

ESTUDIO DEL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS DE DOS ESCALONES

ANDRÉS FERNANDO NIÑO SÁENZ

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE ESTUDIOS INDUSTRIALES Y EMPRESARIALES
BUCARAMANGA**

2017

ESTUDIO DEL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS DE DOS ESCALONES

ANDRÉS FERNANDO NIÑO SÁENZ

Trabajo de grado para optar al título de Ingeniero Industrial

Director:

JAVIER ARIAS OSORIO

Magister en Administración

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS

ESCUELA DE ESTUDIOS INDUSTRIALES Y EMPRESARIALES

BUCARAMANGA

2017

DEDICATORIA

A Dios, por darme la oportunidad de progresar e inspirarme a lo largo de la vida.

A mis padres, por brindarme una gran formación.

A José D. Niño, quien con sus inusitadas capacidades ha sido un ejemplo para mí.

AGRADECIMIENTOS

Al profesor Javier Arias Osorio, por sus consejos y directrices en el transcurso de la investigación, así como a los profesores de la Escuela de Estudios Industriales y Empresariales.

A mi *alma máter*, la Universidad Industrial de Santander, por ser fuente de conocimiento y aprendizaje.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	14
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	16
2. OBJETIVOS.....	18
2.1 OBJETIVO GENERAL	18
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	18
3. METODOLOGÍA	19
3.1 FASE 1: REVISIÓN DE LITERATURA.....	19
3.2 FASE 2: FORMULACIÓN DEL MODELO.....	22
3.3 FASE 3: SELECCIÓN Y APLICACIÓN DE TECNICAS	23
3.4 FASE 4: VALORACIÓN DE RESULTADOS	24
3.5 FASE 5: ELABORACIÓN DE ARTÍCULO.....	25
4. MARCO TEÓRICO	26
4.1 OPTIMIZACIÓN MATEMÁTICA.....	26
4.1.1 Modelos matemáticos.	27
4.1.2 Técnicas de solución.....	28
4.2 LOGÍSTICA DE TRANSPORTE	30
4.3 RUTEO DE VEHÍCULOS	32
5. REVISIÓN DE LITERATURA.....	33
6. PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS DE DOS ESCALONES	42
6.1 DESCRIPCIÓN DETALLADA DEL 2E-CVRP	44
6.2 FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL 2E-CVRP	45

7. METAHEURÍSTICA HÍBRIDA APLICADA AL 2E-CVRP	48
7.1 PROCEDIMIENTO DE BÚSQUEDA VORAZ ADAPTATIVA ALEATORIA	48
7.1.1 Procedimiento de división.	49
7.2 RECOCIDO SIMULADO	52
7.2.1 Vecindades de búsqueda.....	54
7.2.1.1 Operador de construcción 2-opt.....	55
7.2.1.2 Operador de construcción Or-opt.....	56
7.2.1.3 Operador de construcción Exchange.....	57
7.3 EXTENSIÓN DEL MÉTODO HÍBRIDO	58
8. EXPERIMENTACIÓN	64
8.1 INSTANCIAS DE PRUEBA.....	64
8.2 DESARROLLO DEL ALGORITMO APLICADO AL 2E-CVRP	66
8.2.1 Descripción de los subalgoritmos del 2E-VRP.....	69
8.2.2 Descripción del algoritmo de extensión.....	72
8.3 RESULTADOS DE LA EXPERIMENTACIÓN.....	72
9. CONCLUSIONES	81
10. RECOMENDACIONES	82
BIBLIOGRAFÍA.....	84
ANEXOS	91

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Coordenadas de los clientes.....	60
Tabla 2. Comparación de distancias.....	61
Tabla 3. Características de las instancias.....	65
Tabla 4. Propiedades del equipo de cómputo.....	66
Tabla 5. Resultados GRASP vs. GRASP+SA.....	73
Tabla 6. Resultados GRASP+SA vs. GRASP+SA extendido.....	76
Tabla 7. Resultados GRASP+VND vs. GRASP+SA extendido.....	78

LISTA DE FIGURAS

Pág.

Figura 1. Ecuación de búsqueda adaptada a Web of Science.....	20
Figura 2. Ecuación de búsqueda adaptada a EBSCO Host.....	20
Figura 3. Resultados de la búsqueda en Web of Science.....	21
Figura 4. Resultados de la búsqueda en EBSCO Host.....	21
Figura 5. Ilustración del 2E-CVRP.	43
Figura 6. Grafo de la permutación T	50
Figura 7. Grafo auxiliar del procedimiento de división.	51
Figura 8. Solución por medio del procedimiento de división.	52
Figura 9. Aplicación del operador 2-opt.	55
Figura 10. Aplicación del operador Or-opt.	56
Figura 11. Aplicación del operador Exchange.....	57
Figura 12. Asignación inicial de la primera permutación.	59
Figura 13. Segunda asignación de la primera permutación.	61
Figura 14. Primera permutación de la matriz.	62
Figura 15. Matriz de permutaciones completa.	63
Figura 16. Esquema general del algoritmo.	67
Figura 17. Gráfico comparativo GRASP vs. GRASP+SA.	74
Figura 18. Variación porcentual GRASP y GRASP+SA.....	75
Figura 19. Gráfico comparativo GRASP+SA vs. GRASP+SA extendido.	77
Figura 20. Variación porcentual GRASP+SA y GRASP+SA extendido.	78
Figura 21. Gráfico comparativo GRASP+VND vs. GRASP+SA extendido.	79
Figura 22. Variación porcentual GRASP+VND y GRASP+SA extendido.....	80

LISTA DE ANEXOS

Pág.

ANEXO A. ARTICULO	91
-------------------------	----

RESUMEN

TÍTULO: ESTUDIO DEL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHICULOS DE DOS ESCALONES¹.

AUTOR: NIÑO SÁENZ, Andrés Fernando².

PALABRAS CLAVE: Ruteo de vehículos; Dos escalones; Metaheurísticas; GRASP; Recocido simulado.

DESCRIPCIÓN:

Avances recientes en la investigación de problemas de ruteo, han permitido dar con extensiones del clásico Problema de Ruteo de Vehículos (VRP), como lo es el Problema de Ruteo de Vehículos de Dos Escalones (2E-CVRP), en el cual se extiende la búsqueda de rutas que minimicen el costo asociado al transporte de los vehículos, para dos escalones. El primero de ellos que conecta la carga desde un depósito central hasta su consolidación en depósitos intermedios denominados satélites, y el segundo que enlaza la carga de los satélites con el cliente final, para satisfacer de esta forma su demanda. El interés por estudiar esta clase de problemas radica en el impacto positivo de un diseño adecuado de las rutas en los sistemas de distribución de las cadenas de suministro, el cual afecta la calidad de vida de las personas al incidir en aspectos como la congestión y contaminación, entre otros.

Para la solución del 2E-CVRP se optó por implementar un híbrido metaheurístico, la primera técnica denominada GRASP se enfoca en la formación de una solución inicial del problema al hacer uso de un procedimiento de división; para dar lugar al segundo método designado como recocido simulado, en el que por medio de los operadores de construcción de vecindades 2-opt, Or-opt y Exchange, se intensifica la inquisición de mejora de la solución inicial.

La forma en la que trabaja el método híbrido permitió proponer una extensión la cual encuentra soluciones favorables respecto del método inicial, al ser probada sobre las instancias encontradas en la literatura para el 2E-CVRP.

¹ Trabajo de grado.

² Facultad de Ingenierías Físico mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Director: Magister. Javier Arias Osorio.

ABSTRACT

TITLE: STUDY OF THE TWO-ECHELON VEHICLE ROUTING PROBLEM³.

AUTHOR: NIÑO SÁENZ, Andrés Fernando⁴.

KEY WORDS: Vehicle routing; Two-echelon; Metaheuristics; GRASP; Simulated annealing.

DESCRIPTION:

Recent advances in the investigation of routing problems, have allowed to give with extensions of the classic Vehicle Routing Problem (VRP), such as the Two-Echelon Vehicle Routing Problem (2E-CVRP), in which extends the search for routes that minimize the cost associated with the transportation of vehicles, for two echelons. The first one that connects the load from a central depot to its consolidation in intermediate deposits called satellites, and the second that links the load of the satellites with the final customer, to satisfy this demand. The interest in studying these kinds of problems lies in the positive impact of an adequate design of the routes in the distribution systems of the supply chains, which affects the quality of life of the people by influencing aspects such as congestion and pollution, among others.

For the solution of the 2E-CVRP was opted to implement a metaheuristic hybrid, the first technique called GRASP focuses on the formation of an initial solution of the problem by using a splitting procedure; to give rise to the second method designated as simulated annealing, in which the inquisition for improvement of the initial solution is intensified by means of the 2-opt, Or-opt and Exchange neighborhood construction operators.

The way in which the hybrid method works allows to propose an extension which finds favorable solutions with respect to the initial method, being tested on the instances found in the literature for the 2E-CVRP.

³ Trabajo de grado.

⁴ Facultad de Ingenierías Físico mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales.
Director: Magister. Javier Arias Osorio.

INTRODUCCIÓN

La cadena de suministro juega un papel fundamental en la ejecución de la razón social de las organizaciones, debido a la conexión que se genera entre los proveedores, fabricantes, almacenes y distribuidores, la cual tiene como fin brindar un producto o servicio de calidad al cliente en el momento preciso, a la vez que se da un tratamiento adecuado de los recursos disponibles.

Teniendo en cuenta que “el desempeño global de una cadena de suministro es influenciado significativamente por las decisiones tomadas en su plan de producción-distribución, integrando las decisiones en producción, transporte y almacenamiento así como gestión de inventarios”⁵; se identifica la necesidad de prestar atención al transporte, siendo ésta una actividad en la que no se agrega valor al producto o servicio, pero se incurre en gasto de recursos.

Frente a esta situación “el Ministerio de Transporte como ente rector del sector le compete la formulación de políticas que le conduzcan a garantizar un servicio de transporte eficiente y seguro, bajo criterios de racionalidad y calidad para responder a las necesidades de la demanda”⁶. Por lo que este menester es parte del enfoque del desarrollo en Colombia; y desde la investigación de operaciones se pretende apoyar el desarrollo del país. Es así que, la intención del presente proyecto es estudiar el problema de ruteo de vehículos de dos escalones con capacidad limitada, el cual es un problema novedoso y de alta aplicabilidad para el diseño de rutas eficientes que permitan apoyar la toma de decisiones de las organizaciones; en este problema se considera minimizar el costo de transporte en dos niveles o escalones

⁵ FAHIMNIA, B.; LUONG, L. y MARIAN R. An integrated model for the optimization of a two-echelon supply network. *En: Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*. Diciembre, 2008. Vol. 31, No. 2, p. 477-484.

⁶ MINISTERIO DE TRANSPORTE DE COLOMBIA. Situación actual de las empresas de servicio público de transporte de carga. Bogotá, D. C.; 2001.

para una determinada demanda de un conjunto de clientes, la cual parte desde un depósito hasta un grupo de depósitos intermedios llamados satélites, en los cuales se consolida, para posteriormente ser enviada a un grupo de clientes.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Las compañías que tienen claro su enfoque de mejora continua, buscan prestar atención a las operaciones logísticas, en pro de ser más eficientes y competitivos en el mercado a la vez que ahorran recursos; de tal manera que el flujo apropiado de los bienes permita satisfacer al cliente.

El flujo de los productos se presenta en redes, y específicamente uno de los tipos de redes de mayor relevancia en las cadenas de suministro son las redes de distribución, en las que la demanda de un conjunto de clientes debe ser consolidada en instalaciones fijas para su posterior distribución. La circulación de la demanda de productos fluye por medio de canales de distribución, así se denomina a “las líneas a través de las que se efectúa la función de la distribución, y se conoce con el nombre de intermediarios a los elementos básicos del canal”⁷. Los canales de distribución incluyen a los agentes que desempeñan su participación para que se dé el flujo de producto e información hacia y desde el cliente; lo cual se evidencia en la industria de producción principalmente. Estos canales son de vital importancia para el acceso al mercado, y en medio de los fabricantes y el consumidor generalmente se encuentran centros de distribución, esto debido a restricciones políticas, físicas o del mercado entre otras.

Por tanto al enfocarse en las redes de distribución se presenta una bifurcación general respecto al cumplimiento de los objetivos que emanan de estas⁸, los cuales pueden consistir en:

- Basarse en una red de distribución existente, para optimizar el flujo de bienes.
- Seleccionar la configuración apropiada de las instalaciones de la compañía.

⁷ GestioPolis.com, Experto. ¿Qué es un canal de distribución? [En línea]. <<http://www.gestiopolis.com/que-es-un-canal-de-distribucion/>> [Citado el 21 de Julio de 2016].

⁸ AMBROSINO, Daniela y SCUTELLA, Maria. Distribution network design: New problems and related models. En: European Journal of Operational Research. Abril, 2004. Vol. 165, p. 610-624.

Los tipos de redes de distribución a los que puede optar una compañía son diversos y la manera en que se transporta la mercancía puede darse vía terrestre, marítima, aérea o férrea. Sin embargo un elemento común de las redes de distribución terrestre es el aspecto del ruteo, que considera la manera apropiada de distribuir la mercancía a través de la cantidad de niveles que haya en un determinado sistema.

La investigación de redes de distribución escalonada ha sido abordada recientemente y tiene gran aplicabilidad en “áreas como el servicio de entrega *express*, distribución de productos comestibles e hipermercados, comercio electrónico y servicios de entrega a casa, distribución de prensa, y logística en la ciudad”⁹; siendo de alto interés el ruteo de este tipo de redes el cual con un apropiado planteamiento, permite mejorar la calidad de vida de las personas, ya que de manera intrínseca considera aspectos como la disminución de la contaminación y el ruido en las ciudades.

Los avances tecnológicos y temáticos dentro de la ciencia de la computación han permitido descubrir distintos métodos exactos, heurísticos y metaheurísticos para la solución de problemas complejos como lo son los problemas de ruteo, dentro de los cuales se encuentra el 2E-CVRP (problema de ruteo de vehículos de dos escalones con capacidad limitada); estos métodos de solución apuntan a encontrar buenas soluciones en tiempos oportunos a las necesidades estratégicas, tácticas u operativas. En este marco de ideas el estudio del 2E-CVRP junto con la aplicación de técnicas de solución se considera un tema necesario de abordar, en pro de avances cuantitativos en esta temática.

⁹ PERBOLI, G.; TADEI, R. y VIGO, D. The two-echelon capacitated vehicle routing problem: models and math-based heuristics. En: Transportation Science. 2011. Vol. 45, No. 3, p. 364-380.

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GENERAL

Desarrollar un estudio del problema de ruteo de vehículos de dos escalones.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Revisar la literatura sobre el problema de ruteo de vehículos de dos escalones.
- Formular el modelo de optimización del problema en mención, a partir de la literatura revisada.
- Definir y aplicar diversas técnicas de optimización (exactas, heurísticas y/o metaheurísticas) al modelo, utilizando software especializado.
- Evaluar los resultados obtenidos al aplicar las técnicas seleccionadas a instancias disponibles en la literatura.
- Elaborar un artículo publicable sobre el trabajo realizado.

3. METODOLOGÍA

3.1 FASE 1: REVISIÓN DE LITERATURA

Lo primero que se llevó a cabo en la fase de revisión de literatura fue la creación de una ecuación de búsqueda, que permitiera acotar el número de artículos a identificar; este acotamiento permite enfocarse en artículos que tengan una relación significativa con el 2E-CVRP, la ecuación de búsqueda incluida, además de especificar el nombre del problema estudiado, contiene términos relacionados a este como lo son problema de localización ruteo (*location routing problem*, LRP) y cadena de suministro (*supply chain*, SC), ya que la experticia del director del proyecto indicaba que el concepto de múltiples escalones también se encontraba presente en este tipo de temas.

Tras lo cual se estructuró la ecuación haciendo uso de los operadores lógicos correspondientes para posteriormente proceder a aplicarla en dos bases de datos de la Universidad Industrial de Santander, las cuales fueron Web of Science y EBSCO Host; los criterios tenidos en cuenta en la selección a priori de estas dos bases de datos incluían la cobertura, y la conectividad con otras bases de datos; por parte de Web of Science conocemos que tiene una “cobertura multidisciplinar de más de 10.000 revistas de alto impacto en las Ciencias, Ciencias Sociales y Artes y Humanidades, así como la cobertura de los procedimientos internacionales de más de 120.000 conferencias”¹⁰, mientras que EBSCO Host “incluye: Library Information Science & Technology Abstracts, ERIC, MEDLINE, Economía y Negocios, GeoREF, DynaMed, Newspaper Source, MasterFILE Premier, Medic Latina, Fuente Académica, Business Source Premier, Academic Search FullTEXT”¹¹. La ecuación de búsqueda se acomodó al lenguaje e interfaz de cada una de las

¹⁰ Universidad Industrial de Santander. Recursos en línea-Bases de datos. [En línea] < <http://tangara.uis.edu.co/> > [Citado el 21 de Julio del 2016].

¹¹ Ibid.

bases mencionadas, de tal forma que en las figuras 1 y 2, se muestran las ecuaciones adaptadas para cada una de las bases de datos respectivamente:

Figura 1. Ecuación de búsqueda adaptada a Web of Science.

```
TS=("vehicle routing problem" AND "two echelon") OR TS=("location routing problem" AND "two echelon") OR TS=
("supply chain" AND "two echelon" AND optimization AND routing)
```

Figura 2. Ecuación de búsqueda adaptada a EBSCO Host.

The screenshot shows the EBSCO Host search interface. At the top left is the EBSCOhost logo. The search bar contains the text: "Buscando: Academic Search Complete, Mostrar todos | Bases de datos". Below the search bar are three buttons: "Buscar" (green), "Crear alerta" (green), and "Borrar" (green). The search query is displayed in a structured way with dropdown menus for operators and field selection. The query is: ("vehicle routing problem" AND "two echelon") OR ("location routing problem" AND "two echelon") OR ("supply chain" AND "two echelon" AND optimization AND routing). The field selection dropdowns are set to "TI Título". At the bottom, there are links for "Búsqueda básica", "Búsqueda avanzada", and "Historial de búsqueda".

Al llevar a cabo la búsqueda en una ventana de tiempo entre los años 2000 y 2016, se encontró una determinada cantidad de resultados, en el caso de Web of Science se puede observar el número en la figura 3, mientras que para EBSCO Host, en la figura 4.

Figura 3. Resultados de la búsqueda en Web of Science.

Conjunto	Resultados	<input type="button" value="Guardar historial"/> <input type="button" value="Abrir historial guardado"/>		Combinar conjuntos <input type="radio"/> AND <input type="radio"/> OR <input type="button" value="Combinar"/>	Eliminar conjuntos <input type="button" value="Seleccionar todo"/> <input type="button" value="X Eliminar"/>
# 1	30	TS=("vehicle routing problem" AND "two echelon") OR TS=("location routing problem" AND "two echelon") OR TS=("supply chain" AND "two echelon" AND optimization AND routing) Período de tiempo=2000-2016 Idioma de búsqueda=Auto	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

Fuente. Base de datos Web of Science. [En línea base de datos] <<http://apps.webofknowledge.com/WOS_GeneralSearch_input.do?product=WOS&search_mode=GeneralSearch&SID=3E6v3XqM9vgCNrMKNch&preferencesSave d=>> [Citado el 18 de mayo de 2016].

Figura 4. Resultados de la búsqueda en EBSCO Host.

Limitadores - Texto completo Modos de búsqueda - Booleano/Frase	<input type="button" value="Ver resultados (30)"/> <input type="button" value="Ver detalles"/> <input type="button" value="Modificar"/>
--	---

Fuente. Base de datos EBSCO Host. [En línea base de datos] <<<http://web.a.ebscohost.com/ehost/search/selectdb?sid=32cf3b1d-621c-4d26-afdd-93c799c2893f%40sessionmgr4009&vid=0&hid=4212>>> [Citado el 18 de mayo de 2016].

Al no evidenciar diferencias en los resultados obtenidos de las búsquedas se decidió optar por revisar los artículos de EBSCO Host, debido a su agrupación con otras bases de datos. Respecto a la búsqueda en EBSCO Host, cabe mencionar que inicialmente aparecían 30 artículos encontrados al aplicar la ecuación de búsqueda; pero debido a la eliminación de las repeticiones de esta búsqueda quedaron 19

artículos, de los cuales, tres de ellos estaban repetidos de manera no exacta y por tanto quedaron un total de 16 artículos en la búsqueda en EBSCO Host.

La escases de artículos referentes a la búsqueda llevo al hecho de optar por acoplar a la revisión un estudio¹² (*survey*) de sistemas de dos escalones, se consideró necesario además incluir los artículos relacionados con el 2E-CVRP que en este se mencionaban, debido a su importancia y relación con el tema. Los artículos del estudio y el estudio mismo abarcan un número de 12 artículos, al sumarle los 16 artículos de la búsqueda en EBSCO Host da un total de 28 artículos sobre los cuales se basó la revisión de literatura.

Al contar con los artículos se procedió a leer la información encontrada, para desarrollar un documento que contiene los extractos referentes al 2E-CVRP, tras lo cual se procedió basándose en la extracción referente al tema, a sintetizar formalmente la revisión de literatura incluida en el presente trabajo.

3.2 FASE 2: FORMULACIÓN DEL MODELO

En esta fase se seleccionó un modelo matemático del 2E-CVRP basándose en los modelos identificados en la revisión de literatura, con el fin de comprender la estructura del modelo escogido y el trasfondo matemático que este contiene.

El primer modelo que se consideró fue el propuesto por Perboli et al¹³., el cual se basa en el flujo de vehículos a través de los arcos que conectan los nodos del grafo del 2E-CVRP; como segunda opción de un modelo que represente al problema, se meditó en cuanto al presentado por Zeng et al¹⁴., el cual *a priori* requirió una examinación exhaustiva, debido a la organización de las agrupaciones presentes

¹² CUDA, R.; GUASTAROBA, G. y SPERANZA, M. A survey on two-echelon routing problems. En: Computers and Operations Research. Junio, 2014. Vol. 55, p. 185–199.

¹³ PERBOLI, G.; TADEI, R. y VIGO, D. Op. Cit.

¹⁴ ZENG, Z.; XU, W. y XU, Z. A two-phase hybrid heuristic for the two-echelon vehicle routing problem. En: Chinese Automation Congress (CAC), 2013, p. 625–630.

en este modelo de partición de conjuntos, sin embargo, su estructura permite dar con una función objetivo y restricciones compactas, las cuales configuran a cabalidad las características del 2E-CVRP, razones por las que se optó por considerar en la presente investigación este último modelo en mención.

En consecuencia se considera apropiado incorporar el modelo original así como una extensión en cuanto al detalle descriptivo de las restricciones del problema.

3.3 FASE 3: SELECCIÓN Y APLICACIÓN DE TÉCNICAS

Posterior a la formulación del modelo, se reconocieron distintas técnicas de solución previamente aplicadas al 2E-VRP, así como a otros problemas de optimización, y se identificó un procedimiento de división que forma parte de la metaheurística GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*), en el que se estructura de forma lógica la construcción de las soluciones iniciales del 2E-CVRP, por lo cual se optó por considerarla en el estudio del presente trabajo, al igual que la técnica de recocido simulado para dar marco a la búsqueda en las vecindades seleccionadas para la mejora del problema.

Además se seleccionó el software MATLAB® para la programación del algoritmo, siendo este un entorno apropiado para la realización del mismo, a razón de su capacidad y su practicidad para modelar métodos y técnicas de optimización iterativa.

Otro de los componentes importantes de esta fase es la búsqueda de instancias, ya que estas permiten tanto asistir en la validación de cada uno de los subalgoritmos desarrollados así como su principal propósito, el cual consiste en servir como base para contrastar los métodos aplicados por otros autores; el no contar con instancias requiere de la preparación de un banco de estas, por medio de las cuales se prueben los métodos de interés y que permitan ejercer su papel como insumo para

futuras investigaciones, sin embargo, para nuestro caso los autores¹⁵ principales en la formalización del 2E-CVRP crearon varios conjuntos de instancias, los cuales “pueden ser descargados desde el sitio web de *OR-Library*”¹⁶.

3.4 FASE 4: VALORACIÓN DE RESULTADOS

Para la comparación de los resultados, se contaba con los obtenidos de la técnica híbrida GRASP y recocido simulado, de la extensión realizada a esta, y los de mejor cuantía identificada en la literatura, es decir el GRASP+VND de Zeng et al¹⁷., y el ALNS de Hemmelmayr et al¹⁸., de tal forma que se efectuó una comparación entre:

- GRASP vs. GRASP+SA
- GRASP+SA vs. GRASP+SA extendido
- GRASP+SA extendido vs. GRASP+VND

Para lo cual se generaron tablas y gráficos que permiten identificar el desempeño de estas, así como reflexionar y analizar en cuanto a las causas que dieron origen a los resultados.

¹⁵ PERBOLI, G.; TADEI, R. y VIGO, D. Op. Cit.

¹⁶ Ibid.

¹⁷ ZENG, Z.; XU, W. y XU, Z. Op. Cit.

¹⁸ HEMMELMAYR, V.; CORDEAU, J. y CRAINIC, T. An adaptive large neighborhood search heuristic for two-echelon vehicle routing problems arising in city logistics. *En: Computers & Operations Research*. Abril, 2012. Vol. 39, No 12, p. 3215-3228.

3.5 FASE 5: ELABORACIÓN DE ARTÍCULO

Respecto de la elaboración de un artículo de carácter publicable, esta fase permitió sintetizar los aspectos más relevantes de la investigación; para la realización del artículo se consideró el formato propio de la revista de investigación DYNA, la cual “publica artículos científicos, revisados por pares, cubriendo todos los aspectos de la ingeniería”¹⁹ y que tiene como objetivo “difundir investigaciones originales, útiles y relevantes que presenten nuevos conocimientos sobre aspectos teóricos o prácticos de las metodologías y métodos usados en ingeniería”²⁰.

¹⁹ Universidad Nacional de Colombia. Bdigital Portal de Revistas UN. DYNA. [En línea] <<<http://www.revistas.unal.edu.co/index.php/dyna>>> [Citado el 6 de enero de 2017].

²⁰ Ibid.

4. MARCO TEÓRICO

A continuación, se presentan varios temas de relevancia y relación con el proyecto.

4.1 OPTIMIZACIÓN MATEMÁTICA

La optimización²¹ es la acción de obtener el mejor resultado posible en determinado evento. Con el fin de alcanzar el mejor resultado es vital tomar las decisiones correctas dentro de un grupo de alternativas; y la medida de que tan “buena” ha sido la selección es detallada por medio de una función objetivo²²; es importante resaltar el hecho de que esta función objetivo está asociada a restricciones, las cuales juegan un papel fundamental puesto que agregan realismo al modelo.

Formalmente²³ y de manera general la forma del modelo equivale a:

$$\text{Min ó Max } f(X), X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$$

Sujeto a:

$$g_j(X) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

$$h_j(X) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, r$$

Donde $f(X)$, $g_j(X)$ y $h_j(X)$ son funciones escalares del vector X . Los componentes x_i de $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ son llamados variables de diseño, $f(X)$ es la función objetivo, g_j denota las funciones de restricción de desigualdad respectivas y $h_j(X)$ las funciones de restricción de igualdad.

²¹ ASTOLFI, A. Optimization. An introduction. 2006. 80 p.

²² CHONG, Edwin K.; ZAK, Stanislaw H. An introduction to optimization. 2° Ed. United States of America: WILEY-INTERSCIENCE. 2001, p. 14-16. ISBN: 0-471-391126-3.

²³ SNYMAN, Jan A. Practical mathematical optimization: An introduction to basic optimization theory and classical and new gradient-based algorithms. 1° Ed. New York, United States of America: Springer. 2005, p. 1-3.

