

Estudio de la dinámica de transmisiones de cadena de rodillos de una etapa mediante un modelo
de dinámica multicuerpo

Daniel Eduardo Cárdenas Herrera y Diego Arley Mejía Anaya

Trabajo de grado para optar al título de ingeniero mecánico

Director

Luis Humberto Martínez Palmeth

Doctor en Diseño Avanzado en Ingeniería Mecánica

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

Escuela de Ingeniería Mecánica

Ingeniería Mecánica

Bucaramanga

2026

Agradecimientos

A Dios, por darnos la vida, la salud y la fortaleza necesaria para mantenernos firmes en los momentos más difíciles de este camino y permitirnos culminar con éxito esta etapa.

A nuestras familias, por ser el pilar fundamental de nuestras vidas, por su apoyo incondicional en cada decisión y por la confianza infinita que siempre depositaron en nosotros para alcanzar nuestras metas profesionales.

A nuestro director de proyecto, el profesor Luis Humberto Martínez Palmeth, por su orientación, dedicación y valiosos aportes durante el desarrollo de este trabajo; su apoyo incondicional fue fundamental, ya que sin su guía no habríamos logrado cumplir los objetivos de esta tesis.

A la Universidad Industrial de Santander y a cada uno de los profesores de la Escuela de Ingeniería Mecánica que nos acompañaron durante toda la carrera, compartiéndonos los conocimientos y las habilidades necesarias para enfrentar cualquier desafío del ámbito profesional con rectitud, responsabilidad y ética.

Tabla de contenido

1. Introducción	13
1.1 Estado del arte.....	13
1.2 Planteamiento del problema.....	19
1.3 Justificación	21
1.4 Objetivos.....	22
2. Marco Teórico	23
2.1 Transmisiones mecánicas.....	23
2.2 Vibraciones mecánicas.....	24
2.3 Ecosistema de simulación.	25
3. Metodología.	30
3.1 Identificar los parámetros necesarios para un estudio de dinámica multicuerpo.....	30
3.2 Generación y simulación de los modelos CAD y MBD de las diferentes simulaciones computacionales.....	31
3.3 Proponer lineamientos de diseño y operación de cadenas de rodillos basados en frecuencias naturales y fuerzas de impacto.	37
4. Modelo de dinámica multicuerpo (MBD) y Elementos finitos (FEM).....	38
4.1 Modelo de dinámica multicuerpo (MBD).....	38
4.1.1 Creación de juntas y contactos.....	38
4.2 Modelo de elementos finitos (FEM).....	41

5. Resultados y discusión.	43
5.1 Identificar los parámetros necesarios para un estudio de dinámica multicuerpo.....	43
5.1.1 Análisis y Discusión: Identificación de Parámetros para el Modelo MBD	45
5.2 Generación y simulación de los modelos CAD y MBD de las diferentes simulaciones computacionales.....	46
5.2.1 Configuración de la Barra de Prueba	47
5.2.2 Comparativa de Resultados: Analítico vs. Computacional.....	48
5.3.1 Caracterización Geométrica y Volumétrica de los Modelos	54
5.4 Análisis de Independencia de Malla y Selección del Elemento.....	56
5.4.1 Resultados del Estudio Empírico de Convergencia	56
5.4.2 Selección de las Dimensiones por Tamaño de cadena	57
5.5 Resultados del Análisis Modal y Formas de Vibración	58
5.5.1 Tabla Maestra de Frecuencias Naturales (Frecuencia Fundamental).....	61
5.6 Desarrollo del Modelo Estadístico Predictivo	61
5.6.1 Evaluación de la Bondad de Ajuste	62
5.7 Análisis y discusión: Generación y simulación de los modelos CAD y MBD de las diferentes simulaciones computacionales parte modal.....	63
5.8 Resultados del análisis en el entorno Motion	65
5.9 Análisis y discusión: Generación y simulación de los modelos CAD y MBD de las diferentes simulaciones computacionales parte motion	77

5.10 Proponer lineamientos de diseño y operación de cadenas de rodillos basados en frecuencias naturales y fuerzas de impacto entre rodillos y dientes de catarinas.	79
6. Conclusiones	82
7. Referencias	84
Apéndices.....	87

Lista de Tablas

Tabla 1_Información de interés en artículos investigados	30
Tabla 2 Tolerancias de los Cad	34
Tabla 3_Componentes para el CAD de las cadenas.....	34
Tabla 4_Formas de comunicación entre SolidWorks y ANSYS.....	35
Tabla 5_Parámetros necesarios para MBD	44
Tabla 6_Parámetros de los modelos MBD, para cada tamaño de cadena.	44
Tabla 7_Parámetros físicos y dimensionales de la barra de acero para validación	47
Tabla 9_Porcentaje de diferencia entre los escenarios a y b.	50
Tabla 10_Diferencias porcentuales entre los escenarios c y d.	51
Tabla 11_Parámetros geométricos y operativos para la validación de la distribución de carga	52
Tabla 12_Errores relativos entre la simulación Ansys y el artículo.	53
Tabla 13_Resultados de masa e inercia para los 33 escenarios de simulación.....	55
Tabla 14_Tamaños de elemento seleccionados para el análisis de frecuencias	58
Tabla 15_Descripción de las formas de vibración para los 10 modos detectados	58
Tabla 16_Resultados de frecuencias naturales (Hz) para el Modo 1 en los 33 escenarios evaluados	61
Tabla 17_Métricas de desempeño y bondad de ajuste del modelo estadístico	62
Tabla 18 Diferencia porcentual entre las fuerzas máximas de cada giro para RV1	67
Tabla 19 Diferencia porcentual entre las fuerzas máximas de cada giro para RV1	71

Tabla 20_Fuerzas de impacto máximas y relación de carga piñón conductor/conducido para los

33 escenarios 73

Tabla 21 Tabla con las diferencias entre simulaciones estáticas y dinámicas. 76

Lista de Figuras

Figura 1 Componentes de una cadena de rodillos simple.....	24
Figura 2_Ecosistema de simulación para el análisis dinámico de transmisiones por cadena.....	25
Figura 3_Módulos motion y modal de Ansys Workbench.....	28
Figura 4_Junta de revolución entre pasador y cara interna del buje y entre la cara externa del buje y la cara interna del rodillo.	38
Figura 5 Contactos entre cara externa del rodillo y perfil de diente de los sprockets.	39
Figura 6 Modelo de dinámica multicuerpo para el entorno de simulación Motion.....	40
Figura 7_Distribución y tamaño del elemento para la cadena ANSI 40.....	41
Figura 8_Condición de contorno aplicada al eje de cada sprocket.	42
Figura 9_Representación de condiciones de contorno para viga en voladizo (Free-free).....	47
Figura 10_Escenarios de comparación de resultados entre ANSYS y bibliografía.....	48
Figura 11_Perfil de distribución de carga estática obtenido de la literatura técnica.....	52
Figura 12_Comparativa de escala y volumen de los ensamblajes generados: ANSI 50, 120 y 240	54
Figura 13_Escenarios para evaluar para cada cadena, donde se varia la RV.....	54
Figura 14_Curvas de convergencia del primer modo de vibración vs. tamaño de elemento para Ansi 40-80-140-200.	57
Figura 15_Gráficas de análisis de errores: Real vs. Predicho y Distribución del Error Porcentua	63

Figura 16_Distribución de fuerzas de contacto por diente para piñón conductor en las cadenas ANSI 40 – 160 - 240 con RV 1	65
Figura 17_Distribución de fuerzas de contacto por diente para los tres giros en las cadenas ANSI 40 – 160 -240 con RV 1	67
Figura 18_Distribución de fuerzas de contacto por diente para piñón conducido en las cadenas ANSI 40 – 160 - 240 con RV 1	68
Figura 19_Distribución de fuerzas de contacto por diente para los tres giros en las cadenas en el piñón conducido de ANSI 40 – 160 -240 con RV 1	70
Figura 20_Comparativa de fuerzas rodillo-diente entre piñón y Catarina para distintas RV de las cadenas ANSI 40 – 160 – 240 para el primer giro.	72
Figura 21_Resultados del análisis estático junto con los resultados dinámicos.	75

Lista de Apéndices

Apéndice A. Tabla resumen de los datos obtenidos en ANSYS Modal.....	87
Apéndice B. Resultados de las Modal Shape para cada configuración	94
Apéndice C. Cálculos de fuerza para cada cadena ANSI	105
Apéndice D. Tabla de resultados de todas las simulaciones en Ansys Motion.....	106
Apéndice E. Ilustraciones de los dientes analizados en los análisis estáticos.	147
Apéndice F. Código de Python utilizado para generar la ecuación de mínimos cuadrados.....	148

Resumen

Título: Estudio de la dinámica de transmisiones de cadena de rodillos de una etapa mediante un modelo de dinámica multicuerpo*

Autor(es): Daniel Eduardo Cárdenas Herrera y Diego Arley Mejía Anaya**

Palabras clave: Cadena de rodillos, Modelo de dinámica multicuerpo, Análisis modal, Fuerzas de impacto, Ansys Motion, simulación.

Las transmisiones por cadena de rodillos son ampliamente utilizadas en maquinaria industrial, pero su comportamiento dinámico bajo distintas configuraciones geométricas y de velocidad sigue siendo poco caracterizado de forma sistemática. Este trabajo tuvo como objetivo estudiar la dinámica de transmisiones de cadena de rodillos de una etapa mediante un modelo de dinámica multicuerpo (MBD, por sus siglas en inglés), cubriendo once tamaños normalizados conforme a la norma ANSI B29.1 variando las relaciones de velocidad (RV) desde 1:1 hasta 3:1. Se desarrollaron modelos CAD en SolidWorks y se exportaron a ANSYS Workbench para realizar simulaciones modales mediante elementos finitos y análisis dinámico en ANSYS Motion. Se llevaron a cabo 42 escenarios de simulación, incluidos estudios de convergencia de malla; además, previo a la ejecución de las simulaciones, se generaron escenarios específicos centrados en contrastar los resultados obtenidos con soluciones analíticas y datos de la literatura. Los resultados del análisis modal revelaron que las cadenas son más susceptibles a resonancia lateral que a flexión vertical, con frecuencias naturales fuera del plano tan bajas como 39.26 Hz frente a 82.87 Hz en el modo vertical. En las series pesadas ANSI 160–240, incrementar la RV elevó los picos de fuerza de impacto en el piñón conductor hasta un 26.8 %.

Se ajustó una ecuación predictiva multifactorial de frecuencia natural en función del paso, la RV y la distancia entre centros, con métricas de ajuste de error satisfactorias. Los lineamientos derivados permiten preseleccionar configuraciones de cadena, controlar la distancia entre centros como variable de sintonización dinámica y evitar configuraciones de alta reducción en una sola etapa para transmisiones de alta potencia.

*Trabajo de grado

**Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de ingeniería mecánica. Director Phd Luis Humberto Martinez Palmeth

Abstract

Title: Study of the Dynamic Behavior of a Single-Stage Roller Chain Transmission Using a Multibody Dynamics Model*

Author(s): Daniel Eduardo Cárdenas Herrera and Diego Arley Mejía Anaya**

Keywords: Roller chain, Multibody dynamics model, Modal analysis, Impact forces, Ansys Motion, simulation.

Roller chain transmissions are widely used in industrial machinery, but their dynamic behavior under different geometric and speed configurations remains little characterized systematically. This work aimed to study the dynamics of a single-stage roller chain transmissions using a multibody dynamics (MBD) model, covering eleven standardized sizes according to ANSI B29.1, varying the speed ratios (SR) from 1:1 to 3:1. CAD models were developed in SolidWorks and exported to ANSYS Workbench to perform modal simulations using finite elements and dynamic analysis in ANSYS Motion. A total of 42 simulation scenarios were conducted, including mesh convergence studies; additionally, prior to running the simulations, specific scenarios were generated to compare the results with analytical solutions and literature data. The modal analysis results revealed that chains are more susceptible to lateral resonance than vertical bending, with natural frequencies outside the plane as low as 39.26 Hz compared to 82.87 Hz in the vertical mode. In the heavy ANSI series 160–240, increasing the SR raised impact force peaks on the driving sprocket by up to 26.8%.

A multifactorial predictive equation for natural frequency was developed based on pitch, SR, and center distance, with satisfactory error metrics. The derived guidelines allow for preselecting chain configurations, controlling the center distance as a variable for dynamic tuning, and avoiding high reduction configurations in a single stage for high-power transmissions.

*Trabajo de grado

**Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de ingeniería mecánica. Director Phd Luis Humberto Martinez Palmeth

1. Introducción

1.1. Estado del arte

El análisis del comportamiento de las transmisiones por cadena de rodillos ha evolucionado desde aproximaciones cinemáticas clásicas hasta simulaciones complejas mediante la integración de programas computacionales especializados. La literatura científica reciente se caracteriza por un enfoque de alta especialización, orientado al estudio de mecanismos particulares. Aunque se proporcionan datos valiosos sobre las fuerzas de contacto y la precisión de distintas metodologías, la información disponible es especializada, lo que limita su aplicabilidad en contextos generales. Por consiguiente, el estado actual del conocimiento presenta las investigaciones agrupadas en tres ejes temáticos distintos: el primero se centra en estudios analíticos relacionados con la cinemática de las cadenas de rodillos; el segundo, en la distribución de carga estática y dinámica; y, por último, en la integración de modelos de dinámica multicuerpo.

“Toward a More Exact Kinematics of Roller Chain Drives”. El artículo de Chen y Freudenstein analiza la cinemática precisa de las transmisiones por cadena de rodillos que operan a baja velocidad y con desgaste mínimo, con el objetivo de comprender el efecto negativo de la acción poligonal (o cordal) y las fluctuaciones del movimiento asociadas. Para ello, los autores desarrollan un modelo matemático en el que la transmisión se representa de forma instantánea mediante un mecanismo equivalente de cuatro barras, lo que permite eliminar las suposiciones tradicionales que exigían que la longitud del vano fuera un número entero de pasos. Entre sus hallazgos principales, el estudio demuestra analíticamente que la longitud de la cadena en contacto con las ruedas dentadas varía de forma discontinua durante el ciclo de engranaje, y revela que el rendimiento cinemático de la transmisión es sumamente sensible a pequeñas variaciones en la distancia entre centros, lo que sugiere posibles mejoras en el diseño y la instalación.

“A Method to Determine the Static Load Distribution in a Chain Drive”, Troedsson y Vedmar abordan la problemática de las oscilaciones transversales y longitudinales que experimentan las transmisiones por cadena durante su operación a velocidades moderadas y elevadas, fenómeno en el cual las fuerzas inerciales inciden en el funcionamiento. La metodología propuesta consiste en un modelo dinámico que incorpora las fuerzas gravitatorias, las fuerzas inerciales de los propios rodillos, la elasticidad de los eslabones y la interacción entre los dos vanos (tenso y holgado), empleando la geometría completa sin practicar simplificaciones. Los resultados revelan que la geometría de los dientes ejerce una influencia significativa en el comportamiento macroscópico del sistema; asimismo, confirmaron que la masa inercial de la cadena modifica las fuerzas de tensión y que la utilización de un tensor en el lado holgado reduce de manera eficiente las fluctuaciones transversales a altas velocidades.

En un estudio previo, Troedsson y Vedmar (1999) abordaron el problema de determinar con precisión la distribución de carga estática en los rodillos, cuestionando los modelos anteriores que asumían de manera incorrecta un ángulo de contacto constante para todos los rodillos en el sprocket. La metodología empleada se fundamenta en un equilibrio de fuerzas combinado con las restricciones geométricas del estándar europeo (DIN 8187), permitiendo que los rodillos se desplacen libremente sobre los flancos de los dientes en función de la deformación elástica de los eslabones, y considerando el sistema con sus vanos en tensión y en compresión. Como resultado, demostraron que el ángulo de aplicación de la fuerza de contacto varía considerablemente entre un diente y otro, evidenciando que los enfoques clásicos subestimaban la distribución real de la carga y que es esencial incluir la deformación de la cadena en los cálculos.

“Analysis of Roller Chain Drive System with Multi-Flexible Body Dynamics Methodology”. El estudio de Suwannahong y Suvanjumrat busca solucionar la dificultad de

predecir la resistencia estructural y la distribución de carga dinámica en los componentes de la cadena, ya que los métodos analíticos puros o el Método de Elementos Finitos (FEM) estático no logran capturar los efectos dinámicos complejos. Para lograrlo, implementaron una metodología de Dinámica de Cuerpos Multiflexibles (MFBD) que integra la simulación multicuerpo con mallas de elementos finitos sólidos para las placas, pines y rodillos, simulando su contacto rodante contra un sprocket rígido. Sus hallazgos validaron el modelo al obtener un error promedio de 12.32% frente a soluciones analíticas, logrando mapear con éxito los esfuerzos de Von Mises e identificando que la fuerza de tensión máxima y las áreas críticas de falla ocurren invariablemente cuando el eslabón transita por la posición superior (doce en punto) de la rueda dentada.

“Cylindrical Contact Force Models for the Dynamics of Roller Chain Drives” Ambrósio, Malça y Ramalho centran su investigación en el problema de la degradación del rendimiento dinámico provocada por las holguras mecánicas en las uniones. Dichas holguras generan impactos internos, fricción y vibración, aspectos que suelen omitirse en los modelos cinemáticos ideales. Su método reemplaza las restricciones cinemáticas perfectas con un modelo de multibloques en plano que incorpora juntas de revolución con múltiples holguras, utilizando un modelo de fuerza de contacto cilíndrico mejorado que integra la detección geométrica de impactos y efectos disipativos, como fricción y restitución. La principal conclusión es que los modelos de contacto estrictamente elásticos producen resultados dinámicos no realistas; en cambio, la inclusión adecuada de las holguras y la disipación de energía permite comprender cómo se incrementan las fuerzas impulsivas internas y las vibraciones en transmisiones pretensadas.

“Dynamic Analysis and Simulation of a Roller Chain Drive System on RecurDyn” Zhao y sus colaboradores abordan de manera cuidadosa el desafío de simular sistemas de transmisión por cadena en condiciones de alta velocidad y carga pesada. Reconocen que muchos estudios previos

solo se enfocaron en el vano tenso, sin considerar el sistema en su totalidad. Su método consiste en desarrollar un modelo matemático basado en la teoría de recursividad generalizada, creando ecuaciones cinemáticas más compactas. Después, resuelven la dinámica completa, incluyendo dos sprockets y dos vanos, utilizando simulación en RecurDyn. Los resultados que obtienen ofrecen curvas detalladas de velocidad, desplazamiento y tensión dinámica, mostrando que la transferencia de los enlaces entre los lados tenso y holgado produce cambios importantes en la amplitud y la frecuencia de vibración del sistema.

“Dynamics of chain drives using a generalized revolute clearance joint formulation”. El artículo de Pereira, Ambrósio y Ramalho investiga la inestabilidad computacional y la dificultad analítica que representa modelar la dinámica de engrane, caracterizada por múltiples impactos simultáneos entre los rodillos y las intrincadas superficies del diente del sprocket. Para resolverlo, desarrollaron una formulación matemática generalizada para juntas de revolución con holgura que describe las condiciones de contacto a partir de las siete zonas de la geometría real del diente (curva de asiento, recta, curva de trabajo, etc.), utilizando un modelo de fuerza continua evaluable en todo instante. Los hallazgos demostraron que referenciar las ecuaciones a un sistema de coordenadas anclado al diente minimiza el costo computacional y permite predecir con gran fidelidad cómo la acción poligonal, combinada con tolerancias dimensionales, inyecta picos transitorios severos en las fuerzas de transmisión.

“Kinematic and dynamic modeling and approximate analysis of a roller chain drive”, Fuglede y Thomsen estudian cómo las vibraciones acopladas, tanto transversales como longitudinales, son provocadas por la acción poligonal y las fluctuaciones en la longitud de la cadena, abordándolo como un sistema dinámico que incluye efectos giroscópicos. Su método empieza con un análisis cinemático para determinar la longitud de envoltura, y luego usa la teoría

de perturbaciones (como el método de escalas múltiples) para modelar dinámicamente, considerando los vanos como cuerdas en movimiento axial con condiciones de contorno que pueden deformarse (sprockets compliantes). Entre sus descubrimientos, demostraron geométricamente que los vanos tensos cambian de longitud en cada ciclo de los dientes, lo que requiere que el mecanismo tenga componentes elásticos para evitar fallos. También encontraron matemáticamente las condiciones críticas de resonancia interna y externa que pueden intensificar las vibraciones del sistema.

“Model of contact between rollers and sprockets in chain-drive systems”, Pedersen evalúa el problema de predecir de forma estable y precisa las fuerzas dinámicas e impactos mecánicos que sufren las transmisiones de los masivos motores diésel marinos. El autor aborda esto mediante un método numérico de fuerzas de contacto continuo, desarrollando y comparando dos perfiles de interacción: uno que asume la geometría del diente de forma circular simplificada, y otro que respeta estrictamente las tangentes y radios del perfil real, representando la cadena mediante masas concentradas y conjuntos de resortes-amortiguadores. Los hallazgos concluyeron categóricamente que el modelo que incorpora el perfil real es superior a la circular, pues captura el comportamiento cinemático discontinuo de la acción poligonal, mejora notablemente la estabilidad de las fuerzas de contacto y correlaciona de manera excelente con las predicciones analíticas.

La revisión de la literatura revela que se han desarrollado bases matemáticas útiles para entender las variaciones en el movimiento causadas por el efecto poligonal. Asimismo, se han propuesto metodologías MBD para estimar fuerzas en contacto y efectos de resonancia en los componentes de la cadena en momentos específicos. Sin embargo, el uso de modelos principalmente estáticos o enfoques dinámicos simplificados deja en la incertidumbre cómo influye la geometría completa en las fuerzas entre el rodillo y el diente de manera práctica. Por

ello, existe un espacio para entender mejor cómo los picos de fuerza durante los contactos y los cambios en la forma afectan las frecuencias de resonancia, especialmente en configuraciones con rpm críticas. Este escenario motiva el presente trabajo de grado, que busca integrar el análisis de frecuencias naturales y el modelado dinámico, enfocado en aplicar estos conocimientos a las normativas de cadenas de rodillos ANSI.

1.2. Planteamiento del problema

Las transmisiones por cadena de rodillos son uno de los mecanismos más empleados en aplicaciones industriales gracias a su alta eficiencia energética, que puede alcanzar el 98 % en condiciones óptimas de lubricación, y a su capacidad de operar en amplios rangos de velocidad y torque (American Chain Association, 2006). No obstante, su operación genera dos categorías de solicitudes dinámicas que comprometen la integridad del sistema. La primera corresponde al fenómeno de resonancia: cuando la frecuencia de una fuente de excitación —como la frecuencia de paso de los eslabones— se aproxima a una de las frecuencias naturales de la cadena, la amplitud de vibración puede crecer de forma descontrolada y provocar daños en el sistema de transmisión (Autodesk, 2024). La segunda corresponde a las fuerzas de impacto rodillo-diente que se generan durante el contacto entre ellos: en cada instante en que un rodillo entra en contacto con el perfil de un diente de la catarina, se produce un choque que induce picos de carga transitorios cuya magnitud depende de la masa de la cadena, la velocidad angular y la relación de velocidades entre los piñones (Liu et al., 2013).

Aunque la literatura registra investigaciones sobre el comportamiento dinámico de transmisiones por cadena de rodillos, la mayoría se limita a configuraciones geométricas particulares —sistemas de transporte de carga, transmisiones de bicicleta o ángulos de envoltura específicos— lo que restringe la replicabilidad de los estudios y su aplicabilidad en condiciones generales (Pereira et al., 2010). Esta fragmentación impide contar con una caracterización sistemática que relacione las frecuencias naturales y los picos de fuerza de impacto para un alto porcentaje del espectro de cadenas normalizadas según la norma ANSI B29.1.

Con el propósito de atender esta brecha, el presente trabajo plantea el desarrollo de un modelo de dinámica multicuerpo (MBD) para transmisiones de cadena de rodillos de una sola

etapa, aplicado a once tamaños de cadenas correspondientes a los estándar ANSI 40 a 240, con relaciones de velocidad entre 1:1 y 3:1. El modelo permitirá, por un lado, estimar las frecuencias naturales de cada configuración y determinar las condiciones de operación que favorecen las vibraciones; por otro lado, cuantificar las fuerzas de impacto transitorias sobre rodillos y dientes de catarinas bajo diferentes relaciones de velocidad, parámetros geométricos y propiedades inerciales de la cadena. La integración de ambos tipos de información posibilitará formular lineamientos de diseño y operación que contribuyan a aumentar la vida útil de las transmisiones industriales de uso general.

1.3. Justificación

El presente proyecto surge en torno a las problemáticas asociadas a las vibraciones y el fenómeno de resonancia en transmisiones por cadena de rodillos. En la práctica, se ha evidenciado que la excitación de frecuencias naturales compromete la integridad mecánica del sistema, conllevando riesgos de fallos operativos significativos y una disminución del rendimiento general (Autodesk, 2024). La escasez actual de investigaciones centradas en la resonancia limita la capacidad de replicar estudios y aplicar conocimientos preventivos en múltiples escenarios (Pereira et al., 2010).

Desde el punto de vista ingenieril, el desarrollo de un modelo de dinámica multicuerpo (MBD) permite capturar interacciones dinámicas complejas. A través de herramientas de CAD y CAE, como SOLIDWORKS y ANSYS, es posible analizar el comportamiento de cadenas estándar, incluidas las fuerzas de contacto e impacto entre rodillos y dientes, dinámicas fundamentales para predecir el desgaste y el ruido acústico.

Adicionalmente, este trabajo aportará una base técnica y una metodología replicable que genere un volumen considerable de datos numéricos. Estos resultados servirán como fundamento empírico para la formulación de lineamientos de diseño orientados a mitigar los efectos de la resonancia.

1.4. Objetivos

El objetivo general de este trabajo es crear un modelo de dinámica multicuerpo para transmisiones de cadenas de rodillos de una etapa con capacidad de estimar frecuencias naturales y cargas sobre rodillos y dientes de catarinas.

Para lograr con este objetivo general, el primer objetivo específico radica en identificar los parámetros necesarios para un estudio de dinámica multicuerpo en transmisiones mecánicas por cadenas de rodillo de una etapa. El segundo objetivo específico se enfoca en generar y simular los modelos CAD y MBD de las diferentes simulaciones computacionales en el entorno SOLIDWORKS ANSYS. Por último, el tercer objetivo específico consiste en proponer lineamientos de diseño y operación de cadenas de rodillos basados en frecuencias naturales y fuerzas de impacto entre rodillos y dientes de catarinas.

2. Marco Teórico

2.1. Transmisiones mecánicas

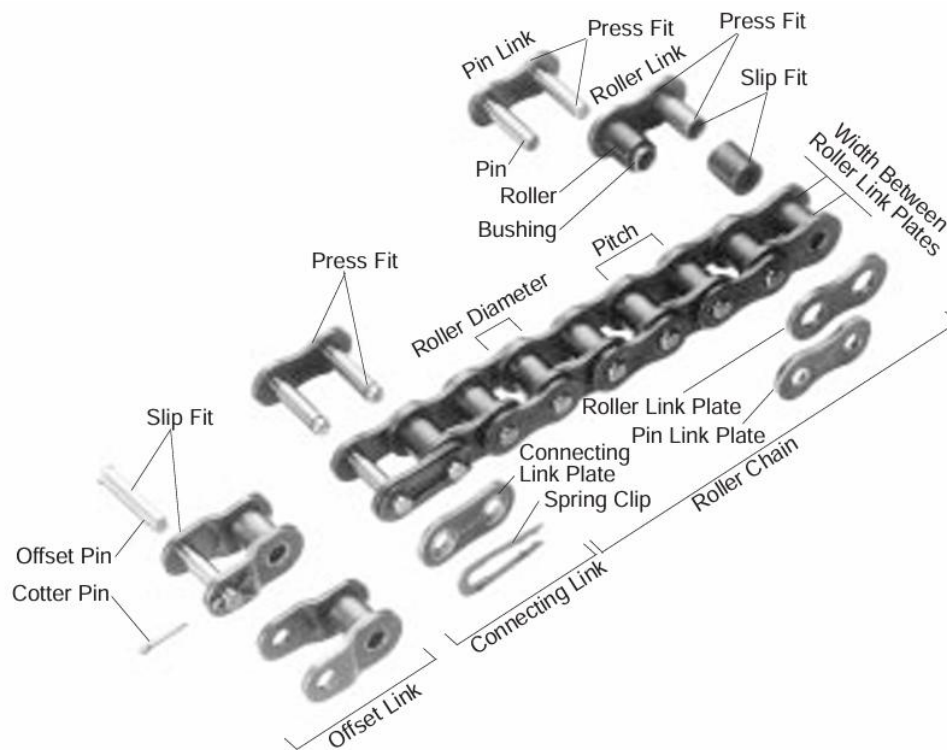
Las transmisiones mecánicas son sistemas de elementos de máquinas encargados de transferir energía y movimiento desde una fuente motriz hasta un eje conducido, permitiendo la modificación de la velocidad angular y el torque.

El sistema de transmisión de potencia más utilizado a nivel global es el de cadenas de rodillos debido a su alta eficiencia, que puede alcanzar el 98% en condiciones óptimas de lubricación. Su diseño está estandarizado para permitir la intercambiabilidad global, siendo la norma ANSI B29.1 la que rige las proporciones geométricas que aseguran un engrane fluido y una distribución de esfuerzos uniforme en los pasadores. La dinámica de este componente es compleja, ya que la naturaleza discreta de sus eslabones introduce variaciones en la velocidad lineal, fenómeno conocido como efecto cordal, que es la fuente principal de las vibraciones mecánicas en el sistema (Mott et al., 2018).

Una cadena de rodillos funciona gracias a la unión de cuatro piezas clave que soportan el trabajo pesado. Las placas internas y externas forman la estructura principal y aguantan los tirones o la tensión de la carga (Mott et al., 2018). El pasador une estas placas y permite que la cadena se doble al entrar en el piñón, soportando esfuerzos de corte (Budynas & Nisbett, 2020). Este pasador gira dentro de un buje, que sirve de apoyo para el rodillo y ayuda a repartir mejor la presión (Mott et al., 2018). Por último, el rodillo permite que la cadena ruede sobre los dientes del piñón en lugar de deslizarse, lo que reduce mucho la fricción y el desgaste (Budynas & Nisbett, 2020), en la figura 1 observamos los componentes de las cadenas de rodillos.

Figura 1

Componentes de una cadena de rodillos simple.



Nota: Adaptado de *The Complete Guide to Chain* (p. 18), por U.S. Tsubaki, Inc., 1997, Kogyo Chosakai Publishing Co., Ltd.

2.2. Vibraciones mecánicas

Las vibraciones mecánicas se definen como el movimiento oscilatorio de un sistema físico alrededor de una posición de equilibrio, el cual se origina por la interacción constante entre fuerzas inerciales y restauradoras. En el análisis de sistemas de transmisión de potencia, como las cadenas de rodillos, este modelo se discretiza mediante un número definido de grados de libertad (DOF); estos representan las coordenadas independientes necesarias para describir con precisión el movimiento espacial de cada componente. La correcta definición de estos grados permite

estructurar las matrices de masa $[M]$ y rigidez $[K]$ del sistema, fundamentales para cualquier estudio dinámico (Rao, 2018).

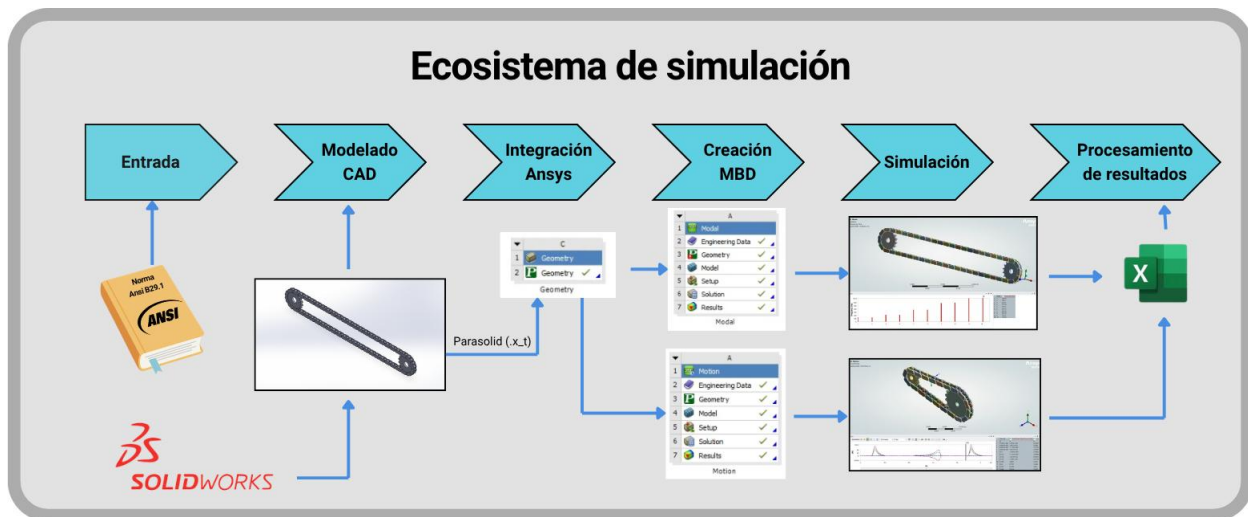
2.3. Ecosistema de simulación.

El proceso de investigación se desarrolla en un ecosistema de simulación integrado que permite, a través de los requerimientos normativos obtener resultados numéricos. Como se detalla en la Figura 2, el flujo de trabajo comienza con la fase de “Entrada”, donde se extraen los parámetros dimensionales de la norma ANSI B29.1 para la creación de un modelado CAD en SolidWorks, donde se integrará a Ansys para la creación del modelo de dinámica multicuerpo,

Finalmente, tras la ejecución de las simulaciones, se continúa con el análisis y procesamiento de los datos obtenidos a través de Excel.

Figura 2

Ecosistema de simulación para el análisis dinámico de transmisiones por cadena



Nota: Representación esquemática del ecosistema de simulación.

Los datos de entrada para el desarrollo de las simulaciones computacionales se basan en la norma ANSI B29.1, que constituye el estándar de referencia para las dimensiones, tolerancias y capacidades de carga de las transmisiones de cadenas de rodillos de precisión. Esta normativa, supervisada por la American Society of Mechanical Engineers (ASME) y acreditada por el American National Standards Institute (ANSI), establece los parámetros geométricos necesarios para garantizar la intercambiabilidad y el desempeño mecánico de los componentes.

En el ámbito de la normalización internacional, la norma ANSI B29.1 se considera uno de los pilares de la industria mecánica. Si bien existen otras regulaciones de amplia trayectoria, como la DIN 8187/8188 (Alemania) o la JIS B 1801 (Japón), estas guardan una estrecha correlación y armonización con los parámetros de la norma americana, particularmente en las series de dimensiones en pulgadas. Por lo tanto, al ejecutar simulaciones bajo los lineamientos de la ANSI B29.1, se cubre el espectro más representativo de la normalización global.

El modelado CAD (Diseño Asistido por Computadora) se fundamenta en la capacidad de representar geometrías tridimensionales mediante algoritmos matemáticos que definen volúmenes y superficies. El uso de software de modelado paramétrico permite que los componentes se definan a través de variables y relaciones geométricas, lo cual es esencial para sistemas con elementos repetitivos y estandarizados, como las transmisiones por cadena. En este entorno, la parametrización garantiza la fidelidad de las cotas y escalas, permitiendo que cualquier modificación en una variable (como el paso de la cadena) se propague de manera coherente en todo el ensamblaje.

Además de la precisión geométrica, el modelado sólido proporciona información física para el análisis dinámico. A diferencia de los modelos de superficies, los sólidos contienen datos sobre las propiedades de masa, tales como el volumen, la densidad, el centro de gravedad y el

tensor de inercia. Estos parámetros permiten que el análisis posterior en entornos de simulación sea representativo del comportamiento mecánico real del acero empleado en la fabricación de cadenas ANSI.

La integración entre las plataformas de diseño (CAD) y las de ingeniería (CAE) requiere de formatos de intercambio que preserven la integridad topológica de la geometría. Para la transferencia de datos hacia Ansys, el formato **Parasolid (.x_t)** se posiciona como la mejor opción debido a su arquitectura basada en el kernel de modelado.

A diferencia de formatos neutros como **IGES** o **STEP**, el archivo Parasolid ofrece las siguientes ventajas técnicas:

- **Integridad del Kernel:** SolidWorks utiliza el motor de modelado Parasolid. Al exportar en .x_t, se mantiene el formato nativo del núcleo geométrico, eliminando la necesidad de una traducción intermedia que suele ocurrir con otros formatos.
- **Precisión vs. STEP:** Mientras que el formato STEP (Standard for the Exchange of Product model data) es un estándar robusto, sigue siendo una traducción que puede generar pequeños errores en la definición de superficies complejas o contactos. El formato Parasolid evita la creación de "geometría sucia" (gaps o superficies solapadas).
- **Superioridad sobre IGES:** El formato IGES (Initial Graphics Exchange Specification) es un estándar antiguo basado principalmente en superficies. En modelos dinámicos de cadenas, donde el contacto rodillo-diente es crítico, IGES suele presentar "fugas" topológicas que impiden la creación de un sólido cerrado, invalidando el cálculo de masa y contacto en el solver dinámico.

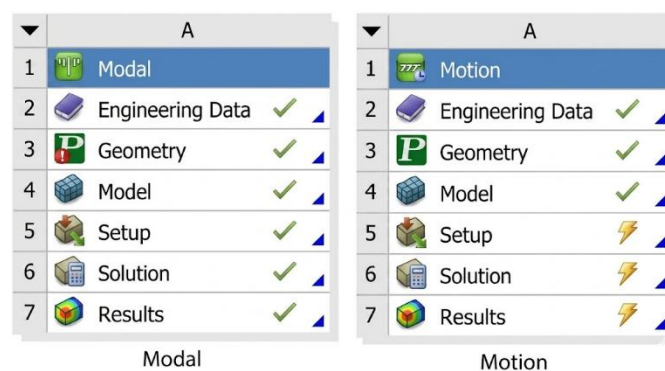
Un **modelo de Dinámica de Sistemas Multicuerpo (MBD)** es una representación matemática de un sistema mecánico en el que el movimiento global resulta de la interacción entre cuerpos independientes. Para que un modelo MBD sea funcional y preciso, debe integrar dos elementos fundamentales: las juntas cinemáticas y los modelos de contacto.

- **Juntas Cinemáticas (Joints):** Son las encargadas de restringir los grados de libertad entre dos cuerpos y de definir la naturaleza del movimiento relativo entre ellos.
- **Modelos de Contacto (Contacts):** Representan las fuerzas de interacción no lineales que ocurren cuando dos superficies se encuentran. A diferencia de las juntas, los contactos permiten el desprendimiento y la colisión.

Para el análisis integral del sistema, se emplean dos módulos dentro del ecosistema de ANSYS, los cuales se representan en la Figura 3.

Figura 3

Módulos motion y modal de Ansys Workbench.



Nota: Tomado de “Ansys Workbench 2025 R2”.

Tal como se observa en la figura anterior, los módulos **Modal** y **Motion** comparten una estructura inicial idéntica en las etapas de Engineering Data, Geometry y Model. Esto genera que

ambos análisis utilicen las mismas propiedades de material y la misma configuración geométrica paramétrica proveniente de Solidworks. Sin embargo, la diferencia esta, en el Setup y la Solution, donde cada entorno aplica una base teórica distinta para resolver el comportamiento del sistema.

El módulo **Modal** se utiliza para evaluar las frecuencias naturales y formas modales, a través de un sistema de elementos finitos, se asume un estado de vibración libre sin amortiguamiento, y se resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$M\ddot{x}(t) + Kx(t) = 0$$

Donde M y K corresponden a las matrices globales de masa y rigidez ensambladas por el software a partir de la geometría y el material de los componentes.

Para resolver la dinámica del sistema, se asume que las variaciones espaciales y temporales son separables, proponiendo una solución de la forma $x(t) = \omega g(t)$, donde ω es un vector de constantes espaciales y $g(t)$ es una función escalar dependiente del tiempo. Sustituyendo esta solución en la ecuación de movimiento y reordenando los términos algebraicamente (Au, 2017, p. 86):

$$M\omega \frac{\ddot{g}(t)}{g(t)} + K\omega = 0$$

Como las matrices K y M son definidas positivas, la constante de separación debe ser estrictamente negativa (definida como $-\omega^2$). Al sustituir este término, el modelo dinámico se convierte en el problema generalizado de autovalores en el dominio espacial:

3. Metodología.

El desarrollo del proyecto se llevará a cabo mediante la implementación de distintas fases que han sido establecidas y alineadas con los objetivos específicos propuestos, de manera que cada fase está compuesta por una serie de actividades dirigidas a garantizar el cumplimiento de dichos objetivos, las cuales se presentan a continuación.

3.1. Identificar los parámetros necesarios para un estudio de dinámica multicuerpo

El proceso para identificar los parámetros de un modelo multicuerpo inicia con una revisión bibliográfica estructurada mediante la búsqueda sistemática de información en bases de datos especializadas, utilizando palabras clave orientadas en los objetivos del proyecto, tales como "cadenas", "rodillo", "multicuerpo" y "frecuencia natural", lo que permite obtener un listado preliminar de documentos relevantes para el trabajo de grado. Para acotar esta lista, el primer criterio de selección se basa en la fecha de publicación, dando preferencia a los artículos que poseen una fecha de publicación no mayor a diez años de haberse publicado para disponer de información actual. Posteriormente, se aplica un segundo filtro mediante la lectura detallada de los resúmenes para evaluar la pertinencia de cada documento respecto a los objetivos del proyecto, en este criterio se tendrá en cuenta en primer lugar que los artículos utilicen métodos de modelo de dinámica multicuerpo, en segunda medida que analicen las frecuencias naturales y como última medida que determinen fuerzas entre rodillo y diente de la Catarina.

Tabla 1

Información de interés en artículos investigados.

	(Suvanjumrat, Suwannahong, & Thongkom, 2017)	(Fuglede, & Thomsen, 2015)	(Omar, 2014)	(Suwannahong, & Suvanjumrat, 2017)
# de simulaciones	3	3	1	5
Evaluan Frecuencias naturales	No	Si	Si	No
Evaluan fuerza rodillo - diente	Si	No	Si	Si
Tipo de cadena	Transportadora (28 rodillos y placa "j")	ANSI 25	ANSI 40	ANSI 40
Tiempo de simulación	3.04 [S]	No especifica	10 [S]	0.7755 [S]

Nota: Tabla tipo de artículos.

Una vez establecido el conjunto definitivo de documentos, se determina la cantidad de simulaciones a realizar mediante un diseño de experimentos factorial (DoE). Finalmente, se obtienen las dimensiones y factores clave de las cadenas según la norma ANSI B29.1, la cual estandariza las cadenas de rodillos que serán sometidas a simulación.

3.2. Generación y simulación de los modelos CAD y MBD de las diferentes simulaciones computacionales

Para el desarrollo de los modelos computacionales, como se enunció anteriormente, se tomará como base el catálogo completo de la norma ANSI B29.1. No obstante, se aplicarán criterios de selección específicos para la creación de los CAD en las cadenas de rodillos.

Primero, se decidirá no incluir en el estudio las cadenas de paso pequeño, como las series 25, 35 y 41. Esto se debe a que las dos primeras no tienen rodillos, sino casquillos sólidos en su diseño, además, las dimensiones de la cadena 41 son muy parecidas a las de la serie 40, lo que podría resultar en resultados repetitivos. Así, el muestreo y análisis del espacio de diseño comenzarán desde la cadena ANSI 40.

En segundo lugar, se descartarán las variantes de la serie pesada (identificadas con el sufijo H, como la 60H o 80H). Las cadenas "Heavy Series" poseen placas de eslabón más gruesas

(equivalentes al espesor de la cadena del siguiente tamaño superior), lo cual altera la relación de masa e inercia sin modificar el paso (P) ni el perfil del diente, la inclusión de la serie H introduciría variables de rigidez adicionales que podrían desviar los patrones de frecuencia natural que se pretenden estandarizar para la serie convencional.

De este modo, el estudio se enfocará en 11 series de cadenas pertenecientes a la norma ANSI B29.1, desde la ANSI 40 hasta la ANSI 240, cubriendo así el rango más utilizado para la transmisión de potencia.

El primer factor del DoE, relacionado con la escala geométrica de las cadenas, aparece en 11 tamaños diferentes, como se describió anteriormente. El segundo factor, que controla la cinemática del sistema, incluye 3 niveles de relación de velocidad para cada serie, la siguiente fórmula describe el número de escenarios.

$$\#_{escenarios} = 11 \text{ series ANSI} \times 3 \text{ RV} = 33 \text{ escenarios de simulación}$$

Para la configuración de los 33 escenarios de simulación, se establecerán relaciones de velocidad que representen las condiciones de operación más comunes en la industria mecánica. En la mayoría de los modelos (desde la cadena ANSI 40 hasta la 180), se emplearán relaciones de 1, 2 y 3. No obstante, debido a las restricciones geométricas y las altas inercias propias de las transmisiones de gran tamaño, se realizarán ajustes específicos para las cadenas de mayor paso. Para la cadena ANSI 200, se utilizarán relaciones de 1, 1.5 y 2.5, mientras que para la ANSI 240 se definirán en 1, 1.5 y 2.

Además, se realizaron 9 simulaciones adicionales en un análisis estático de las fuerzas que ejercen los dientes del sprocket, con el fin de comparar los efectos de la dinámica sobre dichas

fuerzas. También se realizaron 4 simulaciones para contrastar los resultados obtenidos en Ansys con ecuaciones analíticas presentes en la bibliografía científica.

