

**SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL FORTALECIMIENTO DEL  
RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO EN ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO AL  
ABORDAR TAREAS CON OBJETOS TRIDIMENSIONALES**

**JAZMÍN EDITH SILVA MARTÍNEZ**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS  
ESCUELA DE EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA  
BUCARAMANGA**

**2018**

**SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL FORTALECIMIENTO DEL  
RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO EN ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO AL  
ABORDAR TAREAS CON OBJETOS TRIDIMENSIONALES**

**JAZMÍN EDITH SILVA MARTÍNEZ**

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de Magíster  
en Pedagogía**

**Directora:**

**Mg. OLGA LUCIA DUARTE BOLÍVAR**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS  
ESCUELA DE EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA  
BUCARAMANGA**

**2018**

***A mis padres, mi esposo Edwin, y mis hijos  
Wendy, Valentina y Fernando.***

## AGRADECIMIENTOS

*A **Dios** por darme sabiduría, fortaleza que necesité para culminar con éxito esta meta.*

*A **mi familia** por su amor, comprensión y apoyo que fueron fundamentales para alcanzar este logro.*

*A la profesora **Olga Lucía Duarte Bolívar** por su orientación y dedicación en la construcción de este proyecto.*

*Al **Ministerio de Educación** por otorgarme la oportunidad de realizar esta maestría.*

## CONTENIDO

	<b>Pág.</b>
INTRODUCCIÓN .....	16
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	18
1.1 CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA.....	24
2. JUSTIFICACIÓN.....	35
3. OBJETIVOS.....	38
3.1 OBJETIVO GENERAL .....	38
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	38
4. MARCO TEÓRICO .....	39
4.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN.....	39
4.1.1 Antecedentes internacionales .....	39
4.1.2 Antecedentes nacionales .....	42
4.1.3 Antecedentes locales.....	44
4.2 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA .....	46
4.2.1 Lineamientos y estándares básicos de competencias en matemáticas.....	46
4.2.2 Derechos básicos de aprendizaje .....	49
4.2.3 Razonamiento geométrico .....	51
4.2.4 Modelo De Van Hiele .....	52
4.2.5 Secuencia didáctica .....	58
4.2.6 Material concreto .....	59
4.3 MARCO LEGAL .....	60
5. DISEÑO METODOLÓGICO.....	63
5.1 MÉTODO DE INVESTIGACIÓN .....	63
5.2 POBLACIÓN, MUESTRA Y CONTEXTO PARTICIPANTE .....	64
5.3 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN.....	64

5.3.1 Técnicas de investigación.....	65
5.3.2 Instrumentos de recolección de información.....	65
5.4 PROCESO METODOLÓGICO .....	68
5.4.1 Diagnóstico y problematización .....	69
5.4.2 Intervención en el aula.....	72
5.4.3 Reflexión.....	72
5.5 CRITERIOS ÉTICOS .....	73
6. DISEÑO DE LA INTERVENCIÓN.....	74
7. PRESENTACIÓN, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS .....	111
7.1 ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL DIAGNOSTICO.....	111
7.1.1 Análisis de la prueba diagnóstica.....	112
7.1.2 Análisis de la prueba diagnóstica parte B .....	118
7.1.3 Resultados globales de la prueba diagnóstica.....	122
7.1.4 Interpretación general de los resultados de la prueba diagnóstica .....	127
7.2 PRESENTACIÓN, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS DE LA INTERVENCIÓN .....	128
7.2.1 Análisis e interpretación de las actividades de apertura .....	130
7.2.2 Análisis e interpretación de las actividades de desarrollo.....	135
7.2.3 Análisis e interpretación de los resultados de las actividades de cierre.....	146
7.3. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA PRUEBA FINAL.....	150
7.3.1 Análisis de la parte A de la prueba final.....	151
7.3.2 Análisis de la prueba final Parte B .....	158
7.3.3 Resultados global de la parte A y B de la prueba final.....	162
7.4 COMPARACIÓN DE RESULTADOS PRUEBA DIAGNOSTICA Y FINAL.....	165
8. HALLAZGOS .....	169
9. CONCLUSIONES .....	171
10. RECOMENDACIONES.....	175
BIBLIOGRAFÍA.....	176
ANEXOS.....	180

## LISTA DE FIGURAS

	<b>Pág.</b>
Figura 1. Resultados Pruebas Saber 9° en Matemáticas 2016 .....	25
Figura 2. Puntaje promedio y desviación estándar en el establecimiento educativo, Matemáticas - grado noveno año 2016.....	26
Figura 3. ISCE 2017 .....	30
Figura 4. Resultados de matemáticas Pruebas Saber quinto 2013 .....	32
Figura 5. Estructura Metodológica de la investigación.....	69
Figura 6. Ejemplo de actividad estudiante ES18.....	119
Figura 7. Ejemplo estudiante ES23.....	119
Figura 8. Resultado general de la prueba diagnóstica.....	123
Figura 9. Ejemplo de respuesta ES23 .....	124
Figura 10. Pregunta 3 prueba diagnóstica .....	124
Figura 11. Ejemplo repuesta EQ20 a la pregunta 4 .....	125
Figura 12. Ejemplo repuesta EQ20 pregunta 5.....	126
Figura 13. Ejemplo repuesta EQ20 a la pregunta 6.....	126
Figura 14. Maqueta.....	133
Figura 15. Clasificación de figuras .....	134
Figura 16. Plano elaborado por EX13.....	140
Figura 17. Plano elaborado por EV15.....	141
Figura 18. Plano elaborado por EQ20 .....	141
Figura 19. Desarrollo de la guía de aplicación de volumen de prismas.....	143
Figura 20. Pirámide elaborada por el estudiante EW14.....	144
Figura 21. Experimento de Volumen.....	147
Figura 22. Maqueta 1.....	148

Figura 23. Feria de la ciencia.....	149
Figura 24. Planos.....	149
Figura 25. Ejemplo de respuesta 1 del Estudiante EQ20 .....	159
Figura 26. Ejemplo de respuesta 2 del estudiante EQ20.....	159
Figura 27. Resultado global de la prueba final según los niveles de razonamiento de Van Hiele .....	163

## LISTA DE TABLAS

	<b>Pág.</b>
Tabla 1. Niveles de desempeño de las pruebas PISA.....	19
Tabla 2. Comparación de puntajes promedios .....	20
Tabla 3. Desempeño promedio de Colombia y los países participantes de Latinoamérica y el Caribe .....	21
Tabla 4. Competencias y componentes que evalúa el ICFES en Matemáticas.....	23
Tabla 5. Relación resultados de las competencias y componentes evaluados 2016 .....	27
Tabla 6. Relación de competencias y componentes evaluados en las Pruebas Saber 9° en Matemáticas en los últimos años. ....	28
Tabla 7. Aprendizajes de las competencias sobre los cuales se deben hacer más énfasis. Estos porcentajes sobre el 100% de las preguntas evaluadas.....	31
Tabla 8. Planeación general .....	74
Tabla 9. Propósitos de las etapas de la secuencia didáctica.....	75
Tabla 10. Planeación de la sección uno de la secuencia.....	77
Tabla 11. Planeación de la sección dos de la secuencia.....	80
Tabla 12. Planeación de la sección tres de la secuencia.....	84
Tabla 13. Planeación de la sección tres actividad 2 de la secuencia.....	88
Tabla 14. Planeación de la sección tres actividad 3 de la secuencia.....	91
Tabla 15. Planeación de la sección cuatro de la secuencia.....	94
Tabla 16. Planeación de la sección cinco de la secuencia .....	98
Tabla 17. Planeación de la sección cinco actividad dos de la secuencia .....	100
Tabla 18. Planeación de la sección cinco actividad tres de la secuencia .....	103
Tabla 19. Planeación de la sección seis de la secuencia .....	105
Tabla 20. Planeación de la sección seis actividad dos de la secuencia .....	109

Tabla 21. Logros propuestos para cada nivel de Razonamiento .....	112
Tabla 22. Resultados por estudiante de la parte A de la prueba diagnóstica .....	113
Tabla 23. Análisis de resultados por nivel de razonamiento .....	115
Tabla 24. Resultados de las preguntas de la actividad 1 y 2 parte B de la prueba diagnóstica.....	119
Tabla 25. Rejilla de análisis de la prueba final.....	151
Tabla 26. Distribución de preguntas según nivel de razonamiento de Van Hiele	152
Tabla 27. Resultados de la prueba final parte A.....	152
Tabla 28. Resultados de la parte A de la prueba final por estudiante.....	157
Tabla 29. Resultados de la parte B de la Prueba final aplicada a los estudiantes. .....	160
Tabla 30. Comparativo prueba diagnóstica y final .....	166

## LISTA DE ANEXOS

	<b>Pág.</b>
ANEXO A. Permiso de la aplicación de la propuesta.....	181
ANEXO B. Consentimiento informado de los padres.....	183
ANEXO C. Carta asentimiento de los estudiantes.....	184
ANEXO D. Certificado en participación capacitación NIH.....	186
ANEXO E : Prueba diagnóstica parte A.....	187
ANEXO F. Diagnostico parte B.....	196
ANEXO G. Sesión 1.....	198
ANEXO H. Sesión 2.....	203
ANEXO I. Sesión tres actividad 1.....	208
ANEXO J. Sesión tres actividad 2.....	212
ANEXO K. Sesión tres actividad 3.....	214
ANEXO L. Sesión 4.....	216
ANEXO M. Sesión cinco actividad 1.....	218
ANEXO N. Sesión cinco actividad dos.....	220
ANEXO O. Sesión cinco actividad tres.....	222
ANEXO P. Sesión seis.....	226
ANEXO N. Prueba final.....	228

## RESUMEN

**TITULO:** SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL FORTALECIMIENTO EL RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO EN ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO AL ABORDAR TAREAS CON OBJETOS TRIDIMENSIONALES\*

**AUTOR:** Jazmín Edith Silva Martínez\*\*

**PALABRAS CLAVES:** material concreto, modelo de Van Hiele, razonamiento geométrico, secuencia didáctica, objetos tridimensionales.

### **DESCRIPCIÓN:**

La presente investigación tuvo como objetivo el fortalecimiento del razonamiento geométrico en estudiantes de noveno grado, al abordar situaciones con objetos tridimensionales y a su vez en categorizar el nivel de razonamiento según el modelo de Van Hiele. La problemática se evidenció a partir del análisis de los resultados de las Pruebas Saber, donde se encontró falencia en el desarrollo de las competencias matemáticas específicamente en el pensamiento geométrico y métrico.

En esta investigación cualitativa se diseñó y aplicó, con la participación de 13 estudiantes de noveno grado, una secuencia didáctica utilizando como estrategia el uso de material concreto y organizada en siete sesiones con actividades enfocadas a la visualización, medición y experimentación con objetos tridimensionales a través de situaciones problema las cuales permitieron la aplicabilidad de los conceptos de perímetro, área y volumen desarrollados en el aula de clase.

Los resultados de esta investigación muestran el avance en el nivel de razonamiento geométrico al analizar los resultados de la prueba diagnóstica y compáralos con los de la prueba final aplicada a los estudiantes después de la intervención teniendo en cuenta la teoría de Van Hiele, al abordar diferentes actividades relacionadas con el volumen de objetos tridimensionales dentro de situaciones contextualizadas, Por lo tanto, uno de los hallazgos importantes indica que con el uso del material concreto como estrategia didáctica, es posible potenciar el razonamiento geométrico en los estudiantes, utilizándolo con un fin determinado.

---

\* Trabajo de grado

\*\* Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación. Directora: Mg. Olga Lucia Duarte Bolívar

## ABSTRACT

**TITLE:** EACHING SEQUENCE FOR STRENGTHENING GEOMETRIC REASONING IN NINTH GRADE STUDENTS BY ADDRESSING THREE-DIMENSIONAL OBJECTS<sup>1</sup>

**AUTHOR:** Jazmin Edith Silva Martinez<sup>2</sup>

**KEY WORDS:** Concret Material, The Van Hiele Model, geometric reasoning, Didactic Sequence, Tridimensional Objects.

### **DESCRIPTION:**

This research focused on the enhancement of nine graders' geometric reasoning when addressing situations with tridimensional objects as well as categorizing that level of reasoning according to the Van Hiele model. Due to the problematic that is evident from the analysis of the results of the "prueba SABER", where the failure was found in the development of the mathematical competences specifically in the metric thinking and measurement systems.

In this qualitative research, a didactic sequence was designed and applied, whose strategy was the use of concrete material and was organized in seven sessions with activities focused on the visualization, measurement and experimentation with three-dimensional objects through situations that allow the applicability of the concepts of perimeter, area and volume developed in the classroom.

The results of this investigation show the advance in the levels of geometric reasoning when analyzing the results of the diagnostic test and compare those of the final test applied to the students after the intervention taking into account the Van Hiele's theory, when facing different activities related to the volume of three-dimensional objects within contextualized situations, in addition to the research question of how to enhance the geometric reasoning in nine-graders when addressing tasks related to the volume of three-dimensional objects can be said that the concrete material is the means for the learning process.

---

<sup>1</sup> Graduation paper

<sup>2</sup> Faculty of human sciencies. School of Education. Director. Mg. Olga Lucia Duarte Bolívar

## INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la geometría en los últimos años ha sufrido transformaciones, en cuanto a la forma de enseñanza, permitiendo que los estudiantes tengan una participación activa dentro del proceso de aprendizaje y de esta manera incentivar el desarrollo cognitivo ya que la geometría está presente en todos los aspectos de la vida cotidiana del estudiante donde se utilizan diversas representaciones de figuras, formas y estructuras geométricas en la cual está conformado su contexto.

A través del estudio de la geometría el estudiante aprende a describir, analizar propiedades, clasificar, razonar y solucionar problemas, Por consiguiente, la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, especialmente el estudio de situaciones de volumen con objetos tridimensionales, requiere del diseño y aplicación de estrategias pedagógicas y didácticas, que le permitan al estudiante la adquisición de conceptos a partir de la modelación de figuras reales en diferentes materiales realizando procesos como construir, modelar, dibujar y medir, desarrollando a su vez, la capacidad de visualizar relaciones geométricas y realizar procesos de razonamiento geométrico, fundamentales en la resolución de problemas.

El enfoque de este trabajo de tipo investigativo fue el desarrollo del razonamiento geométrico teniendo en cuenta el pensamiento métrico y sistemas de medidas al abordar tareas con objetos tridimensionales.

Este trabajo de investigación está organizado en 10 capítulos:

El primer capítulo “planteamiento del problema” presenta la descripción del problema con base en el análisis de las pruebas internacionales en las cuales los estudiantes colombianos han participado, los resultados de las Pruebas Saber 9

que han presentado los estudiantes de la institución objeto de estudio, el análisis de índice sintético de calidad de la institución. El segundo capítulo contiene la justificación por la cual es importante el desarrollo de la investigación.

En el tercer capítulo se plantea el objetivo general, y los objetivos específicos a alcanzar con el desarrollo del proyecto de investigación.

En el cuarto capítulo “marco teórico” se encuentra toda la fundamentación teórica que se tuvo en cuenta para el desarrollo del proyecto conformado por los antecedentes internacionales, nacionales y locales, los lineamientos y estándares básicos de competencias matemáticas la metodología del modelo de razonamiento de Van Hiele, la teoría de la secuencia didáctica, y el material concreto

En el capítulo cinco “diseño metodológico” se define el método de investigación, el contexto, los participantes, las técnicas e instrumentos utilizados, los criterios éticos y el proceso metodológico implementado en el desarrollo de la investigación.

En el capítulo seis se presenta todo el diseño de la secuencia didáctica que se planteó para la intervención en el aula.

En el capítulo siete “análisis e interpretación de resultados” se presenta el análisis de los resultados de la prueba diagnóstica y de la prueba final, a partir de la categorización con los niveles de razonamiento propuestos por Van Hiele, además el análisis de las sesiones desarrolladas en la secuencia didáctica.

Finalmente se mencionan los hallazgos en cuanto a la respuesta de la pregunta de investigación, las conclusiones y recomendaciones entorno al proceso investigativo desarrollado en la institución objeto de estudio. Además, se presentan los datos bibliográficos consultados y los anexos.

## 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Para determinar el problema de investigación se realizó un análisis de los resultados en el área de matemáticas que los estudiantes colombianos obtienen en pruebas nacionales como: las Prueba Saber 3°, 5° y 9° y la Prueba Saber 11°; y en pruebas internacionales como: las Pruebas PISA y TIMSS, que miden los resultados de la calidad educativa de las instituciones privadas y públicas del país. Estas pruebas establecen unos estándares básicos en competencias, que son lo mínimo que el estudiante debe saber para aprobar cada uno de los grados y ser competente en el mundo laboral. Se miden de forma cuantitativa teniendo en cuenta unos promedios mínimos que se deben alcanzar. Considerando el bajo desempeño de los estudiantes en estas pruebas surge la necesidad de realizar un análisis detallado de las principales causas de esta problemática, para proponer estrategias pedagógicas que contribuyan a mejorar las competencias matemáticas de los estudiantes.

Para analizar los resultados obtenidos por estudiantes colombianos en las pruebas internacionales, primero se hace referencia a la prueba del Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA<sup>3</sup>, sigla en inglés), que es aplicada cada tres años por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). La prueba PISA tiene por objeto evaluar hasta qué punto los estudiantes cercanos al final de la educación media han adquirido el conocimiento y las habilidades necesarias para la participación plena en la sociedad. Los resultados de esta prueba presentan a aquellos países que han alcanzado un buen rendimiento y al mismo tiempo un reparto equitativo de oportunidades de aprendizaje, ayudando así a otros países a establecer metas ambiciosas que les permitan mejorar la calidad de la educación.

---

<sup>3</sup> ICFES. PISA resultados nacionales. Resumen ejecutivo. Disponible en: [http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-336001\\_archivo\\_pdf.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-336001_archivo_pdf.pdf) [citado el 06/06/2016]

Conforme a las directrices dadas por los Estándares Internacionales, la prueba PISA se ha aplicado en el país a estudiantes de 15 años, indiferentemente al grado que pertenecen, para evaluar su capacidad de formular, emplear e interpretar las matemáticas en diversos contextos; incluye el razonamiento y el uso de conceptos matemáticos, procedimientos, datos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos. En lenguaje evalúa la capacidad que tienen los estudiantes para comprender, utilizar y reflexionar sobre textos escritos. En ciencias, evalúa a los estudiantes la competencia científica que incluye los conocimientos científicos y el uso de esos conocimientos para identificar preguntas, adquirir nuevos conocimientos, explicar fenómenos científicos y sacar conclusiones basadas en evidencias, sobre asuntos relacionados con la ciencia.

Los resultados del país se ven de dos formas: El puntaje promedio de sus estudiantes en cada área, y el porcentaje de estudiantes que se ubican en cada uno de los 6 niveles de desempeño.

**Tabla 1. Niveles de desempeño de las pruebas PISA**

NIVEL	DESCRIPCIÓN GENÉRICA
6	El estudiante tiene potencial para realizar actividades de alta complejidad cognitiva, científicas u otras.
5	
4	Por arriba del mínimo y, por ello, bastante buenos, aunque no del nivel óptimo para la realización de las actividades cognitivas más complejas.
3	
2	MÍNIMO ADECUADO PARA DESEMPEÑARSE EN LA SOCIEDAD CONTEMPORÁNEA.
1	Insuficientes para acceder a estudios superiores y para las actividades que exige la vida en la sociedad del conocimiento.
Por debajo de 1	

Fuente: Informe Pruebas Pisa 2015

En Colombia se han presentado las Pruebas PISA en los años 2006, 2009, 2012 y 2015; en el año 2012 la prueba tuvo énfasis en matemáticas. Los resultados que se obtuvieron en las pruebas para Colombia, al igual que los demás países latinoamericanos participantes, fueron desempeños inferiores al promedio de los países de la OCDE (494), Colombia obtuvo un promedio de (376). Esto quiere decir que más del 70% de los estudiantes se ubican por debajo del nivel 2, es decir, la mayoría de los estudiantes no ha desarrollado las competencias mínimas necesarias para desempeñarse en la sociedad contemporánea. Los resultados mencionados anteriormente se presentan en la siguiente tabla.

**Tabla 2. Comparación de puntajes promedios**

	<i>Matemáticas</i>		<i>Lenguaje</i>		<i>Ciencias</i>	
	Promedio	Desviación estándar	Promedio	Desviación estándar	Promedio	Desviación estándar
Chile	423 ▲	81	441 ▲	78	445 ▲	80
México	413 ▲	74	424 ▲	80	415 ▲	71
Uruguay	409 ▲	89	411 —	96	416 ▲	95
Costa Rica	407 ▲	68	441 ▲	74	429 ▲	71
Brasil	391 ▲	78	410 —	85	405 —	79
Argentina	388 ▲	77	396 —	96	406 —	86
Colombia	376 —	74	403 —	84	399 —	76
Perú	368 —	84	384 ▼	94	373 ▼	78
Promedio OECD	494	92	496	94	501	93
Shanghái - China	613	101	570	80	580	82

Fuente: informe pruebas Pisa 2015<sup>4</sup>

En los resultados de la Prueba PISA 2015, que tuvo profundización en el área de ciencias, se puede observar que Colombia ha mejorado en todas las áreas evaluadas, pero aún se mantiene por debajo del promedio de la OCDE en matemáticas (490), donde Colombia obtuvo en (390).

<sup>4</sup> ICFES. Informe PISA. Disponible en: <http://www.icfes.gov.co/investigadores-posgrado-2/evaluaciones-internacionales-inves/programa-para-la-evaluacion-internacional-de-estudiantes-pisa> [Citado 06/06/2016]

**Tabla 3. Desempeño promedio de Colombia y los países participantes de Latinoamérica y el Caribe**

País	Lectura				Matemáticas				Ciencias			
	2006	2009	2012	2015	2006	2009	2012	2015	2006	2009	2012	2015
Chile	442	449	441	459	411	421	423	423	438	448	445	447
Uruguay	413	426	411	437	427	427	409	418	428	427	416	435
Argentina	374	398	396	-	381	388	388	-	391	401	406	-
Costa Rica	-	443	441	427	-	409	407	400	-	431	429	420
<b>Colombia</b>	<b>385</b>	<b>413</b>	<b>403</b>	<b>425</b>	<b>370</b>	<b>381</b>	<b>376</b>	<b>390</b>	<b>388</b>	<b>402</b>	<b>399</b>	<b>416</b>
México	410	425	424	423	406	419	413	408	410	416	415	416
Brasil	393	412	410	407	370	386	391	377	390	405	405	401
Perú	-	370	384	398	-	365	368	387	-	369	373	397
República Dominicana	-	-	-	358	-	-	-	328	-	-	-	332

**Fuente:** Informe ejecutivo pruebas pisa 2015<sup>5</sup>

Al analizar los resultados se puede observar que en Colombia ha mejorado el desempeño de los estudiantes en el área de matemáticas desde el 2006 hasta el 2015. En los resultados obtenidos en esos años se evidencia un aumento de 20 puntos, pero aún permanecen por debajo del promedio de la OCDE, por lo cual es necesario continuar robusteciendo los proyectos de calidad educativa que se están implementado en el país. Esto no solo beneficia al país, sino que incide positivamente en los estudiantes, al tener igualdad de condiciones educativas para ser más competitivos.

Otra prueba en el ámbito internacional analizada en esta investigación es la prueba Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS<sup>6</sup>), que evalúa las competencias de los estudiantes de los grados cuarto y octavo en matemáticas y

<sup>5</sup> ICFES informe ejecutivo Colombia PISA 2015. Disponible en: <http://www.icfes.gov.co/investigadores-posgrado-2/evaluaciones-internacionales-inves/programa-para-la-evaluacion-internacional-de-estudiantes-pisa> [Citado 6/06/2016]

<sup>6</sup> ICFES. TIMSS 2007 Resultados Nacionales. Resumen ejecutivo. Disponible en: <http://www.icfes.gov.co/docman/investigadores-y-estudiantes-de-posgrado/seminario-internacional-de-investigacion/seminario-2010/conferencias-principales-2010/1080-isabel-fernandes-carolina-lopera-y-victor-cervantes-resultados-de-colombia-en-timms-2007/file?force-download=1>.

ciencias. Es un estudio de carácter curricular que cubre marcos de referencia que están en concordancia con la mayor parte de los currículos vigentes en los países participantes. La prueba TIMSS tiene como objetivo suministrar información para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de matemáticas y ciencias, fundamentales para el desarrollo de competencias científicas.

Colombia ha participado en la prueba TIMSS en dos ocasiones, en el año 1995 y en el año 2007, donde los resultados han estado por debajo del promedio de la escala TIMSS. No obstante, en la última prueba presentada se obtuvo un puntaje promedio (380) en matemáticas en octavo grado, pero aún se encuentra por debajo de países como Irán (403), Ucrania (462) y Turquía (432) que tienen un nivel socioeconómico similar, sólo alcanzó a superar a el Salvador que obtuvo (340). Los resultados obtenidos en matemáticas y en el área de ciencias en cuarto y octavo grado fueron inferiores al promedio TIMSS.

En el ámbito nacional, los resultados en la Prueba Saber 11° y Pruebas Saber 3°, 5° y 9° brindan información sobre el desempeño de los estudiantes de educación básica y media en las áreas de matemáticas, lenguaje, ciencias naturales y competencias ciudadanas. Estas pruebas son aplicadas por el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES), que evalúa las áreas que son consideradas esenciales para propiciar el desarrollo de competencias científicas, que los ciudadanos requieren para desempeñarse en entornos sociales y laborales.

Las competencias y componentes en el área de matemáticas que evalúa el ICFES están ligados a los estándares, lineamientos curriculares y los derechos básicos de aprendizaje definidos por el Ministerio de Educación Nacional. A continuación, se presentan en la tabla 4.

**Tabla 4. Competencias y componentes que evalúa el ICFES en Matemáticas**

COMPETENCIAS	COMPONENTES
- Razonamiento y argumentación	- Numérico
- Comunicación, representación y modelación.	- Variacional.
- Planteamiento y resolución de problemas.	- Geométrico
	- Métrico.
	- Aleatorio.

Fuente: ICFES Pruebas Saber 3,5 y 9°

Según las Pruebas Saber 2016, los resultados nacionales en el área de matemáticas obtenidos por estudiantes del grado noveno revelaron que el 20% de los estudiantes se ubicaron en un nivel insuficiente, el 50% en nivel mínimo, el 24% en nivel satisfactorio y el 6% en el nivel avanzado. Con base en estos resultados se concluye que a nivel nacional los estudiantes presentan falencias en las competencias matemáticas.

A partir de los resultados en las pruebas nacionales, el Ministerio de Educación Nacional ha decidido desarrollar una estrategia con direccionamiento a ser el país más educado de Latinoamérica en el año 2025, para ello creó lo que se llama el Día E o día de la Excelencia Educativa, donde se invitan a todos los establecimientos educativos a analizar los resultados propios de cada institución obtenidos en el Índice Sintético de calidad ISCE<sup>7</sup>.

---

<sup>7</sup> . MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. COLOMBIA APRENDE. Índice Sintético de la Calidad Educativa. 2015 Disponible en: [http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349835\\_quees.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349835_quees.pdf).

## 1.1 CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA

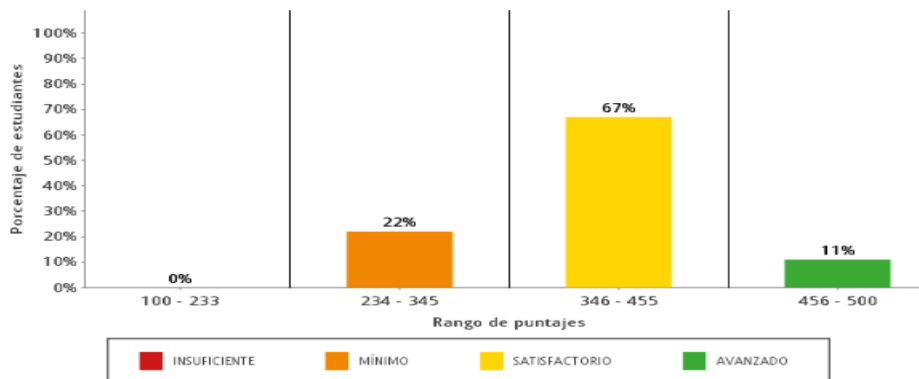
Después de haber analizado en el contexto internacional y nacional la situación actual de la calidad educativa del país en referencia al desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes, es necesario hacer una reflexión de la situación real de la institución educativa en esta misma vía. Esta reflexión a nivel institucional surge a partir del análisis de los resultados de las Pruebas Saber que permiten conocer en qué condiciones se encuentran los estudiantes en el desarrollo de los componentes y competencias matemáticas, y establecer un punto de partida objetivo de las necesidades propias de la institución, específicamente en el dominio de la geometría.

Al realizar el análisis de los resultados obtenidos por la institución educativa objeto de estudio en la Prueba Saber 9° en Matemáticas en el año 2016<sup>8</sup> se encuentra que el 0% de los estudiantes están en nivel insuficiente, en nivel mínimo el 22%, en nivel satisfactorio el 67% y en el nivel avanzado el 11%. Esto indica que la institución ha venido mejorando en la calidad educativa específicamente en el área de matemáticas, porque obtuvo el promedio más alto en comparación con otras instituciones locales que se encuentran en los mismos niveles socioeconómicos y que habían obtenido mejores resultados en años anteriores.

---

<sup>8</sup> ICFES. Saber 9° 2016. Resultados Censales. Disponible en: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.aspx>

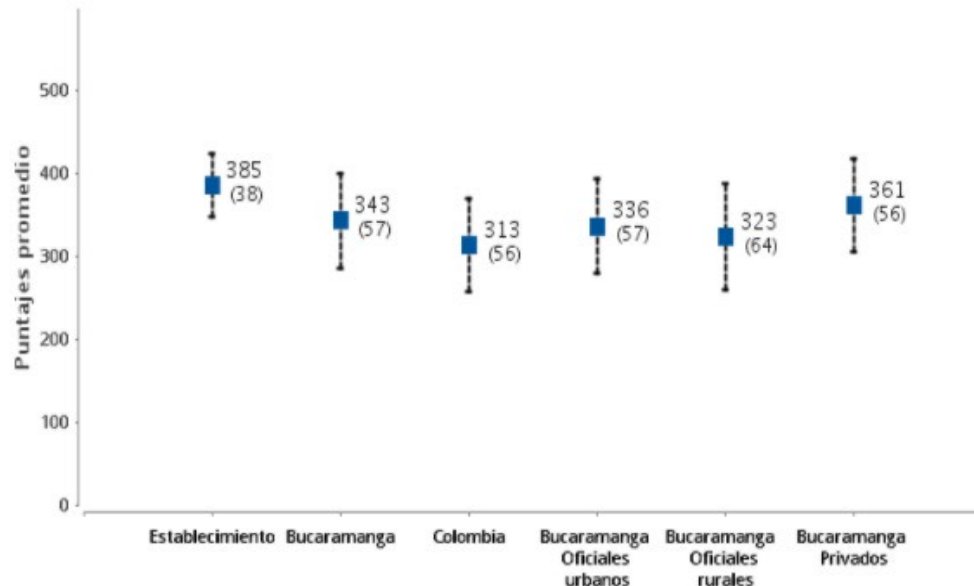
**Figura 1. Resultados Pruebas Saber 9° en Matemáticas 2016**



Fuente. ICFES Saber noveno 2016 resultados censales.

Al realizar el análisis de los resultados obtenidos por la institución con los resultados globales del municipio de Bucaramanga y los obtenidos a nivel nacional en la misma prueba en 2016, se puede observar que la institución en el área de matemáticas por primera vez está por encima del puntaje promedio de los establecimientos educativos de la entidad territorial a la cual pertenece.

**Figura 2. Puntaje promedio y desviación estándar en el establecimiento educativo, Matemáticas - grado noveno año 2016**



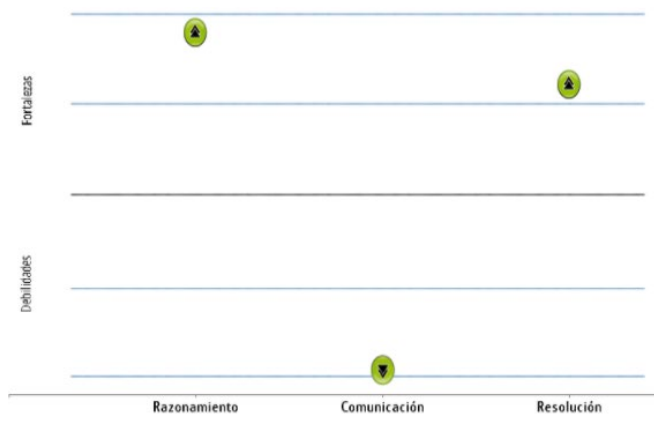

Fuente: Puntaje promedio y desviación estándar en el establecimiento educativo, la ETC, el país y los tipos de establecimientos de la ETC según sector/zona. Matemáticas - grado noveno 2016. ICFES. Saber 3°, 5° y 9° 2016. Resultados Censales. Disponible en: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jsp>

En el gráfico anterior se puede observar que los resultados municipales están en un promedio de 343 y una desviación estándar de 57, mientras que la institución obtuvo un puntaje promedio de 384 y una desviación estándar de 38; al continuar con la comparación a nivel nacional, se observa que el puntaje promedio fue de 313 y una desviación estándar de 56, con esto podemos afirmar que la institución ha venido mejorando en el desempeño de los estudiantes que son evaluados en la Pruebas Saber.

En los componentes que evalúa el ICFES al realizar la comparación con otros establecimientos educativos municipales se percibe que la institución es muy débil en el componente geométrico métrico, y en las competencias de comunicación,

representación y modelación, como se evidencia en los gráficos comparativos que se presentan a continuación.

**Tabla 5. Relación resultados de las competencias y componentes evaluados 2016**

<p>Competencias evaluadas</p>  <p>Fortalezas</p> <p>Debilidades</p> <p>Razonamiento      Comunicación      Resolución</p>	<p>Muy fuerte en Razonamiento y argumentación.</p> <p>Muy débil en Comunicación, representación y modelación.</p> <p>Muy fuerte en Planteamiento y resolución de problemas.</p>
<p>Componentes evaluadas</p>  <p>Fortalezas</p> <p>Debilidades</p> <p>Numérico-variacional      Geométrico-métrico      Aleatorio</p>	<p>Muy fuerte en el componente Numérico-variacional</p> <p>Débil en el componente Geométrico-métrico, representación y modelación</p> <p>Débil en el componente Aleatorio</p>

Fuente: ICFES. Saber 3°, 5° y 9° 2016. Resultados Censales. Disponible en: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.aspx>

Por lo anterior, se concluye que la institución ha mejorado, pero debe seguir buscando estrategias didácticas para que los estudiantes que se encuentran en el nivel mínimo puedan avanzar a niveles superiores. Estas estrategias deben estar dirigidas a fortalecer la competencia de comunicación, representación y modelación, ya que según el informe del ICFES es la competencia más débil a nivel institucional.

Para realizar un análisis más detallado de los avances o retrocesos que ha podido tener la institución con relación a las Pruebas Saber 9° en Matemáticas en los últimos tres años, se realiza un cuadro comparativo de cada una de las competencias y componentes que evalúa el ICFES.

**Tabla 6. Relación de competencias y componentes evaluados en las Pruebas Saber 9° en Matemáticas en los últimos años.**

AÑO	COMPONENTE	COMPETENCIA
2014	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Muy débil en el componente Numérico-variacional</li> <li>• Débil en el componente Geométrico-métrico</li> <li>• Muy fuerte en el componente Aleatorio</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Muy débil en Razonamiento y argumentación</li> <li>• Similar en Comunicación, representación y modelación</li> <li>• Fuerte en Planteamiento y resolución de problemas</li> </ul>
2015	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fuerte en el componente Numérico-variacional</li> <li>• Muy débil en el componente Geométrico-métrico</li> <li>• Fuerte en el componente Aleatorio</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Muy fuerte en Razonamiento y argumentación</li> <li>• Débil en Comunicación, representación y modelación</li> <li>• Débil en Planteamiento y resolución de problemas.</li> </ul>
2016	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Muy fuerte en el componente Numérico-variacional</li> <li>• Débil en el componente Geométrico-métrico</li> <li>• Débil en el componente Aleatorio</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Muy fuerte en Razonamiento y argumentación</li> <li>• Muy débil en Comunicación, representación y modelación</li> <li>• Muy fuerte en Planteamiento y resolución de problemas</li> </ul>

Fuente: ICFES. Saber 3°, 5° y 9° 2014. Resultados Censales. Disponible en:  
<http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jsp>, 2015  
<http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/seleccionListaInstituciones.jsp>, 2016  
<http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jsp>

Al analizar los resultados en la tabla 6 se puede observar que los estudiantes han presentado mayor debilidad en el componente Geométrico-métrico y en las competencias de comunicación, representación y modelación. En 2014 el componente Geométrico-métrico estuvo débil, en 2015 pasó a muy débil y en 2016 se evidencia que continua en débil, en cuanto a la competencia de comunicación, representación y modelación ha permanecido débil.

En relación al componente Geométrico-métrico y a la competencia de comunicación, representación y modelación, según lo evaluado por el ICFES<sup>9</sup> el estudiante ubicado en nivel *insuficiente* (100-233) no supera las preguntas de menor complejidad. El estudiante promedio que se encuentra en un nivel *mínimo* (234 – 345) ha alcanzado a identificar algunas propiedades de figuras planas y sólidos, establece relaciones entre dimensionalidad y magnitud, identifica algunos movimientos rígidos en el plano. Cuando el estudiante promedio alcanza el nivel *satisfactorio* (346- 455) justifica conclusiones sobre varias propiedades de las figuras planas utilizando ejemplos; reconoce algunos criterios de semejanza y congruencia; pasa de una representación bidimensional a una tridimensional y viceversa, establece comparaciones entre diferentes desarrollos planos para hallar medidas. En un nivel de desempeño *avanzado* (456- 500) el estudiante caracteriza una figura en el plano que ha sido objeto de varias transformaciones, halla áreas y volúmenes a través de descomposiciones y recubrimientos, usa criterios de semejanza y congruencia.

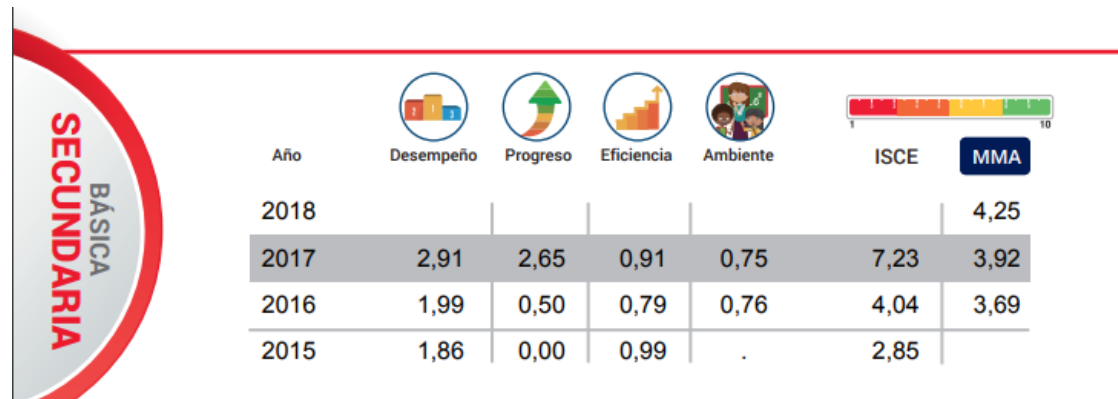
En la institución objeto de estudio se evidencia un aumento progresivo en el Índice Sintético en los resultados de la básica secundaria, superando cada año el Mejoramiento Mínimo Anual propuesto, estos resultados permiten identificar que el colegio ha venido presentando cambios no solo en la parte de Pruebas Saber sino

---

<sup>9</sup> ICFES. Saber 3°, 5° y 9° 2015. Guía de interpretación y uso de resultados de las pruebas Saber 3°, 5° y 9°. Disponible en: <http://www.icfes.gov.co/resultados/pruebas-saber-resultados>

en la prestación del servicio y en las estrategias pedagógicas que se han venido desarrollando en miras de estar un mejor posicionamiento.

**Figura 3. ISCE 2017**



Fuente: Reporte de la excelencia del colegio Claveriano. p 1.

En los resultados del ISCE de la institución Objeto de estudio se puede observar que para el año 2017 presenta un aumento significativo, con respecto a los años anteriores, también con este resultado se estuvo por encima del índice sintético obtenido a nivel nacional, pero por debajo del de la entidad territorial certificada Bucaramanga, según el informe por colegio 2016 entregado a la institución educativa, en el cual se busca visibilizar el estado de las competencias y aprendizajes de matemáticas y lenguaje de acuerdo a los resultados de la Prueba Saber y haciendo énfasis en aquellos aprendizajes donde se deben realizar acciones pedagógicas para lograr un mejor desempeño de los estudiantes en las competencias que son evaluadas por el ICFES en las Pruebas Saber.

En el informe entregado en la institución educativa objeto de estudio se encuentra que para el área de matemáticas en las competencias comunicación y razonamiento, se destacan las dificultades que están descritas en la siguiente tabla:

**Tabla 7. Aprendizajes de las competencias sobre los cuales se deben hacer más énfasis. Estos porcentajes sobre el 100% de las preguntas evaluadas**

COMUNICACIÓN:	RAZONAMIENTO
<p>El <b>83%</b> de los estudiantes no identifica relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud y determinar su pertinencia.</p>	<p>El <b>66%</b> de los estudiantes no generaliza procedimientos de cálculo para encontrar el área de figuras planas y el volumen de algunos sólidos.</p> <p>El <b>61%</b> de los estudiantes no argumenta formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos.</p>

Fuente: DÍA E. Informe por colegio. Resultados pruebas saber 3, 5 y 9 2016. Disponible en: [https://diae.mineducacion.gov.co/siempre\\_diae/documentos/2016/168001007856.pdf](https://diae.mineducacion.gov.co/siempre_diae/documentos/2016/168001007856.pdf)

En estos resultados se evidencia las falencias de los estudiantes de noveno en el área de matemáticas en lo concerniente al aprendizaje de las unidades de medida y el desarrollo de la competencia de razonamiento al realizar procedimientos de cálculo de áreas y volúmenes de sólidos geométricos.

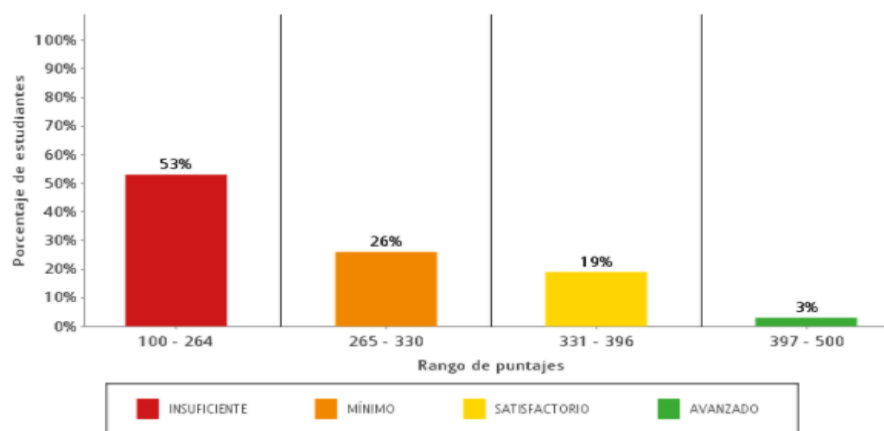
Al analizar los resultados en las Pruebas Saber de noveno grado obtenidos por la institución objeto de estudio y el Índice Sintético de Calidad (ISCE), se considera necesario el desarrollo de estrategias didácticas que potencien El razonamiento geométrico al abordar tareas relacionadas con el volumen de objetos tridimensionales, debido a la importancia de la geometría en la vida cotidiana, como lo afirma Mammanna y Villani *“geometría no sólo se considera como una herramienta necesaria para describir el espacio circundante, comprenderlo e interactuar en él, sino que, como disciplina científica, descansa sobre importantes procesos de formalización que son ejemplo de rigor, abstracción y generalidad”*<sup>10</sup>. Además, el

<sup>10</sup> MAMMANA y VILLANI. Recogiendo las ideas del Documento de Discusión del estudio del ICMI, Perspectivas de la enseñanza de la Geometría para el siglo XXI, 1998. p. 338.

desarrollo de estas habilidades en los estudiantes les ayuda a tener un mejor desempeño en otras áreas afines, y a su vez permite el alcance de metas propuestas por la institución entre otras cosas para lograr un mejor posicionamiento frente a las evaluaciones externas a que se deben enfrentar los estudiantes al terminar la Básica secundaria.

Al hacer una revisión histórica de presentación de las Pruebas Saber, se encontró que los estudiantes del grado noveno, las habían presentado en el año 2013 cuando cursaban el grado quinto siendo estudiantes en su mayoría de la institución educativa en las cuales se obtuvieron los siguientes resultados que fueron analizados para tener referencia en el proyecto de investigación:

**Figura 4. Resultados de matemáticas Pruebas Saber quinto 2013**



Fuente: ICFES Pruebas saber 3°, 5° Y 9° año 2013<sup>11</sup>

Como se puede observar el 53% de los estudiantes estaban ubicados en un nivel de desempeño insuficiente, lo que indica que la mayoría de los estudiantes no habían desarrollado las competencias básicas de matemáticas al finalizar el ciclo

<sup>11</sup> ICFES. Saber 3°, 5° y 9° 2013. Resultados Censales. Disponible en: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.aspx>

de primaria. Además en comparación con los establecimientos presentaron un puntaje promedio similar al del colegio en el año 2013 se encuentra que está débil en comunicación, representación y modelación, siendo estos datos un factor a tener en cuenta porque durante estos años que han pasado de la educación básica no se han realizado mayor énfasis en suplir estas falencias encontradas en la Prueba Saber que algunos de estos estudiantes presentaron en el 2013 cuando estaban cursando el grado quinto, debido a esto y el haber tenido la oportunidad de trabajar con este grupo como titular de la asignatura, proporcionó herramientas para afirmar que aún persistían dificultades en la identificación de propiedades de las figuras geométricas y en dominio de las fórmulas matemáticas que permiten determinar el área, perímetro en figuras bidimensionales y tridimensionales al abordar actividades de volumen de objetos. Luego, se determinó la necesidad de diseñar y aplicar estrategias para que los estudiantes afianzaran los conocimientos básicos de los años anteriores y lograran relacionarlos con los nuevos aprendizajes que se adquirieren en el grado noveno para alcanzar las competencias matemáticas.

Por lo expuesto anteriormente Motivó el planteamiento de las siguientes preguntas que orientaron el trabajo de investigación.

*¿Cuáles son las dificultades y fortalezas que presentan los estudiantes de noveno grado al abordar tareas con objetos tridimensionales?*

*¿Qué niveles de razonamiento presentan los estudiantes de noveno grado, según el modelo de Van Hiele, al abordar actividades relacionadas con los objetos tridimensionales?*

*¿Qué estrategias permiten fortalecer el razonamiento geométrico en estudiantes de noveno grado al abordar tareas con objetos tridimensionales?*

*¿De qué manera influye el uso del material concreto como estrategia, en el fortalecimiento del razonamiento geométrico?*

Los cuestionamientos anteriores, dieron origen a la siguiente pregunta de investigación:

**¿Cómo potenciar el razonamiento geométrico en estudiantes de noveno grado al abordar tareas relacionadas con el volumen de objetos tridimensionales, a través del uso del material concreto como estrategia didáctica?**

## 2. JUSTIFICACIÓN

Actualmente se observa que los estudiantes, en la mayoría de los casos, reciben en las aulas de clase información sin procesarla ni analizarla, aspecto que impide la participación activa en su proceso de aprendizaje y por ende el desarrollo de competencias. Por lo tanto, es fundamental que el docente ofrezca herramientas para el desarrollo de las habilidades que le permitan al estudiante ampliar su pensamiento.

La sociedad actual genera continuamente una gran cantidad de información la cual se presenta de diversas formas gráfica, geométrica y numérica, situación que permite darle mayor importancia al desarrollo de las competencias matemáticas, ya que éstas contribuyen al perfeccionamiento de hábitos y actitudes positivas frente a la solución de problemas cotidianos que se presentan, porque ser matemáticamente competente significa poder formular, representar, resolver problemas, además poseer habilidades de comunicación y argumentación matemática.

Atendiendo los requerimientos de la sociedad para el desarrollo de competencias y a la necesidad encontrada en el análisis de las Pruebas Saber, se planteó esta propuesta de investigación en la cual se desarrolló una secuencia didáctica que potenció, en parte, el razonamiento geométrico, enmarcado en el modelo de razonamiento de Van Hiele, que permite “identificar una evolución en el razonamiento en geometría a través de los niveles de reconocimiento, análisis, clasificación, deducción formal y rigor y describe las características de dichos procesos de pensamiento frente a tareas de construcción de definiciones, producción de argumentos o demostraciones”<sup>12</sup> al desarrollar actividades relacionadas con el volumen de figuras tridimensionales.

