

**MODELOS AUTORREGRESIVOS CON VARIABLES EXÓGENAS  
APLICADOS A SERIES DE TIEMPO HIDROLÓGICAS EN LA CUENCA  
DEL RÍO LEBRIJA**

**DIEGO LEANDRO BLANCO MUÑOZ  
ERIKA PATRICIA GUALDRÓN DÍAZ**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICOMECAÑICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL  
BUCARAMANGA**

**2006**

**MODELOS AUTORREGRESIVOS CON VARIABLES EXÓGENAS  
APLICADOS A SERIES DE TIEMPO HIDROLÓGICAS EN LA CUENCA  
DEL RÍO LEBRIJA**

**DIEGO LEANDRO BLANCO MUÑOZ  
ERIKA PATRICIA GUALDRÓN DÍAZ**

**Trabajo de grado para optar al título de  
Ingeniero Civil**

**Director  
JORGE ALBERTO GUZMAN JAIMES  
Ingeniero Civil MSc**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICOMECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL  
BUCARAMANGA**

**2006**

*A mi familia, que representa todo para mí.*

*Diego Leandro Blanco Muñoz*

*A mi padre por ser la inspiración de mi crecimiento personal,  
A mi madre y hermanas por su paciencia y apoyo,  
A DIOS.*

*Erika Patricia Gualdrón Díaz*

## **AGRADECIMIENTOS**

A nuestro director de proyecto, el Ing. Civil Msc Jorge Alberto Guzmán, por su colaboración, apoyo y buena disposición en todo momento.

A Adriana Serrano y Giovanni Balaguera, por su ayuda y amistad durante todos estos años y durante la elaboración de esta tesis.

Al Grupo de Predicción y Modelamiento Hidroclimático (GPH), por su apoyo técnico.

Diego Leandro Blanco Muñoz  
Erika Patricia Gualdrón Díaz

# CONTENIDO

<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>1 MARCO TEÓRICO</b>	<b>3</b>
<b>1.1 SERIES DE TIEMPO</b>	<b>3</b>
1.1.1 RESOLUCIÓN TEMPORAL	4
<b>1.2 HERRAMIENTAS DE ANÁLISIS DE LAS SERIES DE TIEMPO</b>	<b>4</b>
1.2.1 LA MEDIA	4
1.2.2 LA VARIANZA	5
1.2.3 LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR	5
1.2.4 FUNCIÓN DE AUTO-CORRELACIÓN (ACF)	6
1.2.5 FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN PARCIAL (PACF).	7
1.2.6 FUNCIÓN DE CORRELACIÓN CRUZADA (CCF)	8
<b>1.3 SERIES DE TIEMPO ESTACIONARIAS.</b>	<b>9</b>
1.3.1 GRAFICA PRELIMINAR DE LA SERIE	9
1.3.2 TEST PARAMÉTRICOS Y NO PARAMÉTRICOS	10
<b>1.4 TIPOS DE MODELOS</b>	<b>11</b>
1.4.1 MODELOS NO PARAMÉTRICOS	11
1.4.2 MODELOS PARAMÉTRICOS	11
1.4.2.1 Modelado Teórico.	12
1.4.2.2 Identificación del sistema.	12
<b>1.5 MODELOS PARAMÉTRICOS</b>	<b>12</b>
1.5.1 TIPOS DE MODELOS PARAMÉTRICOS.	14
<b>1.6 MODELOS ARX Y ARMAX</b>	<b>15</b>
1.6.1 MODELOS ARX	15
1.6.2 MODELOS ARMAX	16
<b>1.7 IDENTIFICACIÓN DE PARAMETROS</b>	<b>17</b>
1.7.1 ERRORES DE PREDICCIÓN O RESIDUOS DE UN MODELO	17
1.7.2 REGRESIÓN LINEAL	17
1.7.3 MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS.	18
<b>1.8 CALIBRACIÓN DE MODELOS</b>	<b>19</b>

1.8.1	COEFICIENTE DE NASH Y SUTCLIFFE (NS).	19
1.8.2	COEFICIENTE ROOT MEAN SQUARE ERROR (RMSE)	20
1.8.3	COEFICIENTE DE FITNESS (CF).	20
<b>1.9</b>	<b>VALIDACIÓN DE MODELOS</b>	<b>20</b>
1.9.1	VALIDACIÓN DEL MODELO RESPECTO AL PROPÓSITO DEL MODELADO	21
1.9.2	COMPROBACIÓN DE PARÁMETROS FÍSICOS	22
1.9.3	COHERENCIA CON EL COMPORTAMIENTO DE ENTRADA-SALIDA.	22
1.9.4	REDUCCIÓN DEL MODELO	22
1.9.5	SIMULACIÓN	23
1.9.6	ANÁLISIS DE RESIDUOS	23
<b>1.10</b>	<b>PRONÓSTICO</b>	<b>24</b>
<b>2</b>	<b>ANÁLISIS DE LAS SERIES DE TIEMPO</b>	<b>26</b>
<b>2.1</b>	<b>UBICACIÓN ESPACIAL</b>	<b>26</b>
<b>2.2</b>	<b>TRATAMIENTO PRELIMINAR DE LOS DATOS</b>	<b>28</b>
2.2.1	SERIES DE PRECIPITACIÓN	29
2.2.1.1	Modelo Digital de Elevaciones (DEM).	29
2.2.1.2	Espacialización de las series datos.	31
2.2.2	SERIES DE CAUDAL	33
2.2.2.1	Aplicación de Test No-Paramétricos a las Series de Caudal	35
<b>3</b>	<b>APLICACIÓN DE MODELOS ARX Y ARMAX</b>	<b>37</b>
<b>3.1</b>	<b>IDENTIFICACIÓN DE MODELOS ARX Y ARMAX</b>	<b>38</b>
3.1.1	IDENTIFICACIÓN DE ESTRUCTURA Y ORDEN DE LOS MODELOS.	38
3.1.2	SELECCIÓN DE VARIABLES EXÓGENAS	41
3.1.3	MODELOS IDENTIFICADOS PARA LA ESTACIÓN CAFÉ MADRID.	42
3.1.3.1	Segmento 1 de la serie de caudales de Café Madrid	42
3.1.3.2	Segmento 2 de la serie de caudales de Café Madrid.	43
3.1.3.3	Segmento 3 de la serie de caudales de Café Madrid	43
3.1.3.4	Segmento 4 de la serie de caudales de Café Madrid.	44
3.1.3.5	Selección de variables exógenas para las series de Café Madrid.	44

3.1.4	MODELOS IDENTIFICADOS PARA LA ESTACIÓN MAJADAS. _____	46
3.1.4.1	Segmento 1 de la serie de caudales de la estación Majadas. _____	46
3.1.4.2	Segmento 2 de la serie de caudales de la estación Majadas. _____	47
3.1.4.3	Segmento 3 de la serie de caudales de la estación Majadas. _____	47
3.1.4.4	Segmento 4 de la serie de caudales de la estación Majadas. _____	48
3.1.4.5	Selección de variables exógenas para las serie de caudales de la estación Majadas. _____	48
<b>3.2</b>	<b>COMPONENTE DETERMINÍSTICA</b> _____	<b>49</b>
3.2.1	PARÁMETROS ESTIMADOS PARA MODELOS ARX Y ARMAX _____	50
<b>3.3</b>	<b>COMPONENTE ESTOCÁSTICA</b> _____	<b>51</b>
3.3.1	DETERMINACIÓN DEL RUIDO BLANCO. _____	52
3.3.1.1	Ruido Blanco para Modelos ARX _____	52
3.3.1.2	Ruido Blanco para Modelos ARMAX _____	53
<b>3.4</b>	<b>CALIBRACIÓN DE LOS MODELOS</b> _____	<b>54</b>
<b>3.5</b>	<b>MODELOS OBTENIDOS</b> _____	<b>57</b>
3.5.1	MODELOS OBTENIDOS PARA LA ESTACIÓN CAFÉ MADRID. _____	57
3.5.2	MODELOS OBTENIDOS PARA LA ESTACIÓN MAJADAS. _____	58
<b>3.6</b>	<b>VALIDACIÓN</b> _____	<b>59</b>
3.6.1	PROPÓSITO DE MODELADO. _____	59
3.6.2	ANÁLISIS DE RESIDUOS _____	60
3.6.2.1	Análisis de Residuos para modelos ARMAX de la estación Café Madrid. _____	60
3.6.2.2	Análisis de Residuos para modelos ARMAX de la estación Café Madrid. _____	62
3.6.3	PRONOSTICO A CORTO PLAZO _____	63
<b>3.7</b>	<b>LLENADO DE DATOS</b> _____	<b>65</b>
<b>CONCLUSIONES</b> _____		<b>67</b>
<b>RECOMENDACIONES</b> _____		<b>69</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> _____		<b>70</b>
<b>ANEXOS</b> _____		<b>71</b>

## LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 1.1: Casos particulares de modelos paramétricos</i>	14
<i>Tabla 2.1 Segmentos de serie utilizados para generar modelos ARX y ARMAX</i>	36
<i>Tabla 3.1 Identificación de Modelos</i>	38
<i>Tabla 3.2: Correlaciones cruzadas de la serie de caudales de Café Madrid.</i>	45
<i>Tabla 3.3: Correlaciones cruzadas de la serie de caudales de Café Madrid.</i>	49
<i>Tabla 3.4: Parámetros obtenidos para los modelos de la estación Café Madrid.</i>	50
<i>Tabla 3.5: Parámetros obtenidos para los modelos de la estación Majadas.</i>	51
<i>Tabla 3.6: Varianza del Ruido blanco para los modelos ARX.</i>	53
<i>Tabla 3.7: Varianza del Ruido blanco para los modelos ARMAX</i>	54
<i>Tabla 3.8: Coeficientes de Ajuste para los modelos de la estación Café Madrid.</i>	55
<i>Tabla 3.9: Coeficientes de Ajuste para los modelos de la estación Majadas</i>	56
<i>Tabla 3.10: Modelos Obtenidos para la Estación Café Madrid.</i>	57
<i>Tabla 3.11: Modelos Obtenidos para la Estación Majadas.</i>	58
<i>Tabla 3.12: Pronostico a un día para modelos ARX y ARMAX.</i>	64

## LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 2.1: Ubicación general de la CSRL</i>	27
<i>Figura 2.2: Subcuencas hidrográficas de la CSRL</i>	28
<i>Figura 2.3: Modelo Digital de Elevación de la CSRL con GRID de 50x 50m</i>	30
<i>Figura 2.4: Máscaras de elevación unitaria, de la CSRL y sus Subcuencas.</i>	31
<i>Figura 2.5: Espacialización de la precipitación sobre la CSRL.</i>	32
<i>Figura 2.6: Serie de Tiempo de Caudales estación Majadas. 01/07/1991 – 31/12/19995.</i>	34
<i>Figura 2.7: Series de Caudales, estación de Café Madrid (Naranja), estación de</i>	35
<i>Figura 3.1: Procedimiento iterativo para la elaboración de modelos paramétricos</i>	37
<i>Figura 3.2: ACF Vs Retardo, de un modelo AR(1).</i>	39
<i>Figura 3.3: PACF Vs Retardo, de un modelo AR(1).</i>	39
<i>Figura 3.4: ACF Vs Retardo, de un modelo AR(1).</i>	39
<i>Figura 3.5: PACF Vs Retardo, de un modelo AR(1).</i>	39
<i>Figura 3.6: ACF Vs Retardo, de un modelo MA(1).</i>	40
<i>Figura 3.7: PACF Vs Retardo, de un modelo MA(1)</i>	40
<i>Figura 3.8: ACF Vs Retardo, de un modelo MA(1).</i>	40
<i>Figura 3.9: PACF Vs Retardo, de un modelo MA(1).</i>	40
<i>Figura 3.10: Correlación Cruzada de aproximadamente -0.95 en el retraso 4.5</i>	42
<i>Figura 3.11: ACF y PACF del segmento 1 de la serie de caudales de Café Madrid</i>	42
<i>Figura 3.12: ACF y PACF del segmento 2 de la serie de caudales de Café Madrid</i>	43
<i>Figura 3.13: ACF y PACF del segmento 3 de la serie de caudales de Café Madrid</i>	43
<i>Figura 3.14: ACF y PACF del segmento 4 de la serie de caudales de Café Madrid</i>	44
<i>Figura 3.15: Correlación cruzada entre la serie de caudales de Café Madrid, y la serie de precipitación media de la CSRL en el segmento 1</i>	46
<i>Figura 3.16: ACF y PACF del segmento 1 de la serie de caudales de Majadas.</i>	46
<i>Figura 3.17: ACF y PACF del segmento 2 de la serie de caudales de Majadas</i>	47
<i>Figura 3.18: ACF y PACF del segmento 3 de la serie de caudales de Majadas</i>	47
<i>Figura 3.19: ACF y PACF del segmento 4 de la serie de caudales de Majadas</i>	48
<i>Figura 3.20: Correlación cruzada entre la serie de caudales de Majadas, y la serie de precipitación media de la Suratá en el segmento 2.</i>	49
<i>Figura 3.21: Análisis de Residuos para modelo ARMAX de Café Madrid segmento 1</i>	60
<i>Figura 3.22: Análisis de Residuos para modelo ARMAX de Café Madrid segmento 2</i>	61
<i>Figura 3.23: Análisis de Residuos para modelo ARMAX de Café Madrid segmento 3</i>	61
<i>Figura 3.24: Análisis de Residuos para modelo ARMAX de Café Madrid segmento 4</i>	61
<i>Figura 3.25: Análisis de Residuos para modelo ARMAX de Majadas segmento 1</i>	62

<i>Figura 3.26: Análisis de Residuos para modelo ARMAX de Majadas segmento 2</i>	62
<i>Figura 3.27: Análisis de Residuos para modelo ARMAX de Majadas segmento 3</i>	63
<i>Figura 3.28: Análisis de Residuos para modelo ARMAX de Majadas segmento 4</i>	63
<i>Figura 3.29: Serie de caudales de Majadas para el año 2002 con datos faltantes.</i>	66
<i>Figura 3.30: Serie de caudales de Majadas para el año 2002 con datos generados mediante modelo ARMAX (1,1,1).</i>	66

## LISTA DE ANEXOS

<i>ANEXO A: SERIES SEGMENTO 1 CAFÉ MADRID</i>	<i>72</i>
<i>ANEXO B: SERIES SEGMENTO 2 ESTACIÓN CAFÉ MADRID</i>	<i>78</i>
<i>ANEXO C: SERIES SEGMENTO 3 ESTACIÓN CAFÉ MADRID</i>	<i>81</i>
<i>ANEXO D: SERIES SEGMENTO 4 ESTACIÓN CAFÉ MADRID</i>	<i>83</i>
<i>ANEXO E: SERIES SEGMENTO 1 ESTACIÓN MAJADAS</i>	<i>85</i>
<i>ANEXO F: SERIES SEGMENTO 2 ESTACIÓN MAJADAS</i>	<i>91</i>
<i>ANEXO G: SERIES SEGMENTO 3 ESTACIÓN MAJADAS</i>	<i>94</i>
<i>ANEXO I: GRÁFICAS DE MODELOS OBTENIDOS PARA LA ESTACIÓN CAFÉ MADRID</i>	<i>98</i>
<i>ANEXO J: GRÁFICAS DE MODELOS OBTENIDOS PARA LA ESTACIÓN MAJADAS</i>	<i>101</i>

## RESUMEN

### TÍTULO:

**MODELOS AUTORREGRESIVOS CON VARIABLES EXÓGENAS APLICADOS A SERIES DE TIEMPO HIDROLÓGICAS EN LA CUENCA DEL RÍO LEBRIJA.\***

### AUTORES:

Diego Leandro Blanco Muñoz  
Erika Patricia Gualdrón Díaz\*\*

### PALABRAS CLAVES:

Modelos Auto-Regresivos con variables exógenas (ARX), Modelos Auto-Regresivos de media móvil con variables exógenas (ARMAX), Cuenca Superior del Río Lebrija, Café Madrid, Majadas, Metodología de Box y Jenkins.

### DESCRIPCIÓN:

El trabajo de grado consistió en la aplicación de modelos Auto-Regresivos con variables exógenas (ARX) y Auto-Regresivos de Media Móvil con variables exógenas (ARMAX) a series de tiempo de caudales de la estación Café Madrid y Majadas, con el fin de determinar la afectación en el ajuste de los modelos debida a la inclusión de variables exógenas de precipitación.

Debido a que los registros de precipitación correspondían a datos puntuales recopilados por estaciones dentro y fuera de la Cuenca Superior del Río Lebrija (CSRL), fue necesario espacializar los datos con el fin de obtener la precipitación media diaria sobre la CSRL y cada una de sus sub-cuencas. Posteriormente, se procedió a seleccionar los segmentos de las series de caudales con los cuales se realizarían los modelos y a determinar las series de precipitación de las sub-cuencas que mejor correlación presentaban con cada una de las dos estaciones de caudales para ser introducidas como variables exógenas. Una vez realizado este procedimiento, se aplicó la metodología de Box y Jenkins para la identificación, estimación de parámetros, calibración y validación de los modelos aplicados.

Se observó que para la estación de Café Madrid, los modelos que mejor se ajustan a los datos reales son los ARMAX. Por su parte en la estación Majadas la mejoría en el ajuste al aplicar modelos ARMAX no es contundente, por lo cual la inclusión de la variable exógena dependerá entonces del uso para el que se elabore el modelo, del criterio del modelador y del costo de inclusión de la variable.

Debido a que los modelos ARX y ARMAX de las series de caudales, incluyen como variable exógena, un dato de precipitación con retraso de un día, el pronóstico de las series se ve limitado a un día, debido a que se necesita la información de la precipitación como dato de entrada para el cálculo del modelo.

---

\* Tesis

\*\* Escuela de Ingeniería Civil, Facultad de Físico-Mecánicas.  
Ing. MSc Jorge A. Guzmán

## SUMMARY

### TITLE:

**AUTOREGRESIVE MODELS WITH EXOGENOUS VARIABLES APPLIED TO HYDROLOGICAL TIME SERIES OF THE LEBRIJA'S RIVER BASIN.**

### AUTHORS:

Diego Leandro Blanco Muñoz  
Erika Patricia Gualdrón Díaz\*\*

### KEY WORDS:

Autoregressive Models with exogenous variables (ARX), mixed moving average and autoregressive models with exogenous variables (ARMAX), Lebrija's river Superior Basin (CSRL), Café Madrid, Majadas, Box's and Jenkins's methodology.

### DESCRIPTION:

This thesis consists in the application of Auto Regressive models with exogenous variables (ARX) and mixed moving average and autoregressive models with exogenous variables (ARMAX) to Café Madrid and Majadas's flow time series, to determine the effects of rainfall exogenous variables on the adjustment of the models.

Because the precipitation registers corresponded to punctual data collected by stations inside and outside the Superior River basin of the Lebrija River, (CSRL), it was necessary to distribute the data with the purpose of obtaining the daily average precipitation on the CSRL and each one of its river sub-basins. Then, the segments of the flow series to be used in the models were selected and the precipitation series of the river's sub-basins that presented better cross correlations were chosen to be added to the model as exogenous variables. Once this procedure was done, Box and Jenkins's methodology was applied for identification, parameter estimation, calibration and model validation.

It was observed that for the Café Madrid station, the models that had the best adjustment were the ARMAX models. On the other hand, the improvement in the adjustment of the ARMAX models of the Majadas stations is not forceful, so that including the exogenous variable will depend on the use for which the model is built, the modeller's criteria and the cost of including the exogenous variable.

The flow series models ARX and ARMAX include as exogenous variable the rainfall one day late, the forecasting is limited to one day, because the rainfall data is needed as an entry data in the model calculation.

---

\* Thesis

\*\* Civil Engineering Department. College of Physical Mechanical  
Ing. MSc Jorge A. Guzmán.

## INTRODUCCIÓN

La naturaleza presenta acontecimientos difíciles de comprender intuitivamente para la percepción limitada del ser humano; la cantidad de variables, la aleatoriedad de los datos, la complejidad en los procesos de medición, y otros factores, hacen necesario el uso de herramientas matemáticas para desglosar y simplificar dichos fenómenos y representarlos como modelos.

En el presente trabajo de grado se relacionan las series de tiempo de precipitación y caudales de la cuenca superior del río Lebrija (CSRL), a través de la implementación de modelos estadísticos auto-regresivos con variables exógenas ARX y ARMAX. Dichas series corresponden a datos tomados por entidades como la Corporación Autónoma Regional para la Defensa de la Meseta de Bucaramanga (CDMB), el Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (IDEAM) y la Federación Nacional de Cafeteros (FNC).

Teniendo en cuenta que la Cuenca Superior del Río Lebrija (CSRL) constituye la fuente principal del recurso hídrico de Bucaramanga y su zona metropolitana, la importancia de desarrollar estos modelos reside en la necesidad de conocer los efectos en la cuenca tras un evento de precipitación, tales como el retraso en la respuesta de los cauces. De igual manera es deseable determinar la afectación de cada sub-cuenca en los caudales registrados a la salida de la CSRL para de esta forma comprender el comportamiento hidrológico de la misma.

La inclusión de variables exógenas como la precipitación, permite en ocasiones hacer ajustes más precisos de los modelos a los datos reales, por lo que dichos modelos constituyen una herramienta útil en el llenado de datos faltantes y en el pronóstico de eventos a corto plazo.

Para poder generar los modelos matemáticos que representan el comportamiento hidrológico de la cuenca, fue necesario hacer un procesamiento preliminar de los datos provenientes de las estaciones pluviométricas y de caudales. Dicho tratamiento de los datos es explicado en el capítulo primero. Luego se procede a la generación de los modelos ARX y ARMAX y a su calibración. Este proceso se expone en los capítulos segundo y tercero.

# 1 MARCO TEÓRICO

A continuación se presentan los conceptos matemáticos necesarios para comprender el comportamiento de las series de tiempo y sus características principales, así como para la aplicación práctica de los modelos paramétricos del tipo ARX y ARMAX.

## 1.1 SERIES DE TIEMPO

Se llama serie de tiempo a un conjunto de mediciones de un fenómeno registrado de manera secuencial en el tiempo, en intervalos de igual duración o intervalos de tiempo no constantes. Las series de tiempo están referidas a instantes de tiempo concretos y los datos están ordenados desde el pasado hasta el presente.

En el presente documento se notan las mediciones de caudales, precipitación y ruido blanco respectivamente como:

$$z_t, z_{t-1}, z_{t-2}, \dots, z_{t-p} \quad (1.1)$$

$$u_t, u_{t-1}, u_{t-2}, \dots, u_{t-i} \quad (1.2)$$

$$a_t, a_{t-1}, a_{t-2}, \dots, a_{t-q} \quad (1.3)$$

Donde:

$z$ : Valor medido de la serie de caudal.

$u$ : Valor estimado de precipitación media.

$a$ : Valor de ruido blanco

El ruido blanco está representado por valores aleatorios e independientes, distribuidos normalmente, con media cero ( $\mu = 0$ ) y varianza constante ( $\sigma_a$ ).

### **1.1.1 Resolución temporal**

Una serie de tiempo puede ser descrita utilizando intervalos de tiempo de diferente magnitud, como minutos, horas, días, meses, años, etc. Una misma variable que es descrita en una serie de tiempo con una mayor resolución temporal puede evidenciar características estocásticas o determinísticas del comportamiento general de la serie diferentes a las que mostraría al ser expuesta con una resolución temporal menor. Por este motivo, es erróneo comparar series de tiempo de una misma variable que utilizan resoluciones temporales diferentes con el fin de encontrar alguna similitud.

El análisis de la serie de tiempo se relaciona de varias maneras con el intervalo seleccionado del tiempo. Dependiendo del propósito del análisis, el intervalo de tiempo de las variables se debe elegir con precaución. (Guzmán et al, 2005).

## **1.2 HERRAMIENTAS DE ANÁLISIS DE LAS SERIES DE TIEMPO**

El estudio de las series de tiempo involucra un análisis cualitativo y cuantitativo cuyo objetivo es inferir la forma del proceso estocástico a partir de las series temporales que genera. Para tal efecto existen herramientas estadísticas que permiten cuantificar y establecer un criterio estandarizado de las características de la serie como las que se muestran a continuación.

### **1.2.1 La Media**

Es el resultado de sumar todos los datos de un conjunto y dividir por el número de datos.

$$\bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N z_t \quad (1.4)$$

Donde:

$N$  : Es el total de datos del conjunto.

$z_t$  : Corresponde a cada uno de los datos de la muestra.

$\bar{z}$  : Media del conjunto de datos.

### 1.2.2 La Varianza

Es el promedio de los cuadrados de las desviaciones de cada elemento  $z_t$  respecto a la media  $\bar{z}$

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (z_t - \bar{z})^2 \quad (1.5)$$

Donde:

$s^2$ : Varianza muestral

$N$  : Es el total de datos del conjunto.

$z_t$  : Corresponde a cada uno de los datos de la muestra.

$\bar{z}$  : Media del conjunto de datos.

### 1.2.3 La Desviación Estándar

Es la raíz cuadrada de la varianza. Esta medida de dispersión se expresa en las mismas unidades que los datos a los que se refiere. La desviación estándar al igual que la media proporciona información sobre la forma de la distribución.

$$s = \sqrt{s^2} \quad (1.6)$$

Donde:

$s$  : Desviación estandar del conjunto de datos.

$s^2$  : Varianza muestral.

### 1.2.4 Función de Auto-correlación (ACF)

La función de auto-correlación (**Auto-Correlation Function**) es el conjunto de coeficientes de auto-correlación  $r_k$  desde 1 hasta  $N$ , donde  $N/4$  suele ser un valor adecuado; mide la correlación entre los valores de la serie distanciados un lapso de tiempo  $k$ . Esta función es de gran importancia en el análisis de estacionalidad de la serie, ya que si ésta existe, los valores separados entre sí por intervalos iguales al periodo estacional deben estar correlacionados de alguna forma. Es decir que el coeficiente de autocorrelación para un retardo igual al periodo estacional debe ser significativamente diferente de 0. Al representar gráficamente el coeficiente  $r_k$  versus  $k$  se obtiene el correlograma de la serie. (Molinero, 2004).

$$r_k = \frac{c_k}{c_0} \quad (1.7)$$

$$c_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (z_t - \bar{z})(z_{t+k} - \bar{z}), \quad k = 0,1,2,\dots,K \quad (1.8)$$

$$c_0 = s^2 \quad (1.9)$$

Donde:

$N$  : Es el total de datos del conjunto.

$r_k$  : Coeficiente de Autocorrelación para un retraso  $k$ .

$c_k$  : Autocovarianza para un retraso  $k$ .

$c_0$  : Corresponde a la varianza muestral.

$z_{t+k}$  : El dato distanciado un lapso de tiempo  $k$ .

$z_t$  : Corresponde a cada uno de los datos de la muestra.

$\bar{z}$  : Media del conjunto de datos.

### 1.2.5 Función de Autocorrelación Parcial (PACF).

La auto-correlación parcial (**Partial Auto-Correlation Function**) de orden  $k$  denotada por  $\phi_k$  mide la correlación que existe entre  $z_t$  y  $z_{t+k}$  una vez que ha sido removida la dependencia lineal de las componentes intermedias,  $z_{t+1}, z_{t+2}, z_{t+3}, \dots, z_{t+k-2}, z_{t+k-1}$  o sea, mide la contribución que se logra al agregar  $z_t$  para explicar  $z_{t+k}$ .

Se define como la correlación condicional:

$$p_k = \text{Corr}[z_t, z_{t+k} | z_{t+1}, z_{t+2}, z_{t+3}, \dots, z_{t+k-2}, z_{t+k-1}] \quad (1.10)$$

Donde:

$z_t$ : Es una serie de media cero  $E[z_t] = 0$ .

$p_k$ : Correlación condicional.

Es posible obtener la autocorrelación parcial por medio de una regresión como sigue:

$$z_{t+k} = \phi_{k1}z_{t-1} + \phi_{k2}z_{t-2} + \phi_{k3}z_{t-3} + \dots + \phi_{kk-1}z_{t-k} + \varepsilon_{kt} \quad (1.11)$$

Donde:

$z_t$ : Es una serie de media cero  $E[z_t] = 0$ .

$\phi_{kk}$ :  $k$ -ésimo coeficiente de una autorregresión de orden  $k$ .

Para que la autocorrelación parcial sea significativa es suficiente con comprobar que  $p_k$  cae afuera del rango:

$$\left[ \frac{-1.96}{\sqrt{N}}, \frac{+1.96}{\sqrt{N}} \right] \quad (1.12)$$

### 1.2.6 Función de Correlación Cruzada (CCF)

Al analizar dos series de tiempo es necesario determinar la relación que existe entre ellas y conocer el retraso entre la serie que representa la entrada del impulso al sistema y la serie que arroja la respuesta correspondiente a dicho impulso. La función de correlación cruzada o CCF (Cross Correlation Function) constituye entonces una poderosa herramienta en el análisis bi-variado de las series de tiempo y está conformada por una secuencia de coeficientes de correlación cruzada definidos como:

$$\rho_{zu}(k) = \frac{\gamma_{zu}(k)}{s_z s_u} \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm \dots \quad (1.13)$$

$$\gamma_{zu} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (z_t - \bar{z})(u_{t+k} - \bar{u}) \quad (1.14)$$

Donde:

$N$  : Es el total de datos del conjunto  $z$  .

$\rho_{zu}(k)$  : Coeficiente de Correlación Cruzada de orden  $k$ .

$\gamma_{zu}(k)$  : Función de Covarianza Cruzada.

$s_z$  : Desviación estándar de la serie  $z$  .

$s_u$  : Desviación estándar de la serie  $u$  .

$u_{t+k}$  : Cada uno de los Datos de la Serie  $u$  retrasados una cantidad de tiempo  $k$  de la Serie de Datos  $z$  .

$\bar{u}$  : Media del conjunto de datos  $u$  .

$z_t$  : Corresponde a cada uno de los datos de la serie.

$\bar{z}$  : Media del conjunto de datos  $z$  .

Es necesario tener en cuenta que en contraste con la función de autocorrelación, la correlación cruzada no es simétrica respecto al retraso  $k = 0$  , por lo que es necesario determinar dicha función para la parte positiva y negativa. (Box y Jenkins, 1976).

### **1.3 SERIES DE TIEMPO ESTACIONARIAS.**

En el estudio de las series de tiempo, encontramos que para la aplicación de ciertos modelos la verificación más importante que se debe hacer es la de homogeneidad y consistencia de los datos, características que están íntimamente ligadas con la estacionaridad de los mismos.

La homogeneidad de una serie de tiempo consiste en que sus datos presentan un equilibrio estadístico, es decir, que mantienen una media y una varianza constante a lo largo del tiempo. Por otro lado la consistencia de los datos involucra que la serie no presente errores sistemáticos asociados a factores antrópicos y a cambios en los equipos de medición, como calibración o cambios de ubicación.

Se dice que una serie es estacionaria cuando presenta las siguientes características.

- ✓ Los datos son aleatorios e independientes.
- ✓ La tendencia presenta un comportamiento estable, en el que no disminuye o aumenta con el tiempo.
- ✓ La media y la varianza son estables a lo largo del registro

Como parte de la metodología para detectar la no-homogeneidad de la serie temporal, encontramos las siguientes recomendaciones.

#### **1.3.1 Grafica Preliminar de la Serie**

Graficar la serie en toda su extensión permite observar inconsistencias evidentes en la serie de tiempo, tales como datos faltantes, cambios bruscos en la media y la varianza, etc. Esto permite al analista darse una idea del tipo de análisis que debe aplicar a la serie en estudio.

### 1.3.2 Test Paramétricos y no Paramétricos

Las pruebas paramétricas son las que se pueden aplicar a las series a las cuales se les conoce de antemano la función de probabilidad que las describe; las no paramétricas son las que se aplican a las series a las cuales no se les conoce la función de probabilidad. De acuerdo a esta premisa se analizan las series conforme a si se conoce o no, su distribución de probabilidad. (Guzmán et al, 2005).

- ✓ **Standard Normal Homogeneity Test (SNHT).** Este test paramétrico es utilizado en series de tiempo que presentan una distribución de probabilidad Normal, para encontrar puntos de cambio significativos en la media.
- ✓ **Test de Punto de Cambio de Pettitt.** El test de punto de cambio de Pettitt es utilizado cuando no se conoce la función de probabilidad de una serie de tiempo, para determinar el punto donde se encuentra un salto de los datos.
- ✓ **Test de Spearman para la presencia de tendencia.** Este test no paramétrico es utilizado para detectar la presencia de tendencia, mediante la comparación del coeficiente de correlación de rango  $R_{sp}$  (Guzmán et al, 2005) con el test estadístico,  $t$  de student's. Si el  $R_{sp}$  está en el rango del 5% de confiabilidad  $-Tt < R_{sp} < Tt$ , la tendencia no es significativa.
- ✓ **Test F para estabilidad en la varianza.** La prueba para la estabilidad de la varianza se basa en comparar la relación de las varianzas de dos muestras de igual tamaño mediante la distribución  $f$  con el 5% de confiabilidad. (Guzmán et al, 2005)

- ✓ **Test T para la estabilidad en la media.** La estabilidad de la media es comparada con la función de distribución T de Student's, para caso de series no normales. Si  $2.5\% < T < 97.5\%$ ; la media es estable con el 5% de confiabilidad.

Los test paramétricos y no paramétricos expuestos anteriormente pueden ser evaluados utilizando el software Spell-Stat (Guzmán, 2005).

## **1.4 TIPOS DE MODELOS**

Dentro de los diferentes tipos de planteamientos matemáticos que permiten el modelamiento de series de tiempo, se cuenta con modelos paramétricos y modelos no paramétricos.

