte o separados (Bendoly, 2004); (Zhang et al., 2010); (Hübner et al., 2016); (Alawneh & Zhang, 2018). Por otro lado, la política de utilizar un almacén centralizado consiste en tener un almacén que integra varios almacenes agrupados en una misma ubicación, lo cual sirve para dar servicio a los pedidos tanto en línea como fuera de línea (Agatz et al., 2008); (Hübner et al., 2016); (Alawneh & Zhang, 2018). Por lo tanto, la política de almacén más común para los mercados donde se maneja el almacén doble canal es la política centralizada, ya que las ventajas de esta estructura incluyen la reducción de los costos de las instalaciones al construir un almacén integrado, reducción en el espacio de almacenamiento y el inventario necesario para ambos canales, aumentando la capacidad de coordinación y flexibilidad para atender los pedidos en línea y fuera de línea, con el fin de aumentar los niveles de servicio (Alawneh & Zhang, 2018).

En el estudio realizado por (Modak & Kelle, 2019) analizan la cadena de suministro doble canal bajo una demanda estocástica la cual depende del precio y tiempo de entrega de pedidos a sus respectivos clientes, también se tienen en cuenta cinco criterios de decisión tales como: el precio, cantidad de pedido en línea y minorista, tiempo de entrega, incertidumbre de la frecuencia de pedidos en los dos canales y la escasez o exceso de existencias; en este estudio se puede reflejar el entorno descentralizado donde los miembros de la cadena son independientes y toman sus decisiones a través de un juego de Nash en el cual se asume que cada miembro ha optado por su mejor estrategia, sin embargo, las intersecciones del movimiento simultaneo en el

juego encuentran un punto de equilibrio donde cada parte debe responder de manera óptima dadas las decisiones de la otra parte, esperando que los beneficios sean los esperados por estos.

Por otra parte, la teoría de juegos y la teoría de sistemas conmutados se han aplicado para diseñar un mecanismo cooperativo eficaz y analizar la característica dinámica del sistema de cadena de suministro de dos etapas (Zhang et al., 2012); acorde a esto, otro factor relevante en la revisión de la literatura es la evidencia de diferentes investigaciones que se han realizado en el campo de la gestión de la cadena de suministro de doble canal y los factores incidentes en la misma. (Hua et al., 2009) menciona que el tiempo de entrega en la cadena de suministro influye de manera directa en las estrategias de ventas y ganancias de los dos canales. En consecuencia, a esto, resulta necesario definir el tipo de sistema de revisión que se implementará en la gestión de inventarios de acuerdo a las necesidades presentes y la cantidad de costos en los que se desea incurrir. El sistema de revisión continua se puede encontrar atractivo por la baja cantidad de inventario que se debe mantener, sin embargo, esta revisión requiere una constante exploración al nivel de inventario de tal manera que se realice el pedido en el momento que el inventario llegue al punto de reorden, lo cual puede implicar un mayor costo en la gestión de información, ya que es una revisión permanente. Por otra parte, el sistema de revisión periódica implica establecer el momento de reorden común entre dos o más artículos, este tipo de revisión puede estar sujeta al problema de reaprovisionamiento conjunto (JRP) el cual permite un reabastecimiento de varios artículos en la misma orden de pedido.

Como se mencionaba anteriormente se es necesario definir los tipos de revisión, por lo tanto, varios estudios relacionados a estos se compararon para encontrar una política adecuada para cada tipo de producto, tal como se muestra en la **Tabla 3** (Arana et al., 2020).

Tabla 3*Revisión de políticas de inventario*

POLÍTICA DE REVISIÓN DE INVENTARIO	SÍMBOLO	DESCRIPCIÓN
Revisión periódica	R, s, S	Durante cada ciclo de revisión "R", si el inventario es menor o igual que "s", se restablece al nivel "S"
	R, r, Q	Durante cada ciclo de revisión "R", si el inventario es menor o igual que el punto de reorden "r", se repone una cantidad constante Q
	R, S	Durante cada ciclo de revisión "R", se restablece al nivel superior "S"
Revisión continua	s, S	Cuando el inventario está por debajo del punto de pedido "s", se restablece al nivel "S"
	r, Q	Cuando el inventario está por debajo del punto de reorden, se coloca un pedido de tamaño constante Q

Nota: Revisión de políticas de inventario. Adoptado de (Arana et al., 2020)

1.3. Dimensionamiento de almacenes

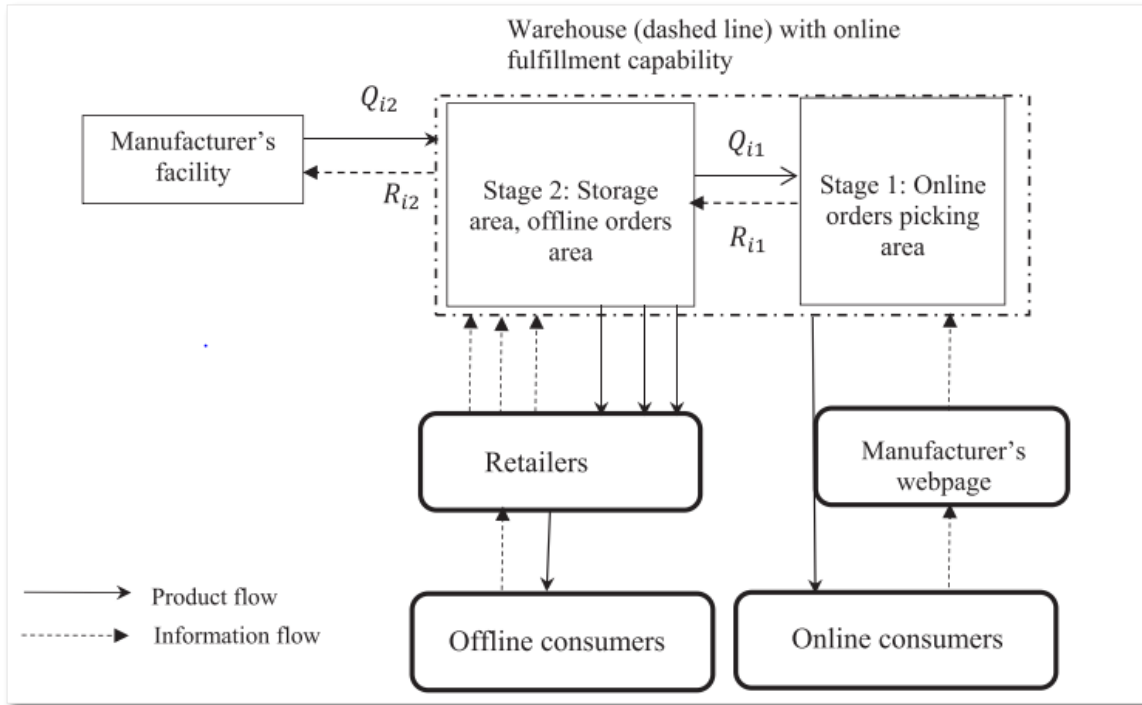
El modelo matemático de procesamiento de lenguaje natural-PNL, el cual se resuelve usando técnicas de optimización numérica con la finalidad de hallar la solución óptima al estudio del dimensionamiento de almacenes multiproducto, de esta manera minimizar los costos totales de pedido y mantenimiento de inventario. En este modelo se tienen en cuenta varios supuestos que ayudan a la formulación del modelo matemático tales como: considerar un inventario inicial de los

diferentes productos, la demanda de cada producto es conocida y constante, se considera un horizonte de planificación para el estudio y el inventario debe ser cero al final del horizonte temporal; este modelo matemático resulta funcional para cualquier tamaño de los diferentes elementos, sin embargo, los supuestos expuestos en este pueden sesgar el verdadero comportamiento en el ámbito real (Petinis et al., 2007).

(Alawneh & Zhang, 2018) indica que los principales objetivos del almacén doble canal son aumentar la utilización del espacio, reducir los costos operativos y cumplir con los pedidos de forma rápida y confiable. Para obtener una alta utilización de espacios en el almacén minorista se requiere de un sistema de almacenamiento de alta densidad, como pallets o sistemas de almacenamiento de vigas altas; mientras tanto, la preparación de pedidos eficiente para los pedidos en línea, lo cuales generalmente son de tamaño pequeño, requiere que el recolector tenga acceso completo a los artículos almacenados, lo cual implica que deben exhibirse en áreas de almacenamiento de baja densidad, como estantes o soportes. El diseño de la estructura del almacén de doble canal está dividido en dos áreas de almacenamiento con diferentes niveles de inventario. Un área, llamada área de etapa 1, la cual generalmente satisface los pedidos en línea, mientras que la otra área, llamada área de etapa 2, es para el almacenamiento de inventario, reabastecimiento de la etapa 1 y cumplimiento de pedidos de gran tamaño de los minoristas fuera de línea. Esta investigación desarrolló una herramienta de soporte de toma de decisiones operativas y estratégicas relacionadas con el almacén doble canal con la intención de determinar el inventario óptimo de almacenamiento y la máxima utilización de espacios reduciendo costos operativos tal y como se refleja en la figura 1.

Figura 1

Almacén de dos canales con capacidad de cumplimiento en línea.



Nota: La figura representa el tipo de distribución y abastecimiento en un almacén doble canal, estudiado por (Alawneh & Zhang, 2018)

Por otro lado, en la cadena de gestión de suministro cobra gran importancia la máxima utilización de los espacios, de esta manera reducir los costos asociados al lugar en el cual se almacena el inventario y realizar una correcta planeación del tamaño del almacén puede traer beneficios al fabricante ya que obtendría una posible disminución en los costos de arrendamiento en caso de no ser propio o en costos de adquisición de los espacios. (Yao & Huang, 2017) menciona en su investigación cuyo fin es realizar un análisis teórico basado en series de Fourier y transformadas de Fourier de tal manera que se logre proponer una técnica para minimizar el requisito de espacio de almacenamiento, seguidamente emplear este procedimiento en un

algoritmo genético el cual permita la programación de reposición conjunta óptima dando la posibilidad que esta reposición se realice en cualquier momento a lo largo de un periodo.

Cabe resaltar que encontrar una aproximación real a la demanda es un poco complejo, por esta razón la expansión o reducción de esta son un factor directamente influyente en la utilización de los espacios y costos de estos, debido a que una variación de la demanda no considerada en la planificación se puede evidenciar en aumentos de costos por espacios no utilizados, en penalizaciones por faltantes o pérdida de clientes por falta de inventario. El pronóstico de la demanda y la flexibilidad de contratos afectan los aspectos estratégicos y toma de decisiones operativas en cuanto a espacios de almacenamiento, por lo cual es importante encontrar el tamaño nominal óptimo el cual puede variar con las demandas pronosticadas, lo que contradice la intuición que se debería alquilar más espacio cuando se prevé un aumento de la demanda de espacio (Shi et al., 2018).

Un estudio reciente sobre la gestión de inventarios en un almacén doble canal con restricciones de dimensionamiento evidencia que el espacio ocupado por el canal de ventas en línea es un factor determinante en el costo del almacén doble canal, el cual mantiene una relación directamente proporcional costo – espacio. Sin embargo, es posible optimizar el costo de inventarios al incluir el costo del espacio mediante una estructura de costos lineal por partes incurriendo en un sobre dimensionamiento del almacén y por consiguiente generando un desperdicio de espacio. Este estudio de gestión de inventarios se desarrolló bajo el modelo de bisección fusionado con una estructura de costos lineal por partes (Torres, 2020).

Por consiguiente, se puede identificar que con el paso del tiempo se ha podido evidenciar el crecimiento de la adopción del comercio electrónico, ya que muchas tiendas físicas o tradicionales están agregando a su portafolio la venta en línea, convirtiendo la estructura del almacén, en un

almacén de doble canal o también llamado almacén de dos escalones; esta nueva estrategia trae consigo una variedad de oportunidades y/o beneficios. Sin embargo, su implementación también presenta desafíos relacionados tanto al marketing como a la gestión de operaciones (Agatz et al., 2008).

2. Justificación y planteamiento del problema

El e-commerce es la evidencia de la evolución de un canal de ventas, ya que en los últimos años ha presentado un crecimiento porcentual de ventas en línea en territorio Latinoamericano, específicamente en Colombia con un aumento de 25.3% a agosto del presente año, según la Cámara Colombiana de Comercio Electrónico. Es así como el comercio electrónico se ha convertido en el medio por el cual se llevan a cabo cambios en las ventas y aprovisionamiento de las organizaciones dentro de una escala global, permitiendo a las compañías ser más eficientes y flexibles en sus operaciones internas, para así trabajar de una manera más cercana con sus proveedores y estar más pendiente de las necesidades y expectativas de sus clientes (Hu et al., 2012).

La adopción del comercio electrónico como vía alternativa de distribución para almacenes tradicionales es un fenómeno que se ve afectado por el entorno competitivo, tipo de productos distribuidos y el tamaño físico con el cual cuentan; por este motivo la transformación a un almacén doble canal influye positivamente en los resultados de la organización, tanto en términos de beneficios como de rentabilidad (Deltoro et al., 2012). Sin embargo, la implementación o transición del almacén tradicional a un almacén de doble canal, trae la estrategia de incluir el canal en línea como servicio de ventas alternativo, no obstante, esta transición conlleva una serie de factores que deben ser considerados para lograr una óptima adaptación al nuevo modelo para ofrecer sus productos, teniendo en cuenta en el diseño, el dimensionamiento del almacén doble canal.

Al momento de implementar la estrategia de almacén doble canal, se derivan retos respecto a la gestión de un sistema de inventarios, teniendo en cuenta que es una actividad transversal a la cadena de abastecimiento, que constituye uno de los aspectos logísticos más complejos en

cualquier sector de la economía (Gutiérrez & Vidal, 2008). Es por este motivo que se convierte en un relevante tema de estudio debido a la coordinación que se debe manejar entre el tamaño de lotes de pedido y tiempos de entrega, ya que si no se cuenta con un equilibrio de estos dos factores respecto a los canales de ventas se puede presentar la pérdida de un porcentaje de demanda durante los periodos de reaprovisionamiento (Sicilia Rodríguez et al., 2009). Este fenómeno puede verse evidenciado en la implementación de modelos que contemplan todos los factores fijos en el tiempo y su incapacidad de incorporar la gran variedad de fluctuaciones en la logística interna empresarial, así como por la falta de precisión en los pronósticos que indican las variaciones fuertes de la demanda (Valencia Cárdenas et al., 2015), ya que debido a la gran oscilación de la demanda es necesario buscar métodos que contribuyan al uso eficiente del espacio de almacenamiento o dimensionamiento óptimo del mismo, puesto que, el aprovechamiento de la capacidad de almacenamiento es un aspecto clave para las empresas que poseen un tamaño insuficiente, especialmente en situaciones en donde las áreas de almacenamiento son costosas (Cardona et al., 2018). Por otro lado, la planificación deficiente del tamaño del almacén puede traer un impacto significativo en la eficiencia de la operación y un exceso de espacio de almacenamiento da como resultado un mayor costo de almacenamiento causado por el espacio del almacén vacío (Torres, 2020).

(Rojas Tibaduiza & Integral, 2016) propone implementar una política de inventarios para artículos independientes y comportamientos aleatorios, mediante la aplicación de un modelo de inventario de revisión continua, de tal manera que la política tenga la capacidad de responder a las variaciones de la demanda. Sin embargo, para el reaprovisionamiento del almacén doble canal, específicamente en el canal tradicional, resulta eficiente la implementación del problema de reaprovisionamiento de productos en un mismo pedido, generalmente provistos por el mismo

proveedor (Khouja & Goyal, 2008), esto con el fin de minimizar el costo total de reaprovisionamiento reduciendo los costos de ordenar y mantener el inventario (Wang et al., 2013). Así mismo, trae consigo beneficios tales como el ahorro por compras, por traslados, por pedidos y logística (Goyal, 1974). Por otra parte, en la preparación de los pedidos conjuntos, la cantidad de cada producto para ordenar, depende del intervalo de un tiempo “T” entre los pedidos de todo el grupo, por consiguiente se debe determinar el intervalo de tiempo que minimiza los costos del inventario del grupo (Andrea & Cárdenas, n.d.). Por tal motivo, se considera pertinente adoptar la estrategia de reaprovisionamiento conjunto al canal tradicional de tiendas minoristas, ya que no presenta alta rotación de inventarios, no obstante para el área del canal en línea, se hace necesario implementar un inventario de revisión continua dado que se debe contar con un mayor control del inventario, ya que cada uno de los productos se reabastece de manera independiente, así mismo debe contar con un seguimiento continuo para evitar faltantes y que esto no provoque fallas en el alistamiento del pedido por no contar con el producto disponible. Es por esto que en la investigación se plantea un reabastecimiento dividido en dos secciones, el reaprovisionamiento conjunto con revisión periódica para el almacén tradicional, la cual indica la posición del inventario y se revisa de manera periódica con intervalos de tiempos fijos, de tal manera que al ejecutar la revisión se puede pedir el lote de pedido conjunto para lograr satisfacer la demanda aleatoria hasta la siguiente revisión (Schroeder, n.d.), y la revisión continua con reabastecimiento de producto por producto para el canal en línea.