Una vez definidas las relaciones de velocidad y los tipos de cadena, se procederá a generar las geometrías de los piñones y las catarinas en el entorno de SOLIDWORKS.

A través del apartado de Toolbox la cual es una herramienta especializada que permitirá omitir la construcción manual de los perfiles de los dientes, los cuales se encuentran normalizados bajo los estándares de la ANSI B29.1 dentro del software.

Mediante la configuración paramétrica en el Toolbox, se definirán variables específicas para cada uno de los 33 escenarios. Estas incluyen el número de dientes del piñón conductor ($z=17$), la cantidad de dientes de la cadena basada en la relación de velocidad (RV) y el paso de la cadena (P). Además, se establecieron tolerancias entre el buje, el rodillo y los eslabones, siguiendo las especificaciones de la ANSI b29.1, como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 2

Tolerancias geométricas de los CAD.

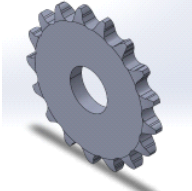
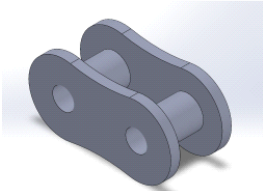
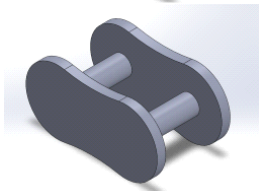
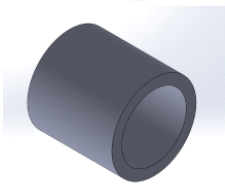
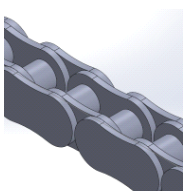
Serie	Tolerancia [in]
40	0.01
50	0.011
60	0.012
80	0.014
100	0.016
120	0.018
140	0.02
160	0.022
180	0.024
200	0.026
240	0.030

Nota: Adaptado de la norma Ansi B29.1,

A continuación, en la tabla 3 se muestran los componentes que tendrá cada CAD.

Tabla 3

Componentes para el CAD de las cadenas.

Componente	Ilustración	Obtención
Sprockets		ToolBox
Placa interna		Creación propia
Placa externa		Creación propia
Rodillo		Creación propia
Unión eslabones		Opción de "Matriz de componente de la cadena"

Nota: Tabla de los componentes de las cadenas.

Esta organización permitirá identificar la correspondencia entre los 11 tamaños de cadena ANSI y sus respectivas piezas (piñón, catarina y sub-ensambles de eslabones) bajo las tres relaciones de velocidad definidas..

La transferencia de datos desde el entorno de diseño (CAD) hacia el de ingeniería (CAE) es un proceso donde se puede comprometer la fidelidad de la geometría. Aunque existen múltiples

protocolos de comunicación para exportar los modelos de SOLIDWORKS a ANSYS, como el formato STEP o el enlace directo, la elección del formato influye directamente en la calidad de los resultados. A continuación, en la Tabla 4. se presenta una comparación de las opciones de comunicación más comunes.

Tabla 4.

Formas de comunicación entre SolidWorks y ANSYS.

Tipo de Comunicación	Ventajas	Desventajas
Parasolid (.x_t)	Alta fidelidad geométrica; es el núcleo (<i>kernel</i>) nativo de SolidWorks y Ansys.	No siempre es compatible con softwares CAD de arquitectura antigua.
STEP (.step / .stp)	Estándar universal robusto que conserva datos de jerarquía y materiales.	Requiere traducción de datos, lo que puede generar "geometría sucia" o caras solapadas.
IGES (.igs)	Amplia compatibilidad con sistemas legados y modeladores de superficies.	Alta propensión a errores de topología (huecos en sólidos) y pérdida de conectividad.
STL (.stl)	Formato estándar para fabricación aditiva y prototipado rápido.	Representa la geometría mediante mallas triangulares, perdiendo la curvatura exacta necesaria para contactos.

Nota: Ventajas y desventajas de cada uno de los sistemas de comunicación CAD y CAE.

Tras el análisis comparativo, se determina que el formato Parasolid (.x_t) es la mejor opción para esta investigación debido a su arquitectura basada en el motor geométrico (kernel) nativo compartido por SOLIDWORKS y ANSYS. Al emplear archivos .x_t, se establece un flujo de trabajo que elimina las traducciones intermedias, garantizando que el contacto entre el rodillo

y el diente de la catarina sea geométricamente perfecto y matemáticamente exacto. Esta decisión metodológica asegura una estabilidad numérica superior en el solver de dinámica multicuerpo permitiendo que la captura de las fuerzas de impacto y la determinación de las frecuencias naturales para los 11 tipos de cadenas se realicen sin las distorsiones topológicas propias de los formatos neutros. En conclusión, el uso de Parasolid no solo optimiza el tiempo de procesamiento, sino que blindará la validez de los resultados.

En el entorno de Ansys Motion, el enfoque consistirá en la construcción del modelo de dinámica multicuerpo (MBD), definiendo juntas de revolución en cada pasador para garantizar la correcta articulación de la cadena y estableciendo pares de contacto no lineales entre los rodillos y el perfil de los dientes de las catarinas. Para capturar la física real del choque, se asignarán parámetros de rigidez de contacto y amortiguamiento, permitiendo resolver las colisiones transitorias con alta fidelidad. La excitación dinámica del sistema se logrará mediante la aplicación de las velocidades angulares definidas para el piñón conductor y el torque máximo de carga según la norma ANSI B29.1 en la catarina conducida, recreando así las condiciones operativas de una transmisión de potencia industrial.

Simultáneamente, el módulo Ansys Modal se configurará para analizar la respuesta estructural en el dominio de la frecuencia. Se definirán las condiciones de contorno y los soportes necesarios para que el solver identifique los modos de vibración predominantes.

La fase de cálculo en el módulo Ansys Modal permitirá la obtención de las frecuencias naturales asociadas a cada configuración geométrica. Los datos recolectados se procesarán mediante el método de mínimos cuadrados para ejecutar un ajuste de curvas que resulte en una expresión matemática representativa del sistema. Este modelo matemático servirá para caracterizar la respuesta en frecuencia basándose en las variables de las cadenas.

Por otro lado, el análisis en Ansys Motion se orientará a la observación de las variaciones dinámicas mediante la generación de gráficas comparativas de series temporales. Estos resultados permitirán examinar el comportamiento de una misma cadena frente a los cambios en las relaciones de velocidad (RV) y las velocidades angulares aplicadas

3.3. Proponer lineamientos de diseño y operación de cadenas de rodillos basados en frecuencias naturales y fuerzas de impacto.

Se integrarán los datos obtenidos en las fases de simulación previas para estructurar recomendaciones técnicas aplicables a sistemas de transmisión. La metodología se centrará en la correlación entre las frecuencias naturales calculadas (f_n) y las frecuencias de excitación generadas por el impacto de los rodillos a distintas velocidades angulares. Se empleará el modelo matemático derivado del ajuste de mínimos cuadrados para definir un espectro de operación que permita evitar la coincidencia entre la frecuencia de paso de los eslabones y las resonancias intrínsecas del sistema para cada uno de los 11 tamaños seleccionados.

Posteriormente, la formulación de los lineamientos de diseño se basará en el análisis de la magnitud de las fuerzas de contacto extraídas de las gráficas de Ansys Motion. Se establecerán límites operativos fundamentados en la variación de las relaciones de velocidad (RV) y su influencia directa en la energía de impacto sobre los dientes de las catarinas. El proceso finalizará con la consolidación de una guía técnica que vincule el tamaño de la cadena con las velocidades de rotación permitidas, proporcionando una herramienta analítica para la selección de transmisiones que reduzca la fatiga dinámica y el ruido estructural en aplicaciones de potencia industrial.

4. Modelo de dinámica multicuerpo (MBD) y Elementos finitos (FEM)

En este capítulo se especifican las configuraciones necesarias para realizar el modelo de dinámica multicuerpo (MBD) en el entorno Motion y elementos finitos para Modal.

4.1. Modelo de dinámica multicuerpo (MBD)

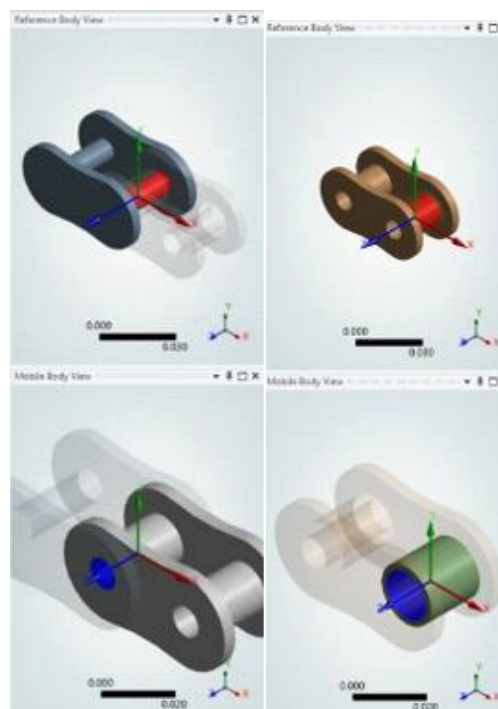
4.1.1. Creación de juntas y contactos.

Como se observa en la Figura 3, la definición de las juntas y los contactos se realiza dentro del entorno "Model", procediendo de la siguiente manera:

Configuración de Juntas (Joints): Se establecen juntas de revolución (*Revolute Joints*) en cada pasador de la cadena, así mismo en cada rodillo con la cara externa del buje, restringiendo los grados de libertad excepto la rotación en el eje Z.

Figura 4

Junta de revolución entre pasador y cara interna del buje y entre la cara externa del buje y la cara interna del rodillo.

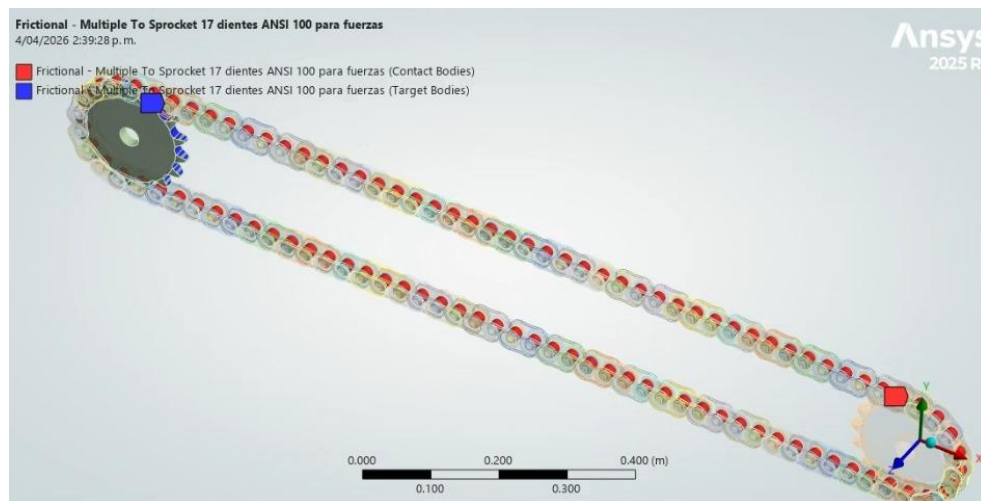


Nota: La figura muestra la creación de las juntas de revolución

Definición de Contactos (Contacts): Se determinan los pares de contacto entre el diámetro exterior del rodillo y el perfil del diente de la catarina. En esta etapa se configuran las propiedades de fricción y el coeficiente de restitución para modelar el impacto físico durante el funcionamiento, el tipo de contacto que se uso fue “Frictional

Figura 5

Contactos entre cara externa del rodillo y perfil de diente de los sprockets.



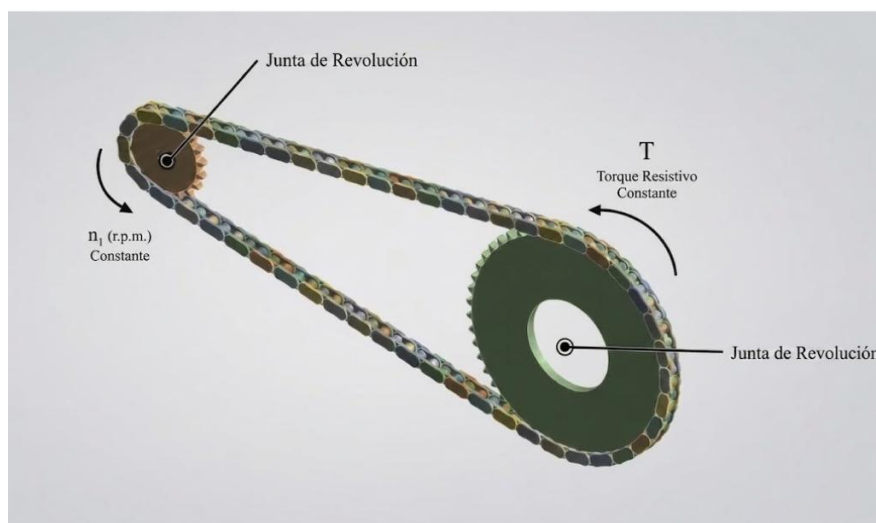
Nota: La figura evidencia los contactos entre los rodillos y el perfil de diente de los sprockets, contactos necesarios para establecer las fuerzas presentes entre ellos.

Hasta la definición de las juntas y los contactos dentro de la rama "Model", los modelos computacionales para los entornos Modal y Motion se mantendrán idénticos. En el entorno Ansys Modal, esta configuración básica permitirá resolver directamente el problema de valores propios. Sin embargo, para el entorno Ansys Motion, se deberán establecer condiciones de contorno dinámicas adicionales para recrear el comportamiento transitorio de la transmisión.

El proceso para el análisis de movimiento comenzará con la activación de la gravedad terrestre estándar (*Standard Earth Gravity*),. Posteriormente, se definirán las propiedades de carga

en las juntas (*Joint Load Properties*) asociadas a los ejes de los piñones. En estas juntas se aplicará el torque máximo determinado por los límites de potencia nominal de la norma **ANSI B29.1**. Finalmente, se empleará una expresión de función (*Function Expression*) para el ingreso de la carga, en la siguiente figura se observa el modelo de dinámica multicuerpo (MBD), una vez establecidas sus condiciones.

Figura 6



Modelo de dinámica multicuerpo para el entorno de simulación Motion

Nota: Modelo de dinámica multicuerpo una vez construidas las juntas y contactos necesarios para el entorno motion.

Para asegurar la ejecución y convergencia de los escenarios dinámicos en el entorno de Ansys Motion, se parametrizó el solucionador utilizando un esquema de análisis dinámico con integración implícita. La transmisión numérica se delegó al solucionador, que trabaja en conjunto con el método de Newton-Raphson para lograr la convergencia iterativa de las ecuaciones de movimiento. La gestión del tiempo de integración se realizó mediante una rutina de paso adaptativo, configurada con un tamaño de paso inicial (Initial Step Size) de 1×10^{-6} s para facilitar

el arranque, un tamaño mínimo (Minimum Step Size) de 1×10^{-8} s para prevenir pérdidas de contacto, y un tamaño máximo (Maximum Step Size) que se ajusta dinámicamente según el paso de salida de datos (Output Step). Además, se incorporó un factor de amortiguamiento numérico estándar de 3.0 para reducir el ruido de altas frecuencias generado por impactos sucesivos. Finalmente, para mejorar la eficiencia computacional en función del tamaño de los elementos de contacto de la cadena, se activó la desestimación automática de entidades sin acoplamiento.

4.2. Modelo de elementos finitos (FEM)

Con el propósito de determinar las frecuencias naturales de las distintas series de cadenas, se implementó un modelo de elementos finitos mediante el software Ansys Modal. En primer lugar, se discretizó geométricamente el sistema (mallado). Para garantizar la precisión de los resultados sin incurrir en costos computacionales innecesarios, se realizó un estudio de convergencia de malla para determinar el tamaño óptimo de los elementos; los resultados de dicho estudio se presentan en la sección 5.5.1. La geometría mallada final y la distribución de sus elementos se muestran en la Figura 7.

Figura 7

Distribución y tamaño del elemento para la cadena ANSI 40

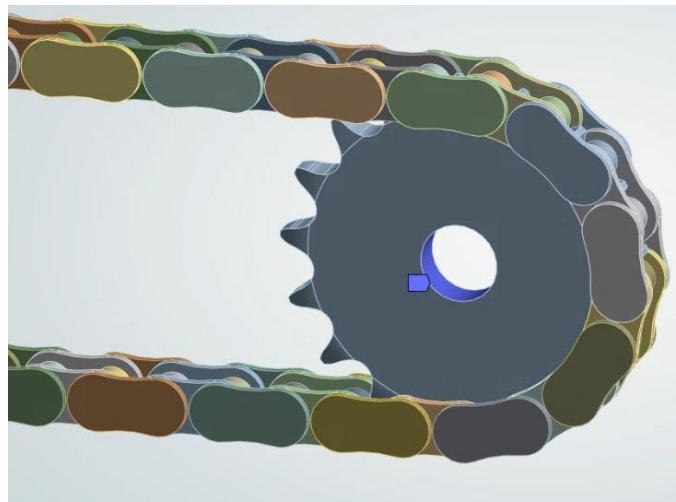


Nota: El tamaño del elemento de malla varía en función del tamaño de la cadena; entre mayor es la cadena, mayor será el tamaño de dicho elemento.

Luego, se definieron las condiciones de contorno. Para simular los soportes reales, las restricciones se aplicaron solo en las uniones de los ejes de los sprockets, limitando todos los grados de libertad, excepto la rotación en el eje Z.

Figura 8

Condición de contorno aplicada al eje de cada sprocket.



Nota: En la imagen, se puede ver la cara en la que se configuró la condición de contorno. Para esta imagen y todas las configuraciones de Modal, los grados de libertad se restringen únicamente a la rotación en Z.

5. Resultados y discusión.

Tras la ejecución de la metodología de dinámica multicuerpo (MBD) detallada en el capítulo anterior, se procede a la exposición de los datos obtenidos en los 33 escenarios de simulación. Esta sección se estructura de forma secuencial atendiendo a los objetivos específicos del proyecto, comenzando por la caracterización de los parámetros dinámicos y culminando en la propuesta de lineamientos operativos. Los resultados aquí presentados son producto de la interacción entre los 11 tamaños seleccionados y las variaciones en las relaciones de velocidad (RV), capturando tanto la respuesta en el dominio de la frecuencia (Ansys Modal) como el comportamiento transitorio del impacto (Ansys Motion).

Resulta necesario precisar que los valores de frecuencia natural y las magnitudes de fuerza de contacto que se exponen a continuación representan el comportamiento de sistemas en condiciones nominales según la norma **ANSI B29.1**. Por lo tanto, la interpretación de estas gráficas y modelos matemáticos debe realizarse considerando la rigidez estructural propia de los componentes y la ausencia de agentes amortiguadores externos, proporcionando así un espectro de diseño conservador para la prevención de la resonancia mecánica

5.1. Identificar los parámetros necesarios para un estudio de dinámica multicuerpo.

Para dar cumplimiento al primer objetivo de la investigación, se presenta la identificación de los parámetros técnicos que rigen el comportamiento de un modelo de dinámica multicuerpo (MBD) para transmisiones por cadena. Estos datos se clasifican según su naturaleza geométrica, física y de contacto, asegurando que el solver de ANSYS disponga de la información necesaria para resolver las ecuaciones de movimiento.

A continuación, se detallan los parámetros requeridos para la configuración de los escenarios de simulación:

Tabla 5

Parámetros necesarios para MBD

Categoría	Parámetro	Símbolo / Unidad	Aplicación en el modelo
Mecánicos	Paso de la cadena	P [in]	Define la cinemática y el paso circular de las catarinas
	Diámetro del rodillo	D_r [in]	Determina el área de contacto inicial con el diente.
	Diámetro del pasador	D_p [in]	Define el eje de las juntas de revolución (Joints).
	Número de dientes	z	Establece la relación de velocidad y el diámetro de paso.
Contacto	Rigidez de contacto	k [N/m]	Rige la fuerza de reacción durante el choque rodillo-diente.
	Amortiguamiento	c [N*s/m]	Disipa la energía tras el impacto inicial para estabilizar el sistema.
Operativos	Velocidad angular	ω [rad/s]	Excitación cinemática del piñón conductor.
	Torque de carga	T [N*m]	Resistencia aplicada en la catarina conducida según norma.
	Tiempo de simulación	S	Tiempo total para cada configuración.

Nota: Tabla donde se evidencia, las variables que se configuran en cada simulación realizada durante el estudio.

En la Tabla 6 se presentan las magnitudes numéricas de los parámetros definidos anteriormente para cada una de las series de cadenas ANSI evaluadas en la investigación.

Tabla 6

Parámetros de los modelos MBD, para cada tamaño de cadena.

Cadena	P [in]	D_r [in]	D_p [in]	z	ω [rad/s]	T [N*m]	Seg
ANSI 40	0.5	0.312	0.156	17 - 34 - 51	1600	47.58 - 142.73	1
ANSI 50	0.625	0.4	0.2	17 - 34 - 51	1500	66.84 - 200.52	1
ANSI 60	0.75	0.469	0.234	17 - 34 - 51	1000	173.04 - 519.11	1.5
ANSI 80	1	0.625	0.312	17 - 34 - 51	800	407.67 - 1223.03	2
ANSI 100	1.25	0.75	0.375	17 - 34 - 51	700	782.38 - 2347.15	2
ANSI 120	1.5	0.875	0.437	17 - 34 - 51	600	1330.9 - 3992.69	2.5
ANSI 140	1.75	1	0.5	17 - 34 - 51	500	2078.88 - 6236.64	3
ANSI 160	2	1.125	0.562	17 - 34 - 51	500	2642.71 - 7928.14	3.5
ANSI 180	2.25	1.406	0.703	17 - 34 - 51	400	4201.69 - 12605.08	3.5
ANSI 200	2.5	1.562	0.781	17 - 26 - 43	400	5519.06 - 13797.65	4
ANSI 240	3	1.875	0.937	17 - 26 - 34	300	9089.13 - 18178.26	5

Nota: Los datos dimensionales, de velocidad y de torque fueron extraídos de los requerimientos técnicos de la norma ANSI B29.1..

5.1.1. Análisis y Discusión: Identificación de Parámetros para el Modelo MBD

La caracterización de los parámetros en las Tablas 5 y 6 responde a los fundamentos físicos de las transmisiones por cadena, asegurando que los 33 escenarios evaluados posean coherencia metodológica y no sean producto de una asignación arbitraria. El paso de cadena (P), normalizado por ANSI B29.1, actúa como el eje rector del sistema al determinar la geometría de las catarinas y la frecuencia de excitación del engrane. Fuglede y Thomsen (2016) demostraron que la precisión en este parámetro es vital, ya que de él dependen la velocidad angular discontinua y las configuraciones de asiento del rodillo, evitando errores sistemáticos en la historia de carga del modelo MBD.

La rigidez de contacto (K), definida mediante la teoría de Hertz entre cilindros, escala proporcionalmente con el radio del rodillo y el módulo elástico del acero. Pereira et al. (2015) validaron que esta formulación de contacto continuo reproduce con exactitud las fuerzas de impacto experimentales siempre que se calibre según las dimensiones reales de los componentes. Complementariamente, se aplicó un amortiguamiento (c) mínimo deliberado para obtener un espectro conservador de fuerzas. Esta decisión se apoya en los hallazgos de Sivakumar et al. (2022), quienes reportaron una alta sensibilidad del sistema ante perturbaciones menores, justificando el uso de una cota superior de carga para garantizar la integridad del diseño estructural.

Por otro lado, la velocidad angular (ω) se redujo sistemáticamente al aumentar el paso para evitar la activación de regímenes resonantes vinculados a la masa efectiva del eslabón. Fuglede y Thomsen (2016) identificaron que operar a velocidades superiores a las recomendadas en cadenas de gran paso induce excitaciones paramétricas que comprometen la fidelidad del modelo. Este

control se integra con un torque de carga (τ) que escala con el cuadrado del paso, respetando la potencia nominal de la norma. Según Yang et al. (2023), la fluctuación de tensión está gobernada por las variaciones del torque, lo que valida la necesidad de evaluar tres niveles de carga por tamaño para capturar la respuesta dinámica no lineal del engrane.

Finalmente, se asignaron tiempos de simulación (s) de hasta 5 segundos para las series pesadas como la ANSI 240, garantizando la convergencia hacia un régimen permanente estable. Zheng et al. (2001) documentaron que las fuerzas de contacto presentan variaciones de hasta un 40% durante el transitorio inicial y que solo tras un número suficiente de giros la señal alcanza la periodicidad característica. Esta extensión temporal asegura que los datos recolectados representen el comportamiento cíclico real de la transmisión y no inestabilidades numéricas propias del arranque del solver.

5.2. Generación y simulación de los modelos CAD y MBD de las diferentes simulaciones computacionales

En línea con el segundo objetivo específico, se ejecutó un proceso de validación para contrastar el comportamiento del solver frente a soluciones analíticas documentadas. Para el entorno de análisis modal, se emplearon los modelos teóricos propuestos por **Thomson (1993)** en su obra *Theory of Vibration with Applications*. La caracterización de las frecuencias naturales para sistemas continuos se rige por la siguiente expresión matemática:

$$\omega_n = (\beta_n l)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A l^4}}$$

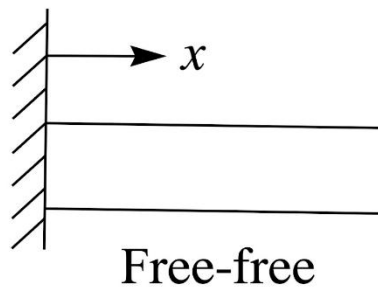
Donde la frecuencia natural en Hertz (f_n) se determina mediante la relación:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}$$

Para esta comprobación, se seleccionó una configuración de viga en voladizo (empotrada-libre), cuya representación esquemática se muestra en la Figura 9.

Figura 9

Representación de condiciones de contorno para viga en voladizo (Free-free)



Nota. Adaptado de *Theory of Vibration with Applications* (p. 210), por W. T. Thomson, 1993, Prentice Hall. La imagen ilustra el modelo de un solo extremo restringido utilizado para la correlación numérica.

5.2.1. Configuración de la Barra de Prueba

Se definieron las propiedades físicas y geométricas de una barra de acero con sección transversal cuadrada, orientadas a replicar las características inerciales equivalentes a un sistema de cadena. Los valores de entrada para el cálculo analítico se presentan en la Tabla 7.

Tabla 7

Parámetros físicos y dimensionales de la barra de acero para validación

Configuración de la barra		
Propiedad	Unidades	Valor
Ansi 100 Peso especifico	[N/m]	37.7
Densidad de la cadena	[Kg/m3]	7880
Gravedad	[m/s2]	9.81
Area transversal	[m2]	0.000487693
Lado del cuadrado	[m]	0.022083762
Modulo de young	[Pa]	2E+11
Altura	[m]	0.022083762
Momento de inercia	[m4]	1.98203E-08
Longitud	[m]	1

Nota. Parámetros configurados para una barra de acero estructural. El peso específico se ajustó para mantener la equivalencia con una cadena de serie ANSI 100.

5.2.2. Comparativa de Resultados: Analítico vs. Computacional

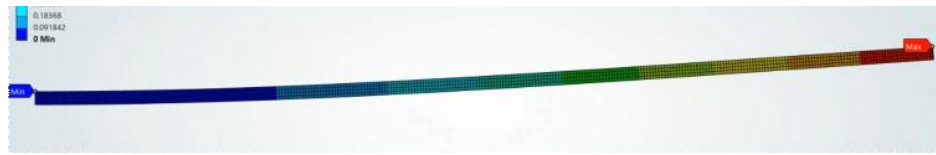
La evaluación de los primeros cinco modos de vibración permitió determinar el margen de error del software en comparación con la formulación clásica, mediante varios escenarios de simulación. El escenario (a) corresponde a la reproducción de la figura 8 en ANSYS Modal. Los escenarios (b) y (c) comparan una barra sólida y un tramo de cadena, utilizando las mismas configuraciones y condiciones de contorno. Estos escenarios se muestran en la figura siguiente.

Figura 10

Escenarios de comparación de resultados entre ANSYS y bibliografía



(a)



(b)



(c)

Nota: Se evidencian tres escenarios simulados en ANSYS, para contrastar los resultados obtenidos con los analógicos.

Los resultados obtenidos se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 8

Resultados de las simulaciones preliminares.

Calibración Modelo Modal				
Escenario	Thomson	(a)	(b)	(c)
Primera Frecuencia [Hz]	114	114	8	6
Segunda Frecuencia [Hz]	315	314	50	41
Tercera Frecuencia [Hz]	618	612	140	116
Cuarta Frecuencia [Hz]	1022	1005	273	215
Quinta Frecuencia [Hz]	1526	1438	450	378

Nota: Las columnas corresponden a los escenarios presentados en la figura 10.

En la tabla 9 se presentan una comparación entre el modelo analítico del libro de thompcon, con la recreación realizada en Ansys Modal de ese mismo escenario.

Tabla 9

Porcentaje de diferencia entre los escenarios a y b.

Modo	B*L	ω_n	f_n	f_n Ansys	% error
1	4.7300	718.5617	114.3627	114.44	0%
2	7.8532	1980.7431	315.2451	314.10	0%
3	10.9956	3883.0485	618.0064	612.26	1%
4	14.1372	6418.8764	1021.5959	1004.90	2%
5	17.2788	9588.6939	1526.0880	1438.30	6%

Nota. Los valores de $\beta_n l$ corresponden a las raíces de la ecuación característica para una viga en voladizo. El error porcentual se calculó tomando la solución analítica como valor de referencia.

Como se evidencia en los datos recopilados, la desviación en los primeros modos de vibración es mínima, se mantiene en 0% en las frecuencias iniciales y presenta un incremento gradual en los modos superiores.

Este comportamiento es típico en los modelos de elementos finitos debido a la discretización de la malla. No obstante, la precisión obtenida en los rangos de baja frecuencia asegura que la configuración del entorno modal es apta para capturar las frecuencias naturales predominantes en el sistema de transmisión, lo que garantiza la validez técnica de Ansys modal.

La Tabla 10 ilustra la diferencia entre los resultados de los cinco primeros modos de vibración en los escenarios c y d. Esta diferencia radica en las variaciones geométricas de la cadena en comparación con una barra rígida.

Tabla 10

Diferencias porcentuales entre los escenarios c y d.

Porcentaje de diferencia entre escenario a y b	
Diferencia primera frecuencia	25%
Diferencia segunda frecuencia	18%
Diferencia tercera frecuencia	17%
Diferencia cuarta frecuencia	21%
Diferencia quinta frecuencia	16%

Nota. En la tabla se muestran los distintos porcentajes de diferencia al contrastar las frecuencias de los primeros cinco modos de vibración entre una barra sólida y un trozo de cadena en ANSYS Modal.

Las diferencias en todos los escenarios superan el 15 %, alcanzando un máximo del 25 % en la primera frecuencia, la más crítica. Esto indica que, usando la fórmula de Thomson, 1993, los resultados no son cercanos a los reales. Por tanto, construir una fórmula con la metodología de mínimos cuadrados para obtener primeras frecuencias con errores menores al 15 % será aceptable.

Para continuar con el proceso de validación técnica, se presenta el segundo estudio de contraste, centrado en la distribución de carga en los eslabones de la cadena. Este procedimiento se basa en la investigación de Troedsson (1999), titulada "A Method to Determine the Static Load Distribution in a Chain Drive". La finalidad de esta fase es replicar la configuración experimental mostrada en la Figura 10 del artículo de referencia, con el fin de obtener, a través del entorno de simulación, la curva de comportamiento de carga que se muestra en la Figura 12 de la misma fuente.

A continuación, se consolidan los parámetros de entrada utilizados para la recreación del modelo computacional.

Tabla 11

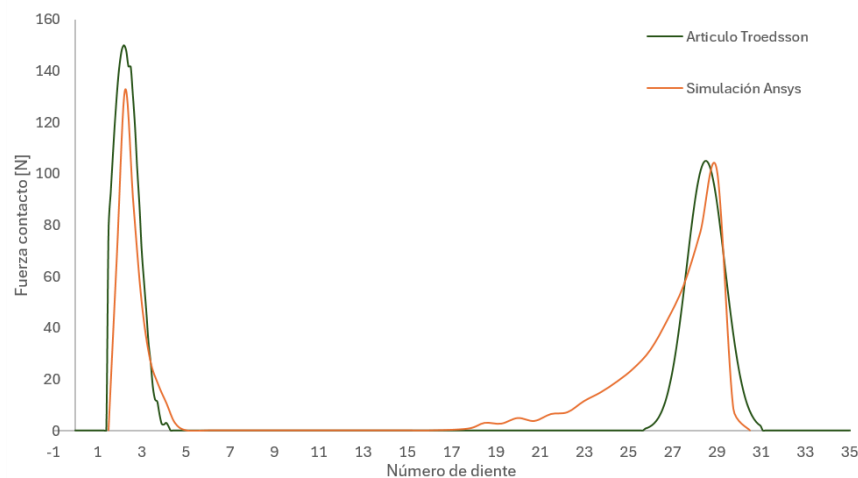
Parámetros geométricos y operativos para la validación de la distribución de carga

Propiedad	Símbolo / Unidad	Valor
Paso de la cadena	P [in]	0.5
Diámetro del rodillo	Dr [in]	0.312
Diámetro del pasador	Dp [in]	0.156
Número de dientes (Piñón)	z1	10
Número de dientes (Catarina)	z2	20
Velocidad angular	[RPM]	7
Torque de carga	[N·m]	5

Nota. Los valores dimensionales corresponden a los estándares de la norma ANSI B29.1 para una cadena serie 40. Los parámetros de velocidad y torque se ajustaron para replicar las condiciones de ensayo estático-dinámico descritas por Troedsson (1999).

Figura 11

Perfil de distribución de carga estática obtenido de la literatura técnica



Nota. Adaptado de 'A Method to Determine the Static Load Distribution in a Chain Drive', por I. Troedsson, 1990. La gráfica verde ilustra los picos de fuerza asociados al engranaje de los rodillos, mientras que la gráfica anaranjada presenta los resultados obtenidos en Ansys Motion.

Para determinar la fidelidad del modelo, se calcularon los porcentajes de error relativo entre los valores máximos de fuerza registrados en el artículo y los obtenidos en la simulación. Estos resultados se observan en la siguiente tabla.

Tabla 12

Errores relativos entre la simulación Ansys y el artículo.

Diferencia relativo	
Piñón	12%
Catarina	2.86%

Nota. Porcentaje de error relativo, entre piñón y Catarina.

La similitud morfológica entre ambas gráficas confirma que el modelo MBD captura correctamente la naturaleza del fenómeno. La desviación del 2.86% en el segundo pico indica una alta precisión entre el artículo y ANSYS.

La diferencia observada en el primer pico (12%) se atribuye a la naturaleza del solver numérico en comparación con el modelo analítico o experimental original. Mientras que el artículo de Troedsson puede basarse en un modelo cuasi estático o en un modelo experimental con mayor amortiguamiento estructural, Ansys Motion resuelve el contacto mediante algoritmos de penalización.

5.3. Generación de Modelos CAD

Tras la fase de modelado, se creó una biblioteca que incluye 33 ensamblajes mecánicos. Estos modelos representan con precisión la geometría de los 11 tamaños de cadenas ANSI estudiadas, abarcando un rango que va desde la serie 40 hasta la 240.

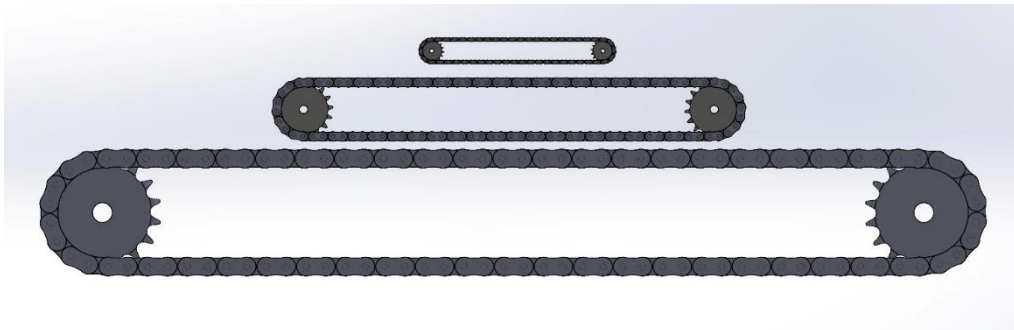
5.3.1. Caracterización Geométrica y Volumétrica de los Modelos

El resultado principal de esta etapa es la obtención de las propiedades de cada escenario.

La Figura 8 ilustra el contraste de escala entre los extremos del estudio.

Figura 12

Comparativa de escala y volumen de los ensamblajes generados: ANSI 50, 120 y 240



Nota. Los modelos presentan una fidelidad geométrica del 100% respecto a los diámetros estandarizados de rodillo y pasador.

Se obtuvieron 33 archivos finales de ensamblaje. Cada modelo integra el piñón conductor de 17 dientes y las tres variaciones de catarina (17, 34 y 51 dientes, con los ajustes correspondientes para las series 200 y 240). Como se muestra a continuación.

Figura 13

Escenarios para evaluar para cada cadena, donde se varía la RV



Nota: El primer escenario hace referencia a la relación de velocidad igual a 1, el segundo escenario para la mayoría de cadenas a una RV 2 y el tercer escenario a una RV 3.

Tabla 13

Resultados de masa e inercia para los 33 escenarios de simulación.

Serie ANSI	Escenarios	Masa Promedio del Sistema [kg]	Inercia Rotacional Iz [kg·m ²]
ANSI 40	1	0,85	1,20E-03
	2	2,40	6,79E-03
	3	4,42	1,87E-02
ANSI 50	1	1,42	2,80E-03
	2	4,02	1,58E-02
	3	7,38	4,36E-02
ANSI 60	1	2,55	5,40E-03
	2	7,21	3,05E-02
	3	13,25	8,41E-02
ANSI 80	1	4,20	1,10E-02
	2	11,88	6,22E-02
	3	21,82	0,17
ANSI 100	1	8,50	3,20E-02
	2	24,04	0,18
	3	44,17	0,50
ANSI 120	1	15,30	7,80E-02
	2	43,27	0,44
	3	79,50	1,21
ANSI 140	1	22,80	0,14
	2	64,49	0,79
	3	118,47	2,18
ANSI 160	1	32,10	0,25
	2	90,79	1,41
	3	166,80	3,89
ANSI 180	1	45,20	0,42
	2	127,85	2,38
	3	234,87	6,54
ANSI 200	1	78,40	0,89
	2	221,75	5,03
	3	407,38	13,87
ANSI 240	1	120,50	2,10
	2	340,83	11,88
	3	626,14	32,74

Nota. Los valores de masa e inercia corresponden al conjunto completo (cadena + sprockets) para

las RV =1, la inercia rotacional varía según la relación de velocidad aplicada.

5.4. Análisis de Independencia de Malla y Selección del Elemento

Antes de proceder con el análisis masivo, se realizó un estudio de convergencia para determinar el tamaño de elemento óptimo. Por criterios de calidad geométrica y estabilidad numérica, se seleccionó una topología de elemento cuadrangular (Quad-Mapped).

Esta elección es debido a que los elementos cuadrangulares presentan una mejor relación de aspecto y reducen el fenómeno de "shear locking" en geometrías con curvas constantes, como los rodillos y los flancos de los dientes del sprocket, en comparación con los elementos triangulares (Moaveni, 2014).

5.4.1. Resultados del Estudio Empírico de Convergencia

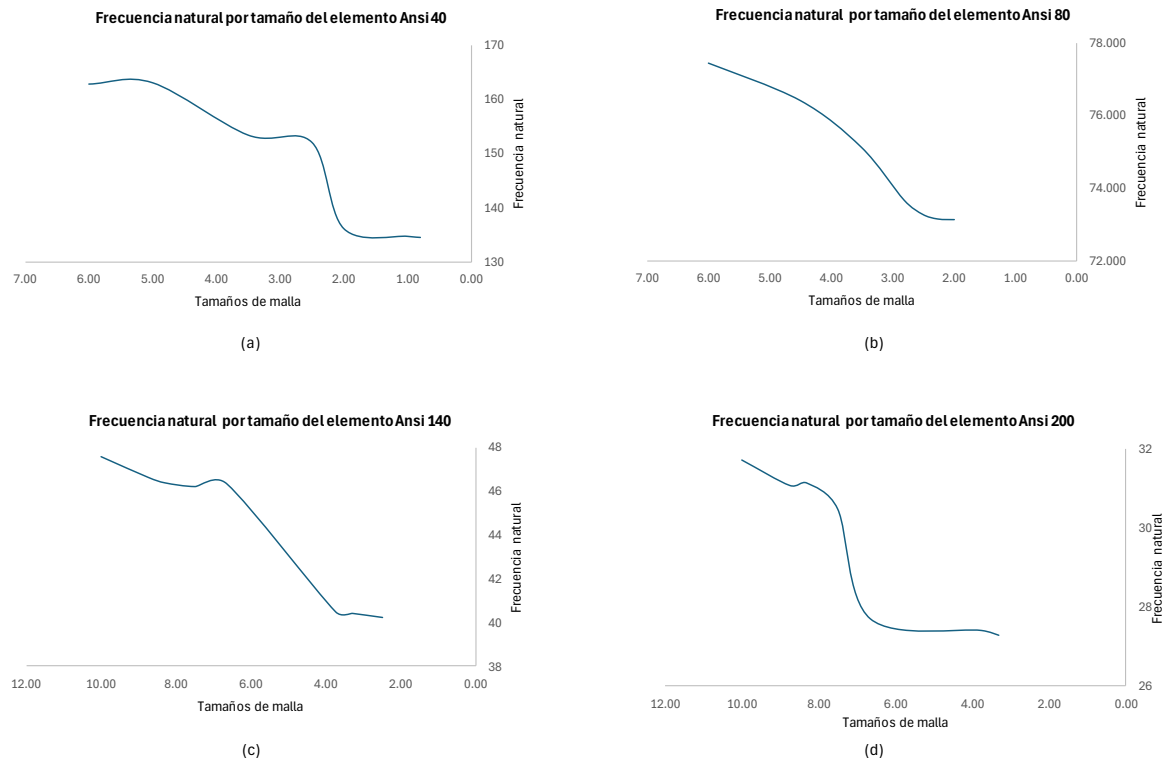
El estudio se realizó de forma empírica en cuatro tamaños representativos (ANSI 40, 80, 140 y 200), variando el lado del elemento cuadrado y monitoreando la respuesta del primer modo de vibración. Los resultados obtenidos permitieron extrapolar el tamaño de malla ideal para los tamaños restantes, siguiendo la lógica de proporcionalidad geométrica:

- **Resultados ANSI 40:** aplicables a las series 50 y 60.
- **Resultados ANSI 80:** aplicables a las series 100 y 120.
- **Resultados ANSI 140:** aplicables a las series 160 y 180.
- **Resultados ANSI 200:** aplicables a la serie 240.

En la siguiente figura se observa la evolución de la frecuencia natural frente al tamaño del elemento, dependiendo del tamaño de la cadena.

Figura 14

Curvas de convergencia del primer modo de vibración vs. tamaño de elemento para Ansi 40-80-140-200.



Nota. La figura 15 (a) ilustra los resultados obtenidos en la cadena Ansi 40 RV 1, La figura 15 (b) ilustra los resultados obtenidos en la cadena Ansi 80 RV 1, La figura 15 (c) ilustra los resultados obtenidos en la cadena Ansi 100 RV 1, La figura 15 (d) ilustra los resultados obtenidos en la cadena Ansi 200 RV 1. Los resultados obtenidos mediante una variación paramétrica del módulo de Meshing de Ansys. Se observa los resultados se estabilizan a medida que el tamaño del elemento disminuye a la.

5.4.2. Selección de las Dimensiones por Tamaño de cadena

El criterio de selección fue el tamaño máximo del elemento dentro de la zona de convergencia, donde la pendiente de la curva tiende a cero. Como se observa en la Figura 15, la cadena ANSI

200 presentó el comportamiento más estable, lo que permitió una transición suave entre la precisión de la frecuencia y la del tiempo de cómputo. Los valores seleccionados para los 33 escenarios se presentan en la Tabla 14.

Tabla 14

Tamaños de elemento seleccionados para el análisis de frecuencias

Familias Vinculadas	Tamaño de Elemento [mm]
Ansi 40,50,60	0.8
Ansi 80, 100, 120	1.98
Ansi 140, 160, 180	3.75
Ansi 200, 240	6.65

Nota. Los tamaños seleccionados garantizan un error relativo inferior al 1% en el primer modo de vibración.