### **1.4.1 Modelos No Paramétricos**

Se utilizan para modelar sistemas que pueden ser descritos fácilmente utilizando una gráfica o tabla que represente sus propiedades dinámicas. Algunos de estos métodos son: análisis de la respuesta transitoria, análisis de la respuesta en frecuencia, análisis de la correlación, análisis espectral, análisis de Fourier, etc.

### **1.4.2 Modelos Paramétricos**

Permiten desarrollar modelos matemáticos que relacionan las variables de un sistema a través de una cantidad finita de parámetros. Estos métodos requieren la elección de una posible estructura del modelo, de un criterio de ajuste de parámetros, y por último de la estimación de los parámetros que mejor ajustan el modelo a los datos experimentales. Dentro de este tipo de métodos, se encuentran:

#### **1.4.2.1 Modelado Teórico.**

Se trata de un método analítico en el que las relaciones entre las variables se determinan utilizando leyes físicas básicas para describir el comportamiento del fenómeno. El modelo teórico tiene un campo de aplicación restringido a fenómenos sencillos que involucran pocas variables.

#### **1.4.2.2 Identificación del sistema.**

Utiliza los datos experimentales para obtener una relación matemática entre los datos de entrada y los datos de salida sin tener en cuenta el fenómeno físico involucrado en el mismo. Esto permite generar modelos capaces de relacionar el comportamiento de entrada y salida de un sistema, aún cuando este presente una complejidad elevada en términos del fenómeno físico, cantidad de variables, etc. Sin embargo, estos modelos presentan limitaciones considerables como:

- ✓ El modelo suele ser limitado en su rango de validez, es decir es aplicable solo al fenómeno para el que fue desarrollado.
- ✓ Por otro lado, en ocasiones es difícil dar un sentido físico al modelo, debido a que los parámetros no tienen una relación directa con ninguna magnitud física, por lo que es recomendable que el modelo desarrollado tenga en cuenta la identificación de los parámetros sin descuidar el fenómeno que lo genera. (López, 2000).

### **1.5 MODELOS PARAMÉTRICOS**

Los modelos paramétricos generalmente se describen en el dominio discreto, puesto que los datos usados para la identificación se obtienen por muestreo.

La expresión general para un modelo discreto es del tipo:

$$s(t) = \eta(t) + w(t) \quad (1.15)$$

Donde

$s(t)$ : es la salida medible del sistema.

$\eta(t)$ : es la salida debida a la entrada.

$w(t)$ : es el término que modela la salida debido a perturbaciones.

Cada uno de estos términos puede ser modelado de la siguiente manera:

$$s(t) = \phi(B)z_t \quad (1.16)$$

$$\eta(t) = \varepsilon(B)u_t \quad (1.17)$$

$$w(t) = \theta(B)a_t \quad (1.18)$$

Donde:

$\phi(B)$ ,  $\varepsilon(B)$  y  $\theta(B)$  son las funciones de transferencia o filtros lineales que relacionan a  $z_t$ ,  $u_t$  y  $a_t$  respectivamente.

$z_t$ : Es la salida de interés del sistema.

$u_t$ : Es la variable de entrada del sistema.

$a_t$ : Corresponde al ruido blanco que representa las perturbaciones no medidas en el sistema, y que presenta una media 0 y una varianza  $\sigma_a^2$

$B$ : Corresponde al operador de retardo.

Finalmente observamos que las funciones de transferencia o filtros lineales que hacen parte del modelo paramétrico general son polinomios del tipo, (López, 2000).

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \quad (1.19)$$

$$\varepsilon(B) = \varepsilon_1 B^1 + \varepsilon_2 B^2 + \dots + \varepsilon_i B^i \quad (1.20)$$

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_q B^q \quad (1.21)$$

La estructura general que presentan estos modelos será entonces

$$\phi(B)z_t = \varepsilon(B)u_t + \theta(B)a_t \quad (1.22)$$

### 1.5.1 Tipos de Modelos Paramétricos.

La estructura de los modelos paramétricos está dada por el orden de cada uno de los polinomios presentados anteriormente, es decir por  $p$ ,  $i$ ,  $q$  y el retardo  $k$  entre la entrada y la salida del sistema.

En muchos casos, no se incluye alguno de los polinomios anteriores en la descripción del modelo, dando como resultado los siguientes casos particulares, entre otros.

**Tabla 1.1: Casos particulares de modelos paramétricos**

Tipo de Modelo	Estructura
Modelo AR	$\phi(B)z_t = a_t$
Modelo ARX	$\phi(B)z_t = \varepsilon(B)u_t + a_t$
Modelo ARMA	$\phi(B)z_t = +\theta(B)a_t$
Modelo ARMAX	$\phi(B)z_t = \varepsilon(B)u_t + \theta(B)a_t$

Como se observa en la tabla 1.1, la anulación de alguno de los polinomios da como resultado estructuras simplificadas. Cada una de las estructuras tiene sus propias características y debe ser elegida fundamentalmente en función del sistema a modelar. Sin embargo, es recomendado ensayar con

varias estructuras y varios órdenes dentro de una misma estructura para encontrar el modelo de mejor ajuste a las series de datos.

## 1.6 MODELOS ARX Y ARMAX

En general los modelos ARX y ARMAX constituyen herramientas matemáticas que ponderan las entradas al sistema mediante filtros lineales, permitiendo modelar fenómenos económicos, biológicos y físicos entre otros, ordenados en forma de series de tiempo, sin tener en cuenta los eventos físicos que las originan.

### 1.6.1 Modelos ARX

Un modelo ARX puede ser descrito como la salida  $\tilde{z}_t$  de un filtro lineal con una función de transferencia  $\phi^{-1}(B)$ , cuando la entrada es ruido blanco  $a_t$ , más la función de transferencia  $\varepsilon(B)$ , cuando la entrada es una variable exógena  $u_t$ . (Box y Jenkins, 1976). Por tanto la forma del modelo ARX (p,i), siendo p el orden autorregresivo del modelo, e i el orden de la variable exógena:

$$\phi(B)\tilde{z}_t = \varepsilon(B)u_t + a_t \quad (1.23)$$

Reemplazando los polinomios obtenemos:

$$\tilde{z}_t = \phi_1\tilde{z}_{t-1} + \phi_2\tilde{z}_{t-2} + \dots + \phi_p\tilde{z}_{t-p} + \varepsilon_1u_{t-k1} + \varepsilon_2u_{t-k2} + \dots + \varepsilon_iu_{t-ki} + a_t \quad (1.24)$$

Donde:

$\tilde{z}_t : \tilde{z}_t = z_t - \delta$  Y  $\delta$  es la media alrededor de la cual varía el proceso.

$\tilde{z}_{t-1}, \tilde{z}_{t-2}, \tilde{z}_{t-p}$  : Son los valores de la serie  $\tilde{z}_t$  con retrasos de 1, 2 hasta p.

$u_{t-k1}, u_{t-k2}, u_{t-ki}$  : Corresponden a las variables exógenas, cada una con un retraso diferente  $k1, k2, ki$  respecto de la serie  $\tilde{z}_t$ .

$\phi_1, \phi_2, \phi_p$  : Coeficientes de los valores de la serie  $\tilde{z}_t$ .

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_i$  : Son los coeficientes que ponderan cada una de las variables exógenas.

### 1.6.2 Modelos ARMAX

En ocasiones con el fin de alcanzar mayor flexibilidad en el ajuste de las series de tiempo, es útil incluir al proceso ARX una función de transferencia  $\theta(B)$  que representa un proceso de medias móviles; al modelo resultante se le denomina ARMAX de orden (p, q, i), siendo q el orden de la media móvil utilizada.

$$\phi(B)\tilde{z}_t = \theta(B)a_t + \varepsilon(B)u_t + a_t \quad (1.25)$$

$$\tilde{z}_t = \phi_1\tilde{z}_{t-1} + \dots + \phi_p\tilde{z}_{t-p} + \varepsilon_1u_{t-k1} + \dots + \varepsilon_2u_{t-k2} + a_t - \theta_1a_{t-1} - \dots - \theta_qa_{t-q} \quad (1.26)$$

Donde:

$\theta_1, \dots, \theta_q$  : Parámetros del proceso de media móvil.

$a_{t-1}, \dots, a_{t-q}$  : Corresponden a  $q$  valores anteriores del ruido blanco ( $\mu = 0, \sigma_a = cte$ )

## 1.7 IDENTIFICACIÓN DE PARAMETROS

Una vez que se ha elegido la estructura del modelo y el orden de cada uno de sus polinomios, es posible determinar el valor de los parámetros que ajustan la respuesta a los datos experimentales.

Existen diferentes métodos para realizar el ajuste de los parámetros, siendo el método de los mínimos cuadrados uno de los más utilizados por su sencillez y practicidad dentro de la bibliografía disponible. Cabe notar sin embargo que hoy en día se encuentran disponibles una variedad de herramientas de software que permiten estimar dichos parámetros, o facilitar los procesos iterativos de cálculo de los mismos.

### 1.7.1 Errores de Predicción o Residuos de un Modelo

Se llama error de predicción  $e(t)$  a la diferencia entre la salida estimada por el modelo y la salida real del sistema medida en un determinado instante del tiempo (López, 2000).

$$e(t) = z_t - z'_t \quad (1.27)$$

Donde:

$e(t)$ : Corresponde al error de predicción o residuo del modelo.

$z_t$ : Es la salida real del sistema medida en el instante de tiempo  $t$ .

$z'_t$ : Es la salida estimada por el modelo en el instante de tiempo  $t$ .

### 1.7.2 Regresión Lineal

Se dice que una estructura posee regresión lineal cuando la salida estimada puede expresarse como:

$$z'_t = \varphi^T(t) \cdot \theta \quad (1.28)$$

Donde

$\varphi^T(t)$ : Vector columna formado por las salidas y entradas anteriores (conocido como vector de regresión)

$\theta$ : Vector de parámetros del modelo.

El modelo ARX es un claro ejemplo de la estructura con regresión lineal, definiendo (López, 2000):

$$\theta = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_i]^T \quad (1.29)$$

$$\varphi^T(t) = [z_{t-1}, z_{t-2}, \dots, z_{t-p}, u_{t-k1}, u_{t-k2}, \dots, u_{t-ki}] \quad (1.30)$$

### 1.7.3 Método de Mínimos Cuadrados.

Aplicando los criterios expuestos en los dos apartados anteriores, podemos expresar el error de predicción como:

$$e(t) = z_t - \varphi^T(t) \cdot \theta \quad (1.31)$$

Se define entonces la siguiente función de error, conocida como criterio de mínimos cuadrados para una regresión lineal.

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{1}{2} \cdot [z_t - \varphi^T(t) \cdot \theta]^2 \quad (1.32)$$

Existe un vector  $\theta$  que minimiza la función anterior y que constituye la estimación de los parámetros del modelo por mínimos cuadrados.

$$\theta \Rightarrow \text{sol} \left\{ \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=1}^N \varphi^T(t) \cdot [z_t - \varphi^T(t) \cdot \theta] = 0 \right\} \quad (1.33)$$

Para este vector de parámetros, la función de error  $V_N$  toma su valor mínimo, siendo esta la función de pérdidas del modelo estimado. (López, 2000).

## 1.8 CALIBRACIÓN DE MODELOS

Con el fin de obtener un punto de referencia estandarizado del grado de ajuste del modelo a la serie de datos reales, se han desarrollado coeficientes de ajuste que permiten la evaluación y comparación de los distintos modelos aplicados.

### 1.8.1 Coeficiente de Nash y Sutcliffe (NS).

Este coeficiente tiene su mejor ajuste cuanto más se acerque a 1; e indica deficiencias en el modelo cuando tiende a  $-\infty$ . Es un buen indicador de que tan similar es la forma del modelo a la serie de datos en estudio, por lo cual se utiliza con frecuencia para evaluar modelos auto-regresivos. (Aza, Vargas, 2005)

$$NS = 1 - \left[ \frac{\sum_{t=1}^N (z_t - z'_t)^2}{\sum_{t=1}^N (z_t - \bar{z})^2} \right] \quad (1.34)$$

Donde:

$z_t$  : Es la salida real del sistema medida en el instante de tiempo t.

$z'_t$  : Valor obtenido mediante el modelo en el instante t.

$\bar{z}$  : Media del conjunto de datos  $z_t$ .

$N$  : Es el total de datos del conjunto.

### 1.8.2 Coeficiente Root Mean Square Error (RMSE)

Como su nombre lo dice es la raíz del error medio cuadrado, proporciona información sobre el ajuste de los valores modelados con respecto a los datos de la serie real. Indica un buen ajuste cuanto más se acerque a 0 y desmejora cuando tiende a  $\infty$ .

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^N (z_t - z'_t)^2}{N}} \quad (1.35)$$

Donde:

$z_t$  : Es la salida real del sistema medida en el instante de tiempo t.

$z'_t$  : Valor obtenido mediante el modelo en el instante t.

$\bar{z}$  : Media del conjunto de datos  $z_t$ .

$N$  : Es el total de datos del conjunto.

### 1.8.3 Coeficiente de Fitness (CF).

Se calcula a partir del RMSE. Facilita la valoración del modelo puesto que varía entre 0 y 1000; siendo 0 el peor ajuste y 1000 el ajuste óptimo.

$$CF = \frac{1000}{1 + RMSE} \quad (1.36)$$

## 1.9 VALIDACIÓN DE MODELOS

En los procesos de identificación se busca obtener el mejor modelo mediante prueba y error, aplicando diferentes estructuras y ordenes de las mismas, para obtener el modelo que mejor se ajuste a los datos, sin embargo dicho modelo solo es útil si es suficientemente bueno para

satisfacer los propósitos por los que este fue elaborado en primera instancia; a este proceso se le conoce como validación del modelo.

Para enfrentar el problema de la validación debemos tener en cuenta tres preguntas básicas que contestar:

1. ¿Se adapta con suficiente exactitud el modelo a los datos observados?
2. ¿Es el modelo adecuado para nuestro propósito?
3. ¿Describe el modelo al sistema real?

Por lo general, la forma de contestar estas preguntas es examinar el modelo con la mayor cantidad posible de información acerca del sistema real. Esto incluye conocimiento previo, análisis de los datos y experiencia en el uso del modelo. (Kunusch, 2003). A continuación se exponen algunos criterios típicos utilizados para descartar o elegir unos modelos respecto a otros.

### **1.9.1 Validación del Modelo Respecto al Propósito del Modelado**

Debido a que en la práctica es imposible determinar si un modelo responde exactamente al comportamiento de un sistema real, suele ser suficiente comprobar que el modelo es capaz de resolver el problema para el cual ha sido hallado (simulación, predicción, diseño de un controlador, etc.). Así por ejemplo, si el controlador que ha sido ajustado por medio del modelo da buen resultado sobre el sistema real, se puede asegurar que el modelo es válido para esta aplicación (López, 2000). A menudo será imposible, costoso o peligroso evaluar todos los posibles modelos respecto de su propósito planeado. En lugar de eso, se deben tomar otros criterios que permitan discernir entre varios modelos.

### **1.9.2 Comprobación de Parámetros Físicos**

Para una estructura que ha sido parametrizada en función de magnitudes físicas, una validación natural y efectiva es comparar los valores estimados y sus varianzas, con valores razonables obtenidos con base a un conocimiento previo del sistema. Es recomendado evaluar la sensibilidad que presenta el comportamiento entrada-salida, con respecto a estos parámetros para comprobar su correcta identificabilidad. (Kunusch, 2003).

### **1.9.3 Coherencia con el Comportamiento de Entrada-Salida.**

Para determinar si el comportamiento de entrada-salida está suficientemente caracterizado, puede ser necesario recurrir a diferentes métodos de identificación y comparar los resultados obtenidos. Por ejemplo, comparando los diagramas de Bode de los elementos obtenidos mediante identificación paramétrica de diferentes estructuras, por el método de variables instrumentales y por análisis espectral, se puede determinar si la dinámica del sistema ha quedado suficientemente caracterizada. (López, 2000).

### **1.9.4 Reducción del Modelo**

Un procedimiento para determinar si un modelo proporciona una descripción simple y apropiada de un sistema consiste en aplicarle algún método de reducción de modelos, esto es, si el orden del modelo puede ser reducido si afectar notablemente las propiedades de entrada-salida, entonces se dice que el modelo original era innecesariamente complejo. Autores como Söderström (1975) han desarrollado varias ideas útiles acerca de este tema. (Kunusch, 2003).

### 1.9.5 Simulación

Un procedimiento habitual que puede ser considerado como técnica de validación de modelos, consiste en simular el modelo con un conjunto de entradas distintas a las utilizadas para la identificación, y comparar la respuesta del modelo con la obtenida del sistema real.

### 1.9.6 Análisis de Residuos

Consiste en determinar si los residuos de un modelo  $e(t)$  son independientes de la entrada del sistema  $u(t)$ . Esto puede comprobarse mediante la correlación del error de predicción y la entrada del sistema según la expresión

$$R_{eu} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N e_{(t+\tau)} \cdot u_{(t)} \quad (1.37)$$

Donde:

$R_{eu}$  : Residuo en el retraso  $\tau$  .

$N$  : Es el total de datos del conjunto.

$e_{(t+\tau)}$  : Error de predicción en el retraso  $t + \tau$  .

$u_t$  : Entrada del sistema en el tiempo  $t$  .

El modelo será más exacto mientras mas se acerquen a cero los términos de la correlación anterior. Si no es así, significa que hay componentes en  $e(t)$  que proceden de la entrada, lo que a su vez indica que el modelo no es capaz de describir completamente la dinámica del sistema.

Puede demostrarse que si  $e(t)$  y  $u(t)$  son independientes, la expresión anterior es una distribución normal con media cero y varianza

$$P_r = \frac{1}{N} \sum R_e(k) \cdot R_u(k) \quad (1.38)$$

Donde:

$P_r$ : Límite de confiabilidad de validación.

$R_e, R_u$ : Covarianzas de  $e(t)$  y  $u(t)$  respectivamente.

$N$ : Es el total de datos del conjunto.

Generalmente,  $R_{eu}$  se presenta en un diagrama junto con las líneas  $\pm 3\sqrt{P_r}$ .

Si  $R_{eu}$  sobrepasa dichas líneas, significa que  $e(t+\tau)$  y  $u(t)$  probablemente no son independientes para ese valor de  $\tau$ .

## 1.10 PRONÓSTICO

El pronóstico en series de tiempo, consiste en conocer una estimación de los valores futuros que podría tomar la serie de tiempo.

En la práctica, se pueden calcular los límites de confiabilidad para dicho pronóstico, conociendo como se comporta la varianza del error de pronóstico,  $l$  pasos adelante mediante la siguiente expresión.

$$V(l) = \left( 1 + \sum_{j=1}^{l-1} \psi_j^2 \right) \sigma_a^2 \quad (1.39)$$

Donde:

$V(l)$ : Varianza del error de pronóstico en el instante  $t+l$ .

$\sigma_a^2$ : Varianza del ruido blanco asociado al modelo.

$\psi_j$ : Términos de una función de transferencia.

Los valores de  $\psi_j$  se obtienen mediante la expresión.

$$\begin{aligned}\psi_1 &= \phi_1 - \theta_1 \\ \psi_2 &= \phi_1\psi_1 + \phi_2 - \theta_2 \\ &\vdots \\ \psi_j &= \phi_1\psi_{j-1} + \dots + \phi_{p+d}\psi_{j-p-d} - \theta_j\end{aligned}\tag{1.40}$$

Donde:

$\phi_j$  y  $\theta_j$ : Parámetros de los filtros lineales de los modelos paramétricos.

Una vez conocemos la varianza para el error en el instante  $t+l$ , podemos estimar el rango en el que se presentará el dato del próximo día.

$$z_{t+l} = z_t \pm u_{\varepsilon/2} \sqrt{V(l)}\tag{1.41}$$

Donde:

$u_{\varepsilon/2}$ : Corresponde a la desviación excedida por una proporción  $\varepsilon/2$  de la distribución normal unitaria. Para un límite de confiabilidad de 50%,  $u_{\varepsilon/2}$  toma un valor de 0.674 y para un límite de confiabilidad de 95%,  $u_{\varepsilon/2}$  toma un valor de 1.96. (Box, Jenkins, 1976)

## **2 ANÁLISIS DE LAS SERIES DE TIEMPO**

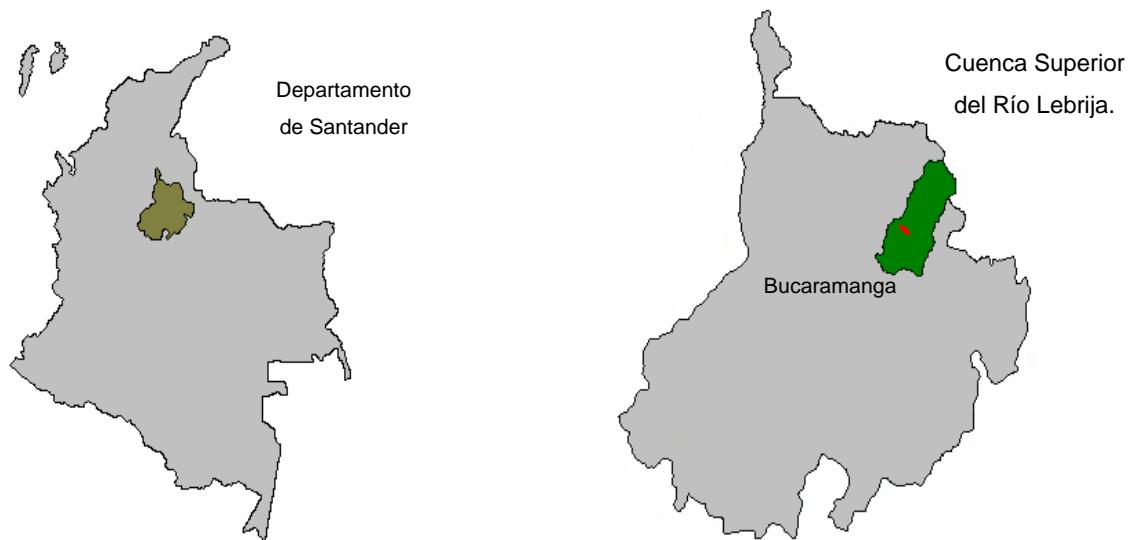
La elaboración de modelos matemáticos que representen fielmente determinado fenómeno físico depende en gran medida de la calidad de la información que se usa para caracterizar el sistema.

En el presente capítulo se referencia la Cuenca Superior del Río Lebrija en el Marco geográfico, y se exponen las características de las series de precipitación y caudal y el análisis realizado a las mismas.

### **2.1 UBICACIÓN ESPACIAL**

La Cuenca Superior del Río Lebrija (CSRL) se encuentra ubicada al nororiente del departamento de Santander, Provincia de Soto con coordenadas geográficas entre los 6 54' y 7 27' de Latitud Norte y los 73 15' y 72 15' de Longitud al Oeste del meridiano Greenwich y coordenadas Gaussianas (1254535 y 1315700) Norte y (1091838 y 1202149) Este, con origen en la ciudad de Bogota.

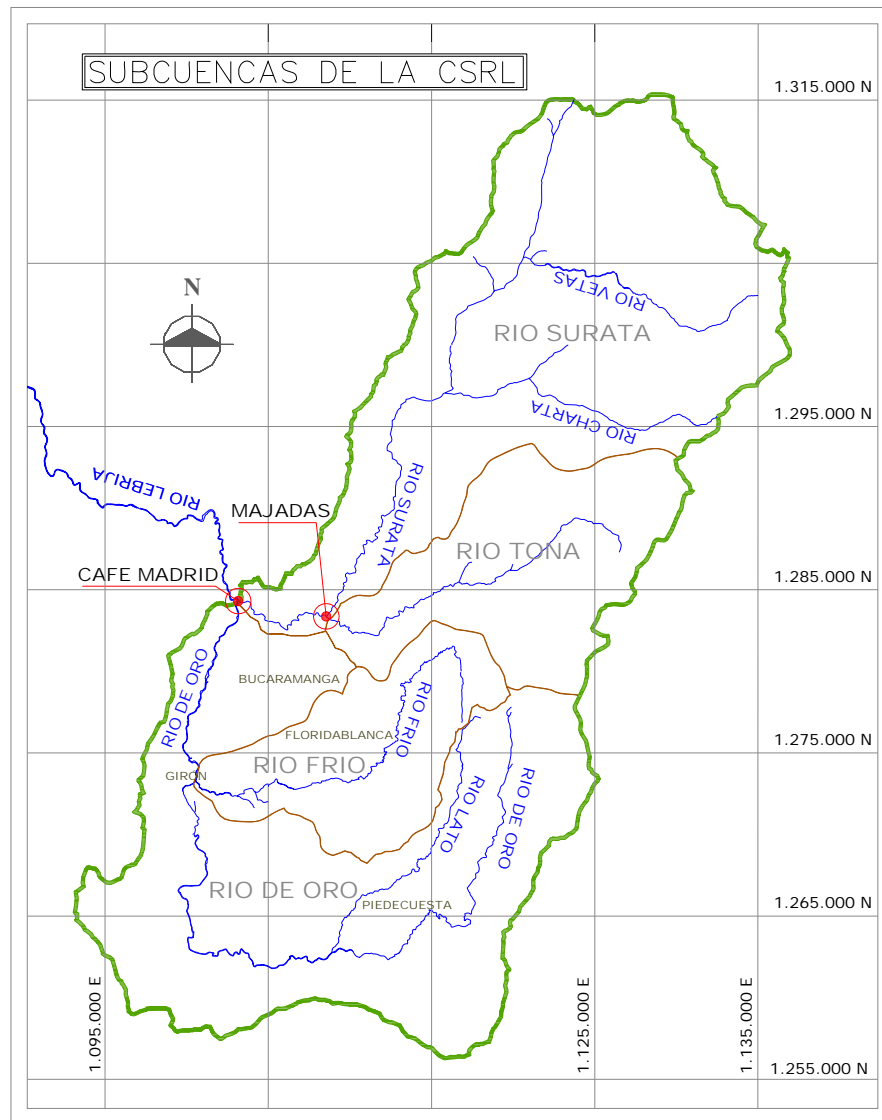
La CSRL tiene un área aproximada de 1281 Km<sup>2</sup>, y constituye la más grande fuente de recurso hídrico para la ciudad de Bucaramanga y su área metropolitana. (Balaguera, Serrano, 2006).



**Figura 2.1: Ubicación general de la CSRL.**

**Fuente: (Balaguera, Serrano, 2006)**

Está delimitada aguas abajo por la unión de los ríos De Oro y Surata (Estación Café Madrid); al Sur, a unos 1600 m.s.n.m. con la Mesa de los Santos por encima de la depresión de Piedecuesta; hacia el Oeste, a unos 1100 m.s.n.m. las mesas de Llano de Palmas y de Lebrija, que dominan al norte al gran valle del Magdalena; al sur-oeste, el cañón del río Suárez; y hacia el Este, la mesa de los Santos entra en contacto con la falla del macizo ígneo-metamórfico de Santander que culmina en el páramo de Santurbán a poco mas de 4000 m.s.n.m. (Guzmán, et al 2003).



**Figura 2.2: Subcuencas hidrográficas de la CSRL**

**Fuente: CERS (Guzmán et al, 2003)**

## **2.2 TRATAMIENTO PRELIMINAR DE LOS DATOS**

El presente capítulo recopila el tratamiento efectuado a las series de tiempo de precipitación y caudales, proporcionadas por la Corporación Autónoma Regional para la Defensa de la Meseta de Bucaramanga (CDMB), el Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (IDEAM) y la Federación

Nacional de Cafeteros (FNC), con el fin de obtener series confiables para la elaboración de los modelos objeto de este estudio.

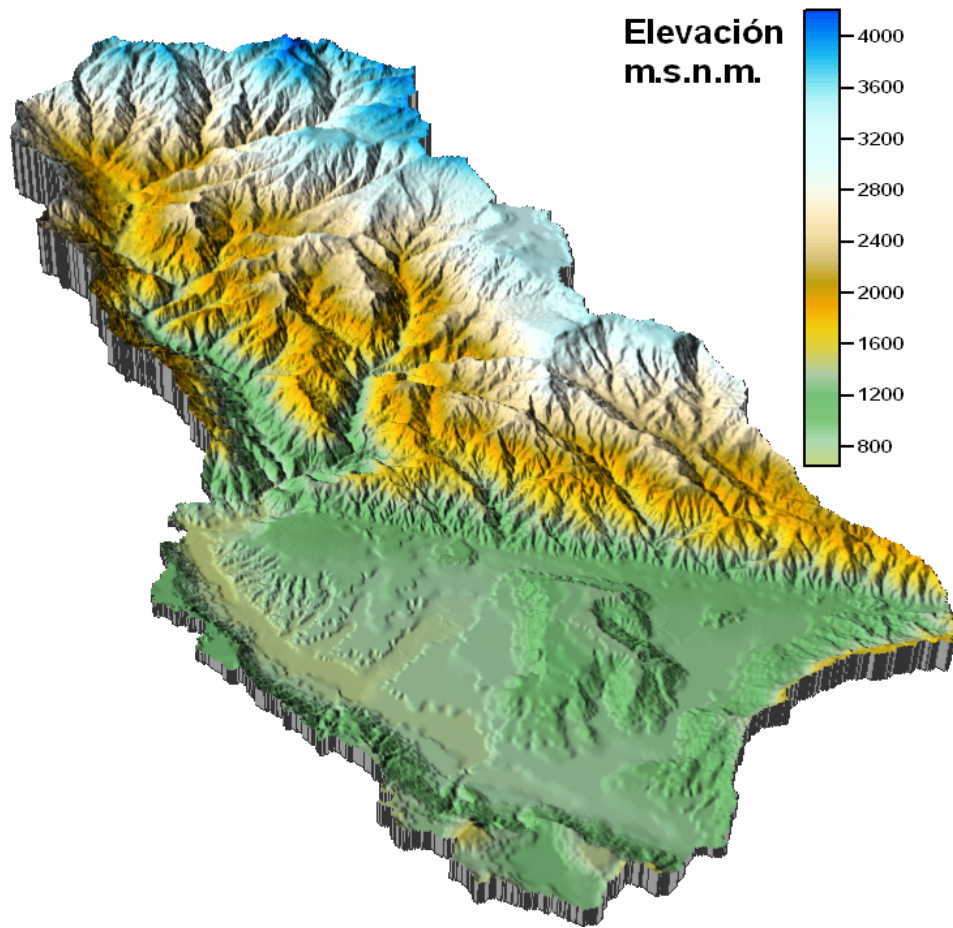
### **2.2.1 Series de Precipitación**

Los datos de precipitación corresponden al registro pluviométrico comprendido entre el 1 de Enero de 1970 hasta el 30 de Junio de 2004, en 50 estaciones ubicadas dentro y fuera de la CSRL.

Para poder obtener series de tiempo de precipitaciones que representen el comportamiento medio de las lluvias en la cuenca y en las subcuencas que la conforman, fue necesario distribuir espacialmente la información discreta de las estaciones pluviométricas en un modelo digital de elevaciones (DEM) generado en colaboración con el grupo de predicción y modelamiento hidroclimático (GPH).

#### **2.2.1.1 Modelo Digital de Elevaciones (DEM).**

El modelo digital de elevaciones (DEM) fue construido a partir de planchas cartográficas suministradas por el Instituto Geográfico Agustín Codazzi (IGAC). La información topográfica digital fue procesada inicialmente utilizando el software SPELL-Map (Guzmán, 2003) con el que las poli-líneas fueron convertidas a coordenadas espaciales x, y, z en formato de texto, para ser introducidas en el software Golden Surfer©. En este software se realizó una interpolación con la que se obtuvo finalmente un modelo digital de la topografía de la cuenca y sobre el cual se espacializaron los datos de precipitación (Balaguera, Serrano, 2006).

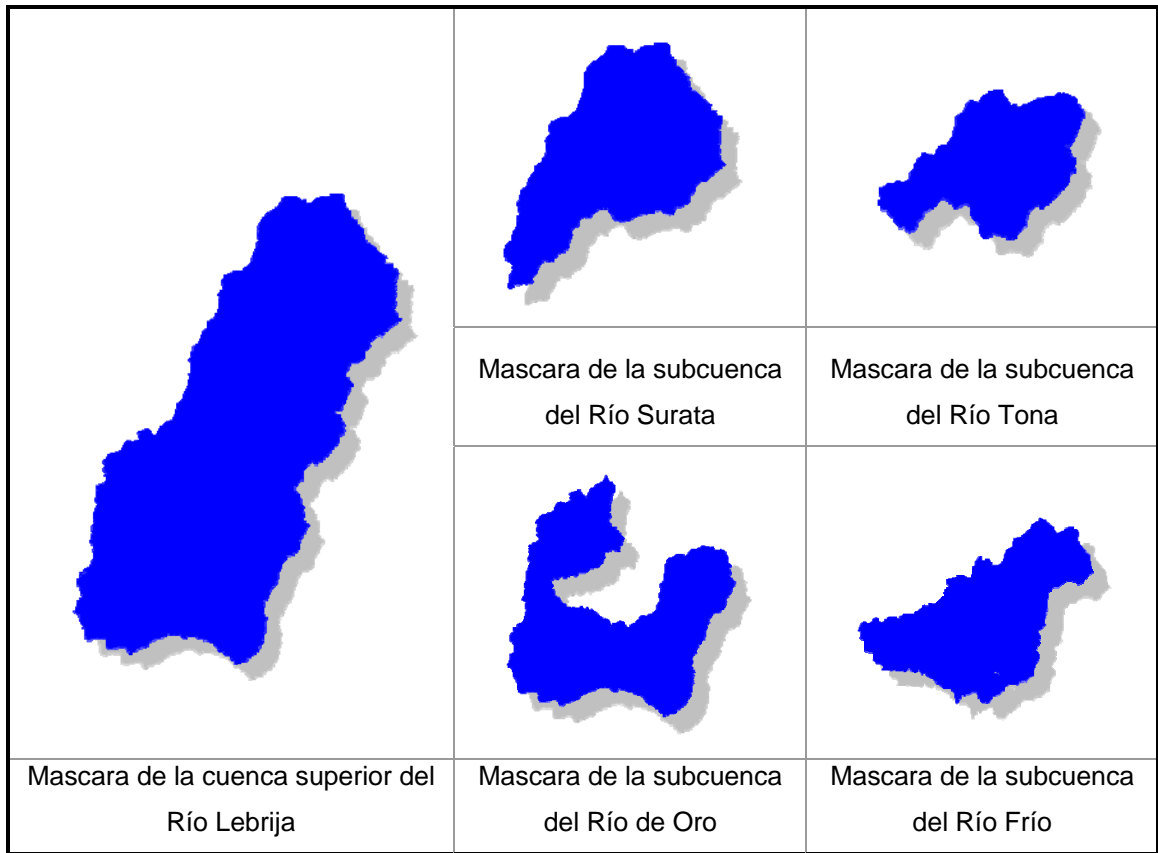


**Figura 2.3: Modelo Digital de Elevación de la CSRL con GRID de 50x 50m**

**Fuente: Balaguera, Serrano, 2006**

Una vez obtenido el DEM, se procedió a utilizar las aplicaciones del Software SPELL-Map, con el cual es posible extraer el contorno de la cuenca de aporte, especificando el punto más bajo dentro del DEM.