Dada la complejidad que se tiene para definir el valor de “T” de lanzamiento de pedidos en conjunto para todos los productos, se desea implementar un algoritmo heurístico, el cual se basa y compone por el algoritmo planteado por (Eynan & Kropp, 2007a) para el problema de reaprovisionamiento conjunto con revisión periódica para el canal tradicional, el cuál será

desarrollado bajo el método del poder del dos. Por otra parte, se utiliza el algoritmo de bisección basados en (Alawneh & Zhang, 2018) para el canal en línea, el cual se adapta al problema de dimensionamiento.

Los problemas de dimensionamiento de almacenes presentan gran cantidad de implicaciones las cuales afectan directamente los cálculos de dicho dimensionamiento y a su vez la optimización de los costos de inventarios, dentro de estos factores se pueden tener en cuenta los sistemas de revisión de inventarios que se desea aplicar, la incertidumbre en la demanda y los tiempos de entrega, por esta razón, resolver este tipo de problemas por medio de métodos exactos resulta complejo. Para tal fin, se pueden establecer algoritmos metaheurísticos y hallar buenas soluciones para este tipo de problemas.

El objetivo de investigación sobre el cual se trabaja es el problema de reaprovisionamiento conjunto JRP en el dimensionamiento de almacenes doble canal, donde se pretende implementar el sistema de revisión periódica de inventarios para el canal tradicional el cual satisface la demanda propia y la demanda del canal en línea; por otra parte, el sistema de revisión continua se usará para controlar el inventario y demanda del canal en línea; adicionando a esto el factor de la demanda estocástica para lograr una aproximación más real. De esta manera el problema incorpora las restricciones de espacio de almacén y costos de inventarios, diseñando un algoritmo, compuesto por (Eynan & Kropp, 2007a) para la solución del problema de reaprovisionamiento conjunto de revisión periódica para el canal tradicional y el algoritmo de bisección modificado por (Alawneh & Zhang, 2018) para la solución del problema de gestión de inventarios bajo la revisión continua en el canal en línea. Dando así, solución al problema de dimensionamiento y gestión de inventarios de un almacén doble canal.

3. Objetivos

3.1. Objetivo General

Diseñar un algoritmo heurístico para la solución del problema de dimensionamiento y minimización de costos de inventarios en un almacén doble canal bajo una estrategia de reaprovisionamiento conjunto.

3.2. Objetivos Específicos

1. Identificar los modelos de dimensionamiento de un almacén tradicional y de reaprovisionamiento conjunto con demanda estocástica, así como los métodos de solución a partir de una revisión de literatura.
2. Diseñar un modelo matemático para el problema de dimensionamiento de un almacén doble canal bajo la estrategia de reaprovisionamiento conjunto.
3. Construir un algoritmo heurístico de solución para el problema bajo la estrategia del reaprovisionamiento conjunto, y programarlo mediante el lenguaje de programación Matlab.
4. Validar el algoritmo de solución mediante instancias adaptadas en la literatura.
5. Realizar un artículo de carácter publicable con los resultados obtenidos de la investigación.

4. Marco teórico

4.1. Problema de reaprovisionamiento conjunto (JRP)

El problema de reaprovisionamiento conjunto, también conocido como JRP suele tener como objetivo minimizar el costo de inventario total mientras se satisface la demanda. El costo total lo conforma el costo de instalación o pedido y el costo de mantener el inventario en el cual se encuentran inmersos los costos de traslados (Khouja & Goyal, 2008).

El reaprovisionamiento conjunto se conoce como un periodo base de tiempo, el cual establece un periodo de tiempo entre la activación de órdenes de compra y el tiempo individual de activación de cada producto, el cual será un múltiplo entero de ese periodo base de tiempo. El JRP requiere encontrar los valores enteros de K_i (frecuencia de activación del producto i) que corresponden a la frecuencia con la que se debe solicitar cada producto, por ende, también es necesario determinar el ciclo base mínimo T , que corresponde al tiempo que debe transcurrir entre cada pedido del grupo de productos (Hernández, 2010).

(Eynan & Kropp, 2007b) realizaron un estudio efectuado bajo la revisión periódica de un solo producto, logrando establecer un sistema de solución simple que sea casi óptimo para continuamente estudiar el JRP que involucra varios elementos bajo una demanda estocástica, teniendo en cuenta costos asociados de pedido, mantenimiento, penalizaciones, una desviación estándar de comportamiento normal para realizar un ajuste más preciso a la demanda, tiempo de ciclo y tiempo de espera; de esta manera el concepto desarrollado requiere la coordinación de tiempos de pedido junto con la posible redefinición de las reglas de tamaño de lote, tomando de base el modelo POQ e incorporando el efecto del stock de seguridad en los tiempos de ciclo.

En el JRP bajo la demanda estocástica, se han estudiado y desarrollado variedad de algoritmos heurísticos y metaheurísticos, los cuales han tenido la finalidad de minimizar los costos; a su vez,

se han empleado funciones de probabilidad para ajustar la demanda como la de Poisson y la normal (Hernandez, 2010).

4.2. Modelo Heurístico

Un modelo o técnica heurística se caracteriza por la indagación y el descubrimiento logrado a través de investigaciones, ya que es una manera de buscar solución a un problema mediante métodos no rigurosos, como por tanteo o reglas empíricas. La técnica heurística toma un punto de partida para la creación de una lista de comprobación de ítems que posteriormente se utilizarán y evaluarán uno a uno en el campo concreto de evaluación (González & Pascual, 2001).

Los modelos heurísticos son ampliamente usados debido a la buena solución que arroja a problemas difíciles, de un modo fácil y rápido, cabe resaltar que esta solución no necesariamente es la óptima; Sin embargo, es posible adaptarlo de manera adecuada a las condiciones que se requieran en cierto problema y se pueda resolver de manera eficiente dando solución a procesos de toma de decisiones (Valencia Cárdenas et al., 2015).

4.2.1. Power of two

En años pasados, se han realizado investigaciones en los procedimientos que restringen los multiplicadores de ciclo a potencias de dos, ya que, a pesar de implementar dicha restricción, se ha encontrado que el aumento de costos es mínimo. Una política del poder del dos se asemeja a una secuencia de números positivos los cuales cumplen con ciertas propiedades como: Los pedidos del producto n se deben realizar una vez cada $T_n > 0$ Unidades de tiempo a partir del tiempo cero (0), para todos los productos n su multiplicador de ciclo K_n es un número entero y finalmente debe cumplirse la propiedad de inventario cero, es decir, se realiza un pedido de un producto solo cuando el inventario de este producto sea igual a cero (Roundy, 1984). (Jackson, Maxwell & Muckstadt, 1985) en su estudio de reposición conjunta con una restricción del poder del dos

mostró que la solución encontrada es al menos del 94% de efectividad. Así mismo, (Roundy & Muckstadt, 1987) desarrollaron la potencia de dos esquemas para redes de distribución, demostrando una efectividad del 98%. Por otro lado, otros autores han desarrollado soluciones basadas en este algoritmo, como son: (Federgruen, Queyranne & Zheng, 1992) generaron resultados del método para redes que incluyen producción. (Atkins, Queyranne & Sun, 1992) estudiaron los sistemas de ensamblaje, mientras que (Atkins & Sun, 1995) introdujeron el retraso en los sistemas de inventario en serie, centrándose en el problema de la reposición conjunta; también (Federgruen & Zheng, 1992) consideraron una estructura general de costos conjuntos para reflejar las economías de escala y finalmente (Federgruen & Tzur, 1994) consideraron demandas y costos variables en el tiempo y sugirieron un método de solución de ramificación y acotamiento. Otro procedimiento de potencia de dos, que requiere un esfuerzo de cálculo adicional, el cual tiene una efectividad garantizada es la que está propuesta por (Roundy, 1985; Federgruen & Zheng, 1992). El procedimiento enumera toda la potencia de dos multiplicadores que pueden resultar en el costo más bajo, además previo a la presentación del procedimiento se proponen los rangos esperados para el tiempo del ciclo, así como la efectividad del resultado (Eynan & Kropp, 1998). “Utilizando la potencia de dos multiplicadores hay un tiempo de ciclo T , $\sqrt{0.5}T'_S \leq T \leq \sqrt{2}T'_S$ con al menos 98% de efectividad.”(Eynan & Kropp, 1998).

4.2.2. Método de bisección

El método de bisección es un método de búsqueda de raíces que se aplica a cualquier tipo de función continua para las que se conocen dos valores con signos opuestos en el gradiente. Este método consiste en biseccionar en reiteradas ocasiones el intervalo previamente definido por estos valores; de tal manera, que logre definir el subintervalo en el que la función cambia de signo y por lo tanto debe contener una raíz (Mineo et al., 2021). El método de bisección es posible aplicarlo

cuando la función cumple con la condición de ser una función convexa, lo cual es posible verificar si la derivada de segundo orden de dicha función es mayor que cero (0) para todos los valores positivos. Este algoritmo es usualmente el primer algoritmo trabajado en un curso de análisis numérico debido a la facilidad que presenta al momento de calcular el número de iteraciones requeridas para asegurar el grado de precisión deseada (Fernández & Funes, 2007).

4.3. Canales de distribución

Unos de los factores claves en la gestión de la cadena de suministro es el almacenamiento, ya que el almacén es uno de los vínculos más importantes entre el productor y el cliente; a su vez, es una ubicación territorial donde reciben, transfieren o almacenan materias primas, semiproductos y/o productos terminados, los cuales se seleccionan, se clasifican y acumulan para ser trasladados y finalmente ser enviados (Cakmak et al., 2012).

4.3.1. Canal tradicional

El canal de distribución juega un papel muy importante en la gestión de la cadena de suministro (SCM). Al inicio de los tiempos de la SCM, los fabricantes producen los productos terminados y posteriormente los envían a los minoristas, luego los clientes visitan dichas tiendas minoristas para comprar los productos según sus necesidades; este sistema de distribución es conocido como canal tradicional, el cual sigue existiendo en los negocios (Karim et al., 2018).

4.3.2. Canal en línea

El uso de las tecnologías de información y comunicación han sido herramienta fundamental para la comercialización de bienes y servicios a través de una red como lo es el comercio electrónico, (Empresas, 2016). Este canal en línea permite llegar a los clientes de manera virtual donde será posible observar el artículo de su interés, las especificaciones de este, precio y tiempos de entrega

sin necesidad de desplazarse hasta un punto físico, así mismo, le permitirá conocer artículos complementarios o sustitutos de este, de tal manera, que se logre acoplar a su necesidad.

Desde la llegada del internet, los minoristas han mostrado interés en explorar el impacto de la introducción del canal en línea, debido a la relación que existe entre los cambios de los patrones de compra y el valor de los clientes al momento de adoptar el canal en línea. A su vez, investigaciones han demostrado que agregar un canal de internet canibaliza las ventas fuera de línea a medida que los compradores adoptan el nuevo canal en línea y abandonan el canal tradicional. Por otro lado, debido que los minoristas tradicionales han agregado canales en línea y han desarrollado estrategias multicanal experimentado desafíos significativos (Frasquet et al., 2021).

4.3.3. Doble canal

La aparición de empresas con la estrategia de doble canal surge a la rápida expansión del uso del internet y avances tecnológicos, convirtiéndose estos en factores representativos y de alta ventaja competitiva a la cadena de suministro (Gunasekaran et al., 2017, como se citó en Alawneh & Zhang, 2018).

“El almacén doble canal o almacén conjunto, “tiene una estructura única: el almacén está separado en dos áreas, una para cumplir con los pedidos en línea y la otra para almacenar productos y cumplir con los pedidos fuera de línea. Los minoristas, los fabricantes o la logística de terceros (3PL) utilizan un almacén con dicha estructura, que utilizan un almacén centralizado para cumplir con los pedidos tanto en línea como fuera de línea” (Alawneh & Zhang, 2018).

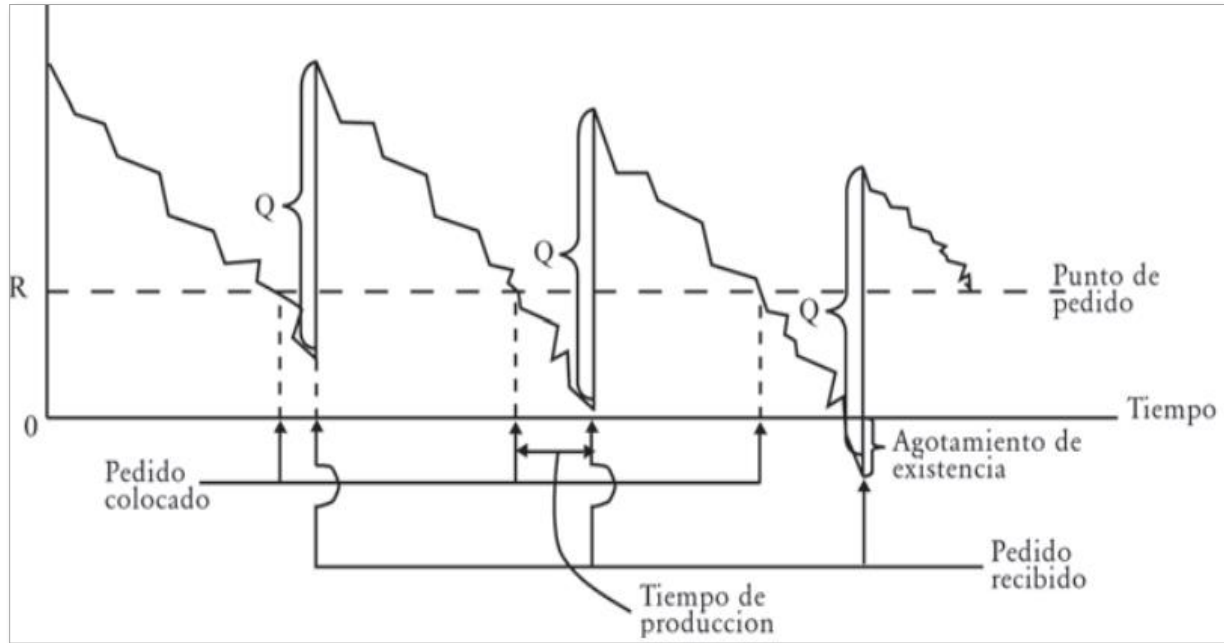
Al introducir un nuevo canal al almacén tradicional tal y como lo es el canal en línea, el cual empieza a ser relevante e importante en las ventas del almacén, debido a esto se puede decir que

la adopción del comercio electrónico como vía alternativa de distribución para almacenes tradicionales es un fenómeno que se ve afectado por el entorno competitivo, tipo de productos distribuidos y el tamaño físico con el cual cuentan; por este motivo la transformación a un almacén doble canal influye positivamente en los resultados de la organización, tanto en términos de beneficios como de rentabilidad (Deltoro et al., 2012).

4.4. Gestión de inventarios

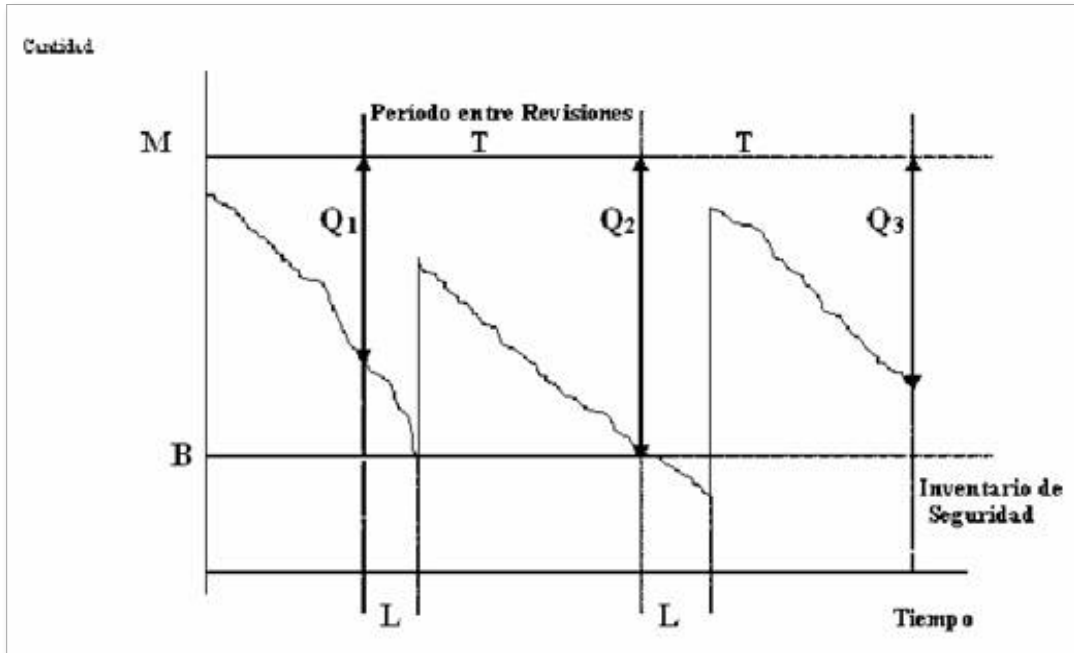
La gestión de inventarios parte de un punto fundamental el cual se refiere a conocer qué es el inventario, este es un stock físico de bienes los cuales se almacenan para posteriormente satisfacer la demanda o cubrir las demandas anticipadas, también podría definirse como un recurso utilizable pero inactivo que tiene algún valor económico (Vrat, 2014). Sin embargo, la gestión de inventarios trae consigo otros factores implícitos como los costos. Es por esta razón que las diferentes organizaciones implementan sistemas de reposición de artículos los cuales favorezcan sus finanzas y satisfagan la demanda justo a tiempo, el aumento o disminución de los costos a lo largo de la cadena de suministro recae directamente en el tipo de gestión implementada.