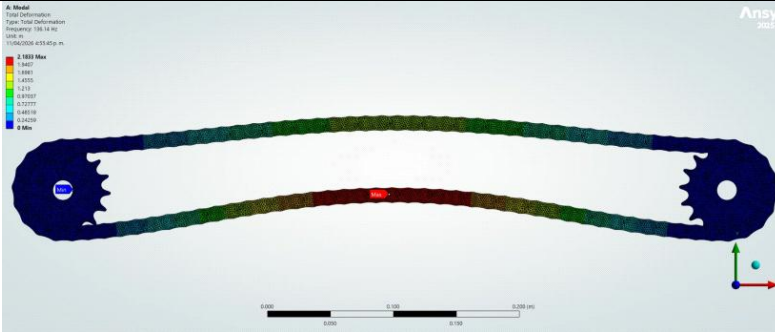
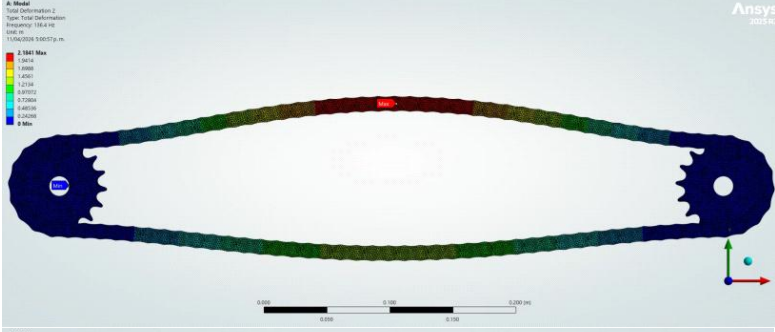
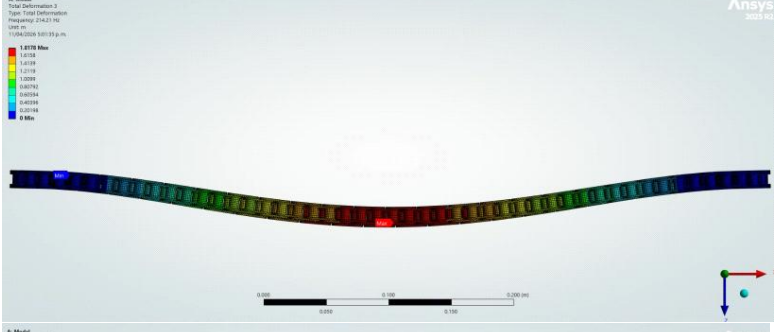
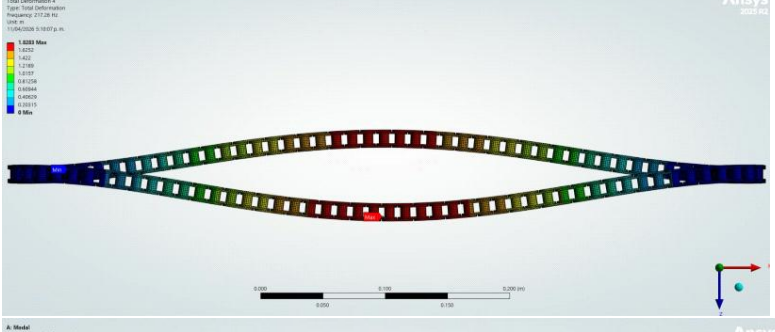
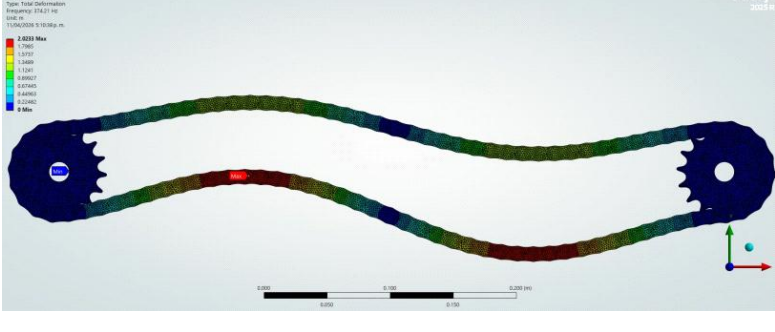
5.5. Resultados del Análisis Modal y Formas de Vibración

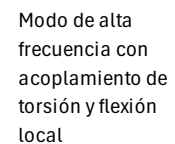
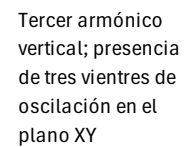
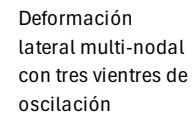
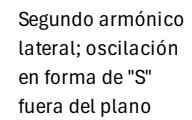
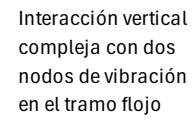
Tras ejecutar los 33 escenarios en el entorno de Ansys Mechanical, se obtuvieron las frecuencias naturales y sus respectivas deformaciones espaciales Caracterización de las Formas Modales (Mode Shapes)

En la Tabla 15 se describen los comportamientos físicos observados en los 10 primeros modos de vibración. Estas "sombras" de deformación permiten predecir si el fallo del sistema se debe a la fatiga lateral o al desprendimiento vertical de los rodillos respecto al diente.

Tabla 15

Descripción de las formas de vibración para los 10 modos detectados

Modo de vibración	Imagen	Plano Dominante	Descripción
1		Vibraciones transversales	Primer arco de flexión en el tramo flojo; un solo vientre de oscilación
2		Vibraciones transversales	Flexión simétrica de ambos tramos (cargado y flojo) hacia el exterior/interior.
3		Vibraciones laterales (fuera del plano)	Primer arco de flexión fuera del plano de los sprockets (vibración de lado a lado)
4		Vibraciones laterales (fuera del plano)	Deformación lateral simétrica de la cadena en sentido opuesto
5		Vibraciones transversales	Segundo armónico vertical; el tramo presenta una forma de "S" con un nodo central



Nota. Las imágenes corresponden a la representación visual de la amplitud de desplazamiento obtenida en Ansys.

5.5.1. Tabla Maestra de Frecuencias Naturales (Frecuencia Fundamental)

La Tabla 16 consolida los resultados numéricos para el primer modo de vibración (fundamental) de los 33 escenarios analizados, comparando la influencia de la Relación de Velocidad (RV) en cada ANSI.

Tabla 16

Resultados de frecuencias naturales (Hz) para el Modo 1 en los 33 escenarios evaluados

Cadena ANSI	Frecuencia RV=1 [Hz]	Frecuencia RV=2 [Hz]	Frecuencia RV=3 [Hz]
40	136.14	173.82	230.93
50	110.41	135.96	178.11
60	93.64	114.96	152.98
80	73.47	87.81	113.02
100	56.68	77.52	94.53
120	45.39	56.98	75.41
140	40.41	50.39	67.45
160	35.01	42.65	59.44
180	30.27	37.72	51.44
200	27.65	31.97	36.67
240	22.81	25.71	39.67

Nota. Para las series 200 y 240, las columnas de RV corresponden a las relaciones 1, 1.5 y 2.5/2 respectivamente, según el criterio de diseño.

5.6. Desarrollo del Modelo Estadístico Predictivo

Para sintetizar los hallazgos de la investigación, se aplicó un análisis de regresión múltiple no lineal (con transformación logarítmica) a los resultados del análisis modal. Este proceso permite

obtener una ecuación de potencia que relaciona las variables geométricas y operativas con la respuesta dinámica del sistema, La fórmula obtenida para el cálculo de la frecuencia natural (f) en hercios (Hz) es la siguiente:

$$f = 8233.7566 * p^{-1.0006} * RV^{0.1708} * \left(\frac{C}{p}\right)^{-1.2835}$$

Donde:

- p : Paso de la cadena [in]
- RV : Relación de velocidad [adimensional]
- C : Distancia entre centros [in]

5.6.1. Evaluación de la Bondad de Ajuste

Para garantizar la confiabilidad de la fórmula ante su uso en diseño mecánico, se evaluaron los indicadores de precisión estadística presentados en la Tabla 17.

Tabla 17

Métricas de desempeño y bondad de ajuste del modelo estadístico

Indicador	Valor Obtenido	Interpretación
R^2 Coeficiente de determinación	0.991361	El modelo explica el 99.1% de la variabilidad de los datos.
R^2 Ajustado	0.990467	Alta robustez; el modelo no presenta sobreajuste.
MAPE Error Porcentual Medio	3.98%	Desviación mínima; altamente confiable para ingeniería.
RMSE Error Cuadrático Medio	3.3534 Hz	Error absoluto bajo en la escala real de frecuencia.

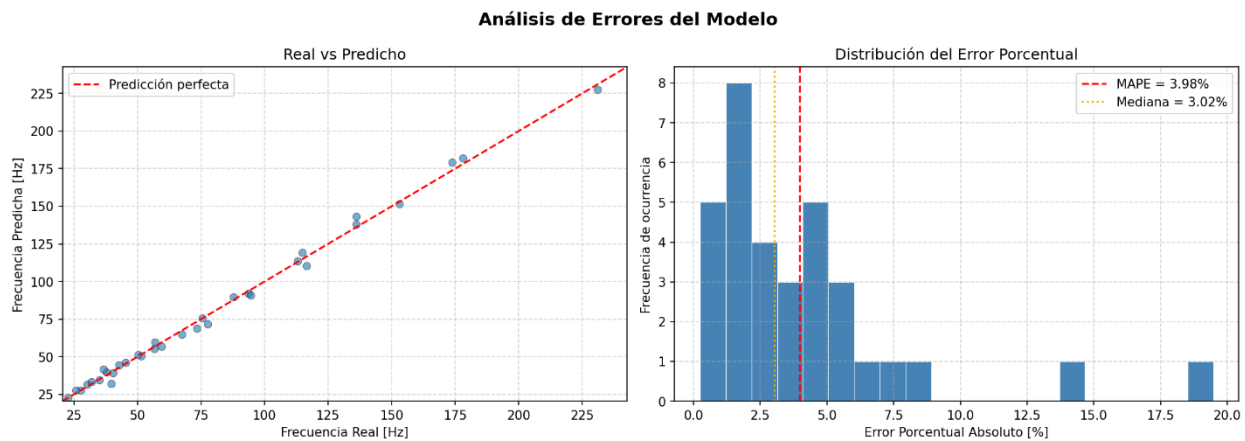
Nota. Valores calculados sobre una muestra de $N = 33$ escenarios de simulación.

5.6.2. Análisis de Errores y Distribución de Residuales

La Figura 16 muestra la correlación entre los valores de la simulación y las predicciones de la fórmula. Se observa una alineación casi perfecta sobre la línea de predicción ideal, lo que confirma que el modelo matemático captura la física de las 11 cadenas ANSI analizadas.

Figura 15

Gráficas de análisis de errores: Real vs. Predicho y Distribución del Error Porcentual



Nota. Elaborada mediante el procesamiento de datos en Python. La mediana del error absoluto se sitúa en el 3.02%, muy por debajo de los márgenes de tolerancia industrial permitidos (10-15%).

5.7. Análisis y discusión: Generación y simulación de los modelos CAD y MBD de las diferentes simulaciones computacionales parte modal

El proceso de validación del segundo objetivo se realizó en dos etapas independientes para asegurar precisión numérica en frecuencia y fidelidad física en tiempo. La validación modal con la teoría de Euler-Bernoulli confirmó que el solver de ANSYS reproduce las frecuencias analíticas con un error del 0% en los dos primeros modos, $f_{\text{subíndice 1}}$ igual a 114.44, Hz, manteniendo un error moderado hasta un 6% en el quinto modo debido a errores de interpolación por la longitud de onda corta. Por lo tanto en la banda de baja frecuencia es muy importante, ya que las frecuencias de operación de las cadenas que evaluamos se encuentran en un rango en el que el error es menor

del 1%. Lengvarský et al. (2015) y Abubakar y Sulaiman (2015) confirman que la fidelidad en los primeros modos es suficiente para garantizar la validez del diseño dinámico de los sistemas de transmisión.

La réplica del modelo de Troedsson y Vedmar (1999) permitió analizar la distribución bimodal de carga del engranaje. En Ansys Motion, capturó con precisión la transferencia de torque, con un error mínimo del 2.86% en la catarina y un 12% en el piñón, por algoritmos de penalización y suavizado al inicio. La independencia de malla confirmó la estabilidad usando elementos cuadrangulares (Quad-Mapped) que evitan bloqueo por cortante en geometrías curvas. El plateau de convergencia en las curvas de frecuencia asegura que tamaños de elemento de 0.8 a 6.65 mm mantienen una respuesta estructural independiente de la discretización.

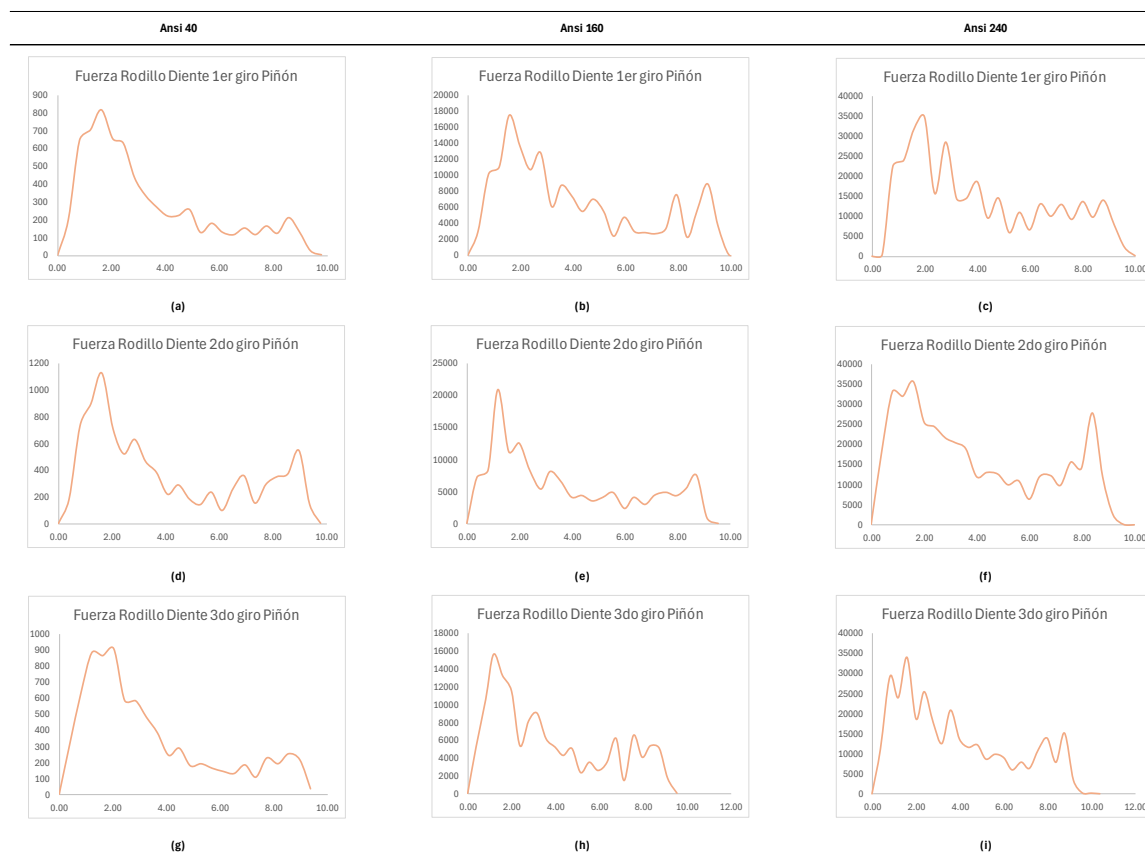
Los resultados evidencian una tendencia decreciente de la frecuencia natural fundamental a medida que aumenta el paso de la cadena, con una reducción del 83% entre las series ANSI 40 y 240. Este comportamiento es consistente con la teoría de sistemas continuos de Fuglede y Thomsen (2016), en la que la masa lineal del ramal escala con el paso y desplaza las frecuencias propias hacia rangos inferiores. El modelo de regresión obtenido $f = 8233.7566 * p^{-1.0006} * RV^{0.1708} * \left(\frac{C}{p}\right)^{-1.2835}$ posee una robustez estadística notable con un $R^2 = 0.9914$ y un error porcentual medio (**MAPE**) de solo 3.98%. El exponente de la distancia entre centros normalizada (-1.2835) confirma que la frecuencia fundamental es altamente sensible a la longitud del ramal libre, lo que permite utilizar la relación de velocidad como parámetro de sintonización para alejar el sistema de posibles regímenes resonantes.

5.8. Resultados del análisis en el entorno Motion

En este apartado se presentan los resultados de las fuerzas de contacto obtenidas para diferentes configuraciones de cadenas ANSI. En estas se observa, entre las distintas cadenas, una tendencia de comportamiento. Las gráficas registran las fuerzas de contacto entre el rodillo y el diente durante tres revoluciones, tanto en el piñón conductor como en el conducido, lo que permite reproducir los impactos de engranaje. En la Figura 17 se observa el comportamiento de las fuerzas en las cadenas ANSI 40, ANSI 120 y ANSI 240 durante las tres revoluciones del piñón conductor, con una relación de velocidad de 1.

Figura 16

Distribución de fuerzas de contacto por diente para piñón conductor en las cadenas ANSI 40 – 160 - 240 con RV 1



Nota. La gráfica ilustra el comportamiento de la fuerza a lo largo de los distintos giros de la configuración RV 1 del piñón conductor.

Al analizar las gráficas de los tres giros de la cadena ligera ANSI 40 (Figuras 16a, 16d y 16g), se observa un comportamiento uniforme y controlado a lo largo de las revoluciones. La fuerza en el primer diente alcanza su valor más bajo en la primera vuelta, de 820 N, y luego se estabiliza en aproximadamente 910 N en el tercer giro, tras alcanzar su pico de 1127 N. En los tres giros, después del impacto inicial, la fuerza disminuye de forma suave y predecible, con pequeñas oscilaciones de muy poca amplitud que desaparecen por completo al salir del piñón después de diente 10.

El escenario cambia al observar los giros de la cadena intermedia ANSI 160 (Figuras 16b, 16e y 16h), en los que la escala geométrica comienza a tener un impacto significativo. En esta fase, el pico máximo de fuerza de entrada alcanza los 20.943,6 N de igual manera en la segunda vuelta. El cambio más notorio en esta serie es que la fuerza no se disipa rápidamente; se mantiene en picos constantes (superando los 6.000 N), acompañados de picos secundarios bien definidos a mitad del recorrido del diente, lo que indica que el rodillo continúa impactando las paredes del diente del piñón durante el asentamiento.

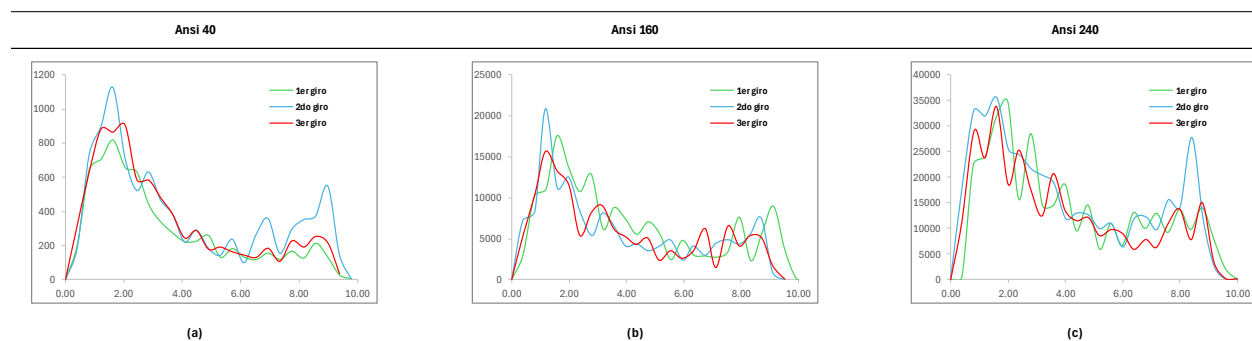
El análisis de las cadenas de mayor peso y capacidad de transmisión de potencia, correspondiente a la serie pesada ANSI 240 (Figuras 16c, 16f y 16i), revela que la significativa masa de la cadena influye notablemente en su comportamiento dinámico. Durante las tres revoluciones, se detectan picos moderados con fuerzas elevadas, alcanzando un impacto máximo de 35.590 N en la segunda vuelta. En esta serie, se observan incrementos irregulares en la fuerza a lo largo de todo el engranaje; a diferencia de otras cadenas, en las cuales, a medida que el rodillo se transfiere por el diente, la fuerza disminuye de manera gradual, en este caso se evidencia que,

en cadenas de gran paso, el impacto de entrada genera un efecto de inercia persistente que afecta al diente desde su entrada hasta justo antes de su salida.

En la siguiente gráfica se muestra el comportamiento superpuesto de los tres giros, lo que permite observar cómo evoluciona la fuerza entre el Rodillo y el Diente a lo largo de las revoluciones.

Figura 17

Distribución de fuerzas de contacto por diente para los tres giros en las cadenas ANSI 40 – 160 - 240 con RV 1



Nota. La gráfica ilustra el comportamiento de cada giro para la configuración RV 1

Tabla 18

Diferencia porcentual entre las fuerzas máximas de cada giro para RV1

Diferencia porcentual entre fuerzas maximas del piñón conductor			
Comparación	Ansi 40	Ansi 160	Ansi 240
2do giro vs 1er giro	27%	16%	2%
3er giro vs 1er giro	10%	-12%	3%
2do giro vs 3er giro	24%	34%	5%

Nota. Los valores mostrados son resultado de comparar la fuerza máxima de cada giro para la cadena correspondiente.

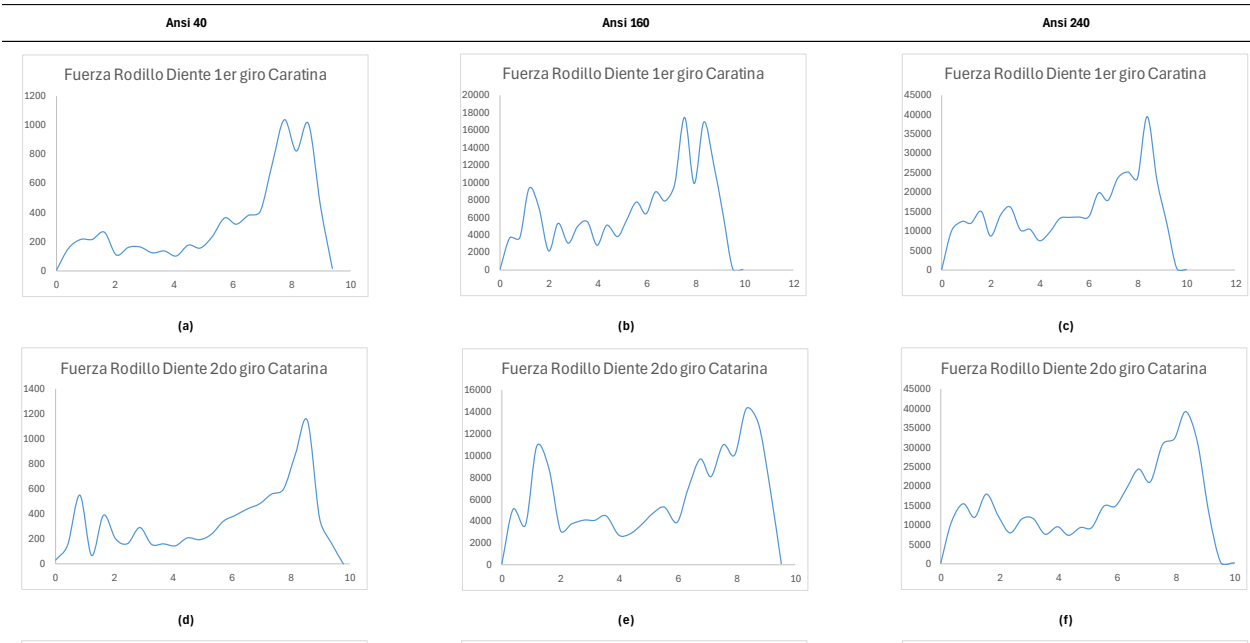
En la tabla anterior, se evidencia que la cadena de mayor masa; la ANSI 240 presenta un comportamiento más estable en relación con el valor máximo de fuerza alcanzado en cada giro, las diferencias son muy pequeñas.

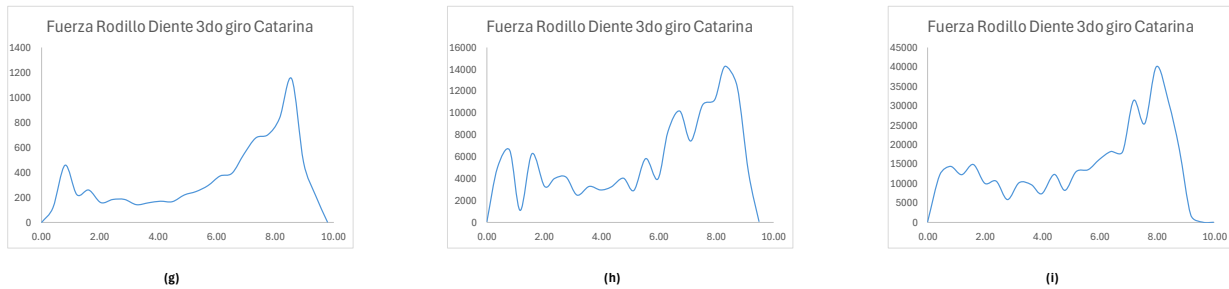
La mayor diferencia se observa en la cadena 160, donde el tercer giro es menor que los anteriores, lo que indica que las cadenas de menor masa y transmisión son más propensas a comportamientos ligeramente más inestables que las de mayor masa.

En la Figura 18 se observa el comportamiento de las fuerzas en las cadenas ANSI 40, ANSI 120 y ANSI 240 durante las tres revoluciones del piñón conducido, con una relación de velocidad de 1.

Figura 18

Distribución de fuerzas de contacto por diente para piñón conducido en las cadenas ANSI 40 – 160 - 240 con RV 1





Nota. La gráfica ilustra el comportamiento de la fuerza a lo largo de los distintos giros de la configuración RV 1 del piñón conductor

Al analizar los resultados de las simulaciones ANSI 40, ANSI 160 y ANSI 240 en la Figura 18, se observa un cambio en el comportamiento del contacto. Mientras que en el piñón conductor la fuerza máxima se da en los dientes de entrada, en el piñón conducido el comportamiento es diferente: el rodillo entra con una fuerza baja o moderada, que aumenta a medida que avanza por los dientes, alcanzando su punto máximo justo antes de salir del piñón conducido.

En las gráficas de la cadena ANSI 40 (Figuras 18a, 18d y 18g), se observa que el comportamiento se mantiene bastante uniforme y controlado durante toda la operación. La fuerza en los primeros dientes se mantiene en niveles bajos, por debajo de 300 N, y empieza a subir de forma escalonada desde el diente 5, alcanzando su pico máximo de 1143 N en la segunda vuelta. Después de superar este pico final, entre los dientes 8 y 9, la fuerza cae rápidamente a cero sin rebotes.

En la cadena intermedia ANSI 160 (Figuras 18b, 18e y 18h). Aquí, la escala geométrica y el torque tienen un gran impacto. Primero, el rodillo experimenta altas fuerzas en los primeros dientes, alcanzando 10.820 N en la segunda vuelta, y luego estas disminuyen, manteniendo un comportamiento ascendente con pequeñas fluctuaciones. Al igual que en la serie 40, la carga fuerte se encuentra al final, donde la fuerza aumenta rápidamente hasta un pico de 17.473 N en la primera

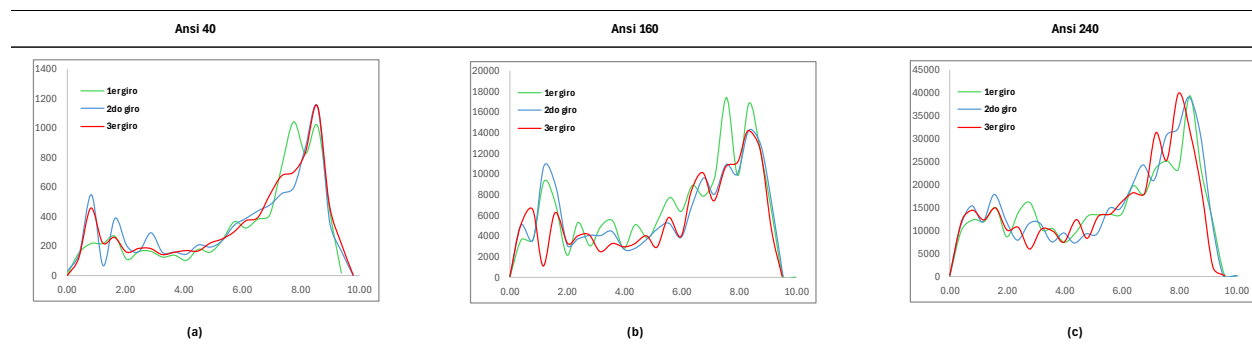
revolución, lo que evidencia cómo las fuerzas afectan de manera significativa a los dientes finales del piñón conducido.

Por último, las cadenas más pesadas y con mayor potencia de transmisión, como la serie ANSI 240 (Figuras 18c, 18f y 18i). En las tres revoluciones se observan picos muy estrechos y alturas elevadas, alcanzando un máximo de 39.471 N en la primera vuelta, incluso superior al del piñón conductor. Aquí, los picos de fuerza aparecen en forma de escalera, aumentando a medida que avanza el engranaje. A diferencia de las otras cadenas, en estas el aumento de la fuerza se produce de manera gradual, manteniendo la señal en niveles altos (alrededor de 15.000 N) antes de dispararse hacia un pico bastante alto al final.

Al igual que en la figura 18, la figura 19 muestra el comportamiento superpuesto de los tres giros, y la tabla 16 el porcentaje de diferencia entre cada giro del piñón conducido.

Figura 19

Distribución de fuerzas de contacto por diente para los tres giros en las cadenas en el piñón conducido de ANSI 40 – 160 -240 con RV 1



Nota. La gráfica ilustra el comportamiento de cada giro del piñón conducido para la configuración RV 1

Tabla 19

Diferencia porcentual entre las fuerzas máximas de cada giro para RV1

Diferencia porcentual entre fuerzas maximas del piñón conducido			
Comparación	Ansi 40	Ansi 160	Ansi 240
2do giro vs 1er giro	9%	-22%	-1%
3er giro vs 1er giro	9%	-22%	2%
3er giro vs 2do giro	0.42%	-0.03%	2%

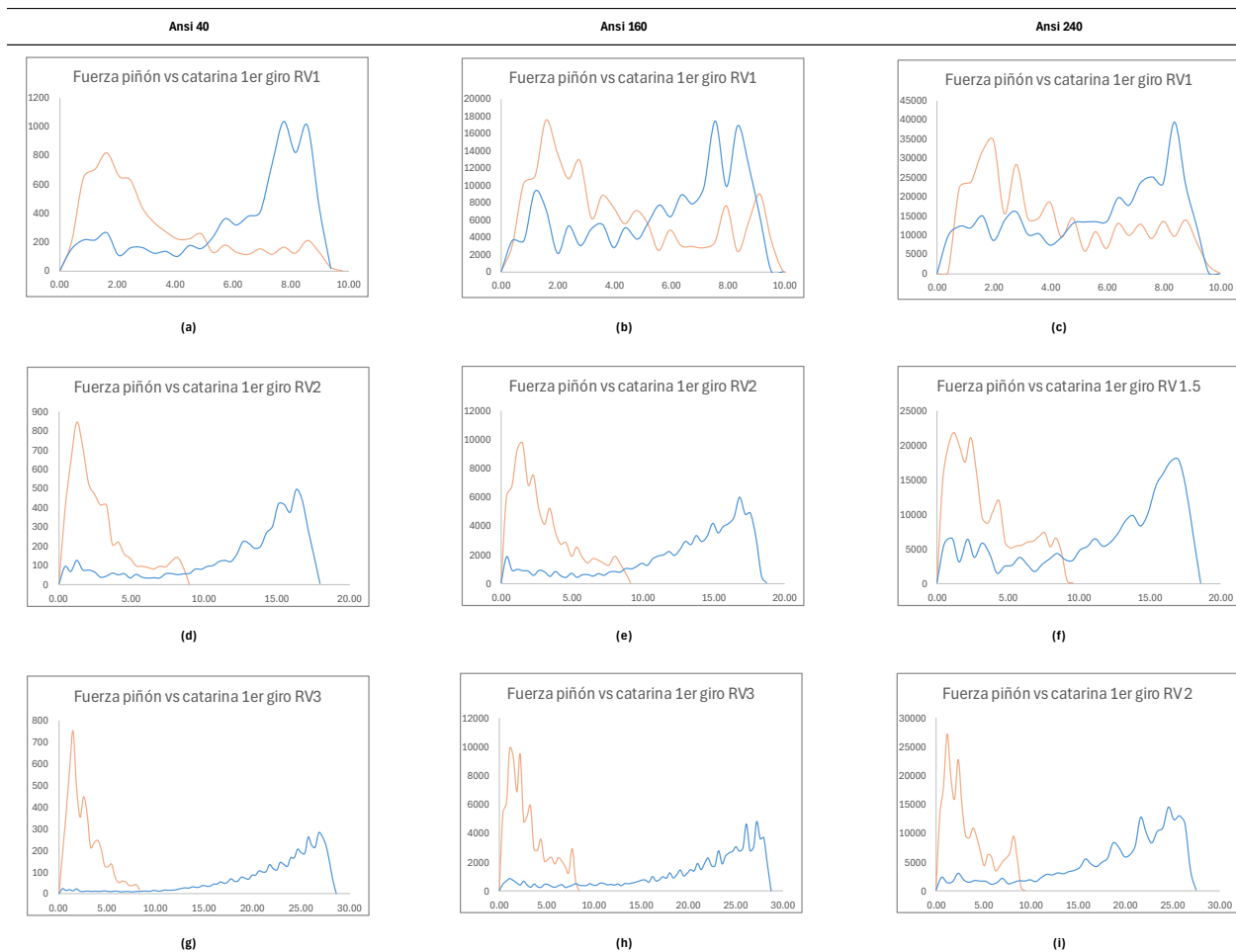
Nota. Los valores mostrados son resultado de comparar la fuerza máxima de cada giro en el piñón conducido para la cadena correspondiente

A diferencia del piñón conductor, en este caso las diferencias de revoluciones se mantienen bajas, con excepción de la cadena ANSI 160, en la que las fuerzas del primer giro son mucho mayores que en el resto. Sin embargo, en el segundo y el tercer giro, la diferencia es mínima, lo que demuestra que, en el piñón conducido, las fuerzas se estabilizan y presentan menos fluctuaciones que en el piñón conductor.

Continuando con la presentación de los resultados del comportamiento dinámico, se muestra la comparación directa entre el piñón conductor y el piñón conducido para cada relación de velocidad en las series ANSI 40, ANSI 160 y ANSI 240.

Figura 20

Comparativa de fuerzas rodillo-diente entre piñón y Catarina para distintas RV de las cadenas ANSI 40 – 160 – 240 para el primer giro.



Nota. Comparativa de las fuerzas de contacto entre piñón y Catarina en función del tamaño de cadena y de la relación de velocidad durante la primera revolución.

Al integrar las fuerzas del conductor y el conducido en una sola gráfica, se observa que, a medida que aumenta la relación de velocidad, la relación de carga entre el conductor y el conducido se vuelve más pronunciada al incrementar el número de dientes del piñón conducido, lo que sugiere que el piñón asume una mayor responsabilidad proporcional en la absorción de los choques dinámicos del sistema frente a piñones de mayor diámetro.

A continuación, se presenta el consolidado de las magnitudes máximas de fuerza para los 33 escenarios evaluados. Esta matriz permite comparar el impacto mecánico entre los 11 tamaños de cadenas bajo diferentes condiciones de transmisión.

Tabla 20

Fuerzas de impacto máximas y relación de carga piñón conductor/conducido para los 33 escenarios

Familia de cadenas	Relación de Velocidad (RV)	Piñón Máx. [N]	Catarina Máx. [N]	Relación (P/C)
Ansi 40	1	1127	1148	0.98
	2	1002.1	496	2.02
	3	841	283	2.97
Ansi 50	2	1378	660	2.09
	3	1069	401	2.67
Ansi 60	1	2398	2025	1.18
	2	1742	916	1.90
	3	1461	647	2.26
Ansi 80	1	7643	7684	0.99
	2	3125	1768	1.77
Ansi 100	1	9265	9240	1.00
	2	5721	3275	1.75
	3	5341	2003	2.67
Ansi 120	1	27520	11760	2.34
	2	9202	3850	2.39
	3	6657	2725	2.44
Ansi 140	2	9709	5056	1.92
	3	9950	4193	2.37
Ansi 160	1	20943	17473	1.20
	2	13252	6503	2.04
	3	12620	5362	2.35
Ansi 180	1	20689	25219	0.82
	2	19491	9149	2.13
	3	15775	6027	2.62
Ansi 200	1	25414	24100	1.05
	1.5	20685	12579	1.64
	2.5	24877	11667	2.13
Ansi 240	1	35590	40086	0.89
	1.5	26846	17993	1.49
	2	31011	16221	1.91

Nota. Los valores resaltan el comportamiento de la carga máxima en función de la escala dimensional y la configuración de velocidad.

Observar el comportamiento de las fuerzas revela que, a medida que aumenta el tamaño de la cadena, crece notablemente la magnitud del impacto. Se observa un valor máximo de 841 N en la serie 40, que alcanza un pico de 35590 N en la serie 240, en la velocidad 1. Este incremento es proporcional a las dimensiones, lo que sugiere que en transmisiones de gran paso las fuerzas inerciales generadas por la masa de los eslabones tienen un efecto importante en la respuesta del sistema. En consecuencia, los componentes de la serie 240 deben soportar niveles de energía hasta 34 veces mayores que los de las series más ligeras.

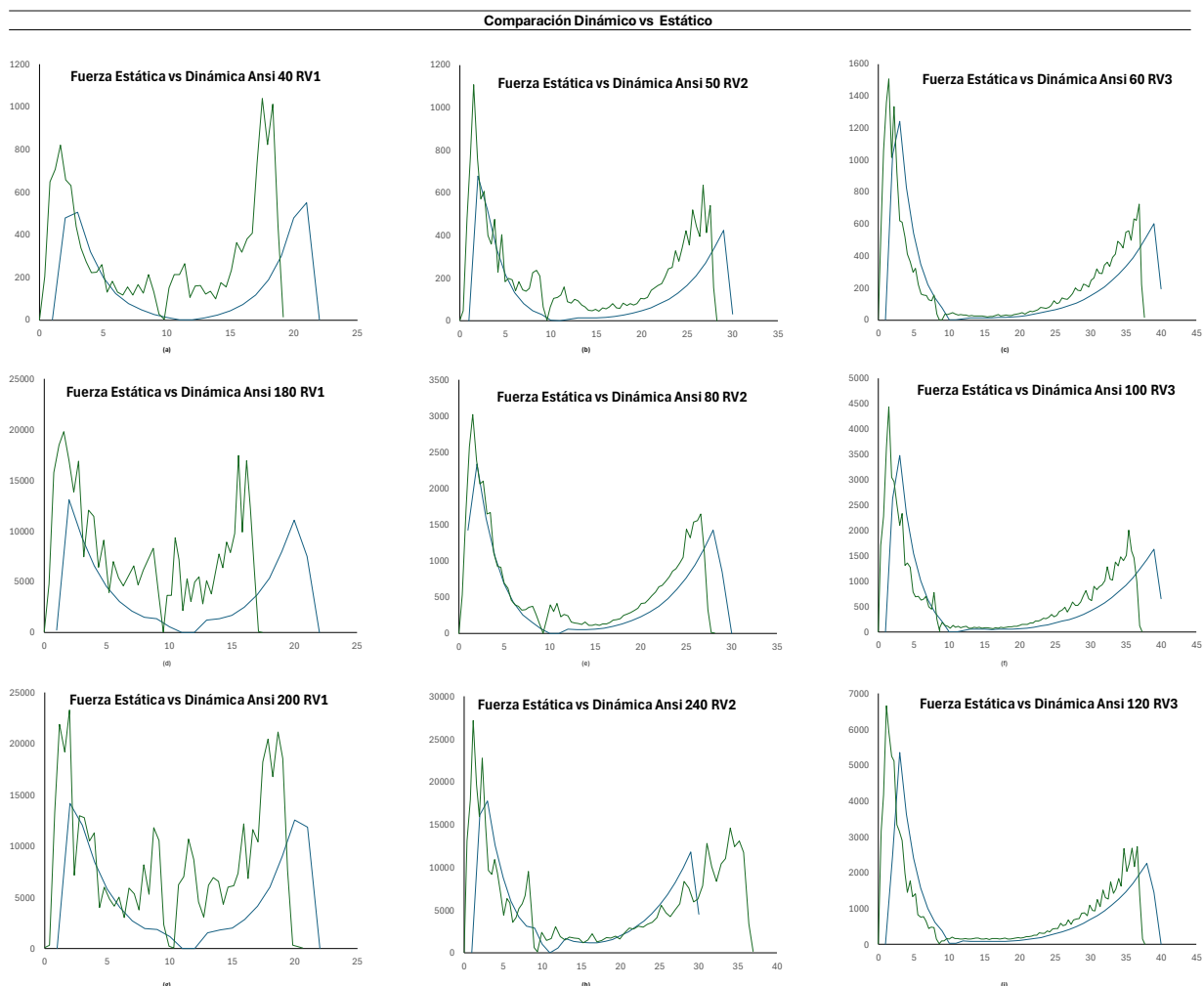
En relación con la relación P/C, se observa una tendencia ascendente a medida que aumenta la relación de velocidad (RV). En configuraciones de transmisión uno a uno (RV 1), las cargas tienden a ser simétricas entre el piñón y la catarina; no obstante, al incrementar la RV a 3 o 2.5, la relación de carga aumenta notablemente, alcanzando valores de hasta 3.25 en la serie 160. Esto indica que, a mayores velocidades de transmisión, el piñón conductor asume una carga considerablemente superior, posicionándose como el elemento con mayor potencial de desgaste del sistema.

Finalmente, resulta relevante observar el cambio de comportamiento en las cadenas de mayor tamaño (Ansi 160 a 240) durante la configuración RV 1. En estos casos particulares, la relación P/C se sitúa por debajo de la unidad (entre 0.82 y 0.98), lo que indica que la catarina experimenta cargas ligeramente superiores a las del piñón. Este fenómeno sugiere que, en cadenas de peso extremo operando en relaciones de velocidad bajas, el efecto de la tensión acumulada en el tramo cargado antes de la salida en la catarina puede superar la dificultad cinemática de entrada en el piñón, invirtiendo el punto crítico de la transmisión.

Una vez obtenidos los valores de las fuerzas entre el rodillo y el diente, se realiza una comparación para identificar en qué medida los efectos dinámicos asociados a la cinemática de cada cadena los afectan. Para ello, se realizaron simulaciones con las mismas configuraciones, pero con revoluciones por minuto muy cercanas a cero, y se contrastaron con los resultados de fuerza previamente obtenidos. Se llevaron a cabo un total de nueve simulaciones estáticas; los resultados, junto con sus comportamientos dinámicos, se muestran en las siguientes gráficas.

Figura 21

Resultados del análisis estático junto con los resultados dinámicos.



Nota. Las gráficas a, d y g corresponden a cadenas con rv 1; las b, e, h y i a cadenas con rv 2, y las c, f y j a cadenas con rv 3.

Para comparar los resultados, la siguiente tabla muestra el porcentaje de diferencia entre el análisis estático y el dinámico.

Tabla 21

Tabla con las diferencias entre simulaciones estáticas y dinámicas.

Comparación resultados estático vs dinámicos			
Cadena	RV	Porcentaje de diferencia	
		Piñón	Catarina
Ansi 40	1	38%	47%
Ansi 80	1	34%	37%
Ansi 200	1	39%	41%
Ansi 50	2	48%	33%
Ansi 80	2	32%	13%
Ansi 240	2	35%	19%
Ansi 60	3	18%	17%
Ansi 100	3	22%	19%
Ansi 120	3	20%	17%

Nota. En la tabla se evidencian las cadenas a las cuales se les realizaron análisis estáticos y el porcentaje de diferencia tanto en el piñón como en la catarina.

Conforme aumenta la relación de velocidad (RV), la diferencia entre análisis disminuye. Los porcentajes de diferencia más altos se encuentran en la cadena más pequeña, con un 38 % en el piñón y un 47 % en la Catarina. La serie 50 también presenta un error considerable en el piñón; sin embargo, en la Catarina la diferencia es menor. Asimismo, las cadenas de mayor masa, como Ansi 200 y 240, muestran diferencias notablemente elevadas en comparación con las demás cadenas, incluso bajo las mismas condiciones de RV. Esto ratifica que los efectos inerciales asociados a la cinemática tienen un impacto mayor en las cadenas con mayor masa, debido a una mayor inercia.

5.9. Análisis y discusión: Generación y simulación de los modelos CAD y MBD de las diferentes simulaciones computacionales parte motion

Los resultados evidencian que, aunque en la mayoría de los casos se observan convergencias y periodicidades coherentes a lo largo de los 33 escenarios evaluados, existen configuraciones que presentan relaciones de velocidad iguales a 1. No obstante, una revisión de los supuestos empleados en la construcción del modelo MBD permite contextualizar su alcance y orientar posibles refinamientos futuros.

El primer supuesto que impulsa a realizar un cambio es la determinación del coeficiente de rigidez de contacto K por el software. En lugar de implementar un cálculo analítico externo, se verificó que el entorno Ansys Motion calculaba internamente el coeficiente K a partir de las geometrías CAD importadas y de los módulos elásticos asignados. No obstante, este enfoque automatizado mostró inconsistencias numéricas notables y comportamientos anómalos, especialmente en los escenarios con relación de velocidad uno a uno (RV 1), donde el solucionador pareció perder estabilidad al calcular las fuerzas de impacto, a diferencia de otras relaciones de velocidad en las que la tendencia se comportó de manera coherente.

Estas anomalías en RV 1 muestran que los algoritmos predeterminados del software presentan limitaciones importantes en configuraciones de transmisión simétrica, en las que la frecuencia de engranaje es la misma en ambos sprockets. Sin una parametrización controlada, el solver puede subestimar o sobrestimar la rigidez local ante picos de fuerza elevados en series pesadas. Por ello, para reducir estas inconsistencias numéricas, se recomienda desarrollar e implementar una metodología analítica externa y rigurosa para calcular K , basada en formulaciones de contacto hertziano parametrizadas. Esto garantizaría un control preciso sobre la

penetración geométrica y daría mayor confiabilidad al comportamiento dinámico en todo el rango de relaciones de velocidad.