4.1.1 Modelos matemáticos. Hay varias formas de clasificar los modelos matemáticos²⁴, ya sea por la existencia de restricciones, en la que el modelo podría ser restringido o no restringido; la naturaleza de la ecuación en donde el modelo puede ser lineal o no lineal; o dependiendo de los valores válidos de las variables, donde estos valores pueden ser reales o enteros, y determinísticos o estocásticos. Se procede a dar una explicación de los modelos matemáticos de acuerdo a la naturaleza de la ecuación, abordando los dos siguientes modelos:

- **Modelos de programación lineal:** “La programación lineal resuelve problemas donde todas las relaciones entre las variables son lineales, tanto en las restricciones como en la función objetivo”²⁵, si llega a existir alguna relación no lineal, entonces todo el modelo deja de serlo; este tipo de modelos tiene aplicaciones en áreas como la ingeniería, la ciencia y la industria entre otros. Un problema de este tipo puede plantearse de forma general de la siguiente forma:

$$\text{Min ó Max } Z = f(X) = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, p - 1$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i = p, \dots, q - 1$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = q, \dots, m$$

$$1 \leq p \leq q \leq m$$

²⁴ ASTOLFI, A. Op. Cit., p. 6.

²⁵ MARCHENA, W. y ORNELAS, C. Optimización y la programación lineal: una introducción. Reporte de Investigación., 2007. 2007-07.

- **Modelos de programación no lineal:** Este tipo de modelos permiten romper con la suposición de linealidad. Hay una gran variedad de problemas que se modelan por medio de programación no lineal²⁶. Estos modelos tienen aplicaciones en topología y economía, así como también en problemas que implican distancias, siendo un ejemplo de este ciertos problemas de localización. El modelo general es el siguiente:

$$\text{Min ó Max } f(X), \quad X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$$

Sujeta a

$$g_i(X) \leq b_i \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, m$$

$$X \geq 0$$

Donde $f(X)$ y $g_i(X)$ son funciones dadas de n variables de decisión.

4.1.2 Técnicas de solución. Las técnicas para solucionar los modelos de optimización matemática se pueden agrupar de la siguiente forma:

- **Métodos exactos:** Este tipo de métodos buscan encontrar la solución óptima a los problemas de optimización, es decir la mejor solución posible. Dos de los métodos exactos más relevantes de la literatura son mencionados a continuación:
 - **Método simplex:** Este método fue creado en 1947 por el estadounidense George Dantzig y el ruso Leonid Kantorovich²⁷, el método consiste en mejorar una solución inicial por medio de iteraciones al acercarse a un vértice determinado, dependiendo del objetivo del problema, ya sea minimización o maximización de la función objetivo.

²⁶ HILLIER, Frederick S.; LIEBERMAN, Gerald J. Introducción a la investigación de operaciones. 9° Ed. Ciudad de México, México: Mc Graw Hill. 2010, p. 496.

²⁷ SALAZAR, Bryan. Método Simplex [En línea]. 2012. [Citado el 24 de Julio del 2016]. Disponible en: <http://www.ingenieriaindustrialonline.com/herramientas-para-el-ingeniero-industrial/investigaci%C3%B3n-de-operaciones/m%C3%A9todo-simplex/>

- **Ramificación y acotamiento:** El primer desarrollo de este método se atribuye a A. Land y G. Doig en 1960²⁸; este método consiste en ir acotando el valor de la función objetivo, tanto por la parte superior como por la inferior, hasta la igualdad de las cotas, lo cual garantiza el valor óptimo.

- **Heurísticas:** “Una heurística es una técnica de búsqueda directa que utiliza reglas favorables prácticas para localizar soluciones mejoradas. La ventaja de la heurística es que en general determina (buenas) soluciones con rapidez, utilizando reglas de solución simples”²⁹; el lado negativo de estas radica en el desconocimiento de la calidad de la solución. De acuerdo a la clasificación de Stefan Ropke³⁰ se identifican tres categorías:
 - **Heurísticas constructivas:** Este tipo de heurísticas se encargan de construir una solución factible de manera paulatina, a la vez que consideran el costo de la solución, sin embargo no cuentan con una fase de mejora de la solución. Estas heurísticas son prácticas para problemas reales, ya que sus tiempos de respuestas son apropiados. Dentro de este tipo de heurística se encuentran:
 - Heurísticas de inserción
 - Heurísticas de ahorro
 - Heurísticas de agrupación

 - **Heurísticas de mejora:** Este término se puede usar para describir heurísticas de búsqueda local que solamente desarrollan operaciones

²⁸ TAHA, Hamdy A. Investigación de operaciones. 9° Ed. Ciudad de México, México: Pearson. 2012, p. 336.

²⁹ TAHA, Hamdy A. Ibid., p. 351.

³⁰ ROPKE, Stefan. Heuristic and exact algorithms for vehicle routing problems. Tesis de Doctorado. Department of Computer Science at the University of Copenhagen, 2005. 256 p.

para mejorar la solución. Se basan en una solución actual, la cual se modifica de una manera sistemática al evaluar cambios en la configuración de la solución, si estos cambios generan una mejora en la solución, entonces la solución actual es reemplazada por la solución mejorada.

- Heurística 2-opt
 - Heurística Or-opt
 - Heurística Exchange
- **Metaheurísticas:** Son métodos genéricos, es decir buscan ser adaptables a distintos tipos de problemas de optimización, además “proporcionan tanto una estructura general como criterios estratégicos para desarrollar un método heurístico específico”³¹. Hay una amplia gama de metaheurísticas, a continuación hacemos mención de algunas:
- Búsqueda tabú
 - Algoritmos evolutivos
 - Optimización basada en colonia de hormigas
 - Optimización de enjambre de partículas
 - Recocido simulado

4.2 LOGÍSTICA DE TRANSPORTE

La logística tiene como objetivo enlazar los productos al mercado, de allí que uno de sus núcleos sea el enfoque al transporte entre estos puntos de conexión; esta

³¹ HILLIER, Frederick S.; LIEBERMAN, Gerald J. Op. Cit., p. 563.

necesidad es creciente³² en la medida en que aumenta la densidad poblacional y el flujo de bienes. Esta situación requiere de inversión de recursos que se deben aprovechar de la mejor forma; por lo que el diseño de las rutas toma relevancia a la hora de planear este tipo de inversiones enmarcadas en el desarrollo de un proyecto, que además de ahorro en costos traerá consigo beneficios ambientales y sociales.

Asociado a la logística de transporte, se encuentran las instalaciones de apoyo a la distribución de bienes, denominados centros logísticos³³ o centros de distribución, los cuales son parte importante en el diseño de redes, ya que permiten brindar una mejor atención al cliente al permitir responder a la demanda de una manera organizada.

Al hablar de diseño de redes se abre una amplia gama de factores a considerar como el espacio³⁴ ocupado por los actores del sistema, es decir, los clientes, centros de distribución y los depósitos centrales; así como las características geométricas del grafo representativo de la red. Los tipos de problemas de localización consideran la ubicación de estos elementos; y la búsqueda del mejoramiento en las rutas representadas por medio de aristas en los grafos, es el objetivo de los problemas de ruteo.

De tal forma que se considera al diseño de rutas como parte del diseño de la red y como tal también es afectado por el tipo de red en la que se pretenda llevar a cabo este plan, hay una variedad de clases de redes y distintos tipos de forma de clasificarlas; de manera general unas son sencillas como las generadas en los circuito del VRP, otras son más complicadas, como las redes multiescalonadas, las cuales cuentan con niveles, escalones o capas; dentro de estas se encuentra la red que representa al 2E-CVRP la cual cuenta con dos escalones, y contiene la

³² RUSKE Klaus D., et al. Transporte y logística 2030: infraestructuras de transporte; ¿motor o freno de mano para las cadenas de suministro globales?. Informe del Grupo PWC., 2011.

³³ VARELA VILLAZÓN, Isabel Margarita. Importancia de los centros logísticos y sus efectos sobre la competitividad territorial. Tesis de Maestría. Bogotá D.C.: Pontificia Universidad Javeriana. Facultad de Arquitectura, 2010. 199 p.

³⁴ STRAKA, Martin y MALINDZAK, Dusan. Classification of Distribution Networks. En: Total Logistic Management, 2010. No. 3, p. 79-86.

conexión de un depósito a un conjunto de subdepósitos así como también el enlace de estos subdepósitos a un conjunto de clientes.

4.3 RUTEO DE VEHÍCULOS

El problema clásico de la familia de problemas de ruteo, es el CVRP³⁵, el cual fue introducido en 1959 por Dantzig y Ramser; y además de haber sido estudiado, se han aplicado a este problema métodos de solución exactos, heurísticos y metaheurísticos. El problema ³⁶ consiste en plantear un grupo de rutas que empiezan y terminan en un depósito, para una flota de vehículos que sirven a un conjunto de clientes con demanda determinística, como parte de las restricciones está el cumplimiento de todas las demandas, la capacidad de los vehículos no puede excederse y cada cliente debe ser visitado por un solo vehículo; todo ello a la vez que se minimiza el costo asociado a las rutas. A partir de este problema base se derivan otros problemas de ruteo como el 2E-CVRP.

³⁵ ROPKE, Stefan. Op. Cit., p. 13-15.

³⁶ SUBRAMANIAN, Anand; UCHOA, Eduardo y OCHI, Luiz Satoru. A hybrid algorithm for a class of vehicle routing problems. En: Computers and Operations Research. Enero, 2013. Vol. 40, p. 2519-2531.

5. REVISIÓN DE LITERATURA

Acorde a la literatura revisada, el primer desarrollo formal del problema de ruteo de vehículos de dos escalones con capacidad limitada se remonta a **2007**, cuando **Gonzales, Jesus; Perboli, Guido; Tadei, Roberto y Vigo, Daniele**³⁷ presentan una formulación del 2E-CVRP basada en el flujo de la mercancía al hacer uso de un algoritmo exacto de ramificación y acotamiento el cual les permite encontrar soluciones optimas a instancias de hasta 20 clientes y dos satélites.

Crainic, Teodor; Mancini, Simona; Perboli, Guido y Tadei, Roberto³⁸ en **2008** diseñan dos heurísticas para el 2E-CVRP, que se enfocan en separar el primer escalón del segundo. Ambas tienen un enfoque de dos fases; en la primera fase de ambas heurísticas se encuentra una solución factible para el ruteo del segundo escalón al llevar a cabo una asignación de clientes a los satélites; la diferencia entre las dos heurísticas es que una considera el problema del segundo escalón como un conjunto de problemas de ruteo de vehículos con capacidad limitada (*Capacitated Vehicle Routing Problem, CVRP*), mientras que la otra lo aborda como un problema de ruteo de vehículo multi-depósito (*Multi-Depot Vehicle Routing Problem, MDVRP*). Dada la asignación de clientes a los satélites, se soluciona el CVRP del primer escalón en el que a cada satélite se le asocia una demanda igual a la suma de las demandas de los clientes asignados a este. La solución de la primera fase se busca mejorar en la segunda fase, en la que se aplican tres procedimientos de mejora enfocados directamente en las rutas. Además, los autores comparan las heurísticas entre ellas y con un método exacto, así como también se examinan el impacto sobre el desempeño de los métodos y el costo del sistema según la distribución espacial de los distintos satélites y clientes.

³⁷ GONZALES, J., et al. The two-echelon capacitated vehicle routing problem. Technical Report. Italy: Department of Electronics, Computer Science, and Systems. University of Bologna. Bologna., 2007. DEISOR.INGCE2007/2(R).

³⁸ CRAINIC, T., et al. Clustering-based heuristics for the two-echelon vehicle routing problem. Technical report., 2008. CIRRELT-2008-46.

Crainic, Teodor; Ricciardi, Nicoletta y Storchi, Giovanni³⁹ en **2009** resaltan la aplicabilidad de sistemas de dos escalones en la logística de las ciudades, la cual implica la coordinación de expedidores, transportistas y movimientos, así como la consolidación de la carga que se destinará a los clientes en vehículos amigables con el medio ambiente. El problema que abordan es el 2E-CVRP con dependencia de tiempo, sincronización, multi-depósito, multi-producto, flotas heterogéneas en cada escalón y ventanas de tiempo; siendo así el artículo que considera mayor cantidad de características adicionales.

Crainic, Teodor; Mancini, Simona; Perboli, Guido y Tadei, Roberto⁴⁰ en **2010** ponen a disponibilidad un artículo en línea, el cual se publica oficialmente en la base de datos Springer en **2011**, donde presentan una familia de heurísticas multi-inicio para el 2E-CVRP, las cuales se basan en separar la transferencia entre: el depósito al satélite, de la entrega del satélite al cliente al resolver iterativamente estos dos subproblemas mediante un algoritmo de búsqueda local basado en el cambio de asignación del cliente al satélite. Finalmente se corre un procedimiento multi-inicio hasta un número máximo de iteraciones para evitar quedar atrapado en óptimos locales. En este artículo se presentan resultados para instancias de hasta 50 clientes y 5 satélites.

Perboli, Guido y Tadei, Roberto en **2010**⁴¹ exponen desigualdades válidas basadas en el problema del agente viajero (*Travelling Salesman Problem*, TSP) y el CVRP para reforzar el modelo basado en el flujo; además definen desigualdades válidas basadas en la interacción entre el ruteo y las variables de activación de arcos, así como también otras desigualdades válidas considerando propiedades de

³⁹ CRAINIC, T.; RICCIARDI, N. y STORCHI, G. Models for evaluating and planning city logistics systems. En: Transportation Science. Marzo, 2009. Vol. 43, p. 432-454.

⁴⁰ CRAINIC, T., et al. Multi-start heuristics for the two-echelon vehicle routing problem. En: Evolutionary computation in combinatorial optimization: lecture notes in computer science. 2011. Vol. 6622, p.179–190.

⁴¹ PERBOLI, G. y TADEI, R. New families of valid inequalities for the two-echelon vehicle routing problem. En: Electronic Notes in Discrete Mathematics. 2010. Vol. 36(C), p. 639-646.

conectividad y factibilidad de cualquier solución factible de problemas de ruteo. Resultados computacionales extensos son dados a instancias de hasta 50 clientes.

Crainic, Teodor; Sforza, Antonio y Sterle Claudio⁴² en **2011** proponen una mejora a la notación de problemas de localización-ruteo, introducida por **Laporte**⁴³, en dicha notación la expresión $\lambda/M_1/\dots/M_{\lambda-1}$ representa problemas de localización-ruteo multi-escalonados donde λ es el número de etapas o capas, y M_i indica el tipo de recorrido entre dos etapas i y $i + 1$. Si entre las etapas i y $i + 1$ la ruta es dedica a un único cliente (viajes hacia y desde un único nodo), entonces $M_i = R$. Si entre las etapas i y $i + 1$ pueden darse rutas multi-cliente (viajes a través de varios vértices), entonces $M_i = T$. Asimismo, sugieren marcar con una línea el indicativo del tipo de recorrido (\bar{R} o \bar{T}) si decisiones de localización tienen que ser tomadas en la etapa i . De esta manera se puede usar esta notación para problemas en los que se considere localización en todas, algunas o ninguna de las etapas. En este orden de ideas el 2E-CVRP corresponde a un problema $3/T/T$.

Perboli, Guido; Tadei, Roberto y Vigo, Daniele en **2007**⁴⁴ ponen a disponibilidad un artículo en línea, el cual se publica oficialmente en la revista *Transportation Science*⁴⁵ en **2011**, en él se introduce la familia de problemas de ruteo de vehículos de dos escalones, además se modela la versión básica de esta familia de problemas, es decir el 2E-CVRP, el cual es una extensión del VRP. Los autores proponen un modelo de programación lineal entera mixta (*Mixed Integer Linear Programming*, MILP) en el que las variables de decisión principalmente guardan relación con el flujo de carga en cada arco; además introducen desigualdades válidas, las cuales se derivan de restricciones para la eliminación de subtours en el TSP, así como

⁴² CRAINIC, T.; SFORZA, A. y STERLE, C. Location-routing models for two-echelon freight distribution system design. Technical report., 2011. CIRRELT-2011-40.

⁴³ LAPORTE, G. Location-routing problems. En: *Vehicle Routing: Methods and Studies*. North-Holland: Amsterdam, 1988. p. 163-198.

⁴⁴ PERBOLI, G.; TADEI, R. y VIGO, D. Op. Cit.

⁴⁵ *Transportation Science and Logistics Society*. *Transportation Science Journal* [En línea]. <www.informs.org/Community/TSL/Transportation-Science-Journal> [Citado el 18 de Agosto de 2016].

también se basan en las variables de decisión de flujo. También, se refieren a los algoritmos de optimización aplicados al problema como heurísticas basadas en matemáticas las cuales combinan elementos de programación matemática con metaheurísticas; estas heurísticas matemáticas se basan en información recuperada de la solución óptima de la relajación lineal del modelo. Posteriormente los autores reportan los resultados de las instancias evaluadas con las heurísticas matemáticas y lo comparan con los resultados de la aplicación de un algoritmo exacto.

Mancini, Simona⁴⁶ en **2011** enfatiza la aplicabilidad del 2E-CVRP en los niveles de planeación estratégica, táctica y operativa; por lo que los métodos para solución de este tipo de problemas deben ser precisos y rápidos, ya que el problema puede necesitar ser solucionado en muchas ocasiones, como parte de un proceso de optimización extenso. Específicamente a nivel operativo es crucial cumplir con tiempos de solución cortos, ya que de manera directa impactarán los ingresos y la calidad del servicio al cliente. El autor describe el objetivo de su tesis doctoral, crear algoritmos rápidos capaces de manejar instancias largas así como analizar la manera en la que los parámetros y la definición de los costos afectan el problema, y además, si es preferible hacer uso del sistema doble escalonado que otros sistemas de distribución estándar, desde una perspectiva económica. Igualmente se desarrollan técnicas respecto a límites inferiores para tener una medida del desempeño de las heurísticas desarrolladas las cuales obtienen mejores resultados que los encontrados en la literatura hasta ese momento; posteriormente el autor estudia escenarios para identificar quién debe organizar y programar la distribución de la carga y la construcción de la red de distribución, para este efecto analiza la localización de los satélites. Los resultados muestran que el enfoque de dos escalones es aconsejable en ciertas circunstancias frente al de un solo escalón, tal que el 2E-VRP es aplicable a situaciones como entregas de carga en la ciudad.

⁴⁶ MANCINI, S. The two-echelon vehicle routing problem. En: 4OR: A Quarterly Journal Of Operations Research. 2012. Vol. 10, No. 4, p. 391-392.

Jepsen, Mads; Spoorendonk, Simon y Ropke, Stefan⁴⁷ en **2012** proponen un modelo de optimización simétrico con una formulación MILP para el 2E-CVRP, el cual debido a la simetría provee límites inferiores poco favorables, por lo que los autores proponen una formulación alternativa la cual consiste en una relajación al 2E-CVRP que elimina la simetría y los límites inferiores poco favorables tras lo cual los autores idean una prueba de factibilidad y un esquema de ramificación especializado para obtener soluciones enteras factibles. Un algoritmo de ramificación y acotamiento se desarrolla y los resultados de su aplicación a conjuntos de prueba de 93 instancias fueron destacables puesto que se encontraron soluciones óptimas en 47 de ellos, superando a algoritmos exactos previos.

Crainic, Teodor; Mancini, Simona; Perboli, Guido y Tadei, Roberto⁴⁸ en **2012** abordan situaciones del 2E-VRP donde para el costo del viaje, además de considerar la distancia, agregan otros componentes como costos fijos por usar los arcos, costos de operación y costos ambientales; los autores estudian el impacto de la congestión de tráfico en el costo del viaje, por medio de análisis situacionales al variarlos de tal forma que el costo del viaje cambia en diferentes escenarios pero es constante en cada uno de ellos. Una de las conclusiones a destacar es el hecho de que el 2E-CVRP tiene un mejor desempeño respecto al clásico VRP, de acuerdo a la experimentación de los autores.

Hemmelmayr, Vera; Cordeau, Jean y Crainic, Teodor⁴⁹ en **2012** exponen una heurística de búsqueda local adaptativa y extensa (*Adaptive Large Neighborhood Search*, ALNS) para el 2E-CVRP y el problema de localización y ruteo (*Location Routing Problem*, LRP), la idea del algoritmo ALNS es llevar a cabo iteraciones en las que se remueve un cliente de la solución actual por medio de un operador destructor, para después, por medio del uso de un operador reparador, reinsertar al

⁴⁷ JEPSEN, M.; SPOORENDONK, S. y ROPKE, S. A branch-and-cut algorithm for the two-echelon capacitated vehicle routing problem. *En*: Transportation Science. Marzo, 2012. Vol. 47, No 1, p. 23-37.

⁴⁸ CRAINIC, T., et al. Impact of generalized travel costs on satellite location in the two-echelon vehicle routing problem. *En*: Procedia - Social and Behavioral Sciences. 2012. Vol. 39, p. 195–204.

⁴⁹ HEMMELMAYR, V.; CORDEAU, J. y CRAINIC, T. Op. Cit.

cliente en otra posición. Los operadores destructores mencionados en el artículo se dividen en dos clases: Unos de un enfoque general, los cuales afectan la forma de la solución al cerrar o abrir un satélite y otros que afectan un espacio más restringido al no cerrar o abrir un satélite sino remover un pequeño número de clientes; parte de la fuerza del algoritmo radica en la búsqueda local que realiza cada vez que se usa un operador. El desempeño del algoritmo logra mejorar los resultados aplicados a instancias previas propuestas por Perboli et al⁵⁰.

Santos, Fernando; da Cunha, Alexandre y Mateus, Geraldo⁵¹ en **2012** presentan un modelo de programación lineal entera (*Integer Linear Programming*, ILP) para el 2E-CVRP, así como la implementación de dos algoritmos híbridos de ramificación y acotamiento, y generación de columnas (*Branch and Price*, B&P); uno de los algoritmos considera rutas que satisfacen la condición primaria, y el otro relaja dicha restricción al fijar precios a la rutas. Respecto a la experiencia de los autores con las instancias, indican que el primer algoritmo proporciona límites superiores más claros mientras que el segundo ofrece límites inferiores más precisos.

Baldacci, Roberto; Mingozzi, Aristide; Roberti, Roberto y Wolfler, Roberto⁵² en **2013** modelan el 2E-CVRP a través de una formulación ILP la cual permite relajaciones enteras y continuas. El algoritmo exacto evaluado descompone el problema en un conjunto limitado de MDVRPs con restricciones laterales, para que posteriormente al solucionar este último problema se obtenga una solución del 2E-CVRP. En la fase de experimentación prueban el algoritmo en 207 instancias y al ser comparado con los métodos exactos del estado del arte, se evidencia un mejor desempeño en términos de la cantidad de problemas resueltos y el tiempo computacional empleado por parte de este nuevo algoritmo.

⁵⁰ PERBOLI, G.; TADEI, R. y VIGO, D. Op. Cit.

⁵¹ SANTOS, F.; DA CUNHA, A. y MATEUS, G. Branch-and-price algorithms for the Two-Echelon Capacitated Vehicle Routing Problem. En: Optimization Letters. Octubre, 2012. Vol. 7, No 7, p. 1537-1547.

⁵² BALDACCI, Roberto, et al. An Exact Algorithm for the Two-Echelon Capacitated Vehicle Routing Problem. En: Operations Research. 2013. Vol. 61, No 2, p. 298-314.

Crainic, Teodor; Mancini, Simona; Perboli, Guido y Tadei, Roberto⁵³ en **2013** abordan el 2E-CVRP con una heurística que combina el método GRASP con un procedimiento de re-encadenamiento de trayectorias (*Path Relinking*). Al igual que en otros métodos de solución; el 2E-CVRP se divide en dos subproblemas, tras lo cual se efectúan las siguientes fases: primero, un GRASP genera soluciones, segundo, si la solución no es factible se ejecuta una búsqueda de factibilidad, tercero, una búsqueda local que busca mejorar la solución encontrada, y cuarto, un re-encadenamiento de trayectorias. Cuando se aplica esta heurística a instancias de 5 satélites y 50 clientes, ésta supera a varias heurísticas anteriores, sin embargo no logra ser mejor que el ALNS presentado por Hemmelmayr et al⁵⁴.

Zeng, Zheng-yang; Xu, Wei-sheng y Xu, Zhi-yu⁵⁵ en **2013** estudian una heurística híbrida de dos fases para el 2E-CVRP la cual combina un procedimiento de búsqueda voraz adaptativo aleatorio con una búsqueda local variable descendiente (*Variable Neighborhood Descent, VND*); este algoritmo resuelve el problema de abajo hacia arriba, primero un GRASP genera arreglos u ordenamientos de todos los clientes y los asigna a los satélites hasta presentarse una asignación factible, tras lo cual al resolver el problema del primer escalón se obtiene la solución completa a la asignación factible encontrada. Posteriormente el método VND explora en las vecindades aplicadas hasta que no se encuentre ninguna mejora.; el proceso mencionado es iterativo hasta el cumplimiento de la condición de finalización. Acorde a la literatura revisada esta heurística híbrida genera mejores resultados que las demás.

Cuda, R.; Guastaroba, G. y Speranza, M.⁵⁶ en **2014** realizan un estudio de la literatura referente a problemas de ruteo de dos escalones, los autores presentan una introducción donde describen en qué consisten este tipo de problemas y

⁵³ CRAINIC, T., et al. GRASP with path relinking for the two-echelon vehicle routing problem. *En: Advances in metaheuristics: operations research/computer science interfaces series*. 2013. Vol. 53, p. 113-25.

⁵⁴ HEMMELMAYR, V.; CORDEAU, J. y CRAINIC, T. Op. Cit.

⁵⁵ ZENG, Z.; XU, W. y XU, Z. Op. Cit.

⁵⁶ CUDA, R.; GUASTAROBA, G. y SPERANZA, M. Op. Cit.

mencionan varias aplicaciones para los mismos. De manera detallada abordan el problema localización-ruteo de dos escalones (*Two Echelon Location Routing Problem*, 2E-LRP), el 2E-VRP, y el problema de ruteo de camiones y remolques (*Truck and Trailer Routing Problem*, TTRP) al definir en qué consisten, muestran un modelo matemático para cada uno de ellos, describen parte de la literatura más relevante y resumen gran parte de ésta información en tablas y gráficos. Finalmente terminan recalcando la novedad y aplicabilidad de este tipo de problemas, así como el hecho de que esta área de investigación aún está relativamente inexplorada, por lo que describen brevemente algunas variantes posibles para futuros investigadores.

Jiang, HE⁵⁷ en **2014** diseña un algoritmo heurístico híbrido para el 2E-VRP el cual acopla un algoritmo voraz o codicioso, un algoritmo de optimización basado en colonia de hormigas (*Ant Colony Optimization*, ACO) y un algoritmo de búsqueda local. El algoritmo híbrido se apoya de las ventajas de los otros algoritmos, el algoritmo voraz aporta rapidez, el algoritmo de colonia de hormigas da diversidad a la búsqueda y el algoritmo de búsqueda local contribuye con la habilidad de optimización local. Los resultados de los experimentos efectuados con el algoritmo híbrido muestran que da resultados precisos y eficientes, y que a pesar de que el algoritmo genera soluciones de menor calidad comparadas a las soluciones de los algoritmos más precisos, éste tiene un mejor desempeño en cuanto a la velocidad de solución.

Soysal, Mehmet; Bloemhof, Jacqueline y Bektaş, Tolga⁵⁸ a finales del **2014** dan a conocer su estudio del 2E-CVRP dependiente del tiempo donde con un modelo MILP, consideran la distancia transitada, la velocidad del vehículo, la carga, las múltiples zonas de tiempo (distintos días en los que los vehículos viajan) y las emisiones. Los investigadores estudian un caso de aplicación a un supermercado

⁵⁷ JIANG, H. An hybrid heuristic algorithm for the two-echelon vehicle routing problem. En: Information Science and Control Engineering. 2014. Vol. 1, p. 1-5.

⁵⁸ SOYSAL, M.; BLOEMHOF, J. y BEKTAS, T. The time-dependent two-echelon capacitated vehicle routing problem with environmental considerations. En: International Journal of Production Economics. Noviembre, 2014. Vol. 164, p. 366-378.

en Holanda en el que prueban varias versiones del modelo; y como conclusión principal, mencionan que un sistema de distribución de dos escalones provee una solución amigable con el medio ambiente, mientras que un sistema de distribución de un único escalón entrega soluciones de menor costo.