---

<sup>12</sup> FOUZ, F. y de DONOSTI, B. Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría, un paseo por la geometría. Disponible en: <http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf>. 2005.

Para lograr el desarrollo del razonamiento geométrico en los estudiantes de noveno grado se aplicó como estrategia didáctica el uso de material concreto con actividades que fortalecieron la construcción de sólidos y el razonamiento con la utilización de diferentes clases de material, posibilitando la comprensión de conceptos como: área, perímetro y volumen de los objetos, y la abstracción de ideas matemáticas relevantes en proceso de aprendizaje. El material didáctico permite que el estudiante interactúe con el objeto matemático de cual se quiere aprender, y pueda hacer representaciones mentales adecuadas como lo manifiesta Duval<sup>13</sup> “*se basa en las representaciones mentales es decir que todo aquel conjunto de imágenes y de concepciones que un individuo puede tener, sobre un objeto, sobre una situación y sobre lo que les está asociado.*” Estas representaciones visuales son importantes para que, al abordar tareas de objetos tridimensionales, se pueda hacer la visualización correcta del objeto estudiado y sea posible llevar al contexto cotidiano con facilidad.

Las situaciones contextualizadas permiten al estudiante resolver problemas desde una perspectiva de aprendizaje significativo, por lo tanto, cobra importancia la adecuación de una metodología eficiente para la enseñanza de la geometría desde que los niños están en la educación primaria con el fin de mejorar procesos de razonamiento, visualización, comunicación, para que luego pueda desarrollar las representaciones abstractas como lo propone Piaget:

Diseñar actividades pedagógicas para llevarlo a imaginar acciones posibles sobre ellos y aprobar los efectos de estas. De este modo se va elaborando en el niño un proceso de interiorización de las acciones. Es decir lo que el niño en un primer momento puede hacer en un plano concreto con las cosas, llega finalmente a poder hacerlo mentalmente en un plano abstracto.<sup>14</sup>

---

<sup>13</sup> DUVAl. Raymond. (traducido Myriam Vega) Semiosis y pensamiento humano, registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Programa editorial, Universidad del valle. Edición 2, Cali, Colombia. 2017. P 44

<sup>14</sup> SANDOVAL, Romy. Estrategias para desarrollar el área de matemáticas para la educación primaria. Universidad Nacional de Santa. Facultad de educación y humanidades 2010 p. 12.

Si se aplican estas metodologías se favorecen cambios en la calidad educativa de la institución objeto de estudio, y tendrá un impacto positivo en la comunidad educativa porque los estudiantes estarán motivados hacia el aprendizaje de la geometría que brinda herramientas para comprender el mundo que nos rodea.

### **3. OBJETIVOS**

#### **3.1 OBJETIVO GENERAL**

Potenciar el razonamiento geométrico utilizando como estrategia didáctica el uso de material concreto, al abordar tareas relacionadas con volumen de objetos tridimensionales en estudiantes de noveno grado.

#### **3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Identificar las dificultades y fortalezas que presentan los estudiantes de noveno grado en la comprensión de las características y propiedades de objetos tridimensionales.
- Diseñar e implementar una secuencia didáctica utilizando material concreto para fortalecer el razonamiento geométrico al abordar situaciones que involucren el volumen de objetos tridimensionales.
- Categorizar el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes de noveno grado, según el modelo de Van Hiele, cuando realizan actividades relacionadas con el volumen de objetos tridimensionales.
- Analizar el efecto de la estrategia didáctica uso del material concreto como estrategia para el fortalecimiento del razonamiento geométrico al abordar situaciones relacionadas con el volumen de objetos tridimensionales.

## 4. MARCO TEÓRICO

### 4.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación tuvo como antecedentes estudios que se han realizado sobre la enseñanza de la geometría, donde se tiene en cuenta en el proceso metodológico la utilización de material concreto y la teoría de Van Hiele en la enseñanza de la geometría. Los resultados de estas investigaciones evidencian la pertinencia de implementar estrategias pedagógicas que conlleven a mejorar la práctica educativa.

A continuación, se presentan algunas investigaciones que se han realizado sobre la enseñanza de la geometría:

**4.1.1 Antecedentes internacionales.** Lastra<sup>15</sup> realizó en Chile una “*Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas*”, en la cual se planteó como objetivo comparar si el aprendizaje geométrico se incrementa por el uso de estrategias didácticas que emplean el uso de programas computacionales y el modelo de Van Hiele. La investigación se realizó siguiendo los lineamientos de la enseñanza de la geometría desde el modelo de Van Hiele. Esta propuesta fue orientada desde la perspectiva constructivista, ya que incorporó la idea que el estudiante participa activamente en la construcción de su conocimiento. Los resultados de esta investigación permiten conocer cómo evoluciona el razonamiento geométrico en los estudiantes con uso de los programas computacionales. La autora considera que la metodología de Van Hiele permite al profesor ayudar a sus estudiantes a mejorar su aprendizaje, organizar su trabajo en forma graduada y sistemática, diseñar las actividades que debe realizar en el aula y reflexionar sobre cómo los estudiantes están aprendiendo e incorporando nuevos

---

<sup>15</sup> LASTRA Sonia. Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas. Tesis de Maestría. Santiago de Chile: Universidad de Chile, 2005.

conocimientos. Las escuelas en donde se aplicó la propuesta se evidenció que los estudiantes incrementaron significativamente el aprendizaje geométrico con la intervención, además la aplicación del modelo de Van Hiele en el aula permitieron plantear un conjunto de relaciones de interacción donde debe intervenir el maestro con una planeación adecuada en la cual debe tener en cuenta los intereses y la motivación de los alumnos y el cambio de rol del maestro.

Jaime<sup>16</sup> desarrolló una investigación titulada “*aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: la enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento*” el cual se dedicó a trabajar sobre la aplicabilidad del modelo Van Hiele en las isometrías del plano, el primer capítulo es introducción y los principales componentes del modelo de Van Hiele, el segundo es el diseño curricular de una unidad de enseñanza de las isometrías del plano, teniendo en cuenta los niveles de razonamiento y las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele. El tercer capítulo se plantea una interpretación del proceso seguido por los estudiantes en su avance a través de los sucesivos niveles y se propone una técnica para determinar el nivel de razonamiento de los estudiantes a través del proceso desarrollado en cada uno de los niveles con los cual puede observar el incremento progresivo de adquisición de razonamiento a lo largo de cada uno de los grados porque el proceso de observación se realizó durante tres años y la clase de matemáticas siempre fue impartida por el mismo docente. Para el análisis de los resultados no se tuvieron en cuenta resultados de pruebas diagnósticas por que no se presentaron, entonces se trabajó sobre el supuesto que el conocimiento y las capacidades de los alumnos son el mismo en todo el grupo. El resultado de este proceso de investigación que se aplicó indica que los estudiantes mejoraron su nivel de razonamiento a lo largo del ciclo pero que esta mejora es menor de lo que sería deseable al terminar el ciclo, porque son pocos los

---

<sup>16</sup> JAIME, Adela. Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: la enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento. Tesis doctoral, Valencia, España: Universidad de Valencia, 1993.

estudiantes que alcanzan completamente el nivel dos de razonamiento. Esto significa que este modelo es una herramienta válida para la enseñanza de la geometría, pero se debe diseñar estrategias que impulsen el aprendizaje de la geometría en primaria y secundaria.

García<sup>17</sup> desarrolló una investigación sobre *“la construcción del concepto de área a través de la resolución de problemas y el análisis cognitivo”* el proyecto se realiza con el fin de que los estudiantes puedan a través de una metodología de solución de problemas construir el concepto de área. Para evaluar los avances de los estudiantes utilizó una caracterización y representación de los avances cognitivos de los estudiantes con el modelo de Piere y Kieren quienes proponen un modelo constructivista para el estudio del aprendizaje denominado teoría dinámica para el crecimiento de la comprensión matemática que permite describir el proceso de comprensión alrededor de un concepto en particular en otras palabras la comprensión ocurre en la acción ya que el proceso no es lineal y este propone 8 capas de acción superpuestas y dispuestas, pero por el nivel desarrollado en los estudiantes solo se trabajaron cinco capas. En la investigación se realiza un seguimiento profundo de cada una de los procesos que llevan 3 estudiantes, que participaron en el proyecto haciendo un análisis de la producción escrita de cada una de las actividades aplicadas en el marco del proyecto, además crea los logros que el estudiante debe tener para realizar cada una de las actividades. En conclusión, en el proyecto no solo era importante lo que han logrado sino como lo hacen y el proceso que llevan de comprensión respecto a la comparación y/o conservación de superficies. Con el desarrollo del proyecto se logra que los estudiantes construyan el concepto de área a partir de las diferentes actividades diseñadas para este propósito, para que este perdurara en el tiempo. Como la estrategia era resolución de problemas las situaciones planteadas permitieron que se encontraran otras respuestas que podían conducir a temáticas diferentes a las

---

<sup>17</sup> GARCÍA A. Gabriela. La construcción del concepto de área a través de la resolución de problemas y el análisis cognitivo. Universidad de Huelva, España 2013

de área, por ello fue fundamental la dirección que le daba la docente para el logro del proceso.

**4.1.2 Antecedentes nacionales.** La investigación realizada por Rojas<sup>18</sup> titulada “*Estrategia didáctica para la enseñanza de la geometría del hexaedro*” se enfocó en demostrar la importancia que se debe dar a la enseñanza de la geometría. Su objetivo principal fue implementar una estrategia didáctica para la enseñanza de la geometría, a partir de actividades relacionadas con el hexaedro, reviviendo el pensamiento espacial y recuperando su importancia dentro de las matemáticas. La investigación utilizó la metodología de diseño cuasi-experimental con un grupo de estudiantes de noveno grado, se apoyó en la teoría del constructivismo y en la utilización del trabajo colaborativo. Se llevó a cabo en tres fases: *aplicación*, en la cual los estudiantes construyeron hexaedros de dimensiones diferentes para comprender física y teóricamente los conceptos de perímetro, área y volumen; análisis y evaluación. Algunos de los resultados relevantes del proyecto es que se puede alcanzar mayor éxito en la asimilación y desarrollo del pensamiento geométrico, ya que la estrategia didáctica utilizada es una forma práctica de manipular el material físicamente y el estudiante tiene la posibilidad de palpar las tres dimensiones (largo, ancho y alto) en la vida real. Se logró un mayor cambio en la asimilación del grupo experimental que en el grupo de control, esto se evidenció al comparar los valores finales, lo que significa que la estrategia didáctica es válida y potencia el desarrollo de competencias en el pensamiento espacial y métrico de los estudiantes. Finalmente, el autor recomienda dar mayor relevancia a la enseñanza de la geometría mediante ambientes de aprendizajes que le permitan establecer relaciones geométricas, aplicando diferentes estrategias didácticas que potencien el aprendizaje significativo.

---

<sup>18</sup> ROJAS, José. *Estrategia didáctica para la enseñanza de la geometría del hexaedro*. Tesis de Maestría. Medellín: Universidad Nacional de Colombia, 2014.

Marín<sup>19</sup> en su trabajo de investigación titulado “*Estrategias didácticas para fortalecer el pensamiento geométrico en estudiantes de grado sexto*”, se trazó como objetivo fortalecer el pensamiento geométrico en estudiantes de grado sexto de una institución educativa. En la investigación se utilizó el enfoque cualitativo con diseño de investigación acción teniendo en cuenta la metodología del Modelo Van Hiele. El diseño metodológico se llevó a cabo en cuatro fases: en la primera fase, reflexión inicial, se aplicó un pre-test cuyo objetivo fue identificar los conocimientos previos y las competencias matemáticas que tenían los estudiantes; en la segunda fase, planificación, se identificaron las falencias y se planearon las actividades; en la tercera fase, acción, se puso en marcha la intervención; y en la última fase, post-test, se aplicó una prueba. En la etapa de acción se desarrollaron actividades con la utilización de diferentes materiales didácticos como el geoplano, tangram, el ábaco, torre de Hanói, cubo de soma, regletas, multicubos, cuerpos sólidos, polígonos, transportadores, compás, reglas, escuadras, herramientas didácticas que contribuyen a la correcta construcción de conocimiento en las clases. Los resultados de la investigación fueron positivos, ya que en los estudiantes se observó el fortalecimiento de las competencias en geometría, demostrado a través de la correcta comprensión de los conceptos geométricos identificados en los elementos de su realidad. También se observó un gran entusiasmo para aplicar estos métodos en diferentes proyectos de otras asignaturas.

Zapata<sup>20</sup> realizó una investigación titulada “*El desarrollo del pensamiento espacial a través del aprendizaje por descubrimiento*” en el cual el objetivo principal fue propiciar el desarrollo del pensamiento espacial a través del aprendizaje por descubrimiento desde la implementación de una unidad didáctica relacionada con sólidos geométricos para estudiantes de noveno grado. En el desarrollo del proyecto se toma como premisa unos ítems del aprendizaje por descubrimiento planteado

---

<sup>19</sup> MARÍN, Dora. Estrategias didácticas para fortalecer el pensamiento geométrico en estudiantes de grado sexto. Tesis de Licenciatura en Matemáticas. Manizales: Universidad Católica de Manizales, 2013.

<sup>20</sup> ZAPATA, Gloria. El desarrollo del pensamiento espacial por descubrimiento. Tesis de licenciatura en matemáticas y física. Medellín: Universidad de Antioquia, 2014

por Bruner, en el cual se facilita la aplicación de los principios constructivistas, porque promueven la interacción dinámica y activa del estudiante en cada una de las actividades propuestas en la unidad didáctica que dieran cuenta de la capacidad que tiene el estudiante de adquirir nuevos conocimientos a partir de la experiencia y el contacto directo con el objeto de estudio, en la cual se toma como base la utilización de material concreto, para su desarrollo en cada una de las etapas que se definieron para el proyecto. El investigador concluye que al finalizar la intervención se evidencia que los estudiantes alcanzaron en su mayoría el objetivo de la investigación apoyándose en lo teórico (libros, cuadernos de notas, información digital) en lo práctico con el uso de material concreto y en el contacto con su contexto. También se encuentra como recomendación que los docentes implementen diferentes estrategias didácticas para favorecer el desarrollo del pensamiento espacial.

**4.1.3 Antecedentes locales.** Arango y Trujillo<sup>21</sup> desarrollaron el trabajo de investigación “*Entiendo el concepto de Volumen usando ideas del principio de Cavalieri y material manipulable*”, cuyo objetivo principal fue ayudar a los estudiantes a desarrollar destrezas para que identificaran y usaran correctamente el concepto de volumen apoyados en ideas básicas de Cavalieri y la manipulación de material concreto. En esta investigación se utilizó material concreto como: icopor, valso y acrílico, para que estudiantes de octavo grado, a través de su manipulación, pasaran de lo concreto al concepto abstracto de volumen de diferentes sólidos geométricos. Los autores manifiestan que los estudiantes con el desarrollo de estas actividades alcanzaron el objetivo propuesto en la investigación, porque desarrollaron destrezas en la identificación y uso correcto del concepto de volumen. También, con el desarrollo de la investigación se fortaleció el trabajo en equipo

---

<sup>21</sup> ARANGO, Luz y TRUJILLO, Alberto. Entiendo el concepto de volumen usando ideas del principio de Cavalieri y material manipulable. Tesis de licenciatura en matemáticas. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander, 2010.

dando solución a los diferentes problemas geométricos abordados en el aula de clase.

Algarín<sup>22</sup> realizó el trabajo de investigación “*Caracterización de los niveles de razonamiento de Van Hiele específicos a los procesos de descripción, definición y demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas*”, el objetivo de esta investigación fue caracterizar los modelos de razonamiento de Van Hiele específicos a los procesos de descripción, definición y demostración en el tema de las razones trigonométricas. En esta investigación se aplicaron algunos de los procesos que estableció Van Hiele para la enseñanza de la geometría, específicamente para razones trigonométricas, utilizando un Software de Geometría Dinámica (SGD) como herramienta de aprendizaje. También, se tuvo en cuenta una caracterización del proceso de razonamiento de los estudiantes basada en los resultados de la investigación de Fiallo<sup>23</sup>, lo que facilitó la construcción del conocimiento matemático. Los resultados de la investigación muestran que los estudiantes participantes en la metodología diseñada mostraron grandes avances a pesar de que la mayoría tenía deficiencias en los conceptos y prerrequisitos para el estudio de las razones trigonométricas. Además, la autora señala que el uso de las tecnologías favoreció el análisis, la generalización, la deducción, y en especial, la relación entre conceptos y la generalización de ideas, debido a que los archivos electrónicos se convierten en una herramienta de aprendizaje.

Moreno<sup>24</sup> desarrolló un proyecto de investigación en una institución pública de Municipio de Girón titulada “*incidencia del uso de material concreto en el*

---

<sup>22</sup> ALGARÍN, Dany. Caracterización de los niveles de razonamiento de Van Hiele específicos a los procesos de descripción, definición y demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas. Tesis de Maestría. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander, 2013.

<sup>23</sup> FIALLO, Jorge. Estudio del proceso de demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas un ambiente de geometría dinámica. Tesis de doctorado. España: Universidad de Valencia, 2010.

<sup>24</sup> MORENO, Sandra. incidencia del uso de material concreto en el fortalecimiento del proceso de representación en la resolución de problemas. Tesis de Maestría. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.2017

*fortalecimiento del proceso de representación en la resolución de problemas”* con el fin de fortalecer el proceso de representación matemática en la solución de problemas con estudiantes de grado tercero, por medio de la aplicación de una secuencia didáctica utilizando como estrategia el uso de material concreto en el desarrollo de actividades específicas para este grado. La evaluación que se realizó fue de tipo formativa teniendo en cuenta el antes, durante y después, con la aplicación de una prueba diagnóstica y prueba final. Con la aplicación de la secuencia didáctica se observó que el proceso de aprendizaje de los estudiantes mejoró y el uso del material concreto facilitó la comprensión y la comunicación que son elementos claves en el proceso de formación del pensamiento matemático.

## **4.2 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA**

Al surgir la necesidad de realizar una investigación que permita mejorar el desarrollo y fortalecimiento de las competencias matemáticas en estudiantes de noveno grado, particularmente en geometría, se plantea como estrategia didáctica, el desarrollo de una secuencia didáctica con la utilización de material concreto que promueva la aplicación de otras alternativas para la enseñanza. Por lo tanto, se considera pertinente usar para el desarrollo de la investigación las propuestas curriculares establecidas por el MEN y el Modelo de Van Hiele. Este modelo brinda elementos teóricos para el diseño de la secuencia didáctica, metodológicos y de análisis del nivel de razonamiento de los estudiantes, además se tuvo en cuenta la visión teórica del uso de material concreto propuesto por Raymond Duval.

### **4.2.1 Lineamientos y estándares básicos de competencias en matemáticas.**

Los estándares básicos en competencias matemáticas dados por el Ministerio de

Educación Nacional orientan cada uno de los parámetros de lo que un niño, niña y joven debe saber y saber hacer, a lo largo de su paso por la educación básica y media, especificando por grupos de grados (1-3, 4-5, 6-7, 8-9, 10 y 11) en el nivel que se aspira alcanzar de calidad en cada uno.

En matemáticas los estándares están divididos en 5 tipos de pensamientos que proponen los lineamientos curriculares<sup>25</sup>:

- El pensamiento numérico y los sistemas numéricos.
- El pensamiento espacial y los sistemas geométricos.
- El pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas.
- El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.
- El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos.

Para la intervención en el aula de clase se hizo énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial y los sistemas geométricos y el pensamiento métrico y los sistemas de medidas que se describen a continuación.

**4.2.1.1 Pensamiento espacial y sistemas geométricos:** Según los lineamientos curriculares el pensamiento espacial es *“el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales”*<sup>26</sup>. Para lograr lo que plantea los estándares en el desarrollo del pensamiento espacial es importante la apropiación por parte de los estudiantes del espacio físico y geométrico de los cuerpos y su relación con el contexto, teniendo en cuenta las diferentes

---

<sup>25</sup> MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares básicos de competencias en matemáticas. Ed. Ministerio de Educación Nacional. Bogotá, 2006.

<sup>26</sup> MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá, p. 56.

características de cada objeto geométrico como se mencionan en los estándares básicos de competencias de matemáticas:

El trabajo con objetos bidimensionales y tridimensionales y sus movimientos y transformaciones permite integrar nociones sobre volumen, área y perímetro, lo cual a su vez posibilita conexiones con los sistemas métricos o de medida y con las nociones de simetría, semejanza y congruencia, entre otras<sup>27</sup>.

Teniendo en cuenta estas directrices de los estándares establecidos por el MEN, se observa la necesidad de hacer mayor énfasis en el estudio del pensamiento espacial para desarrollar habilidades básicas en los estudiantes, aunque esta investigación se enfoca en el pensamiento métrico, en algunos momentos se establecerán relaciones entre estos dos pensamientos, ya que están estrechamente relacionados.

**4.2.1.2 Pensamiento métrico y sistemas de medidas:** Es importante en la fundamentación teórica de esta investigación incluir el pensamiento métrico, definido en los Estándares del Ministerio de Educación Nacional como *“los conceptos y procedimientos propios de este pensamiento hacen referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones”*<sup>28</sup>. Pues, en esta investigación se busca que los estudiantes al participar en experiencias con mediciones directas no sólo profundicen en la comprensión de volumen de objetos tridimensionales, sino que lleguen a comprender qué es un atributo medible y se familiaricen con las unidades y procesos usados para determinar medidas.

---

<sup>27</sup> MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Primera Edición. Ed. MEN, 2006, p. 62.

<sup>28</sup> MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Primera Edición. Ed. MEN, 2006, p. 63

Al fortalecer el pensamiento métrico los estudiantes estarán en capacidad de aplicar técnicas apropiadas, herramientas y fórmulas para determinar las diferentes clases de medidas, comprender los atributos y las unidades de medidas de los objetos, teniendo en cuenta el desarrollo de prácticas curriculares contextualizadas al entorno donde se desenvuelve el estudiante su vida diaria.

**4.2.2 Derechos básicos de aprendizaje.** El Ministerio de Educación nacional crea los derechos básicos de aprendizaje (DBA) como una herramienta que va a ayudar al desarrollo de los conocimientos, habilidades y valores que el estudiante debe poseer al terminar cada grupo de grados de la educación escolar, los cuales están organizados guardando coherencia con los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencia.

Los DBA deben ser articulados con el enfoque, el modelo pedagógico y las estrategias de aula de las instituciones educativas, que han sido implementadas de acuerdo a las necesidades del contexto.

Para el grado noveno en el área de matemáticas se han propuesto 11 Derechos Básicos de Aprendizaje<sup>29</sup> de los cuales solo dos son pertinentes al proyecto. A continuación, se mencionan cada uno de ellos

1. Utiliza los números reales (sus operaciones, relaciones y propiedades) para resolver problemas con expresiones polinómicas.
2. Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones.
3. Utiliza los números reales, sus operaciones, relaciones y representaciones para analizar procesos infinitos y resolver problemas.

---

<sup>29</sup> MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. Derechos Básicos de Aprendizaje matemáticas. Segunda edición. Panamericana Formas E Impresos S.A. ISBN: 978-958-691-925-8 P.66-73

4. Identifica y utiliza relaciones entre el volumen y la capacidad de algunos cuerpos redondos (cilindro, cono y esfera) con referencia a las situaciones escolares y extraescolares.
5. Utiliza teoremas, propiedades y relaciones geométricas (teorema de Thales y el teorema de Pitágoras) para proponer y justificar estrategias de medición y cálculo de longitudes.
6. Conjetura acerca de las regularidades de las formas bidimensionales y tridimensionales y realiza inferencias a partir de los criterios de semejanza, congruencia y teoremas básicos.
7. Interpreta el espacio de manera analítica a partir de relaciones geométricas que se establecen en las trayectorias y desplazamientos de los cuerpos en diferentes situaciones.
8. Utiliza expresiones numéricas, algebraicas o gráficas para hacer descripciones de situaciones concretas y tomar decisiones con base en su interpretación.
9. Utiliza procesos inductivos y lenguaje simbólico o algebraico para formular, proponer y resolver conjeturas en la solución de problemas numéricos, geométricos, métricos, en situaciones cotidianas y no cotidianas.
10. Propone un diseño estadístico adecuado para resolver una pregunta que indaga por la comparación sobre las distribuciones de dos grupos de datos, para lo cual usa comprensivamente diagramas de caja, medidas de tendencia central, de variación y de localización.
11. Encuentra el número de posibles resultados de experimentos aleatorios, con reemplazo y sin reemplazo, usando técnicas de conteo adecuadas, y argumenta la selección realizada en el contexto de la situación abordada. Encuentra la probabilidad de eventos aleatorios compuestos.

Para los propósitos del proyecto se tuvieron en cuenta los DBA del numeral 4 y 5 en los cuales se enfocan con el propósito del proyecto para mejorar el razonamiento matemático de los estudiantes al abordar situaciones con objetos tridimensionales.

**4.2.3 Razonamiento geométrico.** La enseñanza de la geometría en el aula de clase ayuda a desarrollar habilidades como los afirma Andonegui<sup>30</sup> “además de desarrollar la intuición espacial, trata de integrar la visualización con la conceptualización; la manipulación y experimentación con la deducción; y todo ello, con la resolución de problemas y la aplicación de los conocimientos geométricos.” La geometría también nos ayuda a conocer el mundo en el que habitamos, al permitir el análisis de los objetos geométricos que nos rodean de forma coherente y poder dar solución a situaciones problemas donde se generen nuevos conocimientos.

Razonar geoméricamente es tener la capacidad de enfrentar situaciones donde el estudiante experimenta una evolución de su nivel de razonamiento, de acuerdo con las competencias desarrolladas en cada una de las temáticas abordadas en el aula de clase, que le permitan utilizarlas en cualquier situación que se le presente, como lo afirma Andonegui<sup>31</sup> “Explorar racionalmente significa ir más allá de la mera visualización o manipulación. Además de ver, la actividad geométrica nos tiene que llevar a definir, deducir, resolver problemas y aplicar los conocimientos sobre los objetos geométricos,” Para lograr ello el docente debe utilizar diversas herramientas que le permitan explorar al máximo las posibilidades que le ofrece la geometría.

Vargas & Gamboa<sup>32</sup> mencionan que uno de los estudios más completos e importantes que se han realizado es el Modelo de Van Hiele, para el desarrollo del pensamiento geométrico en el proceso de enseñanza de la geometría y los niveles propuestos por este modelo para analizar y medir el nivel de razonamiento de los estudiantes.

---

<sup>30</sup> ANDONEGUI, M. Desarrollo del pensamiento matemático. Cuaderno N°12 Geometría: conceptos y construcciones elementales. Caracas, Venezuela: Federación Internacional Fe y Alegría. 2006 p.10

<sup>31</sup> Ibid .p 9

<sup>32</sup> VARGAS, G. y GAMBOA, R. . El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. En: Revista de Uniciencia. Enero-junio, 2013. Vol. 27, No. 1, p. 74-94. ISSN 1101 – 0275.

**4.2.4 Modelo De Van Hiele.** El modelo Van Hiele es una propuesta que se presentó para mejorar la forma de enseñar la geometría en las aulas de clase, esta tiene dos componentes: el primero, la forma de evaluar y ubicar en niveles de razonamiento geométrico a los estudiantes, y el segundo componente, las fases de aprendizaje que debe tener en cuenta el profesor para lograr el desarrollo del pensamiento geométrico.

Este modelo fue desarrollado por Pierre Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof en los años 50, durante el tiempo que trabajaron como profesores de Geometría en Holanda. Los investigadores detectaron que en algunos casos la enseñanza arrojaba resultados limitados, ya que los niños no entendían los argumentos y explicaciones que se les daba. Para mejorar esa situación crearon esta teoría, que aún se encuentra vigente. Uno de sus componentes principales son los niveles de razonamiento, que no van asociados a la edad y que solo alcanzando un nivel se puede pasar al siguiente, además los autores señalan “*que cualquier persona ante un nuevo contenido geométrico pasa por todos los niveles y su mayor o menor dominio de la geometría influirá en que lo haga más o menos rápidamente*”<sup>33</sup>. A continuación, se describe cada uno de ellos desde la perspectiva del aprendizaje de los estudiantes tomando principalmente los aportes Fouz y Donosti<sup>34</sup>.

**4.2.4.1 Niveles de Van Hiele.** Los niveles planteados por Van Hiele son cinco, utilizan la notación de 0 a 4, cada uno de ellos tiene una denominación y descripción específica.

- **Nivel 0: Visualización y reconocimiento.** Al alcanzar este nivel los estudiantes:
  - a) Perciben los objetos geométricos en su totalidad, como una unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes.

---

<sup>33</sup> FOUZ, F. y de DONOSTI, B. Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría, un paseo por la geometría. Disponible en: <http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf>. 2005. p. 67-68.

<sup>34</sup> *Ibíd.*, p. 69.

- b) Describen los objetos geométricos por su apariencia física mediante descripciones visuales sin utilizar lenguaje técnico.
  - c) No reconocen de forma explícita componentes y propiedades de los objetos geométricos.
- **Nivel 1: Análisis.** Al alcanzar este nivel los estudiantes:
- a) Perciben los componentes y propiedades de los objetos geométricos.
  - b) Pueden describir las figuras por sus propiedades, pero no las relaciona con otras figuras.
  - c) A través de la experimentación pueden establecer nuevas propiedades.
  - d) No realizan clasificaciones de objetos y figuras a partir de sus propiedades.

En este nivel los estudiantes empiezan a generalizar, esto se evidencia cuando señalan que las figuras cumplen una determinada propiedad.

- **Nivel 2: Ordenación o clasificación.** Al alcanzar este nivel los estudiantes:
- a) Describen las figuras de manera formal, es decir, señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir los objetos geométricos.
  - b) Realizan clasificaciones lógicas de manera formal, es decir reconocen como unas propiedades derivan de otras, estableciendo relaciones entre las propiedades.
  - c) Realizan demostraciones, pero en la mayoría de los casos no las entienden en cuanto a su estructura.
- **Nivel 3: Deducción formal.** Al alcanzar este nivel los estudiantes:
- a) Realizan deducciones y demostraciones lógicas y formales, ven la necesidad de justificar las problemáticas planteadas.
  - b) Comprenden y manejan las relaciones entre propiedades, y formalizan en sistemas axiomáticos, por lo que ya se entiende la naturaleza de la matemática.

- c) Comprenden cómo se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas, lo que les permite entender que se puede realizar distintas formas de demostraciones.

Este nivel se alcanza cuando se tiene un alto nivel de razonamiento lógico.

- **Nivel 4: Rigor.** Al alcanzar este nivel los estudiantes:
  - a) Conocen la existencia de diferentes sistemas axiomáticos, pueden analizar y comprobar permitiendo comparar diferentes geometrías.
  - b) Se puede trabajar la geometría de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos, alcanzándose el más alto nivel de rigor matemático.

**4.2.4.2 Características del modelo de Van Hiele.** Las principales características del modelo de Van Hiele son:

- *La jerarquización y secuencialidad de los niveles:* esta característica permite ver que los cuatro niveles de categorización en que se divide el modelo van de acuerdo con el avance en el pensamiento matemático del estudiante, y son secuenciales, porque no se puede cambiar el orden o saltar algunos de los niveles, ya que cada uno se apoya en el anterior.
- *El lenguaje:* se refleja en la forma de solucionar los problemas, en la manera de expresar y en el significado que se le atribuye a cada palabra. No se trata solo de adquirir conocimientos matemáticos, sino también ampliar las capacidades del lenguaje de cada estudiante de acuerdo con cada nivel.
- *Es continuo:* el paso que realiza un estudiante de un nivel otro se hace de forma continua y gradual, solo se considerará adquirido un nivel de razonamiento cuando se tiene un dominio adecuado de todas las destrezas correspondientes a ese nivel. El cambio de nivel se evidenciará cuando el estudiante muestre deseo de usar un nivel superior de razonamiento.

**4.2.4.3 Las fases de aprendizaje según el modelo de Van Hiele:** El modelo Van Hiele propone 5 fases que guían al profesor en el diseño y organización de la propuesta de aprendizaje, estas fases están planteadas para que los estudiantes alcancen los niveles de razonamiento esperados. Las fases de aprendizaje son:

Fase 1: Información/ preguntas.

Fase 2: Orientación dirigida.

Fase 3: Explicitación.

Fase 4: Orientación libre.

Fase 5: Integración.

**Fase 1: Información/ preguntas.** Esta fase es oral, se formaliza mediante preguntas que se les realizan a los estudiantes, lo que permite determinar los pre-saberes que tienen y así, tener un punto de partida para el desarrollo de las actividades de las siguientes fases. Los estudiantes deben recibir la información sobre el campo de estudio que se va a iniciar, los tipos de actividades y problemas a realizar, los métodos y materiales que se van a utilizar.

**Fase 2: Orientación dirigida.** En esta fase es indispensable la selección cuidadosa y detallada de las actividades por parte del profesor, quien guía a los estudiantes mediante actividades y problemas secuenciados para comprender los objetos matemáticos, y así poder alcanzar un nivel de razonamiento superior.

Al respecto Fouz y Donosti señalan que:

Aquí es donde la importancia de la capacidad didáctica del profesor/a más se va a necesitar. De su experiencia señalan que el rendimiento de los estudiantes/as (resultados óptimos frente a tiempo empleado) no es bueno si no existen una serie de actividades concretas, bien secuenciadas, para que los estudiantes/as

descubran, comprendan, asimilen, apliquen, etc. las ideas, conceptos, propiedades, relaciones, etc. que serán motivo de su aprendizaje en ese nivel <sup>35</sup>.

**Fase 3: *Explicitación*.** Al llegar a esta fase los estudiantes deben intercambiar las experiencias y exponer los resultados en el desarrollo de cada una de las actividades planteadas por el profesor. En esta fase, el profesor no propone aprendizajes, es el mediador del proceso y realiza correcciones de acuerdo a las necesidades que se van presentando. En cuanto a la utilización del vocabulario apropiado para describir las estructuras sobre las que se han estado trabajando, se sugiere una puesta en común entre todos los estudiantes que hacen parte de la actividad.

**Fase 4: *Orientación libre*.** El profesor propone actividades más complejas, en las cuales se puede aplicar el conocimiento recientemente adquirido, en la comprensión de otros objetos matemáticos relacionados con los previamente estudiados. Los investigadores Fouz y Donosti señalan que:

Estas actividades deberán ser lo suficientemente abiertas, lo ideal son problemas abiertos, para que puedan ser abordados de diferentes maneras o puedan ser de varias respuestas válidas conforme a la interpretación del enunciado. Esta idea les obliga a una mayor necesidad de justificar sus respuestas utilizando un razonamiento y lenguaje cada vez más potente <sup>36</sup>.

**Fase 5: *Integración*.** En esta fase no se trabajan nuevos contenidos, sino que se realiza una integración de los contenidos trabajados y aprendidos con los pre-saberes que el estudiante tenía cuando se inició la intervención didáctica. El profesor debe dirigir los resúmenes o recopilaciones de la información para ayudar al estudiante a afianzar sus conocimientos. En esta fase también, se pueden integrar actividades de recuperación para los estudiantes con algunas dificultades en la adquisición del conocimiento, si se considera necesario se pueden rehacer los grupos para profundizar algo más con los que tienen mejor rendimiento. Asimismo,

---

<sup>35</sup> *Ibid.*, p. 73.

<sup>36</sup> *Ibid.*, p. 73.

el profesor puede realizar actividades de evaluación que le permitan verificar si se ha conseguido el objetivo propuesto.

**4.2.4.4 Evaluación en el modelo de Van Hiele:** Al aplicar el modelo para el aprendizaje propuesto por Van Hiele, el tipo de evaluación es un punto clave, debido a que con ella se hace la asignación de los niveles, se seleccionan las estrategias didácticas, se analiza el avance en cada una de las fases, etc. Los autores Fouz y Donosti<sup>37</sup> indican que lo más recomendable es el test o la entrevista, proponen las siguientes ideas previas a tener en cuenta en la evaluación:

1. El nivel de razonamiento de los estudiantes depende del área de las matemáticas que se trate.
2. Se debe evaluar cómo los estudiantes contestan y el porqué de sus respuestas, más que lo que no contestan o contestan bien o mal.
3. En las preguntas no está el nivel de los estudiantes, sino en sus respuestas.
4. En unos contenidos se puede estar en un nivel y, en otros diferentes, en un nivel distinto.
5. Cuando se encuentran en el paso de un nivel a otro, puede resultar difícil determinar la situación real en que se hallan.

En este caso, es importante resaltar la apreciación hecha por Vargas y Gamboa

El hecho de que lejos de la forma tradicional de evaluación a la que estamos ligados, dado el sistema en el que nos desenvolvemos día tras día, el modelo de Van Hiele debe ser evaluado de forma distinta. En él, el porqué de una respuesta es más importante que resaltar si esta es correcta o incorrecta y, por lo tanto, los instrumentos que apliquemos para lograr evaluar los niveles de razonamiento en geometría, a la luz de este modelo, deben ser acordes con esta filosofía <sup>38</sup>.

---

<sup>37</sup> *Ibid.*, p. 76.

<sup>38</sup> VARGAS, G. y GAMBOA, R. El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. En: Revista de Uniciencia. Enero-junio, 2013. Vol. 27, No. 1, p. 74-94. ISSN 1101 – 0275.

**4.2.5 Secuencia didáctica.** (SD) es una estrategia de enseñanza que se puede aplicar en el aula de clase para obtener un aprendizaje significativo en los estudiantes. Para ello el profesor debe considerar un problema relevante y pertinente del contexto, de esta manera se pueda despertar el interés del estudiante, involucrándolo poco a poco en las actividades programadas de la secuencia didáctica, que conlleven a la comprensión del objeto matemático.

El diseño de una secuencia didáctica demanda una gran responsabilidad por parte del profesor, porque debe tener conocimiento del programa de estudio, experiencia y visión pedagógica para que la secuencia aplicada presente los resultados esperados. Las secuencias didácticas tienen tres fases: la preparación, la producción y la evaluación.

Para Díaz Barriga *“la estructura de la secuencia didáctica se integra con dos elementos que se realizan de manera paralela: la secuencia de actividades para el aprendizaje y la evaluación para el aprendizaje”*<sup>39</sup>, ya que las actividades de las secuencias deben tener orden interno, además permitir al profesor ver los avances del proceso.

---

<sup>39</sup> DÍAZ, Ángel. Secuencias de aprendizaje ¿Un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas? Profesorado. En: Revista de curriculum y formación del profesorado. Septiembre-diciembre, 2013. Vol. 17, No. 3. p. 20.

**4.2.6 Material concreto.** La enseñanza de la geometría está requiriendo un cambio de estrategia pedagógica para lograr que los estudiantes, describan, entiendan e interpreten las representaciones del mundo real el cual está lleno de elementos geométricos que permiten al estudiante interactuar con él y que se puede utilizar como medio para que los estudiantes construyan su propio conocimiento y alcancen las competencias necesarias para la adquisición de conceptos de volumen, según Olmo<sup>40</sup> afirma que:

Algunas de las dificultades que los niños encuentran en la medida del volumen, pueden estar originados por el hecho de que son forzados a leer y visualizar información sobre objetos sólidos a partir de gráficos sin haber manipulado previamente dichos objetos.

A partir de esta afirmación se puede decir que el sentido del espacio se inicia mediante la experiencia directa con los objetos del entorno.

Además el uso de material manipulable, utilizado intencionalmente como apoyo a las actividades que se desarrollan en el aula de clase para lograr un proceso de aprendizaje, permite desplegar en los estudiantes ciertas habilidades para analizar características y propiedades de las figuras geométricas en sus diferentes dimensiones, con actividades como la construcción, dibujo, medida, visualización, comparación, transformación, conjeturas y comprobación, que facilitan el acceso a la estructura lógica y modos de demostración de la geometría. Según Duval<sup>41</sup> *“la originalidad de los procesos en geometría, en comparación con otras actividades matemáticas, tiene que ver con que es absolutamente necesaria la coordinación entre los tratamientos específicos al registro de las figuras y los del discurso teórico en lengua natural”*. Apoyándose en esta teoría se puede decir que dependiendo como el estudiante tenga su estructura cognitiva de la figura, puede ser capaz de

---

<sup>40</sup> OLMO, M; MORENO F; GIL F. superficie y volumen ¿algo más que el trabajo con fórmulas? Síntesis. 1993. p. 120.

<sup>41</sup> DUVAL, R. Se miosis y pensamiento humano (M. vega, trad) Cali, Programa editorial Universidad del Valle p. 196

utilizar el lenguaje adecuado para hacer conjeturas y verificaciones de las estructuras de las figuras y poderlas comunicar.

El desarrollo proceso de construcción dentro del aula de clase va en estrecha relación con el enfoque pedagógico socio-constructivismo que se aplica en la institución objeto de estudio cuyo propósito es:

El desarrollo de las capacidades fundamentales en los procesos de interacción y comunicación desplegados durante la enseñanza, el debate, la crítica razonada del grupo, la vinculación entre la teoría y la práctica y la solución de problemas reales que interesan a la comunidad.<sup>42</sup>

Este enfoque favorece, el desarrollo de la propuesta para el fortalecimiento del razonamiento matemático en los estudiantes.

La utilización de material concreto en la enseñanza de la geometría permite que el estudiante manipule el objeto en sus tres dimensiones, para que se le facilite hacer una representación mental del objeto manipulado, y pueda plasmarlo en un plano bidimensional, teniendo en cuenta que la etapa de trabajo con material concreto se realiza con niños en pre escolar y primaria, pero no se debe descartar como una herramienta sólida que ayuda afianzar proceso que los jóvenes no han logrado alcanzar en los grados anteriores a noveno grado.

### **4.3 MARCO LEGAL**

Siendo las matemáticas un área obligatoria y fundamental dentro del plan de estudio de una institución educativa en Colombia, su diseño, implementación y evaluación está determinada por la normatividad legal vigente:

---

<sup>42</sup> PROYECTO EDUCATIVO INSTITUCIONAL. E CLAVERIANO, Enfoque pedagógico, 2016. p. 51

## **Constitución política colombiana**

- Artículo 67: *“La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura”*.<sup>43</sup>
- Artículo 68: en este el estado garantiza las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación y catedra.

## **Ley 115 de 1994 Ley General de Educación**

- Artículo 22: en los objetivos específicos de la educación básica encontramos establecido que:

El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana<sup>44</sup>.

- Artículo 23:

Áreas obligatorias y fundamentales. Para el logro de los objetivos de la educación básica se establecen áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento y de la formación que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el Proyecto Educativo Institucional<sup>45</sup>.

El área de matemáticas es contemplada entre las áreas fundamentales de la educación para la cual también se han establecido lineamientos curriculares mediante el decreto 1860 de 1994, en el cual se establecen objetivos a alcanzar con los niños, niñas y adolescentes que están dentro del sistema educativo.

---

<sup>43</sup> COLOMBIA, CONSTITUCIÓN POLÍTICA DE 1991. Plaza y Janes editores Colombia S.A. 2004. p 30

<sup>44</sup> COLOMBIA. CONGRESO DE LA REPUBLICA. Ley 115 de 1994. Ley General de Educación 1994. p 8

<sup>45</sup> *Ibid.*, p 8

También el Ministerio de Educación establece los estándares básicos de competencia donde se busca formar ciudadanos matemáticamente competentes, para ello se requiere que sean “*diestros, eficaz y eficiente en el desarrollo de cada uno de los procesos generales, en los cuales cada estudiante va pasando por distintos niveles de competencias*”<sup>46</sup> con el desarrollo de los cinco tipos de pensamiento el numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y variacional, que se deben desarrollar en los estudiantes al transcurrir su proceso estudiantil desde preescolar a undécimo, se busca que para la adquisición de conocimiento, se deben estudiar desde situaciones problémicas contextualizadas.

---

<sup>46</sup> MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Primera Edición. Ed. MEN, 2006, p. 56

## 5. DISEÑO METODOLÓGICO

### 5.1 MÉTODO DE INVESTIGACIÓN

Esta investigación se realizó con un enfoque cualitativo, aplicando la investigación acción, que hace referencia a una amplia gama de estrategias que se pueden utilizar para mejorar la calidad de la educación. Según Elliott, el objetivo fundamental de la investigación acción “*consiste en mejorar la práctica en vez de generar conocimientos. La producción y utilización del conocimiento es subordinada a este objetivo fundamental y está condicionado por él*”<sup>47</sup>. La investigación acción es el método más adecuado a utilizar en los ambientes escolares, ya que permite mejorar los entornos sociales y reflexionar sobre la práctica educativa para luego mejorarla. Con el desarrollo de esta investigación se busca proponer una forma de orientar el proceso de enseñanza-aprendizaje mediante el uso de material concreto como estrategia didáctica para fortalecer el razonamiento geométrico al abordar tareas relacionadas con objetos tridimensionales.

Teniendo en cuenta las bases dadas por los teóricos de la investigación acción, se puede decir que la mejora de la práctica pedagógica consiste en implantar aquellos valores que constituyen sus fines, los cuales no se manifiestan sólo en el resultado de la investigación, sino constituyen parte importante en el desarrollo de las capacidades intelectuales y el cambio positivo de la actitud de los estudiantes. Al aplicar este método de investigación también se espera fomentar el trabajo colaborativo mejorando la comunicación entre los miembros del grupo.

---

<sup>47</sup> ELLIOTT, J. El cambio educativo desde la investigación – acción. Madrid: Morata, 1991. p. 67.

## **5.2 POBLACIÓN, MUESTRA Y CONTEXTO PARTICIPANTE**

La investigación se desarrolló con la participación de estudiantes de grado noveno de básica secundaria pertenecientes a la sede principal de la institución que participó en el estudio. Esta institución es de carácter oficial, se encuentra ubicada al norte de la ciudad de Bucaramanga, Santander. Actualmente presta los servicios de preescolar, básica primaria, básica secundaria y media a estudiantes de diferentes niveles socioeconómicos (0, 1 y 2). La educación que se brinda se fundamenta en las políticas y principios establecidos por la Fundación Fe y Alegría, que tiene a cargo la administración de la institución en la figura de comodato con la Alcaldía de Bucaramanga.

Un grupo de 12 estudiantes (5 mujeres y 7 hombres) del grado noveno en edades comprendidas entre 14 y 16 años son quienes participaron en la investigación, la razón es que este es uno de los grados donde la docente imparte clase de Matemáticas y según el plan de estudios de la institución educativa y los derechos básicos de aprendizaje proponen para este grado la profundización de sus conocimientos sobre lo referente al volumen de objetos tridimensionales (poliedros y cuerpos redondos).

## **5.3 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN**

Para el desarrollo de esta investigación se tuvieron en cuenta las siguientes técnicas e instrumentos para conseguir evidencias.

### 5.3.1 Técnicas de investigación

**Observación participante:** Es la descripción directa de cada una de las acciones, comportamientos y utilización de materiales que realizan los participantes, que están siendo objeto de estudio, los cuales deben ser descritos objetivamente por el investigador. Para McKernan *“la observación del participante es la técnica más fiel al propósito metodológico de la investigación-acción, y la de uso principal en el estudio de las aulas”*<sup>48</sup>. La observación es más que el simple mirar, se deben registrar los acontecimientos utilizando un diario de campo o notas de campo como instrumento para recoger información de la intervención en el aula.

Para la aplicación de esta técnica es recomendable tener grabaciones en video, porque estos registros ayudan a tener cuadros completos de los acontecimientos para luego poder ser descritos de una forma objetiva en el diario de campo. Las ventajas que tiene la aplicación de esta técnica es que se puede tener evidencia de hechos improbables como probables de la investigación, además permite realizar la recolección de información auténtica y de fácil sistematización.

### 5.3.2 Instrumentos de recolección de información

**Secuencia didáctica:** En la elaboración de la secuencia didáctica se tuvo en cuenta la etapa de diagnóstico para el diseño de las actividades y el material didáctico. Las actividades planteadas se relacionaron entre sí y el grado de complejidad aumentó a medida que se avanzaba en la SD. En la implementación de la SD se desarrollaron 6 sesiones las cuales estaban divididas en sesiones de apertura, desarrollo y cierre, además cada sesión constó de dos o tres actividades que se realizaron independientemente, con una duración de dos horas cada una. Durante la intervención de aula se realizó un proceso de evaluación para verificar la pertinencia

---

<sup>48</sup> MCKERNAN, J. Investigación – acción y currículum. Madrid: Morata, 1996. p. 84.

de las actividades que conforman la SD, y determinar si era necesario modificarlas para alcanzar el objetivo propuesto.

**Diario de campo:** Los diarios de campo son documentos que ayudaron a favorecer objetivo educativo, en el cual se tuvieron encuesta lo propuesto por Elliott *“el diario de campo debe contener narraciones sobre las observaciones, sentimientos, reacciones, interpretaciones, reflexiones, corazonadas, hipótesis y explicaciones. Las narraciones no deben informar sobre los hechos escuetos de la situación, sino transmitir la sensación de estar participando en ellos”*<sup>49</sup>. Esta técnica narrativa y de registros de acontecimientos permitió obtener datos relevantes que proporcionaron información al docente sobre la evolución del pensamiento de los estudiantes y los avances en cuanto a los niveles planteados por Van Hiele. En la investigación, el docente utilizó el diario de campo para documentar los hechos presentados en el aula durante la intervención.