Para obtener el contorno de la Cuenca Superior del Río Lebrija, se utilizó el punto de salida de esta, es decir donde se encuentra la estación de Café Madrid. Análogamente se obtuvo el contorno de las subcuencas para los ríos Tona, Suratá, Frío y Oro. Luego de haber obtenido los contornos, se generaron las máscaras para cada subcuenca; estas máscaras corresponden al contorno de cada cuenca con elevación espacial de valor 1.



**Figura 2.4: Máscaras de elevación unitaria, de la CSRL y sus Subcuencas.**

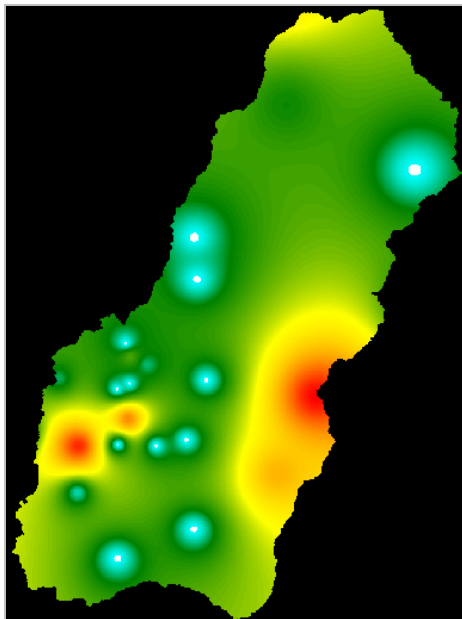
### **2.2.1.2 Espacialización de las series datos.**

Para poder realizar una estimación de la precipitación media con una resolución temporal diaria fue indispensable seleccionar las series de precipitación que presentaran registros continuos en el periodo de tiempo comprendido entre los años de 1970 a 2004.

Las series de tiempo fueron comparadas utilizando el programa SPELL-SDM (Guzmán, 2005) y se seleccionaron 28 estaciones, cuyos registros presentaban datos suficientes para ser tomadas en cuenta. Estas estaciones fueron:

Aeropuerto Palonegro, Berlín, Bonanza, Cachiri 2, CDMB, Ceylan, El Naranjo, El Pantano, El Picacho, El Rasgón, Granja Piedecuesta, Himat, La Esperanza, La Flora, La Floresta, La Galvicia, La Granja, La Laguna, La Parroquia, Llanogrande, Matajira, Miporal, Palmas, Palogordo, PTAR, UIS IDEAM, Vetas el Pozo y Vivero Suratá.

Después de haber seleccionado las series a utilizar, se generaron los archivos de cada día en formato de texto mediante el programa SPELL-SDM (Guzmán, 2005), que contenían las coordenadas y la precipitación para cada estación. Estos archivos fueron procesados en el programa Golden Surfer, generando mapas tridimensionales de precipitación sobre la cuenca. Posteriormente estos mapas tridimensionales fueron confrontados con las máscaras de la cuenca y de las sub-cuencas (Figura 2.4) utilizando el software SPELL-Map (Guzmán, 2003) obteniendo la precipitación media de cada día sobre cada una de las máscaras (Figura 2.5).



**Figura 2.5: Espacialización de la precipitación sobre la CSRL.**

Como resultado de este proceso se obtuvieron series de tiempo de precipitación media diaria, que corresponden a la variable exógena a introducir en los modelos ARX y ARMAX.

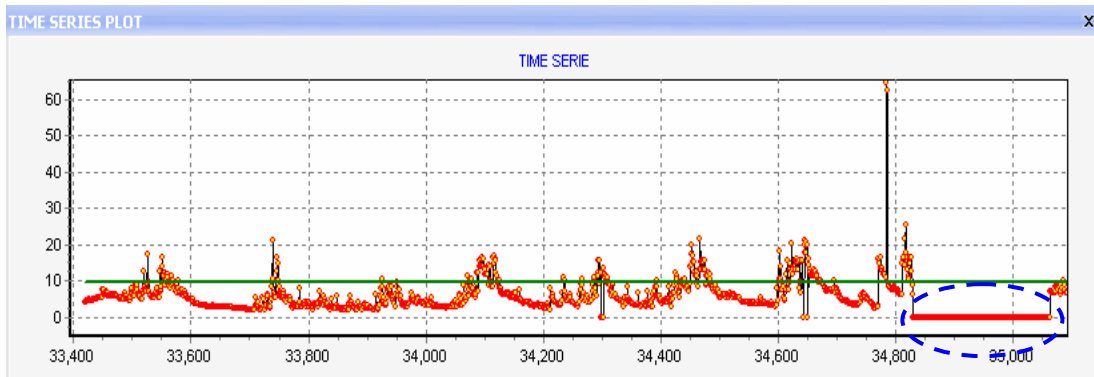
### **2.2.2 Series de Caudal**

Las series de caudales fueron suministradas por el Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (IDEAM).

Debido a que no se contaba con registros de Caudales para la estación de Majadas entre 1970 y 1991; los datos analizados corresponden a series de tiempo desde el 1 de Julio de 1991 hasta el 30 de Junio de 2004.

Con el fin de obtener modelos fiables y representativos de las condiciones hidrológicas de la cuenca, las series de tiempo deben presentar un comportamiento consistente; para esto se hace necesaria la observación detallada de la misma y la selección de periodos de tiempo que representen el comportamiento de la serie completa, que posean la totalidad de registros de caudales y que además permitan el análisis de los periodos secos y húmedos característicos de la zona en estudio.

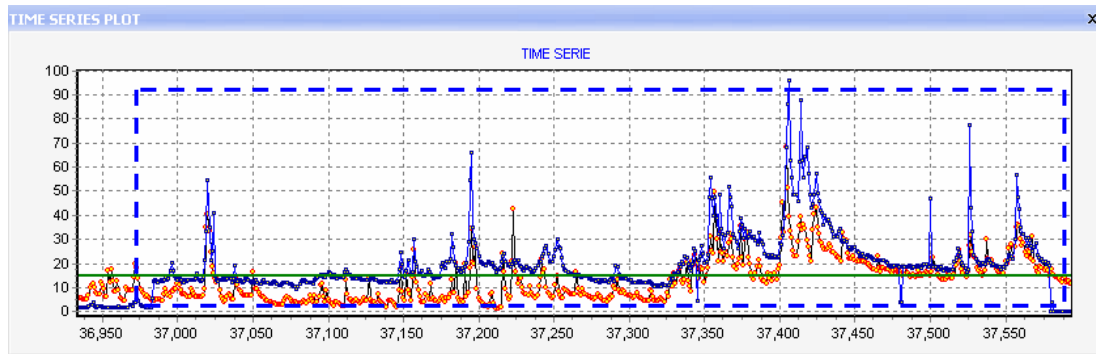
Inicialmente se procedió a determinar los segmentos de la serie en que existían registros tanto de caudales como de precipitación, y que no presentaban inconsistencias evidentes, para tal efecto se realizó una comparación visual utilizando el software Spell-SDM (Guzmán, Chu, 2006)



**Figura 2.6: Serie de Tiempo de Caudales estación Majadas. 01/07/1991 – 31/12/1995.**

Como se puede observar en la figura 2.6, en la estación de Majadas existe un periodo extenso de datos faltantes que inicia el 12 de Mayo de 1995 y termina el 31 de Diciembre del mismo año. Este periodo de tiempo no puede ser comparado con series de precipitación, ni utilizado para la elaboración de un modelo puesto que es errado realizar un llenado de datos en un periodo tan extenso.

En la figura 2.7 se ve claramente un segmento de serie en el que los registros de Caudal de la estación Majadas tienen valores superiores a los registrados en la estación de Café Madrid, lo cual obedece posiblemente a errores en la calibración del aparato de medición o errores antrópicos, ya que la estación Café Madrid está ubicada a la salida de la cuenca y recibe el aporte de toda la CSRL, mientras que la estación de Majadas solo recibe el aporte de las Subcuencas Suratá y Tona. Por esta razón los registros del 3 de Abril de 2001 hasta el 19 de Noviembre de 2002 no fueron utilizados en este trabajo de grado.



**Figura 2.7: Series de Caudales, estación de Café Madrid (Naranja), estación de Majadas (Azul) 28/02/2001 - 22/11/2002.**

Una vez seleccionados algunos segmentos de las series, en los cuales las inconsistencias no eran evidentes se procedió a analizar dichos segmentos con herramientas estadísticas, de tal forma que se pudiera evaluar, tendencia, saltos en la media y en la varianza.

### **2.2.2.1 Aplicación de Test No-Paramétricos a las Series de Caudal**

En la selección de los segmentos de las series de caudales, se utilizaron test No-Paramétricos debido a que no se conocía la función de Distribución de Probabilidad. El procedimiento se realizó con la ayuda del software Spell Stat (Guzmán, 2005).

Cabe resaltar que se optó por seleccionar segmentos en los que se apreciara el comportamiento hidrológico característico de la zona en estudio.

Se aplicó el **Test de Spearman** para conocer la tendencia, el **Test F** para la estabilidad de la varianza y el **Test T** para la estabilidad de la media.

Después de analizar las series de caudales se seleccionaron cuatro segmentos como se muestra en la Tabla 2.1.

**Tabla 2.1 Segmentos de serie utilizados para generar modelos ARX y ARMAX**

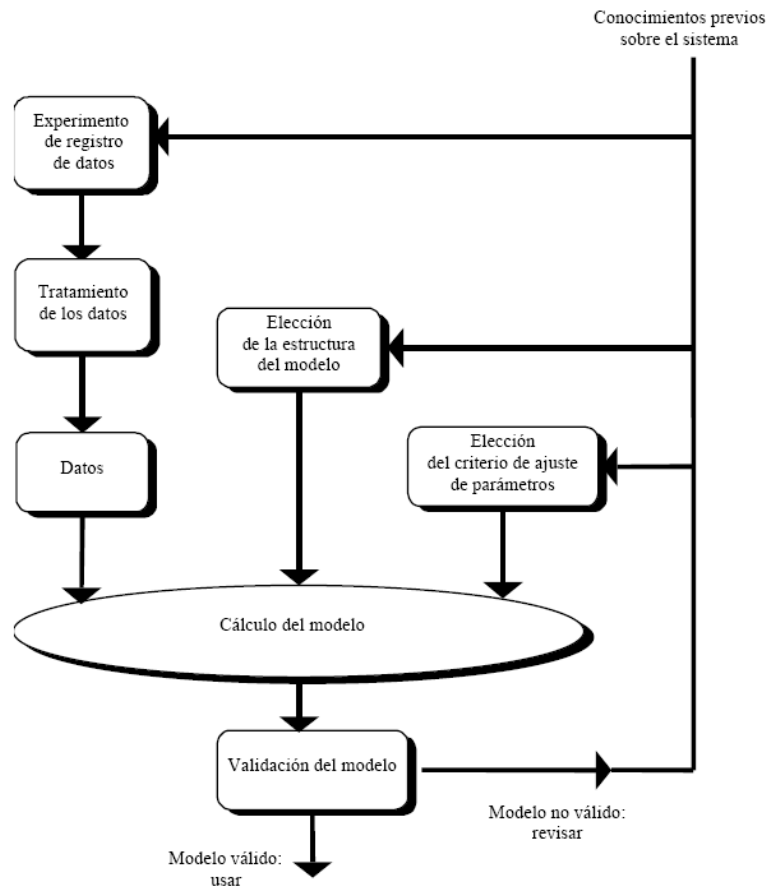
Segmento	Fecha de Inicio	Fecha Final	Cantidad de días registrados	Observaciones
1	01/01/1999	28/12/2000	727	Corresponde a un periodo de dos años calendario.
2	01/03/1992	01/03/1993	365	Corresponde a un periodo de un año hidrológico.
3	01/03/1994	31/08/1994	183	Corresponde a un periodo hidrológico de seis meses.
4	01/09/1991	28/02/1992	181	Corresponde a un periodo hidrológico de seis meses.

Aunque los tramos seleccionados no corresponden a series estacionarias, éstos se utilizaron para la elaboración de los modelos, debido a que la remoción de la tendencia, los saltos de la media y la varianza para tramos cortos puede hacer que la serie no sea representativa del fenómeno físico.

En los Anexos A al H se muestran las series de datos utilizadas para elaborar los modelos ARX y ARMAX de la estación de Caudales de Café Madrid y Majadas.

### 3 APLICACIÓN DE MODELOS ARX Y ARMAX

La elaboración de modelos del tipo ARX y ARMAX es un proceso de mejoramiento iterativo que consiste en seleccionar la estructura a aplicar, determinar los parámetros de la misma, estimar su componente aleatoria, calibrar y finalmente validar la eficiencia del modelo. En el presente capítulo se presenta este procedimiento aplicado a las series de tiempo de caudales de las estaciones Café Madrid y Majadas. La gráfica 3.1 nos muestra un diagrama de flujo de este procedimiento iterativo.



**Figura 3.1: Procedimiento iterativo para la elaboración de modelos paramétricos (López, 2000).**

### 3.1 IDENTIFICACIÓN DE MODELOS ARX Y ARMAX

Para conocer el tipo de estructura paramétrica que puede ser aplicada a una serie de tiempo, y además determinar la relación de esta serie con una variable exógena, es necesario calcular las funciones de auto-correlación, auto-correlación parcial y correlación cruzada.

#### 3.1.1 Identificación de Estructura y Orden de los modelos.

En primera instancia se calculan las funciones de auto-correlación (ACF) y auto-correlación Parcial (PACF) y se establece si estas funciones son finitas o infinitas, con lo cual se infiere el tipo de proceso que origina la serie de tiempo:

Tabla 3.1 Identificación de Modelos

		ACF	
		Finita	Infinita
PACF	Finita	Ruido Blanco	AR
	Infinita	MA	ARMA

Posteriormente se determina el orden del modelo al observar, a partir de que retardo los valores de la función de auto-correlación y de la función de auto-correlación parcial caen por debajo los límites de confiabilidad (Jerez y Sotoca, 2005).

Es así como un modelo de tipo *Auto Regresivo* ( $AR(p)$ ) presenta una ACF infinita y PACF que se anula a partir del retardo que corresponde al orden del modelo, es decir si el modelo es un  $AR(1)$ , la PACF se anula después del primer retardo. Gráficamente tenemos:

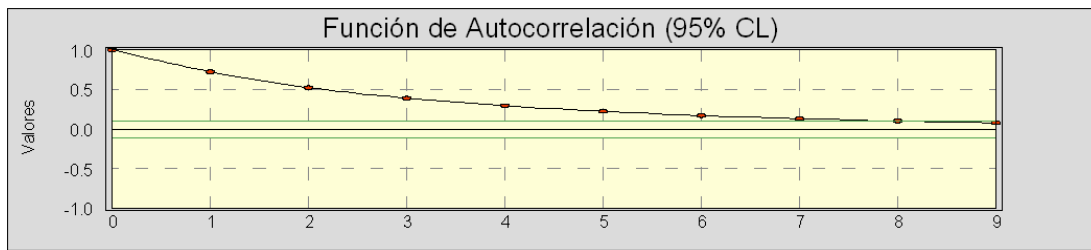


Figura 3.2: ACF Vs Retardo, de un modelo AR(1). Con:  $0 < \phi < 1$



Figura 3.3: PACF Vs Retardo, de un modelo AR(1). Con:  $0 < \phi < 1$

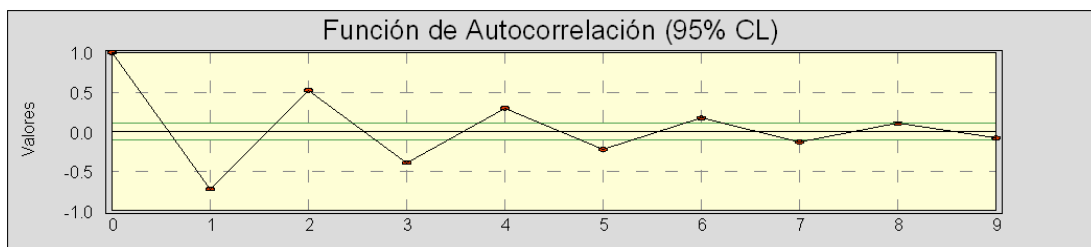


Figura 3.4: ACF Vs Retardo, de un modelo AR(1). Con:  $-1 < \phi < 0$



Figura 3.5: PACF Vs Retardo, de un modelo AR(1). Con:  $-1 < \phi < 0$

Por otro lado un modelo de *Medias Móviles* ( $MA(q)$ ) se reconoce por una PACF infinita y una ACF que se anula a partir del retardo que constituye el

orden del modelo, en otras palabras un MA(1) presentará una ACF que cae por debajo del límite de confiabilidad tras el primer retardo. A continuación se presentan ejemplos gráficos:

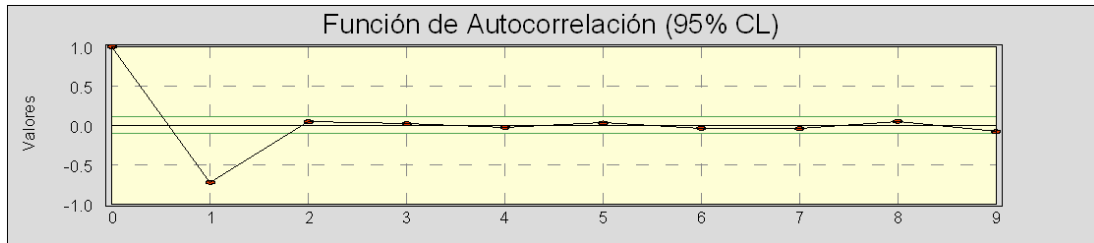


Figura 3.6: ACF Vs Retardo, de un modelo MA(1). Con:  $0 < \theta < 1$

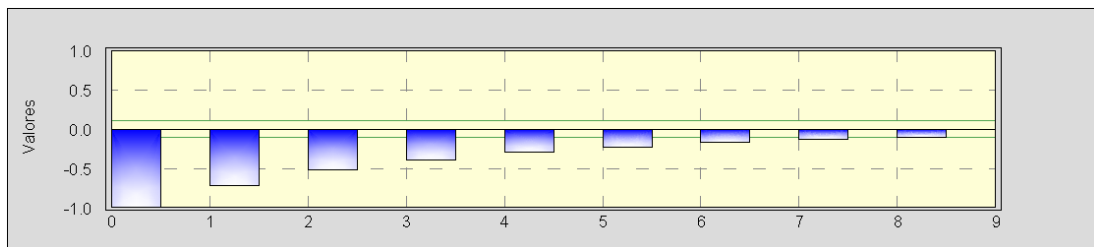


Figura 3.7: PACF Vs Retardo, de un modelo MA(1). Con:  $0 < \theta < 1$

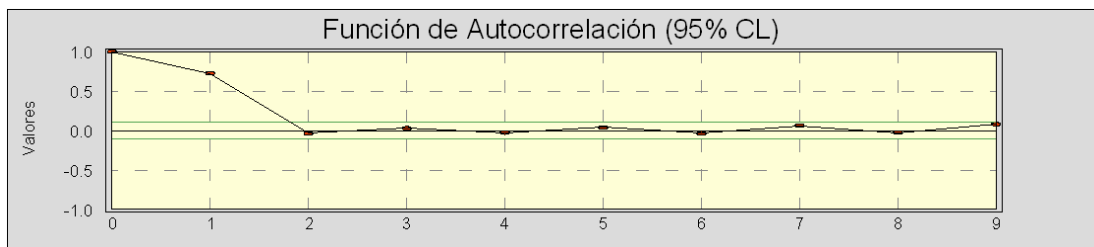


Figura 3.8: ACF Vs Retardo, de un modelo MA(1). Con:  $-1 < \theta < 0$

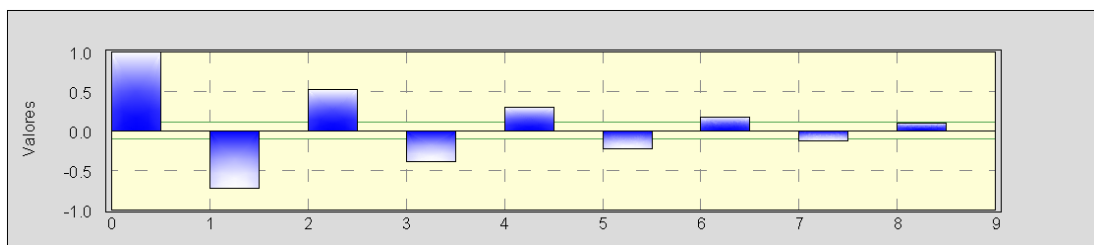


Figura 3.9: PACF Vs Retardo, de un modelo MA(1). Con:  $-1 < \theta < 0$

En ocasiones la ACF y la PACF tienden a infinito, lo que indicará que posiblemente el modelo más adecuado a utilizar sea la combinación de un  $AR(p)$  y un  $MA(q)$ ; que constituye un  $ARMA(p,q)$ . Para conocer el orden del modelo se procede a evaluar la misma estructura del modelo con diferentes órdenes de  $p$  y  $q$  seleccionando el de mejor ajuste luego de realizar la calibración de los mismos.

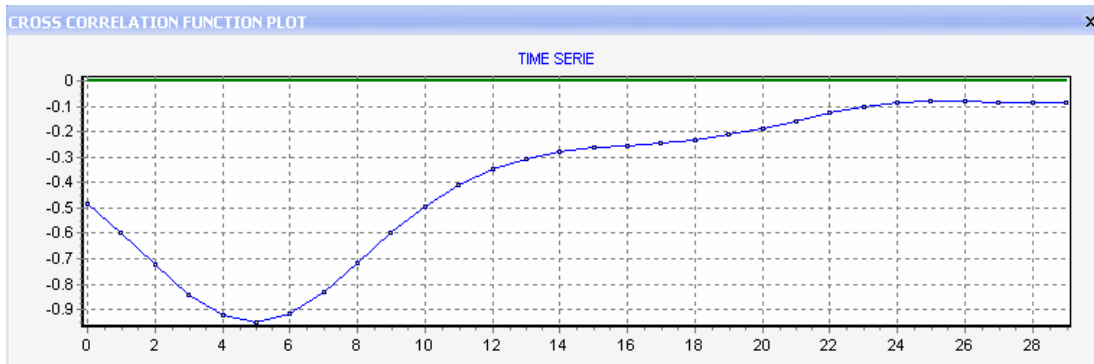
### **3.1.2 Selección de Variables Exógenas**

Por último, con el fin de determinar la variable exógena de más afectación en el sistema, se calcula la función de Correlación Cruzada y el retraso que existe entre la serie que representa la variable exógena y la serie de datos que representa la respuesta del sistema.

En la selección de la variable exógena a incluir en el modelo, se deben tener en cuenta los siguientes criterios con el fin de obtener modelos representativos del fenómeno físico en estudio.

1. Las variables exógenas deben corresponder a series que tengan una implicación física clara con la serie. Es decir, en nuestro caso, una variable exógena debe cumplir con el requisito de representar la precipitación que llega al punto de control en el que se miden caudales.
2. Al evaluar la correlación cruzada de las variables exógenas con la serie en estudio, se deben seleccionar aquellas variables exógenas que presenten coeficientes de correlación más altos.

En la figura 3.10, observamos la función de correlación cruzada para una serie de tiempo que relaciona el gas utilizado en un horno y su temperatura.



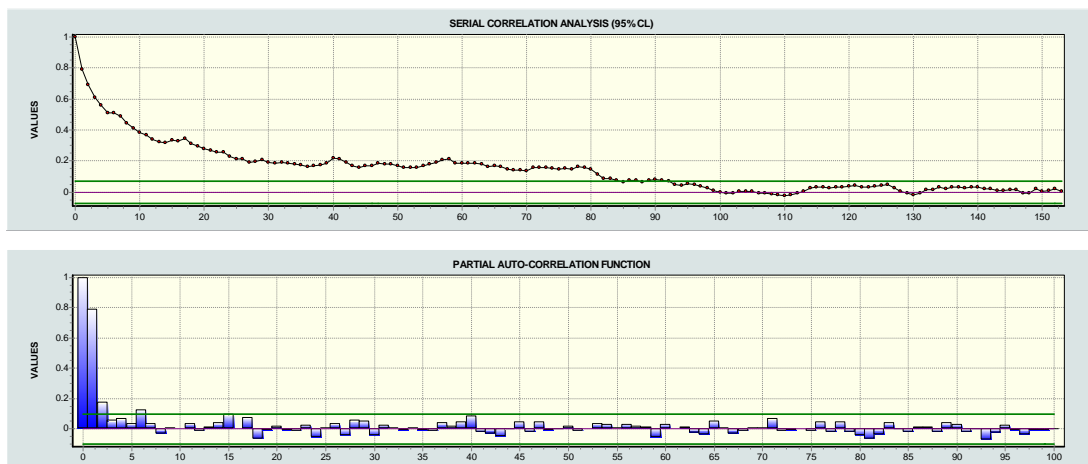
**Figura 3.10: Correlación Cruzada de aproximadamente -0.95 en el retraso 5. (Box, Jenkins, 1976)**

### 3.1.3 Modelos identificados para la estación Café Madrid.

Las series de tiempo de la estación Café Madrid, corresponden a mediciones de caudal con una resolución temporal diaria. Al aplicar el procedimiento de selección de la estructura de los modelos a estas series se obtuvieron los siguientes resultados.

#### 3.1.3.1 Segmento 1 de la serie de caudales de Café Madrid

Como se puede observar en la figura 3.11, para este segmento de la serie de mediciones de caudales las funciones de ACF y PACF muestran un comportamiento que sugiere un modelo del tipo AR de orden 2.



**Figura 3.11: ACF y PACF del segmento 1 de la serie de caudales de Café Madrid.**

### 3.1.3.2 Segmento 2 de la serie de caudales de Café Madrid.

En la figura 3.12 se muestran las funciones de ACF y PACF para el segmento 2 de la serie de caudales de la estación Café Madrid. Estas sugieren la implementación de un modelo AR de orden 1.

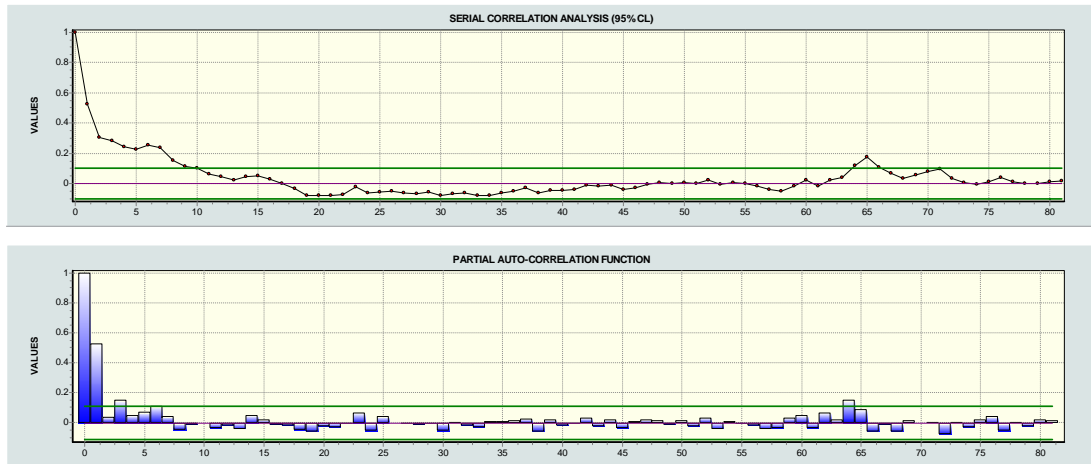


Figura 3.12: ACF y PACF del segmento 2 de la serie de caudales de Café Madrid

### 3.1.3.3 Segmento 3 de la serie de caudales de Café Madrid

Las funciones de ACF y PACF para el segmento 3 de la serie de caudales de Café Madrid son mostradas en la figura 3.13. Estas sugieren la aplicación de un modelo del tipo AR de orden 2.

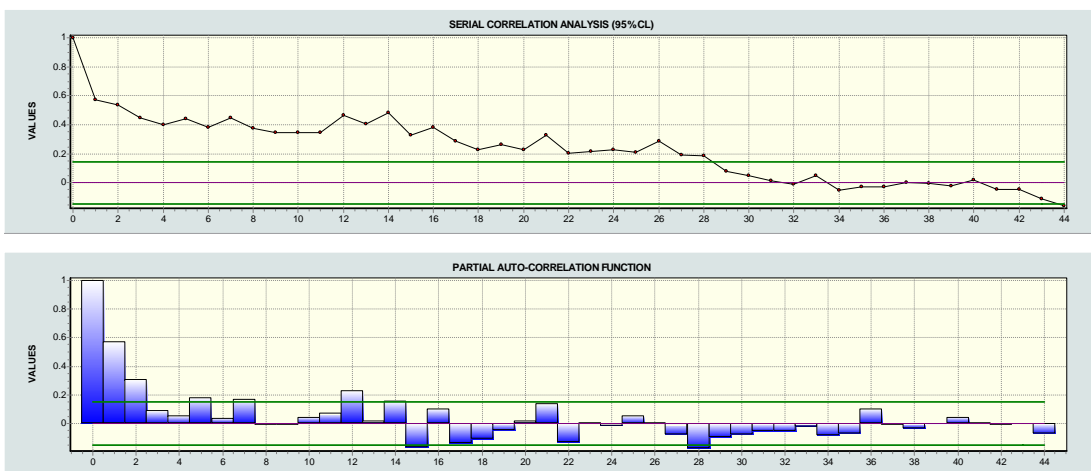


Figura 3.13: ACF y PACF del segmento 3 de la serie de caudales de Café Madrid

### 3.1.3.4 Segmento 4 de la serie de caudales de Café Madrid.

Finalmente, las funciones de ACF y PACF del segmento 4 de la serie de caudales de Café Madrid expuestas en la gráfica 3.14, sugieren una estructura del modelo del tipo AR de orden 1



Figura 3.14: ACF y PACF del segmento 4 de la serie de caudales de Café Madrid

### 3.1.3.5 Selección de variables exógenas para las series de Café Madrid.

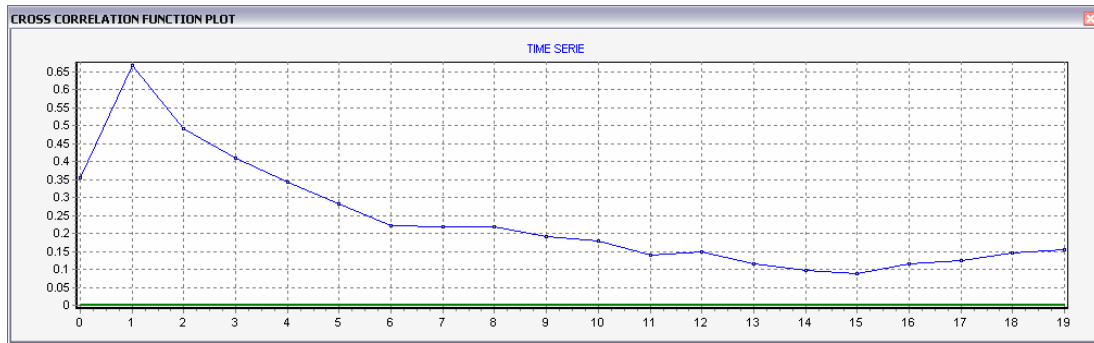
Para seleccionar la variable exógena a incluir en los modelos de la estación Café Madrid, fue necesario evaluar la correlación cruzada de las series de dicha estación con cada una de las series de precipitación de las subcuencas, debido a que cada una de ellas aporta agua al punto de medición de caudales de Café Madrid.

El proceso de evaluación de la correlación cruzada, mostró que en todos los casos la variable exógena de mejor correlación con la serie de caudales de Café Madrid, corresponde a la a serie de precipitación media de la CSRL. Igualmente, pudo observarse en este análisis que el retraso a utilizar corresponde a un periodo de un día. En la tabla 3.2, se muestran los resultados del análisis de la correlación cruzada para la estación Café

Madrid, y la gráfica 3.15 muestra la correlación cruzada obtenida entre las series de caudales de dicha estación, y la precipitación media de la CSRL en el segmento 1.