Grangier, Philippe; Gendreau, Michel; Lehuédéa, Fabien y Rousseau, Louis⁵⁹ en **2016** incorporan restricciones propias de la logística en la ciudad, como lo son restricciones de ventanas de tiempo, restricciones de sincronización y viajes múltiples en el segundo escalón, de acuerdo a la literatura éste problema recibe el nombre de: problema de ruteo de vehículos de dos escalones con múltiples viajes y sincronización de satélites (*Two-Echelon Multiple-Trip Vehicle Routing Problem with Satellite Synchronization, 2E-MTVRP-SS*). Para hacer frente al problema, los autores usan una heurística de tipo ALNS la cual proporciona buenas soluciones en tiempos apropiados, además concluyen que las ventanas de tiempo influyen más que la sincronización en el valor de costo de la solución.

⁵⁹ GRANGIER, P., et al. An adaptive large neighborhood search for the two-echelon multiple-trip vehicle routing problem with satellite synchronization. En: European Journal of Operational Research. Marzo, 2016. Vol. 254, No 1, p. 80-91.

6. PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS DE DOS ESCALONES

El 2E-CVRP es presentado de manera formal por Gonzales et al⁶⁰, en 2007; este problema puede verse como una extensión del CVRP o como un caso específico del 2E-LRP en el que la ubicación de las instalaciones es conocida de antemano, por lo tanto la localización de las instalaciones (depósito central, centros de distribución y ubicación de los clientes) forma parte de los parámetros del problema.

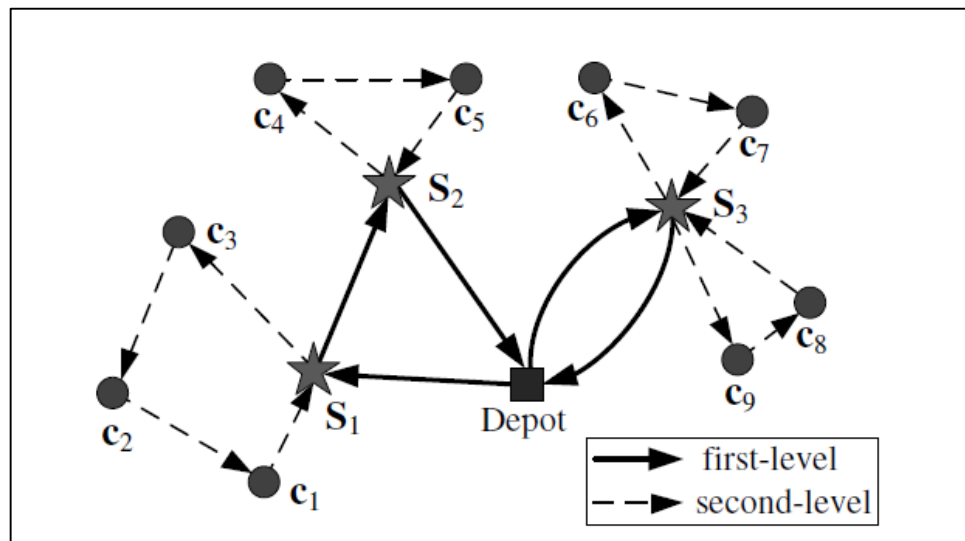
El 2E-CVRP consta de dos niveles o escalones, y por tanto de dos tipos de rutas, cabe mencionar que el modelo matemático del numeral 6.2, se enfoca en solucionar el ruteo para los dos escalones de forma integral, a la vez que se considera minimizar el costo del problema, el cual está asociado a la distancia de los recorridos de estas rutas; además se entiende como ruta de primer nivel a una que conecta un depósito central con uno o más centros de distribución conocidos como satélites, y como ruta de segundo nivel a una que conecta a un satélite con uno o más clientes que requieren una demanda de productos, las rutas del segundo escalón requieren ser asignadas a alguno de los satélites, mientras que las del primer escalón no, debido a que estas últimas parten del depósito central. Se cuenta con dos flotas homogéneas de vehículos, una para cada nivel, siendo la flota del segundo nivel menor en capacidad respecto a la del primer nivel. Usualmente restricciones de capacidad son consideradas para los satélites y vehículos. La demanda de cada cliente no puede ser dividida en los vehículos del segundo nivel; sin embargo los vehículos del primer nivel pueden transportar la carga de uno o más clientes así como servir más de un satélite en la misma ruta; cabe aclarar que los satélites pueden ser visitados por distintos vehículos. Finalmente la carga no puede ser enviada directamente desde el depósito central hasta los clientes, debe ser consolidada en los satélites para su posterior envío a los clientes, todo esto a la vez

⁶⁰ GONZALES, J., et al. Op. Cit., p. 563.

que se minimiza el costo total. En la figura 5 se evidencia una representación gráfica del 2E-CVRP, en la que:

- Los círculos simbolizan a los clientes.
- Los satélites se designan como estrellas.
- El depósito se representa con un cuadrado.
- Las líneas continuas y semi-continuas, forman rutas de primer y segundo nivel respectivamente.

Figura 5. Ilustración del 2E-CVRP.



Fuente. Adaptado de ZENG, Z.; XU, W. y XU, Z. A two-phase hybrid heuristic for the two-echelon vehicle routing problem.

6.1 DESCRIPCIÓN DETALLADA DEL 2E-CVRP

De acuerdo a las especificaciones planteadas por Zeng et al⁶¹., dado un grafo ponderado, completo y no dirigido $G = (V, A)$ en el que el conjunto de vértices V se conforma por: un depósito V_0 , un subconjunto V_S y un subconjunto V_C ; dichos subconjuntos con n_s satélites y n_c clientes, respectivamente.

Respecto al conjunto de aristas A , se compone por los arcos (i, j) que representan el camino que conecta a los vértices al cual se le asocia un costo por su recorrido C_{ij} ; en el que estos costos satisfacen la desigualdad triangular en los dos escalones.

A cada uno de los clientes $i \in V_C$ se le asocia una demanda determinística d_i , la cual no puede ser dividida entre los vehículos del segundo escalón, ni ser enviada directamente del depósito a los clientes sino que debe pasar por alguno de los satélites para su posterior envío al cliente. Las entregas a los satélites si pueden ser divididas.

Los vehículos tienen una capacidad limitada, la cual será la misma para los pertenecientes al mismo nivel, pero que podrá variar de un nivel a otro y se denotara por Q_1 y Q_2 , para el nivel 1 (eslabón entre depósito central y centros satélites) y 2 respectivamente. El número total de vehículos en el primer escalón será de m^1 y para el segundo de m^2 . Además cada satélite $k \in V_S$ tiene una capacidad B_k la cual restringe la cantidad de demanda que llega a este desde las rutas de primer nivel. Como última limitante se tiene que m_k vehículos del primer nivel están disponibles en cada satélite $k \in V_S$.

⁶¹ ZENG, Z.; XU, W. y XU, Z. Ibid.

6.2 FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL 2E-CVRP

Acorde a la descripción previa del 2E-CVRP se introduce el modelo matemático del mismo a continuación:

Sea M el conjunto índice de todas las rutas de primer nivel, y sea $M_k \subseteq M$ el subconjunto de rutas de primer nivel que sirven al satélite $k \in V_s$. Sea R_r el subconjunto de satélites visitados por una ruta de primer nivel $r \in M$; y $A(r)$ el subconjunto de arcos atravesados por una ruta de primer nivel $r \in M$. Sea R_k el conjunto índice de las rutas de segundo nivel que pasan por el satélite $k \in V_s$, y sea $R_{ik} \subseteq R_k$ el subconjunto de rutas que pasan por el satélite $k \in V_s$ y el cliente $i \in V_c$. El subconjunto de clientes visitados por una ruta de segundo nivel $l \in R_k$ se representan por R_{kl} y el subconjunto de arcos atravesados por una ruta de segundo nivel $l \in R_k$ por $A(l)$. Sea y_r la variable binaria que es igual a 1 si la ruta $r \in M$ está en la solución e igual a cero en caso contrario, x_{kl} la variable binaria que toma el valor de 1 si la ruta $l \in R_k$ del satélite $k \in V_s$, está en la solución, y d_{kr} una variable entera no negativa que representa la cantidad entregada por una ruta $r \in M$ al satélite $k \in R_r$. Y el modelo matemático del 2E-CVRP puede ser escrito como se muestra:

$$\min \sum_{k \in V_s} \sum_{l \in R_k} \sum_{(i,j) \in A(l)} c_{ij} x_{kl} + \sum_{r \in M} \sum_{(i,j) \in A(r)} c_{ij} y_r \quad (1)$$

$$\text{sujeta a: } \sum_{k \in V_s} \sum_{l \in R_k} x_{kl} = 1, \quad i \in V_c \quad (2)$$

$$\sum_{l \in R_k} x_{kl} \leq m_k, \quad k \in V_s, \quad (3)$$

$$\sum_{k \in V_s} \sum_{l \in R_k} x_{kl} \leq m^2, \quad (4)$$

$$\sum_{l \in R_k} \sum_{i \in R_{kl}} d_i x_{kl} \leq B_k, \quad k \in V_s, \quad (5)$$

$$\sum_{r \in M} y_r \leq m^1, \quad (6)$$

$$\sum_{r \in M_k} d_{kr} = \sum_{l \in R_k} \sum_{i \in R_{kl}} d_i x_{kl}, \quad k \in V_s, \quad (7)$$

$$\sum_{k \in R_r} d_{kr} \leq Q_1 y_r, \quad r \in M, \quad (8)$$

$$x_{kl} \in \{0, 1\}, \quad k \in V_s, \quad l \in R_k, \quad (9)$$

$$y_r \in \{0, 1\}, \quad r \in M, \quad (10)$$

$$d_{kr} \in \mathbb{Z}_+, \quad k \in R_r, \quad r \in M. \quad (11)$$

La función objetivo (1) apunta a minimizar el costo total de los dos escalones. La restricción (2) asegura que cada cliente $i \in V_c$ debe ser visitado por exactamente

una ruta de segundo nivel. Restricciones (3), (4), y (6) imponen las cotas superiores en el número de rutas de primer- y segundo-nivel en la solución. La restricción (5) especifica las capacidades de cada satélite. El balance entre la cantidad entregada por rutas de primer nivel a cada satélite y las demandas de los clientes proporcionadas desde este satélite es asegurada por la restricción (7). La restricción (8) impone que la capacidad de los vehículos de primer nivel no sea excedida.

Cada ruta de segundo nivel debe empezar y terminar en el mismo satélite, y cada cliente debe ser servido por exactamente un vehículo de segundo nivel. La demanda de cada satélite es la demanda total de sus clientes asignados, así que cada satélite debe recibir suficiente carga desde el depósito para satisfacerlos clientes de sus rutas de segundo nivel. Además, cualquier cambio a las asignaciones de cliente-a-satélite afecta el ruteo del primer nivel y por tanto tiene un impacto en los costos de transporte del primer nivel. La función objetivo a ser minimizada es el costo de transporte global en ambos niveles⁶².

La función objetivo del problema se expresa como:

$$\min \sum_{k \in V_s} \sum_{l \in R_k} \sum_{(i,j) \in A(l)} c_{ij} x_{kl} + \sum_{r \in M} \sum_{(i,j) \in A(r)} c_{ij} y_r \quad (1)$$

En la que se busca minimizar los costos de recorrido asociados a las rutas de primer y segundo nivel.

Respecto a las restricciones se tiene que:

- Cada cliente debe ser visitado por un solo vehículo el cual efectúa una única ruta de segundo nivel.

$$\sum_{k \in V_s} \sum_{l \in R_k} x_{kl} = 1, \quad i \in V_c \quad (2)$$

- En cada satélite, el número de rutas posibles no puede ser mayor al de la cantidad de vehículos disponibles para efectuarlas.

$$\sum_{l \in R_k} x_{kl} \leq m_k, \quad k \in V_s, \quad (3)$$

- El número total de rutas activas en el segundo escalón no puede exceder al número total de vehículos en este.

⁶² Ibid.

$$\sum_{k \in V_s} \sum_{l \in R_k} x_{kl} \leq m^2, \quad (4)$$

- La capacidad de cada satélite debe ser mayor o igual a la demanda que se consolidara en este, para su respectivo envío a los clientes.

$$\sum_{l \in R_k} \sum_{i \in R_{kl}} d_i x_{kl} \leq B_k, \quad k \in V_s, \quad (5)$$

- El número total de rutas activas en el primer escalón no puede exceder al número total de vehículos en este.

$$\sum_{r \in M} y_r \leq m^1, \quad (6)$$

- La cantidad de demanda que llega desde las rutas de primer nivel debe ser igual a la cantidad demandada por los clientes asignados en cada satélite.

$$\sum_{r \in M_k} d_{kr} = \sum_{l \in R_k} \sum_{i \in R_{kl}} d_i x_{kl}, \quad k \in V_s, \quad (7)$$

- Para cada una de las rutas posibles en las que participa un vehículo de primer nivel, la capacidad de este no puede ser excedida por la demanda de los satélites a los que sirve.

$$\sum_{r \in R_r} d_{kr} \leq Q_1 y_r, \quad r \in M, \quad (8)$$

- Las variables del modelo son de tipo binario y entero.

$$x_{kl} \in \{0, 1\}, \quad k \in V_s, \quad l \in R_k, \quad (9)$$

$$y_r \in \{0, 1\}, \quad r \in M, \quad (10)$$

$$d_{kr} \in \mathbb{Z}_+, \quad k \in R_r, \quad r \in M. \quad (11)$$

7. METAHEURÍSTICA HÍBRIDA APLICADA AL 2E-CVRP

En la primera fase del híbrido con el que se abordó el 2E-CVRP se aplicó un procedimiento de búsqueda voraz adaptativo aleatorio (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*, GRASP), el cual se adaptó del expuesto por Zeng et al⁶³., dentro de esta fase se emplea un procedimiento de división (*splitting procedure*) basado en el cometido de Christian Prins⁶⁴; este procedimiento es vital para la construcción de una solución inicial en el marco de esta fase.

La segunda fase comprende los esfuerzos por mejorar las soluciones encontradas en la primera fase, para ello se utiliza la metaheurística de recocido simulado (*Simulated Annealing*, SA) dentro de la cual se establecen las vecindades de búsqueda pertinentes.

7.1 PROCEDIMIENTO DE BÚSQUEDA VORAZ ADAPTATIVA ALEATORIA

Este método iterativo consiste en generar soluciones al problema por medio de una serie de pasos; de manera más específica, para atacar el 2E-CVRP se generan de forma aleatoria recorridos⁶⁵ como los del problema del agente viajero (*Travelling Salesman Problem*, TSP), estos recorridos que forman parte del segundo escalón, cubren la cantidad total de clientes y son la base para adaptarles el procedimiento de división, el cual permite romper el recorrido TSP en viajes asignados a cada uno de los satélites. Al conocer los clientes de cada viaje y su asignación a su respectivo satélite, es posible encontrar la demanda de cada satélite, la cual equivaldría a la suma de las demandas de los clientes asignados al mismo.

⁶³ Ibid.

⁶⁴ PRINS, Christian. A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. En: *Computers & Operations Research*. 2004. Vol. 31, p. 1985-2002.

⁶⁵ ZENG, Z.; XU, W. y XU, Z. Op. Cit.

Al conocer la demanda de los satélites se procede para el primer escalón a hacer tantos envíos de carga completa como sea posible desde el depósito a cada uno de los satélites, cuando la demanda remanente de cada satélite es menor a la capacidad del vehículo de primer escalón se da la condición necesaria para aplicar nuevamente el proceso de división, el cual permite dar con los viajes que sirven la demanda faltante de los satélites.

Debido a las consideraciones mencionadas ciertos detalles varían respecto al procedimiento de división en el segundo escalón, como el hecho de que ya no se debe considerar la asignación a una fuente de envío, puesto que todos los viajes generados en el primer escalón serán asignados al depósito. Como resultado de este proceso se cuenta con una solución factible al problema, esta característica de factibilidad es importante, ya que la permisividad de dar con soluciones no factibles para su posterior reconstrucción es compleja en términos de programación, así como también impropia en cuanto al consumo de tiempo computacional.

7.1.1 Procedimiento de división. Para una determinada permutación T de clientes, es decir una posible opción de arreglo para el caso en el que un vehículo contara con capacidad infinita y pudiera visitar a todos los clientes de acuerdo al orden establecido en esta, se procede a crear viajes, así como a realizar asignaciones de estos viajes formados por clientes, a los satélites.

Este procedimiento⁶⁶ funciona por medio de un grafo auxiliar $H = (X, A, Z)$ en el que:

- X representa el conjunto de nodos desde 0 hasta el número de clientes.
- A simboliza el conjunto de los arcos $(i, j), i < j$, que representan los viajes factibles, es decir los viajes que cumplen con la siguiente restricción de carga:

⁶⁶ PRINS. Op. Cit.

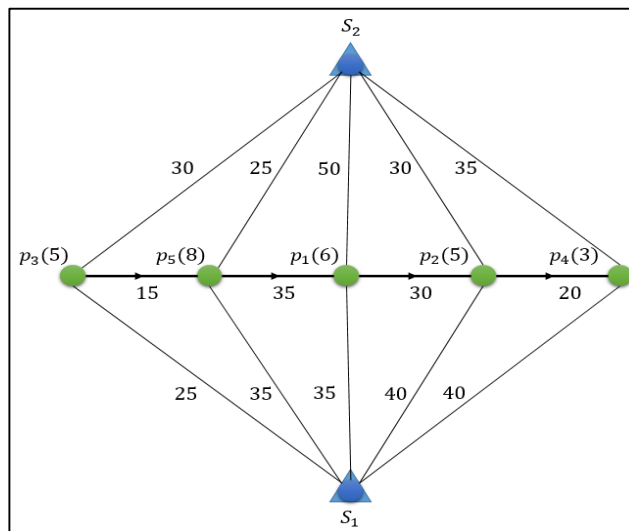
- o La suma de las demandas de los clientes p_{i+1} a p_j visitados en el viaje no exceda la capacidad del vehículo:

$$\forall (i, j) \in A: \sum_{i+1}^j d_{p_{i+1}} \leq Q$$

- Z representa el conjunto de los costos de los viajes z_{ij} de los arcos (i, j) .

A modo de ejemplo⁶⁷, dada una permutación $T = [p_3, p_5, p_1, p_2, p_4]$, y siendo este un vector que contiene el arreglo aleatorio de cinco clientes, se requiere además conocer la capacidad del vehículo de segundo escalón, puesto que se considerará un ejemplo para este, la cual será $Q_2 = 15$, las demandas de los clientes se encuentran entre paréntesis en la figura 6, la cual además revela los costos (asumidos como distancia) de ir de un nodo a otro.

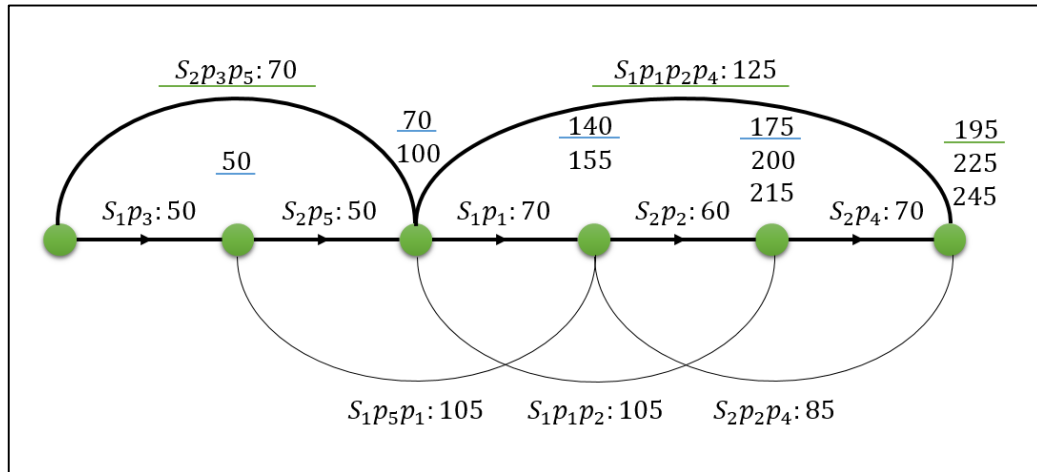
Figura 6. Grafo de la permutación T .



⁶⁷ NGUYEN, Viet-Phuong; PRINS, Christian y PRODHON, Caroline. Solving the two-echelon location routing problem by a GRASP reinforced by a learning process and path relinking. En: European Journal of Operational Research. Enero, 2012. Vol. 216, No 1, p. 113-126.

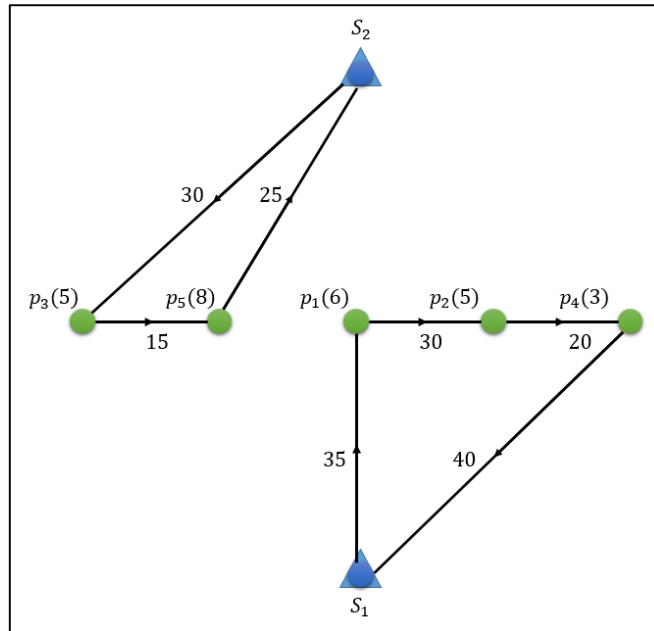
Nótese la posibilidad de los futuros cortes (viajes) de ser asignados a los satélites S_2 o S_1 . El detalle del grafo auxiliar H del ejemplo se evidencia en la figura 7:

Figura 7. Grafo auxiliar del procedimiento de división.



Cada uno de los arcos de la figura 7, representa un viaje asignado al satélite de menor costo, para el caso del arco $p_1p_2p_4$ el valor del viaje desde el satélite uno sería de 125 (resultado de $35+30+20+40$), mientras que desde el satélite dos el valor sería de 135 (resultado de $50+30+20+35$); por lo cual la asignación de menor costo corresponde al satélite uno. De tal manera que el camino más corto hasta el último nodo del grafo auxiliar, el cual toma un valor de 195, indica cual es la mejor manera de dividir la permutación, que para nuestro caso se encuentra demarcado por los dos arcos con línea acentuada, además se evidencia como si se hubiera dividido de otra forma, los costos hubieran aumentado como en el caso de los caminos que dan un valor de 225 y 245. Por lo que el resultado gráfico del procedimiento de división aplicado al ejemplo se evidencia en la figura 8, en el que la solución consta de una ruta que parte del satélite 2, y conecta a los clientes p_3 y p_5 , y otra ruta que parte del satélite 1 y sirve a los clientes p_1 , p_2 y p_4 :

Figura 8. Solución por medio del procedimiento de división.



7.2 RECOCIDO SIMULADO

La técnica recocido simulado (*Simulated Annealing*, SA), se basa en un concepto propio de la ciencia de materiales, denominado recocido total, el cual se define como “el proceso mediante el cual la estructura distorsionada de la red trabajada en frío retorna a una cuyo estado se halle libre de tensiones por medio de la aplicación de calor. Este proceso se efectúa totalmente en el estado sólido y generalmente le sigue un enfriamiento lento en el horno desde la temperatura deseada”⁶⁸.

El recocido simulado⁶⁹ consiste en una solución actual s , en la que el costo asociado a esta se compara con una solución $t \in N(s)$, por lo cual la solución t pertenece a la vecindad de la solución actual s , siendo s para el caso de la primera iteración,

⁶⁸ AVNER, Sydney H. Introducción a la metalurgia física. Traducido por José Luis Estrada. 2° Ed. México: Mc Graw Hill. 1995, p. 138. ISBN 968-6046-01-1.

⁶⁹ FESTA, Paola y RESENDE Mauricio. Hybrid GRASP Heuristics. En: ABRAHAM, A., et al. Foundations of Computational Intelligence Volume 3. 2009, p. 75-100.

equivalente a la primera solución obtenida de la metaheurística GRASP; de tal manera que si el costo de la solución t es menor o igual al costo de la solución actual s , entonces t tomaría el lugar de s ; para el caso contrario en el que el costo de la solución t sea mayor al de s , se le asigna una probabilidad a t de llegar a ser la solución actual, dicha probabilidad junto con la expresión matemática del caso se pueden expresar de la siguiente forma⁷⁰:

Prob = probabilidad de aceptar t como la próxima solución actual

$$\text{tal que, } Prob = \begin{cases} e^{\frac{-(f(t)-f(s))}{tem_k}} & \text{si } f(t) - f(s) > 0 \\ 1 & \text{si } f(t) - f(s) \leq 0 \end{cases}$$

Donde $f(s)$ y $f(t)$ son los valores del costo asociados a las soluciones s y t respectivamente; y tem_k representa la temperatura del sistema en la iteración k , de tal forma que:

$$tem_k > 0 \quad \text{para toda } k$$

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} tem_k = 0$$

La expresión del límite refleja la característica de enfriamiento propia de la técnica, en tanto que aumente el número de iteraciones, la temperatura del sistema disminuye. Además, al analizar la expresión de probabilidad para cuando $f(t) - f(s) > 0$, se reconoce como entre más alta sea la temperatura, mayor será la probabilidad de aceptar una solución que no mejora la actual, como la sustituta de s .

La forma clásica de programar el enfriamiento se presenta en la siguiente expresión:

$$tem_{k+1} := tem_k * \beta \quad \text{donde } 0 < \beta < 1$$

⁷⁰ GLOVER, Fred y KOCHENBERGER Gary A. HANDBOOK OF METAHEURISTICS. 1° Ed. New York: Kluwer Academic Publishers. 2003, p. 289. ISBN 0-306-48056-5.

Por lo cual la velocidad de enfriamiento depende del parámetro β , en el que valores altos de este, significa que el sistema se enfría de una manera lenta, comparado con valores bajos de β , los cuales implican un enfriamiento más rápido.

En este orden de ideas se identifica como la etapa en la que la temperatura sea alta permitirá una exploración amplia del dominio del problema, mientras que la etapa en la que la temperatura es baja faculta una intensificación en la explotación; dado que GRASP garantiza la exploración adecuada del problema, debido a la aleatoriedad presente en la fase de construcción; al incrustar el recocido simulado como enfoque de la fase de intensificación, se requiere por tanto limitar la exploración de esta metaheurística, situación que se logra al optar por una temperatura inicial tibia⁷¹.

7.2.1 Vecindades de búsqueda. En el marco de aplicación del recocido simulado, se hace vital la construcción de las vecindades⁷², sobre las cuales se llevara a cabo la intensificación de la búsqueda en pro de mejorar la solución de entrada, dichas vecindades corresponden a variaciones que tienen como base la solución generada en la fase de aplicación de GRASP; y como tal tienen una estructura y organización lógica.

La creación de una vecindad se efectúa por razón de operadores de construcción, los cuales pueden ser dilucidados como funciones que por medio de un algoritmo, se encargan de modificar una determinada solución, para así poder encontrar una solución vecina.

Seguidamente se puntualiza en cada uno de los operadores de construcción de la fase de mejora.