**Cuestionario:** Este instrumento fue utilizado para recoger información es uno de los instrumentos más utilizadas en investigación. Para McKernan *“el cuestionario como instrumento de recogida de datos es fácil de administrar, proporciona respuestas directas de información tanto factual como actitudinal, y convierte la tabulación de las respuestas en una tarea que no requiere casi ningún esfuerzo”*<sup>50</sup>. Teniendo en cuenta estos aportes en la elaboración del cuestionario intervino el investigador, quien redactó las preguntas de temas preestablecidos, las cuales fueron de naturaleza abierta o cerrada.

McKernan presenta tres tipos de cuestionario: el cuestionario por correo, cuestionario administrado en grupo y el cuestionario con contacto personal. Para esta investigación se utilizó el cuestionario administrado en grupo, en el cual se reunieron los estudiantes para que respondieran el cuestionario, estando presente

---

<sup>49</sup> *Ibid.*, p. 96.

<sup>50</sup> *Ibid.*, p. 146.

el investigador. Este tipo de cuestionario es el más aplicado en investigaciones en aulas de clase.

Este instrumento se utilizó en dos ocasiones durante la investigación: la primera vez se utilizó en la etapa de diagnóstico con el propósito de identificar en qué nivel de razonamiento se encontraban los estudiantes según el modelo de Van Hiele; y la segunda vez al finalizar la intervención didáctica para determinar el avance de los estudiantes según los niveles de razonamiento que se tuvieron en cuenta en la etapa de diagnóstico.

El cuestionario fue conformado por 10 preguntas relacionadas con los componentes y competencias a desarrollar dentro de la investigación, y que se han identificado como falencia en los estudiantes participantes en el análisis de los resultados de las Pruebas Saber presentadas en años anteriores y preguntas abiertas donde se pudo observar el nivel de razonamiento de los estudiantes con la utilización de material concreto.

**Registros filmicos:** En el contexto de la investigación-acción se realizaron las grabaciones en video como una herramienta eficaz para obtener información en las aulas. Este instrumento se utilizó para grabar las clases de forma parcial o total, según McKernan “*se necesitan al menos tres elementos, el primero una cámara de video y una cinta virgen; un receptor de imágenes y un monitor*”<sup>51</sup>. La grabación fue un instrumento muy útil porque consiguió un gran beneficio al poder mirar escuchar y describir las situaciones presentadas, además permitió analizar detalladamente las situaciones más relevantes en el desarrollo de la actividad.

---

<sup>51</sup> *Ibíd.*, p. 124.

**Datos Fotográficos:** Según McKernan “*las fotografías se consideran documentos, artefactos y pruebas de la conducta humana en entornos naturalistas. En resumen, funcionan como ventanas al mundo de la escuela*”<sup>52</sup>, al realizar la toma de fotografías en la investigación pueden recogerse diferentes aspectos visuales como los mencionados por Elliott<sup>53</sup>:

- Los estudiantes mientras trabajan en el aula.
- Lo que ocurre a espaldas del profesor.
- La distribución física del aula.
- La pauta de organización social del aula.
- La postura y posición física del profesor cuando se dirige a los estudiantes.

Al utilizar la fotografía como técnica de recolección de información se obtuvieron datos útiles para el análisis, que se aportan como evidencia de la investigación.

#### **5.4 PROCESO METODOLÓGICO**

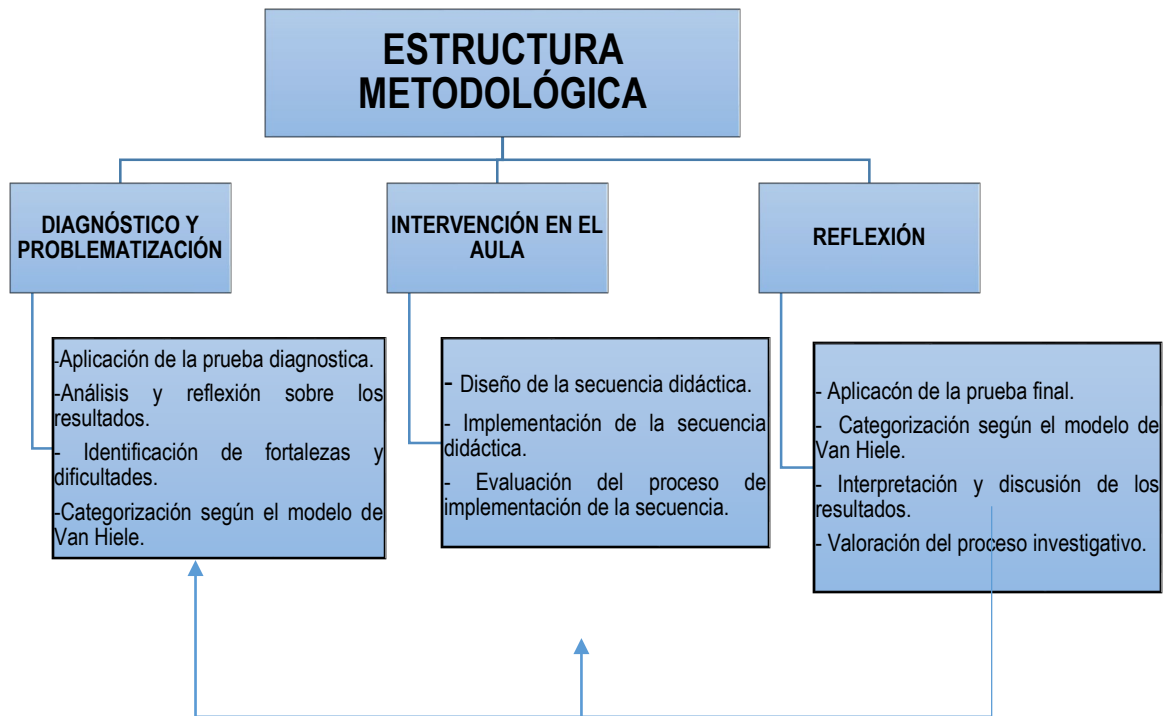
La investigación se desarrolló en tres etapas fundamentales: la primera, el *Diagnóstico y Problematización*; la segunda, *Intervención de aula*, y la última, *Reflexión*.

---

<sup>52</sup> Ibid., p. 121.

<sup>53</sup> ELLIOTT, Óp. Cit. p. 98.

**Figura 5. Estructura Metodológica de la investigación**



Fuente: elaboración propia teniendo en cuenta el Modelo del proceso de Investigación–acción de Elliott

A continuación, se realiza una breve descripción de cada una de las etapas del proceso metodológico:

**5.4.1 Diagnóstico y problematización.** Se adjunta el anexo A al final del documento, correspondiente a la prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes del grado noveno y que según los resultados obtenidos mediante la implementación de este instrumento se analizó y categorizó el nivel de razonamiento que tenían los estudiantes de acuerdo con los parámetros propuestos por Van Hiele para cada nivel y fue un instrumento relevante al momento de la elaboración de la secuencia didáctica.

## Descripción de la prueba diagnóstica

La prueba diagnóstica aplicada permitió evidenciar el nivel de razonamiento que los estudiantes tenían al momento de abordar diferentes actividades de medidas donde debían responder preguntas relacionadas con la visualización, análisis y desarrollo de procesos matemáticos de objetos tridimensionales; para el desarrollo del proyecto fue muy importante que el estudiante justificara la respuesta, porque para el modelo de evaluación que plantea Van Hiele es más importante lo que el estudiante responde que si la respuesta es correcta o no.

Las preguntas planteadas en la prueba fueron tomadas de documentos validados que se mencionan a continuación:

- ✚ ICFES Cuadernillo Pruebas Saber Noveno 2012 pregunta 6. Con ajustes al proyecto.
- ✚ ICFES Cuadernillo Pruebas Saber Noveno 2014 Preguntas 2, 3, 4, 5 y 7. Con ajustes al proyecto.
- ✚ ICFES Cuadernillo Pruebas Saber Quinto 2014 Pregunta 8. Con ajustes al proyecto.
- ✚ ICFES Cuadernillo Pruebas Saber Noveno 2015 Preguntas 1, 9 y 10. Con ajustes al proyecto.
- ✚ Proyecto “Implementación del cubo como recurso didáctico para la integración de la aritmética y la geometría” Universidad Autónoma Latinoamericana Medellín 2008. Pregunta 11. Con ajustes al proyecto.
- ✚ Revista. La enseñanza de la geometría “materiales para apoyar la práctica didáctica” México 2008. Pregunta 12. Con ajustes al proyecto.

Esta prueba diagnóstica consta de dos partes:

**LA PARTE A** se aplicó un cuestionario con 10 preguntas de análisis y razonamiento geométrico del volumen de sólidos, tipo Pruebas saber, donde los estudiantes

debían escoger la respuesta correcta y luego justificar con las operaciones o en letras el porqué de la respuesta. Cada pregunta tiene un nivel de razonamiento de acuerdo al modelo planteado por Van Hiele y a los criterios dados en el proyecto específicamente para el Volumen de objetos tridimensionales.

Las preguntas de la parte A de la prueba se distribuyeron de la siguiente manera:

NIVELES DE RAZONAMIENTO VAN HIELE	PARTE A DEL DIAGNÓSTICO (N° DE PREGUNTA)
Visualización	Pregunta 1 y 2
Análisis	Pregunta 3 y 4
Ordenación	Pregunta 5 y 6
Deducción formal	Pregunta 7 y 8
Rigor	Pregunta 9 y 10

**LA PARTE B** de la prueba constó de 3 preguntas abiertas que corresponden al proceso de representación y modelación de figuras tridimensionales elaborados con plastilina y papel iris, Con las cuales se quería observar el conocimiento que tenían los estudiantes sobre el volumen de los objetos y como plasmarlo sobre un papel, de acuerdo a los niveles de razonamiento planteados por el modelo de Van Hiele.

NIVELES DE RAZONAMIENTO VAN HIELE	PARTE B DEL DIAGNÓSTICO (N° DE PREGUNTA)
Visualización	Pregunta 1 y 2
Análisis	Pregunta 1 y 2
Ordenación	Pregunta 1 y 2
Deducción formal	Pregunta 2 y 3
Rigor	Pregunta 3

**5.4.2 Intervención en el aula.** Teniendo en cuenta las dificultades identificadas en el análisis de los resultados de la prueba diagnóstica y el nivel de razonamiento geométrico en el que se ubicaron los estudiantes, se procedió al diseño e implementación de una secuencia didáctica. La etapa de intervención tuvo una duración de 20 horas, en las cuales se realizaron actividades didácticas que permitían a los estudiantes la conceptualización del volumen de sólidos geométricos como el prisma, la pirámide y el cilindro.

Las actividades se dividieron en 6 sesiones, cada una de las sesiones se le asignó un nombre y un propósito específico a alcanzar, en el desarrollo se utilizaron diferentes elementos de material concreto para lograr que los estudiantes avanzaran en el nivel de razonamiento, algunos de los materiales utilizados fueron: cartulina, papel de colores, imágenes, videos, metro, guías de trabajo individual y grupal, además se tuvieron en cuenta las fases planteadas por el método de razonamiento de Van Hiele para el desarrollo de las sesiones las cuales son: información, orientación dirigida, explicación, orientación libre e integración.

**5.4.3 Reflexión.** En esta etapa se analizaron las fortalezas y debilidades encontradas en la actividad desarrollada durante la implementación de la SD para considerar la pertinencia de cada una de las actividades que la conforman, y así determinar si la SD permitió alcanzar el objetivo propuesto o si requiere modificaciones. Además, incluye el análisis de los resultados de la prueba final aplicada a los estudiantes, su respectiva categorización según los niveles de razonamiento planteado por Van Hiele y se realiza un contraste entre la prueba inicial y final para analizar la pertinencia de la estrategia propuesta en el proyecto y hacer la valoración de todo el proceso investigativo.

## 5.5 CRITERIOS ÉTICOS

Para el desarrollo de esta investigación fue de vital importancia que los participantes conocieran cuales fueron los objetivos de investigación y los que tenían derechos como agentes activos.

A partir de los criterios éticos establecidos por McKernan<sup>54</sup> para la investigación-acción, se mencionan los criterios que se tuvieron en cuenta en esta investigación:

- Se solicitó autorización a los directivos de la institución educativa para desarrollar la investigación. (Anexo A)
- Se solicitó a los padres el consentimiento informado para la participación de los estudiantes en la investigación. (Anexo B)
- Se informó a los estudiantes los propósitos de la investigación. (Anexo C)
- Para preservar la identidad de los estudiantes que participaron en la investigación se utilizaron códigos.
- Los datos recolectados durante la investigación se mantendrán en confidencialidad.
- Los resultados de la investigación se darán a conocer en su totalidad a la comunidad educativa de la institución que participó en el estudio.

---

<sup>54</sup> MCKERNAN, Óp. Cit. 262.

## 6. DISEÑO DE LA INTERVENCIÓN

La secuencia didáctica está conformada por 6 sesiones, que están agrupadas en actividades de apertura, desarrollo y cierre. A continuación, se presenta la planeación general teniendo en cuenta la propuesta presentada por Pérez Abril. Para la estructura de la planeación.

### PLANEACIÓN GENERAL DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

**Tabla 8. Planeación general**

	EL URBANISMO
<i>Resultados esperados relacionados con los aprendizajes de los estudiantes</i>	Con la implementación de la secuencia didáctica se espera potenciar el razonamiento matemático en los estudiantes de noveno grado al hallar el volumen de Objetos tridimensionales
<i>Referentes teóricos de enfoque metodológico, pedagógicos y/o didácticos.</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Modelo de razonamiento de Van Hiele</li> <li>- Teoría de la secuencia didáctica</li> <li>- Trabajo con material concreto.</li> </ul>
<i>Secuencia de actividades por sesión</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Sesión 1:</b> conociendo mi entorno.               <ul style="list-style-type: none"> <li>o <b>Actividad 1:</b> video de motivación (historia de la vivienda) y sensibilización</li> </ul> </li> <li>- <b>Sesión 2:</b> construcción de mi ciudad.               <ul style="list-style-type: none"> <li>o <b>Actividad 2:</b> elaborar en cartulina la forma de los poliedros con que está construida la ciudad donde vivo y hago comparaciones.</li> </ul> </li> <li>- <b>Sesión 3:</b> Recordando lo que he aprendido               <ul style="list-style-type: none"> <li>o <b>Actividad 1:</b> perímetro de figuras planas y solidos</li> <li>o <b>Actividad 2:</b> área de figuras planas y solidos</li> <li>o <b>Actividad 3:</b> pongo a prueba lo que he aprendido en mi aula de clase.</li> </ul> </li> <li>- <b>Sesión 4:</b> Elaboración de planos               <ul style="list-style-type: none"> <li>o <b>Actividad 1:</b> construyo el plano de la casa de mis sueños</li> </ul> </li> <li>- <b>Sesión 5:</b> Aprendo a hallar el volumen               <ul style="list-style-type: none"> <li>o <b>Actividad 1:</b> construyo y hallo el volumen de prismas</li> </ul> </li> </ul>

	<b>EL URBANISMO</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ <b>Actividad 2:</b> Construyo y hallo el volumen de pirámides.</li> <li>○ <b>Actividad 3:</b> Construyo y hallo el volumen de cilindros.</li> <li>- <b>Sesión 6:</b> La casa de mis sueños. <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <b>Actividad 1:</b> Materiales y unidades de medida.</li> <li>○ <b>Actividad 2:</b> La maqueta de la casa de mis sueños.</li> </ul> </li> </ul>
<b>Productos académicos y ritual de cierre</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Elaboración de protocolos de actividades.</li> <li>- Elaboración de sólidos geométricos (volumen)</li> <li>- Elaboración de la maqueta con unidades métricas.</li> </ul>
<b>Mecanismos previstos para la evaluación y el seguimiento del aprendizaje.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Evaluación al proceso con la prueba final.</li> <li>- Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación</li> </ul>

Fuente: adaptación del modelo para propuesta de la secuencia didáctica de Mauricio Pérez Abril<sup>55</sup>

Para lograr una complementación de la organización de la secuencia didáctica se elaboró el siguiente cuadro con el alcance de cada una de las etapas de la secuencia.

**Tabla 9. Propósitos de las etapas de la secuencia didáctica**

PROPÓSITO DE LA ACTIVIDAD	ACTIVIDAD	SESIONES	TIEMPO
Motivar a los estudiantes a desarrollar la capacidad para visualizar relaciones geométricas, mediante representaciones de espacios cotidianos.	Apertura	<b>Sesión 1:</b> conociendo mi entorno. <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <b>Actividad 1:</b> video de motivación y sensibilización.</li> </ul>	1h
		<b>Sesión 2:</b> construcción de mi ciudad. <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <b>Actividad 1:</b> elaborar en cartulina la forma de los poliedros con que está construida la ciudad donde vivo y hago comparaciones.</li> </ul>	2h

<sup>55</sup> PÉREZ, A. Mini Curso- Taller: Fundamentación, Diseño y Análisis de Situaciones Didácticas para el Trabajo en Aula en el Campo del Lenguaje. Bucaramanga, primer semestre académico. 2012. p. 12

PROPÓSITO DE LA ACTIVIDAD	ACTIVIDAD	SESIONES	TIEMPO
Desarrollar el pensamiento espacial y el razonamiento matemático en estudiantes de noveno grado al realizar diferentes actividades, con el uso del material concreto, que los lleven a contextualizar la forma de abordar tareas relacionadas con objetos tridimensionales.	Desarrollo	<b>Sesión 3:</b> Recordando lo que he aprendido <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <b>Actividad 1:</b> perímetro de figuras planas y sólidos</li> <li>○ <b>Actividad 2:</b> área de figuras planas y sólidos</li> <li>○ <b>Actividad 3:</b> pongo a prueba lo que he aprendido en mi aula de clase.</li> </ul>	4 h
		<b>Sesión 4:</b> Elaboración de planos <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <b>Actividad 1:</b> construyo el plano de la casa de mis sueños.</li> </ul>	2 h
		<b>Sesión 5:</b> Aprendo a hallar el volumen <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <b>Actividad 1:</b> construyo y hallo el volumen de prismas</li> <li>○ <b>Actividad 2:</b> Construyo y hallo el volumen de pirámides.</li> <li>○ <b>Actividad 3:</b> Construyo y hallo el volumen de cilindros.</li> </ul>	6h
Evidenciar el razonamiento matemático al realizar el cálculo de áreas y volúmenes de algunas figuras geométricas.	Cierre	<b>Sesión 6:</b> La casa de mis sueños. <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <b>Actividad 1:</b> Materiales y unidades de medida.</li> <li>○ <b>Actividad 2:</b> La maqueta de la casa de mis sueños</li> </ul>	5h

Fuente: Elaborado por la autora del proyecto de investigación.

La planeación de cada una de las sesiones de la secuencia se tuvo en cuenta los aportes que hace Van Hiele de los pasos que se debe seguir para lograr los resultados propuestos o esperados con la aplicación de cada una de ellas en el aula de clase.

## INSTRUMENTO DE PLANEACIÓN DE LA SECUENCIA<sup>56</sup>

### Sesión 1

**Tabla 10. Planeación de la sección uno de la secuencia**

<b>SESIÓN</b>	Primera		
<b>ACTIVIDAD</b>	1		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	3 de Octubre de 2017		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	Motivación y sensibilización		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE</b>	-VISUALIZACIÓN - ANÁLISIS		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	La implementación de esta actividad busca Motivar a los estudiantes hacia el aprendizaje de la geometría y el desarrollo de la secuencia didáctica para fortalecer el razonamiento matemático.		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
Motivar a los estudiantes para el aprendizaje del volumen de figuras tridimensionales, mostrándole su utilidad en la vida cotidiana.	<b>Fase 1:</b> <b>Información</b> Por medio de preguntas abiertas la docente indaga los pre saberes que los estudiantes tienen sobre el urbanismo. ¿Por qué cree que han evolucionado los diseños y modelos urbanísticos? ¿La geometría es parte fundamental en las construcciones? ¿Qué se debe saber para construir una vivienda?	En esta fase se espera que los estudiantes: - Analicen y reflexionen sobre lo que conoce del urbanismo y los tipos de construcción de viviendas. - Expresen sus ideas de forma clara.	preguntas del tema el urbanismo
	<b>Fase 2: Orientación dirigida</b>	se espera que los estudiantes realicen lo siguiente:	Video Beam.

<sup>56</sup> Adaptado del proyecto de Maira Alejandra Martínez

<b>SESIÓN</b>	<b>Primera</b>		
<b>ACTIVIDAD</b>	<b>1</b>		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	3 de Octubre de 2017		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	Motivación y sensibilización		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE</b>	-VISUALIZACIÓN - ANÁLISIS		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	La implementación de esta actividad busca Motivar a los estudiantes hacia el aprendizaje de la geometría y el desarrollo de la secuencia didáctica para fortalecer el razonamiento matemático.		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	<p>Se les proyectara a los estudiantes dos videos que aclaran los conceptos del urbanismo y sus características para motivarlos a aprender, de las diferentes construcciones que se encuentran en la ciudad.</p> <p>Luego en forma individual los estudiantes desarrollaran una actividad sobre los tipos de vivienda y sus materiales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Observen de forma concentrada los videos proyectados.</li> <li>- Afiancen el concepto de urbanismo y la importancia de la geometría en su desarrollo</li> <li>- Expresen las características y materiales de las diferentes clases de vivienda a través del tiempo.</li> </ul>	<p>Videos. Historia de la vivienda<sup>57</sup></p> <p>Breve historia del urbanismo<sup>58</sup></p> <p>Guía de trabajo individual.</p> <p><b>Ver ANEXO G</b></p>
	<p><b>Fase 3:</b> <b>Explicación</b></p> <p>En grupos de tres personas, expondrán ante sus compañeros los resultados de la actividad anterior con el fin de que se puedan identificar plenamente las</p>	<p>se espera que los estudiantes realicen lo siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Expresen sus ideas con argumentos y las sometan a aprobación de los demás compañeros del aula.</li> <li>- Desarrollen la actividad grupal con las indicaciones dadas por el maestro.</li> </ul>	

<sup>57</sup> MURILLO, Carlos. Historia de la vivienda. You Tube,(10 septiembre 2014) [consultado: 5 septiembre de 2017] Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=MXyszwal-Ow>

<sup>58</sup> ANNJUSUAL. Breve historia del urbanismo. You Tube (17 de mayo de 2016) [consultado: 5 septiembre de 2017] Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=OZvEj0-YQzA>

<b>SESIÓN</b>	<b>Primera</b>		
<b>ACTIVIDAD</b>	<b>1</b>		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	3 de Octubre de 2017		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	Motivación y sensibilización		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE</b>	-VISUALIZACIÓN - ANÁLISIS		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	La implementación de esta actividad busca Motivar a los estudiantes hacia el aprendizaje de la geometría y el desarrollo de la secuencia didáctica para fortalecer el razonamiento matemático.		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	características del urbanismo contemporáneo.	- Puedan llegar a consensos sin discusiones ni faltas de respeto.	
	<b>Fase 4:</b> <b>Orientación dirigida</b> Los estudiantes en los grupos ya establecidos desarrollaran un ejercicio planteado por el docente donde los estudiantes analizan una infografía con la que puede evidenciar lo aprendido durante la actividad y se dará un espacio para plantear ante sus compañeros la solución planteada y defenderla con argumentos sólidos.	Se espera que los estudiantes puedan:  - Encontrar la solución al ejercicio con poca o nula colaboración del docente para que se alcance el objetivo planteado para la actividad.  - Socialización ante sus compañeros de la solución y los problemas encontrados al desarrollar la actividad.	Guía de trabajo grupal.
	<b>Fase 5:</b> <b>Integración</b> Los estudiantes construirán un mapa de ideas en su cuaderno de apuntes sobre lo visto durante la clase del urbanismo y sus características.	Los estudiantes elaboren su mapa de ideas teniendo en cuenta sus pre-saberes y el conocimiento nuevo adquirido.	Mapa de ideas sobre el urbanismo y algunas características.

SESIÓN	Primera		
ACTIVIDAD	1		
FECHA DE IMPLEMENTACIÓN	3 de Octubre de 2017		
NOMBRE DE LA ACTIVIDAD	Motivación y sensibilización		
NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE	-VISUALIZACIÓN - ANÁLISIS		
DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS	La implementación de esta actividad busca Motivar a los estudiantes hacia el aprendizaje de la geometría y el desarrollo de la secuencia didáctica para fortalecer el razonamiento matemático.		
DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD	MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD	LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES	RECURSOS
<i>Mecanismos previstos para la evaluación y el seguimiento de los aprendizajes.</i>	<p><b>Instrumentos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Diario de campo:</b> Narración sobre lo acontecido durante el desarrollo de la actividad (comportamientos, actitudes, preguntas y respuestas de los estudiantes).</li> <li>▪ <b>Planeación de la Actividad:</b> Desarrollo de cada una de las partes propuestas.</li> <li>▪ <b>Material elaborado:</b> Guía de aplicación, mapa de ideas,</li> </ul> <p><b>Grabación:</b> en video de toda la intervención.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Registro Fotográfico:</b> Del trabajo individual y grupal de los estudiantes en el desarrollo de la actividad.</li> </ul> <p><b>Evaluación:</b></p> <p><i>Autoevaluación:</i> Cada estudiante reflexionará sobre su proceso de aprendizaje durante el desarrollo de la actividad.</p> <p><i>Coevaluación:</i> Cada grupo evaluará las estrategias y argumentos de los compañeros ante las situaciones planteadas en la socialización.</p> <p><i>Heteroevaluación:</i> Para ello se establecen los siguientes criterios:</p> <p>Desarrollo de la actividad N°1: Participación en la actividad grupal Participación activa en la socialización: Actitud y comportamiento: 20%</p>		

Fuente: Elaboración de la autora del proyecto teniendo como base el proyecto de Maira Alejandra Martínez

## Sesión 2

**Tabla 11. Planeación de la sección dos de la secuencia**

<b>SESIÓN</b>	<b>2</b>		
<b>ACTIVIDAD</b>	1		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	5 de octubre de 2017		
<b>NIELES DE RAZONAMIENTO</b>	-VISUALIZACIÓN -ANÁLISIS -ORDENACIÓN Y CLASIFICACIÓN		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	Construyendo mi ciudad		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	- Conoce el nombre de figuras tridimensionales que están conformando los objetos del contexto. - Identifica las propiedades y componentes de los objetos tridimensionales. - Realiza comprobaciones de relaciones de volumen entre objetos distintos.		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
<p>Reconocer la presencia de poliedros y de cuerpos redondos en el arte y en entorno donde vive.</p> <p>Construcción en cartulina de los poliedros con que está construida la ciudad donde vivo y hago comparaciones.</p>	<p><b>Fase 1:</b></p> <p><b>Información</b></p> <p>Se inicia la clase planteándole a los estudiantes una situación problema de poliedros</p> <p>"Berta clasifico los poliedros en dos grupos como se muestra en la imagen (ver anexo H). Luego se les pregunta a los estudiantes ¿Qué criterio aplico Berta? ¿Qué nombre tienen las figuras de cada grupo?</p> <p>¿De qué otra manera se puede clasificar esos poliedros?</p> <p>La docente hace los grupos de clasificación propuestos en el tablero y les entrega a los estudiantes figuras para que las coloquen en el lugar correspondiente.</p>	<p>Se espera que los estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifique las clases de poliedros que se presentan en la imagen</li> <li>- Propongan nuevas formas de clasificación de acuerdo a otras características que puedan observar.</li> <li>- Expresen libremente sus opiniones.</li> <li>- Participen activamente en la actividad.</li> </ul>	<p>Cartelera con la clasificación realizada por Berta.</p> <p>Imágenes recortadas de los distintos poliedros.</p>
	<p><b>Fase 2: Orientación dirigida</b></p> <p>La docente continua explicándoles a los estudiantes que los poliedros tienen forma de las diferentes</p>	<p>Se espera que los estudiantes:</p>	<p>Guía de trabajo individual.</p> <p><b>Anexo H</b></p>

	<p>construcciones urbanísticas que existen en la ciudad.</p> <p>Seguidamente se hace una comparación con una ficha de trabajo individual para que los estudiantes relacionen las formas con los objetos y construcciones de las viviendas actuales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifique la similitud del prisma pirámides y cilindros con los objetos de su entorno.</li> <li>- Describe procedimientos utilizados para identificar y clasificar los poliedros y los cuerpos redondos.</li> </ul>	
	<p><b>Fase 3:</b></p> <p><b>Explicación</b></p> <p>Los estudiantes en grupo de dos personas construyen 3 sólidos en cartulina, con los desarrollos entregados por la docente durante la clase y con ellos se construye la ciudad de los poliedros</p> <p>Seguidamente se les hará preguntas sobre el volumen y la cantidad de material utilizada en sus construcciones.</p>	<p>Se espera que los estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Relacione los poliedros con su respectivo desarrollo plano y viceversa.</li> <li>- Identifique sus características y la utilización de los mismos en su entorno.</li> <li>- Construya los sólidos dados con pulcritud.</li> <li>- Compara el volumen de cuerpos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cartulina</li> <li>- Desarrollo del prisma, pirámide y cilindro.</li> <li>- Tijeras</li> <li>- Pegante.</li> </ul>
	<p><b>Fase 4:</b></p> <p><b>Orientación dirigida:</b></p> <p>Terminada la actividad anterior se les propone a los estudiantes que elaboren el</p>	<p>Se espera que los estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Construyan objetos tridimensionales a partir</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cartulina</li> <li>- Regla</li> <li>- Colores</li> <li>- Marcadores</li> </ul>

	<p>diseño de una piscina para una casa a partir del plano dado (ver anexo G). Y responde las preguntas a continuación.</p> <p>¿Cuánta agua cabe en la piscina?</p> <p>¿Qué espacio de terreno necesito para su construcción?</p> <p>¿Cuál es su forma y la dimensión de cada uno de los lados? ¿Qué sucedería si la piscina tuviera forma de hexágono o en forma de cilindro?</p>	<p>de representaciones bidimensionales y los analiza.</p> <p>- Responde de forma acertada utilizando el lenguaje matemático para cada una de las preguntas.</p> <p>- Realiza comparaciones entre unidades de volumen y de capacidad.</p>	<p>- Hoja de preguntas orientadoras.</p> <p>- <b>Anexo H</b></p>
	<p><b>Fase 5:</b></p> <p><b>Integración</b></p> <p>En la socialización final los estudiantes ante todo el grupo presentarán el diseño de su piscina y darán respuesta a las preguntas dadas en la guía y a las inquietudes de sus compañeros. Al final se elegirá el mejor diseño de piscina que cumpla con las especificaciones dadas para estas construcciones: tamaño, forma, normas de seguridad.</p>	<p>Se espera que los estudiantes:</p> <p>- Describa procedimientos utilizados para identificar y construir poliedros</p> <p>- Escuchen atentamente a sus compañeros de grupo.</p> <p>- Discutan y analicen el trabajo realizado de manera individual.</p>	<p>Reconocimiento para la mejor piscina socializada.</p>
<p><b>Mecanismos previstos para la evaluación y el</b></p>	<p><b>Instrumentos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Diario de campo:</b> Narración sobre lo acontecido durante el desarrollo de la actividad (comportamientos, actitudes, preguntas y respuestas de los estudiantes).</li> <li>▪ <b>Planeación de la Actividad:</b> Desarrollo de cada una de las partes propuestas.</li> <li>▪ <b>Material elaborado:</b> Guía de aplicación, solido elaborado (Piscina).</li> </ul>		

<b>seguimiento de los aprendizajes.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Grabación:</b> en video de toda la intervención.</li> <li>▪ <b>Registro Fotográfico:</b> Del trabajo individual y grupal de los estudiantes en el desarrollo de la actividad.</li> </ul> <p><b>Evaluación:</b></p> <p><i>Autoevaluación:</i> Cada estudiante reflexionará sobre su proceso de aprendizaje durante el desarrollo de la actividad.</p> <p><i>Coevaluación:</i> Cada grupo evaluará las estrategias y argumentos de los compañeros ante las situaciones planteadas en la socialización.</p> <p><i>Heteroevaluación:</i> Para ello se establecen los siguientes criterios:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Se evalúa como contestan los alumnos y el porqué de sus respuestas.</li> <li>- La entrega oportuna de las actividades asignadas</li> <li>- La participación en la clase.</li> <li>- El avance de Nivel que obtengan los estudiantes.</li> </ul>
---	---

Fuente: Elaboración de la autora del proyecto teniendo como base el proyecto de Maira Martínez

### Sesión 3

**Tabla 12. Planeación de la sesión tres de la secuencia**

<b>SESIÓN</b>	<b>TRES</b>		
<b>ACTIVIDAD</b>	<b>1</b>		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	12 de octubre 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN -ANÁLISIS -ORDENACIÓN Y CLASIFICACIÓN - DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	RECORDANDO LO QUE HE APRENDIDO		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	- Realiza descripción de las características visuales de figuras. - Describe de manera formal las características de los objetos presentados. - Realiza diferentes demostraciones para llegar a un mismo resultado.		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
Reconocer los conceptos previos importantes y necesarios al momento de hallar el volumen de figuras sólidas. Los	<b>Fase 1:</b> <b>Información</b> Se les leerá a los estudiantes la historia de Eratóstenes y el cómo	- comprenda y analice los hechos narrados de la historia de Eratóstenes.	- Lectura de Eratóstenes - Guía con las preguntas. - Anexo I

<b>SESIÓN</b>	<b>TRES</b>		
<b>ACTIVIDAD</b>	<b>1</b>		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	12 de octubre 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN -ANÁLISIS -ORDENACIÓN Y CLASIFICACIÓN - DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	RECORDANDO LO QUE HE APRENDIDO		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realiza descripción de las características visuales de figuras.</li> <li>- Describe de manera formal las características de los objetos presentados.</li> <li>- Realiza diferentes demostraciones para llegar a un mismo resultado.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
estudiantes hallaran el perímetro de figuras para recordar el proceso.	<p>descubrió la longitud de la tierra. Luego se realizan preguntas al respecto.</p> <p>¿Qué método utilizo? ¿Cómo lo hizo? ¿Qué importancia tiene este descubrimiento para nuestros días? ¿Qué elementos se utilizan para medir el perímetro hoy en día?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifique los primeros descubrimientos sobre la geometría y como aún son verificables.</li> </ul> <p>Participe activamente en la ronda de preguntas.</p>	
	<p><b>Fase 2: Orientación dirigida</b></p> <p>Se organizan en grupos de tres personas y se les entrega un tangram a cada grupo para que lo recorten y midan la longitud en cm de cada uno de los lados para luego hallar el perímetro de tangram y cada una de sus fichas. Y complete la guía de</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realicen la medición del perímetro de la figura correctamente.</li> <li>- Participación activamente de los estudiantes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tangram</li> <li>- Regla</li> <li>- Lápiz</li> <li>- Guía para escribir la información adquirida</li> </ul>

<b>SESIÓN</b>	<b>TRES</b>		
<b>ACTIVIDAD</b>	<b>1</b>		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	12 de octubre 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN -ANÁLISIS -ORDENACIÓN Y CLASIFICACIÓN - DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	RECORDANDO LO QUE HE APRENDIDO		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realiza descripción de las características visuales de figuras.</li> <li>- Describe de manera formal las características de los objetos presentados.</li> <li>- Realiza diferentes demostraciones para llegar a un mismo resultado.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	apoyo entregada al grupo.		
	<b>Fase 3:</b> Explicación Luego se les entrega una guía para que armen diferentes figuras con las mismas fichas del tangram y midan el perímetro de cada una de las figuras armadas y obtener la respuesta a cada reto planteado.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifique las características de la forma de hallar el perímetro de las figuras en diferentes formas geométricas.</li> <li>- Análisis de lo aprendido en la clase.</li> <li>- Compara superficies por composición y descomposición</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Guía de figuras para armar el tangram.</li> <li>- Guía para escribir las diferentes medidas de los perímetros.</li> </ul> <b>ANEXO I</b>
	<b>Fase 4:</b> <b>Orientación libre</b> Se realiza una mesa redonda donde cada grupo dará a conocer el resultado de los retos asignados para llegar a una puesto en común	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Intervención adecuada utilizando el lenguaje matemático.</li> <li>- Respeto por las intervenciones de los demás compañeros</li> <li>- Buen trabajo en equipo.</li> </ul>	Preguntas orientadoras.

<b>SESIÓN</b>	<b>TRES</b>		
<b>ACTIVIDAD</b>	1		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	12 de octubre 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN -ANÁLISIS -ORDENACIÓN Y CLASIFICACIÓN - DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	RECORDANDO LO QUE HE APRENDIDO		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realiza descripción de las características visuales de figuras.</li> <li>- Describe de manera formal las características de los objetos presentados.</li> <li>- Realiza diferentes demostraciones para llegar a un mismo resultado.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	<b>Fase 5:</b> <b>Integración</b> Se llevara al salón de clase diferentes objetos de nuestro contexto para que los estudiantes puedan hallar el perímetro de estos sólidos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Recolectar diferentes materiales a los que ellos deben hallar el perímetro.</li> <li>- Participación activa del estudiante en la actividad.</li> </ul>	Guía de trabajo
<b>Mecanismos previstos para la evaluación y el seguimiento de los aprendizajes.</b>	<b>Instrumentos:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Diario de campo:</b> Narración sobre lo acontecido durante el desarrollo de la actividad (comportamientos, actitudes, preguntas y respuestas de los estudiantes).</li> <li>▪ <b>Planeación de la Actividad:</b> Desarrollo de cada una de las partes propuestas.</li> <li>▪ <b>Material elaborado:</b> Guía de aplicación, solido elaborado (Piscina).</li> <li>▪ <b>Grabación:</b> en video de toda la intervención.</li> <li>▪ <b>Registro Fotográfico:</b> Del trabajo individual y grupal de los estudiantes en el desarrollo de la actividad.</li> </ul> <b>Evaluación:</b> <i>Autoevaluación:</i> Cada estudiante reflexionará sobre su proceso de aprendizaje durante el desarrollo de la actividad.  <i>Coevaluación:</i> Cada grupo evaluará las estrategias y argumentos de los compañeros ante las situaciones planteadas en la socialización.  <i>Heteroevaluación:</i> Para ello se establecen los siguientes criterios:		

<b>SESIÓN</b>	<b>TRES</b>		
<b>ACTIVIDAD</b>	<b>1</b>		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	12 de octubre 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN -ANÁLISIS -ORDENACIÓN Y CLASIFICACIÓN -DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	RECORDANDO LO QUE HE APRENDIDO		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realiza descripción de las características visuales de figuras.</li> <li>- Describe de manera formal las características de los objetos presentados.</li> <li>- Realiza diferentes demostraciones para llegar a un mismo resultado.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se evaluará como contestan los alumnos y el porqué de sus respuestas.</li> <li>- La entrega oportuna de las actividades asignadas</li> <li>- La participación en la clase.</li> <li>- El avance de Nivel que obtengan los estudiantes.</li> </ul>		

Fuente: Elaboración de la autora del proyecto teniendo como base el proyecto de Maira Martínez

**Tabla 13. Planeación de la sección tres actividad 2 de la secuencia**

<b>SESIÓN</b>	<b>3</b>		
<b>ACTIVIDAD</b>	<b>2</b>		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	19 de octubre 2017		
<b>NIVELES</b>	-VISUALIZACIÓN -ANÁLISIS -ORDENACIÓN Y CLASIFICACIÓN -DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	RECORDANDO LO QUE HE APRENDIDO (área)		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica las propiedades y componentes de los objetos tridimensionales.</li> <li>- Conoce el nombre de figuras tridimensionales que están conformando los objetos del contexto.</li> <li>- Halla el perímetro de figuras solidas de su contexto.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
Se desarrollarán actividades donde se pueda afianzar el concepto de área de figuras	<b>Fase 1:</b> <b>Información</b> Se les proyectara un video de las diferentes figuras geométricas	Los estudiantes deben: Analicen las diferentes formas que existen para hallar el área de figuras planas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Video calculando áreas.<sup>59</sup></li> <li>- Anexo J</li> </ul>

<sup>59</sup> You Tube. Unpuncocircular. Calculando áreas. (2 de agosto2012) [consultado: 5 septiembre de 2017] Disponible internet: <https://www.youtube.com/watch?v=E1uWLydHTqA>.

<b>SESIÓN</b>	3		
<b>ACTIVIDAD</b>	2		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	19 de octubre 2017		
<b>NIVELES</b>	-VISUALIZACIÓN -ANÁLISIS -ORDENACIÓN Y CLASIFICACIÓN - DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	RECORDANDO LO QUE HE APRENDIDO (área)		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica las propiedades y componentes de los objetos tridimensionales.</li> <li>- Conoce el nombre de figuras tridimensionales que están conformando los objetos del contexto.</li> <li>- Halla el perímetro de figuras solidas de su contexto.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
planas y aplicarlo en figura tridimensionales.	planas y cuáles son las fórmulas para hallar el área de las figuras.	Expliquen con sus palabras los procesos propuestos en los videos.	
	<b>Fase 2: Orientación dirigida</b> Los estudiantes realizaran una cartelera con las fórmulas para hallar el área de las figuras, y será pegada en el aula de clase,	Elaboren un cartel con las fórmulas que existen para hallar el área.  Conozcan los elementos que intervienen al momento de hallar el área de las figuras.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Papel Bonn y guía de figuras para grupos de cuatro</li> <li>1. Cuadrado</li> <li>- Rectángulo</li> <li>- Triangulo</li> <li>2. - Rombo</li> <li>- Trapecio</li> <li>- Trapezoide</li> <li>3. Circulo</li> <li>Polígono regular:</li> <li>- Hexágono.</li> <li>Pentágono</li> <li>- Octágono.</li> </ul>
	<b>Fase 3: Explicación</b> Se realizará una actividad práctica donde en grupo de 4 personas hallaran el área de diferentes figuras.	Demuestren la aplicación de las formulas utilizando las mediciones realizadas por cada estudiante.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Figuras geométricas para que el estudiante halle el área.</li> <li>Guía de apoyo para profundizar el concepto de área.</li> </ul>

<b>SESIÓN</b>	3		
<b>ACTIVIDAD</b>	2		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	19 de octubre 2017		
<b>NIVELES</b>	-VISUALIZACIÓN -ANÁLISIS -ORDENACIÓN Y CLASIFICACIÓN - DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	RECORDANDO LO QUE HE APRENDIDO (área)		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica las propiedades y componentes de los objetos tridimensionales.</li> <li>- Conoce el nombre de figuras tridimensionales que están conformando los objetos del contexto.</li> <li>- Halla el perímetro de figuras solidas de su contexto.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	<p><b>Fase 4y 5</b></p> <p><b>Orientación libre y integración</b></p> <p>Los estudiantes realizaran la solución de un situación problema que se les planteara para luego en socialización harán saber su respuesta y como lo hicieron.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Apliquen los conocimientos adquiridos al momento de solucionar un problema.</li> </ul>	<p>Guía de ejercicios de aplicación de áreas virtual.</p>
<b>Mecanismos previstos para la evaluación y el seguimiento de los aprendizajes.</b>	<p><b>Instrumentos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Diario de campo:</b> Narración sobre lo acontecido durante el desarrollo de la actividad (comportamientos, actitudes, preguntas y respuestas de los estudiantes).</li> <li>▪ <b>Planeación de la Actividad:</b> Desarrollo de cada una de las partes propuestas.</li> <li>▪ <b>Material elaborado:</b> Guía de aplicación,</li> <li>▪ <b>Grabación:</b> en video de toda la intervención.</li> <li>▪ <b>Registro Fotográfico:</b> Del trabajo individual y grupal de los estudiantes en el desarrollo de la actividad.</li> <li>▪ <b>Evaluación:</b></li> </ul> <p><i>Autoevaluación:</i> Cada estudiante reflexionará sobre su proceso de aprendizaje durante el desarrollo de la actividad.</p> <p><i>Coevaluación:</i> Cada grupo evaluará las estrategias y argumentos de los compañeros ante las situaciones planteadas en la socialización.</p> <p><i>Heteroevaluación:</i> Para ello se establecen los siguientes criterios:</p>		

<b>SESIÓN</b>	3		
<b>ACTIVIDAD</b>	2		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	19 de octubre 2017		
<b>NIVELES</b>	-VISUALIZACIÓN -ANÁLISIS -ORDENACIÓN Y CLASIFICACIÓN - DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	RECORDANDO LO QUE HE APRENDIDO (área)		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica las propiedades y componentes de los objetos tridimensionales.</li> <li>- Conoce el nombre de figuras tridimensionales que están conformando los objetos del contexto.</li> <li>- Halla el perímetro de figuras solidas de su contexto.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se evaluará como contestan los alumnos y el porqué de sus respuestas.</li> <li>- La entrega oportuna de las actividades asignadas</li> <li>- La participación en la clase.</li> </ul> <p>El avance de Nivel que obtengan los estudiantes´.</p>		

**Tabla 14. Planeación de la sesión tres actividad 3 de la secuencia**

<b>SESIÓN</b>	3		
<b>ACTIVIDAD</b>	3		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	24 de octubre 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN -ANÁLISIS -ORDENACIÓN Y CLASIFICACIÓN - DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	Demuestro lo que he aprendido		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica en el contexto la forma de objetos tridimensionales.</li> <li>- Describe de manera formal las características de los objetos presentados.</li> <li>- Realiza comprobaciones de relaciones de volumen entre objetos distintos.</li> <li>- Elige unidades de medidas adecuadas para los objetos presentados.</li> <li>- Realiza diferentes demostraciones para llegar a un mismo resultado.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
Los estudiantes desarrollan una actividad práctica de medición de lugares para hallar el perímetro y área de las dimensiones seleccionadas.	<b>Fase 1 y 2</b> <b>Información Y orientación dirigida:</b> La docente dará las orientaciones a los estudiantes sobre la actividad a desarrollar	los estudiantes deben presentar: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Actitud de escucha frente a las indicaciones dadas por la docente.</li> </ul>	Metro.  Guía de rotación de los equipos para la actividad.