**Tabla 3.2: Correlaciones cruzadas de la serie de caudales de Café Madrid.**

Segmento	Cuenca	Retraso	Correlación Cruzada
1	CSRL	1	0.67
	Río Frío	1	0.56
	Río de Oro	1	0.61
	Río Suratá	1	0.66
	Río Tona	1	0.64
2	CSRL	1	0.78
	Río Frío	1	0.72
	Río de Oro	1	0.72
	Río Suratá	1	0.71
	Río Tona	1	0.75
3	CSRL	1	0.74
	Río Frío	1	0.64
	Río de Oro	1	0.66
	Río Suratá	1	0.74
	Río Tona	1	0.72
4	CSRL	1	0.62
	Río Frío	1	0.56
	Río de Oro	1	0.53
	Río Suratá	1	0.62
	Río Tona	1	0.58



**Figura 3.15: Correlación cruzada entre la serie de caudales de Café Madrid, y la serie de precipitación media de la CSRL en el segmento 1**

### 3.1.4 Modelos identificados para la estación Majadas.

Las series de tiempo de la estación Café Madrid, corresponden a mediciones de caudal con una resolución temporal diaria. Al aplicar el procedimiento de selección de la estructura de los modelos a estas series se obtuvieron los siguientes resultados.

#### 3.1.4.1 Segmento 1 de la serie de caudales de la estación Majadas.

Como se puede observar en la gráfica 3.16, para este segmento de la serie de mediciones de caudales, las funciones de ACF y PACF muestran un comportamiento que sugiere un modelo del tipo AR de orden 2.



**Figura 3.16: ACF y PACF del segmento 1 de la serie de caudales de Majadas.**

### 3.1.4.2 Segmento 2 de la serie de caudales de la estación Majadas.

En la gráfica 3.17 se muestran las funciones de ACF y PACF para el segmento 2 de la serie de caudales de la estación Majadas. Estas sugieren la implementación de un modelo ARMA, o de un modelo AR de orden 1.

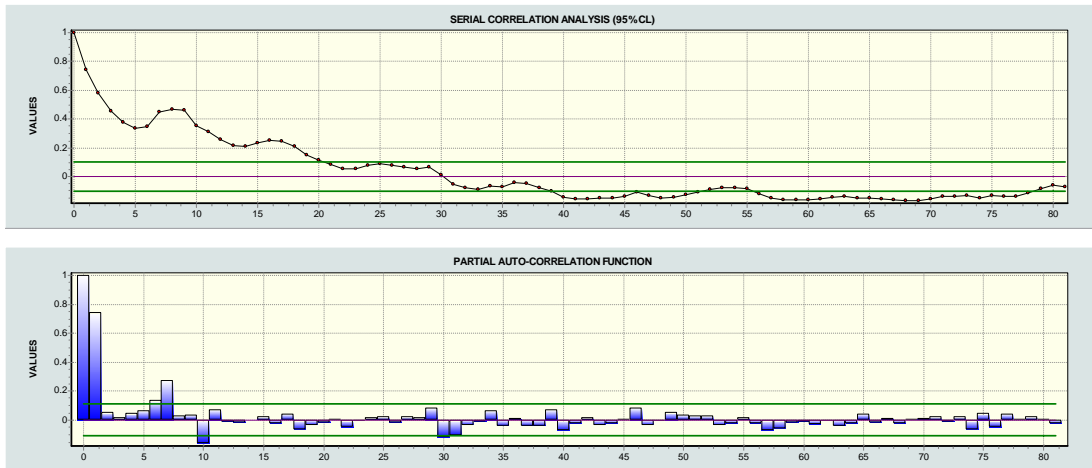


Figura 3.17: ACF y PACF del segmento 2 de la serie de caudales de Majadas

### 3.1.4.3 Segmento 3 de la serie de caudales de la estación Majadas.

Las funciones de ACF y PACF para el segmento 3 de la serie de caudales de Majadas son mostradas en la gráfica 3.18. Estas sugieren la aplicación de un modelo del tipo AR de orden 1.

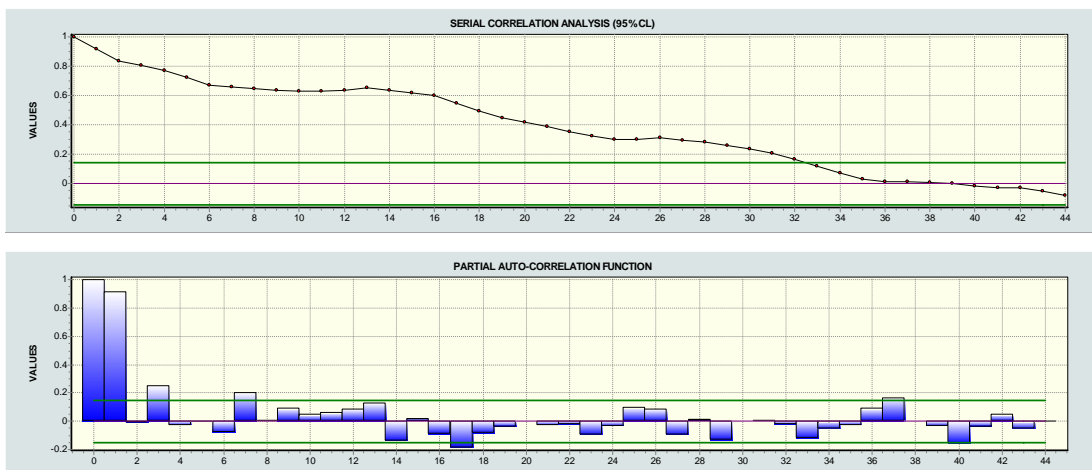


Figura 3.18: ACF y PACF del segmento 3 de la serie de caudales de Majadas

#### 3.1.4.4 Segmento 4 de la serie de caudales de la estación Majadas.

Finalmente, las funciones de ACF y PACF del segmento 4 de la serie de caudales de Majadas, expuestas en la gráfica 3.19, sugieren una estructura del modelo del tipo AR de orden 2

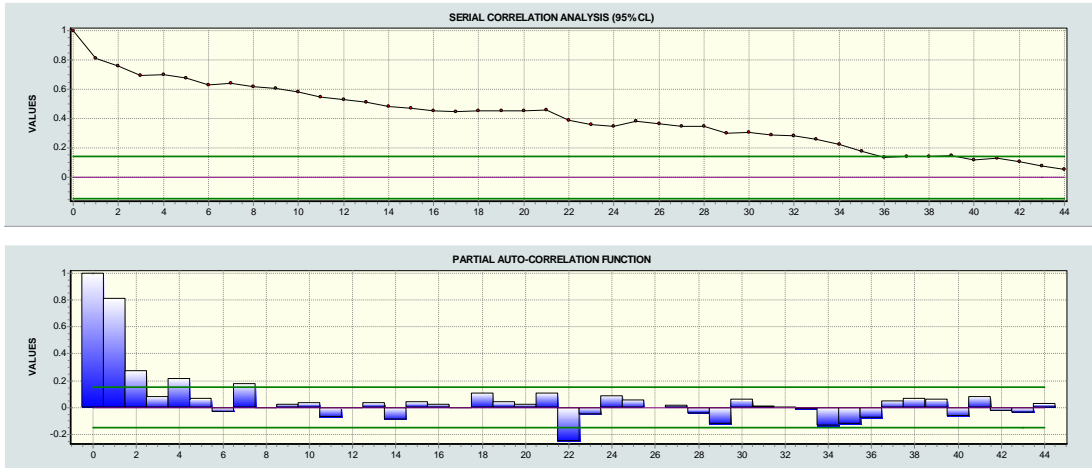


Figura 3.19: ACF y PACF del segmento 4 de la serie de caudales de Majadas

#### 3.1.4.5 Selección de variables exógenas para las serie de caudales de la estación Majadas.

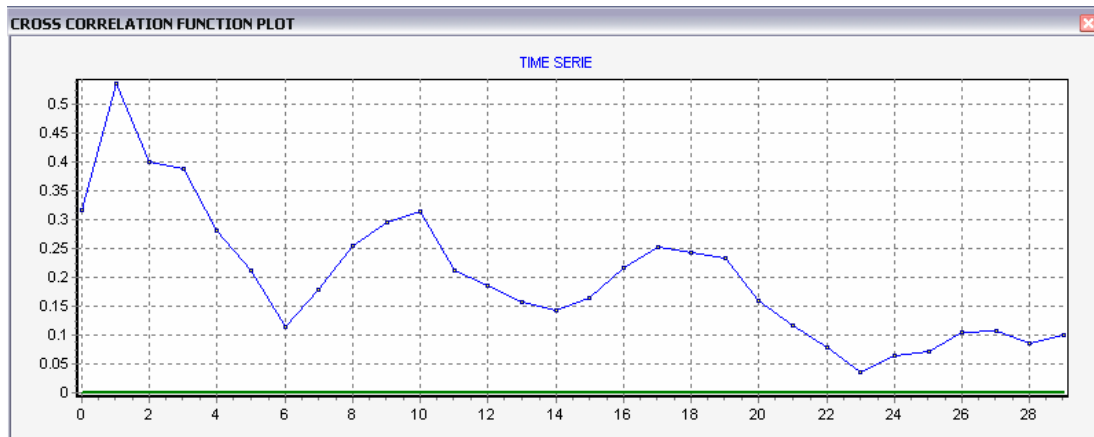
Para seleccionar la variable exógena a incluir en los modelos de la estación Majadas, fue necesario evaluar la correlación cruzada de las series de dicha estación con las series de precipitación de las subcuencas de Suratá y Tona, debido a que cada estas aportan agua al punto de medición de caudales de Majadas.

El proceso de evaluación de la correlación cruzada, mostró que estas dos variables exógenas presentan correlación aceptables con la serie de caudales de Majadas. Igualmente, pudo observarse en este análisis que el retraso a utilizar corresponde a un periodo de un día. En la tabla 3.3 se muestran los resultados del análisis de la correlación cruzada para la estación Majadas, y la figura 3.20 muestra la correlación cruzada obtenida

entre las series de caudales de dicha estación, y las series de precipitación media de la subcuenca de Suratá en el segmento 2.

**Tabla 3.3: Correlaciones cruzadas de la serie de caudales de Café Madrid.**

Segmento	Cuenca	Retraso	Correlación Cruzada
1	Río Suratá	1	0.38
	Río Tona	1	0.31
2	Río Suratá	1	0.53
	Río Tona	1	0.41
3	Río Suratá	1	0.58
	Río Tona	1	0.53
4	Río Suratá	1	0.54
	Río Tona	1	0.53



**Figura 3.20: Correlación cruzada entre la serie de caudales de Majadas, y la serie de precipitación media de la Suratá en el segmento 2.**

### 3.2 COMPONENTE DETERMINÍSTICA

La componente determinista de un modelo matemático está conformada por aquellas variables y parámetros a los que puede asignarse un valor definido

para una serie dada de condiciones. En el caso de las series en estudio, se tiene que la componente determinista del modelo, corresponde a los parámetros que ponderan cada uno de los procesos, y a las series de caudal y precipitación relacionadas.

### 3.2.1 Parámetros estimados para modelos ARX y ARMAX

La estimación de parámetros para modelos del tipo ARX y ARMAX consiste en un proceso de reducción de la función de error, expuesto en el presente documento en el numeral 1.7. El proceso iterativo de reducción de la función del error (ecuación 1.33) se llevó a cabo utilizando la herramienta de análisis SOLVER del paquete de software Microsoft® Office Excel 2003. En la tabla 3.4 y 3.5 se muestran los parámetros obtenidos a través de dicho proceso iterativo para la estación de Café Madrid y Majadas respectivamente.

**Tabla 3.4: Parámetros obtenidos para los modelos de la estación Café Madrid.**

Segmento	Modelo	Orden	Parámetros					
			$\delta$	$\phi_1$	$\phi_2$	$\theta_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$
1	ARX	2,1	2.848	0.392	0.221	---	1.106	---
	ARMAX	1,1,1	2.064	0.636	---	-0.007	1.099	---
2	ARX	1,1	4.199	0.272	---	---	0.921	---
	ARMAX	1,1,1	3.761	0.309	---	0.013	0.924	---
3	ARX	2,1	4.793	0.194	0.257	---	1.386	---
	ARMAX	1,1,1	1.070	0.577	---	-0.029	1.488	---
4	ARX	1,1	3.293	0.526	---	---	0.656	---
	ARMAX	1,1,1	1.874	0.628	---	-0.207	0.672	---

**Tabla 3.5: Parámetros obtenidos para los modelos de la estación Majadas.**

Segmento	Modelo	Orden	Parámetros					
			$\delta$	$\phi_1$	$\phi_2$	$\theta_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$
1	ARX	2,1	0.613	0.756	0.125	---	0.062	---
	ARMAX	1,1,1	0.522	0.889	---	-0.021	0.067	---
2	ARX	1,2	0.974	0.629	---	---	0.288	-0.094
	ARMAX	1,1,2	0.851	0.651	---	0.056	0.279	-0.084
3	ARX	1,2	0.616	0.827	---	---	0.237	-0.014
	ARMAX	1,1,2	0.639	0.814	---	-0.066	0.094	0.138
4	ARX	2,2	0.786	0.394	0.358	---	0.117	0.117
	ARMAX	1,1,2	0.417	0.802	---	-0.058	0.081	0.134

### 3.3 COMPONENTE ESTOCÁSTICA

En la búsqueda por establecer patrones de comportamiento de una cierta variable hidrológica, es posible reconocer y modelar matemáticamente componentes deterministas que no varían a lo largo del tiempo. Sin embargo al intentar reproducir un evento, siempre existirá un grado de incertidumbre que representa la componente estocástica del sistema y que corresponde a una cantidad de variables subyacentes del mismo que pueden generar diversos efectos. Estos efectos no pueden ser absorbidos en su totalidad por un modelo determinista, lo que hace necesario introducir una componente aleatoria, descrita por una función de probabilidad.

En el estudio de las series de tiempo, dicha componente aleatoria es denominada ruido blanco y está representada por valores aleatorios e independientes, distribuidos normalmente, con media cero ( $\mu = 0$ ) y varianza constante ( $\sigma_a$ ).

### 3.3.1 Determinación del Ruido Blanco.

A partir de las características de las series caudales, se determinó la varianza del ruido blanco siguiendo la metodología propuesta por Box y Jenkins.

Para generar los números distribuidos normalmente, con media cero y varianza determinada, se usó la herramienta de Análisis de Datos, denominada “**Generación de Números Aleatorios**”, del paquete de Software Microsoft® Excel 2003.

#### 3.3.1.1 Ruido Blanco para Modelos ARX

El ruido Blanco de los modelos ARX se obtuvo determinando la varianza del mismo como sigue:

$$\sigma_a^2 = \sigma_z^2 \times (1 - \rho_1\phi_1 - \rho_2\phi_2 - \dots - \rho_p\phi_p) \quad (3.1)$$

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (3.2)$$

$$\gamma_0 = \sigma_z^2 \quad \gamma_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (z_t - \bar{z})(z_{t+k} - \bar{z}) \quad k = 0, 1, 2, \dots, K \quad (3.3)$$

$\sigma_a^2$ : Varianza del Ruido Blanco.

$\sigma_z^2$ : Varianza de la serie de datos original.

$\rho_1, \rho_2 \dots \rho_p$ : Autocorrelación en el retraso  $k$ .

$\phi_1, \phi_2 \dots \phi_p$ : Parámetros del modelo autorregresivo.

$\gamma_k$ : Autocovarianza en el retraso  $k$ .

Tabla 3.6: Varianza del Ruido blanco para los modelos ARX.

CAFÉ MADRID			MAJADAS		
TRAMO	ARX		TRAMO	ARX	
	TIPO	(2,1)		TIPO	(2,1)
TRAMO 1	DATOS	728.000	TRAMO 1	DATOS	728.000
	$\sigma_a^2$	54.247		$\sigma_a^2$	2.394
	$\sigma_a$	7.365		$\sigma_a$	1.547
TRAMO 2	TIPO	(1,1)	TRAMO 2	TIPO	(1,2)
	DATOS	366.000		DATOS	366.000
	$\sigma_a^2$	21.084		$\sigma_a^2$	2.426
	$\sigma_a$	4.592		$\sigma_a$	1.558
TRAMO 3	TIPO	(2,1)	TRAMO 3	TIPO	(1,2)
	DATOS	184.000		DATOS	184.000
	$\sigma_a^2$	65.314		$\sigma_a^2$	3.248
	$\sigma_a$	8.082		$\sigma_a$	1.802
TRAMO 4	TIPO	(1,1)	TRAMO 4	TIPO	(2,2)
	DATOS	182.000		DATOS	182.000
	$\sigma_a^2$	18.477		$\sigma_a^2$	3.098
	$\sigma_a$	4.298		$\sigma_a$	1.760

### 3.3.1.2 Ruido Blanco para Modelos ARMAX

Los modelos ARMAX desarrollados en el presente trabajo de grado presentan procesos ARMA (1,1), por lo cual la varianza del Ruido Blanco se calculó mediante la ecuación:

$$\sigma_a^2 = \frac{\sigma_z^2 \times (1 - \phi_1^2)}{1 + \theta_1^2 - 2\phi_1\theta_1} \quad (3.4)$$

$\theta_1$ : Parámetro del proceso de medias móviles de orden 1.

Una vez generada la componente estocástica con la herramienta de Generación de números aleatorios; se adicionó el ruido blanco a cada uno de los modelos. En los anexos I y J se exponen las gráficas que incluyen el ruido blanco de los modelos para las estaciones de Café Madrid y Majadas.

Tabla 3.7: Varianza del Ruido blanco para los modelos ARMAX.

CAFÉ MADRID			MAJADAS		
TRAMO 1	ARMAX		TRAMO 1	ARMAX	
	TIPO	(1,1,1)		TIPO	(1,1,1)
	DATOS	728.000		DATOS	728.000
	$\sigma_a^2$	16.240		$\sigma_a^2$	1.280
	$\sigma_a$	4.030		$\sigma_a$	1.131
TRAMO 2	TIPO	(1,1,1)	TRAMO 2	TIPO	(1,1,2)
	DATOS	366.000		DATOS	366.000
	$\sigma_a^2$	15.172		$\sigma_a^2$	1.616
	$\sigma_a$	3.895		$\sigma_a$	1.271
TRAMO 3	TIPO	(1,1,1)	TRAMO 3	TIPO	(1,1,2)
	DATOS	184.000		DATOS	184.000
	$\sigma_a^2$	4.312		$\sigma_a^2$	2.258
	$\sigma_a$	2.077		$\sigma_a$	1.503
TRAMO 4	TIPO	(1,1,1)	TRAMO 4	TIPO	(1,1,2)
	DATOS	182.000		DATOS	182.000
	$\sigma_a^2$	6.277		$\sigma_a^2$	0.571
	$\sigma_a$	2.505		$\sigma_a$	0.756

### 3.4 CALIBRACIÓN DE LOS MODELOS

El desarrollo de un modelo matemático no solo implica el cálculo de los parámetros que caracterizan los procesos identificados, sino que además es necesario determinar cuantitativamente si dicha representación matemática se ajusta a los datos originales de la serie.

Para determinar la calidad de los modelos ARX y ARMAX y establecer la incidencia de incluir variables exógenas de precipitación en las series de caudales, se aplicaron modelos AR y ARMA con los cuales se realizó la comparación de los distintos coeficientes mostrados en el capítulo 1.8.

Tabla 3.8: Coeficientes de Ajuste para los modelos de la estación Café Madrid.

<b>MODELOS</b>						
<b>CAFÉ MADRID</b>	<b>TRAMO 1</b>		<b>AR</b>	<b>ARX</b>	<b>ARMA</b>	<b>ARMAX</b>
		<b>TIPO</b>	<b>(2)</b>	<b>(2,1)</b>	<b>(1,1)</b>	<b>(1,1,1)</b>
		RMSE	9.684	8.628	6.610	6.450
		CF	93.598	103.867	131.406	134.227
	NS	0.070	0.262	0.441	0.587	
	<b>TRAMO 2</b>	<b>TIPO</b>	<b>(1)</b>	<b>(1,1)</b>	<b>(1,1)</b>	<b>(1,1,1)</b>
		RMSE	5.988	5.002	5.592	4.629
		CF	143.110	166.599	151.708	177.640
		NS	-0.458	-0.018	-0.271	0.129
	<b>TRAMO 3</b>	<b>TIPO</b>	<b>(2)</b>	<b>(2,1)</b>	<b>(1,1)</b>	<b>(1,1,1)</b>
		RMSE	10.597	8.964	8.845	6.111
		CF	86.227	100.365	101.575	140.634
		NS	-0.285	0.081	0.102	0.571
	<b>TRAMO 4</b>	<b>TIPO</b>	<b>(1)</b>	<b>(1,1)</b>	<b>(1,1)</b>	<b>(1,1,1)</b>
		RMSE	6.102	5.322	4.248	3.794
		CF	140.812	158.177	190.562	208.602
		NS	-0.290	0.018	0.375	0.501

Como se puede observar en la tabla anterior el mejor ajuste en las series de Café Madrid lo presentaron los modelos ARMAX (1,1,1) que arrojaron ajustes de RMSE de hasta 3.794, CF de hasta 208.6, y NS de hasta 0.587.

En la tabla 3.9 se observa los modelos ARMAX presentan mejores ajustes que los modelos ARMA. Los modelos ARMA arrojaron ajustes RMSE de hasta 1.759, CF de hasta 362.458, y NS de hasta 0.713. Por otra parte, los modelos ARMAX mostraron ajustes RMSE de hasta 1.686, CF de hasta 372.273, y NS de hasta 0.742.

**Tabla 3.9: Coeficientes de Ajuste para los modelos de la estación Majadas.**

<b>MODELOS</b>						
<b>MAJADAS</b>	<b>TRAMO 1</b>	<b>TIPO</b>	<b>AR</b>	<b>ARX</b>	<b>ARMA</b>	<b>ARMAX</b>
		RMSE	2.106	2.088	1.802	1.777
		CF	321.950	323.789	356.829	360.056
		NS	0.599	0.606	0.707	0.715
	<b>TRAMO 2</b>	<b>TIPO</b>	<b>AR</b>	<b>ARX</b>	<b>ARMA</b>	<b>ARMAX</b>
		RMSE	2.230	2.088	1.944	1.760
		CF	309.626	323.792	339.710	362.314
		NS	-0.090	0.044	0.172	0.321
	<b>TRAMO 3</b>	<b>TIPO</b>	<b>AR</b>	<b>ARX</b>	<b>ARMA</b>	<b>ARMAX</b>
		RMSE	2.225	2.107	1.959	1.859
		CF	310.070	321.860	337.930	349.796
		NS	0.631	0.668	0.713	0.742
	<b>TRAMO 4</b>	<b>TIPO</b>	<b>AR</b>	<b>ARX</b>	<b>ARMA</b>	<b>ARMAX</b>
		RMSE	2.349	2.187	1.759	1.686
		CF	298.553	313.772	362.458	372.273
		NS	0.279	0.375	0.596	0.627

Es importante resaltar que una diferencia tan pequeña entre el ajuste de los modelos ARMA y ARMAX para las series de tiempo de la estación Majadas, sugiere que ambos modelos podrían ser utilizados en la práctica dependiendo de la finalidad para la cual se construyan. La inclusión de la variable exógena dependerá entonces del uso para el que se elabore el modelo y del costo de inclusión de la variable.

La inclusión de variables exógenas en los modelos de la estación Majadas no representa una mejoría evidente en el ajuste del mismo, debido a que las correlaciones cruzadas para las series de tiempo de caudales y precipitaciones no superan un valor de 0.58, lo que es una correlación trivial y poco concluyente.

### 3.5 MODELOS OBTENIDOS

El proceso de ajuste de parámetros y calibración, arrojó como resultado los modelos del tipo ARX y ARMAX expuestos a continuación

#### 3.5.1 Modelos Obtenidos para la Estación Café Madrid.

Tabla 3.10: Modelos Obtenidos para la Estación Café Madrid.

Tramo 1		
ARX (2,1)	$z'_t = 2.848 + 0.392z_{t-1} + 0.178z_{t-2} + a_t + 1.106u_{t-1}$	$\sigma_a = 7.365$
ARMAX (1,1,1)	$z'_t = 2.064 + 0.636z_{t-1} + a_t + 0.007a_{t-1} + 1.099u_{t-1}$	$\sigma_a = 4.030$
Tramo 2		
ARX (1,1)	$z'_t = 4.199 + 0.272z_{t-1} + a_t + 0.921u_{t-1}$	$\sigma_a = 4.592$
ARMAX (1,1,1)	$z'_t = 3.761 + 0.309z_{t-1} + a_t - 0.013a_{t-1} + 0.924u_{t-1}$	$\sigma_a = 3.895$
Tramo 3		
ARX (2,1)	$z'_t = 4.793 + 0.194z_{t-1} + 0.257z_{t-2} + a_t + 1.386u_{t-1}$	$\sigma_a = 8.082$
ARMAX (1,1,1)	$z'_t = 1.070 + 0.577z_{t-1} + a_t + 0.029a_{t-1} + 1.488u_{t-1}$	$\sigma_a = 2.077$
Tramo 4		
ARX (1,1)	$z'_t = 3.293 + 0.526z_{t-1} + a_t + 0.656u_{t-1}$	$\sigma_a = 4.298$
ARMAX (1,1,1)	$z'_t = 1.874 + 0.628z_{t-1} + a_t + 0.207a_{t-1} + 0.672u_{t-1}$	$\sigma_a = 2.505$

Donde:

$z'_t$ : Caudal calculado por el modelo para la estación Café Madrid

$z_{t-1}, z_{t-p}$ : Caudales medidos en la estación Café Madrid para los tiempos  $t-1$  hasta  $t-p$ .

$a_t, a_{t-q}$ : Valores de la serie de ruido blanco.

$\sigma_a$ : Desviación estándar del ruido blanco.

$u_{t-1}$ : Variable exógena que corresponde a la precipitación media estimada sobre la CSRL con retraso de un día.

### 3.5.2 Modelos Obtenidos para la Estación Majadas.

En la tabla 3.11 se muestran los modelos obtenidos para la estación Majadas.

**Tabla 3.11: Modelos Obtenidos para la Estación Majadas.**

Tramo 1		
ARX (2,1)	$z'_t = 0.613 + 0.756z_{t-1} + 0.125z_{t-2} + a_t + 0.062u_{S t-1}$	$\sigma_a = 1.547$
ARMAX (1,1,1)	$z'_t = 0.522 + 0.889z_{t-1} + a_t + 0.021a_{t-1} + 0.067u_{S t-1}$	$\sigma_a = 1.131$
Tramo 2		
ARX (1,2)	$z'_t = 0.974 + 0.629z_{t-1} + a_t + 0.288u_{S t-1} - 0.094u_{T t-1}$	$\sigma_a = 1.558$
ARMAX (1,1,2)	$z'_t = 0.851 + 0.651z_{t-1} + a_t - 0.056a_{t-1} + 0.279u_{S t-1} - 0.084u_{T t-1}$	$\sigma_a = 1.271$
Tramo 3		
ARX (1,2)	$z'_t = 0.616 + 0.827z_{t-1} + a_t + 0.237u_{S t-1} - 0.014u_{T t-1}$	$\sigma_a = 1.802$
ARMAX (1,1,2)	$z'_t = 0.639 + 0.814z_{t-1} + a_t + 0.066a_{t-1} + 0.094u_{S t-1} + 0.138u_{T t-1}$	$\sigma_a = 1.503$
Tramo 4		
ARX (2,2)	$z'_t = 0.786 + 0.394z_{t-1} + 0.358z_{t-2} + a_t + 0.117u_{S t-1} + 0.117u_{T t-1}$	$\sigma_a = 1.760$
ARMAX (1,1,2)	$z'_t = 0.417 + 0.802z_{t-1} + a_t + 0.058a_{t-1} + 0.081u_{S t-1} + 0.134u_{T t-1}$	$\sigma_a = 0.756$

Donde:

$z'_t$ : Caudal calculado por el modelo para la estación Majadas.

$z_{t-1}, z_{t-p}$ : Caudales medidos en la estación Majadas para los tiempos  $t-1$  hasta  $t-p$ .

$a_t, a_{t-q}$ : Valores de la serie de ruido blanco.

$\sigma_a$ : Desviación estándar del ruido blanco.

$u_{S_{t-1}}$ : Variable exógena que corresponde a la precipitación media estimada sobre la sub-cuenca de Suratá con retraso de un día.

$u_{T_{t-1}}$ : Variable exógena que corresponde a la precipitación media estimada sobre la sub-cuenca de Tona con retraso de un día.

### **3.6 VALIDACIÓN**

El proceso de validación consiste en comprobar si la precisión con que el modelo ajustado representa el fenómeno en estudio, es suficiente para satisfacer la finalidad para la cual fue aplicado dicho modelo. Se cuenta con diversas metodologías que permiten tener un criterio objetivo para descartar o acoger un modelo. A continuación se presentan algunas de estas metodologías aplicadas a los modelos ARX y ARMAX en estudio.

#### **3.6.1 Propósito de Modelado.**

La aplicación de modelos del tipo ARX y ARMAX a las series de tiempo de caudales de las estaciones Café Madrid y Majadas, empleando como variables exógenas las series de precipitación media de la CSRL y sus subcuencas, tiene como aplicaciones directas el llenado de datos faltantes y el pronóstico de caudales a corto plazo.

El pronóstico a corto plazo en estos modelos, está limitado por el retraso mostrado por las variables exógenas, es decir, un modelo que utiliza una variable exógena de precipitación con retraso de un día, no podrá realizar un pronóstico a dos o más días, debido a que en este caso el modelo no cuenta con los datos de precipitación necesarios para hacer el pronóstico. Por tanto, el ajuste de los modelos ARMAX es suficientemente bueno para ser utilizado en pronóstico a un día.

### 3.6.2 Análisis de Residuos

Debido a que los modelos ARMAX mostraron los mejores coeficientes de ajuste en todos los casos, el análisis de residuos será llevado a cabo para estos, con la finalidad de comprobar la independencia de los residuos respecto a los series de entrada. El procedimiento de cálculo de este análisis se expone en el numeral 1.9.6 del presente documento

#### 3.6.2.1 Análisis de Residuos para modelos ARMAX de la estación Café Madrid.

El análisis de residuos aplicado a los modelos ajustados para la estación Café Madrid muestra cierta dependencia entre los residuos del modelo y las entradas del sistema. Esto puede apreciarse en las gráficas 3.21a 3.24

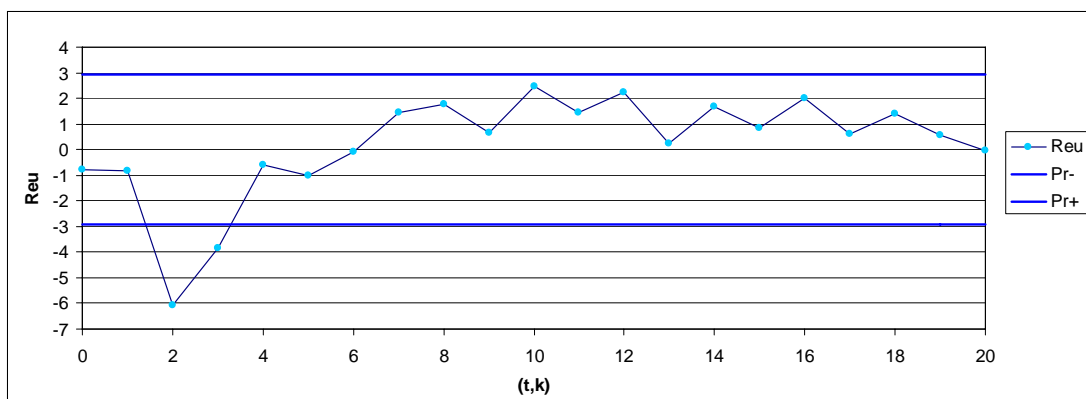


Figura 3.21: Análisis de Residuos para modelo ARMAX de Café Madrid segmento 1.

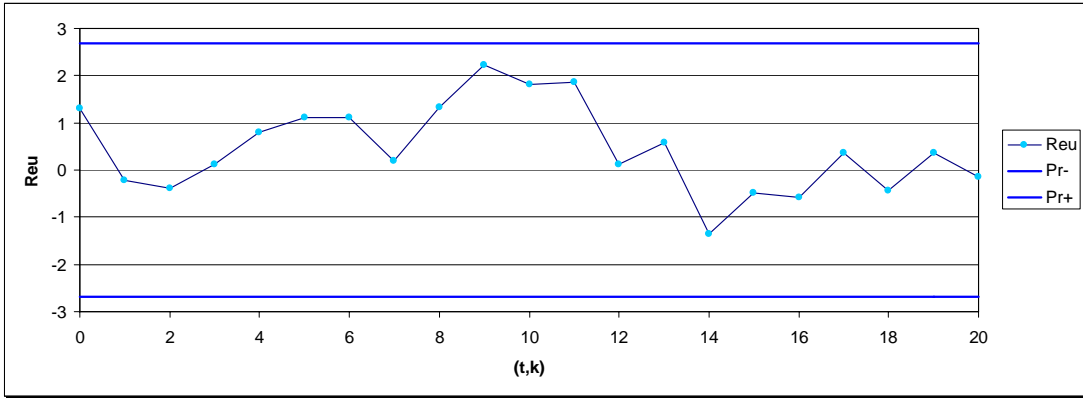


Figura 3.22: Análisis de Residuos para modelo ARMAX de Café Madrid segmento 2.