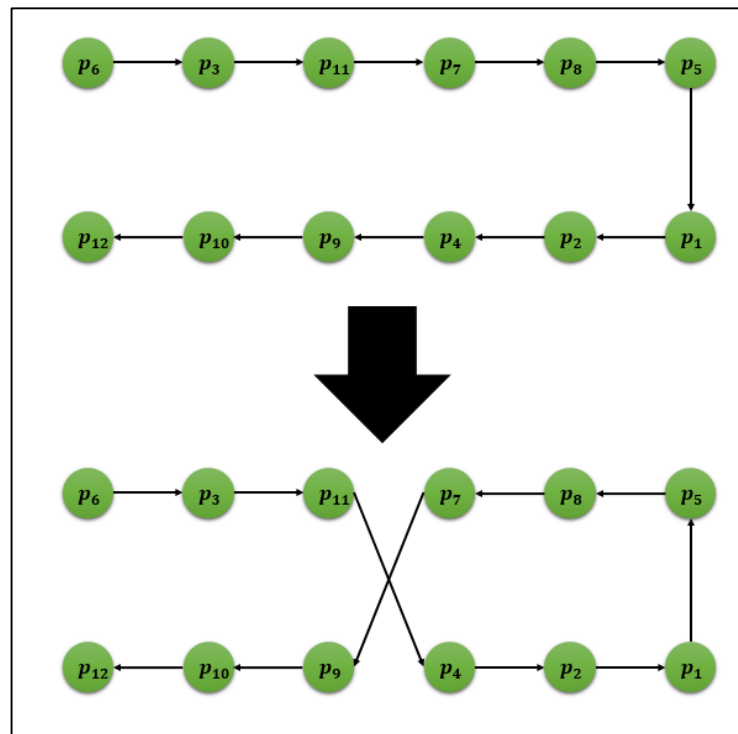
⁷¹ FESTA, Paola y RESENDE Mauricio. Op. Cit.

⁷² AHUJA, Ravindra K., et al. A survey of very large-scale neighborhood search techniques. En: Discrete Applied Mathematics. 2002. Vol. 123, p. 75-102.

7.2.1.1 Operador de construcción 2-opt. Para una determinada ruta de segundo nivel, al usar 2-opt se remueven dos aristas no adyacentes de la ruta, y se posicionan dos nuevas de tal forma que la dirección en la cual se atendían los clientes dentro de los dos arcos, se da al revés⁷³.

A modo de ejemplo, en la figura 9, se evidencia como los arcos que conectan a los clientes (p_{11}, p_7) y (p_4, p_9) son expelidos; para dar lugar a los arcos (p_{11}, p_4) y (p_7, p_9) , los cuales hacen parte de la nueva ruta, en la cual además, se ve claramente como el sentido de los arcos (p_4, p_2) , (p_2, p_1) , (p_1, p_5) , (p_5, p_8) y (p_8, p_7) se dan en dirección contraria respecto a los arcos de la ruta no modificada.

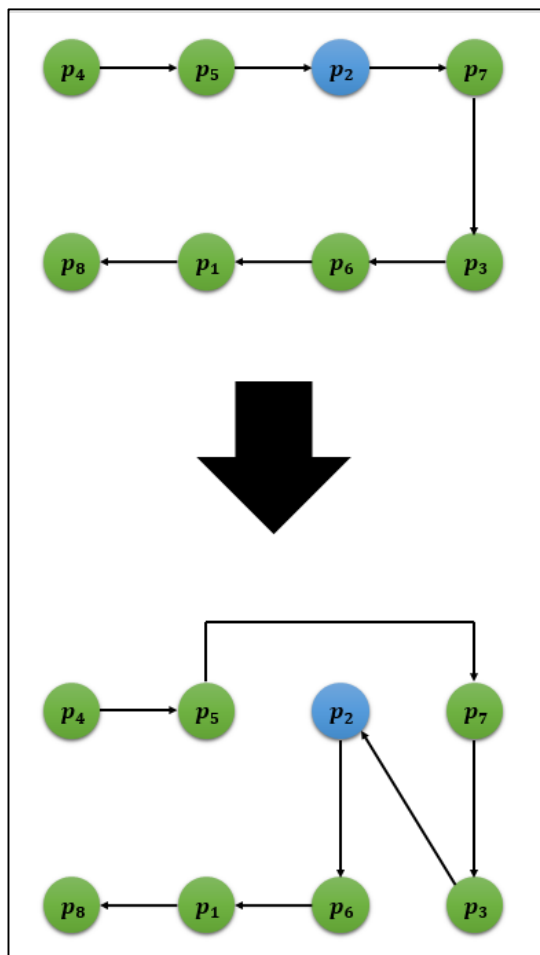
Figura 9. Aplicación del operador 2-opt.



⁷³ CHEN, Ping; HUANG, Hou-kuan y DONG, Xing-Ye. Iterated variable neighborhood descent algorithm for the capacitated vehicle routing problem. En: Expert Systems with Applications. 2010. Vol. 37, p. 1620-1627.

7.2.1.2 Operador de construcción Or-opt. Este operador⁷⁴ reubica la posición de un nodo cliente perteneciente a una ruta de segundo nivel, de tal forma que en el gráfico de la figura 10, se expone como la eliminación de las aristas (p_5, p_2) , (p_2, p_7) y (p_3, p_6) , las cuales forman parte de la ruta inicial; y la disposición de tres nuevos arcos, es decir, las aristas (p_5, p_7) , (p_3, p_2) y (p_2, p_6) , dan como resultado un cambio de posición del cliente p_2 en la ruta final modificada.

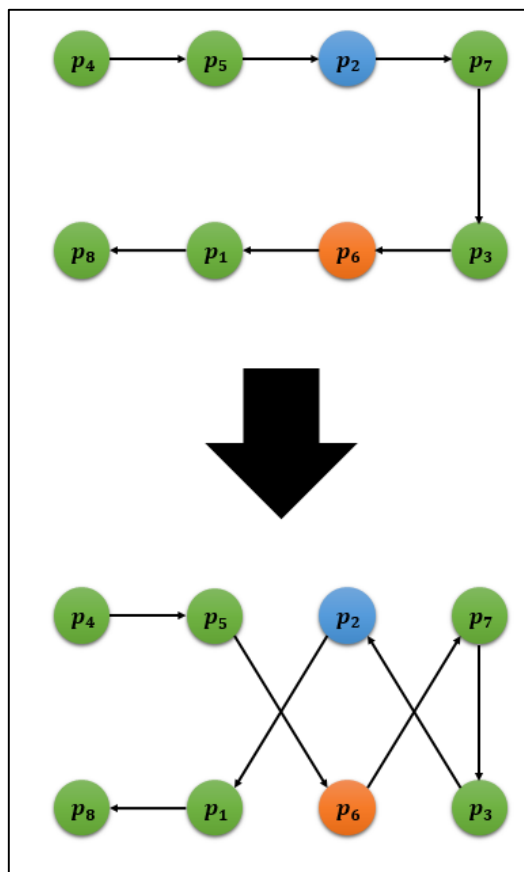
Figura 10. Aplicación del operador Or-opt.



⁷⁴ POTVIN, Jean-Yves y ROUSSEAU, Jean-Marc. An Exchange Heuristic for Routeing Problems with Time Windows. En: Journal of the Operational Research Society. 1995. Vol. 46, p. 1433-1446.

7.2.1.3 Operador de construcción Exchange. En este caso⁷⁵ se troca la ubicación de dos nodos clientes de una ruta de segundo nivel, los cuales no tienen limitante frente a su adyacencia; por lo cual en el primer grafo de la figura 11, al suprimir los arcos (p_5, p_2) , (p_2, p_7) , (p_3, p_6) y (p_6, p_1) , y dar cabida a los arcos (p_5, p_6) , (p_6, p_7) , (p_3, p_2) y (p_2, p_1) , se suscita el intercambio de los clientes p_2 y p_6 .

Figura 11. Aplicación del operador Exchange.



⁷⁵ BRAYSY, Olly y GENDREAU, Michel. Vehicle Routing Problem with Time Windows, Part I: Route Construction and Local Search Algorithms. En: Transportation Science. Febrero, 2005. Vol. 39, No 1, p. 104-118.

7.3 EXTENSIÓN DEL MÉTODO HÍBRIDO

La forma en la que funciona el procedimiento de división lleva a inferir que una permutación construida en base a criterios que consideren la distancia entre los clientes tiene una posibilidad alta de dar con soluciones iniciales de un costo bajo.

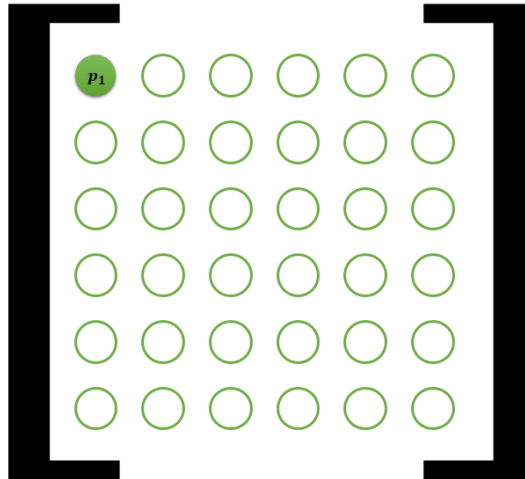
En este orden de ideas, se percibe la posibilidad de ampliar la forma en que operan las técnicas descritas anteriormente. La extensión del método híbrido consiste en generar una matriz de tamaño $n * n$, con n igual al número de clientes del problema; cada fila de la matriz corresponde a una permutación, y cada una de estas permutaciones debe empezar por un cliente i una única vez. A razón de que se cuenta con las coordenadas de los clientes, se procede a comparar la distancia euclidiana entre el cliente más reciente asignado a la permutación y todos los demás clientes que no forman parte de esta, de tal manera que el cliente con la menor distancia se asigna en la posición $j + 1$.

Una vez se cuenta con la matriz de permutaciones, a cada una de ellas se le aplica el procedimiento de división; en el primer escalón se crea una segunda matriz de permutaciones que a diferencia de la matriz del segundo escalón, contiene todas las permutaciones posibles del conjunto de satélites, la razón por la que se generan todas las permutaciones en la matriz del primer escalón, es su factibilidad computacional en el momento de solucionar el problema, debido a la menor cantidad de satélites respecto de clientes, después se resuelve el problema para tantas permutaciones como clientes hay en el problema (matriz del segundo escalón) y cada una de estas permutaciones evaluadas con todos los ordenamientos posibles de los satélites que se solucionan por medio del procedimiento de división en el primer escalón.

A modo de ejemplo, para la construcción de la matriz de segundo escalón se considera el conjunto de clientes $C = [p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6]$, para el que se debe generar seis permutaciones, en la que en cada una se inicie con un cliente diferente,

como se ve en la figura 12, la primera permutación comienza con p_1 , el cual se ubica en la posición (1,1) de la matriz.

Figura 12. Asignación inicial de la primera permutación.



Con los valores correspondientes a las coordenadas de los clientes de la tabla 1, se procede a calcular la distancia entre p_1 y los demás clientes que aún no se asignan en la permutación, es decir $(p_2, p_3, p_4, p_5, p_6)$.

Tabla 1. Coordenadas de los clientes.

Cliente	Coordenadas	
	X	Y
1	151	264
2	159	261
3	130	254
4	128	252
5	163	247
6	146	246

El valor de la distancia euclidiana entre dos clientes se calcula por medio de la siguiente ecuación:

$$Distancia(p_1, p_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para el caso específico de los clientes (p_1, p_6) , al conocer el valor de sus coordenadas, el cual se identifica en la tabla 1, se puede calcular la distancia euclidiana entre ellos, la cual equivale a:

$$Distancia(p_1, p_6) = \sqrt{(146 - 151)^2 + (246 - 264)^2}$$

$$Distancia(p_1, p_6) = 18,681 \text{ unidades}$$

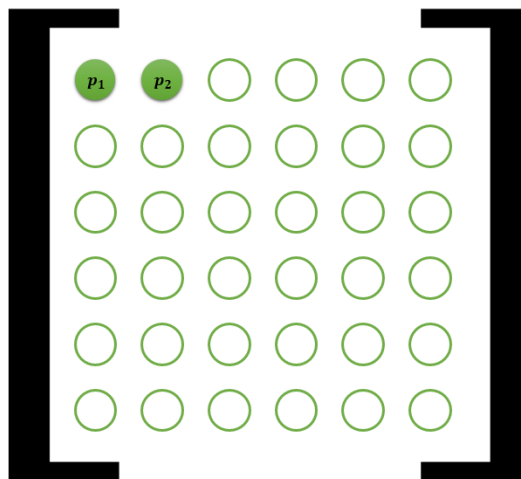
En la tabla 2, se presentan los valores correspondientes a la distancia entre p_1 (el cliente inicial de la primera permutación) y los clientes $(p_2, p_3, p_4, p_5, p_6)$.

Tabla 2. Comparación de distancias.

Clientes	Distancia
1-2	8,544
1-3	23,259
1-4	25,942
1-5	20,809
1-6	18,682

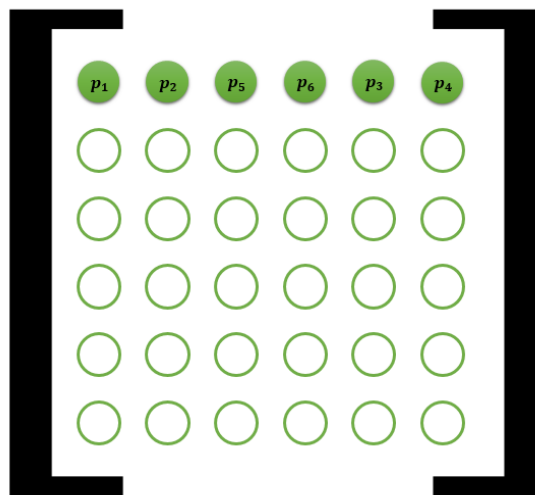
Como se refleja en la tabla 2, el cliente más cercano a p_1 es p_2 , puesto que la distancia (p_1, p_2) es igual a 8,544, siendo este el escalar de menor cuantía entre las demás distancias, debido a ello, p_2 toma la posición (1,2) dentro de la matriz, como se detalla en la figura 13.

Figura 13. Segunda asignación de la primera permutación.



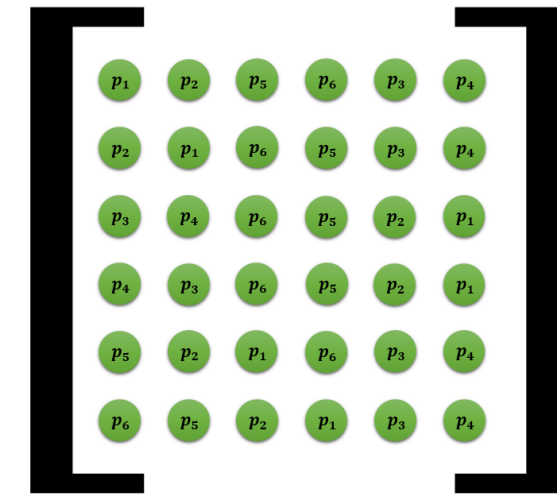
Este procedimiento se aplica de igual forma para p_2 , se resalta que en esta segunda iteración, no se debe considerar p_1 en la comparación de distancias con p_2 , puesto que ya se ubicó dentro de la permutación en construcción. Al terminar las repeticiones de la primera permutación se obtiene la primera fila de la matriz la cual se muestra en la figura 14.

Figura 14. Primera permutación de la matriz.



Ya completa la primera fila de la matriz del segundo escalón, se replica el procedimiento aplicado hasta completarla, teniendo presente que el primer cliente de cada fila no debe ser igual en ninguna de estas, en la figura 15, se muestra la matriz final del ejemplo.

Figura 15. Matriz de permutaciones completa.



Finalmente se considera crear la segunda matriz de permutaciones respecto de un determinado conjunto de satélites, sobre la cual se prueba cada una de las permutaciones de la primera matriz.

8. EXPERIMENTACIÓN

8.1 INSTANCIAS DE PRUEBA

La necesidad de las instancias parte del menester relacionado con la ratificación y comparación de los distintos modos por medio de las cuales se aborda la solución de un determinado problema.

Como insumo para la validación del algoritmo, se requieren valores propios de los parámetros del 2E-CVRP, dichos valores se conocen como instancias; en el caso específico del problema, Perboli et al⁷⁶., proponen las primeras instancias, las cuales son extensiones que se basan en su mayoría, en conjuntos de instancias de la literatura del VRP.

Si bien Perboli et al., presentan cuatro conjuntos de instancias, los autores que abordaron el problema posteriormente, se basan en los conjuntos dos, tres y cuatro. Hemmelmayr et al⁷⁷., elaboran una tabla resumen que contienen los valores de varios de los parámetros del 2E-CVRP así como del LRP, el extracto de los conjuntos de instancias pertinentes al 2E-CVRP se presentan en la siguiente tabla:

⁷⁶ PERBOLI, G.; TADEI, R. y VIGO, D. Op. Cit.

⁷⁷ HEMMELMAYR, V.; CORDEAU, J. y CRAINIC, T. Op. Cit.

Tabla 3. Características de las instancias.

Set	Instances	m	n	m_1	m_2	K_1	K_2
2	6	2	21	3	4	15,000	6000
2	6	2	32	3	4	20,000	8000
2	6	2	50	3	5	400	160
2	3	4	50	4	5	400	160
3	6	2	21	3	4	15,000	6000
3	6	2	32	3	4	20,000	8000
3	6	2	50	3	5	400	160
4	18	2	50	3	6	12,500	5000
4	18	3	50	3	6	12,500	5000
4	18	5	50	3	6	12,500	5000

Fuente. Adaptado de HEMMELMAYR, V.; CORDEAU, J. y CRAINIC, T. An adaptive large neighborhood search heuristic for two-echelon vehicle routing problems arising in city logistics.

En donde:

- Las columnas conjunto (*set*) e instancias (*instances*) indican el conjunto de instancias y el número de instancias, respectivamente. En el caso de la primera fila, seis instancias que forman parte del conjunto número dos, tienen como parámetros los valores propios de la fila en la que están presentes.
- El número de satélites se indican en la columna m .
- La columna n muestra el número de clientes.
- Las columnas m_1 y m_2 presentan el número de vehículos disponibles para el ruteo del primer y segundo escalón respectivamente.
- Las capacidades de los vehículos del primer y segundo escalón vienen dadas por K_1 y K_2 , respectivamente.

Además de los parámetros de la tabla, las instancias contienen las siguientes tres secciones:

- La sección de coordenadas: En la cual se encuentran las coordenadas en dos dimensiones, de los clientes, así como del depósito central.
- La sección satélite: En ella al igual que en la sección anterior, se dan las coordenadas de ubicación, en este caso para los satélites.
- La sección demanda: En la que se señalan las demandas asociadas a cada uno de los clientes.

Cabe notar que si bien varias de las instancias de la tabla consideran los mismos parámetros, la diferencia entre estas radica tanto en la sección demanda como en la ubicación referente a la sección satélite y de coordenadas. Finalmente estas secciones permiten dar con la matriz de costos o distancias entre los nodos propios del problema.

8.2 DESARROLLO DEL ALGORITMO APLICADO AL 2E-CVRP

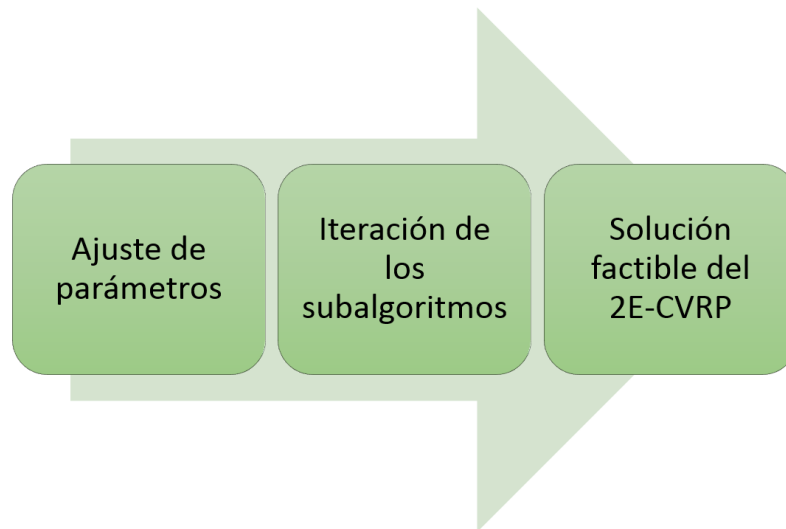
El algoritmo para la solución del 2E-CVRP se programó en lenguaje M, por medio del entorno de desarrollo integrado propio de MATLAB®, las propiedades del equipo de cómputo en el que se llevó a cabo la experimentación y puesta en marcha de los algoritmos desarrollados se presentan en la tabla 4.

Tabla 4. Propiedades del equipo de cómputo.

Edición de Windows	
Windows 8.1 Pro	
Sistema	
Procesador:	Intel® Core™ i5-3330 CPU @ 3.00GHz
Memoria (RAM):	4,00 GB
Tipo de sistema:	Sistema operativo de 64 bits

El esquema general del proceso de ejecución del algoritmo se muestra en la siguiente figura:

Figura 16. Esquema general del algoritmo.



Cabe recalcar como en la inicialización de los parámetros, la mayoría de estos vienen dados de manera explícita en las instancias, sin embargo para el caso de la matriz de distancias no se cuenta de manera directa con estos valores, sino que se conocen las coordenadas del depósito, los satélites y los clientes, por medio de las cuales se puede calcular la matriz de distancias.

En términos de practicidad se optó por llevar a cabo un algoritmo auxiliar que permite dar con las distancias euclidianas entre los nodos (depósito, satélites y clientes), para la construcción de la matriz de distancias de la instancia a solucionar. Respecto a los parámetros de entrada se cuenta con:

- Capacidad de un vehículo de segundo escalón.
- Capacidad de un vehículo de primer escalón.

- Número de clientes.
- Número de satélites.
- Número de vehículos de segundo escalón.
- Demanda de los clientes.
- Matriz de distancias.
- Número de vehículos de primer escalón.
- Temperatura inicial.
- Valor de beta.

Los subalgoritmos para la hibridación de las metaheurísticas GRASP y recocido simulado trabajan de forma secuencial y son los siguientes:

Subalgoritmo 1. Partición de la permutación mediante el procedimiento de división.

Subalgoritmo 2. Extracción de la solución inicial del segundo escalón.

Subalgoritmo 3. Adaptación del primer escalón al procedimiento de división.

Subalgoritmo 4. Procedimiento de división en el primer escalón.

Subalgoritmo 5. Extracción de la solución inicial del primer escalón.

Subalgoritmo 6. Operador 2-opt para la búsqueda en la vecindad en el ámbito del recocido simulado.

Subalgoritmo 7. Operador Or-opt para la búsqueda en la vecindad en el ámbito del recocido simulado.

Subalgoritmo 8. Operador Exchange para la búsqueda en la vecindad en el ámbito del recocido simulado.

8.2.1 Descripción de los subalgoritmos del 2E-VRP.

1. Partición de la permutación inicial.

En esta sección se genera una permutación aleatoria para todos los clientes, la cual se fracciona por medio del procedimiento de división explicado anteriormente, en el que el subalgoritmo no registra como tal todos los arcos generados en el grafo auxiliar H , sino que haciendo uso de la etiqueta V_j se actualiza el valor de la ruta más corta hasta el nodo j de H . Previo al uso de V_j , una segunda etiqueta N_j permite minimizar la cantidad de arcos que forman parte del camino más corto en H y por lo tanto el número de vehículos, que para este caso corresponde a los vehículos de segundo nivel.

La etiqueta N_j es clave para mantener la factibilidad de las soluciones generadas, puesto que da viabilidad en cuanto a la cantidad de vehículos disponibles para los viajes del segundo escalón; durante la experimentación se evidenció como su ausencia permite dar con soluciones de menor costo comparado con las soluciones en las que se consideraba, sin embargo estas últimas si respetan las restricciones del problema. Finalmente los vectores SA_j y P_j registran la asignación de satélites para el viaje representado en el arco de la ruta más corta hasta el cliente j y el nodo que antecede (donde se origina el arco de la ruta más corta que llega al cliente j) al cliente j para el arco de la ruta más corta.

2. Extracción de la solución del procedimiento de división.

Si bien la solución inicial del segundo escalón no se da de manera explícita, se cuenta con el conjunto de vectores que permiten dar con ella, por lo cual esta parte del algoritmo se encarga de organizar en una matriz, las rutas del camino más corto en H para el último cliente de la permutación, en dicha matriz cada fila contiene los clientes de una ruta de segundo nivel en específico, al igual se organiza un vector que contiene el satélite estipulado a cada una de estas rutas. Otro de los cometidos

de esta sección es hallar el valor de la demanda de cada satélite a partir de la suma de la demanda de los clientes asignados a cada uno de ellos, demandas que permitirán aplicar el procedimiento de división para el primer escalón.

3. Adaptación del primer escalón.

Una de las diferencias entre el primer escalón y el segundo es que en el primero de ellos, los satélites pueden ser visitados en más de una ocasión, mientras que en el segundo, cada cliente es visitado una única vez, por lo tanto previo a la ejecución del procedimiento de división en el primer escalón, es necesario llevar a cabo una adaptación, la cual consiste en calcular la demanda remanente de los satélites posterior al cumplimiento de la demanda de los envíos directos que podrían darse si es que un satélite requiere más de lo que la capacidad Q_1 de un vehículo dispone para atenderlo.

4. Procedimiento de división en el primer escalón.

Al contar con la consideración de los envíos directos se logran las condiciones para que el procedimiento de división sea aplicado en el primer escalón, con una reducción a tener en cuenta, la cual implica no considerar la asignación de las rutas a un centro de distribución, puesto que para este escalón, todas las rutas se originan en el depósito V_0 . Al igual que en el segundo escalón, se obtienen los vectores P_j , V_j y N_j referentes del primer escalón.

5. Extracción de la solución inicial del primer escalón.

Ya en esta sección del algoritmo se finaliza la fase de construcción de la solución inicial, así que se replica el procedimiento efectuado en el segundo escalón, para la obtención de la matriz de rutas del primero, basándose en el vector que se requiere para su realización, es decir P_j .

6. Generación de soluciones aledañas por medio del operador 2-opt en el ámbito del recocido simulado.

A razón de que el operador 2-opt requiere remover dos arcos no adyacentes para una ruta de segundo nivel, y dado que este procedimiento se puede llevar a cabo de distintas formas, en la codificación se optó por establecer una manera lógica de hacerlo, la cual consiste en que para cada ruta, iterativamente se retira el primer arco, de la misma manera el arco más lejano a este, hasta el más cercano posible sin incumplir con la restricción de adyacencia; dicho procedimiento se aplica igualmente para los arcos posteriores al primero, y en la medida en que se cambia la dirección en la que son servidos los clientes entre los arcos retirados se evalúa el costo de los vecinos generados.

7. Generación de soluciones aledañas por medio del operador Or-opt en el ámbito del recocido simulado.

Las soluciones vecinas formadas por el operador Or-opt se forman de la siguiente manera, para cada ruta de segundo nivel se mueve de forma aleatoria al cliente ubicado en la primera posición de la ruta, así como consecutivamente se mueven de igual forma los clientes ubicados en las siguientes posiciones. Una vez recorridas las posiciones de las rutas, se procede a evaluar el costo de la nueva solución y si este llegase a ser menor al de la solución actual, tomaría su posición.

8. Generación de soluciones aledañas por medio del operador Exchange en el ámbito del recocido simulado.

Al entrar en la última vecindad de búsqueda para cada ruta se ha de intercambiar el cliente de la primera posición con el cliente de una posición aleatoria, y se ha de realizar de igual forma para cada una de las posiciones restantes en la ruta de segundo nivel.