<b>SESIÓN</b>	<b>3</b>		
<b>ACTIVIDAD</b>	<b>3</b>		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	24 de octubre 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN -ANÁLISIS -ORDENACIÓN Y CLASIFICACIÓN - DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	Demuestro lo que he aprendido		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica en el contexto la forma de objetos tridimensionales.</li> <li>- Describe de manera formal las características de los objetos presentados.</li> <li>- Realiza comprobaciones de relaciones de volumen entre objetos distintos.</li> <li>- Elige unidades de medidas adecuadas para los objetos presentados.</li> <li>- Realiza diferentes demostraciones para llegar a un mismo resultado.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	<p>durante la sesión. En grupos de tres personas van a medir las dimensiones del:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- las dimensiones del colegio.</li> <li>- la cancha</li> <li>- El patio del colegio</li> <li>- el plano y las dimensiones de la casa.</li> </ul> <p>Las mediciones se realizarán con una cinta métrica de 3m.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Demuestra facilidad para conformar grupos para el trabajo en equipo.</li> </ul>	
	<p><b>Fase 3 y 4</b></p> <p><b>Explicación y orientación dirigida.</b></p> <p>Los estudiantes recogerán la información solicitada por la docente en la fase anterior en la guía de medición, saliendo del aula para cumplir con las actividades también siguiendo la guía de rotación entregada por la</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Construyan el concepto de área y perímetro a partir de actividades de medición.</li> <li>- Utilicen correctamente las unidades de medición, de la cinta métrica.</li> <li>- Demuestren la adquisición de conocimiento.</li> </ul>	<p>Formato de guía para la recolección de la información.</p> <p><b>Anexo k</b></p>

<b>SESIÓN</b>	<b>3</b>		
<b>ACTIVIDAD</b>	<b>3</b>		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	24 de octubre 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN -ANÁLISIS -ORDENACIÓN Y CLASIFICACIÓN - DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	Demuestro lo que he aprendido		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica en el contexto la forma de objetos tridimensionales.</li> <li>- Describe de manera formal las características de los objetos presentados.</li> <li>- Realiza comprobaciones de relaciones de volumen entre objetos distintos.</li> <li>- Elige unidades de medidas adecuadas para los objetos presentados.</li> <li>- Realiza diferentes demostraciones para llegar a un mismo resultado.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	docente para que no se crucen en las mediciones.		
	<b>Fase 5:</b> <b>Integración</b> Con la información recolectada halle el perímetro y el área de los lugares donde se realizaron la medición y exponga ante sus compañeros	- Desarrollo de habilidades comunicativas y utilización del lenguaje matemático.	
<b>Mecanismos previstos para la evaluación y el seguimiento de los aprendizajes.</b>	<b>Instrumentos:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Diario de campo:</b> Narración sobre lo acontecido durante el desarrollo de la actividad (comportamientos, actitudes, preguntas y respuestas de los estudiantes).</li> <li>▪ <b>Planeación de la Actividad:</b> Desarrollo de cada una de las partes propuestas.</li> <li>▪ <b>Material elaborado:</b> Guía de aplicación,</li> <li>▪ <b>Grabación:</b> en video de toda la intervención.</li> <li>▪ <b>Registro Fotográfico:</b> Del trabajo individual y grupal de los estudiantes en el desarrollo de la actividad.</li> <li>▪ <b>Evaluación:</b>  <i>Autoevaluación:</i> Cada estudiante reflexionará sobre su proceso de aprendizaje durante el desarrollo de la actividad.  <i>Coevaluación:</i> Cada grupo evaluará las estrategias y argumentos de los compañeros ante las situaciones planteadas en la socialización.</li> </ul>		

<b>SESIÓN</b>	<b>3</b>		
<b>ACTIVIDAD</b>	<b>3</b>		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	24 de octubre 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN -ANÁLISIS -ORDENACIÓN Y CLASIFICACIÓN - DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	Demuestro lo que he aprendido		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica en el contexto la forma de objetos tridimensionales.</li> <li>- Describe de manera formal las características de los objetos presentados.</li> <li>- Realiza comprobaciones de relaciones de volumen entre objetos distintos.</li> <li>- Elige unidades de medidas adecuadas para los objetos presentados.</li> <li>- Realiza diferentes demostraciones para llegar a un mismo resultado.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	<i>Heteroevaluación:</i> Para ello se establecen los siguientes criterios: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Se evaluará como contestan los alumnos y el porqué de sus respuestas.</li> <li>- La entrega oportuna de las actividades asignadas</li> <li>- La participación en la clase.</li> </ul>		

Fuente: Elaboración de la autora del proyecto teniendo como base el proyecto de Maira Alejandra Martínez

**Tabla 15. Planeación de la sesión cuatro de la secuencia**

<b>SESIÓN</b>	<b>4</b>		
<b>ACTIVIDAD</b>	<b>1</b>		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	26 de octubre 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- VISUALIZACIÓN</li> <li>- ORDENACIÓN</li> <li>- DEDUCCIÓN FORMAL</li> </ul>		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	ELABORACIÓN DEL PLANO DE LA CASA DE MIS SUEÑOS		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica las propiedades y componentes de los objetos tridimensionales.</li> <li>- Elige unidades de medidas adecuadas para los objetos presentados.</li> <li>- Realiza mediciones correctas de las figuras.</li> <li>- Realiza diferentes demostraciones para llegar a un mismo resultado.</li> <li>- Representa mentalmente la composición de los sólidos.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
Los estudiantes elaboraran el plano de la casa que han	<b>Fase 1:</b> <b>Información</b>	En esta fase se espera que los estudiantes:	Videos

<b>SESIÓN</b>	4		
<b>ACTIVIDAD</b>	1		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	26 de octubre 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- VISUALIZACIÓN</li> <li>- ORDENACIÓN</li> <li>- DEDUCCIÓN FORMAL</li> </ul>		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	ELABORACIÓN DEL PLANO DE LA CASA DE MIS SUEÑOS		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica las propiedades y componentes de los objetos tridimensionales.</li> <li>- Elige unidades de medidas adecuadas para los objetos presentados.</li> <li>- Realiza mediciones correctas de las figuras.</li> <li>- Realiza diferentes demostraciones para llegar a un mismo resultado.</li> <li>- Representa mentalmente la composición de los sólidos.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
soñado manejando los procesos recordados en la actividad anterior de perímetro y área.	Se les presenta a los estudiantes videos de cómo se elaboran los planos para las casas. Para que tenga una idea clara de los datos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifique las características principales de los planos.</li> <li>- Conozcan los instrumentos y los programas más viables para los diseños de planos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dibujo plano en Microsoft Excel.<sup>60</sup></li> <li>- Crear planos de forma fácil y sencilla.<sup>61</sup></li> <li>- Video beam.</li> </ul>
	<p><b>Fase 2: Orientación dirigida</b></p> <p>La docente les presenta a los estudiantes el programa sobre el cual van a elaborar el plano de su casa y las características que este debe tener.</p> <p>Escala 1: 100cm</p> <p>Perímetro:</p> <p>Área:</p>	<p>Se espera que los estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Apliquen los conocimientos adquiridos.</li> <li>- Demuestren el dominio de conceptos de área y perímetro en figuras planas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Computadores.</li> <li>- Programa.</li> <li>- Guía de instrucciones.</li> <li>- Anexo L</li> </ul>

<sup>60</sup> ANDRADE, Jorge. Dibujo plano en Microsoft Excel. You Tube (5 junio 2017) [consultado el 6 de septiembre de 2017] Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=Y27GgpGwI14>

<sup>61</sup> CUYATE, Jhorvy. Crear planos en forma fácil y sencilla. You Tube (11 octubre de 2014) [consultado el 6 de septiembre de 2017] Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=oaAwFhyyyQM&t=2s>

<b>SESIÓN</b>	4		
<b>ACTIVIDAD</b>	1		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	26 de octubre 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- VISUALIZACIÓN</li> <li>- ORDENACIÓN</li> <li>- DEDUCCIÓN FORMAL</li> </ul>		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	ELABORACIÓN DEL PLANO DE LA CASA DE MIS SUEÑOS		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica las propiedades y componentes de los objetos tridimensionales.</li> <li>- Elige unidades de medidas adecuadas para los objetos presentados.</li> <li>- Realiza mediciones correctas de las figuras.</li> <li>- Realiza diferentes demostraciones para llegar a un mismo resultado.</li> <li>- Representa mentalmente la composición de los sólidos.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	Dimensiones de cada uno de los compartimientos.		
	<b>Fase 3y 4</b> <b>Explicación y orientación libre</b> Los estudiantes elaboran el plano de su casa de los sueños y tendrán orientación de la docente si se hace necesario.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Elabore el plano teniendo en cuenta las orientaciones dadas por el docente.</li> <li>- Dominio de dimensiones a escala de las unidades de medida.</li> </ul>	- Computadores
	<b>Fase 5:</b> <b>Integración</b> Los estudiantes exponen ante sus compañeros el diseño del plano de la casa de sus sueños con sus dimensiones y características especiales.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilización del lenguaje matemático apropiado.</li> <li>- Respeto por las actividades presentadas por sus compañeros.</li> </ul>	Video Beam Memoria Plano en forma impresa
<b>Mecanismos previstos para la evaluación y el seguimiento de los aprendizajes.</b>	<b>Instrumentos:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Diario de campo:</b> Narración sobre lo acontecido durante el desarrollo de la actividad (comportamientos, actitudes, preguntas y respuestas de los estudiantes).</li> <li>▪ <b>Planeación de la Actividad:</b> Desarrollo de cada una de las partes propuestas.</li> <li>▪ <b>Material elaborado:</b> plano de la casa de los sueños</li> <li>▪ <b>Grabación:</b> en video de toda la intervención.</li> </ul>		

<b>SESIÓN</b>	<b>4</b>		
<b>ACTIVIDAD</b>	<b>1</b>		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	26 de octubre 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- VISUALIZACIÓN</li> <li>- ORDENACIÓN</li> <li>- DEDUCCIÓN FORMAL</li> </ul>		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	ELABORACIÓN DEL PLANO DE LA CASA DE MIS SUEÑOS		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica las propiedades y componentes de los objetos tridimensionales.</li> <li>- Elige unidades de medidas adecuadas para los objetos presentados.</li> <li>- Realiza mediciones correctas de las figuras.</li> <li>- Realiza diferentes demostraciones para llegar a un mismo resultado.</li> <li>- Representa mentalmente la composición de los sólidos.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Registro Fotográfico:</b> Del trabajo individual y grupal de los estudiantes en el desarrollo de la actividad.</li> </ul> <p><b>Evaluación:</b></p> <p><i>Autoevaluación:</i> Cada estudiante reflexionará sobre su proceso de aprendizaje durante el desarrollo de la actividad.</p> <p><i>Coevaluación:</i> Cada grupo evaluará las estrategias y argumentos de los compañeros ante las situaciones planteadas en la socialización.</p> <p><i>Heteroevaluación:</i> Para ello se establecen los siguientes criterios:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Se evaluará como contestan los alumnos y el porqué de sus respuestas.</li> <li>- La entrega oportuna de las actividades asignadas</li> <li>- La participación en la clase.</li> <li>- El avance de Nivel que obtengan los estudiantes.</li> </ul>		

Fuente: Elaboración de la autora del proyecto teniendo como base el proyecto de Maira Martínez

**Tabla 16. Planeación de la sesión cinco de la secuencia**

<b>SESIÓN</b>	5		
<b>ACTIVIDAD</b>	1		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	2 de noviembre 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN ANÁLISIS ORDENACIÓN DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	Construyo y hallo el Volumen de prismas		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Describe de manera formal las características de los objetos presentados.</li> <li>- Dibuja pirámides y cilindros identificando cada una de sus partes.</li> <li>- Justifica la respuesta de problemas con demostraciones lógicas y formales de volumen.</li> <li>- Resuelve problemas con áreas y volúmenes de cuerpos sólidos.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
Enseñar las fórmulas para hallar el volumen de prismas y realizar ejercicios de aplicación con objetos del contexto.	<b>Fase 1:</b> <b>Información</b> Se le plantea al estudiante interrogantes como ¿Cuántos peces se pueden meter en un acuario? ¿Cuánto pesa cada bloque de hormigón? A partir de unas imágenes que estarán pegadas en el salón de clase.	Se espera que los estudiantes: - Fomenten curiosidad hacia el aprendizaje del volumen de los prismas. - Participen activamente en el desarrollo de la actividad.	Imágenes de ambientación del salón.
	<b>Fase 2: Orientación dirigida</b> Explicación de la docente de las características de los primas, las fórmulas para hallar el área lateral, área total y volumen. Explicación de solución de ejercicios de prismas por la docente	- Actitud de escucha y atención para con la explicación de la docente. - Identifiquen los valores básicos para hallar el volumen de los prismas.	Expografos y tablero.
	<b>Fase 3 y 4:</b> <b>Explicación</b>	- Apliquen las fórmulas de volumen en ejercicios	

<b>SESIÓN</b>	5		
<b>ACTIVIDAD</b>	1		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	2 de noviembre 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN ANÁLISIS ORDENACIÓN DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	Construyo y hallo el Volumen de prismas		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Describe de manera formal las características de los objetos presentados.</li> <li>- Dibuja pirámides y cilindros identificando cada una de sus partes.</li> <li>- Justifica la respuesta de problemas con demostraciones lógicas y formales de volumen.</li> <li>- Resuelve problemas con áreas y volúmenes de cuerpos sólidos.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	Los estudiantes desarrollan talleres de aplicación donde se ponga en práctica lo enseñado durante la fase anterior	propuestos de profundización.	Guía de talleres de aplicación Anexo M
<b>Mecanismos previstos para la evaluación y el seguimiento de los aprendizajes.</b>	<p><b>Instrumentos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Diario de campo:</b> Narración sobre lo acontecido durante el desarrollo de la actividad (comportamientos, actitudes, preguntas y respuestas de los estudiantes).</li> <li>▪ <b>Planeación de la Actividad:</b> Desarrollo de cada una de las partes propuestas.</li> <li>▪ <b>Material elaborado:</b> plano de la casa de los sueños</li> <li>▪ <b>Grabación:</b> en video de toda la intervención.</li> <li>▪ <b>Registro Fotográfico:</b> Del trabajo individual y grupal de los estudiantes en el desarrollo de la actividad.</li> </ul> <p><b>Evaluación:</b></p> <p><i>Autoevaluación:</i> Cada estudiante reflexionará sobre su proceso de aprendizaje durante el desarrollo de la actividad.</p> <p><i>Coevaluación:</i> Cada grupo evaluará las estrategias y argumentos de los compañeros ante las situaciones planteadas en la socialización.</p> <p><i>Heteroevaluación:</i> Para ello se establecen los siguientes criterios:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Se evaluará como contestan los alumnos y el porqué de sus respuestas.</li> <li>- La entrega oportuna de las actividades asignadas</li> <li>- La participación en la clase.</li> </ul> <p>El avance de Nivel que obtengan los estudiantes.</p>		

Fuente: elaboración de la autora del proyecto teniendo como base el proyecto de Maira Alejandra Martínez

**Tabla 17. Planeación de la sesión cinco actividad dos de la secuencia**

<b>SESIÓN</b>	5		
<b>ACTIVIDAD</b>	2		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	7 de noviembre 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN ANÁLISIS ORDENACIÓN DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	CONSTRUYO Y HALLO EL VOLUMEN DE PIRÁMIDES		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Describe de manera formal las características de los objetos presentados.</li> <li>- Dibuja pirámides y cilindros identificando cada una de sus partes.</li> <li>- Justifica la respuesta de problemas con demostraciones lógicas y formales de volumen.</li> <li>- Resuelve problemas con áreas y volúmenes de cuerpos sólidos.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
Conocer y aplicar la fórmula de área y volumen para figuras geométricas que tienen un base y sus caras laterales son triángulos (pirámides)	<p><b>Fase 1:</b></p> <p><b>Información</b></p> <p>Se les proyectara un video donde se mostrará cómo se construyen pirámides y que características principales se pueden observar en ella.</p>	<p>Se espera que los estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Conozcan la importancia e historia de las pirámides.</li> <li>- Se motiven a aprender sobre el tema de pirámides.</li> </ul>	<p>Video</p> <p>El secreto de las pirámides<sup>62</sup></p> <p>Volumen de pirámides.<sup>63</sup></p>
	<p><b>Fase 2: Orientación dirigida.</b></p> <p>Los estudiantes se unirán en grupos de a tres personas y luego se les entregarán pirámides de diferentes tamaños para que ellos descubran sus características respondiendo preguntas como</p> <p>¿Qué nombre reciben las pirámides de acuerdo a su base?</p> <p>¿Cómo podemos calcular el área y el volumen? ¿Qué necesitamos saber para calcular</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Descubran las características de las pirámides a partir de la observación.</li> <li>- Analicen los objetos de forma piramidal.</li> <li>- Respondan preguntas correctamente.</li> </ul>	<p>Objetos en forma piramidal.</p> <p>Guía de observación para el análisis de las características.</p> <p><b>Anexo N</b></p>

<sup>62</sup> APLOIDE, kids. Cuentos Apps para niños. El secreto de la pirámide. You tube (27 junio2017) [7 de septiembre de 2017] Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=j6GVOYLp9ug>.

<sup>63</sup> CARREÓN, David. Volumen de pirámides. You tube (17 de septiembre de 2017) [25 de septiembre 2017]. Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=VpOKrHNLCeM>.

<b>SESIÓN</b>	5		
<b>ACTIVIDAD</b>	2		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	7 de noviembre 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN ANÁLISIS ORDENACIÓN DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	CONSTRUYO Y HALLO EL VOLUMEN DE PIRÁMIDES		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Describe de manera formal las características de los objetos presentados.</li> <li>- Dibuja pirámides y cilindros identificando cada una de sus partes.</li> <li>- Justifica la respuesta de problemas con demostraciones lógicas y formales de volumen.</li> <li>- Resuelve problemas con áreas y volúmenes de cuerpos sólidos.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	el área y el volumen? ¿Qué objetos de nuestro entorno tienen la forma de pirámide?		
	<b>Fase 3:</b> <b>Explicación</b> La docente hará la explicación correspondiente al volumen de pirámides y en los grupos formados construirá una pirámide. Con sus medidas para luego hallar área lateral, total y el volumen	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Actitud de escucha y atención para con la explicación de la docente.</li> <li>- Identifiquen los valores básicos para hallar el volumen de las pirámides.</li> </ul>	
	<b>Fase 4:</b> <b>Orientación dirigida</b> La docente le entregará una guía con unos ejercicios de aplicación para ser desarrollados por los estudiantes.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Apliquen correctamente el proceso para hallar el área y volumen de pirámides.</li> </ul>	Guía de ejercicios de aplicación de volumen de pirámides.
	<b>Fase 5:</b> <b>Integración</b> Al finalizar la actividad se realizará una reflexión acerca del proceso de volumen de	Identifiquen la importancia de realizar procesos exactos al momento de hallar el volumen de los objetos.	

<b>SESIÓN</b>	5		
<b>ACTIVIDAD</b>	2		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	7 de noviembre 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN ANÁLISIS ORDENACIÓN DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	CONSTRUYO Y HALLO EL VOLUMEN DE PIRÁMIDES		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Describe de manera formal las características de los objetos presentados.</li> <li>- Dibuja pirámides y cilindros identificando cada una de sus partes.</li> <li>- Justifica la respuesta de problemas con demostraciones lógicas y formales de volumen.</li> <li>- Resuelve problemas con áreas y volúmenes de cuerpos sólidos.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	pirámides con las siguientes preguntas.		
<b>Mecanismos previstos para la evaluación y el seguimiento de los aprendizajes.</b>	<p><b>Instrumentos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Diario de campo:</b> Narración sobre lo acontecido durante el desarrollo de la actividad (comportamientos, actitudes, preguntas y respuestas de los estudiantes).</li> <li>▪ <b>Planeación de la Actividad:</b> Desarrollo de cada una de las partes propuestas.</li> <li>▪ <b>Material elaborado:</b> pirámides</li> <li>▪ <b>Grabación:</b> en video de toda la intervención.</li> <li>▪ <b>Registro Fotográfico:</b> Del trabajo individual y grupal de los estudiantes en el desarrollo de la actividad.</li> </ul> <p><b>Evaluación:</b></p> <p><i>Autoevaluación:</i> Cada estudiante reflexionará sobre su proceso de aprendizaje durante el desarrollo de la actividad.</p> <p><i>Coevaluación:</i> Cada grupo evaluará las estrategias y argumentos de los compañeros ante las situaciones planteadas en la socialización.</p> <p><i>Heteroevaluación:</i> Para ello se establecen los siguientes criterios:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Se evaluará como contestan los alumnos y el porqué de sus respuestas.</li> <li>- La entrega oportuna de las actividades asignadas</li> <li>- La participación en la clase.</li> </ul> <p>El avance de Nivel que obtengan los estudiantes.</p>		

Fuente: Elaboración de la autora del proyecto teniendo como base el proyecto de Maira Alejandra Martínez

**Tabla 18. Planeación de la sesión cinco actividad tres de la secuencia**

<b>SESIÓN</b>	5		
<b>ACTIVIDAD</b>	3		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	8 de noviembre de 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN ANÁLISIS ORDENACIÓN DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	Construyo y hallo volumen de cilindros.		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Describe de manera formal las características de los objetos presentados.</li> <li>- Dibuja pirámides y cilindros identificando cada una de sus partes.</li> <li>- Justifica la respuesta de problemas de volumen con demostraciones lógicas y formales de volumen.</li> <li>- Resuelve problemas con áreas y volúmenes de cuerpos sólidos.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
Conocer y aplicar las fórmulas de áreas y volumen de figuras cilíndricas y su aplicación en el contexto con la solución de problemas de la vida cotidiana	<b>Fase 1: Información</b> Los estudiantes elaboraran un cilindro en cartulina de forma individual.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conozcan las partes de un desarrollo plano del cilindro y sus características.</li> </ul>	Desarrollo plano en cartulina del cilindro.
	<b>Fase 2: Orientación dirigida y explicación:</b> La docente hará la explicación correspondiente de las fórmulas para hallar el volumen de los cilindros, realizando ejercicios de ejemplificación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifiquen los valores básicos para hallar el volumen de los cilindros.</li> <li>- Respondan preguntas correctamente que se van air planteando a medida que se realiza la explicación.</li> </ul>	Tablero  Expografo  Cuaderno de apuntes.
	<b>Fase 4: Orientación dirigida</b> Se desarrollaran actividades de solución de problemas planteados a partir de situaciones cotidianas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Solucionen problemas sobre de área y volumen de cilindros.</li> <li>- Demuestre los conocimientos sobre cilindros que ha adquirido.</li> </ul>	Guía de actividades Anexo O

<b>SESIÓN</b>	5		
<b>ACTIVIDAD</b>	3		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	8 de noviembre de 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN ANÁLISIS ORDENACIÓN DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	Construyo y hallo volumen de cilindros.		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Describe de manera formal las características de los objetos presentados.</li> <li>- Dibuja pirámides y cilindros identificando cada una de sus partes.</li> <li>- Justifica la respuesta de problemas de volumen con demostraciones lógicas y formales de volumen.</li> <li>- Resuelve problemas con áreas y volúmenes de cuerpos sólidos.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	<b>Fase 5:</b>  <b>Integración:</b> Se realizará el concurso alcance la estrella donde se hará preguntas sobre el volumen de los diferentes sólidos estudiados durante las sesiones anteriores.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Participe activamente en el desarrollo de la actividad.</li> <li>- Evidencie la adquisición del conocimiento.</li> <li>- Respeto hacia los demás compañeros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Guía de preguntas <b>ANEXO O</b></li> <li>- Estrellas.</li> <li>- Cinta.</li> </ul>
<b>Mecanismos previstos para la evaluación y el seguimiento de los aprendizajes.</b>	<b>Instrumentos:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Diario de campo:</b> Narración sobre lo acontecido durante el desarrollo de la actividad (comportamientos, actitudes, preguntas y respuestas de los estudiantes).</li> <li>▪ <b>Planeación de la Actividad:</b> Desarrollo de cada una de las partes propuestas.</li> <li>▪ <b>Material elaborado:</b> pirámides</li> <li>▪ <b>Grabación:</b> en video de toda la intervención.</li> <li>▪ <b>Registro Fotográfico:</b> Del trabajo individual y grupal de los estudiantes en el desarrollo de la actividad.</li> </ul> <b>Evaluación:</b> <i>Autoevaluación:</i> Cada estudiante reflexionará sobre su proceso de aprendizaje durante el desarrollo de la actividad.  <i>Coevaluación:</i> Cada grupo evaluará las estrategias y argumentos de los compañeros ante las situaciones planteadas en la socialización.  <i>Heteroevaluación:</i> Para ello se establecen los siguientes criterios:		
Continuación cuadro 12			

<b>SESIÓN</b>	5		
<b>ACTIVIDAD</b>	3		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	8 de noviembre de 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN ANÁLISIS ORDENACIÓN DEDUCCIÓN FORMAL		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	Construyo y hallo volumen de cilindros.		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Describe de manera formal las características de los objetos presentados.</li> <li>- Dibuja pirámides y cilindros identificando cada una de sus partes.</li> <li>- Justifica la respuesta de problemas de volumen con demostraciones lógicas y formales de volumen.</li> <li>- Resuelve problemas con áreas y volúmenes de cuerpos sólidos.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
			<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se evaluará como contestan los alumnos y el porqué de sus respuestas.</li> <li>- La entrega oportuna de las actividades asignadas</li> <li>- La participación en la clase.</li> </ul> <p>El avance de Nivel que obtengan los estudiantes.</p>

Fuente: Elaboración de la autora del proyecto teniendo como base el proyecto de Maira Alejandra Martínez

**Tabla 19. Planeación de la sesión seis de la secuencia**

<b>SESIÓN</b>	6		
<b>ACTIVIDAD</b>	1		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	9 de noviembre 2017		
<b>NIVEL DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN ANÁLISIS ORDENACIÓN DEDUCCIÓN FORMAL RIGOR		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	Materiales y unidades de medida.		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Al dibujar prismas reconoce cada una de sus propiedades.</li> <li>- Realiza mediciones correctas de las figuras.</li> <li>- Justifica la respuesta de problemas con demostraciones lógicas y formales de volumen.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	<b>Fase 1:</b> <b>Información</b>	Se espera que los estudiantes:	Videos Siete materiales de construcción <sup>64</sup>

<sup>64</sup> CUATRO OJOS. 7 materiales de construcción. You Tube. (20 de agosto 2016) [25 de septiembre 2017] Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=Pt13I24zKTc>.

<b>SESIÓN</b>	6		
<b>ACTIVIDAD</b>	1		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	9 de noviembre 2017		
<b>NIVEL DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN ANÁLISIS ORDENACIÓN DEDUCCIÓN FORMAL RIGOR		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	Materiales y unidades de medida.		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Al dibujar prismas reconoce cada una de sus propiedades.</li> <li>- Realiza mediciones correctas de las figuras.</li> <li>- Justifica la respuesta de problemas con demostraciones lógicas y formales de volumen.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	Video de diferentes materiales y maquinarias que se utilizan en la construcción de viviendas.	Observen con atención el video proyectado.  Identifiquen los diferentes materiales que se utilizan en la construcción.	Herramientas de construcción 0001 <sup>65</sup>
	<b>Fase 2: Orientación dirigida y explicación</b>  La docente explica sobre las unidades de medidas de volumen que se utilizan en la construcción teniendo en cuenta las diferentes presentaciones de los materiales.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifiquen los valores básicos para hallar las diferentes unidades de medida.</li> <li>- Respondan preguntas correctamente que se van air planteando a medida que se realiza la explicación.</li> </ul>	Guía de actividades de conversión de unidades teniendo en cuenta las utilizadas en la construcción de viviendas
	<b>Fase 4: Orientación dirigida</b>  Actividad de aplicación de las	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realizan actividades de conversión de unidades y el volumen de los objetos.</li> </ul>	Actividad en el laboratorio de física para hallar volumen líquidos y solidos

<sup>65</sup> PÁEZ, Iván. Herramientas de construcción 0001. You Tube (25 junio 2014) [25 de septiembre 2017] Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=96BbCz19jYg>.

<b>SESIÓN</b>	6		
<b>ACTIVIDAD</b>	1		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	9 de noviembre 2017		
<b>NIVEL DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN ANÁLISIS ORDENACIÓN DEDUCCIÓN FORMAL RIGOR		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	Materiales y unidades de medida.		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Al dibujar prismas reconoce cada una de sus propiedades.</li> <li>- Realiza mediciones correctas de las figuras.</li> <li>- Justifica la respuesta de problemas con demostraciones lógicas y formales de volumen.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	<p>unidades de medidas de capacidad y experimentación de cómo se hallan algunas medidas entre ellas el volumen cuando las formas no son geométricas exactas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica las unidades de medida adecuadas para situaciones de contexto real.</li> </ul>	
	<p><b>Fase 5:</b> <b>Integración</b> Actividad en grupo para desarrollar una aproximación a la cantidad de materiales que cree se utilizara en una obra.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Fomenta el trabajo en equipo con sus compañeros.</li> <li>- Respeta la opinión de los demás compañeros.</li> </ul>	<p>Guía de actividades de aplicación Anexo P</p>
<b>Mecanismos previstos para la evaluación y el seguimiento de los aprendizajes.</b>	<p><b>Instrumentos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Diario de campo:</b> Narración sobre lo acontecido durante el desarrollo de la actividad (comportamientos, actitudes, preguntas y respuestas de los estudiantes).</li> <li>▪ <b>Planeación de la Actividad:</b> Desarrollo de cada una de las partes propuestas.</li> <li>▪ <b>Material elaborado:</b> pirámides</li> <li>▪ <b>Grabación:</b> en video de toda la intervención.</li> </ul>		

<b>SESIÓN</b>	<b>6</b>		
<b>ACTIVIDAD</b>	<b>1</b>		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	9 de noviembre 2017		
<b>NIVEL DE RAZONAMIENTO</b>	VISUALIZACIÓN ANÁLISIS ORDENACIÓN DEDUCCIÓN FORMAL RIGOR		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	Materiales y unidades de medida.		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Al dibujar prismas reconoce cada una de sus propiedades.</li> <li>- Realiza mediciones correctas de las figuras.</li> <li>- Justifica la respuesta de problemas con demostraciones lógicas y formales de volumen.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
Continuación cuadro 13	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Registro Fotográfico:</b> Del trabajo individual y grupal de los estudiantes en el desarrollo de la actividad.</li> </ul> <p><b>Evaluación:</b></p> <p><i>Autoevaluación:</i> Cada estudiante reflexionará sobre su proceso de aprendizaje durante el desarrollo de la actividad.</p> <p><i>Coevaluación:</i> Cada grupo evaluará las estrategias y argumentos de los compañeros ante las situaciones planteadas en la socialización.</p> <p><i>Heteroevaluación:</i> Para ello se establecen los siguientes criterios:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Se evaluará como contestan los alumnos y el porqué de sus respuestas.</li> <li>- La entrega oportuna de las actividades asignadas</li> <li>- La participación en la clase.</li> </ul> <p>El avance de Nivel que obtengan los estudiantes.</p>		

Fuente: Elaboración de la autora del proyecto teniendo como base el proyecto de Maira Alejandra Martínez

**Tabla 20. Planeación de la sesión seis actividad dos de la secuencia**

<b>SESIÓN</b>	6			
<b>ACTIVIDAD</b>	2			
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	14 de noviembre 2017			
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE</b>	VISUALIZACIÓN ANÁLISIS ORDENACIÓN DEDUCCIÓN FORMAL RIGOR			
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	RECORDANDO LO QUE HE APRENDIDO			
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realiza mediciones correctas de las figuras.</li> <li>- Justifica la respuesta de problemas con demostraciones lógicas y formales de volumen.</li> <li>- Resuelve problemas con áreas y volúmenes de cuerpos sólidos.</li> </ul>			
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>	
Los estudiantes demostraran los conocimientos adquiridos durante la secuencia, con la elaboración de la maqueta de la casa de sus sueños y la socialización a todos los compañeros de las dimensiones y el volumen ocupado de la casa.	<b>Fase 1:</b> <b>Información</b> La docente dará instrucciones sobre el proceso de elaboración de la maqueta de la casa de sus sueños. Material a utilizar Medidas escala Lugares identificados. Además de las pautas de exposición del trabajo	Se espera que los estudiantes: -sigan las indicaciones dadas por la docente para la elaboración de la maqueta.	<b>Tablero y marcadores.</b>	
	<b>Fase 2: Orientación dirigida explicación, orientación dirigida</b> Elaboración de la maqueta.	- Diseñe y elabore la maqueta de la casa de su sueño.		Catón paja, silicona, vinilos pinceles, regla lápiz tijeras borrador
	<b>Fase 5:</b> <b>Integración</b>	- Demuestre el dominio del temas y la utilización del lenguaje matemático apropiado		Exposición del trabajo desarrollado durante la sesión.

<b>SESIÓN</b>	6		
<b>ACTIVIDAD</b>	2		
<b>FECHA DE IMPLEMENTACIÓN</b>	14 de noviembre 2017		
<b>NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE</b>	VISUALIZACIÓN ANÁLISIS ORDENACIÓN DEDUCCIÓN FORMAL RIGOR		
<b>NOMBRE DE LA ACTIVIDAD</b>	RECORDANDO LO QUE HE APRENDIDO		
<b>DESCRIPCIÓN DE LOS RESULTADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realiza mediciones correctas de las figuras.</li> <li>- Justifica la respuesta de problemas con demostraciones lógicas y formales de volumen.</li> <li>- Resuelve problemas con áreas y volúmenes de cuerpos sólidos.</li> </ul>		
<b>DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>MOMENTOS DE LA ACTIVIDAD</b>	<b>LO QUE SE ESPERA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>RECURSOS</b>
	Exposición de la maqueta ante sus demás compañeros.		
<b>Mecanismos previstos para la evaluación y el seguimiento de los aprendizajes.</b>	<p><b>Instrumentos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Diario de campo:</b> Narración sobre lo acontecido durante el desarrollo de la actividad (comportamientos, actitudes, preguntas y respuestas de los estudiantes).</li> <li>▪ <b>Planeación de la Actividad:</b> Desarrollo de cada una de las partes propuestas.</li> <li>▪ <b>Material elaborado:</b> pirámides</li> <li>▪ <b>Grabación:</b> en video de toda la intervención.</li> <li>▪ <b>Registro Fotográfico:</b> Del trabajo individual y grupal de los estudiantes en el desarrollo de la actividad.</li> </ul> <p><b>Evaluación:</b></p> <p><i>Autoevaluación:</i> Cada estudiante reflexionará sobre su proceso de aprendizaje durante el desarrollo de la actividad.</p> <p><i>Coevaluación:</i> Cada grupo evaluará las estrategias y argumentos de los compañeros ante las situaciones planteadas en la socialización.</p> <p><i>Heteroevaluación:</i> Para ello se establecen los siguientes criterios:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Se evaluará como contestan los alumnos y el porqué de sus respuestas.</li> <li>- La entrega oportuna de las actividades asignadas</li> <li>- La participación en la clase.</li> </ul> <p>El avance de Nivel que obtengan los estudiantes.</p>		

Fuente: Elaboración de la autora del proyecto teniendo como base el proyecto de Maira Alejandra Martínez

## **7. PRESENTACIÓN, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS**

Se realizó el análisis, reflexión e interpretación de la información obtenida a través de los instrumentos y métodos utilizados durante la aplicación de la prueba diagnóstica, la intervención y la prueba final para documentar con rigurosidad la evolución del nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes según el modelo de Van Hiele.

Para realizar el análisis de la prueba diagnóstica y la prueba final se construyó una tabla que contiene el nivel de razonamiento y logros específicos sobre tareas propias con objetos tridimensionales, que debe alcanzar el estudiante para superar dicho nivel, teniendo en cuenta lo propuesto de forma general por Van Hiele.

Al aplicar la secuencia didáctica, cuando se terminaba una sesión, se analizaba y describían detalladamente los hallazgos de la misma, para luego tenerlos en cuenta en la próxima sesión por si se debía hacer ajustes a la planeación inicial.

### **7.1 ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL DIAGNÓSTICO**

En este apartado se describieron los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes, en la primera fase de la estructura metodológica, diagnóstico y problematización, y su respectivo análisis que nos permitió tener otra fuente de información para la realización del diseño y aplicación de la intervención en el aula.

**7.1.1 Análisis de la prueba diagnóstica.** En la aplicación de la parte A (Anexo D de la prueba) se obtuvieron los siguientes resultados que están distribuidos de acuerdo con los niveles de razonamiento propuestos por el modelo de Van Hiele, teniendo en cuenta las respuestas que justificaban el porqué de la selección numérica realizada por el estudiante.

A su vez permiten organizar la información, precisada por los resultados esperados en cada nivel de acuerdo con una clasificación construida por la docente investigadora.

**Tabla 21. Logros propuestos para cada nivel de Razonamiento**

NIVELES DE VAN HIELE	LO ESPERADO EN EL PROYECTO
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Visualización y reconocimiento.</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conoce el nombre de figuras tridimensionales que están conformando los objetos del contexto.</li> <li>- Realiza descripción de las características visuales de la pirámide, el prisma y el cono.</li> <li>- Identifica en el contexto la forma de objetos tridimensionales.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Nivel 1: Análisis.</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica las propiedades y componentes de los objetos tridimensionales.</li> <li>- Al dibujar prismas reconoce cada una de sus propiedades.</li> <li>- Dibuja pirámides y cilindros identificando cada una de sus partes.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Nivel 2: Ordenación o clasificación.</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Describe de manera formal las características de los objetos presentados.</li> <li>- Realiza demostraciones de relaciones de volumen entre objetos distintos.</li> <li>- Elige unidades de medidas adecuadas para los objetos presentados.</li> <li>- Realiza mediciones correctas de las figuras.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Nivel 3: Deducción formal.</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Justifica la respuesta de problemas con demostraciones lógicas y formales de volumen.</li> <li>- Formaliza sus conceptos de volumen en sistemas axiomáticos.</li> <li>- Realiza diferentes demostraciones para llegar a un mismo resultado.</li> </ul>

NIVELES DE VAN HIELE	LO ESPERADO EN EL PROYECTO
	- Representa mentalmente la composición de los sólidos.
▪ <b>Nivel 4: Rigor.</b>	- Utiliza gráficas para resolver y formular problemas que involucren congruencia y semejanza de figuras. - Resuelve y formula problemas con áreas y volúmenes de cuerpos sólidos. - Representa el volumen de sólidos en otros contextos.





Fuente: FOUZ, F. y de DONOSTI, B. Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría, un paseo por la geometría. Disponible en: <http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf>. 2005. p. 69-70. Modificada por la autora del proyecto

En la siguiente tabla se presentan los resultados distribuidos en los 5 niveles de razonamiento con las diferentes preguntas de cada nivel y la codificación dada a los estudiantes para obtener un resultado numérico de los que aprobaron las preguntas de la prueba, y poder ubicarlos en el nivel de razonamiento adecuado.

**Tabla 22. Resultados por estudiante de la parte A de la prueba diagnóstica**

Estudiantes	Visualización			Análisis			Ordenación			Deducción formal			Rigor		
	1	2		3	4		5	6		7	8		9	10	
EZ11	✓	✓	✓	✓	R		x	✓		x	x	x	R	R	R
EY12	x	✓		x	x	x	x	x	x	x	R		R	x	
EX13	✓	✓	✓	x	✓		x	x	x	x	R		x	x	x
EW14	✓	✓	✓	x	x	x	x	R		x	R		x	x	x
EV15	x	✓		x	R		R	✓		x	✓		x	R	
EU16	✓	✓	✓	x	x	x	✓	x		x	x	x	x	x	x
ET17	x	R		x	x	x	x	R		x	x	x	x	x	x
ES18	✓	✓	✓	R	R	R	R	R	R	x	✓		R	R	R
ER19	✓	✓	✓	x	✓		x	x	x	x	R		x	x	x
EQ20	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	x	✓		✓	R	
EP21	x	✓		x	x	x	x	x	x	x	X	x	x	x	x
EO22	x	✓		x	x	x	x	x	x	x	R		R	R	R
EN23	✓	✓	✓	x	x	x	R	R		x	X	x	x	x	x

Fuente: Resultados de la prueba diagnóstica, elaborada por la autora del proyecto de investigación.

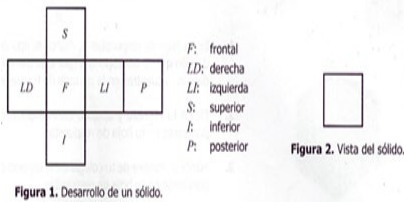
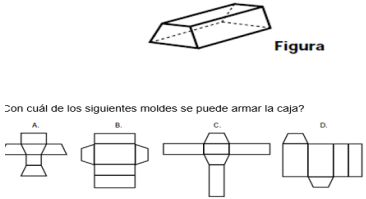
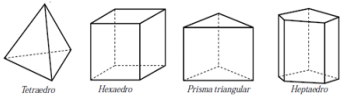
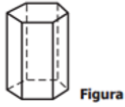
-  Alcanzan el nivel de razonamiento.
-  Presentan el conocimiento básico, pero no tienen la capacidad de justificación.
-  No alcanzan el nivel de razonamiento.
-  Presentan el conocimiento, pero no superan el nivel de razonamiento necesitan mayor profundidad en el tema.

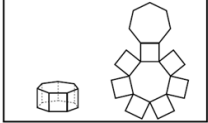

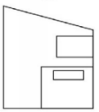
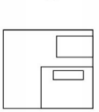
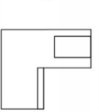





La tabla anterior representa los resultados por cada estudiante en la parte A de la prueba diagnóstica en la cual:

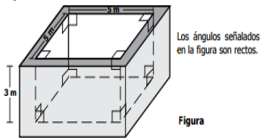
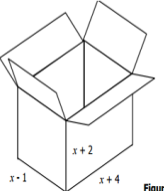















- Los números del 1-10 representa el número de preguntas por cada nivel de razonamiento.
- ✓ Representa las preguntas contestadas correctamente.
- **R** representa las preguntas respondidas pero que no fueron justificadas correctamente.
- **X** representa las preguntas que no constestaron, ni justificaron correctamente.

Con lo cual se identificó que el 62% de los estudiantes alcanza el nivel de visualización, el 38% de los estudiantes presentó un conocimiento básico del tema evaluado, pero no demostraron la capacidad de dar una justificación válida de la respuesta correcta. De los 13 estudiantes evaluados solo EQ20 logra ubicarse en un nivel de razonamiento superior, se considera que responde correctamente las preguntas de los niveles de visualización (1 y 2), análisis (3 y 4) ordenación (5 y 6) y las justifica correctamente de acuerdo a lo esperado en el proyecto para cada uno de los niveles y que fueron planteadas en la tabla anterior.

**Tabla 23. Análisis de resultados por nivel de razonamiento**

Nivel de razonamiento de Van Hiele	Preguntas correspondientes a los niveles	Nº de estudiantes que respondieron de manera correcta	Justificación de la respuesta correcta dada por los estudiantes
VISUALIZACIÓN	<p>1.</p>  <p>¿A qué vista del sólido corresponde la figura 2?</p>	8 (61.5%)	<p>EQ20: (a) “cualquiera porque cada lado del cubo es igual”.</p> <p>EZ11:(a) “A todas porque la figura 2 es un cuadrado y todas las caras del molde son un cuadrado”.</p>
	<p>2.</p>  <p>Con cuál de los siguientes moldes se puede armar la caja?</p>	12 (92%)	<p>EV15: (b) “Porque tiene cuatro caras rectangulares y dos trapecios”.</p> <p>ER19: “PORQUE al estirar la figura tiene la misma figura al descomponer”.</p>
ANÁLISIS	<p>3.</p>  <p>¿Cuál de los anteriores sólidos tiene igual número de vértices que de caras?</p>	2(15%)	<p>EN23: (a) “Yo creo que es la A porque tiene cuatro caras y los mismos vértices”.</p> <p>EQ20: “Porque si nos fijamos es el único que coincide”.</p>
	<p>4.</p> <p>4. En la figura se muestra un prisma Hexagonal</p> <p>No es correcto afirmar que:</p> 	3(23%)	<p>EQ20: (b) “Porque la figura tiene más de 10 vértices”.</p>

Nivel de razonamiento de Van Hiele	Preguntas correspondientes a los niveles	Nº de estudiantes que respondieron de manera correcta	Justificación de la respuesta correcta dada por los estudiantes
ORDENACIÓN	<p>5.</p> <p>5. La figura muestra un prisma heptagonal y uno de sus desarrollos planos.</p>  <p>Figura</p> <p>Con este desarrollo plano se puede construir el prisma heptagonal, porque:</p>	2(15%)	EQ20: (c) "Porque el desarrollo tiene las caras correspondientes para armar la figura".
	 <p>6.</p> <p>¿Cuál es la vista del frente de la casa?</p> <p>A.  B.  C.  D. </p>	3(23%)	EZ11: (b) "Así es el plano de frente". EN23: (b) "Yo creo que si porque si le tomamos una foto de frente a la casa se va a ver esa parte".
DEDUCCIÓN FORMAL	<p>7.</p> <p>Para remodelar un edificio, un arquitecto compra 9 m<sup>3</sup> de arena. La empresa que contrata para transportar el material dispone de cuatro tipos de volquetas.</p> <p>¿En cuál de las siguientes volquetas es posible transportar la arena en un solo viaje, sin que sobre espacio?</p> <p>A.  B. </p> <p>C.  D. </p>	0(0%)	

Nivel de razonamiento de Van Hiele	Preguntas correspondientes a los niveles	Nº de estudiantes que respondieron de manera correcta	Justificación de la respuesta correcta dada por los estudiantes										
	<p>8.</p> <p>8. Adela quiere saber cuánta agua cabe en una piscina que tiene la forma y las medidas indicadas en la figura.</p>  <p>Los ángulos señalados en la figura son rectos.</p> <p>Figura</p> <p>¿Cuál o cuáles de los siguientes procedimientos le sirve(n) a Adela para calcular cuánta agua, en m<sup>3</sup>, cabe en la piscina?</p> <p>A. Entendimiento</p> <table border="1" data-bbox="722 651 820 703"> <tr> <td>I.</td> <td>5 x 5 x 3</td> </tr> <tr> <td>II.</td> <td>6 x 7 x 3</td> </tr> <tr> <td>III.</td> <td>3 + 7 + 5 + 5 + 6</td> </tr> </table>	I.	5 x 5 x 3	II.	6 x 7 x 3	III.	3 + 7 + 5 + 5 + 6	3(23%)	<p>EQ20: "Porque la operación tiene los números dados y las otras tienen números desconocidos".</p> <p>EV15: "Porque toca multiplicar lado y altura y ancho".</p>				
I.	5 x 5 x 3												
II.	6 x 7 x 3												
III.	3 + 7 + 5 + 5 + 6												
	<p>9.</p> <p>La función <math>f(x) = (x - 1)(x + 4)(x + 2)</math> permite determinar el volumen en centímetros cúbicos de la caja que se muestra en la figura. ¿Cuál debe ser el valor que debe tomar <math>x</math> en centímetros para que el volumen sea 70 centímetros cúbicos?</p>  <p>Figura</p>	1(7,6%)	<p>EQ20: (C)</p> <p>"Porque si realizamos la operación con 3 da resultado 70".</p>										
RIGOR	<p>10.</p> <p>10. Para realizar un experimento botánico María abre un agujero en su patio con una forma y volumen muy específicos. La ecuación que describe este volumen es:</p> $\pi r^2 h + \frac{2\pi r^3}{3}$ <p>Donde <math>r</math> y <math>h</math> corresponden a las dimensiones de los sólidos que representan el agujero.</p> <p>La tabla muestra las fórmulas para hallar los volúmenes de los sólidos más comunes</p> <table border="1" data-bbox="560 1396 885 1491"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Cono <math>V = \frac{1}{3} \pi r^2 h</math></td> <td>Prisma <math>V = \text{área base} \times h</math></td> <td>Esfera <math>V = \frac{4}{3} \pi r^3</math></td> <td>Cilindro <math>V = \pi r^2 h</math></td> <td>Prismado <math>V = \frac{1}{3} \text{área base} \times h</math></td> </tr> </table> <p>Tabla</p> <p>Para el experimento se necesita un recipiente con forma exacta. La descripción que debe suministrar María al mandar hacer el recipiente de acuerdo con la expresión establecida, es que sea</p>						Cono $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$	Prisma $V = \text{área base} \times h$	Esfera $V = \frac{4}{3} \pi r^3$	Cilindro $V = \pi r^2 h$	Prismado $V = \frac{1}{3} \text{área base} \times h$	0(0%)	<p>Los estudiantes respondieron algunos las preguntas formuladas pero no realizaron la justificación correcta.</p>
													
Cono $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$	Prisma $V = \text{área base} \times h$	Esfera $V = \frac{4}{3} \pi r^3$	Cilindro $V = \pi r^2 h$	Prismado $V = \frac{1}{3} \text{área base} \times h$									

En la tabla anterior se presentan las preguntas que se aplicaron en la prueba diagnóstica con sus respectivas respuestas y el número de estudiantes que respondieron correctamente las preguntas de cada nivel de razonamiento y la justificación hecha por un estudiante a la respuesta dada que fueron agrupadas de forma similar a lo respondido por los estudiantes.

**7.1.2 Análisis de la prueba diagnóstica parte B.** En esta parte del diagnóstico (Anexo E) los estudiantes demostraron en forma práctica los conceptos básicos de identificación y modelación de figuras tridimensionales con plastilina y papel, con los cuales pueden dar respuestas a preguntas planteadas sobre el objeto realizado. La parte B se dividió en tres actividades las cuales se mencionan a continuación:

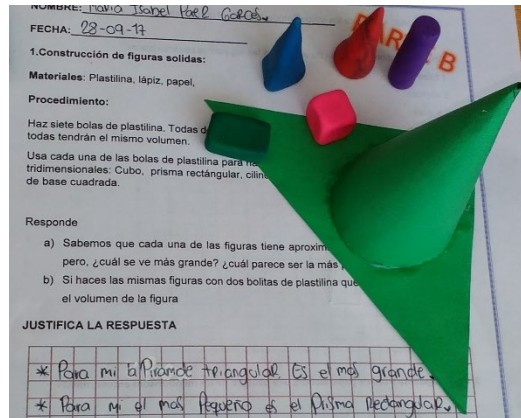
La actividad 1 correspondió a la modelación de figuras en plastilina como el cubo, la pirámide cuadrangular, el prisma y el cilindro; a partir de ellas responden dos preguntas de visualización de figuras tridimensionales.

En la actividad 2 los estudiantes debían dibujar una figura tridimensional de acuerdo a unas características dadas de la figura y escribir su nombre correcto.

La actividad 3 consistió en la elaboración de una figura tridimensional con una hoja de papel iris.

Los resultados de la parte B de la prueba que se aplicó a los estudiantes en la primera actividad planteada de la modelación de figuras en plastilina fueron muy buenos porque todos los estudiantes lograron realizar las figuras de la prueba, con estética y con las características que las identifican, algunos las elaboraron en menos tiempo y otros se demoraron un tiempo superior al esperado, además algunos las hicieron más detalladamente.