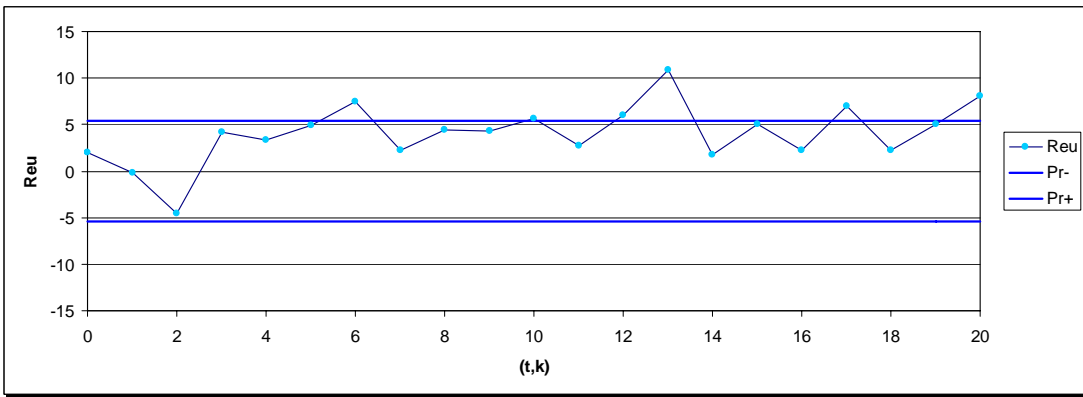


Figura 3.23: Análisis de Residuos para modelo ARMAX de Café Madrid segmento 3.

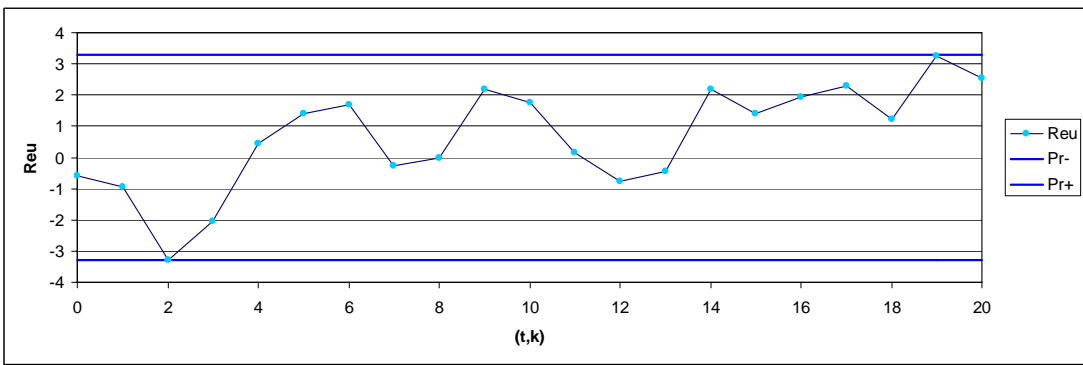


Figura 3.24: Análisis de Residuos para modelo ARMAX de Café Madrid segmento 4.

### 3.6.2.2 Análisis de Residuos para modelos ARMAX de la estación Café Madrid.

El análisis de residuos aplicado a los modelos ajustados para la estación Café Madrid muestra claramente que los residuos del modelo son independientes de las entradas del sistema. Esto puede apreciarse en las figuras 3.25a 3.28

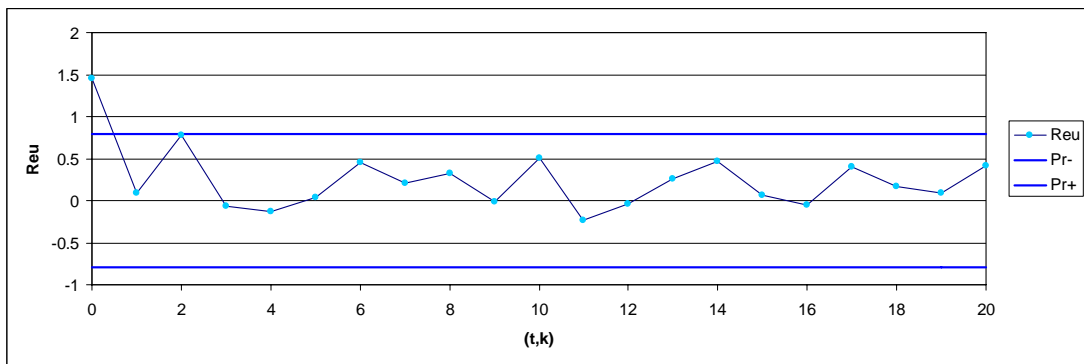


Figura 3.25: Análisis de Residuos para modelo ARMAX de Majadas segmento 1.

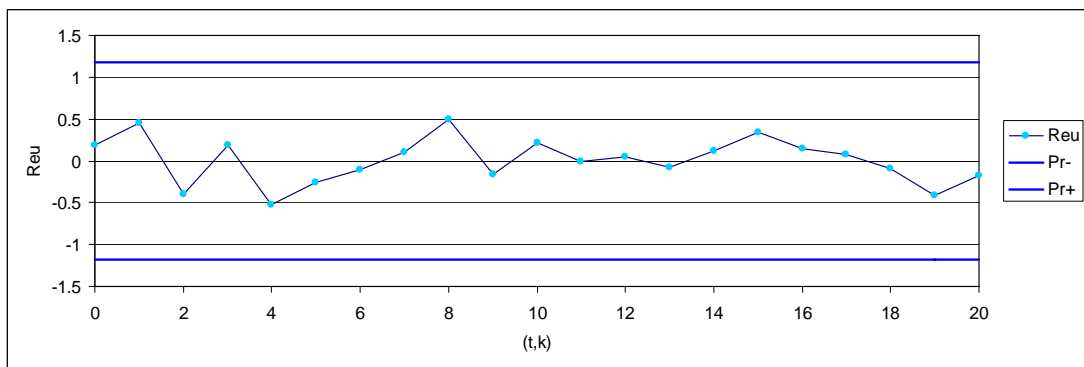


Figura 3.26: Análisis de Residuos para modelo ARMAX de Majadas segmento 2.

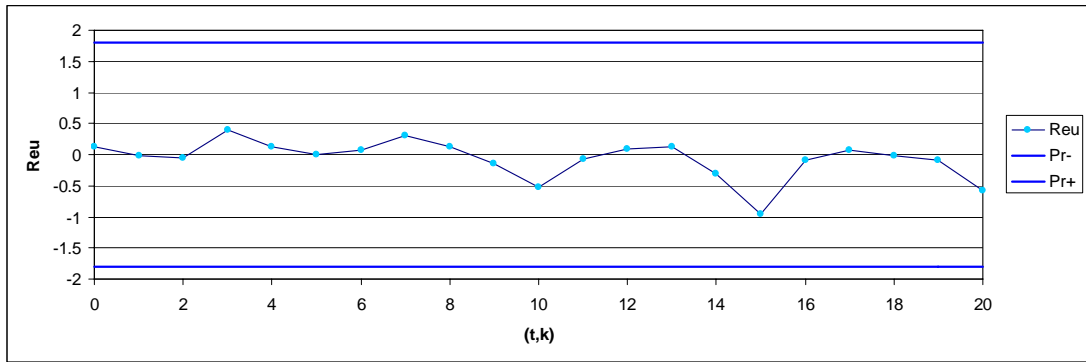


Figura 3.27: Análisis de Residuos para modelo ARMAX de Majadas segmento 3.

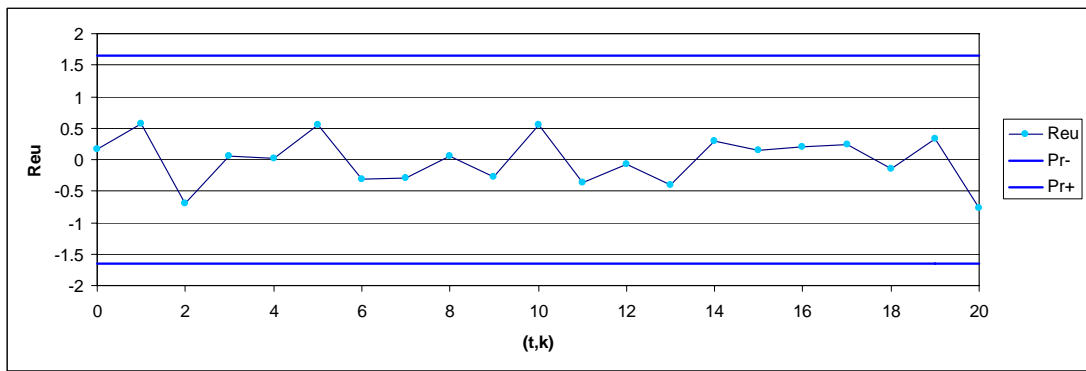


Figura 3.28: Análisis de Residuos para modelo ARMAX de Majadas segmento 4.

### 3.6.3 PRONOSTICO A CORTO PLAZO

Como se notó en el numeral 3.5.1, el pronóstico en series de tiempo utilizando modelos del tipo ARX y ARMAX está limitado por la disponibilidad de los datos correspondientes a la variable exógena. En el caso en estudio, se observó un retraso de un día para la variable exógena en todos los casos, lo que hace que el pronóstico a corto plazo solo pueda ser evaluado para este intervalo de tiempo.

El resultado del análisis expuesto en el numeral 1.10 del presente documento es expuesto en la tabla 3.12. En esta se exponen los valores esperados para la incógnita  $z_{t+1}$  en cada caso.

**Tabla 3.12: Pronostico a un día para modelos ARX y ARMAX.**

Estación	Segmento	Modelo	Límite de Confiabilidad			
			50%		95%	
Café Madrid	1	ARX	$z_{t+1} = z_t \pm$	5.647	$z_{t+1} = z_t \pm$	16.420
		ARMAX	$z_{t+1} = z_t \pm$	3.230	$z_{t+1} = z_t \pm$	9.392
	2	ARX	$z_{t+1} = z_t \pm$	3.207	$z_{t+1} = z_t \pm$	9.327
		ARMAX	$z_{t+1} = z_t \pm$	2.738	$z_{t+1} = z_t \pm$	7.962
	3	ARX	$z_{t+1} = z_t \pm$	5.776	$z_{t+1} = z_t \pm$	16.796
		ARMAX	$z_{t+1} = z_t \pm$	1.636	$z_{t+1} = z_t \pm$	4.747
	4	ARX	$z_{t+1} = z_t \pm$	3.274	$z_{t+1} = z_t \pm$	9.521
		ARMAX	$z_{t+1} = z_t \pm$	2.199	$z_{t+1} = z_t \pm$	6.396
Majadas	1	ARX	$z_{t+1} = z_t \pm$	1.308	$z_{t+1} = z_t \pm$	3.803
		ARMAX	$z_{t+1} = z_t \pm$	1.031	$z_{t+1} = z_t \pm$	2.998
	2	ARX	$z_{t+1} = z_t \pm$	1.240	$z_{t+1} = z_t \pm$	3.606
		ARMAX	$z_{t+1} = z_t \pm$	0.997	$z_{t+1} = z_t \pm$	2.899
	3	ARX	$z_{t+1} = z_t \pm$	1.576	$z_{t+1} = z_t \pm$	4.584
		ARMAX	$z_{t+1} = z_t \pm$	1.348	$z_{t+1} = z_t \pm$	3.922
	4	ARX	$z_{t+1} = z_t \pm$	1.413	$z_{t+1} = z_t \pm$	4.109
		ARMAX	$z_{t+1} = z_t \pm$	0.672	$z_{t+1} = z_t \pm$	1.953

### 3.7 LLENADO DE DATOS

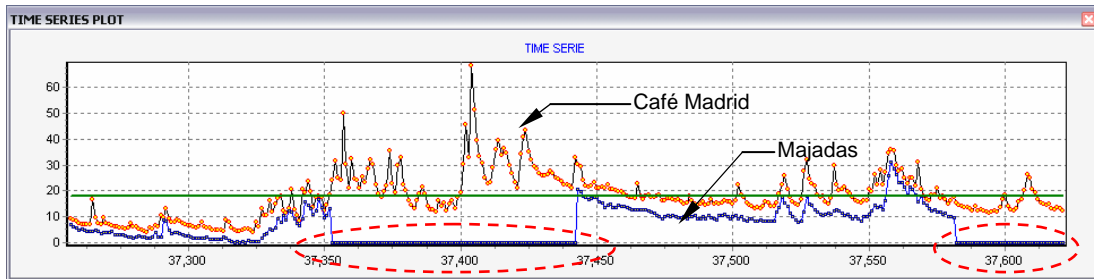
Los modelos de tipo ARX y ARMAX obtenidos en este estudio, pueden ser utilizados para hacer llenado de datos en las series de caudales, en el caso en que se tengan periodos que no hayan sido medidos o segmentos con inconsistencias tales que no puedan ser considerados, siempre y cuando se cuente con registros de precipitación (variable exógena) que permitan extrapolar el comportamiento de los caudales.

A manera de ejemplo se realizó un llenado de datos para la serie de caudales de la estación Majadas, para dos segmentos de datos faltantes comprendidos entre el 7 de Abril de 2002 hasta el 5 de Julio de 2002 y del 22 de Noviembre de 2002 hasta el 31 de diciembre de 2002 respectivamente.

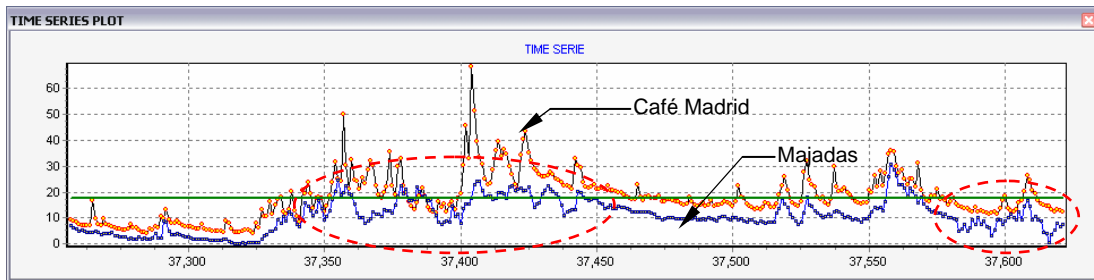
Para este fin se utilizó un modelo ARMAX de orden (1,1,1). Los parámetros de este modelo fueron recalibrados utilizando las series de caudales y precipitaciones disponibles del año 2003 para la misma estación, obteniendo como resultado el siguiente modelo.

$$z'_t = 0.715 + 0.889z_{t-1} + a_t - 0.089a_{t-1} + 0.259u_{S_{t-1}}$$
$$\sigma_a = 2.01$$

En la figura 3.29 se aprecia las series de datos de caudal correspondientes al año 2002 para las estaciones Café Madrid y Majadas, en donde se puede observar la serie de datos faltantes correspondiente a Majadas.



**Figura 3.29: Serie de caudales de Majadas para el año 2002 con datos faltantes.**



**Figura 3.30: Serie de caudales de Majadas para el año 2002 con datos generados mediante modelo ARMAX (1,1,1).**

Una vez aplicado el modelo ARMAX (1,1,1), se obtiene una serie de llenado mostrada en la figura 3.30, que presenta un comportamiento similar al presentado por la serie correspondiente de Café Madrid y que mantiene las características de los datos originales de la estación Majadas.

Este tipo de ejercicios de modelado y llenado de datos también es utilizado como prueba de validación de los modelos obtenidos.

## CONCLUSIONES

- ✓ El análisis de las series de tiempo de caudales y precipitaciones, arrojó como resultado que para los modelos ARX y ARMAX de caudales medios diarios para la estación Café Madrid, la variable exógena a utilizar corresponde a la precipitación media diaria sobre la CSRL; mientras que para los modelos de caudales medios diarios para la estación Majadas, las variables exógenas mejor correlacionadas corresponden a las series de precipitación media diaria sobre las subcuencas de Suratá y Tona.
- ✓ El retraso de las series de precipitación respecto a las series de caudales es de 1 unidad de tiempo lo que corresponde a 1 día en todos los modelos de este estudio. Cabe notar que el retraso de un día obtenido para todos los casos, con una resolución temporal diaria, sugiere una limitación en la precisión de los modelos debido a que estos no representan con exactitud el retraso en la respuesta de los caudales una vez ocurridos los eventos de precipitación.
- ✓ El mejor ajuste obtenido en los modelos elaborados para las series de caudales diarios en la estación Café Madrid, lo presentaron los modelos ARMAX, que arrojaron ajustes de RMSE de hasta 3.79, CF de hasta 208.60, y NS de hasta 0.59. Esto sugiere que este tipo de modelos representan apropiadamente el comportamiento de los caudales en dicha estación.
- ✓ Al evaluar los modelos para las series de caudales diarios de la estación Majadas, se obtuvo que tanto los modelos ARMA como ARMAX presentan buenos ajustes. Los modelos ARMA arrojaron ajustes RMSE de hasta 1.76, CF de hasta 362.46, y NS de hasta 0.71. Por otra parte,

los modelos ARMAX mostraron ajustes RMSE de hasta 1.69, CF de hasta 372.27, y NS de hasta 0.74.

- ✓ Cabe notar que una diferencia tan pequeña entre el ajuste de los modelos ARMA y ARMAX para las series de tiempo de la estación Majadas, sugiere que ambos modelos podrían ser utilizados en la práctica. Este efecto se debe a las inconsistencias y problemas de homogeneidad presentes en las series de caudales y precipitación pertenecientes a la estación Majadas, lo que tiene como consecuencia una correlación aparentemente pobre (correlación cruzada de 0.58) entre la precipitación y el caudal. La inclusión de la variable exógena dependerá entonces del uso para el que se elabore el modelo y del costo de inclusión de dicha variable
  
- ✓ Los modelos obtenidos pueden ser utilizados para pronóstico a corto plazo de un día. El valor pronosticado a un día puede ser calculado conociendo la precipitación media diaria y el caudal medio diario del día anterior. La importancia de este valor de pronóstico reside en que este puede ser utilizado para el diseño y control de estructuras hidráulicas y otras aplicaciones relacionadas con el manejo del recurso hídrico.
  
- ✓ Una de las aplicaciones más relevantes de los modelos ARX y ARMAX desarrollados en el presente estudio es la de llenado de datos. Esta aplicación es posible debido a que estos modelos tienen en cuenta la influencia de las precipitaciones, haciendo que el modelo represente en gran medida el comportamiento de la respuesta de los cauces.

## RECOMENDACIONES

- ✓ Con el fin de comparar la efectividad de los modelos ARX y ARMAX, se recomienda analizar el ajuste obtenido al aplicar otras estructuras de modelos paramétricos.
- ✓ Se recomienda evaluar el ajuste de los modelos ARX y ARMAX, utilizando distintas resoluciones temporales, a fin de conocer la aplicabilidad de estos modelos a fenómenos hidrológicos de diferentes escalas sobre la Cuenca Superior del Río Lebrija.
- ✓ Dados los resultados obtenidos al evaluar los coeficientes de ajuste de los diferentes modelos aplicados se sugiere analizar el costo de la inclusión de las variables exógenas para determinar si se justifica su inclusión en la elaboración de modelos para llenado de datos y pronóstico a corto plazo.

## BIBLIOGRAFÍA

- ✓ **Aza S, Vargas M**, (2005), Modelamiento estadístico de las series de tiempo de la Cuenca Superior del Río Lebrija. Escuela de Ing. Civil, Universidad Industrial de Santander.
- ✓ **Box G. P. y Jenkins G. M.** (1976) Time Series Analysis forecasting and control. Editorial Golden-day. U.S.A.
- ✓ **Guzmán, J. A, Chu M. L.** (2005), SPELL–Stat. Hydrological Time Series Analysis. Software.
- ✓ **Guzmán, J**, (2006), SPELL – SDM. Software.
- ✓ **Guzmán, J**, (2003), SELL – Map. Software.
- ✓ **Guzmán, J**, (2006). Spell – AMO. Software
- ✓ **Guzmán, J. A, Chu M. L. y Gómez S.** (2005), Introduction to Hydrological Time Series Analysis, Grupo en Predicción y Modelamiento Hidroclimático, Escuela de Ingeniería Civil, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
- ✓ **Jerez M, Sotoca S**, (2005), Análisis de Series Temporales: Procesos Estacionarios, Universidad Complutense de Madrid.
- ✓ **Kunusch, C.** (2003), Identificación de Sistemas Dinámicos, departamento de Electrotecnia, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata.
- ✓ **Lopez, M.** (2000), Identificación de Sistemas, Aplicación al Modelado de un Motor de Continua.
- ✓ **Molinero, L.** (2004), Análisis de Series Temporales. Sociedad Española de Hipertensión, <http://www.seh-lelha.org/tseries.htm>
- ✓ **Sclove S**, (2002), Time Series Analysis and Forecasting, University of Illinois at Chicago.
- ✓ **Serrano A, Balaguera G**, (2006), Separación del Flujo Base en la Estación Café Madrid. Escuela de Ing. Civil, Universidad Industrial de Santander.

## **ANEXOS**

## ANEXO A: SERIES SEGMENTO 1 CAFÉ MADRID

### SEGMENTO 1

SERIE DE CAUDAL ESTACIÓN CAFÉ MADRID  
CON LA SERIE DE LA C.S.R.L COMO VARIABLE EXÓGENA

FECHA	CAFÉ MADRID m <sup>3</sup> /s	C.S.R.L PREC. mm	FECHA	CAFÉ MADRID m <sup>3</sup> /s	C.S.R.L PREC. mm	FECHA	CAFÉ MADRID m <sup>3</sup> /s	C.S.R.L PREC. mm
36161	11.82	0.46	36199	10.24	2.46	36237	7.29	3.59
36162	12.28	1.93	36200	12.60	2.29	36238	5.99	7.16
36163	12.24	2.76	36201	12.01	4.30	36239	11.60	2.82
36164	11.64	2.13	36202	13.26	2.38	36240	8.25	9.80
36165	9.87	1.86	36203	12.52	3.99	36241	9.67	4.78
36166	9.89	1.40	36204	10.79	1.77	36242	8.76	2.30
36167	8.97	0.00	36205	13.46	3.37	36243	11.47	2.36
36168	8.32	0.55	36206	15.33	5.26	36244	12.01	1.30
36169	8.24	2.77	36207	16.39	2.89	36245	9.87	1.32
36170	10.54	8.41	36208	10.04	4.97	36246	8.79	1.47
36171	23.04	3.43	36209	14.26	1.49	36247	7.49	1.51
36172	16.52	5.66	36210	14.21	8.76	36248	7.49	0.80
36173	14.52	1.07	36211	28.55	10.01	36249	6.73	5.00
36174	11.23	2.03	36212	29.70	13.78	36250	21.58	7.70
36175	11.11	1.56	36213	33.25	3.45	36251	8.48	7.31
36176	13.76	1.27	36214	19.51	2.68	36252	10.94	2.23
36177	8.79	0.23	36215	15.78	3.71	36253	10.94	2.91
36178	7.95	1.03	36216	17.56	5.12	36254	10.94	2.84
36179	8.15	0.37	36217	20.88	9.95	36255	11.54	5.39
36180	7.59	0.71	36218	31.64	5.27	36256	17.37	4.45
36181	13.10	2.22	36219	17.02	12.26	36257	21.68	8.59
36182	14.01	2.81	36220	36.33	6.78	36258	22.55	6.24
36183	9.80	0.91	36221	19.48	4.90	36259	24.16	6.77
36184	10.16	4.37	36222	14.32	1.50	36260	30.29	3.04
36185	12.29	1.47	36223	11.38	0.88	36261	27.26	2.56
36186	11.04	0.31	36224	10.01	0.06	36262	25.64	1.20
36187	7.83	0.08	36225	9.38	0.30	36263	23.80	0.58
36188	7.53	0.01	36226	8.32	2.62	36264	23.00	0.50
36189	7.19	0.00	36227	8.07	3.72	36265	21.66	0.34
36190	7.01	0.45	36228	9.49	0.73	36266	20.59	0.84
36191	6.34	0.82	36229	6.87	0.76	36267	17.37	0.04
36192	8.84	1.25	36230	5.68	0.44	36268	17.64	0.38
36193	9.15	2.64	36231	6.96	2.84	36269	16.10	0.65
36194	9.35	0.40	36232	10.15	4.17	36270	14.69	2.58
36195	6.82	2.13	36233	9.08	3.80	36271	14.69	1.84
36196	8.90	2.61	36234	6.81	6.79	36272	16.30	2.65
36197	6.62	2.42	36235	10.89	3.08	36273	18.44	2.13
36198	11.34	1.37	36236	11.61	1.40	36274	15.23	7.24

FECHA	CAFÉ	
	MADRID	PREC.
	m <sup>3</sup> /s	mm
36275	20.34	7.70
36276	27.97	9.10
36277	35.10	2.67
36278	27.95	2.78
36279	22.05	3.74
36280	24.52	6.41
36281	24.69	3.20
36282	21.39	5.27
36283	24.75	3.51
36284	19.25	13.02
36285	31.18	1.49
36286	22.00	2.22
36287	17.42	2.12
36288	18.97	5.15
36289	22.75	19.76
36290	30.59	5.94
36291	35.20	9.88
36292	40.04	8.84
36293	37.09	1.54
36294	27.03	1.79
36295	24.68	0.11
36296	22.46	0.48
36297	21.48	0.73
36298	19.94	2.00
36299	19.20	1.36
36300	18.62	2.70
36301	22.57	2.38
36302	18.42	2.24
36303	18.39	0.73
36304	15.55	0.85
36305	15.27	0.23
36306	14.14	0.72
36307	13.46	0.26
36308	13.37	4.83
36309	13.08	13.84
36310	24.14	3.92
36311	14.42	6.44
36312	15.70	0.87
36313	13.46	0.48
36314	9.85	0.34
36315	8.98	3.42
36316	9.80	1.21
36317	9.11	0.86
36318	8.81	0.69

FECHA	CAFÉ		C.S.R.L
	MADRID	PREC.	
	m <sup>3</sup> /s	mm	
36319	7.75	3.58	
36320	10.38	6.21	
36321	16.15	5.60	
36322	15.15	7.75	
36323	20.21	1.23	
36324	11.38	3.52	
36325	11.24	2.64	
36326	12.12	1.63	
36327	12.71	4.07	
36328	10.79	1.16	
36329	11.73	1.46	
36330	10.22	0.31	
36331	9.69	0.79	
36332	9.54	1.80	
36333	10.62	1.42	
36334	10.30	4.23	
36335	13.65	6.14	
36336	12.77	2.36	
36337	15.70	7.42	
36338	14.28	11.67	
36339	38.71	5.90	
36340	24.64	2.68	
36341	20.97	4.49	
36342	17.63	0.74	
36343	16.68	1.30	
36344	26.00	10.21	
36345	20.26	0.83	
36346	15.77	3.72	
36347	17.34	4.48	
36348	19.77	4.70	
36349	17.54	1.98	
36350	16.73	8.76	
36351	26.55	4.10	
36352	18.60	3.12	
36353	16.78	5.10	
36354	30.41	4.69	
36355	18.78	0.82	
36356	16.16	1.22	
36357	15.53	0.64	
36358	15.66	3.20	
36359	15.96	0.98	
36360	14.90	0.88	
36361	13.32	1.57	
36362	13.99	1.36	

FECHA	CAFÉ		C.S.R.L
	MADRID	PREC.	
	m <sup>3</sup> /s	mm	
36363	13.84	0.51	
36364	12.81	1.00	
36365	14.79	0.38	
36366	12.36	3.03	
36367	13.87	3.18	
36368	16.21	3.40	
36369	15.53	5.46	
36370	20.46	5.30	
36371	16.63	3.35	
36372	23.92	7.19	
36373	19.29	3.82	
36374	19.12	4.87	
36375	25.67	7.48	
36376	25.06	2.27	
36377	21.03	0.72	
36378	17.94	0.63	
36379	16.77	0.48	
36380	14.71	1.18	
36381	16.16	4.51	
36382	14.32	1.23	
36383	13.84	1.39	
36384	14.43	3.03	
36385	18.88	6.18	
36386	17.14	3.11	
36387	12.39	2.68	
36388	12.85	2.39	
36389	12.55	1.12	
36390	11.40	1.97	
36391	13.17	1.62	
36392	11.80	3.04	
36393	11.43	8.54	
36394	22.19	3.73	
36395	17.30	3.37	
36396	24.09	10.43	
36397	23.46	6.85	
36398	18.94	5.85	
36399	18.51	5.23	
36400	23.01	3.99	
36401	20.13	1.73	
36402	15.28	1.17	
36403	14.12	3.18	
36404	12.05	7.38	
36405	23.79	6.59	
36406	26.95	5.06	

FECHA	CAFÉ	C.S.R.L
	MADRID	PREC.
	m <sup>3</sup> /s	mm
36407	26.03	1.85
36408	22.24	0.54
36409	21.06	0.38
36410	21.35	1.45
36411	21.38	4.02
36412	21.05	7.91
36413	36.18	7.64
36414	27.20	14.54
36415	47.81	16.25
36416	43.87	32.14
36417	86.20	10.71
36418	38.47	11.34
36419	39.22	2.41
36420	25.38	1.45
36421	23.53	1.96
36422	19.91	2.81
36423	17.50	2.50
36424	16.83	5.24
36425	22.91	9.22
36426	24.89	1.83
36427	17.98	4.00
36428	24.42	3.65
36429	18.39	13.68
36430	37.51	11.84
36431	37.16	17.28
36432	35.13	7.04
36433	23.55	20.26
36434	57.79	7.13
36435	38.99	4.13
36436	29.69	3.58
36437	41.46	15.49
36438	35.05	5.60
36439	29.25	7.57
36440	27.86	4.91
36441	32.22	4.30
36442	25.96	4.23
36443	26.34	2.70
36444	25.63	2.24
36445	22.46	1.16
36446	19.76	1.61
36447	18.32	2.31
36448	18.04	3.91
36449	18.71	8.61
36450	22.20	6.11

FECHA	CAFÉ	C.S.R.L
	MADRID	PREC.
	m <sup>3</sup> /s	mm
36451	27.44	4.55
36452	28.15	3.81
36453	20.45	13.59
36454	33.17	3.89
36455	25.67	5.59
36456	27.23	10.60
36457	36.82	3.54
36458	34.28	2.81
36459	28.23	1.93
36460	23.55	3.61
36461	22.19	2.19
36462	20.88	5.52
36463	19.79	2.90
36464	19.17	2.51
36465	17.64	1.51
36466	17.25	4.66
36467	19.11	3.12
36468	19.55	1.27
36469	17.62	0.57
36470	16.38	9.65
36471	21.12	12.88
36472	34.55	8.90
36473	31.24	4.68
36474	26.23	4.07
36475	24.10	2.40
36476	22.50	13.85
36477	29.25	2.80
36478	26.61	4.19
36479	23.53	5.74
36480	22.72	5.22
36481	25.06	10.58
36482	34.11	6.65
36483	41.46	4.37
36484	40.41	2.80
36485	34.53	1.23
36486	29.21	2.18
36487	26.54	15.32
36488	44.45	7.77
36489	42.01	11.29
36490	41.63	2.73
36491	37.56	2.15
36492	33.86	1.24
36493	30.85	2.95
36494	29.82	6.78

FECHA	CAFÉ	C.S.R.L
	MADRID	PREC.
	m <sup>3</sup> /s	mm
36495	32.40	4.79
36496	34.53	2.21
36497	33.86	2.85
36498	31.51	1.10
36499	29.21	2.83
36500	29.67	3.28
36501	28.23	0.37
36502	25.64	1.54
36503	23.53	0.48
36504	21.93	0.60
36505	21.64	6.22
36506	25.28	7.80
36507	26.94	6.15
36508	24.66	1.29
36509	23.27	0.39
36510	21.12	0.74
36511	19.51	0.71
36512	18.44	0.81
36513	17.91	0.04
36514	17.50	2.72
36515	18.44	0.67
36516	17.37	0.92
36517	16.03	0.71
36518	15.76	1.70
36519	15.49	4.76
36520	17.92	6.66
36521	22.16	1.82
36522	19.78	1.39
36523	17.64	0.08
36524	16.30	0.02
36525	14.96	0.00
36526	13.89	0.17
36527	13.35	0.67
36528	12.87	5.63
36529	19.04	19.27
36530	29.62	5.68
36531	22.93	6.34
36532	22.47	7.92
36533	31.00	8.85
36534	26.29	1.18
36535	22.02	0.53
36536	18.17	0.00
36537	16.30	0.19
36538	14.69	0.01

FECHA	CAFÉ	C.S.R.L
	MADRID	PREC.
	m <sup>3</sup> /s	mm
36539	13.62	0.00
36540	13.08	0.76
36541	12.28	0.00
36542	11.74	0.24
36543	12.19	2.10
36544	12.55	0.05
36545	12.30	1.27
36546	12.81	0.21
36547	11.47	3.30
36548	12.24	10.03
36549	18.04	6.83
36550	17.46	16.11
36551	31.05	6.69
36552	25.70	2.14
36553	18.98	2.33
36554	15.38	2.11
36555	14.42	4.01
36556	17.49	13.68
36557	25.71	2.43
36558	17.64	0.20
36559	14.49	0.13
36560	12.90	1.88
36561	16.12	0.42
36562	12.12	0.08
36563	10.13	0.00
36564	9.33	0.00
36565	9.33	0.05
36566	9.33	2.27
36567	8.79	0.04
36568	9.33	2.92
36569	13.08	0.01
36570	9.87	0.00
36571	9.33	1.36
36572	9.33	4.08
36573	9.33	2.32
36574	8.79	1.21
36575	7.87	2.53
36576	9.33	9.05
36577	15.23	7.14
36578	14.15	8.35
36579	25.72	23.00
36580	51.88	19.32
36581	42.53	8.45
36582	18.44	14.26

