

TOMOGRAFÍA SÍSMICA EN EL DOMINIO POS MIGRACIÓN UTILIZANDO
GRILLA CARTESIANA REGULAR Y EVALUACIÓN DE LA TOMOGRAFÍA EN UN
MODELO PARAMETRIZADO DE VELOCIDADES ESTRUCTURAL

ANDREI LACHE SALCEDO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
BUCARAMANGA
2020

TOMOGRAFÍA SÍSMICA EN EL DOMINIO POS MIGRACIÓN UTILIZANDO
GRILLA CARTESIANA REGULAR Y EVALUACIÓN DE LA TOMOGRAFÍA EN UN
MODELO PARAMETRIZADO DE VELOCIDADES ESTRUCTURAL

ANDREI LACHE SALCEDO

Trabajo de Grado para optar al título de
Magíster en Geofísica

Director

Ana Beatriz Ramírez Silva

Doctorado en Ingeniería Eléctrica

Codirector

Flor Alba Vivas Mejía

Doctorado en Geofísica

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA DE FÍSICA

BUCARAMANGA

2020

*Dedico este trabajo a Dios, a mi mamá, mi papá, mis hermanos, Laura, mi familia,
mis amigos y todas las personas que me apoyaron en este proceso.*

AGRADECIMIENTOS

Un agradecimiento al grupo de investigación CPS y todos sus miembros. A mi Directora y Codirectora de Proyecto, Ana Beatriz Ramírez y Flor Alba Vivas, su apoyo fue incondicional y constante durante este proceso.

Extiendo también los agradecimientos a la escuela de Física de la Universidad Industrial de Santander por impulsar el programa de maestría en Geofísica, promoviendo la investigación en un sector en constante desarrollo.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	13
1. TOMOGRAFÍA EN DOMINIO POST MIGRACIÓN	16
1.1. Migración Pre-apilada en profundidad y en tiempo	17
1.2. Análisis de velocidad en migración MVA	23
1.3. Tomografía de reflexión	29
1.4. Tomografía PSDM	32
2. FORMULACIÓN MATEMÁTICA TOMOGRAFÍA PSDM	36
2.1. Inversión tomográfica PSDM	37
2.2. Resolución de grillas cartesianas	45
2.2.1. Modelo de velocidad inicial	46
2.2.2. Trazado de rayos	48
2.2.3. Puntos de control	49
2.2.4. Residuales de profundidad	50
2.2.5. Grilla de inversión	51
2.3. Construcción de matriz	51
2.4. Gradiente Conjugado	57
3. FORMULACIÓN TOMOGRAFÍA PARAMÉTRICA	61
3.1. Construcción modelo de velocidades VMB	61
3.1.1. Interpretación	61
3.1.2. Construcción modelo de velocidad VMB	63
3.2. Formulación matemática tomografía paramétrica	65

3.3. Construcción de la matriz operador Q	68
4. RESULTADOS	70
4.1. Tomografía PSDM cartesiana	70
4.1.1. Resultados obtenidos en ProMAX®	77
4.1.2. Resultados obtenidos implementando el código desarrollado	82
4.1.3. Comparación resultados	89
4.2. Tomografía parametrizada	91
4.2.1. Comparación resultados	93
5. CONCLUSIONES	96
5.1. Trabajo Futuro	96
BIBLIOGRAFÍA	98

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Arreglos utilizados para el procesamiento sísmico	18
Figura 2. CIG antes y después de la corrección RMO	20
Figura 3. Imagen PSTM	21
Figura 4. Imagen PSDM	22
Figura 5. Metodología MVB	24
Figura 6. Análisis de velocidad en Migración MVA.	26
Figura 7. Common Image Gather (CIG)	27
Figura 8. Error residual obtenido del CIG cuando el modelo de velocidad es más lento que el real	28
Figura 9. Error residual obtenido del CIG cuando el modelo de velocidad es más rápido que el real	29
Figura 10. Trazado de rayos en Tomografía	30
Figura 11. Perturbación de profundidad, genera una perturbación en el tiempo de tránsito	42
Figura 12. Diagrama del trazado de rayo	45
Figura 13. Resoluciones de las grillas involucradas en el proceso MVA	47
Figura 14. Modelo inicial de velocidad	48
Figura 15. Modelo de velocidad Hess	49
Figura 16. Proceso de inversión	51
Figura 17. picado de horizontes en una sección sísmica	62
Figura 18. Campo de velocidades en profundidad junto con la imagen sísmica interpretada	64

Figura 19.	<i>Framework</i> y asignación de velocidades a la estructura interpretada	64
Figura 20.	<i>Frameworks</i> interpretados	67
Figura 21.	Modelo inicial de velocidad utilizado en el primer ciclo iterativo MVA	71
Figura 22.	Flujos utilizados en ProMAX [®] para generar los <i>gathers</i> .	71
Figura 23.	<i>Gathers</i> obtenidos con el modelo de velocidad inicial.	71
Figura 24.	Flujo utilizado para generar el porcentaje de error residual RHO.	72
Figura 25.	Error residual en porcentaje calculado en ProMAX [®] para la iteración uno.	72
Figura 26.	Flujo para realizar el apilado de los CDPs.	73
Figura 27.	Imagen de apilado en profundidad sobre el modelo de velocidad Hess original.	73
Figura 28.	Flujo para generar el trazado de rayos.	74
Figura 29.	Flujo para escribir los archivos que contienen la información del trazado de rayos.	74
Figura 30.	Raydensity	75
Figura 31.	Flujo para realizar la tomografía PSDM en ProMAX [®] .	76
Figura 32.	Delta de velocidad resultado de la tomografía en ProMAX [®] .	76
Figura 33.	Delta de velocidad IT1 obtenido con el código desarrollado	77
Figura 34.	<i>Gather</i> y RHO obtenidos en la segunda iteración MVA	78
Figura 35.	<i>Gather</i> y RHO obtenidos en la tercera iteración MVA	78
Figura 36.	<i>Gather</i> y RHO obtenidos en la cuarta iteración MVA.	79
Figura 37.	<i>Gather</i> y RHO obtenidos en la quinta iteración MVA.	79
Figura 38.	Modelo inicial actualizado y delta de velocidad de la segunda iteración MVA.	80
Figura 39.	Modelo inicial actualizado y delta de velocidad de la tercera iteración MVA.	80

Figura 40. Modelo inicial actualizado y delta de velocidad de la cuarta iteración MVA.	81
Figura 41. Modelo inicial actualizado y delta de velocidad de la quinta iteración MVA.	81
Figura 42. Flujos de trabajo en ProMAX® para convertir una tabla de velocidades a un archivo <i>dataset</i> .	82
Figura 43. <i>Gather</i> y RHO obtenidos en la segunda iteración MVA	83
Figura 44. <i>Gather</i> y RHO obtenidos en la tercera iteración MVA	84
Figura 45. <i>Gather</i> y RHO obtenidos en la cuarta iteración MVA.	84
Figura 46. <i>Gather</i> y RHO obtenidos en la quinta iteración MVA.	85
Figura 47. Modelo inicial actualizado y delta de velocidad de la segunda iteración MVA.	86
Figura 48. Modelo inicial actualizado y delta de velocidad de la tercera iteración MVA.	86
Figura 49. Modelo inicial actualizado y delta de velocidad de la cuarta iteración MVA.	87
Figura 50. Modelo inicial actualizado y delta de velocidad de la quinta iteración MVA.	87
Figura 51. Residual observado del método de gradiente conjugado para la tomografía de la primera iteración.	88
Figura 52. Residual observado del método de gradiente conjugado para la tomografía de la quinta iteración.	89
Figura 53. Modelo de velocidad actualizado iteración cinco en ProMAX®.	90
Figura 54. Modelo de velocidad actualizado iteración cinco con código propio.	90
Figura 55. Imagen apilada de los <i>gathers</i> iteración cinco en ProMAX®.	90
Figura 56. Imagen apilada de los <i>gathers</i> iteración cinco con código propio.	90
Figura 57. Compartimentos utilizados para generar la tomografía paramétrica.	91

Figura 58. Delta de velocidad obtenido al realizar la tomografía por compartimentos.	92
Figura 59. Modelo de velocidad actualizado luego de realizar la tomografía por compartimentos.	93
Figura 60. Error entre el resultado de la tomografía paramétrica y el modelo original Hess.	94
Figura 61. Error entre el resultado de la tomografía PSDM tradicional y el modelo original Hess.	94
Figura 62. Imagen apilada de los <i>gathers</i> utilizando el modelo actualizado de la tomografía por compartimentos.	95
Figura 63. Imagen apilada de los <i>gathers</i> utilizando el modelo actualizado de la iteración cinco con código propio.	95

RESUMEN

TÍTULO: TOMOGRAFÍA SÍSMICA EN EL DOMINIO POS MIGRACIÓN UTILIZANDO GRILLA CARTESIANA REGULAR Y EVALUACIÓN DE LA TOMOGRAFÍA EN UN MODELO PARAMETRIZADO DE VELOCIDADES ESTRUCTURAL. *

AUTOR: ANDREI LACHE SALCEDO **

PALABRAS CLAVE: TOMOGRAFÍA DE REFLEXIÓN, PSDM, MVA, GATHERS CRP, RHO.

DESCRIPCIÓN:

Para generar una imagen sísmica en profundidad se requiere construir un modelo de velocidad que se aproxime a las velocidades reales en el subsuelo, con el fin de utilizarlo en la migración de los datos adquiridos y de esta manera focalizar la energía y ubicar los reflectores a una posición cercana a la real. La tomografía en el dominio pos migración en profundidad (PSDM) permite la construcción iterativa de este modelo de velocidades, utilizando los residuales RHO calculados a partir de los *gathers* CRP (*Common Reflection Point*) obtenidos en la migración. Este proceso se conoce como análisis de velocidades por migración o MVA (de las siglas en inglés *Migration Velocity Analysis*).

En este documento se analiza la teoría, se implementan algoritmos y se propone una nueva estrategia de tomografía en el dominio de la imagen (post migración) con datos de profundidad pre-apilados PSDM, incorporando información de los compartimentos interpretados durante el proceso de construcción del modelo de velocidad VMB (por sus siglas en inglés).

* Trabajo de investigación

** Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Director: PhD. Ana Beatriz Ramírez Silva, Codirector: PhD. Flor Alba Vivas Mejía

ABSTRACT

TITLE: SEISMIC TOMOGRAPHY IN THE POST-MIGRATION DOMAIN USING REGULAR CARTESIAN GRID AND EVALUATION OF TOMOGRAPHY IN A PARAMETERIZED MODEL OF STRUCTURAL VELOCITIES. *

AUTHOR: ANDREI LACHE SALCEDO **

KEYWORDS: REFLECTION TOMOGRAPHY, PSDM, MVA, GATHERS, CRP, RHO.

DESCRIPTION:

In order to generate a seismic image in depth, it is necessary to build a velocity model that approximates the real velocity in the subsoil, in order to use it in the migration of the acquired data and thus focus the energy and locate the reflectors at a position close to the real one. The tomography in the post-depth migration domain (PSDM) allows the iterative construction of this velocity model, using the RHO residuals calculated from the *gathers* CRP (textit Common Reflection Point) obtained in the migration. This process is known as MVA (*Migration Velocity Analysis*).

In this document the theory is analyzed, algorithms are implemented and a new tomography strategy in the image domain (post migration) is proposed with pre-stacked PSDM data, incorporating information from the compartments interpreted during the construction process of the VMB velocity model.

* Master Thesis

** Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Director: PhD. Ana Beatriz Ramírez Silva, Codirector: PhD. Flor Alba Vivas Mejía

INTRODUCCIÓN

La estimación de la velocidad del subsuelo a partir de datos sísmicos es relevante para la evaluación de estructuras geológicas que puedan tener un interés económico en la explotación de hidrocarburos (petróleo y gas), debido a que intervienen directamente en la construcción de las imágenes sísmicas en profundidad.

Las imágenes en profundidad pueden construirse al usar datos pre-apilados o pos-apilados, de esta manera se pueden posicionar los reflectores en la ubicación correcta tanto vertical como horizontal. Según Fagin ¹, existen cuatro ventajas adicionales al utilizar datos pre-apilados en profundidad (PSDM por su siglas en inglés) y son: 1) Posicionamiento vertical, 2) Posicionamiento lateral, 3) Resolución y 4) Diagnóstico del modelo de velocidad utilizado en la migración por medio del criterio de horizontalidad de los *gathers*.

La tomografía en dominio pos migración es un método ampliamente utilizado en la industria para construir imágenes sísmicas en profundidad ². Hace parte del proceso de análisis de velocidad en migración (MVA por sus siglas en inglés), el cual consiste en un proceso iterativo que involucra el picado de residuales en profundidad, trazado de rayos y la actualización del modelo de velocidad por medio de la inversión tomográfica con grilla cartesiana.

Existen diferentes herramientas comerciales para mejorar un modelo de velocidad

¹ Stuart. FAGIN. *Model-based depth imaging*. Society of Exploration Geophysicists, 1999.

² et al WOOWARD Martha. "A decade of tomography". En: *Geophysics* 73.5 (2008), VE5 -VE11.

por medio del análisis de velocidad en migración, pero se requiere un entendimiento de los diferentes parámetros involucrados en el proceso para su uso correcto y en algunos casos no se tiene el control de todos los parámetros porque la programación los asume internamente y no le permite al usuario final su modificación.

En este proyecto se analiza la teoría, implementan algoritmos y se proponen nuevas estrategias de tomografía en el dominio de la imagen (post migración) con datos de profundidad pre-apilados. Inicialmente se implementa el algoritmo de la tomografía en grilla cartesiana regular, se realiza una prueba con datos sintéticos y se comparan los resultados obtenidos con los resultados generados en una herramienta comercial. Adicionalmente, se propone un algoritmo de tomografía basada en compartimentos geológicos, derivados de la interpretación realizada durante el proceso de construcción de modelo de velocidad (VMB por sus siglas en inglés). Se asigna una función lineal de velocidad a cada compartimento y de esta manera se invierten los parámetros de la función.

El documento está organizado de la siguiente manera: En el capítulo 1 se presenta el concepto de la tomografía en dominio post migración y del análisis de velocidad en migración. En el capítulo 2 se formulan las ecuaciones matemáticas involucradas en la inversión tomográfica y en la construcción de la matriz operador, también se presentan las diferentes resoluciones dentro el proceso MVA y se explican los algoritmos utilizados para implementar la tomografía en grilla cartesiana regular. En el capítulo 3 se desarrolla la formulación matemática propuesta para la tomografía paramétrica y se presenta el algoritmo utilizado para implementar esta propuesta. En el capítulo 4 se exponen los resultados obtenidos de la tomografía cartesiana regular y se comparan con los resultados obtenidos del software comercial, adicionalmente se presentan los resultados obtenidos al implementar la tomografía paramétrica con

los datos obtenidos en la tomografía cartesiana. En el capítulo 5 se presentan las conclusiones y trabajo futuro de este proyecto.

1. TOMOGRAFÍA EN DOMINIO POST MIGRACIÓN

La tomografía se describe como un método de inversión que permite reconstruir una imagen. Proviene de la palabra griega "*tomos*" que significa corte o sección y la palabra "*graphein*" que significa escribir o dibujar. Por lo tanto, este método pretende describir la estructura de un objeto por medio de una colección de secciones que lo puedan representar.

Los métodos de inversión pretenden describir un objeto basado en las mediciones y observaciones asociadas a ese objeto. Como ejemplo podemos pensar en la situación cuando se identifica el cilindraje de un motor de carro con el sonido que éste produce. No se tiene una medición directa para conocer el cilindraje, pero el sonido que el motor produce puede ayudar a estimar el cilindraje del mismo. En el contexto de las imágenes sísmicas y modelos de velocidad, es posible construir un estimado de la distribución de velocidades en el subsuelo basado en las mediciones de tiempos de arribo o amplitudes asociadas a reflexiones o refracciones sísmicas.

De acuerdo con Jones ³ es posible realizar el proceso de tomografía antes de la migración (dominio de los datos) y después de la migración (dominio de la imagen). Para cada uno de estos dominios la información a invertir puede ser tiempo o profundidad (Cinemática), así como fase y amplitud (Dinámica). Por lo tanto, se tienen por lo menos cuatro datos observables para resolver el problema inverso de la tomografía sísmica.

³ Ian JONES. "Tutorial: Velocity estimation via ray-based tomography". En: *First break* 28.7 (2010), págs. 45-52.

1.1. Migración Pre-apilada en profundidad y en tiempo

La migración pre-apilada en profundidad (PSDM, por sus siglas en inglés) es utilizada comúnmente en zonas geológicamente complejas para mejorar la calidad de la imagen sísmica. En zonas menos complejas, es suficiente con realizar migración pre-apilada en tiempo (PSTM por sus siglas en inglés), pero esta técnica que se basa en asumir hipérbolas en los tiempos de arribo de acuerdo a la separación fuente-receptor, carece de la posibilidad de posicionar adecuadamente unidades geológicas que presenten cambios rápidos de velocidad lateral y/o vertical.

La migración pre-apilada en tiempo (PSTM), busca construir a partir de los datos sísmicos, una imagen del subsuelo en la cual el eje vertical es tiempo (No profundidad). Este concepto fue introducido por Claerbout ⁴ y desde entonces ha sido ampliamente utilizado en la industria de petróleo y gas, ya que es relativamente eficiente y requiere muy poca interacción de un intérprete durante el procesamiento de la misma ⁵. Esta escala vertical se define generalmente como el tiempo de viaje requerido a lo largo de una trayectoria vertical, sin tener en cuenta la ley de Snell en los cambios de velocidad que pueda atravesar la trayectoria. Sin embargo, para realizar una mejor estimación de la ubicación del yacimiento de hidrocarburos y para la perforación de los pozos de exploración, es claro que la imagen en tiempo debe ser convertida a una imagen en profundidad.

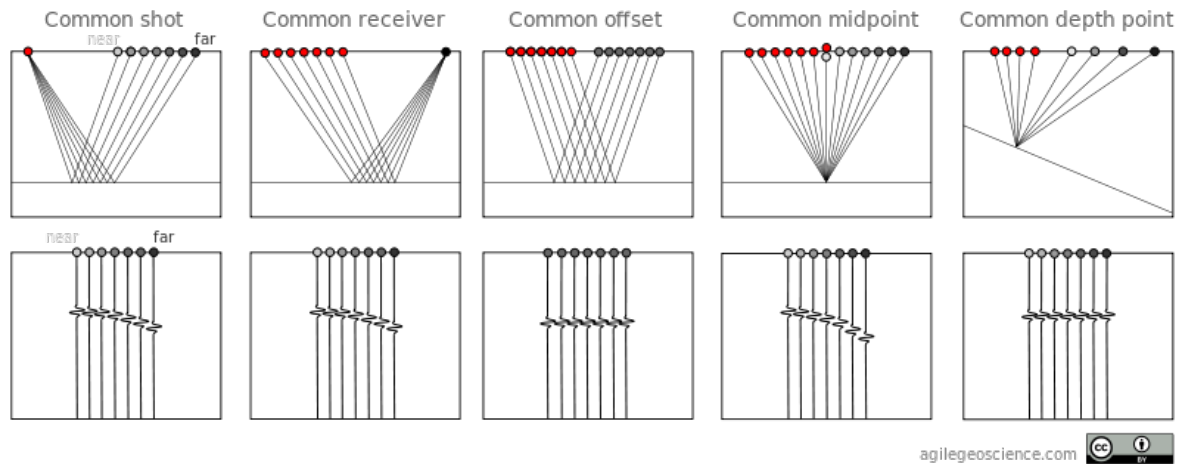
El primer paso durante la PSTM es arreglar los datos en secciones de punto común (*common-midpoint*), los cuales se configuran de acuerdo a las coordenadas de posi-

⁴ Jon CLAERBOUT. *Fundamentals of Geophysical Data Processing*. McGraw-Hill, 1976.

⁵ Etienne ROBEIN. *Seismic imaging: a review of the techniques, their principles, merits and limitations*. EAGE publications, 2010.

ción del emisor, del receptor y de un punto común entre los dos. La distancia entre Emisor-Receptor se define como *offset*, la cual es el eje central de la migración PSTM. Existen varias configuraciones adicionales (Figura 1), pero *common-midpoint* permite estimar el tiempo de tránsito para diferentes *offset* siempre y cuando no se tengan cambios laterales de velocidad (Suposición principal para generar una imagen PSTM). Después de migrados los datos, se pueden agrupar volúmenes del mismo punto común y generar los *common image gathers* - CIG.

Figura 1. Arreglos utilizados para el procesamiento sísmico.



Modificado de Agile⁶

Luego de obtener los CIG (Después de realizar la migración PSTM), se debe realizar una corrección (ecuación 1) para ajustar los tiempos de acuerdo a una velocidad promedio de las capas del subsuelo, así todos los eventos deben aparecer al mismo tiempo vertical, sin importar cual offset se esté utilizando (Figura 2). A esta corrección se le conoce como *Residual Moveout Correction* (RMO).

⁶ AGILE. www.agilegeoscience.com. 17 de Octubre, 2011.

$$T_{NMO} = \sqrt{T_0^2 + \frac{x^2}{v^2}} - T_0. \quad (1)$$

La principal diferencia entre la migración PSTM y PSDM, radica en el uso de campos de velocidades RMS (para la migración en tiempo) y velocidades intervalo (para la migración en profundidad) ⁷. De esta manera se generan funciones de tiempo de retardo para cada migración que dependen de la trayectoria de los rayos definidos en la migración. Biondi ⁸ define para la migración PSTM la siguiente función de tiempo de viaje.

$$t_D = \sqrt{\frac{t_\xi^2}{4} + \frac{|\overline{xy}_\xi - \mathbf{s}|^2}{V_{rms}(\tau_\xi, \chi_\xi, \gamma_\xi)^2}} + \sqrt{\frac{t_\xi^2}{4} + \frac{|\overline{xy}_\xi - \mathbf{g}|^2}{V_{rms}(\tau_\xi, \chi_\xi, \gamma_\xi)^2}}. \quad (2)$$

Y para la migración PSDM la función:

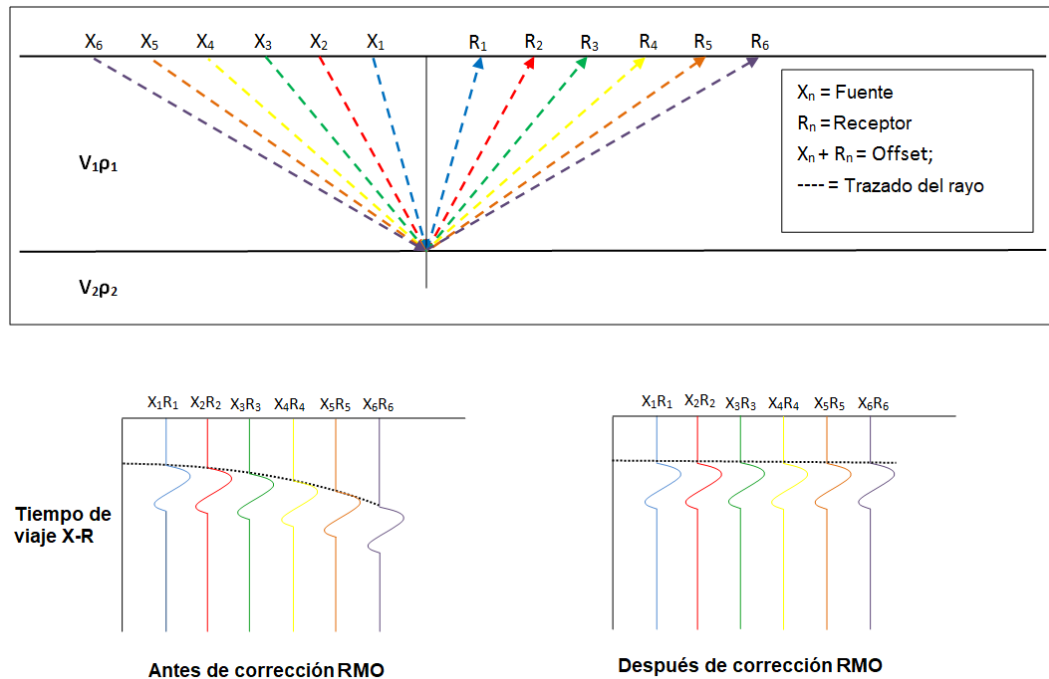
$$t_D = t_s[\xi, \mathbf{s}, v(z, x, y)] + t_g[\xi, \mathbf{g}, v(x, y, z)]. \quad (3)$$

⁷ William. BIONDI Biondo y SYMES. "Angle domain common image gathers for migration velocity analysis by wavefield continuation imaging." En: *Geophysics* 69 (2004), págs. 1283 -1298.