La cadena de suministro dentro de una organización se refiere al conjunto de actividades que se repiten a lo largo del flujo de materiales iniciando desde la materia prima hasta convertirse en un producto terminado el cual es adquirido por los diferentes clientes (*Logística: Administración de La Cadena de Suministro - Ronald H. Ballou - Google Libros, n.d.*). Dentro de estas actividades toma importancia el tipo de revisión que se usa para lanzar los diferentes pedidos y de esta manera satisfacer la demanda de los diversos artículos, dentro de estos tipos de revisión se encuentra la revisión continua, la cual debe determinar un punto R (punto de reorden) este punto se define como punto de pedido, en el momento que el inventario caiga al punto R se ordenará un pedido de tamaño constante Q (Ríos et al., n.d.). Tal y como se observa en la figura 2.

Figura 2*Política de revisión continua*

Nota: La figura representa el tipo de revisión de inventarios continuos, en el cual se muestra los puntos de reorden R y las cantidades Q de pedido. Tomada de (Ríos et al., n.d.)

Por otro lado, la revisión periódica opera bajo una política (T,B) donde T es el tiempo entre revisiones y B es el nivel de inventario o stock, estos sistemas se encuentran sujetos a una demanda D la cual puede ser determinística o estocástica según el tipo de análisis a realizar y un tiempo de entrega L por lo general constante en el tiempo (Veloz-Navarrete & Parada-Gutierrez, 2017), tal y como se observa en la figura 3.

Figura 3*Política de revisión periódica*

Nota: La figura representa el tipo de revisión de inventarios Periódico, en el cual se muestra los periodos T del tiempo del ciclo del pedido o periodo entre revisiones, B el nivel de stock de seguridad, M el nivel máximo de pedido que se ordena, cada uno con su respectivo tamaño de pedido Q_t tiempo, de entrega L constante en el tiempo. Tomada de (Veloz-Navarrete & Parada-Gutierrez, 2017).

Un estudio realizado por (Shi et al., 2018) refleja la importancia de una correcta gestión de inventarios sin importar el tipo de producto o servicio que se encuentre en oferta; una mala gestión de inventarios puede significar grandes pérdidas tanto económicas como de mercado. La investigación muestra el impacto de una política de aprovisionamiento y su respectivo costo de inventario. Sin embargo, esta gestión de inventarios va muy ligada al objetivo operacional de la organización, ya que esta establece su plan de aprovisionamiento según la rapidez de recuperación de costos o el nivel de satisfacción del cliente evitando posibles incumplimientos en tiempos de entrega.

4.5. Dimensionamiento de almacenes

El diseño y dimensionamiento de almacenes depende de la interacción de diferentes costos de mantenimiento de inventarios y servicios (Agatz et al., 2008). Por tal razón resulta importante contar con un dimensionamiento que ayude a la disminución de costos; así mismo, la fluctuación constante de la demanda impulsa a la determinación óptima del espacio de almacenamiento. Una baja planificación del tamaño del almacén puede acarrear impactos en la eficiencia operacional e incluso originar costos adicionales, de igual manera el exceso de espacios de almacenamiento arroja como resultado un mayor costo y desperdicio del espacio del almacén (Shi et al., 2018).

Para el caso de estudio de dimensionamiento de almacenes se han propuesto varias estrategias en las cuales intervienen distintos factores para su definición. Un estudio realizado por (Shi et al., 2018) incorpora una planificación de almacén dinámico en la cual intervienen variables como el pronóstico de la demanda y la flexibilidad del contrato, estos factores afectan directamente la planificación del tamaño del almacén, donde la decisión operativa y estrategia de ventas son claves para tener una aproximación real de la demanda y de esta manera obtener datos con mayor precisión. En este estudio se cuenta con un tamaño nominal inicial el cual se puede ajustar a la demanda en el horizonte de tiempo planeado. Sin embargo, es importante estimar los supuestos en los cuales se asumen los pedidos insatisfechos o retrasados y a su vez la incidencia en los costos de inventarios.

Los costos de inventario y la política de inventario son relevantes al momento de resolver el problema de dimensionamiento, ya que el fabricante es el responsable de controlar el inventario y ajustar las políticas a sus necesidades de espacio las cuales le permitan satisfacer los pedidos de los clientes (Torres, 2020). En estudios realizados por (Alawneh & Zhang, 2018) muestran que al

coordinar estas dos decisiones; Determinar un tamaño de lote y un almacén de dimensionamiento con demandas determinísticas, donde los costos asociados con las decisiones de tamaño de lote incluyen costos de pedido fijo y costos de mantenimiento lineales, derivan en la reducción de un 10% aproximadamente de la producción y el inventario garantizando así un menor costo de mantenimiento de inventarios y maximizando el espacio.

4.6. Demanda estocástica

En la normalidad, la mayoría de las empresas se manejan bajo una demanda aleatoria, es decir, en todos los días, meses o años no se vende o se manipula la misma cantidad de inventario, por lo que en este proyecto se determina como factor importante para el desarrollo de la investigación.

“En estadística, y específicamente en la teoría de la probabilidad, un proceso estocástico es un concepto matemático que sirve para tratar con magnitudes aleatorias que varían con el tiempo, o más exactamente para caracterizar una sucesión de variables aleatorias (estocásticas) que evolucionan en función de otra variable, generalmente el tiempo. Cada una de las variables aleatorias del proceso tiene su propia función de distribución de probabilidad y pueden o no, estar correlacionadas entre ellas” (Polit et al., 2016, p. 10).

El pronóstico de la demanda es crucial en cualquier proceso de planificación de gestión de inventarios ya que el objetivo es cuantificar la incertidumbre de esta, esto a su vez influye directamente en la planificación de existencias de seguridad (Uzsoy et al., 2018). El aumento de la fluctuación en la demanda o demanda estocástica crea en la cadena de suministro un efecto látigo, de ahí surge la necesidad de modelarlo para medir su intensidad. (Fiorioli & Fogliatto, 2008) modeló este fenómeno con la finalidad de reducir el impacto negativo en los canales en línea y tradicionales, el modelo propuesto tiene en cuenta factores como: la demanda y los tiempos de

entrega son estocásticos, cuya finalidad es encontrar una valoración más precisa del coeficiente de variación de la demanda. En este estudio se puede concluir la importancia de la cuantificación de la intensidad y comportamiento estocástico de los factores cuyos resultados cuentan con mayor efectividad si se incluye la variabilidad del tiempo de espera o tiempos de entrega.

5. Formulación del modelo matemático

La finalidad del problema de investigación es optimizar los costos de la gestión de inventarios bajo la estrategia de reaprovisionamiento conjunto, los cuales se componen por los costos de mantenimiento, los costos de pedidos y los costos de penalización por pedidos pendientes. Por otra parte, se desea maximizar la utilización del espacio para el dimensionamiento del almacén; además el costo de almacenamiento se rige por una función lineal por partes, ya que incluye el costo fijo anualizado de la adquisición de S_n cantidad de espacio y el costo de almacenamiento variable el cual se rige bajo las variables de decisión (Q_{ij}, R_{ij}, T_{ij}) , ya que los costos de almacenamiento cambian dependiendo del tamaño del almacén que se esté evaluando. Para las políticas de inventario (Q_{ij}, T_{ij}) y (Q_{ij}, R_{ij}) . A su vez, para modelar el costo de almacenamiento, se toma como tamaños de almacén enteros positivos, es decir, $0=S_0 < S_1 < \dots < S_{n-1} < S_n$, los diferentes tamaños de almacén disponibles (Torres, 2020).

En el apartado 5.3 se detalla el método de solución utilizado para el canal tradicional bajo la estrategia de reaprovisionamiento conjunto y la política de revisión periódica, el cual fue tomado de la investigación de base de (Eynan & Kropp, 2007a). Por otro lado, en el apartado 5.4 se describe el método de solución utilizado para el canal en línea bajo la política de revisión continua, el cual fue tomado del algoritmo del método de bisección modificado de (Alawneh & Zhang, 2018). A su vez, en el apartado 5.5 se define la solución para identificar el tamaño del almacén que favorece y almacena los productos del almacén tradicional como del almacén en línea.

5.1. Supuestos

- La demanda por producto es una variable aleatoria que se puede modelar como una distribución normal.
- El tiempo de entrega del artículo es estocástico.

- La etapa 1 (canal tradicional) considera un tiempo de reaprovisionamiento, teniendo en cuenta el stock de seguridad y la etapa 2 (canal en línea) considera un punto de reorden y el stock de seguridad. La etapa 1 recibe los envíos por parte del proveedor y reabastece la etapa 2 y a él mismo.
- Se emplea una política de control de inventario de revisión continua (Q, R) para canal en línea.
- Se emplea una política de control de inventario de revisión periódica (T) para canal tradicional.
- La demanda que el inventario no puede satisfacer de inmediato se queda pendiente con un costo de penalización.
- Para el caso de múltiples SKU, cada una posee un espacio de almacenamiento dedicado, por lo tanto, la suma de los tamaños de pedido e inventarios de seguridad para todas las SKU almacenadas en cada una de las etapas de almacenamiento es el espacio total requerido de almacén.

5.2. Notación

5.2.1. Índices

i : índice del artículo.

j : índice de la etapa, donde $j = 1$ pertenece al área que satisface la demanda en el canal tradicional junto con el canal en línea y $j = 2$ es el área que satisface la demanda en el canal en línea.

n : número de tamaños de almacén disponibles.

5.2.2. Parámetros

L_{ij} : Duración del tiempo de entrega para el artículo i en la etapa j

D_{ij} : Demanda anual esperada para el artículo i en la etapa j

h_{ij} : Costo de mantenimiento por unidad de tiempo para el artículo i en la etapa j

B_{ij} : Costo por unidades pendientes de entrega para el artículo i en la etapa j

a_{ij} : Costo de pedido del artículo i en la etapa j

A_{ij} : Costo fijo de pedido por surtido de productos

x_{ij} : Demanda durante el tiempo de entrega (DDLT) para el artículo i en la etapa j

$f(x_{ij})$: Función de densidad de probabilidad de demanda durante el tiempo de entrega para el artículo i en la etapa j

γ_{ij} : Espacio de almacenamiento requerido por una unidad de mantenimiento de existencias en la etapa j

α : Probabilidad mínima requerida de que las cantidades totales de la orden estén dentro del espacio del almacén

s_n : Espacios disponibles de almacenamiento n

b_n : Costo fijo de anualizado para adquirir una cantidad de espacio disponible s_n

c_n : Costo variable de almacenamiento por unidad de artículo en el espacio disponible

$f(z)$: Corresponde a la función de densidad normal

σ_{ij} : Desviación estándar de la demanda durante una unidad de tiempo del artículo i en la etapa j

z_{ij} : Factor de seguridad

k_i : Multiplicador de T el cual define la frecuencia de pedido de cada artículo i en los ciclos

5.2.3. Variables de decisión

Q_{ij} : Cantidad de pedido del artículo i en la etapa j de almacenamiento

R_{ij} : Punto de reorden para el pedido del artículo i en la Etapa 2

S_n : Espacio n de almacenamiento total (Tamaño del almacén)

T : Tiempo de ciclo de pedido para los artículos i en la etapa 1

5.3. Método de solución Canal Tradicional

Basado en el algoritmo propuesto por A Eynan y D Kropp (Eynan & Kropp, 2007a) se presentan las ecuaciones que dan solución a canal tradicional, bajo la estrategia de reaprovisionamiento conjunto y la política de revisión periódica, tal como se describe a continuación:

Objetivo: Minimizar el costo total

$$\begin{aligned}
 \text{Min } M(T) = & \sum_i \frac{A_{i1}}{T} + \sum_i \frac{D_{i1} T h_{i1}}{2} + \sum_i Z_{i1} \sigma_{i1} h_{i1} \sqrt{T + L_{i1}} \\
 & + \sum_i \frac{B_{i1}}{T} \int_{D_{i1}(T+L_{i1}) + Z_{i1} \sigma_{i1} \sqrt{T+L_{i1}}}^{\infty} \left[D_{i1}(T+L_{i1}) - D_{i1}(T + L_{i1}) \right. \\
 & \quad \left. - Z_{i1} \sigma_{i1} \sqrt{T + L_{i1}} \right] f \left(D_{i1}(T+L_{i1}) \right) dD_{(T+L_{i1})} \\
 & + b_n + \sum_i C_n (\gamma_{i1} [D_{i1} k_{i1} T + Z_{i1} \sigma_{i1} \sqrt{T + L_{i1}}])
 \end{aligned} \tag{1}$$

El primer término de la función objetivo (1) para el canal tradicional, representa el costo de pedido, el segundo y tercer término determinan el costo de mantenimiento de inventario de ciclo y el stock de seguridad respectivamente; a su vez, el cuarto término identifica el costo de pedidos pendientes, que se evalúa al final del ciclo en función del nivel de escasez, el quinto término

representa el costo fijo anualizado de adquirir S_n y finalmente el sexto termino indica el costo de almacenamiento variable por unidad de artículo en el tamaño del almacén S_n , es decir, el componente del costo variable anualizado relacionado con la cantidad real almacenada y manejada (Eynan & Kropp, 2007a). Además, se debe tener en cuenta que la demanda del canal tradicional contiene la demanda del canal online, es decir, la suma de ambas demandas es la demanda del canal tradicional.

Posteriormente es necesario definir $f(z)$ función de densidad de probabilidad y $F(z)$ función de distribución acumulada, por lo que, el cuarto elemento de la ecuación (1) se puede expresar como:

$$\begin{aligned} \sigma\sqrt{T+L} \int_z^{\infty} (x-z)f(x)dx &= \sigma\sqrt{T+L} \left(\int_z^{\infty} xf(x)dx - z \int_z^{\infty} f(x)dx \right) \\ &= \sigma\sqrt{T+L} \left(\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx - \int_{-\infty}^z xf(x)dx - z \int_{-z}^{\infty} f(x)dx \right) \\ &= \sigma\sqrt{T+L} (f(z) - z [1 - F(z)]) \end{aligned}$$

De acuerdo con la expresión anterior, se puede obtener la siguiente ecuación de costo:

$$\begin{aligned} TC_{(T,z)} &= \frac{A_{i1}}{T} + \frac{D_{i1}Th_{i1}}{2} + z_{i1}\sigma_{i1}h_{i1}\sqrt{T+L_{i1}} \\ &\quad + \frac{B_{i1}}{T}\sigma_{i1}\sqrt{T+L_{i1}} \{f(z) - z_{i1} [1 - F(z)]\} \\ &\quad + b_{ni1} + C_{ni1}(\gamma_{i1}[D_{i1}T + z_{i1}\sigma_{i1}\sqrt{T+L_{i1}}]) \end{aligned} \quad (2)$$

A su vez, es necesario conocer la derivada de la función con respecto a z , tal como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{\partial TC(T, z)}{\partial z} &= \sigma_{i1} h_{i1} \sqrt{T + L_{i1}} + \frac{B_{i1}}{T} \sigma_{i1} \sqrt{T + L_{i1}} \left[\frac{df(z)}{dz} - [1 - F(z)] + z_{i1} f(z) \right] \\ &+ C_{ni1} \gamma_{i1} \sqrt{T + L_{i1}} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

De igual manera, dado que la demanda es estocástica y se distribuye normalmente donde

$\frac{df(z)}{dz} = -zf(z)$, se obtiene:

$$1 - F[z(T)] = \frac{T[C_{ni1} \gamma_{i1} + h_{i1}]}{B_{i1}} \quad (4)$$

Donde $z(T)$, el valor z óptimo para cualquier valor dado de T , debe satisfacer (4). Por otro lado, es importante tener en cuenta que: $\frac{\partial^2 TC(T, z)}{\partial z^2} = \sigma_{i1} \sqrt{T + L_{i1}} \frac{B_{i1}}{T} f(z) > 0$, lo cual asegura que en la ecuación (3) minimiza el costo. Posteriormente con el fin de facilitar y/o simplificar el análisis de la ecuación de costo, se inserta (4) en (2), obteniendo con esto una sola incógnita T .

$$\widehat{TC}(T) = \frac{a_{i1}}{T} + \frac{D_{i1} T h_{i1}}{2} + \frac{B_{i1}}{T} \sigma_{i1} \sqrt{T + L_{i1}} f[z(T)] + b_n + C_{ni1} \gamma_{i1} D_{i1} T \quad (5)$$

Para obtener una expresión más fácil de resolver $\sqrt{T + L_{i1}} f[z(T)]$, se aproximará utilizando los tres primeros términos de una expansión de la serie de Taylor. Tomando la derivada de ambos lados de la ecuación (4) con respecto a T .