FECHA	CAFÉ	C.S.R.L
	MADRID	PREC.
	m <sup>3</sup> /s	mm
36583	36.91	4.23
36584	19.51	2.87
36585	16.83	6.19
36586	51.54	4.95
36587	33.52	1.76
36588	21.12	0.85
36589	13.08	0.51
36590	12.01	0.20
36591	11.47	0.30
36592	12.01	0.15
36593	8.79	0.11
36594	8.26	0.36
36595	8.26	0.52
36596	9.33	1.80
36597	16.30	4.16
36598	14.15	4.68
36599	11.21	0.07
36600	10.40	0.15
36601	9.43	4.64
36602	11.95	2.83
36603	12.28	2.18
36604	11.17	8.89
36605	15.10	1.05
36606	13.74	0.05
36607	12.00	8.10
36608	11.65	30.02
36609	54.35	6.64
36610	18.31	6.31
36611	17.23	8.90
36612	23.22	1.44
36613	17.48	0.27
36614	13.15	0.06
36615	10.94	0.62
36616	9.82	0.42
36617	8.27	1.03
36618	7.45	1.29
36619	6.92	2.91
36620	6.54	12.54
36621	14.64	2.19
36622	14.75	2.11
36623	10.62	1.30
36624	10.40	0.53
36625	8.52	0.25
36626	7.00	0.67

FECHA	CAFÉ	C.S.R.L
	MADRID	PREC.
	m <sup>3</sup> /s	mm
36627	6.34	0.80
36628	5.96	0.54
36629	5.51	1.82
36630	7.72	2.04
36631	7.87	0.74
36632	7.68	2.72
36633	7.09	2.71
36634	6.54	5.78
36635	6.59	1.58
36636	8.70	0.71
36637	6.49	2.77
36638	6.92	2.60
36639	6.73	6.89
36640	9.33	0.91
36641	6.15	0.54
36642	5.20	0.18
36643	4.30	1.30
36644	3.81	1.59
36645	3.95	1.66
36646	4.89	1.57
36647	5.18	3.53
36648	5.88	0.83
36649	5.96	0.39
36650	6.35	10.36
36651	10.78	6.22
36652	8.86	2.68
36653	8.04	8.05
36654	10.24	3.37
36655	7.90	1.24
36656	5.82	5.53
36657	8.79	3.07
36658	7.11	1.03
36659	7.27	2.12
36660	7.95	1.90
36661	8.31	1.13
36662	6.34	0.05
36663	4.99	0.03
36664	4.57	0.30
36665	4.01	3.12
36666	25.16	19.65
36667	36.75	10.16
36668	16.81	4.82
36669	18.91	2.86
36670	18.20	1.99

FECHA	CAFÉ	C.S.R.L
	MADRID	PREC.
	m <sup>3</sup> /s	mm
36671	17.26	4.47
36672	16.90	0.81
36673	14.77	2.16
36674	14.19	2.11
36675	13.62	2.41
36676	15.18	2.50
36677	15.24	3.07
36678	16.22	2.78
36679	15.76	0.79
36680	14.41	0.56
36681	12.98	0.82
36682	13.06	5.99
36683	15.37	1.64
36684	13.29	2.13
36685	13.35	3.55
36686	14.03	10.86
36687	23.31	4.20
36688	19.31	1.02
36689	13.73	0.68
36690	11.76	2.92
36691	12.09	0.85
36692	11.25	0.81
36693	10.25	4.35
36694	14.41	0.84
36695	9.26	3.42
36696	10.01	1.49
36697	10.14	0.52
36698	8.48	1.83
36699	7.80	5.74
36700	13.25	7.28
36701	15.19	4.41
36702	15.32	1.45
36703	11.72	1.88
36704	9.17	0.78
36705	7.97	1.57
36706	7.68	1.44
36707	7.30	7.79
36708	8.93	2.16
36709	8.02	0.52
36710	6.54	0.24
36711	6.13	0.76
36712	6.32	1.02
36713	6.45	6.49
36714	12.32	3.31

FECHA	CAFÉ	C.S.R.L
	MADRID	PREC.
	m <sup>3</sup> /s	mm
36715	8.34	0.17
36716	6.15	0.05
36717	5.20	0.45
36718	4.81	1.13
36719	4.81	4.31
36720	6.10	4.30
36721	8.95	3.51
36722	9.24	7.05
36723	12.93	3.69
36724	8.55	0.41
36725	6.41	0.63
36726	5.31	1.75
36727	5.39	2.49
36728	8.78	6.09
36729	10.72	2.42
36730	5.19	1.36
36731	4.56	3.48
36732	4.75	2.94
36733	4.16	1.64
36734	4.52	3.52
36735	4.41	2.56
36736	4.48	6.99
36737	8.52	4.16
36738	8.64	0.34
36739	5.62	0.93
36740	4.46	0.86
36741	4.02	1.01
36742	3.47	1.13
36743	3.37	2.50
36744	4.31	1.90
36745	4.81	0.25
36746	4.43	0.91
36747	3.64	0.89
36748	3.20	0.47
36749	2.93	0.24
36750	2.38	0.90
36751	2.11	0.92
36752	1.97	2.21
36753	2.56	2.69
36754	3.84	2.18
36755	3.67	3.66
36756	7.05	2.43
36757	5.37	0.00
36758	3.95	0.40

FECHA	CAFÉ	C.S.R.L
	MADRID	PREC.
	m <sup>3</sup> /s	mm
36759	3.47	4.04
36760	3.16	5.47
36761	4.61	6.33
36762	6.24	7.95
36763	8.38	0.76
36764	5.85	0.51
36765	4.20	0.41
36766	3.56	1.72
36767	4.22	1.03
36768	4.24	0.45
36769	3.58	1.65
36770	3.63	7.89
36771	8.26	5.85
36772	7.66	5.03
36773	7.96	8.35
36774	10.01	5.96
36775	12.32	4.83
36776	10.97	2.81
36777	11.37	5.45
36778	13.48	1.96
36779	9.80	2.52
36780	8.07	1.07
36781	7.53	3.07
36782	8.00	1.87
36783	8.02	2.50
36784	6.35	3.05
36785	5.77	0.63
36786	5.68	0.76
36787	6.15	2.50
36788	6.49	2.15
36789	6.32	2.24
36790	5.96	5.08
36791	8.67	24.56
36792	33.19	22.12
36793	52.73	13.24
36794	33.58	3.87
36795	21.68	2.19
36796	15.04	1.28
36797	12.22	3.53
36798	13.45	5.60
36799	18.48	5.05
36800	15.59	1.54
36801	10.65	2.31
36802	9.97	5.17

FECHA	CAFÉ MADRID m <sup>3</sup> /s	C.S.R.L PREC. mm
36803	16.66	1.65
36804	12.53	0.21
36805	8.96	0.47
36806	7.33	1.60
36807	7.11	2.34
36808	8.20	2.79
36809	13.20	1.27
36810	8.77	0.41
36811	6.50	0.68
36812	5.96	2.25
36813	5.51	3.08
36814	6.66	3.45
36815	7.38	0.67
36816	9.04	3.02
36817	9.55	1.19
36818	8.53	0.56
36819	5.96	0.50
36820	4.81	1.97
36821	6.34	2.13
36822	5.20	3.21
36823	7.80	6.02
36824	7.49	15.13
36825	28.88	12.78
36826	28.88	2.09
36827	22.19	1.67
36828	16.83	11.46
36829	21.12	2.60
36830	12.81	7.73
36831	23.44	10.45
36832	43.73	30.64
36833	77.02	3.91
36834	41.54	11.12
36835	44.99	4.81
36836	34.67	2.12
36837	28.76	3.54
36838	25.96	2.39
36839	22.99	8.28
36840	45.05	2.68
36841	40.76	3.40
36842	35.77	3.90
36843	34.66	3.14
36844	32.09	2.83
36845	29.78	0.21

FECHA	CAFÉ MADRID m <sup>3</sup> /s	C.S.R.L PREC. mm
36846	26.60	0.27
36847	24.89	2.66
36848	24.72	0.84
36849	25.31	0.46
36850	23.97	0.01
36851	22.05	0.00
36852	20.59	1.13
36853	19.78	0.44
36854	19.25	0.33
36855	18.44	0.17
36856	17.91	0.27
36857	17.37	0.59
36858	16.83	1.23
36859	16.57	0.74
36860	16.30	0.26
36861	16.03	0.33
36862	15.76	0.99
36863	15.76	1.21
36864	15.76	1.81
36865	15.76	0.67
36866	15.49	0.18
36867	15.23	0.57
36868	15.23	0.49
36869	14.69	0.00
36870	14.42	0.38
36871	14.15	0.42
36872	14.15	0.09
36873	13.89	0.45
36874	13.35	1.48
36875	13.08	1.35
36876	13.31	0.46
36877	13.22	0.00
36878	12.28	0.00
36879	11.74	2.54
36880	11.47	1.22
36881	11.47	0.47
36882	11.47	0.45
36883	11.47	0.20
36884	11.47	0.92
36885	11.47	2.52
36886	11.47	1.98
36887	11.47	1.31
36888	11.47	3.88

**ANEXO B: SERIES SEGMENTO 2 ESTACIÓN CAFÉ MADRID**

<b>SEGMENTO 2</b>		
<b>SERIE DE CAUDAL ESTACIÓN CAFÉ MADRID</b>		
<b>CON LA SERIE DE LA C.S.R.L COMO VARIABLE EXÓGENA</b>		

FECHA	CAFÉ MADRID m <sup>3</sup> /s	C.S.R.L PREC. mm	FECHA	CAFÉ MADRID m <sup>3</sup> /s	C.S.R.L PREC. mm	FECHA	CAFÉ MADRID m <sup>3</sup> /s	C.S.R.L PREC. mm
33664	6.00	0.00	33702	5.89	0.54	33740	16.40	0.83
33665	6.00	6.67	33703	6.00	1.08	33741	11.10	3.12
33666	5.78	0.59	33704	5.55	2.13	33742	9.42	3.26
33667	6.98	8.48	33705	6.00	0.34	33743	16.41	7.49
33668	8.27	0.00	33706	5.89	0.60	33744	16.28	4.40
33669	7.63	1.62	33707	5.89	0.01	33745	16.63	17.68
33670	6.32	0.02	33708	5.89	2.27	33746	28.81	5.44
33671	5.78	0.05	33709	6.32	6.21	33747	25.11	6.94
33672	6.32	0.00	33710	8.93	4.28	33748	22.38	4.97
33673	7.14	1.48	33711	7.30	1.77	33749	18.94	0.49
33674	6.65	2.06	33712	6.65	4.86	33750	14.00	0.54
33675	13.17	1.82	33713	8.27	5.56	33751	12.48	1.66
33676	6.32	2.17	33714	8.11	3.68	33752	15.01	4.68
33677	6.49	1.06	33715	8.27	7.64	33753	12.03	0.43
33678	6.81	12.56	33716	12.73	5.93	33754	13.56	4.28
33679	12.45	0.65	33717	14.25	2.54	33755	9.45	0.62
33680	8.27	0.00	33718	8.76	1.84	33756	11.29	1.79
33681	6.10	0.00	33719	7.79	2.92	33757	11.58	4.65
33682	6.32	0.93	33720	14.19	9.31	33758	11.23	2.08
33683	6.32	7.12	33721	11.50	2.97	33759	10.22	2.06
33684	18.35	0.14	33722	9.63	4.97	33760	8.65	0.63
33685	6.32	0.00	33723	16.09	2.00	33761	8.09	0.22
33686	6.32	0.00	33724	8.91	0.27	33762	8.87	1.14
33687	6.00	0.00	33725	6.41	0.57	33763	11.80	1.72
33688	5.89	0.41	33726	5.91	0.90	33764	8.51	1.96
33689	6.00	0.07	33727	8.34	3.22	33765	7.14	1.13
33690	5.94	0.00	33728	6.59	2.46	33766	7.70	1.03
33691	5.89	0.09	33729	10.32	13.49	33767	7.24	0.77
33692	6.00	2.25	33730	20.21	13.71	33768	6.65	0.19
33693	6.81	2.44	33731	19.03	3.83	33769	6.27	0.46
33694	5.89	0.01	33732	10.54	0.03	33770	5.85	0.91
33695	6.00	0.49	33733	7.10	0.38	33771	6.31	0.14
33696	6.00	0.27	33734	5.88	0.08	33772	6.17	1.28
33697	5.89	0.90	33735	6.11	3.04	33773	5.90	2.36
33698	5.66	1.16	33736	8.10	5.61	33774	12.38	10.07
33699	6.00	0.00	33737	9.70	2.33	33775	13.25	7.15
33700	6.00	0.40	33738	15.75	8.38	33776	8.71	0.09
33701	6.00	0.49	33739	28.83	14.15	33777	7.98	0.04

FECHA	CAFÉ	C.S.R.L	FECHA	CAFÉ	C.S.R.L	FECHA	CAFÉ	C.S.R.L
	MADRID	PREC.		MADRID	PREC.		MADRID	PREC.
	m <sup>3</sup> /s	mm		m <sup>3</sup> /s	mm		m <sup>3</sup> /s	mm
33778	6.72	0.32	33822	9.75	4.94	33866	8.82	0.86
33779	6.32	1.42	33823	15.52	1.73	33867	7.98	0.71
33780	7.15	3.75	33824	10.37	1.53	33868	6.03	2.30
33781	11.36	3.18	33825	10.08	0.93	33869	6.72	2.64
33782	9.15	5.80	33826	8.92	5.67	33870	7.39	13.98
33783	11.66	0.88	33827	11.89	2.05	33871	19.06	2.89
33784	10.62	0.52	33828	14.39	4.49	33872	11.18	2.26
33785	9.45	8.83	33829	14.72	0.74	33873	9.78	1.53
33786	15.61	1.47	33830	10.36	3.72	33874	9.93	7.45
33787	8.01	13.22	33831	10.72	0.59	33875	13.04	1.95
33788	16.66	4.12	33832	8.49	0.37	33876	8.97	1.96
33789	10.78	0.62	33833	7.98	0.15	33877	8.85	1.55
33790	8.24	0.56	33834	8.10	0.00	33878	7.88	1.34
33791	7.58	1.30	33835	6.90	0.12	33879	8.64	0.59
33792	7.59	5.74	33836	6.63	0.43	33880	7.18	3.04
33793	10.97	3.19	33837	6.09	0.82	33881	8.61	0.88
33794	9.96	2.78	33838	5.70	0.00	33882	6.50	1.68
33795	8.64	2.46	33839	7.75	15.51	33883	6.23	4.92
33796	9.80	0.61	33840	15.45	1.51	33884	8.31	2.40
33797	8.53	2.90	33841	8.51	0.50	33885	9.24	0.29
33798	19.00	3.37	33842	7.40	3.53	33886	6.55	3.02
33799	9.70	3.58	33843	8.17	0.69	33887	7.17	2.50
33800	10.05	1.01	33844	7.45	4.77	33888	7.93	4.42
33801	8.45	0.41	33845	10.08	2.01	33889	9.53	0.00
33802	7.36	0.24	33846	8.63	2.16	33890	6.53	0.32
33803	6.76	0.01	33847	7.68	4.71	33891	5.86	0.40
33804	6.74	3.25	33848	12.68	0.60	33892	5.13	0.16
33805	6.78	4.30	33849	7.56	0.13	33893	5.22	8.40
33806	11.17	3.55	33850	7.14	0.67	33894	12.70	2.38
33807	8.12	5.35	33851	6.30	0.06	33895	8.18	2.94
33808	13.00	0.75	33852	5.76	0.00	33896	6.74	4.52
33809	9.69	0.55	33853	7.29	6.24	33897	8.65	0.91
33810	8.37	10.31	33854	9.49	2.09	33898	7.07	0.49
33811	14.80	1.26	33855	6.72	0.03	33899	5.87	0.38
33812	10.03	2.44	33856	6.30	0.05	33900	6.43	1.94
33813	13.12	2.02	33857	6.17	0.00	33901	6.69	3.68
33814	10.93	1.61	33858	6.30	0.05	33902	7.56	0.25
33815	8.85	0.31	33859	5.22	8.36	33903	7.56	0.87
33816	7.82	2.28	33860	6.30	3.51	33904	5.76	0.02
33817	9.45	4.63	33861	6.72	0.99	33905	6.30	1.77
33818	10.10	1.68	33862	6.72	6.55	33906	5.76	0.41
33819	13.89	0.71	33863	9.66	1.19	33907	6.03	0.05
33820	9.22	5.68	33864	6.72	0.75	33908	6.03	0.10
33821	10.99	2.11	33865	7.98	2.10	33909	5.76	0.00

FECHA	CAFÉ	C.S.R.L	FECHA	CAFÉ	C.S.R.L	FECHA	CAFÉ	C.S.R.L
	MADRID	PREC.		MADRID	PREC.		MADRID	PREC.
	m <sup>3</sup> /s	mm		m <sup>3</sup> /s	mm		m <sup>3</sup> /s	mm
33910	5.49	0.06	33954	5.49	2.78	33998	6.31	0.00
33911	5.22	0.00	33955	7.29	1.04	33999	6.13	7.12
33912	5.76	0.24	33956	4.95	0.27	34000	9.99	2.13
33913	4.95	1.09	33957	3.40	0.00	34001	9.43	14.77
33914	5.49	6.57	33958	2.57	0.00	34002	32.93	10.37
33915	5.49	1.15	33959	2.57	2.39	34003	15.12	1.97
33916	5.76	0.14	33960	2.78	0.17	34004	8.97	0.01
33917	4.41	0.00	33961	2.37	0.17	34005	8.61	0.01
33918	4.41	0.59	33962	1.75	1.37	34006	7.81	12.45
33919	4.14	1.19	33963	1.96	0.00	34007	24.06	2.44
33920	3.87	5.11	33964	1.96	0.00	34008	12.51	2.02
33921	7.14	3.86	33965	1.96	0.00	34009	12.69	0.94
33922	8.82	5.41	33966	1.75	0.00	34010	9.57	0.03
33923	13.22	2.40	33967	1.32	0.17	34011	8.63	1.85
33924	8.82	3.54	33968	1.47	0.03	34012	8.89	0.65
33925	8.82	4.54	33969	1.55	0.13	34013	7.17	1.90
33926	16.38	3.53	33970	6.99	0.73	34014	7.17	0.09
33927	12.01	0.42	33971	6.82	0.09	34015	6.99	0.19
33928	7.92	1.04	33972	6.48	1.15	34016	6.48	5.27
33929	6.91	0.00	33973	6.82	1.19	34017	9.76	2.46
33930	6.13	13.56	33974	6.48	2.83	34018	8.72	0.51
33931	31.27	1.58	33975	10.64	7.67	34019	8.38	1.88
33932	10.08	0.79	33976	13.06	9.56	34020	9.76	0.16
33933	9.24	13.09	33977	11.72	1.05	34021	6.48	0.00
33934	13.77	4.03	33978	11.18	2.15	34022	7.34	0.01
33935	14.32	10.21	33979	13.06	0.04	34023	9.24	1.33
33936	8.40	33.39	33980	9.24	2.80	34024	8.72	0.47
33937	46.08	22.21	33981	9.76	0.38	34025	6.48	0.18
33938	41.54	1.95	33982	8.89	0.29	34026	6.31	1.08
33939	7.55	4.38	33983	8.38	0.74	34027	6.48	0.02
33940	6.56	7.63	33984	7.86	1.85	34028	6.13	0.04
33941	11.36	0.18	33985	8.72	3.30	34029	6.99	4.53
33942	4.47	2.71	33986	11.98	2.55			
33943	4.66	1.43	33987	10.47	0.90			
33944	3.82	0.54	33988	10.91	0.00			
33945	2.86	0.00	33989	6.99	0.00			
33946	2.12	0.38	33990	6.48	0.30			
33947	1.73	2.82	33991	8.38	0.42			
33948	2.63	7.49	33992	6.48	1.69			
33949	6.80	5.11	33993	6.48	0.09			
33950	5.39	3.90	33994	6.48	0.00			
33951	9.49	4.03	33995	5.96	0.00			
33952	6.30	2.48	33996	5.96	0.16			
33953	5.22	1.91	33997	6.13	0.37			

## ANEXO C: SERIES SEGMENTO 3 ESTACIÓN CAFÉ MADRID

### SEGMENTO 3

SERIE DE CAUDAL ESTACIÓN CAFÉ MADRID  
CON LA SERIE DE LA C.S.R.L COMO VARIABLE EXÓGENA

FECHA	CAFÉ MADRID m <sup>3</sup> /s	C.S.R.L PREC. mm	FECHA	CAFÉ MADRID m <sup>3</sup> /s	C.S.R.L PREC. mm	FECHA	CAFÉ MADRID m <sup>3</sup> /s	C.S.R.L PREC. mm
34394	18.60	1.72	34432	13.90	0.48	34470	28.00	4.39
34395	11.00	0.15	34433	11.70	0.19	34471	26.70	6.13
34396	9.60	1.17	34434	9.60	0.01	34472	31.20	10.85
34397	12.00	2.92	34435	9.30	1.20	34473	28.30	3.21
34398	9.80	0.44	34436	10.50	6.58	34474	24.40	0.33
34399	9.40	4.75	34437	18.00	1.09	34475	22.80	0.22
34400	9.80	0.49	34438	18.00	4.09	34476	22.80	3.75
34401	9.50	0.02	34439	20.00	1.84	34477	23.50	0.54
34402	8.90	0.00	34440	17.80	0.83	34478	23.50	8.82
34403	9.40	1.95	34441	14.10	0.11	34479	58.30	9.86
34404	8.90	3.55	34442	15.10	9.37	34480	26.40	6.28
34405	8.60	2.99	34443	16.80	3.58	34481	27.30	1.47
34406	8.60	4.18	34444	13.90	4.56	34482	20.00	1.41
34407	11.20	9.02	34445	14.90	19.42	34483	21.20	8.64
34408	19.80	3.53	34446	50.80	0.03	34484	20.90	3.90
34409	10.80	5.96	34447	20.60	2.06	34485	21.90	0.82
34410	19.80	0.96	34448	15.80	6.75	34486	22.20	0.10
34411	11.50	0.21	34449	17.80	3.23	34487	18.50	0.13
34412	9.80	2.63	34450	18.00	13.74	34488	18.80	0.59
34413	12.70	4.73	34451	35.20	10.25	34489	17.50	1.54
34414	10.30	1.03	34452	27.30	25.66	34490	16.10	1.64
34415	11.00	1.15	34453	63.30	11.55	34491	25.50	5.83
34416	13.70	0.36	34454	42.80	2.83	34492	24.80	2.06
34417	8.90	0.00	34455	27.30	4.59	34493	21.60	0.50
34418	8.60	0.00	34456	27.30	1.85	34494	18.20	0.49
34419	8.10	0.01	34457	28.00	1.14	34495	14.10	0.72
34420	12.90	9.17	34458	22.50	2.42	34496	14.90	3.78
34421	10.00	1.04	34459	20.00	3.30	34497	13.40	2.98
34422	12.20	3.08	34460	18.80	6.02	34498	14.60	0.98
34423	9.00	4.64	34461	20.00	7.84	34499	12.90	2.53
34424	8.60	9.36	34462	27.00	6.03	34500	12.70	0.30
34425	26.00	3.50	34463	20.00	3.60	34501	13.70	0.23
34426	18.40	8.81	34464	18.50	2.72	34502	12.70	0.59
34427	23.50	4.21	34465	31.40	11.59	34503	13.70	1.53
34428	16.60	1.70	34466	25.70	28.94	34504	12.50	0.43
34429	18.00	4.14	34467	68.10	3.74	34505	12.70	2.77
34430	34.50	1.76	34468	29.20	3.14	34506	16.60	1.79
34431	16.10	3.27	34469	28.60	2.66	34507	14.60	0.19

<b>FECHA</b>	<b>CAFÉ MADRID m³/s</b>	<b>C.S.R.L PREC. mm</b>
34508	12.70	0.00
34509	11.70	0.00
34510	10.50	0.08
34511	9.80	0.04
34512	10.50	0.49
34513	9.80	1.65
34514	10.80	0.42
34515	12.20	2.23
34516	10.80	0.76
34517	11.00	3.58
34518	10.30	8.83
34519	21.70	9.41
34520	17.20	6.00
34521	19.20	5.12
34522	16.60	3.39
34523	13.70	0.92
34524	11.70	0.82
34525	11.70	0.52
34526	12.20	0.79
34527	12.70	2.82
34528	12.00	1.64
34529	11.20	1.44
34530	12.20	1.00
34531	11.70	2.40
34532	11.20	2.34
34533	12.20	0.30
34534	10.80	0.50
34535	11.20	0.38
34536	10.30	1.16
34537	10.30	1.21
34538	10.00	0.95
34539	9.50	0.00
34540	12.90	2.37
34541	9.00	0.03
34542	8.10	1.84
34543	10.80	3.46
34544	9.00	5.27
34545	9.00	0.34
34546	8.70	1.23
34547	9.50	2.08
34548	9.80	0.66
34549	8.10	0.00
34550	28.20	4.40

<b>FECHA</b>	<b>CAFÉ MADRID m³/s</b>	<b>C.S.R.L PREC. mm</b>
34551	9.30	1.03
34552	10.50	3.99
34553	11.20	2.43
34554	12.70	0.13
34555	8.40	0.24
34556	9.40	3.86
34557	10.80	1.49
34558	8.60	0.14
34559	8.60	0.09
34560	8.70	1.71
34561	10.90	4.06
34562	12.90	3.14
34563	9.30	1.02
34564	8.60	1.39
34565	9.20	1.19
34566	9.00	1.22
34567	14.20	3.43
34568	8.70	0.25
34569	9.20	3.63
34570	13.90	9.38
34571	16.60	1.49
34572	12.20	0.70
34573	16.40	7.06
34574	12.70	1.63
34575	9.80	1.30
34576	10.00	6.90
34577	12.70	6.01

## ANEXO D: SERIES SEGMENTO 4 ESTACIÓN CAFÉ MADRID

### SEGMENTO 4

SERIE DE CAUDAL ESTACIÓN CAFÉ MADRID  
CON LA SERIE DE LA C.S.R.L COMO VARIABLE EXÓGENA

FECHA	CAFÉ MADRID m <sup>3</sup> /s	C.S.R.L PREC. mm	FECHA	CAFÉ MADRID m <sup>3</sup> /s	C.S.R.L PREC. mm	FECHA	CAFÉ MADRID m <sup>3</sup> /s	C.S.R.L PREC. mm
33482	7.79	2.14	33520	9.30	3.49	33558	17.75	4.26
33483	5.21	2.23	33521	11.50	3.82	33559	17.75	4.69
33484	5.44	9.44	33522	11.50	5.37	33560	22.17	1.30
33485	11.87	3.75	33523	10.75	4.18	33561	19.17	1.25
33486	7.79	4.13	33524	10.37	2.77	33562	17.27	2.51
33487	7.63	0.88	33525	7.14	5.77	33563	15.14	1.81
33488	7.30	0.80	33526	11.12	17.88	33564	14.90	2.31
33489	6.98	2.04	33527	33.38	2.76	33565	14.90	3.96
33490	10.05	5.85	33528	16.32	10.06	33566	14.90	22.84
33491	5.32	0.00	33529	14.90	2.35	33567	33.38	3.82
33492	5.21	0.19	33530	11.87	0.18	33568	20.36	2.59
33493	4.99	0.00	33531	10.37	0.00	33569	18.70	3.65
33494	4.76	0.34	33532	9.81	0.47	33570	19.17	3.08
33495	4.54	0.39	33533	9.46	0.64	33571	21.55	0.31
33496	4.76	7.30	33534	8.27	0.00	33572	15.61	0.87
33497	4.99	18.19	33535	7.95	0.52	33573	15.38	0.82
33498	13.26	3.96	33536	7.30	0.65	33574	14.42	1.69
33499	10.80	0.50	33537	9.73	5.05	33575	13.71	0.07
33500	6.98	0.79	33538	10.94	6.37	33576	13.48	1.53
33501	7.30	1.60	33539	11.31	4.78	33577	14.19	1.84
33502	6.98	1.64	33540	11.31	6.21	33578	13.95	0.05
33503	6.98	4.45	33541	11.87	0.01	33579	13.48	0.00
33504	7.30	6.99	33542	10.37	0.91	33580	14.42	0.00
33505	7.63	6.30	33543	10.37	1.17	33581	13.00	1.27
33506	13.34	7.00	33544	9.14	0.10	33582	12.25	0.00
33507	13.02	8.60	33545	8.27	7.00	33583	12.44	0.00
33508	13.48	2.34	33546	12.06	21.04	33584	11.50	2.75
33509	15.00	2.29	33547	30.27	1.02	33585	11.87	3.97
33510	10.56	0.37	33548	11.69	1.36	33586	12.06	6.53
33511	10.75	0.40	33549	13.40	10.17	33587	9.63	2.22
33512	8.81	2.12	33550	14.90	10.67	33588	9.63	5.86
33513	5.44	0.66	33551	25.65	7.73	33589	12.25	0.74
33514	5.66	3.43	33552	21.08	3.92	33590	11.50	1.49
33515	5.78	0.89	33553	18.70	4.63	33591	10.19	0.00
33516	5.66	1.05	33554	18.46	2.86	33592	10.00	0.47
33517	5.32	3.92	33555	15.38	16.45	33593	9.44	0.00
33518	5.89	22.27	33556	31.77	8.01	33594	9.25	0.00
33519	9.63	1.69	33557	24.65	1.70	33595	9.09	0.00

<b>FECHA</b>	<b>CAFÉ MADRID m³/s</b>	<b>C.S.R.L PREC. mm</b>
33596	9.25	0.00
33597	9.09	0.00
33598	8.76	1.00
33599	8.93	0.23
33600	8.44	0.16
33601	8.27	0.05
33602	7.95	0.00
33603	7.30	0.00
33604	11.12	1.64
33605	10.05	4.00
33606	8.93	0.31
33607	8.93	4.33
33608	9.25	11.66
33609	10.94	1.84
33610	10.37	0.88
33611	8.44	0.00
33612	7.30	0.00
33613	6.98	1.55
33614	6.65	2.96
33615	8.44	0.02
33616	6.98	0.07
33617	6.32	0.03
33618	8.76	0.95
33619	6.32	0.00
33620	5.78	0.27
33621	5.89	0.24
33622	5.55	0.01
33623	5.55	0.36
33624	5.89	0.25
33625	6.65	0.99
33626	5.89	4.38
33627	10.75	3.26
33628	9.13	0.00
33629	6.00	0.01
33630	5.78	0.04
33631	5.55	2.63
33632	5.89	4.66
33633	12.06	8.12
33634	10.00	3.12
33635	8.11	0.03
33636	6.32	0.28
33637	6.00	0.06
33638	5.78	0.44

<b>FECHA</b>	<b>CAFÉ MADRID m³/s</b>	<b>C.S.R.L PREC. mm</b>
33639	5.78	0.44
33640	6.00	0.70
33641	5.55	0.92
33642	5.55	0.16
33643	5.78	0.65
33644	5.55	3.24
33645	6.32	11.12
33646	13.88	10.67
33647	17.12	1.31
33648	6.65	0.05
33649	6.00	0.00
33650	6.00	0.00
33651	6.00	0.00
33652	5.78	0.30
33653	5.89	4.55
33654	6.98	1.79
33655	6.00	4.28
33656	8.60	0.39
33657	7.46	0.59
33658	5.78	0.19
33659	5.55	0.00
33660	5.55	0.24
33661	6.00	0.64
33662	5.78	0.29
33663	5.89	4.14

## ANEXO E: SERIES SEGMENTO 1 ESTACIÓN MAJADAS

<b>SEGMENTO 1</b>		
<b>SERIE DE CAUDAL ESTACIÓN MAJADAS</b>		
<b>CON LAS SERIES DE SURATÁ Y TONA COMO VARIABLES EXÓGENAS</b>		

FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURATÁ PREC. mm	FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURATÁ PREC. mm	FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURATÁ PREC. mm
36161	10.55	0.22	36199	8.14	2.52	36237	9.39	2.32
36162	11.16	1.02	36200	8.93	4.24	36238	10.93	5.75
36163	9.78	1.31	36201	9.55	4.00	36239	11.08	1.20
36164	8.14	0.83	36202	10.70	3.08	36240	11.69	11.57
36165	8.61	1.31	36203	10.63	4.26	36241	11.31	4.29
36166	8.93	0.62	36204	10.32	1.40	36242	8.93	0.84
36167	8.45	0.00	36205	11.69	3.53	36243	8.61	1.54
36168	8.22	0.71	36206	11.54	3.09	36244	8.45	0.75
36169	10.32	3.78	36207	11.23	2.52	36245	8.30	1.02
36170	10.55	9.45	36208	10.93	6.62	36246	8.61	0.78
36171	10.09	2.43	36209	10.63	1.94	36247	8.14	1.57
36172	10.01	3.57	36210	12.44	8.12	36248	7.82	0.24
36173	9.39	0.38	36211	12.81	12.57	36249	7.98	3.53
36174	9.08	1.62	36212	12.74	14.27	36250	7.58	5.71
36175	8.77	0.82	36213	12.29	1.64	36251	7.50	8.57
36176	8.61	0.42	36214	11.84	0.77	36252	8.45	3.74
36177	8.93	0.11	36215	11.54	5.43	36253	8.45	3.86
36178	9.24	0.48	36216	11.23	3.71	36254	9.39	2.95
36179	9.08	0.66	36217	10.85	7.56	36255	10.17	11.99
36180	8.38	0.78	36218	11.69	2.56	36256	9.16	5.22
36181	8.77	1.83	36219	10.63	10.49	36257	16.12	9.66
36182	10.40	4.11	36220	10.70	8.08	36258	17.91	8.82
36183	10.47	0.99	36221	10.17	3.75	36259	16.12	11.56
36184	10.01	3.90	36222	9.32	0.64	36260	15.75	2.30
36185	9.08	1.41	36223	8.14	0.41	36261	13.93	2.91
36186	9.16	0.11	36224	7.74	0.03	36262	13.85	0.92
36187	8.77	0.09	36225	7.50	0.18	36263	13.93	0.13
36188	8.38	0.02	36226	7.18	3.92	36264	13.63	0.36
36189	7.74	0.00	36227	6.62	3.97	36265	18.63	0.53
36190	6.54	0.49	36228	5.71	0.37	36266	16.12	0.24
36191	6.70	0.52	36229	5.13	1.13	36267	13.19	0.01
36192	7.50	1.33	36230	5.46	0.38	36268	10.47	0.28
36193	7.18	1.62	36231	7.18	5.00	36269	9.39	0.41
36194	8.77	0.14	36232	7.10	5.55	36270	9.08	3.19
36195	8.45	2.43	36233	8.14	3.49	36271	7.34	0.99
36196	8.14	1.35	36234	7.82	5.43	36272	7.02	2.40
36197	7.82	3.25	36235	7.50	2.67	36273	7.18	1.81
36198	7.5031	1.805356	36236	8.38	0.68	36274	7.02	5.36