⁸ Biondo. BIONDI. *Concepts and applications in 3D seismic imaging*. Society of Exploration Geophysicists, 2007.

Donde, \mathbf{s} es la localización de la fuente, \mathbf{g} la localización del receptor, ξ la localización del punto de imagen, t_s el tiempo de retardo desde la fuente \mathbf{s} hasta el punto de imagen ξ , t_g el tiempo de retardo desde el punto de imagen ξ al receptor \mathbf{g} , $v(x, y, z)$ es la función de velocidad intervalo, $\overline{xy} = (\chi_\xi, \gamma_\xi)$ representa la proyección horizontal de las coordenadas del vector imagen y τ_ξ es el tiempo de viaje ida y vuelta.

Figura 2. CIG antes y después de la corrección RMO.



Modificado de Nwhit⁹

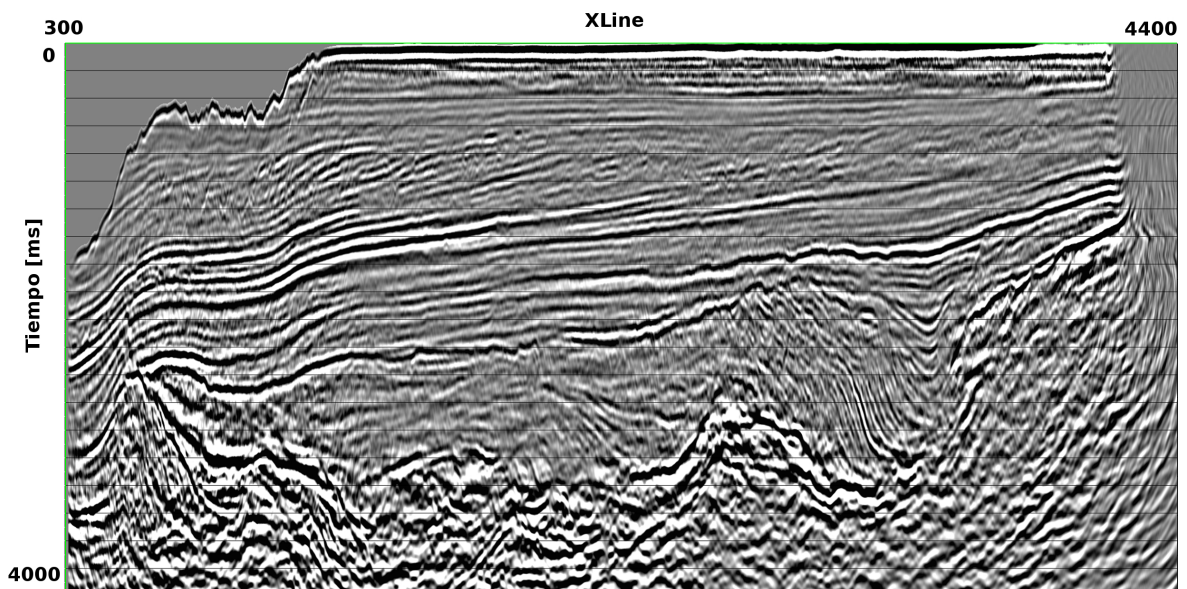
La migración PSDM utiliza el mismo principio visto en PSTM, el cual es aplanar los CIG, pero esta vez en profundidad y no en tiempo. Para esto se hace necesario contar con un modelo de velocidad de propagación adecuado, con el fin de enfocar correctamente los datos y producir una imagen en profundidad ⁸. Luego con

⁹ NWHIT. *NMO correction*. commons.wikimedia.org. 7 de Marzo, 2012.

la migración se busca eliminar los efectos de la propagación de las ondas desde la superficie hasta los reflectores y de regreso a la superficie utilizando diferentes maneras de resolver la ecuación de onda. Un método comúnmente utilizado en la industria es la migración Kirchhoff, la cual se basa en la teoría de las funciones de Green y en la solución integral de la ecuación de onda ⁸.

En la Figura 3 se puede observar una imagen luego de realizar migración pre-apilado en tiempo para datos sísmicos obtenidos de una mini cuenca en Colombia. Se pueden observar diferentes reflectores y tendencias de las estructuras referenciadas en el eje horizontal con el *crossline* (Xline) y para el eje vertical con el tiempo en milisegundos.

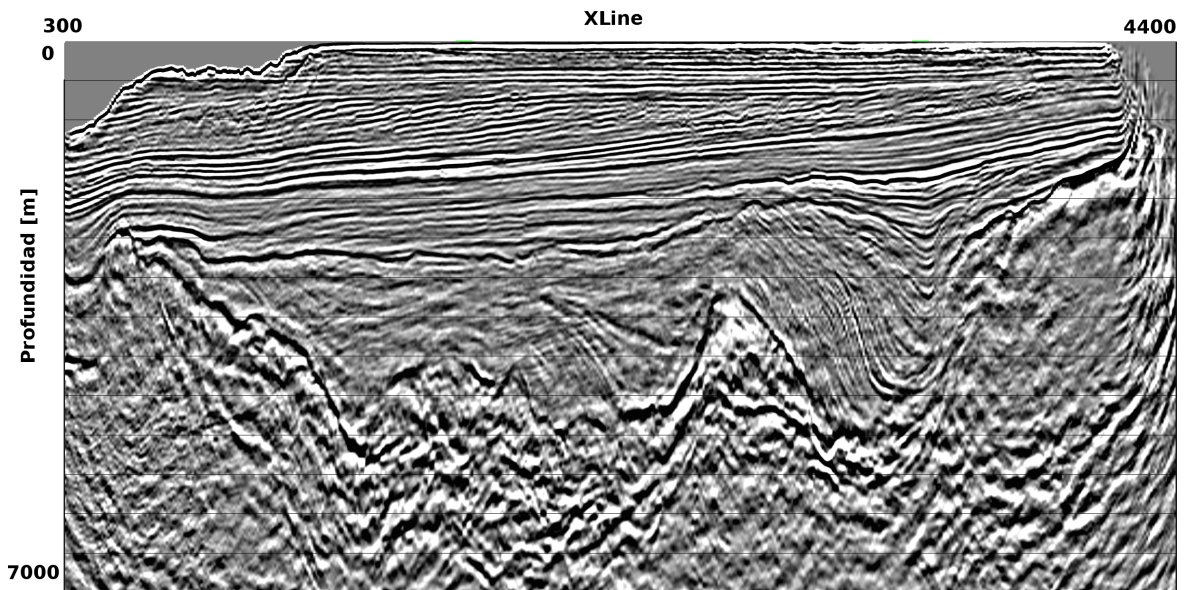
Figura 3. Imagen PSTM de mini cuenca en Colombia. (Vivas F., Comunicación personal, Agosto 09, 2018)



La Figura 4 representa la imagen obtenida luego de realizar migración pre-apilada en profundidad, en la cual se puede observar que la referencia del eje vertical es la

profundidad en metros. Esto permite posicionar de una mejor manera las estructuras geológicas del subsuelo al momento de realizar una interpretación.

Figura 4. Imagen PSDM de mini cuenca en Colombia. (Vivas F., Comunicación personal, Agosto 09, 2018)



Cuatro ventajas se pueden resaltar al obtener una imagen con PSDM sobre PSTM¹. La primera ventaja es el posicionamiento vertical, el cual mejora cuando el campo de velocidades es conocido y muy cercano al real, de esta manera la imagen en profundidad estará libre de distorsiones estructurales relacionadas con cambios de velocidad laterales. Otra ventaja es el posicionamiento lateral, Debido a que, si se cuenta con un modelo de velocidad adecuado, los eventos serán ubicados correctamente en su posición horizontal. La tercera ventaja es la resolución, que es mucho mejor en el caso de PSDM porque este método no asume correcciones hiperbólicas como si se realiza en una imagen PSTM. Finalmente, la cuarta ventaja se relaciona con el criterio de horizontalidad utilizado para la tomografía en dominio post migración, debido a que la imagen de profundidad provee su propio diagnóstico sobre el

modelo de velocidad utilizado en la migración. Este diagnóstico es el resultado de la misma migración en profundidad pre-apilada (PSDM), ya que cuando los eventos en el *gather* son horizontales, la imagen obtenida con ese modelo de velocidad será la misma para todos los *offsets*, y de esta manera se entiende que el modelo de velocidad utilizado es muy cercano al real.

1.2. Análisis de velocidad en migración MVA

De acuerdo a la sección anterior, las ventajas de realizar migración en profundidad pre-apilada tienen mayor relevancia comparada con la migración en tiempo, pero como también fue mencionado, para obtener estos buenos resultados es necesario contar con un modelo de velocidad lo suficientemente cercano al real. A partir de esta condición, radica la importancia de implementar una metodología que permita construir un modelo de velocidades adecuado para realizar la migración PSDM y aprovechar todas sus ventajas.

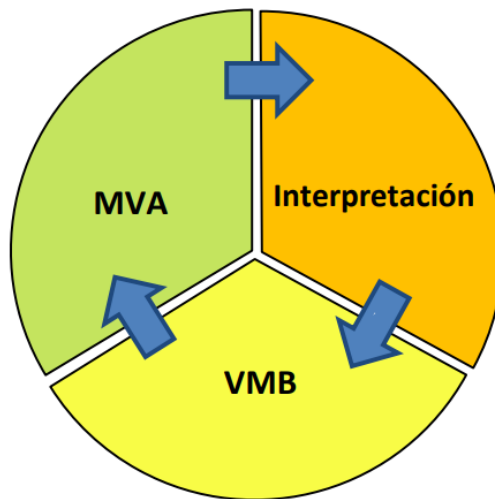
Un modelo de velocidad contiene información sobre la variación espacial de la velocidad de propagación de onda y se diferencia del campo de velocidad porque puede incorporar información estructural y litológica, lo cual lo convierte en una herramienta fundamental para mejorar la interpretación geológica de una imagen ¹.

Existen en la industria de la exploración del petróleo y gas diferentes metodologías para la construcción de un modelo de velocidades a partir de los datos sísmicos adquiridos, la mayoría de éstas implementan un modelo inicial y a partir de un proceso iterativo, actualiza este modelo hasta obtener uno más cercano a la realidad.

En el Instituto Colombiano del Petróleo (ICP), se utiliza una metodología iterativa

que abarca tres fases (ver Figura 5). La primera es el análisis de velocidad en migración (MVA por sus siglas en inglés *Migration Velocity Analysis*); la segunda fase es la interpretación y la tercera la construcción del modelo de velocidad (VMB de sus siglas en inglés *Velocity Model Building*).

Figura 5. Metodología iterativa utilizada para generar un modelo de velocidad.



Modificado de Becerra¹⁰

La primera fase depende de la calidad del modelo inicial utilizado y su cercanía con los datos reales ¹¹. En la segunda fase, se realiza una interpretación de las estructuras observadas en la imagen obtenida previamente, amarrando principalmente información de pozos disponibles en el área como lo es la columna litológica, profundidad vertical real (TVD por sus siglas en inglés *True Vertical Depth*), topes de

¹⁰ et al VIVAS Flor. *Manual de migración en profundidad PSDM 3D utilizando LDI*. Instituto Colombiano del Petróleo, 2016.

¹¹ Carlos BECERRA. *Análisis de incertidumbre en la velocidades de intervalo y en la posición de reflectores obtenidas por migración pre-apilado en profundidad (PSDM)*. Universidad EAFIT, 2010.

formación e inclinación local de las capas ¹². Finalmente, la tercera etapa utiliza la información previa para generar un nuevo modelo de velocidad ajustado a un marco estructural o *framework*, ya que según Faust ¹³, existen cuatro factores que generalmente representan la mayor parte de la variación de la velocidad en cualquier área, estos son la edad, la litología, la profundidad y la presión, los cuales pueden ser mejor representados utilizando un marco estructural.

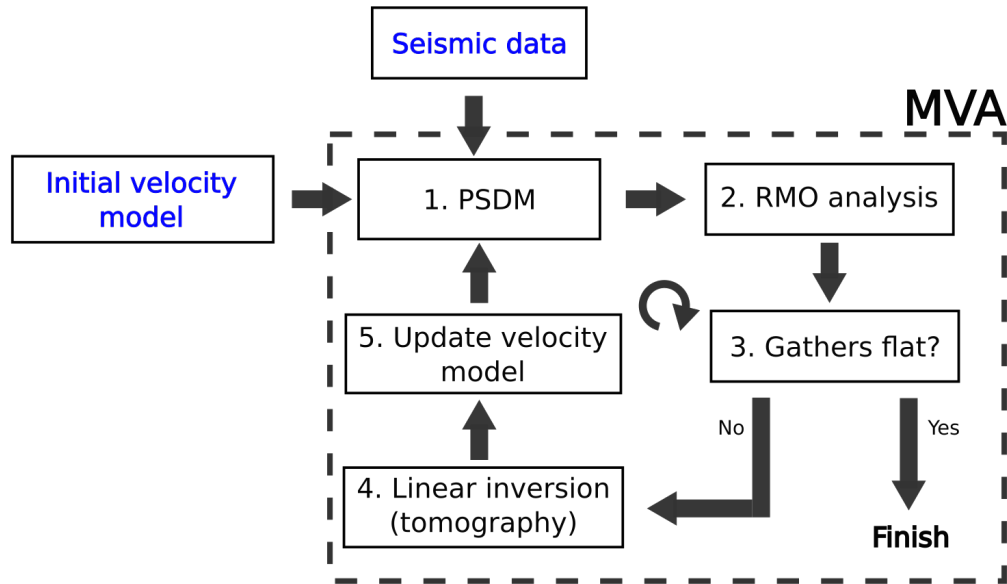
El interés de este proyecto se encuentra en la fase de análisis de velocidad en migración (MVA), la cual consta de cinco pasos como se puede apreciar en la Figura 6. Para el primer paso se utiliza un modelo de velocidad inicial e información sísmica como datos de entrada para la migración en profundidad pre-apilada como el primer paso, luego teniendo en cuenta la imagen obtenida se construyen los *Common Image Gathers CIG's* y se realiza un análisis de los errores residuales (RMO por sus siglas en inglés *Residual Moveout*).

Los CIG pueden entenderse como una “cuarta dimensión” ⁵, ya que referencian la profundidad de la imagen con la distancia de los *offsets* para cada punto de reflexión. Como puede apreciarse en la Figura 7, el volumen migrado se obtiene al realizar PSDM para cada sección de *offset* común con el mismo modelo de velocidad inicial. Un CIG es una sección del cubo, definida por una posición fija en superficie, de esta manera, si se utiliza un modelo de velocidad cercano al real, la CIG debe presentar los eventos planos (tal como se muestra en la Figura 7), independiente de

¹² Phil SCHULTZ. *The Seismic Velocity Model as an Interpretation Asset. Distinguished Instructor Short Course, Series No. 2.* Society of Exploration Geophysicists, 1999.

¹³ Li Yuan FAUST. “A velocity function including lithologic variation.” En: *Geophysics* 18 (1953), págs. 271-287.

Figura 6. Análisis de velocidad en Migración MVA. Modificado de Robein.

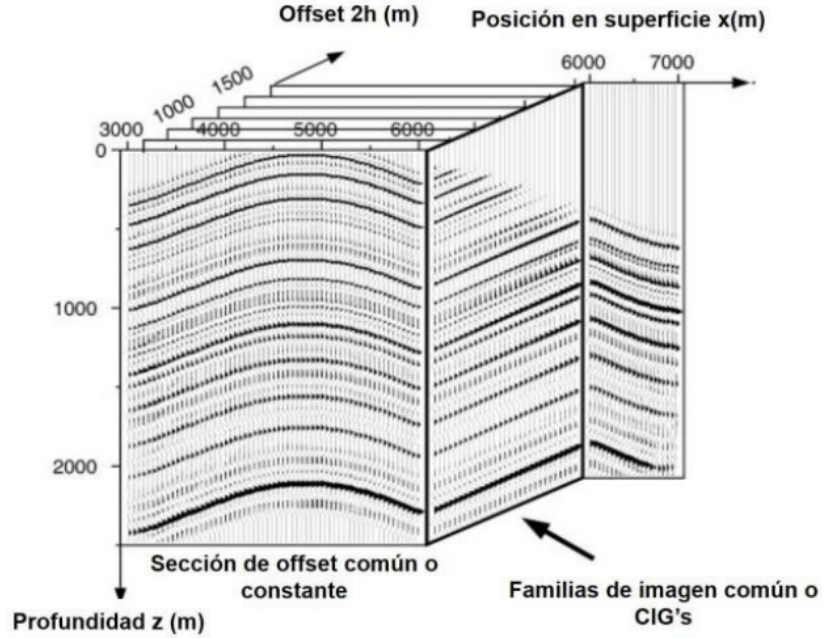


la estructura de los reflectores en la imagen migrada ¹⁴. Utilizando la información generada por los CIG's es posible realizar el siguiente paso (Análisis residual o RMO, por sus siglas en inglés *Residual Moveout*) teniendo en cuenta las variaciones en la profundidad de los eventos reflejados a lo largo de los *offsets*, lo cual, se convierte en una herramienta efectiva para definir que partes del modelo inicial se deben corregir para reducir estas variaciones y así mismo aplanar los eventos presentados en los CIG's después de la migración PSDM ².

El tercer paso, es precisamente un criterio de horizontalidad de los CIG's, que se define en cada proceso MVA. Para esto, es necesario comparar la profundidad de los eventos para cada *offset* Z_{event} , con una referencia $Z_{event.ref}$ (Usualmente la pro-

¹⁴ *et al* CHAURIS Hervé. "Migration velocity analysis from locally coherent events in 2-D laterally heterogeneous media, Part I: Theoretical aspects." En: *Geophysics* 67 (2002), págs. 1202-1212.

Figura 7. Common Image Gather (CIG). Modificado de Chauris.



fundidad del evento a cero *offset*). Como se puede observar en la Figura 8, cuando se utiliza un modelo de velocidad más rápido que el real, el resultado en el CIG será una curvatura hacia abajo respecto la profundidad de referencia y es este error en función del *offset* el que genera los residuales ΔZ , de acuerdo a la fórmula 4⁵. Por otro lado, cuando se utiliza un modelo de velocidad inicial más lento que el real, se obtendrá un CIG similar al observado en la Figura 9.

$$\Delta Z_{event} = Z_{event} - Z_{event.ref}. \quad (4)$$

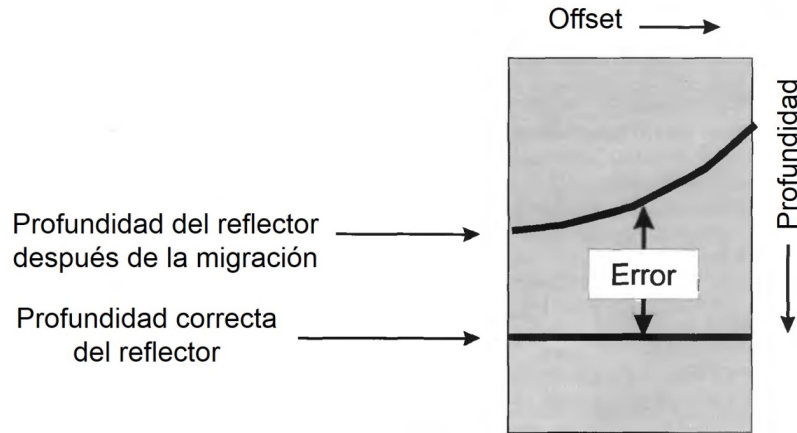
Cuando se utiliza el modelo de velocidad exacto en la migración, los ΔZ deben ser cero para todos los *offsets* en los CIG's, por lo tanto, si se supone un modelo de

velocidad cercano al real, el problema se puede linealizar asumiendo que pequeñas correcciones (perturbaciones) (dm_i) al modelo de velocidad inicial m_o generará una solución actualizada $m_{act} = m_o + dm_i$, de esta manera se puede plantear la siguiente ecuación 5:

$$\Delta Z_{event}(m_{act}) = Z_{event}(m_o) + \sum_{m_i} \frac{\partial \Delta Z}{\partial m_i} dm_i = 0. \quad (5)$$

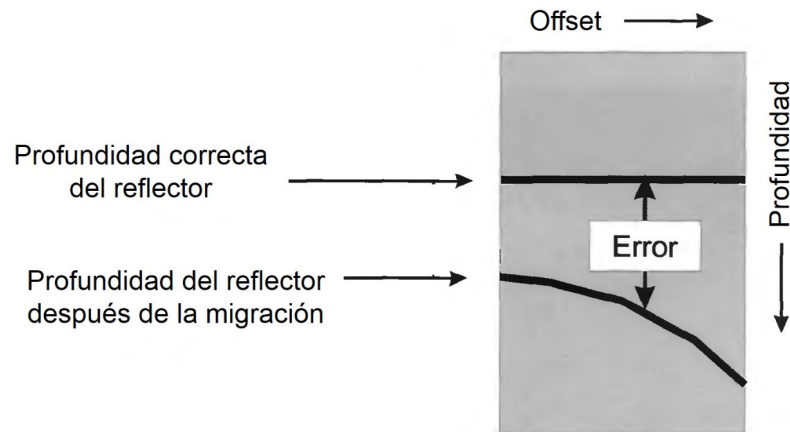
Donde $\frac{\partial \Delta Z}{\partial m_i}$ son los gradientes que definen el cambio de un residual obtenido ΔZ , en cualquier posición del CIG, si una perturbación dm_i es inducida en cualquier celda en el modelo de velocidad actual m_i ⁵.

Figura 8. Error residual obtenido del CIG cuando el modelo de velocidad es más lento que el real. Modificado de Fagin.



Una vez se realiza el análisis RMO para cada CIG, se utiliza esta información como datos de entrada para el siguiente paso, la tomografía PSDM basada en grilla regular cartesiana. La tomografía PSDM es un método de inversión iterativo en domino

Figura 9. Error residual obtenido del CIG cuando el modelo de velocidad es más rápido que el real. Modificado de Fagin.



de la imagen, que pretende encontrar el modelo de velocidad que mejor explica la sección migrada observada ¹⁵. En las siguientes secciones se profundiza en los métodos de tomografía de reflexión y tomografía PSDM.

Finalmente, se genera una nueva actualización del modelo de velocidad inicial y de esta manera se genera un nuevo dato de ingreso para una siguiente iteración en el proceso MVA.

1.3. Tomografía de reflexión

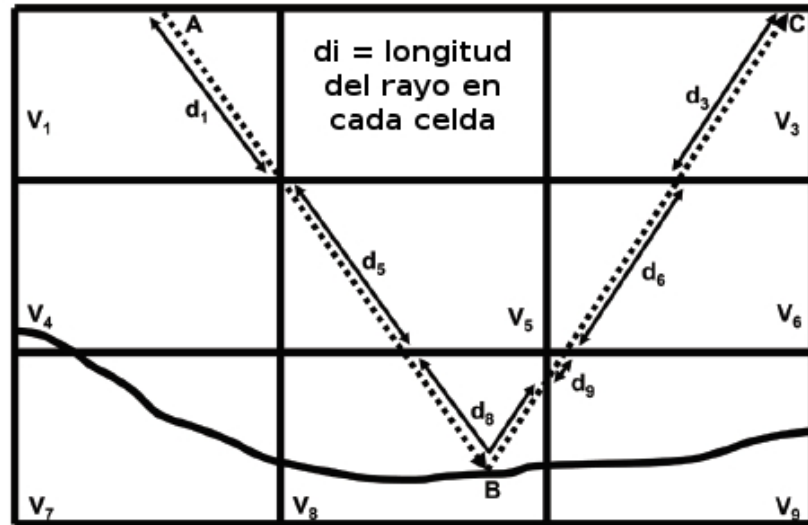
La tomografía de reflexión basada en trazado de rayos, genera un tiempo de viaje modelado para cada *offset* que se acerque al tiempo de viaje observado, y de acuerdo a esta información estima una distribución de velocidad a través de cada rayo en la configuración CMP (*Common Midpoint*). Con el fin de encontrar el modelo de ve-

¹⁵ Gerard. T. SCHUSTER. *Seismic Inversion*. Society of Exploration Geophysicists, 2017.

locidad, la tomografía busca resolver un sistema de ecuaciones simultáneamente ³.