8.2.2 Descripción del algoritmo de extensión. El algoritmo de extensión del método híbrido para dar con la matriz de permutaciones tiene como parámetros de entrada el número de clientes y sus coordenadas, y trabaja de la siguiente manera:

1. En orden ascendente y empezando por el primer cliente, genera una matriz en la que se ubica el cliente seleccionado (puede ser el cliente inicial de la permutación o el más cercano al cliente predecesor de la ubicación evaluada) junto con sus coordenadas, para posteriormente ubicar los clientes restantes que falta asignar en la permutación.
2. En una segunda matriz se registra la distancia entre el cliente seleccionado y los clientes restantes por asignar, así como también los clientes a los que les corresponde la distancia calculada; esta matriz se ordena de forma ascendente para identificar el cliente más cercano al cliente seleccionado y proceder a ubicarlo en una tercera matriz donde se ubican todas las permutaciones, en el caso de que el cliente seleccionado sea el inicial, ambos clientes se ubican en la matriz de permutaciones, pero en el caso de que el cliente seleccionado corresponda al más cercano del cliente predecesor de la ubicación evaluada, únicamente se sitúa en la matriz de permutaciones, al cliente más cercano.
3. De esta forma se completan cada una de las permutaciones, que corresponden a cada una de las filas de la matriz.

8.3 RESULTADOS DE LA EXPERIMENTACIÓN

Para verificar los algoritmos desarrollados se tomó como referencia las instancias propuestas por Perboli et al⁷⁸. (Ver numeral 8.1). De estas se seleccionaron diez instancias, cada una de ellas según las características de cada fila de la tabla 3, de

⁷⁸ PERBOLI, G.; TADEI, R. y VIGO, D. Op. Cit.

tal forma que se tomaron cuatro instancias para el conjunto dos, tres para el conjunto tres, y tres para el conjunto cuatro.

En la tabla 5, se presentan los resultados correspondientes al valor de la distancia (costo) de las soluciones correspondientes a las instancias especificadas en la columna instancia, por medio del método híbrido desarrollado (GRASP+SA) y la primera etapa de esta mismo método, es decir, únicamente haciendo uso de GRASP.

Tabla 5. Resultados GRASP vs. GRASP+SA.

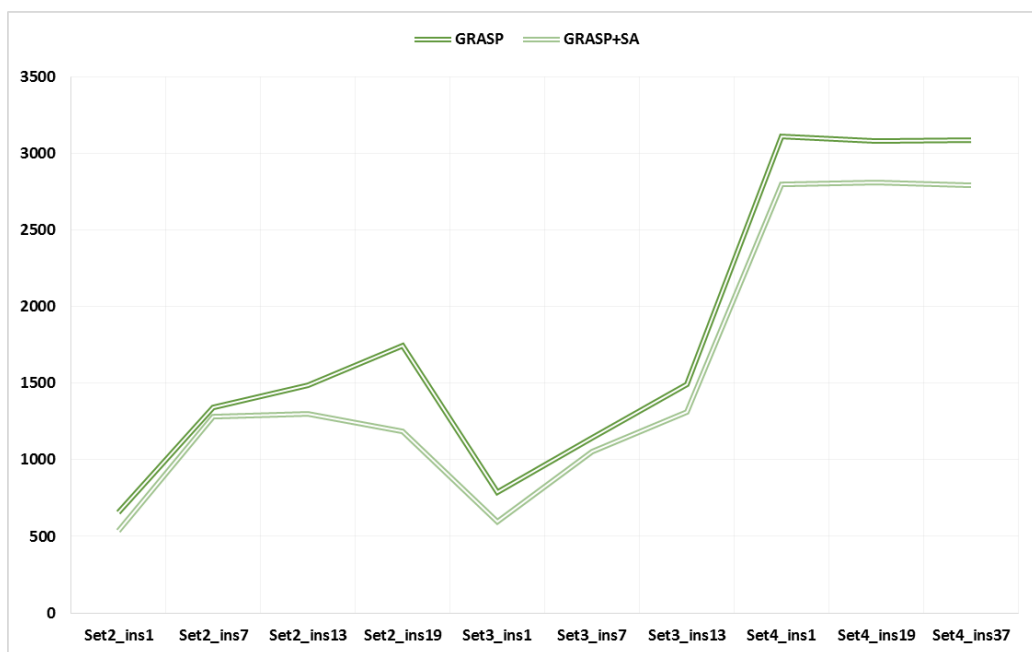
Instancia	Nombre	Clientes	Satelites	GRASP	GRASP+SA	Diferencia
Set2_instancia1	E-n22-k4-s6-17	21	2	658,39	538,01	-18,28%
Set2_instancia7	E-n33-k4-s1-9	32	2	1343,46	1281,7	-4,60%
Set2_instancia13	E-n51-k5-s2-17	50	2	1483,5	1299,46	-12,41%
Set2_instancia19	E-n51-k5-s2-4-17-46	50	4	1742,05	1184,49	-32,01%
Set3_instancia1	E-n22-k4-s13-14	21	2	790,56	597,776	-24,39%
Set3_instancia7	E-n33-k4-s16-22	32	2	1140,58	1050,66	-7,88%
Set3_instancia13	E-n51-k5-s13-19	50	2	1494,5	1312,63	-12,17%
Set4_instancia1	Instance50-s2-01	50	2	3108,09	2796,99	-10,01%
Set4_instancia19	Instance50-s3-19	50	3	3078,59	2811,37	-8,68%
Set4_instancia37	Instance50-s5-37	50	5	3085,04	2793,86	-9,44%

En donde:

- Las columnas instancia y nombre indican el conjunto al que pertenece la instancia y la manera en la que se le llama a esta en la literatura, respectivamente.
- El número de clientes y satélites de cada instancia viene dado en las columnas clientes y satélites, respectivamente.

- Las columnas GRASP y GRASP+SA contienen los resultados de la aplicación de la primera parte del método híbrido y de la totalidad del mismo respectivamente.
- En la columna diferencia se evidencia el porcentaje de diferencia entre los resultados de los métodos GRASP y GRASP+SA para cada instancia.

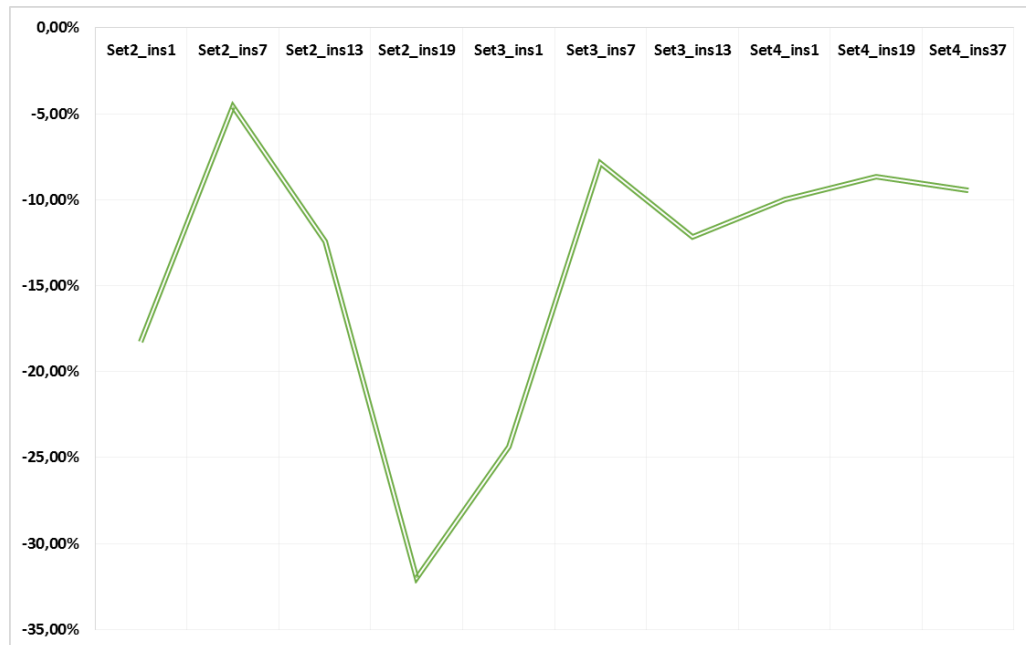
Figura 17. Gráfico comparativo GRASP vs. GRASP+SA.



De la figura 17, se identifica como la etapa de intensificación en pro de las soluciones iniciales arrojadas por GRASP tiene un efecto positivo en los resultados para todas las instancias, de tal manera que las vecindades de búsqueda construidas a partir de los operadores 2-opt, Or-opt y Exchange, dan con soluciones mejor organizadas en cuanto al ruteo.

El efecto de la etapa de intensificación se evidencia más profundamente para la instancia E-n51-k5-s2-4-17-46, en la que se llega a una variación del -32,01% tal y como se muestra en la figura 18.

Figura 18. Variación porcentual GRASP y GRASP+SA.



Respecto a los resultados de la tabla 6, se considera la comparación entre GRASP+SA y la ampliación de dicha técnica (ver numeral 7.3), en la que varía la forma como se generan las permutaciones iniciales previas al procedimiento de división, dejando a un lado el método aleatorio, lo cual trae efectos positivos sobre las soluciones obtenidas respecto de la forma inicial.

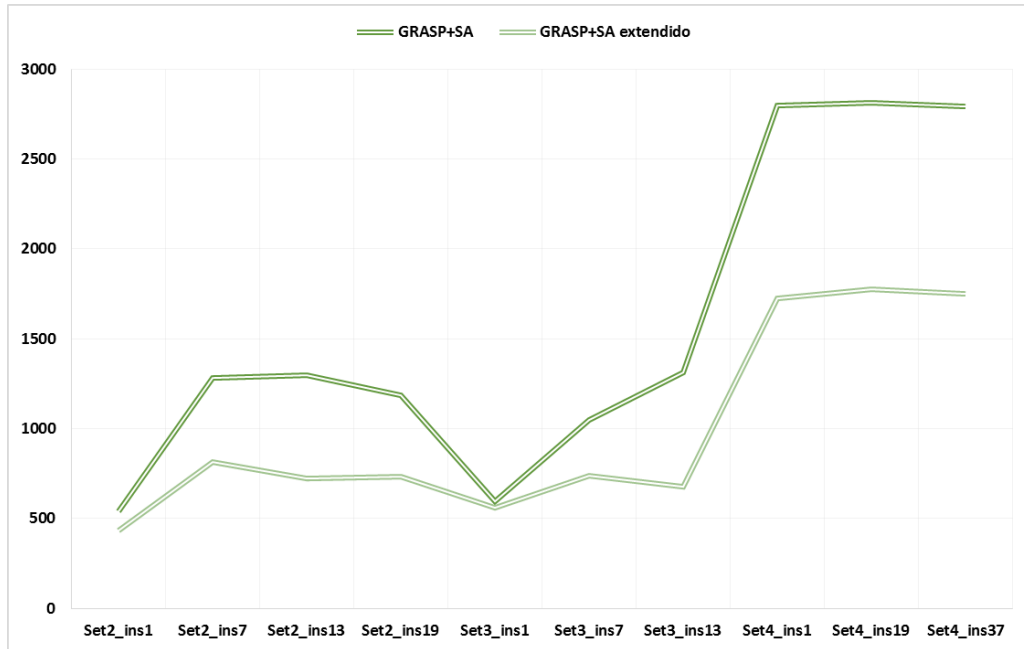
Tabla 6. Resultados GRASP+SA vs. GRASP+SA extendido.

Instancia	Nombre	Clientes	Satelites	GRASP+SA	GRASP+SA extendido	Diferencia
Set2_instancia1	E-n22-k4-s6-17	21	2	538,01	431,569	-19,78%
Set2_instancia7	E-n33-k4-s1-9	32	2	1281,7	812,308	-36,62%
Set2_instancia13	E-n51-k5-s2-17	50	2	1299,46	721,84	-44,45%
Set2_instancia19	E-n51-k5-s2-4-17-46	50	4	1184,49	732,314	-38,17%
Set3_instancia1	E-n22-k4-s13-14	21	2	597,776	562,22	-5,95%
Set3_instancia7	E-n33-k4-s16-22	32	2	1050,66	738,556	-29,71%
Set3_instancia13	E-n51-k5-s13-19	50	2	1312,63	676,354	-48,47%
Set4_instancia1	Instance50-s2-01	50	2	2796,99	1725,061	-38,32%
Set4_instancia19	Instance50-s3-19	50	3	2811,37	1773,618	-36,91%
Set4_instancia37	Instance50-s5-37	50	5	2793,86	1748,247	-37,43%

En donde:

- El conjunto y el nombre en la literatura de las instancias se indican en las columnas instancia y nombre respectivamente.
- Las columnas clientes y satélites abarcan la cantidad de clientes y satélites de cada instancia.
- Las columnas GRASP+SA y GRASP+SA extendido contienen los resultados de la aplicación del método híbrido desarrollado y de la extensión a este en la que se considera la técnica de construcción de las permutaciones del problema, respectivamente.
- La diferencia porcentual entre los resultados de GRASP+SA y GRASP+SA extendido se expresan en la columna diferencia.

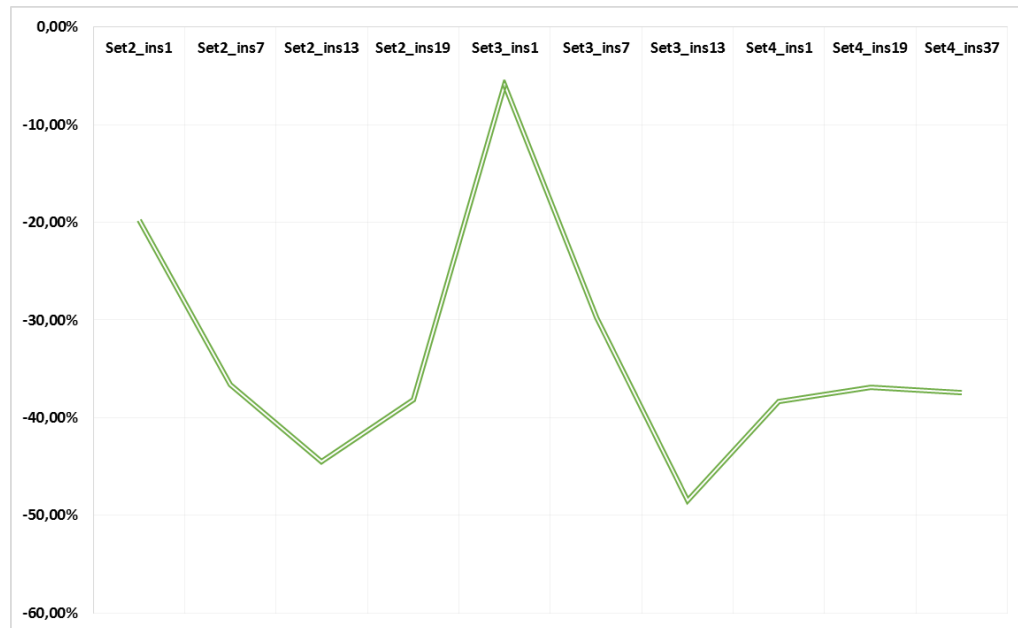
Figura 19. Gráfico comparativo GRASP+SA vs. GRASP+SA extendido.



Tal como se evidencia en la tabla 6, la extensión del método híbrido permite llegar a resultados de hasta un -48,47% de mejora respecto del GRASP+SA como lo es para la instancia “E-n51-k5-s13-19”, lo cual demuestra como la formación de las permutaciones acorde a la extensión favorece la aplicación del procedimiento de división, puesto que la dirección en la que este último construye los viajes o cortes se basa en la distancia, y una permutación en la que se procuren vecinos cercanos dentro de ella permite dar con viajes más cortos.

Un panorama general del desempeño de la extensión se muestra en la figura 19, donde el rendimiento de esta sobrepasa a todas las instancias evaluadas, con las diferencias porcentuales más altas en las instancias que cuentan con los valores elevados en cuanto a la cantidad de clientes y satélites (ver figura 20), esto se debe a que al aumento del dominio de soluciones del problema dificulta la consecución de permutaciones aleatorias de calidad en el GRASP+SA.

Figura 20. Variación porcentual GRASP+SA y GRASP+SA extendido.



Por último, se efectúa la comparación entre los costos de las soluciones de dos autores presentes en la literatura del 2E-CVRP y la técnica propuesta en el presente trabajo, es decir, el GRASP+SA extendido.

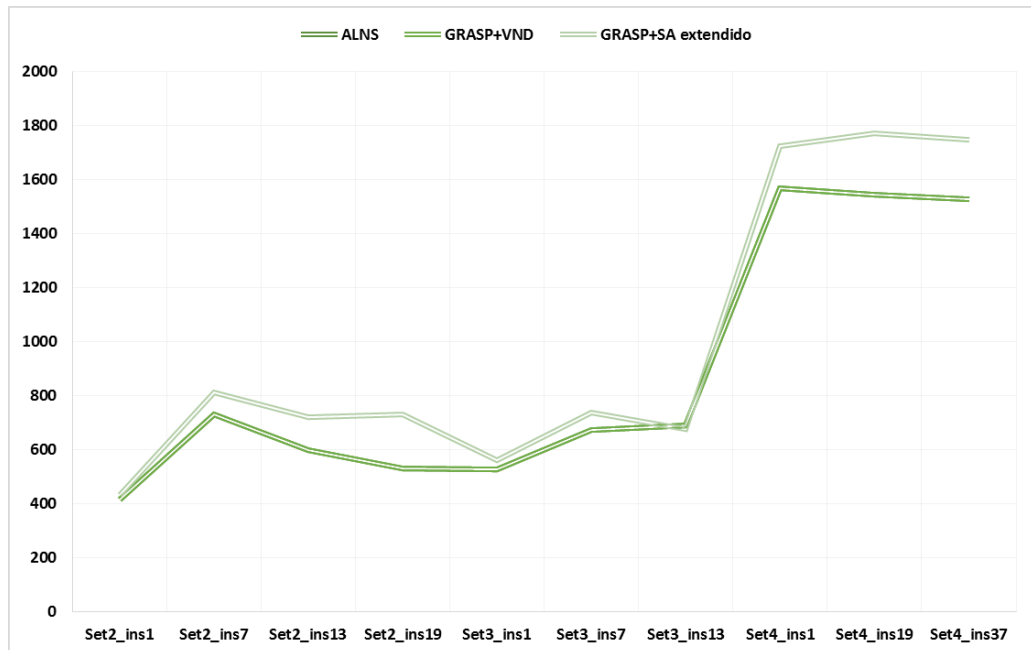
Tabla 7. Resultados GRASP+VND vs. GRASP+SA extendido.

Instancia	Nombre	Clientes	Satelites	ALNS	GRASP+VND	GRASP+SA extendido	Diferencia
Set2_instancia1	E-n22-k4-s6-17	21	2	417,07	417,07	431,569	3,48%
Set2_instancia7	E-n33-k4-s1-9	32	2	730,16	730,16	812,308	11,25%
Set2_instancia13	E-n51-k5-s2-17	50	2	597,49	597,49	721,84	20,81%
Set2_instancia19	E-n51-k5-s2-4-17-46	50	4	530,76	530,76	732,314	37,97%
Set3_instancia1	E-n22-k4-s13-14	21	2	526,15	526,15	562,22	6,86%
Set3_instancia7	E-n33-k4-s16-22	32	2	672,17	672,17	738,556	9,88%
Set3_instancia13	E-n51-k5-s13-19	50	2	690,59	690,59	676,354	-2,06%
Set4_instancia1	Instance50-s2-01	50	2	1569,42	1569,42	1725,061	9,92%
Set4_instancia19	Instance50-s3-19	50	3	1546,28	1546,28	1773,618	14,70%
Set4_instancia37	Instance50-s5-37	50	5	1528,73	1528,73	1748,247	14,36%

En donde:

- Las columnas instancia, nombre, clientes y satélites abarcan el mismo significado de las tablas 5 y 6.
- La columna ALNS contiene los resultados de la heurística de búsqueda local adaptativa y extensa propuesta por Hemmelmayr et al⁷⁹.
- Los valores de las soluciones del procedimiento de búsqueda voraz adaptivo con una búsqueda local variable descendiente llevado a cabo por Zeng et al⁸⁰., se detallan en la columna GRASP+VND.
- Finalmente, los resultados del GRASP+SA extendido junto con el diferencia porcentual frente a GRASP+VND se reflejan en las dos últimas columnas.

Figura 21. Gráfico comparativo GRASP+VND vs. GRASP+SA extendido.

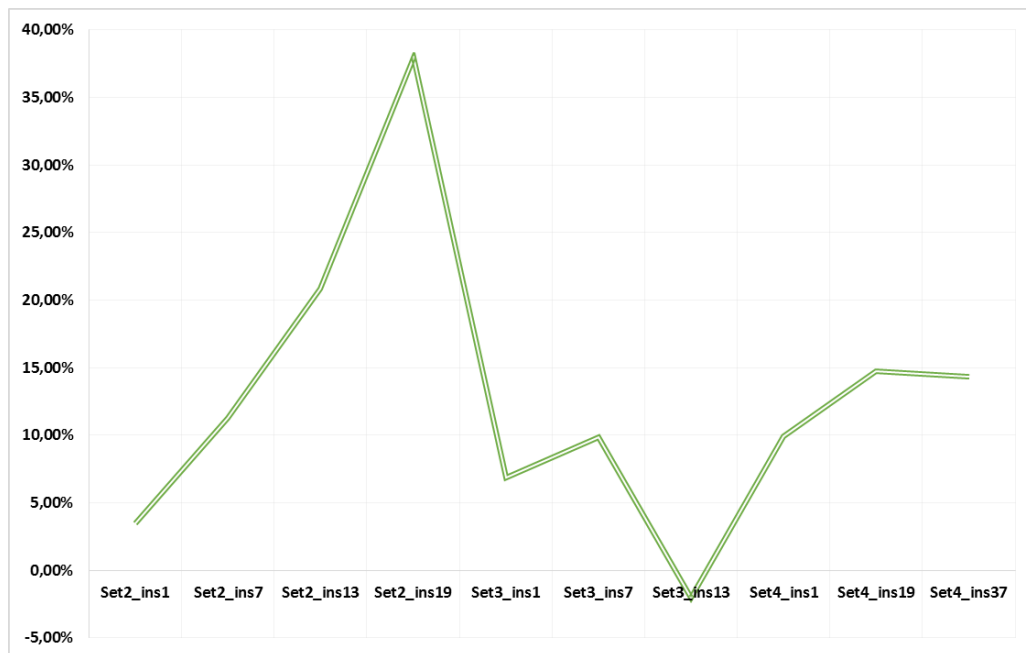


⁷⁹ HEMMELMAYR, V.; CORDEAU, J. y CRAINIC, T. Op. Cit.

⁸⁰ ZENG, Z.; XU, W. y XU, Z. Op. Cit.

Visualmente la figura 21 evidencia similitud entre la extensión del GRASP+SA y los resultados de las técnicas propuestas por Zeng et al⁸¹.(GRASP+VND), y Hemmelmayr et al⁸².(ALNS), de hecho, en la tabla 7 se verifica como en la instancia “E-n51-k5-s13-19” se reduce en un 2,06% el mejor valor encontrado hasta el momento, y que la variación porcentual de la mayor parte de instancias respecto de las mejores soluciones encontradas hasta el momento no superan el 15%; asimismo la figura 22, refleja las variaciones más altas como la que se da en la instancia “E-n51-k5-s2-4-17-46”, a las cuales se les atribuye la mayor cantidad de clientes y satélites considerados en estas como su causal.

Figura 22. Variación porcentual GRASP+VND y GRASP+SA extendido.



⁸¹ ZENG, Z.; XU, W. y XU, Z. Op. Cit.

⁸² HEMMELMAYR, V.; CORDEAU, J. y CRAINIC, T. Op. Cit.

9. CONCLUSIONES

De acuerdo a la investigación, se evidencia como el 2E-CVRP puede ser configurado tanto a través de un modelo basado en el flujo, así como por medio de un modelo sustentado en la partición de conjuntos, siendo este último más compacto que el primero, manteniendo todas las características propias del problema.

De la experimentación se percibe como el omitir alguna de las restricciones del problema puede llevar a resultados de menor cuantía respecto de la función objetivo, y se recalca como estas restricciones deben ser activas para lograr este efecto, como se da principalmente en el caso de la limitante concerniente a la cantidad de vehículos disponibles para efectuar las rutas del segundo nivel.

Respecto del método para la solución del 2E-CVRP, se observa como el procedimiento de división toma protagonismo por su función en la construcción de soluciones iniciales en la primera etapa, mientras que en la segunda, son los operadores de construcción de vecindades los que determinan que se intensifique la búsqueda de soluciones de mayor calidad.

En las pruebas del híbrido inicial se refleja como la intensificación surte un efecto remarcable, puesto que en la primera fase hay un alto componente aleatorio en la generación de las permutaciones dentro de un dominio de posibilidades extenso, sin embargo con la presentación de la extensión, se percibe como la etapa de intensificación no impacta sustancialmente la función objetivo, debido a la calidad de las soluciones iniciales, donde se llega a disminuir el mejor valor encontrado en la literatura para una de las instancias en un 2,06%.

10. RECOMENDACIONES

Acorde a la revisión de literatura, se evidencia una tendencia de adicionar nuevas características que modelan situaciones de interés, como las relacionadas con las emisiones al ambiente, ventanas de tiempo, flotas heterogéneas en cada escalón y el impacto de la congestión en los costos, entre otros. De tal forma que se percibe una propensión por modelar nuevos elementos relacionados al problema, y por tanto se recomienda continuar con esta tendencia al considerar demandas estocásticas, clientes estocásticos, horizontes de planeación de las rutas y la inclusión de un nuevo conjunto de clientes que requieran llevar a cabo envíos al depósito a través de los satélites.

En el presente trabajo se emplean operadores en pro de la formación de vecindades que mejoren las soluciones de la etapa inicial, estos realizan variaciones internas en las rutas; además de este tipo de operadores, otros se encargan de realizar movimientos entre rutas como se puede evidenciar en parte de los artículos de la revisión de literatura, por lo cual se sugiere analizar los efectos positivos de una u otra clase de operadores, de los cuales se evidencia como el considerar ambos tipos de operadores permite una mayor intensificación en esta etapa.

En el estudio de sistemas de N-escalones se percibe la necesidad de ajustar el modelo del problema localización-ruteo de n-escalones⁸³ (*N-echelon Location Routing Problem*, NE-LRP) al problema de ruteo de vehículos de n-escalones con capacidad limitada⁸⁴ (*N-echelon Capacitated Vehicle Routing Problem*, NE-CVRP), además de crear instancias para problemas de más de dos escalones, con el propósito de poder ensayar con las distintas técnicas de solución meta heurísticas, heurísticas o exactas. Finalmente se recomienda explorar formalmente las aplicaciones de sistemas que involucran varios escalones en el transporte

⁸³ GONZALES, J. The N-echelon Location routing problem: concepts and methods for tactical and operational planning. Technical report., 2009. halshs-00422492v2.

⁸⁴ Ibid.

multimodal⁸⁵, teniendo en cuenta las consideraciones propias de los diferentes modos de transporte.

⁸⁵ CUDA, R.; GUASTAROBA, G. y SPERANZA, M. Op. Cit.

BIBLIOGRAFÍA

AHUJA, Ravindra K., et al. A survey of very large-scale neighborhood search techniques. En: Discrete Applied Mathematics. 2002. Vol. 123, p. 75-102.

AMBROSINO, Daniela y SCUTELLA, Maria. Distribution network design: New problems and related models. En: European Journal of Operational Research. Abril, 2004. Vol. 165, p. 610-624.

ASTOLFI, A. Optimization. An introduction. 2006. 80 p.

AVNER, Sydney H. Introducción a la metalurgia física. Traducido por José Luis Estrada. 2° Ed. México: Mc Graw Hill. 1995, p. 138. ISBN 968-6046-01-1.

BALDACCI, Roberto, et al. An Exact Algorithm for the Two-Echelon Capacitated Vehicle Routing Problem. En: Operations Research. 2013. Vol. 61, No 2, p. 298-314.

BRAYSY, Oilly y GENDREAU, Michel. Vehicle Routing Problem with Time Windows, Part I: Route Construction and Local Search Algorithms. En: Transportation Science. Febrero, 2005. Vol. 39, No 1, p. 104-118.