**Figura 6. Ejemplo de actividad estudiante ES18**



**Figura 7. Ejemplo estudiante ES23**



**Tabla 24. Resultados de las preguntas de la actividad 1 y 2 parte B de la prueba diagnóstica.**

ESTUDIANTES	ACTIVIDAD 1		ACTIVIDAD 2	Ejemplos de respuestas dadas por los estudiantes
	Responde correctamente	Responde correctamente	Responde correctamente	
EZ11	X	✓	SI	<b>Actividad 1:</b> a) Más grande: Pirámide triangular Más pequeña: prisma. b) Aumentará el volumen

ESTUDIANTES	ACTIVIDAD 1		ACTIVIDAD 2	Ejemplos de respuestas dadas por los estudiantes
	Responde correctamente		Responde correctamente	
				<b>Actividad 2:</b> Prisma rectangular
EY12  Continuación tabla 8	X	✓	NO	<b>Actividad 1:</b> a) Más grande: Pirámide triangular Más pequeña: cubo b) La figura será más grande. <b>Actividad 2:</b> Prisma rectangular
EX13	✓	X	SI	<b>Actividad 1:</b> a) Más grande: Pirámide triangular Más pequeña: prisma rectangular. <b>Actividad 2:</b> Pirámide de base cuadrangular.
EW14	x	✓	NO	<b>Actividad 1:</b> a) Más grande: Más pequeña: b) Si porque a lo que se unen dos bolas aumenta el tamaño. <b>Actividad 2:</b>
EV15	X	✓	SI	<b>Actividad 1:</b> a) Más grande: Pirámide de base triangular Más pequeña: prisma rectangular. b) Aumenta <b>Actividad 2:</b> Prisma cuadrangular
EU16	X	✓	NO	<b>Actividad 1:</b> a) Más grande: Pirámide triangular Más pequeña: cubo b) La figura será más grande. <b>Actividad 2:</b> Prisma rectangular

ESTUDIANTES	ACTIVIDAD 1		ACTIVIDAD 2	Ejemplos de respuestas dadas por los estudiantes
	Responde correctamente		Responde correctamente	
ET17	X	✓	SI	<b>Actividad 1:</b> a) Más grande: Pirámide con base triangular Más pequeña: pirámide de base cuadrada. b) El volumen aumentará <b>Actividad 2:</b> Pirámide de base cuadrada
ES18	No		SI	<b>Actividad 1:</b> a) Más grande: Pirámide triangular Más pequeña: prisma rectangular <b>Actividad 2:</b> Prisma cuadrangular
ER19	X	✓	SI	<b>Actividad 1:</b> a) Más grande: el cono Más pequeña: el cubo. b) Aumentará <b>Actividad 2:</b> Pirámide cuadrangular.
EQ20	X	✓	SI	<b>Actividad 1:</b> a) Más grande: Prisma rectangular Más pequeña: cubo b) Su volumen aumentará <b>Actividad 2:</b> Pirámide de base cuadrada.
EP21	X		NO	<b>Actividad 1:</b> a) Más grande: Cilindro Más pequeña: Cubo. b) Pues la figura será más grande porque son dos trozos de plastilina <b>Actividad 2:</b> Prisma rectangular
EO22	no	✓	NO	<b>Actividad 1:</b> a) Más grande: Prisma triangular

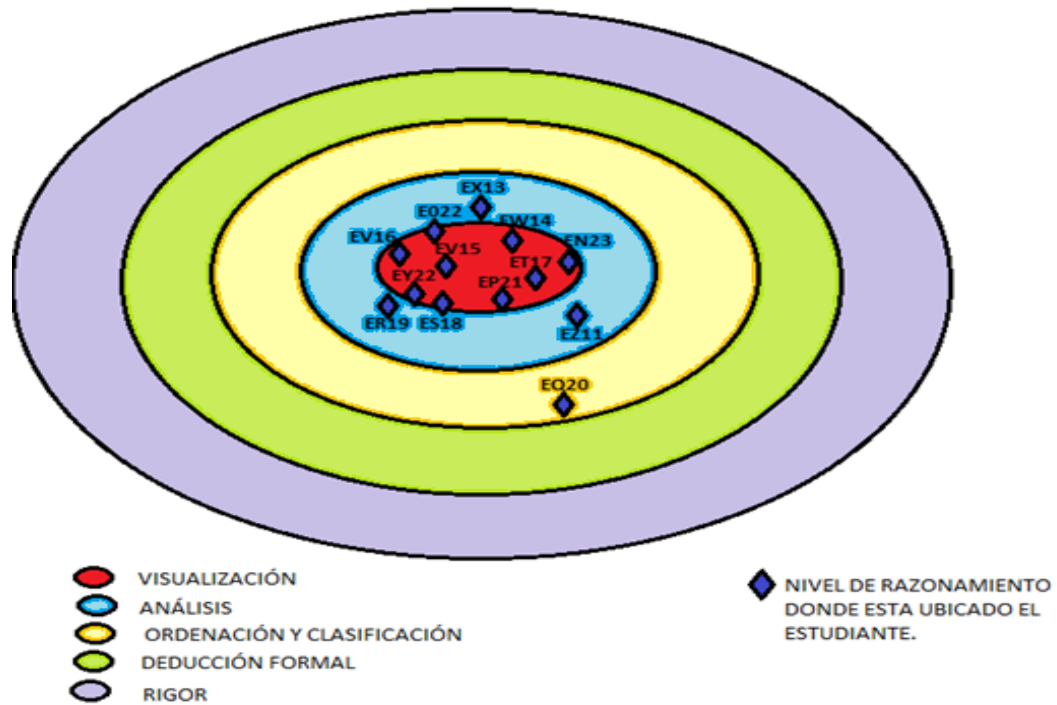
ESTUDIANTES	ACTIVIDAD 1		ACTIVIDAD 2	Ejemplos de respuestas dadas por los estudiantes
	Responde correctamente	Responde correctamente	Responde correctamente	
				Más pequeña: prisma rectangular <b>Actividad 2:</b> Prisma cuadrangular
EN23	SI		NO	<b>Actividad 1:</b> a) Más grande: Pirámide triangular Más pequeña: prisma rectangular. b) Aumentará <b>Actividad 2:</b> Prisma rectangular

Fuente: Resultados de la aplicación de la prueba diagnóstica. Elaboración propia de la investigadora.

**7.1.3 Resultados globales de la prueba diagnóstica.** Se ilustran a continuación los resultados globales obtenidos en la prueba diagnóstica, según los Niveles de Razonamiento de Van Hiele, teniendo en cuenta el desempeño de los estudiantes en la parte A y B de dicha prueba.

## RESULTADO GLOBAL DE LA PRUEBA DIAGNOSTICA SEGÚN LOS NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE

Figura 8. Resultado general de la prueba diagnóstica.



Fuente: GARCÍA A. Gabriela. La construcción del concepto de área a través de la resolución de problemas y el análisis cognitivo. Universidad de Huelva, España 2013. Modificado por la autora del proyecto teniendo como base el diagrama realizado por García Gabriela

Al observar los resultados globales de la prueba diagnóstica se concluyó que:

- De 13 estudiantes 9 (69%) se encontraron la etapa de visualización, porque no respondieron correctamente las preguntas de la prueba, además no realizaron una argumentación clara sobre la respuesta dada en las situaciones planteadas para superar el nivel de Visualización. Como se observa en la siguiente respuesta dada por el estudiante ES23 ante la pregunta 1 de la prueba. “porque el cubo

está conformado por cuadrados los cuales tienen las mismas dimensiones” donde el estudiante debía responder que a cualquiera de las vistas porque la figura está formada por cuadrados que al unirse correctamente forman un cubo.

**Figura 9. Ejemplo de respuesta ES23**

1. La figura 1 muestra el molde que permite armar un sólido y la figura 2 una de las vistas del sólido armado.

Figura 1. Desarrollo de un sólido.

Figura 2. Vista del sólido.

¿A qué vista del sólido corresponde la figura 2?

A. A cualquiera de las 6 vistas, pues con el molde se arma un cubo.  
 B. A 4 de las 6 vistas, pues con el molde se arma un prisma rectangular.  
 C. A 2 de las 6 vistas, pues solo la cara frontal y posterior del sólido son cuadrados.  
 D. A 1 de las 6 vistas del sólido, pues cada vista del sólido es distinta de las demás.

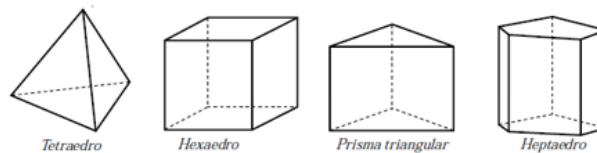
**JUSTIFICA TU RESPUESTA**

Por que el cubo está conformado por cuadrados los cuales tienen las mismas dimensiones

- Del total de los estudiantes, 3 (23%) se ubicaron en el nivel de análisis, esto significa que realizaron la descripción de las características visuales de los objetos tridimensionales e identificaron algunas propiedades y componentes de las figuras, como se evidencia en las respuestas dadas a pregunta 3.

**Figura 10. Pregunta 3 prueba diagnóstica**

3. A continuación se representan cuatro sólidos y sus respectivos nombres.



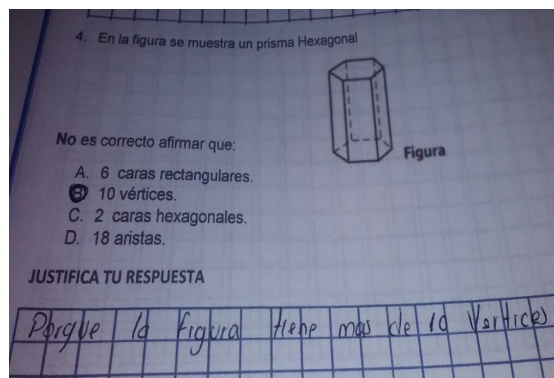
¿Cuál de los anteriores sólidos tiene igual número de vértices que de caras?

- A. Tetraedro.  
 B. Hexaedro.  
 C. Prisma triangular.  
 D. Heptaedro

El estudiante EN23 marcó la letra A y justifica su respuesta “Yo creo que es la A porque tiene 4 caras y los mismos vértices” y se esperaba que el estudiante respondiera: es el tetraedro porque es la única figura que al contar las caras y los vértices cumple las condiciones planteadas en la pregunta, pero se considera una respuesta correcta porque el estudiante identificó los vértices y las caras de las figuras, aunque no redactó bien.

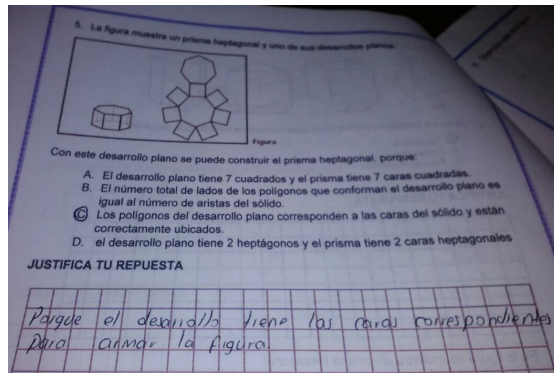
El 7% de los estudiantes (1) EQ20 presentó un nivel de razonamiento superior al de sus compañeros al ubicarse en ordenación y clasificación, porque realizó la descripción de objetos de manera formal y comparaciones de volumen entre objetos tridimensionales, dando respuestas correctas a preguntas realizadas en la prueba diagnóstica que se pueden apreciar en las siguientes imágenes:

**Figura 11. Ejemplo respuesta EQ20 a la pregunta 4**



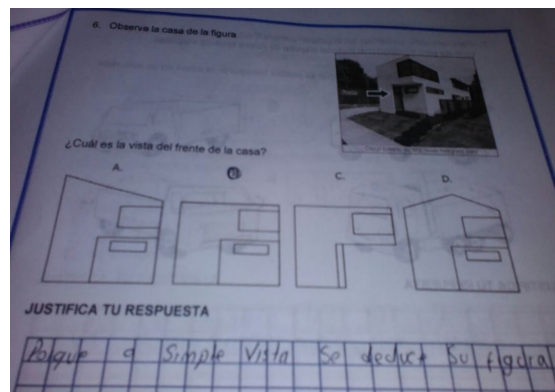
La justificación a la pregunta del ítem 4 del estudiante EQ20 “porque la figura tiene más de 10 vértices” es correcta porque afirma que conoce cuáles son los vértices de la figura e identifica las otras características.

**Figura 12. Ejemplo repuesta EQ20 pregunta 5**



Ante la pregunta planteada para el ítem 5 el estudiante EQ20 respondió correctamente la pregunta y su justificación dada no tuvo una mayor argumentación, pero presentó claridad en la visualización plana de un objeto tridimensional. Por ello alcanzó el nivel de visualización y análisis.

**Figura 13. Ejemplo repuesta EQ20 a la pregunta 6**



Esta pregunta permitió conocer el nivel de observación que tienen los estudiantes de las vistas de una vivienda cuando se cambia de tridimensional a bidimensional, en esta pregunta el estudiante EQ20 también respondió correctamente e hizo la

justificación, no tan clara, pero realizó la deducción de su representación que era lo esperado para este tipo de preguntas.

En las respuestas anteriores se puede analizar que el estudiante demostró conocer el nombre de las figuras y las características de cada una de ellas, además identificó las dimensiones de figuras tridimensionales en representaciones bidimensionales y justificó sus respuestas de manera correcta.

**7.1.4 Interpretación general de los resultados de la prueba diagnóstica.** A partir de los resultados obtenidos en la prueba parte A, se realizó el análisis correspondiente teniendo en cuenta el modelo planteado por Van Hiele<sup>66</sup> en el documento presentado por Fouz y Donosti el cual especifica qué debe saber el estudiante al momento de alcanzar un nivel de razonamiento y la adaptación de lo que se espera en el proyecto que el estudiante realice al alcanzar dicho nivel.

Los resultados permitieron concluir que la mayoría de los estudiantes solo alcanzaron el nivel de razonamiento de visualización, porque:

- Demostraron conocimiento del nombre de figuras tridimensionales que están conformados los objetos del contexto.
- Describieron las características visuales de la pirámide, el prisma y el cilindro.
- Identificaron en el contexto la forma de objetos tridimensionales.

En la parte B del diagnóstico los estudiantes utilizaron el material concreto como medio para demostrar el conocimiento previo sobre figuras tridimensionales y la forma de plasmarlo en un documento escrito; demostrando un nivel de

---

<sup>66</sup> FOUZ, F. y de DONOSTI, B. Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría, un paseo por la geometría. Disponible en: <http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf>. 2005. p. 67-68.

razonamiento de análisis y capacidad para desarrollar estrategias que le permitieron llevar con éxito la actividad planteada.

La aplicación de la prueba diagnóstica permitió evidenciar las falencias que presentaban los estudiantes de noveno grado al abordar actividades con objetos tridimensionales, situación que reafirma lo arrojado por los resultados de las pruebas Saber de años anteriores, donde la mayor dificultad encontrada estaba en el desarrollo de las competencias geométricas métricas; problemática que no permitió que los resultados de caracterización en los niveles de razonamiento de Van Hiele estuvieran ubicados en un nivel superior, cuando se presentaron situaciones problemas planteados en la prueba donde debían identificar las características propias de figuras tridimensionales y relacionarlas con su respectiva representación bidimensional. Sin embargo, en la segunda parte de la prueba los estudiantes presentaron un mejor nivel de razonamiento al realizar las actividades con el uso de material concreto, lo cual permitió direccionar la estrategia para fortalecer la competencia de razonamiento en el pensamiento métrico y geométrico en estudiantes de noveno grado.

## **7.2 PRESENTACIÓN, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS DE LA INTERVENCIÓN**

Teniendo en cuenta las dificultades identificadas en el análisis de los resultados de la prueba diagnóstica y el nivel de razonamiento geométrico en el que se ubicaron los estudiantes, se procedió con el diseño e implementación de una secuencia didáctica a partir de actividades estratégicas con la utilización de material concreto que permitiera el avance de nivel de razonamiento los estudiantes que se encontraron en visualización y análisis a un nivel superior; estas actividades se dividieron en 3 etapas: apertura, desarrollo y cierre.

Para lograr la mayor comprensión del volumen de objetos tridimensionales y teniendo en cuenta los resultados de las dos partes de la prueba diagnóstica (anexo D y E) se evidenció que la utilización de material concreto es una estrategia viable para lograr los objetivos propuestos en el proyecto, de potenciar el razonamiento matemático porque los estudiantes en parte B de la prueba diagnóstica (utilizando material concreto) alcanzaron un nivel superior en comparación con la parte A de la prueba.

En esta etapa de la intervención en el aula, propuesta en la estructura metodológica, y dando respuesta al objetivo específico número tres planteado en el proyecto, se implementó una secuencia didáctica con el fin de fortalecer el razonamiento matemático al abordar tareas con objetos tridimensionales teniendo en cuenta el modelo propuesto por Van Hiele para el desarrollo de la clase; este modelo se divide en 5 fases, que permitieron llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje de forma más eficiente. Estas cinco fases son:

- Preguntas/información:
- Orientación dirigida
- Explicación
- Orientación libre
- Integración

Estas fases se tuvieron en cuenta al realizar la planeación de cada una de las sesiones.

La secuencia didáctica que se desarrolló tuvo como base el urbanismo y desde allí se enfocaron cada una de las actividades que permitieron el desarrollo de razonamiento matemático al abordar situaciones del contexto real para el aprendizaje del volumen de las figuras tridimensionales más utilizadas en los proyectos urbanísticos de la ciudad, esta propuesta se apoyó en los planteamientos

de Báez e Iglesias<sup>67</sup> sobre los principios didácticos que se consideran fundamentales en la enseñanza de la geometría y uno de ellos es “*Contextualización del conocimiento, lo que implica adaptar los conocimientos a las necesidades y características de los estudiantes a partir del uso de hechos concretos.*” Donde los estudiantes pueden poner en práctica lo aprendido en su contexto real y que todo lo que se aprenda pueda ayudar a modelar, crear y resolver problemas reales, usando diferentes lenguajes y representaciones que le van a permitir desarrollar sus capacidades y competencias.

**7.2.1 Análisis e interpretación de las actividades de apertura.** Las actividades de apertura que se plantearon para la secuencia tenían como objetivo motivar a los estudiantes a desarrollar el razonamiento matemático a través de la relación que existe entre la geométrica y las representaciones del urbanismo de la ciudad. Se utilizaron dos sesiones con una duración de 2 horas cada una.

**7.2.1.1 Análisis primera sesión:** Fecha de aplicación el 3 de octubre de 2017. En la primera sesión se realizó la proyección de un video “historia de la vivienda” en el cual se les presentaban a los estudiantes los diferentes tipos de viviendas que han existido a través de la historia, seguidamente se les entregó una actividad en la cual se buscaba afianzar el proceso de reconocimiento de los nombres y las formas de las viviendas, para luego analizar la relación de los sólidos geométricos con los diferentes tipos de vivienda. Para finalizar se les entregó una infografía de una vivienda auto sostenible y se les solicitó a los estudiantes, que a partir de ella realizaran un análisis de cada una de las partes que la conformaban, por último, se realizó una pequeña socialización del trabajo desarrollado en forma grupal.

---

<sup>67</sup> BÁEZ E IGLESIAS. Citado por Gambo y Ballesteros. En Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 2009. Año 4. Número 5. p 113- 136. Costa Rica

Con el desarrollo de esta primera actividad de motivación sobre el tipo de urbanismo que se puede tener en la ciudad y como ha sido la evolución de la vivienda en la historia del hombre, los estudiantes, se interesaron en el tema tratado y desarrollaron las actividades de profundización propuestas por la docente dando respuestas correctas a los interrogantes planteados como: ¿Cuáles son los tipos de vivienda en la ciudad? ¿Qué forma geométrica tienen? Sin embargo, en las repuestas dadas por los estudiantes se observó la no utilización de un lenguaje matemático adecuado, de acuerdo al grado y a los conocimientos previos que ellos deben haber adquirido antes de Noveno y que están estipulados en los DBA del grado octavo, en los cuales el estudiante “*Conoce las fórmulas para calcular áreas de superficie y volúmenes de cilindros y prismas*”. En la actividad de cierre de la sesión donde los estudiantes debían socializar el resultado de la infografía aplicada, el primer grupo escogió la madera y la docente realizó una serie de preguntas sobre el tema “¿por qué escogió la madera?” el estudiante EO22 respondió “porque es dura y da la forma a la casa” EN23 “la madera hace la casa más liviana” este tipo de respuestas permitió observar falencias en el análisis a profundidad de imágenes y una lectura superficial del documento.

Además, en esta primera sesión, los estudiantes presentaron una actitud negativa frente a sentirse observados y grabados durante toda la sesión.

En el desarrollo de las actividades programadas para la sesión uno, se pudo verificar el cumplimiento del propósito de la primera sesión, porque se logró despertar el interés de los estudiantes para conocer más sobre las construcciones urbanísticas de la ciudad a partir de la geometría. Además, se observó que dos estudiantes (EQ20 Y ES23) poseían dominio de la terminología propia de las representaciones urbanísticas y de las formas geométricas que se encuentran en ella como por ejemplo cubos, cuadrados, y prisma rectangular.

**7.2.1.2 Análisis de la segunda sesión:** La segunda sesión se realizó el 5 octubre 2017, tuvo como propósito reconocer la presencia de poliedros y de cuerpos redondos en el arte y en el entorno donde viven los estudiantes, con la construcción en cartulina de los poliedros de las formas más representativas que se encuentran en la ciudad donde ellos habitan, realizando las comparaciones correspondientes.

La primera actividad que se desarrolló con los estudiantes fue la de presentarles un cartel donde había una clasificación previa de algunos poliedros según un criterio y se le hicieron preguntas al respecto, como: ¿Cuál es el criterio que utilizó Berta (niña de la imagen del cartel) para separar las figuras? El primero en responder fue el estudiante EQ20 quien respondió *“que los organizó de acuerdo a características de las figuras a un lado los que tienen base y al otro lado las que no tienen”*. Para completar la respuesta la estudiante EP21 dijo *“que unas tienen caras y otras no”*.

¿De qué otra forma se puede clasificar estas figuras? La estudiante EZ11 manifestó *“que se podrían clasificar por los vértices de las figuras”*. El estudiante EQ20 dijo *“que los podría clasificar de acuerdo al tamaño”* las respuestas dadas por los estudiantes estaban enmarcadas en la características físicas de los objetos y la docente le aclaró a la estudiante ES11 que no todas las figuras que estaban representadas en el cartel tenían vértices; se decidió hacer un cuadro en el tablero con la clasificación que propuso el estudiante EQ20, para que los estudiantes participaran se les entregó una figura a cada uno, la cual debían colocar en el lugar que le correspondiera según el tamaño que tenía la figura entregada, situación que permitió conocer la percepción que tenían los estudiante sobre el tamaño de la figura.

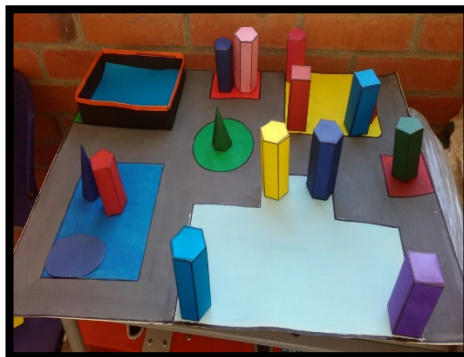
La segunda actividad consistió en que los estudiantes construyeran prismas y pirámides en cartulina, con un modelo entregado por la docente y después se pegaron en una maqueta para formar la ciudad de los poliedros con las diferentes representaciones que ellos elaboraron de las diferentes clases de prismas y

pirámides, además en el diseño de la ciudad había un espacio para una piscina, que los estudiantes tenían que diseñar y elaborar en cartulina en grupos de tres personas; luego se socializó ante todo el grupo y se eligió a la mejor para completar el diseño de la ciudad, la socialización de la piscina construida por los estudiantes en grupos arrojó unas variables a tener en cuenta en las próximas sesiones como por ejemplo: reconocer en figuras las tres dimensiones y las dimensiones adecuadas de las unidades de medida, para eliminar conceptos equivocados de dimensiones que tienen algunos estudiantes. Por ejemplo, la estudiante EW13 cuando hizo su intervención presentó una piscina Bidimensional para la ciudad y dijo que ésta tenía de hondo 250m. Situación que hizo que sus compañeros reaccionaran y le cuestionaran sobre esta dimensión, diciendo que esto no era real porque era más profundo que el mar y que ellos nunca irían a bañarse a esa piscina. Pero ella se mantuvo en su posición sin tener en cuenta las objeciones hechas por sus compañeros.

La figura 14 representa la ciudad construida con las figuras geométricas que elaboraron los estudiantes y la piscina que cumplió con los requisitos dados.

La figura 15 representa la clasificación que se realizó en el tablero con las figuras entregadas a los estudiantes.

**Figura 14. Maqueta**



**Figura 15. Clasificación de figuras**



La aplicación de esta sesión que se llevó a cabo en dos días diferentes permitió observar que los estudiantes no conocían el nombre de las figuras elaboradas en cartulina; se les dificultó el diseño de la piscina porque no tenían claro la utilización de las tres dimensiones que se manejan para la construcción de las piscinas, con respecto a los modelos presentados por cada grupo solo uno cumplió con las expectativas que se tenían para el proyecto porque utilizó el espacio reglamentado para la piscina y le realizó las tres dimensiones, además que el trabajo en equipo favoreció el desarrollo de la actividad porque se vio el cooperativismo y la ayuda entre compañeros ante las dudas generadas en la actividad, también al momento de la socialización del trabajo ante el grupo se presentaron diversas propuestas y los estudiantes mantuvieron en idea, así lo que habían dicho fuera corregido por algunos de sus compañeros.

Para lograr superar las falencias encontradas en esta sesión se profundizó con los estudiantes en temas de unidades de longitud y la utilización de las dimensiones de las figuras tridimensionales como ancho, largo, alto y se continuó con lo planeado en la sesión tres relacionado con área y perímetro de figuras bidimensionales que ayudan a reforzar el manejo espacial de las dimensiones.

Según lo desarrollado en las sesiones de apertura se identificó que los estudiantes del grado noveno no conocían claramente las figuras geométricas por su nombre específico y las dimensiones de los poliedros y que se les dificultó el manejo de las unidades de medida, aspectos que se tuvieron en cuenta al momento de desarrollar las otras sesiones planeadas para la secuencia didáctica.

En cuanto al alcance del propósito de las dos sesiones de apertura que era motivar al estudiante hacia la participación y el aprendizaje del volumen, de las figuras tridimensionales desde la perspectiva del urbanismo se cumplió porque se les despertó el interés de los estudiantes por conocer y aclarar las dudas que se le generaron durante las actividades desarrolladas.

**7.2.2 Análisis e interpretación de las actividades de desarrollo.** Las sesiones de desarrollo que se planearon en la secuencia didáctica se enfocaron en el desarrollo del pensamiento espacial y el razonamiento matemático en estudiantes de noveno grado al realizar diferentes actividades que los llevaran a realizar razonamientos sobre la determinación del volumen de figuras tridimensionales a partir de la utilización de material concreto.

**7.2.2.1 Análisis tercera sesión:** La tercera sesión se dividió en tres actividades las cuales tenía el propósito de fortalecer los conceptos de perímetro y área de figuras bidimensionales que tenían los estudiantes con la utilización de diferentes materiales, que permiten construir el concepto de área desde otras perspectivas.

**Actividad 1:** Se desarrolló el 12 de octubre de 2017

Se realizó una lectura de apertura a la actividad sobre como Eratóstenes realizó el descubrimiento de la medición de la tierra, luego se hizo una plenaria haciendo preguntas sobre el tema a los estudiantes como:

¿Cómo se llamaba el científico? El estudiante EO22 contestó Eratóstenes y otros también lo gritaron dicha respuesta.

¿Qué estudios tenía? Los estudiantes respondieron en coro sobre las posibles respuestas.

Cuando se hizo la pregunta ¿qué descubrimiento fue el que hizo? se generó discusión entre dos estudiantes porque EX13 dijo “*que la distancia que había entre la luna y el sol*”. Otro compañero dijo EN23 “*que no lo que hacía referencia era la longitud de la tierra*”. Luego se continuó con otro tipo de preguntas que permitieron que los estudiantes hicieran un análisis más profundo del tema. ¿Tiene alguna importancia ese descubrimiento? La estudiante EX13 respondió “*Si porque se descubrió que la tierra era redonda*” además hizo referencia al descubrimiento de América. La estudiante EV15 amplió la respuesta “sabemos cuanta distancia hay del sol a la luna y de la luna a la tierra”.

Después del conversatorio se continuó con el concepto de perímetro de figuras y se les entrega a los estudiantes fomy para que hicieran las fichas del tangram en diferente color y pudieran identificarlas correctamente, después se les entregó un reto de tangram donde ellos deben medir el perímetro de cada figura y escribirla en una tabla, posteriormente debían armar unas figuras y medir el perímetro de la figura completa, después se le preguntó cuál tenía mayor o menor perímetro.

La actividad 1 que se desarrolló logró despertar la curiosidad en los estudiantes respecto a la importancia de los descubrimientos de los científicos en la vida cotidiana de cada uno, de la actividad de perímetro se pudo concluir que no todos los estudiantes del grupo lograron cumplir el reto del perímetro del tangram porque se les dificultó armar la figura para realizar las respectivas comparaciones pero, se llegó a la conclusión en la plenaria que aunque para la construcción de las figuras se utilizaban las mismas fichas el perímetro de las figuras cambiaba.

**Actividad 2** Se realizó el 19 de octubre de 2017

Para la sensibilización del tema que consistió en recordar y reafirmar el concepto de área de figuras bidimensionales y sus respectivas fórmulas, se proyectó un video donde se hizo referencia a cada una de las figuras como cuadrado, triángulo, rectángulo, círculo. Luego la docente realizó una explicación sobre cómo se halla el área de polígonos regulares en el tablero, e inició haciendo preguntas a los estudiantes como: ¿qué es polígono regular? ¿Cuál es el nombre de un polígono regular?, el estudiante EQ20 respondió que es la figura que tiene todos los lados iguales y pueden ser pentágono y hexágono. Luego, la docente realizó el dibujo de la figura y empieza a explicar la fórmula de los polígonos, situación que generó dudas y preguntas en los estudiantes como ¿qué es la apotema? ¿Ese no es radio profesora? dudas que solucionó la docente.

Posteriormente los estudiantes se organizaron en grupo y elaboraron carteles de las fórmulas de área para tenerlas dentro del aula y recordarlas con facilidad.

En el desarrollo de la actividad dos de la sesión se observó que los estudiantes estuvieron motivados en la elaboración de fórmulas en carteles para luego ser pegadas alrededor del aula de clase; llamó la atención de los estudiantes porque no se sintieron forzados a aprenderse las fórmulas de memoria como siempre se había hecho, además se observó el interés de una estudiante ES18 por entender procesos numéricos, de que había estado apática.

**Actividad 3** aplicada el 24 de octubre de 2017

En la actividad la docente dio las indicaciones del proceso que se iba a desarrollar el cual consistía en hallar las dimensiones de la casa de su compañero a donde iban a asistir en grupo de cuatro personas y que cada grupo tenía una guía de indicaciones, una cámara y una cinta métrica para realizar la actividad.

Los estudiantes se dividieron en grupos de cuatro personas y se dirigieron al lugar que les correspondió ir a hacer las respectivas mediciones de la casa de uno de sus compañeros, donde medían ancho y largo de casa, además de cada una de las dependencias (cocina, baño habitación), para posteriormente hallar el área y el perímetro del lugar.

También realizaron lo mismo con la cancha y el patio del colegio. Como era una actividad donde estaban dispersos los estudiantes, cada grupo llevó cámara para realizar la grabación de la actividad desarrollada.

Al hacer las observaciones de los videos se encontró que un grupo utilizó una estrategia diferente a la que normalmente se esperaba en el proyecto que era que midieran la totalidad de ancho y largo de la casa con la cinta métrica, los integrantes de este grupo 1 (EY12, ET17, EQ20, EN23) tomaron la medida de una baldosa de la casa y luego contaron cuántas baldosas había en la casa y multiplicaban; así obtuvieron las medidas del ancho y largo de la casa. Hicieron ese mismo proceso para hallar las dimensiones de la cancha ya que esta está dividida en cuadrados de 3m de lado. Pero se observó una confusión entre las unidades de medida al realizar la medición de las dimensiones de la cancha porque hablaban de metros cuadrados cuando hallaban la medida de la longitud.

Al realizar la socialización de los resultados obtenidos por los estudiantes en sus mediciones se observó que todos estaban interesados en el tema y se les realizó las diferentes aclaraciones de las dudas encontradas, como por ejemplo la escritura de las unidades de medición cuando estas superaban el metro que debían llevar coma para que los resultados fueran correctos. Los estudiantes manifestaron que les había gustado la actividad y que no habían encontrado ninguna dificultad.

El desarrollo de la actividad 3 logró el objetivo planteado, el cual consistía en que los estudiantes realizaran las mediciones en situaciones reales y que vieran cuál era la utilidad que tenía la aplicación de los conceptos de área y perímetro en su vida cotidiana. Además, el resultado de la actividad desarrollada fue más exitoso de lo que se esperaba por la participación y las respuestas obtenidas en el material de trabajo entregado a los estudiantes fueron correctas porque aplicación bien las fórmulas para hallar el área y el perímetro de los lugares donde realizaron las mediciones.

Las actividades planteadas dentro de la sesión tres cumplieron su objetivo esperado que consistía en recordar y afianzar procesos de pensamiento en relación al concepto de área y perímetro de figuras planas que son necesarios al momento de hallar el volumen de objetos, aspecto en el cual se había presentado dificultades porque los estudiantes no tenían dominio de los procesos que se realizaban para hallar el área figuras bidimensionales y tridimensionales.

**7.2.2.2 Análisis cuarta sesión aplicada el 26 y 27 de octubre:** En esta sesión se desarrolló una actividad en la cual los estudiantes elaboraron el plano de la casa de sus sueños aplicando los conceptos de perímetro y área que aprendieron en las sesiones anteriores y que sigue la línea de urbanismo como metodología de apoyo para el aprendizaje. La sesión se llevó a cabo en el aula de informática del colegio donde los estudiantes en el programa de floorplaner realizaron el plano de la casa de los sueños, con medidas y dimensiones que ellos consideraban que eran las óptimas para los cuartos y lugares disponibles de su casa.

El manejo del programa no se les dificultó a pesar que este estaba en inglés. Los estudiantes fueron muy receptivos y creativos al momento de elaborar el plano o diseño de su hogar. La sesión se realizó en dos fechas distintas por problemas de actualización de los computadores.

Cuando se finalizó la actividad se observó que los estudiantes habían realizado un buen trabajo porque éste cumplió con los parámetros básicos que debe tener una vivienda, como se presenta a continuación.

**Figura 16. Plano elaborado por EX13**



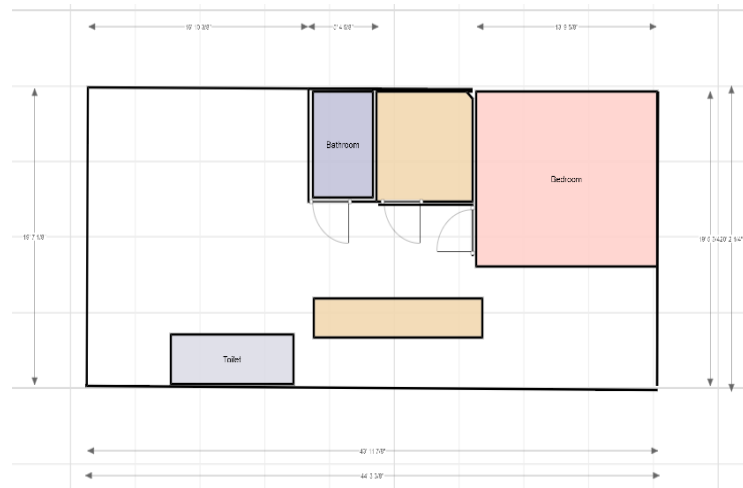
En el cual se observa claramente cada una de las divisiones de la casa, sala, baño, cocina, habitaciones, con sus respectivos implementos que la identifican, sus puertas y ventanas en lugares adecuados que permiten el fácil acceso a todas las partes de la casa.

De los planos realizados por los estudiantes se hizo la elección de los mejores teniendo en cuenta los planos que tenían las mínimas características de una casa como son habitaciones, cocina, sala, patio y baños; estos fueron utilizados como soporte para la elaboración de la maqueta en la sesión seis de la secuencia didáctica. Los planos seleccionados fueron, el plano de la imagen 10 y los que se presentan a continuación:

**Figura 17. Plano elaborado por EV15**



**Figura 18. Plano elaborado por EQ20**



**7.2.2.3 Análisis quinta sesión:** Esta sesión se dividió en tres actividades en las cuales se profundizó en el dominio de fórmulas y concepto de volumen de prismas, pirámides y cilindros, con el desarrollo de actividades donde se utilizó material concreto y guías de profundización para el desarrollo del razonamiento matemático en situaciones problemas donde se debe hallar el volumen de objetos tridimensionales.

**ACTIVIDAD 1** se realizó el 2 de noviembre 2017

Para la introducción al tema de volumen de prismas la docente les mostró los estudiantes imágenes de diferentes acuarios con formas de prismas y a partir de las imágenes les hizo preguntas acerca de la ilustración como: ¿Cuánta agua cabe en este acuario? La estudiante EZ11 opinaron que se debían hallar el perímetro y el estudiante EQ20 “el área” Luego la maestra interviene y les hace entender a los estudiantes que para saber cuánta agua hay en el prisma, se determina el volumen y dirige la deducción de la fórmula de volumen y el análisis en cuanto al cambio de volumen de acuerdo a la figura que tenga el prisma en su base. Luego, les pregunta a los estudiantes ¿qué forma tiene la base del prisma? y ¿cómo es la fórmula para hallar el área de esa figura?, situación donde se observó la participación de la mayoría de los estudiantes al responder en grupo el nombre y al decir en voz alta la fórmula de área de esa figura. Luego, los estudiantes con la orientación de la docente, determinaron el proceso para hallar el volumen de un prisma rectangular, de un prisma triangular y de un prisma hexagonal.

Seguidamente la docente entregó a los estudiantes una guía de trabajo donde les presentaba problemas en los cuales debían hallar el volumen de las figuras propuestas. En el desarrollo de esta actividad se evidenció que los estudiantes tenían dudas del tema en la aplicación de la fórmula de volumen de acuerdo al problema planteado, situación que la docente abordó en forma individual dando explicación al estudiante que solicitaba la ayuda. En la siguiente imagen se observa una estudiante desarrollando la actividad propuesta:

**Figura 19. Desarrollo de la guía de aplicación de volumen de prismas.**



En esta sesión se puede observar que los estudiantes comprendieron el proceso que se había llevado en la secuencia porque se utilizó el proceso para determinar el área y el perímetro para hallar el volumen de los prismas. Además, llamó la atención el interés de la estudiante ES18 quien siempre había estado apática al proceso de la secuencia y en esta actividad se interesó en la explicación de la docente y participó activamente en el desarrollo de las actividades, además manifestó inquietudes en cuanto a cómo lograr aprenderse las fórmulas para hallar el volumen de cada figura.

## **ACTIVIDAD 2**

En la actividad dos de la sesión cinco se trabajó la fórmula y el concepto de área de pirámide, se inició la actividad con la proyección de un video “*el secreto de la pirámide*” sobre la construcción de la pirámide de Keops, después se proyectó el video en el cual se le explicó cómo se nombran cada una de las partes de la pirámide y cómo se halla el volumen de una pirámide.

En esta actividad los estudiantes debían construir una pirámide con palitos y plastilina como ellos consideran que se hace la pirámide, la única condición era que fuera pirámide, luego se les solicitó que midieran cada una de las partes de la pirámide y que hallaran el volumen de la pirámide construida por ellos mismos para de esta manera interiorizar el concepto de volumen. En esta parte de la actividad se

observó que los estudiantes no tenían claro los procesos de medición que se deben realizar para obtener las medidas necesarias y así poder hallar el volumen de su pirámide. La imagen14 muestra uno de los modelos construidos por los estudiantes para el desarrollo de la actividad.

**Figura 20. Pirámide elaborada por el estudiante EW14**



Posteriormente los estudiantes realizaron una guía de profundización donde debían solucionar problemas de aplicación y hallar el volumen de las figuras planteadas y solucionar algunos problemas contextualizados. En esta parte de la actividad se observó que el estudiante EQ20 desarrolló y afianzó procesos que se han llevado durante la secuencia, se observa que él ha realizado el desarrollo de los problemas de profundización sin ninguna ayuda extra de la docente, a diferencia de los demás compañeros del grupo a quienes se les asesoró en casi todos los problemas planteados.

### **ACTIVIDAD 3:**

Para dar inicio a la actividad de volumen de cilindros los estudiantes elaboraron en cartulina un cilindro con un modelo que la docente les entregó para que lo recortaran y lo armaran en forma individual, el cual fue pegado como complemento de la maqueta de la ciudad de los poliedros. En esta actividad los estudiantes se

molestaron porque el molde no era exacto y ellos debieron buscar una estrategia para que las bases del cilindro coincidieran con el cuerpo del cilindro; algunos le cortaron un pedazo al cuerpo del cilindro y lo hicieron coincidir con las bases, otros simplemente corrieron el sitio de donde iba la marca de pegado para poder armar la figura correctamente, pero algunos se molestaron y arrugaron el trabajo.

En la segunda parte la docente dirigió la determinación de la forma como se debe hallar el volumen de cilindros y escribió la fórmula al lado de un cilindro dibujado en el tablero, preguntando a los estudiantes al señalar el símbolo  $\pi$  ¿Cómo se llama este símbolo? El estudiante EQ20 respondió que Pi, luego la docente preguntó qué ¿cuál es el valor de pi? Y el estudiante EQ20 respondió nuevamente 3,1415... Esta respuesta generó en los estudiantes polémica y preguntaron cómo hacia él para saberse esa respuesta a lo cual él respondió pues nada son cosas que se, la docente continúa con la aplicación de la fórmula en un ejercicio planteado en el tablero para que los estudiantes tuvieran más claridad de cómo se halla el volumen de las figuras que tienen forma de cilindro. Luego les entregó a los estudiantes una guía de profundización en la cual los estudiantes desarrollaron una serie de ejercicios del tema.

Para dar cierre a la sesión cinco, los estudiantes se organizaron en dos grupos y se hizo un concurso de alcance la estrella donde en el tablero hay 25 estrellas pegadas cada una con un número que correspondió a una pregunta (anexo L) de los temas trabajados en las tres actividades de la sesión. Se propuso que los líderes de los equipos fueran los estudiantes EQ20 y EN23, porque eran los estudiantes que habían destacado en el proceso de intervención y se dieron indicaciones para el desarrollo de la actividad. Con este concurso se evaluó el proceso que hizo llevado los estudiantes durante la aplicación de la secuencia y se evidenció con la participación activa en el desarrollo de la actividad que los estudiantes si habían aprendido terminología y simbología correspondiente al abordar tareas con figuras tridimensionales, como nombre correcto de las figuras y propiedades.

Con la finalización de la sesión cinco se dan por terminada las sesiones de desarrollo que se habían planteado para la profundización en los procesos que se deben llevar a cabo al momento de realizar tareas de volumen con objetos tridimensionales. Con los resultados obtenidos en la sesión tres, cuatro y cinco se pudo verificar el cumplimiento del objetivo de las actividades de desarrollo relacionado con actividades que ayudan a contextualizar la forma como se halla el volumen de las figuras tridimensionales.

### **7.2.3 Análisis e interpretación de los resultados de las actividades de cierre.**

Las actividades de cierre de la secuencia, se planeó para que se desarrollaran dos actividades en las cuales se trabajaría sobre las unidades de medida y su respectiva conversión a otras unidades y la elaboración de la maqueta de la casa de los sueños, pero por requerimientos del colegio, se realizó otra sesión donde se hizo la presentación del proyecto en la feria de la ciencia del colegio por tres estudiantes que participaron en la secuencia didáctica.

**7.2.3.1 Análisis de la sexta sesión:** La sexta sesión se dividió en dos actividades con las cuales se puso en práctica lo aprendido en las sesiones anteriores y se aclararon dudas que tenían los estudiantes respecto a las unidades de medida específicamente de volumen al trabajar litros y centímetros cúbicos.

#### **ACTIVIDAD 1** 9 de noviembre 2017

Esta actividad consistió en enseñar a los estudiantes cómo se halla el volumen de objetos tridimensionales que no tienen una forma definida, se hizo un experimento de diferencia de volumen con una probeta y unos objetos de uso diario de estudiantes en el aula de clase, para que el concepto de volumen de los cuerpos fuera más amplio y no solo se quedara en el volumen de las figuras trabajadas en la sesión anterior. En la imagen 15 se observa como los estudiantes experimentaron de la manera como se halla el volumen de objetos que no tienen forma específica por diferencia de volumen.

**Figura 21. Experimento de Volumen**



Luego, la docente explicó cómo se realiza la conversión de unidades menores al litro, y les asignó una actividad en grupo de dos personas donde debían hallar la capacidad que tienen algunos cuerpos de almacenar líquidos, con este trabajo se pudo evidenciar el desarrollo matemático que tenían los estudiantes EQ20 y EN23 al realizar estas actividades de conversión y la capacidad de autocorregirse cuando se dan cuenta que están errados en sus apreciaciones; esto se evidencia cuando la docente le pregunta a EN23 sobre cómo realizó el procedimiento de solución del problema a y el estudiante empieza a contar como hizo el proceso y su compañero EQ20 le dice que no, que está equivocado porque  $\frac{1}{4}$  de litro son 250ml, y el reacciona y dice que le quedó mal y corrige sus errores. Los demás estudiantes del grupo solicitan constantemente la asesoría de la docente cuando se les dificultan las conversiones para el desarrollo de la actividad.

## **ACTIVIDAD 2**

La actividad dos consistió en la elaboración de la maqueta de la casa de los sueños siguiendo las instrucciones dadas por la docente en la cual los estudiantes debían hacer la casa de sus sueños con cada una de las dimensiones que se habían planeado en el plano construido en la sesión cuatro de la secuencia didáctica. Los grupos que se conformaron fueron dos porque los estudiantes no presentaron los

materiales correspondientes para la elaboración de la maqueta que se les había solicitado en la actividad anterior.

Al finalizar la sesión los estudiantes presentan el resultado final de la actividad que es la maqueta de la casa de sus sueños la cual fue expuesta en la feria de la ciencia donde los estudiantes que se han destacado por su trabajo y dedicación la presentaron a estudiantes, padres de familia y docentes.

**Figura 22. Maqueta 1**



**7.2.3.2 Análisis séptima sesión:** La sesión séptima se desarrolló en el marco del día de la ciencia donde los estudiantes presentaron el proyecto desarrollado, participaron los estudiantes EQ20, EV15 y EZ11 con una exposición a los demás miembros de la comunidad educativa sobre las actividades que se llevaron a cabo en el proyecto. Cada uno de los estudiantes cumplió un rol de una parte del proyecto, EQ20 se encarga de exponer sobre el proceso de construcción de la ciudad de los poliedros identificando cada figura con su nombre correspondiente, y les hablaron sobre algunas características, les mostró las fórmulas de área y volumen de las figuras tridimensionales, EV15 se encargó de mostrar el proceso como se hizo el plano de la casa en floorplaner y la explicación de cada una de las maquetas que se realizaron y EZ11 fue un apoyo al momento de desarrollo del concurso alcance una estrella. Esta exposición la presentaban a cada uno de los

grupos que llegaban al salón a observar la actividad y para finalizar la visita los asistentes participan en el concurso alcance la estrella sobre lo expuesto.

Se observó que los estudiantes encargados de la actividad de presentación la realizaron correctamente, pero presentaron algunas falencias en la destreza de explicación a los compañeros porque no están familiarizados con la realización de exposiciones ante un público diferente a sus compañeros de clase.

En las siguientes imágenes se presentan las fases en que se dividió la exposición que se realizó el día de la ciencia.

**Figura 23. Feria de la ciencia**



**Figura 24. Planos**



La presentación de la maqueta realizada con medidas que le permitían al estudiante hallar el área y perímetro de los espacios creados a escala para el diseño de la casa de los sueños, perceptibles en el desarrollo de procesos urbanísticos, con los resultados finales de la secuencia permitieron evidenciar el logro del propósito de las actividades de cierre, permitiendo superar algunas de las falencias sobre la unidades de medida de longitud y capacidad que tenían los estudiantes al realizar actividades donde se involucran unidades de medidas y las representaciones geométricas que se utilizan constantemente en el medio donde se encuentran inmersos los estudiantes.

### **7.3. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA PRUEBA FINAL**

El análisis de los resultados obtenidos en la prueba final (Anexo **M**) se realizó de acuerdo a la siguiente rejilla de evaluación que tiene en cuenta los niveles de razonamiento de Van Hiele, la cual también fue empleada para el análisis de la prueba diagnóstica.

Igual que en la prueba diagnóstica, la prueba final se estructuró en dos partes, a saber:

Parte A: consta de 10 preguntas tipo ICFES en la cual los estudiantes deben justificar el porqué de las respuestas dadas a cada una de las preguntas, las preguntas fueron tomadas de las pruebas saber noveno y en su mayoría son diferentes a las planteadas en la prueba diagnóstica.

Parte B: para la prueba final se plantearon dos ejercicios donde los estudiantes debían responder los enunciados en los cuales se evidencia el proceso de visualización e identificación de las características de figuras tridimensionales.