En la Figura 10 se observa un modelo 2D del subsuelo que ha sido dividido en nueve celdas, cada una con velocidad constante (V_i , donde i es el número de celdas). El rayo inicia su recorrido en A, luego atraviesa varias celdas hasta llegar al reflector B y finalmente retorna a la superficie hasta el punto C, por lo tanto, existe un tiempo de arribo (t_{ABC} para el rayo ABC, el cual es la contribución de cada tiempo que tarda el rayo en pasar por las diferentes celdas del sistema. Este tiempo de arribo se puede encontrar utilizando la ecuación 6.

Figura 10. Imagen migrada del subsuelo dividida en nueve celdas con velocidades constantes, por donde atraviesa el rayo ABC.



Modificado de Jones³

$$t_{ABC} = \frac{d_1}{V_1} + \frac{d_5}{V_5} + \frac{d_8}{V_8} + \frac{d_9}{V_9} + \frac{d_6}{V_6} + \frac{d_3}{V_3}. \quad (6)$$

Un trazador de rayos se debe implementar previo al paso de la tomografía, con el objetivo de determinar las diferentes trayectorias y distancias de los rayos dentro de cada celda en el modelo. Con esta información, la tomografía busca resolver simultáneamente un sistema de ecuaciones usando la mayor cantidad de rayos que atraviesan el modelo, tal como se muestra en la ecuación 7.

$$t_i = \sum_{j=1}^N \frac{d_{ij}}{v_j} = \sum_{j=1}^N d_{ij}s_j. \quad (7)$$

Donde, t_i , es el tiempo de arribo total a través de la i -ésima trayectoria, d_{ij} es la distancia de la i -ésima trayectoria en la j -ésima celda del modelo de velocidad, v_j es la velocidad en la j -ésima celda (s_j es la lentitud, recíproca de la velocidad) y N es el número de celdas en el modelo. Otra forma de expresar la ecuación 7 es la siguiente:

$$\mathbf{T} = \mathbf{D} \mathbf{S}. \quad (8)$$

La ventaja de una notación matricial, es que como puede observar en el siguiente capítulo, la matriz \mathbf{D} contiene principalmente ceros como elementos, por lo tanto, se puede convertir al dominio disperso para minimizar el tamaño de almacenamiento y aumentar la velocidad de procesamiento al operar con la misma. Debido a que en la ecuación 8 se busca obtener el valor de la velocidad (en este caso \mathbf{S} es el inverso de la velocidad), se despeja la matriz \mathbf{S} , pero como en muchos casos la matriz \mathbf{D} no es cuadrada, no puede ser invertible, es por esto que se multiplica ambos lados de la ecuación por la transpuesta de \mathbf{D} , para formar una matriz de covarianza simétrica

y luego invertirla para despejar **S** (Solución pseudoinversa).

$$\mathbf{S} = (\mathbf{D}^T \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{T}, \quad (9)$$

la anterior ecuación se puede resolver de manera directa, pero únicamente es viable en casos donde la matriz **D** no tiene un gran tamaño. Para problemas que involucran datos sísmicos, usualmente la matrix **D** es de gran escala y por lo tanto deben implementarse otros métodos de resolución indirecta, tal como el gradiente conjugado, que resuelve de manera iterativa la ecuación 9 ¹⁶.

Con el fin de estimar las velocidades en el subsuelo, es necesario calcular la distancia de los rayos utilizando los tiempos de arribo y el valor de velocidad por cada celda (pero estas velocidades son la que se deben calcular), es por esto que se debe utilizar un modelo de velocidad inicial en la tomografía por reflexión.

1.4. Tomografía PSDM

Las ventajas de la tomografía de reflexión es que el método es ampliamente conocido y una vez se determinen los datos de entrada, es relativamente sencillo y rápido encontrar el modelo de velocidad. Por otro lado, Las desventajas de la tomografía de reflexión, provienen del hecho que los datos en el dominio pre migración se encuentran usualmente distorsionados por efectos de la propagación de ondas, haciendo

¹⁶ Jhon SCALES. "Tomographic inversion via the conjugate gradient method". En: *Geophysics* 52 (1987), págs. 179 -185.

que el picado de tiempos de arribo sea un proceso tedioso y problemático ¹⁷. Estas distorsiones ocurren principalmente en áreas de complejidad geológica (cada vez más comunes en la exploración de hidrocarburos).

Las ventajas de la tomografía PSDM corresponden a las desventajas de la tomografía de reflexión. En el dominio post migración generalmente los datos tienen menos distorsiones, ya que es corregida mediante la migración, de esta manera el análisis de los datos es más eficiente y menos susceptible al ruido ⁸. Adicionalmente, es más sencillo para un intérprete leer los datos en el dominio post migración, permitiendo un control de calidad más eficiente.

La migración PSDM contiene imágenes redundantes del subsuelo, una imagen para cada *offset* respectivamente. La variación de profundidad de eventos a través de los *offsets* se conoce como el residual RMO. Cuando el RMO es nulo o muy bajo, el modelo de velocidad optimiza el posicionamiento y ubicación de los eventos, por el contrario, cuando existe RMO, se pueden trazar rayos a través del modelo para determinar cuáles partes del mismo deben modificarse para aplanar los residuales y mejorar la resolución. La tomografía PSDM genera y resuelve ecuaciones que involucran los rayos trazados y los RMO observados para generar un modelo que aplane estos residuales en los CIG's ².

Existen tres componentes básicos en la tomografía PSDM basada en rayos. El primero son los datos observados (los residuales RMO), estos se pueden encontrar utilizando técnicas de picado automático para cada *offset* de cada CIG, o utilizando una ecuación general para modelar el resultado de estos residuales a partir de la in-

¹⁷ Christof. STORK. "Reflection tomography in the postmigrated domain." En: *Geophysics* 57 (1992), págs. 680 -692.

formación obtenida en los primeros *offsets*. El segundo componente es el modelo, el cual puede ser basado en capas o basado en celdas; el primero utiliza velocidades promedio para cada capa y de esta manera minimiza las incógnitas a resolver con la tomografía, mientras que un modelo basado en celdas permite generar la imagen con una mejor resolución, ya que puede capturar de una mejor manera los cambios laterales y verticales de la velocidad. El tercer componente es el trazador de rayos, el cual permite introducir perturbaciones de velocidad y retro-propagar este error por todas las celdas que atraviesan los rayos, corrigiendo de manera simultánea el modelo de velocidad.

La tomografía en dominio post migración se basa en el principio matemático implementado en la tomografía de reflexión y utiliza las trayectorias de los rayos para asociar cambios en los RMO observados a las velocidades (lentitudes) de cada celda del modelo inicial.

El modelo inicial de lentitudes S^{ini} utilizado para realizar la migración, presenta una diferencia ΔS con el modelo verdadero S^{real} , esta diferencia se puede representar como:

$$\Delta S = \mathbf{S}^{real} - \mathbf{S}^{ini}, \quad (10)$$

Por lo tanto, para un mismo evento en dominio del offset, la profundidad debe ser la misma.

$$Z_1(S^{ini} + \Delta S) = Z_2(S^{ini} + \Delta S). \quad (11)$$

Utilizando un modelo de lentitudes inicial cercano al real, $\Delta S \ll S^{real}$ en la ecuación

11 se puede implementar la expansión de Taylor.

$$Z_1(S^{\text{ini}}) + \Delta S \frac{\partial Z_1}{\partial S} = Z_2(S^{\text{ini}}) + \Delta S \frac{\partial Z_2}{\partial S}. \quad (12)$$

El proceso de inversión será el encargado de actualizar las lentitudes en cada celda que afectan los trazos de los rayos involucrados en los reflectores Z_1 y Z_2 .

2. FORMULACIÓN MATEMÁTICA TOMOGRAFÍA PSDM

El acercamiento usual para analizar datos geofísicos consiste en construir diferentes modelos geológicos y comparar los datos teóricos obtenidos con estos modelos con los datos observados. De esta manera se relacionan los parámetros físicos que caracterizan el modelo m , con los datos observados d , por medio de una función $\mathbf{G}(m)=d$ ¹⁸.

El modelamiento numérico de los datos geofísicos dados los parámetros del modelo es usualmente llamado problema directo, es decir, se encuentra d utilizando los parámetros m . Es por lo anterior que se pueden predecir datos geofísicos para estructuras geológicas específicas. Por otro lado, el problema inverso busca determinar los parámetros del modelo, por medio de los datos observados (encontrar m dado d).

Tres condiciones importantes se deben realizar en la solución de cualquier problema inverso¹⁹:

- 1) La solución m existe.
- 2) La solución m es única.
- 3) La solución m depende continuamente de los datos observados d .

La primera condición se asocia a la formulación matemática del problema inverso (desde un punto de vista físico, debe existir una solución, ya que se estudian las

¹⁸ et al ASTER Richard. *Parameter estimation and inverse problems*. Elsevier, 2013.

¹⁹ Michael. ZHDANOV. *Geophysical inverse theory and regularization problems*. Elsevier, 2002.

estructuras geológicas del interior de la tierra). La segunda condición es necesaria, debido a que diferentes parámetros de modelos pueden dar como resultado el mismo set de datos. Finalmente, la tercera condición surge por la contaminación de ruido en los datos geofísicos utilizados durante la inversión y cuando no existe linealidad de la función $\mathbf{G}(m)=d$.

Un problema inverso se dice que está bien condicionado si cumple con las preguntas antes expuestas. De lo contrario el problema está mal condicionado y es frecuente encontrar este tipo de problemas en tomografía, ya que no se cuenta con una única solución, debido a la existencia de mínimos locales en la función de costo del método.

La tomografía PSDM es un método de inversión mal condicionado que busca predecir la imagen de la migración a partir de los errores en las posiciones de los reflectores migrados en los CIG's, de esta manera se actualiza el modelo de velocidad hasta minimizar el error observado ²⁰. Para el caso del análisis de velocidad en migración (MVA), estos errores son los mismos residuales analizados de acuerdo al criterio de horizontalidad y se transforman a residuales en tiempo, de acuerdo a ¹⁷.

2.1. Inversión tomográfica PSDM

La tomografía basada en rayos es una de las herramientas más utilizadas para mejorar la estimación de la velocidad, aunque debido a la restricción geométrica, se convierte en un problema mal condicionado. Imponer algunos tipos de regulariza-

²⁰ Jean Paul HARDY Pierre y JEANNOT. "3D reflection tomography in time-migrated space." En: *69th Annual International Meeting* (1993), págs. 1287 -1290.

ción es la estrategia usual para abordar estos problemas, la regularización más común es del tipo Tikhonov ²¹. Sin embargo, el objetivo principal de la tomografía PSDM es obtener un modelo de velocidad que mejor se ajuste a los datos de observación, lo cual difiere de la intención de la regularización Tikhonov, que tiende a construir el modelo conforme a un comportamiento estimado, como asumir que la velocidad varía suavemente en el subsuelo, por lo tanto, aún las iteraciones finalicen con un modelo que se ajuste a los datos observados, el modelo obtenido no posee un sentido geológico esperado ²².

Según Zhang ²², existen dos acercamientos diferentes que se pueden adoptar para disminuir el número de iteraciones al crear un modelo de velocidad razonable con la geología. El primero trata de reducir las irregularidades de la distribución de los datos, ésto se puede lograr con una mayor cobertura del trazado de rayos o modificando las estructuras del modelo, ya sea variando el tamaño de las celdas ²³ o implementado una serie de capas ²⁴. El segundo acercamiento incorpora antecedentes geológicos a la estructura del modelo de velocidad, como datos de registros eléctricos de pozo e interpretación estructural preliminar usando los primeros resultados de migración ²⁵.

²¹ Vasilii THIKONOV Nikolaevich y ARSENIN. "Solutions of ill-posed problems." En: *Math. Comput.* (1977).

²² et al ZHANG Jianxing. "Reflection tomography based on a velocity model with implicitly described structure information." En: *J. Geophys. Eng.* (2016), págs. 721-732.

²³ Reinaldo y HARRIS Jerry MICHELENA. "Tomographic traveltimes inversion using natural pixels." En: *Geophysics* 56 (1991), págs. 635-644.

²⁴ et al KOSLOFF Dan. "Velocity and interface depth determination by tomography of depth migrated gathers." En: *Geophysics* 61 (1991), págs. 1511-1523.

²⁵ et al CLAPP Robert. "Incorporating geologic information into reflection tomography." En: *Geophysics* 69 (2004), págs. 533-546.

Calcular el modelo de velocidad, a partir de los datos adquiridos en campo, puede formularse como un problema inverso, donde el punto inicial es definir la función de costo ¹⁵:

$$\epsilon = \frac{1}{2} \sum_s \sum_i (z_i^s - z_i^{\text{ref}})^2, \quad (13)$$

donde z_i^s es la profundidad calculada para el i -ésimo reflector a un *offset* s de un CIG específico. z_i es la profundidad para el i -ésimo reflector a *offset* cero, el cual se mantiene fijo a través de las iteraciones.

En la mayoría de los casos, no es posible obtener un mínimo de la función de costo en un solo paso, por el contrario, se requiere de un proceso iterativo en el cual el modelo es actualizado durante cada iteración (MVA) y posiblemente convergerá en un resultado óptimo al final.

El error de los eventos en profundidad ΔZ , se define al comparar la profundidad del evento Z_{event} para todos los *offset* con una referencia $Z_{\text{event.ref}}$ específica (usualmente se toma el *offset* cero).

$$\Delta Z_{\text{event}} = Z_{\text{event}} - Z_{\text{event.ref}}. \quad (14)$$

Cuando se utiliza un modelo de velocidad correcto durante la migración PSDM, el

valor de ΔZ debe ser cero, sin embargo con un modelo de velocidad cercano al real, es necesario encontrar un residual mínimo tal que pequeñas correcciones lineales $d\mathbf{m}_i$ al actual modelo de velocidad \mathbf{m}_{cur} generen la solución \mathbf{Z}_{update} ⁵.

$$\Delta \mathbf{Z}_{event}(m_{update}) = \Delta \mathbf{Z}_{event}(m_{cur}) + \sum_{m_i} \frac{\partial \Delta \mathbf{Z}}{\partial \mathbf{m}_i} d\mathbf{m}_i = 0. \quad (15)$$

Donde $\frac{\partial \Delta \mathbf{Z}}{\partial \mathbf{m}_i}$ son los gradientes que definen cuanto cambia determinado residual $\Delta \mathbf{Z}$ en el CIG si una perturbación $d\mathbf{m}_i$ se incluye en algún lugar del modelo de velocidad actual \mathbf{m}_i ⁵. Al reacomodar la ecuación 15, se tiene.

$$\sum_{m_i} \frac{\partial \Delta \mathbf{Z}}{\partial \mathbf{m}_i} d\mathbf{m}_i = -\Delta \mathbf{Z}_{event}(m_{cur}). \quad (16)$$

Matricialmente se puede escribir 16 como:

$$\left[\frac{\partial \Delta \mathbf{Z}}{\partial \mathbf{m}_i} \right]_{Q \times P} \cdot [\mathbf{d}\mathbf{m}_i]_{P \times 1} = -[\Delta \mathbf{Z}_i]_{Q \times 1}. \quad (17)$$

Donde Q es el número de filas de la matriz y corresponde a N el número de CRPs (Common Reflection Points), multiplicado por M el número de intervalos verticales (donde se define el CRP) y multiplicado por H el número de *offsets*. P es el número de columnas y corresponde al número de celdas con el cual se discretiza el modelo

de velocidades para la tomografía ($M \times N$, número de filas por columnas respectivamente). Ampliando la matriz se tendría lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta Z_{111}}{\partial m_1} & \frac{\partial \Delta Z_{111}}{\partial m_2} & \frac{\partial \Delta Z_{111}}{\partial m_3} & \dots & \frac{\partial \Delta Z_{111}}{\partial m_P} \\ \frac{\partial \Delta Z_{112}}{\partial m_1} & \frac{\partial \Delta Z_{112}}{\partial m_2} & \frac{\partial \Delta Z_{112}}{\partial m_3} & \dots & \frac{\partial \Delta Z_{112}}{\partial m_P} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta Z_{11H}}{\partial m_1} & \frac{\partial \Delta Z_{11H}}{\partial m_2} & \frac{\partial \Delta Z_{11H}}{\partial m_3} & \dots & \frac{\partial \Delta Z_{11H}}{\partial m_P} \\ \frac{\partial \Delta Z_{121}}{\partial m_1} & \frac{\partial \Delta Z_{121}}{\partial m_2} & \frac{\partial \Delta Z_{121}}{\partial m_3} & \dots & \frac{\partial \Delta Z_{121}}{\partial m_P} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta Z_{1MH}}{\partial m_1} & \frac{\partial \Delta Z_{1MH}}{\partial m_2} & \frac{\partial \Delta Z_{1MH}}{\partial m_3} & \dots & \frac{\partial \Delta Z_{1MH}}{\partial m_P} \\ \frac{\partial \Delta Z_{211}}{\partial m_1} & \frac{\partial \Delta Z_{211}}{\partial m_2} & \frac{\partial \Delta Z_{211}}{\partial m_3} & \dots & \frac{\partial \Delta Z_{211}}{\partial m_P} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta Z_{NMH}}{\partial m_1} & \frac{\partial \Delta Z_{NMH}}{\partial m_2} & \frac{\partial \Delta Z_{NMH}}{\partial m_3} & \dots & \frac{\partial \Delta Z_{NMH}}{\partial m_P} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \partial m_1 \\ \partial m_2 \\ \partial m_3 \\ \vdots \\ \partial m_P \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \Delta Z_{111} \\ \Delta Z_{112} \\ \vdots \\ \Delta Z_{11H} \\ \Delta Z_{121} \\ \vdots \\ \Delta Z_{1MH} \\ \Delta Z_{211} \\ \vdots \\ \Delta Z_{NMH} \end{bmatrix} \quad (18)$$

De la ecuación anterior únicamente se tiene el vector ΔZ , por lo tanto, el objetivo ahora es construir los gradientes $\frac{\partial \Delta Z}{\partial m_i}$ para realizar el proceso inverso y encontrar dm_i . Se utiliza la regla de la cadena para expandir el gradiente y obtener la siguiente forma ¹⁵:

$$\frac{\partial \Delta Z}{\partial m_i} = \frac{\partial \Delta Z}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial m_i}. \quad (19)$$

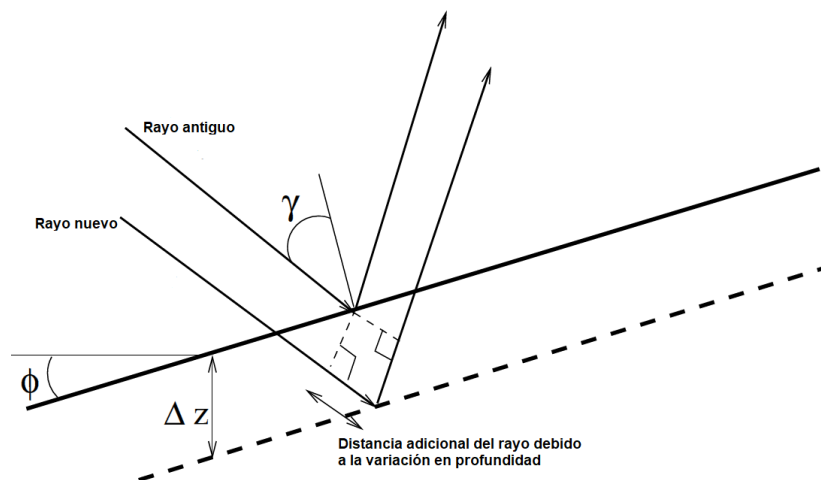
En el dominio pos-migración, los datos que se tratan de optimizar es la posición en profundidad de múltiples imágenes con la localización del reflector (reducir los resi-

duales). Estar múltiples imágenes en una locación para un reflector dado, tendrán desviaciones en profundidad (ΔZ) de acuerdo a una referencia a esa profundidad (*offset* cero). Con el fin de adaptar estas variaciones y convertirlas en variaciones de tiempo, se puede implementar la conversión propuesta por Stork (¹⁷).

$$\Delta t = 2s\Delta Z \cos \phi \cos \gamma. \quad (20)$$

Donde, s es la lentitud local sobre el reflector en el punto de reflexión; ϕ es el ángulo de la pendiente del reflector respecto la horizontal; γ es el ángulo de incidencia del rayo en el reflector medido a partir de la perpendicular al reflector. En la Figura 11 se puede observar la relación geométrica de estas variables.

Figura 11. Una perturbación ΔZ de la profundidad del reflector (línea sólida), genera una perturbación en el tiempo de tránsito Δt que se puede aproximar por medio de la ecuación 20. Adaptado de Schuster.



De la ecuación 20 se obtiene el primer término de la ecuación 19, ahora bien, para

determinar el segundo término (derivada Fréchet ¹⁵), se puede realizar una aproximación del segmento del rayo.

Inicialmente se construye un sistema de perturbación tanto para la velocidad como la profundidad y luego se desacoplan. Se considera el modelo de lentitudes real (sufijo *ver*) y el modelo de lentitudes perturbado (sin sufijo).

$$L_{ver}(h) \cdot S_{ver} = t_{true}(h), \quad L(h) \cdot S = t(h). \quad (21)$$

Donde h es la mitad del *offset*, $t(h)$ es el tiempo de viaje, S es la lentitud del medio y $L(h)$ es la distancia de viaje del rayo aproximada de la fuente al reflector, y del reflector al receptor, para cada *offset*. Restando las dos ecuaciones en 21.

$$L_{ver}(h) \cdot S_{ver} - L(h) \cdot S = \Delta t(h), \quad (22)$$

y,

$$\Delta L(h) \cdot S_{ver} + L(h) \cdot \Delta S = \Delta t(h). \quad (23)$$

Donde, $\Delta t(h) = t_{ver}(h) - t(h)$ es la desviación del tiempo de viaje medido en los CIG. Reescribiendo la ecuación 23 para el *offset* cero y *offset* diferentes de cero,

resulta en los siguientes casos.

$$\Delta L(h) \cdot S + L(h) \cdot \Delta S = \Delta t(h), \quad (24)$$

$$\Delta L(0) \cdot S + L(0) \cdot \Delta S = \Delta t(0). \quad (25)$$

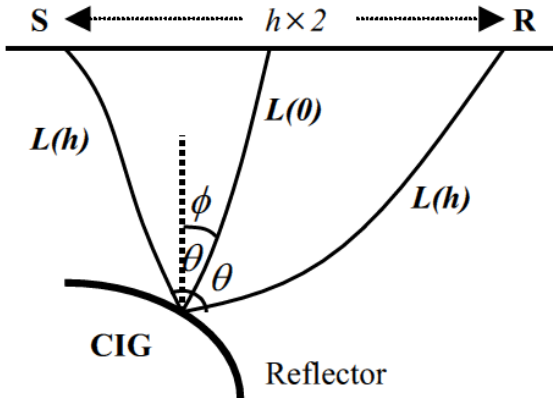
Donde $\Delta L(h) = L_{\text{ver}}(h) - L(h)$ es el operador diferencial del rayo debido a la perturbación introducida, y $\Delta S = S_{\text{ver}} - S$ es la perturbación de lentitud. Ahora bien, la relación entre $\Delta L(h)$ y $\Delta L(0)$ se puede aproximar utilizando la Figura 12, por lo cual, $\Delta L(h) = \Delta L(0) \cos \theta(h)$. De esta manera se pueden eliminar $\Delta L(h)$ y $\Delta L(0)$ de las ecuaciones 23 y 24 obteniendo la ecuación propuesta por Xia ⁽²⁶⁾.

$$\left(\frac{L(h)}{\cos \theta(h)} - L(0) \right) \cdot \Delta S = \frac{\Delta t(h)}{\cos \phi}. \quad (26)$$

Donde θ es el ángulo de incidencia del rayo en el reflector con respecto a la normal del mismo, y ϕ es el ángulo de inclinación del reflector con respecto a una horizontal. Para este proyecto se asumieron puntos de control sobre reflectores planos, con el fin de descartar en las ecuaciones los efectos del Dip, Azimut y continuidad (tensores estructurales), los cuales ampliarían el alcance del proyecto.