CHEN, Ping; HUANG, Hou-kuan y DONG, Xing-Ye. Iterated variable neighborhood descent algorithm for the capacitated vehicle routing problem. En: Expert Systems with Applications. 2010. Vol. 37, p. 1620-1627.

CHONG, Edwin K.; ZAK, Stanislaw H. An introduction to optimization. 2° Ed. United States of America: WILEY-INTERSCIENCE. 2001, p. 14-16. ISBN: 0-471-391126-3.

CRAINIC, T., et al. Clustering-based heuristics for the two-echelon vehicle routing problem. Technical report., 2008. CIRRELT-2008-46.

CRAINIC, T., et al. GRASP with path relinking for the two-echelon vehicle routing problem. En: Advances in metaheuristics: operations research/computer science interfaces series. 2013. Vol. 53, p. 113-25.

CRAINIC, T., et al. Impact of generalized travel costs on satellite location in the two-echelon vehicle routing problem. En: Procedia - Social and Behavioral Sciences. 2012. Vol. 39, p. 195–204.

CRAINIC, T., et al. Multi-start heuristics for the two-echelon vehicle routing problem. En: Evolutionary computation in combinatorial optimization: lecture notes in computer science. 2011. Vol. 6622, p.179–190.

CRAINIC, T.; RICCIARDI, N. y STORCHI, G. Models for evaluating and planning city logistics systems. En: Transportation Science. Marzo, 2009. Vol. 43, p. 432-454.

CRAINIC, T.; SFORZA, A. y STERLE, C. Location-routing models for two-echelon freight distribution system design. Technical report., 2011. CIRRELT-2011-40.

CUDA, R.; GUASTARROBA, G. y SPERANZA, M. A survey on two-echelon routing problems. En: Computers and Operations Research. Junio, 2014. Vol. 55, p. 185–199.

FAHIMNIA, B.; LUONG, L. y MARIAN R. An integrated model for the optimization of a two-echelon supply network. En: Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering. Diciembre, 2008. Vol. 31, No. 2, p. 477-484.

FESTA, Paola y RESENDE Mauricio. Hybrid GRASP Heuristics. En: ABRAHAM, A., et al. Foundations of Computational Intelligence Volume 3. 2009, p. 75-100.

GestioPolis.com, Experto. ¿Qué es un canal de distribución? [En línea]. <<http://www.gestiopolis.com/que-es-un-canal-de-distribucion/>> [Citado el 21 de Julio de 2016].

GLOVER, Fred y KOCHENBERGER Gary A. HANDBOOK OF METAHEURISTICS. 1° Ed. New York: Kluwer Academic Publishers. 2003, p. 289. ISBN 0-306-48056-5.

GONZALES, J. The N-echelon Location routing problem: concepts and methods for tactical and operational planning. Technical report., 2009. halshs-00422492v2.

GONZALES, J., et al. The two-echelon capacitated vehicle routing problem. Technical Report. Italy: Department of Electronics, Computer Science, and Systems. University of Bologna. Bologna., 2007. DEISOR.INGCE2007/2(R).

GRANGIER, P., et al. An adaptive large neighborhood search for the two-echelon multiple-trip vehicle routing problem with satellite synchronization. En: European Journal of Operational Research. Marzo, 2016. Vol. 254, No 1, p. 80-91.

HEMMELMAYR, V.; CORDEAU, J. y CRAINIC, T. An adaptive large neighborhood search heuristic for two-echelon vehicle routing problems arising in city logistics. En: Computers & Operations Research. Abril, 2012. Vol. 39, No 12, p. 3215-3228.

HILLIER, Frederick S.; LIEBERMAN, Gerald J. Introducción a la investigación de operaciones. 9° Ed. Ciudad de México, México: Mc Graw Hill. 2010, p. 496.

JEPSEN, M.; SPOORENDONK, S. y ROPKE, S. A branch-and-cut algorithm for the two-echelon capacitated vehicle routing problem. En: Transportation Science. Marzo, 2012. Vol. 47, No 1, p. 23-37.

JIANG, H. An hybrid heuristic algorithm for the two-echelon vehicle routing problem. En: Information Science and Control Engineering. 2014. Vol. 1, p. 1-5.

LAPORTE, G. Location-routing problems. En: Vehicle Routing: Methods and Studies. North-Holland: Amsterdam, 1988. p. 163-198.

MANCINI, S. The two-echelon vehicle routing problem. En: 4OR: A Quarterly Journal Of Operations Research. 2012. Vol. 10, No. 4, p. 391-392.

MARCHENA, W. y ORNELAS, C. Optimización y la programación lineal: una introducción. Reporte de Investigación., 2007. 2007-07.

MINISTERIO DE TRANSPORTE DE COLOMBIA. Situación actual de las empresas de servicio público de transporte de carga. Bogota, D. C.; 2001.

NGUYEN, Viet-Phuong; PRINS, Christian y PRODHON, Caroline. Solving the two-echelon location routing problem by a GRASP reinforced by a learning process and path relinking. En: European Journal of Operational Research. Enero, 2012. Vol. 216, No 1, p. 113-126.

PERBOLI, G. y TADEI, R. New families of valid inequalities for the two-echelon vehicle routing problem. En: Electronic Notes in Discrete Mathematics. 2010. Vol. 36(C), p. 639-646.

PERBOLI, G.; TADEI, R. y VIGO, D. The two-echelon capacitated vehicle routing problem: models and math-based heuristics. En: Transportation Science. 2011. Vol. 45, No. 3, p. 364-380.

POTVIN, Jean-Yves y ROUSSEAU, Jean-Marc. An Exchange Heuristic for Routeing Problems with Time Windows. En: Journal of the Operational Research Society. 1995. Vol. 46, p. 1433-1446.

PRINS, Christian. A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. En: Computers & Operations Research. 2004. Vol. 31, p. 1985-2002.

ROPKE, Stefan. Heuristic and exact algorithms for vehicle routing problems. Tesis de Doctorado. Department of Computer Science at the University of Copenhagen, 2005. 256 p.

RUSKE Klaus D., et al. Transporte y logística 2030: infraestructuras de transporte; ¿motor o freno de mano para las cadenas de suministro globales?. Informe del Grupo PWC., 2011.

SALAZAR, Bryan. Método Simplex [En línea]. 2012. [Citado el 24 de Julio del 2016]. Disponible en: <http://www.ingenieriaindustrialonline.com/herramientas-para-el-ingeniero-industrial/investigaci%C3%B3n-de-operaciones/m%C3%A9todo-simplex/>

SANTOS, F.; DA CUNHA, A. y MATEUS, G. Branch-and-price algorithms for the Two-Echelon Capacitated Vehicle Routing Problem. En: Optimization Letters. Octubre, 2012. Vol. 7, No 7, p. 1537-1547.

SNYMAN, Jan A. Practical mathematical optimization: An introduction to basic optimization theory and classical and new gradient-based algorithms. 1° Ed. New York, United States of America: Springer. 2005, p. 1-3.

SOYSAL, M.; BLOEMHOF, J. y BEKTAS, T. The time-dependent two-echelon capacitated vehicle routing problem with environmental considerations. En: International Journal of Production Economics. Noviembre, 2014. Vol. 164, p. 366-378.

STRAKA, Martin y MALINDZAK, Dusan. Classification of Distribution Networks. En: Total Logistic Management, 2010. No. 3, p. 79-86.

SUBRAMANIAN, Anand; UCHOA, Eduardo y OCHI, Luiz Satoru. A hybrid algorithm for a class of vehicle routing problems. En: Computers and Operations Research. Enero, 2013. Vol. 40, p. 2519-2531.

TAHA, Hamdy A. Investigación de operaciones. 9° Ed. Ciudad de México, México: Pearson. 2012, p. 336.

Transportation Science and Logistics Society. Transportation Science Journal [En línea]. <www.informs.org/Community/TSL/Transportation-Science-Journal> [Citado el 18 de Agosto de 2016].

Universidad Industrial de Santander. Recursos en línea-Bases de datos. [En línea] <<http://tangara.uis.edu.co/>> [Citado el 21 de Julio del 2016].

VARELA VILLAZÓN, Isabel Margarita. Importancia de los centros logísticos y sus efectos sobre la competitividad territorial. Tesis de Maestría. Bogotá D.C.: Pontificia Universidad Javeriana. Facultad de Arquitectura, 2010. 199 p.

ZENG, Z.; XU, W. y XU, Z. A two-phase hybrid heuristic for the two-echelon vehicle routing problem. En: Chinese Automation Congress (CAC), 2013, p. 625–630.

ANEXOS

ANEXO A. ARTICULO

El artículo empieza en la siguiente página.

Study of the two-echelon vehicle routing problem

Andrés Fernando Niño-Sáenz ^a & Javier Arias-Osorio ^b

^a *Escuela de Estudios Industriales y Empresariales, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia. andresfernando347@gmail.com*

^b *Escuela de Estudios Industriales y Empresariales, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia. jearias@uis.edu.co*

Abstract

Recent advances in the investigation of routing problems, have allowed to give with extensions of the classic Vehicle Routing Problem (VRP), such as the Two-Echelon Vehicle Routing Problem (2E-CVRP), in which extends the search for routes that minimize the cost associated with the transportation of vehicles, for two echelons. The first one that connects the load from a central depot to its consolidation in intermediate deposits called satellites, and the second that links the load of the satellites with the final customer, to satisfy this demand.

For the solution of the 2E-CVRP was opted to implement a metaheuristic hybrid, the first technique called GRASP focuses on the formation of an initial solution of the problem by using a splitting procedure; to give rise to the second method designated as simulated annealing, in which the inquisition for improvement of the initial solution is intensified by means of the 2-opt, Or-opt and Exchange neighborhood construction operators.

Keywords: Vehicle routing; Two-echelon; Metaheuristics; GRASP and Simulated annealing.

Estudio del problema de ruteo de vehículos de dos escalones

Resumen

Avances recientes en la investigación de problemas de ruteo, han permitido dar con extensiones del clásico Problema de Ruteo de Vehículos (VRP), como lo es el Problema de Ruteo de Vehículos de Dos Escalones (2E-CVRP), en el cual se extiende la búsqueda de rutas que minimicen el costo asociado al transporte de los vehículos, para dos escalones. El primero de ellos que conecta la carga desde un depósito central hasta su consolidación en depósitos intermedios denominados satélites, y el segundo que enlaza la carga de los satélites con el cliente final, para satisfacer de esta forma su demanda.

Para la solución del 2E-CVRP se optó por implementar un híbrido metaheurístico, la primera técnica denominada GRASP se enfoca en la formación de una solución inicial del problema al hacer uso de un procedimiento de división; para dar lugar al segundo método designado como recocido simulado, en el que por medio de los operadores de construcción de vecindades 2-opt, Or-opt y Exchange, se intensifica la inquisición de mejora de la solución inicial.

Palabras clave: Ruteo de vehículos; Dos escalones; Metaheurísticas; GRASP y Recocido simulado.

1 Introducción

La cadena de suministro juega un papel fundamental en la ejecución de la razón social de las organizaciones, debido a la conexión que se genera entre los proveedores, fabricantes, almacenes y distribuidores, la cual tiene como fin brindar un producto o servicio de calidad al cliente en el momento preciso, a la vez que se da un tratamiento adecuado de los recursos disponibles.

Teniendo en cuenta que “el desempeño global de una cadena de suministro es influenciado significativamente por las decisiones tomadas en su plan de producción-distribución, integrando las decisiones en producción, transporte y

almacenamiento así como gestión de inventarios” [1]; se identifica la necesidad de prestar atención al transporte, siendo ésta una actividad en la que no se agrega valor al producto o servicio, pero se incurre en gasto de recursos.

1.1 Justificación

Las compañías que tienen claro su enfoque de mejora continua, buscan prestar atención a las operaciones logísticas, en pro de ser más eficientes y competitivos en el mercado a la vez que ahorran recursos; de tal manera que el flujo apropiado de los bienes permita satisfacer al cliente.

El flujo de los productos se presenta en redes, y específicamente uno de los tipos de redes de mayor relevancia en las cadenas de suministro son las redes de distribución, en las que la demanda de un conjunto de clientes debe ser consolidada en instalaciones fijas para su posterior distribución. La circulación de la demanda de productos fluye por medio de canales de distribución, así se denomina a “las líneas a través de las que se efectúa la función de la distribución, y se conoce con el nombre de intermediarios a los elementos básicos del canal” [2]. Los canales de distribución incluyen a los agentes que desempeñan su participación para que se dé el flujo de producto e información hacia y desde el cliente; lo cual se evidencia en la industria de producción principalmente. Estos canales son de vital importancia para el acceso al mercado, y en medio de los fabricantes y el consumidor generalmente se encuentran centros de distribución, esto debido a restricciones políticas, físicas o del mercado entre otras.

Por tanto al enfocarse en las redes de distribución se presenta una bifurcación general respecto al cumplimiento de los objetivos que emanan de estas [3], los cuales pueden consistir en:

- Basarse en una red de distribución existente, para optimizar el flujo de bienes.
- Seleccionar la configuración apropiada de las instalaciones de la compañía.

Los tipos de redes de distribución a los que puede optar una compañía son diversos y la manera en que se transporta la mercancía puede darse vía terrestre, marítima, aérea o férrea. Sin embargo un elemento común de las redes de distribución terrestre es el aspecto del ruteo, que considera la manera apropiada de distribuir la mercancía a través de la cantidad de niveles que haya en un determinado sistema.

La investigación de redes de distribución escalonada ha sido abordada recientemente y tiene gran aplicabilidad en “áreas como el servicio de entrega *express*, distribución de productos comestibles e hipermercados, comercio electrónico y servicios de entrega a casa, distribución de prensa, y logística en la ciudad” [4]; siendo de alto interés el ruteo de este tipo de redes el cual con un apropiado planteamiento, permite mejorar la calidad de vida de las personas, ya que de manera intrínseca considera aspectos como la disminución de la contaminación y el ruido en las ciudades.

Los avances tecnológicos y temáticos dentro de la ciencia de la computación han permitido descubrir distintos métodos exactos, heurísticos y metaheurísticos para la solución de problemas complejos como lo son los problemas de ruteo, dentro de los cuales se encuentra el 2E-CVRP (problema de ruteo de vehículos de dos escalones con capacidad limitada); estos métodos de

solución apuntan a encontrar buenas soluciones en tiempos oportunos a las necesidades estratégicas, tácticas u operativas. En este marco de ideas el estudio del 2E-CVRP junto con la aplicación de técnicas de solución se considera un tema necesario de abordar, en pro de avances cuantitativos en esta temática.

1.2 Revisión de Literatura

El primer desarrollo formal del problema de ruteo de vehículos de dos escalones con capacidad limitada se remonta a 2007, cuando Gonzales, Jesus; Perboli, Guido; Tadei, Roberto y Vigo, Daniele [5] presentan una formulación del 2E-CVRP basada en el flujo de la mercancía al hacer uso de un algoritmo exacto de ramificación y acotamiento el cual les permite encontrar soluciones óptimas a instancias de hasta 20 clientes y dos satélites.

Crainic, Teodor; Mancini, Simona; Perboli, Guido y Tadei, Roberto [6] en 2008 diseñan dos heurísticas para el 2E-CVRP, que se enfocan en separar el primer escalón del segundo. Ambas tienen un enfoque de dos fases; en la primera fase de ambas heurísticas se encuentra una solución factible para el ruteo del segundo escalón al llevar a cabo una asignación de clientes a los satélites; la diferencia entre las dos heurísticas es que una considera el problema del segundo escalón como un conjunto de problemas de ruteo de vehículos con capacidad limitada (Capacitated Vehicle Routing Problem, CVRP), mientras que la otra lo aborda como un problema de ruteo de vehículo multi-depósito (Multi-Depot Vehicle Routing Problem, MDVRP). Dada la asignación de clientes a los satélites, se soluciona el CVRP del primer escalón en el que a cada satélite se le asocia una demanda igual a la suma de las demandas de los clientes asignados a este. La solución de la primera fase se busca mejorar en la segunda fase, en la que se aplican tres procedimientos de mejora enfocados directamente en las rutas.

Además, los autores comparan las heurísticas entre ellas y con un método exacto, así como también se examinan el impacto sobre el desempeño de los métodos y el costo del sistema según la distribución espacial de los distintos satélites y clientes.

Crainic, Teodor; Ricciardi, Nicoletta y Storchi, Giovanni [7] en 2009 resaltan la aplicabilidad de sistemas de dos escalones en la logística de las ciudades, la cual implica la coordinación de expedidores, transportistas y movimientos, así como la consolidación de la carga que se destinará a los clientes en vehículos amigables con el medio ambiente. El problema que abordan es el 2E-CVRP con dependencia de tiempo, sincronización, multi-depósito, multi-producto, flotas heterogéneas en cada escalón y ventanas de tiempo; siendo así el artículo que considera mayor cantidad de características adicionales.

Crainic, Teodor; Mancini, Simona; Perboli, Guido y Tadei, Roberto [8] en 2010 ponen a disponibilidad un artículo en línea, el cual se publica oficialmente en la base de datos Springer en 2011, donde presentan una familia de heurísticas multi-inicio para el 2E-CVRP, las cuales se basan en separar la transferencia entre: el depósito al satélite, de la entrega del satélite al cliente al resolver iterativamente estos dos subproblemas mediante un algoritmo de búsqueda local basado en el cambio de asignación del cliente al satélite. Finalmente se corre un procedimiento multi-inicio hasta un número máximo de iteraciones para evitar quedar atrapado en óptimos locales. En este artículo se presentan resultados para instancias de hasta 50 clientes y 5 satélites.

Perboli, Guido y Tadei, Roberto en 2010 [9] exponen desigualdades válidas basadas en el problema del agente viajero (Travelling Salesman Problem, TSP) y el CVRP para reforzar el modelo basado en el flujo; además definen desigualdades válidas basadas en la interacción entre el ruteo y las variables de activación de arcos, así como también otras desigualdades válidas considerando propiedades de conectividad y factibilidad de cualquier solución factible de problemas de ruteo. Resultados computacionales extensos son dados a instancias de hasta 50 clientes.

Crainic, Teodor; Sforza, Antonio y Sterle Claudio [10] en 2011 proponen una mejora a la notación de problemas de localización-ruteo, introducida por Laporte [11], en dicha notación la expresión $\lambda/M_1/\dots/M_{\lambda-1}$ representa problemas de localización-ruteo multi-escalonados donde λ es el número de etapas o capas, y M_i indica el tipo de recorrido entre dos etapas i y $i + 1$. Si entre las etapas i y $i + 1$ la ruta es dedicada a un único cliente (viajes hacia y desde un único nodo), entonces $M_i = R$. Si entre las etapas i y $i + 1$ pueden darse rutas multi-cliente (viajes a través de varios vértices), entonces $M_i = T$. Asimismo, sugieren marcar con una línea el indicativo del tipo de recorrido (\bar{R} o \bar{T}) si decisiones de localización tienen que ser tomadas en la etapa i . De esta manera se puede usar esta notación para problemas en los que se considere localización en todas, algunas o ninguna de las etapas. En este orden de ideas el 2E-CVRP corresponde a un problema 3/T/T.

Perboli, Guido; Tadei, Roberto y Vigo, Daniele en 2007 [4] ponen a disponibilidad un artículo en línea, el cual se publica oficialmente en 2011, en él se introduce la familia de problemas de ruteo de vehículos de dos escalones, además se modela la versión básica de esta familia de problemas, es decir el 2E-CVRP, el cual es una extensión del VRP. Los autores proponen un modelo de programación lineal entera mixta (Mixed Integer Linear Programming, MILP) en el que las variables de decisión principalmente guardan relación con el flujo de carga en

cada arco; además introducen desigualdades válidas, las cuales se derivan de restricciones para la eliminación de subtours en el TSP, así como también se basan en las variables de decisión de flujo. También, se refieren a los algoritmos de optimización aplicados al problema como heurísticas basadas en matemáticas las cuales combinan elementos de programación matemática con metaheurísticas; estas heurísticas matemáticas se basan en información recuperada de la solución óptima de la relajación lineal del modelo. Posteriormente los autores reportan los resultados de las instancias evaluadas con las heurísticas matemáticas y lo comparan con los resultados de la aplicación de un algoritmo exacto.

Mancini, Simona [12] en 2011 enfatiza la aplicabilidad del 2E-CVRP en los niveles de planeación estratégica, táctica y operativa; por lo que los métodos para solución de este tipo de problemas deben ser precisos y rápidos, ya que el problema puede necesitar ser solucionado en muchas ocasiones, como parte de un proceso de optimización extenso. Específicamente a nivel operativo es crucial cumplir con tiempos de solución cortos, ya que de manera directa impactarán los ingresos y la calidad del servicio al cliente. El autor describe el objetivo de su tesis doctoral, crear algoritmos rápidos capaces de manejar instancias largas así como analizar la manera en la que los parámetros y la definición de los costos afectan el problema, y además, si es preferible hacer uso del sistema doble escalonado que otros sistemas de distribución estándar, desde una perspectiva económica. Igualmente se desarrollan técnicas respecto a límites inferiores para tener una medida del desempeño de las heurísticas desarrolladas las cuales obtienen mejores resultados que los encontrados en la literatura hasta ese momento; posteriormente el autor estudia escenarios para identificar quién debe organizar y programar la distribución de la carga y la construcción de la red de distribución, para este efecto analiza la localización de los satélites. Los resultados muestran que el enfoque de dos escalones es aconsejable en ciertas circunstancias frente al de un solo escalón, tal que el 2E-VRP es aplicable a situaciones como entregas de carga en la ciudad.

Jepsen, Mads; Spoorendonk, Simon y Ropke, Stefan [13] en 2012 proponen un modelo de optimización simétrico con una formulación MILP para el 2E-CVRP, el cual debido a la simetría provee límites inferiores poco favorables, por lo que los autores proponen una formulación alternativa la cual consiste en una relajación al 2E-CVRP que elimina la simetría y los límites inferiores poco favorables tras lo cual los autores idean una prueba de factibilidad y un esquema de ramificación especializado para obtener soluciones enteras factibles. Un algoritmo de ramificación y acotamiento se desarrolla y los resultados de su aplicación a conjuntos de prueba de 93 instancias fueron destacables puesto que se

encontraron soluciones óptimas en 47 de ellos, superando a algoritmos exactos previos.

Crainic, Teodor; Mancini, Simona; Perboli, Guido y Tadei, Roberto [14] en 2012 abordan situaciones del 2E-VRP donde para el costo del viaje, además de considerar la distancia, agregan otros componentes como costos fijos por usar los arcos, costos de operación y costos ambientales; los autores estudian el impacto de la congestión de tráfico en el costo del viaje, por medio de análisis situacionales al variarlos de tal forma que el costo del viaje cambia en diferentes escenarios pero es constante en cada uno de ellos. Una de las conclusiones a destacar es el hecho de que el 2E-CVRP tiene un mejor desempeño respecto al clásico VRP, de acuerdo a la experimentación de los autores.

Hemmelmayr, Vera; Cordeau, Jean y Crainic, Teodor [15] en 2012 exponen una heurística de búsqueda local adaptativa y extensa (Adaptive Large Neighborhood Search, ALNS) para el 2E-CVRP y el problema de localización y ruteo (Location Routing Problem, LRP), la idea del algoritmo ALNS es llevar a cabo iteraciones en las que se remueve un cliente de la solución actual por medio de un operador destructor, para después, por medio del uso de un operador reparador, reinsertar al cliente en otra posición. Los operadores destructores mencionados en el artículo se dividen en dos clases: Unos de un enfoque general, los cuales afectan la forma de la solución al cerrar o abrir un satélite y otros que afectan un espacio más restringido al no cerrar o abrir un satélite sino remover un pequeño número de clientes; parte de la fuerza del algoritmo radica en la búsqueda local que realiza cada vez que se usa un operador. El desempeño del algoritmo logra mejorar los resultados aplicados a instancias previas propuestas por Perboli et al [4].

Santos, Fernando; da Cunha, Alexandre y Mateus, Geraldo [16] en 2012 presentan un modelo de programación lineal entera (Integer Linear Programming, ILP) para el 2E-CVRP, así como la implementación de dos algoritmos híbridos de ramificación y acotamiento, y generación de columnas (Branch and Price, B&P); uno de los algoritmos considera rutas que satisfacen la condición primaria, y el otro relaja dicha restricción al fijar precios a la rutas. Respecto a la experiencia de los autores con las instancias, indican que el primer algoritmo proporciona límites superiores más claros mientras que el segundo ofrece límites inferiores más precisos.

Baldacci, Roberto; Mingozzi, Aristide; Roberti, Roberto y Wolfler, Roberto [17] en 2013 modelan el 2E-CVRP a través de una formulación ILP la cual permite relajaciones enteras y continuas. El algoritmo exacto evaluado descompone el problema en un conjunto limitado de MDVRPs con restricciones laterales, para que posteriormente al solucionar este último problema se obtenga una solución del 2E-CVRP. En la fase de

experimentación prueban el algoritmo en 207 instancias y al ser comparado con los métodos exactos del estado del arte, se evidencia un mejor desempeño en términos de la cantidad de problemas resueltos y el tiempo computacional empleado por parte de este nuevo algoritmo.

Crainic, Teodor; Mancini, Simona; Perboli, Guido y Tadei, Roberto [18] en 2013 abordan el 2E-CVRP con una heurística que combina el método GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure, GRASP) con un procedimiento de re-encadenamiento de trayectorias (Path Relinking). Al igual que en otros métodos de solución; el 2E-CVRP se divide en dos subproblemas, tras lo cual se efectúan las siguientes fases: primero, un GRASP genera soluciones, segundo, si la solución no es factible se ejecuta una búsqueda de factibilidad, tercero, una búsqueda local que busca mejorar la solución encontrada, y cuarto, un re-encadenamiento de trayectorias. Cuando se aplica esta heurística a instancias de 5 satélites y 50 clientes, ésta supera a varias heurísticas anteriores, sin embargo no logra ser mejor que el ALNS presentado por Hemmelmayr et al [15].

Zeng, Zheng-yang; Xu, Wei-sheng y Xu, Zhi-yu [19] en 2013 estudian una heurística híbrida de dos fases para el 2E-CVRP la cual combina un procedimiento de búsqueda voraz adaptativo aleatorio con una búsqueda local variable descendiente (Variable Neighborhood Descent, VND); este algoritmo resuelve el problema de abajo hacia arriba, primero un GRASP genera arreglos u ordenamientos de todos los clientes y los asigna a los satélites hasta presentarse una asignación factible, tras lo cual al resolver el problema del primer escalón se obtiene la solución completa a la asignación factible encontrada. Posteriormente el método VND explora en las vecindades aplicadas hasta que no se encuentre ninguna mejora.; el proceso mencionado es iterativo hasta el cumplimiento de la condición de finalización. Acorde a la literatura revisada esta heurística híbrida genera mejores resultados que las demás.

Cuda, R.; Guastaroba, G. y Speranza, M. [20] en 2014 realizan un estudio de la literatura referente a problemas de ruteo de dos escalones, los autores presentan una introducción donde describen en qué consisten este tipo de problemas y mencionan varias aplicaciones para los mismos. De manera detallada abordan el problema localización-ruteo de dos escalones (Two Echelon Location Routing Problem, 2E-LRP), el 2E-VRP, y el problema de ruteo de camiones y remolques (Truck and Trailer Routing Problem, TTRP) al definir en qué consisten, muestran un modelo matemático para cada uno de ellos, describen parte de la literatura más relevante y resumen gran parte de ésta información en tablas y gráficos. Finalmente terminan recalcando la novedad y aplicabilidad de este tipo de problemas, así como el hecho

de que esta área de investigación aún está relativamente inexplorada, por lo que describen brevemente algunas variantes posibles para futuros investigadores.