**Tabla 25. Rejilla de análisis de la prueba final**

NIVELES DE VAN HIELE	LO ESPERADO EN EL PROYECTO
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Visualización y reconocimiento.</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conoce el nombre de figuras tridimensionales que están conformando los objetos del contexto.</li> <li>- Realiza descripción de las características visuales de la pirámide, el prisma y el cono.</li> <li>- Identifica en el contexto la forma de objetos tridimensionales.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Nivel 1: Análisis.</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica las propiedades y componentes de los objetos tridimensionales.</li> <li>- Al dibujar prismas reconoce cada una de sus propiedades.</li> <li>- Dibuja pirámides y cilindros identificando cada una de sus partes.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Nivel 2: Ordenación o clasificación.</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Describe de manera formal las características de los objetos presentados.</li> <li>- Realiza demostraciones de relaciones de volumen entre objetos distintos.</li> <li>- Elige unidades de medidas adecuadas para los objetos presentados.</li> <li>- Realiza mediciones correctas de las figuras.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Nivel 3: Deducción formal.</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Justifica la respuesta de problemas con demostraciones lógicas y formales de volumen.</li> <li>- Formaliza sus conceptos de volumen en sistemas axiomáticos.</li> <li>- Realiza diferentes demostraciones para llegar a un mismo resultado.</li> <li>- Representa mentalmente la composición de los sólidos.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Nivel 4: Rigor.</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utiliza gráficas para resolver y formular problemas que involucren congruencia y semejanza de figuras.</li> <li>- Resuelve y formula problemas con áreas y volúmenes de cuerpos sólidos.</li> <li>- Representa el volumen de sólidos en otros contextos.</li> </ul>

**7.3.1 Análisis de la parte A de la prueba final.** En esta parte se realizó el análisis correspondiente a la solución de situaciones problemas donde los estudiantes debían identificar características propias de los prismas, pirámides y cilindros, además de hallar el volumen (Anexo D); con el fin de determinar el nivel de razonamiento de los estudiantes de acuerdo a lo planteado y teniendo en cuenta los niveles de razonamiento de Van Hiele.

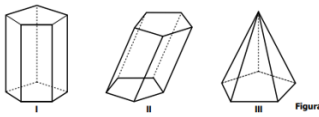
**Tabla 26. Distribución de preguntas según nivel de razonamiento de Van Hiele**

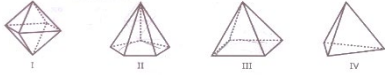
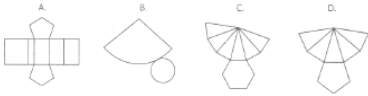
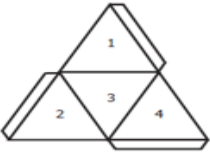
NIVELES DE RAZONAMIENTO VAN HIELE	PARTE A DE LA PRUEBA FINAL (N° DE PREGUNTA)
Visualización	Pregunta 1 y 2
Análisis	Pregunta 3 y 4
Ordenación	Pregunta 5 y 6
Deducción formal	Pregunta 7 y 8
Rigor	Pregunta 9 y 10

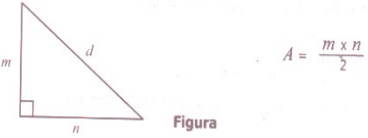
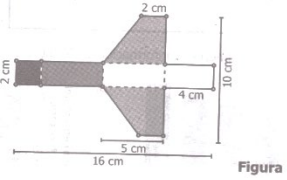
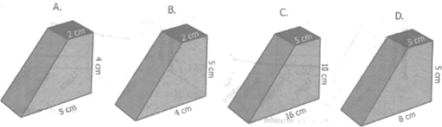
Fuente: Elaborado por la autora del proyecto de investigación.

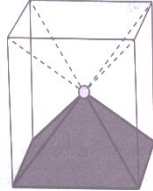
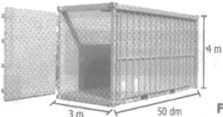

**Resultados sobre la prueba final parte A aplicada a estudiantes de 9°**

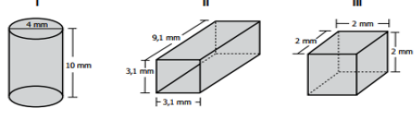















**Tabla 27. Resultados de la prueba final parte A**

Nivel de razonamiento de Van Hiele	preguntas correspondientes a los niveles	Estudiantes ubicados en cada nivel de razonamiento	Justificación de las respuestas por parte de los estudiantes
VISUALIZACIÓN	<p>2. La figura muestra tres sólidos</p>  <p>Cuál de las siguientes afirmaciones de los sólidos es verdadera:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) Todos son pirámides.</li> <li>b) Dos de ellos tienen caras perpendiculares a la base.</li> <li>c) Todos tienen base pentagonal.</li> <li>d) Uno de ellos tiene solamente cuatro caras.</li> </ul>	<p>EZ11, EY12, EX13, EW14, EV15, EU16, ET17, ES18, ER19, EQ20, EP21, EO22, EN23.</p> <p>100% (13)</p>	<p>EQ20: (c) si vemos la base nos damos cuenta que tiene cinco lados por lo tanto es pentagonal su base.</p> <p>ES18: (c) porque todas tienen cinco lados en la base</p>

Nivel de razonamiento de Van Hiele	preguntas correspondientes a los niveles	Estudiantes ubicados en cada nivel de razonamiento	Justificación de las respuestas por parte de los estudiantes
	<p>3. A continuación, se muestran las representaciones de cuatro sólido</p>  <p><b>¿En cuáles se cumple que todas las caras son triángulos?</b></p> <p>a) Solamente I y III  b) Solamente II, III y IV  c) Solamente I y IV  d) Solamente IV</p>	<p>EZ11, EY12, EX13, EW14, EV15, EU16, ET17, ES18, ER19, EQ20, EP21, EO22, EN23.</p> <p>100% (13)</p>	<p>ES18: (C) “porque son las únicas que tienen triángulos en todas las caras”.</p> <p>ET17: (C) “El IV tiene como base un triángulo y I todas sus caras son triángulos”.</p>
ANÁLISIS	<p>4.Cuál de los siguientes desarrollos planos corresponde a una pirámide pentagonal.</p> 	<p>EZ11, EY12, EX13, EW14, EU16, ET17, ES18, ER19, EQ20, EO22, EP21, EN23.</p> <p>92.3% (11)</p>	<p>EQ20: (D) “El pentágono tiene 5 lados por lo tanto debe tener 5 caras y este molde cumple con dichos parámetros”.</p>
	<p>5. A continuación, se presenta el desarrollo plano de un sólido</p>  <p>Del sólido que se puede construir con este desarrollo plano, es <b>correcto</b> afirmar que tiene en total</p> <p>a) 1 vértice  b) 2 bases  c) 3 aristas  d) 4 caras</p>	<p>EZ11, EY12, EX13, EW14, EV15, EU16, ET17, ES18, ER19, EQ20, EP21, EN23.</p> <p>92.3% (11)</p>	<p>EZ11: (d) “Porque al armarlo correctamente queda con cuatro caras”.</p>

Nivel de razonamiento de Van Hiele	preguntas correspondientes a los niveles	Estudiantes ubicados en cada nivel de razonamiento	Justificación de las respuestas por parte de los estudiantes
ORDENACIÓN	<p>6. El área de un triángulo es <math>A = \frac{BASE \times ALTURA}{2}</math>, en el caso de un triángulo rectángulo está dada por la mitad de producto de los catetos (ver figura)</p>  <p>Esto ocurre porque</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>La suma de los ángulos internos del triángulo es <math>180^\circ</math></li> <li>Las medidas de <math>m</math> y <math>n</math> forman el perímetro del triángulo.</li> <li><math>m</math> y <math>n</math> son la altura y la base del triángulo respectivamente.</li> <li>El cuadrado de <math>d</math> es la suma de los cuadrados de <math>m</math> y <math>n</math></li> </ol>	<p>EZ11, EY12, EX13, EV15, ET17, ES18, ER19, EQ20, EP21, EO22, EN23.</p> <p>84,6% (11)</p>	<p>EV15: (c) "porque el triángulo tiene una base y estas están representadas por <math>m</math> y <math>n</math>"</p> <p>EX13: (C) "Porque <math>m</math> es la altura y <math>n</math> es la base".</p>
	<p>7. El siguiente es un molde de una figura tridimensional</p>  <p>El molde se dobla por las líneas punteadas ¿Cuál de los siguientes sólidos corresponden al molde con sus medidas correctas?</p> 	<p>EZ11, EW14, EV15, ET17, EQ20, EO22, EN23.</p> <p>53.8% (7)</p>	<p>EQ20: (A)" las medidas de las otras respuestas no corresponden a las medidas dadas"</p> <p>EV15:(A) "Porque en la figura que esta sin armar y la armada tienen la misma medida como de altura como de base".</p>

Nivel de razonamiento de Van Hiele	preguntas correspondientes a los niveles	Estudiantes ubicados en cada nivel de razonamiento	Justificación de las respuestas por parte de los estudiantes
DEDUCCIÓN FORMAL	<p>8. La altura de la pirámide dentro del cubo de la figura es la mitad de la altura del cubo y su vértice superior se localiza en el centro del cubo.</p>  <p style="text-align: center;">Figura</p> <p>El volumen del cubo es:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>8 veces el volumen de la pirámide.</li> <li>6 veces el volumen de la pirámide</li> <li>5 veces el volumen de la pirámide</li> <li>4 veces el volumen de la pirámide.</li> </ol>	<p>EZ11, EX13, EW14, ES18, EQ20, EO22</p> <p>46,1% (6)</p>	<p>EQ20: (B) "porque una pirámide de igual base y altura cabe tres veces, una pirámide de la mitad ocupa el doble".</p> <p>ES18: (B) "Si porque el volumen de la pirámide cabe 6 veces en el prisma".</p>
	<p>9. Un contenedor para mercancías tiene las medidas que se muestran en la figura</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-right: 10px;"> <p style="text-align: center; margin: 0;"><b>Información</b></p> <p style="font-size: 0.8em; margin: 0;">El volumen del contenedor se determina multiplicando la medida de las tres dimensiones.</p> <p style="font-size: 0.8em; margin: 0;">10 dm = 1 m.</p> </div>  </div> <p style="text-align: right; margin-right: 10px;">Figura</p> <p>¿Cuánto mide el espacio que ocupa el contenedor?</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>60m</li> <li>60m<sup>3</sup></li> <li>600dm</li> <li>600dm<sup>3</sup></li> </ol>	<p>EV15, ER19, EQ20, EN23.</p> <p>30.7% (4)</p>	<p>EQ20: (B) "Hay 5 metros de largo, al multiplicar todos, da =60 y como hablamos de volumen son 60m<sup>3</sup>".</p> <p>ER19: (B) "Porque primero pasamos 50dm a metros y después de multiplican todas".</p>
	<p>10. Tres esferas de plata de 3mm de diámetro como se muestra en la figura, se van aguardar en una caja.</p>  <p style="text-align: center;">Figura</p>	<p>EY12, EX13, EV15, ER19, EQ20, EP21, EO22, EN23.</p> <p>61,5%(8)</p>	<p>EX13: (C) "porque las medidas son más anchas y la esfera pue entrar con facilidad".</p>

Nivel de razonamiento de Van Hiele	preguntas correspondientes a los niveles	Estudiantes ubicados en cada nivel de razonamiento	Justificación de las respuestas por parte de los estudiantes									
RIGOR	<p>¿En cuál(es) de las siguientes cajas, se pueden guardar las esferas?</p>  <p>a) En I solamente b) En III solamente c) En I y II solamente d) En II y III solamente</p>		EQ22: (C) "Tienen las medidas para guardar las tres esferas".									
	<p>11.</p> <p>10. Para realizar un experimento botánico María abre un agujero en su patio con una forma y volumen muy específicos. La ecuación que describe este volumen es:</p> $\pi r^2 h + \frac{2\pi r^3}{3}$ <p>Donde r y h corresponden a las dimensiones de los sólidos que representan el agujero. La tabla muestra las fórmulas para hallar los volúmenes de los sólidos más comunes</p> <table border="1" data-bbox="532 1079 894 1192"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Cono <math>V = \frac{1}{3} \pi r^2 h</math></td> <td>Prisma <math>V = \text{área base} \times h</math></td> <td>Esfera <math>V = \frac{4}{3} \pi r^3</math></td> <td>Cilindro <math>V = \pi r^2 h</math></td> <td>Pirámide <math>V = \frac{1}{3} \text{área base} \times h</math></td> </tr> </table> <p>Tabla Para el experimento se necesita un recipiente con forma exacta. La descripción que debe suministrar María al mandar hacer el recipiente de acuerdo con la expresión establecida, es que sea</p>						Cono $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$	Prisma $V = \text{área base} \times h$	Esfera $V = \frac{4}{3} \pi r^3$	Cilindro $V = \pi r^2 h$	Pirámide $V = \frac{1}{3} \text{área base} \times h$	EQ20,  7.6% (1)
												
Cono $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$	Prisma $V = \text{área base} \times h$	Esfera $V = \frac{4}{3} \pi r^3$	Cilindro $V = \pi r^2 h$	Pirámide $V = \frac{1}{3} \text{área base} \times h$								





Fuente: Elaborado por la autora del proyecto de investigación.

En el cuadro anterior se presenta los resultados obtenidos en cada una de las preguntas planteadas en la prueba final parte A (Anexo N) que se le aplicó a los estudiantes y las respuestas más representativas; los datos se presentan en forma numérica por número de estudiantes y en porcentaje, que permite tener una mirada general de los avances que lograron obtener los estudiantes en el nivel de razonamiento.

**Tabla 28. Resultados de la parte A de la prueba final por estudiante**

Estudiantes	Visualización			Análisis			Ordenación			Deducción formal			Rigor		
	1	2		3	4		5	6		7	8		9	10	
EZ11	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	R		R	R	R
EY12	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	R		R	R		✓	x	
EX13	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	R	R		✓	R	
EW14	✓	✓	✓	✓	✓	✓	R	✓		✓	X	R	R	x	
EV15	✓	✓	✓	x	✓		✓	✓	✓	x	✓	R	✓	R	
EU16	✓	✓	✓	✓	✓	✓	R	R		R	R	R	x	x	x
ET17	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	R	R	R	R	R	R
ES18	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	R		✓	R		R	R	R
ER19	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	R		x	✓		✓	R	
EQ20	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
EP21	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	R		R	R		✓	R	
EO22	✓	✓	✓	✓	R		✓	✓	✓	✓	x		✓	R	R
EN23	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	x	✓		✓	R	

Fuente: Resultados de la prueba diagnóstica, elaborada por la autora del proyecto de investigación.

-  Alcanzan el nivel de razonamiento.
-  Presentan el conocimiento básico, pero no tienen la capacidad de justificación.
-  1. No alcanzan el nivel de razonamiento.
-  2. Presentan el conocimiento, pero no superan el nivel de razonamiento, necesitan mayor profundidad en el tema.

La tabla anterior representa los resultados por cada estudiante en la parte A de la prueba diagnóstica en la cual:

- Los números del 1-10 representa el número de preguntas por cada nivel de razonamiento.
- ✓ Representa las preguntas contestadas correctamente.

- **R** representa las preguntas respondidas pero que no fueron justificadas correctamente.
- **X** representa las preguntas que no constestaron, ni justificaron correctamente.

De acuerdo a la información suministrada en la tabla anterior se observa que el 46% (6) estudiantes, alcanzaron el nivel de análisis y presentaron un conocimiento básico de los ítems evaluados para el nivel de ordenación y clasificación, pero les faltó profundizar en el tema para lograr ubicarse en este nivel con propiedad.

De los 13 estudiantes, también 6 de ellos se ubicaron en el nivel de ordenación y clasificación, lo que significa, que los estudiantes realizaron demostraciones de relaciones de volumen entre objetos distintos, eligieron unidades de medidas adecuadas para los objetos presentados, realizaron mediciones correctas de las figuras propuestas en la prueba. Además, solo el estudiante EQ20 se ubica en el nivel rigor debido a que respondió correctamente las preguntas de la prueba final e hizo una justificación válida para los procesos desarrollados dentro la secuencia didáctica que le permitió alcanzar este nivel de razonamiento.

**7.3.2 Análisis de la prueba final Parte B.** La parte B de la prueba final se dividió en dos apartados en uno de ellos consistió en que los estudiantes dibujaran un prisma y señalaran cada una de sus partes y en el siguiente punto debían escribir el nombre de las figuras dadas y completar un cuadro con los números correspondientes a la cantidad de caras, vértices, aristas, que tenía cada una de las figuras tridimensionales propuestas en la prueba.

En las siguientes imágenes se observan los resultados obtenidos en la parte B de la prueba final aplicada a un estudiante.

Figura 25. Ejemplo de respuesta 1 del Estudiante EQ20

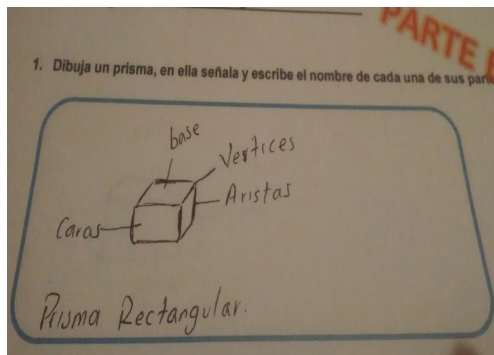


Figura 26. Ejemplo de respuesta 2 del estudiante EQ20

3. Completa la información de la tabla:

Cuerpo Geométrico	¿Prisma o Pirámide?	¿Cuántas caras tiene?	¿Cuántas aristas tiene?	¿Cuántos vértices tiene?
	Prisma	5	15	10
	Pirámide	4	6	4
	Pirámide	5	10	11
	Prisma	4	12	8

En ellas se puede observar que el estudiante identificó y reconoció el nombre correcto de las partes de una figura tridimensional, además que hizo la respectiva representación mental de cada una de las figuras para poder realizar el conteo de las partes preguntadas en la prueba, con lo cual se puede afirmar que el estudiante alcanzó el nivel de clasificación, ya que según Van Hiele<sup>68</sup> en éste “*el estudiante puede realizar clasificaciones lógicas de los objetos considerando propiedades o relaciones ya conocidas*”.

<sup>68</sup> GUILLÉN SOLER, Gregoria. El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos. Revista de Educación Matemática, vol. 16, núm. 3, diciembre, 2004, p. 110

En la pregunta 1 se observa que el estudiante, fue capaz de hacer una figura tridimensional en un plano bidimensional y reconoció cada una de las partes identificables de la figura.

En la pregunta 2 se analiza la capacidad que presentó el estudiante al interpretar las figuras tridimensionales que se le presentó en un plano bidimensional, además la identificación sus propiedades.

En el siguiente cuadro se registran los resultados obtenidos por los estudiantes en la parte B de la prueba con la respectiva descripción del análisis realizado a las repuestas dadas por ellos y la valoración correspondiente en forma cualitativa que se simboliza con algunas representaciones.

✓ =Significa que respondió correctamente la pregunta.

R = Significa que hace parte de la actividad, pero no responde satisfactoriamente a lo esperado para el nivel de razonamiento.

X = Significa que no alcanza los logros propuestos para el nivel evaluado en la prueba.

**Tabla 29. Resultados de la parte B de la Prueba final aplicada a los estudiantes.**

ESTUDIANTES	Pregunta 1	Pregunta 2	Descripción de los resultados del estudiante
EZ11	✓	✓	Reconoce algunas partes de los prismas y se le dificulta hacer proyecciones de las imágenes en la cual no están todas sus vistas.
EY12	R	R	No reconoce las partes del prisma pero si hace su dibujo correctamente y se le dificulta, hacer proyecciones de las imágenes en la cual no están todas sus vistas.
EX13	✓	✓	El estudiante tiene la capacidad de describir la figura de manera formal es decir señala y nombra cada una de las partes del prisma e identifica propiedades en otras representaciones geométricas.

ESTUDIANTES	Pregunta 1	Pregunta 2	Descripción de los resultados del estudiante
EW14	x	✓	No realiza el dibujo de un prisma en un plano, identifica algunas partes de los prismas pero se le dificulta las proyecciones.
EV15	R	R	No reconoce las partes del prisma, pero si realiza su dibujo correctamente, además se le dificulta, hacer proyecciones de las imágenes en la cual no están todas sus vistas.
EU16	R	R	No reconoce las partes del prisma, pero si realiza su dibujo correctamente, además se le dificulta, hacer proyecciones de las imágenes en la cual no están todas sus vistas.
ET17	✓	✓	El estudiante tiene la capacidad de describir la figura de manera formal es decir señala y nombra cada una de las partes del prisma e identifica propiedades en otras representaciones geométricas.
ES18	✓	✓	El estudiante tiene la capacidad de describir la figura de manera formal es decir señala y nombra cada una de las partes del prisma e identifica propiedades en otras representaciones geométricas.
ER19	✓	✓	Realiza el dibujo del prisma correctamente, pero no identifica sus partes, además se le dificulta, hacer proyecciones de las imágenes en la cual no están todas sus vistas.
EQ20	✓	✓	El estudiante tiene la capacidad de describir la figura de manera formal es decir señala y nombra cada una de las partes del prisma e identifica propiedades en otras representaciones geométricas.
EP21	✓	✓	El estudiante tiene la capacidad de describir la figura de manera formal es decir señala y nombra cada una de las partes del prisma e identifica propiedades en otras representaciones geométricas.
EO22	x	✓	No realiza el dibujo de un prisma en un plano correctamente, además no identifica las partes de los prismas pero no se le dificulta las proyecciones.
EN23	✓	✓	El estudiante tiene la capacidad de describir la figura de manera formal es decir señala y nombra cada una de las partes del prisma e identifica propiedades en otras representaciones geométricas.

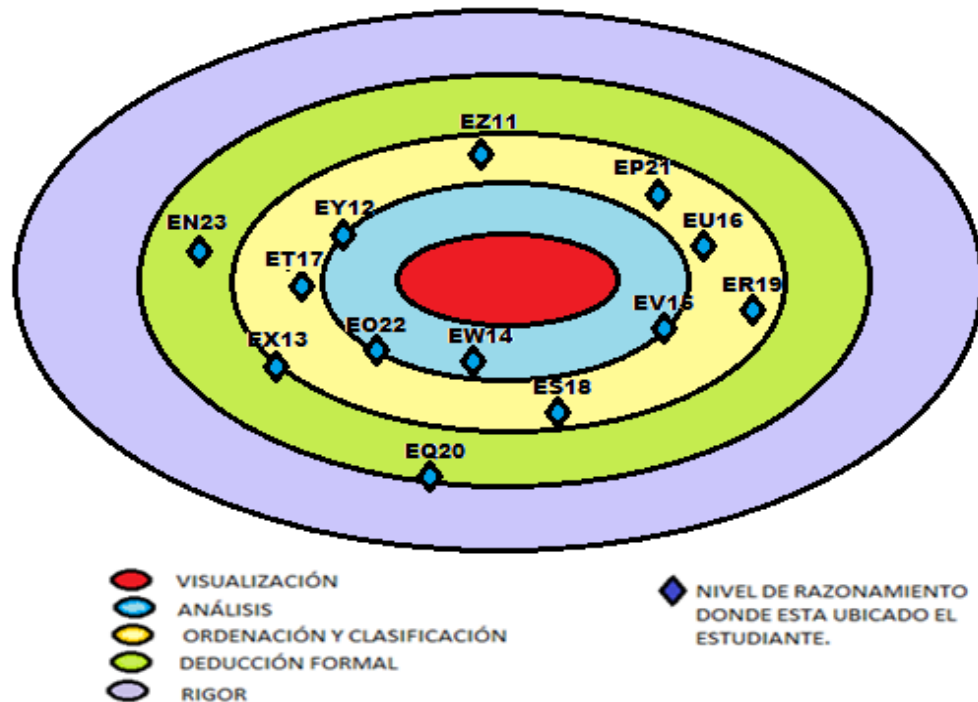
Fuente: Resultados de la prueba final, elaborada por la autora del proyecto de investigación.

La tabla anterior muestra los resultados de la prueba final parte B por estudiante y se realiza un análisis de lo que el estudiante ejecuta frente a la prueba aplicada; en ella se puede observar que el 60%(8) estudiantes afianzaron sus conocimientos respecto a las propiedades y visualización de las imágenes tridimensionales. Además, se puede afirmar que pueden llegar a ordenación al ser capaz de describir de manera formal las características de los objetos presentados.

El 38% de los estudiantes aún presentan dificultad al realizar un proceso de identificación de propiedades de figuras tridimensionales, ellos aún se encuentran en nivel de razonamiento de análisis porque no superan totalmente las preguntas de la prueba planteada.

**7.3.3 Resultados global de la parte a y b de la prueba final.** A continuación, se presenta la gráfica que recoge los resultados de la prueba final (Parte A y B) aplicada a los estudiantes y el nivel de razonamiento alcanzado después de la intervención didáctica.

Figura 27. Resultado global de la prueba final según los niveles de razonamiento de Van Hiele



Fuente: GARCÍA A. Gabriela. La construcción del concepto de área a través de la resolución de problemas y el análisis cognitivo”. Universidad de Huelva, España 2013. Elaborado de la maestra investigadora, adaptando el diagrama propuesto por García A. Gabriela

De los 13 estudiantes participantes el 7,6% (1), EW14 se encuentra ubicado en análisis lo que significa que el estudiante fue capaz de describir las propiedades de algunas figuras geométricas, reconocer su nombre con propiedad, identificarlas fácilmente con la utilización de representaciones visuales y se le dificulta cuando debe realizar operaciones matemáticas, la representación del objeto en un plano bidimensional, cuando ésta se debe realizar de forma abstracta. Esto va acorde con lo planteado inicialmente en el modelo de Van Hiele: cuando una persona alcanza el nivel de análisis.

El individuo puede ya reconocer y analizar las partes y propiedades particulares de las figuras geométricas y las reconoce a través de ellas, pero no le es posible establecer relaciones o clasificaciones entre propiedades de distintas familias de figuras. Establece las propiedades de las figuras de forma empírica, a través de la experimentación y manipulación. Como muchas de las definiciones de la geometría se establecen a partir de propiedades, no puede elaborar definiciones.<sup>69</sup>

Al aplicar el modelo de Van Hiele para medir el nivel de razonamiento de los estudiantes al abordar tareas de volumen de figuras tridimensionales se tiene en cuenta que este modelo permitió ubicar a estudiantes en un proceso de transición de un nivel a otro. En el gráfico anterior (figura 7) se observa que el 23% (3) de los estudiantes EO22, EY12 y EV16 están ubicados entre análisis y ordenación porque demostraron el conocimiento planteado, pero les faltó profundizar un poco más en el tema para lograr alcanzar en plenitud el nivel de ordenación, debido a que los estudiantes identificaron las propiedades y componentes de los objetos tridimensionales pero no demostraron capacidad para realizar el dibujo correcto de las figuras en un plano bidimensional.

EL 7,6 (1) EN23, se encuentra ubicado en deducción formal debido a que Justifica la respuesta de problemas de volumen con demostraciones lógicas y formales de volumen, representa mentalmente la composición de los sólidos e identifica las características generales de las figuras tridimensionales.

El 7.6% (1) EX13 se encuentra en transición de ordenación a deducción formal debido a que realizó demostraciones de relaciones de volumen entre objetos distintos, eligió unidades de medidas adecuadas para los objetos presentados, describió de manera formal las características de los objetos presentados., pero no justificó las respuestas de problemas de volumen con razonamientos lógicos como se espera que un estudiante lo realice de acuerdo a los procesos de comunicación que debe haber desarrollado.

---

<sup>69</sup> VARGAS, G. y GAMBOA, R. El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. En: Revista de Uniciencia. Enero-junio, 2013. Vol. 27, No. 1, p. 83 ISSN 1101 – 0275.

El 7.6% (1) EQ20 se encuentra en transición de deducción formal a rigor, porque el estudiante realizó la solución de problemas con áreas y volúmenes de cuerpos sólidos con facilidad y los relacionó en otros contextos, pero no utilizó gráficas para resolver problemas que involucraban congruencia y semejanza.

En el nivel de ordenación se encuentra el 46.1% (6) de los estudiantes ER19, EU16, EP21, EZ11, ET17, ES18, porque describen de manera formal las características de los objetos presentados, realizan demostraciones de relaciones de volumen entre objetos distintos y realizan mediciones correctas; esta descripción de los logros encontrados, están acordes con lo planteado para este nivel por Fouz y De Donosti<sup>70</sup> *“describen las figuras de manera formal, es decir, se señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir. Esto es importante pues conlleva entender el significado de las definiciones, su papel dentro de la Geometría y los requisitos que siempre requieren”*.

#### **7.4 COMPARACIÓN DE RESULTADOS PRUEBA DIAGNOSTICA Y FINAL.**

**Comparativo de la parte A de la prueba diagnóstica y de la prueba final.** A continuación, se realiza la comparación entre los resultados obtenidos en la parte A de la prueba diagnóstica y la parte A de la prueba final que se aplicó a los 13 estudiantes de noveno grado, teniendo en cuenta el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes.

---

<sup>70</sup> FOUZ, F. y de DONOSTI, B. Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría, un paseo por la geometría. Disponible en: <http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf>. 2005. p. 69.

**Tabla 30. Comparativo prueba diagnóstica y final**

Nivel de razonamiento	Resultado diagnóstico	Resultado prueba final
Visualización	Se encontraron 8 estudiantes que lograron alcanzar este nivel de razonamiento; algunos lo lograron con dificultad.	En visualización ningún estudiante quedó ubicado en este nivel pues lograron ascender a otros niveles de razonamiento.
Análisis	En este nivel según la prueba A lo alcanzaron 4 estudiantes quienes respondieron correctamente una de las preguntas, pero no hicieron una justificación. Coherente.	6 estudiantes lograron ubicarse con facilidad en este nivel y se evidenció una mejora en los procesos de justificación, y realización de cálculos matemáticos.
Ordenación o clasificación	Solo lo alcanzó un estudiante, a quien se identificó con nivel de razonamiento superior al de sus compañeros y realizó los procedimientos y análisis con facilidad.	En este nivel quedaron ubicados 6 estudiantes, porque realizaron procesos de análisis superior en la descripción de manera formal de los objetos tridimensionales trabajados y su justificación correcta.
Deducción forma	No alcanzó este nivel ningún estudiante.	En este nivel no hubo algún estudiante ubicado por que fue superado en su totalidad por el estudiante EQ20.
Rigor	No alcanzó este nivel ningún estudiante.	Este nivel lo alcanzó el estudiante EQ20 estudiante quien respondió correctamente todas las preguntas de la prueba y las justificó pero no lo hizo a profundidad como se había esperado según lo planteado en el proyecto.

Fuente: Resultados de la prueba diagnóstica y final, elaborada por la autora del proyecto de investigación.

Según el resultado obtenido en la parte A de la prueba final aplicada a la muestra de estudiantes de noveno grado, se puede afirmar que con la aplicación de la secuencia didáctica los estudiantes avanzaron en el nivel de razonamiento en el cual se encontraban cuando se aplicó la prueba diagnóstica.

Los resultados muestran que la mayoría de los estudiantes avanzaron a nivel de análisis de acuerdo a lo esperado en cada uno de los desempeños propuestos, aunque algunos de ellos se pueden ubicar en un proceso de transición, porque tienen el concepto del tema, pero no han desarrollado la competencia para realizar una justificación clara y precisa del proceso de solución de las preguntas propuestas para los diferentes niveles de razonamiento. Según los resultados de la prueba solo el estudiante EQ20 alcanzó el nivel más alto de razonamiento esperado en el planteamiento del proyecto, por consiguiente, este estudiante sabe representar el volumen de sólidos en otros contextos.

### **Comparativo de la parte B de la prueba diagnóstica y final.**

Los resultados obtenidos en la parte B de las dos pruebas: diagnóstica y final, se comparan desde el punto de vista de los avances de los estudiantes en la representación y reconocimiento de las propiedades de las figuras geométricas trabajadas durante el proceso de intervención en el que se desarrollaron diferentes actividades, enfocadas a la manipulación y representación de diferentes situaciones didácticas contextualizadas que llevan al estudiante a potencializar su proceso de representación mental del objeto estudiado, de acuerdo a lo planteado por Duval.

La organización perceptiva de una figura privilegia en reconocimiento de ciertas unidades figurales y tiende a ocultar otras. Ahora bien, las unidades figurales que se han podido identificar perceptivamente no siempre concuerdan con las que están designadas en el enunciado, o con las que son pertinentes para la resolución del problema planteado<sup>71</sup>

---

<sup>71</sup> DUVAL R. Se miosis y pensamiento humano (M. vega, trad) Cali, Programa editorial Universidad del Valle p. 210

Por ello en la prueba diagnóstica, se plantearon situaciones de modelación y en la prueba final se realizaron planteamientos de representación figural. Se encontró que los estudiantes avanzaron en su nivel de razonamiento y son capaces de identificar las propiedades de los sólidos geométricos y de hacer su respectiva representación gráfica. Lo cual se permite afirmar que el uso de material concreto dentro del proceso de intervención ayudo a que los estudiantes logaran tener una correcta representación figural de los objetos tridimensionales trabajados, además de afianzar los conceptos y la identificación de características y propiedades de las figuras.

## 8. HALLAZGOS

La respuesta a la pregunta problema o de investigación: **¿Cómo potenciar el razonamiento geométrico en estudiantes de noveno grado al abordar tareas relacionadas con el volumen de objetos tridimensionales, a través del uso del material concreto como estrategia didáctica?**, se fundamenta en el diseño y aplicación de la secuencia didáctica que se desarrolló enmarcada en el urbanismo, que incidió de manera positiva en desarrollo del razonamiento geométrico al abordar actividades secuenciadas las cuales hicieron posible que los estudiantes profundizaran en conocimientos básicos como perímetro y área, necesarios para solucionar problemas contextualizados sobre volumen de figuras tridimensionales como el prisma, la pirámide y el cilindro.

La aplicación de un esquema diferente de desarrollo de clase motivó a los estudiantes a querer conocer y aprender respecto al tema; además la estructura libre en la cual se desarrollaron la mayoría de las actividades donde no se esquematizaba la metodología tradicional para el desarrollo de las clases en el aula, permitió el trabajo colaborativo y la realización de actividades fuera del aula como visitas a la casa de algunos estudiantes y elaboración de proyectos, situaciones que fortalecieron el razonamiento matemático aportando insumos positivos al desarrollo del pensamiento métrico y geométrico de los estudiantes desde situaciones contextualizadas.

El desarrollo del proyecto de investigación impacto positivamente a los estudiantes porque se dinamizó el proceso de enseñanza aprendizaje, se evidenció un cambio de actitud en el desarrollo de las actividades estando más activos y participando con un mayor grado de responsabilidad. Además el uso del material concreto permitió alcanzar los logros propuestos en el proyecto al mejorar el nivel de razonamiento de los estudiantes, que se evidencia al momento de realizar

actividades de mayor complejidad en el área de matemáticas y no solo de geometría.

Se observó que no solo el aumento en el nivel de razonamiento, si no que se optimizó el proceso de comunicación al utilizar un lenguaje matemático adecuado al referirse a las figuras bidimensionales y tridimensionales, además del reconocimiento correcto de los procesos adecuados para solución de problemas contextualizados, y el trabajo en equipo que se realizó durante las sesiones de intervención, ayudaron a mejorar las relaciones interpersonales en los integrantes del grupo.

El que hacer del docente, también se impactó porque al ver los avances en los estudiantes, se vio la necesidad de hacer una reestructuración de la propuesta de enseñanza de la geometría en todos los grados en los cuales imparte clase y se hizo la propuesta para que esta fuera adoptada por los docentes de primaria en la institución objeto de estudio.

## 9. CONCLUSIONES

En este capítulo se presentan las conclusiones obtenidas del proceso investigativo desarrollado entorno al fortalecimiento del razonamiento geométrico al abordar tareas relacionadas con volumen de objetos tridimensionales, mediante el uso del material concreto como estrategia didáctica.

Con respecto a la identificación de las dificultades y fortalezas que presentaron los estudiantes de noveno grado en la prueba diagnóstica que evaluaba la comprensión de las características y propiedades de objetos tridimensionales teniendo en cuenta los niveles de razonamiento de Van Hiele, se concluye que:

Las principales dificultades respecto a las características y propiedades de las figuras, son:

- Presentan dificultades en el reconocimiento de las características fundamentales de las figuras bidimensionales y tridimensionales.
- Presentan falencias en el proceso de identificación de unidades de medida de las figuras.
- Se les dificulta realizar descripciones de las propiedades de las figuras tridimensionales.
- Presentan falencias en el proceso de comunicación escrito porque no son capaces de hacer justificaciones concretas a las repuestas dadas de las preguntas plantadas.
- Se les dificulta extraer información de imágenes presentadas.

Las fortalezas encontradas hacen referencia a:

- El desarrollo de una parte evaluativa del proceso correspondiente al trabajo con plastilina, que generó agrado en los estudiantes en el desarrollo de la actividad propuesta.
- Se evidenció que algunos estudiantes tienen un mejor desarrollo del razonamiento geométrico al momento de abordar actividades relacionadas con el perímetro, el área y el volumen de objetos tridimensionales.
- Los estudiantes fueron recursivos y creativos al momento de realizar una actividad abierta sin ninguna directriz por parte del maestro investigador.

En lo referente al diseño y aplicación de una secuencia didáctica utilizando como estrategia el uso de material concreto para fortalecer el razonamiento geométrico al abordar situaciones que involucren el volumen de objetos tridimensionales, se puede concluir que:

- La secuencia didáctica que se diseñó con el uso de diferentes materiales didácticos para cada una de las actividades, incidió positivamente en los estudiantes ya que la mayoría de ellos lograron avanzar en el nivel de razonamiento que presentaban inicialmente, proporcionándole una mayor apropiación de la temática al ser relacionada con situaciones contextualizadas.
- El uso de material concreto como estrategia para el fortalecimiento del razonamiento geométrico se considera que fue pertinente, porque permitió que el estudiante interactuara con objetos de su contexto y la aplicación de los conceptos geométricos en situaciones reales.
- Las diferentes actividades fortalecieron el proceso de comunicación; en especial, enriqueció el lenguaje matemático propio del pensamiento geométrico y métrico.
- Las relaciones interpersonales se fortalecieron, gracias al trabajo colaborativo que incentivaron las actividades programadas en la secuencia didáctica, en especial en la actividad donde los estudiantes realizaron las mediciones en la casa de un compañero.

Con respecto a la categorización del Nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes al abordar tareas con objetos tridimensionales a partir del marco teórico de Van Hiele, la cual se realizó antes y después del proceso de intervención, se concluye que:

- Los estudiantes presentaron una modificación en el nivel de razonamiento geométrico en cuanto a la visualización, análisis de las propiedades y procedimientos matemáticos al desarrollar actividades con objetos tridimensionales en la etapa de diagnóstico problematización, en la cual se ubicó en *visualización* el 69%, en *análisis* el 23%, en *ordenación y clasificación* el 7,6% y en *deducción formal y rigor* el 0% de los estudiantes; mientras que al finalizar la intervención en la prueba final demostraron un avance en los niveles de razonamiento a saber, se ubicó en *visualización* el 0%, en *análisis* el 7,6%, en *ordenación y clasificación* el 46,1% en *deducción formal* el 7,6% y *rigor* el 0% y algunos se encuentran en proceso de afianzamiento de conocimientos y están ubicados entre análisis y ordenación el 23%, entre ordenación y deducción formal 7,6% y entre deducción formal y rigor el 7,6%.
- Los estudiantes superaron algunas dificultades y mejoran su nivel de razonamiento geométrico al visualizar imágenes y dibujarlas en planos bidimensionales, además identifican características y propiedades de los objetos tridimensionales, desarrollando procesos matemáticos adecuados.
- El uso de material concreto como estrategia didáctica en el fortalecimiento del razonamiento geométrico en los estudiantes presentó un efecto positivo porque permitió que los estudiantes superaran falencias que tenían al momento de visualizar, analizar y realizar procesos matemáticos básicos al abordar

actividades relacionadas con el volumen de los objetos, que se observaron en los aspectos evaluados en la prueba final.

- La secuencia didáctica junto a la estrategia didáctica desarrollada en el aula de clase en cada una de las actividades planeadas de las sesiones le permitió al estudiante reflexionar y analizar sobre el proceso que se lleva a cabo al momento de hallar el volumen de objetos tridimensionales como el prisma, la pirámide y el cilindro, además de reforzar los conocimientos previos que los estudiantes tenían sobre el área y el perímetro de figuras planas, necesarios para hallar el volumen de los objetos, de forma individual y grupal, lo cual contribuyó al fortalecimiento de las competencia de razonamiento geométrico.
- En el desarrollo del proyecto se encontraron limitaciones de falta de recursos para la adquisición del material ya que los estudiantes son de nivel socioeconómico uno y todo el material debió ser suministrado por la docente investigadora, además que algunos estudiantes no estuvieron en todo el proceso de intervención porque recibieron sanciones pedagógicas por problemas de convivencia dentro de la institución educativa y su avance de nivel de razonamiento no fue el esperado.

## 10. RECOMENDACIONES

- Para que la utilización de material concreto fortalezca el razonamiento geométrico de los estudiantes familiarizándolos con objetos cotidianos con los que ellos interactúan constantemente, se debe realizar con una planeación específica respecto a las actividades a desarrollar para que este no pierda la función que se espera dentro del proyecto.
- Para que el proceso de aprendizaje se realice de manera práctica trascendiendo la teoría y ejercicios de procesos matemáticos de situaciones idealizadas, es necesario transformar el aula en un espacio de aprendizaje donde el estudiante opine, proponga, e interactúe de forma diferente con sus compañeros, además de buscar otros espacios dentro de la misma institución que permiten al estudiante realizar la actividad académica para que esta sea más significativa para su aprendizaje.
- Al realizar un proceso de intervención en el aula es necesario que se les aplique una prueba entrada a los estudiantes para analizar las debilidades y fortalezas que tienen los estudiantes y poder desarrollar un proceso objetivo para que el avance en el nivel de razonamiento se vea reflejado al finalizar el proceso de investigativo.
- Se sugiere que en la realización de futuras investigaciones en las cuales el estudiante interactúe con el material concreto para que de esta manera se puede fortalecer el razonamiento matemático y por ende la competencia de comunicación, la cual le permite utilizar el lenguaje matemático adecuado para las diferentes situaciones contextualizadas.

## BIBLIOGRAFÍA

ALEMÁN, Jessy M. La geometría con CABRI una visualización a las propiedades de los triángulos. Tesis de Maestría. Tegucigalpa M.D.C: Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, 2009.

ALGARÍN, Dany. Caracterización de los niveles de razonamiento de Van Hiele específicos a los procesos de descripción, definición y demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas. Tesis de Maestría. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander, 2013.

ANTONEGUI, M. Desarrollo del pensamiento matemático. Cuaderno N°12 Geometría: conceptos y construcciones elementales. Caracas, Venezuela: Federación Internacional Fe y Alegría. 2006.

ARANGO, Luz y TRUJILLO, Alberto. Entiendo el concepto de volumen usando ideas del principio de Cavalieri y material manipulable. Tesis de licenciatura en matemáticas. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander, 2010.

BLANCO, L. y BARRANTES, M. Sobre la geometría escolar y su enseñanza aprendizaje, Concepciones de los estudiantes para Maestro en España. En: Relime. Julio, 2003. Vol. 6, No. 2, p. 107-132.

DÍAZ, Ángel. Secuencias de aprendizaje ¿Un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas? Profesorado. En: Revista de curriculum y formación del profesorado. Septiembre-diciembre, 2013. Vol. 17, No. 3, p. 11-33.

ELLIOTT, J. El cambio educativo desde la investigación – acción. Madrid: Morata, 1991.

FIALLO, Jorge. Estudio del proceso de demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas un ambiente de geometría dinámica. Tesis de doctorado. España: Universidad de Valencia, 2010.

FOUZ, F. y de DONOSTI, B. Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría, un paseo por la geometría. Disponible en: <http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf>. 2005.

ICFES informe ejecutivo Colombia PISA 2015. Disponible en: <http://www.icfes.gov.co/investigadores-posgrado-2/evaluaciones-internacionales-inves/programa-para-la-evaluacion-internacional-de-estudiantes-pisa> [Citado 6/06/2016]

ICFES. Informe PISA. Disponible en: <http://www.icfes.gov.co/investigadores-posgrado-2/evaluaciones-internacionales-inves/programa-para-la-evaluacion-internacional-de-estudiantes-pisa>

ICFES. PISA resultados nacionales. Resumen ejecutivo. Disponible en: [http://www.mineduccion.gov.co/cvn/1665/articles-336001\\_archivo\\_pdf.pdf](http://www.mineduccion.gov.co/cvn/1665/articles-336001_archivo_pdf.pdf)

ICFES. Saber 3°, 5° y 9° 2014. Resultados Censales. Disponible en: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jsp>

ICFES. Saber 3°, 5° y 9° 2015. Resultados Censales. Disponible en: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/seleccionListaInstituciones.jsp>

ICFES. Saber 9° 2016. Resultados Censales. Disponible:  
<http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jsp>

ICFES. TIMSS 2007 Resultados Nacionales. Resumen ejecutivo. Disponible en:  
<http://www.icfes.gov.co/docman/investigadores-y-estudiantes-de-posgrado/seminario-internacional-de-investigacion/seminario-2010/conferencias-principales-2010/1080-isabel-fernandes-carolina-lopera-y-victor-cervantes-resultados-de-colombia-en-timms-2007/file?force-download=1>

Índice Sintético de la Calidad Educativa 2015. Ministerio de Educación Nacional. Disponible en:  
[http://diae.mineducacion.gov.co/dia\\_e/documentos/2016/168001007856.pdf](http://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/documentos/2016/168001007856.pdf)

ISCE. Resultados obtenidos en el año 2016. Disponible en:  
[http://diae.mineducacion.gov.co/dia\\_e/documentos/168001007856.pdf](http://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/documentos/168001007856.pdf)

LASTRA Sonia. Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas. Tesis de Maestría. Santiago de Chile: Universidad de Chile, 2005.

MAMMANA y VILLANI. Recogiendo las ideas del Documento de Discusión del estudio del ICMI, Perspectivas de la enseñanza de la Geometría para el siglo XXI, 1998.

MARÍN, Dora. Estrategias didácticas para fortalecer el pensamiento geométrico en estudiantes de grado sexto. Tesis de Licenciatura en Matemáticas. Manizales: Universidad Católica de Manizales, 2013.

MCKERNAN, J. Investigación – acción y currículum. Madrid: Morata, 1996.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Primera Edición. Ed. MEN, 2006, p. 62.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá, p. 56.

ROJAS, José. Estrategia didáctica para la enseñanza de la geometría del hexaedro. Tesis de Maestría. Medellín: Universidad Nacional de Colombia, 2014.

SANDOVAL, C. Especialización en Teoría, Métodos y Técnicas de Investigación Social. Investigación Cualitativa. Bogotá: ARFO, 2002. p. 146.

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA FRANCISCO MORAZAN. Repositorio digital de documentos en educación matemática, Honduras, la geometría con CABRI una visualización a las propiedades de los triángulos. [Disponible en: <http://www.cervantesvirtual.com/nd/ark:/59851/bmc794s4>].

VARGAS, G. y GAMBOA, R. El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. En: Revista de Uniciencia. Enero-junio, 2013. Vol. 27, No. 1, p. 74-94. ISSN 1101 – 0275.

VARGAS, M. Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje. Tesis de Doctorado. España: Universidad de Extremadura. Facultad de Educación. Departamento de Didáctica de la Ciencias Experimentales y de las Matemáticas, 2004.

# **ANEXOS**

## ANEXO A. Permiso de la aplicación de la propuesta



Bucaramanga, Junio 14 de 2017

**MARIA ESTER BAUTISTA**  
**Rector I.E. Claveriano Fe y Alegría**

Reciba un cordial saludo.

Atentamente solicito su consentimiento para desarrollar en la institución educativa, durante el año 2017, la investigación que yo, Jazmin Edith Silva Martínez, docente de Matemáticas, adelanto en el marco de la Maestría en Pedagogía en la Universidad Industrial de Santander y que tiene como título **SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS EN ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO AL ABORDAR TAREAS CON OBJETOS TRIDIMENSIONALES**. Con este proceso se espera Fortalecer las competencias de comunicación, representación y modelación en los estudiantes de básica secundaria al encontrar el volumen de objetos tridimensionales, que posibiliten el desarrollo del pensamiento geométrico

La intervención con los estudiantes se desarrollará de la siguiente manera:

1. Una prueba diagnóstica para identificar los niveles de razonamiento en que se encuentran los estudiantes en la resolución de problemas relacionados con el volumen de los objetos.
2. En horas de clase del área de Matemáticas se desarrollara y fortalecerá las competencias de comunicación, representación y modelación, estas clases serán grabadas para permitir la observación participante en el aula y tendrán como evidencia algunas tomas fotográficas.
3. Se desarrollará una Propuesta Pedagógica y se aplicarán técnicas de recolección de información como diarios de campo, taller investigativo y cuestionarios. Al finalizar se aplicará una prueba para evidenciar los avances en el proceso. Lo anterior permitirá evidenciar el trabajo de campo y enriquecer los procesos formativos de los estudiantes en el área de Matemáticas, a la par de contribuir con la investigación educativa en el departamento de Santander.

*Se aclara que la identidad de los participantes, estudiantes, será protegida al no revelar su nombre en la investigación, ni su rostro grabado; esta información será solo conocida*

por la maestra investigadora para dar precisión al análisis de la información sin pérdida de esta, lo que solo se logra con grabaciones. Toda información o datos que pueda identificar al participante serán manejados confidencialmente. Todo asunto que se relacione con la protección de informantes y de la Institución Educativa en la investigación será estrictamente vigilado por la investigadora, el director del proyecto y el Comité Asesor de Programas de Posgrados de la Escuela de Educación de la Universidad Industrial de Santander.