El segundo supuesto que requiere atención es la hipótesis de eslabones rígidos. Para cadenas ligeras (ANSI 40 a 80), esta simplificación suele causar un error moderado, ya que la rigidez flexural de las plaquetas laterales es relativamente elevada en comparación con las fuerzas de contacto. Sin embargo, para la serie ANSI 240 cuya masa de los eslabones alcanza aproximadamente 120 kg por metro lineal la deformación elástica longitudinal de las plaquetas durante el choque cinemático podría no ser insignificante. Los hallazgos de Zheng et al. (2017) apoyan esto: al incluir la flexibilidad de los eslabones en modelos de elementos finitos, los picos de impacto disminuyeron entre un 8 % y un 15 % en comparación con los modelos de cuerpo rígido en cadenas de paso grande. Esto indica que los valores de fuerza máxima reportados para las series ANSI 200 y 240 podrían ser límites superiores del comportamiento real, sugiriendo que un modelo más detallado produciría picos ligeramente menores.

El tercer aspecto que revisar es el fenómeno de inversión de la relación P/C en series pesadas (ANSI 160 a 240) bajo RV 1, donde la catarina conducida presenta fuerzas máximas superiores a las del piñón conductor (con valores de P/C entre 0.88 y 0.98). Los resultados indican que, en cadenas de gran paso que operan a bajas velocidades, la tensión acumulada en el ramal tenso antes de la salida en la catarina podría superar el choque cinemático de entrada en el piñón, desplazando la zona de mayor carga hacia los dientes de salida del piñón conducido. Sin embargo, la hipótesis de que los eslabones son rígidos, cuya influencia en los resultados suele ser más pronunciada en las series pesadas, podría estar modulando la relación de carga entre los componentes. Este comportamiento, poco documentado en la literatura para cadenas de paso

grande a bajas velocidades, sugiere que una validación experimental en ese rango específico ofrecería mayor claridad sobre la magnitud real de la inversión.

En una línea complementaria, todos los escenarios simulados corresponden a cadenas nominalmente nuevas, sin elongación por desgaste. Los estudios de Sivakumar et al. (2024) indican que una elongación de apenas el 3 % tiende a incrementar la fuerza máxima de contacto en el sprocket conductor hasta en un 52 %, lo que sugiere que los valores de fuerza aquí reportados se alinearían con condiciones iniciales de operación, con la expectativa de que las fuerzas de impacto escalen progresivamente a medida que la cadena acumule desgaste en condiciones reales de servicio.

5.10. Proponer lineamientos de diseño y operación de cadenas de rodillos basados en frecuencias naturales y fuerzas de impacto entre rodillos y dientes de catarinas.

El diseño estructural y la optimización operativa de las transmisiones por cadena de rodillos requieren un delicado equilibrio entre la respuesta elástica general (que incluye vibraciones libres y paramétricas) y los picos de fuerza en el engranaje. Normalmente, la selección de estos componentes se basa en cumplir los límites de potencia nominal y en las interpolaciones tabuladas según normas como ANSI B29.1, asumiendo condiciones casi estáticas. Sin embargo, al incorporar herramientas de simulación como MBD y FEM, se ha demostrado que factores como el paso de la cadena (P), la relación de velocidad (RV) y la distancia entre centros normalizada (C/P) influyen en el comportamiento real del sistema. A partir de los 33 escenarios dinámicos evaluados, las curvas de convergencia y la fórmula matemática predictiva ajustada, se consolidan los lineamientos prácticos para evitar fallas prematuras por fatiga, desgaste acelerado o resonancia estructural, unificando los criterios analíticos en un flujo claro y sencillo para el diseño de pares cinemáticos industriales.

Como pauta principal para gestionar las vibraciones resonantes en los ramales libres de la transmisión, el diseñador debería enfocarse en la sintonización geométrica del tren cinemático, usando la ecuación predictiva que hemos desarrollado en esta investigación.: $f = 8233.7566 * p^{-1.0006} * RV^{0.1708} * \left(\frac{C}{P}\right)^{-1.2835}$

Al organizar la distribución espacial de la maquinaria, es obligatorio calcular con antelación la frecuencia fundamental de excitación del sistema, determinada por la velocidad de operación y la cantidad de dientes importante verificar que no coincida con la frecuencia natural fundamental predicha por el modelo matemático. Como el paso de cadena está ajustado por requisitos de potencia elevados y la relación de velocidad responde a las necesidades cinemáticas del proceso, la distancia entre centros normalizada (C/P) aparece como la variable de sintonización más eficiente y económica. Cambiar ligeramente la distancia entre ejes afecta inversamente la rigidez del ramal libre debido a su alta sensibilidad (controlada por el exponente -1.2835), lo que permite 'alejar' de manera sencilla las frecuencias naturales del espectro crítico de excitación del sistema sin necesidad de sobredimensionar los componentes ni modificar la relación de transmisión global del tren cinemático. Del espectro crítico de excitación poligonal sin necesidad de sobredimensionar los componentes ni alterar la relación de transmisión global del tren cinemático.

Al analizar la severidad de las fuerzas de impacto entre el rodillo y el diente del sprocket, es importante dejar de lado la idea convencional de que aumentar la relación de velocidad (RV) siempre ayuda a reducir la carga de choque, gracias a sprockets más grandes. Los resultados dinámicos muestran que esto no siempre es así y depende mucho del tamaño de la cadena: en las series más ligeras e intermedias (ANSI 40 a 120), subir la RV puede reducir el impacto en el piñón conductor hasta en un 46.5%, pero en las series más pesadas (ANSI 160, 180 y 240) sucede justo lo contrario, y las fuerzas máximas aumentan entre un 9.0% y un 26.8%. Esto sucede porque, en

tamaños más grandes, la masa lineal del eslabón (que puede llegar a 120 kg/m en la serie 240) genera una fuerza inercial que domina la situación; además, la velocidad tangencial en los sprockets.

El fenómeno de inversión en la relación de carga Piñón/Catarina ($P/C < 1$), detectado en configuraciones uno a uno (RV 1) de las cadenas pesadas, impone restricciones importantes a la operación de equipos industriales de gran tamaño. Cuando la transmisión funciona en relaciones simétricas a bajas velocidades y con altos torques, el desgaste acumulado y la tensión en el ramal cargado hacen que la zona crítica real no se encuentre en el impacto de entrada del piñón conductor, sino en los flancos de salida de la catarina conducida, alcanzando valores de relación P/C tan bajos como 0.88. Para reducir este desgaste localizado en los últimos dientes del piñón conducido, se recomienda, como línea de acción, reemplazar las cadenas simples de gran paso por transmisiones de múltiples hileras de menor paso, como una cadena doble ANSI 80-2 o una triple ANSI 60-3, en lugar de una cadena simple ANSI 160. Esta estrategia ayuda a disminuir considerablemente el diámetro del rodillo y la masa inercial de cada eslabón, distribuyendo el flujo de potencia en varias líneas de engranaje iguales que minimizan la penetración local y mantienen un comportamiento más lineal en las fuerzas transitorias. Así, se suaviza el perfil bimodal del contacto sin afectar el torque total transmitido al proceso.

6. Conclusiones

Tras completar este proyecto, consolidamos toda la biblioteca de MBD y la base de datos parametrizada para los 11 tamaños de cadenas ANSI en los softwares Ansys Motion y Ansys Modal. Al aclarar variables críticas como el paso, la velocidad y el torque según la norma ANSI B29.1, pudimos verificar que automatizar el cálculo de la rigidez de contacto K en el software puede generar errores numéricos y datos incorrectos cuando la transmisión tiene una configuración de RV 1. Por eso, concluimos que depender únicamente de las opciones predeterminadas del simulador puede resultar arriesgado y recomendamos que, en futuros diseños, se calcule esa rigidez mediante fórmulas estrictas de contacto hertziano para cilindros.

En lo que respecta al comportamiento dinámico y las vibraciones, el estudio modal por elementos finitos reveló que las cadenas son especialmente susceptibles a fallar por resonancia lateral, más que por flexión vertical. El modo de vibración fuera del plano en el plano XZ mostró frecuencias naturales muy bajas, como 39.26 Hz en las pruebas, lo que indica que cualquier pequeña desalineación en los ejes físicos del sprocket puede hacer que la cadena empiece a oscilar de forma peligrosa. Al ajustar estos resultados en la ecuación predictiva $f = 8233.7566 * p^{-1.0006} * RV^{0.1708} * \left(\frac{C}{p}\right)^{-1.2835}$ se concluye que la distancia entre centros es la mejor herramienta que tiene un diseñador para sintonizar el sistema y alejar las frecuencias naturales de la excitación del sistema sin alterar la velocidad ni el torque del proceso.

En cuanto a las fuerzas de impacto, las simulaciones de dinámica multicuerpo aclararon que la idea de que los sprockets más grandes siempre reducen los golpes no es del todo cierta. Esto funciona bien en cadenas ligeras, pero en las series más pesadas (de ANSI 160 a 240), donde la masa elástica de los eslabones puede alcanzar los 120 kg/m, aumentar la relación de velocidad

tiende a elevar los picos. la fuerza en el piñón puede aumentar hasta un 26,8% debido al efecto de látigo inercial al momento de que el rodillo entra en el diente, lo cual puede parecer un poco impactante, pero es importante tenerlo en cuenta para un buen diseño. Además, en las relaciones uno a uno (RV 1), se ha observado que la carga máxima se desplaza hacia la salida de la Catarina conducida, especialmente cuando las relaciones P/C son de 0.88. Esto nos lleva a pensar que, para transmisiones de alta potencia, es mejor evitar reducciones demasiado drásticas en una sola etapa. En su lugar, conviene optar por cadenas con múltiples hileras (dobles o triples) de menor paso, ya que esto ayuda a reducir la masa en movimiento y a suavizar las fuerzas que actúan, lo que hace el sistema más duradero y confiable.

Finalmente, al combinar el transitorio dinámico con la línea base obtenida en el análisis estático de tensiones, se puede determinar claramente el comportamiento mecánico global de estas transmisiones bajo diferentes condiciones de operación. Según todos los resultados analizados, las frecuencias naturales tabuladas y las tendencias de los picos de fuerza entre dientes, se ha logrado cumplir con el objetivo principal de esta investigación, entregando una herramienta predictiva confiable y una serie de recomendaciones prácticas que permiten a los ingenieros preseleccionar y gestionar cadenas industriales, reduciendo riesgos de fallas catastróficas por fatiga o desgaste.

7. Referencias

American Chain Association. (2006). *Standard handbook of chains for power transmission and material handling* (2nd ed.). CRC Press.

American Society of Mechanical Engineers. (1994). *Precision power transmission roller chains, attachments, and sprockets (ASME B29.1M-1993)*. ASME.

Choi, J. H., & Johnson, D. A. (2000). Dynamic analysis of a roller chain drive system using multibody dynamics software. *Mechanism and Machine Theory*, 35(10), 1435–1449.

Cook, R. D., Malkus, D. S., Plesha, M. E., & Witt, R. J. (2001). *Concepts and applications of finite element analysis* (4th ed.). John Wiley & Sons.

Ewins, D. J. (2000). *Modal testing: Theory, practice and application* (2nd ed.). Research Studies Press.

Flores, P., & Lankarani, H. M. (2016). *Contact force models for multibody dynamics*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-30897-5>

Fuglede, N., & Thomsen, J. J. (2016). Kinematic and dynamic modeling and approximate analysis of a roller chain drive. *Journal of Sound and Vibration*, 366, 447–470. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2015.12.028>

Gao, H., Yang, J., & Feng, Z. (2021). Continuous contact force modeling for cylinder-to-cylinder impact in mechanical linkages. *Mechanism and Machine Theory*, 159, Article 104265. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2021.104265>

Japanese Standards Association. (1993). *Roller chains for power transmission (JIS B 1801)*. JSA.

Kim, M., & Choi, J. H. (2019). Error assessment of rigid-to-rigid surface contact algorithms in commercial MBD codes. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 33(7), 3125–3134. <https://doi.org/10.1007/s12206-019-0605-z>

Kim, S., & Park, T. (2014). Dynamic analysis and simulation of a roller chain drive system on RecurDyn. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 15(8), 1621–1629. <https://doi.org/10.1007/s12541-014-0512-y>

Lankarani, H. M., & Nikravesh, P. E. (1994). Continuous contact force models for impact analysis in multibody systems. *Journal of Mechanical Design*, 116(3), 767–774.

Machado, M., Moreira, P., Flores, P., & Lankarani, H. M. (2012). Compliant contact force models in multibody dynamics: Evolution of the Hertz contact theory. *Mechanism and Machine Theory*, 53, 1–22. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2012.02.006>

Marques, F., Flores, P., & Lankarani, H. M. (2017). On the selection of the most adequate compliant contact force model for multibody simulations. *Nonlinear Dynamics*, 88(2), 729–749. <https://doi.org/10.1007/s11071-016-3272-3>

Moaveni, S. (2014). *Finite element analysis: Theory and application with ANSYS* (4th ed.). Pearson Education.

Naji, M. R., & Marshek, K. M. (1989). Experimental determination of sprocket load distribution. *Mechanism and Machine Theory*, 24(4), 281–289.

Pedersen, S. L. (2005). Model of contact between rollers and sprockets in chain-drive systems. *Archive of Applied Mechanics*, 74(7), 489–508. <https://doi.org/10.1007/s00419-004-0363-2>

Shabana, A. A. (2013). *Dynamics of multibody systems* (4th ed.). Cambridge University Press.

Sivakumar, K., Timmaraju, M. V., & Rajappa, G. (2022). Numerical studies on contact behavior in polymer composite sprocket–roller chain drive under dynamic conditions. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 236(17), 9648–9660. <https://doi.org/10.1177/09544062221094928>

Sujatha, C. (2010). *Vibration and acoustics: Measurement and signal analysis*. Tata McGraw-Hill.

Thomson, W. T. (1993). *Theory of vibration with applications* (4th ed.). Prentice Hall.

Tsubakimoto Chain Co. (1997). *The complete guide to chain*. Kogyo Chosakai Publishing Co.

Wang, Y. Y., & Liu, G. R. (2003). Multibody dynamics simulation of timing chain systems. *SAE Technical Paper*, Article 2003-01-0412.

Yang, J., Feng, Z., Gao, H., et al. (2023). Multibody dynamics analysis of a silent chain drive timing system. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 37, 1653–1664. <https://doi.org/10.1007/s12206-023-0307-y>

Apéndices

Apéndice A. Tabla resumen de los datos obtenidos en ANSYS Modal.

Tabla 22. Parámetros geométricos y operativos de entrada para las cadenas ANSI 40 a ANSI 240

# de cadena	Paso de cadena	# de dientes piñón conductor	Distancia entre centros [mm]	C [In]	C/P	RV	Frecuencia Natural [hz]	Frecuencia Natural [rpm]	RPM Equivalente	1ra Frecuencia Minimos Cuadrados [Hz]	Error fórmula
40	0.5	17	527.05	20.75	41.50	1	136.14	8168.4	480.494	138.0523825	-1.385%
							136.4	8184	481.412		
							214.21	12852.6	756.035		
							217.26	13035.6	766.800		
							374.21	22452.6	1320.741		
							375.12	22507.2	1323.953		
							582.56	34953.6	2056.094		
							591.69	35501.4	2088.318		
							732.31	43938.6	2584.624		
40	0.5	17	471.93	18.58	37.16	2	733.49	44009.4	2588.788	179.0739419	-2.934%
							173.82	10429.2	613.482		
							175.17	10510.2	618.247		
							263.12	15787.2	928.659		
							266.32	15979.2	939.953		
							477.68	28660.8	1685.929		
							481.39	28883.4	1699.024		
							696.88	41812.8	2459.576		
							705.17	42310.2	2488.835		
40	0.5	17	413.26	16.27	32.54	3	933.42	56005.2	3294.424	227.5689601	1.477%
							940.57	56434.2	3319.659		
							230.93	13855.8	815.047		
							232.05	13923	819.000		
							310.91	18654.6	1097.329		
							313.34	18800.4	1105.906		
							447.94	26876.4	1580.965		
							498.22	29893.2	1758.424		
							608.34	36500.4	2147.082		
40	0.5	17	413.26	16.27	32.54	3	633.25	37995	2235.000	227.5689601	1.477%
							637.02	38221.2	2248.306		
							808.76	48525.6	2854.447		

Tabla 22 (Continuación)

50	0.625	17	658.88	25.94	41.50	1	116.39	6983.4	410.788	110.4134608	5.413%
							116.79	7007.4	412.200		
							169.18	10150.8	597.106		
							171.4	10284	604.941		
							319.53	19171.8	1127.753		
							321.21	19272.6	1133.682		
							462.05	27723	1630.765		
							468.11	28086.6	1652.153		
							625.52	37531.2	2207.718		
50	0.625	17	589.79	23.22	37.15	2	627.79	37667.4	2215.729	143.279564	-5.109%
							135.96	8157.6	479.859		
							138.2	8292	487.765		
							199.76	11985.6	705.035		
							204.75	12285	722.647		
							373.42	22405.2	1317.953		
							379.52	22771.2	1339.482		
							534.83	32089.8	1887.635		
							546.59	32795.4	1929.141		
50	0.625	17	516.64	20.34	32.54	3	729.94	43796.4	2576.259	182.0020791	-2.138%
							741.62	44497.2	2617.482		
							178.11	10686.6	628.624		
							185.57	11134.2	654.953		
							254.22	15253.2	897.247		
							264.86	15891.6	934.800		
							488.8	29328	1725.176		
							509.42	30565.2	1797.953		
							636.22	38173.2	2245.482		
60	0.75	17	790.45	31.12	41.49	1	648.52	38911.2	2288.894	92.03150929	1.751%
							751.48	45088.8	2652.282		
							766.76	46005.6	2706.212		
							93.643	5618.58	330.505		
							93.91	5634.6	331.447		
							153.33	9199.8	541.165		
							155.22	9313.2	547.835		
							257.16	15429.6	907.624		
							258.25	15495	911.471		
60	0.75	17	707.64	27.86	37.15	2	413.77	24826.2	1460.365	119.4085767	-3.726%
							418.92	25135.2	1478.541		
							503.27	30196.2	1776.247		
							504.69	30281.4	1781.259		
							114.96	6897.6	405.741		
							115.26	6915.6	406.800		
							185.07	11104.2	653.188		
							187.21	11232.6	660.741		
							315.91	18954.6	1114.976		
60	0.75	17	620.01	24.41	32.55	3	316.78	19006.8	1118.047	151.6358609	0.886%
							492.54	29552.4	1738.376		
							498.45	29907	1759.235		
							617.34	37040.4	2178.847		
							618.8	37128	2184.000		
							152.98	9178.8	539.929		
							153.34	9200.4	541.200		
							234.56	14073.6	827.859		
							238.84	14330.4	842.965		

Tabla A1 (Continuación)

80	1	17	1054.10	41.50	41.50	1	73.476	4408.56	259.327	68.99749004	6.491%
							75.03	4501.8	264.812		
							113.9	6834	402.000		
							116.07	6964.2	409.659		
							202.03	12121.8	713.047		
							206.3	12378	728.118		
							308.92	18535.2	1090.306		
							313.91	18834.6	1107.918		
							394.9	23694	1393.765		
80	1	17	943.61	37.15	37.15	2	403.28	24196.8	1423.341	89.53066387	-1.917%
							87.814	5268.84	309.932		
							88.093	5285.58	310.916		
							133.18	7990.8	470.047		
							134.22	8053.2	473.718		
							241.34	14480.4	851.788		
							242.09	14525.4	854.435		
							352.41	21144.6	1243.800		
							355.35	21321	1254.176		
80	1	17	826.77	32.55	32.55	3	471.52	28291.2	1664.188	113.6923218	-0.591%
							472.92	28375.2	1669.129		
							113.02	6781.2	398.894		
							116.93	7015.8	412.694		
							156.43	9385.8	552.106		
							160.89	9653.4	567.847		
							241.56	14493.6	852.565		
							267.8	16068	945.176		
							310.05	18603	1094.294		
100	1.25	17	1317.50	51.87	41.50	1	315.93	18955.8	1115.047	55.19743071	2.690%
							320.94	19256.4	1132.729		
							411.69	24701.4	1453.024		
							56.682	3400.92	200.054		
							56.833	3409.98	200.587		
							84.7	5082	298.941		
							86.477	5188.62	305.213		
							155.59	9335.4	549.141		
							156.26	9375.6	551.506		
100	1.25	17	1179.58	46.44	37.15	2	230.59	13835.4	813.847	71.60999404	8.264%
							235.26	14115.6	830.329		
							304.78	18286.8	1075.694		
							305.5	18330	1078.235		
							77.528	4651.68	273.628		
							78.938	4736.28	278.605		
							115.56	6933.6	407.859		
							116.44	6986.4	410.965		
							212.72	12763.2	750.776		
100	1.25	17	1033.27	40.68	32.54	3	216.37	12982.2	763.659	90.96320117	3.927%
							306.12	18367.2	1080.424		
							308.31	18498.6	1088.153		
							415.31	24918.6	1465.800		
							422.27	25336.2	1490.365		
							94.535	5672.1	333.653		
							94.777	5686.62	334.507		
							132.08	7924.8	466.165		
							135	8100	476.471		
							259.59	15575.4	916.200		
							260.29	15617.4	918.671		
							327.48	19648.8	1155.812		
							329.3	19758	1162.235		
							381.14	22868.4	1345.200		
							389.2	23352	1373.647		

Tabla 22 (Continuación)

120	1.5	17	1581.15	62.25	41.50	1	45.394	2723.64	160.214	45.98713762	-1.290%
							45.539	2732.34	160.726		
							73.148	4388.88	258.169		
							74.926	4495.56	264.445		
							124.63	7477.8	439.871		
							125.25	7515	442.059		
							198.19	11891.4	699.494		
							202.23	12133.8	713.753		
							244.25	14655	862.059		
120	1.5	17	1415.54	55.73	37.15	2	244.89	14693.4	864.318	59.66571897	-4.486%
							56.989	3419.34	201.138		
							57.41	3444.6	202.624		
							91.56	5493.6	323.153		
							93.245	5594.7	329.100		
							156.57	9394.2	552.600		
							157.76	9465.6	556.800		
							246.07	14764.2	868.482		
							249.5	14970	880.588		
120	1.5	17	1240.03	48.82	32.55	3	306.16	18369.6	1080.565	75.78640524	-0.494%
							308.23	18493.8	1087.871		
							75.412	4524.72	266.160		
							77.967	4678.02	275.178		
							116.06	6963.6	409.624		
							121.07	7264.2	427.306		
							207.02	12421.2	730.659		
							214.1	12846	755.647		
							300.73	18043.8	1061.400		
140	1.75	17	1844.59	72.62	41.50	1	309.84	18590.4	1093.553	39.41623209	2.544%
							404.15	24249	1426.412		
							417.72	25063.2	1474.306		
							40.419	2425.14	142.655		
							40.459	2427.54	142.796		
							59.81	3588.6	211.094		
							60.187	3611.22	212.425		
							111.13	6667.8	392.224		
							111.27	6676.2	392.718		
140	1.75	17	1651.86	65.03	37.16	2	162.37	9742.2	573.071	51.12164706	-1.427%
							163.9	9834	578.471		
							217.41	13044.6	767.329		
							217.58	13054.8	767.929		
							50.392	3023.52	177.854		
							51.383	3082.98	181.352		
							71.25	4275	251.471		
							72.127	4327.62	254.566		
							138.46	8307.6	488.682		
140	1.75	17	1446.81	56.96	32.55	3	141.15	8469	498.176	64.94739127	3.861%
							189.7	11382	669.529		
							193.15	11589	681.706		
							270.64	16238.4	955.200		
							275.76	16545.6	973.271		
							67.455	4047.3	238.076		
							68.955	4137.3	243.371		
							88.421	5305.26	312.074		
							90.48	5428.8	319.341		

Tabla 22 (Continuación)

160	2	17	2108.15	83.00	41.50	1	35.014	2100.84	123.579	34.48545013	1.533%
							35.056	2103.36	123.727		
							54.896	3293.76	193.751		
							55.328	3319.68	195.275		
							96.281	5776.86	339.815		
							96.423	5785.38	340.316		
							148.34	8900.4	523.553		
							149.86	8991.6	528.918		
							188.35	11301	664.765		
160	2	17	1887.89	74.33	37.16	2	188.53	11311.8	665.400	44.72633706	-4.633%
							42.654	2559.24	150.544		
							44.768	2686.08	158.005		
							66.302	3978.12	234.007		
							68.611	4116.66	242.156		
							117.26	7035.6	413.859		
							123.09	7385.4	434.435		
							178.07	10684.2	628.482		
							184.09	11045.4	649.729		
160	2	17	1653.50	65.10	32.55	3	229.18	13750.8	808.871	56.82428845	4.610%
							240.53	14431.8	848.929		
							59.444	3566.64	209.802		
							59.512	3570.72	210.042		
							88.139	5288.34	311.079		
							88.94	5336.4	313.906		
							163.24	9794.4	576.141		
							163.44	9806.4	576.847		
							229.11	13746.6	808.624		
180	2.25	17	2317.69	91.25	40.55	1	231.08	13864.8	815.576	31.57082976	-4.105%
							318.49	19109.4	1124.082		
							318.83	19129.8	1125.282		
							30.275	1816.5	106.853		
							30.32	1819.2	107.012		
							47.569	2854.14	167.891		
							48.147	2888.82	169.931		
							83.233	4993.98	293.764		
							83.395	5003.7	294.335		
180	2.25	17	2123.90	83.62	37.16	2	129.07	7744.2	455.541	39.75336399	-5.105%
							130.87	7852.2	461.894		
							162.88	9772.8	574.871		
							163.07	9784.2	575.541		
							37.724	2263.44	133.144		
							38.75	2325	136.765		
							58.568	3514.08	206.711		
							60.046	3602.76	211.927		
							103.67	6220.2	365.894		
180	2.25	17	1860.18	73.24	32.55	3	106.55	6393	376.059	50.50717055	1.851%
							158.03	9481.8	557.753		
							161.69	9701.4	570.671		
							202.6	12156	715.059		
							208.19	12491.4	734.788		
							51.442	3086.52	181.560		
							51.646	3098.76	182.280		
							76.764	4605.84	270.932		
							77.817	4669.02	274.648		

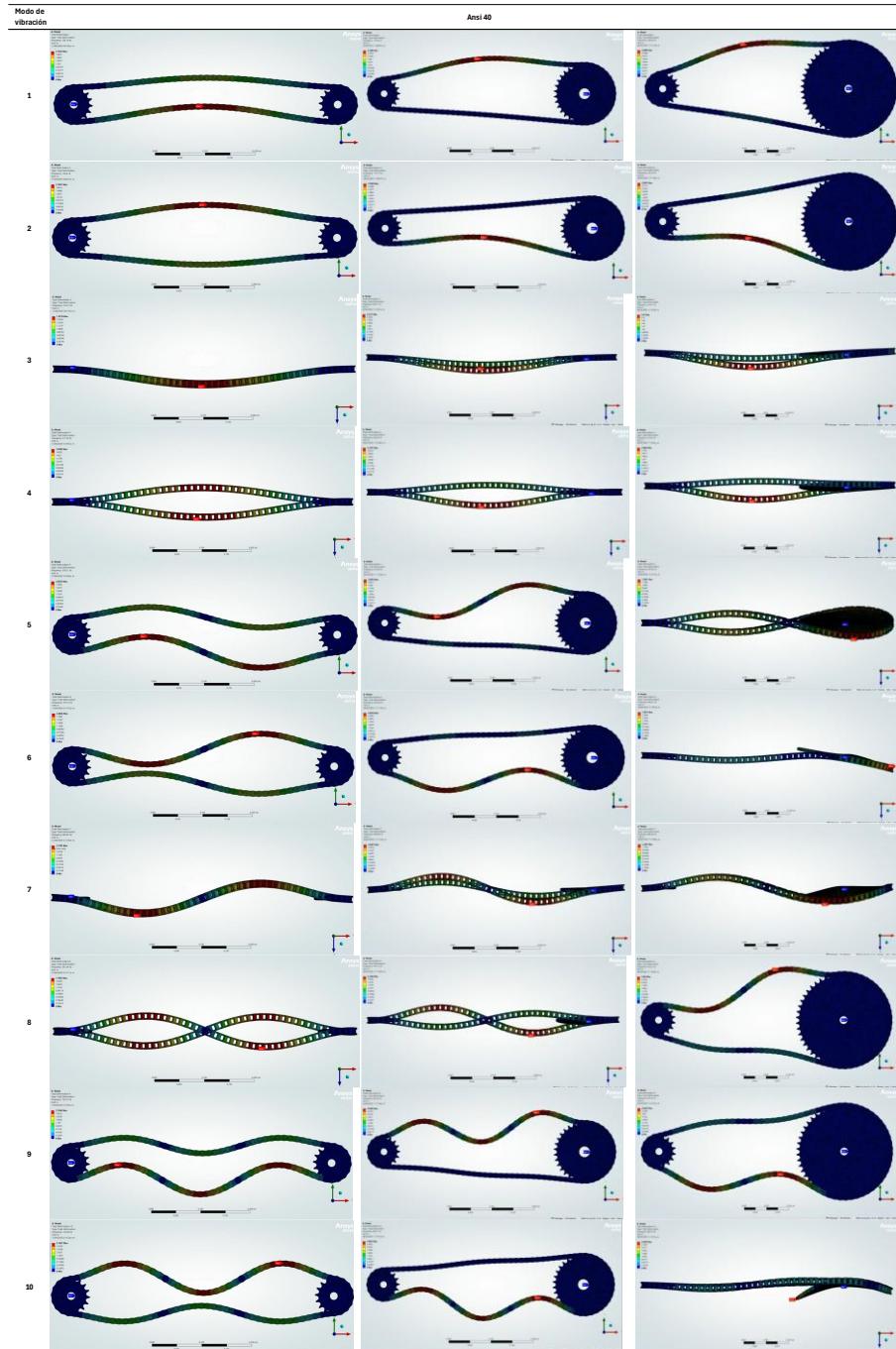
Tabla 22 (Continuación)

200	2.5	17	2635.17	103.75	41.50	1	27.654	1659.24	97.602	27.58490178	0.250%
							27.709	1662.54	97.796		
							42.162	2529.72	148.807		
							42.896	2573.76	151.398		
							76.012	4560.72	268.278		
							76.214	4572.84	268.991		
							114.72	6883.2	404.894		
							116.84	7010.4	412.376		
							148.77	8926.2	525.071		
200	2.5	17	2491.18	98.08	39.23	1.5	149.01	8940.6	525.918	31.77384397	0.636%
							31.976	1918.56	112.856		
							32.084	1925.04	113.238		
							47.945	2876.7	169.218		
							48.436	2906.16	170.951		
							87.896	5273.76	310.221		
							88.205	5292.3	311.312		
							129.08	7744.8	455.576		
							130.69	7841.4	461.259		
200	2.5	17	2203.55	86.75	34.70	2.5	171.83	10309.8	606.459	40.58347466	-9.626%
							172.38	10342.8	608.400		
							36.677	2200.62	129.448		
							39.744	2384.64	140.273		
							58.654	3519.24	207.014		
							59.801	3588.06	211.062		
							109.02	6541.2	384.776		
							109.2	6552	385.412		
							157.14	9428.4	554.612		
240	3	17	3162.24	124.50	41.50	1	159.57	9574.2	563.188	22.98456777	-0.755%
							212.95	12777	751.588		
							213.23	12793.8	752.576		
							22.811	1368.66	80.509		
							22.871	1372.26	80.721		
							35.501	2130.06	125.298		
							36.264	2175.84	127.991		
							62.674	3760.44	221.202		
							62.909	3774.54	222.032		
240	3	17	2989.46	117.70	39.23	1.5	96.51	5790.6	340.624	26.47485226	-2.855%
							98.473	5908.38	347.552		
							122.73	7363.8	433.165		
							123	7380	434.118		
							25.719	1543.14	90.773		
							25.763	1545.78	90.928		
							39.337	2360.22	138.836		
							40.07	2404.2	141.424		
							70.615	4236.9	249.229		
240	3	17	2831.92	111.49	37.16	2	70.808	4248.48	249.911	29.80915652	33.103%
							106.24	6374.4	374.965		
							108.2	6492	381.882		
							138.2	8292	487.765		
							138.41	8304.6	488.506		
							39.677	2380.62	140.036		
							39.744	2384.64	140.273		
							58.654	3519.24	207.014		
							59.801	3588.06	211.062		

Nota. Datos consolidados de los parámetros geométricos nominales según la norma ANSI B29.1 y resultados exportados de las simulaciones modales, en la columna denominada “1ra frecuencia mínimos cuadrados”, el valor es el resultado de con los valores de las anteriores columnas se reemplazan en la fórmula obtenida en la sección 5.7, la columna error formula, enuncia la diferencia porcentual entre el valor obtenido por ANSYS y el valor obtenido a través de esta fórmula.

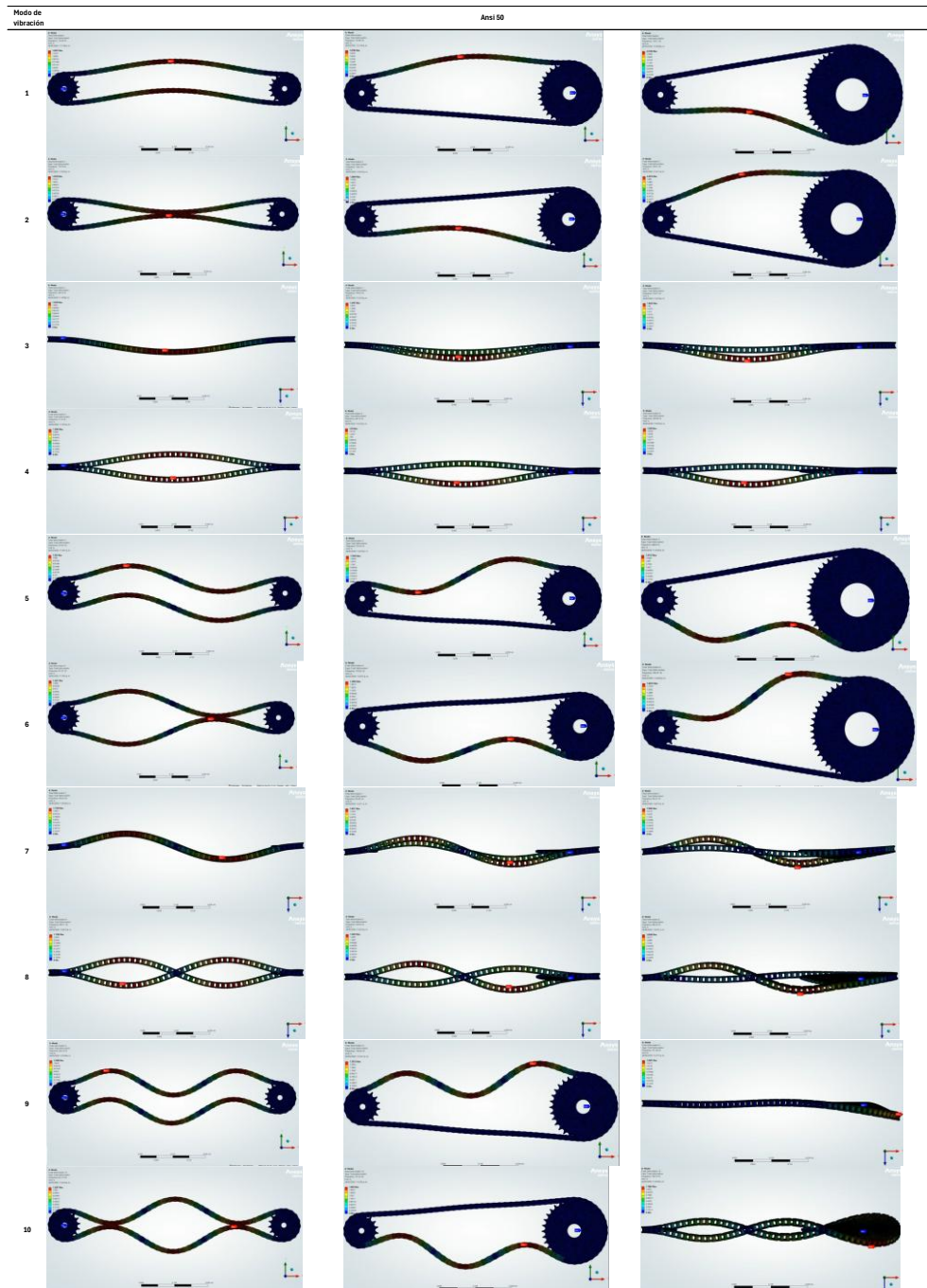
Apéndice B. Resultados de las Modal Shape para cada configuración.

Tabla 23 Modal Shape para la cadena Ansi 40 en RV 1 RV 2 y RV 3



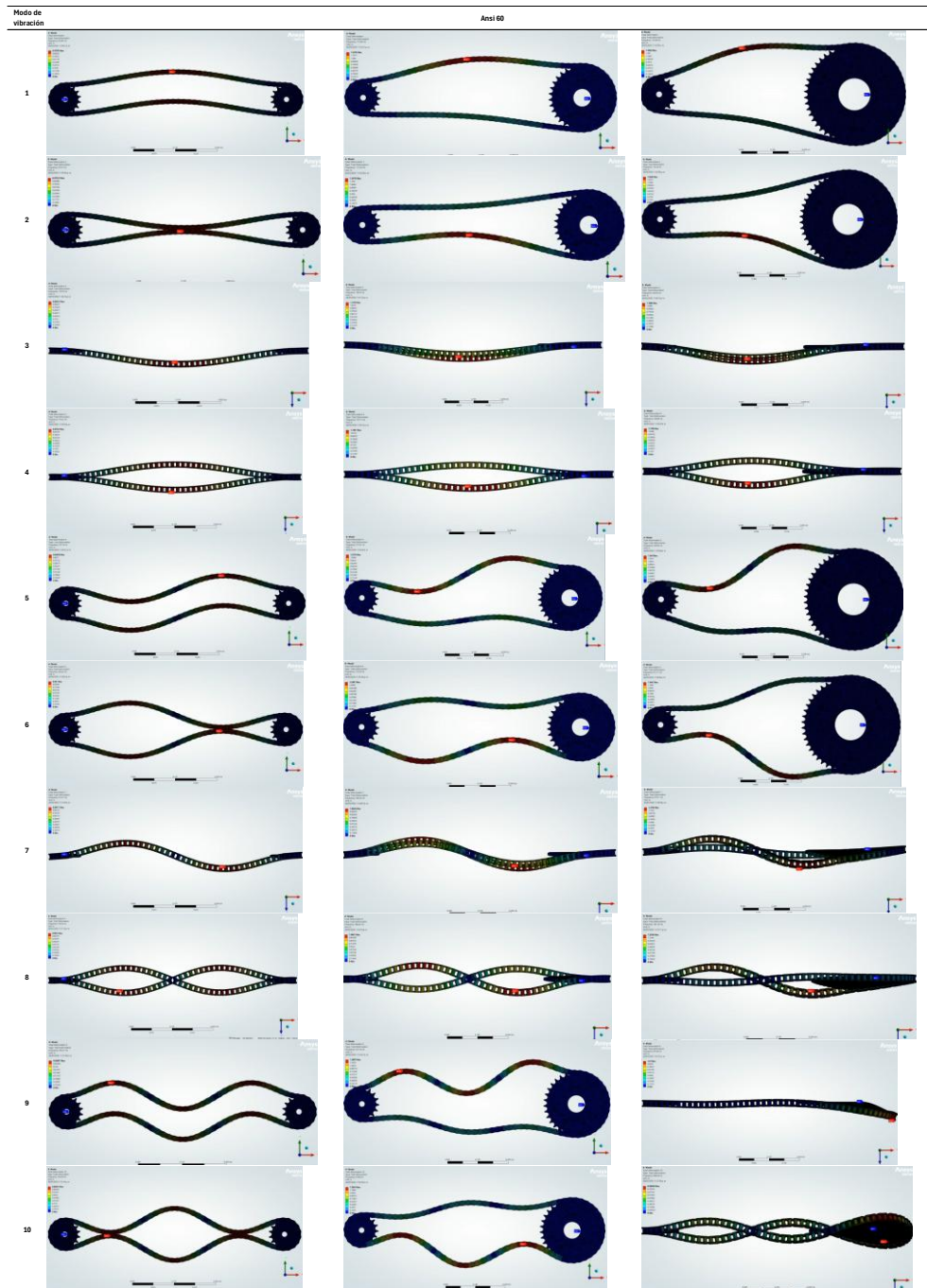
Nota. Cada columna representa una RV distinta que abarcan desde la RV1 hasta la RV 3, cada fila es un modo de vibración para la cadena Ansi 40.

Tabla 24 Modal Shape para la cadena Ansi 50 en RV 1 RV 2 y RV 3



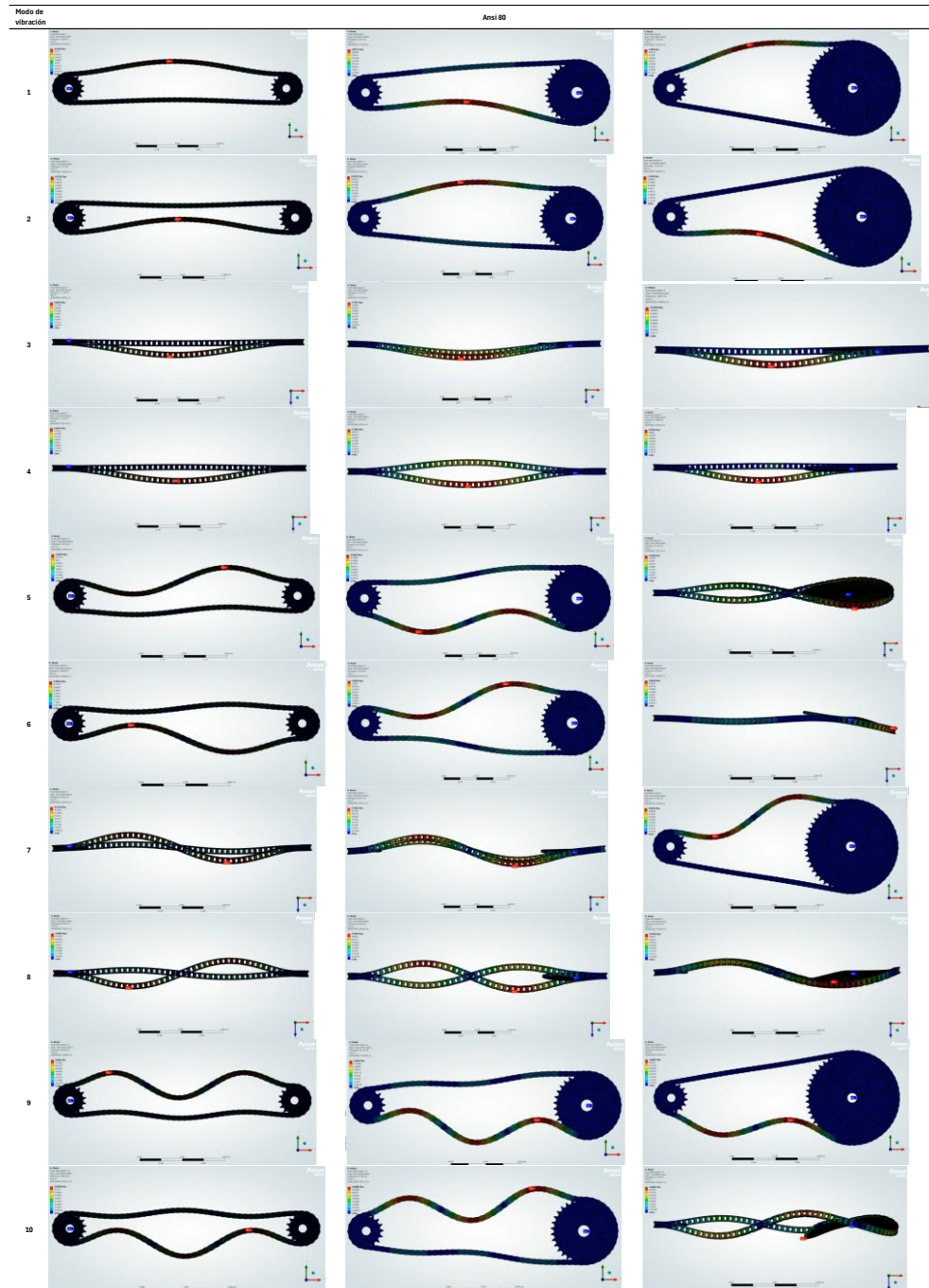
Nota. Cada columna representa una RV distinta que abarcan desde la RV1 hasta la RV 3, cada fila es un modo de vibración para la cadena Ansi 50.

Tabla 25 Modal Shape para la cadena Ansi 60 en RV 1 RV 2 y RV 3



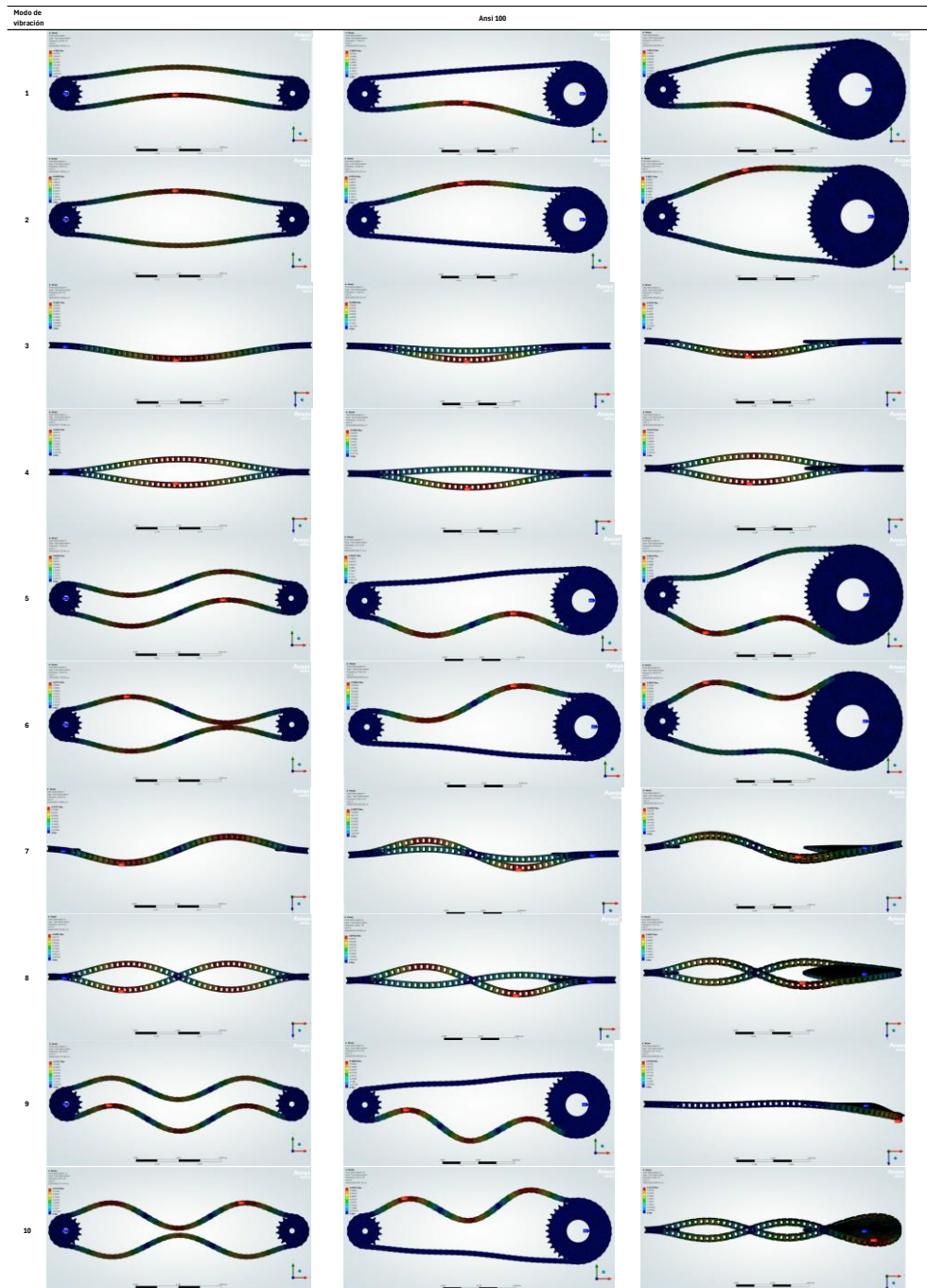
Nota. Cada columna representa una RV distinta que abarcan desde la RV1 hasta la RV 3, cada fila es un modo de vibración para la cadena Ansi 60.

Tabla 26 Modal Shape para la cadena Ansi 80 en RV 1 RV 2 y RV 3



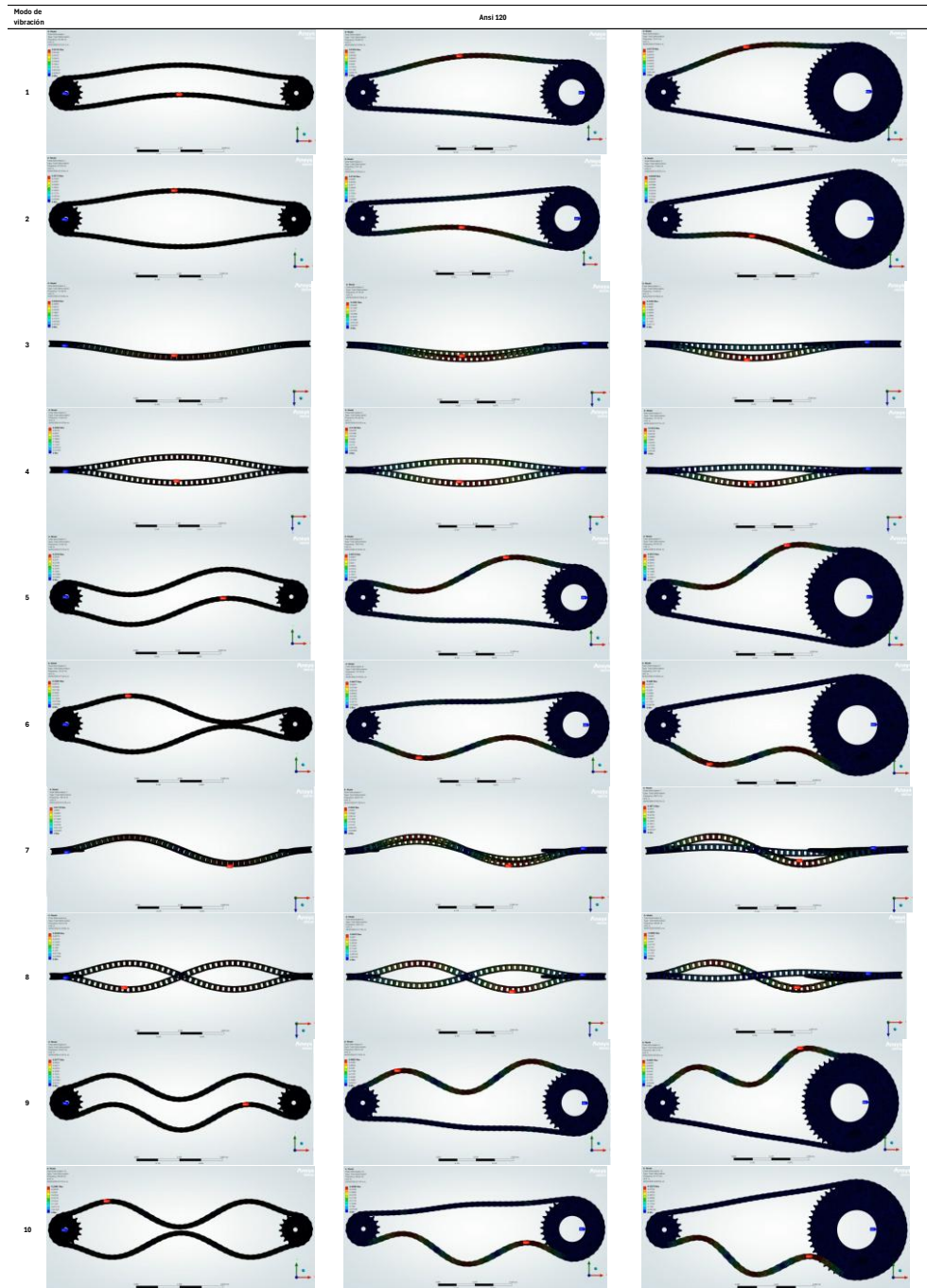
Nota. Cada columna representa una RV distinta que abarcan desde la RV1 hasta la RV 3, cada fila es un modo de vibración para la cadena Ansi 80.

Tabla 27 Modal Shape para la cadena Ansi 100 en RV 1 RV 2 y RV 3



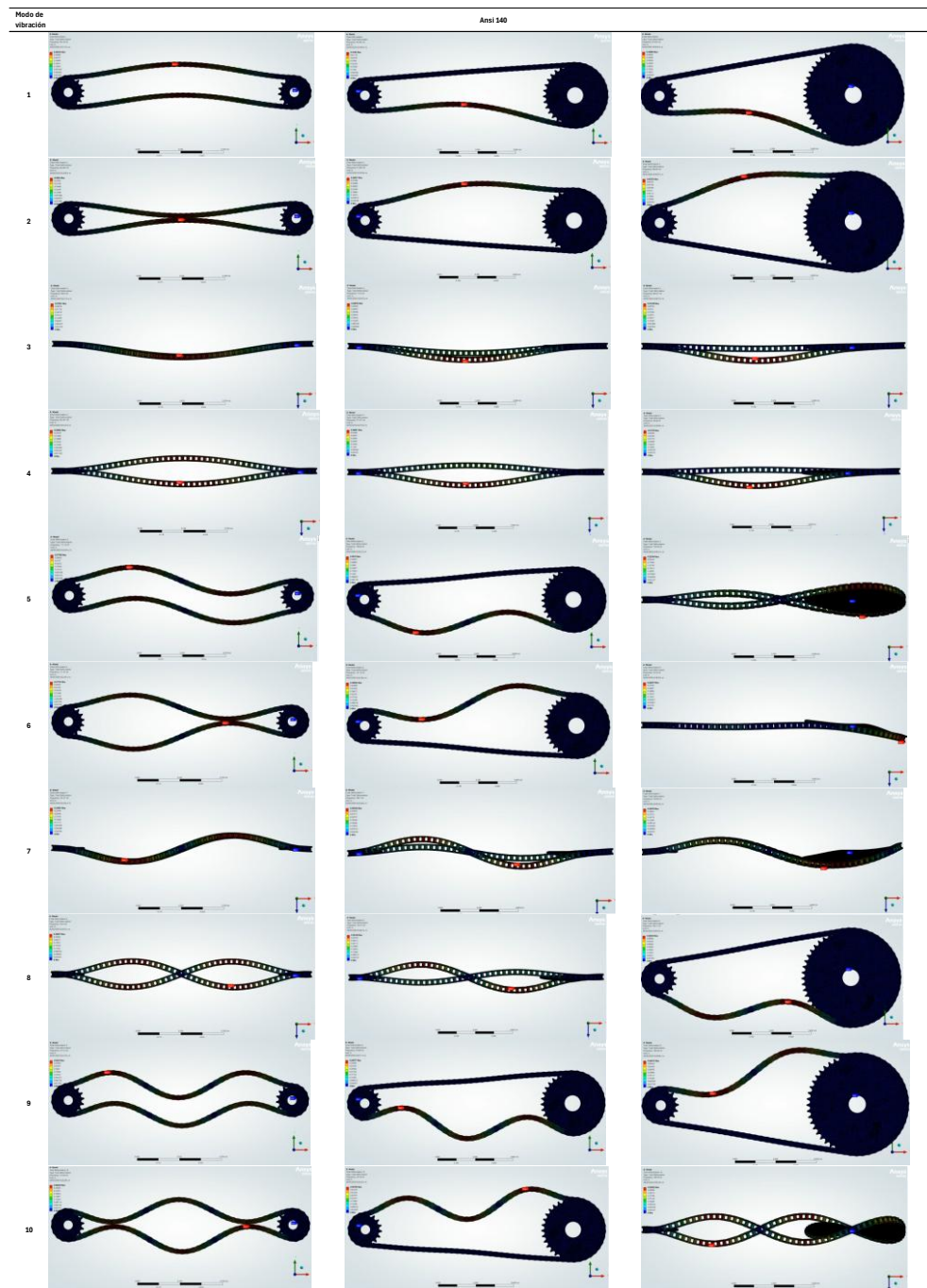
Nota. Cada columna representa una RV distinta que abarcan desde la RV1 hasta la RV 3, cada fila es un modo de vibración para la cadena Ansi 100.

Tabla 28 Modal Shape para la cadena Ansi 120 en RV 1 RV 2 y RV 3



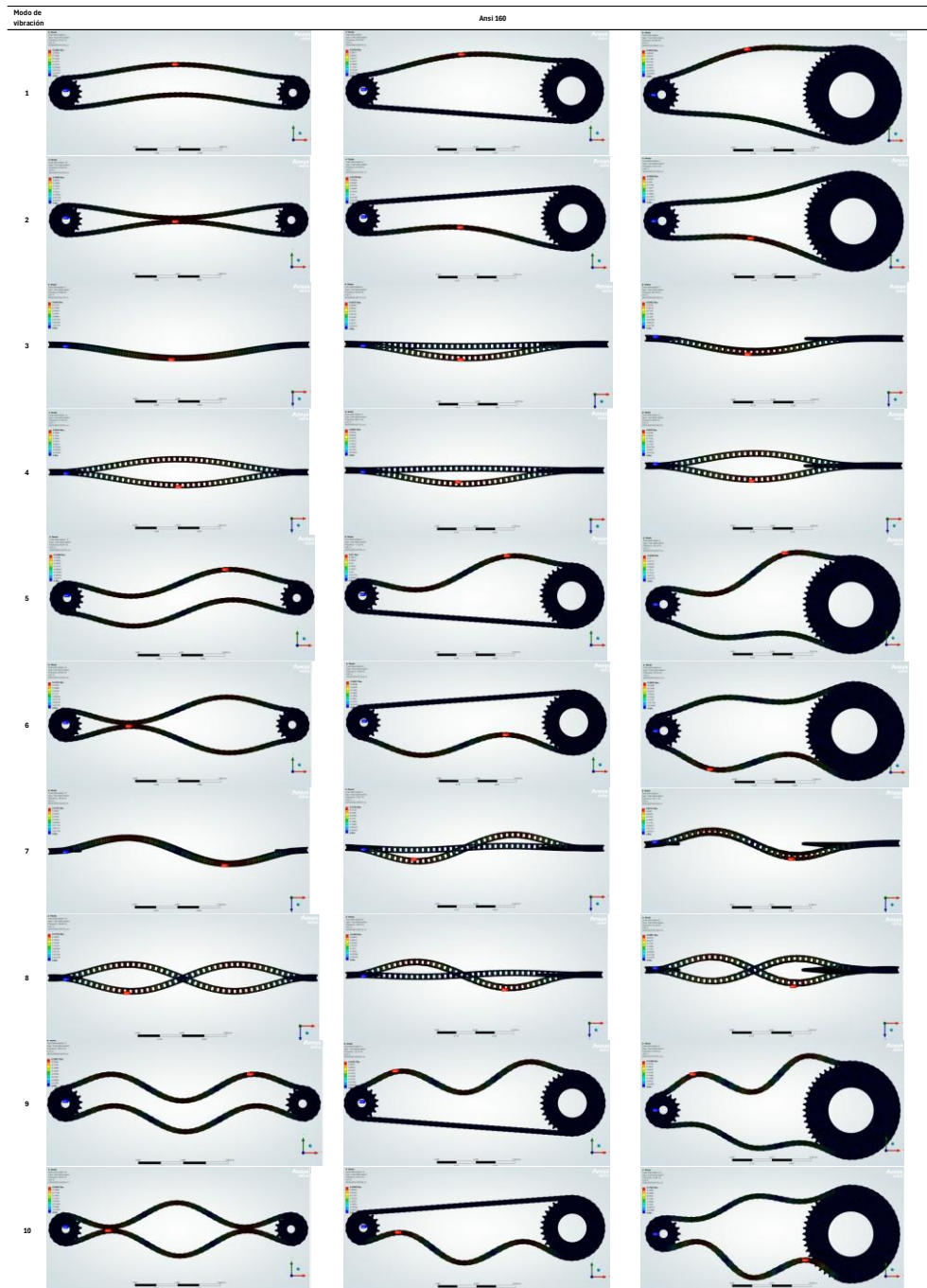
Nota. Cada columna representa una RV distinta que abarcan desde la RV1 hasta la RV 3, cada fila es un modo de vibración para la cadena Ansi 120.

Tabla 29 Modal Shape para la cadena Ansi 140 en RV 1 RV 2 y RV 3



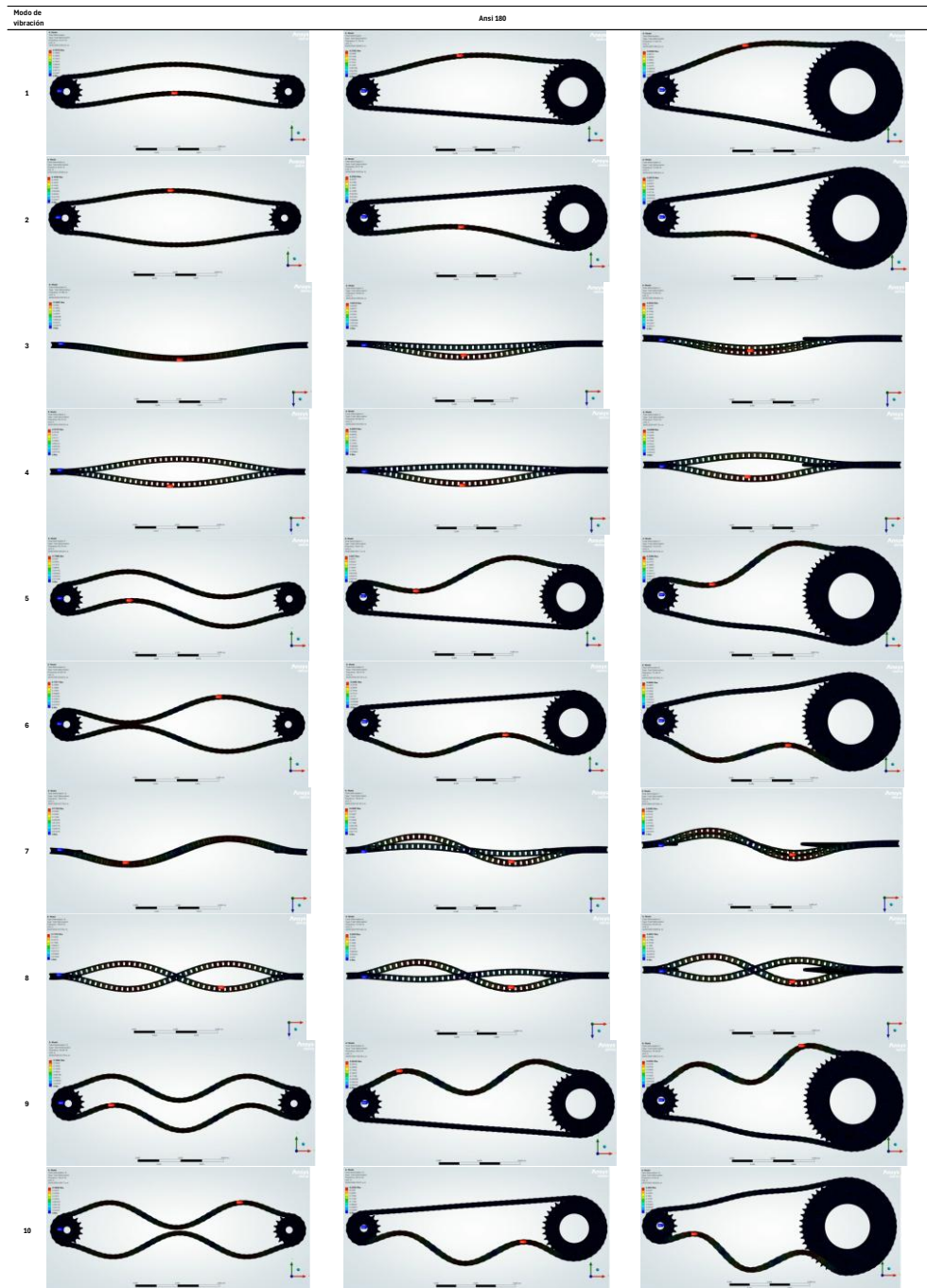
Nota. Cada columna representa una RV distinta que abarcan desde la RV1 hasta la RV 3, cada fila es un modo de vibración para la cadena Ansi 140.

Tabla 30 Modal Shape para la cadena Ansi 160 en RV 1 RV 2 y RV 3



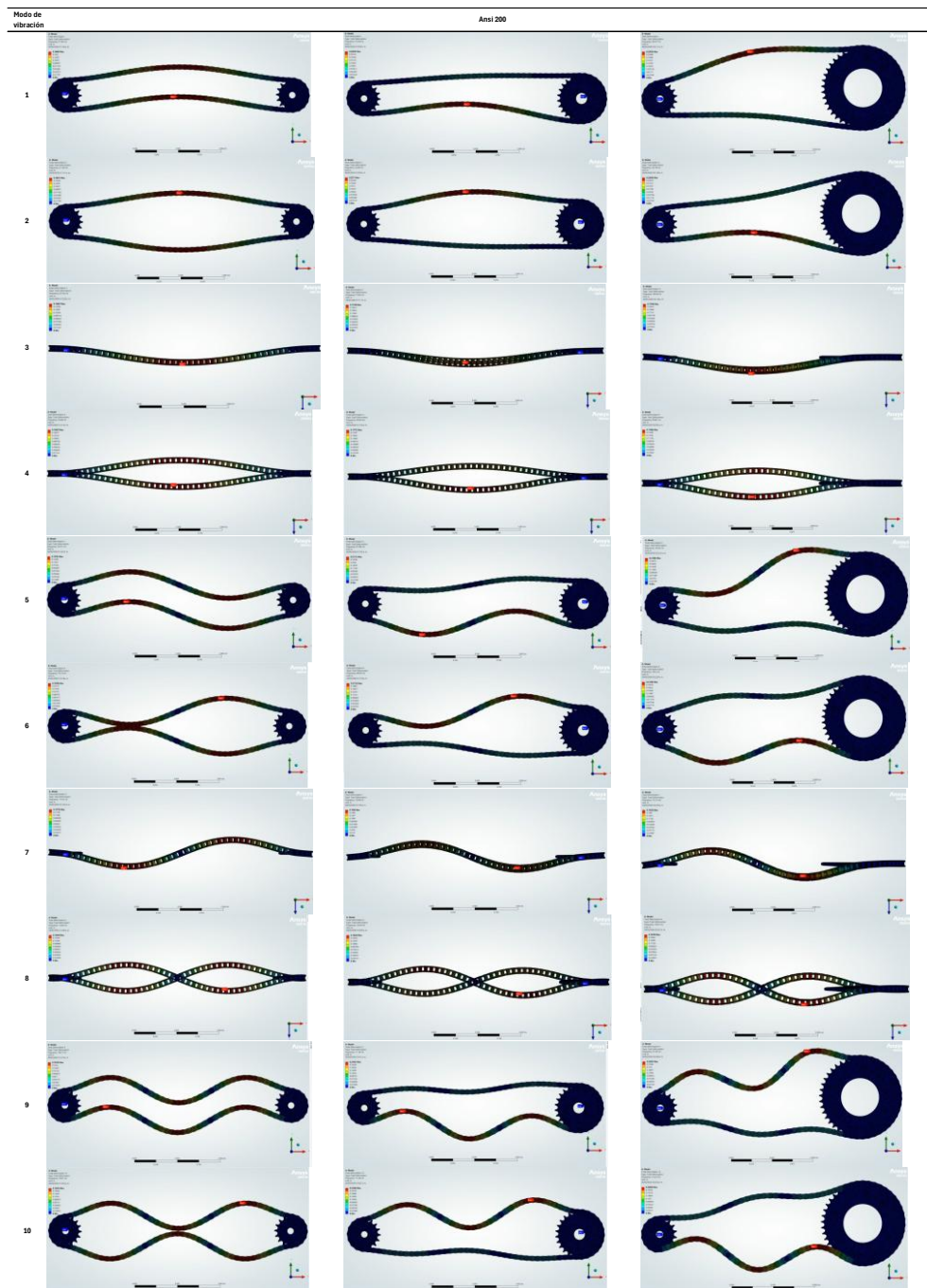
Nota. Cada columna representa una RV distinta que abarca desde la RV1 hasta la RV 3, cada fila es un modo de vibración para la cadena Ansi 160.

Tabla 31 Modal Shape para la cadena Ansi 180 en RV 1 RV 2 y RV 3



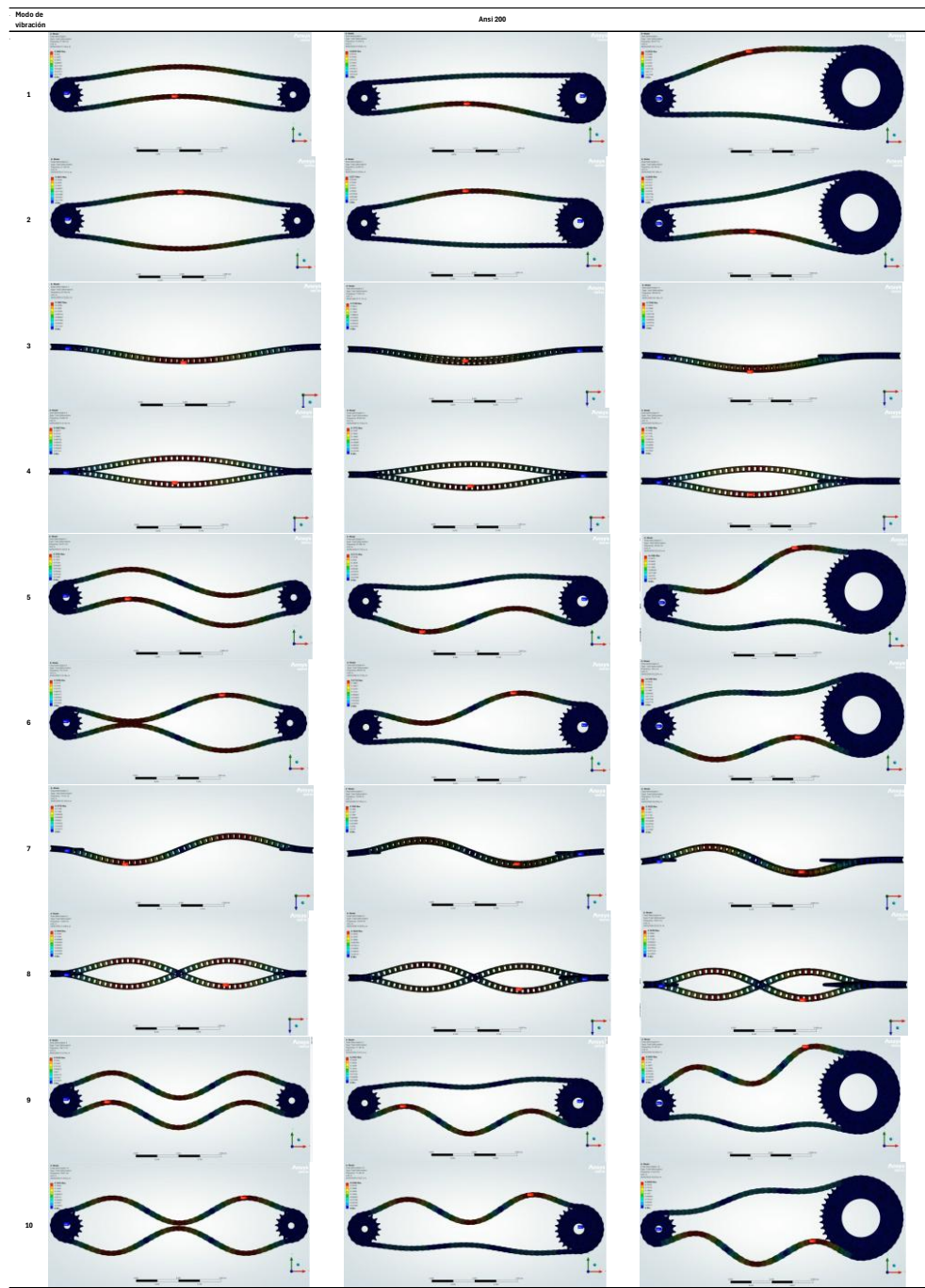
Nota. Cada columna representa una RV distinta que abarca desde la RV1 hasta la RV 3, cada fila es un modo de vibración para la cadena Ansi 180.

Tabla 32 Modal Shape para la cadena Ansi 200 en RV 1 RV 1.5 y RV 2.5



Nota. Cada columna representa una RV distinta que abarca desde la RV1 hasta la RV 2.5, cada fila es un modo de vibración para la cadena Ansi 200.

Tabla 33 Modal Shape para la cadena Ansi 240 en RV 1 RV 1.5 y RV 2



Nota. Cada columna representa una RV distinta que abarca desde la RV1 hasta la RV 2, cada fila es un modo de vibración para la cadena Ansi 240.

Apéndice C. Cálculos de fuerza para cada cadena ANSI

Tabla 34 Matriz de parámetros operativos, torques y tiempos de control analítico para las simulaciones dinámicas de los once tamaños de cadenas ANSI

Cadena	Rpm	Paso [mm]	Potencia (Hp)	Potencia (W)	Vel Angular (rad/s)	Rev/s	Tiempo 3 vueltas Piñón (s)	Tiempo 1 vuelta	Rv	Torque Catarina [N*m]	Radio de paso [mm]	Vmax [mm/s]	Distancia aceleración [mm]	Rodillo teorico	Rodillo real	Tiempo 10 vueltas (s)	Distancia entre centros [mm]	Tiempo en llegar a la catarina [s]	Tiempo en llegar al piñón 2[s]	Tiempo en llegar al piñón 3[s]	Tiempo total estimado
40	1600	12.7	10.69	7971.53	167.55	26.67	0.1133	0.0375	1	47.58	34.56	5790.23	327.87	25.82	27	0.375	527.05	0.204273955	0.295297909	0.4773	0.9010
						26.67		0.0375	2	95.15							471.932	0.194754823	0.285778778	0.4583	0.8677
						26.67		0.0375	3	142.73							413.258	0.184621554	0.275645508	0.4380	0.8322
50	1500	15.875	14.08	10499.46	157.08	25.00	0.1200	0.0400	1	66.84	43.20	6785.43	407.13	25.65	27	0.400	658.876	0.217101577	0.314203153	0.5084	0.9597
						25.00		0.0400	2	133.68							586.789	0.209919761	0.304021338	0.4890	0.9241
						25.00		0.0400	3	200.52							516.636	0.196139016	0.293240592	0.4695	0.8893
60	1000	19.05	24.3	18120.51	104.72	16.67	0.1800	0.0600	1	173.04	51.84	5428.34	488.55	25.65	27	0.600	790.448	0.325614032	0.471229863	0.7025	1.4393
						16.67		0.0600	2	346.08							707.644	0.310360925	0.455975857	0.7320	1.3859
						16.67		0.0600	3	519.11							620.014	0.294217882	0.439632813	0.6907	1.3294
80	800	25.4	45.8	34153.06	83.78	13.33	0.2250	0.0750	1	407.67	69.12	5790.23	651.40	25.65	27	0.750	1064.1	0.407047909	0.589095818	0.9532	1.7993
						13.33		0.0750	2	815.34							943.61	0.387965779	0.570013688	0.9150	1.7325
						13.33		0.0750	3	1223.02							826.77	0.367789975	0.549634884	0.8747	1.6619
100	700	31.75	76.91	57351.79	73.30	11.67	0.2571	0.0857	1	782.36	86.39	6333.07	814.25	25.65	27	0.857	1317.498	0.485177557	0.673212257	1.0893	2.0662
						11.67		0.0857	2	1564.77							1179.576	0.443399498	0.651434198	1.0457	1.9900
						11.67		0.0857	3	2347.15							1033.272	0.420297891	0.628332591	0.9995	1.8992
120	600	38.1	112.14	83622.80	62.83	10.00	0.3000	0.1000	1	1330.90	103.67	6514.01	977.10	25.65	27	1.000	1581.15	0.542730546	0.785461091	1.2709	2.3991
						10.00		0.1000	2	2661.80							1415.542	0.517307202	0.760037747	1.2201	2.3101
						10.00		0.1000	3	3992.69							1240.028	0.490363136	0.733093682	1.1662	2.2158
140	500	44.45	145.97	108849.83	52.36	8.33	0.3600	0.1200	1	2078.88	120.95	6333.07	1139.95	25.65	27	1.200	1844.59	0.651263233	0.942526466	1.5251	2.8788
						8.33		0.1200	2	4157.76							1651.86	0.620830968	0.912084141	1.4642	2.7723
						8.33		0.1200	3	6236.64							1446.81	0.588453238	0.879715471	1.3994	2.6590
160	500	50.8	185.56	138372.09	52.36	8.33	0.3600	0.1200	1	2642.71	138.23	7237.79	1302.80	25.65	27	1.200	2108.15	0.651269747	0.942539403	1.5251	2.8789
						8.33		0.1200	2	5285.42							1887.89	0.620837816	0.912107563	1.4642	2.7724
						8.33		0.1200	3	7928.14							1663.5	0.588453633	0.879723379	1.3994	2.6590
180	400	57.15	236.02	176000.11	41.89	6.67	0.4500	0.1500	1	4201.69	155.51	6514.01	1465.65	25.65	27	1.500	2317.69	0.805800625	1.16160125	1.8732	3.5406
						6.67		0.1500	2	8403.39							2123.9	0.776050916	1.131851541	1.8137	3.4365
						6.67		0.1500	3	12605.08							1890.18	0.73556989	1.091366515	1.7327	3.2948
200	400	63.5	310.02	231181.91	41.89	6.67	0.4500	0.1500	1	5519.06	172.79	7237.79	1628.50	25.65	27	1.500	2635.17	0.814084785	1.176169531	1.9053	3.5986
						6.67		0.1500	2.5	13797.65							2491.18	0.794190578	1.158275343	1.8696	3.5290
						6.67		0.1500	2.5	13797.65							2203.55	0.754450561	1.118536326	1.7871	3.3999
240	300	76.2	382.92	285543.44	31.42	5.00	0.6000	0.2000	1	9089.13	207.35	6514.01	1954.20	25.65	27	2.000	3182.24	1.08545188	1.570903761	2.5418	4.7982
						5.00		0.2000	1.5	13633.70							2989.456	1.058926911	1.544378792	2.4888	4.7053
						5.00		0.2000	2	18178.26							2831.92	1.034742742	1.520194623	2.4404	4.6207

Nota. Los valores numéricos tabulados en esta matriz corresponden a las condiciones de frontera operativas y a los tiempos límite de control calculados para configurar los ensayos dinámicos en el software Ansys Motion. En las columnas de la tabla se organizan los datos fundamentales de entrada para cada una de las 11 cadenas bajo la norma ANSI B29.1, incluyendo los valores de torque requeridos y las velocidades angulares asignadas para las diferentes relaciones de velocidad (RV 1, RV 1.5, RV 2 y RV 3).

Apéndice D. Tabla de resultados de todas las simulaciones en Ansys Motion.

Figura 22. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 40 RV1

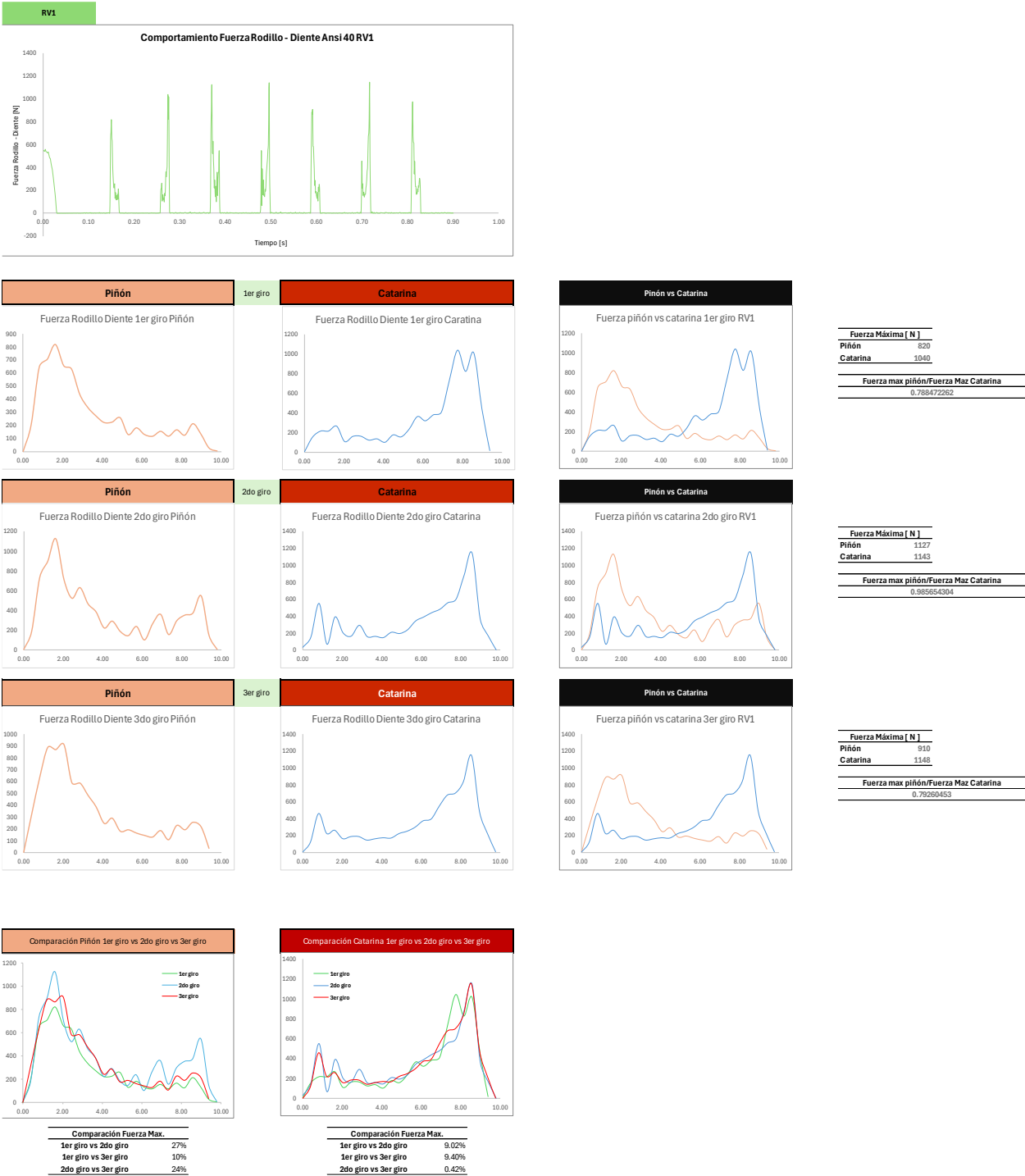
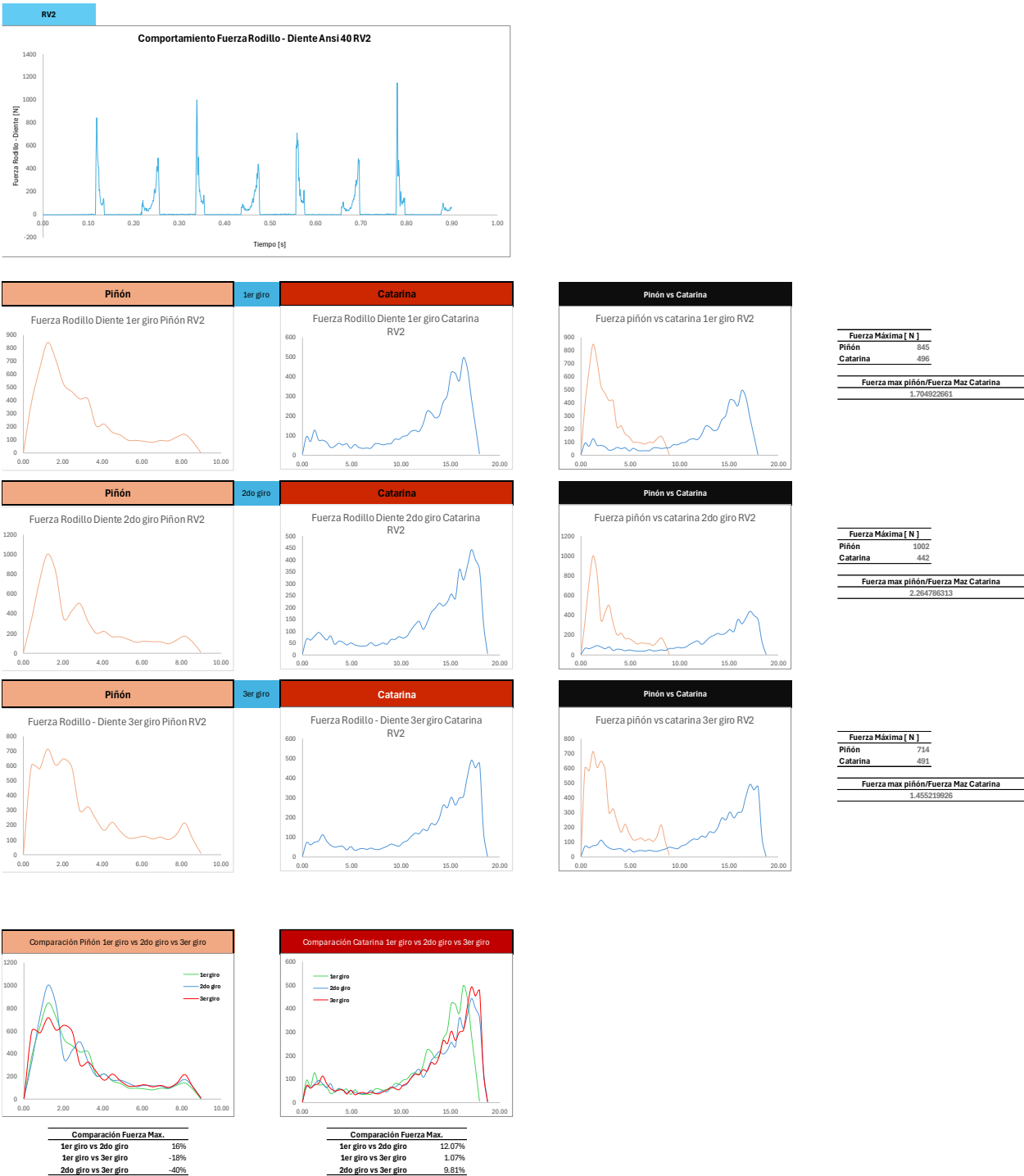
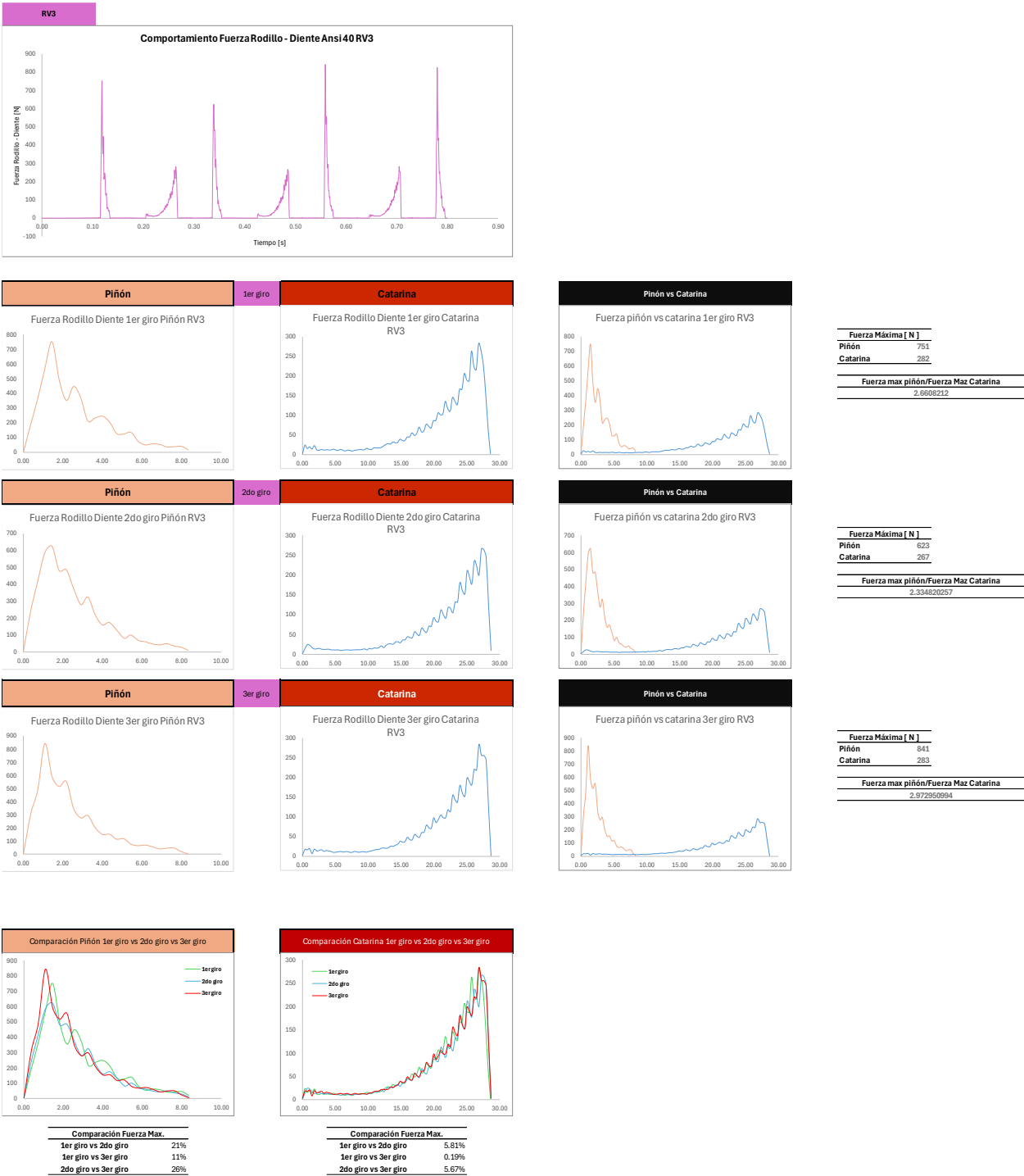


Figura 23. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 40 RV2



Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 24. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 40 RV3



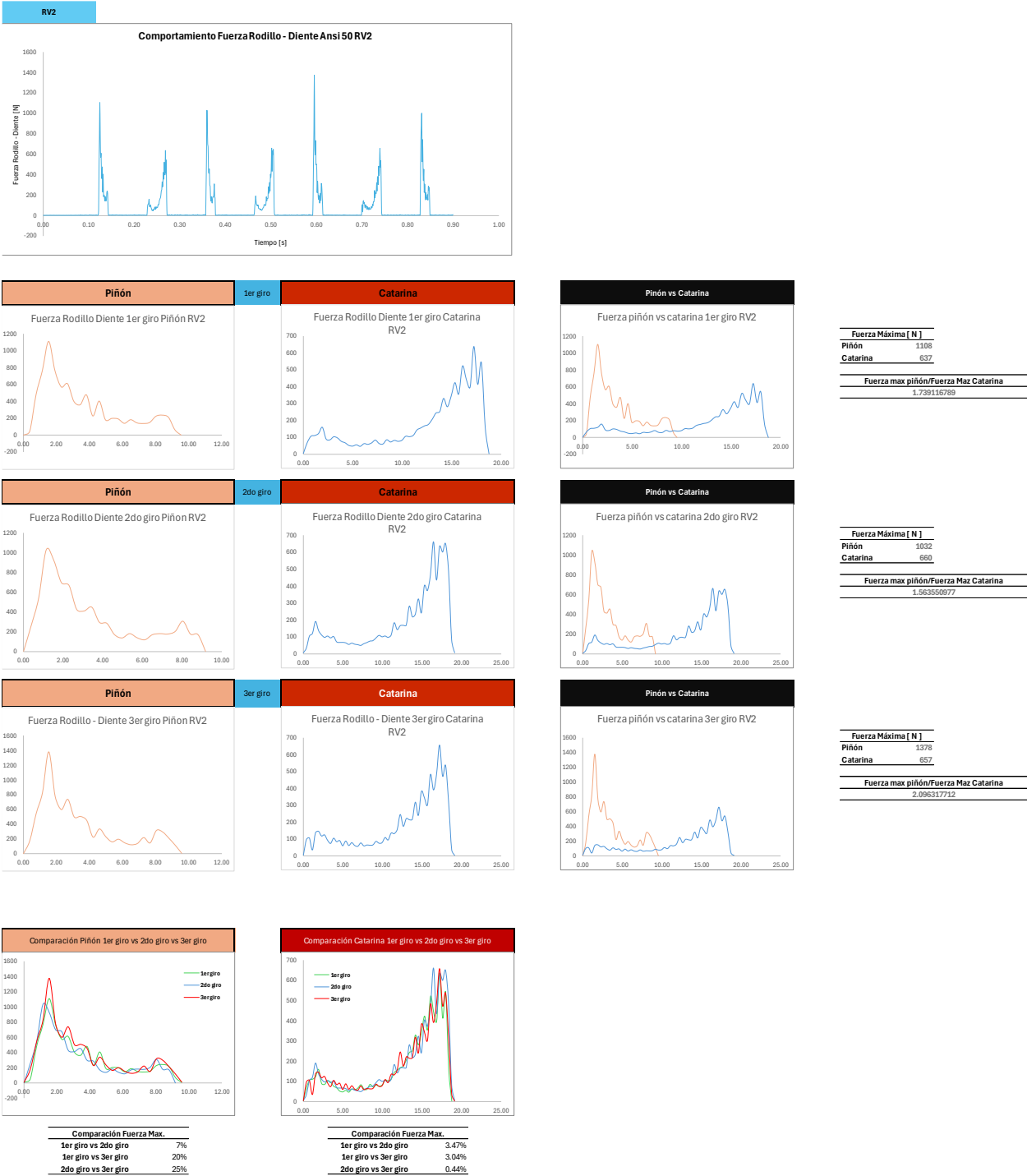
Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 25. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente comparación de cada RV para la Cadena Ansi 40



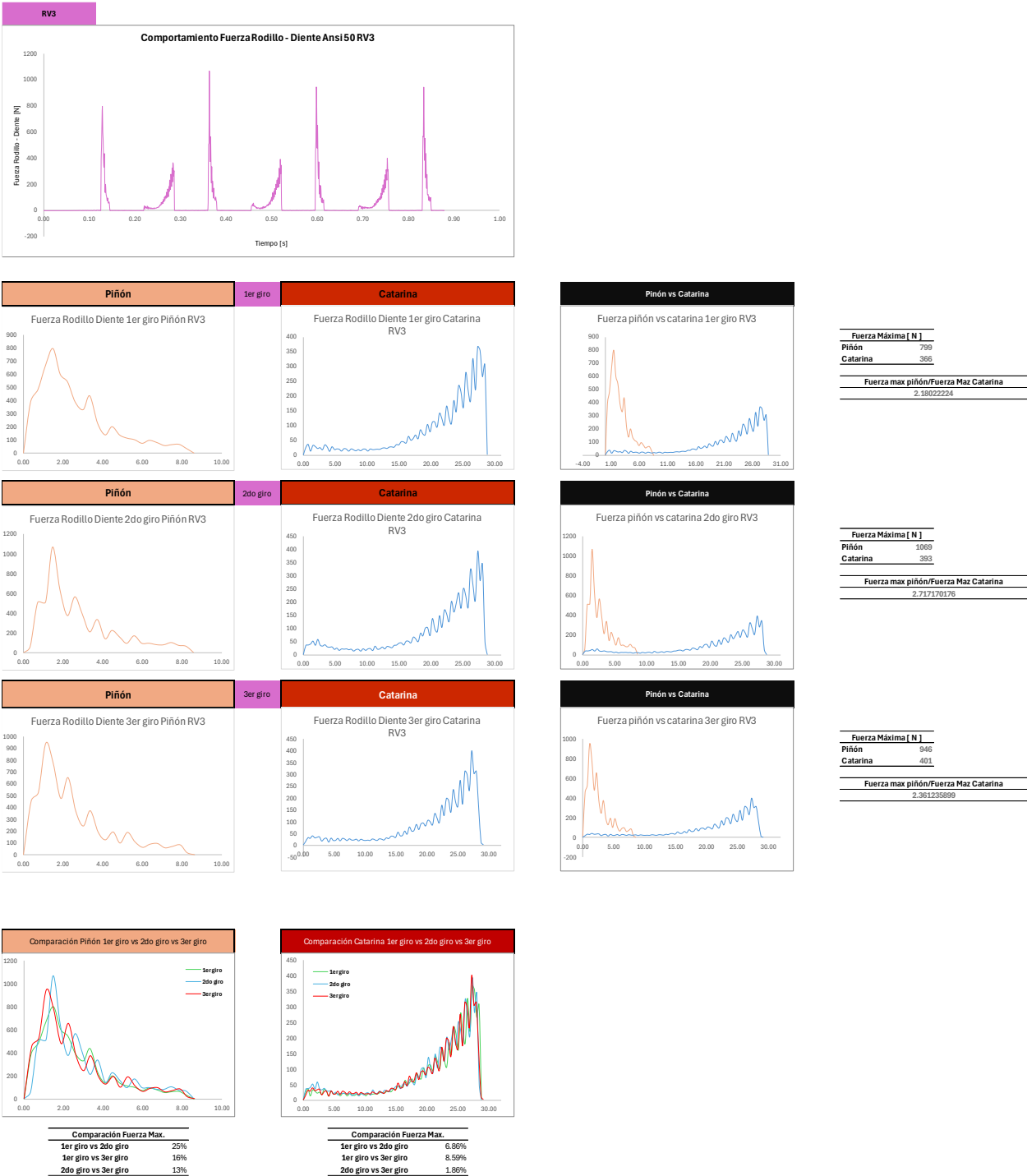
Nota. En esta figura se ilustra el comportamiento completo de cada relación de velocidad, contrastado entre estas.

Figura 26. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 50 RV1



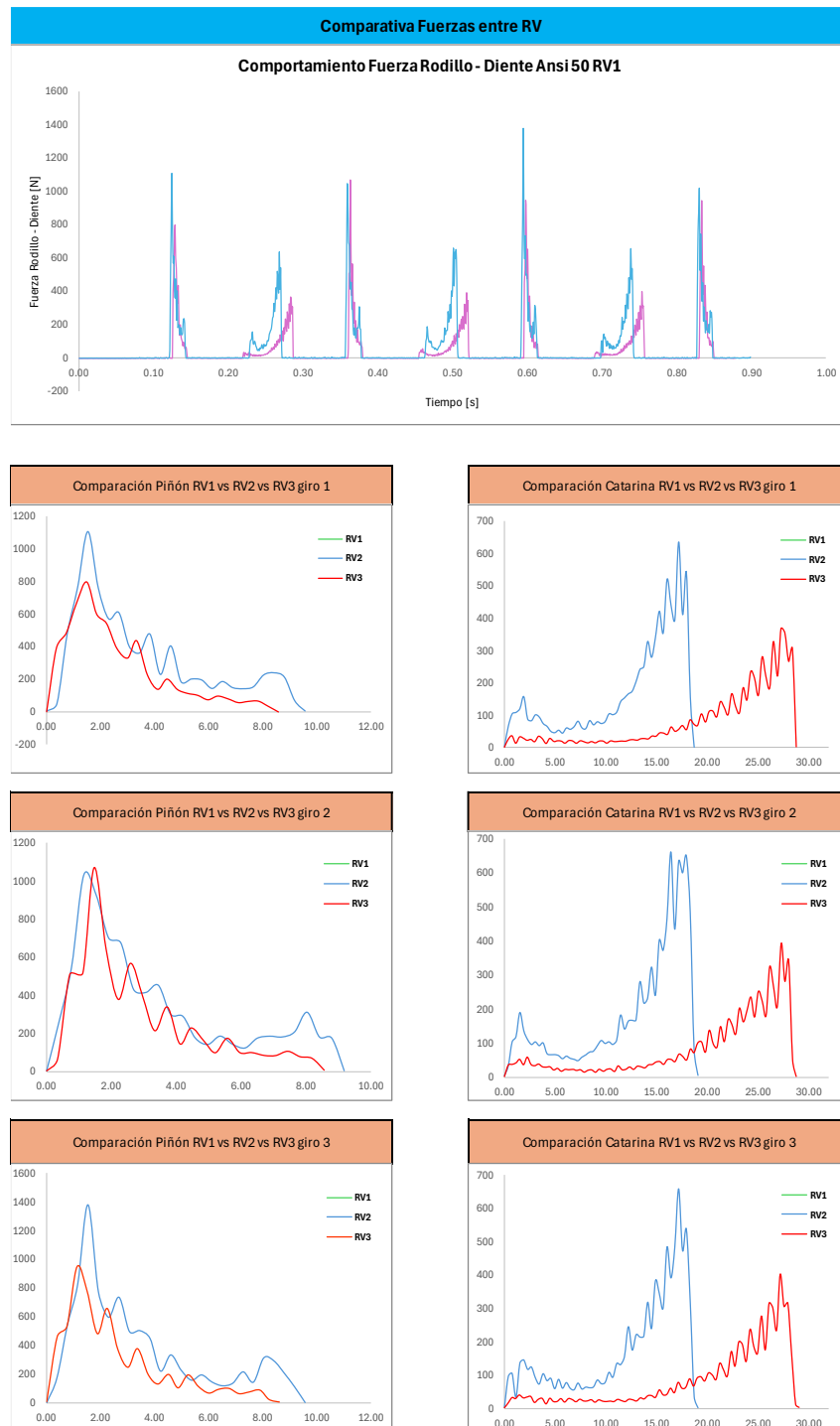
Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 27. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 50 RV2



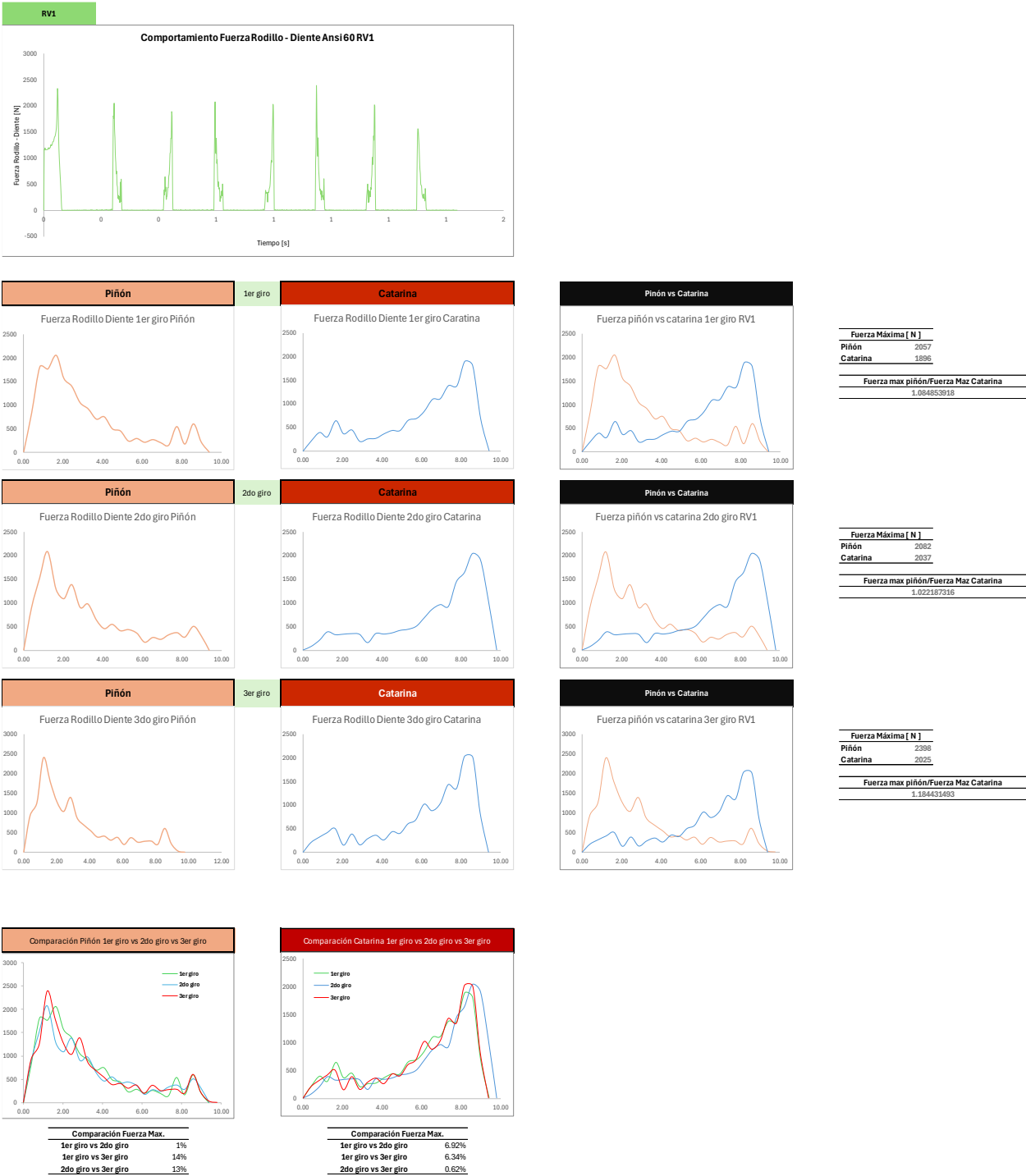
Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 28. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente comparación de cada RV para la Cadena Ansi 50



Nota. En esta figura se ilustra el comportamiento completo de cada relación de velocidad, contrastado entre estas.

Figura 29. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 60 RV1



Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina

Figura 30. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 60 RV2

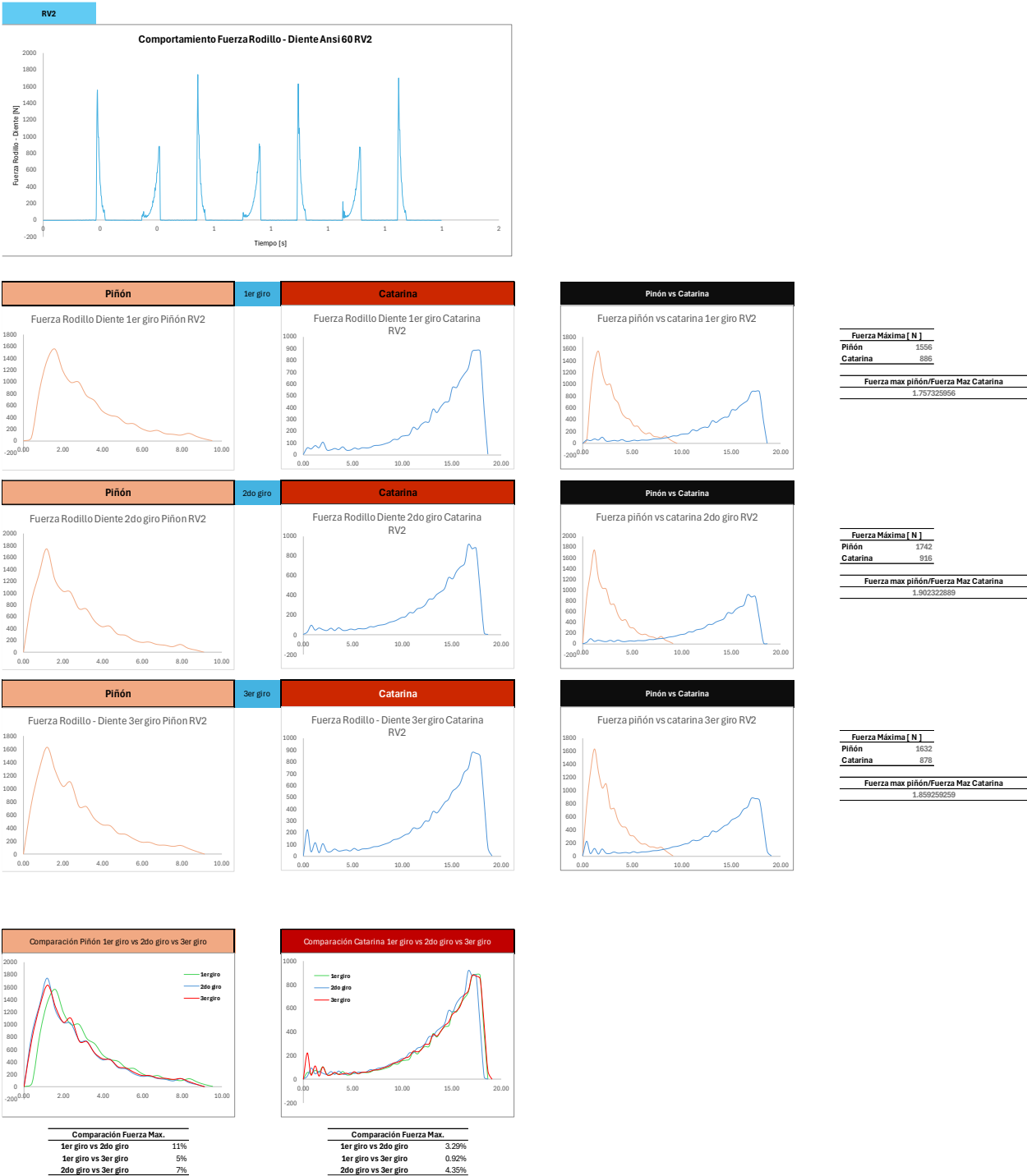
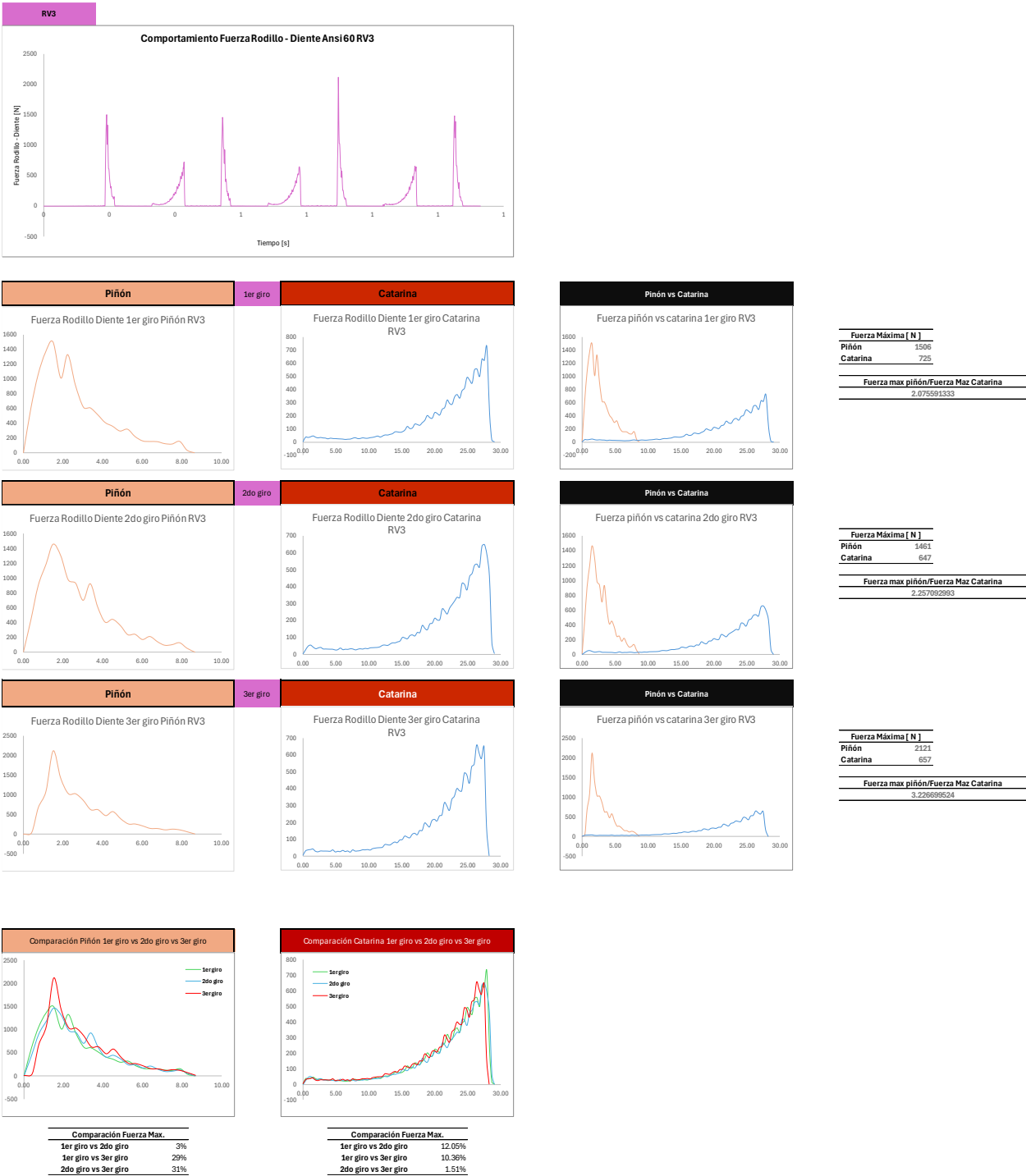


Figura 31. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 60 RV3



Piñón

2do giro

Catarina

Fuerza Rodillo Diente 2do giro Piñón RV3

Fuerza Rodillo Diente 2do giro Catarina RV3

Pinón vs Catarina

Fuerza piñón vs catarina 2do giro RV3

Fuerza Máxima [N]	
Piñón	1463
Catarina	647

Fuerza max piñón/Fuerza Maz Catarina	
2.257092993	

Piñón

3er giro

Catarina

Fuerza Rodillo Diente 3er giro Piñón RV3

Fuerza Rodillo Diente 3er giro Catarina RV3

Pinón vs Catarina

Fuerza piñón vs catarina 3er giro RV3

Fuerza Máxima [N]	
Piñón	2121
Catarina	657

Fuerza max piñón/Fuerza Maz Catarina	
3.226699534	

Comparación Piñón 1er giro vs 2do giro vs 3er giro

Comparación Fuerza Max.	
1er giro vs 2do giro	3%
1er giro vs 3er giro	29%
2do giro vs 3er giro	31%

Comparación Catarina 1er giro vs 2do giro vs 3er giro

Comparación Fuerza Max.	
1er giro vs 2do giro	12.05%
1er giro vs 3er giro	10.36%
2do giro vs 3er giro	1.51%

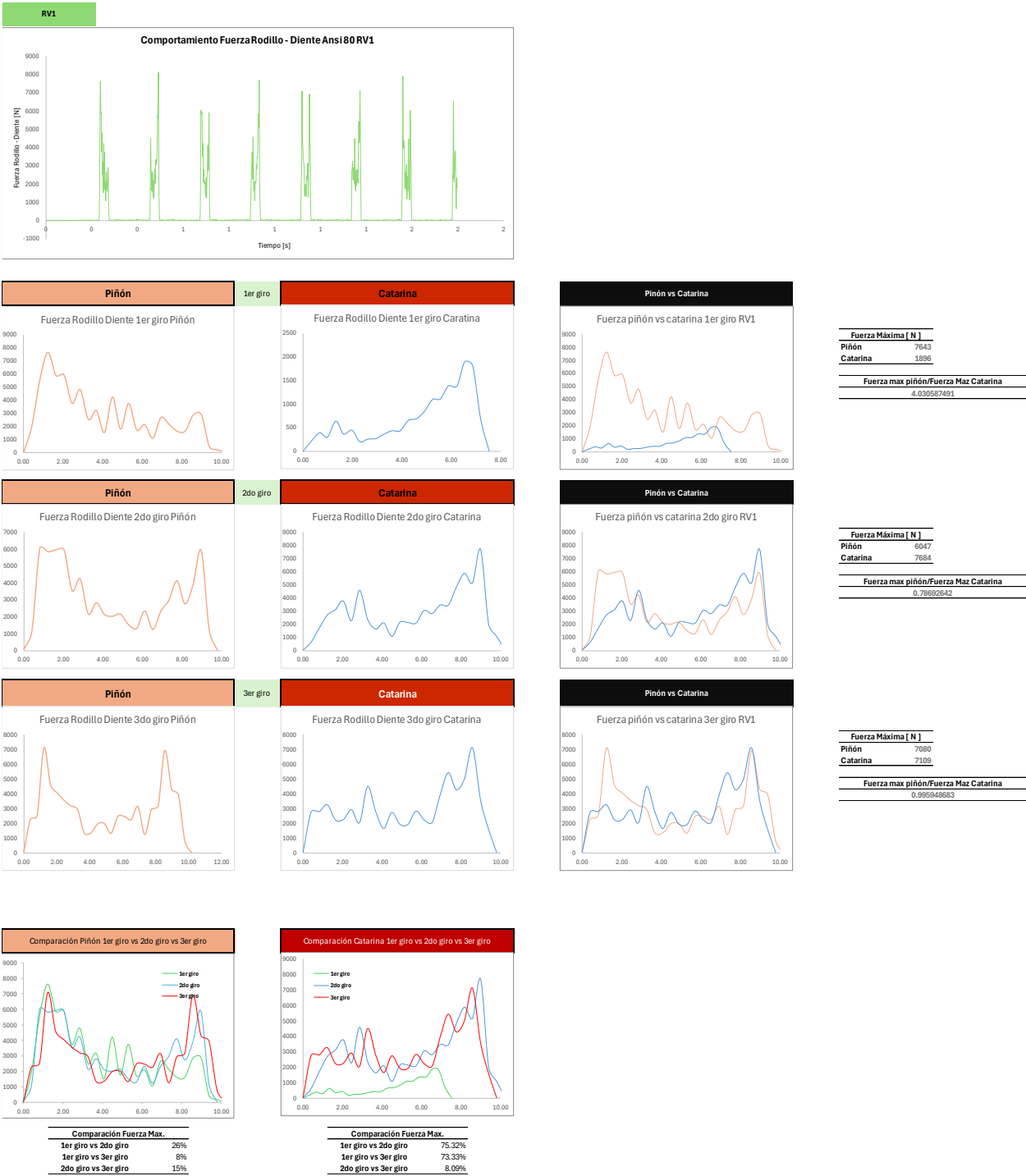
Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina

Figura 32. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente comparación de cada RV para la Cadena Ansi 60



Nota. En esta figura se ilustra el comportamiento completo de cada relación de velocidad, contrastado entre sí.

Figura 33. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 80 RV1



Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 34. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 80 RV2

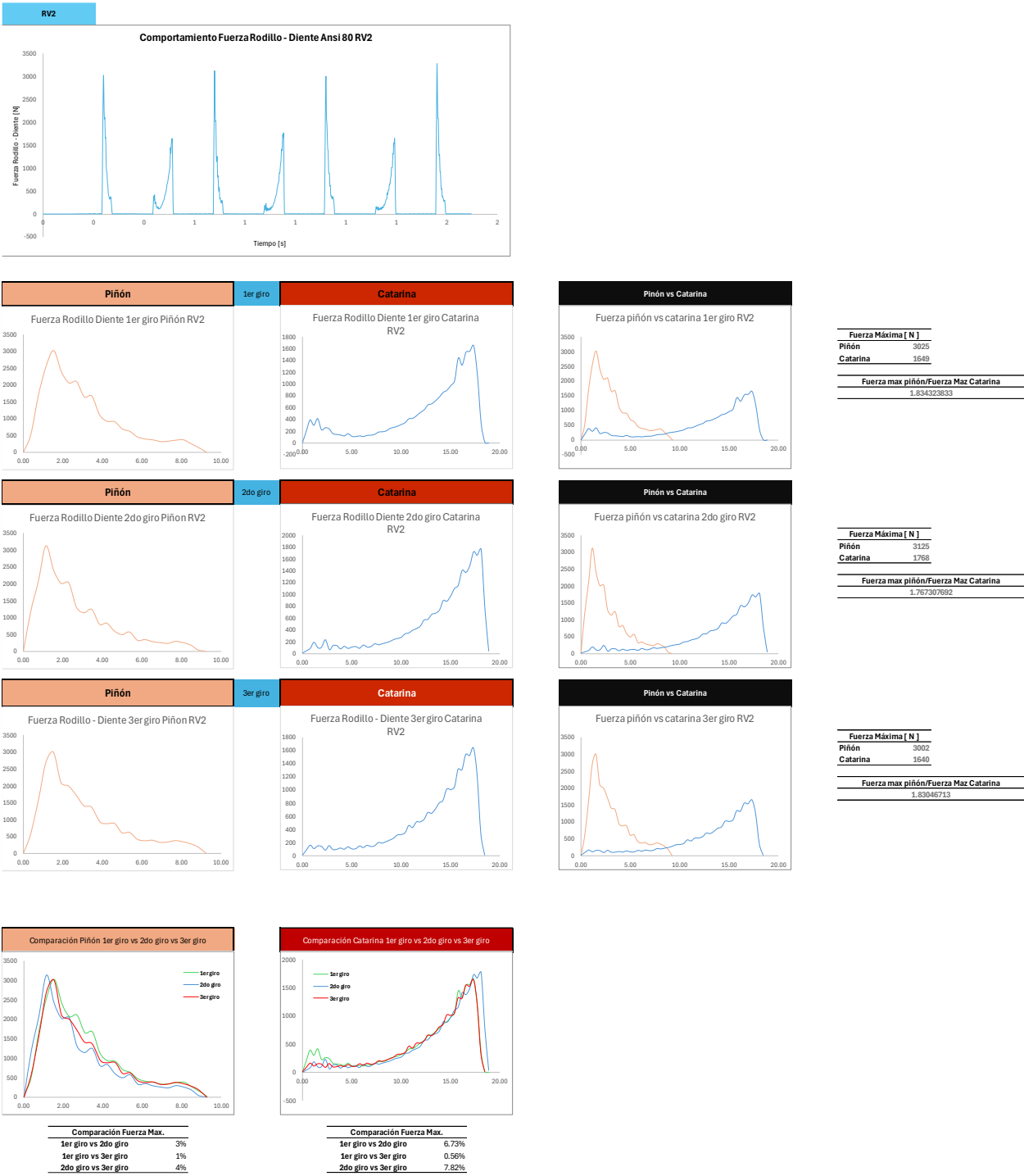
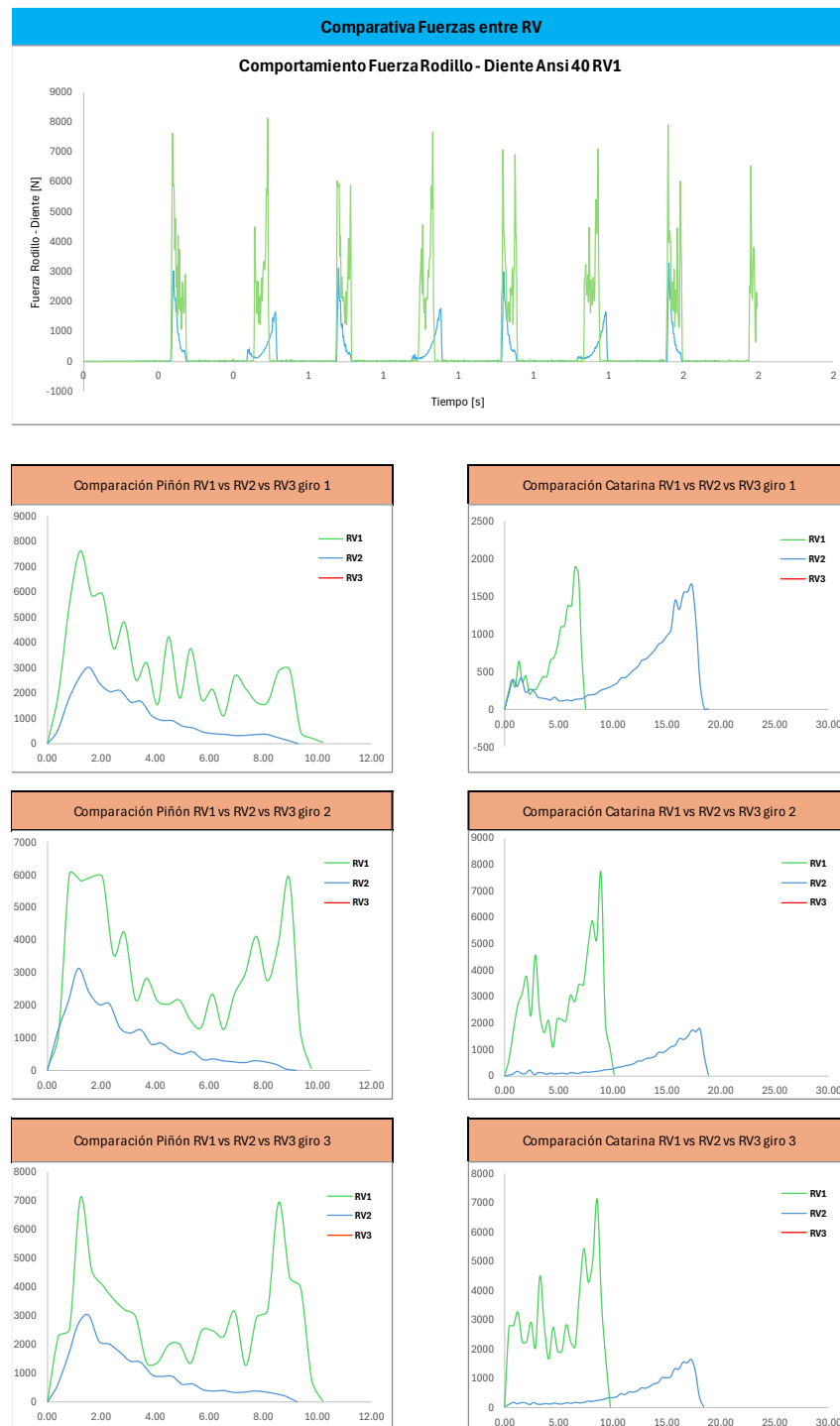
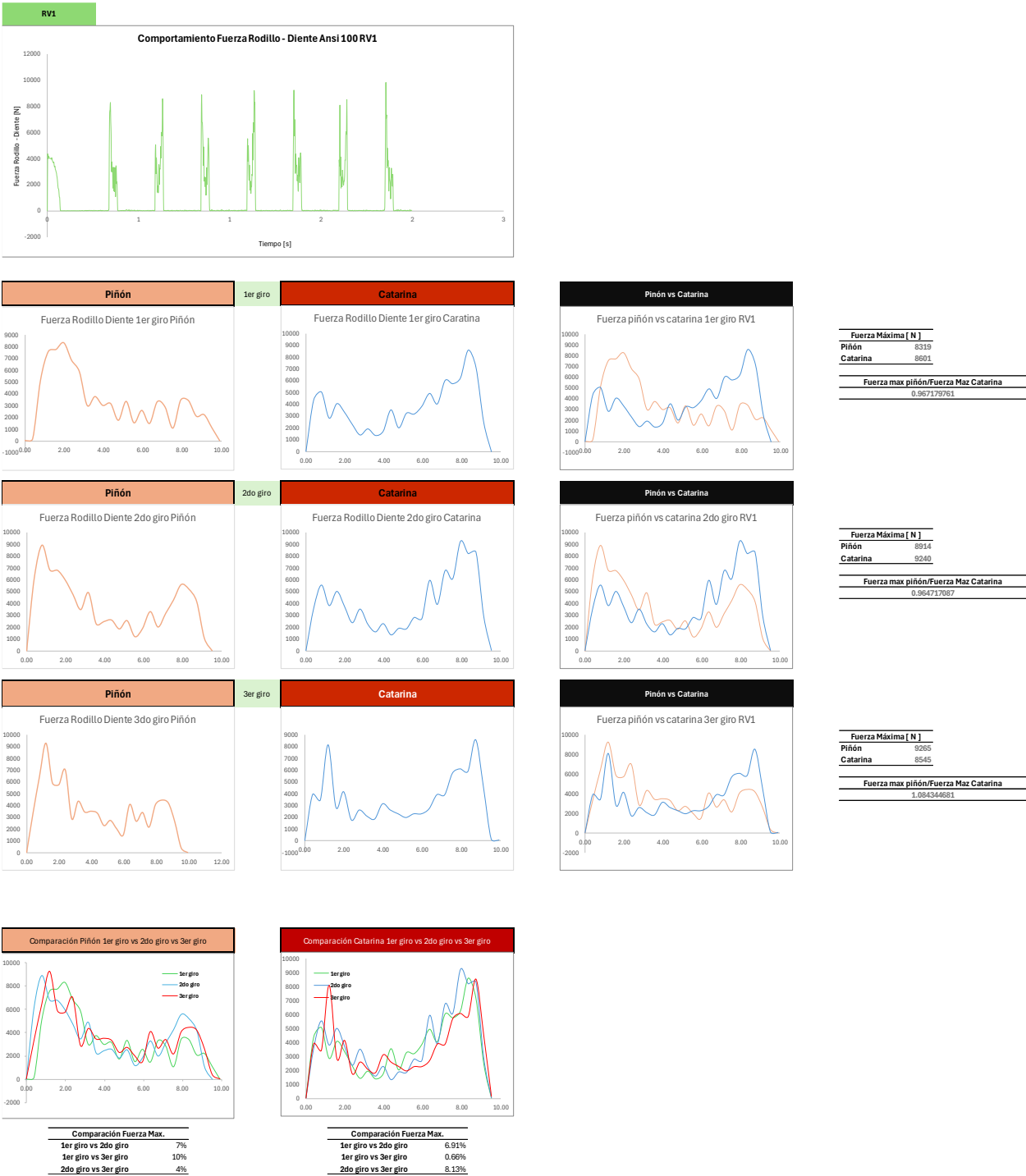


Figura 35. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente comparación de cada RV para la Cadena Ansi 80



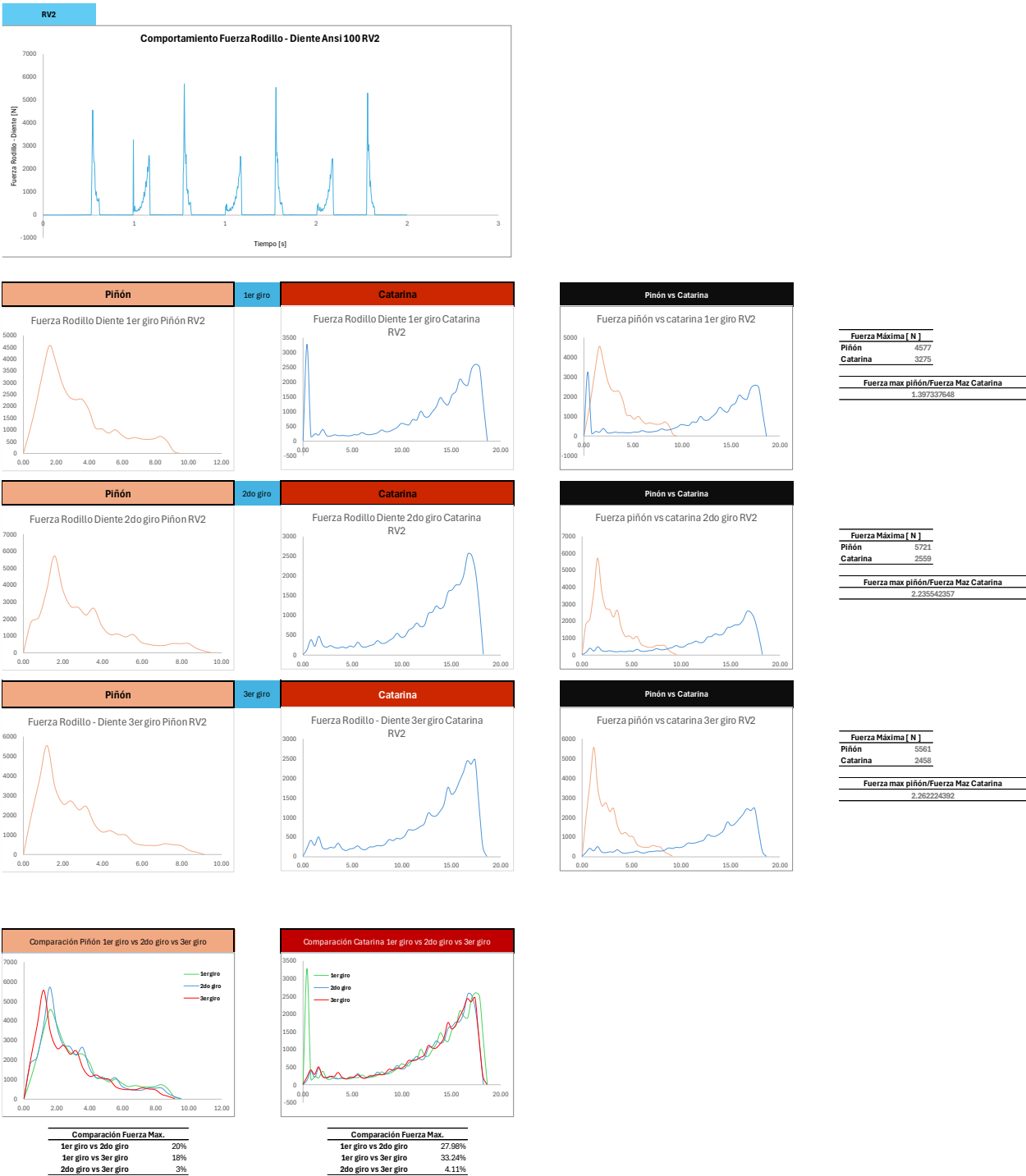
Nota. En esta figura se ilustra el comportamiento completo de cada relación de velocidad, contrastadas entre sí.