$$-\frac{dF[z(T)]}{dz(T)} \frac{dz(T)}{dT} = \frac{h_{i1}}{B_{i1}} \text{ or } \frac{dz(T)}{dT} = -\frac{C_{ni1} \gamma_{i1} + h_{i1}}{B_{i1} f[z(T)]}$$

$$\text{Por lo tanto, } \frac{df[z(T)]}{dT} = \frac{df[z(T)]}{dz(T)} \frac{dz(T)}{dT} = (-z(T) f[z(T)]) \left(-\frac{h_{i1}}{B_{i1} f[z(T)]} \right) = z(T) \frac{C_{ni1} \gamma_{i1} + h_{i1}}{B_{i1}}$$

y las dos primeras derivadas de $\sqrt{T + L_{i1}} f[z(T)]$

$$\{\sqrt{T+L} f[z(T)]\}' = \frac{f[z(T)]}{2\sqrt{T+L_{i1}}} + \sqrt{T+L_{i1}} * z_{i1}(T) \frac{C_{ni1}\gamma_{i1} + h_{i1}}{B_{i1}}$$

$$\{\sqrt{T+L} f[z(T)]\}'' = \frac{z_{i1}(T)C_{ni1}\gamma_{i1} + h_{i1}}{B_{i1}\sqrt{T+L_{i1}}} - \frac{f[z(T)]}{4(T+L_{i1})^{\frac{3}{2}}} - \frac{\sqrt{T+L_{i1}}(C_{ni1}\gamma_{i1} + h_{i1})^2}{f[z(T)]B_{i1}^2}$$

Por otra parte, con el fin de encontrar el T_{det} se procede a derivar e igualar a cero la ecuación de costo (5) con respecto a T y se obtiene lo siguiente:

$$T_{det} = \left(\frac{-a_{i1}}{T^2}\right) + \left(\frac{D_{i1}h_{i1}}{2}\right) + \left(\frac{z_{i1}\sigma_{i1}}{2\sqrt{T+L_{i1}}}\right) + \sigma_{i1}f(z) \left[\frac{-B_{i1}T^2 - 2TB_{i1}L_{i1}}{2T^3\sqrt{T+L_{i1}}}\right] \quad (6)$$

$$- \left[\sigma_{i1}z_{i1} \left(\frac{2L_{i1} - T}{2\sqrt{T+L_{i1}}}\right) TC_{ni1}\gamma_{i1} + Th_{i1}\right] + \frac{C_{ni1}\gamma_{i1}\sqrt{T+L_{i1}}}{T} = 0$$

Para encontrar el valor de T_{det} fue necesario hacer uso del comando Solve de Matlab debido a la complejidad de la ecuación.

Fue necesario aproximar la solución con un modelo determinista en la cual $T_{det}1 = \sqrt{\frac{2a}{Dh}}$, de esta manera es posible encontrar los valores de F(z) y f(z) con la finalidad de ser usados en la ecuación (6) para encontrar el valor de T_{det} .

Por otra parte, evaluando $\sqrt{T+L} f[z(T)]$ a T_{det} (La solución del modelo determinista) obtenemos

$$\sqrt{T+L_{i1}} f[z(T)] \cong b + b'(T - T_{det}) + b'' \frac{(T - T_{det})^2}{2} \quad (7)$$

A continuación, se detallan las revidabas de primer y segundo orden:

$$b = \sqrt{T_{det} + L_{i1}} f [z(T_{det})]$$

$$b' = \frac{f [z(T_{det})]}{2\sqrt{T_{det} + L_{i1}}} + \sqrt{T_{det} + L_{i1}} z_{i1}(T_{det}) \frac{C_{ni1}\gamma_{i1} + h_{i1}}{B_{i1}}$$

$$b'' = \frac{z_{i1}(T_{det})C_{ni1}\gamma_{i1} + h_{i1}}{B_{i1}\sqrt{T_{det} + L_{i1}}} - \frac{f [z_{i1}(T_{det})]}{4(T_{det} + L_{i1})^{\frac{3}{2}}} - \frac{\sqrt{T_{det} + L_{i1}} (C_{ni1}\gamma_{i1} + h_{i1})^2}{f [z_{i1}(T_{det})] B_{i1}^2}$$

Sustituyendo la ecuación (6) en la ecuación (5), la función de costo se puede aproximar como:

$$TC(T) = \frac{u}{T} + \frac{vT}{2} + w \quad (8)$$

Donde:

$$u = a_{i1} + B_{i1}\sigma_{i1} \left(b - b'T_{det} + \frac{b''T_{det}}{2} \right)$$

$$v = D_{i1}h_{i1} + B_{i1}\sigma_{i1}b''$$

$$w = B_{i1}\sigma_{i1}(b' - b''T_{det})$$

A su vez, la estructura de esta función se asemeja a los costos en un sistema determinista más una constante w , por lo tanto, la ecuación (7) es posible resolverla usando la condición de primer orden y obtenemos:

$$T^* = \sqrt{\frac{2u}{V}} \quad (9)$$

Además, T^* se puede insertar en la ecuación (4) para determinar el valor de Z que se necesita para calcular el nivel de inventario objetivo. Finalmente, el costo total se puede determinar insertando T^* en la ecuación (7).

$$TC^* = \sqrt{2uv} + w \quad (10)$$

Teniendo el costo total en variables de u , v y w , se incorpora el problema de reaprovisionamiento conjunto, en donde se asume que cada T periodos hay una orden para al menos un artículo i , por ende, k es el multiplicador de T para el artículo i ; por tanto, el producto i se revisa y ordena cada kiT periodos (Donde ki es un número entero positivo). Todas las variables anteriormente mencionadas se les incluye el índice i para describir el ítem i . Por lo tanto, la función de costo para una familia n de productos (Eynan & Kropp, 2007a), se puede expresar como:

$$M(T) = \frac{A_{i1}}{T} + \frac{\sum_{i=1}^n \frac{u_{i1}}{k_{i1}}}{T} + \frac{T}{2} \sum_{i=1}^n k_{i1} v_{i1} + \sum_{i=1}^n w_{i1} + b_n + \sum_i C_n(\gamma_{i1}[D_{i1}T + Z_{i1}\sigma_{i1}\sqrt{T + L_{i1}}]) \quad (11)$$

A continuación, se detallan los pasos para el procedimiento heurístico con los hallazgos anteriormente encontrados:

1. Calcular $T_i = \sqrt{\frac{2u_{i1}}{v_{i1}}}$

2. Ordenar los elementos en orden creciente de T_i

3. Denotar s como el más pequeño j $T'_j = \sqrt{\frac{2(A + \sum_{i=1}^j u_{i1})}{\sum_{i=1}^j v_i}} < T_j + 1$

4. $K_i = 1 \quad i = 1, \dots, s$

$$K_i = q \text{ (entero)} \quad \sqrt{(q-1)q} \leq \frac{T_i}{T'_s} \leq \sqrt{(q+1)q} \quad i = S+1, \dots, n$$

Finalmente se encuentra el tiempo de ciclo de pedido para los artículos i en la etapa 1 (T) y el Multiplicador de T el cual define la frecuencia de pedido de cada artículo i en los ciclos (k_i). A su vez, se identifica la cantidad de pedido para el canal tradicional (12).

$$T = \sqrt{\frac{2(A_{i1} + \sum_{i=1}^n \frac{u_{i1}}{k_{i1}})}{\sum_{i=1}^n k_{i1} v_{i1}}} \quad (12)$$

$$F[z_{i1}(k_{i1}T)] = 1 - \frac{h_{i1}}{B_{i1}} K_{i1} T$$

$$Q_{i1} = D_{i1} * k_{i1} * T \quad (13)$$

El algoritmo de solución para el canal tradicional se puede visualizar en el Apéndice (B).

5.4. Método de solución Canal en línea

Continuando con la solución del problema de investigación, se detalla la función objetivo (14), en la cual se desea minimizar el costo total esperado por (Alawneh & Zhang, 2018) para el canal en línea:

Objetivo: Minimizar el costo total

$$\begin{aligned}
\text{Min } E(Q_{i2}, R_{i2}) &= \sum_i \frac{A_{i2} D_{i2}}{Q_{i2}} \\
&+ \sum_i h_{i2} \left[\left(\frac{Q_{i2}}{2} \right) + (R_{i2} - \mu_{x_{i2}}) \right] + \sum_i \frac{B_{i2} D_{i2}}{Q_{i2}} \left[\int_{R_{i2}}^{\infty} (x_{i2} - R_{i2}) f(x_{i2}) dx_{i2} \right] \\
&+ b_n + \sum_i C_n (\gamma_{i2} (Q_{i2} + (R_{i2} - \mu_{x_{i2}})))
\end{aligned} \tag{14}$$

En la ecuación de la función objetivo (14) se describe en el primer término el costo de pedido anual, al cual se refiere al costo de pedido multiplicado por el número de ciclos; el segundo término indica el costo anual aproximado de mantenimiento de inventario; el tercer término se refiere al costo anual de pedidos pendiente, lo que es igual al costo de pedidos pendientes multiplicado por el número esperado de unidades en escasez por ciclo, por otra parte, el cuarto término representa al costo fijo anualizado de adquirir S_n y finalmente el quinto término de la ecuación se refiere al costo de almacenamiento variable por unidad de artículo en el tamaño del almacén S_n , a su vez, el componente de costo variable anualizado relacionado con la cantidad real almacenada y manejada.

Debido al costo de pedidos pendientes se tiene presente la escasez esperada por ciclo (ESC) y el nivel de servicio por ciclo (CSL), ecuaciones adaptadas para dos etapas de almacenamiento de un almacén doble canal por (Alawneh & Zhang, 2018) de investigaciones hechas por Silver y Paterson (1985), los cuales habían analizado para una sola etapa de almacenamiento. A continuación se muestran las ecuaciones de la escasez esperada por ciclo (15) que denota las unidades promedio de demanda que no se satisfacen del inventario de existencia por ciclo de reabastecimiento y el nivel de servicio por ciclo (16), el cual representa la probabilidad esperada de no llegar a una situación de falta de existencias (Empresas, 2016).

$$ESC(R_{i2}) = \int_{R_{ij}}^{\infty} (x_{i2} - R_{i2})f(x_{i2})dx_{i2} \quad (15)$$

$$CSL(R_{i2}) = \int_0^{R_{i2}} f(x_{i2})dx_{i2} \quad (16)$$

Teniendo en cuenta la restricción de la capacidad del espacio del almacén, se establece la probabilidad de que el inventario total que se encuentre dentro del espacio del almacén cuando se está recibiendo el pedido de forma simultánea no sea mayor a la probabilidad mínima requerida de que las cantidades total del pedido estén dentro del espacio del almacén α (Alawneh & Zhang, 2018). Por lo tanto, se consideran las siguientes restricciones:

$$P \left[\left(\sum_i \gamma_{i2} (Q_{i2} + (R_{i2} - x_{i2})) \right) \leq S_n \right] \geq \alpha \quad (17)$$

$$R_{ij}, Q_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j. \quad (18)$$

De la restricción de espacio (17) se puede reformular como:

$$P \left[\sum_i ((\gamma_{i2} Q_{i2} + \gamma_{i2} R_{i2} - \gamma_{i2} x_{i2})) - S_n \right] \geq \alpha \quad (19)$$

Y a su vez como:

$$P \left[\sum_i \gamma_{i2} x_{i2} \geq \sum_i (\gamma_{i2}(Q_{i2} + R_{i2}) - S_n) \right] \geq \alpha \quad (20)$$

De acuerdo con lo anterior, se puede expresar como:

$$\sum_i (\gamma_{i2}(Q_{i2} + R_{i2})) \leq S_n + \mu_Y + z_{1-\alpha} \sigma_Y \quad (21)$$

$$Y = \sum_i \gamma_{i2} x_{i2}; \quad \mu_Y = \sum_i \gamma_{i2} \mu_{i2}; \quad \sigma_Y^2 = \sum_i \gamma_{i2}^2 \sigma_{i2}^2 \quad (22)$$

Teniendo presente el problema no lineal restringido expresado anteriormente, y el cual se identifica como un problema complicado para encontrar su solución de forma cerrada, se muestra en el Apéndice C el respectivo análisis del problema de programación no lineal restringido, en el cual se logra evidenciar por medio de las condiciones de Karush-Kuhn - Tucker (KKT), las cuales permiten abordar este tipo de modelos de programación, ya que conciernen tanto restricciones de igualdad (ecuaciones) como de desigualdad (inecuaciones), que la función objetivo E de este caso de estudio, es una función convexa, ya que al realizar las segundas derivadas de la función se identifica que las mismas son no negativas, lo que hace que el problema no lineal sea convexo, es decir, que puede garantizar una única solución (*Teorema de Karush Kuhn Tucker En PNL (Ejercicios Resueltos)*, n.d.) .

Para una política de inventario dada por (Q_{i2}, R_{i2}) para una distribución normal, el inventario de seguridad está dado por $z_{i2} \sigma_{x_{i2}} = R_{i2} - \mu_{x_{i2}}$ y el punto de reorden está dado por (23) y en función del factor de seguridad z_{i2} (Alawneh & Zhang, 2018):

$$R_{i2} = \mu_{xi2} + z_{i2} \sigma_{xi2} \quad (23)$$

Según el trabajo realizado por (Kundu & Chakrabarti, 2010) y estudiado por (Alawneh & Zhang, 2018), la escasez esperada por ciclo (ESC) se puede formular en función del factor de seguridad z , a su vez, está ampliado para situaciones en donde se trabaja dos canales, tal como se muestra en la siguiente ecuación (24):

$$ESC(R_{i2}) = \frac{\sigma_{xi2}}{2} \left(\sqrt{1 + z_{i2}^2} - z_{i2} \right) \quad (24)$$

Teniendo en cuenta que el problema no lineal restringido es convexo, como fue demostrado en pasos atrás, se plantea la siguiente función lagrangiana (25):

$$\begin{aligned} L(Q_{i2}, z_{i2}, \theta) = & \sum_i \frac{A_{i2} D_{i2}}{Q_{i2}} + h_{i2} \left[\left(\frac{Q_{i2}}{2} \right) + z_{i2} \sigma_{xi2} \right] + \frac{B_{i2} D_{i2}}{Q_{i2}} \left[\frac{\sigma_{xi2}}{2} \left(\sqrt{1 + z_{i2}^2} - z_{i2} \right) \right] \\ & + b_n + \sum_i C_n (\gamma_{i2} (Q_{i2} + z_{i2} \sigma_{xi2})) \\ & + \theta \left[\sum_i \gamma_{i2} (Q_{i2} + \mu_{xi2} + z_{i2} \sigma_{xi2}) - S_n - \mu_Y - z_{1-\alpha} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

Usando las condiciones de KKT para minimizar el problema, se deriva la ecuación (25) en función de Q y se obtiene:

$$\frac{\partial L}{\partial Q_{i2}} = 0, -\frac{A_{i2} D_{i2}}{Q_{i2}^2} + \frac{h_{i2}}{2} - \frac{B_{i2} D_{i2}}{Q_{i2}^2} \left[\frac{\sigma_{xi2}}{2} \left(\sqrt{1 + z_{i2}^2} - z_{i2} \right) \right] + C_n \gamma_{i2} + \theta \gamma_{i2} = 0 \quad (26)$$

Por lo tanto, despejando la cantidad de pedido Q de la ecuación (26), se obtiene:

$$Q_{i2} = \sqrt{\frac{2D_{i2} \left[A_{i2} + B_{i2} \left(\frac{\sigma_{x_{i2}}}{2} \left(\sqrt{1 + z_{i2}^2} - z_{i2} \right) \right) \right]}{h_{i2} + 2C_n \gamma_{i2} + 2\theta \gamma_{i2}}} \quad (27)$$

Por otra parte, para conocer a cuanto equivale el factor de seguridad z, es pertinente utilizar nuevamente las condiciones KKT y derivar la función L, en términos de z, por ende, se obtiene la ecuación (28):

$$\frac{\partial L}{\partial z_{i2}} = 0, \quad h_{i2} \sigma_{i2} + \frac{B_{i2} D_{i2}}{2Q_{i2}} \left[\sigma_{x_{i2}} \left(\frac{z_{i2}}{\sqrt{1 + z_{i2}^2}} - 1 \right) \right] + \gamma_{i2} C_n \sigma_{x_{i2}} + \theta \gamma_{i2} \sigma_{x_{i2}} = 0 \quad (28)$$

A la ecuación anterior (28), se reemplaza la cantidad de pedido Q (27) y se adquiere la siguiente ecuación (29), la cual es la expresión para hallar el factor de seguridad z para artículo i.

$$\frac{B_{i2} D_{i2}}{2 \sqrt{\frac{2D_{i2} \left[A_{i2} + B_{i2} \left(\frac{\sigma_{x_{i2}}}{2} \left(\sqrt{1 + z_{i2}^2} - z_{i2} \right) \right) \right]}{h_{i2} + 2C_n \gamma_{i2} + 2\theta \gamma_{i2}}}} \left[\sigma_{x_{i2}} \left(\frac{z_{i2}}{\sqrt{1 + z_{i2}^2}} - 1 \right) \right] + h_{i2} \sigma_{i2} + \gamma_{i2} C_n \sigma_{x_{i2}} + \theta \gamma_{i2} \sigma_{x_{i2}} = 0 \quad (29)$$

A su vez, derivando la función L con respecto a θ , se logra encontrar (30):

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = \sum_i (\gamma_{i2} (Q_{i2} + z_{i2} \sigma_{x_{i2}}) - S_n - \mu_Y - z_{1-\alpha}) \leq 0 \quad (30)$$

Para buscar una solución a este problema de dimensionamiento en el cual se busca la mejor solución para los diferentes tamaños de almacén se toma como base el algoritmo propuesto por

(Alawneh & Zhang, 2018) y de esta manera lograr resolver el problema dual de la función lagrangiana.

El método de bisección consiste en definir un intervalo de inicio en este caso $[X_0, X_1]$ tal que $f(X_0), f(X_1) < 0$, lo cual nos garantiza que al menos se obtiene una raíz real, desde el inicio o punto de partida, el intervalo empieza a reducirse hasta llegar a ser tan pequeño que permite definirlo como la precisión determinada $a_n \leq k_n \leq b_n$ en este caso los valores iniciales son igual a $a_0 = a$ y $b_0 = b$ (*Convergencia Lineal y El Algoritmo de Bisección*, n.d.).

$$k_n = x_{n+1} = \frac{(a_n + b_n)}{2} \quad (31)$$

$$a_{n+1} = \{a_n \text{ if } f(a_n) \cdot f(k_n) < 0; k_n \text{ if } f(a_n) \cdot f(k_n) > 0\} \quad (32)$$

$$b_{n+1} = \{b_n \text{ if } f(b_n) \cdot f(k_n) < 0; k_n \text{ if } f(b_n) \cdot f(k_n) > 0\} \quad (33)$$

Para la solución de este escenario cuando el tiempo de entrega es estocástico se aplica el método de bisección modificado teniendo en cuenta la ecuación **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** de referencia:

$$\sum_i (\gamma_{i2}(Q_{i2} + z_{i2}\sigma_{x_{i2}}) - S_n - \mu_Y - z_{1-\alpha}) = 0 \quad (34)$$

Para cada valor de θ se calcula z_{i2} con la ecuación (29) de tal forma que permita calcular la escasez por ciclo (ESC) con la ecuación (24), a su vez, calculando la cantidad de pedido Q_{i2} con (27) y finalmente se obtiene:

$$g(\theta) = \sum_i (\gamma_{i2}(\tilde{Q}_{i2} + \tilde{z}_{i2}\sigma_{x_{i2}}) - S_n - \mu_Y - z_{1-\alpha}) = 0 \quad (35)$$

Para calcular la ecuación (29) se hizo uso de solver del software matemático Matlab debido a la complejidad para la solución y determinación del valor óptimo de z_{i2} para cada valor de θ . Seguidamente se puede calcular el valor de la cantidad de pedido Q y el punto de reorden R . A continuación, se presenta el paso a paso del método de bisección modificado en términos de Q_{i2} y z_{i2} (Torres, 2020).

1. Se definen los valores de $a_0 = \theta_1$ tal que al evaluar $g(\theta)$ sea $g(\theta) > 0$ y $b_0 = \theta_2$ sea un valor tal que al evaluar $g(\theta) < 0$.
2. Se calcula \tilde{Q}_a, \tilde{z}_a a partir de $\theta = \theta_1$, \tilde{Q}_b, \tilde{z}_b a partir de $\theta = \theta_2$.
3. Se determina $c = \theta = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$ y calcula \tilde{Q} y \tilde{z} a partir de $c = \theta$ y se replazan \tilde{Q} y \tilde{z} en $g(\theta)$.
4. Si el valor de $g(\theta) > 0$, entonces se define $\theta_1 = \theta$, $\tilde{Q}_1 = \tilde{Q}$, y $\tilde{z}_1 = \tilde{z}$; de lo contrario si $g(\theta) < 0$, entonces se define que $\theta_2 = \theta$, $\tilde{Q}_2 = \tilde{Q}$, y $\tilde{z}_2 = \tilde{z}$ e.
5. Si $(g(\theta_1) - g(\theta_2)) < \varepsilon_g$ (margen de error o tolerancia), se finaliza las iteraciones. En otro caso vuelva al paso 3.
6. Este proceso se repite para cada uno de los tamaños de almacén disponibles S_n .

Si se presenta el caso en el cual el tamaño del almacén evaluado sea menor al espacio requerido por el valor óptimo $\gamma_{ij}(\tilde{Q}_{ij} + \tilde{z}_{ij}\sigma_{x_{ij}})$ cuando el valor de $\theta = 0$, este tamaño será el límite inferior del intervalo.

El método de bisección modificado puede visualizarse en el Apéndice (B).

5.5. Selección del almacén

Con el fin de integrar los modelos de gestión de inventarios y de dimensionamiento al proporcionar diferentes tamaños de almacenamiento, se determina que para seleccionar el almacén, se tiene en cuenta el menor costo total que arroje el modelo del canal tradicional, ya que contiene la demanda de ambos canales, a su vez, se tiene presente que el almacén de menor costo debe tener las dimensiones de espacio en donde contenga las unidades de cada etapa que están almacenadas en sistemas de almacenamiento de alta y baja densidad.

6. Ejemplos numéricos

Para los ejemplos numéricos se toma inicialmente los datos propuestos por (Eynan y Kropp, 2007), en el cual se explica la lógica del desarrollo de este modelo donde busca determinar el tiempo de ciclo de pedido de los artículos i (T), la frecuencia de pedido de los mismos (k) y el costo total (CT). Este ejemplo contempla parámetros de entrada como la demanda (D_i), el costo de pedido por pedido para el artículo i (a_i), costo de mantener por unidad de tiempo al artículo i (h_i), desviación estándar de la demanda durante una unidad de tiempo (σ), duración del tiempo de entrega para el artículo i (L_i) y costo por unidades pendientes de entrega para el artículo i (B_i).

Por otra parte, se generan ejemplos numéricos de forma aleatoria tomando la referencias y proporcionalidades de los ejemplos de (Alawneh & Zhang, 2018). Los costos de inventario tenidos en cuenta para los ejemplos numéricos son: Costo de pedir, costo de mantener inventario y el costo de pedidos pendientes. Además, de las características del producto como el espacio requerido para almacenar.

En la formulación de los parámetros para el contexto del almacén doble canal, se destacan las diferencias existentes entre los dos canales en términos de demanda, costos de inventario y perfiles de almacenamiento.

La demanda D_1 correspondiente al canal tradicional, sin embargo, contiene la demanda del canal en línea, por lo tanto, es mayor a la demanda D_2 concerniente al canal en línea ($D_1 > D_2$), al igual que el tamaño de pedido del canal tradicional es mayor al tamaño de pedido del canal online. Por otro lado, el costo de pedido A_1 del canal tradicional es mayor al costo de pedido A_2 del canal online, debido a que el canal tradicional realiza los pedidos al proveedor ($A_1 > A_2$). A su vez, el costo de pedido pendiente B_1 del canal tradicional es mayor al costo de pedido pendiente B_2 del canal online ($B_1 > B_2$), dado que, el canal tradicional está sujeto a contratos establecidos entre el

fabricante y los minoristas, por el contrario, en el canal online se presenta flexibilidad en la entrega de los pedidos, logrando con esto representar un impacto económico menor para el fabricante (Torres Cárdenas et al., 2020).

Por otro lado, para la separación del costo de almacenamiento del costo de mantenimiento es pertinente definir el costo variable de almacenamiento por unidad de producto C_n en los que se tienen los costos relacionados netamente de almacenamiento, como los costos de bienes y equipos de almacén, mano de obra, servicios públicos y controles específicos asociados a controles ambientales, además del costo fijo anualizado de adquirir una cantidad de espacio S_n y finalmente los costos que no están relacionados con el almacenamiento como: la inversión y seguro de inventario, pérdidas de calidad y precio debido al largo tiempo de almacenamiento, son asumidos como costos de mantenimiento de inventario. Acorde a lo mencionado, se puede mencionar que el costo de mantenimiento de inventario de ambos canales ($h_1 < h_2$) son similares dado que, se separan el costo de mantener y el costo de almacenamiento de acuerdo con el espacio que ocupa el producto en cada una de las etapas de almacenamiento (Torres Cárdenas et al., 2020).

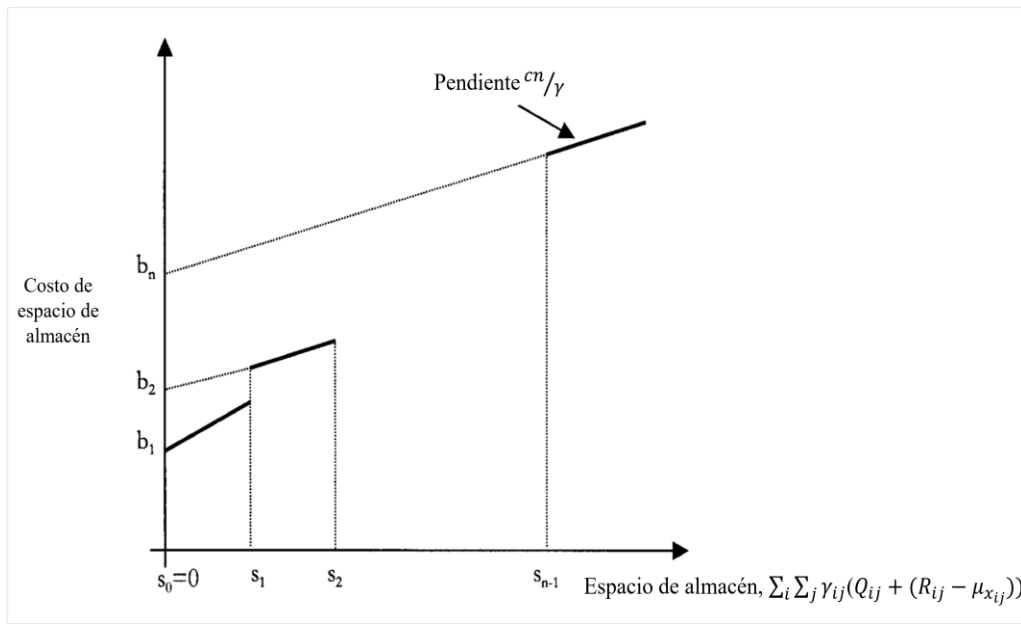
Otro factor de importancia son los requisitos de almacenamiento en el almacén, en el cual se determina que $\gamma_2 > \gamma_1$, debido a que los artículos del canal online requieren un mayor espacio de almacenamiento, por estar almacenados en sistemas de almacenamiento de baja densidad, permitiendo así un acceso rápido, por el contrario, el canal tradicional usa un almacenamiento de alta densidad en la cual la unidad de producto requiere menor espacio al ser almacenado a granel en pallets (Torres Cárdenas et al., 2020).

Finalmente para el adecuado dimensionamiento del almacén doble canal, se toma como referencia que la estructura de costos de almacenamiento actúa como una función lineal por partes, tal cual como se llevó en los trabajos de (Yao & Huang, 2017) y (Goh et al., 2001) en los cuales

se incorpora el costo fijo de adquirir una unidad de espacio b_n y el costo variable de almacenamiento por unidad C_n , de acuerdo al tamaño de almacén disponible S_n como se identifica en la figura 4.

Figura 4

Función de costo de almacenamiento lineal por partes.



Nota: La figura representa el costo de almacenamiento por partes que define el costo fijo y el costo variable de almacenamiento de acuerdo con el espacio adquirido. Adaptado de (Goh et al., 2001).

Los tamaños de almacén y sus costos asociados están dirigidos a ambos canales de distribución. Por otro lado, en el apartado 6.1 se describen los ejemplos numéricos para el canal tradicional y en el apartado 6.2 se detallan los ejemplos numéricos para el canal en línea.

En la tabla 4 se presenta el ejemplo de cinco tamaños discretos de almacén en el cual se identifican los costos asociados a la función lineal por partes, a su vez, cada uno de los tamaños en intervalos.

Tabla 4*Ejemplo de cinco tamaños discretos de almacén*

Parámetros	N				
	1	2	3	4	5
S_n	(0,250)	(250,1908)	(1908,8920)	(8920,12519)	(12519, ∞)
b_n	83.47	107.68	162.976	210	249.753
c_n	6.06	5.23	3.34	1.73	0.37

6.1. Ejemplos numéricos (Canal tradicional)

En la tabla 5 se detallan los parámetros de entrada para el ejemplo numérico 1 determinado para el canal tradicional, en el cual se generaron datos para 6 artículos con $A=160$ y en la tabla 6 los parámetros para el ejemplo 2 el cual se evalúa con 10 artículos con $A=110$.

Tabla 5*Ejemplo 1 - Parámetros canal tradicional, bajo la revisión periódica*

Parámetros	Valor	Parámetros	Valor	Parámetros	Valor	Parámetros	Valor
D_{11}	3960	μ_{11}	120	B_{11}	120	γ_{11}	0.5
D_{21}	4730	μ_{21}	100	B_{21}	84	γ_{21}	0.3
D_{31}	3740	μ_{31}	200	B_{31}	96	γ_{31}	0.2
D_{41}	4400	μ_{41}	100	B_{41}	90	γ_{41}	0.1
D_{51}	3410	μ_{51}	120	B_{51}	108	γ_{51}	0.6
D_{61}	5170	μ_{61}	100	B_{61}	120	γ_{61}	0.5
h_{11}	1	σ_{11}	4	a_{11}	75	L_{11}	0.05
h_{21}	0.5	σ_{21}	3.6	a_{21}	37	L_{21}	0.05
h_{31}	1	σ_{31}	2.9	a_{31}	62	L_{31}	0.05
h_{41}	0.5	σ_{41}	2.9	a_{41}	75	L_{41}	0.05
h_{51}	1	σ_{51}	4	a_{51}	62	L_{51}	0.05

h_{61}	0.5	σ_{61}	2.9	a_{61}	112	L_{61}	0.05
----------	-----	---------------	-----	----------	-----	----------	------

Tabla 6

Ejemplo 2 - Parámetros canal tradicional, bajo la revisión periódica

Parámetros	Valor	Parámetros	Valor	Parámetros	Valor	Parámetros	Valor
D_{11}	4170	μ_{11}	120	B_{11}	60	γ_{11}	0.2
D_{21}	4560	μ_{21}	120	B_{21}	60	γ_{21}	0.1
D_{31}	3540	μ_{31}	100	B_{31}	60	γ_{31}	0.2
D_{41}	4600	μ_{41}	120	B_{41}	50	γ_{41}	0.1
D_{51}	3200	μ_{51}	100	B_{51}	60	γ_{51}	0.2
D_{61}	5210	μ_{61}	120	B_{61}	50	γ_{61}	0.1
D_{71}	3380	μ_{71}	100	B_{71}	60	γ_{71}	0.2
D_{81}	5420	μ_{81}	120	B_{81}	50	γ_{81}	0.1
D_{91}	3890	μ_{91}	100	B_{91}	50	γ_{91}	0.1
D_{101}	4940	μ_{101}	120	B_{101}	60	γ_{101}	0.1
h_{11}	1	σ_{11}	4	a_{11}	125	L_{11}	0.07
h_{21}	0.5	σ_{21}	2.9	a_{21}	100	L_{21}	0.07
h_{31}	1	σ_{31}	4.2	a_{31}	130	L_{31}	0.07
h_{41}	1	σ_{41}	3	a_{41}	105	L_{41}	0.07
h_{51}	0.5	σ_{51}	4	a_{51}	125	L_{51}	0.07
h_{61}	0,5	σ_{61}	2.9	a_{61}	100	L_{61}	0.07
h_{71}	0.5	σ_{71}	4.3	a_{71}	130	L_{71}	0.07
h_{81}	1	σ_{81}	3	a_{81}	105	L_{81}	0.07
h_{91}	0.5	σ_{91}	2.9	a_{91}	125	L_{91}	0.07
h_{101}	1	σ_{101}	4	a_{101}	100	L_{101}	0.07

6.2. Ejemplos numéricos (Canal en línea)

En la tabla 7 se detallan los parámetros de entrada para el ejemplo numérico 1 determinado para el canal en línea en el cual se generaron datos para 6 artículos y en la tabla 8 los parámetros para el ejemplo 2 el cual se evalúa con 10 artículos.