La investigación no implica ningún juicio *Ad Hominem* sobre los informantes ni de la institución participante.

Si tiene alguna pregunta o desea más información sobre esta investigación, por favor comuníquese con la docente - estudiante Jazmin Edith Silva Martínez, al correo [jazsilva7@hotmail.com](mailto:jazsilva7@hotmail.com)

Se anexa formato de asentimiento para ser diligenciado.

Reciba mi agradecimiento por su atención y valioso apoyo,

**JAZMIN EDITH SILVA MARTINEZ**

Estudiante Maestría en Pedagogía  
Universidad Industrial de Santander

**FAVOR DILIGENCIAR Y ENTREGAR**

Yo Maria Esther Bautista con C.C. 37.886.449 y  
Representante legal de la Institución Educativa Claveriano Fe y Alegría

Autorizo  No autorizo  el desarrollo del proyecto de investigación:  
**SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO  
MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS EN ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO AL  
ABORDAR TAREAS CON OBJETOS TRIDIMENSIONALES.**

Desarrollado por la docente JAZMIN EDITH SILVA MARTINEZ, identificada con la  
C.c.No.37.843.206 de Bucaramanga.

Lugar y fecha I.E. Claveriano Fe y Alegría 6-06-17

Firma MEB



Institución Educativa  
Claveriano  
Fe y Alegría  
RECTORÍA

## ANEXO B. Consentimiento informado de los padres

	<p>Universidad Industrial de Santander</p>	<p><b>MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA CARTA DE CONSENTIMIENTO PADRES DE NOVENO</b></p>
---	--	--

### CONSENTIMIENTO INFORMADO A PADRES DE FAMILIA

Yo Luz Dary Garces, mayor de edad,  madre,  padre,  acudiente o  representante legal del estudiante Eisner Andrey Vera Garces de 13 años de edad, he sido informado acerca del proyecto de investigación "secuencia didáctica para el fortalecimiento del pensamiento métrico y sistemas de medidas en estudiantes de noveno grado al abordar tareas con objetos tridimensionales" que el docente del área de matemáticas está llevando a cabo en la Institución Educativa y requiere de la participación de mi hijo(a) para poderse desarrollar, en el cual se realizará una intervención didáctica de 8 secciones que serán grabadas para recoger la información necesaria para la investigación.

Luego de haber sido informado(s) sobre las condiciones de la participación de mi hijo(a) en la grabación de la investigación, resuelto todas las inquietudes y comprendido en su totalidad la información sobre esta actividad, entiendo que:

- La participación de mi hijo(a) en este proyecto o los resultados obtenidos por el docente no tendrán repercusiones o consecuencias en sus actividades escolares, evaluaciones o calificaciones en el curso.
- La participación de hijo(a) en el proyecto no generará ningún gasto, ni recibiremos remuneración alguna por su participación.
- No habrá ninguna sanción para hijo(a) en caso de que no autoricemos su participación.
- La identidad de mi hijo(a) no será publicada y las imágenes y sonidos registrados durante la grabación se utilizarán únicamente para los propósitos del proyecto y como evidencia de la práctica educativa del docente.

Atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados, y de forma consciente y voluntaria

DOY EL CONSENTIMIENTO       NO DOY EL CONSENTIMIENTO

Para la participación de mi (nuestro) hijo (a) en la grabación del video de práctica educativa del docente en las instalaciones de la Institución Educativa donde estudia.

Lugar y Fecha:	PADRE o ACUDIENTE
<u>Bvararabanga, 26 Septiembre 2017</u>	NOMBRE: <u>Luz Dary Garces</u>
	FIRMA: <u>Luz Dary Garces</u>
	CC/CE: <u>37549327 B/manpa.</u>

Jazmin Edith Silva Martínez

## ANEXO C. Carta asentimiento de los estudiantes



### CARTA DE ASENTAMIENTO

Bucaramanga, 12 de agosto 2017

Saludo especial



Apreciados estudiantes, yo Jazmin Edith Silva Martínez como docente de la institución quiero compartirles que adelanto un proyecto de investigación en Pedagogía desde la línea de Matemáticas, orientado por la Universidad Industrial de Santander, con el fin de diseñar e implementar una propuesta educativa para el fortalecimiento del pensamiento Métrico y sistemas de medidas.

El proyecto se denomina: **"secuencia didáctica para el fortalecimiento del pensamiento métrico y sistemas de medidas en estudiantes de noveno grado al abordar tareas con objetos tridimensionales"**. Para el cual se viene adelantando búsquedas de material teórico y fundamentación desde hace algún tiempo. En esta etapa, iniciaremos con la fase de recolección y registro de información con el apoyo de maestros y estudiantes de la comunidad educativa.

Es muy importante contar con tu respaldo y participación activa en cada una de las actividades que se proponen en la ejecución de esta propuesta pedagógica. La participación es voluntaria, no es obligatoria y en caso que desees retirarte de la investigación en algún momento lo puede hacer sin ninguna restricción. Querido estudiante, la no participación en las actividades no afectará tus desempeños ni calificación. Pero, el objetivo de esta propuesta es fortalecer las competencias matemáticas, con lo cual usted saldrá beneficiado.

Durante la ejecución de la propuesta se realizarán diferentes actividades muy interesantes y significativas, para iniciar se ejecutará una prueba diagnóstica, por otra parte se realizara una intervención en el aula aplicando una secuencia didáctica en 8 secciones con talleres pedagógicos, las cual serán grabadas, así mismo aplicare una prueba final para verificar si las actividades desarrolladas reforzaron los nuevos aprendizajes.

Es de aclarar que por el principio ético de la propuesta, el nombre y datos personales de los participantes no serán publicados en ningún documento. Las conclusiones que se establezcan serán publicadas y socializadas, pero su privacidad será respetada sin afectar su dignidad.

Teniendo en cuenta lo expuesto anteriormente; si tienes la disposición para participar de forma activa en el desarrollo de esta propuesta, marca con una X el símbolo que desees:

YO Angelo Quintero

SI quiero participar

NO quiero participar



Recuerda que este documento debe ser firmado por tu acudiente, quien autoriza tu participación como estudiante en las diferentes actividades de la propuesta. Sí tu acudiente tiene alguna pregunta o desea más información sobre esta investigación, se puede comunicar con la Docente Jazmin Edith Silva Martínez al correo [jazsilva7@hotmail.com](mailto:jazsilva7@hotmail.com)



Anexo formato de asentimiento para ser diligenciado

Jazmin Edith Silva Martínez  
Estudiante Maestría en Pedagogía  
Universidad Industrial De Santander

## ANEXO D. Certificado en participación capacitación NIH



## ANEXO E: Prueba diagnóstica parte A

 <p>Universidad Industrial de Santander</p>	<p>MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA PROYECTO SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS EN ESTUDIANTES NOVENO AL ABORDAR TAREAS DE VOLUMEN CON OBJETOS TRIDIMENSIONALES</p>	 <p>Colombia I.E. CLAVERIANO FÉ Y ALEGRÍA ALEGRÍA</p>
--	---	--

# PRUEBA DIAGNOSTICA



Queridos estudiantes:

La presente es una prueba diagnóstica donde se evidenciará el nivel de razonamiento que ustedes tienen al momento de abordar diferentes actividades de medidas donde tengan que hallar el volumen de Objetos tridimensionales. Para el desarrollo del proyecto es muy importante que ustedes justifiquen la respuesta que marcan, pero si sabes cuál es la respuesta por favor también escríbelo en la parte de Justificación de la respuesta. Aclarando que el resultado de esta prueba no influirá en las notas de la materia.

Las preguntas planteadas en la prueba que encontraras a continuación son tomas de documentos validados que se mencionan a continuación:

- ✚ ICFES Cuadernillo Pruebas Saber Noveno 2012 pregunta 6. Con ajustes al proyecto.
- ✚ ICFES Cuadernillo Pruebas Saber Noveno 2014 Preguntas 2, 3, 4, 5 y 7. Con ajustes al proyecto.
- ✚ ICFES Cuadernillo Pruebas Saber Quinto 2014 Pregunta 8. Con ajustes al proyecto.
- ✚ ICFES Cuadernillo Pruebas Saber Noveno 2015 Preguntas 1, 9 y 10. Con ajustes al proyecto.
- ✚ Proyecto “Implementación del cubo como recurso didáctico para la integración de la aritmética y la geometría” Universidad Autónoma Latinoamericana Medellín 2008. Pregunta 11. Con ajustes al proyecto.

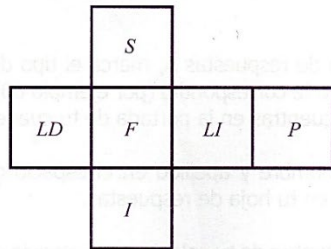
Revista. La enseñanza de la geometría “materiales para apoyar la practica didáctica”

México 2008. Pregunta 12. Con ajustes al proyecto.

NOMBRE \_\_\_\_\_

FECHA: \_\_\_\_\_ GRADO: \_\_\_\_\_

1. La figura 1 muestra el molde que permite armar un sólido y la figura 2 una de las vistas del sólido armado.



F: frontal  
LD: derecha  
LI: izquierda  
S: superior  
I: inferior  
P: posterior



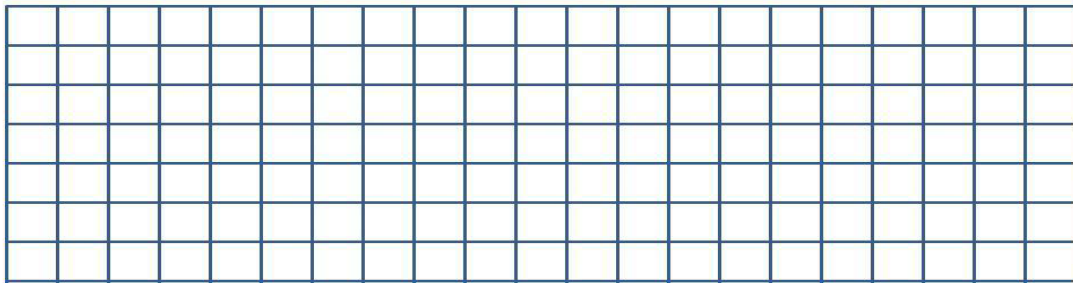
Figura 2. Vista del sólido.

Figura 1. Desarrollo de un sólido.

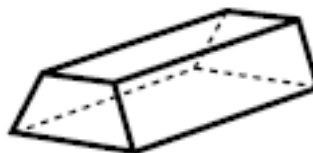
¿A qué vista del sólido corresponde la figura 2?

- A. A cualquiera de las 6 vistas, pues con el molde se arma un cubo.
- B. A 4 de las 6 vistas, pues con el molde se arma un prisma rectangular.
- C. A 2 de las 6 vistas, pues solo la cara frontal y posterior del sólido son cuadrados.
- D. A 1 de las 6 vistas del sólido, pues cada vista del sólido es distinta de las demás.

### JUSTIFICA TU RESPUESTA



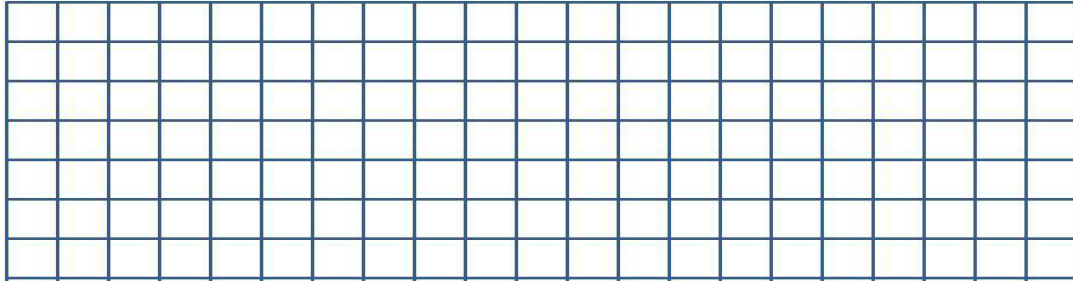
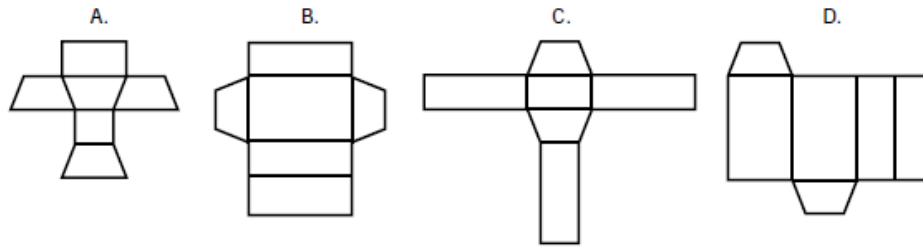
2. Una empresa que produce barras de chocolate empaca su producto en cajas como la que se muestra en la figura.



Figura

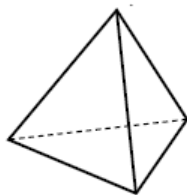
**PARTE A**

¿Con cuál de los siguientes moldes se puede armar la caja?

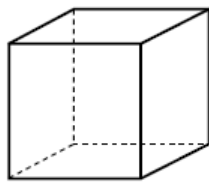


**JUSTIFICA LA RESPUESTA**

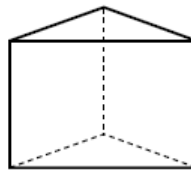
3. A continuación se representan cuatro sólidos y sus respectivos nombres.



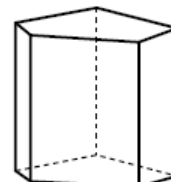
*Tetraedro*



*Hexaedro*



*Prisma triangular*

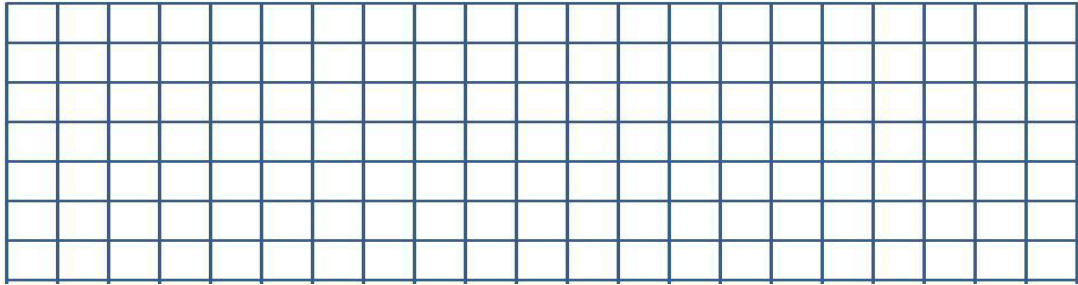


*Heptaedro*

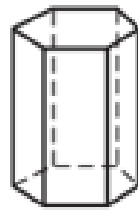
¿Cuál de los anteriores sólidos tiene igual número de vértices que de caras?

- A. Tetraedro.
- B. Hexaedro.
- C. Prisma triangular.
- D. Heptaedro

**JUSTIFICA TU RESPUESTA**



4. En la figura se muestra un prisma Hexagonal



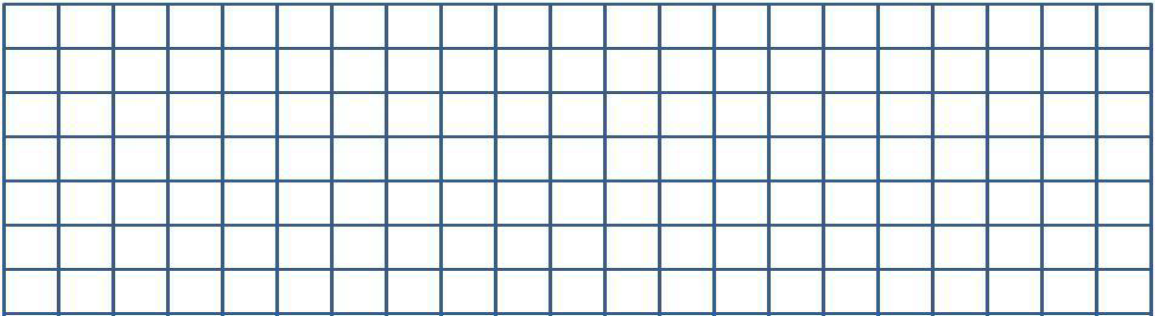
Figura

rectangulares.

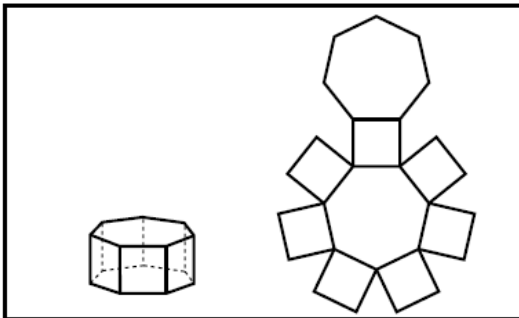
No es correcto afirmar que:

- A. 6 caras
- B. 10 vértices.
- C. 2 caras hexagonales.
- D. 18 aristas.

**JUSTIFICA TU RESPUESTA**



5. La figura muestra un prisma heptagonal y uno de sus desarrollos planos.

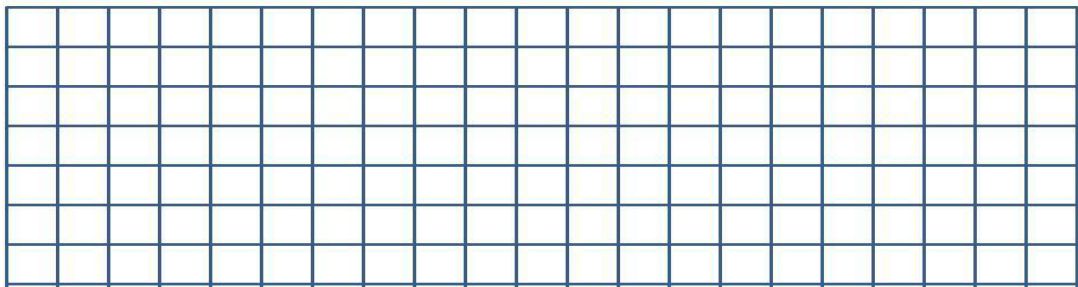


Figura

Con este desarrollo plano se puede construir el prisma heptagonal, porque:

- A. El desarrollo plano tiene 7 cuadrados y el prisma tiene 7 caras cuadradas.
- B. El número total de lados de los polígonos que conforman el desarrollo plano es igual al número de aristas del sólido.
- C. Los polígonos del desarrollo plano corresponden a las caras del sólido y están correctamente ubicados.
- D. el desarrollo plano tiene 2 heptágonos y el prisma tiene 2 caras heptagonales

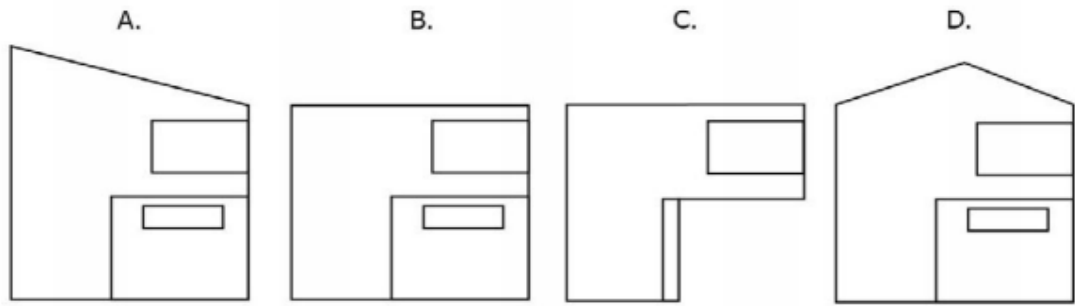
**JUSTIFICA TU REPUESTA**



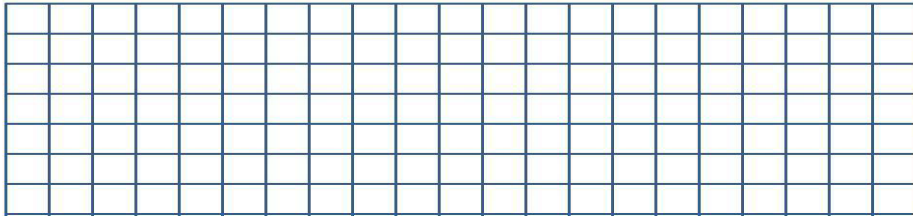
6. Observa la casa de la figura



¿Cuál es la vista del frente de la casa?

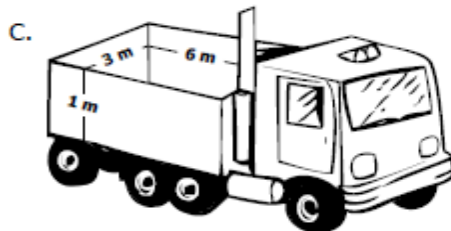
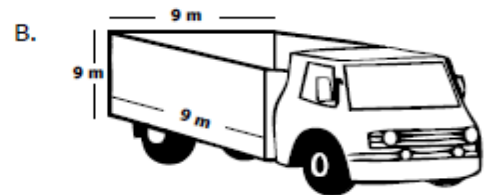
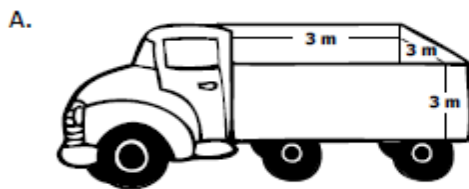


**JUSTIFICA TU RESPUESTA**

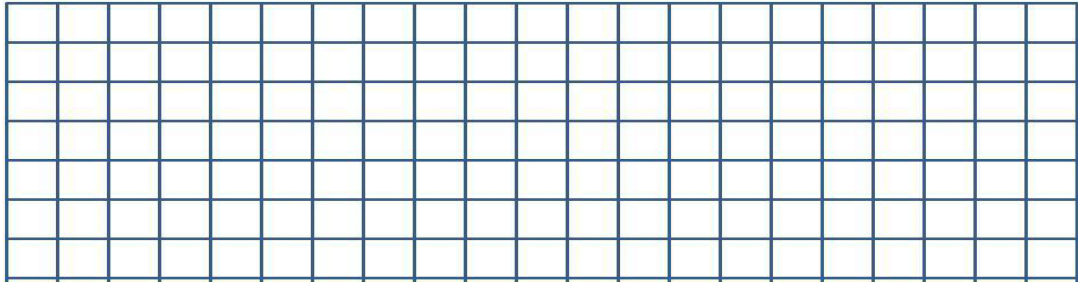


7. Para remodelar un edificio, un arquitecto compra 9 m<sup>3</sup> de arena. La empresa que contrata para transportar el material dispone de cuatro tipos de volquetas.

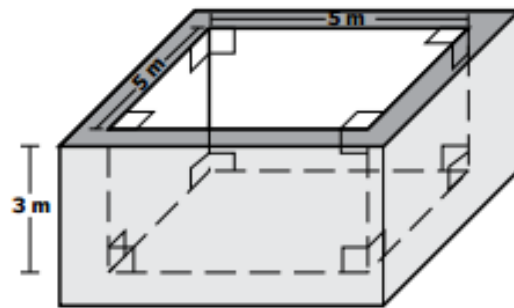
¿En cuál de las siguientes volquetas es posible transportar la arena en un solo viaje, sin que sobre espacio?



**JUSTIFICA TU REPUESTA**



8. Adela quiere saber cuánta agua cabe en una piscina que tiene la forma y las medidas indicadas en la figura.



Los ángulos señalados en la figura son rectos.

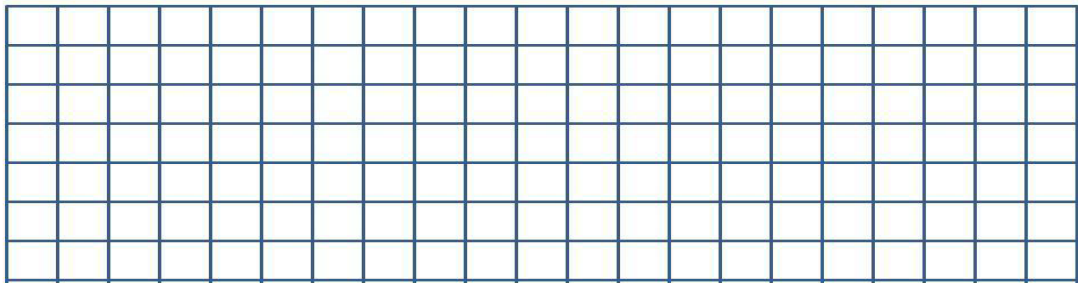
Figura

¿Cuál o cuáles de los siguientes procedimientos le sirve(n) a Adela para calcular cuánta agua, en  $m^3$ , cabe en la piscina?

- |      |                       |
|------|-----------------------|
| I.   | $5 \times 5 \times 3$ |
| II.  | $6 \times 7 \times 3$ |
| III. | $3 + 7 + 5 + 5 + 6$   |

- A. I solamente.
- B. II solamente.
- C. I y III solamente.
- D. II y III solamente.

**JUSTIFICA TU RESPUESTA**









2. Teniendo en cuenta los sólidos modelados en el punto anterior.

Observa los cuerpos ¿Cuál de ellos tiene las siguientes características?

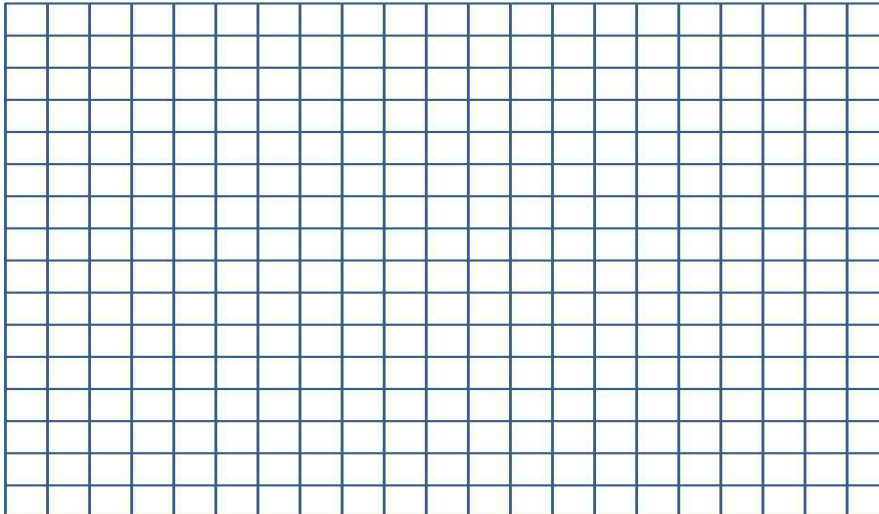
1 base

5 vértices

8 aristas

---

Dibuja tu respuesta



**3. Con el siguiente trozo de papel elabora un poliedro de los mencionados anteriormente**

## ANEXO G. Sesión 1

### FASE 1

¿Por qué cree que han evolucionado los diseños y modelos urbanísticos?

¿La geometría es parte fundamental en las construcciones?

¿Qué se debe saber para construir una vivienda?

¿Lo que se aprende en clase de matemáticas y de geometría sirve para aplicar en tu cotidianidad?

¿Qué te llamo la atención del video?

¿Crees que puedes hacer el diseño de tu propia casa?

¿Qué le harías?

¿Qué temas de geometría te servirían para lograr este propósito?

### FASE 2

Historia de la vivienda <https://www.youtube.com/watch?v=MXyszwal-Ow>

Breve historia del urbanismo <https://www.youtube.com/watch?v=OZvEj0-YQzA>

## FASE 2 Y 3

NOMBRE: \_\_\_\_\_

### GUIA DE TRABAJO INDIVIDUAL



Escoge una de estas viviendas y responde las preguntas a continuación:

¿Cómo son sus casas?

¿De qué se alimentan las personas que habitan esas viviendas?

¿Qué materiales usaron para la construcción de su vivienda?

¿Cómo decoran la vivienda?

¿Qué tipo de música escuchan las personas que la habitan?

¿Qué herramientas utilizaron para la construcción de la vivienda?

¿Qué formas geométricas encuentras en la vivienda?

## FASE 4

# VIVIENDA SUSTENTABLE

La Casa Alemana es un proyecto ecológico que ganó el concurso Solar Decathlon 2007 y 2009. Esta innovadora vivienda utiliza la energía solar como su principal fuente de energía

### HISTORIA

El prototipo fue elaborado por la Universidad Técnica de Darmstadt. El objetivo del proyecto era profundizar la conciencia sobre el uso de las energías renovables y la eficiencia energética

### DISEÑO

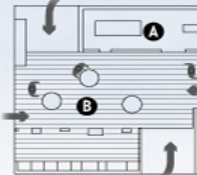
La vivienda de 85 m<sup>2</sup>, se compone de tres elementos:

- **Techo flotante**
- **Contenedor A:** Espacio térmicamente cerrado para ser habitado
- **Contenedor B:** Espacio abierto para reuniones

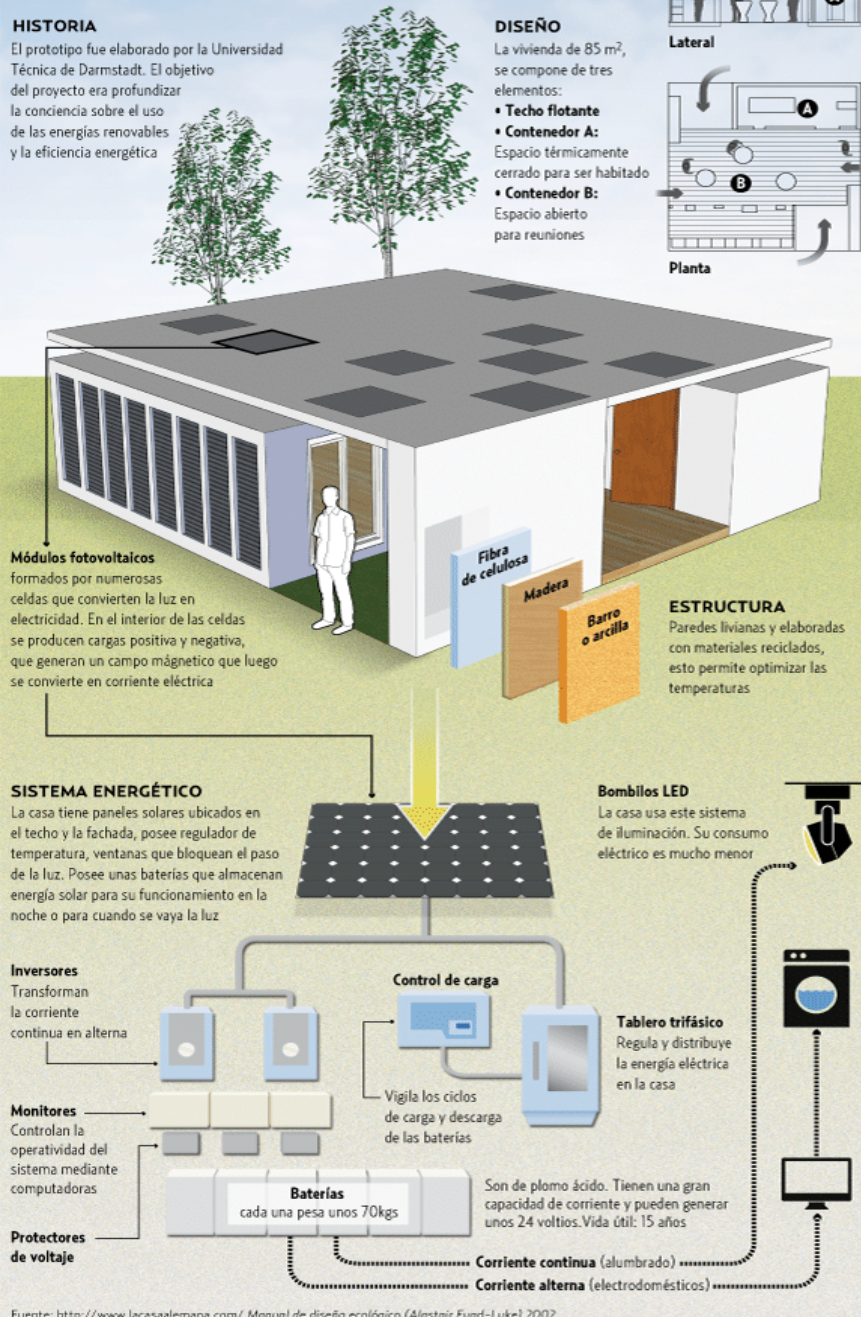
### VISTAS



Lateral



Planta



Fuente: <http://www.lacasalemana.com/> Manual de diseño ecológico (Alastair Fuad-Luke) 2002

## EDIFICIOS MODELO

### BRE, Oficina ambiental (Reino Unido)



Con capacidad para 100 personas ha sido diseñada para tener un bajo consumo de energía (30% menos que los edificios de su tipo). Su sistema de refrigeración natural controlado por monitores permite que el propio edificio regule su temperatura

### BEDZED (Reino Unido)



Es un concepto pionero de urbanización de viviendas, espacios laborales y áreas públicas. Su funcionamiento se basa en el uso de energías alternativas

### FÁBRICA ECOVER (Bélgica)



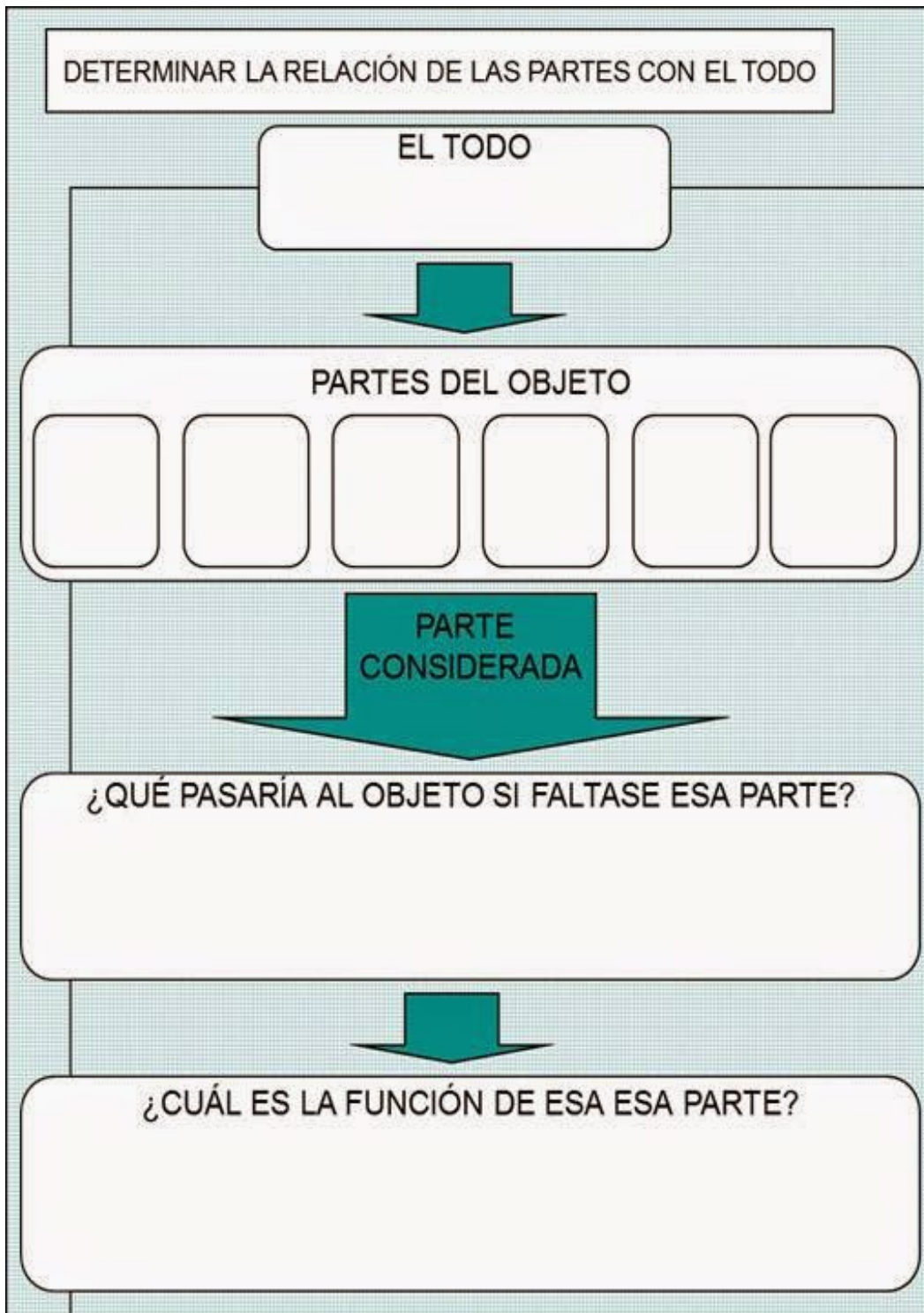
Para la producción de detergentes biodegradables utiliza un sistema de bajo impacto ambiental. El tejado del edificio de 5.300 m<sup>2</sup> está cubierto por césped que controla los escapes de agua de tormenta. También utiliza energía solar

### SU-SI, CASA PORTABLE (Alemania)



Sistema de viviendas modulares que se puede construir en unas pocas horas y se desmonta fácilmente para utilizarlo en un lugar distinto. Cada módulo, producido en fábrica, mide 12,5 x 3,5 x 3 metros. Su consumo de energía es muy bajo

INFOGRAFÍA: DANIEL PÉREZ



Fuente: destrezas de pensamiento de R. Swartz

## ANEXO H. Sesión 2

### FASE 1

Berta clasificó los sólidos en dos grupos.



Explica el criterio que usó Berta para agrupar los sólidos.

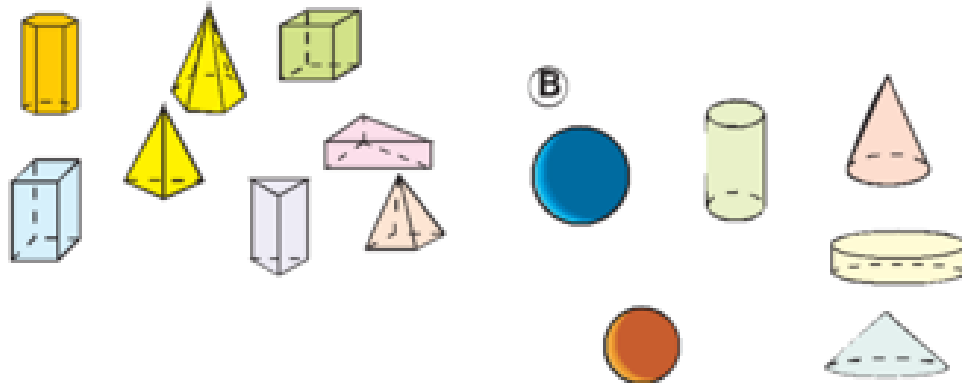
### PREGUNTAS:

¿Qué criterio aplicó Berta?

¿Qué nombre tienen las figuras de cada grupo?

¿De qué otra manera se puede clasificar esos poliedros?

Se hace entrega a los estudiantes imágenes de los diferentes poliedros para que los coloque en el tablero según la clasificación planteada.



<sup>1</sup> Fuente: <http://matematica1.com/estudio-de-los-solidos-geometricos-ejemplos-resueltos-de-sexto-de-primaria-en-pdf/>

## FASE 2

1 los objetos de la imagen a que figura geométrica representa



ESCRIBE EL NOMBRE DE LOS POLIGONOS Y SUS CARACTERISTICAS

---

---

---

---

---



Universidad Industrial de Santander

MAESTRIA EN PEDAGOGIA  
PROYECTO SECUENCIA DIDACTICA PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO METRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS EN ESTUDIANTES DE NOVENO AL ABORDAR TAREAS DE VOLUMEN CON OBJETOS TRIDIMENSIONALES



Colombia  
I.E. CLAVERIANO FE Y ALEGRIA

### CUERPOS GEOMETRICOS



1



<sup>1</sup> Fuente: IDOLA PT. Cuerpos geométricos a identificar [imagen] [consultado el 5 de septiembre de 2017]

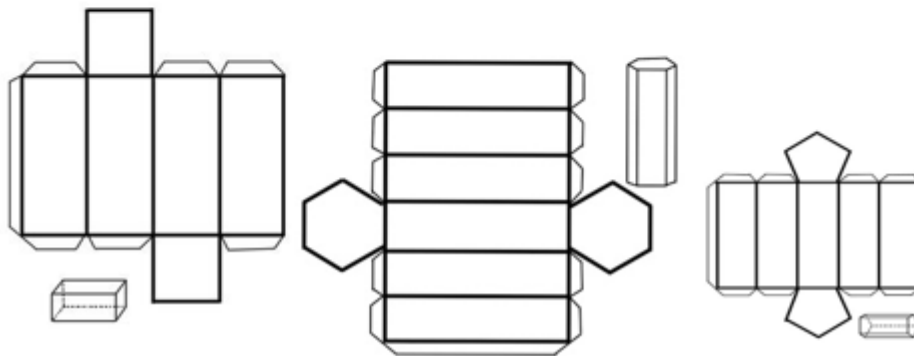
### FASE 3

La docente les entrega el desarrollo de tres poliedros a los estudiantes que están agrupados previamente y cuando estén hechos los pegaran en la maqueta que lleva la profesora para poder construir la ciudad.

Pasos:

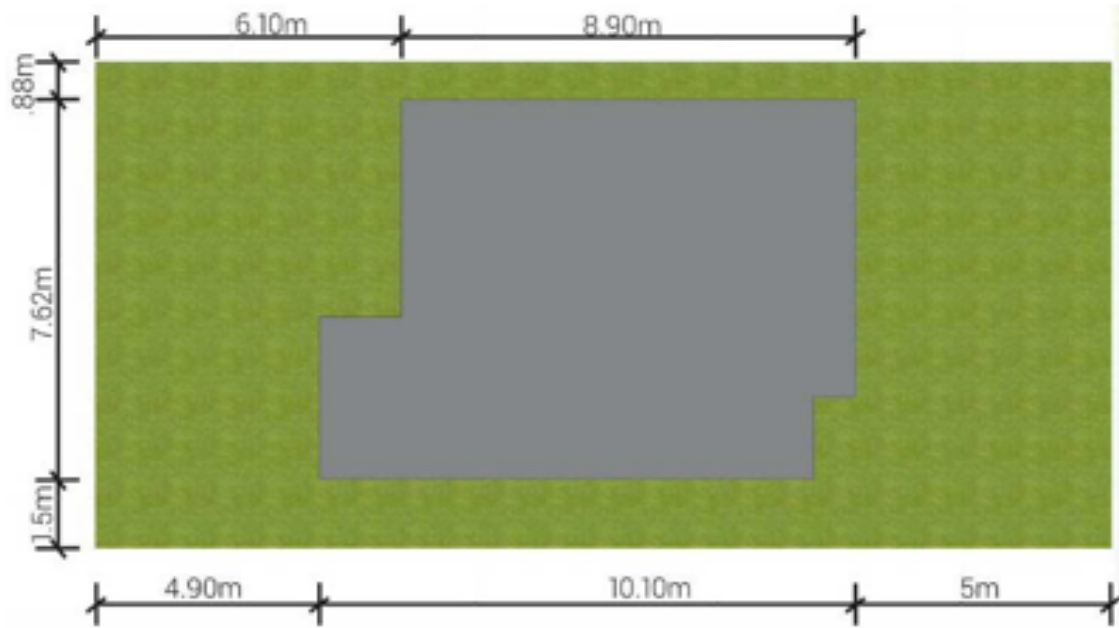
- Utiliza unas tijeras y recorta la figura cuidadosamente, teniendo en cuenta que no debes cortar los pliegues (o pestañas), ya que te servirán para unir con pegamento la figura y pegar bien las aristas.
- Colorea la figura de color.
- Una vez recortado todo el borde, realiza dobleces por cada línea dibujada, para luego ya pasar a darle forma. Es decir, dobla la figura por todos sus lados.
- Después, pon pegamento a cada pliegue (o pestañas) para luego ir cada pliegue o pestaña con la parte interior de las caras correspondientes.
- Coloca la figura en la maqueta que el docente habrá puesto en el aula y pégala con pegamento.

### ANEXO 7



#### FASE 4

En los mismos grupos de trabajo se les propone a los estudiantes que hay un terreno como se muestra en la imagen donde se va a construir una piscina para lo cual ellos deben crear un modelo de piscina en cartulina con sus respectivas dimensiones.



Respondan las siguientes preguntas

¿Cuánta agua cabe en la piscina?

¿Qué espacio de terreno necesito para su construcción?

Cuales es su forma y la dimensión de cada uno de los lados? ¿Qué sucedería si la tuviera forma de hexágono o en forma de cilindro?

#### FASE 5

Los estudiantes socializaran el diseño de la piscina que cumpla con los requerimientos dados y que sea más creativa esta será colocada en el centro de la ciudad de poliedros construida.

## ANEXO I. Sesión tres actividad 1

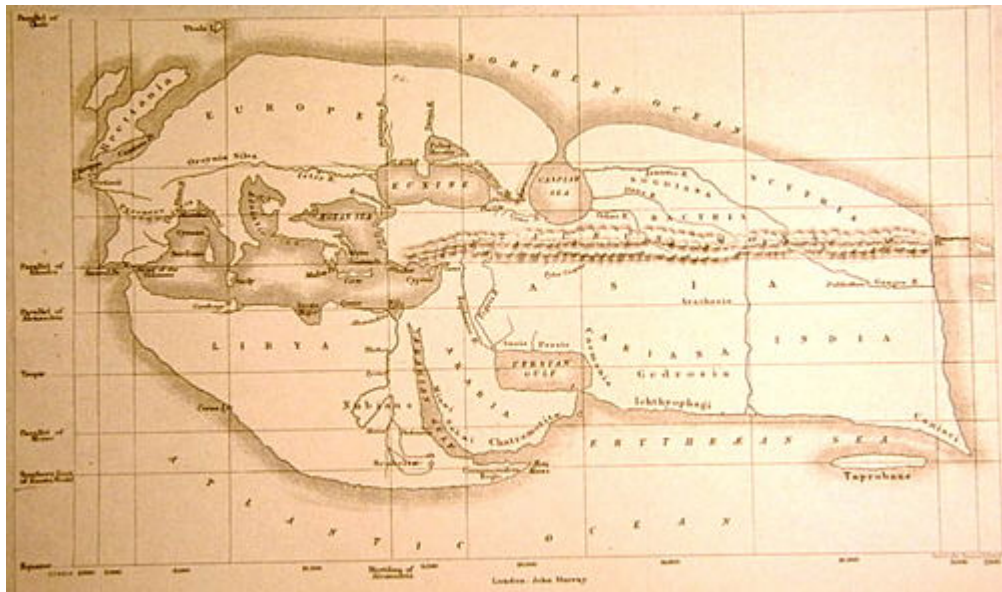
### - LECTURA A CERCA DE ERATÓSTENES

Eratóstenes nació en Cyrene (Libia) en el año 276 a.C. Fue astrónomo, historiador, geógrafo, filósofo, poeta, crítico teatral y matemático. Estudió en Alejandría y Atenas. Alrededor del año 255 a. C fue el tercer director de la Biblioteca de Alejandría. Trabajó con problemas de matemáticas, como la duplicación del cubo y números primos. Escribió muchos libros de los cuales sólo se tienen noticias por referencias bibliográficas de otros autores.

Una de sus principales contribuciones a la ciencia y a la astronomía fue su trabajo sobre la medición de la tierra. Eratóstenes en sus estudios de los papiros de la biblioteca de Alejandría, encontró un informe de observaciones en Siena, unos 800 Km. al sureste de Alejandría, en el que se decía que los rayos solares al caer sobre una vara el mediodía del solsticio de verano (el actual 21 de junio) no producía sombra.

Eratóstenes entonces realizó las mismas observaciones en Alejandría el mismo día a la misma hora, descubriendo que la luz del Sol incidía verticalmente en un pozo de agua el mismo día a la misma hora. Asumió de manera correcta que si el Sol se encontraba a gran distancia, sus rayos al alcanzar la tierra debían llegar en forma paralela, si esta era plana como se creía en aquellas épocas, y no se deberían encontrar diferencias entre las sombras proyectadas por los objetos a la misma hora del mismo día, independientemente de donde se encontraran.

Sin embargo, al demostrarse que si lo hacían (la sombra dejada por la torre de Sienna formaba 7 grados con la vertical), dedujo que la tierra no era plana y, utilizando la distancia conocida entre las dos ciudades y el ángulo medido de las sombras, calculó la circunferencia de la tierra en aproximadamente 250.000 estadios (unos 40.000 kilómetros, bastante exacto para la época y sus recursos).



También calculó la distancia al Sol en 804.000.000 estadios y la distancia a la Luna en 780.000 estadios. Midió casi con precisión la inclinación de la eclíptica en  $23^{\circ} 51' 15''$ . Otro trabajo astronómico fue una compilación en un catálogo de cerca de 675 estrellas.