²⁶ REN Yiqing y JIN Shengwen XIA Fan. "Tomographic migration-velocity analysis using common angle image gathers." En: *Geophysics* (2008), págs. 3103-3107.

Figura 12. Diagrama del trazado de rayo. La línea sólida y gruesa es el reflector, el rayo $L(0)$ es el rayo normal para *offset* cero, y el otro par de rayos $L(h)$ están asociados con la mitad del *offset* $hx2$. Adaptado de Meng.



Una vez construida la matriz con los gradientes calculados, se procede a realizar la tomografía, el cual es un problema de inversión que consiste en tres componentes de manera general: a) La selección de un modelo parametrizado (para este caso un modelo basado en celdas cartesianas regular); b) Construcción del sistema linear para la actualización de las ecuaciones de la tomografía, que incorpore el trazado de rayos a través de un modelo de velocidad inicial utilizando los datos residuales; y c) Resolver el sistema de ecuaciones 18 (en este caso utilizando el método de gradiente conjugado) retro-proyectando estos errores a través del trazado de rayos

26

2.2. Resolución de grillas cartesianas

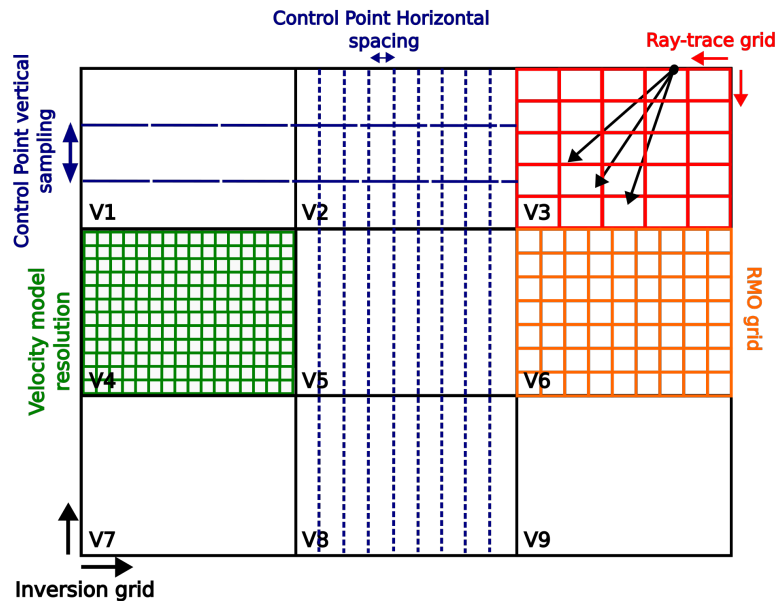
Diferentes resoluciones de grillas se pueden observar durante el proceso de MVA y es importante comprender la función e influencia de las mismas en el proceso de optimización en cada iteración realizada. En la Figura 13 se identificaron cinco gri-

llas que tienen un impacto relevante en la actualización del modelo de velocidades. La primera grilla es la del modelo de velocidad inicial, usualmente es la de menor resolución y se utiliza durante la migración PSDM para obtener las imágenes sísmicas en profundidad a través de las tablas de tiempos de viaje que se encuentran guardadas en una resolución mayor (si el modelo de velocidad de entrada es constante, sólo se requiere una tabla de tiempos de viaje). A pesar de la importancia de la grilla de tiempos de viaje en el proceso de migración, únicamente se menciona esta resolución en este momento, ya que no afecta directamente la resolución de la imagen final.

La segunda grilla es la del trazado de rayos, que es definida por la longitud del paso que construye los rayos a través del modelo de velocidad inicial, no necesariamente debe ser la misma resolución que el modelo de velocidad, ya que de esta manera podría consumir alto tiempo y procesamiento de cómputo, haciendo ineficiente el proceso de MVA. La tercera grilla identificada es la del espaciamiento de los puntos de control, la cual tiene una influencia directa en la ecuación 18, específicamente en el número de filas de la matriz de gradientes. La cuarta grilla es definida por el análisis de residuales, que se realiza por medio de un análisis de auto-picado en los CIG, esta resolución es clave durante el proceso de inversión porque define los datos observados en el proceso MVA. La quinta grilla es el espaciamiento definido para la inversión tomográfica y establece el área donde la tomografía actualizará los valores de velocidad para minimizar los residuales, así mismo, afecta directamente el costo computacional del proceso.

2.2.1. Modelo de velocidad inicial Esta suele ser la resolución más fina involucrada en todo el proceso MVA y define los cambios de velocidad en la sección sísmica trabajada. Se utiliza como entrada para realizar la migración PSDM y ge-

Figura 13. Resoluciones de las grillas involucradas en el proceso MVA. Adaptado de Jones.



nerar las imágenes en profundidad, las cuales más adelante serán usadas en la construcción de los CIG y en la obtención de los residuales.

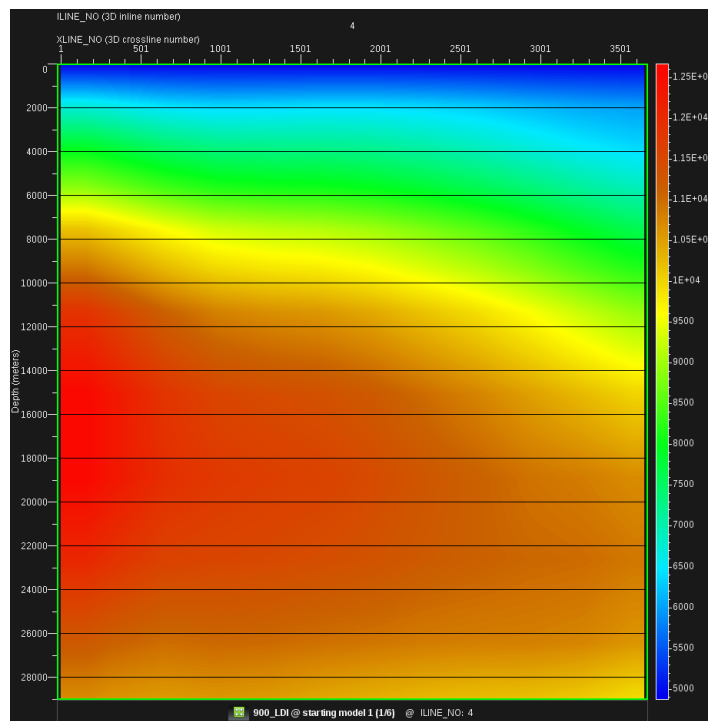
Para este proyecto, el modelo de velocidad es el que aparece en la Figura 14, el cual se obtuvo al suavizar en varias ocasiones el modelo de velocidad Hess (Figura 15), un modelo 2D sintético de un medio vertical y transversalmente isotrópico (VTI por sus siglas en inglés), generado por la Corporación Hess ²⁷.

El modelo inicial tiene un rango de profundidad de 0 ft a 29000 ft, rango horizontal (*XLine*) desde 0 ft a 72840 ft y resolución de 20 ft x 20 ft (es decir, la velocidad se mantiene igual en celdas de 20x20 ft), para una cantidad total de datos de 1451 en la vertical y 3643 en la horizontal. Durante el desarrollo de este proyecto se utilizó el

²⁷ Scott LIU Faqui y MORTON. "2D Hess VTI Model." En: *Hess Corporation* (2006).

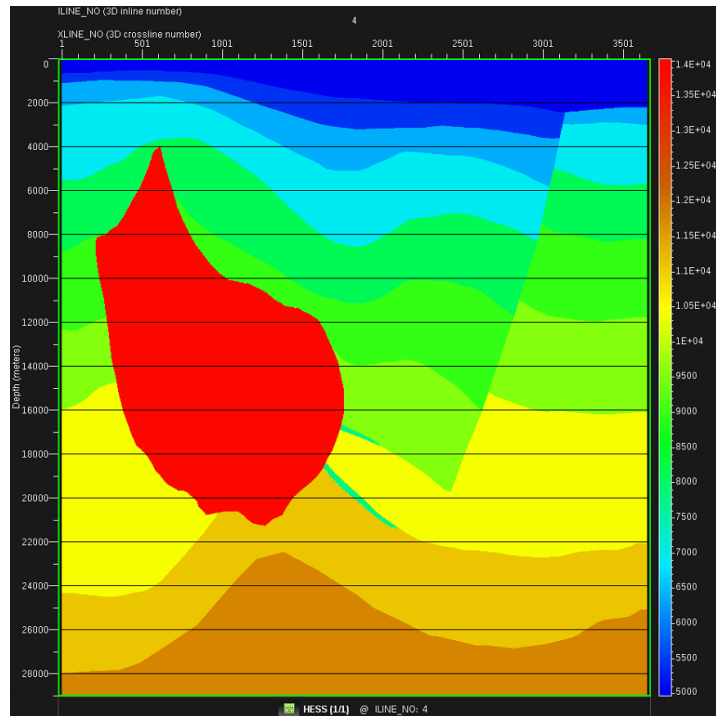
software comercial ProMAX[®] para realizar los pasos del uno al tres en el proceso de MVA (ver Figura 6) y actualizar el modelo de velocidades en el quinto paso, con el fin de enfocar el proyecto en la construcción del algoritmo que realizará el proceso inverso de tomografía partiendo del trazado de rayos, los residuales y el modelo inicial.

Figura 14. Modelo inicial de velocidad utilizado durante el desarrollo de este proyecto. Fue obtenido al suavizar el modelo de velocidad Hess.



2.2.2. Trazado de rayos Esta grilla es el espaciamiento vertical y horizontal que se tiene en cuenta para realizar el trazado de rayos, una resolución muy fina mostrará rayos curvados a través del modelo, en contraste, un espaciamiento amplio mostrará líneas rectas desde la fuente hasta el receptor, debido a que el rayo tiene en cuenta la ley de Snell y modifica su trayectoria dependiendo de la velocidad del medio por donde viaja. Es importante recalcar que una resolución fina requiere

Figura 15. Modelo de velocidad Hess.



mayor costo computacional para generar la trayectoria de los rayos, ya que como se mencionó anteriormente el algoritmo que traza los rayos, tiene en cuenta cada cambio de velocidad obedeciendo la ley de Snell.

Para este ejemplo se utilizó una resolución de 320 ft x 320 ft en el algoritmo del trazado de rayos, ya que esta resolución está relacionada con el espaciamiento de los puntos de control y no se debe seleccionar una resolución mucho menor a esta distancia, porque implicaría un costo computacional mayor al trazar trayectorias de rayos que no se van a utilizar en la inversión tomográfica.

2.2.3. Puntos de control Esta grilla permite observar las variaciones verticales y horizontales en el modelo de velocidad. Cada nodo de esta grilla es el punto inicial

para el algoritmo del trazado de rayos, ya que corresponden a los *Common Depth Points* (CDPs) en un arreglo sintético que genera el algoritmo para trazar el rayo hacia la fuente y hacia el receptor. Adicionalmente, Jones ³ sugiere que por medio de esta resolución se pueden retener características pequeñas del modelo inicial al modelo actualizado, siempre y cuando la resolución sea de tamaño similar a la longitud de la característica. ProMAX[®] permite al usuario definir el espaciamiento vertical y horizontal en esta grilla, usando el módulo TomoMVA Ray Tracing. Para este proyecto se implementó un espaciamiento de 320 ft x 320 ft, igual a la resolución del trazado de rayos.

2.2.4. Residuales de profundidad Esta resolución define el espaciamiento utilizado en cada CIG entre los *offsets*, para el picado de los errores en profundidad. ProMAX[®] realiza la medición de los valores residuales por medio de porcentajes de error (RHO por sus siglas en inglés), obteniendo el error de velocidad óptimo de acuerdo a los datos de semblanza calculados con la herramienta TomoMVA Semblance. Esta resolución se relaciona directamente con los datos observados que la inversión va a utilizar para actualizar el modelo de velocidad y de esta manera minimizar el porcentaje de error. La siguiente ecuación corresponde a la manera para transformar los porcentajes de error a residuales y así construir el vector de datos observados en el proceso de inversión.

$$Z = \sqrt{Z_0^2 + R_D x^2}. \quad (27)$$

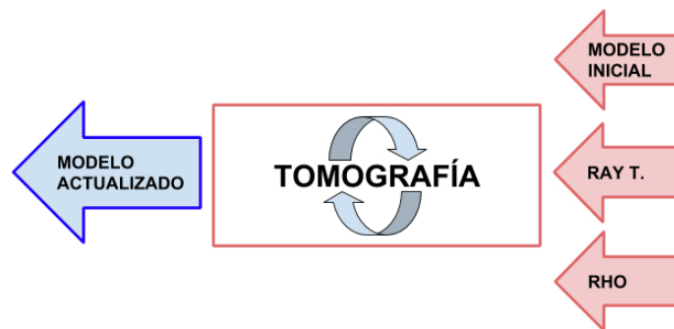
Donde Z es el error residual, Z_0 es la profundidad para el *offset* cero, R_D es el porcentaje de error (RHO) y x es el *offset* asociado con ese RHO.

2.2.5. Grilla de inversión La resolución que se utiliza durante la inversión tomográfica afecta directamente la matriz de la ecuación 18 (el número de celdas de la grilla de inversión corresponde al número de columnas en la matrix) y a su vez permite definir el espaciamiento que van a tener los cambios de velocidad en el modelo actualizado. La selección de esta resolución debe tener en cuenta el costo computacional para realizar el proceso de inversión, ya que la inversión retro-propaga el error residual para cada celda por donde atraviesan las trayectorias de los rayos.

2.3. Construcción de matriz

Una vez definido el gradiente y la resolución de las grillas involucradas en el proceso de inversión, se construye la matriz teniendo en cuenta los datos de ingreso (Modelo de velocidad inicial, trazado de rayos y residuales de profundidad, ver Figura 16). De esta forma, se construyó un algoritmo modular que permite acondicionar cada entrada para asignarla a su posición específica en el gradiente de inversión.

Figura 16. Proceso de inversión. Datos de entrada y salida.



El modelo inicial se utiliza para definir la resolución con la cual se tendrán en cuenta los cambios de velocidades durante la inversión, es decir, no necesariamente se utilizará la resolución original del modelo de velocidad para la tomografía, ya que como se describió anteriormente, el número de celdas del modelo de velocidad in-

fluye directamente en el número de columnas de la matriz de inversión. El primer paso es definir la resolución de entrada del modelo inicial, la mejor manera para realizar esta definición es utilizar el criterio descrito por Jones ³, en donde se debe tener en cuenta el tamaño (o longitud) del objeto de menor resolución que se quiera mantener a través de la tomografía, de esta manera no se perderá esta información durante la inversión.

Algorithm 1 Resolución modelo inicial

```

n  $\leftarrow$  Nx;
m  $\leftarrow$  Mx;
x0  $\leftarrow$  Modelo inicial;
for i=1, 2, 3, ..., n do
    for j=1, 2, 3, ..., m do
        xfinal = x0(i, j);
    end forend for
end forend for

```

Donde Nx es el nuevo número de filas que va a tener el modelo, Mx el número de columnas y de esta manera Nx x Mx es el nuevo número de celdas en el modelo.

Adicionalmente, se debe procesar la información que proviene del trazado de rayos generado en ProMAX[®], esta información viene contenida en varios archivos .ascii diferenciados por CMP (*Common Mid Point*), dentro de cada archivo se encuentran todos los rayos trazados para diferentes *offset* pero comunes al CMP del archivo. El tamaño de este archivo depende del número de *offset*, la resolución del rayo y el número de profundidades donde se trazaron los rayos para el CMP. El siguiente pseudo código presenta el algoritmo utilizado para procesar la información del trazado de rayos. Los archivos .ascii tienen un nombre en común, únicamente cambia el *crossline* del cual se realizó el trazado de rayos, esta información es utilizada en el algoritmo para leer automáticamente toda la información de distancias y ángulos

que generan los rayos en el modelo.

Algorithm 2 Lectura del trazado de rayos

```
nombre  $\leftarrow$  Nombre del archivo .ascii;  
r  $\leftarrow$  Número de archivos .ascii a leer;  
dr  $\leftarrow$  diferencia entre offsets de cada rayo;  
dp  $\leftarrow$  puntos de control en profundidad;  
l = 0;  
m1  $\leftarrow$  punto 1 de distancia;  
m2  $\leftarrow$  distancia CMP del rayo;  
for i=dr, 2dr, 3dr, ..., r do  
  AbrirArchivo(nombre_i);  
  for j=1, 2, 3, ..., datos archivo do  
     $l_0$  = distancia del rayo en archivo .ascii;  
     $l = l + l_0$ ;  
     $m_1 = l - 10$ ;  
  end forend for  
   $m_2 = l$ ;  
   $\alpha = 90 + \mathbf{atan}((m_2 - m_1)/(1 + m_1 m_2));$   
end forend for
```

Donde α y l son el ángulo y la longitud de cada rayo respectivamente (el ángulo se mide entre el rayo y una línea perpendicular al reflector).

El siguiente pseudo código se utiliza para procesar la información que proviene del módulo de residuales generado por ProMAX[®]. El objetivo de este módulo es asignar los errores porcentuales a los diferentes *offsets* y convertirlos a errores en profundidad (ecuación 27) para establecer el vector de datos reales observados en el

proceso de inversión.

Algorithm 3 RHO a profundidad

```
data  $\leftarrow$  Leer datos archivo .sgy;  
V  $\leftarrow$  Vspacing;  
Cp  $\leftarrow$  Cpoints;  
Ofst  $\leftarrow$  OffsetNum;  
index = 0;  
n = 0;  
Zoff = 0;  
for i=1,2,...,V do  
  for j=1,2,...,Cp do  
    for k=1,2,...,Ofst do  
      RHOd =  $\text{sqrt}(\text{pow}(\text{Ofst}, 2) + (\text{data}[\text{n}] * \text{pow}(\text{Ofst}, 2)))$ ;  
    end forend for  
    n ++;  
    Zoff ++;  
  end forend for  
end forend for
```

Donde **data** es una matriz que se obtiene al convertir la información de un archivo .sgy (Proveniente de ProMAX[®]) a un archivo .ascii, en esta matriz se tiene discretizado el valor porcentual del error residual para cada celda del modelo de velocidades, de esta manera, se puede generar el vector de residuales en profundidad para cada *offset* y punto de control asignado.

En el algoritmo, **V** es un vector con el espaciamiento vertical seleccionado por el usuario en ProMAX[®] para generar los reflectores durante el trazado de rayos. **Cp** es otro vector que contiene la información de los puntos de reflexión común (CMP)

en la horizontal. **Ofst** es el vector con los *offsets* que se evaluarán durante el proceso de inversión. **index** es el índice del vector resultante, que asignará la posición adecuada a los valores obtenidos, ya que deben estar sincronizados con las filas de la matriz operador, ya que sus dimensiones deben ser coherentes para realizar la inversión. **Zoff y n** son dos escalares, el primero es el encargado de obtener el cero-offset que se va a utilizar en la ecuación del algoritmo, y el segundo permite seleccionar el RHO porcentual adecuado de la matriz **data**.

Finalmente, el siguiente algoritmo muestra la construcción de la matriz utilizando la información ingresada y procesada con los módulos anteriores. Este algoritmo está basado en las ecuaciones 18, 19, 20 y 26. El algoritmo inicia con la discretización de las velocidades de acuerdo al tamaño de las celdas de inversión, luego calcula para cada celda la longitud de los rayos que pasan por la misma y de esta manera encuentra el valor de la ecuación 26. Asigna este valor a la columna y fila correspondiente, e iteración a iteración se construye la matriz de la ecuación 18.

Algorithm 4 Matriz Operador Tomografía PSDM

```
nx  $\leftarrow$  Nx;  
nz  $\leftarrow$  Nz;  
cell  $\leftarrow$  Nx * Nz;  
v  $\leftarrow$  VelModel;  
RayFile; ▷ Archivo con la información de rayos  
ray  $\leftarrow$  NumberRays;  
matrixD  $\leftarrow$  malloc(ray, nx*nz);  
c = 0;  
for i=1,2,...,ray do  
  for j=1,2,...,VelModelsize do  
    if RayFile[ray] is in cell[j] then  
      matrixD[c] =  $(l - \cos \alpha) / (2 * \cos \alpha * \mathbf{v}[\mathbf{j}])$ ;  
    else if RayFile[ray] not in cell[j] then  
      matrixD[c] = 0;  
    end if  
    c + +  
  end forend for  
end forend for
```

Donde, **Nx** y **Nz** representan el número de celdas del modelo de velocidad, **cell** es un vector que contiene la posición de las celdas del modelo, **v** es un vector con la información de velocidad para cada celda del vector **cell**, **RayFile** es el archivo con la información del trazado de rayos, **ray** es el número total de rayos, **matrixD** es la matriz a construir y **c** es un índice para asignar la posición en la matriz de acuerdo al número del rayo que pasa por determinada celda.

2.4. Gradiente Conjugado

Reconstruir la velocidad del subsuelo por medio de tomografía es un proceso frecuente en geofísica, el cual se resuelve solucionando un problema de mínimos cuadrados, que para matrices grandes se pueden utilizar métodos como la reconstrucción algebraica (ART por sus sigla en inglés) ²⁸, el gradiente conjugado ²⁹, o la técnica de reconstrucción iterativa simultánea ³⁰. La tomografía en dominio posmi-gración se basa en los fundamentos de la tomografía de reflexión, ambas utilizan la información obtenida al simular un trazado de rayos en el subsuelo y suponiendo que el tiempo de viaje del rayo es la integral de la lentitud (inverso de la velocidad) a través del rayo, es decir:

$$t(ray) = \int_{ray} s(x, y, z) dl. \quad (28)$$

Donde $s(x, y, z)$ es la lentitud en el punto (x, y, z) y dl es la longitud diferencial a lo largo del rayo. Se puede notar que el trazado del rayo, depende de la incógnita (la lentitud), por lo tanto, esta ecuación no es lineal, es por esto que para linealizar el problema, se debe referenciar a un modelo inicial, discretizando la ecuación:

$$\Delta T = D \Delta s. \quad (29)$$

²⁸ Yair CENSOR. "Row action methods for huge and sparse systems and their applications." En: *Soc. Industri. Appl. Math. Rev.* 23 (1981), págs. 444-466.

²⁹ Eduard HESTENES Magnus y STIEFEL. "Methods of conjugates gradients for solving linear systems." En: *Nat. Bur. Standards J. Res.* 49 (1952), págs. 409-436.

³⁰ Peter GILBERT. "Iterative methods for the three-dimensional reconstruction of an object from projections." En: *J. Theor. Biol.* 36 (1972), págs. 105-117.

Donde ΔT es un vector que se compone de las diferencias entre los tiempos de viaje calculados y los observados, Δs es el vector de diferencias entre las lentitudes reales y las simuladas, y D es la matriz que contiene la información de la distancia de los rayos en cada celda del modelo de velocidad (discretización basada en celdas, que supone celdas del mismo tamaño dentro de las cuales la velocidad es constante). La ecuación 29 es muy similar a la ecuación 17, ya que esta última también contiene la información de los rayos que atraviesan cada celda del modelo. Por lo tanto, con el fin de iluminar adecuadamente el modelo, usualmente se requieren más rayos (filas) que columnas (celdas). Así mismo, como cada rayo intersecta una porción muy pequeña del medio, la matrix distancia D será dispersa, donde el 99 % o más de los elementos son iguales a cero.