Figura 36. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 100 RV1



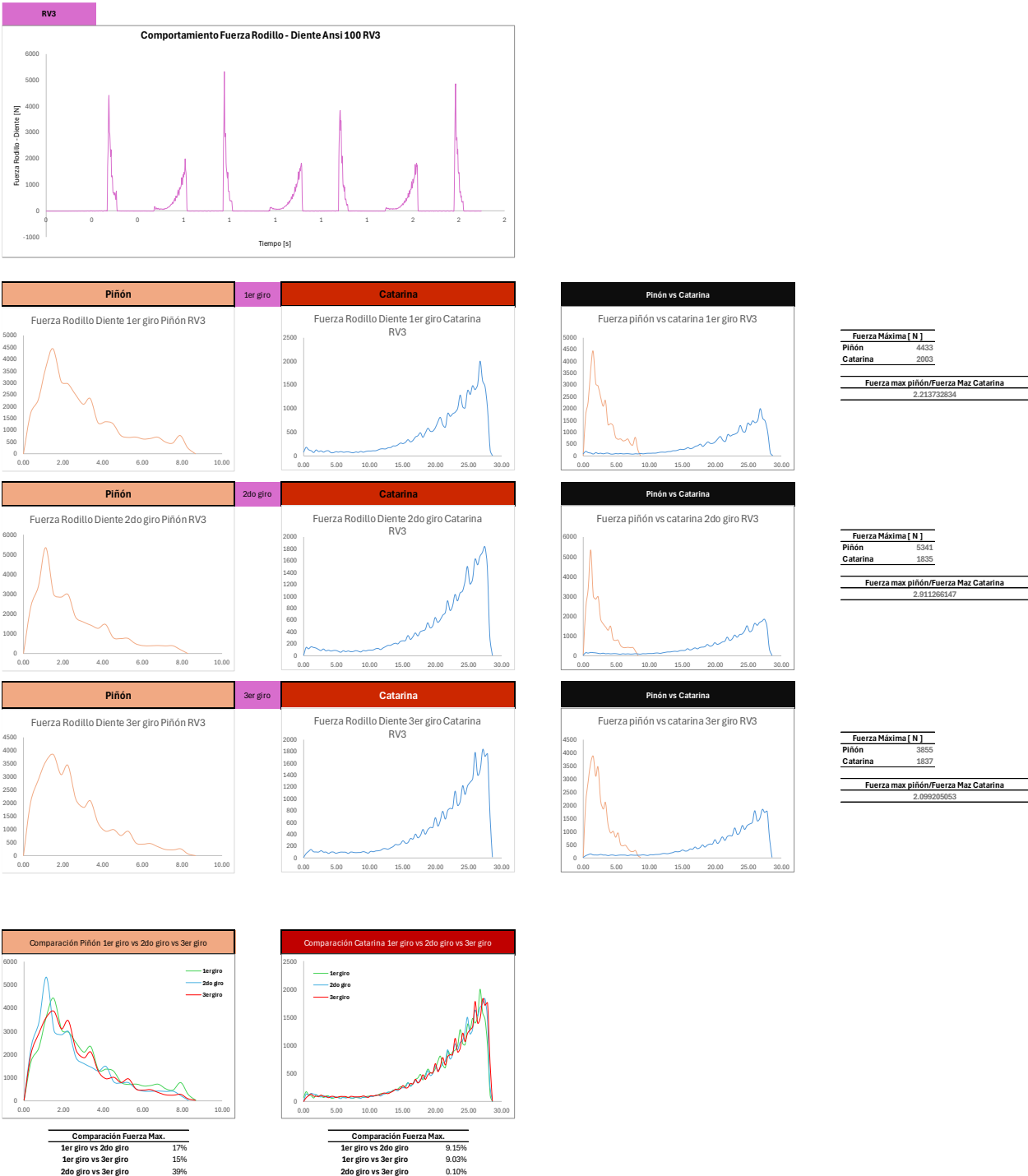
Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 37. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 100 RV2



Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 38. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 100 RV3



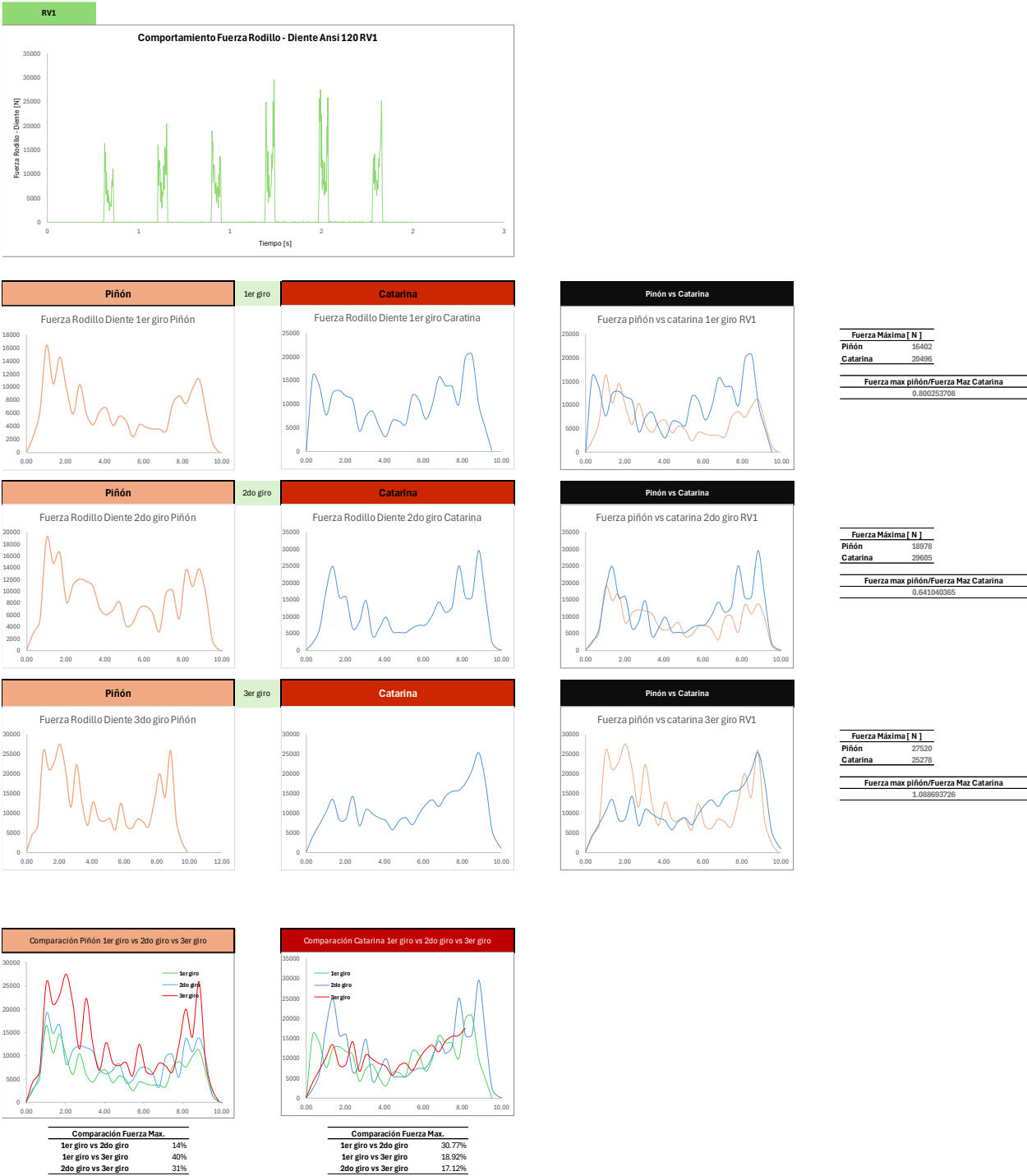
Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 39. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente comparación de cada RV para la Cadena Ansi 100



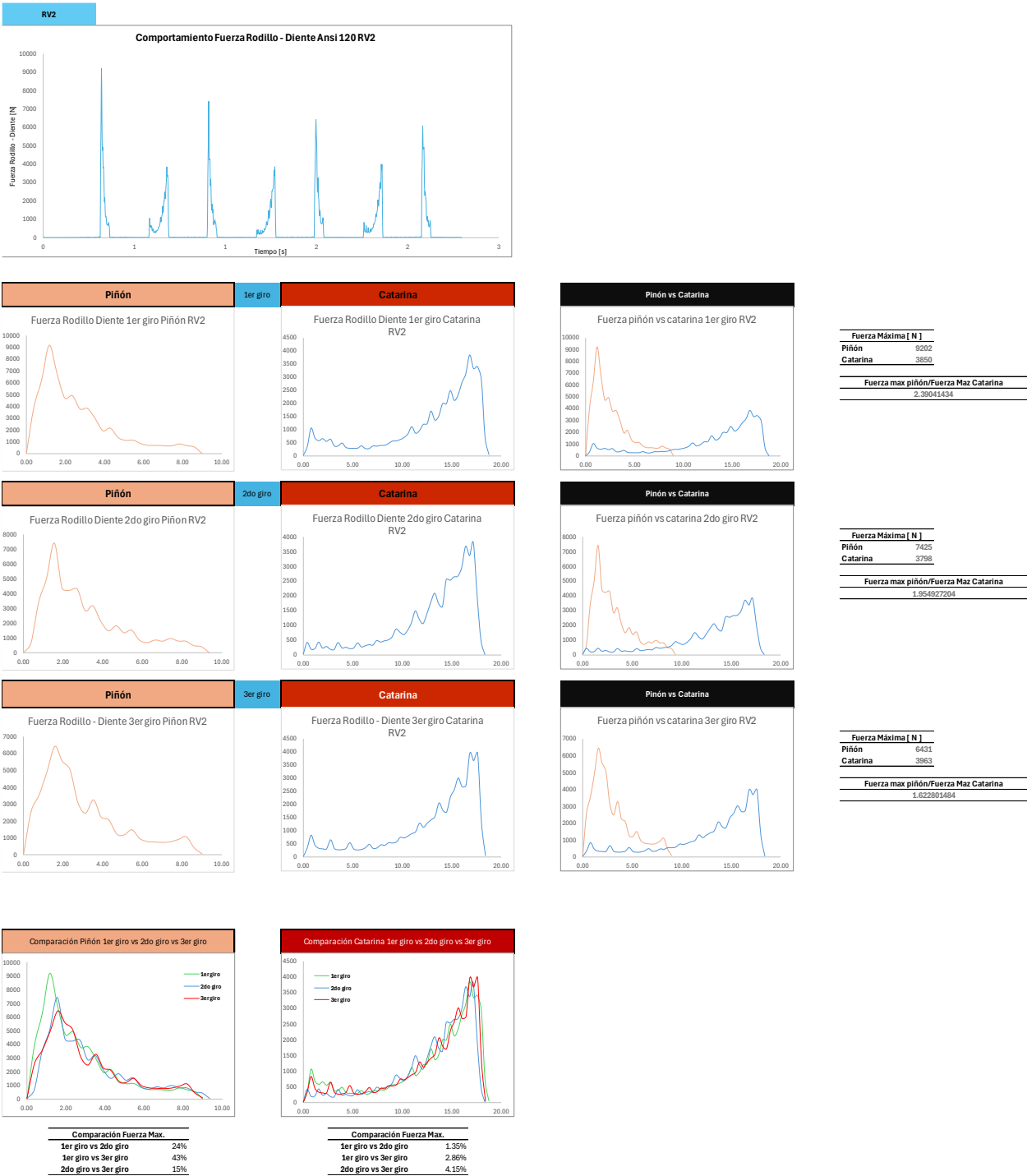
Nota. En esta figura se ilustra el comportamiento completo de cada relación de velocidad, contrastado entre sí.

Figura 40. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 120 RV1



Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 41. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 120 RV2



Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 42. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 120 RV3

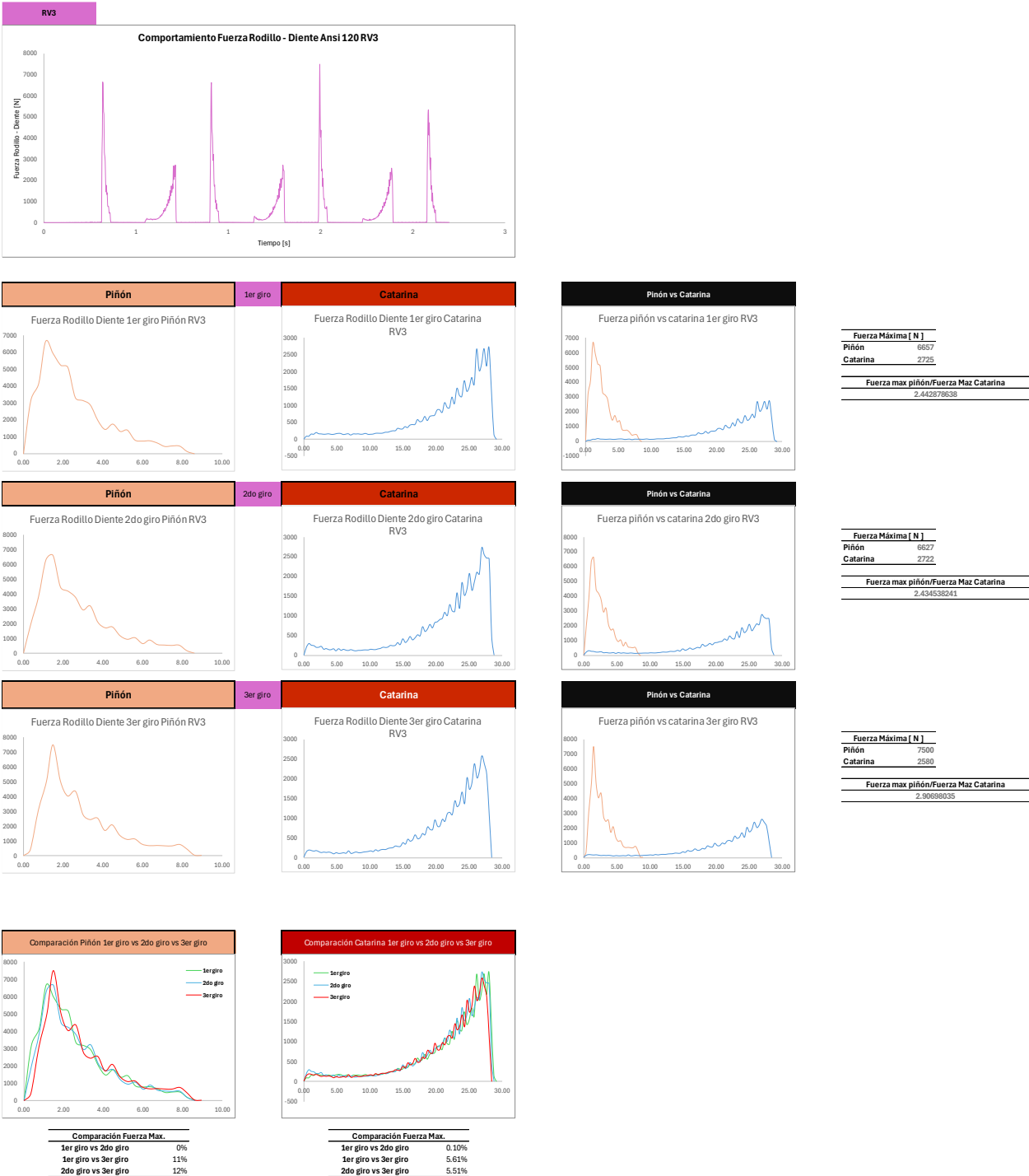
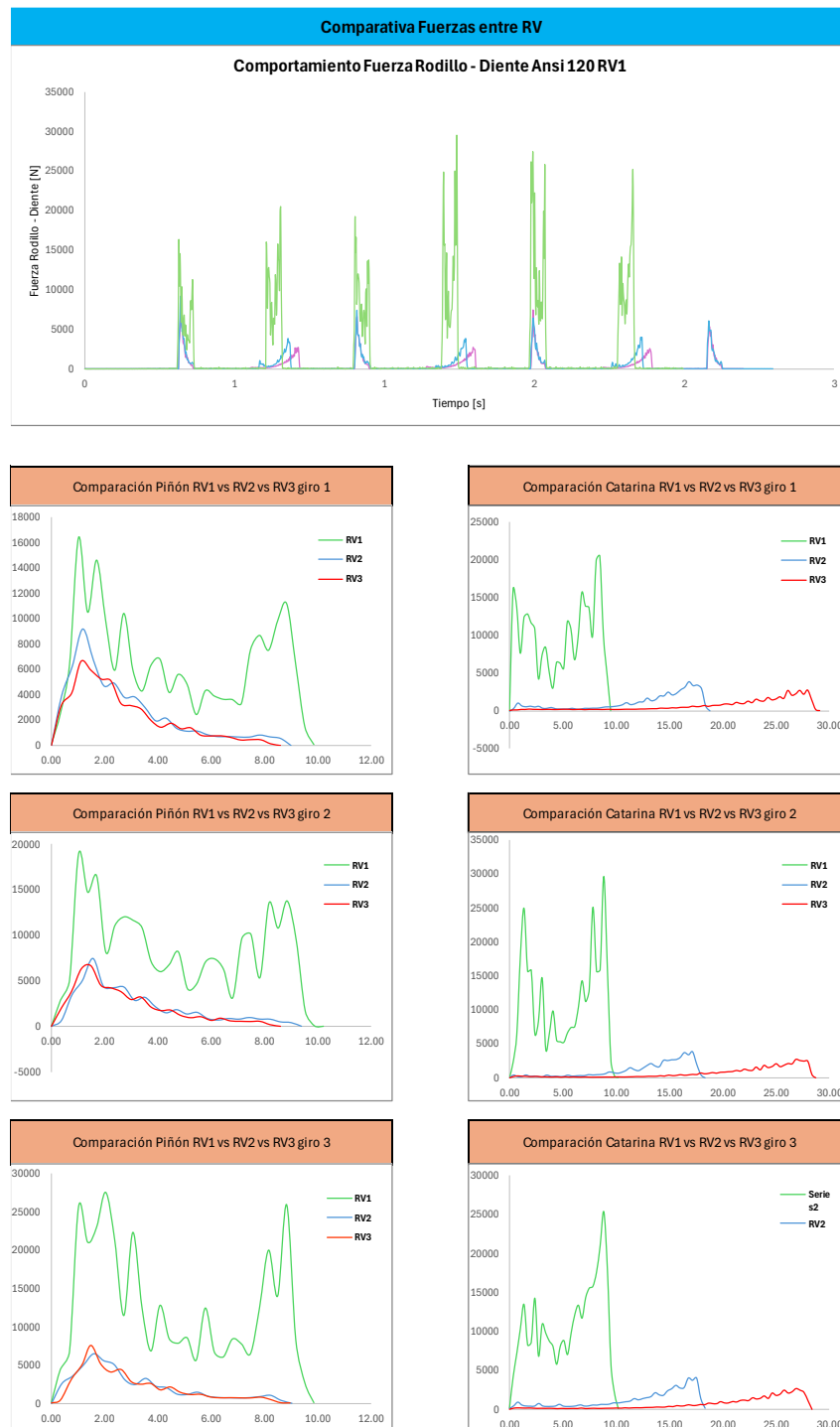


Figura 43. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente comparación de cada RV para la Cadena Ansi 120



Nota. En esta figura se ilustra el comportamiento completo de cada relación de velocidad, contrastado entre sí.

Figura 44. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 140 RV2

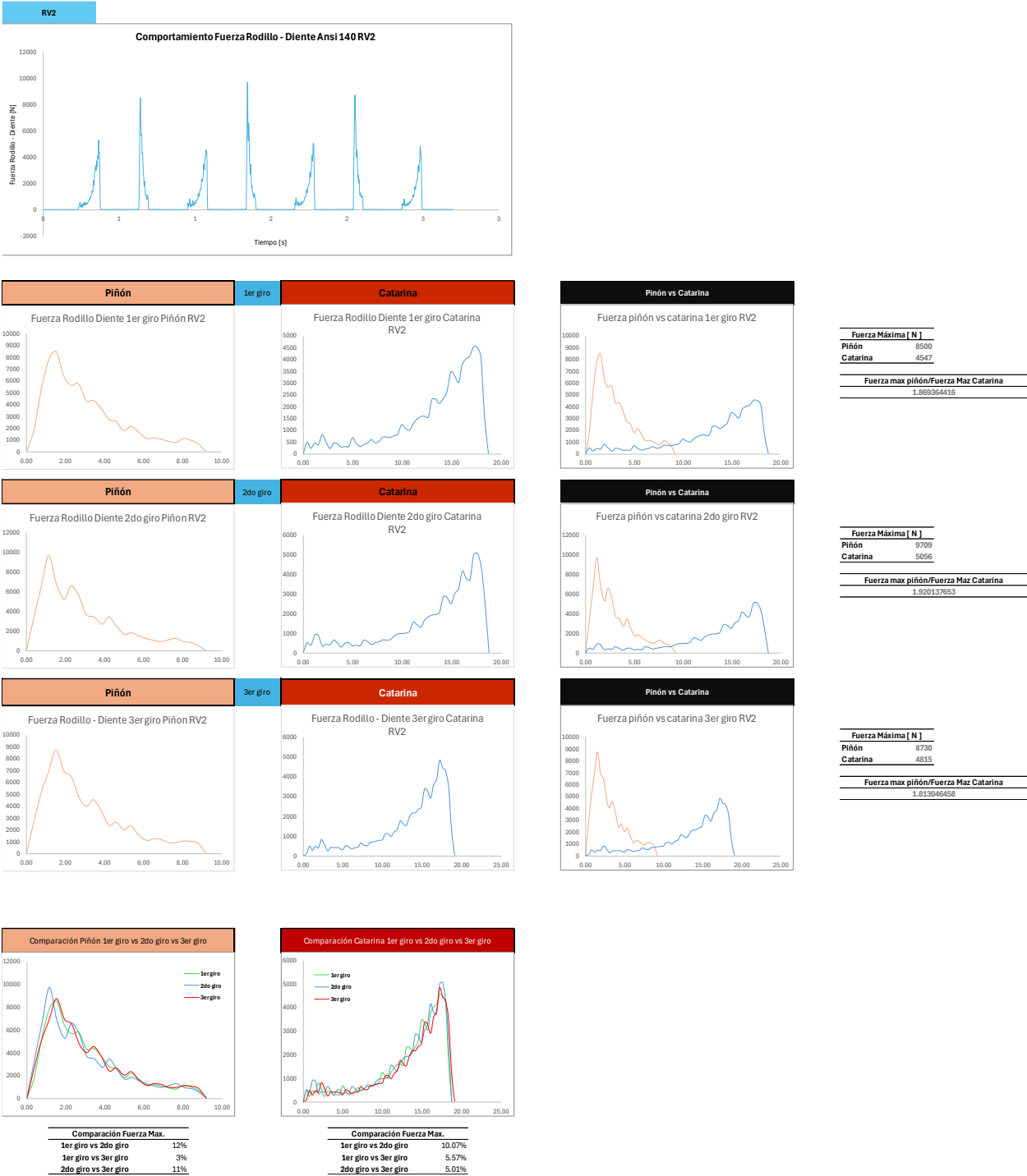
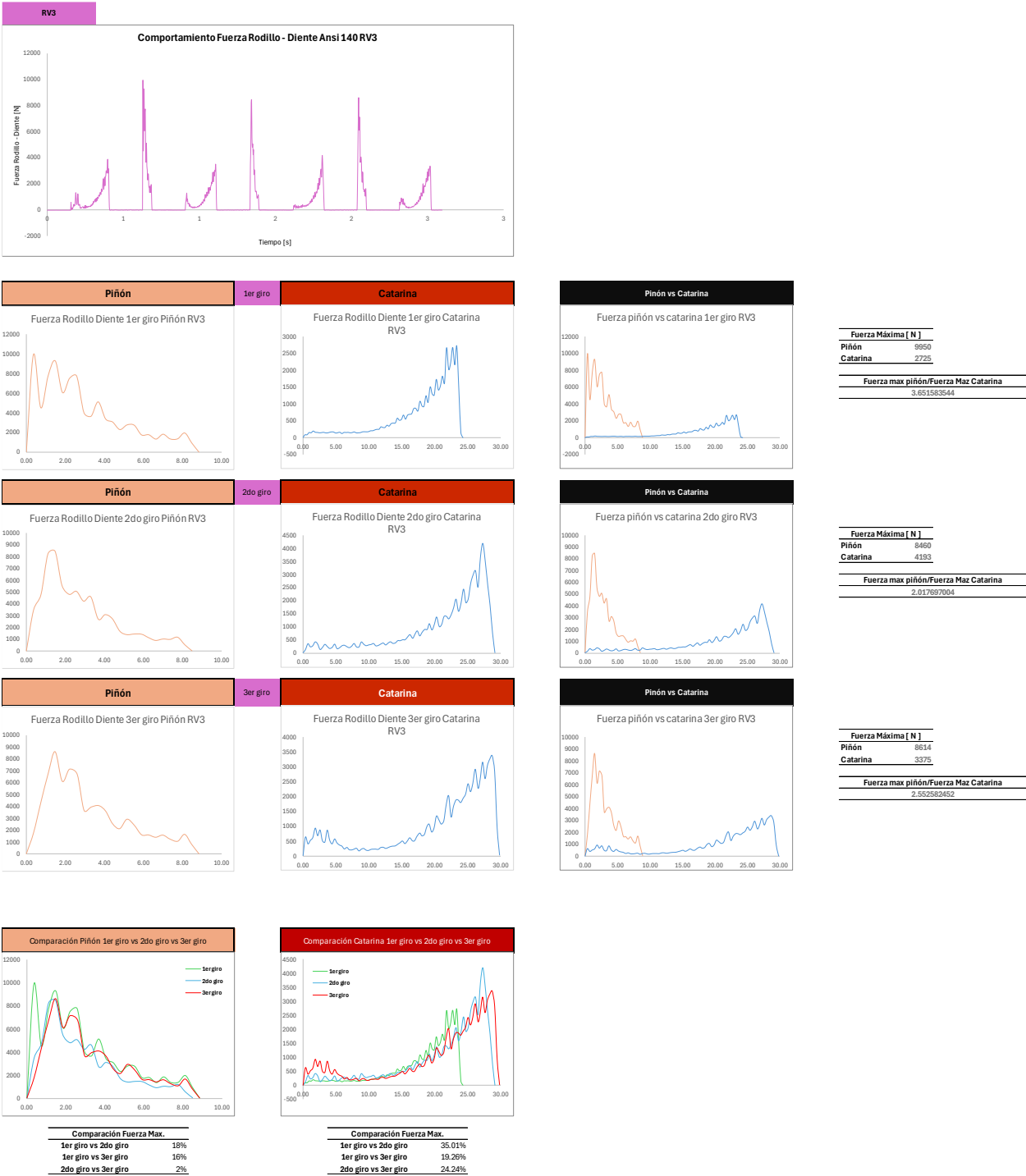


Figura 45. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 140 RV3



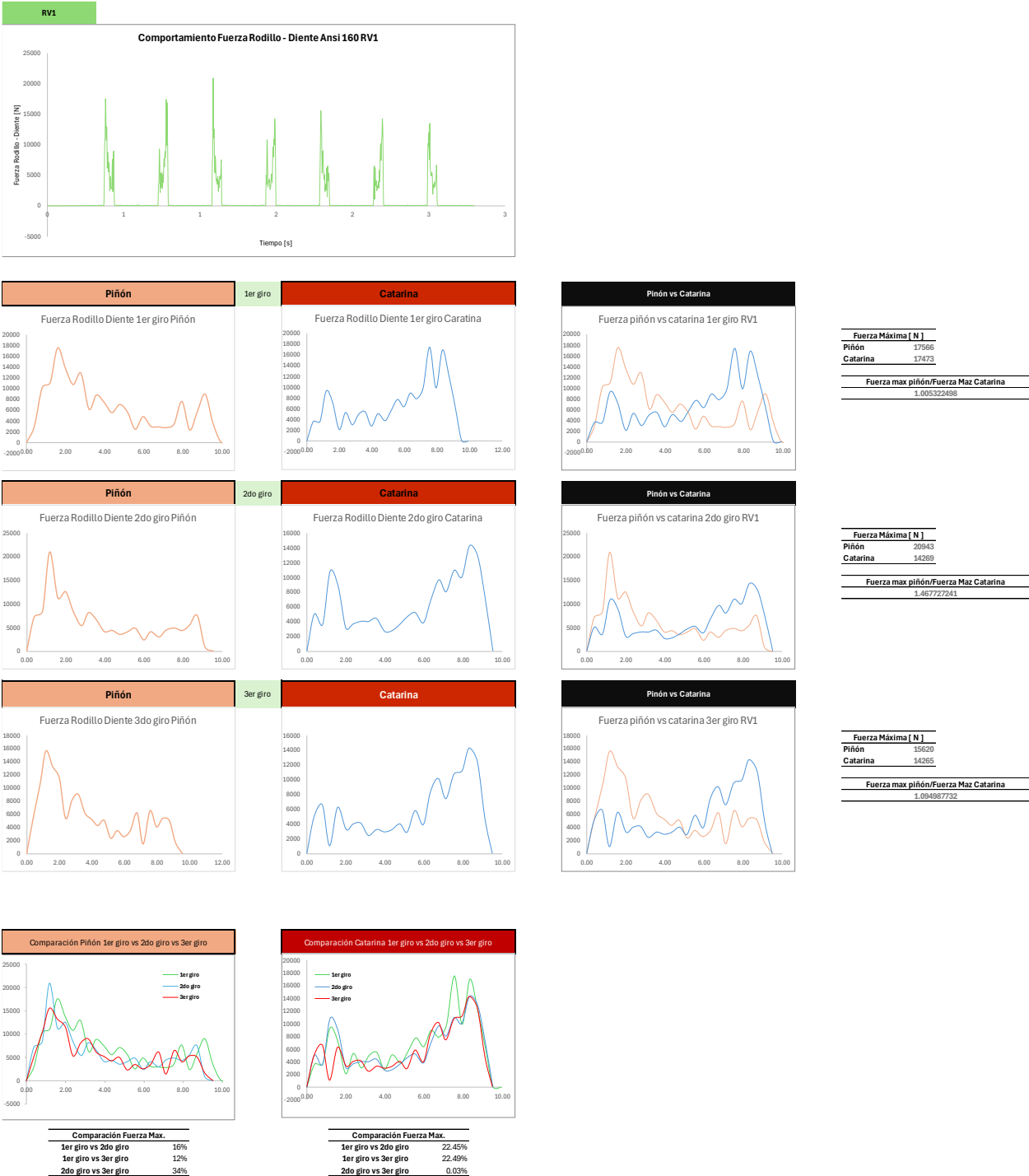
Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 46. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente comparación de cada RV para la Cadena Ansi 140



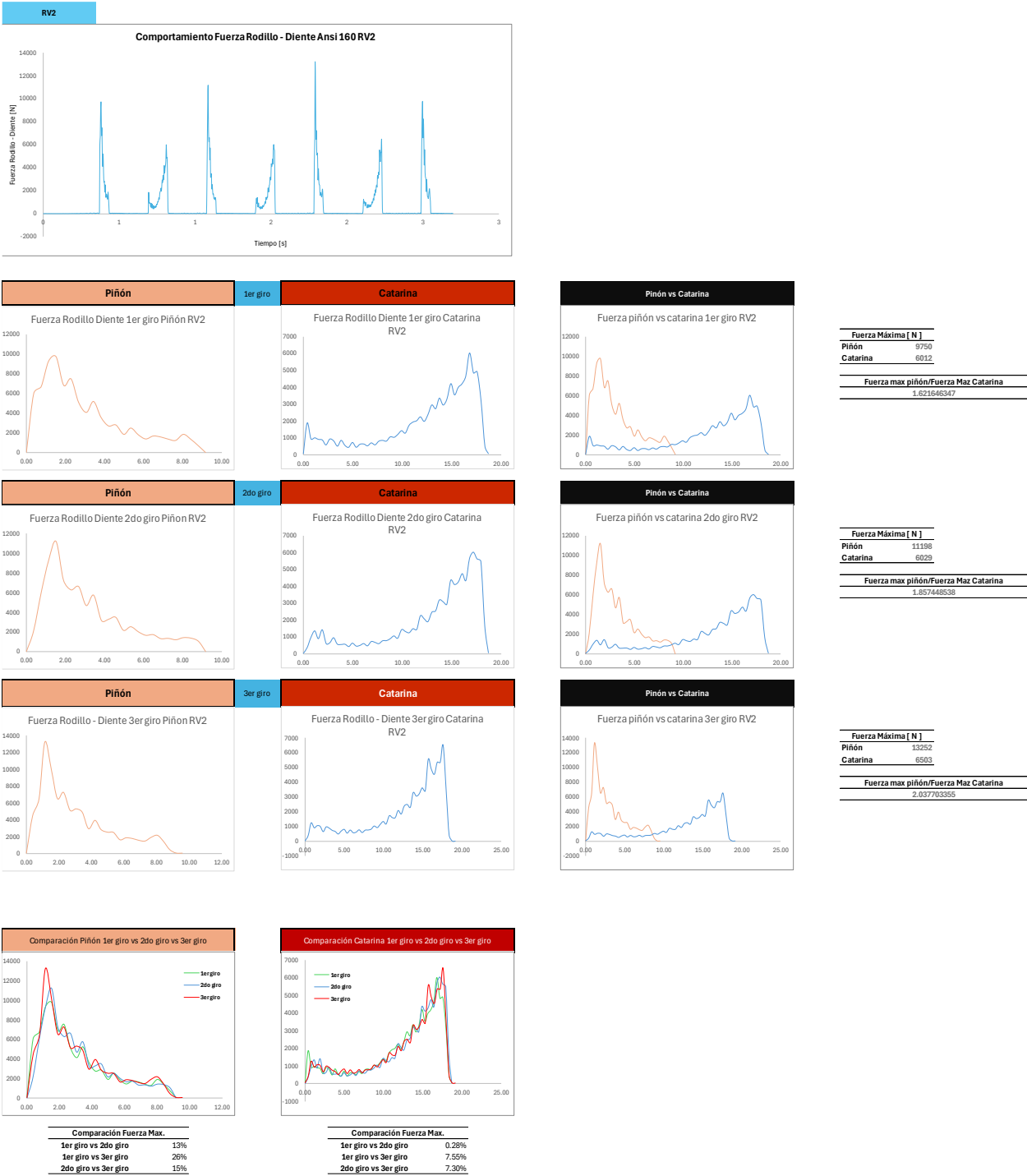
Nota. En esta figura se ilustra el comportamiento completo de cada relación de velocidad, contrastado entre sí.

Figura 47. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 160 RV1



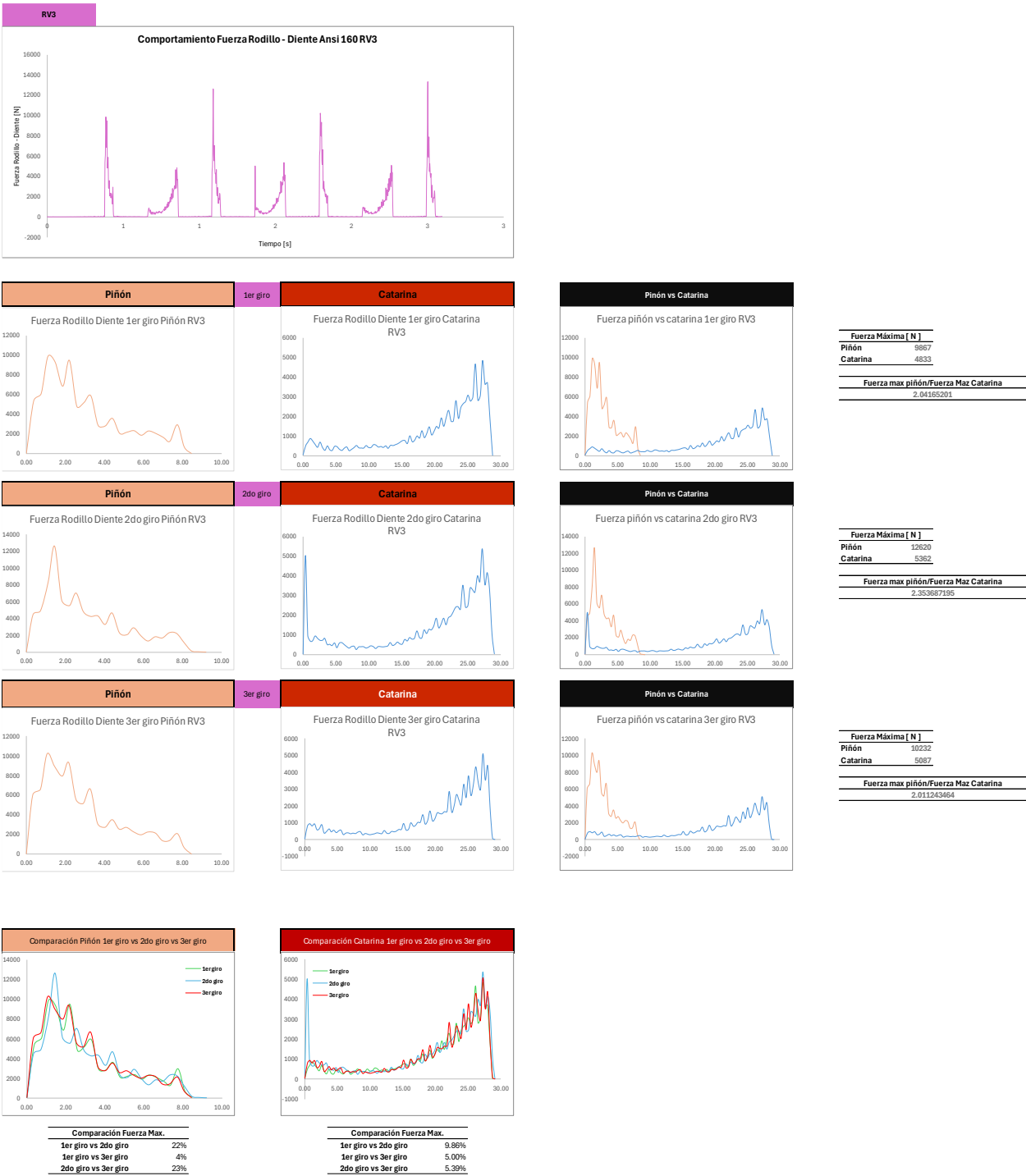
Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 48. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 160 RV2



Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 49. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 160 RV3



Piñón

3er giro

Catarina

Pinón vs Catarina

Fuerza Máxima [N]	
Piñón	10232
Catarina	5087

Fuerza max piñón/Fuerza Maz Catarina
2.011243454

Fuerza Rodillo Diente 3er giro Piñón RV3

Fuerza Rodillo Diente 3er giro Catarina RV3

Fuerza piñón vs catarina 3er giro RV3

Comparación Piñón 1er giro vs 2do giro vs 3er giro

Comparación Catarina 1er giro vs 2do giro vs 3er giro

Comparación Fuerza Max.	
1er giro vs 2do giro	22%
1er giro vs 3er giro	4%
2do giro vs 3er giro	23%

Comparación Fuerza Max.	
1er giro vs 2do giro	9.86%
1er giro vs 3er giro	5.00%
2do giro vs 3er giro	5.39%

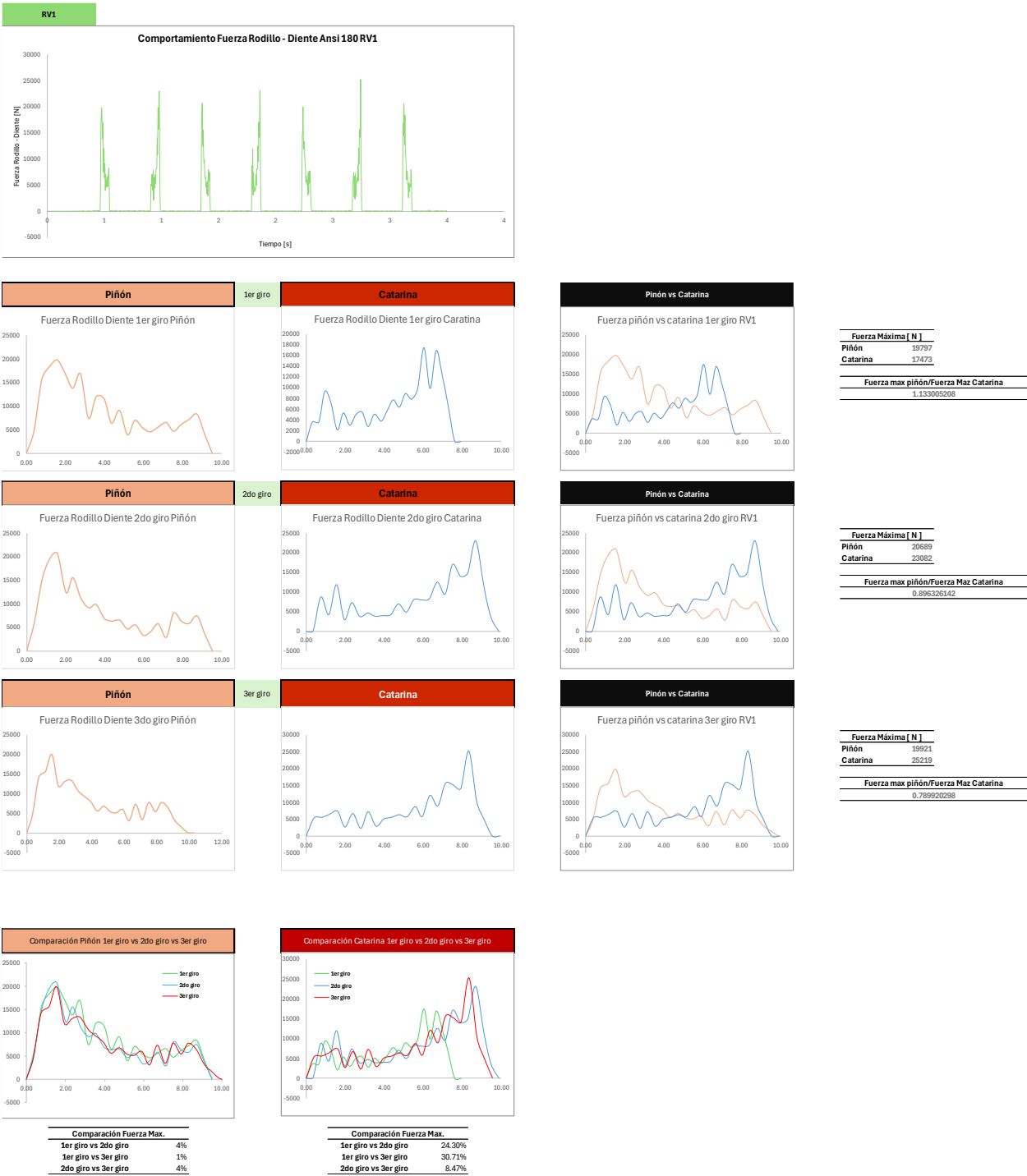
Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 50. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente comparación de cada RV para la Cadena Ansi 160



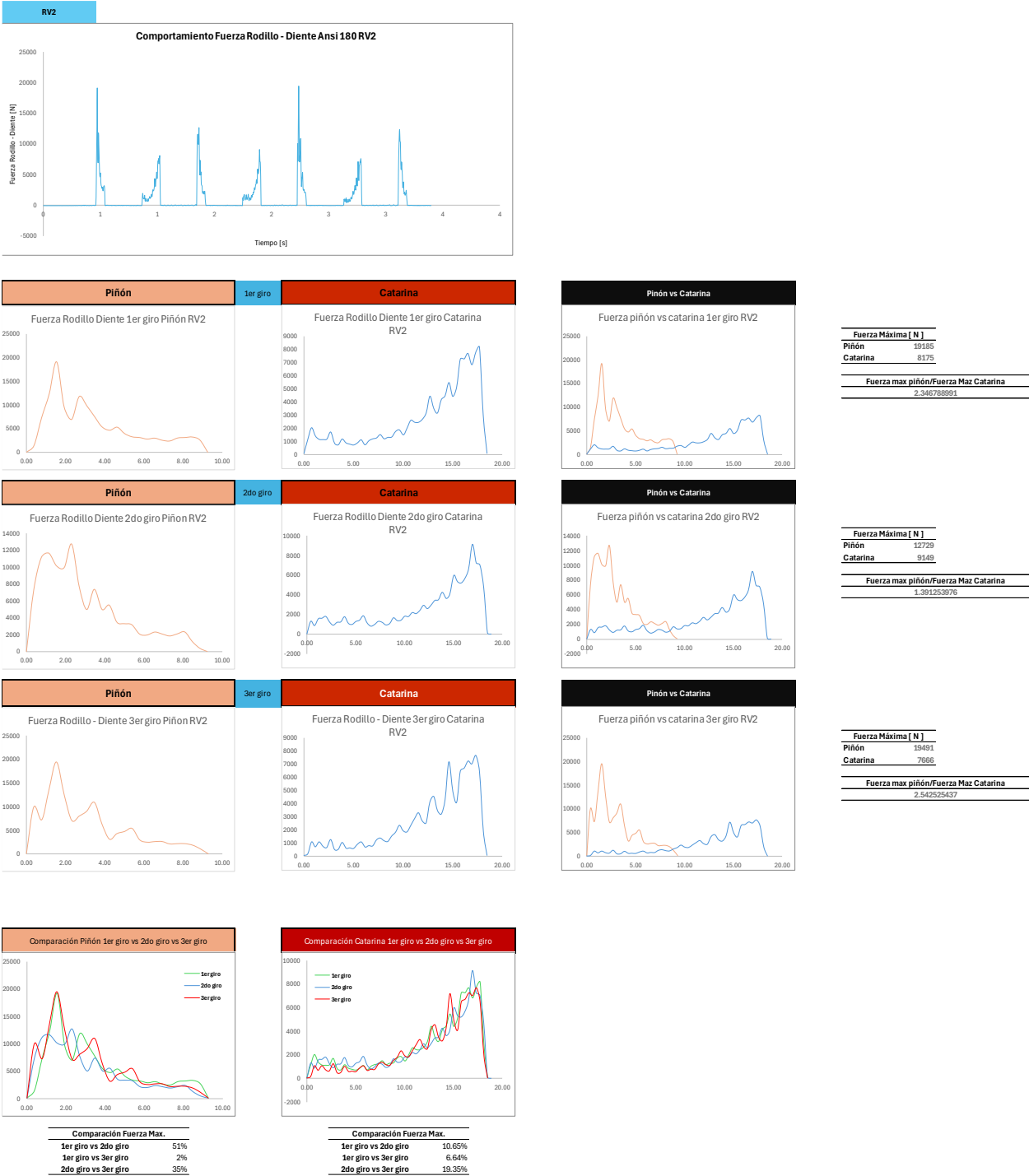
Nota. En esta figura se ilustra el comportamiento completo de cada relación de velocidad, contrastado entre sí.

Figura 51. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 180 RV1



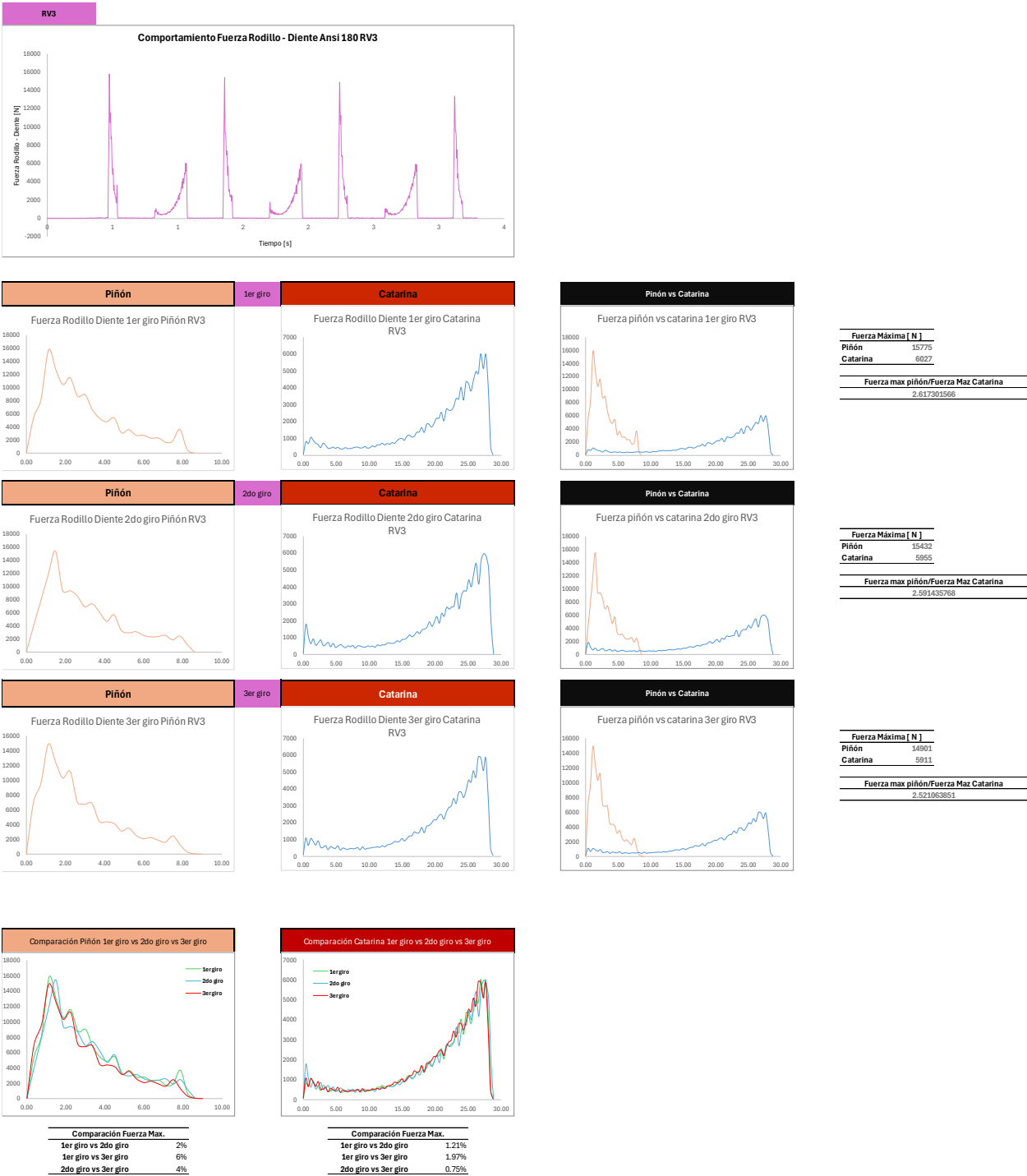
Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 52. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 180 RV2



Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 53. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 180 RV3



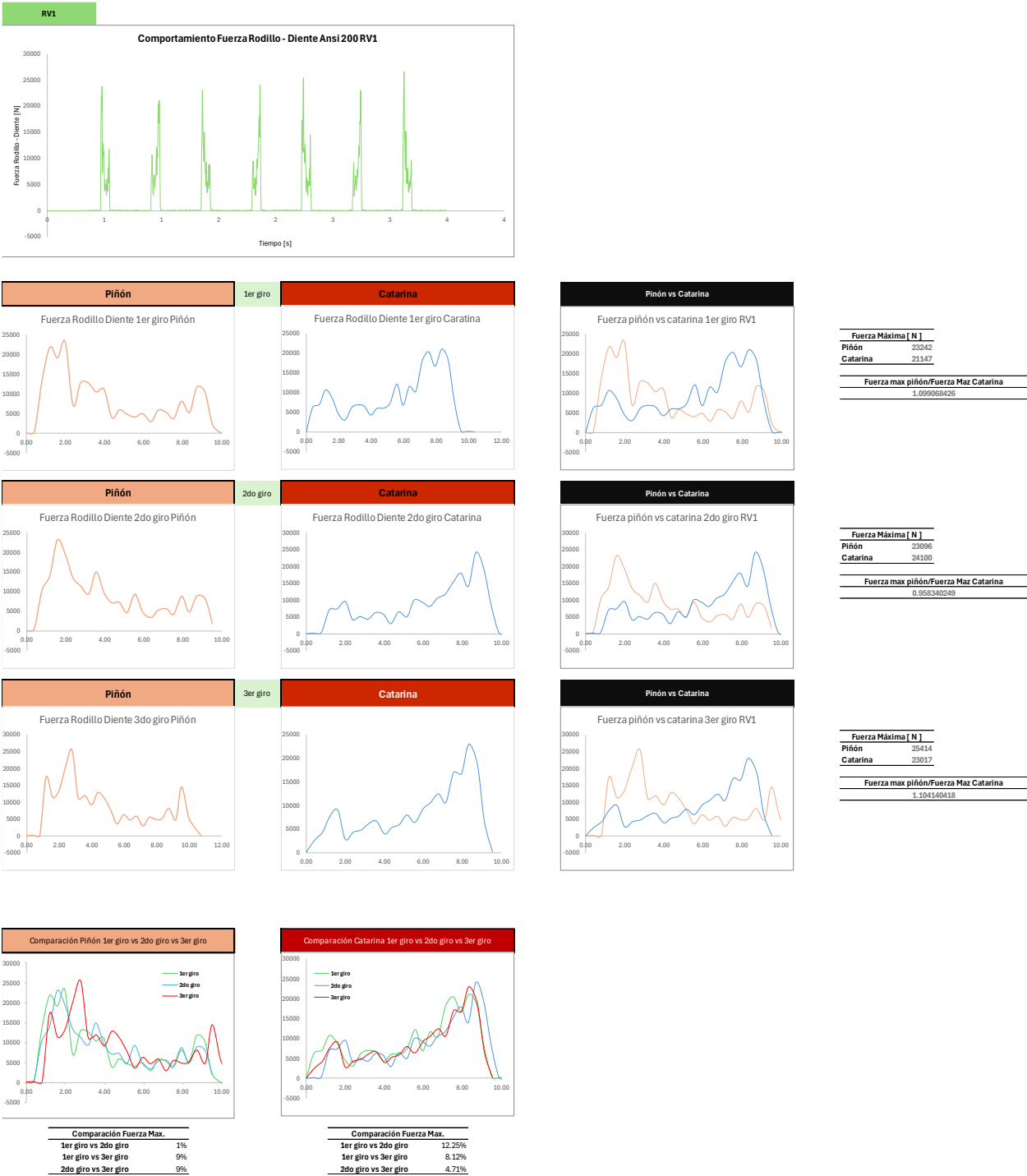
Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 54. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente comparación de cada RV para la Cadena Ansi 180



Nota. En esta figura se ilustra el comportamiento completo de cada relación de velocidad, contrastado entre sí.

Figura 55. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 200 RV1



Piñón

Fuerza Rodillo Diente 2do giro Piñón

2do giro

Catarina

Fuerza Rodillo Diente 2do giro Catarina

Pinón vs Catarina

Fuerza piñón vs catarina 2do giro RV1

Fuerza Máxima [N]
Piñón23096
Catarina24100

Fuerza max piñón/Fuerza Maz Catarina
0.958340249

Piñón

Fuerza Rodillo Diente 3do giro Piñón

3er giro

Catarina

Fuerza Rodillo Diente 3do giro Catarina

Pinón vs Catarina

Fuerza piñón vs catarina 3er giro RV1

Fuerza Máxima [N]
Piñón25414
Catarina23017

Fuerza max piñón/Fuerza Maz Catarina
1.094140438

Comparación Piñón 1er giro vs 2do giro vs 3er giro

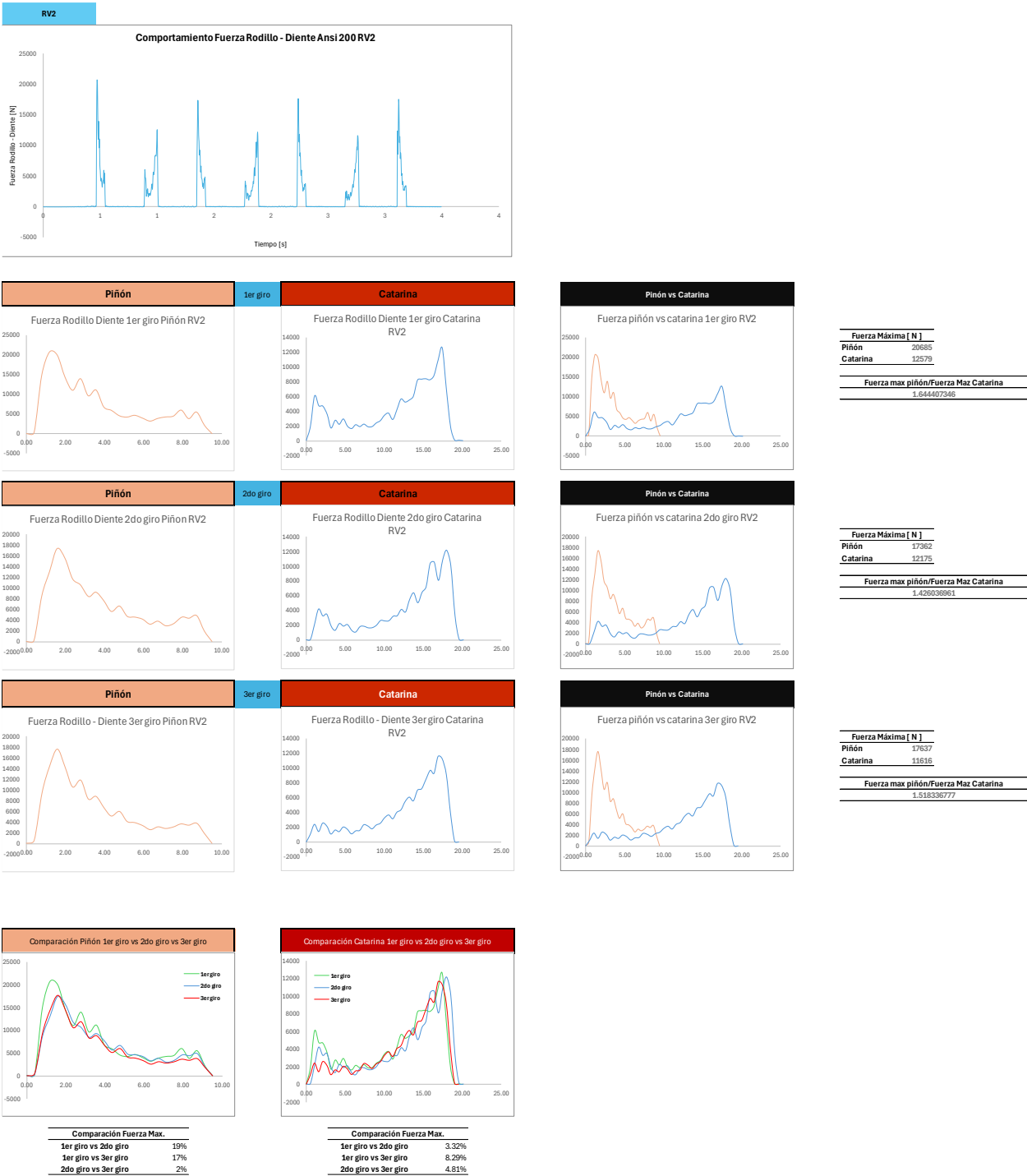
Comparación Fuerza Max.
1er giro vs 2do giro1%
1er giro vs 3er giro9%
2do giro vs 3er giro9%

Comparación Catarina 1er giro vs 2do giro vs 3er giro

Comparación Fuerza Max.
1er giro vs 2do giro12.25%
1er giro vs 3er giro8.12%
2do giro vs 3er giro4.71%

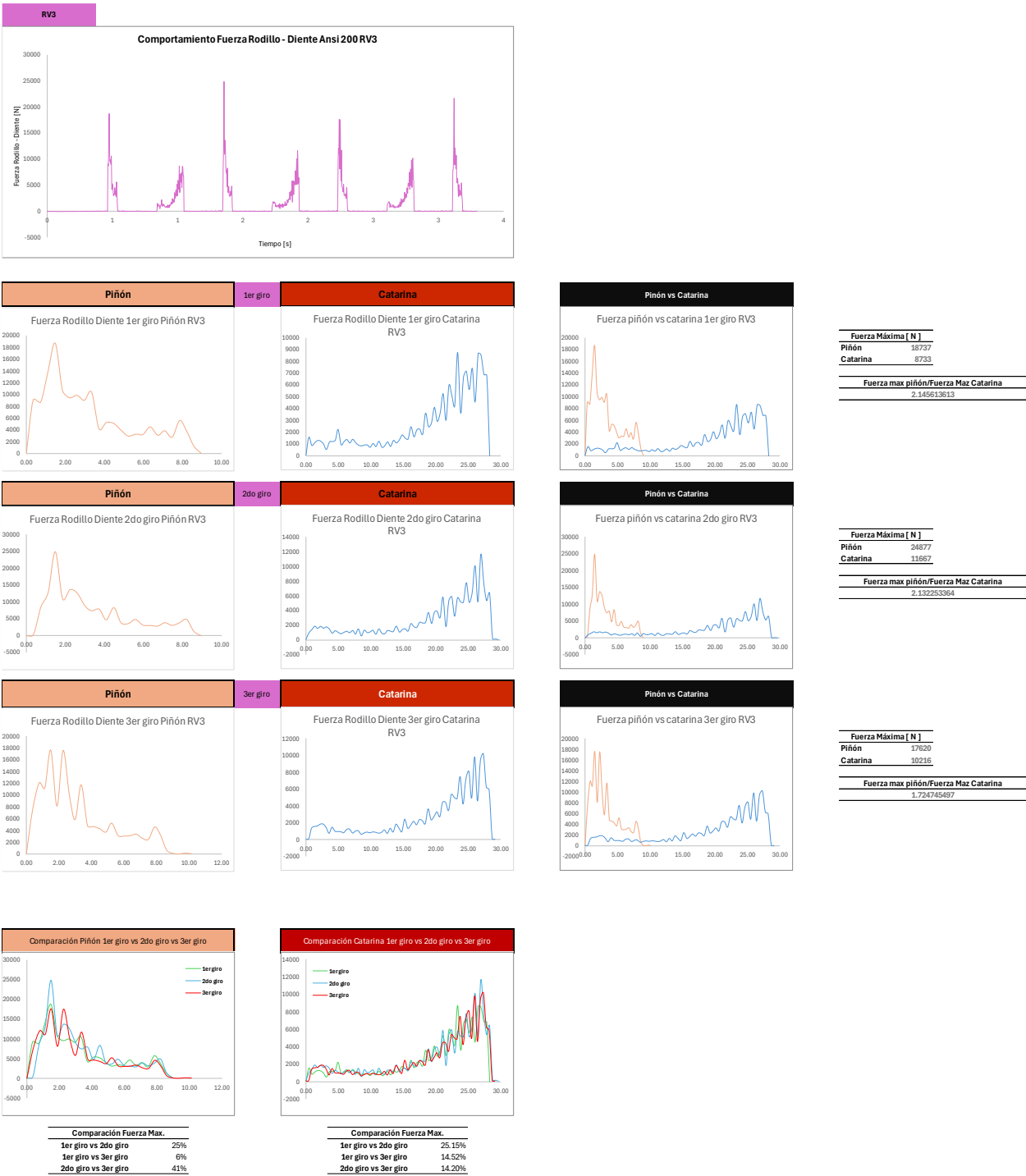
Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 56. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 200 RV2



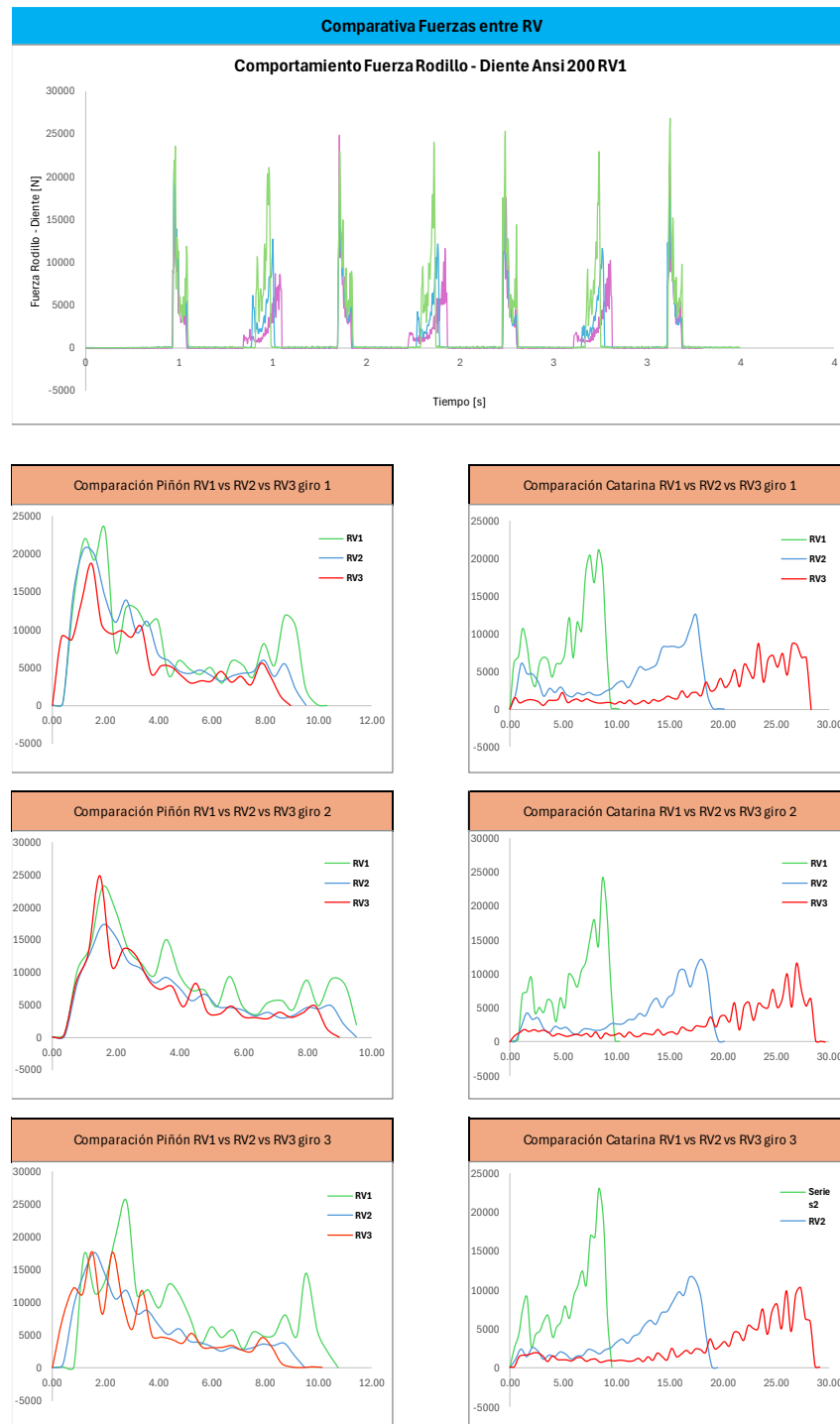
Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 57. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 200 RV3



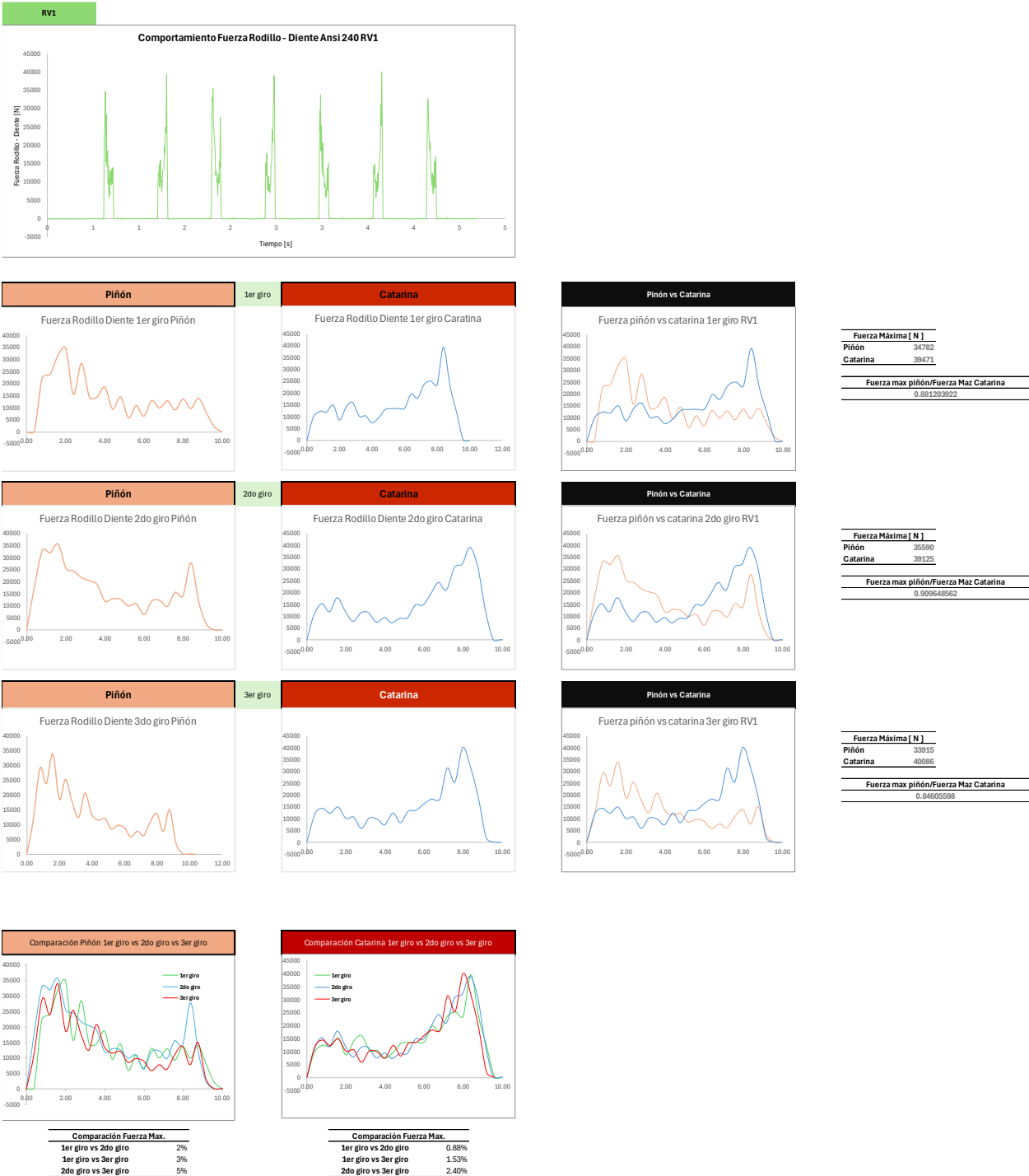
Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 58. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente comparación de cada RV para la Cadena Ansi 200



Nota. En esta figura se ilustra el comportamiento completo de cada relación de velocidad, contrastado entre sí.

Figura 59. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 240 RV1



3er giro

Piñón

Fuerza Rodillo Diente 3do giro Piñón

Catarina

Fuerza Rodillo Diente 3do giro Catarina

Pinón vs Catarina

Fuerza piñón vs catarina 3er giro RV1

Comparación Piñón 1er giro vs 2do giro vs 3er giro

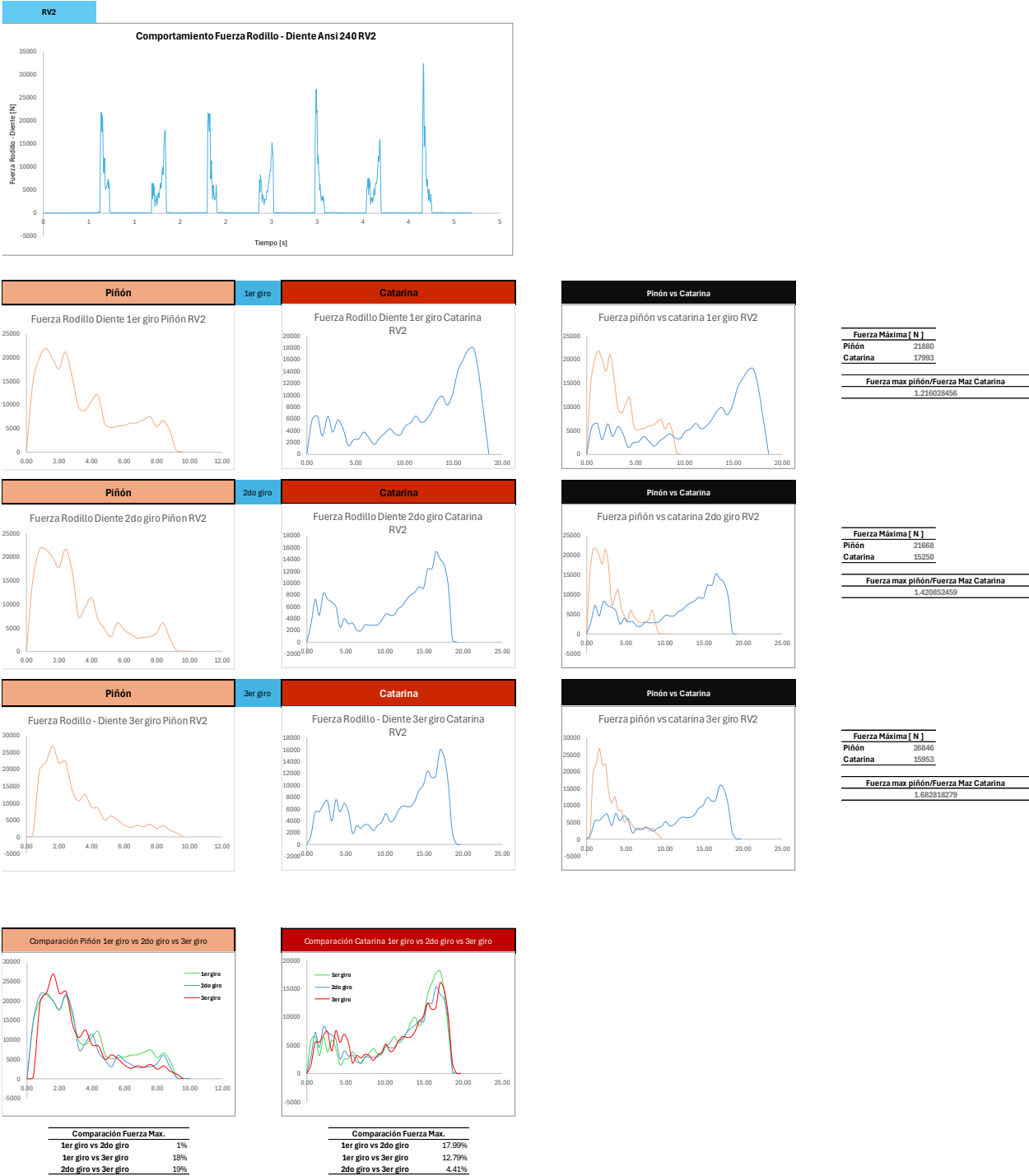
Comparación Fuerza Max.	
1er giro vs 2do giro	2%
1er giro vs 3er giro	3%
2do giro vs 3er giro	5%

Comparación Catarina 1er giro vs 2do giro vs 3er giro

Comparación Fuerza Max.	
1er giro vs 2do giro	0.88%
1er giro vs 3er giro	1.53%
2do giro vs 3er giro	2.40%

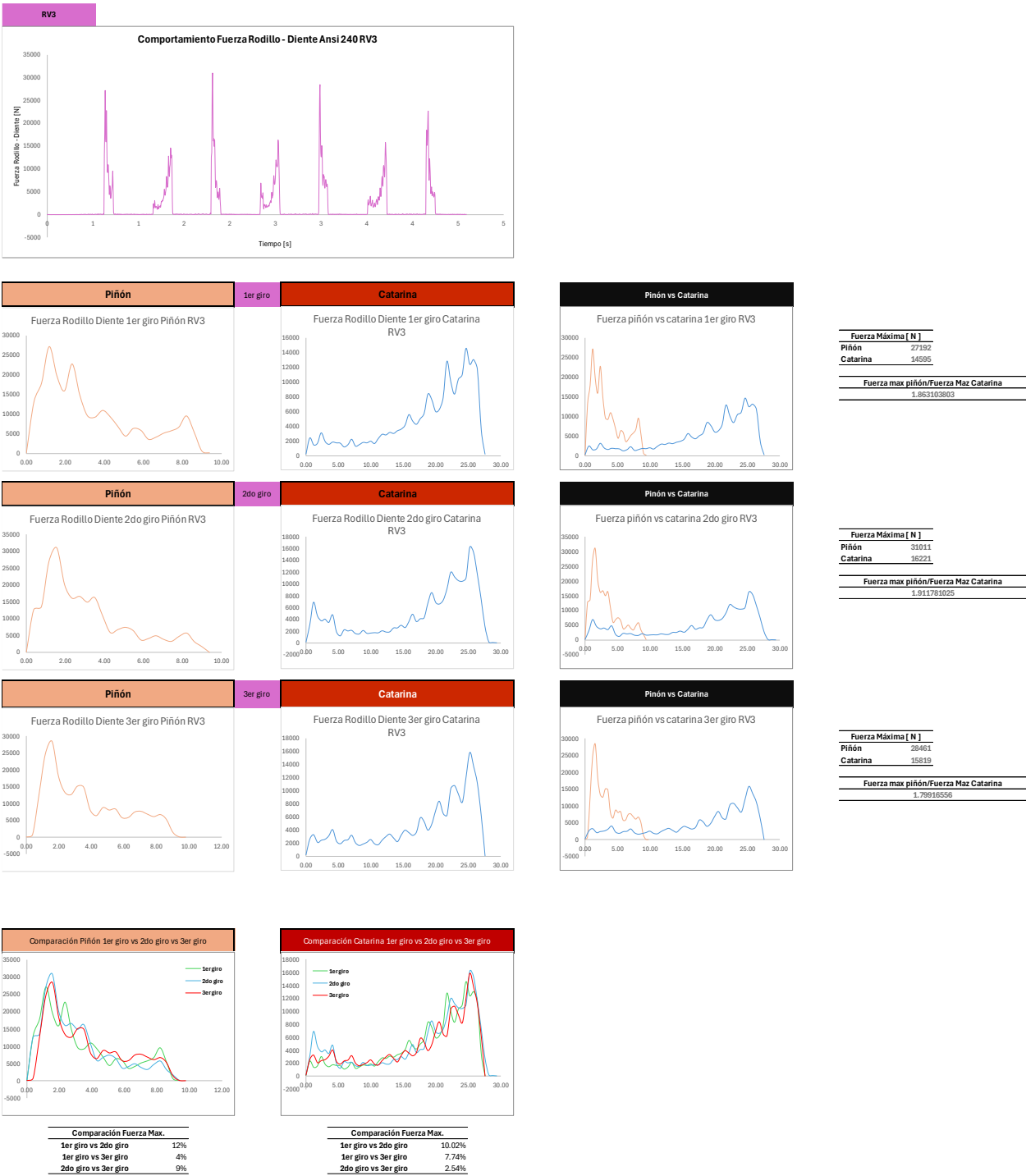
Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 60. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 240 RV2



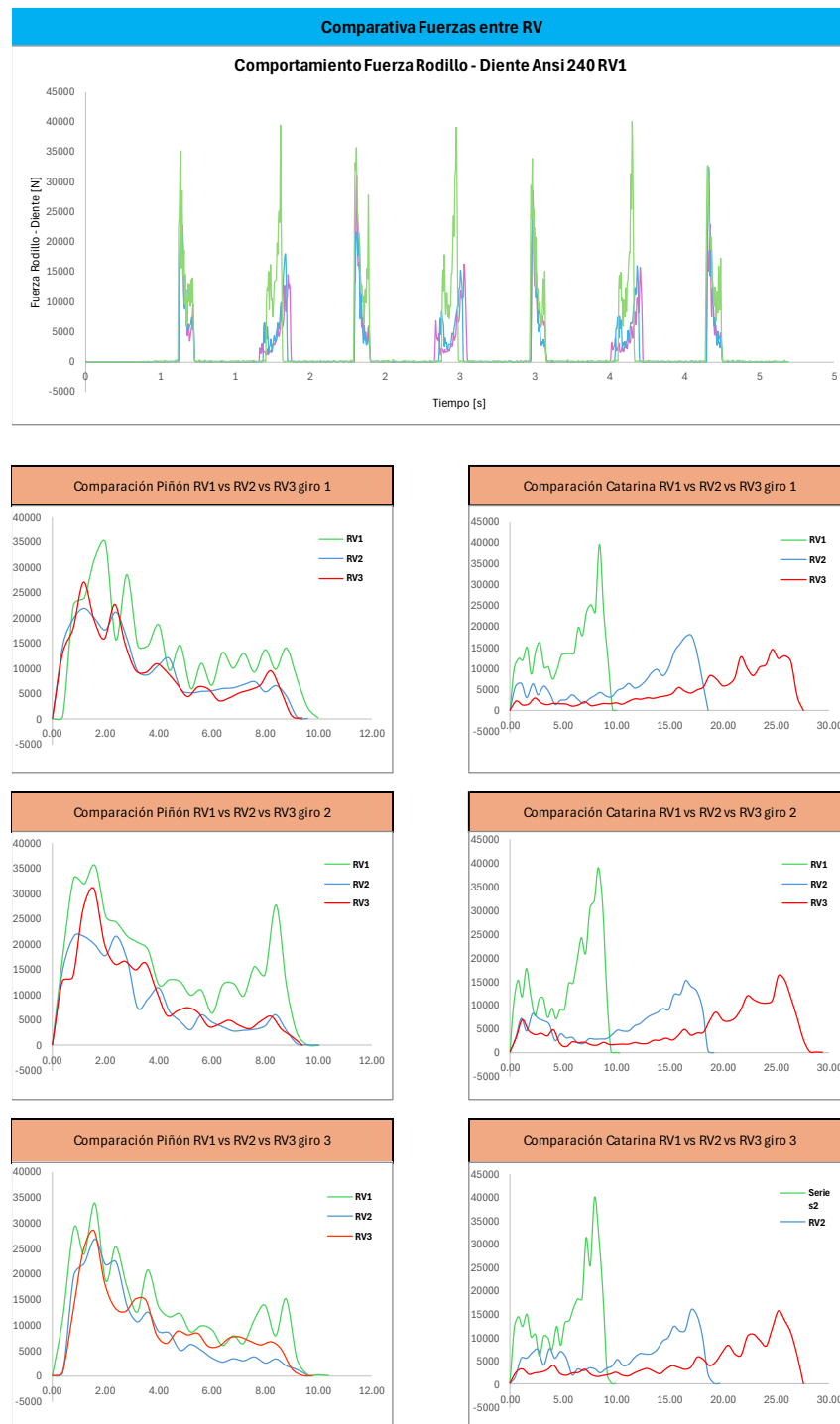
Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 61. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente para la Cadena Ansi 240 RV3



Nota. La figura superior dibuja el comportamiento durante toda la simulación. Las gráficas naranjas muestran el comportamiento en el piñón, las azules en la Catarina, las inferiores cada giro en cada sprocket y las de la derecha contrastan la fuerza entre el piñón y la Catarina.

Figura 62. Comportamiento de las fuerzas Rodillo – Diente comparación de cada RV para la Cadena Ansi 240



Nota. En esta figura se ilustra el comportamiento completo de cada relación de velocidad, contrastado entre sí.

Apéndice E. Ilustraciones de los dientes analizados en los análisis estáticos.

Figura 63. Dientes analizados en las cadenas de RV1



Nota, Para las cadenas de RV1, se muestra la nomenclatura de los dientes tanto en el piñón como en la Catarina.

Figura 64. Dientes analizados en las cadenas de RV2



Nota, Para las cadenas de RV2, se muestra la nomenclatura de los dientes tanto en el piñón como en la Catarina.

Figura 65. Dientes analizados en las cadenas de RV3



Nota, Para las cadenas de RV3, se muestra la nomenclatura de los dientes tanto en el piñón como en la Catarina.

Apéndice F. Código de Python utilizado para generar la ecuación de mínimos cuadrados.

```

# =====
#   AJUSTE POR MÍNIMOS CUADRADOS - FRECUENCIA NATURAL DE CADENAS
#   Modelo potencial:  $f = A * p^a * RV^b * (C/P)^c$ 
# =====
#
# INSTALACIÓN DE DEPENDENCIAS (ejecutar UNA SOLA VEZ en terminal):
#   pip install pandas numpy scikit-learn matplotlib
#
# USO:
#   Coloca el archivo CSV en la misma carpeta que este script y ejecuta:
#   python ajuste_minimos_cuadrados.py
# =====

# — Librerías —————
import sys
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from sklearn.linear_model import LinearRegression
from sklearn.metrics import mean_squared_error, r2_score, mean_absolute_error

# — 1. CONFIGURACIÓN —————
FILENAME = "DatosModal.csv" # nombre del archivo
DELIMITER = ";" # separador de
columnas
MODULO = 1 # modo de frecuencia a
ajustar

# Columnas que vienen con coma decimal → se convierten a float
COLS_COMA_DECIMAL = [
    "Paso de cadena [in]",
    "Distancia entre centros [in]",
    "C/P",
    "Frecuencia Natural [Hz]",
]

# — 2. CARGA Y LIMPIEZA DE DATOS —————
def cargar_datos(filename: str, delimiter: str) -> pd.DataFrame:
    """Carga el CSV y convierte columnas con coma decimal a float."""
    try:
        df = pd.read_csv(filename, delimiter=delimiter)
    except FileNotFoundError:
        sys.exit(

```

```

        f"\n[ERROR] No se encontró el archivo '{filename}'.\n"
        "Asegúrate de que esté en la misma carpeta que este script.\n"
    )

    # Conversión debe hacerse sobre el DataFrame completo ANTES de filtrar,
    # porque pandas puede inferir un dtype especial (StringArray) que
    # no se recalcula al hacer .copy() después del filtrado.
    for col in COLS_COMA_DECIMAL:
        if col in df.columns:
            df[col] = df[col].astype(str).replace(",", ".",
regex=False).astype(float)

    return df

def filtrar_modo(df: pd.DataFrame, modo: int) -> pd.DataFrame:
    """Filtra el DataFrame para un número de frecuencia específico."""
    df_filtrado = df[df["numero de frecuencia"] == modo].copy()
    if df_filtrado.empty:
        sys.exit(f"\n[ERROR] No hay datos para el modo de frecuencia {modo}.\n")
    return df_filtrado

# — 3. TRANSFORMACIÓN LOGARÍTMICA Y AJUSTE —————
def ajustar_modelo(df: pd.DataFrame):
    """
    Aplica transformación logarítmica y ajusta regresión lineal.
    Devuelve el modelo, los coeficientes en escala real y los vectores
    de valores reales y predichos (en Hz).
    """
    # Transformación log: convierte el modelo potencial en lineal
    df["ln_p"] = np.log(df["Paso de cadena [in]"])
    df["ln_RV"] = np.log(df["RV"])
    df["ln_CP"] = np.log(df["C/P"])
    df["ln_f"] = np.log(df["Frecuencia Natural [Hz]"])

    X = df[["ln_p", "ln_RV", "ln_CP"]].values
    y_log = df["ln_f"].values

    modelo = LinearRegression()
    modelo.fit(X, y_log)

    # Coeficientes en escala real
    A = np.exp(modelo.intercept_) # constante multiplicativa
    coefs = modelo.coef_ # exponentes [a, b, c]

```

```

# Predicciones
y_pred_log = modelo.predict(X)
y_real_hz  = df["Frecuencia Natural [Hz]"].values
y_pred_hz  = np.exp(y_pred_log)

return modelo, A, coefs, y_log, y_pred_log, y_real_hz, y_pred_hz

# — 4. MÉTRICAS DE ERROR —————
def calcular_metricas(y_log, y_pred_log, y_real_hz, y_pred_hz, n_predictores:
int):
    """Calcula R², R² ajustado, RMSE, MAE y MAPE."""
    n    = len(y_log)
    p    = n_predictores

    r2    = r2_score(y_log, y_pred_log)
    r2_adj = 1 - (1 - r2) * (n - 1) / (n - p - 1)
    rmse   = np.sqrt(mean_squared_error(y_real_hz, y_pred_hz))
    mae     = mean_absolute_error(y_real_hz, y_pred_hz)
    mape    = np.mean(np.abs((y_real_hz - y_pred_hz) / y_real_hz)) * 100

    return {"R2": r2, "R2_adj": r2_adj, "RMSE": rmse, "MAE": mae, "MAPE": mape}

# — 5. FUNCIÓN DE PREDICCIÓN —————
def predecir_frecuencia(A, coefs, p, RV, CP) -> float:
    """
    Calcula la frecuencia natural estimada para un conjunto de parámetros.

    Parámetros:
        A      : constante del modelo
        coefs  : array [a, b, c] – exponentes de p, RV y C/P
        p      : paso de cadena [in]
        RV     : relación de velocidad
        CP     : relación C/P (distancia entre centros / paso)

    Retorna:
        Frecuencia natural estimada en Hz (float)
    """
    return A * (p ** coefs[0]) * (RV ** coefs[1]) * (CP ** coefs[2])

# — 6. VISUALIZACIÓN DE ERRORES —————
def graficar_errores(y_real_hz, y_pred_hz):

```

```

"""Genera dos gráficas de análisis de residuales."""
residuos      = y_real_hz - y_pred_hz
errores_pct   = np.abs(residuos / y_real_hz) * 100

fig, axes = plt.subplots(1, 2, figsize=(14, 5))
fig.suptitle("Análisis de Errores del Modelo", fontsize=14,
fontweight="bold")

# — Gráfica 1: Real vs Predicho —
ax = axes[0]
lim = [y_real_hz.min() * 0.9, y_real_hz.max() * 1.05]
ax.scatter(y_real_hz, y_pred_hz, alpha=0.6, edgecolors="k", linewidths=0.4)
ax.plot(lim, lim, "r--", linewidth=1.5, label="Predicción perfecta")
ax.set_xlim(lim); ax.set_ylim(lim)
ax.set_xlabel("Frecuencia Real [Hz]")
ax.set_ylabel("Frecuencia Predicha [Hz]")
ax.set_title("Real vs Predicho")
ax.legend(); ax.grid(True, linestyle="--", alpha=0.5)

# — Gráfica 2: Distribución del error porcentual —
ax = axes[1]
ax.hist(errores_pct, bins=20, color="steelblue", edgecolor="white",
linewidth=0.5)
ax.axvline(errores_pct.mean(), color="red", linestyle="--", label=f"MAPE =
{errores_pct.mean():.2f}%")
ax.axvline(np.median(errores_pct), color="orange", linestyle=":",
label=f"Mediana = {np.median(errores_pct):.2f}%")
ax.set_xlabel("Error Porcentual Absoluto [%]")
ax.set_ylabel("Frecuencia de ocurrencia")
ax.set_title("Distribución del Error Porcentual")
ax.legend(); ax.grid(True, linestyle="--", alpha=0.5)

plt.tight_layout()
plt.savefig("grafica_errores.png", dpi=150, bbox_inches="tight")
print("\n Gráficas guardadas en 'grafica_errores.png'")
plt.show()

# — 7. REPORTE EN CONSOLA —
def imprimir_resultados(A, coefs, metricas, n_datos):
    sep = "-" * 55
    print(f"\n{'='*55}")
    print(" RESULTADOS DEL MODELO ESTADÍSTICO")
    print(f"{'='*55}")
    print(f"\n Modelo: f = A · p^a · RV^b · (C/P)^c\n")

```

```

print(f"  A  = {A:.6f}")
print(f"  a  = {coefs[0]:.6f}    (exponente de Paso, p)")
print(f"  b  = {coefs[1]:.6f}    (exponente de RV)")
print(f"  c  = {coefs[2]:.6f}    (exponente de C/P)")
print(f"\n  Ecuación completa:")
print(f"  f = {A:.4f} · p^{coefs[0]:.4f} · RV^{coefs[1]:.4f} · (C/P)^{coefs[2]:.4f}")
print(f"\n{sep}")
print("  1. BONDAD DE AJUSTE")
print(f"{sep}")
print(f"  R²          = {metricas['R2']:.6f}    (ideal > 0.90)")
print(f"  R² Ajustado = {metricas['R2_adj']:.6f}    (penaliza exceso de variables)")
print(f"  N de datos = {n_datos}")
print(f"\n{sep}")
print("  2. ANÁLISIS DE ERRORES (escala real, Hz)")
print(f"{sep}")
print(f"  RMSE (Error cuadrático medio): {metricas['RMSE']:.4f} Hz")
print(f"  MAE (Error absoluto medio): {metricas['MAE']:.4f} Hz")
print(f"  MAPE (Error porcentual medio): {metricas['MAPE']:.2f} % (ideal < 10-15 %)")
print(f"\n{'='*55}\n")

# — 8. EJECUCIÓN PRINCIPAL —————
if __name__ == "__main__":

    # Carga
    df = cargar_datos(FILENAME, DELIMITER)
    df_mod = filtrar_mod(df, MODULO)

    # Ajuste
    modelo, A, coefs, y_log, y_pred_log, y_real_hz, y_pred_hz =
ajustar_modelo(df_mod)

    # Métricas
    metricas = calcular_metricas(y_log, y_pred_log, y_real_hz, y_pred_hz,
n_predictores=3)

    # Resultados
    imprimir_resultados(A, coefs, metricas, n_datos=len(y_real_hz))

    # — Ejemplo de predicción puntual —————
    test_p, test_rv, test_cp = 0.5, 1, 41.5
    f_estimada = predecir_frecuencia(A, coefs, test_p, test_rv, test_cp)

```

```
print(f" Prueba puntual → p={test_p} in, RV={test_rv}, C/P={test_cp}")
print(f" Frecuencia estimada: {f_estimada:.4f} Hz\n")

# — Gráficas de error —————
graficar_errores(y_real_hz, y_pred_hz)
```