Creó uno de los calendarios más avanzados para su época y una historia cronológica del mundo desde la guerra de Troya. Realizó investigaciones en geografía dibujando mapas del mundo conocido, grandes extensiones del río Nilo y describió la región de Eudaimon (actual Yemen) en Arabia.

Eratóstenes al final de su vida fue afectado por la ceguera y murió de hambre por su propia voluntad en 194 a.C. en Alejandría.

<http://www.astromia.com/biografias/eratostenes.htm>

## **PREGUNTAS**

**¿Qué método utilizo?**

**¿Cómo lo hizo?**

**¿Qué importancia tiene este descubrimiento para nuestros días?**

**¿Qué elementos se utilizan para medir el perímetro hoy en día?**



Universidad  
Industrial de  
Santander

MAESTRIA EN PEDAGOGIA  
PROYECTO SECUENCIA DIDACTICA PARA EL  
FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO METRICO Y  
SISTEMAS DE MEDIDAS EN ESTUDIANTES DE  
NOVENO AL ABORDAR TAREAS DE VOLUMEN CON  
OBJETOS TRIDIMENSIONALES

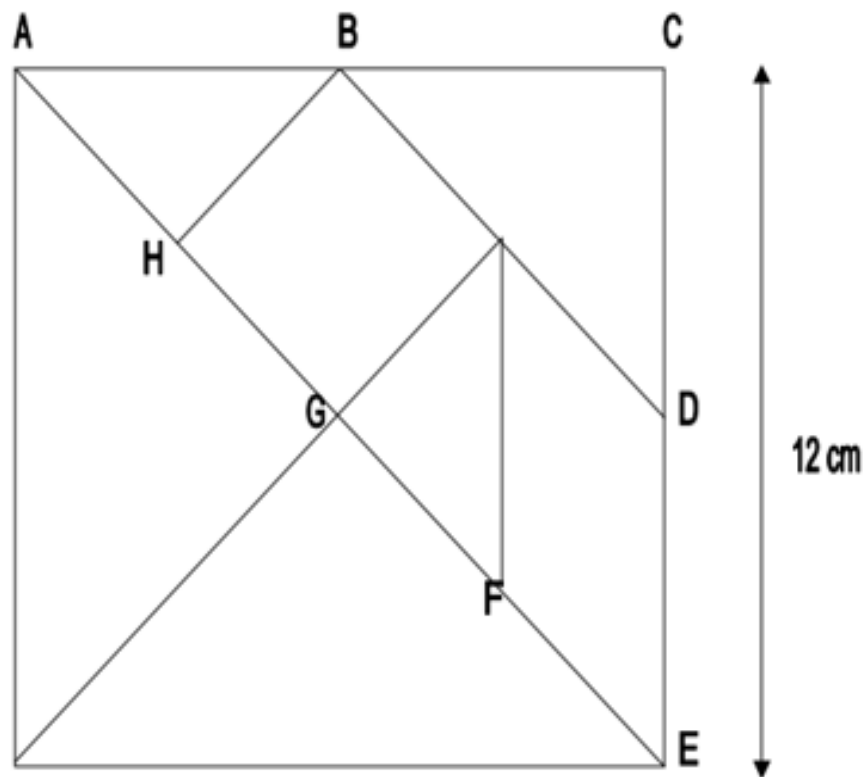


### ANEXO I

**Objetivo** Construir el tangram con material concreto, que permita reconocer las características de cada una de las figuras que lo conforman.

**Materiales** Tijeras Octavo de cartulina Escuadra o regla Lápiz Lapicero.

Recorta cada una de las piezas del tangram que se te darán en la siguiente imagen



Dibújalas sobre foami y recórtala.

Construye el cuadrado de donde se obtienen las figuras. Y responde las figuras:

- Cuántas piezas forman el tangram? \_\_\_\_\_
- Cuántos centímetros suman los cuatro lados del tangram? \_\_\_\_\_



Toma una por una de las fichas del tangram y completa el siguiente cuadro:

NOMBRE DE LA FIGURA	MEDIDA DE SUS LADOS				PERIMETRO DE LA FIGURA

Escribe con tus propias observaciones que puedas tener de la tabla anterior.

¿Cómo es el perímetro de cada figura?

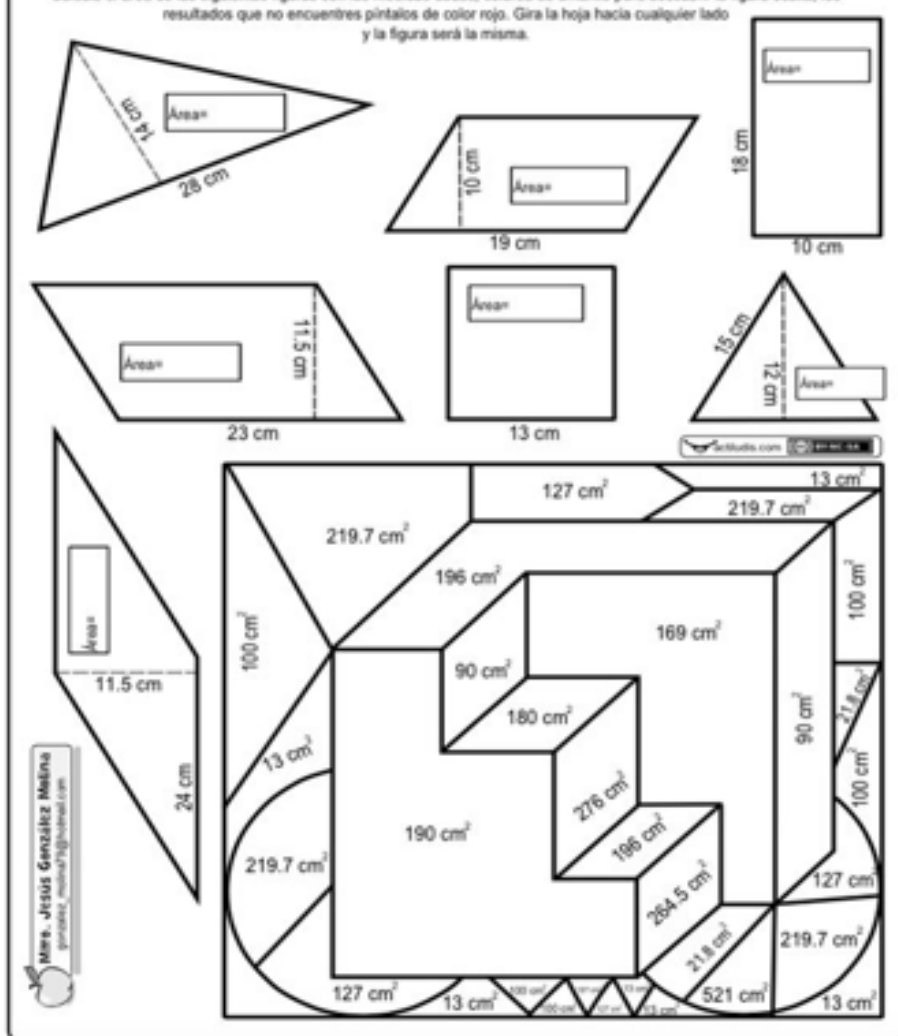
## ANEXO J. Sesión tres actividad 2

	<p>Universidad Industrial de Santander</p>	<p>MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA PROYECTO DE SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS EN ESTUDIANTES DE NOVENO AL ABORDAR ÁREAS DE VOLUMEN CON OBJETOS TRIDIMENSIONALES</p>	
---	--	--	---

### ANEXO 13<sup>1</sup>

# ÁREAS DE FIGURAS I

Calcula el área de las siguientes figuras con las medidas dadas, colorea de amarillo para descubrir la figura oculta, los resultados que no encuentres píntalos de color rojo. Gira la hoja hacia cualquier lado y la figura será la misma.



The shapes include:

- A triangle with a height of 10 cm and a base of 28 cm.
- A parallelogram with a height of 10 cm and a base of 19 cm.
- A rectangle with a height of 18 cm and a width of 10 cm.
- A trapezoid with a height of 11.5 cm and a base of 23 cm.
- A square with a side length of 13 cm.
- A triangle with a height of 15 cm and a base of 13 cm.
- A large complex figure composed of many smaller shapes, each with a numerical area value (e.g., 219.7 cm<sup>2</sup>, 127 cm<sup>2</sup>, 196 cm<sup>2</sup>, 180 cm<sup>2</sup>, 276 cm<sup>2</sup>, 196 cm<sup>2</sup>, 284.5 cm<sup>2</sup>, 219 cm<sup>2</sup>, 521 cm<sup>2</sup>, 13 cm<sup>2</sup>, 100 cm<sup>2</sup>, 90 cm<sup>2</sup>, 169 cm<sup>2</sup>, 90 cm<sup>2</sup>, 100 cm<sup>2</sup>, 127 cm<sup>2</sup>, 13 cm<sup>2</sup>, 219.7 cm<sup>2</sup>, 13 cm<sup>2</sup>).

Source: <https://ar.pinterest.com/pin/380483868509229960/?lp=true>



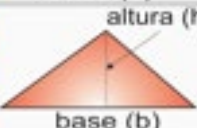



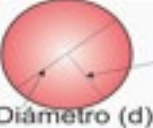



Universidad  
Industrial de  
Santander

MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA  
PROYECTO SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL  
FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MÉTODICO Y  
SISTEMAS DE MEDIDAS EN ESTUDIANTES DE  
NOVENO AL ABORDAR ÁREAS DE VOLUMEN CON  
OBJETOS TRIDIMENSIONALES





Colombia  
I.E. CLAVERIANO FÉ Y  
ALEGRÍA

FORMULARIO DE ÁREAS Y PERÍMETROS		
<b>CUADRADO</b>  lado(L)	<b>ÁREA</b> $A = L \times L$	<b>PERÍMETRO</b> $P = L + L + L + L$
<b>RECTÁNGULO</b>  base (b) altura (h)	<b>ÁREA</b> $A = b \times h$	<b>PERÍMETRO</b> $P = b + b + h + h$
<b>TRIÁNGULO</b>  base (b) altura (h)	<b>ÁREA</b> $A = \frac{b \times h}{2}$	<b>PERÍMETRO</b> $P = L + L + L$
<b>ROMBO</b>  lado(L) Diagonal menor (d) Diagonal mayor (D)	<b>ÁREA</b> $A = D \times d$	<b>PERÍMETRO</b> $P = L + L + L + L$
<b>ROMBOIDE</b>  base (b) altura (h)	<b>ÁREA</b> $A = b \times h$	<b>PERÍMETRO</b> $P = b + b + h + h$
<b>TRAPECIO</b>  base menor (b) base mayor (B) altura (h)	<b>ÁREA</b> $A = \frac{h(B + b)}{2}$	<b>PERÍMETRO</b> $P = B + b + L + L$
<b>CIRCULO</b>  radio (r) Diámetro (d)	<b>ÁREA</b> $A = \pi \times r^2$	<b>CIRCUNFERENCIA</b> $C = \pi \times d$
<b>POLIGONO +5</b>  lado(L) apotema (a)	<b>ÁREA</b> $A = \frac{p \times a}{2}$	<b>PERÍMETRO</b> $P = L \times \# \text{ lados}$

Fuente <https://bachilleratoenlinea.com/educar/mod/lesson/view.php?id=649>

## ANEXO K. Sesión tres actividad 3

 <p>Universidad Industrial de Santander</p>	<p>MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA PROYECTO SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS EN ESTUDIANTES DE NOVENO AL ABORDAR TAREAS DE VOLUMEN CON OBJETOS TRIDIMENSIONALES</p>	 <p>Colombia L.E. CLAVERIANO FÉ Y ALEGRÍA</p>
--	--	--

### GUIA DE ROTACIÓN DE LOS EQUIPOS DE TRABAJO

#### NOMBRE DE LOS INTEGRANTES

---

---

Cada grupo tomará la medida de los lugares correspondientes de acuerdo a la siguiente guía

1. Las dimensiones del colegio.
2. La cancha
3. El patio del colegio
4. El plano y las dimensiones de la casa.



Universidad  
Industrial de  
Santander

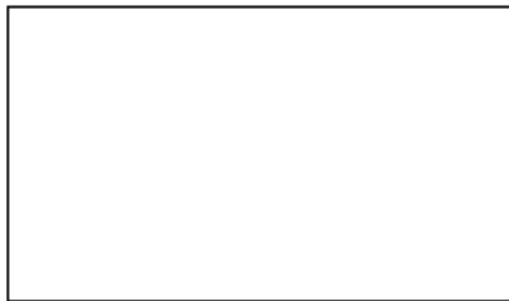
MAESTRIA EN PEDAGOGIA  
PROYECTO SECUENCIA DIDACTICA PARA EL  
FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO METRICO Y  
SISTEMAS DE MEDIDAS EN ESTUDIANTES DE  
NOVENO AL ABORDAR TAREAS DE VOLUMEN CON  
OBJETOS TRIDIMENSIONALES



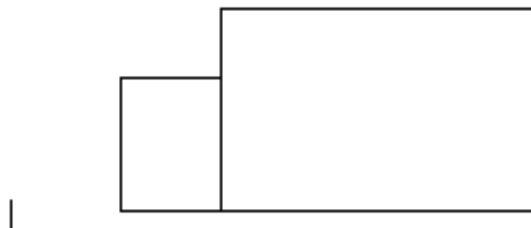
## ANEXO I

### GUIA DE ACTIVIDADES

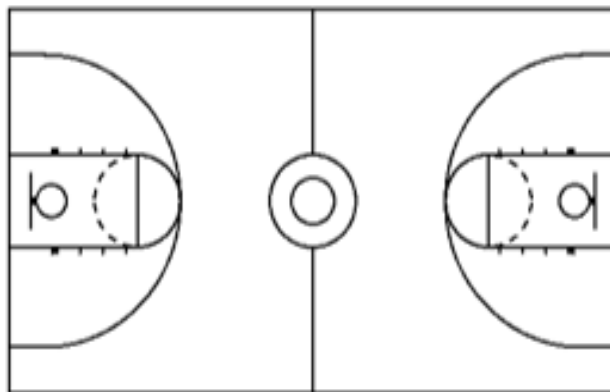
ESCRIBE LAS DIMENSIONES DEL COLEGIO EN LA SIGUIENTE IMAGEN





LAS DIMENSIONES DEL PATIO DEL COLEGIO



LAS DIMENSIONES DE LA CANCHA



## ANEXO L. Sesión 4

 <p>Universidad Industrial de Santander</p>	<p>MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA PROYECTO SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS EN ESTUDIANTES DE NOVENO AL ABORDAR TAREAS DE VOLUMEN CON OBJETOS TRIDIMENSIONALES</p>	 <p>Colombia L.E. CLAVERIANO FÉ Y ALEGRÍA</p>
--	--	--

### PRIMER PASO de como diseñar una casa es elaborar un cuadro de necesidades

Hazte las siguientes preguntas antes de empezar con el diseño de la casa: ¿cuántos dormitorios necesito ahora?, ¿necesitare otros en el futuro?, ¿me gusta hacer reuniones en casa o soy una persona poco social (de esto dependerá el tamaño de la sala y terraza)?, ¿quiero una cocina funcional o estoy tanto tiempo en ella que quiero que sea un sitio especial?, ¿pienso construir un segundo piso mas adelante?, ¿dispongo de un terreno que permite diseñar en los cuatro frentes o es un lote que me limita las visuales hacia un solo lado?. Respóndete todas estas preguntas para elaborar un cuadro de necesidades.

De las repuestas podemos tener el siguiente cuadro de necesidades:

- 3 Dormitorios, 1 principal con baño y walking closet
- 1 cocina integrada a la Sala (sala + kitchenet)
- 1 baño completo para zona íntima (zona de dormitorios)
- 1/2 baño para zona social (sala-estar)
- 1 terraza
- 1 patio

### SEGUNDO PASO: Zonificar la casa

El hacer la zonificación de la casa nos permite que pueda funcionar correctamente cada ambiente para el que fue diseñado, podemos dividir las zonas en dos grandes grupos:

1. **Zona social:** que incluye la sala, el comedor y la cocina (u otras áreas compartidas de la casa)
2. **Zona privada o íntima:** los dormitorios y los servicios higiénicos

Si quieres saber como diseñar casas debes tomar muy en cuenta la zonificación, es allí donde se cometen muchos errores en el diseño arquitectónico pero como la misión de Construye Hogar es permitirte diseñar casas de manera fácil vamos a ver un cuadro para que puedas entenderlo:



En el diseño de casas si separas correctamente la zona social de la zona privada habrás conseguido un hogar funcional, guíate de este sencillo gráfico para conseguir un buen diseño.]

### **TERCER PASO: Dibuja sobre un papel la distribución de la casa**

Preferentemente toma una hoja grande de papel cuadriculado o elabora uno con una regla, si no tienes un escalímetro no importa, puedes usar una regla común, recuerda que un centímetro es un metro.]

Todo este proceso de diseño hazlo a mano alzada, es decir, como si estuvieras haciendo un dibujo, no te apresures, seguramente vas a usar varias hojas antes de conseguir el diseño de casa que quieres.

El dibujo del plano sobre el papel es el penúltimo paso en tu aprendizaje de como diseñar casas, el último consiste en "pasarlo a limpio" que veremos ahora.

### **-CUARTO PASO: Empieza a pasar el gráfico en formato digital**

En este último paso solo queda empezar a usar las aplicaciones online gratis para hacer planos, en el video de "como diseñar casas" hemos usado el programa en línea gratuito Floor Planner, pero puedes elegir otro de la lista. Termina el plano de la casa agregándole el equipamiento necesario, como los muebles, mesas, camas; a la cocina el lavador y reposteros, al baño el equipo sanitario y todos los accesorios que creas conveniente para tu nuevo hogar.



*Errores comunes en el diseño de casas*

- Circulaciones cruzadas, los espacios deben quedar "limpios" evita que las personas crucen por el centro de un espacio para llegar a otros.
- Giro de puertas, las puertas deben girar hacia una pared (en la mayoría de casos).
- Generar espacios vacíos, no dejes espacios libres en el diseño de una casa si no tienen utilidad es una área perdida.
- Sanitarios del baño mal distribuidos, al abrir la puerta del cuarto de baño lo primero que debes ver es el lavatorio y no el inodoro o ducha.
- Sobredimensionar áreas, utiliza con criterio el área que tienes disponible no sobre dimensiones los espacios dentro de la zona social o íntima.
- Altura de la casa, el promedio de altura de una casa es 2.40 metros, pero si vives en una ciudad calurosa posiblemente te interese aumentar la altura en 20 o hasta 40 centímetros oqs.
- Elección de materiales de construcción inapropiados, emplea materiales de construcción que se adapten al uso que pienses darle a la casa, también toma en cuenta las condiciones climáticas de la zona donde vives.

De esta manera hemos terminado de **aprender como diseñar una casa**, si lo practicas diariamente y te interesa la auto-construcción seguramente podrás hacer los planos de manera diestra, pero si solo quieres remodelar tu casa puedes usar este proceso de cuatro pasos para presentar tu idea a un arquitecto, posiblemente quede impresionado por tus capacidades.

No olvides de revisar los diseños de cuartos de baño, cocina y dormitorios que hemos elaborado para que tengas una mejor idea como diseñar una casa.

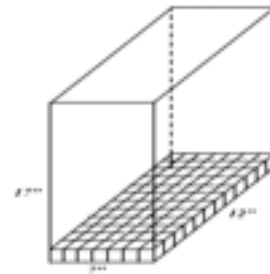
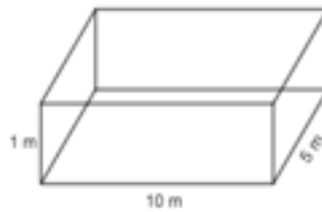
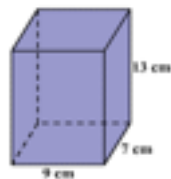
## ANEXO M. Sesión cinco actividad 1

 <p>Universidad Industrial de Santander</p>	<p>MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA PROYECTO SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS EN ESTUDIANTES DE NOVENO AL ABORDAR TAREAS DE VOLUMEN CON OBJETOS TRIDIMENSIONALES</p>	 <p>Colombia L.E. CLAVERIANO FÉ Y ALEGRÍA</p>
--	--	--

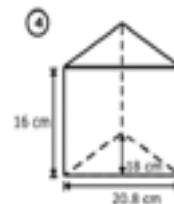
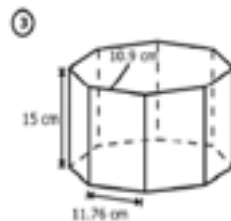
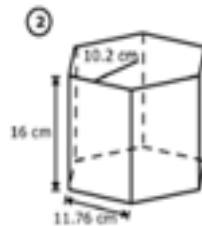
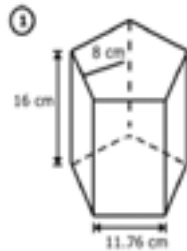
Imágenes de apoyo



1. halla el volumen de las siguientes figuras





2. Halla el volumen de las figuras ( primero debes hallar el área de la base)  $a = \frac{1}{2} p \cdot a$



3. Soluciona los problemas

- Determina el volumen de un prisma con una altura de 20 cm. Su base es un octágono regular con lados igual a 6.5 cm y su apotema de 6 cm.
- Hallar el volumen de un cubo con cada arista de 20 centímetros

## ANEXO N. Sesión cinco actividad dos

 <p>Universidad Industrial de Santander</p>	<p>BASIS EN PEDAGOGÍA PROYECTO SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS EN ESTUDIANTES DE NOVENO AL ABORDAR TAREAS DE VOLUMEN CON OBJETOS TRIDIMENSIONALES</p>	 <p>Colombia L.E. CLAVERIANO FE Y ALEGRÍA</p>
--	---	--

imágenes



Anexo 20

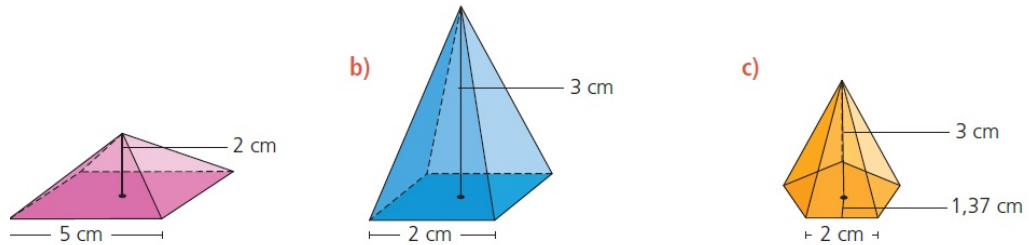
Con el material entregado construye una pirámide cuadrangular luego mide sus dimensiones con la regla y halla el volumen de la pirámide construida.



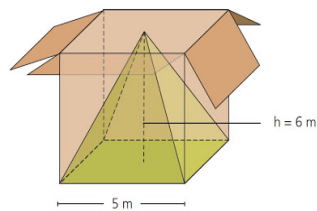
Escribe aquí tu solución.

## TALLER

1. SOLUCIONA LOS SIGUIENTES EJERCICIOS DE VOLUMEN DE PIRAMIDES<sup>72</sup>





2. En la siguiente caja de base cuadrada se ha introducido una pirámide. ¿Cuántos litros de agua podrían caber entre la caja y la pirámide?

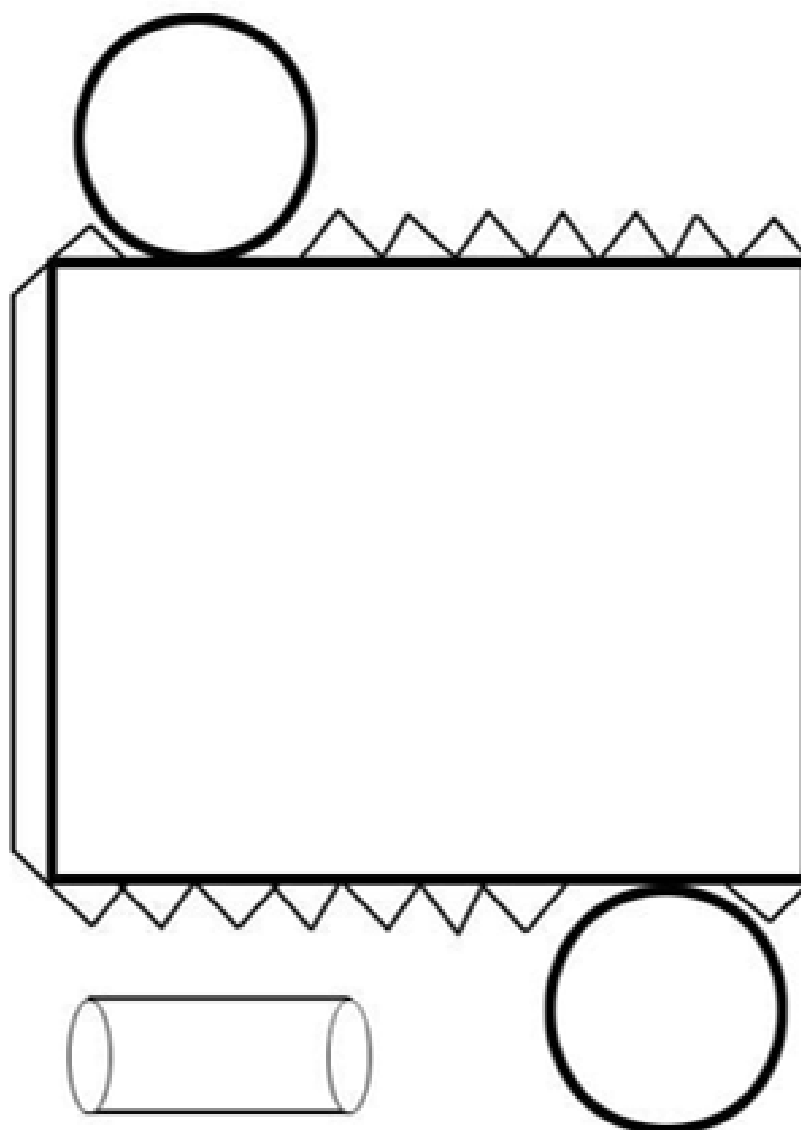


3. La pirámide de Keops, la mayor pirámide construida en Egipto, tiene base cuadrada cuyos lados miden 230,36 m, su altura es de 146,59 m y la apotema lateral (altura de las caras laterales) mide 186,43 m. ¿Cuál es su volumen?
4. Una pirámide recta tiene de altura 12 cm. Si la base de la pirámide es un cuadrado de lado 5 cm.
  - a) Calcula el volumen de la pirámide.
  - b) ¿Cuántas aristas tiene la pirámide?
  - c) ¿Cuántos vértices tiene?
  - d) Si la altura de la pirámide se reduce a la mitad, ¿qué ocurre con su volumen?

<sup>72</sup> Ejercicios tomados de la página de internet <http://volumendepiramides.blogspot.com.co/2012/11/volumen-de-piramides-consideremos-el.html>

## ANEXO O. Sesión cinco actividad tres

 <p>Universidad Industrial de Santander</p>	<p>MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA PROYECTO SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS EN ESTUDIANTES DE NOVENO AL ABORDAR TAREAS DE VOLUMEN CON OBJETOS TRIDIMENSIONALES</p>	 <p>Colombia I.E. CLAVERIANO FE Y ALEGRÍA</p>
--	--	--



Fuente: <https://artes.uncoma.com/articulo/como-hacer-un-cilindro-10889.html>



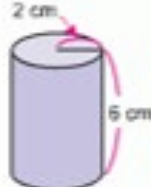
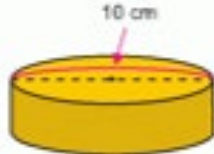
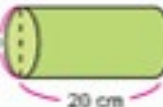
Universidad  
Industrial de  
Santander

MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA  
PROYECTO SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL  
FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MÉTRICO Y  
SISTEMAS DE MEDIDAS EN ESTUDIANTES DE  
MOVENO AL ABORDAR TAREAS DE VOLUMEN CON  
OBJETOS TRIDIMENSIONALES



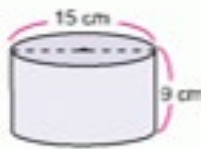

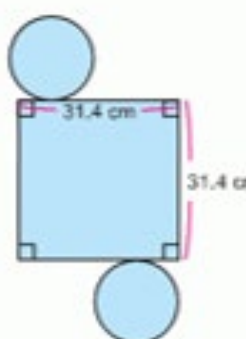
Colombia  
I.E. CLAVERIANO FÉ Y  
ALEGRÍA

1. Calcula el volumen de los siguientes cilindros.

a)  b)  c)  d) Un cilindro en el que la base tiene un área de  $42 \text{ cm}^2$ , y su altura es de 7 cm.

www.Matematica1.com



Calcula el volumen de los siguientes sólidos.

a)  b)  c) 

Resuelve.

- Un tanque de captación de agua mide 3.5 m de radio y tiene una altura de 4 m. ¿Cuál es su volumen?
- Un carrete de hilo de forma cilíndrica mide 2 cm de radio 5 cm de altura. ¿Cuál es su volumen?
- Un recipiente de leche en polvo tiene 7 cm de radio y 12 cm de altura. ¿Cuál es su volumen?

Fuente <http://matematica1.com/estudio-de-los-solidos-geometricos-ejemplos-resueltos-de-sexto-de-primaria-en-pdf/>

 <p>Universidad Industrial de Santander</p>	<p>MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA          PROYECTO SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS EN ESTUDIANTES DE NOVENO AL ABORDAR TAREAS DE VOLUMEN CON OBJETOS TRIDIMENSIONALES</p>	 <p>Colombia          I.E. CLAVERIANO FÉ Y ALEGRÍA</p>
--	---	---

## CONCURSO ALCANCE LA ESTRELLA



Se organizarán en dos equipo, le pondrán nombre al equipo y luego nombraran un representante. Quien participara en un sorteo para ver quien empieza y se inicia tomando una estrella de las que están en el tablero pegadas, leerán la pregunta y obtendrá punto en equipo que si contesta la pregunta correcta si no lo hace tiene la oportunidad el otro equipo.

1. NOMBRE DEL POLIGONO QUE TIENE CINCO LADOS **PENTAGONO**
2. SOLIDO GEOMETRICO QUE TIENE TODAS SUS CARAS IGUALES **CUBO**
3. VOLUMEN DE UN CILINDRO QUE TIENE 2cm DE RADIO Y 5cm de altura.  
**20pi**
4. LOS SOLIDOS QUE TIENEN SOLO SUPERFICIES PLANAS SE LLAMAN **poliedros**
5. EL CILINDRO ES UN SOLIDO GEOMETRICO FORMADO POR: **cuerpos redondos**
6. NOMBRE LAS PARTES DE COMO ESTA CONFORMADO UN PRISMA.  
**Base, aristas, vértices y caras**
7. CUAL ES EL NOMBRE DE LA FIGURA.
8. DIBUJA UNA PRIRAMIDE CUADRANGULAR **tablero**
9. CUAL ES EL VOLUMEN DE UNA PISINA RECTANGULAR QUE TIENE 5M DE LARGO, 8M DE ANCHO Y 2M DE PROFUNDIDAD. **80m**
10. SI TENEMOS AGUA ALMACENADA EN UNAS PIRÁMIDES IGUALES Y SE QUIERE LLENARA UN TANQUE RECTANGULAR DE LA MISMA

DIMENSIÓN DE LA BASE E IGUAL ALTURA. CON CUANTAS PIRÁMIDES LLENAMOS EL TANQUE. **tres**

11. COMO SE HALLA EL VOLUMEN DE UNA PIRÁMIDE  **$Ab \times h/3$**
12. DESCRIBE LAS PARTES QUE SE IDENTIFICAN EN UNA PIRÁMIDE, **cúspide, base, caras y vertices**
13. DESCRIBE LAS PARTES QUE SE IDENTIFICAN A UN CILINDRO. BASES
14. QUE NOMBRE TIENEN LAS FIGURA QUE TIENE 1 CUSPIDE Y UNA BASE RECTANGULAR.
15. POLIGONO DE SEIS LADOS SE LLAMA, **HEXAGONO**
16. POLIGONO DE OCHO LADOS **OCTAGONO**
17. NOMBRE DEL PRISMA QUE TIENE SEIS LADOS **PRISMA HEXAGONAL**
18. NOMBRE DEL PRISMA QUE TIENE OCHO LADOS **PRISMA OCTAGONAL**
19. COMODIN GANASTE UN PUNTO
20. COMODIN GANASTE UN PUNTO
21. SORPRESA ACABAS DE REGARLE UN PUNTO AL OTRO EQUIPO
22. CEDE EL TURNO
23. NOMBRE UN OBJETO QUE TENGA FORMA DE CILINDRO
24. NOMBRE UN OBJETO QUE TENGA FORMA DE PIRAMIDE
25. NOMBRE UN OBJETO QUE TENGA FORMA DE PRISMA

## ANEXO P. Sesión seis

 <p style="text-align: center;">Universidad Industrial de Santander</p>	<p style="font-size: small;">MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA PROYECTO SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS EN ESTUDIANTES DE NOVENO AL ABORDAR TAREAS DE VOLUMEN CON OBJETOS TRIDIMENSIONALES</p>	 <p style="text-align: center;"><b>Colombia</b> I.E. CLAVERIANO FÉ Y ALEGRÍA</p>
--	--	---

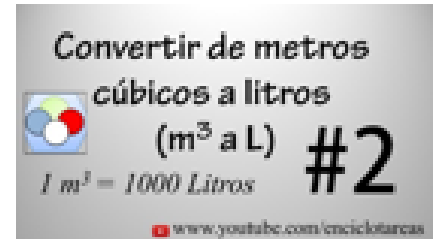
FASE 14

<p><b>NOMBRE:</b> _____</p>	<p style="text-align: center; font-size: small;"><b>CAPACIDAD</b></p> <p style="text-align: center; font-size: x-small;"><b>FECHA:</b>    -    -</p>
<h3 style="margin: 0;">LA CAPACIDAD</h3>	
<p> <b>Observa:</b> En una llave o en una tabla no podemos meter nada.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p style="font-size: small;">Se dice que la llave y la tabla no tienen capacidad.</p> <p style="text-align: center;"><b>Escribe tú 4 cosas que no tengan capacidad:</b></p> <p>.....</p> <p>.....</p>	
<p>En un vaso o en una bañera podemos meter agua u otras cosas....</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p style="font-size: small;">Decimos que el vaso y la bañera tienen capacidad.</p> <p style="text-align: center;"><b>Escribe tú 4 cosas que sí tengan capacidad:</b></p> <p>.....</p> <p>.....</p>	
<p> <b>Observa estos recipientes y completa :</b></p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-around;">     </div> <div style="margin-left: 20px;"> <p>- El recipiente de mayor capacidad es el nº ....</p> <p>- El recipiente de menor capacidad es el nº ....</p> <p>- ¿ Tienen la misma capacidad los recipientes nº 3 y nº 4 ? .....</p> <p>¿ Por qué ? .....</p> </div>	
<p> <b>Dibuja un recipiente que tenga mucha capacidad y otro que tenga poca.</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; width: 45%;"> <p style="font-size: x-small; margin: 0;"><i>MUCHA</i></p> </div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; width: 45%;"> <p style="font-size: x-small; margin: 0;"><i>POCA</i></p> </div> </div>	

<sup>1</sup> BOO, José. Unidades de medida capacidad.pdf (21 octubre de 2010) [Consultado el 25 de septiembre de 2017] disponible en internet. <http://orientacionlospedroches.blogspot.com.ca/2010/10/unidades-de-medida-capacidad-por-jose.html?m=1>

Convertir las siguientes unidades a Litros:

- a)  $540\text{m}^3$  a litros: \_\_\_\_\_
- b)  $250\text{m}^3$  a litros: \_\_\_\_\_
- c)  $3540\text{m}^3$  a litros: \_\_\_\_\_
- d)  $980\text{m}^3$  a litros: \_\_\_\_\_
- e)  $90\text{m}^3$  a litros: \_\_\_\_\_



Convertir las siguientes unidades a metros cúbicos

- a) Un tanque que tiene capacidad de 15000litros cuantos metros cúbicos
- b) Un acuario que tiene una capacidad de 1200 litros cuantos metros cúbicos tiene

Para medir la cantidad de agua que hay en un vaso se puede utilizar.

Un vaso tiene una capacidad de la mitad de un cuarto de litro. ¿Cuántos vasos como este puedes llenar con una botella de tres litros?

.....

Almudena compra una botella de litro y medio de agua, Paula compra cinco botellas de medio litro de agua, y Cristina compra ocho botellas de un cuarto de litro de agua. ¿Qué cantidad de agua compran entre las tres?

.....

Ordena de mayor a menor estas capacidades:



Litro y medio

Dos litros

Medio litro

Tres cuartos de litro

## ANEXO N. Prueba final

	Universidad Industrial de Santander	<b>MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA</b> <b>PROYECTO SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS EN ESTUDIANTES NOVENO AL ABORDAR TAREAS DE VOLUMEN CON OBJETOS TRIDIMENSIONALES</b>	I.E.  <i>Colombia</i> <b>CLAVERIANO FÉ Y ALEGRÍA</b>
---	-------------------------------------	---	--

# PRUEBA FINAL



Queridos estudiantes:

La presente es una prueba se aplica para evidenciar el nivel de razonamiento que ustedes tienen al finalizar la intervención didáctica al abordar diferentes actividades que permiten potenciar el pensamiento métrico y espacial al abordar tareas de volumen de Objetos tridimensionales. Para el desarrollo del proyecto es muy importante que ustedes justifiquen la respuesta que marcan, pero si no sabes cuál es la respuesta por favor también escríbelo en la parte de Justificación de la respuesta.

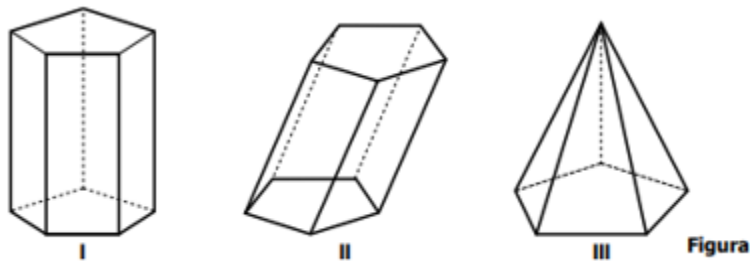
Las preguntas planteadas en la prueba que encontraras a continuación son tomas de documentos validados que se mencionan a continuación:

- ✚ ICFES Cuadernillo Pruebas Saber Noveno 2013 pregunta 1, 9. Con ajustes al proyecto.
- ✚ ICFES Cuadernillo Pruebas Saber Noveno 2014 Preguntas 4. Con ajustes al proyecto.
- ✚ ICFES Cuadernillo Pruebas Saber Noveno 2015 Preguntas 7 y 10. Con ajustes al proyecto.
- ✚ ICFES Cuadernillo Pruebas Saber Noveno 2017 Preguntas 2, 3, 5, 6, 7, 8 y 10. Con ajustes al proyecto.

NOMBRE \_\_\_\_\_  
FECHA: \_\_\_\_\_ GRADO: \_\_\_\_\_

**PARTE A**

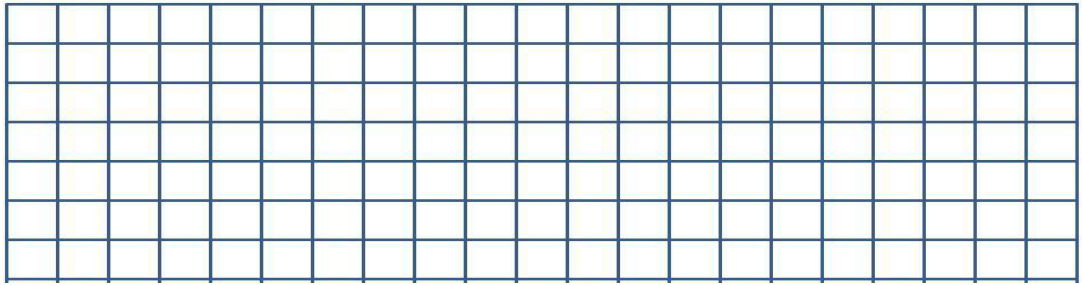
**1. La figura muestra tres sólidos**



**Cuál de las siguientes afirmaciones de los sólidos es verdadera:**

- a) Todos son pirámides.
- b) Dos de ellos tienen caras perpendiculares a la base.
- c) Todos tienen base pentagonal.
- d) Uno de ellos tiene solamente cuatro caras.

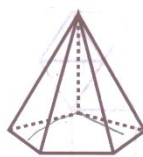
**JUSTIFIQUE LA RESPUESTA**



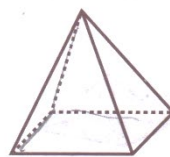
**2. A continuación se muestran las representaciones de cuatro sólidos**



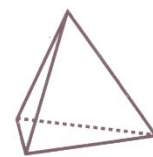
I



II



III

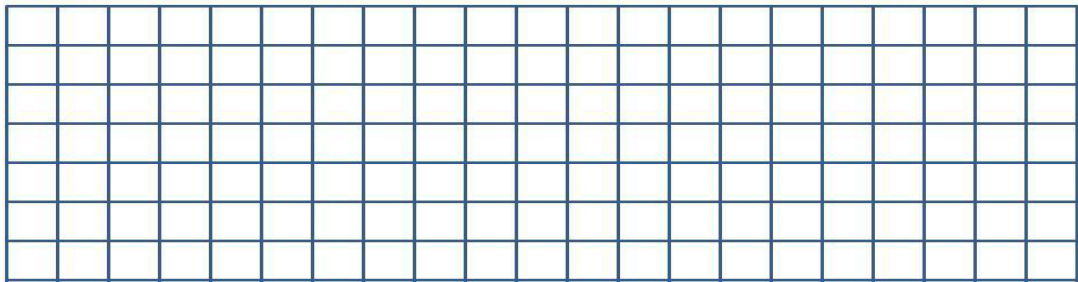


IV

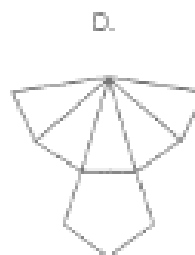
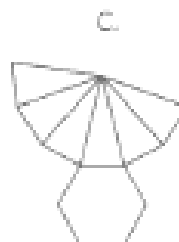
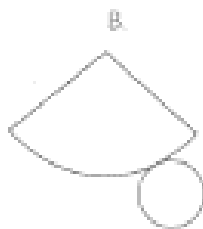
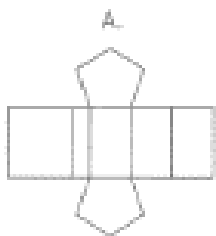
**¿En cuáles se cumple que todas las caras son triángulos?**

- e) Solamente I y III
- f) Solamente II, III y IV
- g) Solamente I y IV
- h) Solamente IV

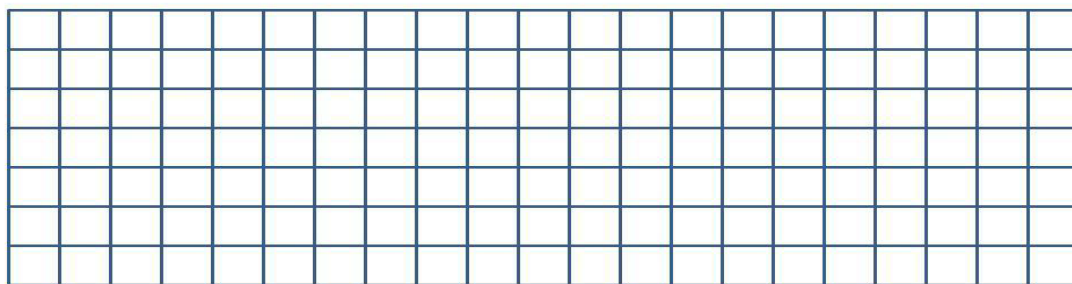
**JUSTIFICA LA RESPUESTA**



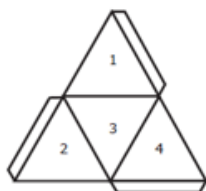
3. Cuál de los siguientes desarrollos planos corresponde a una pirámide



**JUSTIFICA TU RESPUESTA**



4. A continuación se presenta el desarrollo plano de un sólido

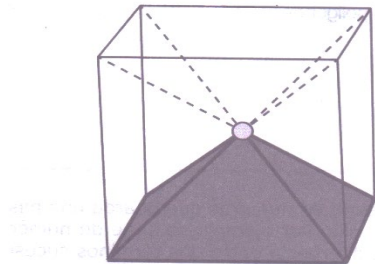


Del sólido que se puede construir con este desarrollo plano, es **correcto** afirmar que tiene en total

- e) 1 vértice
- f) 2 bases
- g) 3 aristas
- h) 4 caras**



6. La altura de la pirámide dentro del cubo de la figura es la mitad de la altura del cubo y su vértice superior se localiza en el centro del cubo.

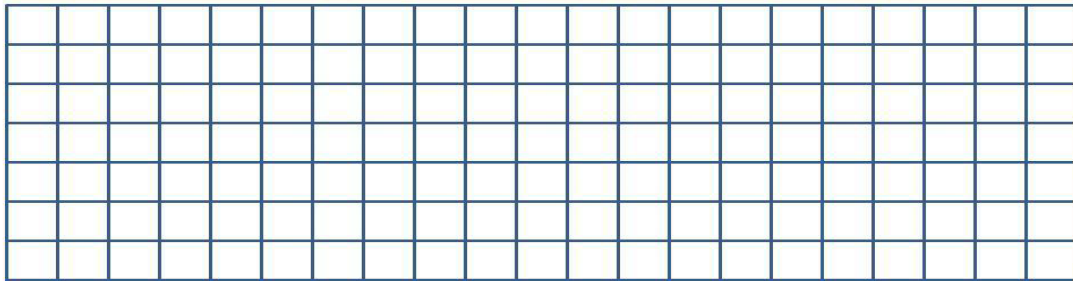


Figura

El volumen del cubo es:

- e) 8 veces el volumen de la pirámide.
- f) 6 veces el volumen de la pirámide
- g) 5 veces el volumen de la pirámide
- h) 4 veces el volumen de la pirámide.

JUSTIFICA LA RESPUESTA

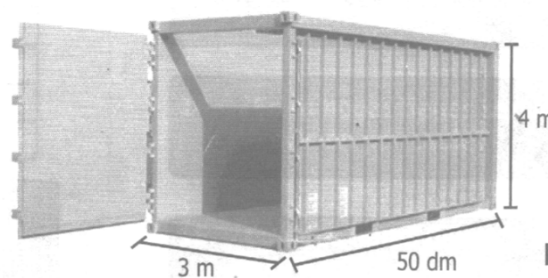


7. Un contenedor para mercancías tiene las medidas que se muestran en la figura

**Información**

El volumen del contenedor se determina multiplicando la medida de las tres dimensiones.

10 dm = 1 m.



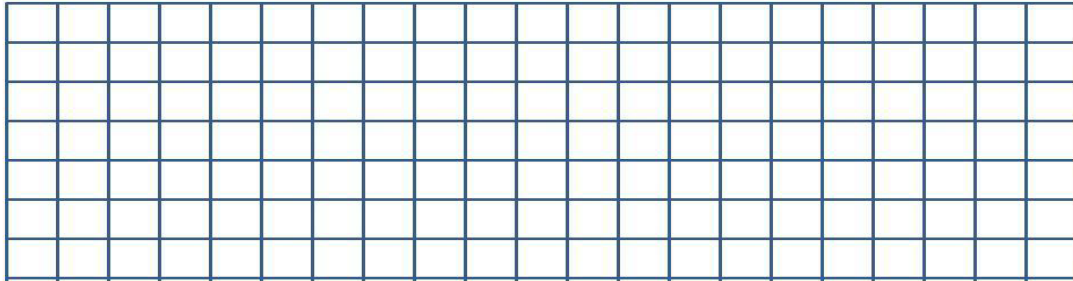
Figura

¿Cuánto mide el espacio que ocupa el contenedor?

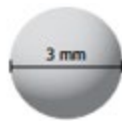
- a) 60m

- b)  $60\text{m}^3$
- c)  $600\text{dm}$
- d)  $600\text{dm}^3$

**JUSTIFICA LA RESPUESTA**

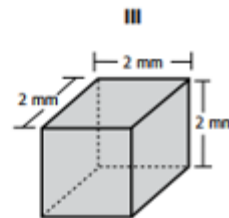
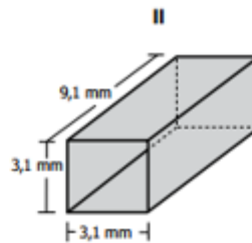
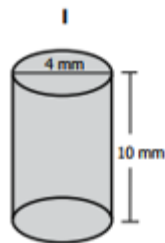


8. Tres esferas de plata de 3mm de diámetro como se muestra en la figura, se van a guardar en una caja.



Figura

¿En cuál(es) de las siguientes cajas, se pueden guardar las esferas?



- e) En I solamente
- f) En III solamente
- g) En I y II solamente
- h) En II y III solamente



- E. Un prisma sobre una pirámide de base cuadrada.
- F. Un cono debajo de un cilindro.
- G. Un cilindro sobre la mitad de una esfera.
- H. Una esfera sobre otra un tercio más pequeña.

**JUSTIFICA LA RESPUESTA**