Debido a lo anterior, construir la matriz operador es un proceso que requiere tiempo y costo computacional y luego de construir la matriz operador, se debe realizar el proceso de inversión, para el cual se utiliza el método de gradiente conjugado ¹⁶, ya que es el mejor método para esta clase de problemas donde se tiene una matriz dispersa y en donde el número de ecuaciones sobrepasa el número de incógnitas.

El objetivo principal del método de gradiente conjugado es minimizar la forma cuadrática $f(z) = (x - z, A(x - z))$. $f(z)$ es positivo (siempre que A sea positivo) y cero si y sólo si $z = x$ (la solución). Lo que hace tan efectivo al método de gradiente conjugado para matrices dispersas, es que primero la matriz sólo aparece a través de productos de matriz-vector, y segundo los vectores de búsqueda son calculados recursivamente y no son almacenados.

Con el fin de utilizar el método de gradiente conjugado, se modifica la ecuación 29 de la siguiente manera:

$$D^T D \Delta s = D^T \Delta T. \quad (30)$$

La cual describe los puntos críticos de $\|D\Delta s - \Delta T\|^2$. La matriz $D^T D$ es cuadrada, simétrica y no es negativa. Esta ecuación es la solución completa de mínimos cuadrados de la ecuación 29. Si la matriz D tuviera tantas filas como columnas, entonces la solución de la ecuación 29 sería única y se podría obtener directamente de esta ecuación. De otro lado, si la ecuación 29 fuera indeterminada, la solución de mínimos cuadrados no sería única, en este caso, la solución a la cual el gradiente conjugado convergería, dependería del modelo inicial seleccionado ¹⁶.

El siguiente algoritmo presenta la solución del método de gradiente conjugado para la ecuación 30:

Algorithm 5 Gradiente Conjugado Jhon SCALES. “Tomographic inversion via the conjugate gradient method”. En: *Geophysics* 52 (1987), págs. 179 -185

Seleccionar modelo inicial \mathbf{x}_0 ;
 $\mathbf{s}_0 = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}_0$;
 $\mathbf{r}_0 = \mathbf{p}_0 = \mathbf{A}^T(\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}_0)$;
 $\mathbf{q}_0 = \mathbf{A}\mathbf{p}_0$;
 Entonces, de manera iterativa se calcula:

$$\alpha_{k+1} = (\mathbf{r}_k, \mathbf{r}_k) / (\mathbf{q}_k, \mathbf{q}_k);$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_{k+1} \mathbf{p}_k;$$

$$\mathbf{s}_{k+1} = \mathbf{s}_k - \alpha_{k+1} \mathbf{q}_k;$$

$$\mathbf{r}_{k+1} = \mathbf{A}^T \mathbf{s}_{k+1};$$

$$\beta_{k+1} = (\mathbf{r}_{k+1}, \mathbf{r}_{k+1}) / (\mathbf{r}_k, \mathbf{r}_k);$$

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{r}_{k+1} + \beta_{k+1} \mathbf{p}_k;$$

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{p}_{k+1};$$

Donde $k = 0, 1, \dots$. De esta manera se evita el cálculo directo de $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$. El objetivo es calcular el residual $\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}$, luego multiplicarlo por \mathbf{A}^T en vez de sustraer $\mathbf{A}^T \mathbf{A}\mathbf{x}$ de

$\mathbf{A}^T \mathbf{b}$. Como se puede observar en el algoritmo, el método de gradiente conjugado consiste en unas pocas operaciones vectoriales: Producto entre matriz y vector \mathbf{Ax} y $\mathbf{A}^T \mathbf{y}$, el producto interno de dos vectores, suma de vectores y duplicado de un vector.

Ya que este método es iterativo, se debe definir un criterio que pare el algoritmo una vez sea alcanzado, es por esto que de acuerdo con ¹⁶, el algoritmo garantiza que el error $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_k\|$ se reduce en cada paso, así como el valor absoluto del residual $\|\mathbf{b} - \mathbf{Ax}_k\|$, el cual también mantiene una tendencia a disminuir.

3. FORMULACIÓN TOMOGRAFÍA PARAMÉTRICA

Abordar el proceso MVA con un modelo inicial lo más cercano al real, es fundamental para obtener resultados del modelo de velocidad que permitan mejorar la resolución de las imágenes sísmicas y así mismo apoyar una mejor interpretación geológica del subsuelo. Es por esto que se han planteado diferentes metodologías para la construcción de un modelo de velocidad, donde se incluya información de las estructuras geológicas interpretadas, pozos, registros acústicos, topes formacionales, etc. En el Instituto Colombiano del Petróleo (ICP-ECOPETROL), se ha planteado el uso de una metodología iterativa que involucra tres pasos (VMB por sus siglas en inglés): 1. proceso MVA; 2. Interpretación y 3. Construcción del modelo de velocidades ver Figura (5) ¹⁰.

3.1. Construcción modelo de velocidades VMB

Los detalles de la primera fase, el proceso MVA, se pueden encontrar en la sección de Análisis de velocidad en migración MVA (1.2).

3.1.1. Interpretación En la segunda fase, la interpretación, un experto intérprete toma los datos sísmicos PSDM obtenidos en la fase anterior y junto con la información de pozos perforados en el mismo sector, se definen las estructuras geológicas de la sección sísmica. La fase de interpretación consta de los siguientes pasos de acuerdo con Orejuela ³¹:

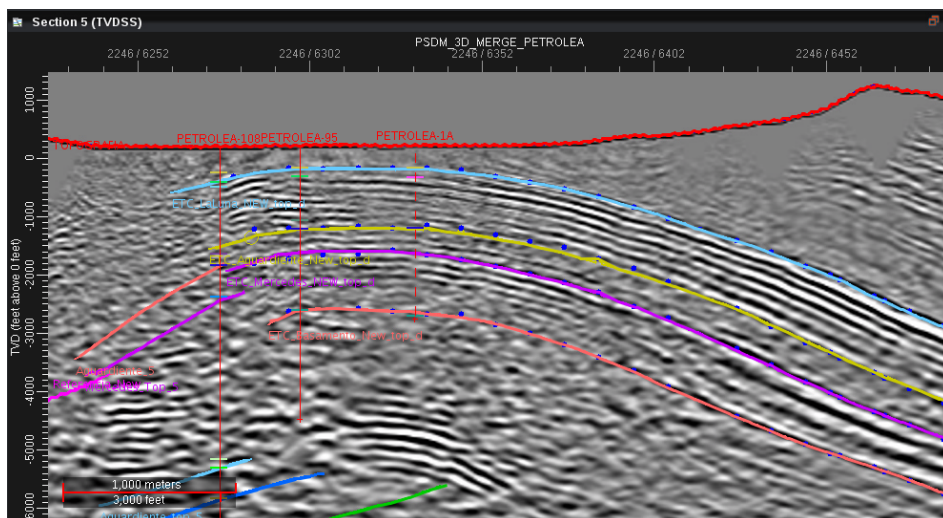
- **Pozos de correlación:** Se utiliza la información obtenida de pozos perforados

³¹ Paola Orejuela. *Interpretación directa de imágenes en profundidad (PSDM) para la construcción del modelo de velocidad y ciclo MVA. Caso de estudio Campo Petrolera - Cuenca Catatumbo*. Trabajo de investigación de maestría en geofísica, 2018.

dentro del bloque donde se realizó la adquisición sísmica. Los registros eléctricos (Gamma ray, resistividad, acústico, etc) tienen gran importancia para definir las formaciones geológicas atravesadas por la trayectoria del pozo, adicionalmente los informes de la unidad de geología, contienen un compendio litológico con la descripción de muestras de recorte usualmente cada 5 pies perforados, lo cual permite tener una buena resolución de los topos formacionales, fallas geológicas, cuerpos de sal, etc.

- **Picado de horizontes:** La información de campo obtenida previamente, se asigna dentro de la imagen sísmica en profundidad, realizando el amarre sísmica-pozo y calibrando las diferentes estructuras presentes en el subsuelo. Los topos formacionales deben coincidir con cambios litológicos (reflectores con mayor amplitud), debido al cambio de densidad de la roca. Se realiza el picado de horizontes teniendo en cuenta un espaciamiento definido por el usuario entre *crosslines*. La Figura 17 muestra un ejemplo de una imagen sísmica con tres pozos correlativos Petrolera 1-A, Petrolera-95 y Petrolera-108, sus topos sísmicos y el picado de horizontes realizado cada 20 *crosslines*.

Figura 17. Ejemplo del picado de horizontes en una sección sísmica del campo Petrolera, obtenido de Orejuela.



- **Interpretación fallas geológicas y cierre del framework:** Luego de realizar el amarrar sísmica-pozo se procede a interpretar las fallas geológicas sobresalientes teniendo en cuenta la discontinuidad de los reflectores sísmicos. Se realiza el cierre del *framework* geológico dentro de la sección sísmica analizada.
- **Asignación de velocidades:** Después de realizar la interpretación geológica de la imagen sísmica PSDM, se asignan las diferentes velocidades del subsuelo a los bloques formados, utilizando la siguiente función de velocidad analítica que permite conocer la distribución de velocidades de acuerdo al modelo obtenido:

$$V = V_{min} + F * Z, \quad (31)$$

Donde, V_{min} , es la velocidad de intervalo en profundidad mínima para cada bloque; F , es el factor de enterramiento y Z es la profundidad. El factor de enterramiento se puede calcular utilizando las velocidades máxima y mínima, así como la profundidad tope y base de un compartimento interpretado.

La siguiente Figura presenta el campo de velocidades junto con la imagen migrada en profundidad, de esta manera se calculan las velocidades para cada bloque interpretado del *framework*.

3.1.2. Construcción modelo de velocidad VMB Finalmente, el resultado de asignar las velocidades a las estructuras interpretadas, se puede observar en la Figura 19, donde se asignaron velocidades para cada uno de los *frameworks*. Luego de este paso, se ingresa el modelo construido al proceso MVA, y se realiza un nuevo ciclo que incluye la inversión por tomografía PSDM.

Una de las principales desventajas de esta metodología, es que el proceso de inversión genera un modelo de velocidad actualizado, con una resolución específica

Figura 18. Campo de velocidades en profundidad junto con la imagen sísmica interpretada, obtenido de Orejuela.

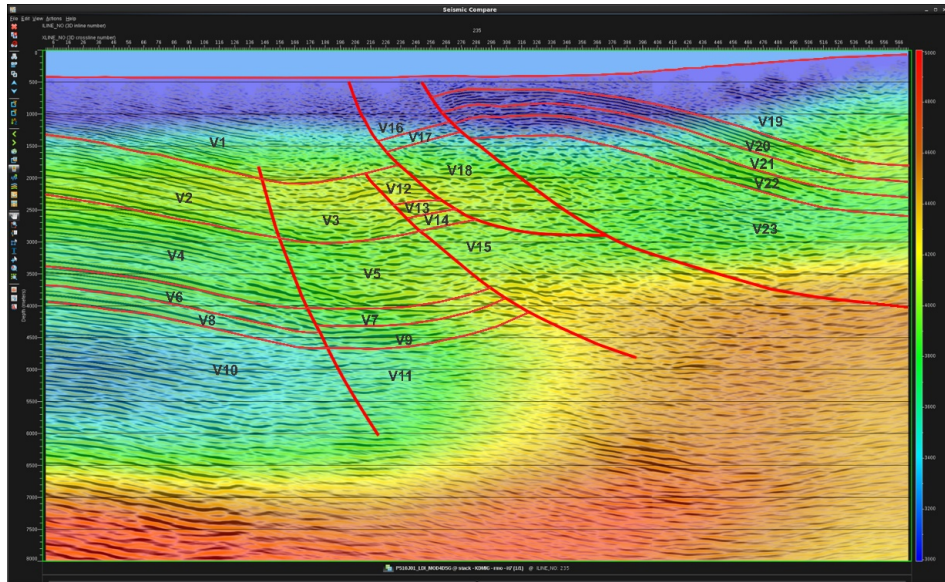
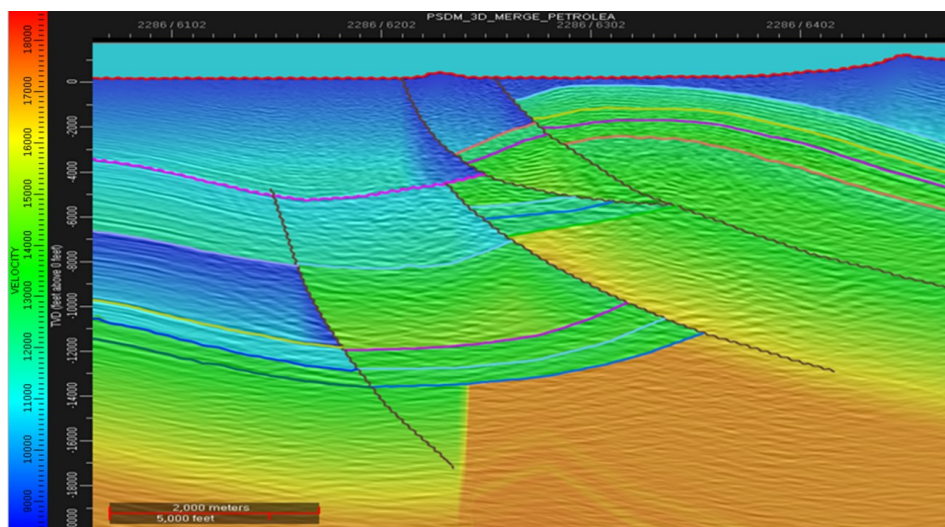


Figura 19. *Framework* y asignación de velocidades a la estructura interpretad, obtenido de Orejuela.



(De acuerdo a las grillas utilizadas en la tomografía). Una vez se interpreta la sección sísmica y se asignan los valores de velocidad por *framework*, esta resolución se perderá, ya que cada compartimento utilizará la velocidad calculada con la ecuación 31. Debido a lo anterior, se realizó una propuesta matemática para incluir la información de los *frameworks* interpretados dentro del proceso de inversión, es decir, la tomografía tenderá a converger a una solución donde ya se tienen en cuenta los compartimentos geológicos interpretados.

3.2. Formulación matemática tomografía paramétrica

Con el fin de incluir la información de los *frameworks* interpretados durante la tomografía, se propone no modificar el operador construido de la tomografía (matriz operador), por el contrario, se abordó esta solución asignando parámetros de velocidad a cada compartimento y modificando el vector de lentitudes \mathbf{dm}_i en la ecuación 17, la cual se simplificará en notación de la siguiente manera:

$$\mathbf{A}\mathbf{s} = -[\Delta\mathbf{Z}], \quad (32)$$

donde \mathbf{A} es la matriz operador, \mathbf{s} es el vector de lentitudes y $\Delta\mathbf{Z}$ es el vector de los residuales.

La propuesta consiste en generar un nuevo vector $\hat{\mathbf{s}}$ que contiene las incógnitas presentes en la nueva formulación del problema (los parámetros de una función bilineal de velocidad de cada *framework*: V_0 , α y β) basada en la siguiente ecuación de velocidad bilineal:

$$V = V_0 + \alpha X + \beta Z, \quad (33)$$

Donde, V es la velocidad en el punto (X, Z) , V_0 es la velocidad inicial para ese mismo punto, α es el parámetro de la velocidad que cambia linealmente con la distancia horizontal X y β es el parámetro de la velocidad dependiente de la profundidad Z . La ecuación 33 contiene más información que la ecuación 31 (únicamente toma en cuenta el gradiente vertical de la velocidad), permitiendo una mejor estimación de la velocidad para cada compartimento. Sin embargo, otras distribuciones de velocidad se pueden utilizar para la inversión paramétrica, siempre que puedan expresarse como una función lineal de la velocidad.

De acuerdo a la ecuación 33, el vector de lentitudes s se puede expresar como:

$$s = Q\hat{s}, \text{ es decir, } \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ \vdots \\ s_n \end{bmatrix} = Q \begin{bmatrix} V_0^1 \\ \alpha^1 \\ \beta^1 \\ \vdots \\ V_0^j \\ \alpha^j \\ \beta^j \end{bmatrix} \quad (34)$$

Donde, n es el número de lentitudes (celdas) en el modelo de inversión y j es el número de compartimentos interpretados. Q es una matriz de conversión que se puede definir utilizando la información de los compartimentos interpretados y las coordenadas de posición de cada celda (X, Z) . La Figura 20 presenta la distribución

de las celdas de lentitud respecto a los *frameworks*.

Figura 20. *Frameworks* interpretados F_j y celdas de lentitud S_n .

F1	s1	s2								
	s11									
	s21									
F2	s31									
	s41									
	s51									s _n

Teniendo en cuenta la posición (X, Z) para cada celda, se puede representar la matriz \mathbf{Q} de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ \vdots \\ s_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_1 & Z_1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & X_1 & Z_1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & X_n & Z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0^1 \\ \alpha^1 \\ \beta^1 \\ \vdots \\ V_0^j \\ \alpha^j \\ \beta^j \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Finalmente, la ecuación 32 queda de la siguiente forma:

$$\mathbf{A}\mathbf{Q}\hat{\mathbf{s}} = -[\Delta\mathbf{Z}], \quad (36)$$

A continuación se presenta el pseudo código que permite construir la matriz \mathbf{Q} teniendo en cuenta las coordenadas de las celdas de inversión y los compartimentos interpretados.

3.3. Construcción de la matriz operador \mathbf{Q}

Para construir la matriz operador \mathbf{Q} , primero es necesario cargar únicamente la información de los *frameworks* interpretados, a este archivo lo llamaremos máscara de compartimentos, ya que tiene las mismas dimensiones y resolución del modelo de velocidad, pero sólo contiene información del número de *framework*.

El siguiente paso es redefinir la resolución de la máscara con el modelo actualizado, con el fin de establecer una distribución equidistante de los parámetros y las celdas de velocidad. Finalmente, se evalúa la ubicación (X, Z) de cada celda del modelo, asignándole una posición en la matriz \mathbf{Q} de acuerdo al compartimento donde se encuentra la celda analizada (Posición en columna). De esta manera la matriz \mathbf{Q} tendrá tantas columnas como compartimentos m multiplicado por el número de parámetros en cada compartimento (usualmente serían tres parámetros, velocidad de fondo y el cambio de velocidad en X y Z). El número de filas de la matriz \mathbf{Q} depende del número de celdas en el modelo a invertir.

Debido a la gran cantidad de elementos cero que contiene la matriz \mathbf{Q} , se construye teniendo en cuenta que es una matriz dispersa, por lo tanto, se asignan los valores de posición para cada elemento en la matriz junto con el valor de dicho elemento, es por esto que se obtiene una matriz dispersa de tres columnas.

Algorithm 6 Construcción matriz dispersa **Q**

```
M0 ← Máscara de compartimentos;
M = resize(M0);
f ← Número de filas de la grilla de inversión;
c ← Número de columnas de la grilla de inversión;
dis = índice matriz dispersa;
celda = Número de celda;
for i=1, 2, 3, ..., f do
    for j=1, 2, 3, ..., c do
        mask = M(i, j);                                ▷ Valor del framework para la celda (i, j)
        Q(dis, 1) = celda;                                ▷ Fila en la matriz Q del elemento 1
        Q(dis, 2) = (3 * mask) - 2;                    ▷ Columna en la matriz Q del elemento 1
        Q(dis, 3) = 1;                                    ▷ Valor del elemento 1
        Q(dis + 1, 1) = celda;
        Q(dis + 1, 2) = (3 * mask) - 1;
        Q(dis + 1, 3) = i;                                ▷ Valor del elemento 2 (posición X)
        Q(dis + 2, 1) = celda;
        Q(dis + 2, 2) = (3 * mask);
        Q(dis + 2, 3) = j;                                ▷ Valor del elemento 3 (posición Z)
        dis = dis + 3;
        celda ++;
    end forend for
end forend for
```

Los resultados de incluir la matriz **Q** en la ecuación 36, se presentan en la siguiente sección.

4. RESULTADOS

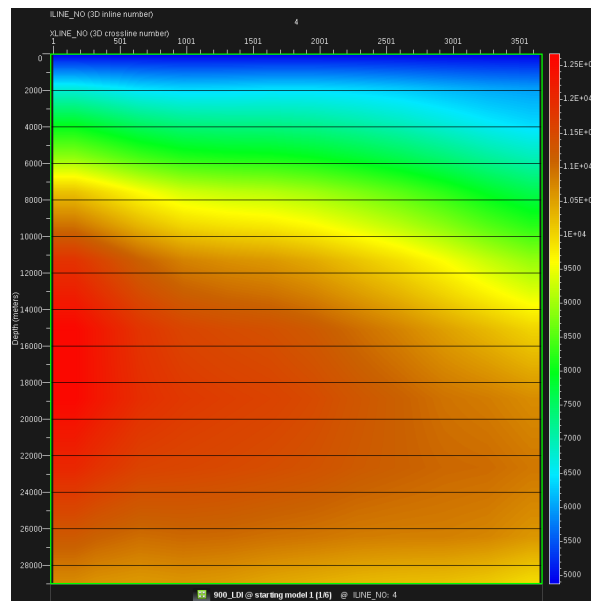
En esta sección se abordan los resultados obtenidos al realizar la tomografía PSDM en grilla cartesiana regular y al realizar la tomografía PSDM basada en los *frameworks* interpretados. Como se comentó en la sección 2.2.1, el proceso de inversión se realizó con datos del modelo Hess ²⁷, el cual es un modelo de velocidades 2D generado por la corporación Hess.

4.1. Tomografía PSDM cartesiana

De acuerdo con la Figura 6, el primer paso del proceso MVA es la migración en profundidad PSDM, para esto se utilizó el modelo inicial de la Figura 21, el cual fue obtenido procesando los gathers sintéticos del modelo HESS LIU, “2D Hess VTI Model.”, en un procesamiento en tiempo que permite obtener las velocidades V_{rms} y convirtiendo estas velocidades a velocidades de intervalo en profundidad. El modelo tiene un rango de profundidad de 0 ft a 29000 ft, rango horizontal de 0 ft a 72840 ft y resolución de 20 ft x 20 ft, para una cantidad de datos en total de 5.285.995 (1451 en vertical y 3643 en horizontal).

La migración en profundidad, se realizó con ayuda del software comercial ProMAX®, en el cual, se establecen diferentes flujos para acondicionar y procesar los datos sísmicos con el fin de avanzar en los pasos del proceso MVA. La Figura 22, presenta los flujos utilizados en ProMAX® para generar la migración en profundidad y obtener los *gathers* migrados, se pueden apreciar varias operaciones, incluyendo la lectura de los datos sísmicos (*GATH4MIG*), el proceso de migración en profundidad (*KDMIG*) y finalmente, la construcción de los CDPs. En la Figura 23, se observan

Figura 21. Modelo inicial de velocidad utilizado en el primer ciclo iterativo MVA.



los *gathers* migrados utilizando el modelo inicial, en estos se puede observar cierta curvatura debido a la diferencia entre el modelo inicial y el real.

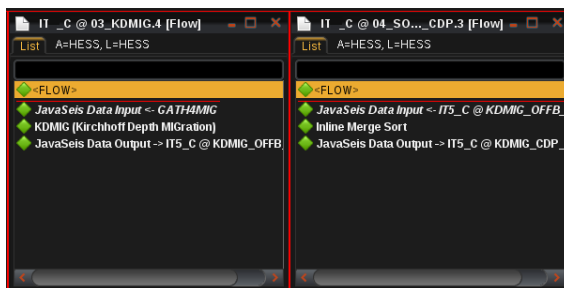


Figura 22. Flujos utilizados en ProMAX® para generar los *gathers*.