Jiang, HE [21] en 2014 diseña un algoritmo heurístico híbrido para el 2E-VRP el cual acopla un algoritmo voraz o codicioso, un algoritmo de optimización basado en colonia de hormigas (Ant Colony Optimization, ACO) y un algoritmo de búsqueda local. El algoritmo híbrido se apoya de las ventajas de los otros algoritmos, el algoritmo voraz aporta rapidez, el algoritmo de colonia de hormigas da diversidad a la búsqueda y el algoritmo de búsqueda local contribuye con la habilidad de optimización local. Los resultados de los experimentos efectuados con el algoritmo híbrido muestran que da resultados precisos y eficientes, y que a pesar de que el algoritmo genera soluciones de menor calidad comparadas a las soluciones de los algoritmos más precisos, éste tiene un mejor desempeño en cuanto a la velocidad de solución.

Soysal, Mehmet; Bloemhof, Jacqueline y Bektaş, Tolga [22] a finales del 2014 dan a conocer su estudio del 2E-CVRP dependiente del tiempo donde con un modelo MILP, consideran la distancia transitada, la velocidad del vehículo, la carga, las múltiples zonas de tiempo (distintos días en los que los vehículos viajan) y las emisiones. Los investigadores estudian un caso de aplicación a un supermercado en Holanda en el que prueban varias versiones del modelo; y como conclusión principal, mencionan que un sistema de distribución de dos escalones provee una solución amigable con el medio ambiente, mientras que un sistema de distribución de un único escalón entrega soluciones de menor costo.

Grangier, Philippe; Gendreau, Michel; Lehuédéa, Fabien y Rousseau, Louis [23] en 2016 incorporan restricciones propias de la logística en la ciudad, como lo son restricciones de ventanas de tiempo, restricciones de sincronización y viajes múltiples en el segundo escalón, de acuerdo a la literatura éste problema recibe el nombre de: problema de ruteo de vehículos de dos escalones con múltiples viajes y sincronización de satélites (Two-Echelon Multiple-Trip Vehicle Routing Problem with Satellite Synchronization, 2E-MTVRP-SS). Para hacer frente al problema, los autores usan una heurística de tipo ALNS la cual proporciona buenas soluciones en tiempos apropiados, además concluyen que las ventanas de tiempo influyen más que la sincronización en el valor de costo de la solución.

2 Descripción y Formulación matemática del problema

El 2E-CVRP consta de dos niveles o escalones, y por tanto de dos tipos de rutas, cabe mencionar que el modelo matemático, se enfoca en solucionar el ruteo para los dos escalones de forma integral, a la vez que

se considera minimizar el costo del problema, el cual está asociado a la distancia de los recorridos de estas rutas; además se entiende como ruta de primer nivel a una que conecta un depósito central con uno o más centros de distribución conocidos como satélites, y como ruta de segundo nivel a una que conecta a un satélite con uno o más clientes que requieren una demanda de productos, las rutas del segundo escalón requieren ser asignadas a alguno de los satélites, mientras que las del primer escalón no, debido a que estas últimas parten del depósito central. Se cuenta con dos flotas homogéneas de vehículos, una para cada nivel, siendo la flota del segundo nivel menor en capacidad respecto a la del primer nivel. Usualmente restricciones de capacidad son consideradas para los satélites y vehículos. La demanda de cada cliente no puede ser dividida en los vehículos del segundo nivel; sin embargo los vehículos del primer nivel pueden transportar la carga de uno o más clientes así como servir más de un satélite en la misma ruta; cabe aclarar que los satélites pueden ser visitados por distintos vehículos. Finalmente la carga no puede ser enviada directamente desde el depósito central hasta los clientes, debe ser consolidada en los satélites para su posterior envío a los clientes, todo esto a la vez que se minimiza el costo total. En la Figura 1 se evidencia una representación gráfica del 2E-CVRP:

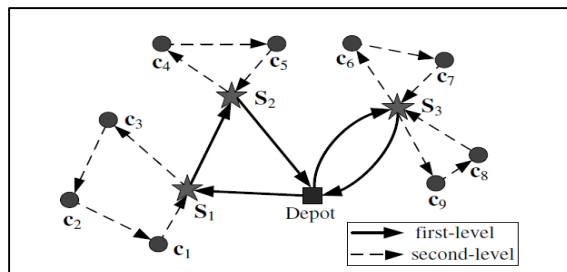


Figura 1. Ilustración del 2E-CVRP.
Fuente: [19].

De acuerdo a las especificaciones planteadas en [19], dado un grafo ponderado, completo y no dirigido $G = (V, A)$ en el que el conjunto de vértices V se conforma por: un depósito V_0 , un subconjunto V_S y un subconjunto V_C ; dichos subconjuntos con n_s satélites y n_c clientes, respectivamente.

Respecto al conjunto de aristas A , se compone por los arcos (i, j) que representan el camino que conecta a los vértices al cual se le asocia un costo por su recorrido C_{ij} ; en el que estos costos satisfacen la desigualdad triangular en los dos escalones.

A cada uno de los clientes $i \in V_C$ se le asocia una demanda determinística d_i , la cual no puede ser dividida entre los vehículos del segundo escalón, ni

ser enviada directamente del depósito a los clientes sino que debe pasar por alguno de los satélites para su posterior envío al cliente. Las entregas a los satélites si pueden ser divididas.

Los vehículos tienen una capacidad limitada, la cual será la misma para los pertenecientes al mismo nivel, pero que podrá variar de un nivel a otro y se denotara por Q_1 y Q_2 , para el nivel 1 (eslabón entre depósito central y centros satélites) y 2 respectivamente. El número total de vehículos en el primer escalón será de m^1 y para el segundo de m^2 . Además cada satélite $k \in V_s$ tiene una capacidad B_k la cual restringe la cantidad de demanda que llega a este desde las rutas de primer nivel. Como última limitante se tiene que m_k vehículos del primer nivel están disponibles en cada satélite $k \in V_s$.

La función objetivo del problema se expresa como la minimización de:

$$\sum_{k \in V_s} \sum_{l \in R_k} \sum_{(i,j) \in A(l)} c_{ij} x_{kl} + \sum_{r \in M} \sum_{(i,j) \in A(r)} c_{ij} y_r \quad (1)$$

En la que se busca minimizar los costos de recorrido asociados a las rutas de primer y segundo nivel.

Respecto a las restricciones se tiene que:

- Cada cliente debe ser visitado por un solo vehículo el cual efectúa una única ruta de segundo nivel.

$$\sum_{k \in V_s} \sum_{l \in R_k} x_{kl} = 1, \quad i \in V_C \quad (2)$$

- En cada satélite, el número de rutas posibles no puede ser mayor al de la cantidad de vehículos disponibles para efectuarlas.

$$\sum_{l \in R_k} x_{kl} \leq m_k, \quad k \in V_s \quad (3)$$

- El número total de rutas activas en el segundo escalón no puede exceder al número total de vehículos en este.

$$\sum_{k \in V_s} \sum_{l \in R_k} x_{kl} \leq m^2 \quad (4)$$

- La capacidad de cada satélite debe ser mayor o igual a la demanda que se consolidara en este, para su respectivo envío a los clientes.

$$\sum_{l \in R_k} \sum_{i \in R_{kl}} d_i x_{kl} \leq B_k, \quad k \in V_s \quad (5)$$

- El número total de rutas activas en el primer escalón no puede exceder al número total de vehículos en este.

$$\sum_{r \in M} y_r \leq m^1 \quad (6)$$

- La cantidad de demanda que llega desde las rutas de primer nivel debe ser igual a la cantidad demandada por los clientes asignados en cada satélite.

$$\sum_{r \in M_k} d_{kr} = \sum_{l \in R_k} \sum_{i \in R_{kl}} d_i x_{kl}, \quad k \in V_s \quad (7)$$

- Para cada una de las rutas posibles en las que participa un vehículo de primer nivel, la capacidad de este no puede ser excedida por la demanda de los satélites a los que sirve.

$$\sum_{r \in R_r} d_{kr} \leq Q_1 y_r, \quad r \in M, \quad (8)$$

- Las variables del modelo son de tipo binario y entero.

$$x_{kl} \in \{0,1\}, \quad k \in V_s, \quad l \in R_k \quad (9)$$

$$y_r \in \{0,1\}, \quad r \in M \quad (10)$$

$$d_{kr} \in \mathbb{Z}_+, \quad k \in R_r, \quad r \in M \quad (11)$$

3 Metaheurística híbrida aplicada al 2e-cvrp

En la primera fase del híbrido con el que se abordó el 2E-CVRP se aplicó un procedimiento de búsqueda voraz adaptativo aleatorio (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*, GRASP), el cual se adaptó del expuesto en [19], dentro de esta fase se emplea un procedimiento de división (*splitting procedure*) basado en el cometido de Christian Prins [24]; este procedimiento es vital para la construcción de una solución inicial en el marco de esta fase.

La segunda fase comprende los esfuerzos por mejorar las soluciones encontradas en la primera fase, para ello se utiliza la metaheurística de recocido simulado (*Simulated Annealing*, SA) dentro de la cual se establecen las vecindades de búsqueda pertinentes.

3.1 Procedimiento de búsqueda voraz adaptivo

Este método iterativo consiste en generar soluciones al problema por medio de una serie de pasos; de manera más específica, para atacar el 2E-CVRP se generan de forma aleatoria recorridos [19] como los del problema del agente viajero (*Travelling Salesman Problem*, TSP), estos recorridos que forman parte del segundo escalón, cubren la cantidad total de clientes y son la base para adaptarles el procedimiento de división, el cual permite romper el recorrido TSP en viajes asignados a cada uno de los satélites. Al conocer los clientes de cada viaje y su asignación a su respectivo satélite, es posible encontrar la demanda de cada satélite, la cual equivaldría a la suma de las demandas de los clientes asignados al mismo.

Al conocer la demanda de los satélites se procede para el primer escalón a hacer tantos envíos de carga completa como sea posible desde el depósito a cada

uno de los satélites, cuando la demanda remanente de cada satélite es menor a la capacidad del vehículo de primer escalón se da la condición necesaria para aplicar nuevamente el proceso de división, el cual permitirá dar con los viajes que servirán la demanda faltante de los satélites.

3.1.1 Procedimiento de división

Para una determinada permutación T de clientes, es decir una posible opción de arreglo para el caso en el que un vehículo contara con capacidad infinita y pudiera visitar a todos los clientes de acuerdo al orden establecido en esta, se procede a crear viajes, así como a realizar asignaciones de estos viajes formados por clientes, a los satélites.

Este procedimiento [24] funciona por medio de un grafo auxiliar $H = (X, A, Z)$ en el que:

- X representa el conjunto de nodos desde 0 hasta el número de clientes.
- A simboliza el conjunto de los arcos $(i, j), i < j$, que representan los viajes factibles, es decir los viajes que cumplen con la siguiente restricción de carga:
 - La suma de las demandas de los clientes p_{i+1} a p_j visitados en el viaje no exceda la capacidad del vehículo:
- Z representa el conjunto de los costos de los viajes z_{ij} de los arcos (i, j) .

A modo de ejemplo [25], dada una permutación $T = [p_3, p_5, p_1, p_2, p_4]$, y siendo este un vector que contiene el arreglo aleatorio de cinco clientes, se requiere además conocer la capacidad del vehículo de segundo escalón, puesto que se considerará un ejemplo para este, la cual será $Q_2 = 15$, las demandas de los clientes se encuentran entre paréntesis en la Figura 2, la cual además revela los costos (asumidos como distancia) de ir de un nodo a otro.

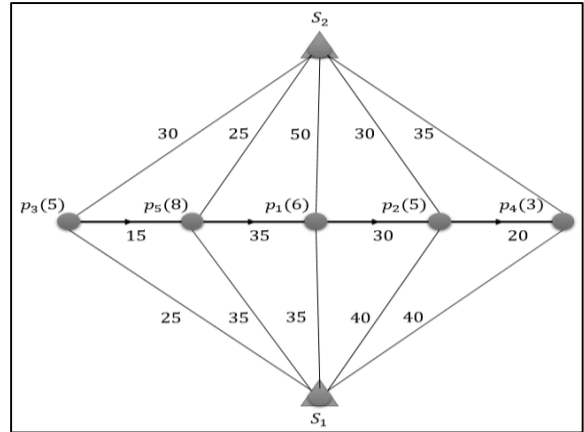


Figura 2. Grafo de la permutación T .

Nótese la posibilidad de los futuros cortes (viajes) de ser asignados a los satélites S_2 o S_1 . El detalle del grafo auxiliar H del ejemplo se evidencia en la Figura 3:

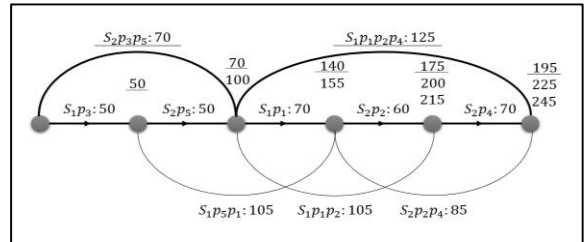


Figura 3. Grafo auxiliar del procedimiento de división.

Cada uno de los arcos de la Figura 3, representa un viaje asignado al satélite de menor costo, para el caso del arco $p_1 p_2 p_4$ el valor del viaje desde el satélite uno sería de 125 (resultado de $35+30+20+40$), mientras que desde el satélite dos el valor sería de 135 (resultado de $50+30+20+35$); por lo cual la asignación de menor costo corresponde al satélite uno. De tal manera que el camino más corto hasta el último nodo del grafo auxiliar, el cual toma un valor de 195, indica cual es la mejor manera de dividir la permutación, que para nuestro caso se encuentra demarcado por los dos arcos con línea acentuada, además se evidencia como si se hubiera dividido de otra forma, los costos hubieran aumentado como en el caso de los caminos que dan un valor de 225 y 245. Por lo que el resultado gráfico del procedimiento de división aplicado al ejemplo se evidencia en la Figura 4, en el que la solución consta de una ruta que parte del satélite 2, y conecta a los clientes p_3 y p_5 , y otra ruta que parte del satélite 1 y sirve a los clientes p_1, p_2 y p_4 :

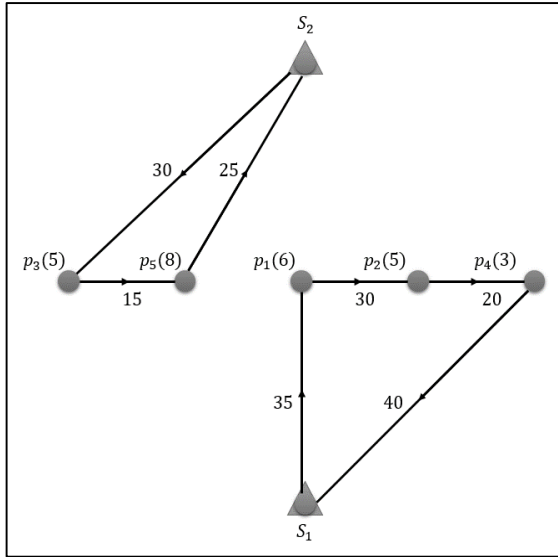


Figura 4. Solución por medio del procedimiento de división.

3.2 Recocido simulado

La técnica recocido simulado (*Simulated Annealing*, SA), se basa en un concepto propio de la ciencia de materiales, denominado recocido total, el cual se define como “el proceso mediante el cual la estructura distorsionada de la red trabajada en frío retorna a una cuyo estado se halle libre de tensiones por medio de la aplicación de calor. Este proceso se efectúa totalmente en el estado sólido y generalmente le sigue un enfriamiento lento en el horno desde la temperatura deseada” [26].

El recocido simulado [27] consiste en una solución actual s , en la que el costo asociado a esta se compara con una solución $t \in N(s)$, por lo cual la solución t pertenece a la vecindad de la solución actual s , siendo s para el caso de la primera iteración, equivalente a la primera solución obtenida de la metaheurística GRASP; de tal manera que si el costo de la solución t es menor o igual al costo de la solución actual s , entonces t tomaría el lugar de s ; para el caso contrario en el que el costo de la solución t sea mayor al de s , se le asigna una probabilidad a t de llegar a ser la solución actual, dicha probabilidad junto con la expresión matemática del caso se pueden expresar de la siguiente forma [28]:

$$Prob = \begin{cases} e^{-\frac{f(t)-f(s)}{tem_k}} & \text{si } f(t) - f(s) > 0 \\ 1 & \text{si } f(t) - f(s) \leq 0 \end{cases} \quad (13)$$

Donde $f(s)$ y $f(t)$ son los valores del costo asociados a las soluciones s y t respectivamente; y

tem_k representa la temperatura del sistema en la iteración k , de tal forma que:

$$tem_k > 0 \quad \text{para toda } k \quad (14)$$

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} tem_k = 0 \quad (15)$$

La expresión del límite refleja la característica de enfriamiento propia de la técnica, en tanto que aumente el número de iteraciones, la temperatura del sistema disminuye. Además, al analizar la expresión de probabilidad para cuando $f(t) - f(s) > 0$, se reconoce como entre más alta sea la temperatura, mayor será la probabilidad de aceptar una solución que no mejora la actual, como la sustituta de s .

La forma clásica de programar el enfriamiento se presenta en la siguiente expresión:

$$tem_{k+1} := tem_k * \beta \quad \text{donde } 0 < \beta < 1 \quad (16)$$

Por lo cual la velocidad de enfriamiento depende del parámetro β , en el que valores altos de este, significa que el sistema se enfría de una manera lenta, comparado con valores bajos de β , los cuales implican un enfriamiento más rápido.

En este orden de ideas se identifica como la etapa en la que la temperatura sea alta permitirá una exploración amplia del dominio del problema, mientras que la etapa en la que la temperatura es baja faculta una intensificación en la explotación; dado que GRASP garantiza la exploración adecuada del problema, debido a la aleatoriedad presente en la fase de construcción; al incorporar el recocido simulado como enfoque de la fase de intensificación, se requiere por tanto limitar la exploración de esta metaheurística, situación que se logra al optar por una temperatura inicial tibia [27].

En el marco de aplicación del recocido simulado, se hace vital la construcción de las vecindades [29], sobre las cuales se llevara a cabo la intensificación de la búsqueda en pro de mejorar la solución de entrada, dichas vecindades corresponden a variaciones que tienen como base la solución generada en la fase de aplicación de GRASP; y como tal tienen una estructura y organización lógica.

La creación de una vecindad se efectúa por razón de operadores de construcción, los cuales pueden ser dilucidados como funciones que por medio de un algoritmo, se encargan de modificar una determinada solución, para así poder encontrar una solución vecina.

Seguidamente se puntualiza en cada uno de los operadores de construcción de la fase de mejora.

3.2.1 Operador de construcción 2-opt

Para una determinada ruta de segundo nivel, al usar 2-opt se remueven dos aristas no adyacentes de la ruta, y se posicionan dos nuevas de tal forma que la dirección en la cual se atendían los clientes dentro de los dos arcos, se da al revés [30].

A modo de ejemplo, en la Figura 5, se evidencia como los arcos que conectan a los clientes (p_{11}, p_7) y (p_4, p_9) son expelidos; para dar lugar a los arcos (p_{11}, p_4) y (p_7, p_9) , los cuales hacen parte de la nueva ruta, en la cual además, se ve claramente como el sentido de los arcos (p_4, p_2) , (p_2, p_1) , (p_1, p_5) , (p_5, p_8) y (p_8, p_7) se dan en dirección contraria respecto a los arcos de la ruta no modificada.

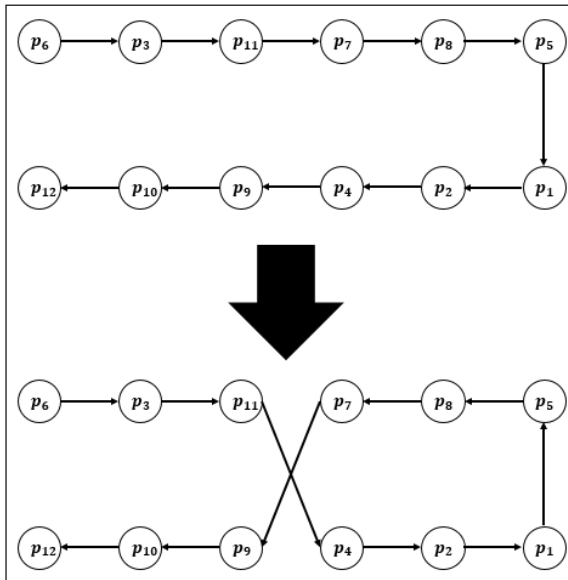


Figura 5. Aplicación del operador 2-opt.

3.2.2 Operador de construcción Or-opt

Este operador [31] reubica la posición de un nodo cliente perteneciente a una ruta de segundo nivel, de tal forma que en el gráfico de la Figura 6, se expone como la eliminación de las aristas (p_5, p_2) , (p_2, p_7) y (p_3, p_6) , las cuales forman parte de la ruta inicial; y la disposición de tres nuevos arcos, es decir, las aristas (p_5, p_7) , (p_3, p_2) y (p_2, p_6) , dan como resultado un cambio de posición del cliente p_2 en la ruta final modificada.

3.2.3 Operador de construcción Exchange

En este caso [32] se troca la ubicación de dos nodos clientes de una ruta de segundo nivel, los cuales no tienen limitante frente a su adyacencia; por lo cual

en el primer grafo de la Figura 7, al suprimir los arcos (p_5, p_2) , (p_2, p_7) , (p_3, p_6) y (p_6, p_1) , y dar cabida a los arcos (p_5, p_6) , (p_6, p_7) , (p_3, p_2) y (p_2, p_1) , se suscita el intercambio de los clientes p_2 y p_6 .

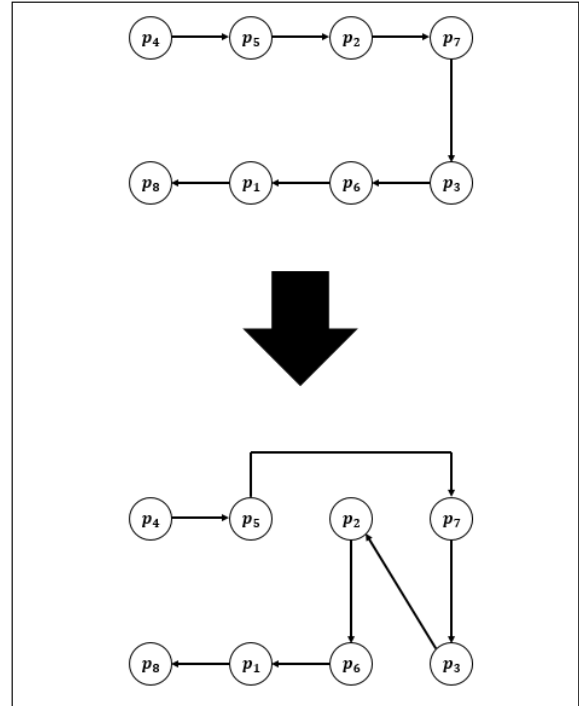


Figura 6. Aplicación del operador Or-opt.

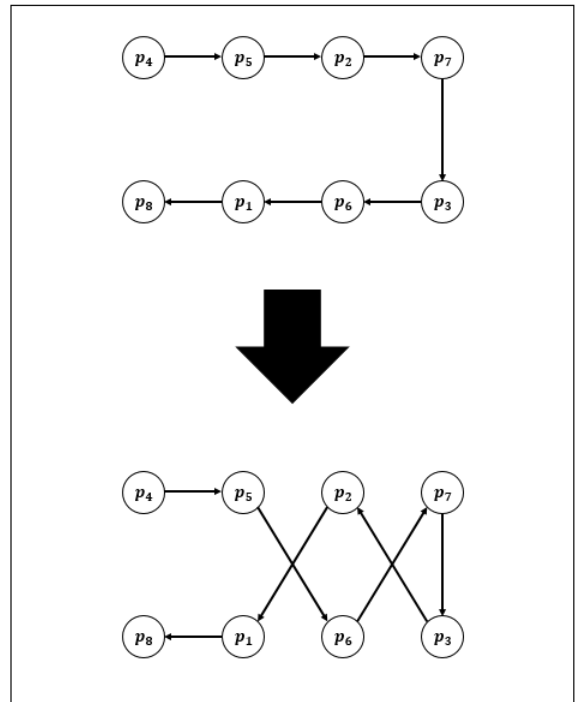


Figura 7. Aplicación del operador Exchange.

3.3 Extensión del método híbrido

La forma en la que funciona el procedimiento de división lleva a inferir que una permutación construida en base a criterios que consideren la distancia entre los clientes tiene una posibilidad alta de dar con soluciones iniciales de un costo bajo.

En este orden de ideas, se percibe la posibilidad de ampliar la forma en que operan las técnicas descritas anteriormente. La extensión del método híbrido consiste en generar una matriz de tamaño $n * n$, con n igual al número de clientes del problema; cada fila de la matriz corresponde a una permutación, y cada una de estas permutaciones debe empezar por un cliente i una única vez. A razón de que se cuenta con las coordenadas de los clientes, se procede a comparar la distancia euclidiana entre el cliente más reciente asignado a la permutación y todos los demás clientes que no forman parte de esta, de tal manera que el cliente con la menor distancia se asigna en la posición $j + 1$.

Una vez se cuenta con la matriz de permutaciones, a cada una de ellas se le aplica el procedimiento de división; en el primer escalón se crea una segunda matriz de permutaciones que a diferencia de la matriz del segundo escalón, contiene todas las permutaciones posibles del conjunto de satélites, la razón por la que se generan todas las permutaciones en la matriz del primer escalón, es su factibilidad computacional en el momento de solucionar el problema, debido a la menor cantidad de satélites respecto de clientes, después se resuelve el problema para tantas permutaciones como clientes hay en el problema (matriz del segundo escalón) y cada una de estas permutaciones evaluadas con todos los ordenamientos posibles de los satélites que se solucionan por medio del procedimiento de división en el primer escalón.

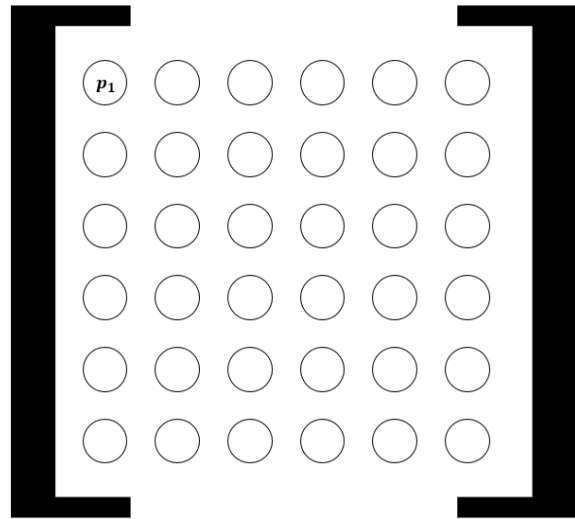


Figura 8. Asignación inicial de la primera permutación.

A modo de ejemplo, para la construcción de la matriz de segundo escalón se considera el conjunto de clientes $C = [p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6]$, para el que se debe generar seis permutaciones, en la que en cada una se inicie con un cliente diferente, como se ve en la Figura 8, la primera permutación comienza con p_1 , el cual se ubica en la posición (1,1) de la matriz.

Con los valores correspondientes a las coordenadas de los clientes de la Tabla 1, se procede a calcular la distancia entre p_1 y los demás clientes que aún no se asignan en la permutación, es decir $(p_2, p_3, p_4, p_5, p_6)$.

Tabla 1.
Coordenadas de los clientes.

Cliente	Coordenadas	
	X	Y
1	151	264
2	159	261
3	130	254
4	128	252
5	163	247
6	146	246

El valor de la distancia euclidiana entre dos clientes se calcula por medio de la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \text{Distancia}(p_1, p_2) \\ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (17) \end{aligned}$$

Para el caso específico de los clientes (p_1, p_6) , al conocer el valor de sus coordenadas, el cual se identifica en la Tabla 1, se puede calcular la distancia euclidiana entre ellos, la cual equivale a:

$$\begin{aligned} \text{Distancia}(p_1, p_6) \\ = \sqrt{(146 - 151)^2 + (246 - 264)^2} \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Distancia}(p_1, p_6) \\ = 18,681 \text{ unidades} \quad (19) \end{aligned}$$

En la Tabla 2, se presentan los valores correspondientes a la distancia entre p_1 (el cliente inicial de la primera permutación) y los clientes $(p_2, p_3, p_4, p_5, p_6)$.