Tabla 7

Ejemplo 1 - Parámetros canal en línea, bajo la revisión continua

Parámetros	Valor	Parámetros	Valor	Parámetros	Valor	Parámetros	Valor
D ₁₂	360	μ_{12}	3	B ₁₂	20	γ_{12}	2
D ₂₂	430	μ_{22}	2.5	B ₂₂	14	γ_{22}	1
D ₃₂	340	μ_{32}	5	B ₃₂	16	γ_{32}	2
D ₄₂	400	μ_{42}	2.5	B ₄₂	15	γ_{42}	1
D ₅₂	310	μ_{52}	3	B ₅₂	18	γ_{52}	2
D ₆₂	470	μ_{62}	2.5	B ₆₂	20	γ_{62}	1
h ₁₂	10	σ_{12}	0.5	a ₁₂	30	A	0.99
h ₂₂	8	σ_{22}	0.3	a ₂₂	35	Z _{1-α}	-1,3
h ₃₂	10	σ_{32}	0.6	a ₃₂	25		
h ₄₂	8	σ_{42}	0.3	a ₄₂	30		
h ₅₂	10	σ_{52}	0.5	a ₅₂	25		
h ₆₂	8	σ_{62}	0.3	a ₆₂	45		

Tabla 8

Ejemplo 2 - Parámetros canal en línea, bajo la revisión continua

Parámetros	Valor	Parámetros	Valor	Parámetros	Valor	Parámetros	Valor
D ₁₂	425	μ_{12}	5	B ₁₂	21	γ_{12}	1
D ₂₂	460	μ_{22}	2.5	B ₂₂	22	γ_{22}	1
D ₃₂	350	μ_{32}	5	B ₃₂	24	γ_{32}	2

D ₄₂	405	μ_{42}	2.5	B ₄₂	20	γ_{42}	1
D ₅₂	380	μ_{52}	3	B ₅₂	24	γ_{52}	2
D ₆₂	500	μ_{62}	2.5	B ₆₂	22	γ_{62}	1
D ₇₂	340	μ_{72}	3	B ₇₂	24	γ_{72}	2
D ₈₂	515	μ_{82}	2.5	B ₈₂	22	γ_{82}	1
D ₉₂	360	μ_{92}	3	B ₉₂	24	γ_{92}	2
D ₁₀₂	445	μ_{102}	3	B ₁₀₂	22	γ_{102}	1
h ₁₂	7	σ_{12}	0.6	a ₁₂	35	A	0.99
h ₂₂	8	σ_{22}	0.3	a ₂₂	41	Z _{1-α}	-1,3
h ₃₂	10	σ_{32}	0.6	a ₃₂	15		
h ₄₂	8	σ_{42}	0.4	a ₄₂	30		
h ₅₂	10	σ_{52}	0.5	a ₅₂	20		
h ₆₂	8	σ_{62}	0.3	a ₆₂	40		
h ₇₂	8	σ_{72}	0.5	a ₇₂	18		
h ₈₂	10	σ_{82}	0.3	a ₈₂	45		
h ₉₂	8	σ_{92}	0.4	a ₉₂	25		
h ₁₀₂	8	σ_{102}	0.5	a ₁₀₂	35		

Para la implementación del método de búsqueda de bisección se verifica la factibilidad de la restricción en la cual define que las variables de decisión Q, R y Z deben ser variables positivas, para evitar valores negativos o raíces imaginarias dado que no cumpliría con los parámetros presentados (Torres, 2020).

7. Resultados

7.1. Resultados Canal tradicional

7.1.1. Resultados ejemplo 1 canal tradicional

En la tabla 9 se presentan los resultados para el ejemplo 1 de una demanda con distribución normal y revisión periódica, en donde se logra identificar las variables de decisión para cada uno de los artículos analizados para el canal tradicional. De igual manera, estos resultados son producto de la aplicación del método adoptado de (Eynan & Kropp, 2007a), en el cual nos permite hallar un tiempo de ciclo de pedido para todos los artículos. Por otro lado, en la tabla 10 se identifica el valor del factor de seguridad el cual me ayuda a determinar el nivel de servicio del ejercicio y en la tabla 11 se puede evidenciar los resultados de los costos de almacenamiento de inventario.

Tabla 9

Resultados ejemplo 1 del canal tradicional, bajo la revisión periódica

Sn	S1	S2	S3	S4	S5
T	0.2496	0.2498	0.2505	0.2511	0.2516
Q₁₁	988.438	989.524	992.091	994.407	996.495
Q₂₁	1180.634	1181.932	1184.997	1187.764	1190.258
Q₃₁	933.525	934.551	936.975	939.162	941.134
Q₄₁	1098.265	1099.471	1102.323	1104.896	1107.217
Q₅₁	851.155	852.090	854.300	856.295	858.093
Q₆₁	12904.611	1291.879	1295.230	1298.253	1300.980
k₁₁	1	1	1	1	1
k₂₁	1	1	1	1	1
k₃₁	1	1	1	1	1
k₄₁	1	1	1	1	1
k₅₁	1	1	1	1	1
k₆₁	1	1	1	1	1

Tabla 10*Resultados Factor de seguridad ejemplo 1, canal tradicional*

Sn	S1	S2	S3	S4	S5
Z₁₁	2.717	2.753	2.851	2.964	3.101
Z₂₁	2.812	2.849	2.950	3.068	3.218
Z₃₁	2.862	2.886	2.950	3.016	3.084
Z₄₁	2.946	2.970	3.032	3.096	3.163
Z₅₁	2.641	2.679	2.785	2.909	3.066
Z₆₁	2.623	2.666	2.785	2.933	3.141

Tabla 11*Costos de inventario y almacenamiento del ejemplo 1 por cada tamaño de almacén, Canal tradicional*

Sn	Costo total	Costo de pedir	Costo de mantener inventario	Costo de pedido pendiente	Costo fijo de almacenamiento	Costo variable de almacenamiento
S1	88845.060	641.011	3966.104	65.442	83.469	84089.032
S2	77430.840	640.307	3967.996	58.949	107.680	72655.907
S3	51345.415	638.650	3972.120	44.048	162.976	46527.618
S4	29014.141	637.163	3975.396	31.187	210	24160.398
S5	10062.979	635.828	3977.947	20.134	249.753	5179.316

7.1.2. Resultados ejemplo 2 canal tradicional

De igual manera para el ejemplo 2 para el canal tradicional, se puede encontrar en la tabla 12 las variables de decisión, en la tabla 13 el factor de seguridad y en la tabla 14 los costos de almacenamiento de inventario por cada tamaño de almacén.

Tabla 12*Resultados ejemplo 2 del canal tradicional, bajo la revisión periódica*

S_n	S1	S2	S3	S4	S5
T	0.2747	0.2748	0.275	0.2754	0.2756
Q₁₁	1145.794	1146.324	1147.561	1148.652	1149.607
Q₂₁	1252.955	1253.535	1254.887	1256.080	1257.124
Q₃₁	972.688	973.139	974.188	975.114	975.925
Q₄₁	1263.946	1264.531	1265.895	1267.098	1268.152
Q₅₁	879.266	879.673	880.622	881.459	882.192
Q₆₁	1431.556	1432.218	1433.763	1435.126	1436.320
Q₇₁	928.725	929.155	930.015	931.041	931.816
Q₈₁	1489.258	1489.947	1491.554	1492.972	1494.214
Q₉₁	1068.858	1069.353	1070.506	1071.524	1072.415
Q₁₀₁	1357.368	1357.996	1359.461	1360.753	13618.853
k₁₁	1	1	1	1	1
k₂₁	1	1	1	1	1
k₃₁	1	1	1	1	1
k₄₁	1	1	1	1	1
k₅₁	1	1	1	1	1
k₆₁	1	1	1	1	1
k₇₁	1	1	1	1	1
k₈₁	1	1	1	1	1
k₉₁	1	1	1	1	1
k₁₀₁	1	1	1	1	1

Tabla 13*Resultados Factor de seguridad ejemplo 2, canal tradicional*

Sn	S1	S2	S3	S4	S5
Z₁₁	2.609	2.636	2.705	2.775	2.848
Z₂₁	2.778	2.803	2.868	2.935	3.005
Z₃₁	2.574	2.601	2.671	2.742	2.816
Z₄₁	2.702	2.720	2.763	2.805	2.845
Z₅₁	2.532	2.568	2.664	2.771	2.895
Z₆₁	2.740	2.765	2.831	2.899	2.969
Z₇₁	2.535	2.570	2.666	2.773	2.897
Z₈₁	2.729	2.747	2.790	2.832	2.871
Z₉₁	2.654	2.680	2.748	2.818	2.889
Z₁₀₁	2.782	2.799	2.841	2.882	2.921

Tabla 14*Costos de inventario y almacenamiento del ejemplo 2 por cada tamaño de almacén, Canal tradicional*

Sn	Costo total	Costo de pedir	Costo de mantener inventario	Costo de pedido pendiente	Costo fijo de almacenamiento	Costo variable de almacenamiento
S1	104938.424	400.333	8650.096	70.063	83.469	95734.461
S2	91889.615	400.148	8652.302	65.012	107.680	82664.472
S3	62128.317	399.717	8657.269	53.446	162.976	52854.907
S4	36720.766	399.337	8661.434	43.510	210	27406.483
S5	15215.872	399.005	8664.902	35.035	249.753	5867.175

7.2. Resultados Canal en línea

7.2.1. Resultados ejemplo 1 canal en línea

En la tabla 15 se presentan los resultados para el ejemplo numérico de una demanda con distribución normal y revisión continua, en donde se logra identificar las variables de decisión para cada uno de los artículos analizados para el canal en línea. De igual manera, estos resultados son producto de la aplicación del método de bisección, el cual determinó el valor del multiplicador de Lagrange θ más apropiado para que al momento de evaluar la función $g(\theta)$ relacionada a la restricción de espacio, sea un valor muy bajo, lo cual quiere decir que se tiene un ajuste aproximado al almacén para el caso de S1. Por otro lado, en la tabla 16 se identifica el valor del factor de seguridad el cual me ayuda a determinar el nivel de servicio del ejercicio y en la tabla 17, se puede evidenciar los resultados de los costos de almacenamiento de inventario.

Tabla 15

Resultados ejemplo 1 del canal en línea, bajo la revisión continua

Sn	S1	S2	S3	S4	S5
θ	-0.7123	0	0	0	0
$g(\theta)$	-0.000029518	-1656.085	-8630.456	-12181.022	-16450.045
R₁₂	3.792	3.794	3.827	3.855	3.873
R₂₂	2.930	2.931	2.942	2.951	2.955
R₃₂	5.852	5.854	5.892	5.924	5.943
R₄₂	2.962	2.963	2.975	2.984	2.988
R₅₂	3.746	3.748	3.780	3.807	3.824
R₆₂	3.014	3.014	3.027	3.037	3.042
Q₁₂	26.856	27.058	31.106	36.526	44.328
Q₂₂	40.501	40.758	45.696	51.711	59.210
Q₃₂	23.968	24.148	27.755	32.586	39.542

Q₄₂	36.224	36.454	40.869	46.248	52.954
Q₅₂	22.821	22.992	26.429	31.031	37.657
Q₆₂	47.993	48.297	54.150	61.279	70.164
Costo total	5414.801	4786.568	4279.183	3778.500	3279.261

Tabla 16

Resultados Factor de seguridad ejemplo 1, canal en línea

Sn	S1	S2	S3	S4	S5
Z₁₂	1.584	1.588	1.654	1.711	1.746
Z₂₂	1.434	1.437	1.475	1.504	1.519
Z₃₂	1.420	1.423	1.486	1.540	1.572
Z₄₂	1.540	1.543	1.583	1.613	1.629
Z₅₂	1.492	1.496	1.560	1.615	1.648
Z₆₂	1.713	1.716	1.759	1.791	1.807

Tabla 17

Costos de inventario y almacenamiento del ejemplo 1 por cada tamaño de almacén, Canal en línea

Sn	Costo total	Costo de pedir	Costo de mantener inventario	Costo de pedido pendiente	Costo fijo de almacenamiento	Costo variable de almacenamiento
S1	5414.801	2202.068	917.197	80.023	83.469	1714.691
S2	4786.568	2224.506	908.284	81.100	107.68	1464.997
S3	4279.183	1960.220	1025.884	68.837	162.976	1061.264
S4	3778.500	1701.907	1175.343	57.761	210	633.487
S5	3279.261	1446.622	1375.263	47.725	249.753	159.897

7.2.2. Resultados ejemplo 2 canal en línea

De igual manera para el ejemplo 2 para el canal en línea, se puede encontrar en la tabla 18 las variables de decisión, en la tabla 19 el factor de seguridad y en la tabla 20 los costos de almacenamiento de inventario por cada tamaño de almacén.

Tabla 18

Resultados ejemplo 2 del canal en línea, bajo la revisión continua

S_n	S1	S2	S3	S4	S5
θ	11.233	0	0	0	0
$g(\theta)$	0.000040337	-1499.925	-8452.292	-11974.607	-16204.555
R₁₂	5.971	6.136	6.168	6.193	6.207
R₂₂	2.983	3.057	3.071	3.081	3.086
R₃₂	6.059	6.280	6.330	6.372	6.397
R₄₂	3.139	3.239	3.257	3.270	3.277
R₅₂	3.839	4.015	4.054	4.088	4.108
R₆₂	2.999	3.075	3.089	3.100	3.105
R₇₂	3.853	4.053	4.103	4.147	4.177
R₈₂	2.970	3.031	3.041	3.048	3.052
R₉₂	3.632	3.784	3.822	3.855	3.878
R₁₀₂	3.832	3.959	3.982	4.000	4.009
Q₁₂	27.421	42.188	47.637	54.457	63.294
Q₂₂	30.100	45.659	51.190	57.929	66.328
Q₃₂	12.222	19.387	22.268	26.131	31.699
Q₄₂	24.339	36.889	41.352	46.791	53.572
Q₅₂	14.416	22.933	26.355	30.940	37.542
Q₆₂	30.995	47.017	52.713	59.652	68.301
Q₇₂	13.151	21.330	24.785	29.620	37.131
Q₈₂	32.585	48.052	53.211	59.229	66.302
Q₉₂	15.690	25.516	29.664	35.466	44.473

Q₁₀₂	27.628	41.861	46.924	53.093	60.788
Costo total	8744.561	7795.765	6942.579	6107.415	5280.879

Tabla 19

Resultados Factor de seguridad ejemplo 2, canal en línea

Sn	S1	S2	S3	S4	S5
Z₁₂	1.618	1.894	1.947	1.989	2.011
Z₂₂	1.610	1.858	1.903	1.937	1.954
Z₃₂	1.766	2.134	2.217	2.287	2.329
Z₄₂	1.599	1.848	1.893	1.926	1.944
Z₅₂	1.678	2.030	2.109	2.176	2.217
Z₆₂	1.666	1.919	1.965	2.000	2.018
Z₇₂	1.706	2.107	2.206	2.295	2.355
Z₈₂	1.567	1.771	1.804	1.828	1.840
Z₉₂	1.582	1.962	2.055	2.139	2.195
Z₁₀₂	1.664	1.919	1.965	2.000	2.018

Tabla 20

Costos de inventario y almacenamiento del ejemplo 2 por cada tamaño de almacén, Canal en línea

Sn	Costo total	Costo de pedir	Costo de mantener inventario	Costo de pedido pendiente	Costo fijo de almacenamiento	Costo variable de almacenamiento
S1	8744.561	5552.785	1027.260	285.261	83.469	1795.783
S2	7795.765	3616.540	1546.225	157.307	107.68	2368.012
S3	6942.579	3195.792	1738.482	133.886	162.976	1711.442
S4	6107.415	2785.206	1980.409	112.671	210	1019.129

S5	5280.879	2379.961	2300.950	93.381	249.753	256.833
----	----------	----------	----------	--------	---------	---------

7.3. Resultados espacio de almacenamiento

En las tablas 21 y 22 se presentan los resultados del espacio ocupado de almacenamiento por tamaño de almacén y canal de distribución, respectivamente para el ejemplo 1 y 2.

Tabla 21

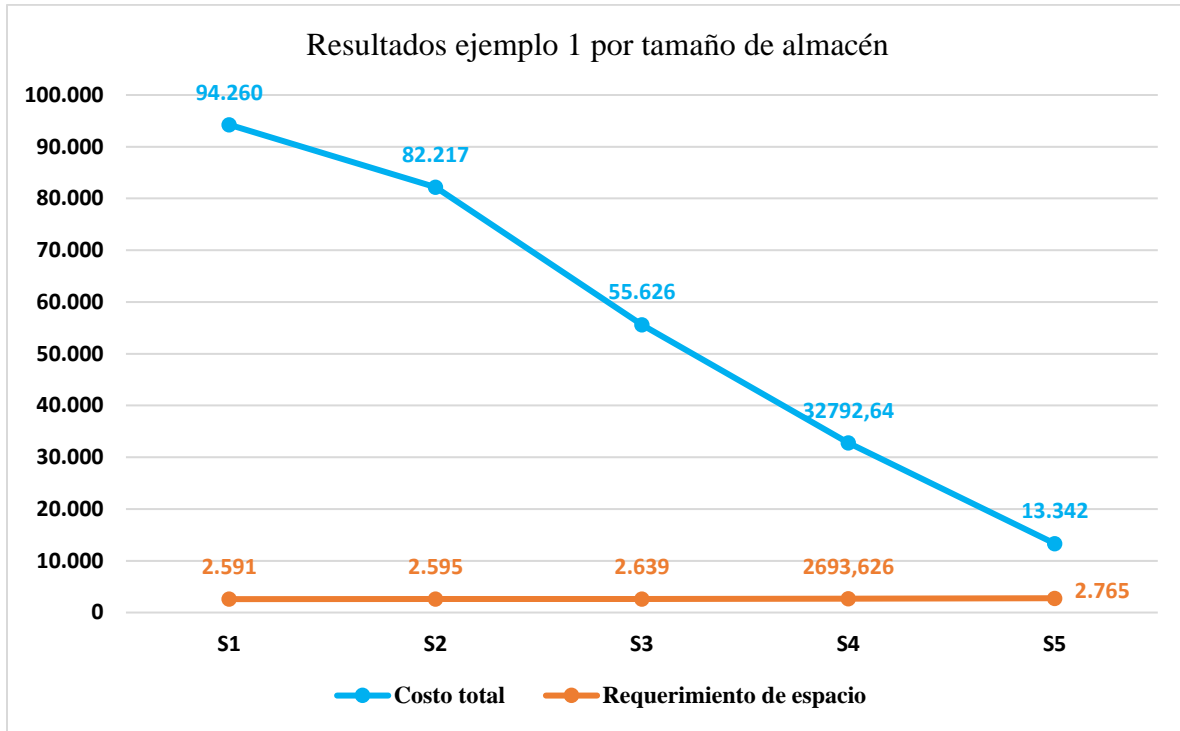
Resultados ejemplo 1 espacios de almacenamiento por tamaño de almacén

Sn	Costo total	Espacio ocupado canal tradicional	Espacio ocupado canal en línea	Requerimiento de espacio
S1	94259.861	2312.430	278.199	2590.629
S2	82217.408	2315.121	280.114	2595.235
S3	55625.593	2321.541	317.743	2639.284
S4	32792.64	2327,449	366.177	2693,626
S5	13342.231	2332.965	432.154	2765.119

Se selecciona el almacén S5, ya que es el espacio de almacenamiento en donde se incurre con un menor costos de inventarios frente a los demás almacenes, tal como se evidencia en la figura 5.

Figura 5

Resultados costo total ejemplo 1 por tamaño de almacén



Nota: en la figura 5 se muestra los cotos totales de inventario y almacenamiento por tamaño de almacén, a su vez, el requerimiento de espacio que se necesita.

Tabla 22

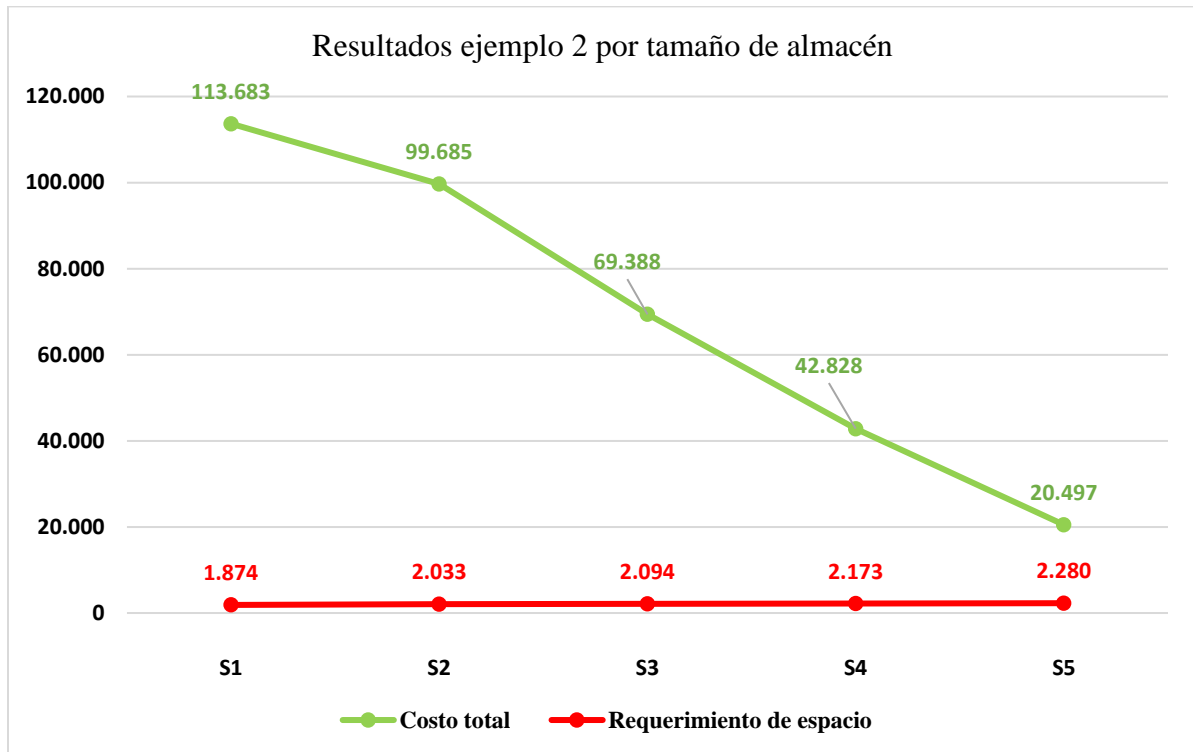
Resultados ejemplo 2 espacios de almacenamiento por tamaño de almacén

Sn	Costo total	Espacio ocupado canal tradicional	Espacio ocupado canal en línea	Requerimiento de espacio
S1	113682.940	1579.657	294.700	1874.357
S2	99685.380	1580.470	452.774	2033.244
S3	69387.579	1582.389	512.407	2094.496
S4	42828.181	1584.120	589.092	2173.212
S5	20496.751	1585.684	694.144	2279.828

Se selecciona el almacén S5, ya que es el espacio de almacenamiento en donde se incurre con un menor costos de inventarios frente a los demás almacenes, tal como se evidencia en la figura 6.

Figura 6

Resultados costo total ejemplo 2 por tamaño de almacén



Nota: en la figura 6 se muestra los cotos totales de inventario y almacenamiento por tamaño de almacén, a su vez, el requerimiento de espacio que se necesita.

8. Comparación del modelo

Con el fin de comparar la factibilidad e identificar ventajas significativas o desventajas del modelo propuesto en esta investigación frente al modelo propuesto por (Torres Cárdenas et al., 2020) en el cual se determina simular el canal tradicional y el canal en línea bajo la revisión continua con el algoritmo de bisección modificado y a su vez, se utilizan los datos propuestos en el apartado 6 de ejemplos numéricos, ya que el estudio realizado por (Torres Cárdenas et al., 2020) solo se encuentran dos artículos/productos.

8.1. Resultados del modelo (Torres Cárdenas et al., 2020)

8.1.1. Resultados del ejemplo 1 modelo (Torres Cárdenas et al., 2020)

En la tabla 23 se presentan los resultados para el ejemplo numérico 1 con revisión continua, en donde se logra identificar las variables de decisión para cada uno de los artículos analizados tanto para el canal tradicional como el canal en línea. De igual manera, estos resultados son producto de la aplicación del método de bisección modificado propuesto por (Alawneh & Zhang, 2018), el cual determinó el valor del multiplicador de Lagrange θ más apropiado para que al momento de evaluar la función $g(\theta)$ relacionada a la restricción de espacio, sea un valor muy bajo, lo cual quiere decir que se tiene un ajuste aproximado al almacén para el caso de S1. Por otro lado, en la tabla 24 y 25, se puede evidenciar los resultados del factor de seguridad y los costos de almacenamiento de inventario respectivamente. De igual manera, en la tabla 26 se puede identificar el espacio ocupado por tamaño de almacén y canal de distribución.

Tabla 23

Resultados ejemplo 1 del modelo (Torres Cárdenas et al., 2020), revisión continua

S_n	S1	S2	S3	S4	S5
θ	27.807	0	0	0	0
$g(\theta)$	0.000014969	-1031.903	-7844.203	-11136.985	-14855.694
R₁₁	146.795	159.601	162.207	165.087	167.704
R₂₁	128.660	142.941	146.033	149.616	153.165
R₃₁	222.406	229.976	230.984	231.845	232.371
R₄₁	125.935	134.587	135.739	136.723	137.324
R₅₁	144.353	156.632	159.289	162.366	165.415
R₆₁	119.485	129.865	132.437	135.776	139.995
R₁₂	3.531	3.794	3.827	3.855	3.873
R₂₂	2.810	2.931	2.942	2.951	2.955
R₃₂	5.553	5.854	5.892	5.924	5.943
R₄₂	2.838	2.963	2.975	2.984	2.988
R₅₂	3.492	3.748	3.780	3.807	3.824
R₆₂	2.882	3.014	3.027	3.037	3.042
Q₁₁	145.197	332.738	396.955	498.404	701.173
Q₂₁	145.288	335.654	402.599	511.151	742.824
Q₃₁	191.029	407.722	468.338	549.591	666.721
Q₄₁	315.497	676.752	777.749	913.047	1107.895
Q₅₁	114.193	262.935	315.226	400.027	581.089
Q₆₁	193.831	466.172	567.878	742.942	1185.749
Q₁₂	12.581	27.058	31.106	36.526	44.328
Q₂₂	20.175	40.758	45.696	51.711	59.210
Q₃₂	11.255	24.148	27.755	32.586	39.542
Q₄₂	18.053	36.454	40.869	46.248	52.954
Q₅₂	10.704	22.992	26.429	31.031	37.657
Q₆₂	23.903	48.297	54.150	61.279	70.164

Costo total	22216.680	15545.206	13223.575	10852.294	8274.929
--------------------	-----------	-----------	-----------	-----------	----------

Tabla 24

Resultados Factor de seguridad ejemplo 1 modelo (Torres Cárdenas et al., 2020)

Sn	S1	S2	S3	S4	S5
Z₁₁	6.698	9.900	10.551	11.271	11.926
Z₂₁	7.961	11.928	12.787	13.782	14.768
Z₃₁	7.726	10.336	10.684	10.981	11.162
Z₄₁	8.943	11.926	12.323	12.663	12.870
Z₅₁	6.088	9.158	9.822	10.591	11.353
Z₆₁	6.719	10.298	11.185	12.336	13.791
Z₁₂	1.062	1.588	1.654	1.711	1.746
Z₂₂	1.035	1.437	1.475	1.504	1.519
Z₃₂	0.923	1.423	1.486	1.540	1.572
Z₄₂	1.127	1.543	1.583	1.613	1.629
Z₅₂	0.985	1.496	1.560	1.615	1.648
Z₆₂	1.275	1.716	1.759	1.791	1.807

Tabla 25

Costos de inventario y almacenamiento por cada tamaño de almacén ejemplo 1 modelo (Torres Cárdenas et al., 2020)

Sn	Costo total	Costo de pedir	Costo de mantener inventario	Costo de pedido pendiente	Costo fijo de almacenamiento	Costo variable de almacenamiento
S1	22216.680	14815.955	954.488	2136.117	83.469	3308.477
S2	15545.206	6741.030	1939.535	657.227	107.68	6099.733
S3	13223.575	5752.876	2222.787	522.508	162.976	4562.426

S4	10852.294	4731.434	2621.499	396.429	210	2892.931
S5	8274.929	3603.619	3299.606	275.203	249.753	846.747

Tabla 26

Resultados espacio de almacenamiento ejemplo 1 modelo (Torres Cárdenas et al., 2020)

Sn	Costo total	Espacio ocupado canal tradicional	Espacio ocupado canal en línea	Requerimiento de espacio
S1	22216.680	404.798	135.401	540.200
S2	15545.206	886.182	280.114	1166.296
S3	13223.575	1048.252	317.743	1365.996
S4	10852.294	1306.037	366.177	1672.214
S5	8274.929	1856.351	432.154	2288.505

Se selecciona el almacén S5, ya que es el espacio de almacenamiento en donde se incurre con un menor costos de inventarios frente a los demás almacenes.

8.1.2. Resultados del ejemplo 2 modelo (Torres Cárdenas et al., 2020)

De igual manera, se presentan los resultados bajo el modelo de (Torres Cárdenas et al., 2020) para el ejemplo 2, el cual maneja datos para 10 artículos. Por lo tanto, en la tabla 27 se puede evidenciar las variables de decisión en revisión continua, en la tabla 28 el factor de seguridad del ejercicio, la tabla 29 los costos de inventario y almacenamiento por tamaño de almacén y finalmente en la tabla 30 los resultados del espacio ocupado de almacenamiento por tamaño de almacén y canal de distribución.

Tabla 27

Resultados ejemplo 2 del modelo (Torres Cárdenas et al., 2020), revisión continua

Sn	S1	S2	S3	S4	S5
θ	80.863	0	0	0	0
$g(\theta)$	0.000012121	-685.538	-7498.101	-10829.741	-14766.818
R₁₁	137.045	148.344	149.295	150.109	150.605
R₂₁	136.145	146.629	147.513	148.270	148.731
R₃₁	116.946	128.237	129.187	130.000	130.495
R₄₁	134.773	141.819	142.162	142.406	142.525
R₅₁	116.054	129.228	130.897	132.634	134.054
R₆₁	135.248	145.152	145.988	146.702	147.138
R₇₁	117.314	131.529	133.330	135.205	136.737
R₈₁	135.421	142.757	143.113	143.367	143.492
R₉₁	113.372	122.100	122.835	123.464	123.848
R₁₀₁	142.122	152.702	153.216	153.583	153.762
R₁₂	5.623	6.136	6.168	6.193	6.207
R₂₂	2.816	3.057	3.071	3.081	3.086
R₃₂	5.663	6.280	6.330	6.372	6.397
R₄₂	2.917	3.239	3.257	3.270	3.277
R₅₂	3.521	4.015	4.054	4.088	4.108
R₆₂	2.830	3.075	3.089	3.100	3.105
R₇₂	3.521	4.053	4.103	4.147	4.177
R₈₂	2.815	3.031	3.041	3.048	3.052
R₉₂	3.379	3.784	3.822	3.855	3.878
R₁₀₂	3.547	3.959	3.982	4.000	4.000
Q₁₁	179.955	599.905	689.484	809.476	982.256
Q₂₁	234.405	785.985	903.616	1061.127	1287.801
Q₃₁	169.634	564.810	649.108	762.035	924.662
Q₄₁	237.309	703.715	779.106	867.091	970.584
Q₅₁	159.230	573.430	680.215	842.899	1141.899

Q ₆₁	249.485	837.898	963.379	1131.382	1373.117
Q ₇₁	167.155	601.563	713.554	884.172	1137.773
Q ₈₁	257.237	763.140	844.910	940.335	1052.575
Q ₉₁	240.325	808.008	929.064	1091.133	1324.303
Q ₁₀₁	243.974	719.862	796.849	886.734	992.516
Q ₁₂	13.283	42.188	47.637	54.457	63.294
Q ₂₂	14.631	45.659	51.190	57.929	66.328
Q ₃₂	5.897	19.387	22.268	26.131	31.699
Q ₄₂	11.865	36.889	41.352	46.791	53.572
Q ₅₂	6.900	22.933	26.355	30.940	37.542
Q ₆₂	15.065	47.017	52.713	59.652	68.301
Q ₇₂	6.246	21.330	24.785	29.620	37.131
Q ₈₂	16.109	48.052	53.211	59.229	66.302
Q ₉₂	7.401	25.516	29.664	35.466	44.473
Q ₁₀₂	13.480	41.861	46.924	53.093	60.788
Costo total	41749.790	23079.358	20273.245	17513.562	14744.285

Tabla 28

Resultados Factor de seguridad ejemplo 2 modelo (Torres Cárdenas et al., 2020)

Sn	S1	S2	S3	S4	S5
Z ₁₁	4.261	7.086	7.323	7.527	7.651
Z ₂₁	5.567	9.182	9.487	9.748	9.907
Z ₃₁	4.034	6.723	6.949	7.142	7.260
Z ₄₁	4.924	7.273	7.387	7.468	7.508
Z ₅₁	4.013	7.307	7.724	8.158	8.513
Z ₆₁	5.258	8.673	8.961	9.207	9.357
Z ₇₁	4.026	7.332	7.751	8.187	8.543
Z ₈₁	5.140	7.585	7.704	7.789	7.830

Z₉₁	4.611	7.620	7.874	8.091	8.223
Z₁₀₁	5.530	8.175	8.304	8.395	8.440
Z₁₂	1.038	1.894	1.947	1.989	2.011
Z₂₂	1.054	1.858	1.903	1.937	1.954
Z₃₂	1.106	2.134	2.217	2.287	2.329
Z₄₂	1.043	1.848	1.893	1.926	1.944
Z₅₂	1.042	2.030	2.109	2.176	2.217
Z₆₂	1.100	1.919	1.965	2.000	2.018
Z₇₂	1.042	2.107	2.206	2.295	2.355
Z₈₂	1.050	1.771	1.804	1.828	1.840
Z₉₂	0.949	1.962	2.055	2.139	2.195
Z₁₀₂	1.095	1.919	1.965	2.000	2.018

Tabla 29

Costos de inventario y almacenamiento por cada tamaño de almacén ejemplo 2 modelo (Torres Cárdenas et al., 2020)

Sn	Costo total	Costo de pedir	Costo de mantener inventario	Costo de pedido pendiente	Costo fijo de almacenamiento	Costo variable de almacenamiento
S1	41749.790	34458.009	1443.787	3032.890	83.469	2731.633
S2	23079.358	10650.279	4324.845	563.875	107.68	7432.677
S3	20273.245	9346.866	4872.929	477.672	162.976	5412.800
S4	17513.562	8059.776	5578.530	399.087	210	3266.168
S5	14744.285	6762.193	6559.610	326.952	249.753	845.776

Tabla 30

Resultados espacio de almacenamiento ejemplo 2 modelo (Torres Cárdenas et al., 2020)

Sn	Costo total	Espacio ocupado canal tradicional	Espacio ocupado canal en línea	Requerimiento de espacio
S1	41749.790	304.649	114.050	448.700
S2	23079.358	968.387	452.774	1421.161
S3	20273.245	1108.190	512.407	1620.598
S4	17513.562	1298.866	589.092	1887.958
S5	14744.285	1591.737	694.144	2285.881

Se selecciona el almacén S5, ya que es el espacio de almacenamiento en donde se incurre con un menor costos de inventarios.

9. Conclusiones

Según la revisión de literatura, en los últimos años han surgido investigaciones relacionadas al comercio electrónico, esto ha evidenciado el incremento en el uso de un nuevo canal de ventas, ya que se ha convertido en un medio de comunicación e información para la comercialización de bienes y servicios, logrando un mayor posicionamiento y aumento representativo de ventas frente a los demás fabricantes que solo manejan canales tradicionales.

En la validación del algoritmo de investigación fue posible evidenciar la optimización de costos de inventario en la solución de los ejemplos planteados. Sin embargo, se observa que se obtiene el menor costo total de manejo de inventarios al momento de usar el espacio disponible mayor, esto nos indica que se logra el objetivo de minimización de costos, pero se incurre en mayor espacio sin aprovechar del almacén.

Dentro de la investigación realizada y los ejemplos numéricos planteados para la validación de la misma es posible evidenciar el factor de seguridad (z), quien a su vez proporciona el nivel de seguridad de los resultados obtenidos. Por otro lado, se buscó evidenciar cual sistema de revisión de inventarios aporta mayor beneficio en la minimización de los costos de inventarios. En los resultados se muestra una modelación de un escenario en el cual se implementa el sistema de revisión periódica con una estrategia de reaprovisionamiento conjunto para el canal tradicional y un sistema de revisión continua para el canal en línea, en donde se identifica que en el canal tradicional existe un incremento de los costos asociados al mantenimiento de inventario tales como: Costo de mantener inventario, costo fijo de almacenamiento y costo variable de almacenamiento en el espacio disponible, esto debido a la mayor incertidumbre presente en la demanda al no poseer un control exacto de las unidades y por ende, el tiempo de almacenamiento; motivo por el cual se evidencia una ventaja en la reducción de costos al momento de implementar

la revisión continua en el canal tradicional y canal en línea tal y como se evidenció en el capítulo 8 en la comparación del modelo propuesto por (Torres Cárdenas et al., 2020).

Por otra parte, en el método de solución del reaprovisionamiento conjunto el cual fue enfocado en el canal tradicional, se concluyó que, los costos que tienen mayor proporción y/o incremento pertenecen al costo variable de almacenamiento y costo de mantener inventario, por ende, dichos costos hacen aumentar el costo total de manera directamente proporcional, además se identifica que el tiempo de ejecución en la herramienta computacional Matlab el algoritmo se ejecuta en un tiempo reducido.

A su vez, finalmente en el método de solución del algoritmo de bisección modificado enfocado en el canal en línea se logra identificar que, al aumentar la cantidad o número de artículos a analizar, es complejo encontrar el multiplicador de Lagrange teta (θ) en el cual converja todos los artículos, esto puede ser derivado a que el algoritmo no encuentra las raíces y de esta manera se generan números imaginarios en las variables de búsqueda, por lo tanto, es necesario trabajar datos coherentes entre ellos.

10. Recomendaciones

Para futuros trabajos de grados enfocados en esta línea, se recomienda utilizar un multiplicador de Lagrange teta (θ) individual para cada uno de los artículos en el método de bisección usado para encontrar los costos de inventarios en el canal que se desee aplicar la revisión continua de inventarios.

Es importante tomar ejemplos que tengan coherencia entre los datos, a su vez, que sean guiados por ejemplos de la literatura, ya que la coherencia de los datos afecta la probabilidad de encontrar solución en método de bisección modificado en el cual se busca un multiplicador de Lagrange θ más apropiado.

Indagar más en el estudio de métodos de reaprovisionamiento conjunto en donde involucren el costo de pedidos pendientes y sus afectaciones en el costo de inventarios.

Incentivar a los estudiantes de programa de Ingeniería Industrial en profundizar en los diferentes lenguajes de programación existentes, cuya finalidad sea obtener un apropiado conocimiento en dichas herramientas y, así mismo, adquirir habilidades para potencializar en futuros proyectos de investigación los cuales puedan fluir en la programación y desarrollo de estos.

Referencias bibliográficas

- Agatz, N. A. H., Fleischmann, M., & van Nunen, J. A. E. E. (2008). E-fulfillment and multi-channel distribution - A review. *European Journal of Operational Research*, 187(2), 339–356. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.04.024>
- Alawneh, F., & Zhang, G. (2018). Dual-channel warehouse and inventory management with stochastic demand. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 112(February 2017), 84–106. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2017.12.012>
- Allgor, R., Graves, S., & Xu, P. J. (2004). Traditional inventory models in an e-retailing setting: A two-stage serial system with space constraints. *Proceedings of 2004 SMA Conference*, May, 6–12.
- Andrea, L., & Cárdenas, G. (n.d.). *MÚLTIPLES INVENTORY MANAGEMENT IN SUPPLY CHAINS : Introducción Metodología*. 1–13.
- Arana, K., Flores, K., Ramos, E., Pettit, T., & Flanigan, M. (2020). Service level of pharmaceutical supply chain applying optimal policy: Case study in Lima, Peru. *International Journal of Supply Chain Management*, 9(3), 239–251.
- Bastos, L. dos S. L., Mendes, M. L., Nunes, D. R. de L., Melo, A. C. S., & Carneiro, M. P. (2017). A systematic literature review on the joint replenishment problem solutions: 2006-2015. *Production*, 27(2008), 2006–2015. <https://doi.org/10.1590/0103-6513.222916>
- Batarfi, R., Jaber, M. Y., & Zanoni, S. (2016). Dual-channel supply chain: A strategy to

maximize profit. *Applied Mathematical Modelling*, 40(21–22), 9454–9473.

<https://doi.org/10.1016/j.apm.2016.06.008>

Bendoly, E. (2004). Integrated inventory pooling for firms servicing both on-line and store demand. *Computers & Operations Research*, 31(9), 1465–1480.

[https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(03\)00102-3](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(03)00102-3)

Cakmak, E., Gunay, N. S., Aybakan, G., & Tanyas, M. (2012). Determining the Size and Design of Flow Type and U-Type Warehouses. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 58, 1425–1433. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.09.1127>

Cardona, J. L., Orejuela, J. P., & Rojas, C. (2018). Gestión de inventario y almacenamiento de materias primas en el sector de alimentos concentrados. *Revista EIA*, 15(30), 195–208.

Convergencia Lineal y el algoritmo de bisección. (n.d.). Retrieved January 29, 2022, from https://redib.org/Record/oai_articulo2843325-convergencia-lineal-y-el-algoritmo-de-biseccion

Deltoro, M. F., Descals, A. M., & Molina, M. E. R. (2012). Determining factors and consequences of the adoption of B2C e-commerce: An international comparison. *Estudios Gerenciales*, 28(123), 101–120. [https://doi.org/10.1016/S0123-5923\(12\)70207-3](https://doi.org/10.1016/S0123-5923(12)70207-3)

Empresas, D. (2016). Comercio electrónico y nivel de ventas en las MiPyMEs del sector comercio, industria y servicios de Ibagué. *Revista EAN*, 80, 132–154.

Eynan, A., & Kropp, D. H. (1998). Periodic review and joint replenishment in stochastic demand environments. *IIE Transactions (Institute of Industrial Engineers)*, 30(11), 1025–1033. <https://doi.org/10.1080/07408179808966559>

- Eynan, A., & Kropp, D. H. (2007a). Effective and simple EOQ-like solutions for stochastic demand periodic review systems. *European Journal of Operational Research*, 180(3), 1135–1143. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.05.015>
- Eynan, A., & Kropp, D. H. (2007b). *Soluciones de tipo EOQ efectivas y sencillas para exigir sistemas de revisión periódica*. 180, 1135–1143.
- Fernández, C., & Funes, O. (2007). Convergencia Lineal y el algoritmo de bisección. *Revista de Educación Matemática*, 22(3), 16–21.
- Fiorioli, J. C., & Fogliatto, F. S. (2008). A Model to quantify the Bullwhip Effect in systems with stochastic demand and lead time. *2008 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management, IEEM 2008*, 2, 1098–1102. <https://doi.org/10.1109/IEEM.2008.4738040>
- Frasquet, M., Ieva, M., & Ziliani, C. (2021). Online channel adoption in supermarket retailing. *Journal of Retailing and Consumer Services*, 59(November 2020), 102374. <https://doi.org/10.1016/j.jretconser.2020.102374>
- Goddard-close, J., Guti, M. a, & P, B. R. (2006). *¿N Sobre Las Soluciones Para Una Caracterizaci O El Problema De Reaprovisionamiento Conjunto*. 13(2), 117–124.
- Goh, M., Jihong, O., & Chung-Piaw, T. (2001). Warehouse sizing to minimize inventory and storage costs. *Naval Research Logistics*, 48(4), 299–312. <https://doi.org/10.1002/nav.10>
- Goyal, S. K. (1974). Determination of Optimum Packaging Frequency of Items Jointly Replenished. In *Application Series* (Vol. 21, Issue 4).
- Gutiérrez, V., & Vidal, C. J. (2008). Modelos de gestión de inventarios en cadenas de

abastecimiento: Revisión de la literatura. *Revista Facultad de Ingeniería*, 43, 134–149.

Hernandez, S. (2010). *Un algoritmo recocido simulado – sección dorada para el problema de reaprovisionamiento multiproducto estocástico con demanda estocástica simulated annealing – golden section algorithm for the multiproduct replenishment problem with stochastic demand*. July. <https://doi.org/10.15517/rmta.v17i2.2124>

Ho, W.-T. (2013). Determining the Optimum Ordering Policy in Multi-Item Joint Replenishment Problem Using a Novel Method. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013. <https://doi.org/10.1155/2013/469794>

Hu, Q., Yang, J., & Yang, L. (2012). The impact of e-commerce on organizational performance: The role of absorptive capacity and integrative capability. *Lecture Notes in Business Information Processing*, 108 LNBIP, 261–273. https://doi.org/10.1007/978-3-642-29873-8_25

Hübner, A., Kuhn, H., & Wollenburg, J. (2016). Last mile fulfilment and distribution in omni-channel grocery retailing: A strategic planning framework. *International Journal of Retail and Distribution Management*, 44(3), 228–247. <https://doi.org/10.1108/IJRDM-11-2014-0154/FULL/XML>

Karim, T., China, P. R., & Qi, X. (2018). *International Journal of Business and Applied Social Science (IJBASS) Review Dual-channel supply chain pricing and coordination*. September, 93–108. <http://ijbassnet.com/>

Kembro, J. H., Norrman, A., & Eriksson, E. (2018). Adapting warehouse operations and design to omni-channel logistics: A literature review and research agenda. *International Journal of Physical Distribution and Logistics Management*, 48(9), 890–912.

<https://doi.org/10.1108/IJPDLM-01-2017-0052>

Khouja, M., & Goyal, S. (2008). A review of the joint replenishment problem literature: 1989–2005. *European Journal of Operational Research*, 186(1), 1–16.

<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.03.007>

Kundu, A., & Chakrabarti, T. (2010). A multi-product continuous review inventory system in stochastic environment with budget constraint. *Optimization Letters* 2010 6:2, 6(2), 299–313. <https://doi.org/10.1007/S11590-010-0245-3>

Mineo, C., Lines, D., & Cerniglia, D. (2021). Generalised bisection method for optimum ultrasonic ray tracing and focusing in multi-layered structures. *Ultrasonics*, 111(October 2020). <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2020.106330>

Modak, N. M., & Kelle, P. (2019). Production, Manufacturing and Logistics Managing a dual-channel supply chain under price and delivery-time dependent stochastic demand. *European Journal of Operational Research*, 272, 147–161. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.05.067>

Perdigón Llanes, R., Viltres Sala, H., & Madrigal Leiva, ivis rosa. (2018). Estrategias de comercio electrónico y marketing digital para pequeñas y medianas empresas E-commerce and digital marketing strategies for small and medium-sized enterprises. *Revista Cubana de Ciencias Informáticas*, 12(3), 17.

Petinis, V. V, Tarantilis, C. D., & Kiranoudis, C. T. (2007). *Warehouse sizing and inventory scheduling for multiple stock-keeping products* Warehouse sizing and inventory scheduling for multiple stock-keeping products. 7721. <https://doi.org/10.1080/0020772042000320795>

Ríos, F., Martínez, A., Palomo, T., Cáceres, S., & Díaz, M. (n.d.). *Inventarios probabilísticos*

con demanda independiente de revisión continua, modelos con nuevos pedidos

Probabilistic Stocks with Independent Demand of Continuous Check, Models with New Requests.

Rojas Tibaduiza, J. E., & Integral, E. en G. en L. (2016). *Propuesta para la implementación de una política de inventario, mediante el uso del modelo probabilístico de revisión continúa para una compañía del sector de la construcción.*

<https://repository.unimilitar.edu.co/handle/10654/14904#.YLVDOvPfjTQ.mendeley>

Roundy, R. (1984). *TR000642.pdf* (p. 67).

Saracoglu, I., Topaloglu, S., & Keskinurk, T. (2014). *A genetic algorithm approach for multi-product multi-period continuous review inventory models.*

<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2014.07.003>

Schroeder, R. G. (n.d.). *Administración de Operaciones Capítulo I: Función de Operaciones.*

Shi, Y., Guo, X., & Yu, Y. (2018). Dynamic warehouse size planning with demand forecast and contract flexibility. *International Journal of Production Research*, 7543, 1–13.

<https://doi.org/10.1080/00207543.2017.1336680>

Sicilia Rodríguez, J., San Jose, L., & Gaecía- Laguna, J. (2009). Modelos de tamaño del lote con demanda parcialmente satisfecha. *Revista Ingeniería Industrial*, 8(2), 19–30.

Silver. (2016). *On " A Simple Method of Determining Order Quantities in Joint Replenishments under Deterministic Demand Author (s): S . K . Goyal and A . S . Belton Published by : INFORMS Stable URL : http://www.jstor.org/stable/2630331 REFERENCES Linked references are. 25(6), 12–13.*

- Teorema de Karush Kuhn Tucker en PNL (Ejercicios Resueltos)*. (n.d.). Retrieved February 5, 2022, from <https://www.gestiondeoperaciones.net/programacion-no-lineal/teorema-de-karush-kuhn-tucker-aplicado-a-un-problema-de-programacion-no-lineal/>
- Torres Cárdenas, F. A., Eduardo Díaz Bohórquez, C., Torres Cárdenas, F. A., & Díaz Bohórquez, C. E. (2020). *Dual Channel Warehouse Sizing Under a Piecewise Linear Warehousing Cost Structure*. 347–361. https://doi.org/10.1007/978-3-030-61947-3_24
- Torres Cárdenas, F. (2020). Gestión de inventarios en un almacén doble canal con restricciones de dimensionamiento.
- Uzsoy, R., Fowler, J. W., & Mönch, L. (2018). A survey of semiconductor supply chain models Part II: demand planning, inventory management, and capacity planning. *Https://Bibliotecavirtual.Uis.Edu.Co:2236/10.1080/00207543.2018.1424363*, 56(13), 4546–4564. <https://doi.org/10.1080/00207543.2018.1424363>
- Valencia Cárdenas, M., Díaz Serna, F. J., & Correa Morales, J. C. (2015). Inventory planning with dynamic demand. A state of art review. *Dyna*, 82(190), 182–191. <https://doi.org/10.15446/dyna.v82n190.42828>
- Vanvuchelen, N., Gijbrecchts, J., & Boute, R. (2020). Use of Proximal Policy Optimization for the Joint Replenishment Problem. *Computers in Industry*, 119, 103239. <https://doi.org/10.1016/j.compind.2020.103239>
- Veloz-Navarrete, C., & Parada-Gutierrez, O. (2017). Métodos para mejorar la eficiencia y la toma de decisiones en la gestión de inventarios. *Revista Ciencia UNEMI*, 10(22), 29–38.
- Wang, L., Qu, H., Li, Y., & He, J. (2013). Modeling and optimization of stochastic joint

replenishment and delivery scheduling problem with uncertain costs. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2013. <https://doi.org/10.1155/2013/657465>

Yao, M. J., & Huang, J. Y. (2017). Optimal lot-sizing and joint replenishment strategy under a piecewise linear warehousing cost structure. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 28(3), 791–803. <https://doi.org/10.1007/s10845-014-1027-z>

Zhang, J., Farris, P. W., Irvin, J. W., Kushwaha, T., Steenburgh, T. J., & Weitz, B. A. (2010). Crafting Integrated Multichannel Retailing Strategies. *Journal of Interactive Marketing*, 24(2), 168–180. <https://doi.org/10.1016/J.INTMAR.2010.02.002>