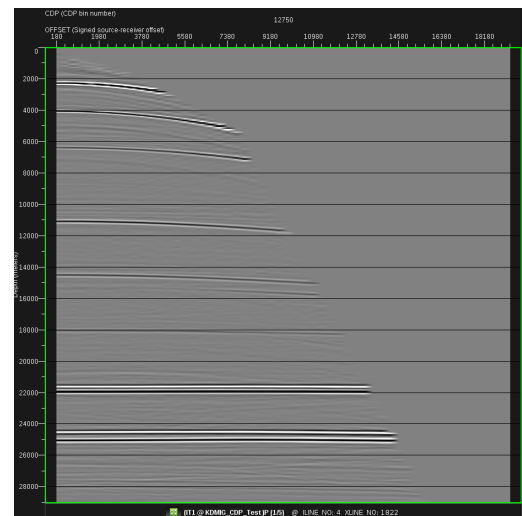


Figura 23. *Gathers* obtenidos con el modelo de velocidad inicial.

Después de realizar la migración en profundidad con el modelo inicial y obtener los *gathers*, se procede a calcular la horizontalidad de los mismos, para esto se usa el flujo presentado en la Figura 24, en el cual se debe seleccionar el rango vertical para realizar el picado de los residuales, el rango del error porcentual de la velocidad y el archivo donde se escribirá la información de los errores RHO.

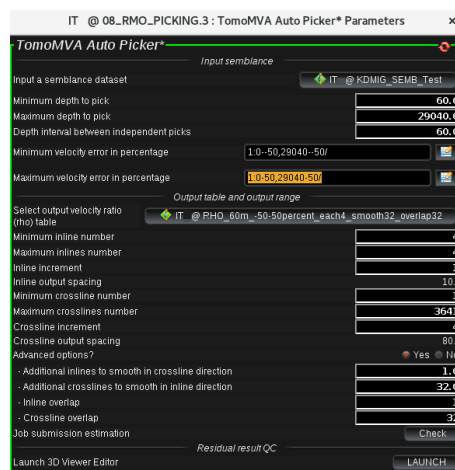


Figura 24. Flujo utilizado para generar el porcentaje de error residual RHO.

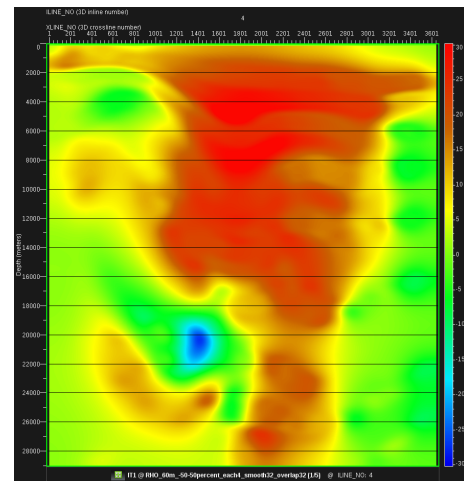


Figura 25. Error residual en porcentaje calculado en ProMAX® para la iteración uno.

Adicionalmente, en ProMAX® se puede realizar un apilado de los *gathers* para comparar el resultado de la imagen apilada con el modelo original, y de esta manera reconocer si hay mejoras en el posicionamiento de los reflectores en profundidad a medida que se avanza en el número de iteraciones del ciclo MVA. El flujo encargado de realizar el apilado se encuentra en la Figura 26, el cual obtiene los CDPs migrados y los apila en una imagen, como la de la Figura 27. En esta Figura se observa que los reflectores se encuentran distanciados de los cambios de velocidades en el modelo Hess real (fondo de color).

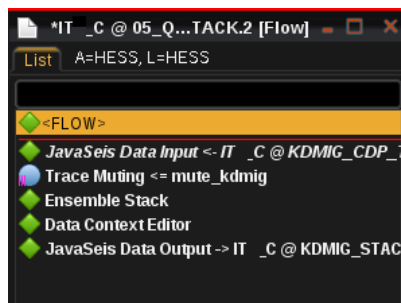


Figura 26. Flujo para realizar el apilado de los CDPs.

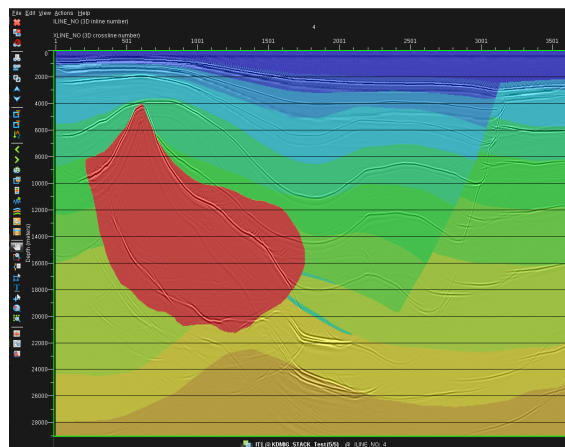


Figura 27. Imagen de apilado en profundidad sobre el modelo de velocidad Hess original.

El siguiente paso es implementar el trazador de rayos que servirá de entrada para la tomografía, para esto se deben seguir dos flujos independientes, el primero (Figura 28), recibe de entrada el modelo de velocidad inicial y se encarga de generar los rayos que van a atravesar el modelo de acuerdo a los parámetros asignados por el usuario, para este caso se generaron rayos cada 500 ft en profundidad (entre 0 ft - 21000 ft) y cada 25 *crosslines* en la horizontal (1 - 3601 *crosslines*), con un rango de *offset* para cada CDP de 0 a 5000, incrementando cada 200.

El segundo flujo (Figura 29), se encarga de recibir los datos del trazador de rayos y exporta archivos .ascii con la información previamente generada, adicionalmente, dentro de este flujo se puede visualizar la densidad de rayos obtenida con los parámetros ingresados en el flujo anterior, ésto con el fin de realizar un análisis de calidad a los rayos trazados, ya que si existen zonas del modelo que no tienen buena densidad de rayos, la tomografía podría entregar resultados erróneos para esos sectores.



Figura 28. Flujo para generar el trazado de rayos.

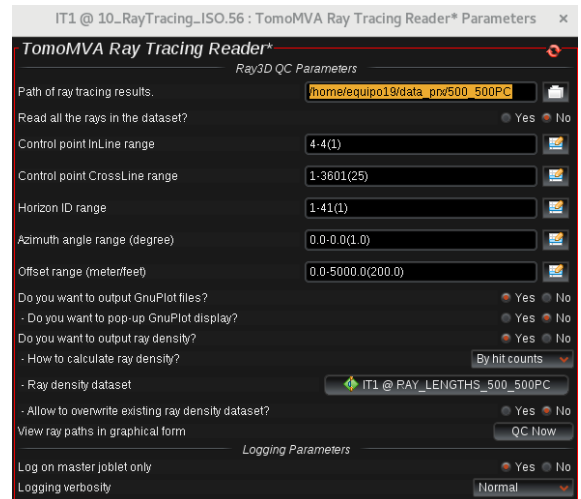
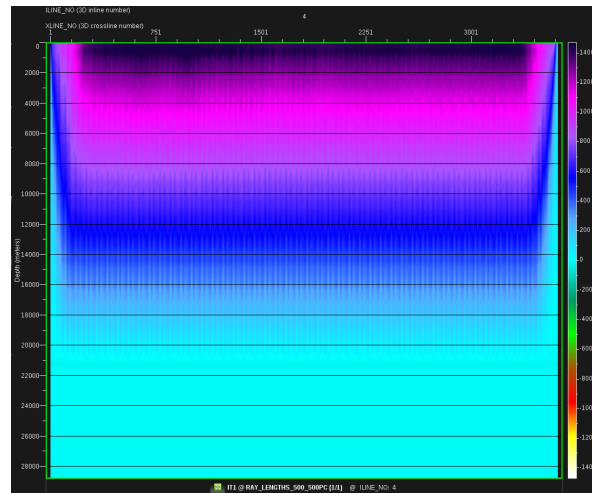


Figura 29. Flujo para escribir los archivos que contienen la información del trazado de rayos.

La Figura 30 muestra la densidad de rayos obtenida para este ejemplo, como es de esperarse la densidad de rayos incrementa en la parte somera del modelo, ya que el diseño realizado agrupa una mayor parte de trayectorias en este sector.

Figura 30. Densidad de rayos obtenida con el trazador de rayos de ProMAX®.



Finalmente, luego de avanzar por todos los pasos anteriores, se procede a realizar la inversión tomográfica, para esto en esta sección se realizarán dos inversiones, una con ProMAX® y la segunda con el código desarrollado en este proyecto.

Para realizar la inversión en ProMAX®, se debe incluir en el flujo de la Figura 31 el modelo inicial y el error RHO, adicionalmente se asignan cambios de velocidades máximo y mínimo permitidos durante la inversión, con el fin de evitar que la velocidad salga de ese rango predeterminado. Finalmente se genera un delta de velocidad (Figura 32) con las mismas dimensiones que el modelo de velocidad inicial y en donde se pueden apreciar los cambios que se tendrán en el siguiente ciclo MVA, ya que este delta de velocidad se sumará al modelo inicial para obtener un modelo actualizado que comenzará la segunda iteración MVA.

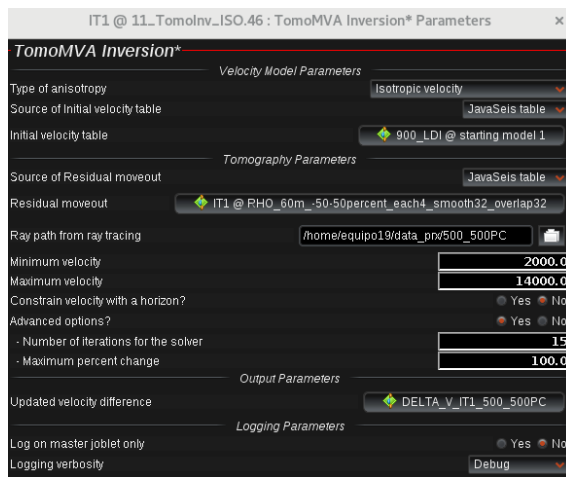


Figura 31. Flujo para realizar la tomografía PSDM en ProMAX®.

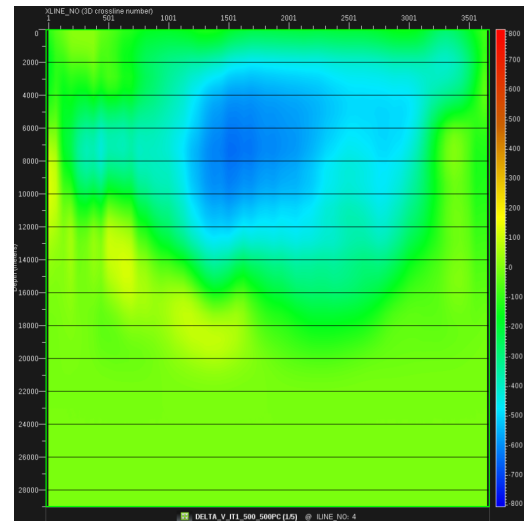
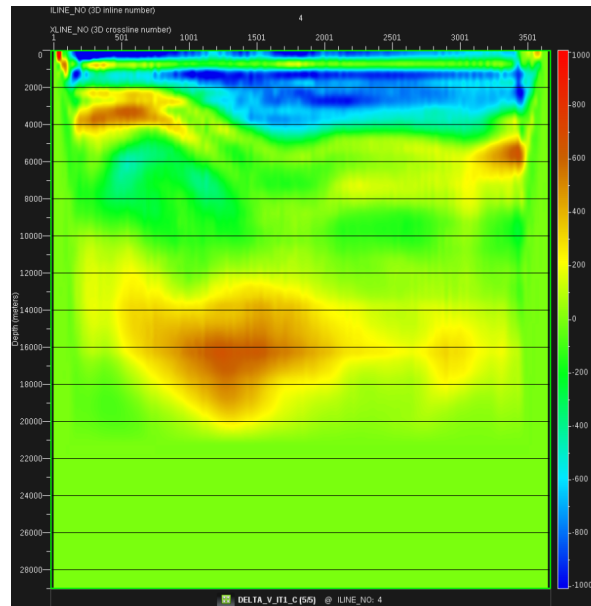


Figura 32. Delta de velocidad resultado de la tomografía en ProMAX®.

Una de las principales desventajas observadas con el uso de ProMAX®, es que no permite modificar la grilla de inversión, por lo tanto, los resultados obtenidos no necesariamente reflejan la mejor relación entre las resoluciones de las grillas utilizadas en el proceso MVA. Otra desventaja es que el software permite seleccionar un número de iteraciones pero no permite visualizar el comportamiento del error residual en el proceso de inversión en cada iteración.

Los resultados obtenidos al realizar la tomografía PSDM, del primer ciclo MVA con el código desarrollado en este proyecto, se presentan en la Figura 33, donde se puede ver una mejor distribución de los cambios en velocidad, reforzando con un incremento en la velocidad el sector donde se encuentra el domo salino y reduciendo las velocidades en la parte somera del modelo.

Figura 33. Delta de velocidad obtenido con el código desarrollado.



4.1.1. Resultados obtenidos en ProMAX® A continuación se presentan los resultados obtenidos al realizar cinco iteraciones del proceso MVA completo en ProMAX®. Las Figuras 34 - 37 en la parte izquierda, presentan un mismo *gather* para cada una de las iteraciones y como éste va aplanando los horizontes a medida que se avanza en el número de iteración. La parte derecha de las figuras presenta la distribución del error RHO para cada iteración, al comparar la segunda y última iteración se puede observar una disminución del porcentaje de RHO obtenido, debido a la horizontalidad de los reflectores en los *gathers*.

Figura 34. *Gather* y RHO obtenidos en la segunda iteración MVA.

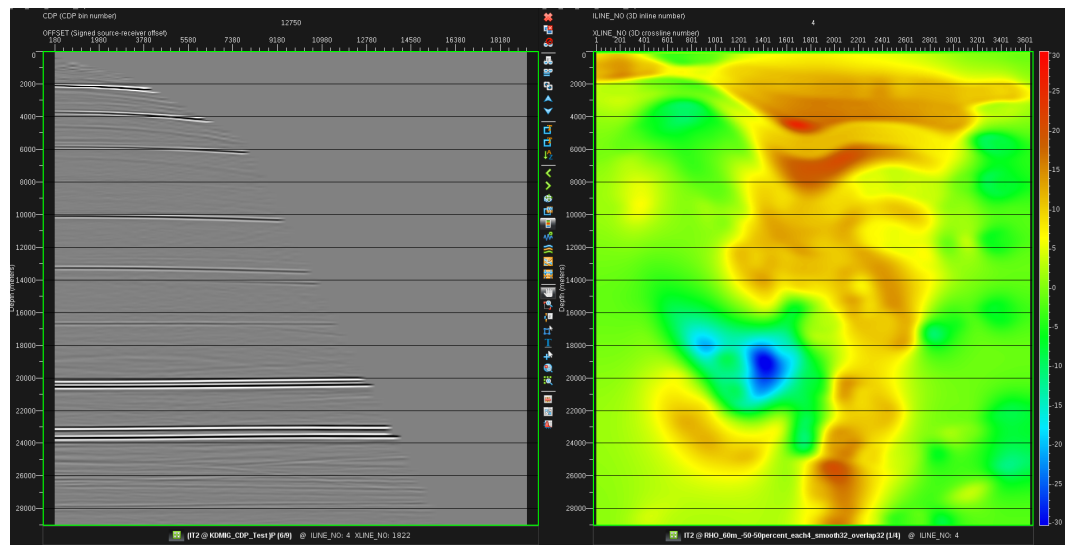


Figura 35. *Gather* y RHO obtenidos en la tercera iteración MVA.

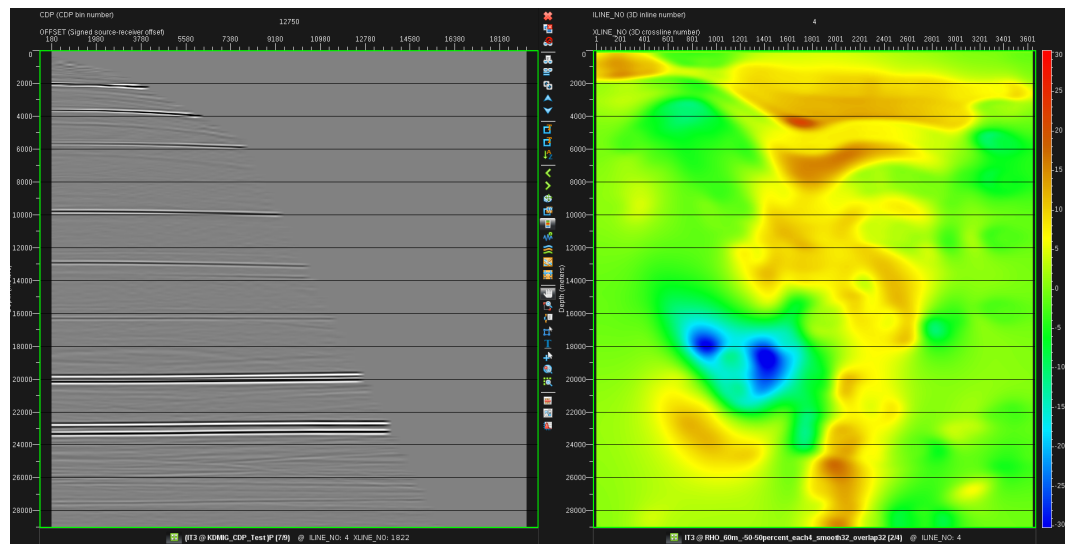


Figura 36. *Gather* y RHO obtenidos en la cuarta iteración MVA.

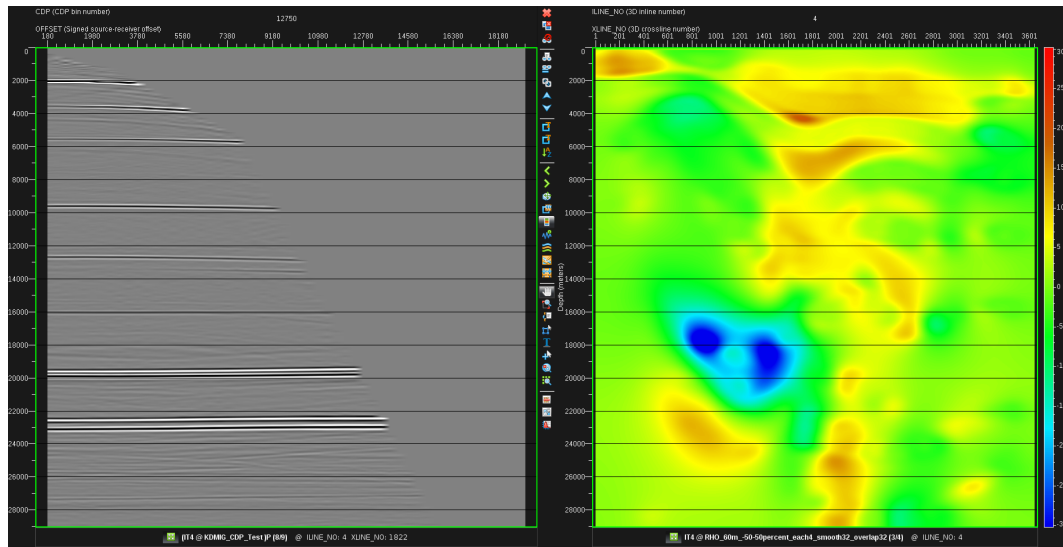
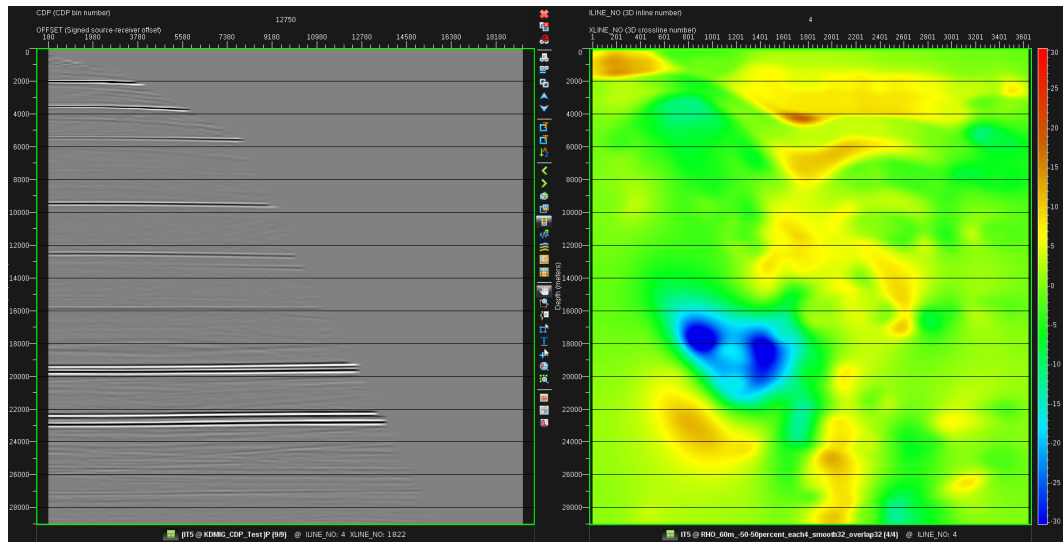


Figura 37. *Gather* y RHO obtenidos en la quinta iteración MVA.



Las Figuras 38 - 41, presentan el modelo inicial para la iteración correspondiente y el delta de velocidad obtenido mediante la inversión tomográfica de ProMAX®. De esta manera, la suma de las velocidades observadas en cada figura, darán como

resultado el modelo inicial de la siguiente figura.

Figura 38. Modelo inicial actualizado y delta de velocidad de la segunda iteración MVA.

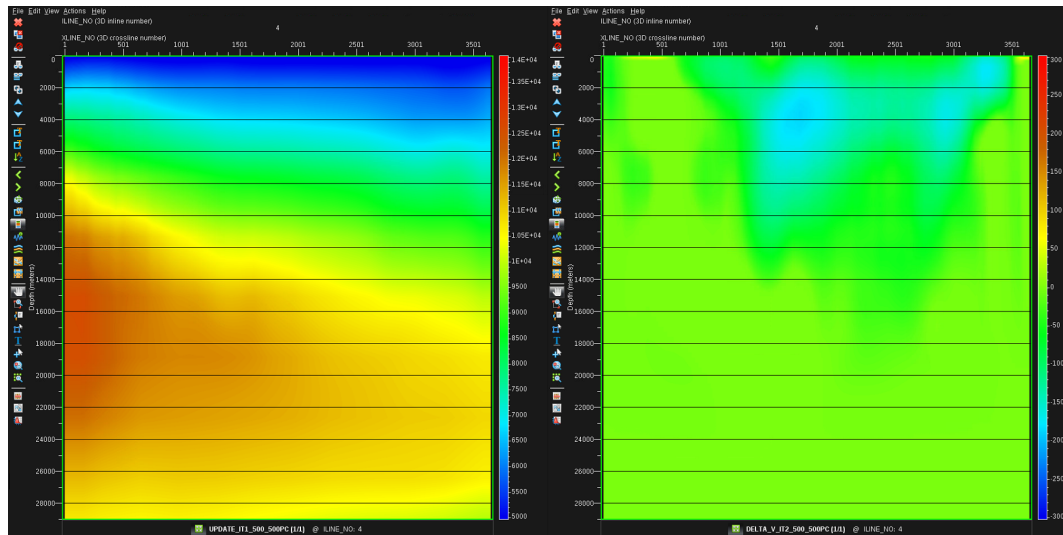


Figura 39. Modelo inicial actualizado y delta de velocidad de la tercera iteración MVA.

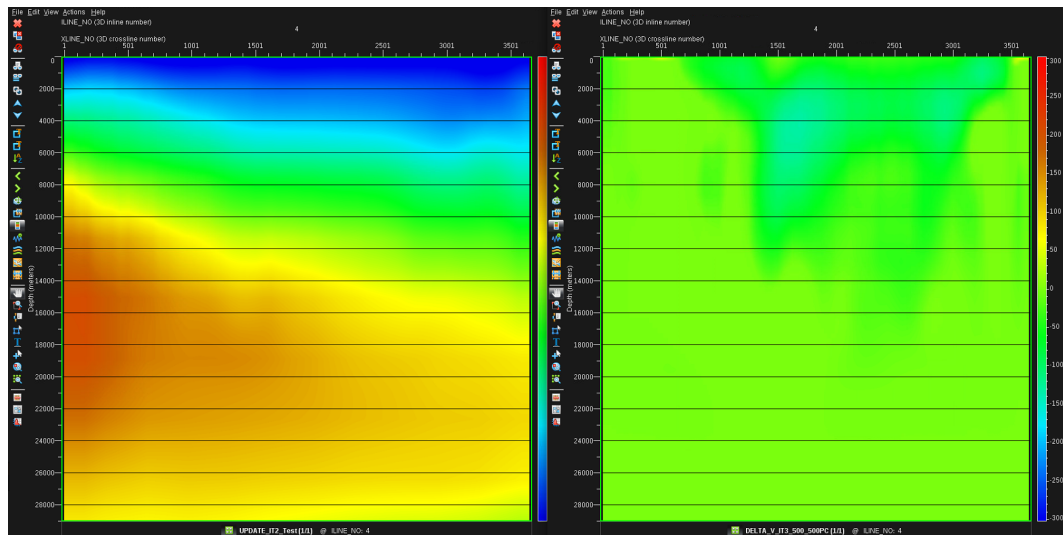


Figura 40. Modelo inicial actualizado y delta de velocidad de la cuarta iteración MVA.

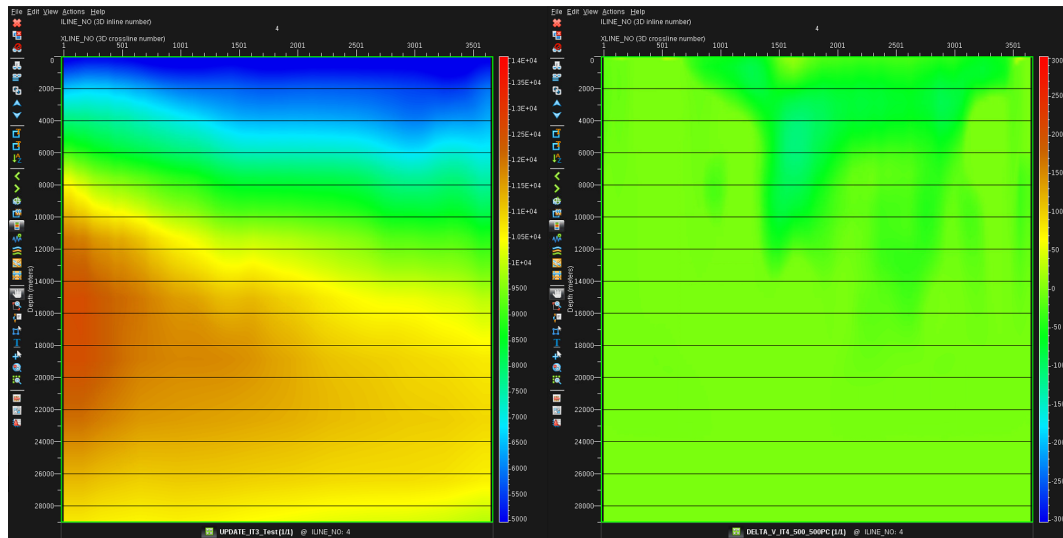
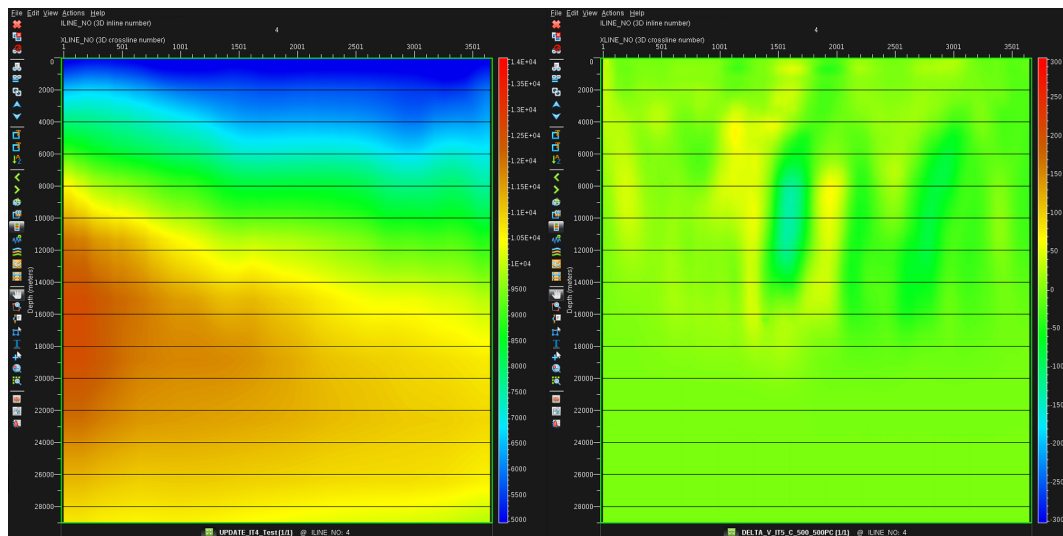


Figura 41. Modelo inicial actualizado y delta de velocidad de la quinta iteración MVA.



Las Figuras 43 - 46, presentan la evolución de un determinado *gather* mientras se realizan las cinco iteraciones del ciclo MVA, utilizando el código desarrollado para realizar la inversión tomográfica. En estas figuras se puede apreciar un aplanamiento de los reflectores observados en el *gather*, junto con una disminución en la distribución del error porcentual residual RHO desde la segunda iteración (valores de hasta 25 %) a la quinta (valores máximos de 12 %).

Figura 43. *Gather* y RHO obtenidos en la segunda iteración MVA.

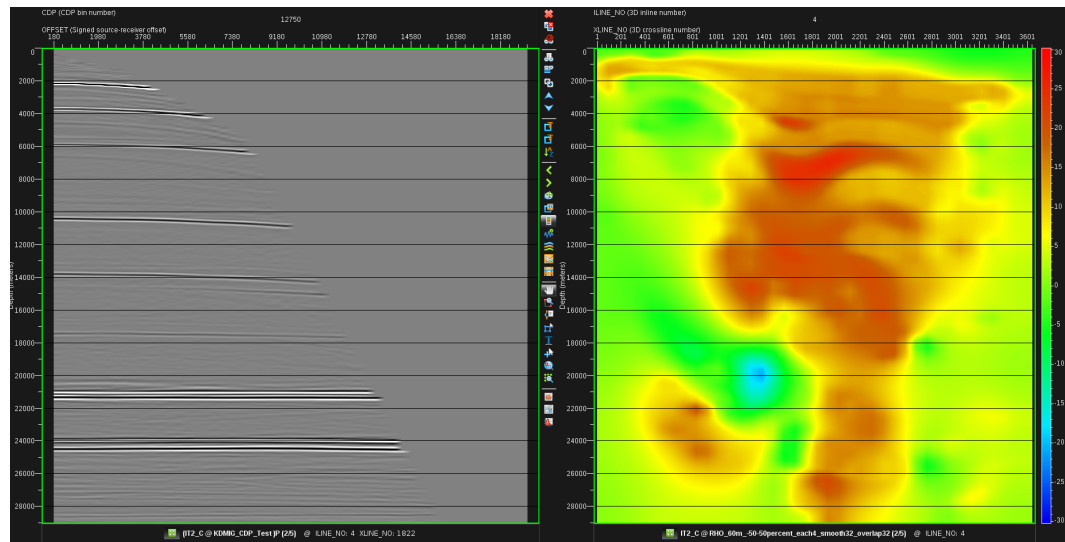


Figura 44. *Gather* y RHO obtenidos en la tercera iteración MVA.

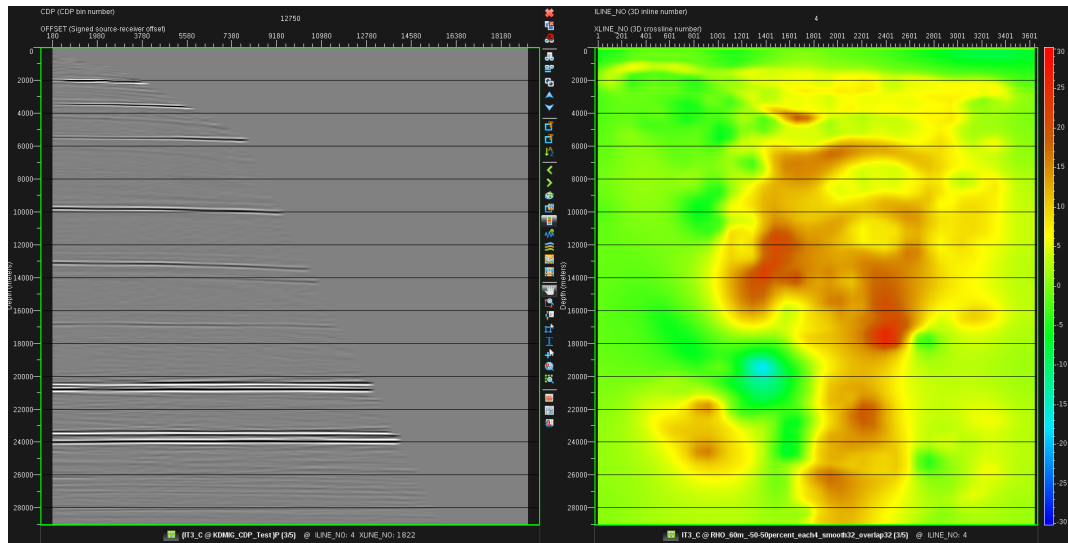


Figura 45. *Gather* y RHO obtenidos en la cuarta iteración MVA.

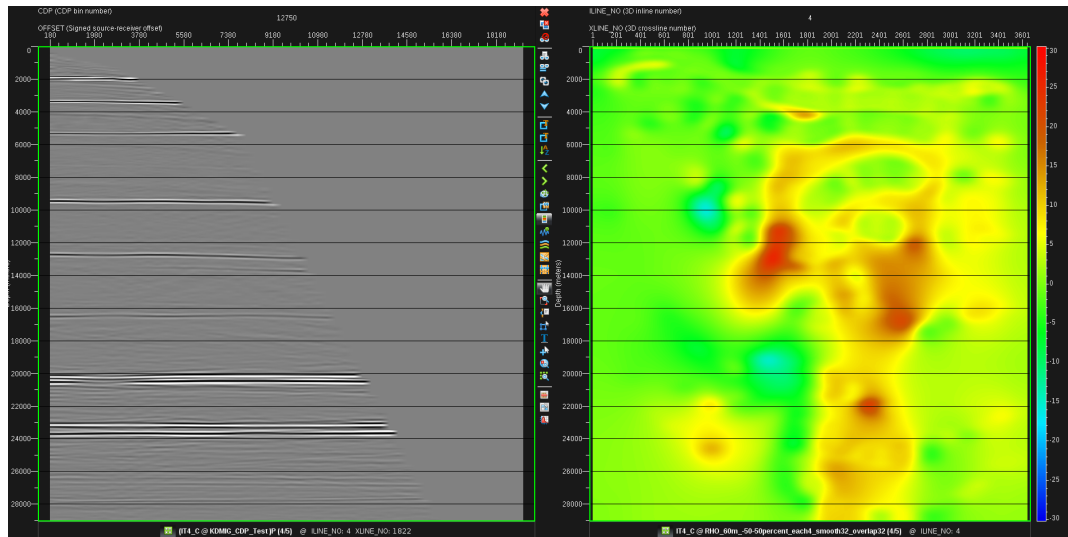
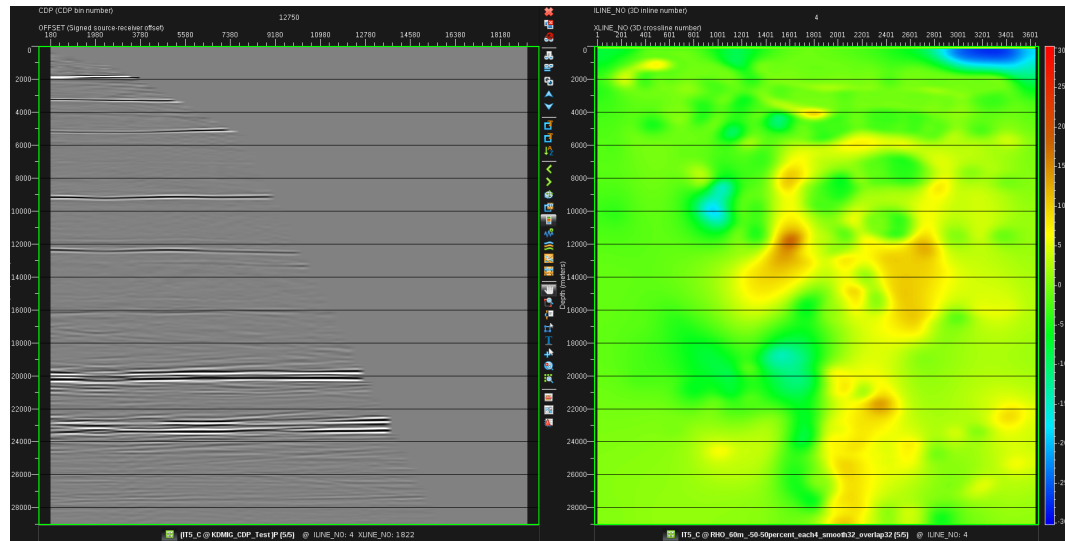


Figura 46. *Gather* y RHO obtenidos en la quinta iteración MVA.



Las siguientes figuras (47 - 50) muestran el modelo inicial utilizado en cada iteración y el delta de velocidad obtenido luego de la tomografía con el código desarrollado. Se puede observar que para la quinta iteración, el delta de velocidad es casi nulo, presentando únicamente valores de 30 m/s hacia la parte somera del modelo, pero que en comparación con los 5000 m/s del modelo inicial, no representan un cambio significativo al realizar la suma de ambos.

Figura 47. Modelo inicial actualizado y delta de velocidad de la segunda iteración MVA.

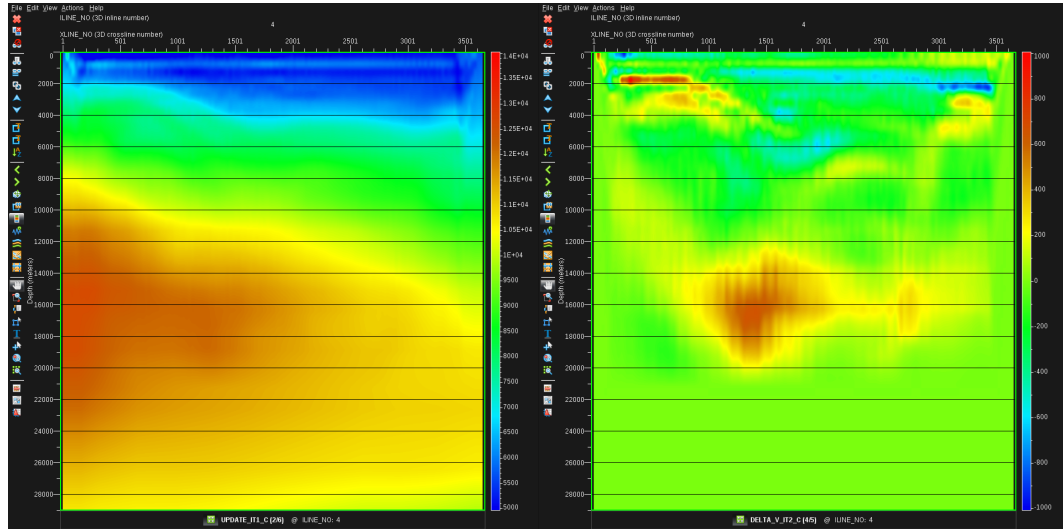


Figura 48. Modelo inicial actualizado y delta de velocidad de la tercera iteración MVA.

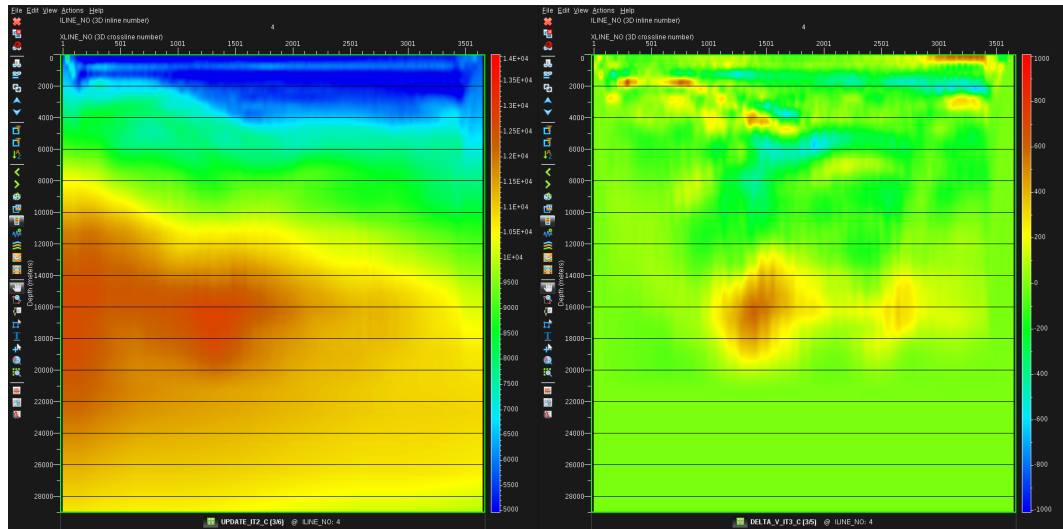


Figura 49. Modelo inicial actualizado y delta de velocidad de la cuarta iteración MVA.

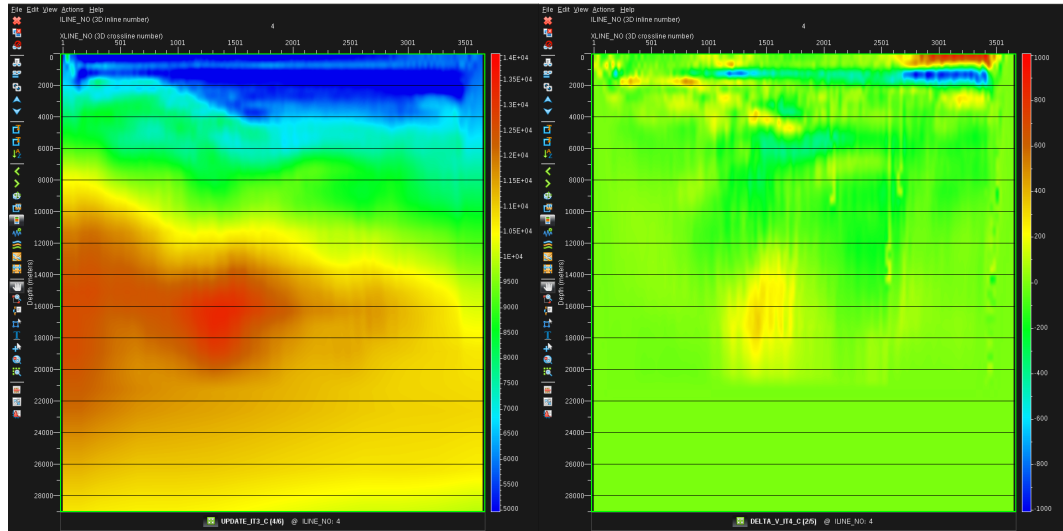
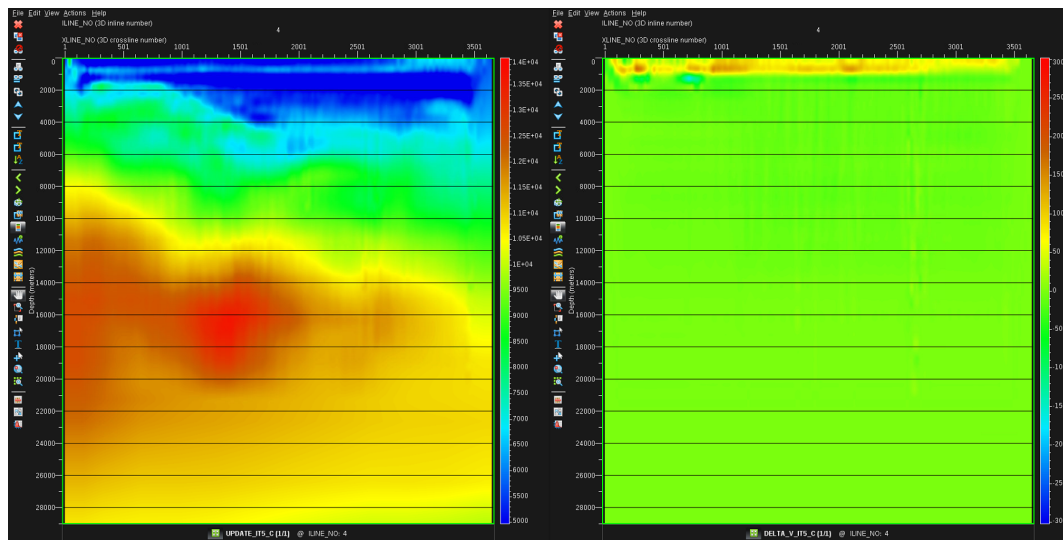


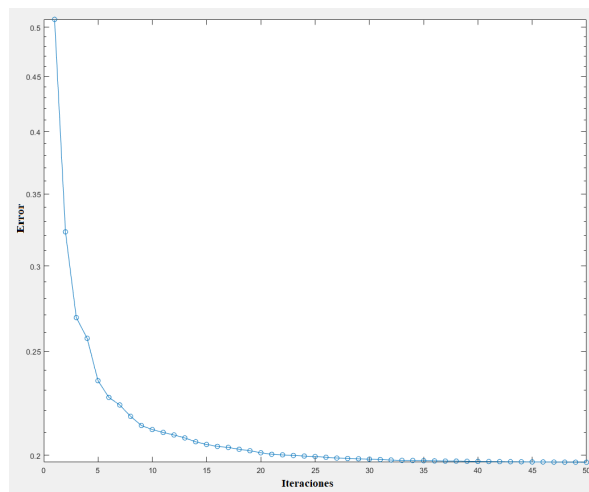
Figura 50. Modelo inicial actualizado y delta de velocidad de la quinta iteración MVA.



Una de las ventajas de implementar la tomografía PSDM es que se puede realizar una medición en tiempo real del residual que genera el método del gradiente conjugado, de esta manera se puede establecer el número de iteraciones óptimo para

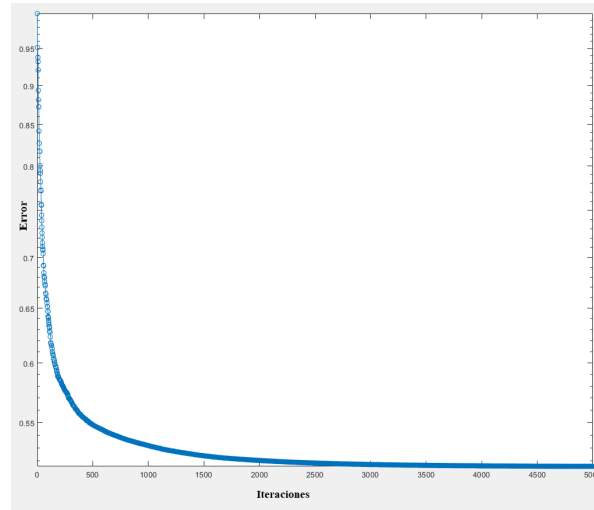
detener la tomografía. En la Figura 51, se presenta el residual observado durante la ejecución del método de gradiente conjugado para la inversión tomográfica de la primera iteración MVA. En el eje x se tiene el número de iteración del método y en el eje y el error observado. Para esta primera iteración, el número óptimo para detener la tomografía es entre la iteración 20 y 25, ya que el error disminuyó hasta un 20 % comparado con el primer ciclo del método.

Figura 51. Residual observado del método de gradiente conjugado para la tomografía de la primera iteración.



Para la quinta iteración MVA, el error del método de gradiente conjugado únicamente llega a un 50 % (Figura 52), y requiere alrededor de 2000 iteraciones para alcanzar este valor, aunque como se pudo apreciar en los resultados, el delta de velocidad no cambia significativamente, ya que la solución a través de los cinco ciclos MVA tiende a converger en el modelo inicial de la Figura 50.

Figura 52. Residual observado del método de gradiente conjugado para la tomografía de la quinta iteración.



4.1.3. Comparación resultados Los modelos de velocidad actualizados luego de cinco iteraciones MVA con ProMAX[®] y el código desarrollado se presentan en la Figura 53 y 54 respectivamente. El resultado de la Figura 54 muestra una mayor velocidad (cercana a 14000 m/s) en la zona del domo salino del modelo Hess original (las velocidades se encuentran entre 14000 - 15000 m/s).

Adicionalmente, en las Figuras 55 y 56 se presentan las imágenes apiladas junto con el modelo real Hess, apreciando un mejor posicionamiento de los reflectores en el resultado obtenido con el código desarrollado.

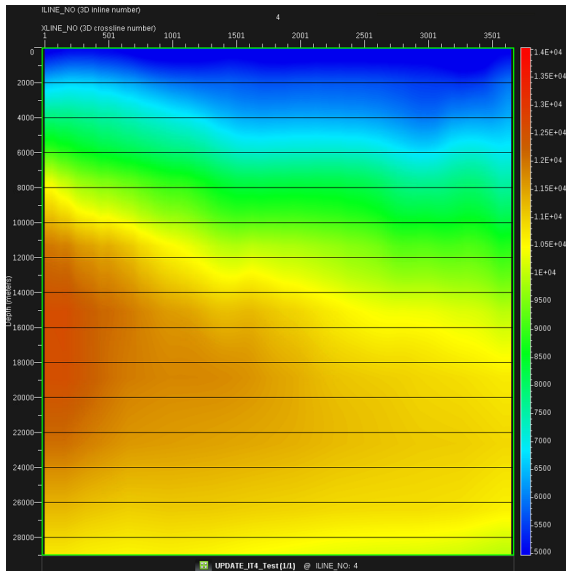


Figura 53. Modelo de velocidad actualizado iteración cinco en ProMAX®.

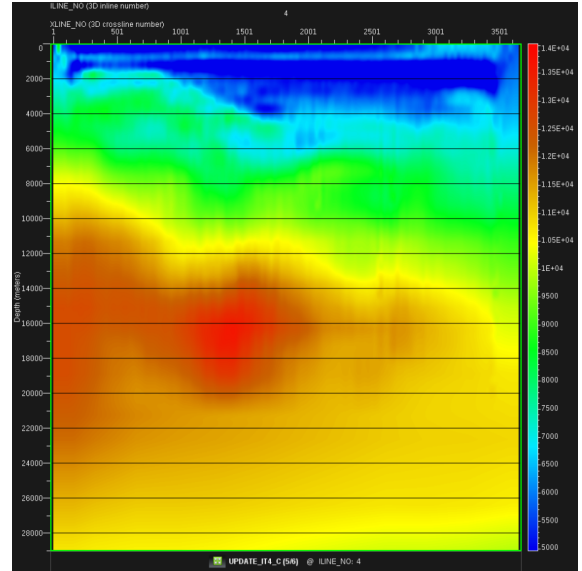


Figura 54. Modelo de velocidad actualizado iteración cinco con código propio.

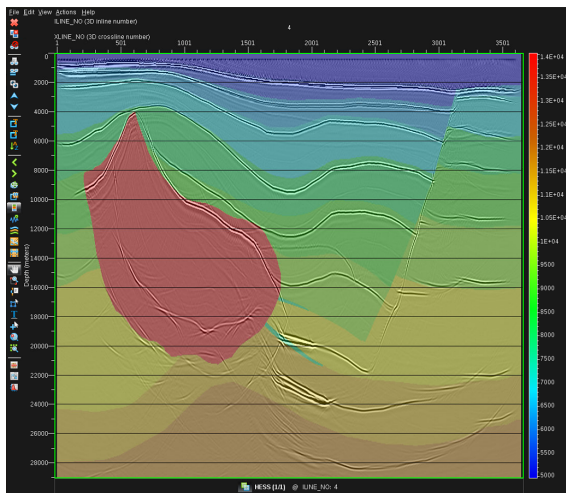


Figura 55. Imagen apilada de los *gathers* iteración cinco en ProMAX®.

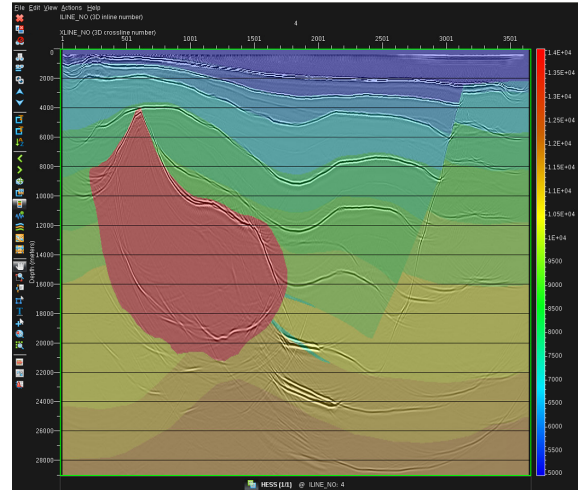


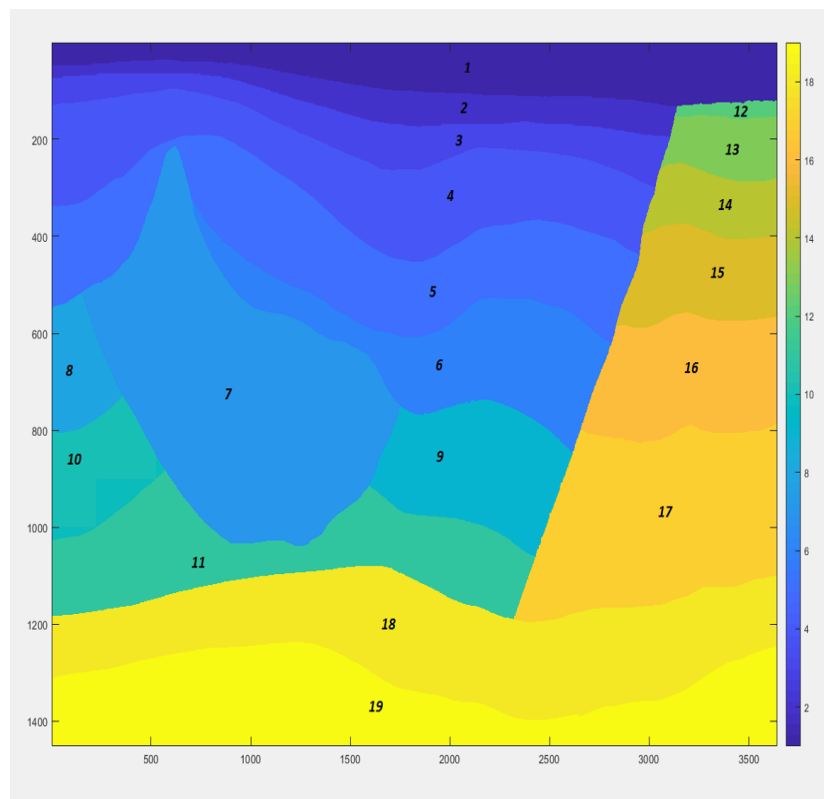
Figura 56. Imagen apilada de los *gathers* iteración cinco con código propio.

4.2. Tomografía parametrizada

Luego de observar los resultados anteriores, se decidió implementar la tomografía parametrizada propuesta en la sección 3.2, para esto se escribió el código que construye la matriz \mathbf{Q} y se obtuvieron los siguientes resultados:

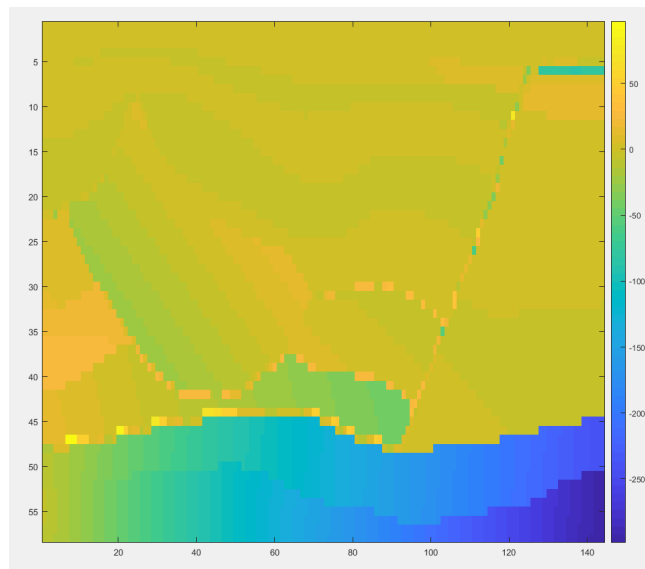
La Figura 57, muestra los compartimentos interpretados para el modelo Hess, en total son 19 *frameworks* de los cuales cada uno contiene tres parámetros de velocidad. Es importante aclarar que los colores observados en esta Figura no corresponden a las velocidades de los compartimentos, si no al número asignado por el intérprete.

Figura 57. Compartimentos utilizados para generar la tomografía paramétrica.



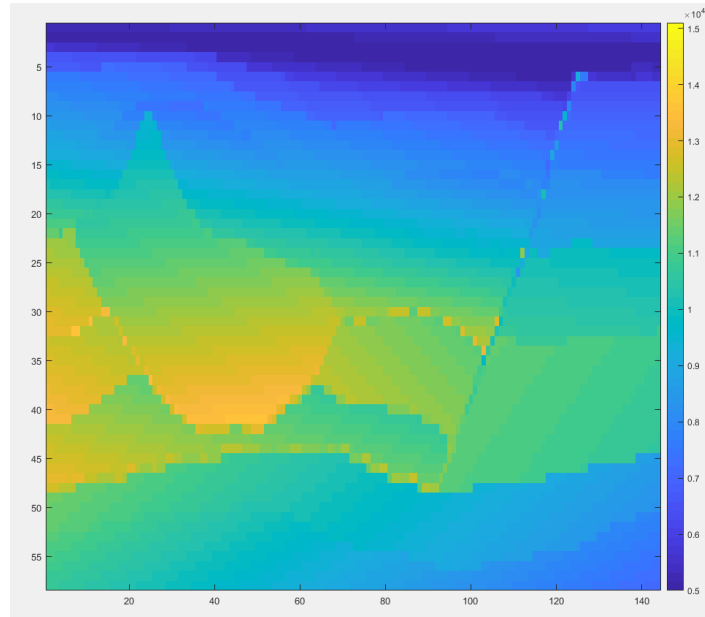
El resultado de implementar la tomografía por compartimentos se presenta en la Figura 58, donde se puede apreciar el contorno de la estructura interpretada y cambios de velocidad de hasta 250 m/s.

Figura 58. Delta de velocidad obtenido al realizar la tomografía por compartimentos.



Luego de sumar el delta de velocidad (Figura anterior) con el modelo actualizado de la iteración cinco (Figura 54), se obtiene el resultado de la Figura 59, donde se puede apreciar un modelo de velocidad que incorpora la información geológica estructural dentro del proceso de inversión, mejorando la asignación de velocidades a cada compartimento, gracias a su condición paramétrica.

Figura 59. Modelo de velocidad actualizado luego de realizar la tomografía por compartimentos.



4.2.1. Comparación resultados Con el fin de comparar el resultado obtenido en la Figura 59 (tomografía paramétrica) con el resultado de la Figura 54 (tomografía PSDM tradicional), las Figuras 60 y 61 respectivamente, presentan el porcentaje de error de velocidad celda por celda respecto al modelo original Hess.

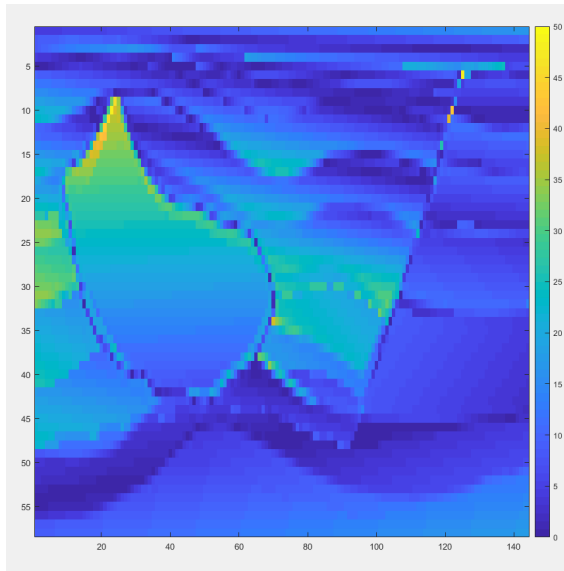


Figura 60. Error entre el resultado de la tomografía paramétrica y el modelo original Hess.

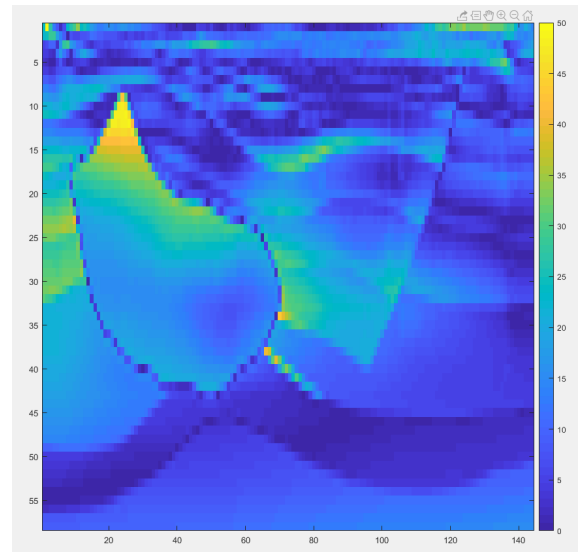


Figura 61. Error entre el resultado de la tomografía PSDM tradicional y el modelo original Hess.

Como se puede apreciar en la Figura 60, el error en el cuerpo de sal es uniforme y tiende a ser menor que el obtenido con la tomografía tradicional. Adicionalmente la parte somera del modelo de velocidad presenta errores con menor magnitud comparado con la Figura 61.

Finalmente, se utiliza el modelo de velocidad de la Figura 59 para realizar una migración PSDM y de esta manera obtener la imagen apilada de la Figura 62, la cual, se compara con la Figura 63 (Imagen apilada resultado de utilizar el modelo de velocidad obtenido en la iteración cinco con el código escrito), observando una mejor definición de los reflectores en la parte somera del modelo y hacia la región de la falla (zona derecha del modelo). No se aprecian cambios significativos en los reflectores obtenidos del domo salino.

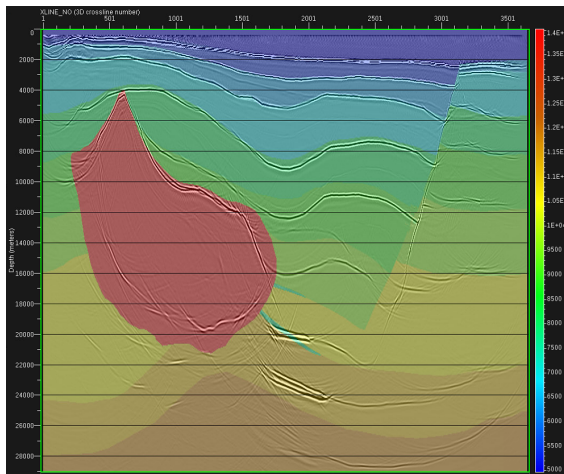


Figura 62. Imagen apilada de los *gathers* utilizando el modelo actualizado de la tomografía por compartimentos.

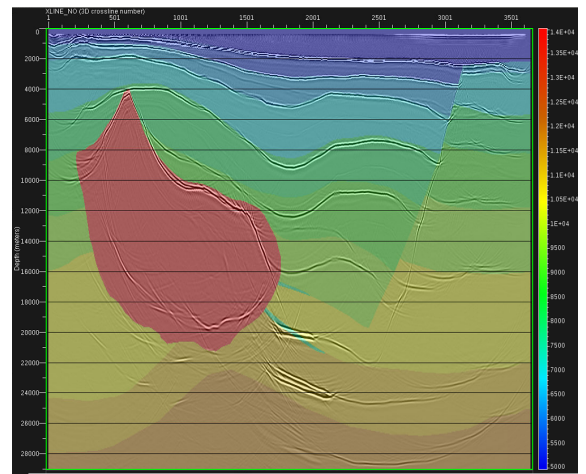


Figura 63. Imagen apilada de los *gathers* utilizando el modelo actualizado de la iteración cinco con código propio.

5. CONCLUSIONES

La tomografía paramétrica propuesta puede ser realizada como una primera iteración para construir un modelo de velocidades (VMB) cuando se cuenta con una buena interpretación basada en pozos y un campo de velocidades V_{rms} que se convierta a velocidades de intervalo.

Al utilizar la tomografía paramétrica debe evaluarse si es requerido incluir la función bilineal o solamente la función lineal con gradiente vertical, lo cual dependerá del tipo de geología.

La implementación de la tomografía en grilla regular permitió un mayor entendimiento de una tecnología comercial y evidenciar que es necesario conocer los algoritmos que hay detrás de estas herramientas de software para ser un usuario más inteligente. De hecho se escaló al proveedor que se requiere incluir el reporte de error del proceso de optimización y modificar el valor de la grilla de inversión.

Los resultados obtenidos con la tomografía paramétrica incorporan de una mejor manera información de los compartimentos geológicos interpretados al modelo de velocidad, disminuyendo el error entre el modelo real y el calculado.

5.1. Trabajo Futuro

Se requiere seguir trabajando los dos algoritmos implementados para pruebas con datos reales inicialmente marinos para no entrar en los problemas de topografía y estáticas asociadas a estrato somero.

Agrupar en una sola herramienta de software el uso de la tomografía con grilla regular y la tomografía paramétrica, con el fin de facilitar el uso de las dos metodologías dentro de un mismo flujo de trabajo.

Modificar el algoritmo utilizado para la inversión paramétrica, con el objetivo de utilizar una función de velocidad específica de acuerdo a las estructuras geológicas observadas en la interpretación.

BIBLIOGRAFÍA

AGILE. *www.agilegeoscience.com*. 17 de Octubre, 2011 (vid. pág. 18).

ASTER Richard, *et al.* *Parameter estimation and inverse problems*. Elsevier, 2013 (vid. pág. 36).

BECERRA, Carlos. *Análisis de incertidumbre en la velocidades de intervalo y en la posición de reflectores obtenidas por migración pre-apilado en profundidad (PSDM)*. Universidad EAFIT, 2010 (vid. pág. 24).

BIONDI, Biondo. *Concepts and applications in 3D seismic imaging*. Society of Exploration Geophysicists, 2007 (vid. págs. 19-21, 33).

BIONDI Biondo y SYMES, William. "Angle domain common image gathers for migration velocity analysis by wavefield continuation imaging." En: *Geophysics* 69 (2004), págs. 1283 -1298 (vid. pág. 19).

CENSOR, Yair. "Row action methods for huge and sparse systems and their applications." En: *Soc. Industri. Appl. Math. Rev.* 23 (1981), págs. 444-466 (vid. pág. 57).

CHAURIS Hervé, *et al.* "Migration velocity analysis from locally coherent events in 2-D laterally heterogeneous media, Part I: Theoretical aspects." En: *Geophysics* 67 (2002), págs. 1202-1212 (vid. pág. 26).

CLAERBOUT, Jon. *Fundamentals of Geophysical Data Processing*. McGraw-Hill, 1976 (vid. pág. 17).

CLAPP Robert, *et al.* "Incorporating geologic information into reflection tomography." En: *Geophysics* 69 (2004), págs. 533-546 (vid. pág. 38).

FAGIN, Stuart. *Model-based depth imaging*. Society of Exploration Geophysicists, 1999 (vid. págs. 13, 22, 23).

FAUST, Li Yuan. "A velocity function including lithologic variation." En: *Geophysics* 18 (1953), págs. 271-287 (vid. pág. 25).

GILBERT, Peter. "Iterative methods for the three-dimensional reconstruction of an object from projections." En: *J. Theor. Biol.* 36 (1972), págs. 105-117 (vid. pág. 57).

HARDY Pierre y JEANNOT, Jean Paul. "3D reflection tomography in time-migrated space." En: *69th Annual International Meeting* (1993), págs. 1287 -1290 (vid. pág. 37).

HESTENES Magnus y STIEFEL, Eduard. "Methods of conjugates gradients for solving linear systems." En: *Nat. Bur. Standards J. Res.* 49 (1952), págs. 409-436 (vid. pág. 57).

JONES, Ian. "Tutorial: Velocity estimation via ray-based tomography". En: *First break* 28.7 (2010), págs. 45-52 (vid. págs. 16, 30, 50, 52).

KOSLOFF Dan, *et al.* "Velocity and interface depth determination by tomography of depth migrated gathers." En: *Geophysics* 61 (1991), págs. 1511-1523 (vid. pág. 38).

LIU Faqui y MORTON, Scott. "2D Hess VTI Model." En: *Hess Corporation* (2006) (vid. págs. 47, 70).

MICHELENA, Reinaldo y HARRIS Jerry. "Tomographic travelttime inversion usign natural pixels." En: *Geophysics* 56 (1991), págs. 635-644 (vid. pág. 38).

NWHIT. *NMO correction*. *commons.wikimedia.org*. 7 de Marzo, 2012 (vid. pág. 20).

Orejuela, Paola. *Interpretación directa de imágenes en profundidad (PSDM) para la construcción del modelo de velocidad y ciclo MVA. Caso de estudio Campo Petrolera - Cuenca Catatumbo*. Trabajo de investigación de maestría en geofísica, 2018 (vid. pág. 61).

ROBEIN, Etienne. *Seismic imaging: a review of the techniques, their principles, merits and limitations*. EAGE publications, 2010 (vid. págs. 17, 25, 27, 28, 40).

SCALES, Jhon. "Tomographic inversion via the conjugate gradient method". En: *Geophysics* 52 (1987), págs. 179 -185 (vid. págs. 32, 58-60).

SCHULTZ, Phil. *The Seismic Velocity Model as an Interpretation Asset. Distinguished Instructor Short Course, Series No. 2*. Society of Exploration Geophysicists, 1999 (vid. pág. 25).

SCHUSTER, Gerard. T. *Seismic Inversion*. Society of Exploration Geophysicists, 2017 (vid. págs. 29, 39, 41, 43).

STORK, Christof. "Reflection tomography in the postmigrated domain." En: *Geophysics* 57 (1992), págs. 680 -692 (vid. págs. 33, 37, 42).

THIKONOV Nikolaevich y ARSENIN, Vasiliĩ. "Solutions of ill-posed problems." En: *Math. Comput.* (1977) (vid. pág. 38).

VIVAS Flor, *et al.* *Manual de migración en profundidad PSDM 3D utilizando LDI*. Instituto Colombiano del Petróleo, 2016 (vid. págs. 24, 61).

WOOWARD Martha, *et al.* "A decade of tomography". En: *Geophysics* 73.5 (2008), VE5 -VE11 (vid. págs. 13, 26, 33).

XIA Fan., REN Yiqing y JIN Shengwen. "Tomographic migration-velocity analysis using common angle image gathers." En: *Geophysics* (2008), págs. 3103-3107 (vid. págs. 44, 45).

ZHANG Jianxing, *et al.* "Reflection tomography based on a velocity model with implicitly described structure information." En: *J. Geophys. Eng.* (2016), págs. 721-732 (vid. pág. 38).

ZHDANOV, Michael. *Geophysical inverse theory and regularization problems*. Elsevier, 2002 (vid. pág. 36).