Tabla 2.
Comparación de distancias.

Clientes	Distancia
1-2	8,544
1-3	23,259
1-4	25,942
1-5	20,809
1-6	18,682

Como se refleja en la Tabla 2, el cliente más cercano a p_1 es p_2 , puesto que la distancia (p_1, p_2) es igual a 8,544, siendo este el escalar de menor cuantía entre las demás distancias, debido a ello, p_2 toma la posición (1,2) dentro de la matriz, como se detalla en la Figura 9.

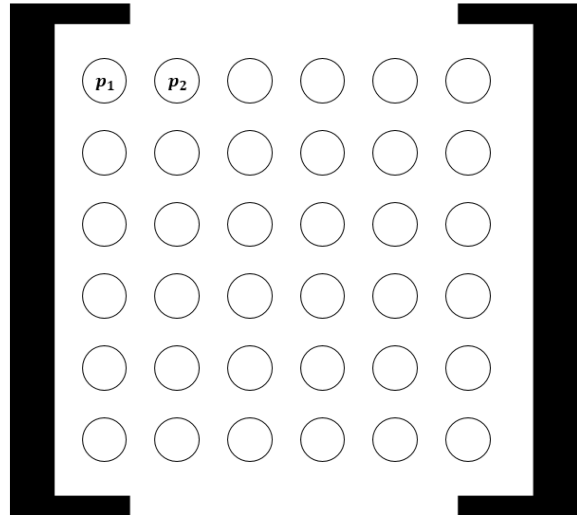


Figura 9. Segunda asignación de la primera permutación.

Este procedimiento se aplica de igual forma para p_2 , se resalta que en esta segunda iteración, no se debe considerar p_1 en la comparación de distancias con p_2 , puesto que ya se ubicó dentro de la permutación en construcción. Al terminar las repeticiones de la primera permutación se obtiene la primera fila de la matriz la cual se muestra en la Figura 10.

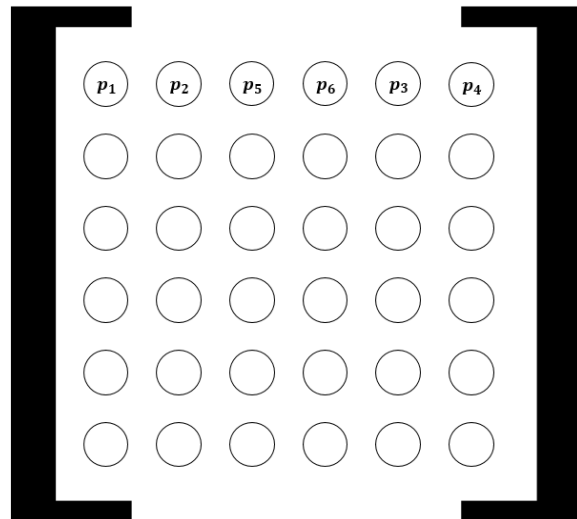


Figura 10. Primera permutación de la matriz.

Ya completa la primera fila de la matriz del segundo escalón, se replica el procedimiento aplicado hasta completarla, teniendo presente que el primer cliente de cada fila no debe ser igual en ninguna de estas, en la Figura 11, se muestra la matriz final del ejemplo.

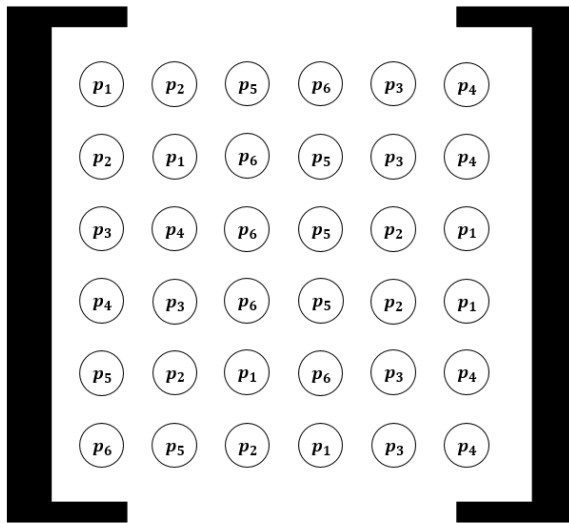


Figura 11. Matriz de permutaciones completa.

Finalmente se considera crear la segunda matriz de permutaciones respecto de un determinado conjunto de satélites, sobre la cual se prueba cada una de las permutaciones de la primera matriz.

4 Resultados de la experimentación

Para verificar los algoritmos desarrollados se tomó como referencia las instancias propuestas en [4]. De estas se seleccionaron diez instancias, cada una de ellas según las características de cada fila de la Tabla 3, de tal forma que se tomaron cuatro instancias para el conjunto dos, tres para el conjunto tres, y tres para el conjunto cuatro; las cuales se probaron por medio de los algoritmos de las técnicas desarrollados en MATLAB®.

Si bien en [4] se presentan cuatro conjuntos de instancias, los autores que abordaron el problema posteriormente, se basan en los conjuntos dos, tres y cuatro. En [15] los autores elaboran un resumen de los conjuntos de instancias pertinentes al 2E-CVRP el cual se presenta en la Tabla 3, en la que las columnas conjunto (*set*) e instancias (*instances*) indican el conjunto de instancias y el número de instancias, respectivamente. En el caso de la primera fila, seis instancias que forman parte del conjunto número dos, tienen como parámetros los valores propios de la fila en la que están presentes. El número de satélites se indican en la columna m , la columna n muestra el número de clientes, las columnas m_1 y m_2 presentan el número de vehículos disponibles para el ruteo del primer y segundo escalón respectivamente, y las capacidades de los vehículos del primer y segundo escalón vienen dadas por K_1 y K_2 , respectivamente.

Tabla 3. Características de las instancias.

Set	Instances	m	n	m_1	m_2	K_1	K_2
2	6	2	21	3	4	15000	6000
2	6	2	32	3	4	20000	8000
2	6	2	50	3	5	400	160
2	3	4	50	4	5	400	160
3	6	2	21	3	4	15000	6000
3	6	2	32	3	4	20000	8000
3	6	2	50	3	5	400	160
4	18	2	50	3	6	12500	5000
4	18	3	50	3	6	12500	5000
4	18	5	50	3	6	12500	5000

Fuente: Adaptado de [15].

Además de los parámetros de la Tabla 3, las instancias contienen las siguientes tres secciones:

- La sección de coordenadas: En la cual se encuentran las coordenadas en dos dimensiones, de los clientes, así como del depósito central.
- La sección satélite: En ella al igual que en la sección anterior, se dan las coordenadas de ubicación, en este caso para los satélites.
- La sección demanda: En la que se señalan las demandas asociadas a cada uno de los clientes.

Cabe notar que si bien varias de las instancias de la Tabla 3 consideran los mismos parámetros, la diferencia entre estas radica tanto en la sección demanda como en la ubicación referente a la sección satélite y de coordenadas. Finalmente estas secciones permiten dar con la matriz de costos o distancias entre los nodos propios del problema.

En la Tabla 4, se presentan los resultados correspondientes al valor de la distancia (costo) de las soluciones correspondientes a las instancias especificadas en la columna instancia, por medio del método híbrido desarrollado (GRASP+SA) y la primera etapa de esta mismo método, es decir, únicamente haciendo uso de GRASP.

Tabla 4.
Resultados GRASP vs. GRASP+SA.

Nombre	GRASP	GRASP+SA	Diferencia
1. E-n22-k4-s6-17	658,39	538,01	-18,28%
2. E-n33-k4-s1-9	1343,46	1281,7	-4,60%
3. E-n51-k5-s2-17	1483,5	1299,46	-12,41%
4. E-n51-k5-s2-4-17-46	1742,05	1184,49	-32,01%
5. E-n22-k4-s13-14	790,56	597,776	-24,39%
6. E-n33-k4-s16-22	1140,58	1050,66	-7,88%
7. E-n51-k5-s13-19	1494,5	1312,63	-12,17%
8. Instance50-s2-01	3108,09	2796,99	-10,01%
9. Instance50-s3-19	3078,59	2811,37	-8,68%
10. Instance50-s5-37	3085,04	2793,86	-9,44%

Respecto a la Tabla 4:

- La columna nombre indica la manera en la que se le llama a la instancia en la literatura.
- Las columnas GRASP y GRASP+SA contienen los resultados de la aplicación de la primera parte del método híbrido y de la totalidad del mismo respectivamente.
- En la columna diferencia se evidencia el porcentaje de diferencia entre los resultados de los métodos GRASP y GRASP+SA para cada instancia.

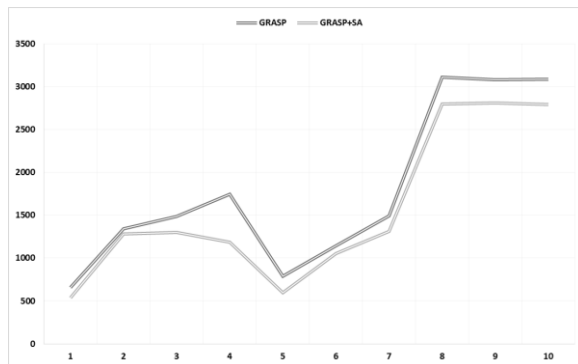


Figura 12. Gráfico comparativo GRASP vs. GRASP+SA.

De la Figura 12, se identifica como la etapa de intensificación en pro de las soluciones iniciales arrojadas por GRASP tiene un efecto positivo en los resultados para todas las instancias, de tal manera que las vecindades de búsqueda construidas a partir de los operadores 2-opt, Or-opt y Exchange, dan con soluciones mejor organizadas en cuanto al ruteo.

El efecto de la etapa de intensificación se evidencia más profundamente para la instancia E-n51-k5-s2-4-17-46, en la que se llega a una variación del -32,01% tal y como se muestra en la Figura 13.

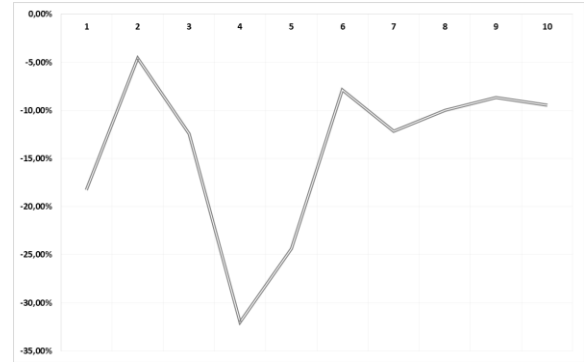


Figura 13. Variación porcentual GRASP y GRASP+SA.

Respecto a los resultados de la Tabla 5, se considera la comparación entre GRASP+SA y la ampliación de dicha técnica (ver numeral 3.3), en la que varía la forma como se generan las permutaciones iniciales previas al procedimiento de división, dejando a un lado el método aleatorio, lo cual trae efectos positivos sobre las soluciones obtenidas de dicha forma.

Tabla 5.
Resultados GRASP+SA vs. GRASP+SA extendido.

Nombre	GRASP+SA	GRASP+SA extendido	Diferencia
1. E-n22-k4-s6-17	538,01	431,569	-19,78%
2. E-n33-k4-s1-9	1281,7	812,308	-36,62%
3. E-n51-k5-s2-17	1299,46	721,84	-44,45%
4. E-n51-k5-s2-4-17-46	1184,49	732,314	-38,17%
5. E-n22-k4-s13-14	597,776	562,22	-5,95%
6. E-n33-k4-s16-22	1050,66	738,556	-29,71%
7. E-n51-k5-s13-19	1312,63	676,354	-48,47%
8. Instance50-s2-01	2796,99	1725,061	-38,32%
9. Instance50-s3-19	2811,37	1773,618	-36,91%
10. Instance50-s5-37	2793,86	1748,247	-37,43%

Respecto a la Tabla 5:

- El nombre en la literatura de las instancias se indican en la columna nombre.
- Las columnas GRASP+SA y GRASP+SA extendido contienen los resultados de la aplicación del método híbrido desarrollado y de la extensión a este en la que se considera la técnica de construcción de las permutaciones del problema, respectivamente.
- La diferencia porcentual entre los resultados de GRASP+SA y GRASP+SA extendido se expresan en la columna diferencia.

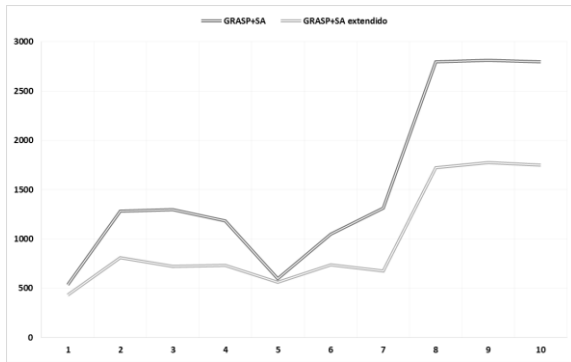


Figura 14. Gráfico comparativo GRASP+SA vs. GRASP+SA extendido.

Tal como se evidencia en la Tabla 5, la extensión del híbrido permite llegar a resultados de hasta un -48,47% de mejora respecto del GRASP+SA como lo es para la instancia “E-n51-k5-s13-19”, lo cual demuestra como la formación de las permutaciones acorde a la extensión favorece la aplicación del procedimiento de división, puesto que la dirección en la que este último construye los viajes o cortes se basa en la distancia, y una permutación en la que se procuren vecinos cercanos dentro de ella permite dar con viajes más cortos.

Un panorama general del desempeño de la extensión se muestra en la Figura 14, donde el rendimiento de esta sobrepasa a todas las instancias evaluadas, con las diferencias porcentuales más altas en las instancias que cuentan con los valores elevados en cuanto a la cantidad de clientes y satélites (ver Figura 15), esto se debe a que al aumento del dominio de soluciones del problema dificulta la consecución de permutaciones aleatorias de calidad en el GRASP+SA.

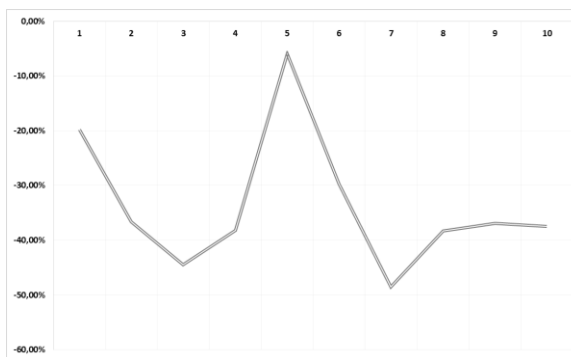


Figura 15. Variación porcentual GRASP+SA y GRASP+SA extendido.

Por último, se efectúa la comparación entre los costos de las soluciones de dos autores presentes en la literatura del 2E-CVRP y la técnica propuesta en el presente trabajo, es decir, el GRASP+SA extendido.

Tabla 6. Resultados GRASP+VND vs. GRASP+SA extendido.

Nombre	ALNS	GRASP+VND	GRASP+SA ext.	Diferencia
1. E-n22-k4-s6-17	417,07	417,07	431,569	3,48%
2. E-n33-k4-s1-9	730,16	730,16	812,308	11,25%
3. E-n51-k5-s2-17	597,49	597,49	721,84	20,81%
4. E-n51-k5-s2-4-17-46	530,76	530,76	732,314	37,97%
5. E-n22-k4-s13-14	526,15	526,15	562,22	6,86%
6. E-n33-k4-s16-22	672,17	672,17	738,556	9,88%
7. E-n51-k5-s13-19	690,59	690,59	676,354	-2,06%
8. Instance50-s2-01	1569,42	1569,42	1725,061	9,92%
9. Instance50-s3-19	1546,28	1546,28	1773,618	14,70%
10. Instance50-s5-37	1528,73	1528,73	1748,247	14,36%

Respecto a la Tabla 6:

- La columna nombre abarca el mismo significado de las tablas 4 y 5.
- La columna ALNS contiene los resultados de la heurística de búsqueda local adaptativa y extensa propuesta en [15].
- Los valores de las soluciones del procedimiento de búsqueda voraz adaptativo con una búsqueda local variable descendiente llevado a cabo en [19], se detallan en la columna GRASP+VND.
- Finalmente, los resultados del GRASP+SA extendido junto con el diferencia porcentual frente a GRASP+VND se reflejan en las dos últimas columnas.

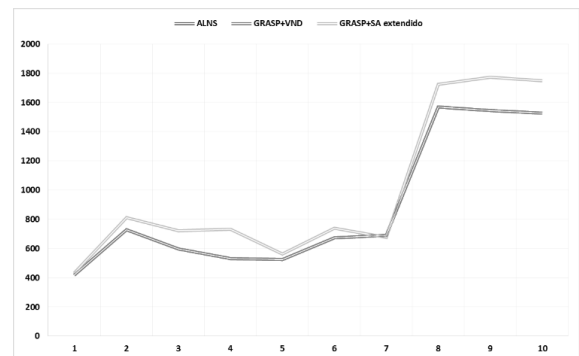


Figura 16. Gráfico comparativo GRASP+VND vs. GRASP+SA extendido.

Visualmente la Figura 16 evidencia similitud entre la extensión del GRASP+SA y los resultados de las técnicas (GRASP+VND y ALNS) propuestas en [19,15], de hecho, en la Tabla 6 se verifica como en la instancia “E-n51-k5-s13-19” se reduce en un 2,06% el mejor valor encontrado hasta el momento, y que la variación porcentual de la mayor parte de instancias respecto de las mejores soluciones encontradas hasta el momento no superan el 15%; asimismo la Figura 17, refleja las variaciones más altas como la que se da en la instancia “E-n51-k5-s2-4-17-46”, a las cuales se les atribuye la mayor cantidad de clientes y satélites considerados en estas como su causal.

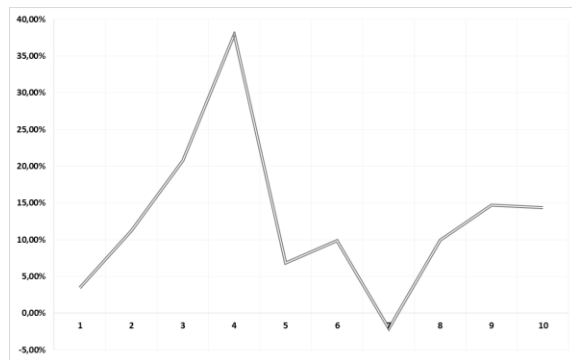


Figura 17. Variación porcentual GRASP+VND y GRASP+SA extendido.

5 Conclusiones

De acuerdo a la investigación, se evidencia como el 2E-CVRP puede ser configurado tanto a través de un modelo basado en el flujo, así como por medio de un modelo sustentado en la partición de conjuntos, siendo este último más compacto que el primero, manteniendo todas las características propias del problema.

De la experimentación se percibe como el omitir alguna de las restricciones del problema puede llevar a resultados de menor cuantía respecto de la función objetivo, y se recalca como estas restricciones deben ser activas para lograr este efecto, como se da principalmente en el caso de la limitante concerniente a la cantidad de vehículos disponibles para efectuar las rutas del segundo nivel.

Respecto del método para la solución del 2E-CVRP, se observa como el procedimiento de división toma protagonismo por su función en la construcción de soluciones iniciales en la primera etapa, mientras que en la segunda, son los operadores de construcción de vecindades los que determinan que se intensifique la búsqueda de soluciones de mayor calidad.

En las pruebas del híbrido inicial se refleja como la intensificación surte un efecto remarcable, puesto

que en la primera fase hay un alto componente aleatorio en la generación de las permutaciones dentro de un dominio de posibilidades extenso, sin embargo con la presentación de la extensión, se percibe como la etapa de intensificación no impacta sustancialmente la función objetivo, debido a la calidad de las soluciones iniciales, donde se llega a disminuir el mejor valor encontrado en la literatura para una de las instancias en un 2,06%.

6 Recomendaciones

Acorde a la revisión de literatura, se evidencia una tendencia de adicionar nuevas características que modelan situaciones de interés, como las relacionadas con las emisiones al ambiente, ventanas de tiempo, flotas heterogéneas en cada escalón y el impacto de la congestión en los costos, entre otros. De tal forma que se percibe una propensión por modelar nuevos elementos relacionados al problema, y por tanto se recomienda continuar con esta tendencia al considerar demandas estocásticas, clientes estocásticos, horizontes de planeación de las rutas y la inclusión de un nuevo conjunto de clientes que requieran llevar a cabo envíos al depósito a través de los satélites.

En el presente trabajo se emplean operadores en pro de la formación de vecindades que mejoren las soluciones de la etapa inicial, estos realizan variaciones internas en las rutas; además de este tipo de operadores, otros se encargan de realizar movimientos entre rutas como se puede evidenciar en parte de los artículos de la revisión de literatura, por lo cual se sugiere analizar los efectos positivos de una u otra clase de operadores, de los cuales se evidencia como el considerar ambos tipos de operadores permite una mayor intensificación en esta etapa.

En el estudio de sistemas de N-escalones [33] se percibe la necesidad de ajustar el modelo del problema localización-ruteo de n-escalones (N-echelon Location Routing Problem, NE-LRP) al problema de ruteo de vehículos de n-escalones con capacidad limitada (N-echelon Capacitated Vehicle Routing Problem, NE-CVRP) [33], además de crear instancias para problemas de más de dos escalones, con el propósito de poder ensayar con las distintas técnicas de solución meta heurísticas, heurísticas o exactas. Finalmente se recomienda explorar formalmente las aplicaciones de sistemas que involucran varios escalones en el transporte multimodal [20], teniendo en cuenta las consideraciones propias de los diferentes modos de transporte.

Referencias

- [1] Fahimnia, B., Luong, L. y Marian R. An integrated model for the optimization of a two-echelon supply network. *Journal of achievements in materials and manufacturing engineering*, 31(2), pp. 477-484, 2008.
- [2] GestioPolis.com, Experto. ¿Qué es un canal de distribución? 2002 [En línea]. Disponible en: <<http://www.gestiopolis.com/que-es-un-canal-de-distribucion/>>
- [3] Ambrosino, D. y Scutella, M. Distribution network design: new problems and related models. *European journal of operational research*, 165, pp. 610-624, 2004.
- [4] Perboli, G., Tadei, R. y Vigo, D. The two-echelon capacitated vehicle routing problem: models and math-based heuristics. *Transportation science*, 45(3), pp. 364-380, 2011.
- [5] Gonzales, J., Perboli, G., Tadei R. y Vigo, D. The two-echelon capacitated vehicle routing problem. Technical report DEIS OR.INGCE2007/2(R).
- [6] Crainic, T., Mancini, S., Perboli, G. y Tadei R. Clustering-based heuristics for the two-echelon vehicle routing problem. Technical report cirrelt-2008-46.
- [7] Crainic, T., Ricciardi, N. y Storchi, G. Models for evaluating and planning city logistics systems. *Transportation science*, 43, pp. 432-454, 2009.
- [8] Crainic, T., Mancini, S., Perboli, G. y Tadei R. Multi-start heuristics for the two-echelon vehicle routing problem. *Evolutionary computation in combinatorial optimization: lecture notes in computer science*, 6622, pp.179-190, 2011.
- [9] Perboli, G. y Tadei, R. New families of valid inequalities for the two-echelon vehicle routing problem. *Electronic notes in discrete mathematics*, 36(c), pp. 639-646, 2010.
- [10] Crainic, T., Sforza, A. y Sterle, C. Location-routing models for two-echelon freight distribution system design. Technical report cirrelt-2011-40.
- [11] Laporte, G. Location-routing problems, en: Golden, B. – Assad, A. *Vehicle routing: methods and studies*, Elsevier Science Publishers, North-Holland: Amsterdam, 1988. pp. 163-198.
- [12] Mancini, S. The two-echelon vehicle routing problem. *4or: a quarterly journal of operations research*, 10(4), pp. 391-392, 2012.
- [13] Jepsen, M., Spoorendonk, S. y Ropke, S. A branch-and-cut algorithm for the two-echelon capacitated vehicle routing problem. *Transportation science*, 47(1), pp. 23-37, 2012.
- [14] Crainic, T., Mancini, S., Perboli, G. y Tadei R. Impact of generalized travel costs on satellite location in the two-echelon vehicle routing problem. *Procedia - social and behavioral sciences*, 39, pp. 195-204, 2012.
- [15] Hemmelmayr, V., Cordeau, J. y Crainic, T. An adaptive large neighborhood search heuristic for two-echelon vehicle routing problems arising in city logistics. *Computers & operations research*, 39(12), pp. 3215-3228, 2012.
- [16] Santos, F., Da cunha, A. y Mateus, G. Branch-and-price algorithms for the two-echelon capacitated vehicle routing problem. *Optimization letters*, 7(7), pp. 1537-1547, 2012.
- [17] Baldacci, R., Mingozzi A., Roberti, R. y Calvo R. An exact algorithm for the two-echelon capacitated vehicle routing problem. *Operations research*, 61(2), pp. 298-314, 2013.
- [18] Crainic, T., Mancini, S., Perboli, G. y Tadei R. Grasp with path relinking for the two-echelon vehicle routing problem. *Advances in metaheuristics: operations research/computer science interfaces series*, 53, pp. 113-125, 2013.
- [19] Zeng, Z., Xu, W. y Xu, Z. A two-phase hybrid heuristic for the two-echelon vehicle routing problem. *Chinese automation congress (cac)*, pp. 625-630, 2013.
- [20] Cuda, R., Guastaroba, G. y Speranza, M. A survey on two-echelon routing problems. *Computers and operations research*, 55, pp. 185-199, 2014.
- [21] Jiang, H. An hybrid heuristic algorithm for the two-echelon vehicle routing problem. *Information science and control engineering*, 1, pp. 1-5, 2014.
- [22] Soysal, M., Bloemhof, J. y Bektas, T. The time-dependent two-echelon capacitated vehicle routing problem with environmental considerations. *International journal of production economics*, 164, pp. 366-378, 2014.
- [23] Grangier, P., Gendreau, M., Lehuédé F. y Rousseau L. An adaptive large neighborhood search for the two-echelon multiple-trip vehicle routing problem with satellite synchronization. *European journal of operational research*, 254(1), pp. 80-91, 2016.
- [24] Prins, Christian. A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. *Computers & operations research*, 31, pp. 1985-2002, 2004.
- [25] Nguyen, V., Prins, C. y Prodhon, C. Solving the two-echelon location routing problem by a grasp reinforced by a learning process and path relinking. *European journal of operational research*, 216(1), pp. 113-126, 2012.
- [26] Avner, S. *Introducción a la metalurgia física*. 2° ed. México: Mc graw Hill. 1995.
- [27] Festa, P. y Resende M. Hybrid grasp heuristics, en: Abraham, A., et al. *Foundations of computational intelligence volume 3*, 2009. pp. 75-100.
- [28] Glover, F. y Kochenberger G. *Handbook of metaheuristics*. 1° ed. New York: Kluwer academic publishers. 2003.
- [29] Ahuja, R., Ergun, O., Orlin, J. y Punnen, A. A survey of very large-scale neighborhood search techniques. *Discrete applied mathematics*, 123, pp. 75-102, 2002.

- [30] Chen, P., Huang, H. y Dong, X. Iterated variable neighborhood descent algorithm for the capacitated vehicle routing problem. *Expert systems with applications*, 37, pp. 1620-1627, 2010.
- [31] Potvin, J. y Rousseau, J. An exchange heuristic for routeing problems with time windows. *Journal of the operational research society*, 46, pp. 1433-1446, 1995.
- [32] Braysy, O. y Gendreau, M. Vehicle routing problem with time windows, part i: route construction and local search algorithms. *Transportation science*, 39(1), pp. 104-118, 2005.
- [33] Gonzales, J. The N-echelon Location routing problem: concepts and methods for tactical and operational planning. Technical report halshs-00422492v2.