FECHA	MAJAD	SURATÁ	FECHA	MAJAD	SURATÁ	FECHA	MAJAD	SURATÁ
		PREC.			PREC.			PREC.
	m <sup>3</sup> /s	mm		m <sup>3</sup> /s	mm		m <sup>3</sup> /s	mm
36275	15.39	12.01	36319	5.88	3.29	36363	4.54	0.18
36276	13.19	13.35	36320	5.88	8.26	36364	4.19	0.53
36277	10.47	1.50	36321	6.21	6.55	36365	3.93	0.70
36278	10.40	3.65	36322	7.82	4.59	36366	3.67	1.63
36279	11.39	3.31	36323	8.30	0.38	36367	4.19	2.28
36280	10.47	8.45	36324	7.90	5.66	36368	3.93	1.40
36281	9.93	1.61	36325	6.04	4.49	36369	4.19	3.66
36282	8.93	5.10	36326	6.13	2.36	36370	4.02	3.63
36283	7.26	2.06	36327	7.82	2.37	36371	3.85	2.35
36284	7.02	11.37	36328	7.98	0.95	36372	4.02	4.97
36285	6.86	0.65	36329	7.66	0.46	36373	3.85	3.60
36286	7.18	0.74	36330	7.34	0.35	36374	3.67	4.80
36287	7.82	2.67	36331	7.02	0.77	36375	3.93	6.84
36288	7.18	6.95	36332	6.54	1.57	36376	5.13	1.39
36289	15.39	23.44	36333	6.37	2.02	36377	6.45	0.24
36290	26.93	2.32	36334	6.62	8.83	36378	5.71	0.38
36291	17.20	12.85	36335	7.82	7.86	36379	4.79	0.23
36292	15.39	9.27	36336	7.98	3.44	36380	4.19	0.61
36293	13.19	0.93	36337	7.66	5.56	36381	3.85	2.81
36294	11.69	1.02	36338	7.34	15.50	36382	3.85	0.67
36295	10.17	0.04	36339	7.02	3.14	36383	3.50	0.74
36296	10.01	0.26	36340	8.22	1.54	36384	3.67	2.29
36297	9.70	0.44	36341	7.74	3.36	36385	3.41	4.36
36298	9.24	2.32	36342	7.34	1.14	36386	3.50	1.23
36299	8.77	1.60	36343	7.02	0.55	36387	3.58	1.17
36300	8.45	2.83	36344	6.70	6.99	36388	3.85	1.61
36301	8.61	1.64	36345	6.54	0.19	36389	3.50	0.72
36302	8.93	3.09	36346	6.21	2.58	36390	3.67	2.48
36303	8.61	0.27	36347	5.88	5.52	36391	3.76	1.37
36304	7.18	0.18	36348	6.04	4.13	36392	3.50	4.60
36305	7.26	0.43	36349	5.88	1.73	36393	4.19	7.79
36306	8.14	0.75	36350	5.71	10.55	36394	4.54	4.87
36307	7.74	0.44	36351	5.38	1.77	36395	5.55	4.25
36308	7.42	1.58	36352	5.71	1.40	36396	5.21	9.82
36309	7.26	11.26	36353	5.71	4.94	36397	7.50	9.42
36310	7.26	3.81	36354	5.38	2.27	36398	8.14	5.98
36311	7.42	11.54	36355	4.79	0.25	36399	7.34	8.59
36312	7.02	0.31	36356	4.37	0.48	36400	7.02	4.88
36313	6.54	0.16	36357	4.71	0.50	36401	7.18	1.30
36314	6.54	0.15	36358	4.37	1.99	36402	6.86	1.22
36315	6.21	3.57	36359	4.19	0.29	36403	6.54	1.33
36316	5.96	0.86	36360	4.37	0.45	36404	6.54	8.81
36317	6.54	1.23	36361	4.54	1.17	36405	6.21	10.30
36318	6.21	0.42	36362	4.79	0.51	36406	7.34	4.40

FECHA	MAJAD	SURATÁ PREC.	FECHA	MAJAD	SURATÁ PREC.	FECHA	MAJAD	SURATÁ PREC.
	m <sup>3</sup> /s	mm		m <sup>3</sup> /s	mm		m <sup>3</sup> /s	mm
36407	7.82	2.09	36451	9.86	4.49	36495	13.93	6.95
36408	6.70	1.10	36452	10.01	1.65	36496	14.07	2.32
36409	7.34	0.17	36453	10.17	13.99	36497	13.19	3.61
36410	7.02	1.69	36454	11.76	5.15	36498	12.89	1.13
36411	6.70	2.79	36455	11.23	6.30	36499	12.59	2.00
36412	6.37	5.81	36456	11.39	8.89	36500	10.63	2.22
36413	6.21	7.24	36457	11.99	2.76	36501	10.78	0.13
36414	8.61	14.85	36458	11.84	2.87	36502	11.01	0.34
36415	13.19	9.80	36459	11.23	1.46	36503	10.70	0.24
36416	21.44	32.75	36460	10.93	3.79	36504	8.77	0.36
36417	16.84	6.64	36461	10.47	3.54	36505	8.69	2.86
36418	14.66	11.01	36462	10.17	6.38	36506	9.24	6.95
36419	13.19	1.88	36463	10.17	2.75	36507	9.16	3.87
36420	11.69	0.86	36464	10.17	3.61	36508	9.86	0.53
36421	10.47	0.70	36465	10.17	1.36	36509	9.39	0.20
36422	10.17	3.21	36466	10.32	4.87	36510	9.70	0.24
36423	9.47	2.77	36467	9.86	2.86	36511	8.93	0.68
36424	9.70	5.79	36468	9.24	0.63	36512	8.77	0.29
36425	9.39	7.60	36469	9.70	0.36	36513	8.45	0.02
36426	8.93	1.34	36470	10.01	14.89	36514	8.14	1.57
36427	8.61	4.05	36471	10.70	13.27	36515	7.98	0.30
36428	8.30	1.50	36472	11.23	6.02	36516	8.30	0.39
36429	7.98	11.71	36473	11.08	4.50	36517	8.45	0.89
36430	7.66	6.37	36474	11.69	5.61	36518	8.14	2.20
36431	7.34	13.51	36475	10.78	1.46	36519	7.82	4.30
36432	8.30	4.15	36476	10.17	13.13	36520	7.50	7.49
36433	7.98	19.60	36477	10.09	4.38	36521	7.82	0.64
36434	7.90	5.09	36478	10.47	3.77	36522	8.14	1.33
36435	7.82	3.69	36479	11.76	7.07	36523	7.82	0.02
36436	7.50	3.92	36480	11.69	3.72	36524	7.82	0.05
36437	7.74	16.26	36481	12.06	10.16	36525	7.34	0.00
36438	7.98	4.03	36482	13.93	9.86	36526	7.02	0.07
36439	8.61	7.17	36483	17.20	5.79	36527	6.54	0.62
36440	7.98	7.89	36484	15.39	4.82	36528	5.71	2.99
36441	7.66	7.50	36485	13.19	0.79	36529	6.54	16.87
36442	8.30	5.86	36486	10.47	1.24	36530	7.18	3.69
36443	8.77	3.52	36487	10.93	11.43	36531	7.02	3.42
36444	8.77	1.60	36488	11.91	8.47	36532	7.50	4.90
36445	10.32	1.54	36489	12.74	10.70	36533	8.14	4.94
36446	10.01	1.86	36490	13.93	1.52	36534	7.90	0.38
36447	9.55	1.63	36491	12.74	3.06	36535	7.50	0.17
36448	9.24	4.82	36492	12.22	1.65	36536	7.26	0.00
36449	9.55	5.54	36493	12.29	2.72	36537	6.94	0.05
36450	10.40	7.83	36494	11.69	10.41	36538	6.54	0.01

FECHA	MAJAD	SURATÁ PREC.	FECHA	MAJAD	SURATÁ PREC.	FECHA	MAJAD	SURATÁ PREC.
	m <sup>3</sup> /s	mm		m <sup>3</sup> /s	mm		m <sup>3</sup> /s	mm
36539	6.21	0.00	36583	8.93	3.39	36627	4.54	0.59
36540	6.54	0.25	36584	9.63	2.86	36628	4.19	0.28
36541	6.21	0.00	36585	9.78	6.21	36629	4.37	1.39
36542	5.96	0.20	36586	8.53	3.33	36630	6.54	1.50
36543	5.96	5.25	36587	8.14	1.19	36631	6.21	0.56
36544	6.29	0.02	36588	8.14	0.30	36632	5.71	1.22
36545	5.88	0.67	36589	7.50	0.20	36633	5.71	2.43
36546	6.04	0.10	36590	6.94	0.05	36634	5.38	4.14
36547	5.96	1.37	36591	6.21	0.15	36635	5.71	1.02
36548	5.88	5.25	36592	5.88	0.02	36636	5.38	0.32
36549	5.88	4.95	36593	5.63	0.02	36637	5.13	2.05
36550	6.37	11.64	36594	5.55	0.14	36638	4.88	0.71
36551	6.62	3.67	36595	5.71	0.28	36639	4.54	6.62
36552	6.04	0.77	36596	5.38	1.33	36640	4.45	0.49
36553	5.88	1.00	36597	5.46	3.97	36641	4.37	0.15
36554	6.04	1.52	36598	5.21	3.13	36642	4.96	0.09
36555	6.21	5.15	36599	5.21	0.03	36643	4.54	1.20
36556	5.88	8.16	36600	5.55	0.05	36644	4.62	1.22
36557	6.21	0.86	36601	5.38	2.68	36645	4.19	2.31
36558	5.88	0.07	36602	5.21	1.03	36646	4.37	1.35
36559	5.63	0.15	36603	5.05	0.86	36647	20.25	4.04
36560	5.55	1.03	36604	4.71	5.91	36648	4.54	0.93
36561	5.38	0.20	36605	4.28	0.30	36649	4.88	0.23
36562	5.55	0.03	36606	4.28	0.02	36650	5.38	4.38
36563	4.88	0.00	36607	4.71	5.60	36651	5.05	4.35
36564	4.71	0.00	36608	5.71	24.70	36652	4.71	1.17
36565	4.71	0.06	36609	6.54	4.34	36653	4.19	4.57
36566	4.37	0.81	36610	6.21	7.19	36654	3.93	2.93
36567	4.19	0.05	36611	5.88	10.12	36655	3.93	0.47
36568	4.37	0.65	36612	6.13	1.16	36656	3.93	3.89
36569	4.28	0.00	36613	5.80	0.05	36657	3.67	1.46
36570	4.11	0.00	36614	5.55	0.02	36658	3.85	0.38
36571	3.93	0.42	36615	5.21	0.74	36659	3.67	2.77
36572	4.19	2.25	36616	5.21	0.51	36660	3.50	1.95
36573	4.37	0.97	36617	5.71	1.04	36661	4.02	0.34
36574	4.71	1.04	36618	6.21	0.35	36662	3.85	0.01
36575	5.05	3.44	36619	5.71	0.88	36663	4.19	0.03
36576	5.38	8.26	36620	5.30	9.53	36664	4.37	0.16
36577	6.54	4.25	36621	5.38	0.82	36665	3.85	1.20
36578	6.21	6.85	36622	5.88	1.67	36666	3.76	10.87
36579	6.70	15.07	36623	5.63	1.71	36667	4.37	4.23
36580	7.18	16.43	36624	5.38	1.07	36668	4.11	4.98
36581	8.06	7.82	36625	5.13	0.09	36669	4.37	4.19
36582	7.34	18.20	36626	4.88	0.37	36670	4.11	0.88

FECHA	MAJAD	SURATÁ PREC.	FECHA	MAJAD	SURATÁ PREC.	FECHA	MAJAD	SURATÁ PREC.
	m <sup>3</sup> /s	mm		m <sup>3</sup> /s	mm		m <sup>3</sup> /s	mm
36671	4.88	2.65	36715	2.04	0.10	36759	3.67	1.71
36672	4.54	0.23	36716	1.85	0.05	36760	2.87	6.18
36673	4.02	1.22	36717	2.04	0.35	36761	3.67	4.12
36674	3.76	1.72	36718	2.04	0.69	36762	3.58	3.50
36675	3.50	2.26	36719	2.04	5.85	36763	4.28	0.55
36676	3.50	2.89	36720	2.22	6.20	36764	3.76	0.24
36677	2.96	3.86	36721	4.02	2.73	36765	3.50	0.30
36678	3.14	1.89	36722	3.67	3.99	36766	3.67	1.18
36679	2.96	0.58	36723	3.32	1.16	36767	3.58	0.27
36680	3.32	0.19	36724	2.96	0.86	36768	3.32	0.16
36681	4.02	0.41	36725	2.60	0.84	36769	3.67	1.12
36682	3.67	3.75	36726	2.22	1.44	36770	3.41	6.86
36683	3.85	1.19	36727	2.41	1.25	36771	3.76	4.00
36684	3.85	2.35	36728	2.22	2.37	36772	4.02	3.51
36685	3.50	4.40	36729	2.41	0.75	36773	3.67	9.41
36686	3.50	13.47	36730	2.22	0.62	36774	3.93	6.50
36687	4.02	4.33	36731	2.60	2.33	36775	3.67	4.48
36688	4.37	0.28	36732	2.96	5.37	36776	4.28	3.85
36689	4.02	0.29	36733	3.41	1.52	36777	4.71	5.18
36690	4.19	3.09	36734	3.50	4.68	36778	4.88	1.19
36691	4.37	1.14	36735	3.41	2.69	36779	5.30	3.20
36692	4.02	1.02	36736	3.93	8.81	36780	5.55	1.13
36693	3.85	3.03	36737	4.02	3.30	36781	4.88	1.96
36694	3.67	0.23	36738	3.67	0.10	36782	4.54	1.62
36695	4.02	3.87	36739	4.02	0.61	36783	4.88	1.35
36696	3.85	0.46	36740	3.85	0.44	36784	5.38	5.19
36697	4.37	0.24	36741	3.50	0.83	36785	5.05	0.29
36698	4.11	0.75	36742	3.85	1.02	36786	5.13	0.65
36699	4.11	3.53	36743	3.85	2.34	36787	4.37	2.06
36700	3.85	5.01	36744	3.14	0.72	36788	3.85	2.91
36701	3.76	3.83	36745	2.78	0.11	36789	3.67	2.44
36702	3.85	1.20	36746	2.96	0.98	36790	3.50	4.18
36703	4.02	1.82	36747	2.78	0.38	36791	4.19	29.11
36704	3.76	0.72	36748	2.60	0.22	36792	5.30	24.24
36705	3.76	1.29	36749	2.41	0.15	36793	6.21	9.11
36706	3.85	0.66	36750	2.60	0.39	36794	6.54	2.05
36707	3.50	8.60	36751	2.22	0.75	36795	6.21	2.78
36708	3.50	0.42	36752	2.32	1.76	36796	5.88	1.19
36709	2.96	0.39	36753	2.60	1.63	36797	5.80	4.43
36710	2.78	0.14	36754	2.41	1.05	36798	6.13	6.97
36711	2.78	0.51	36755	2.78	3.00	36799	6.86	2.56
36712	2.60	0.41	36756	2.60	0.65	36800	4.88	0.51
36713	2.32	5.17	36757	2.41	0.00	36801	4.54	3.99
36714	2.22	1.02	36758	2.22	0.31	36802	4.88	8.37

FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURATÁ PREC. mm
36803	4.71	0.40
36804	4.37	0.22
36805	4.02	0.28
36806	3.93	1.98
36807	4.71	2.86
36808	4.71	3.36
36809	4.28	0.30
36810	4.11	0.14
36811	3.67	0.41
36812	3.85	0.82
36813	3.76	2.17
36814	4.28	1.36
36815	4.28	0.84
36816	4.02	5.67
36817	4.54	1.59
36818	5.71	1.13
36819	5.46	0.61
36820	5.71	3.09
36821	5.71	2.58
36822	5.38	2.52
36823	6.13	2.32
36824	6.78	10.76
36825	7.18	14.27
36826	6.54	1.02
36827	7.98	2.44
36828	7.58	12.12
36829	7.18	0.82
36830	6.54	10.36
36831	11.69	13.36
36832	10.17	33.85
36833	9.39	3.25
36834	21.44	17.31
36835	16.12	3.07
36836	13.93	0.89
36837	12.51	3.65
36838	10.93	2.08
36839	10.09	4.60
36840	7.82	1.25
36841	10.47	4.02
36842	9.08	4.91
36843	8.45	2.10
36844	8.14	4.63
36845	7.82	0.15

FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURATÁ PREC. mm
36846	7.42	0.21
36847	7.02	4.96
36848	6.70	0.45
36849	6.54	0.14
36850	6.29	0.00
36851	6.04	0.00
36852	5.71	2.82
36853	5.38	0.64
36854	5.05	0.10
36855	4.71	0.16
36856	4.37	0.45
36857	3.93	1.45
36858	4.11	1.72
36859	3.50	0.35
36860	4.28	0.09
36861	4.19	0.48
36862	3.85	0.54
36863	4.02	0.48
36864	3.85	2.31
36865	3.67	0.45
36866	3.50	0.07
36867	3.14	0.25
36868	3.05	0.18
36869	2.96	0.00
36870	2.60	0.34
36871	2.41	0.12
36872	2.32	0.04
36873	2.50	0.12
36874	2.50	0.79
36875	2.22	0.78
36876	2.22	0.10
36877	2.41	0.00
36878	2.22	0.00
36879	3.85	5.64
36880	3.67	2.69
36881	3.50	0.76
36882	3.58	0.13
36883	3.32	0.08
36884	3.14	0.45
36885	2.69	2.13
36886	2.50	0.59
36887	2.41	0.60
36888	2.50	2.56

## ANEXO F: SERIES SEGMENTO 2 ESTACIÓN MAJADAS

<b>SEGMENTO 2</b>			
<b>SERIE DE CAUDAL ESTACIÓN MAJADAS</b>			
<b>CON LAS SERIES DE SURATÁ Y TONA COMO VARIABLES EXÓGENAS</b>			

FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURAT PREC mm	TONA PREC. mm	FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURAT PREC mm	TONA PREC. mm	FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURAT PREC mm	TONA PREC. mm
33664	2.91	0.00	0.00	33702	1.85	0.16	0.28	33740	10.66	0.38	1.71
33665	2.91	6.23	5.58	33703	1.85	0.45	2.33	33741	6.60	2.64	2.65
33666	2.91	0.35	0.61	33704	1.85	0.76	1.75	33742	5.60	1.59	4.50
33667	2.91	8.46	6.64	33705	1.85	0.12	0.60	33743	6.00	9.51	7.25
33668	2.91	0.00	0.00	33706	1.80	0.22	0.37	33744	6.20	4.58	5.59
33669	2.91	0.48	0.59	33707	1.80	0.00	0.00	33745	5.60	19.22	14.76
33670	2.91	0.03	0.03	33708	1.80	2.79	0.81	33746	16.68	4.19	5.80
33671	2.58	0.04	0.04	33709	1.97	12.43	6.58	33747	12.81	6.65	10.15
33672	2.58	0.00	0.00	33710	5.40	6.29	3.17	33748	14.74	6.50	7.38
33673	2.58	0.52	1.11	33711	3.35	1.91	2.38	33749	10.23	0.93	0.23
33674	2.58	1.13	1.92	33712	3.75	4.98	5.73	33750	8.29	0.20	0.47
33675	2.58	0.49	0.85	33713	2.95	4.29	5.19	33751	6.80	1.21	2.42
33676	2.58	0.67	1.07	33714	3.95	2.38	5.04	33752	6.20	5.62	3.18
33677	2.58	0.23	0.56	33715	2.67	2.77	4.85	33753	6.20	0.34	0.62
33678	2.58	11.73	10.38	33716	2.53	2.22	3.36	33754	5.20	7.77	2.68
33679	2.58	0.17	0.32	33717	2.53	2.47	4.89	33755	6.20	0.17	0.46
33680	2.58	0.00	0.00	33718	2.18	1.60	2.73	33756	5.60	1.29	2.16
33681	2.58	0.00	0.00	33719	2.04	1.03	3.20	33757	7.00	6.27	3.96
33682	2.58	0.45	0.79	33720	2.18	5.89	11.77	33758	6.20	2.53	2.43
33683	2.58	7.07	4.87	33721	2.25	3.24	4.65	33759	5.60	1.39	2.05
33684	2.58	0.07	0.12	33722	5.40	9.01	2.91	33760	5.00	0.21	0.45
33685	2.58	0.00	0.00	33723	4.79	4.43	1.88	33761	4.58	0.09	0.47
33686	2.58	0.00	0.00	33724	2.67	0.11	0.58	33762	3.95	0.51	2.44
33687	2.58	0.00	0.00	33725	2.53	0.22	1.60	33763	5.40	0.78	2.37
33688	2.58	0.15	0.16	33726	2.25	0.43	1.14	33764	5.60	0.99	2.14
33689	2.58	0.05	0.06	33727	2.11	2.13	3.49	33765	5.00	0.58	1.55
33690	2.58	0.00	0.00	33728	2.81	4.96	1.86	33766	5.20	0.88	1.41
33691	2.42	0.04	0.05	33729	3.15	10.81	12.82	33767	5.20	0.32	2.04
33692	2.42	2.21	1.81	33730	6.40	13.48	13.89	33768	5.40	0.11	0.29
33693	2.42	4.72	1.32	33731	5.80	7.14	4.31	33769	5.60	0.14	0.28
33694	2.42	0.01	0.01	33732	3.35	0.02	0.05	33770	4.58	2.17	0.48
33695	1.85	0.20	1.05	33733	2.81	0.15	0.34	33771	2.81	0.11	0.29
33696	1.85	0.30	0.42	33734	2.67	0.08	0.07	33772	2.95	0.74	2.10
33697	1.97	0.22	0.79	33735	2.39	2.14	2.54	33773	2.81	1.00	3.01
33698	1.85	0.49	1.11	33736	2.67	10.04	3.30	33774	2.53	9.71	10.95
33699	1.85	0.00	0.00	33737	5.00	2.76	3.78	33775	3.75	9.02	8.19
33700	1.85	0.07	0.13	33738	8.51	16.07	7.06	33776	3.15	0.03	0.08
33701	1.85	0.32	0.56	33739	20.98	17.06	13.42	33777	2.95	0.01	0.03

FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURAT PREC mm	TONA PREC. mm
33778	2.95	0.17	0.30
33779	2.81	1.65	2.56
33780	2.95	3.18	3.57
33781	2.67	1.55	3.15
33782	3.75	7.46	6.83
33783	3.35	0.27	0.74
33784	2.81	0.86	0.57
33785	7.86	11.48	5.52
33786	4.16	0.37	0.96
33787	2.95	8.65	12.07
33788	2.81	5.15	3.12
33789	3.15	1.02	0.66
33790	2.95	0.30	1.10
33791	3.15	0.93	1.68
33792	3.75	3.86	6.45
33793	3.55	1.01	3.22
33794	3.95	1.23	5.19
33795	3.15	1.80	2.45
33796	2.95	0.20	0.27
33797	2.81	2.58	2.06
33798	3.35	1.45	3.03
33799	3.95	2.96	6.02
33800	4.16	1.25	1.86
33801	3.15	0.89	0.27
33802	2.95	0.22	0.44
33803	3.15	0.01	0.04
33804	3.55	2.95	3.66
33805	3.15	2.14	5.67
33806	2.81	1.66	5.51
33807	2.53	6.25	5.46
33808	1.90	0.28	0.87
33809	2.95	0.25	1.09
33810	3.55	5.86	11.72
33811	3.35	0.81	1.14
33812	3.15	1.20	2.49
33813	3.15	1.12	2.18
33814	3.35	1.13	1.16
33815	3.75	0.67	0.21
33816	3.15	2.67	2.20
33817	2.95	4.11	7.98
33818	3.55	1.65	2.14
33819	7.00	0.56	0.36
33820	4.37	5.11	8.22
33821	4.37	1.05	3.31

FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURAT PREC mm	TONA PREC. mm
33822	3.75	2.96	5.44
33823	3.75	2.53	1.71
33824	3.55	1.11	0.97
33825	3.55	1.13	1.01
33826	3.35	7.94	5.58
33827	5.80	1.52	4.60
33828	5.00	1.67	3.98
33829	4.16	0.45	0.49
33830	3.55	3.00	2.32
33831	3.15	0.12	0.26
33832	3.15	0.13	0.27
33833	3.55	0.12	0.34
33834	2.81	0.00	0.00
33835	2.53	0.07	0.24
33836	2.25	0.50	0.21
33837	2.11	0.90	0.71
33838	2.95	0.00	0.00
33839	2.67	10.92	18.52
33840	4.79	0.75	0.75
33841	2.95	0.39	1.08
33842	2.53	4.12	2.37
33843	2.67	1.29	0.40
33844	2.67	2.68	3.93
33845	2.25	1.71	1.34
33846	2.25	3.13	1.87
33847	2.39	7.19	5.80
33848	5.80	0.60	1.20
33849	3.15	0.04	0.06
33850	2.95	0.35	0.74
33851	2.53	0.05	0.06
33852	2.25	0.00	0.00
33853	2.39	3.55	6.15
33854	2.39	0.68	3.29
33855	2.18	0.01	0.02
33856	2.25	0.06	0.16
33857	2.39	0.00	0.00
33858	2.39	0.06	0.06
33859	2.25	4.30	3.99
33860	2.04	0.91	1.91
33861	1.97	1.10	1.07
33862	2.18	8.81	6.98
33863	2.11	0.92	1.27
33864	2.25	1.30	0.44
33865	2.39	1.24	2.12

FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURAT PREC mm	TONA PREC. mm
33866	2.18	0.96	0.36
33867	2.04	1.53	0.38
33868	1.90	3.93	1.52
33869	1.85	2.63	3.40
33870	3.55	13.55	16.15
33871	4.16	4.60	2.03
33872	5.80	3.62	3.17
33873	4.16	1.57	1.97
33874	3.15	5.00	5.92
33875	2.95	1.40	2.83
33876	2.81	0.85	2.89
33877	2.67	1.23	1.31
33878	2.67	2.11	0.87
33879	2.39	0.15	0.23
33880	2.18	2.24	3.75
33881	2.04	0.72	1.78
33882	1.97	0.77	2.32
33883	1.85	4.03	5.89
33884	2.81	2.14	2.49
33885	4.16	0.26	0.47
33886	2.67	3.22	2.37
33887	2.81	3.77	1.43
33888	2.95	3.73	7.06
33889	2.81	0.00	0.00
33890	2.67	0.07	0.13
33891	2.39	0.37	0.65
33892	2.39	0.08	0.40
33893	2.18	7.42	6.51
33894	2.81	3.39	3.73
33895	2.81	2.41	2.48
33896	3.55	4.73	7.48
33897	3.35	0.35	0.66
33898	2.67	0.41	0.23
33899	2.53	0.28	0.44
33900	2.53	0.93	2.04
33901	2.67	3.94	4.16
33902	3.15	0.10	0.17
33903	2.39	0.84	0.81
33904	2.53	0.02	0.06
33905	2.67	2.24	0.87
33906	2.39	0.11	0.20
33907	2.39	0.02	0.06
33908	2.25	0.03	0.05
33909	2.18	0.00	0.00

FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURAT PREC mm	TONA PREC. mm
33910	2.11	0.03	0.04
33911	1.97	0.00	0.00
33912	2.04	0.23	0.26
33913	2.04	1.53	0.98
33914	2.39	9.49	7.39
33915	6.40	0.74	0.73
33916	2.67	0.08	0.10
33917	2.25	0.01	0.00
33918	2.25	0.17	0.30
33919	2.11	1.96	0.60
33920	2.53	8.82	4.58
33921	3.35	4.47	4.16
33922	6.00	5.90	6.98
33923	7.86	4.86	2.00
33924	5.40	6.10	3.43
33925	6.20	8.15	3.26
33926	10.66	4.64	4.31
33927	8.51	0.29	0.39
33928	5.40	0.43	0.80
33929	4.16	0.00	0.00
33930	3.35	7.19	7.85
33931	3.55	1.73	0.77
33932	3.35	1.90	0.37
33933	3.75	11.17	16.86
33934	7.22	5.43	3.15
33935	7.86	6.96	9.55
33936	5.40	26.60	29.37
33937	7.86	18.03	20.22
33938	8.51	0.49	1.03
33939	5.80	7.71	3.65
33940	7.65	10.17	6.87
33941	8.51	0.06	0.11
33942	5.80	2.12	2.61
33943	5.60	0.94	1.24
33944	5.20	0.24	1.06
33945	4.37	0.00	0.00
33946	3.95	0.89	0.21
33947	3.55	3.70	2.93
33948	2.81	7.15	6.54
33949	6.40	5.48	5.41
33950	8.29	4.82	6.51
33951	8.51	6.86	4.12
33952	9.65	4.47	1.92
33953	6.80	2.90	2.41

FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURAT PREC mm	TONA PREC. mm
33954	5.80	2.89	3.28
33955	7.65	0.45	0.73
33956	7.43	0.08	0.16
33957	5.80	0.00	0.00
33958	4.58	0.00	0.00
33959	3.95	0.67	1.13
33960	3.75	0.42	0.09
33961	3.35	0.42	0.09
33962	3.15	0.38	0.65
33963	3.15	0.00	0.00
33964	3.15	0.00	0.00
33965	2.81	0.00	0.00
33966	3.75	0.00	0.00
33967	2.81	0.16	0.17
33968	2.81	0.02	0.03
33969	2.81	0.13	0.15
33970	3.86	1.02	1.05
33971	3.72	0.04	0.12
33972	3.86	1.96	0.96
33973	4.00	2.05	0.51
33974	4.14	3.81	4.16
33975	5.57	5.70	9.50
33976	4.56	10.27	10.55
33977	6.89	1.23	0.82
33978	5.73	2.28	2.54
33979	4.56	0.01	0.02
33980	4.28	1.52	3.43
33981	4.57	0.42	0.62
33982	4.28	0.11	0.30
33983	4.00	1.74	0.34
33984	3.86	4.10	1.18
33985	4.70	2.57	4.42
33986	4.00	3.83	2.62
33987	5.26	1.34	0.71
33988	5.12	0.00	0.00
33989	4.14	0.00	0.00
33990	4.14	0.56	0.21
33991	4.14	0.29	0.97
33992	4.14	1.60	3.50
33993	4.00	0.14	0.15
33994	4.00	0.00	0.00
33995	3.86	0.00	0.00
33996	3.58	0.07	0.20
33997	3.58	0.37	0.44

FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURAT PREC mm	TONA PREC. mm
33998	3.44	0.00	0.00
33999	3.44	6.66	4.90
34000	3.72	0.69	0.94
34001	3.72	10.66	18.54
34002	4.70	5.08	13.36
34003	4.00	0.68	1.10
34004	3.44	0.01	0.00
34005	3.44	0.00	0.01
34006	3.16	8.19	12.51
34007	4.00	1.76	1.35
34008	4.28	3.62	2.94
34009	5.57	0.78	0.48
34010	4.14	0.01	0.03
34011	3.72	0.93	1.22
34012	3.44	0.54	0.70
34013	3.02	0.65	1.62
34014	3.02	0.10	0.10
34015	3.16	0.03	0.05
34016	2.88	4.33	4.92
34017	3.02	1.24	2.37
34018	3.02	0.24	0.75
34019	3.16	1.32	2.51
34020	3.02	0.07	0.08
34021	3.02	0.00	0.00
34022	2.88	0.01	0.01
34023	2.88	0.80	1.45
34024	3.02	0.29	0.44
34025	2.88	0.07	0.12
34026	2.88	0.45	0.96
34027	2.88	0.01	0.03
34028	2.74	0.02	0.04
34029	2.74	3.60	3.61

## ANEXO G: SERIES SEGMENTO 3 ESTACIÓN MAJADAS

<b>SEGMENTO 3</b>			
<b>SERIE DE CAUDAL ESTACIÓN MAJADAS</b>			
<b>CON LAS SERIES DE SURATÁ Y TONA COMO VARIABLES EXÓGENAS</b>			

FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURAT PREC mm	TONA PREC. mm	FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURAT PREC mm	TONA PREC. mm	FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURAT PREC mm	TONA PREC. mm
34394	8.48	0.73	2.11	34432	6.63	1.05	0.18	34470	15.00	5.85	5.13
34395	5.83	0.17	0.17	34433	5.20	0.02	0.04	34471	15.63	5.51	9.89
34396	5.83	0.90	1.14	34434	8.48	0.01	0.01	34472	15.00	10.40	11.84
34397	5.73	1.42	3.30	34435	9.77	0.86	2.50	34473	13.17	5.89	3.42
34398	5.67	0.25	0.42	34436	9.98	8.05	10.08	34474	15.00	0.58	0.52
34399	4.56	2.25	2.96	34437	9.44	1.85	1.02	34475	15.63	0.26	0.26
34400	3.93	0.11	0.23	34438	9.57	7.25	3.23	34476	13.17	2.12	3.62
34401	5.05	0.04	0.01	34439	9.98	3.73	1.39	34477	11.47	0.38	0.40
34402	4.21	0.00	0.00	34440	9.57	0.28	0.42	34478	8.95	5.87	9.25
34403	3.93	1.32	1.49	34441	10.46	0.16	0.24	34479	9.36	8.30	11.13
34404	3.79	1.62	3.75	34442	8.76	8.00	8.90	34480	11.78	6.64	7.13
34405	3.93	1.70	3.56	34443	8.19	4.95	1.43	34481	11.31	2.79	1.28
34406	4.14	2.71	4.17	34444	8.00	4.33	4.97	34482	12.09	1.03	2.39
34407	3.93	7.40	7.47	34445	8.84	17.48	12.75	34483	12.09	6.50	9.11
34408	4.21	3.26	1.35	34446	9.44	0.02	0.04	34484	11.66	2.31	3.57
34409	5.05	3.83	5.72	34447	8.27	3.24	1.62	34485	10.59	0.52	0.97
34410	4.28	0.61	0.84	34448	7.70	7.92	4.01	34486	9.36	0.06	0.19
34411	4.00	0.13	0.52	34449	7.24	7.39	1.12	34487	8.76	0.06	0.37
34412	3.93	1.51	3.07	34450	9.44	15.61	13.02	34488	8.38	0.30	1.06
34413	5.05	2.26	7.96	34451	14.05	8.55	11.26	34489	8.19	0.72	1.98
34414	8.48	2.09	0.73	34452	14.38	22.94	29.27	34490	7.43	0.65	2.57
34415	5.05	2.64	0.75	34453	17.20	17.38	11.83	34491	7.24	6.05	3.96
34416	4.14	0.86	0.18	34454	20.01	3.08	2.39	34492	7.18	0.56	2.36
34417	4.42	0.00	0.00	34455	16.80	5.63	4.55	34493	8.76	0.35	0.76
34418	4.63	0.00	0.00	34456	15.00	1.63	4.07	34494	7.62	0.17	1.13
34419	2.67	0.02	0.00	34457	15.21	1.66	0.81	34495	7.05	0.32	1.46
34420	6.23	10.37	8.81	34458	12.09	4.36	2.15	34496	6.89	1.39	3.70
34421	6.62	0.96	0.54	34459	11.94	4.30	2.27	34497	7.05	2.25	3.87
34422	5.05	3.93	2.68	34460	11.47	4.84	5.99	34498	6.89	1.82	0.85
34423	6.89	5.94	4.62	34461	9.16	4.75	9.04	34499	7.43	1.45	2.95
34424	8.95	10.43	12.18	34462	12.76	5.67	4.88	34500	6.55	0.12	0.53
34425	12.07	3.42	2.15	34463	11.47	5.60	3.16	34501	5.40	0.13	0.55
34426	9.64	3.94	8.48	34464	9.77	4.57	3.20	34502	5.40	0.30	0.65
34427	9.23	2.29	4.19	34465	8.57	9.11	18.50	34503	5.40	1.30	1.47
34428	11.39	3.06	2.33	34466	13.17	26.52	30.37	34504	5.57	0.20	0.58
34429	10.46	5.82	4.88	34467	21.59	2.41	2.87	34505	5.90	2.13	1.94
34430	8.48	0.47	0.94	34468	15.00	2.53	4.25	34506	5.90	1.32	1.46
34431	6.55	4.74	4.83	34469	12.97	1.11	2.52	34507	5.73	0.11	0.31

FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURAT PREC mm	TONA PREC. mm
34508	6.06	0.00	0.00
34509	5.73	0.00	0.00
34510	6.06	0.08	0.24
34511	5.40	0.05	0.14
34512	5.57	0.29	1.08
34513	5.40	1.73	1.55
34514	6.06	0.21	0.37
34515	5.90	1.43	1.61
34516	5.90	0.30	0.96
34517	5.40	3.35	3.44
34518	5.73	7.07	6.26
34519	6.72	7.90	5.88
34520	6.39	2.11	4.64
34521	5.89	3.66	2.81
34522	5.73	3.09	4.17
34523	5.90	1.51	1.00
34524	5.57	0.79	1.54
34525	6.06	0.23	1.19
34526	5.73	0.72	0.61
34527	5.40	1.19	2.87
34528	5.40	0.70	1.89
34529	5.26	0.85	2.08
34530	5.40	0.85	1.42
34531	5.57	2.60	2.36
34532	5.57	1.59	2.87
34533	5.40	0.15	0.58
34534	5.40	0.33	0.62
34535	5.26	0.24	0.58
34536	4.70	0.50	1.51
34537	4.56	0.71	2.45
34538	4.42	0.41	1.15
34539	4.28	0.01	0.00
34540	4.00	0.98	2.15
34541	4.00	0.01	0.01
34542	4.28	0.65	2.66
34543	4.00	3.10	2.85
34544	4.00	3.08	5.34
34545	4.00	0.18	0.50
34546	4.00	1.75	1.04
34547	4.00	3.19	1.48
34548	4.14	0.39	1.00
34549	4.00	0.00	0.00
34550	3.86	3.95	2.35

FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURAT PREC mm	TONA PREC. mm
34551	3.72	0.87	1.26
34552	3.72	1.56	4.52
34553	4.00	1.47	2.26
34554	3.72	0.17	0.11
34555	3.86	0.11	0.44
34556	3.72	2.18	2.30
34557	3.86	1.09	2.16
34558	4.00	0.09	0.14
34559	4.00	0.05	0.14
34560	4.28	0.91	2.19
34561	3.86	2.31	4.46
34562	3.72	1.48	2.88
34563	3.72	1.02	0.76
34564	3.72	0.69	1.37
34565	3.86	0.82	1.76
34566	4.00	0.59	1.47
34567	4.00	1.91	4.96
34568	3.86	0.06	0.12
34569	3.72	3.31	4.79
34570	3.72	8.71	11.87
34571	3.72	0.74	0.83
34572	5.57	0.71	1.03
34573	4.56	6.08	5.75
34574	3.72	0.85	1.14
34575	3.86	0.70	2.03
34576	4.00	3.39	7.03
34577	3.72	3.80	8.40

## ANEXO H: SERIES SEGMENTO 4 ESTACIÓN MAJADAS

<b>SEGMENTO 4</b>			
<b>SERIE DE CAUDAL ESTACIÓN MAJADAS</b>			
<b>CON LAS SERIES DE SURATÁ Y TONA COMO VARIABLES EXÓGENAS</b>			

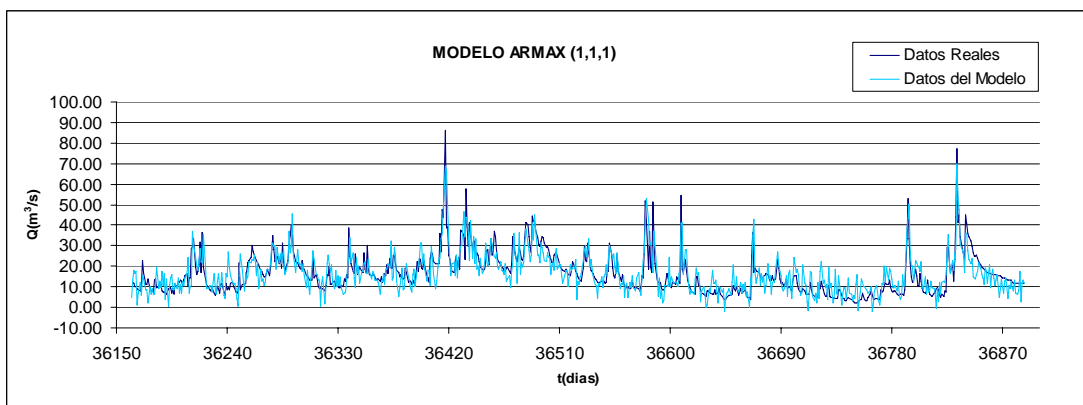
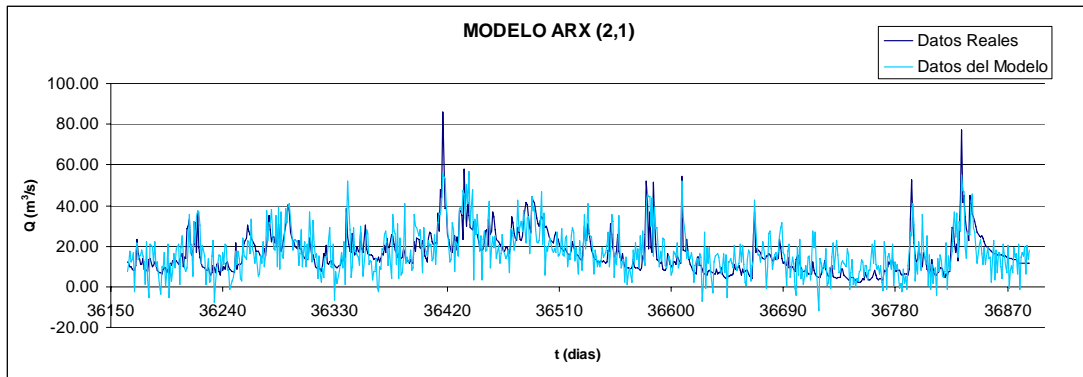
FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURAT PREC mm	TONA PREC. mm	FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURAT PREC mm	TONA PREC. mm	FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURAT PREC mm	TONA PREC. mm
33482	5.01	1.71	3.85	33520	6.87	3.61	5.21	33558	9.53	2.67	5.85
33483	5.01	1.49	4.60	33521	8.40	3.27	4.65	33559	10.72	6.29	7.40
33484	5.01	6.33	5.57	33522	7.01	5.09	4.92	33560	11.76	2.21	1.80
33485	5.13	4.18	3.70	33523	7.85	4.25	4.54	33561	10.87	3.00	0.66
33486	5.13	3.06	5.68	33524	7.71	3.33	2.58	33562	9.10	4.36	2.13
33487	6.74	1.54	0.71	33525	7.01	4.30	10.57	33563	8.54	1.75	3.28
33488	5.98	0.78	1.62	33526	17.18	19.33	15.22	33564	7.85	3.40	3.61
33489	5.86	1.30	2.87	33527	9.24	2.17	4.09	33565	9.10	3.73	8.28
33490	5.13	5.47	4.68	33528	9.53	8.50	8.09	33566	8.68	23.45	20.53
33491	5.13	0.00	0.00	33529	7.01	4.46	1.82	33567	11.47	3.24	4.11
33492	5.01	0.44	0.13	33530	6.46	0.06	0.12	33568	10.13	1.97	3.15
33493	4.77	0.00	0.00	33531	5.98	0.00	0.00	33569	9.98	2.24	3.68
33494	4.77	0.34	0.27	33532	5.37	0.22	0.93	33570	9.24	2.07	3.08
33495	4.75	0.70	0.40	33533	5.37	0.76	0.79	33571	8.40	0.11	0.13
33496	4.53	5.07	8.12	33534	5.37	0.00	0.00	33572	7.85	0.21	0.35
33497	5.49	16.46	21.02	33535	5.37	0.70	0.19	33573	7.15	0.55	0.60
33498	7.01	4.10	6.07	33536	5.37	0.27	0.33	33574	7.15	0.94	1.24
33499	7.85	0.56	0.79	33537	5.25	6.31	5.79	33575	7.15	0.03	0.08
33500	6.10	1.63	0.56	33538	6.46	4.39	5.82	33576	6.74	2.57	1.25
33501	5.61	2.05	1.67	33539	6.46	4.58	5.06	33577	7.99	3.32	1.88
33502	5.61	1.37	2.13	33540	6.87	5.99	7.10	33578	10.28	0.02	0.05
33503	5.86	3.82	4.07	33541	8.13	0.01	0.02	33579	7.85	0.00	0.00
33504	5.98	6.37	6.69	33542	5.86	2.31	0.24	33580	7.29	0.00	0.00
33505	7.15	7.24	9.43	33543	6.22	0.41	0.59	33581	6.74	0.62	0.67
33506	8.82	5.09	6.88	33544	5.73	0.23	0.05	33582	6.46	0.00	0.00
33507	8.54	12.06	8.01	33545	5.49	5.18	11.75	33583	6.34	0.00	0.00
33508	8.82	1.86	2.85	33546	5.49	30.76	15.96	33584	6.34	1.20	4.87
33509	7.57	1.69	1.71	33547	12.83	1.77	1.21	33585	6.22	4.28	3.56
33510	6.46	0.39	0.19	33548	7.15	2.87	0.87	33586	7.43	6.72	5.26
33511	5.98	0.12	0.52	33549	7.71	6.13	8.68	33587	6.46	1.39	3.65
33512	5.37	1.97	2.79	33550	8.40	15.86	10.65	33588	5.73	3.76	4.84
33513	5.61	0.62	0.70	33551	16.63	12.27	7.44	33589	7.15	0.78	1.61
33514	5.01	1.76	5.98	33552	14.07	5.16	4.72	33590	6.46	0.54	1.58
33515	5.01	0.72	1.09	33553	11.47	6.33	4.25	33591	6.34	0.00	0.00
33516	5.01	2.45	0.51	33554	9.53	2.62	4.73	33592	5.73	0.13	0.22
33517	5.01	2.93	6.90	33555	8.82	13.31	14.47	33593	5.61	0.00	0.00
33518	7.15	22.80	22.15	33556	12.21	6.14	9.46	33594	5.49	0.00	0.00
33519	12.52	1.35	2.42	33557	11.76	0.53	1.20	33595	5.13	0.00	0.00

FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURAT PREC mm	TONA PREC. mm
33596	5.13	0.00	0.00
33597	5.13	0.00	0.00
33598	5.13	0.66	0.51
33599	5.01	0.08	0.17
33600	5.01	0.19	0.19
33601	5.01	0.06	0.06
33602	4.89	0.00	0.00
33603	4.89	0.00	0.00
33604	4.04	2.75	0.91
33605	3.88	8.73	2.30
33606	3.88	0.16	0.69
33607	3.88	4.01	4.20
33608	3.72	10.58	9.32
33609	3.72	1.71	1.15
33610	3.72	2.15	0.29
33611	3.56	0.01	0.00
33612	3.56	0.00	0.00
33613	3.56	0.44	0.91
33614	3.39	1.65	3.24
33615	3.39	0.01	0.03
33616	3.39	0.04	0.09
33617	3.39	0.01	0.02
33618	3.39	2.37	0.35
33619	3.23	0.00	0.00
33620	3.23	0.33	0.13
33621	3.23	0.51	0.12
33622	3.23	0.01	0.02
33623	3.07	0.86	0.19
33624	3.07	0.43	0.12
33625	3.07	0.66	0.98
33626	3.07	3.62	5.21
33627	2.91	2.15	3.04
33628	2.91	0.00	0.00
33629	2.91	0.01	0.02
33630	2.91	0.02	0.06
33631	2.91	1.10	5.61
33632	2.91	4.51	6.15
33633	2.91	6.04	8.73
33634	2.91	2.80	3.97
33635	2.91	0.04	0.04
33636	2.91	0.17	0.21
33637	3.07	0.03	0.08
33638	2.91	0.12	0.21

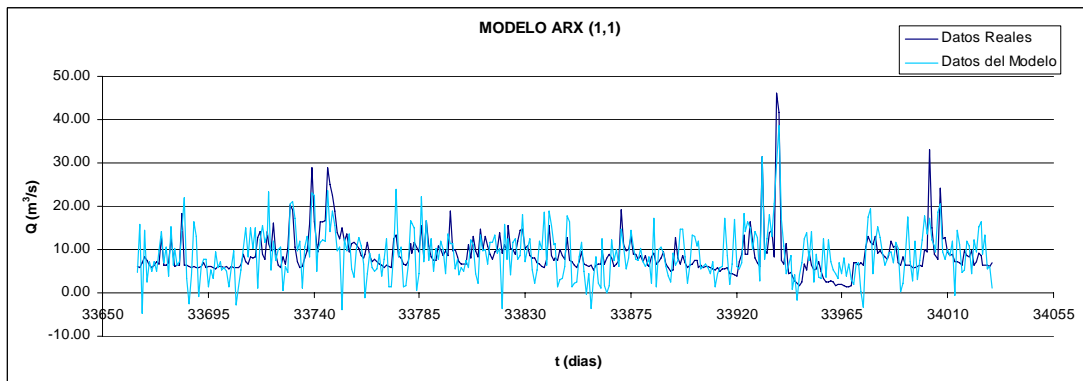
FECHA	MAJAD m <sup>3</sup> /s	SURAT PREC mm	TONA PREC. mm
33639	2.91	0.38	0.41
33640	2.91	0.32	0.85
33641	2.91	0.76	0.80
33642	2.91	0.08	0.16
33643	2.91	0.23	0.49
33644	2.91	1.53	4.70
33645	2.91	5.40	10.25
33646	2.91	5.59	9.67
33647	2.91	0.54	0.97
33648	2.91	0.02	0.16
33649	2.91	0.00	0.00
33650	2.91	0.00	0.00
33651	2.91	0.00	0.00
33652	2.91	0.51	0.14
33653	2.91	9.16	2.46
33654	2.91	2.16	1.48
33655	2.91	6.86	5.62
33656	2.91	0.69	0.40
33657	2.91	0.76	0.33
33658	2.91	0.07	0.08
33659	2.91	0.00	0.00
33660	2.91	0.20	0.23
33661	2.91	0.19	0.27
33662	2.91	0.68	0.17
33663	2.91	3.19	5.17

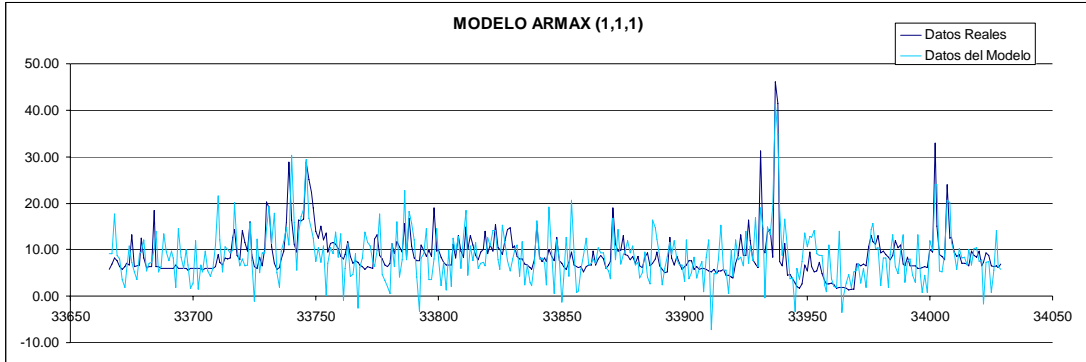
# ANEXO I: GRÁFICAS DE MODELOS OBTENIDOS PARA LA ESTACIÓN CAFÉ MADRID

## SEGMENTO 1:

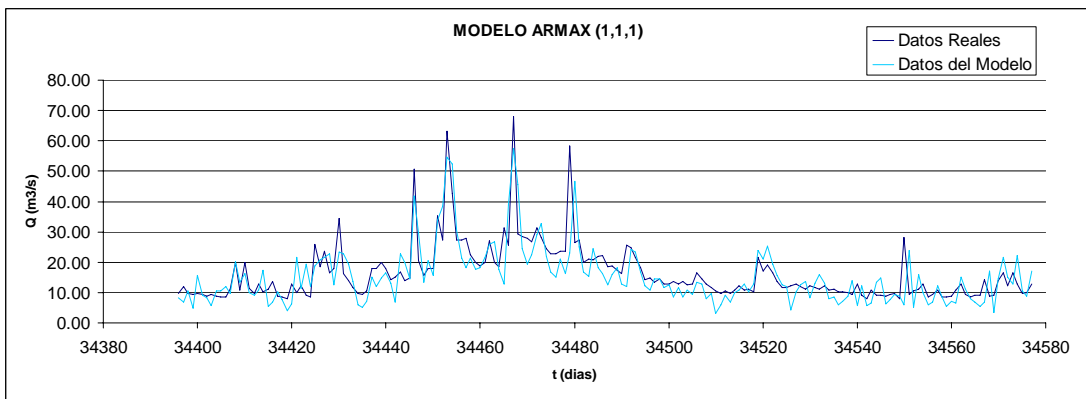
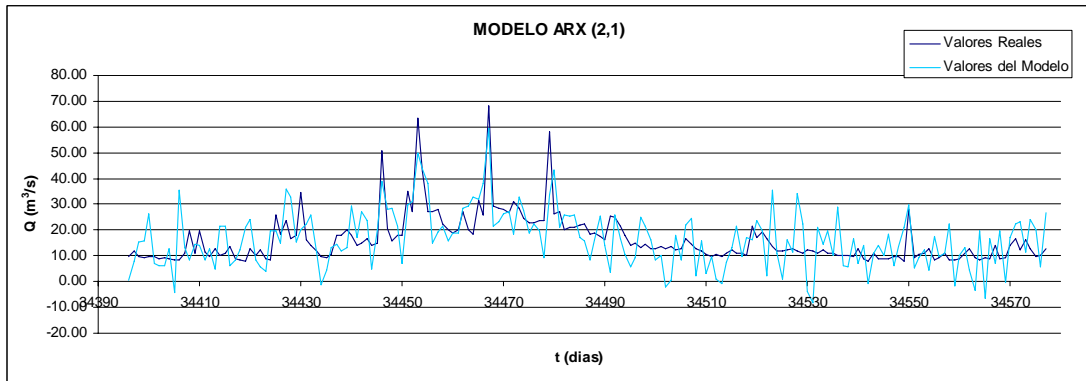


## SEGMENTO 2:

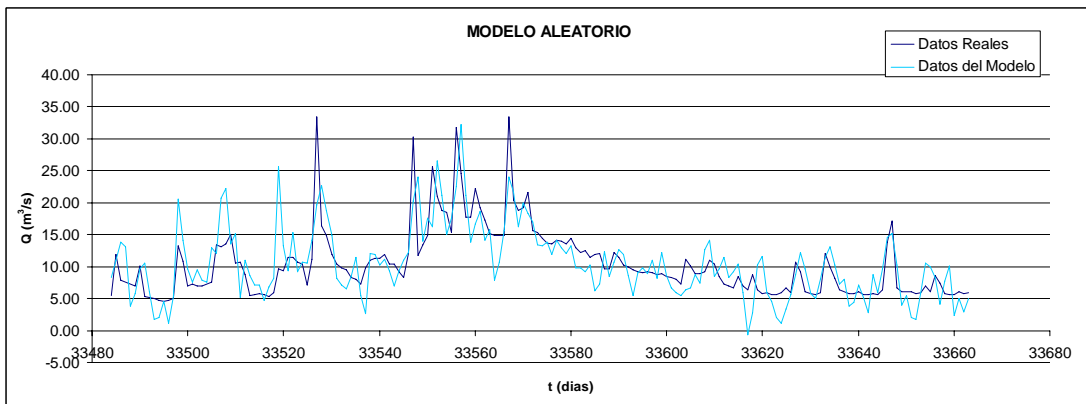
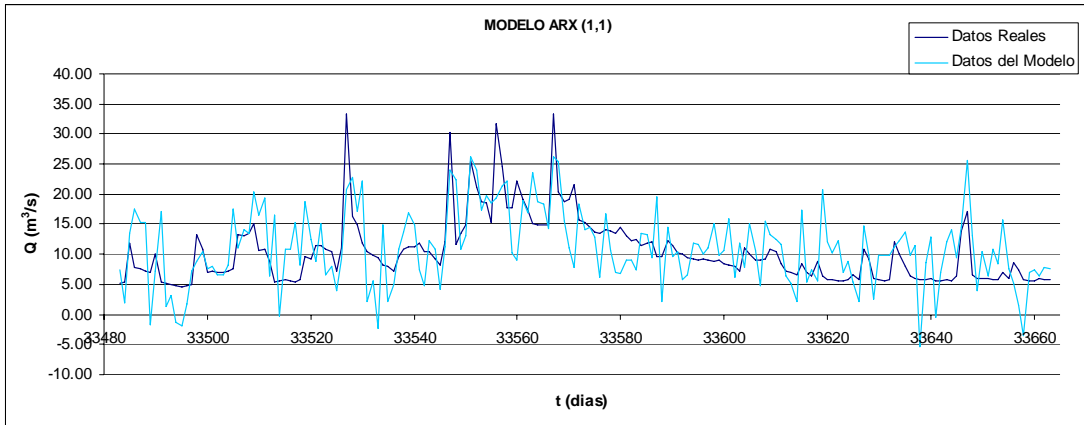




**SEGMENTO 3:**

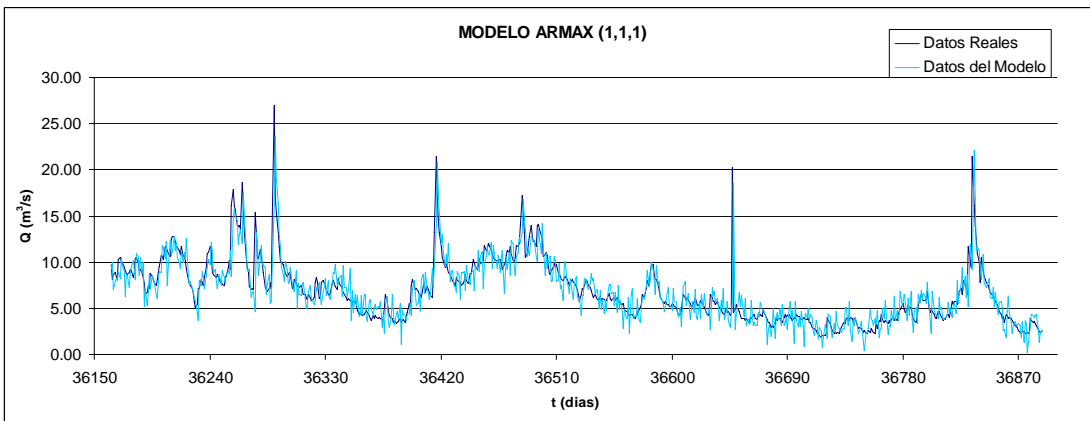
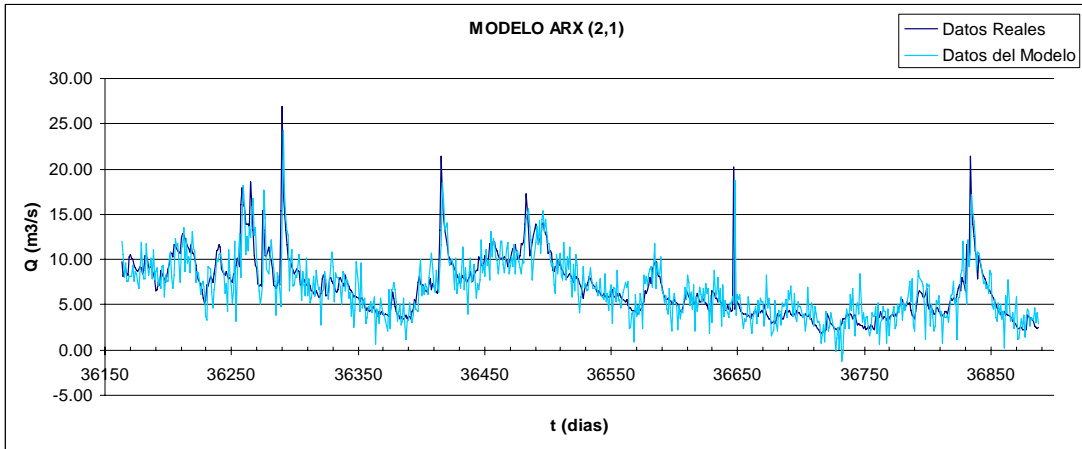


## SEGMENTO 4:

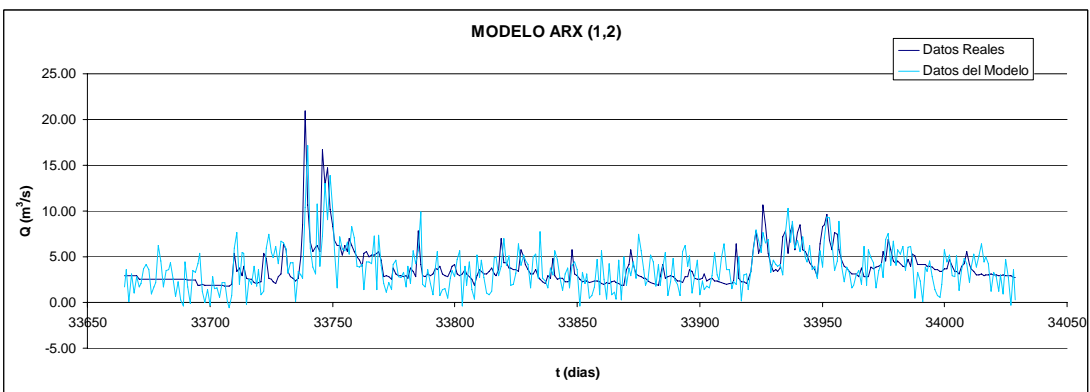


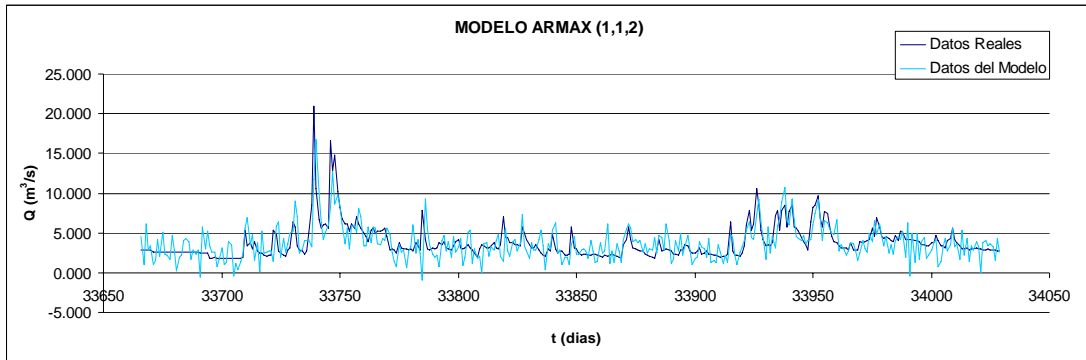
## ANEXO J: GRÁFICAS DE MODELOS OBTENIDOS PARA LA ESTACIÓN MAJADAS

### SEGMENTO 1:

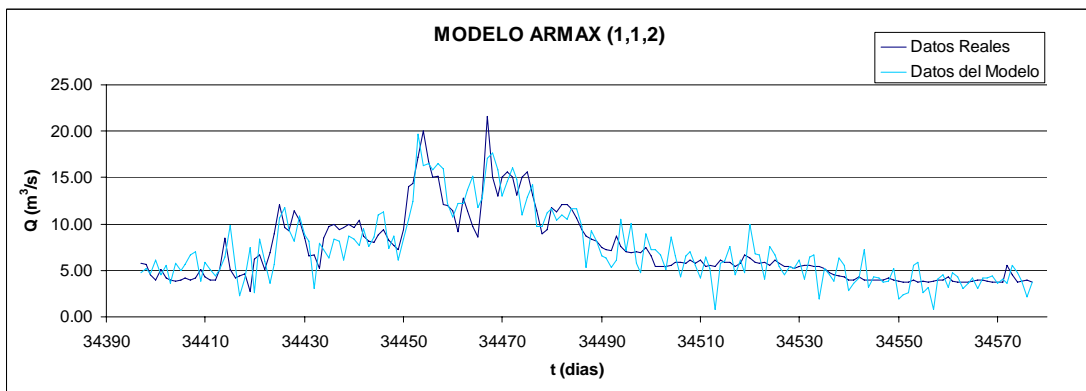
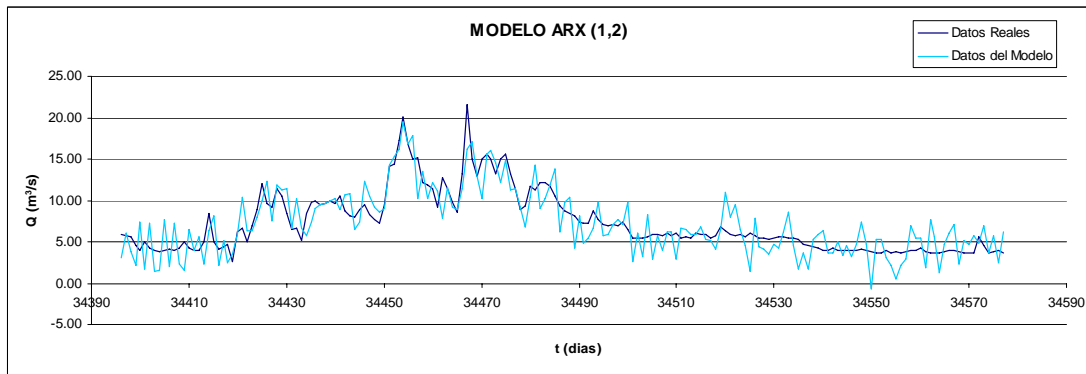


### SEGMENTO 2:





**SEGMENTO 3:**



## SEGMENTO 4:

