

IMPLEMENTACIÓN DE UN MODELO NUMÉRICO PARA EL ESTUDIO DE
INESTABILIDADES EN ROTORES FLEXIBLES

CÉSAR EDUARDO GUTIÉRREZ MARIÑO

OSCAR ALEJANDRO MINA CARVAJAL

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO – MECÁNICAS

ESCUELA DE INGENIERIA MECANICAS

BUCARAMANGA

2019

IMPLEMENTACIÓN DE UN MODELO NUMÉRICO PARA EL ESTUDIO DE
INESTABILIDADES EN ROTORES FLEXIBLES.

CÉSAR EDUARDO GUTIÉRREZ MARIÑO

OSCAR ALEJANDRO MINA CARVAJAL

Trabajo de grado para optar el título de
INGENIERO MECÁNICO

Director

HELLER GUILLERMO SÁNCHEZ ACEVEDO

PhD en Ingeniería mecánica, Aplicada y computacional

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICOMECAÑICAS
ESCUELA DE INGENIERIA MECÁNICA
BUCARAMANGA

2019

DEDICATORIA

A mis padres por el apoyo y la confianza a lo largo de los años en la carrera

A mis abuelos por las enseñanzas

A compañeros que ayudaron en el proceso, empujando juntos en la misma
dirección

Y como un gesto de respeto y admiración quiero dedicarle este libro a la escuela y
sus profesores.

César Eduardo Gutiérrez Mariño

DEDICATORIA

A mi madre por su ternura y sacrificio, por enseñarme que el amor hace que todo
sea posible.

A mi padre por sus palabras sabias en el momento preciso.

A mis hermanos por crecer a cada paso conmigo, por su compañía y apoyo
cuando fue requerido.

A mi familia y amigos por siempre tender su mano siempre que las cosas se
pusieron cuesta arriba.

A la Selección de Fútbol por brindarme muchas de las mejores experiencias en
este camino.

Por último, Atena, a veces la única compañía en noches de desvelo.

A todos ustedes los llevo en el corazón.

Oscar Alejandro Mina Carvajal

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos al profesor Heller Guillermo Sánchez Acevedo quien nos ha brindado toda la orientación y acompañamiento para la realización de este proyecto siempre con la mejor disposición y actitud.

También a todos los profesores de la escuela de Ingeniería Mecánica quienes nos acompañaron durante todo este trayecto que está por llegar a su fin.

De igual manera agradecemos al ingeniero Carlos Pinto Pradilla por su colaboración en las correcciones del libro.

Y por último a nuestra alma mater, la Universidad Industrial de Santander por acogernos en su seno y hacernos sentir como en casa.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	16
1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	17
1.1 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA	17
1.2 JUSTIFICACIÓN PARA SOLUCIONAR EL PROBLEMA.....	17
2. OBJETIVOS.....	19
2.1 OBJETIVO GENERAL	19
2.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS.....	19
3. MARCO REFERENCIAL.....	20
3.1 MODELO DE JEFFCOTT	20
3.2 SISTEMAS DE COJINETES.....	21
3.2.1 Cojinetes de elementos rodantes.....	21
3.2.2. Cojinetes de deslizamiento	22
3.3 GIRO SÍNCRONO Y ASÍNCRONO	24
3.4 INESTABILIDAD ROTODINÁMICA	25
3.5 VELOCIDADES CRITICAS	28
3.6 METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS	29
4.MODELAMIENTO NUMÉRICO DE ROTOR TIPO JEFFCOTT	31
4.1 MODELAMIENTO MATEMATICO	31
4.2. PLANTEAMIENTO NUMÉRICO DEL ROTOR TIPO JEFFCOTT BASADO EN EL MODELO DE ELEMENTOS FINITOS.....	34
4.2.1 SECUENCIA DE RESOLUCION DEL MODELO NUMERICO.....	35
4.2.2. ELABORACION DE LA MATRICES	35
4.3 ENSAMBLE MATRICIAL	37
4.3.1 ENSAMBLE DEL DISCO	38
4.3.2 ENSAMBLE DE LOS SOPORTES	39
4.4. MATRIZ DE ESTADO	40
4.5 CONVERGENCIA DE MALLA	41
5. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL DEL MODELO	45
5.1 ANÁLISIS DE LA CONFIGURACION DE LOS ROTORES	46

5.1.1 Configuración 1.....	47
5.1.2 Configuración 2.....	49
5.1.3 Configuración 3.....	51
5.1.4 Configuración 4.....	53
6.ANÁLISIS DE ESTABILIDAD	56
6.1 Estabilidad configuración 1	57
6.3 Estabilidad configuración 3	59
6.4 Estabilidad configuración 4	60
7.COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA DINÁMICA A DIFERENTES PARÁMETROS.....	61
7.1. VARIACIÓN DEL DIÁMETRO DEL EJE	61
7.2. VARIACIÓN DEL DIÁMETRO DEL DISCO	63
7.3. VARIACIÓN DE LA LONGITUD DEL EJE	65
7.4 VARIACIÓN DEL MATERIAL DEL EJE	66
8. CONCLUSIONES	68
BIBLIOGRAFIA.....	70
ANEXOS.....	73

LISTA DE FIGURAS

Ilustración 1 Modelo de Jeffcott	20
Ilustración 2 Rodamiento típico.....	22
Ilustración 3 Cojinete hidrostático	23
Ilustración 4 Cojinete hidrodinámico	24
Ilustración 5 Giro síncrono (izquierda) y asíncrono (derecha)	25
Ilustración 6 Incremento de la amplitud en el tiempo	27
Ilustración 7 Diagrama de Campbell	28
Ilustración 8 Discretización de un sistema continuo	30
Ilustración 9 Modelo Rotor de Jeffcott.....	31
Ilustración 10 Sistema coordinado para el análisis	32
Ilustración 11 Eje discretizado	37
Ilustración 12 Elemento discretizado en el sistema	37
Ilustración 13 Elemento individual del sistema	37
Ilustración 14 Intersección matricial de cada matriz M.....	38
Ilustración 15 Soporte representación simple	39
Ilustración 16 Grafica de Variación de la frecuencia de las velocidades críticas vs número de elementos	43
Ilustración 17 Grafica Número de Elementos Vs Tiempo de respuesta.....	43
Ilustración 18 Banco de pruebas	45
Ilustración 19 Diagrama cascada, sus ejes son frecuencia, tiempo y amplitud. Tomado de las pruebas elaboradas en laboratorio de vibraciones mecánicas UIS, configuración 5	46
Ilustración 20 diagrama de Campbell simulación configuración 1	48
Ilustración 21 Diagrama de Campbell experimental configuración 1	48
Ilustración 22 Diagrama de Campbell simulación configuración 2.....	50
Ilustración 23 Diagrama de Campbell y casca prueba 4.....	50
Ilustración 24 Diagrama de Campbell simulación configuración 3.....	52
Ilustración 25 Diagramas del Campbell y Cascada prueba 6 configuración 3	52
Ilustración 26 Diagrama de Campbell simulación configuración 4.....	54
Ilustración 27 Diagrama de Campbell prueba 6 configuración 4.....	54
Ilustración 30 Diagrama de estabilidad para la primera configuración.....	57

Ilustración 31 Diagrama estabilidad configuración 2.....	58
Ilustración 32 Diagrama estabilidad configuración 3.....	59
Ilustración 33 Diagrama estabilidad configuración 4.....	60
Ilustración 35 Variación del diámetro del eje	62
Ilustración 36 Variación diámetro del disco.....	64
Ilustración 37 variación de la longitud del eje	65
Ilustración 38 Variación del módulo de elasticidad vs frecuencia natural	67

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A PRUEBAS EXPERIMENTALES	73
ANEXO B CÓDIGO SIMULACIÓN	79
ANEXO C CÓDIGO PROCESAMIENTO DE DATOS.....	90
ANEXOS D EQUIPOS DE ADQUISICIÓN	92
ANEXO E DESCRIPCIÓN BANCO DE PRUEBAS	93

RESUMEN

TITULO: IMPLMENTACION DE UN MODELO NUMÉRICO PARA EL ESTUDIO DE INESTABILIDADES EN ROTORES FLEXIBLES**

AUTORES: CESAR EDUARDO GUTIERREZ MARIÑO**
OSCAR ALEJANDRO MINA CARVAJAL**

PALABRAS CLAVE: Efecto giroscópico, elementos finitos, banco de pruebas, rotor Jeffcott, rotodinámica.

DESCRIPCIÓN: Amplios estudios en rotodinámica se han venido desarrollando a través de estos últimos años. Mediante ellos es posible predecir el comportamiento dinámico de diferentes maquinas rotativas sujetas a fuerzas dinámicas. La determinación de las velocidades críticas, así como los intervalos de velocidad en los que se presentan inestabilidades dinámicas en el sistema son los principales fines de un estudio rotodinámico. Mediante el uso de los elementos finitos es posible realizar una aproximación muy cercana a la realidad gracias su disposición.

En este documento se muestra el desarrollo de una simulación utilizando el método de los elementos finitos mediante el uso del software Matlab. La simulación se basa en el modelo de rotor de Jeffcott, desarrollado por Henry Jeffcott. Lo que se busca con la simulación es predecir el comportamiento dinámico del rotor soportado en rodamientos rígidos y permitir cambiar los parámetros geométricos y las condiciones del sistema también. La simulación nos permite hacer un análisis de las velocidades críticas y el coeficiente de amortiguamiento para mostrarlos en gráficos a diferentes valores de velocidad. Los resultados se comparan con los resultados obtenidos en el laboratorio de vibraciones mecánicas de la Universidad Industrial de Santander de manera experimental para su posterior validación.

*Proyecto de grado

**Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de ingeniería mecánica. Director: Heller Guillermo Sánchez Acevedo. PhD. Ingeniería mecánica.

ABSTRACT

TITLE: IMPLEMENTATION OF A NUMERICAL MODEL FOR THE STUDY OF INSTABILITIES IN FLEXIBLE ROTORS **

AUTHORS: CESAR EDUARDO GUTIERREZ MARIÑO**
OSCAR ALEJANDRO MINA CARVAJAL **

KEYWORDS: Gyroscopic effect, finite elements, test bench, Jeffcott rotor, rotodynamics.

DESCRIPTION: Rotodynamic research has increased the last few decades, which has made possible to predict the dynamic behavior of turbomachinery under heavy work. The knowledge of critical speeds in turbomachinery, and the properly velocity range are the aim of most of the rotodynamic research. Through finite element analysis is possible to reach very closed approximation to reality.

This document shows the development of a simulation using finite element method by means of Matlab software. The simulation is based on the Jeffcott rotor model, developed by Henry Homan Jeffcott. Which pretends to predict the Dynamic behavior of the rotor supported in two rigid bearings, where their coefficient of damping and stiffness values are taken from research documents. And allowing us to change the geometrical parameters and the conditions of the system as well. The simulation allows us to make an analysis of the critical speeds and damping coefficient in order to show them in plots to different speeds values. Where the critical speeds are shown on the Campbell diagram and the damping coefficient values are shown on the stability diagram. The results are compared with results taken in the mechanical vibration laboratory from Universidad industrial de Santander (UIS) on an experimental way.

* Bachelor thesis

** Physic mechanical Engineering Faculty. Mechanical Engineering School. Director: Heller Guillermo Sanchez Acevedo, PhD. Mechanical Engineering

INTRODUCCIÓN

La rotodinámica es un campo de estudio de la dinámica el cual se encarga de describir el comportamiento dinámico de las partes rotativas sujetas a fuerzas dinámicas. En este campo es posible determinar diferentes tipos de problemas que pueden llegar a presentarse en la máquina y de esta manera poder reaccionar de la forma más adecuada posible para corregirlos¹. La determinación de las velocidades críticas es uno de los principales objetivos al momento de realizar un análisis rotodinámico.

Los rotores flexibles son propios de las turbomáquinas ya que estos tienen la capacidad de trabajar a altas velocidades. En este caso es posible que se presenten inestabilidades en el sistema lo cual provocaría un incremento exponencial en la amplitud de las vibraciones y esto representa un peligro inminente, la máquina puede llegar a descomponerse.

Para determinar cuándo se presentan inestabilidades en el sistema se precisa de un análisis rotodinámico, mediante el cual se obtienen las velocidades críticas, frecuencias naturales y coeficientes de amortiguamiento dependiendo de la velocidad de rotación. Posteriormente se comparan con el modelo numérico desarrollado a lo largo del proyecto.

¹ MUSZYNSKA, A, (2005). *Rotordynamics*, Minden, Nevada, U.S.A: Taylor & Francis.

1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

1.1 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

En la actualidad es posible apreciar diferentes tipos de máquinas rotativas en una gran variedad de aplicaciones en la industria, por ejemplo: aplicaciones aeroespaciales, turbo máquinas, estaciones de generación de energía eléctrica, propulsión marina, etc. Estas máquinas poseen características especiales tales como transmisión de grandes potencias y velocidades de rotación muy elevadas, además del gran tamaño que presentan. Los rotores flexibles son propios de este tipo de máquinas y es de vital importancia conocer su comportamiento dinámico, comprender qué sucede, y por qué, cuando está en funcionamiento.

Un gran número de fenómenos físicos pueden ser presenciados en los diferentes sistemas rotodinámicos los cuales influyen en su comportamiento, las inestabilidades son un claro ejemplo de ello. La inestabilidad es función de la velocidad de rotación del sistema. Es importante conocer la inestabilidad en un máquina rotativa ya que, cuando ésta se presenta, los valores para los coeficientes de amortiguamiento en el sistema toman un valor negativo cuyo efecto entonces no será el de amortiguar, sino por el contrario, aumentará la magnitud de la vibración, entorpeciendo así su funcionamiento. Para poder predecir de manera correcta en qué velocidades se presentarán las inestabilidades la simulación debe ser lo más completa posible teniendo en cuenta hasta el más mínimo parámetro.

1.2 JUSTIFICACIÓN PARA SOLUCIONAR EL PROBLEMA

Es importante disponer de un modelo numérico que permita la predicción de la respuesta dinámica de un rotor flexible teniendo en cuenta las distintas variables que se presentan en el sistema, y de esta manera determinar su estado operacional

y prolongar al máximo su vida útil al preparar con suficiente antelación la parada de este para realizar los ajustes pertinentes.

La realización de los estudios correspondientes es de gran importancia para de esta manera prevenir la presencia de fallos inesperados que puedan generar costos adicionales en mantenimiento y pérdida de producción. Además, garantizar el bienestar de las personas. Estos estudios pretenden conocer el estado de la máquina, tanto en el proceso de diseño como en su operación, para mejorar la confiabilidad de ésta y de esta manera evitar las repercusiones mencionadas anteriormente.

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GENERAL

Implementar un modelo numérico para el estudio de las inestabilidades presentes en un rotor flexible, basado en el modelo de Jeffcott, y validarlo con los datos experimentales obtenidos de un banco de ensayos del laboratorio de Vibraciones Mecánicas, y de esta manera contribuir con la misión de la escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad Industrial de Santander en la generación y divulgación de conocimiento y la investigación.

2.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Implementar un modelo numérico, a través del Método de los Elementos Finitos utilizando el software Matlab, para el estudio de inestabilidades dinámicas de un rotor flexible.
- Obtener las velocidades críticas de un rotor flexible de forma experimental, a partir del banco de ensayos existente en el laboratorio de Vibraciones Mecánicas, y analítica, a partir del modelo numérico.
- Validar el modelo mediante la contrastación numérico-experimental de los resultados obtenidos, realizando un proceso de prueba y error para el ajuste del modelo.
- Presentar los resultados del análisis de estabilidad de un rotor flexible obtenidos a partir del modelo numérico planteado.

3. MARCO REFERENCIAL

3.1 MODELO DE JEFFCOTT²

Mediante el modelo de Jeffcott se analiza la respuesta dinámica de la máquina girando a altas velocidades con una excitación causada debido a la fuerza de desbalance.

Figura 1. Modelo de Jeffcott

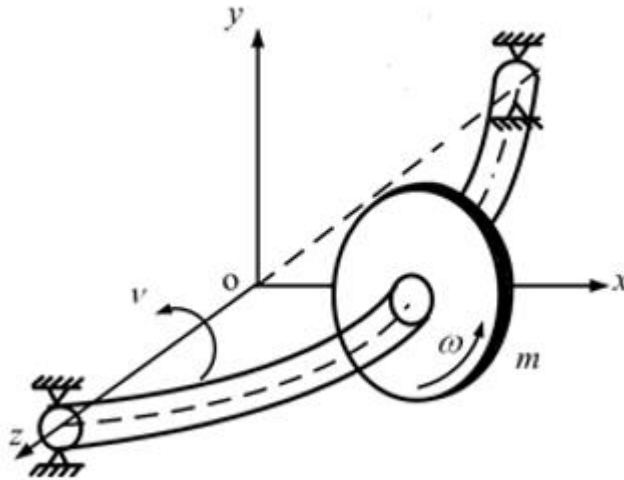


Ilustración 1 Modelo de Jeffcott

Fuente: TIWARI, Rajiv. Theory and practice of rotordynamics. NPTEL. [en línea], [revisado 22 de enero 2019]. Disponible en internet: <http://nptel.ac.in/courses/112103024/30>

Este modelo se fundamenta en un rotor rígido simétrico que se encuentra soportado en extremos rígidos (rodamientos) y en el cual la viscosidad actúa como medio de

² MENDIVELSO, Carlos. Modelamiento y análisis del comportamiento rotodinámico de un eje asimétrico sometido a carga combinada lateral y torsional. Tesis de maestría Bogotá D.C.: Universidad Nacional de Colombia. 2014. 20p

amortiguamiento. Dicho rotor tiene acoplado un disco con la masa desbalanceada, el cual se encuentra ubicado en la parte central del eje flexible.

Con el paso del tiempo se han ido incorporando diferentes características al modelo, se han optimizado procesos y postulados en estática, dinámica y resistencia de materiales, haciendo así una mejora considerable en el modelo inicial. La sinergia de todas estas mejoras ha producido el desarrollo de modelos matemáticos para el estudio de la dinámica del rotor los cuales contemplan una gran cantidad de ecuaciones con una solución convencional bastante compleja haciendo que el uso de herramientas computacionales sea de gran ayuda, para que, de esta manera, su solución se presente de una manera más rápida y sencilla.

3.2 SISTEMAS DE COJINETES

Los rodamientos son un componente indispensable si se habla de máquinas rotativas de cualquier tipo, éstas son soportadas por cojinetes y además de esto muchas veces traen consigo amortiguadores y sellos. Es de vital importancia conocer las propiedades dinámicas de los rodamientos para así tener una mejor comprensión del comportamiento de la máquina³. Dependiendo del tipo de rodamiento que se utilice, éste aportara una rigidez y un amortiguamiento diferente al sistema.

3.2.1 Cojinetes de elementos rodantes

Son los rodamientos más comúnmente usados estando presentes en cerca del 94% en la industria. Son capaces de soportar grandes cargas variables de diferentes tipos y su instalación y mantenimiento son relativamente sencillos. Su

³TIWARI, Rajiv. Theory and practice of rotordynamics. NPTEL. [en línea], [revisado 22 de enero 2019]. Disponible en internet: <http://nptel.ac.in/courses/112103024/30>.

funcionamiento se concibe a partir de reemplazar el rozamiento de fricción por el de rotación a través de elementos rodantes, ya sean bolas o rodillos, entre el eje y el soporte⁴. A continuación, se presenta un rodamiento típico:

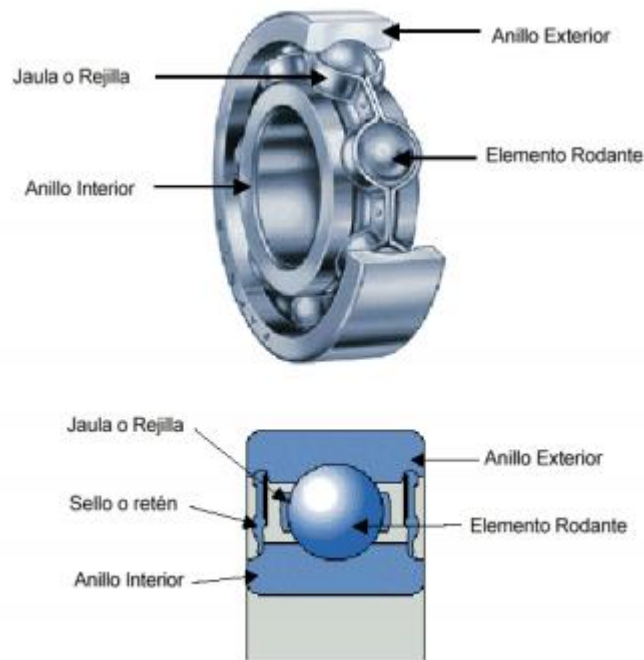


Ilustración 2 Rodamiento típico

Fuente: PIOVAN, Marcelo. UTN-FRBB Cátedra: Elementos de máquinas

3.2.2. Cojinetes de deslizamiento

Los cojinetes de deslizamiento se fundamentan en la capacidad que tienen dos superficies de contacto de deslizarse entre sí. Su principal objetivo es reducir al máximo la fricción existente entre las superficies mencionadas y esto se consigue mediante la buena selección de los materiales en contacto y un lubricante adecuado

⁴ LIAÑO, Raquel. Diseño y comportamiento de cojinetes. Proyecto fin de carrera Cantabria.: Universidad de Cantabria. 2016. 9p

para ellos⁵. Los cojinetes de deslizamiento pueden tenerse de dos formas principalmente:

- **Cojinetes hidrostáticos**

Estos son utilizados en máquinas o equipos que trabajan de forma lenta, ya que, la presión de lubricante generada es insuficiente para soportar la carga a la que son sometidos. Por ello, en este tipo de cojinetes requiere un abastecimiento de lubricante desde una fuente externa, a alta presión, por medio de bombas, por ejemplo⁶.

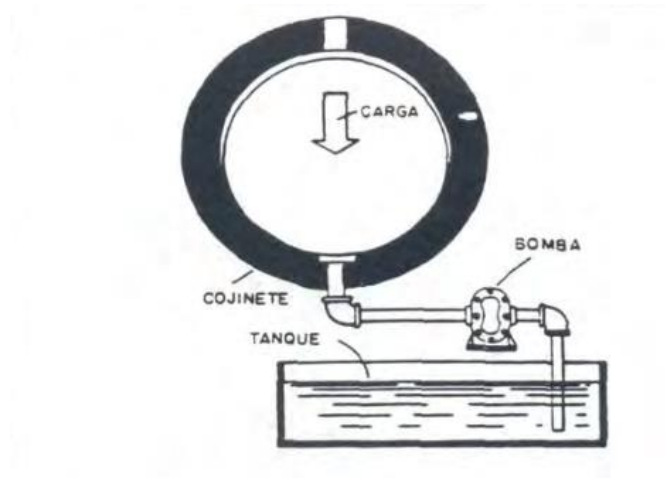


Ilustración 3 Cojinete hidrostático

Fuente: Inges Aerospace [en línea] [citado febrero 2019] <http://ingesaerospace-mechanicalengineering.blogspot.com>

- **Cojinetes hidrodinámicos**

Estos cojinetes se caracterizan porque sus superficies son concordantes y poseen una película de fluido entre ellas. Producto de la convergencia de las superficies,

⁵ Ibid., p. 22

⁶ Ibid., p. 25

movimiento relativo y viscosidad entre éstas, se produce una presión de sustentación en el eje la cual permite soportar su carga⁷.



Ilustración 4 Cojinete hidrodinámico

Fuente: PIOVAN, Marcelo. UTN-FRBB Cátedra: Elementos de máquinas

3.3 GIRO SÍNCRONO Y ASÍNCRONO⁸

Para la realización de un diagnóstico adecuado de fallas incipientes en las máquinas rotativas se debe tener en cuenta las frecuencias presentes en las señales medidas, estas contienen la información más usada para este fin. Cuando se presenta un desbalanceo, éste produce un giro del eje que es síncrono respecto a su velocidad.

El modelo de Jeffcott se encarga de estudiar los giros síncronos producidos por el desbalanceo, pero no todos los giros en el eje son síncronos, en rotodinámica se estudia lo que sucede cuando se presentan giros asíncronos, ya que estos suelen ser los más destructivos para toda clase de máquinas rotativas.

En la figura 5 se puede observar claramente la diferencia entre los dos tipos de movimiento. En el primer caso, la velocidad de giro del eje ω es la misma que presenta la sombra, Ω , en el extremo del movimiento lo que indica que el giro es síncrono. Por otra parte, en el segundo caso estas velocidades presentan un movimiento relativo por lo que se dice que el giro es de naturaleza asíncrona. Es

⁷ Ibid., p. 26

⁸ VANCE, John. Rotordynamics of Turbomachinery. Texas.: John Wiley & Sons Inc. 1998. p. 6

importante distinguir cuando se presenta cada uno de estos casos ya que, dependiendo del tipo de movimiento que se presente, se presentarán problemas diferentes y así mismo su estudio debe ser diferente.

Figura 5. Diferencia entre giro síncrono y asíncrono

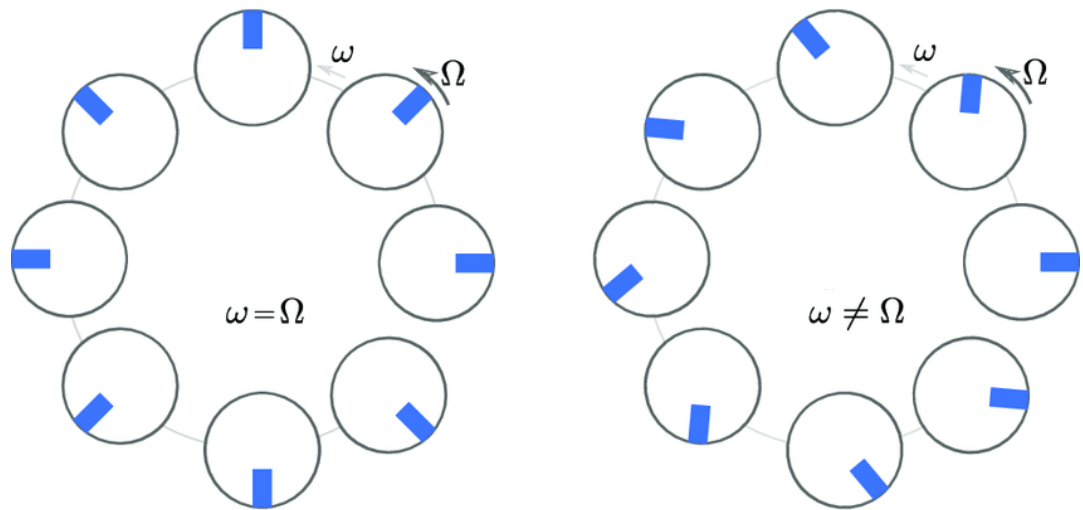


Ilustración 5 Giro síncrono (izquierda) y asíncrono (derecha)

Fuente: VERVISCH, Bram. Experimental Analysis of Rotating Damping in High Speed Machinery. Belgica.: Universidad de Gante. 2016. p. 2-6

3.4 INESTABILIDAD ROTODINÁMICA

El principal criterio al momento de diseñar maquinaria rotativa de altas velocidades es el control y disipación de las vibraciones forzadas las cuales se presentan principalmente mediante la respuesta al desbalance de masa, pero, además de estas, tenemos una condición a la que se le conoce como inestabilidad rotodinámica⁹.

La mayoría de los problemas asociados a la rotodinámica se relacionan con las turbomáquinas y se presentan en frecuencias síncronas, como es el caso del

⁹ LOPEZ, Raul. Experimentación y análisis de estabilidad dinámica en sistemas rotor-chumacera con y sin desalineamiento. Mexico D.F.: Instituto Politecnico Nacional. 2006. p. 111

desbalance, mencionado anteriormente. Por otra parte, hay problemas que no se presentan en frecuencias de vibración síncrona, esto quiere decir que se presentan problemas en frecuencias de vibración asíncronas, las cuales, usualmente, se dividen en tres categorías:

1. Frecuencias de vibración supersíncronas, por ejemplo, las producidas por desalineamientos, las cuales generalmente son dos y tres veces la velocidad de giro del eje.
2. Frecuencias de vibración supersíncronas y subsíncronas debidas a variaciones cíclicas en los parámetros, las cuales son generadas principalmente por holguras presentes entre el eje y los rodamientos.
3. Frecuencia de vibración asíncrona (usualmente subsíncrona) las cuales conllevan a la inestabilidad del rotor, generalmente cuando es alcanzada una velocidad denominada límite de velocidad de inestabilidad.

La solución a los problemas que se presentan en las primeras dos clasificaciones son relativamente sencillas. Por otra parte, los problemas presentados en la tercera clasificación son muy poco comunes e históricamente han causado fallas muy costosas en las turbomáquinas. Se hace referencia entonces a la inestabilidad rotodinámica.

La inestabilidad rotodinámica se presenta, generalmente, a muy altas velocidades. El rotor tiende a girar en su frecuencia natural la cual se ve modificada por los momentos giroscópicos. Tanto en la teoría como en la práctica se observa que la amplitud de una vibración libre unidireccional se incrementa con el tiempo si el amortiguamiento es negativo. Estudios realizados en esta área muestran que el amortiguamiento es estabilizador a menos que se vuelva negativo.¹⁰ Matemáticamente la inestabilidad rotodinámica está definida por la solución un sistema de ecuaciones diferenciales que se caracteriza por un valor propio complejo con parte real positiva.

¹⁰ VANCE. Op. cit., p. 18

La solución para el sistema de ecuaciones diferenciales homogéneas de masa – resorte – amortiguador,

$$M\ddot{z} + C\dot{z} + Kz = 0, \quad (1)$$

es,

$$z(t) = Ae^{st}, \quad (2)$$

en donde A es una constante y los valores de s que satisfacen la ecuación (1) del sistema masa – resorte- amortiguador, son los valores propios complejos conjugados¹¹. La parte real del valor propio indicara que el movimiento de rotación presentara inestabilidades y su amplitud incrementara exponencialmente con el tiempo, como se observa en la figura 6.

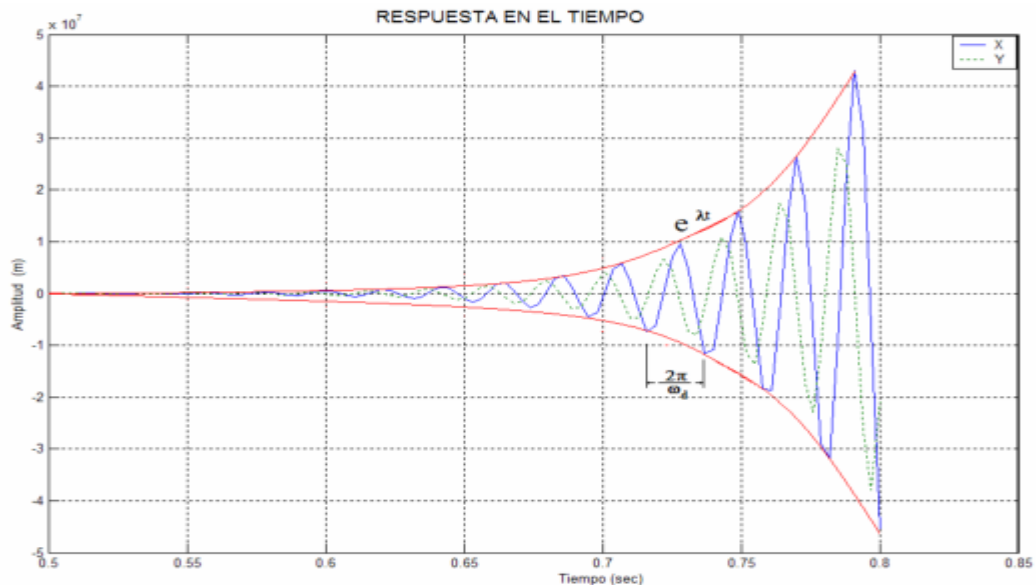


Ilustración 6 Incremento de la amplitud en el tiempo

Fuente: LOPEZ, Raul. Experimentación y análisis de estabilidad dinámica en sistemas rotor-chumacera con y sin desalineamiento. Mexico D.F.: Instituto Politecnico Nacional. 2006. p. 113

¹¹ LOPEZ. Op. cit., p.113

En el siguiente capítulo se ampliará toda la información correspondiente al manejo de los valores propios para la realización del modelo numérico.

3.5 VELOCIDADES CRÍTICAS

Al hablar de velocidades críticas es importante abordar el concepto de resonancia. La resonancia sucede cuando un estado de operación de la máquina, en este caso la velocidad de rotación es próxima a la frecuencia natural del sistema. A estas velocidades se les conoce como velocidades críticas. Al operar la máquina en estas velocidades, resultarán niveles de vibración muy altos los cuales pueden llegar a causar fallas de una alta envergadura.

Mediante el diagrama de Campbell se observa como es el comportamiento de las frecuencias naturales conforme aumenta la velocidad de giro del rotor. En el se tiene en el eje de las abscisas la velocidad de rotación en rpm y en las ordenadas el valor de la frecuencia en Hz.

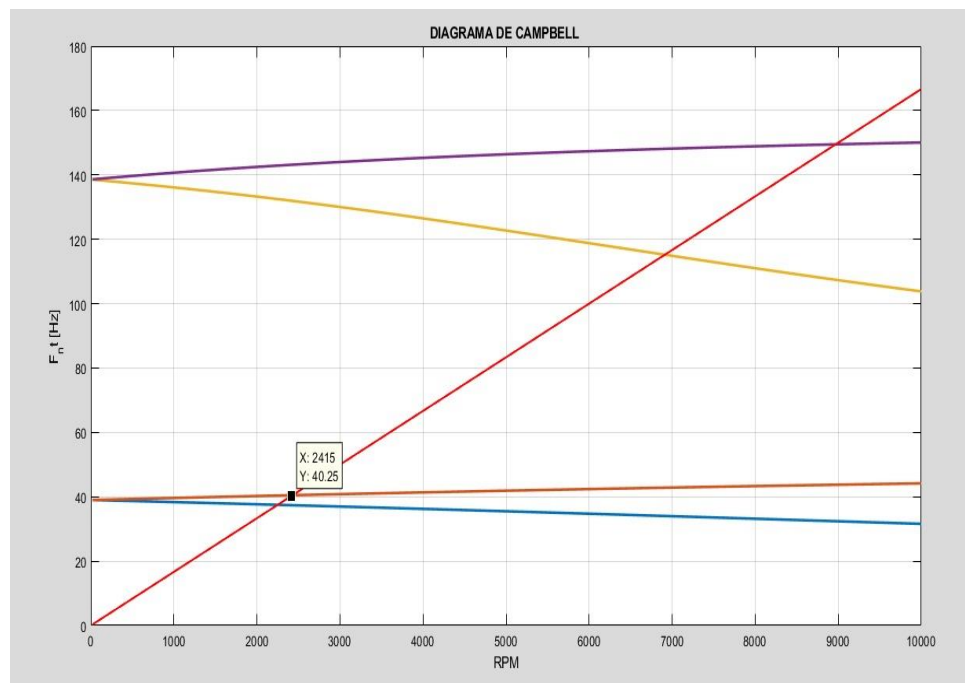


Ilustración 7 Diagrama de Campbell

Al momento de diseñar se requiere que las frecuencias de funcionamiento de los equipos rotativos sean mayores a la frecuencia natural del sistema y así disminuir la amplitud de las vibraciones.¹²

3.6 METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

El método de los elementos finitos es un método numérico que se utiliza en la resolución de problemas de carácter estático o dinámico arrojando una aproximación para sistemas continuos. Diferentes disciplinas son en las que el método de los elementos finitos puede ser aplicado en las cuales se incluyen el análisis de esfuerzos, transferencia de calor, electromagnetismo, fluidos y vibraciones. Para la aplicación del método de los elementos finitos a un sistema continuo se requiere la discretización de dicho sistema en mediante la división en un numero finito de elementos¹³. Un problema complejo se resuelve al dividir la geometría en pequeños elementos, ya que al presentarse esta subdivisión se hacen más simple su solución y esto permite a la computadora trabajar de manera más eficiente y eficaz.

Los elementos mencionados anteriormente se encuentran unidos entre sí por puntos denominados nodos. A este conjunto de nodos y elementos se le llama malla. Producto de estas subdivisiones en la geometría de la pieza de estudio, las ecuaciones matemáticas que rigen el comportamiento no serán resueltas de una manera exacta, sino de manera aproximada mediante la aplicación de un método numérico¹⁴. La exactitud está dada entonces por la cantidad de nodos que disponga

¹² Ackermann, Jean. Estudio del efecto del fluido sobre las frecuencias naturales y modos de vibración de un agitador 4pbt45 mediante simulación numérica. Perú.: Pontificia Universidad Católica del Perú. 2014. p. 28

¹³ KELLY, Graham. Mechanical Vibrations Theory and Applications. Estados Unidos de America.: Cengage Learning. 2012. p. 689
680

¹⁴MIRLISENNA, Giuseppe. Método de los elementos finitos: ¿Qué es? 2016. [en línea] [revisado febrero 2019]. Disponible en internet: <https://www.esss.co/blog/es/metodo-de-los-elementos-finitos-que-es/>

para realizar estudio, mientras mayor sea el número más aproximada es la respuesta, pero hay que tener presente que para la resolución de las ecuaciones en la computadora debe establecerse un número de nodos determinado para optimizar el tiempo de cálculos sin que la respuesta sufra muchas alteraciones.



Ilustración 8 Discretización de un sistema continuo

Fuente: GOMEZ, José [en línea] [citado febrero 2019]

<http://www.josegomez.net/2011/03/en-que-consiste-el-metodo-de-los.html>

4. MODELAMIENTO NUMÉRICO DE ROTOR TIPO JEFFCOTT

4.1 MODELAMIENTO MATEMATICO

El planteamiento matemático para el análisis dinámico del rotor flexible está basado en el modelo analítico para el estudio de la torsión en rotores flexibles, desarrollado por HELLER G. SÁNCHEZ A.¹⁵ El modelo parte de las expresiones de energías y función de disipación de Rayleigh generadas para un disco mediante el Método de los Elementos Finitos. Aplicando las ecuaciones de Lagrange se deducen las ecuaciones de movimiento del sistema

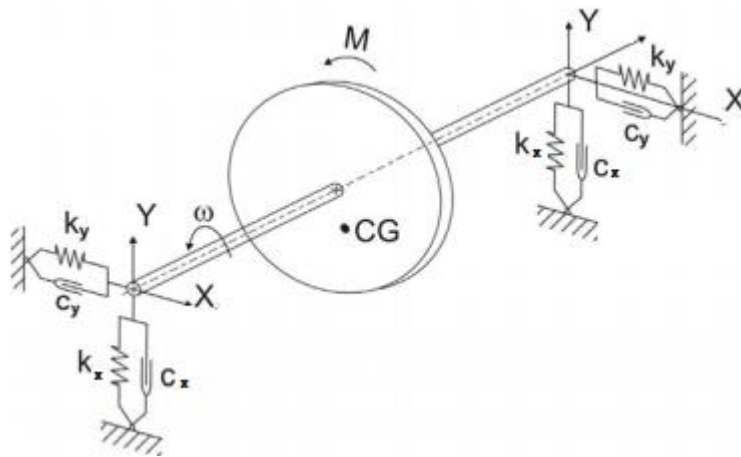


Ilustración 9 Modelo Rotor de Jeffcott

Fuente: RÉDL, Jozef. KROCKO, Vladimír. Eslovaquia. Mathematical model of Jeffcott rotor supported on slide bearings assembly: Slovak University of Agriculture in Nitra .2009. p. 86

se realiza un planteamiento del modelo del rotor de Jeffcott, para un rotor de eje uniforme y sección transversal constante, que presenta un disco en la mitad de la longitud entre sus apoyos, el cual presenta un desbalance.

¹⁵ SÁNCHEZ, Heller. "Modelo Analítico Para el estudio de la torsión en rotores Flexible", UIS Ingenierías, Volumen 9, No. 1, pags.69 - 76, junio 2010.

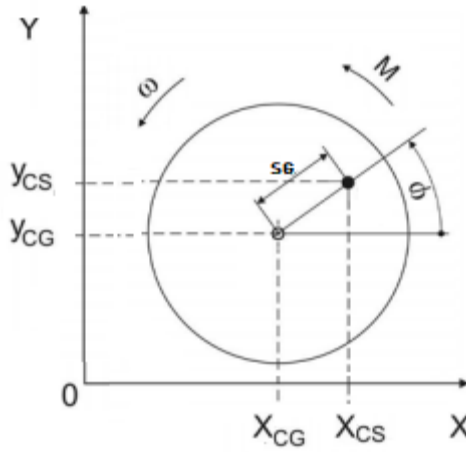


Ilustración 10 Sistema coordenado para el análisis

$$Y_m = y_{CG} + SG \sin(\theta) \quad (3)$$

$$X_m = x_{CG} + SG \cos(\theta) \quad (4)$$

la derivada de cada termino es igual a la velocidad

$$\dot{X}_m = \dot{x}_{CG} - SG \dot{\theta} \sin(\theta) \quad (5)$$

$$\dot{Y}_m = \dot{y}_{CG} + SG \cos(\theta) * \dot{\theta} \quad (6)$$

Y las relaciones para la segunda derivada de las ecuaciones (3) y (4)

$$\ddot{X}_m = \ddot{x}_{CG} - SG \ddot{\theta} \cos(\theta) - SG \dot{\theta}^2 \sin(\theta) \quad (7)$$

$$\ddot{Y}_m = \ddot{y}_{CG} - SG \ddot{\theta} \sin(\theta) + SG \dot{\theta}^2 \cos(\theta) \quad (8)$$

Se plantea la energía del disco en base a las coordenadas generalizadas. Para obtener la energía cinética del elemento, se procede a integrar la longitud del elemento por medio de las funciones de interpolación en la ecuación ya planteada en la cual [H] dará lugar a la matriz giroscópica.

$$T_{Disco} = \frac{1}{2}\{q\}^T[M]^d\{q\} + \frac{1}{2}I_p\theta^2 - \theta\{q\}^T[H]^d\{q\} + \theta\{q\}^T\{V\}^d \quad (9)$$

$$T_{elemento} = \frac{1}{2}\{q\}^T[M]\{q\} + \frac{1}{2}I_p\dot{\theta}^2 - \dot{\theta}\{q\}^T[H]\{q\} + \dot{\theta}\{q\}^T\{V\} \quad (10)$$

Donde:

$\{q\}$ = coordenadas Gerneralizadas

$[M]$ = matriz de inercia

$\{V\}$ = vector de descentramientos

donde $[K]$ representa la rigidez debida al momento flector, más el esfuerzo cortante, y $[A]$ la asociada a la carga axial.¹⁶

$$U_R + U_T + U_A = \frac{1}{2}\{q\}^T[[K]] + [A]\{q\} \quad (11)$$

A través de la dispersión de Raleigh se obtiene las expresiones de amortiguamiento tanto interno como externo del elemento. Al aplicar las ecuaciones de Lagrange se deriva las expresiones de energía y de la función de dispersión de Raleigh con respecto a θ .

Se encuentra un sistema de ecuaciones para un rotor de sección circular, la cual se puede escribir de forma reducida de la siguiente manera

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [G]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = Fi \quad (12)$$

La ecuación 12 será la base para el planteamiento del modelo numérico de estudios de inestabilidades en rotores flexibles.

¹⁶ H. Sánchez and J. Pintor, "Modelo para la Simulación del Comportamiento Dinámico de Rotores Flexibles con Apoyos no Lineales Situados Sobre una Estructura No Rígida", Anales de la Ingeniería Mecánica, XVI Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, León, Vol. 4, diciembre de 2004, pp. 2547 – 2553

4.2. PLANTEAMIENTO NUMÉRICO DEL ROTOR TIPO JEFFCOTT BASADO EN EL MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

El planteamiento numérico del modelo pretende de manera ordenada discretizar el sistema en elementos de los cuales este se compone, para analizarlo de una manera más sencilla. Dicho modelo tiene como objetivo representar de manera gráfica las velocidades críticas mediante el diagrama de Campbell y, a su vez, obtener el diagrama de estabilidad.

Al discretizar el sistema, este es representado por la suma de sus elementos, cada elemento contiene las características físicas del sistema, con el fin de lograr una representación aproximada de los fenómenos que se presentan.

Para realizar una sumatoria de matrices de grandes proporciones se utiliza el software MATLAB, ya que, al tener una interfaz gráfica sencilla y estética, facilita el manejo e introducción de los datos. La facilidad de plantear un modelo y de modificar la magnitud de las variables será de utilidad para validar resultados del modelo numérico con rotores de diferentes características (diámetro, longitud, diámetro del disco...etc.).

La exactitud del modelo numérico está determinada principalmente por el número de elementos en el cual se divide el sistema, siendo pocos elementos un sistema poco realista, y demasiados elementos, un modelo de demasiado desgaste. La optimización del número de elementos es de gran importancia al momento de selección, buscando el resultado más aproximado con mínimo consumo de recursos informáticos.

4.2.1 SECUENCIA DE RESOLUCION DEL MODELO NUMERICO

Para la solución del sistema con las variables conocidas se realiza el planteamiento de las matrices de los elementos basado en la teoría de viga de Timoshenko¹⁷. De manera siguiente se introducen los valores geométricos de los rotores, así como el número de elementos finitos con el cual se desea trabajar.

Se plantea un sistema de matrices globales en los cuales se desea ensamblar la representación de cada elemento, para de esta manera, tomar todo el sistema. Las matrices globales están dadas por la ecuación 12, ecuación general de movimiento del sistema, por lo cual, habrá una matriz global por cada propiedad, es decir, rigidez, masa, amortiguamiento y una matriz para considerar el efecto giroscópico. El paso siguiente, es el ingreso de los valores constantes tales como propiedades geométricas y físicas del rotor.

En el ensamble matricial es prioritario ubicar de manera correcta cada componente dentro del sistema de matrices globales, tal como, las posiciones de los soportes o el disco.

Con la creación de las matrices globales, se procede a llenar la matriz de estado de la cual se solucionará el problema de valores y vectores propios, con los cuales es posible determinar las frecuencias naturales y las velocidades críticas. Con la obtención de dichos valores se procede a realizar el diagrama de Campbell y el diagrama de estabilidad.

4.2.2. ELABORACION DE LA MATRICES

La elaboración de las matrices globales se basa principalmente en la efectividad del ensamble. La dimensión de la matriz global está dada por los grados de libertad y el número de elementos, los cuales sus propiedades son representadas de la siguiente manera.

¹⁷ GENTA, Giancarlo. Dynamics of rotating systems. 1 ed. New York: Springer, 2005. p. 100-189.

$$M_{elemento} = \frac{ml}{420} * \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22l & 54 & 0 & 0 & 13l \\ 0 & 156 & 22l & 0 & 0 & 54 & -13l & 0 \\ 0 & 22l & 4l^2 & 0 & 0 & 13l & -3l^2 & 0 \\ -22l & 0 & 0 & 4l^2 & -13l & 0 & 0 & -3l^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13l & 156 & 0 & 0 & 22l \\ 0 & 54 & 13l & 0 & 0 & 156 & -22l & 0 \\ 0 & -13l & -3l^2 & 0 & 0 & -22l & 4l^2 & 0 \\ 13l & 0 & 0 & -3l^2 & 22l & 0 & 0 & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Donde m es la masa del elemento, L su longitud

$$K_{elemento} = \frac{EI}{L^3} * \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22l & 54 & 0 & 0 & 13l \\ 0 & 156 & 22l & 0 & 0 & 54 & -13l & 0 \\ 0 & 22l & 4l^2 & 0 & 0 & 13l & -3l^2 & 0 \\ -22l & 0 & 0 & 4l^2 & -13l & 0 & 0 & -3l^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13l & 156 & 0 & 0 & 22l \\ 0 & 54 & 13l & 0 & 0 & 156 & -22l & 0 \\ 0 & -13l & -3l^2 & 0 & 0 & -22l & 4l^2 & 0 \\ 13l & 0 & 0 & -3l^2 & 22l & 0 & 0 & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Basados en la teoría de Viga de Timoshenko se obtiene las ecuaciones 13 y 14, donde E es el módulo de elasticidad del rotor, I la inercia y L la longitud, para un sistema de 4 grados de libertad por nodo, Estas representan la matriz de masa y rigidez. Para representar el amortiguamiento en el sistema se opta por la matriz de amortiguamiento de Rayleigh, las cuales son proporcionales a las matrices de masa y rigidez del sistema¹⁸.

$$C = \alpha * [M] + \beta * [K] \quad (15)$$

Donde los valores de las constantes α y β son tomados por las recomendaciones basadas en la evaluación experimental.

¹⁸ R, Saldaña, Determinación de coeficientes de amortiguación y rigidez de un descanso hidrodinámico. Santiago de Chile, Universidad de Chile, 2013.

$$\alpha = 2,68 \times 10^{-4}$$

$$\beta = 3 \times 10^{-9}$$

Las propiedades de cada elemento están representadas por estas matrices, para poder ser ensambladas en una matriz global, compuesta inicialmente de ceros.

El número de nodos del sistema está definido por el número de particiones o elementos con los cuales se desean realizar los cálculos del mallado. Siendo el número de nodos, el mismo número de elementos más uno.



Ilustración 11 Eje discretizado

4.3 ENSAMBLE MATRICIAL

El ensamble matricial es realizado al insertar las matrices que representan cada elemento en la matriz global. La dimensión de la matriz global está determinada por el número de grados de libertad del sistema y el número de elementos, en el cual se desea subdividir el sistema.



Ilustración 13 Elemento discretizado en el sistema

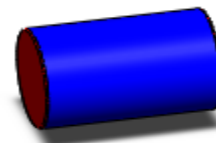


Ilustración 12 Elemento individual del sistema

Cada elemento contendrá dos nodos, el nodo del elemento anterior y del elemento siguiente. Como se observa en la ilustración 13, el elemento denominado n poseerá los nodos del nodo n-1 y el nodo n+1, en sus fronteras.

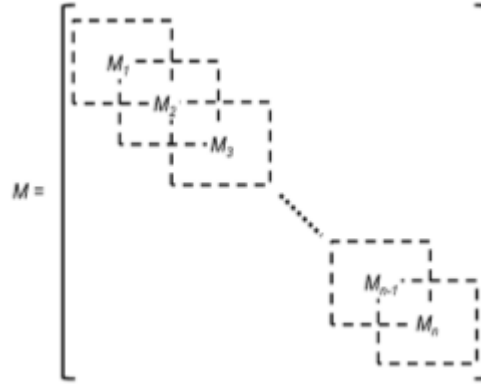


Ilustración 14 Intersección matricial de cada matriz M

Fuente: YOON, Se Young, ZONGLI, Lin, y ALLAIRE Paul. Control of Surge in Centrifugal Compressors by Active Magnetic Bearings. En: Springer. 2013. p. 55

4.3.1 ENSAMBLE DEL DISCO

La ubicación del disco dentro de las matrices globales del sistema se realizará por medio de la selección del nodo más apropiado para la longitud en la cual se encuentra el disco, para de esta manera incorporar el disco y sus propiedades. El número de grados de libertad del nodo determina las dimensiones de la matriz, de tal modo la matriz será 4x4.

$$M_{Disco} = \begin{bmatrix} ms_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ms_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & In_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & In_d \end{bmatrix} \quad (16)$$

Donde ms_d y In_d , son la masa e inercia del disco respectivamente.

4.3.2 ENSAMBLE DE LOS SOPORTES

Las propiedades de los soportes son ingresadas al sistema, al igual que el disco, por medio del ensamble a las matrices globales, cuya dimensión está determinada por los grados de libertad del sistema. La matriz está compuesta de cuatro valores diferentes de cero, donde cada valor representa la propiedad de rigidez o amortiguamiento en un grado de libertad específico.

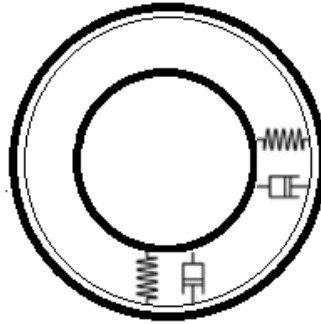


Ilustración 15 Soporte representación simple

De esta manera las matrices de los apoyo o soporte son las siguientes¹⁹:

$$K_{xx} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & 0 & 0 \\ K_{yx} & K_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$C_{xx} = \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} & 0 & 0 \\ C_{yx} & C_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

¹⁹ Ibid., p. 56

De esta manera se representa numéricamente las propiedades físicas de los soportes para el sistema.

Tabla 1 Valores de Coeficientes en los apoyos

Valor coeficientes de los soportes			
Rigidez		Amortiguamiento	
Kxx	7050100	Cxx	851619
Kxy	-6,76E+10	Cxy	203190
Kyx	6,83E+10	Cyx	598190
Kyy	6479790	Cyy	854142

4.4. MATRIZ DE ESTADO

Para el cálculo de la matriz de estado se parte de la ecuación generalizada del movimiento (Ecuación 12). Se toma el sistema como vibración libre y multiplicando la ecuación generalizada de movimiento por el inverso de la masa $[M]^{-1}$.

$$\ddot{q} + [M]^{-1}[C]\dot{q} + [M]^{-1}[K]q = 0 \quad (19)$$

Para facilitar el entendimiento del proceso matemático se reemplazan las variables de la siguiente manera:

$$y_1 = q \quad (20)$$

$$y_2 = \dot{q} \quad (21)$$

El vector conformado por las variables y_1 y y_2 se denomina vector de estado.

$$\dot{y} = \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n \\ \dot{n} \end{bmatrix} = Ay \quad (22)$$

Donde I , es la matriz identidad, 0 es una matriz de ceros y A es la denominada matriz de estado. Y cuya solución es:

$$y = ze^{st} \quad (23)$$

$$Az = \lambda z \quad (24)$$

Debido a que A es la matriz de estado del sistema, se presenta el problema de valores y vectores propios. El diagrama de Campbell es posible gracias a diagonal de la matriz de los valores propios, los cuales representan las frecuencias naturales de sistema.²⁰

4.5 CONVERGENCIA DE MALLA

En una simulación realizada por el método elementos finitos, la malla es uno de los principales criterios a tener en cuenta. Con un mayor número de elementos, los resultados pueden acercarse más al valor real, sin embargo, el tiempo de cálculo se hace más largo, lo cual significa un mayor desgaste de recursos informáticos.

Para el presente modelo se realiza la convergencia de manera manual, donde se calcula el número de elementos óptimo para obtener resultados exactos y ahorrar recursos computacionales.

Para realizar el estudio de convergencia de malla se debe:

²⁰ INMAN, Daniel. Engineering vibration. 3 ed. New Jersey: Prentice Hall, 2007. p. 359-364

- Crear una malla con el menor número razonable de elementos que pueda resolver el problema.
- Aumentar el número de elementos de la malla y comparar resultados obtenidos previamente.
- Seguir aumentando los valores hasta conseguir la convergencia de valores para diferentes números de elementos, para así, elegir el menor número posible con la mayor exactitud en el valor.

- **Configuración 2**

Longitud del eje: 0.85 [m]

Diámetro del eje: 13 [mm]

Posición del disco: 0.475 [m]

En la Tabla 2 se observar los valores de las velocidades críticas obtenidos con variación del número de elementos con que se realiza la simulación.

Tabla 2 Variación de las velocidades críticas a partir del número de nodos.

NUMERO DE NODOS	VELOCIDAD CRITICA [Hz]				TIEMPO [s]
	1	2	3	4	
10	28,62	26,62	75,18	75,18	2,5
20	25,28	26,95	68,53	68,53	7,58
40	28,61	33,6	68,53	68,53	19,28
50	26,95	28,61	68,53	68,53	42,68
100	26,95	28,61	68,53	68,53	255
120	26,95	28,61	68,53	68,53	467

Como se puede observar en las ilustraciones 16 y 17, para los valores entre 40 y 60 elementos, los valores se mantienen constantes con variaciones muy pequeñas hasta el último valor de elementos, el cual es 120 elementos.

Ilustración 16 Grafica de Variación de la frecuencia de las velocidades criticas vs número de elementos

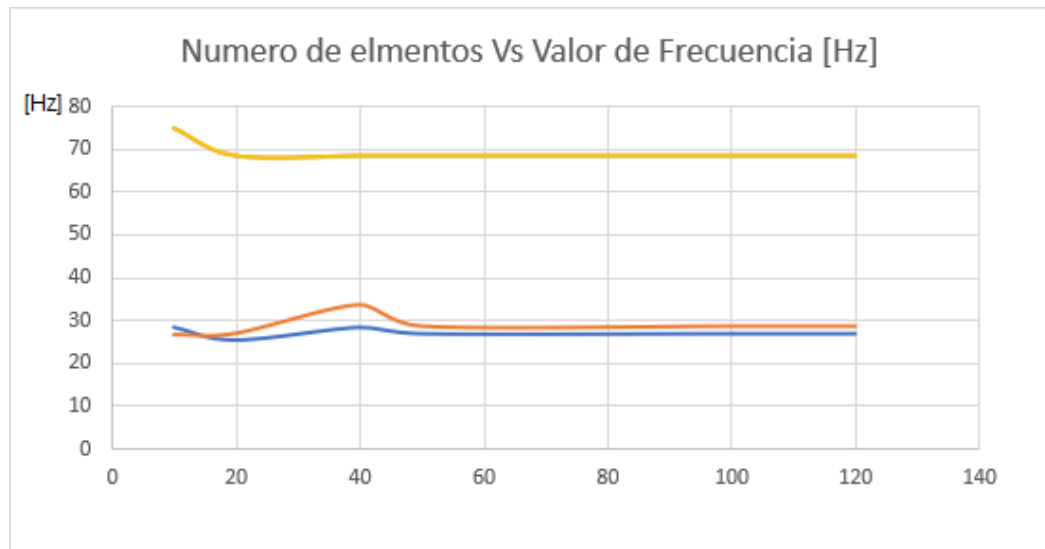
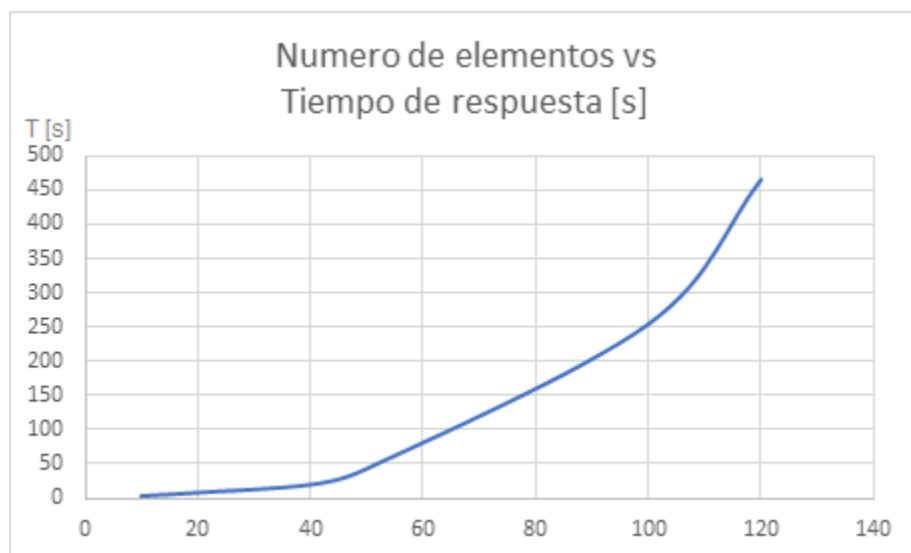


Ilustración 17 Grafica Número de Elementos Vs Tiempo de respuesta



El valor seleccionado es el número 50 ya que como se ve en la ilustración 17, para los valores de velocidad crítica número uno, antes de los 46 aproximadamente se aprecia ciertas variaciones en los valores.

5. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL DEL MODELO

La validación del modelo se realiza mediante la contrastación entre los datos obtenidos en la simulación y los brindados por el banco de rotodinámica disponible en el laboratorio de vibraciones mecánicas (ANEXO E)

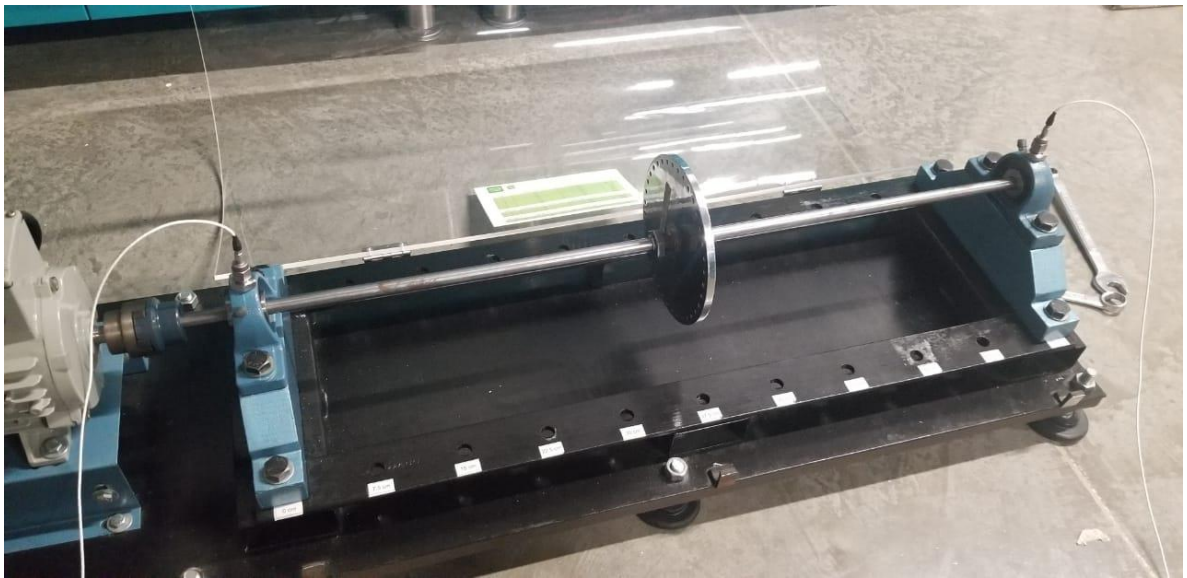


Ilustración 18 Banco de pruebas

Se realizaron diferentes pruebas donde cada una cuenta con una configuración diferente variando sus propiedades geométricas tales como diámetros y longitudes. La adquisición de los datos obtenidos se realiza mediante el equipo OR35 y dos acelerómetros (ANEXO D). La velocidad del motor se varía desde 0 a 3450 rpm en forma constante. Se asigna una rampa de aceleración en la que por cada segundo se aumenta un Hz la frecuencia de rotación. El tiempo de aceleración es de 57 segundos para que recorra las velocidades desde 0 a 3450 rpm.

Los datos son procesados mediante el software NVGate. Esta herramienta se encarga de tomar los datos de los acelerómetros ubicados en los soportes del banco de pruebas y exportarlos como vectores a MATLAB para su posterior tratamiento

(ANEXO C). De este análisis de datos se obtiene un diagrama de cascada en el cual se observan las amplitudes de vibración producto de los desbalances inducidos en el banco de pruebas. Se analiza el diagrama cascada desde una vista superior con lo cual se obtienen los valores de las velocidades críticas del rotor. Posteriormente se realiza una comparación con los resultados obtenidos mediante el modelo numérico planteado. Las pruebas se realizan para un eje de media pulgada y un cuarto de pulgada.

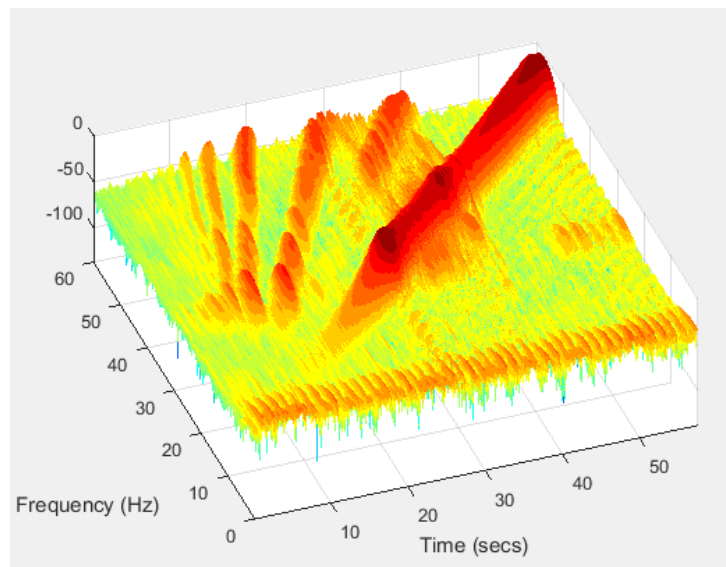


Ilustración 19 Diagrama cascada, sus ejes son frecuencia, tiempo y amplitud. Tomado de las pruebas elaboradas en laboratorio de vibraciones mecánicas UIS, configuración 5

5.1 ANÁLISIS DE LA CONFIGURACION DE LOS ROTORES

A continuación, se establecen las configuraciones pertinentes para la realización de las diferentes pruebas. Se presenta también las gráficas correspondientes y su respectivo análisis.

5.1.1 Configuración 1

Diametro eje = $\frac{1}{2}$ pulgadas

Longitud eje = 70 cm

Espesor disco = 6 mm

Diámetro disco = 16 cm

Tabla 3 Configuración 1 del sistema de resultados

CONFIGURACION 1					
Velocidad critica [Hz]	Pruebas			simulación [Hz]	% Error
	1	2	Promedio		
1	40,19	40,38	40,285	39,33	2,4281719
2	41,73	42,51	42,12	40,33	4,4383833

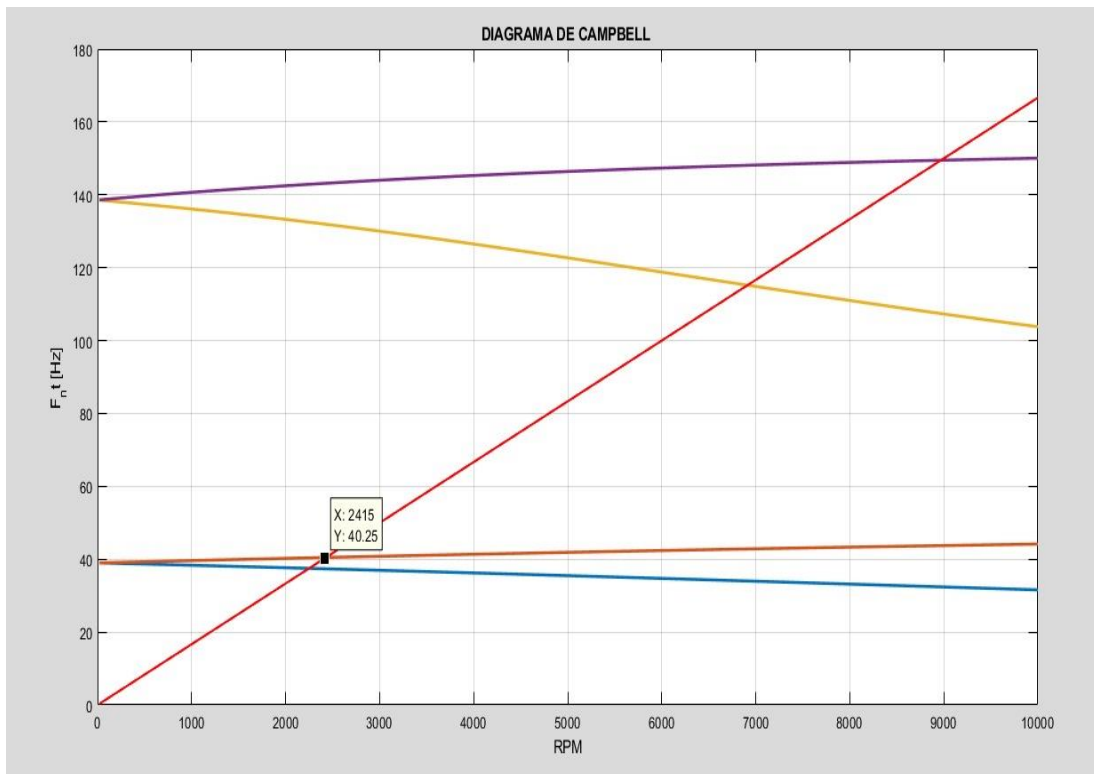


Ilustración 20 diagrama de Campbell simulación configuración 1

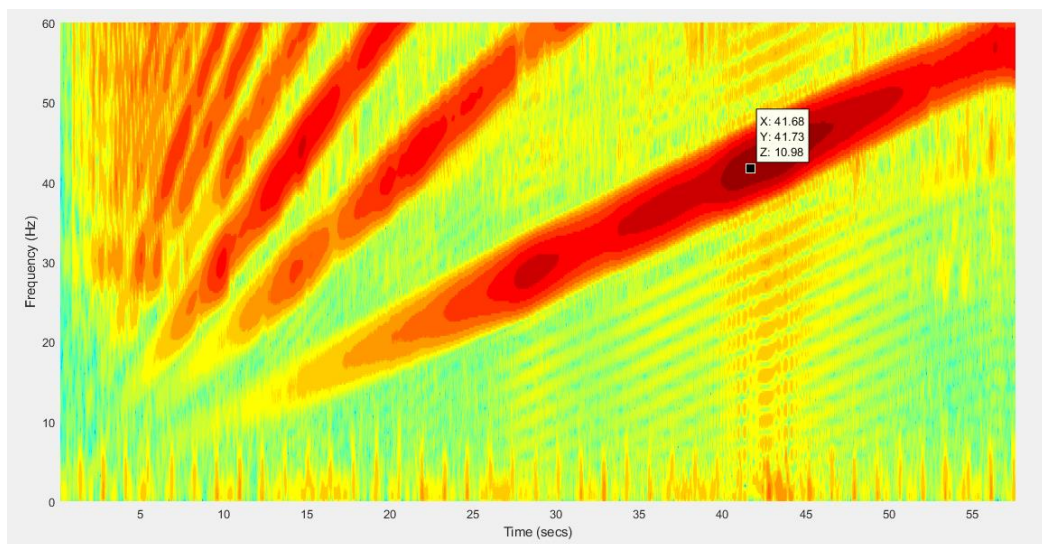


Ilustración 21 Diagrama de Campbell experimental configuración 1

Las imágenes de las pruebas 2 y 3 para la anterior configuración se adjuntan en el anexo A.

Mediante el análisis del diagrama de cascada obtenido de los datos experimentales se observa la frecuencia de rotación en la que el rotor entra en resonancia. En estas frecuencias la amplitud de las vibraciones se incrementa bruscamente. Mediante el uso del modelo implementado, se obtiene un diagrama de Campbell para la determinación de las velocidades críticas. Se realiza la comparación con los datos experimentales. En la tabla 3, se observa que las velocidades críticas calculadas y las presentadas en las pruebas son cercanas. El porcentaje de error es relativamente pequeño.

5.1.2 Configuración 2

Longitud eje = 85 cm

Diametro eje = $\frac{1}{2}$ Pulgadas

Espesor disco = 6 mm

Diámetro disco = 16 cm

Tabla 4 Configuración 2 del sistema y resultados

CONFIGURACION 2					
Velocidad critica	Pruebas			simulación [Hz]	% Error
	4	5	Promedio		
1 [Hz]	26,67	27,29	27,575	24,16	12,38441
2 [Hz]	30,48	31,35	30,915	26,95	12,82549

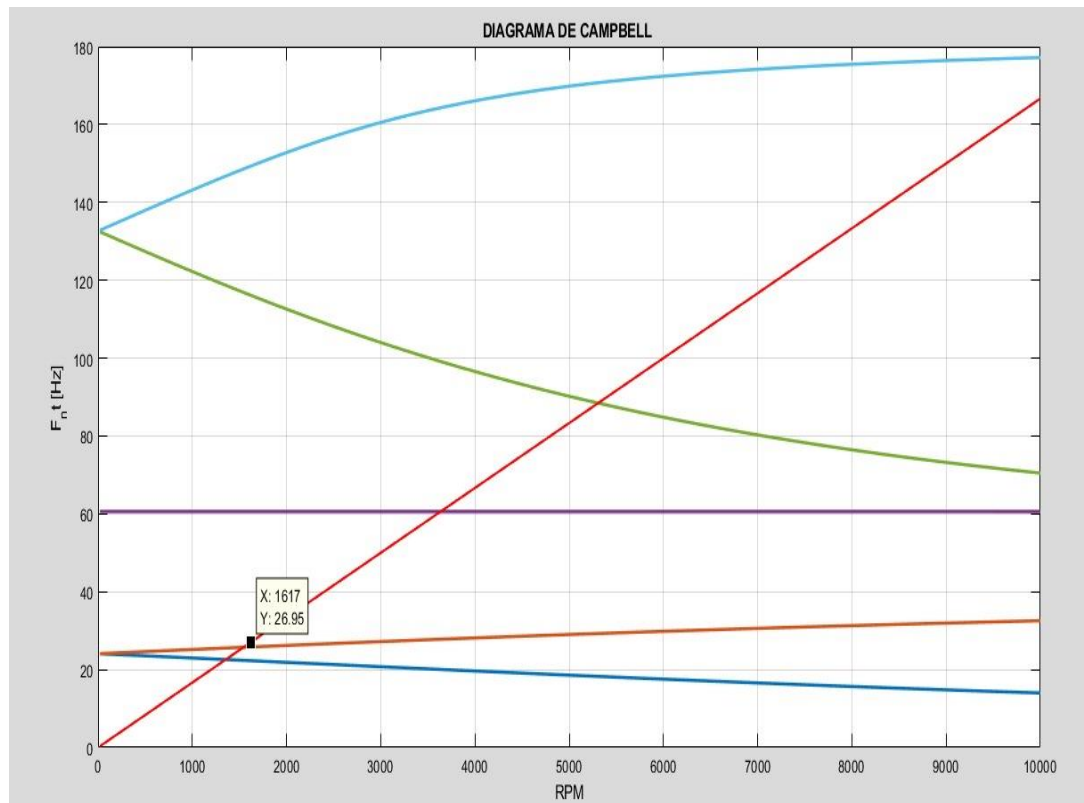


Ilustración 22 Diagrama de Campbell simulación configuración 2

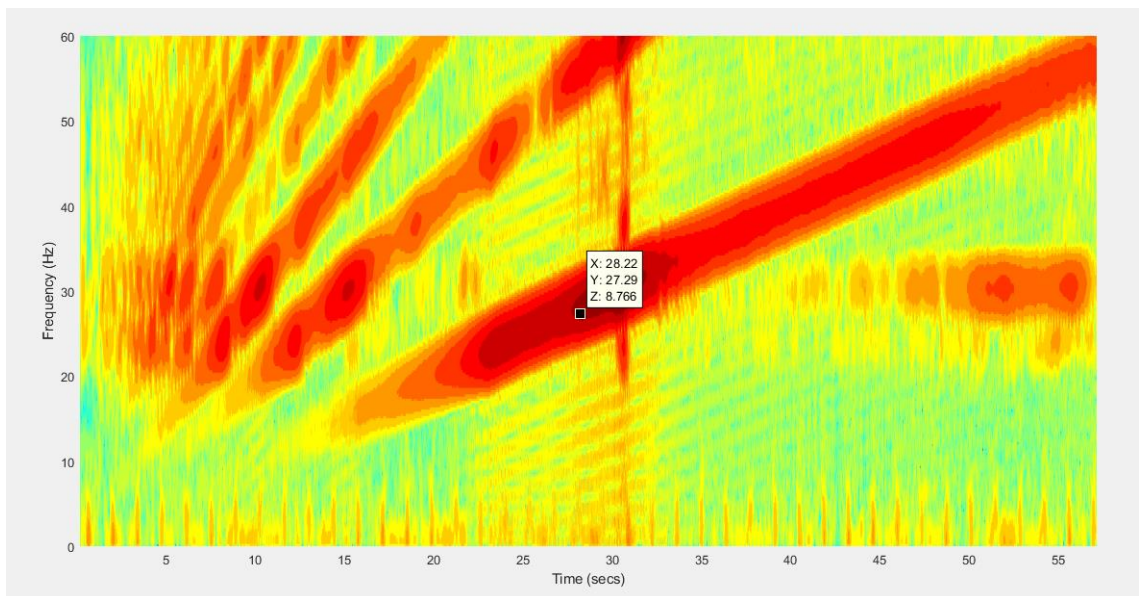


Ilustración 23 Diagrama de Campbell y casca prueba 4

Las gráficas de las pruebas adicionales a esta configuración están presentes en el Anexo [A].

Con esta configuración, como con la anterior, se evidencian unas fuertes vibraciones en un intervalo definido. Los resultados de las simulaciones son muy cercanos a las pruebas experimentales ejecutadas. Empieza a marcarse una leve tendencia en la línea de dos veces las RPM del rotor. Esto implica una cierta excitación, en este caso pequeña, del rotor por algún desalineamiento o pandeo parcial del eje.

5.1.3 Configuración 3

Longitud eje = 85 cm

Diametro eje = $\frac{1}{2}$ pulgada

Espesor disco = 6 mm

Diámetro disco = 12 cm

Tabla 5 Configuración 3 del sistema y resultados

CONFIGURACION 3					
Velocidad critica	Pruebas			simulación [Hz]	% Error
	6	7	Promedio		
1 [Hz]	25,75	24,48	25,115	26,7	5,9363296
2 [Hz]	28,3	27,68	27,99	29,8	6,0738255

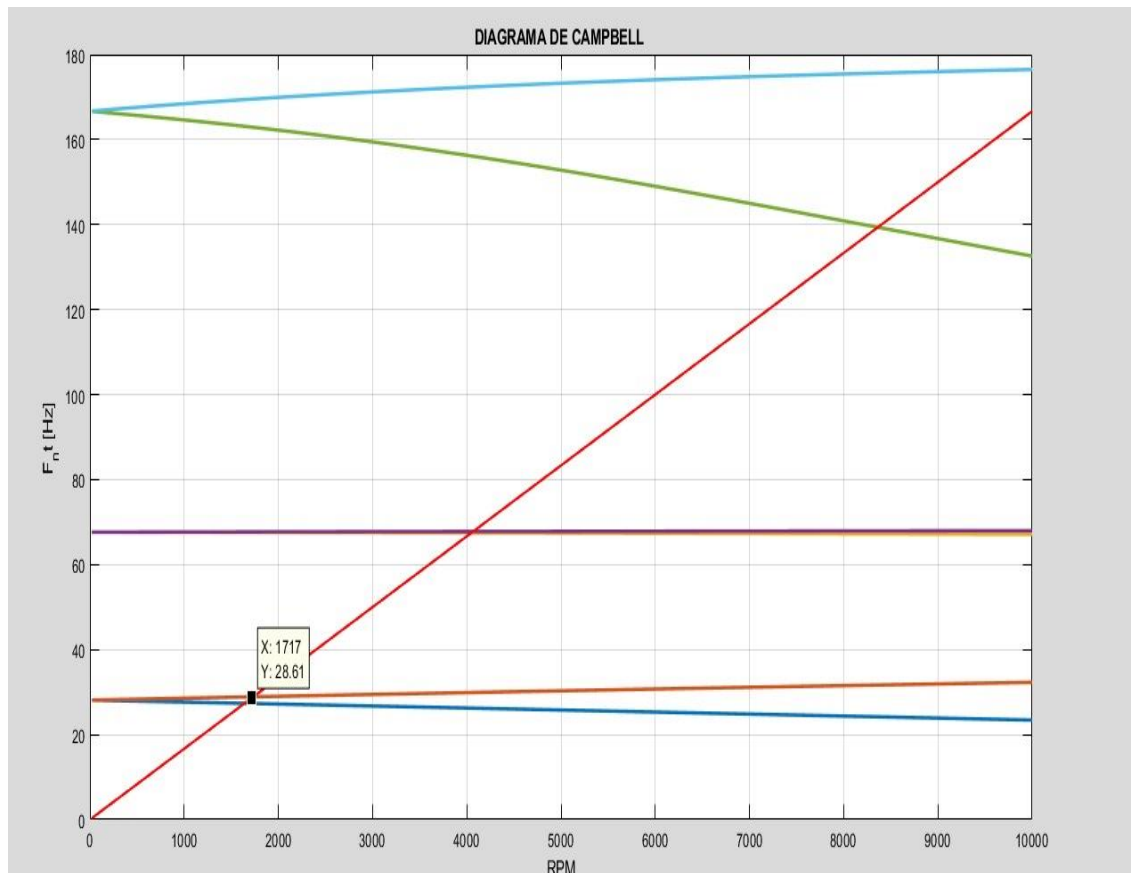


Ilustración 24 Diagrama de Campbell simulación configuración 3

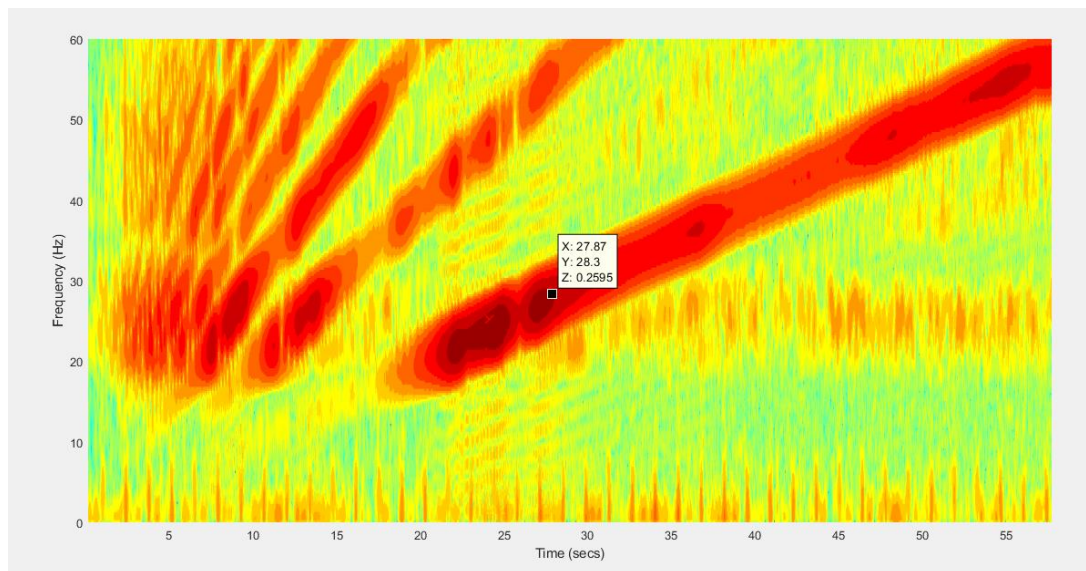


Ilustración 25 Diagramas del Campbell y Cascada prueba 6 configuración 3

Las imágenes de la prueba 7 para la anterior configuración se adjuntan en el anexo A.

Se observa que la frecuencia natural y las velocidades críticas cambian con respecto a la configuración anterior. Las frecuencias naturales se ven reducidas. La masa del sistema se disminuyó al reducir el tamaño del disco. El material de los discos es el mismo, así como su espesor. Además de las amplitudes presentadas por la excitación por desbalance se presentan amplitudes en el segundo armónico, tal como en la configuración anterior. Los porcentajes de error entre los datos presentados en la tabla 3 siguen manteniendo un lineamiento parecido a las configuraciones anteriores.

5.1.4 Configuración 4

$$Diametro = \frac{1}{2} Pulgadas$$

$$Longitud eje = 70 cm$$

$$Espesor disco = 6 mm$$

$$Diámetro disco = 12 cm$$

Tabla 6 Configuración 4 del sistema y resultados

CONFIGURACION 4					
Velocidad critica	Pruebas			simulación [Hz]	% Error
	8	9	Promedio		
1 [Hz]	34,56	30,86	32,71	34,7	5,7348703
2 [Hz]	37,96	36,34	37,15	38,59	3,7315367

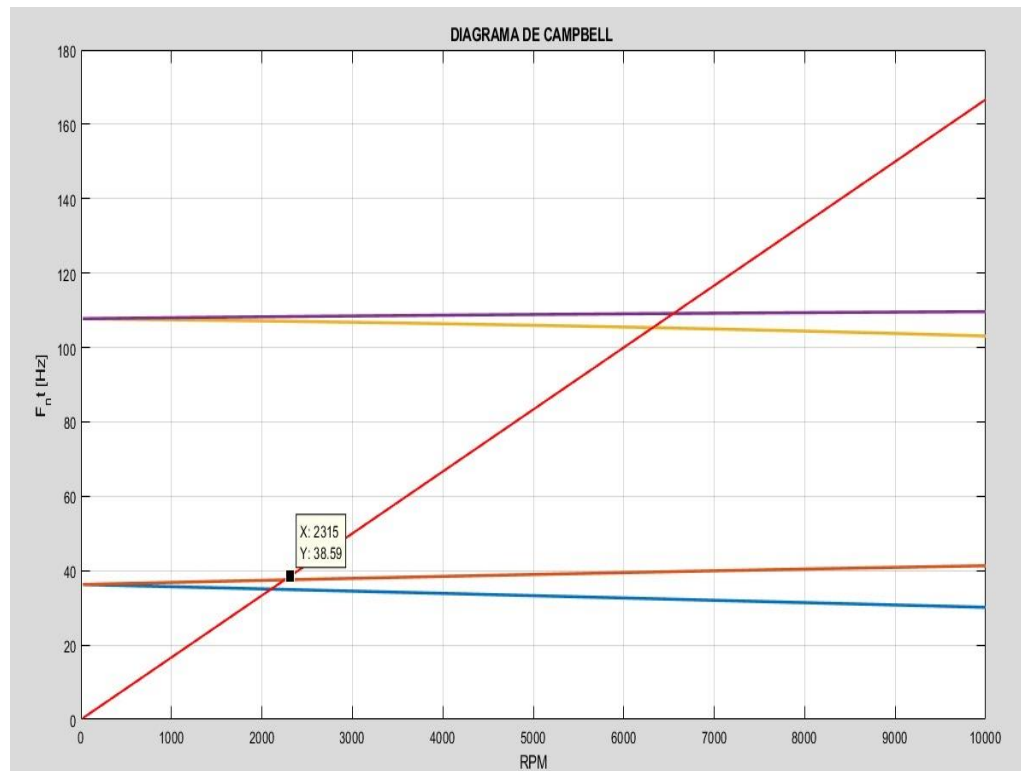


Ilustración 26 Diagrama de Campbell simulación configuración 4

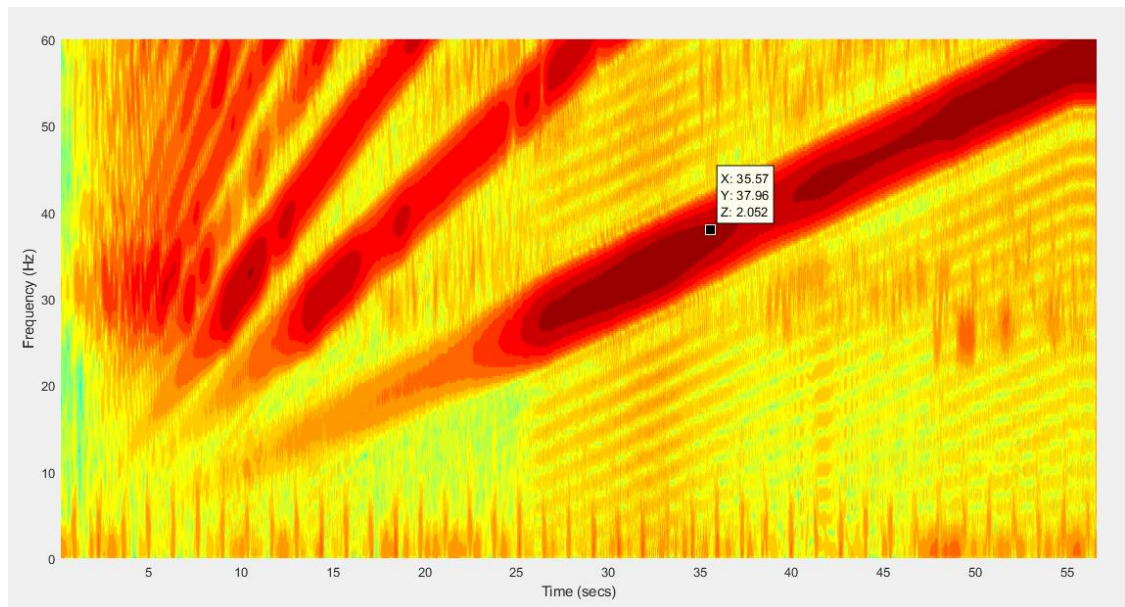


Ilustración 27 Diagrama de Campbell prueba 6 configuración 4

Las imágenes de la prueba 9 para la anterior configuración se adjuntan en el anexo A.

Las ultima pruebas con el eje de media pulgada arrojan resultados interesantes para la discusión. La realización de varias pruebas con los ejes hace que estos se pandeen producto del desbalance aplicado. El pandeo se hace cada vez más evidente en la línea de 2 veces las revoluciones del motor, aumentando también si severidad. El porcentaje de error entre los datos experimentales y los obtenidos del modelo numérico se mantienen estables con respecto a los anteriores.

6. ANILISIS DE ESTABILIDAD

Como se introdujo anteriormente (ver capítulo 3), la inestabilidad se define matemáticamente mediante la solución de un sistema de ecuaciones diferenciales caracterizadas por un valor propio complejo con parte real positiva.

De la solución de la ecuación homogénea (24) planteada en (25) para un sistema rotodinámico, se derivan sus valores propios. Estos a su vez son las raíces del polinomio característico y tienen la forma. Donde s está presente en la ecuación (23).

$$s = \lambda + i\omega_n \quad (24)$$

para

$$i^2 = -1 \quad (25)$$

en donde λ representa el exponente de amortiguamiento y ω_n la frecuencia natural amortiguada. Cuando el exponente de amortiguamiento toma valores positivos se provocan vibraciones violentas y en ese momento es que se dice que hay una inestabilidad rotodinámica. Cuando λ es igual a 0 es el límite de estabilidad del sistema estudiado.

La parte imaginaria ω_n definida como la frecuencia natural amortiguada del sistema, fue la estudiada en el capítulo anterior. Cuando la velocidad de rotación iguala estas frecuencias se dice que hay una velocidad crítica.

Utilizando el modelo planteado se da solución a al problema de valores propios para diferentes casos propuestos en el capítulo 5 como configuración 1, 2, 3 ,4 para un eje de media pulgada

6.1 Estabilidad configuración 1

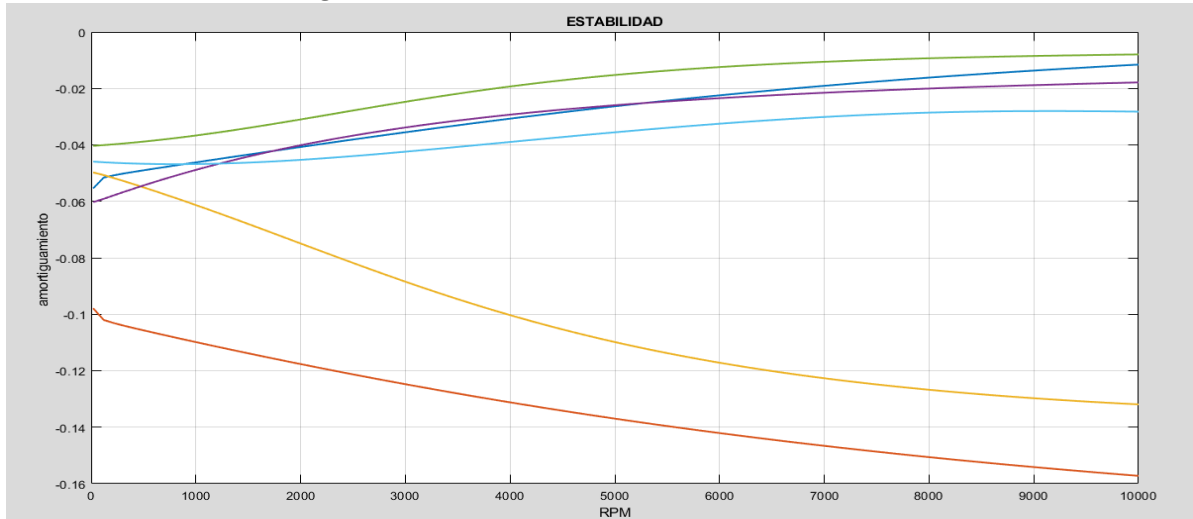


Ilustración 28 Diagrama de estabilidad para la primera configuración

Los valores de amortiguamiento se encuentran debajo de 0, lo cual indica, que los valores de amortiguamiento se encuentran dentro del límite de inestabilidad ya mencionado anteriormente.

Se observa que la mayoría de los modos tienden a un valor constante con el aumento de las revoluciones, para valores superiores a 10000 RPM, con lo que indica una estabilización de los valores de los modos, a grandes velocidades.

6.2 Estabilidad configuración 2

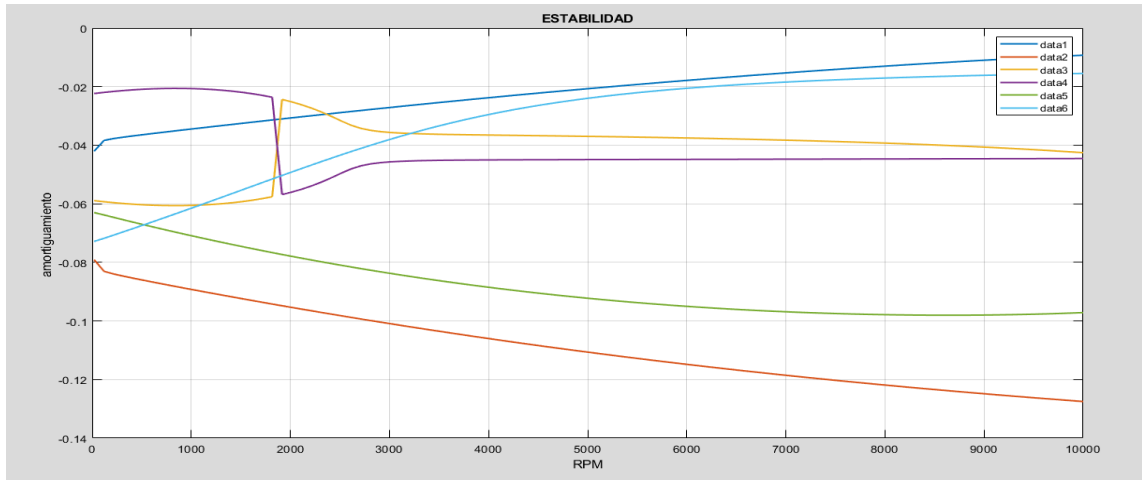


Ilustración 29 Diagrama estabilidad configuración 2

Los valores de amortiguamiento para los primeros modos tienen una trayectoria continua, hasta llegar al valor aproximado de 1872 RPM donde el modo 3 y 4 invierten su trayectoria, y su comportamiento es del modo contrario. En un rango de 0 a 10000 no presenta ninguna inestabilidad.

Los modos 5 y 6 de igual manera también presentan intersección, pero no presentan cambio de trayectoria.

6.3 Estabilidad configuración 3

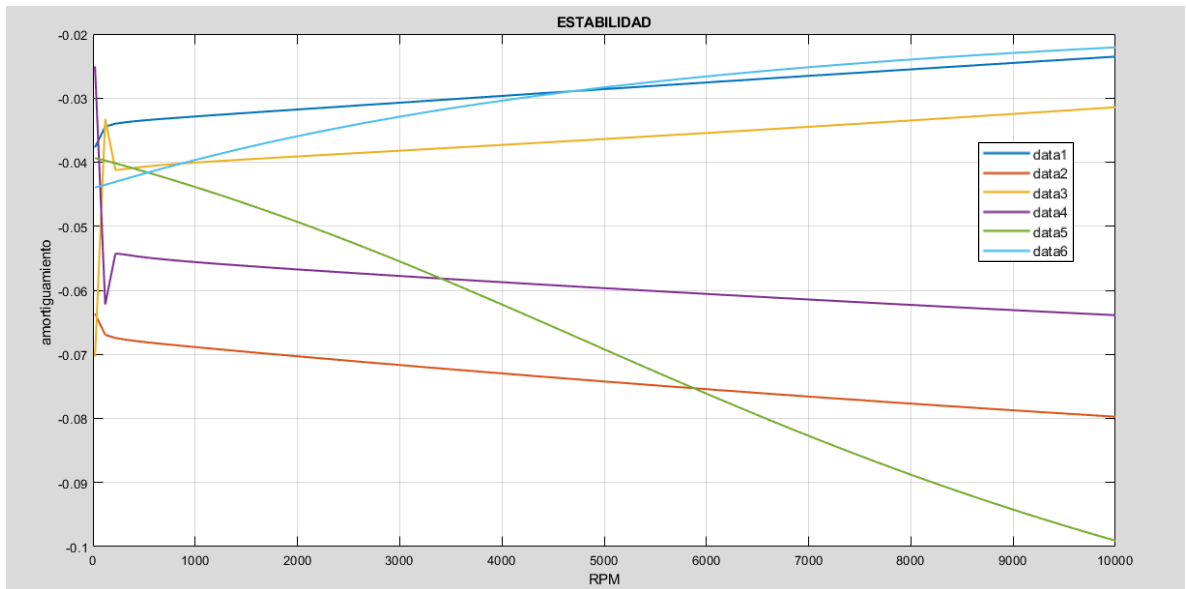


Ilustración 30 Diagrama estabilidad configuración 3

Nuevamente los modos 3 y 4 presentan un cambio de dirección entre ellos, cambiando su comportamiento al del modo contrario, pero a diferencia de la configuración 2, la velocidad donde se presenta el fenómeno es menor, y de manera más abrupta.

El modo 5 se aleja del límite de estabilidad mostrando así una proporcionalidad al aumento de la velocidad de rotación partiendo de -0,04, y -0,1 cuando este se encuentra a 10000 RPM.

6.4 Estabilidad configuración 4

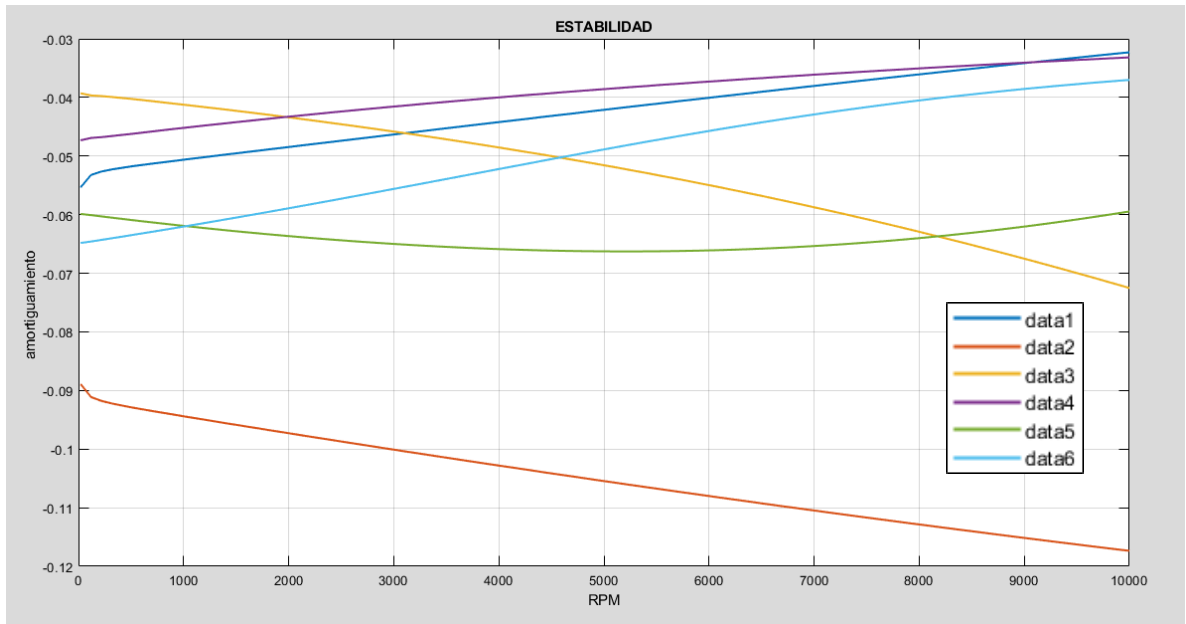


Ilustración 31 Diagrama estabilidad configuración 4

Los modos 2 y 3 son los únicos modos, que se alejan del límite de inestabilidad, los cuatro modos restantes se acercan de manera progresiva al cero, e inclusive convergen entre ellos a velocidades de revolución altas.

Todos los valores a pesar de su comportamiento en el rango velocidad de rotación utilizado, representan estabilidad en el sistema.

7. COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA DINAMICA A DIFERENTES PAREMETROS

En el capítulo cinco se realizó la verificación del modelo numérico, contrastando los resultados con los valores obtenidos de forma experimental. De manera siguiente, se desea mostrar de manera gráfica la influencia de las propiedades geométricas y físicas del eje y el disco.

7.1. VARIACIÓN DEL DIÁMETRO DEL EJE

Para el modelo numérico planteado se cambia el diámetro del eje partiendo de la configuración 2 (capítulo 5) del sistema, para observar la relevancia del diámetro del eje en la determinación de las velocidades críticas y estabilidad del sistema.

Tabla 7 Variación del diámetro del eje

AUMENTO DE DIAMETRO DEL EJE					
MODULO ELASTICIDAD		211 [GPa]	LONGITUD		85 [cm]
DIAMETRO DISCO		16 [cm]	SP	10 [cm]	SP 85 [cm]
DIAMETRO EJE [cm]	FRECUENCIA 1 [Hz]	FRECUENCIA 2 [Hz]	FRECUENCIA 3 [Hz]	FRECUENCIA 4 [Hz]	
1,3	21,96	25,28	60,21	60,21	
1,5	28,61	31,96	73,52	73,52	
1,7	35,26	36,93	86,83	86,8	
2	43,58	46,91	110,25	111,8	
2,1	45,24	50,23	117,8	120,1	
2,2	49,4	52,73	125,1	128,4	
2,3	51,9	55,22	133,4	136,7	
2,54	59,2	62,32	154,63	158,3	
3,81	96,81	98,47	-	-	
4	100,74	103,5	-	-	

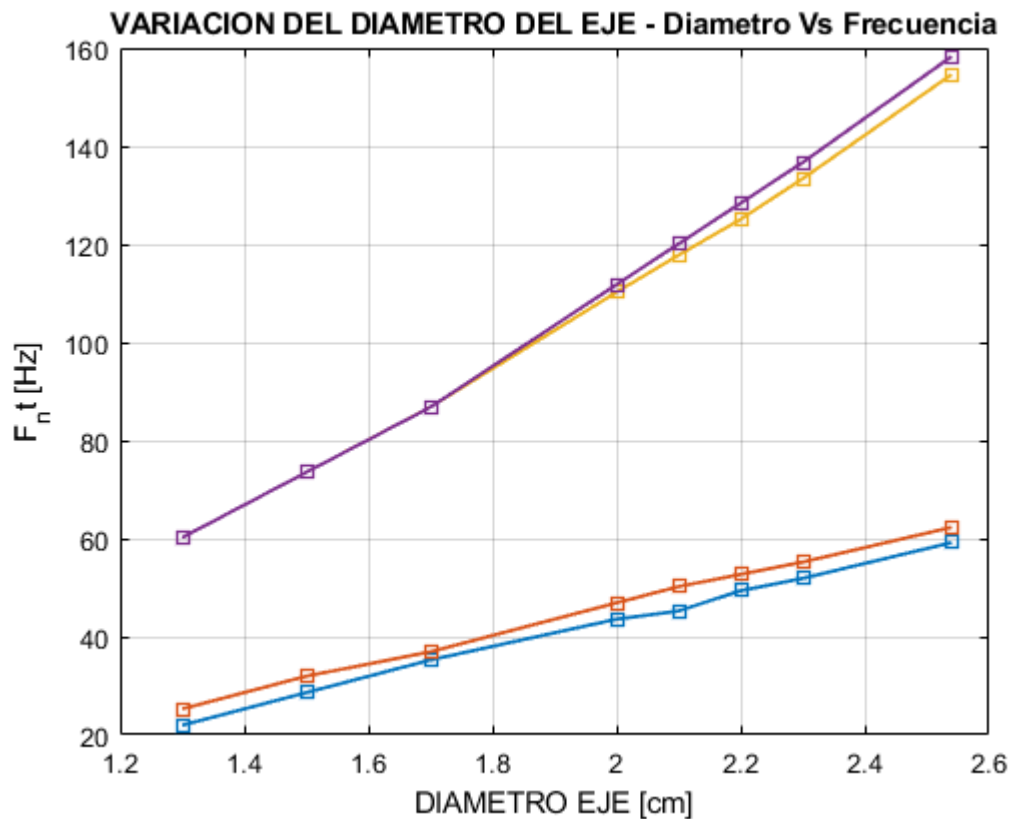


Ilustración 32 Variación del diámetro del eje

Se observa que el diámetro del eje es directamente proporcional a la velocidad crítica del material, de esta manera, aumentado el diámetro, lo hará las velocidades críticas de igual manera. Para un aumento del diámetro en un 200%, las velocidades críticas presentan un aumento mayor de aproximadamente 270% respecto a la configuración base.

A mayores diámetros se presenta una separación a partir de del diámetro 1,7 cm las velocidades críticas 3 y 4 presentan una separación, lo que demuestra un aumento del efecto giroscópico presente en el sistema.

7.2. VARIACIÓN DEL DIÁMETRO DEL DISCO

A partir de la configuración 2 se procede a realizar el proceso del capítulo 7,1 con la diferencia que en esta ocasión se mantiene constante el diámetro del eje, y la propiedad a variar será el diámetro del disco. Analizando valores diferentes a los ya constatados de manera experimental.

Tabla 8 Variación del diámetro del diámetro

VARIACION DIAMETRO DEL DISCO				
MODULO ELASTICIDAD		211 [GPa]	SP 2	85 [cm]
DIAMETRO EJE		1/2"	SP 1	10 [cm]
DIAMETRO DISCO [cm]	FRECUENCIA 1 [Hz]	FRECUENCIA 2 [Hz]	FRECUENCIA 3 [Hz]	FRECUENCIA 4 [Hz]
16	21,96	25,28	60,21	60,21
13	26,38	28,29	65,96	66,7
12	26,95	30,27	68,53	69,12
10	29,79	30,68	73,6	74,14
8	31,73	32,14	79,84	81,62

Como se observa la variación de los valores del diámetro del disco van desde los 16 cm hasta los 8 cm, variando así un 50% su diámetro desde su valor base.

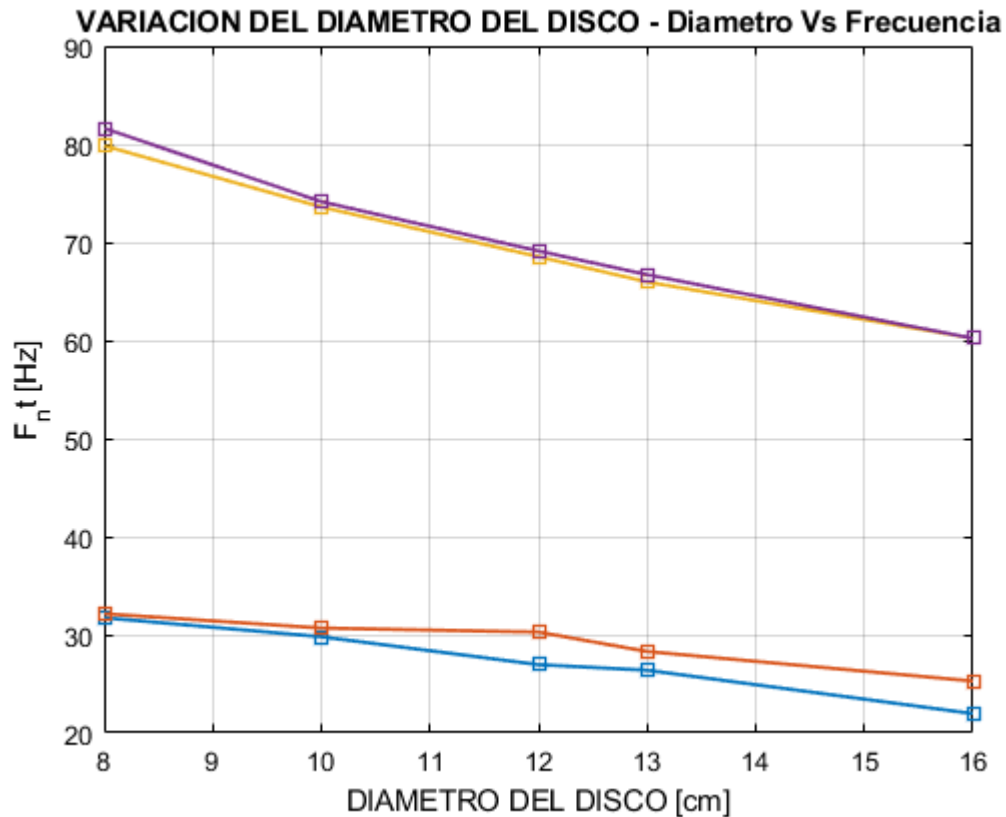


Ilustración 33 Variación diámetro del disco

Se observa que con un disco de mayores dimensiones las velocidades críticas se presentan a frecuencias menores, esto se debe a que a un aumento en el diámetro significa un aumento de masa presente en un nodo. De manera siguiente para valores de menor masa las velocidades críticas tardan un poco más en llegar y sus velocidades son cercanas entre sí, lo cual muestra una disminución del efecto giroscópico.

Para las velocidades críticas 3 y 4 el efecto giroscópico crece a medida que disminuye el diámetro del disco, esto muestra que, a valores pequeños del diámetro, la velocidad 1 y 2 trabajan como la misma velocidad, en contraste con las otras dos velocidades que el fenómeno se presenta de manera inversa.

7.3. VARIACIÓN DE LA LONGITUD DEL EJE

La variación de la longitud del eje se basa en la reubicación del soporte número 2, el cual se encuentra al final del eje en cualquiera de las longitudes, sin afectar el soporte 1, el cual, su ubicación será constante.

Tabla 9 Variación de la longitud del eje, con ajuste de la posición del soporte 2

AUMENTO DE LA LONGITUD DEL EJE REUBICANDO LOS SOPORTES				
MODULO ELASTICIDAD	211 [GPa]	DIAMETRO		1/2"
DIAMETRO DISCO	16 [cm]	EL SOPORTE #2 ES IGUAL AL VALOR DE LA LONGITUD ACTUAL		
LONGITUD [m]	FRECUENCIA 1 [Hz]	FRECUENCIA 2 [Hz]	FRECUENCIA 3 [Hz]	FRECUENCIA 4 [Hz]
0,85	21,96	25,28	60,21	60,21
0,8	25,28	30,27	73,52	73,8
0,7	26,95	31,94	81,84	106,8
0,6	31,9	36,93	86,83	196,12
0,5	38,59	43,58	90,15	350

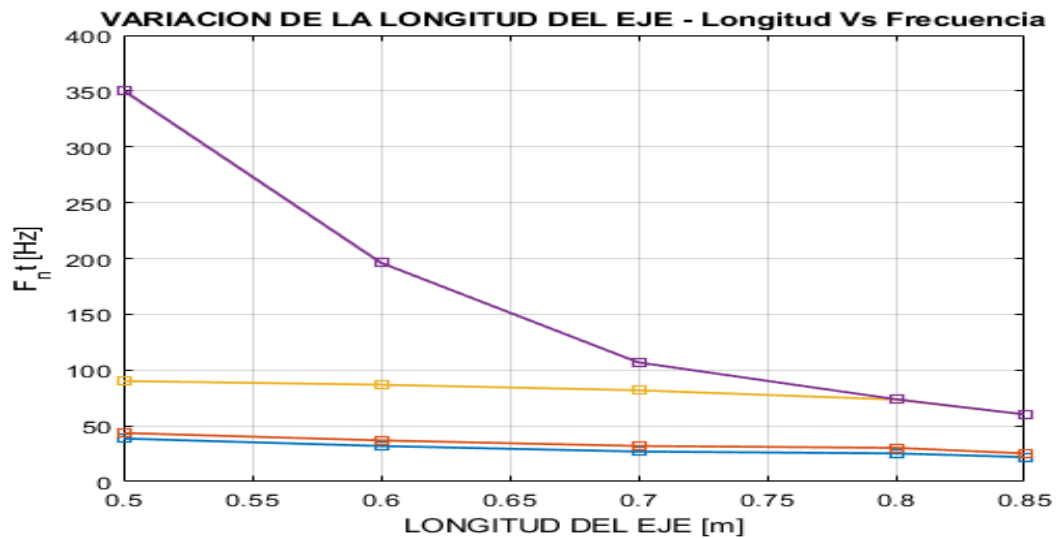


Ilustración 34 variación de la longitud del eje

Como se observa en la ilustración 30, la variación de la longitud del eje no tiene gran influencia en las velocidades críticas 1 y 2, a diferencia de las velocidades 3 y 4 en las cuales se evidencia una separación considerable a medida que aumenta la longitud. La separación de las velocidades 3 y 4, muestra un aumento de gran tamaño del efecto giroscópico en el segundo modo hacia atrás, de aproximadamente 250 Hz.

7.4 VARIACION DEL MATERIAL DEL EJE

El rotor del modelo de Jeffcott está compuesto por un eje, un disco y unos soportes, para este caso particular, se varia solo el material del eje, dejando el material del disco constante. Se seleccionan 4 materiales presentes en la tabla 10, para analizar cómo su módulo de elasticidad el repercute en el fenómeno físico.

CAMBIO DE MATERIAL DEL EJE								
DIAMETRO	1/2Pulgadas	DIAMETRO DISCO	12 [cm]	LONGITUD	85 [cm]	SOPORTES	10 [cm]	85 [cm]
MATERIAL		MODULO DE ELASTICIDAD [GPa]		DENSIDAD [mg/m³]	FRECUENCIA 1 [Hz]	FRECUENCIA 2 [Hz]	FRECUENCIA A 3 [Hz]	FRECUENCIA A 4 [Hz]
ACERO 1020		211		7,7	26,95	30,27	68,53	68,53
ACERO INOXIDABLE		189,6		7,8	25,4	27,21	64,45	64,5
COBRE		120,76		8,9	20,29	21,1	50,18	50,23
LATON		110,3		8,6	19,28	20,29	48,57	48,65

Tabla 10 Cambio de material del eje

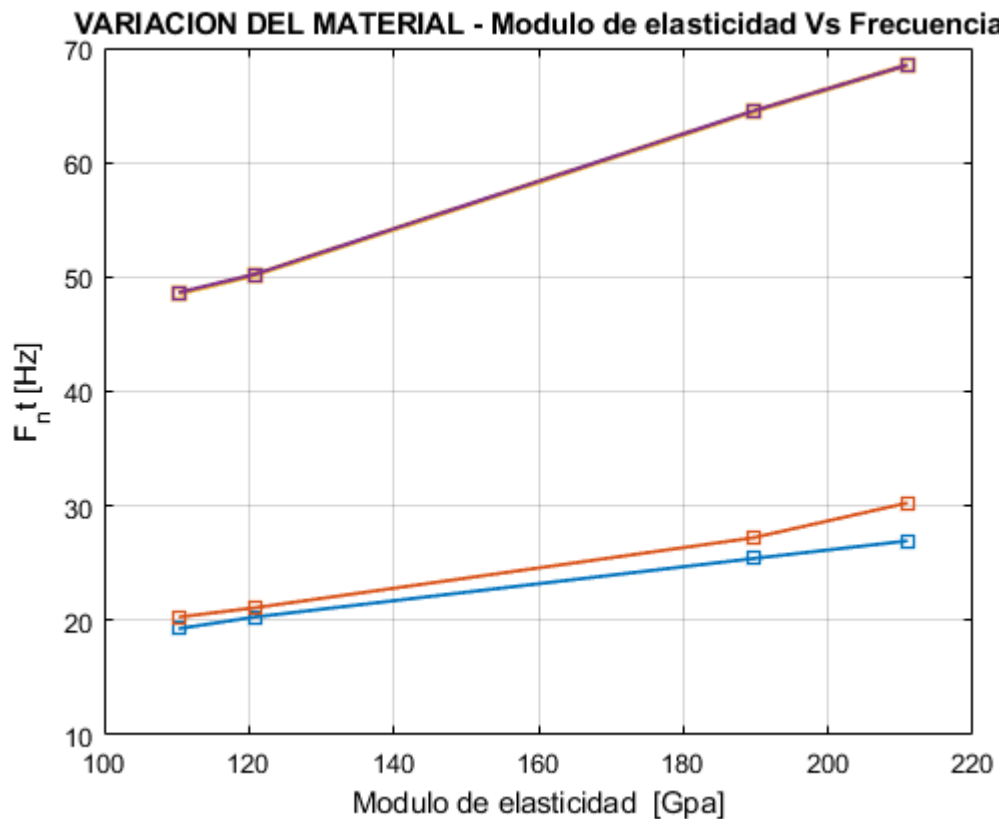


Ilustración 35 Variación del módulo de elasticidad vs frecuencia natural

Las frecuencias naturales responden a una relación directamente proporcional al módulo de elasticidad. La similitud en las frecuencias entre el cobre y el latón es debido a la similitud en sus módulos de elasticidad. A un mayor módulo de elasticidad como es el caso del acero 1020 las velocidades críticas tardan un mayor tiempo en presentarse. También se puede observar que aun mayor módulo de elasticidad las velocidades en el giro hacia atrás del primer modo, empieza a tener un ligero distanciamiento respecto al primero, esto es debido al aumento del efecto giroscópico.

8. CONCLUSIONES

Se observa que mediante la experimentación con el modelo numérico se logró predecir la respuesta dinámica del sistema denominado rotor de Jeffcott, logrando hacer predicciones de las velocidades críticas con un error de alrededor 6,28%, lo anterior permite hacer un acercamiento a la posibilidad de implementar esta metodología para evaluar el comportamiento de rotores flexibles en el banco de pruebas del laboratorio de vibraciones mecánicas en la universidad industrial de Santander.

Mediante el modelo planteado es posible determinar los rangos de estabilidad de las configuraciones establecidas, demostrando la efectividad de la aplicación de elementos finitos. Estas configuraciones son estables en un rango de 0 a 10000 RPM. Cabe resaltar que es posible predecir la respuesta dinámica en un rango más amplio de velocidades de rotación a las permitidas por el validador de frecuencias el cual permite un máximo 3430 rpm. Se recomienda la implementación de rodamientos para ejes de diferente diámetro, para la evaluación de rangos de estabilidad en el laboratorio debido a que actualmente solo se cuenta con un par de apoyos en buen estado.

El ajuste y la verificación del modelo numérico se basó principalmente en la modificación de los valores de los coeficientes en los apoyos, donde estos fueron considerados como rígidos, siendo así una posible fuente de error, ya que la variación del mismo afecta directamente la respuesta dinámica de rotor. Además, otro factor importante es el valor escalar de las constante Beta y Alpha en la matriz de amortiguamiento de Rayleigh, lo cual da cabida una mejor aproximación numérica a dichos valores, mediante la inmersión en el estudio de las constantes de la matriz..

El aumento de la masa de desbalance en el análisis experimental no genera cambios apreciables en las velocidades críticas. En su lugar la respuesta dinámica al aumento de la masa de desbalance es el aumento en la amplitud, esto se debe a que la determinación de la de las frecuencias naturales del sistema, depende del valor de la amplitud de la frecuencia y de la magnitud de la fuerza excitadora, en las cuales se mantiene la misma proporcionalidad.

BIBLIOGRAFIA

Ackermann, Jean. Estudio del efecto del fluido sobre las frecuencias naturales y modos de vibración de un agitador 4pbt45 mediante simulación numérica. Perú.: Pontificia Universidad Católica del Perú. 2014. p. 28

GENTA, Giancarlo. Dynamics of rotating systems. 1 ed. New York: Springer, 2005

GOMEZ, Jose [en línea] [citado febrero 2019]
<http://www.josegomez.net/2011/03/en-que-consiste-el-metodo-de-los.html>

H. Sánchez and J. Pintor, "Modelo para la Simulación del Comportamiento Dinámico de Rotores Flexibles con Apoyos no Lineales Situados Sobre una Estructura No Rígida", Anales de la Ingeniería Mecánica, XVI Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, León, Vol. 4, diciembre de 2004, pp. 2547 – 2553

Inges Aerospace [en línea] [citado febrero 2019] <http://ingesaerospace-mechanicalengineering.blogspot.com>

KELLY, Graham. Mechanical Vibrations Theory and Applications. Estados Unidos de America.: Cengage Learning. 2012. p. 689

LALANNE, Michael y FERRARIS, Guy. Rotordynamics prediction in engineering. 2 ed. Michigan: Wiley, 1998.

LIAÑO, Raquel. Diseño y comportamiento de cojinetes. Proyecto fin de carrera Cantabria.: Universidad de Cantabria. 2016. 9p

LOPEZ, Raul. Experimentación y análisis de estabilidad dinámica en sistemas rotor-chumacera con y sin desalineamiento. Mexico D.F.: Instituto Politecnico Nacional. 2006. p. 111

MENDIVELSO, Carlos. Modelamiento y análisis del comportamiento rotodinámico de un eje asimétrico sometido a carga combinada lateral y torsional. Tesis de maestría Bogotá D.C.: Universidad Nacional de Colombia. 2014. 20p

MIRLISENNA, Giuseppe. Método de los elementos finitos: ¿Qué es? 2016. [en línea] [revisado febrero 2019]. Disponible en internet: <https://www.esss.co/blog/es/metodo-de-los-elementos-finitos-que-es/>

MUSZYNSKA, A, (2005). Rotordynamics, Minden, Nevada, U.S.A: Taylor & Francis.

PASCUAL, Rodrigo. Análisis de vibraciones en máquinas rotatorias. 1 ed. Santiago de Chile: 2011

PIOVAN, Marcelo. UTN-FRBB Cátedra: Elementos de máquinas

RÉDL, Jozef. KROCKO, Vladimir. Eslovaquia. Mathematical model of Jeffcott rotor supported on slide bearings assembly: Slovak University of Agriculture in Nitra .2009. p. 86

SALDES, Raúl. Determinación de coeficientes de amortiguación y rigidez de un descanso hidrodinámico. Tesis de pregrado. Santiago de Chile: Universidad de Chile. 2013

SÁNCHEZ, Heller. “Modelo Analítico Para el estudio de la torsión en rotores Flexible”, UIS Ingenierías, Volumen 9, No. 1, pags.69 - 76, junio 2010.

TIMOSHENKO, S.P. Resistencia de materiales. Madrid: Espasa.Calpe, S.A.1957

TIWARI, Rajiv. Theory and practice of rotordynamics. NPTEL. [en línea], [revisado 22 de enero 2019]. Disponible en internet: <http://nptel.ac.in/courses/112103024/30>

VANCE, John. Rotordynamics of Turbomachinery. Texas.: John Wiley & Sons Inc. 1998.

VERVISCH, Bram. Experimental Analysis of Rotating Damping in High Speed Machinery. Belgica.: Universidad de Gante. 2016. p. 2-6

WHITE, Glen. Introducción al fenómeno de vibración. Introducción al análisis de vibraciones. Massachusetts: Azima DLI, 2010. p. 19-34.

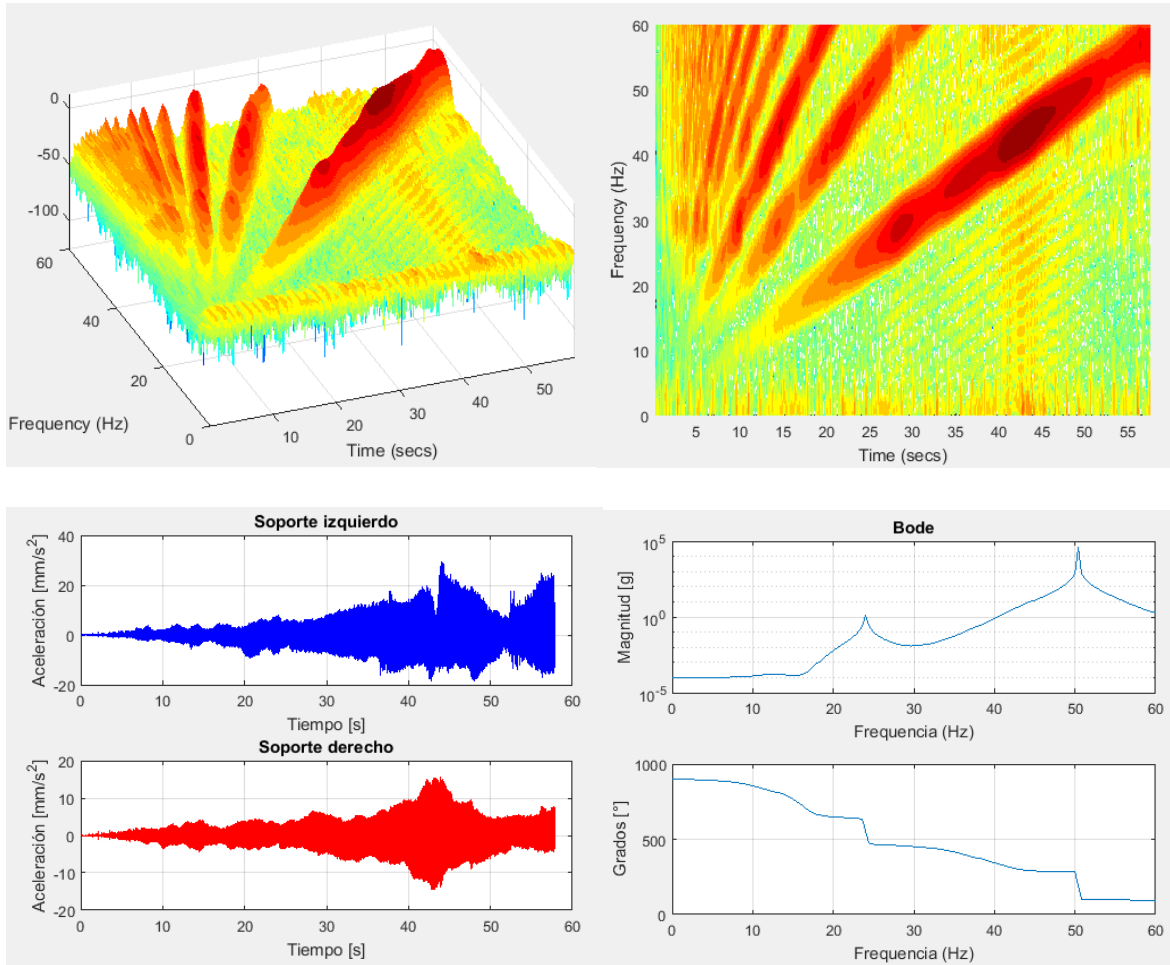
YOON, Se Young, ZONGLI, Lin, y ALLAIRE Paul. Control of Surge in Centrifugal Compressors by Active Magnetic Bearings. En: Springer. 2013. p. 55

ANEXOS

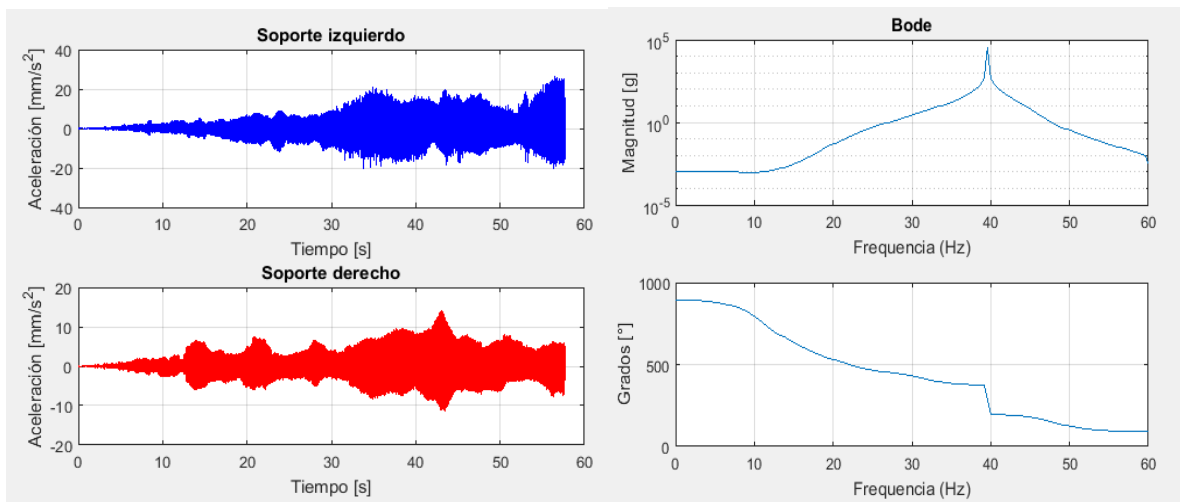
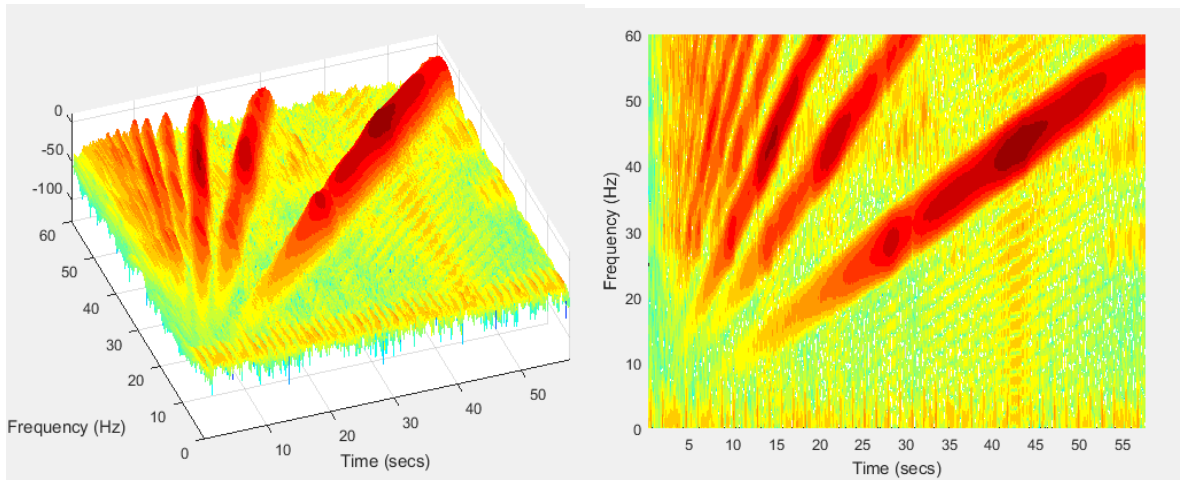
ANEXO A PRUEBAS EXPERIMENTALES

A.1. CONFIGURACIÓN 1

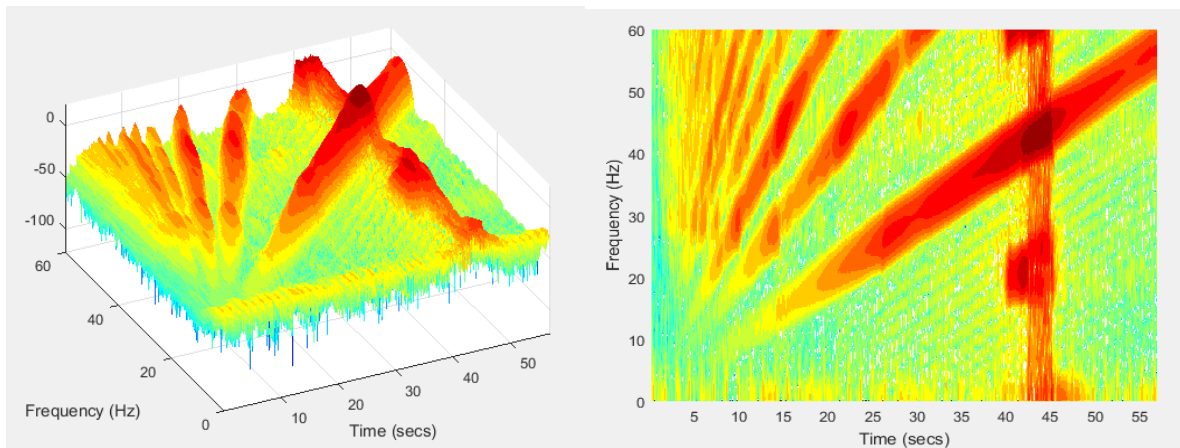
PRUEBA 1

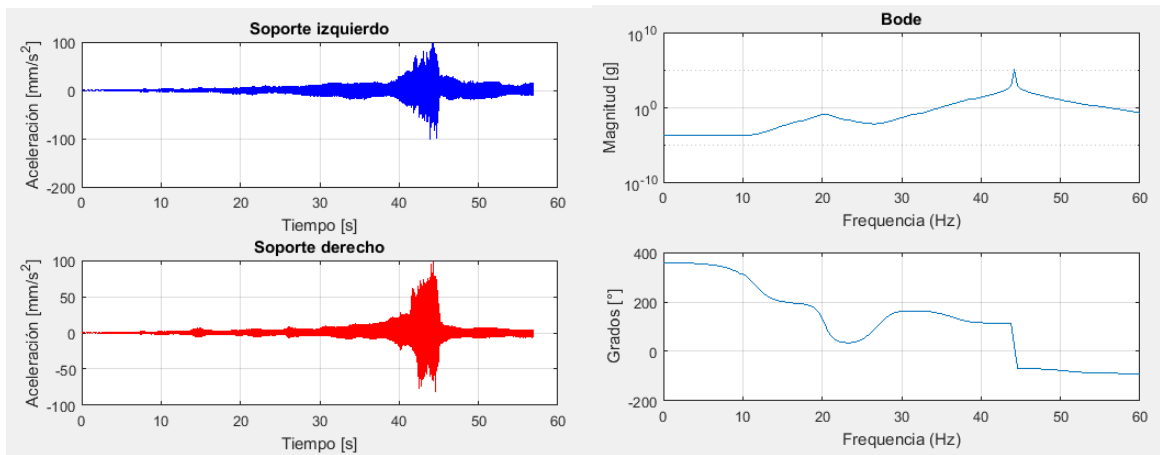


PRUEBA 2



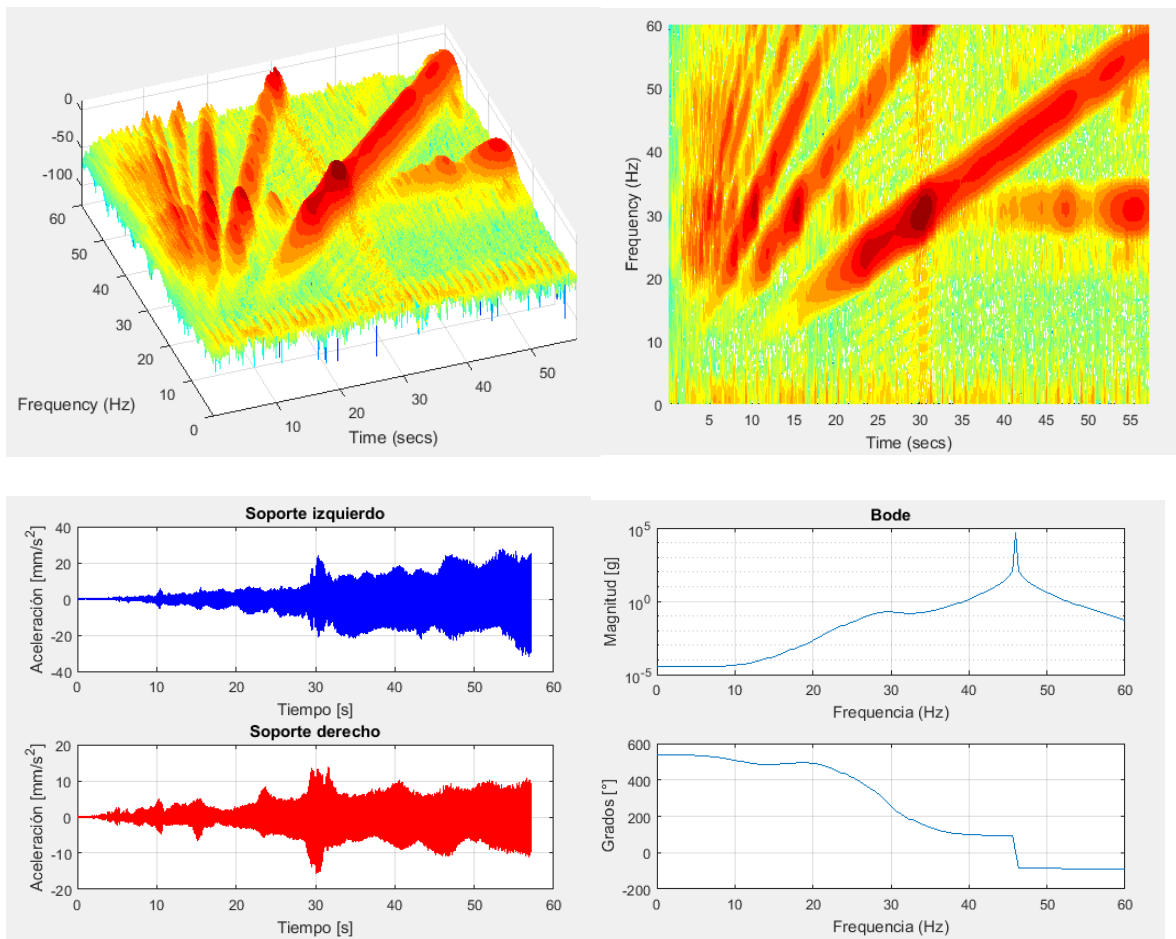
PRUEBA 3



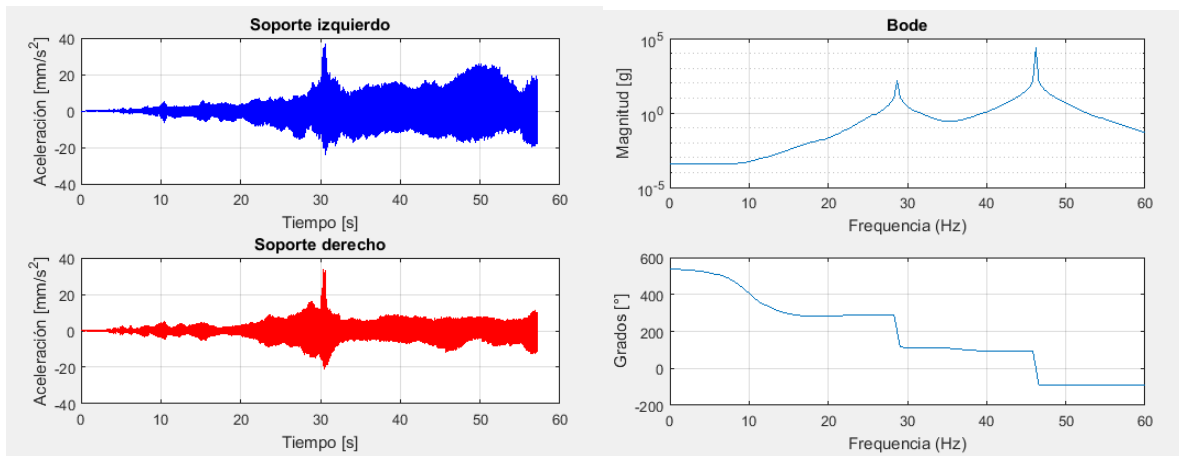
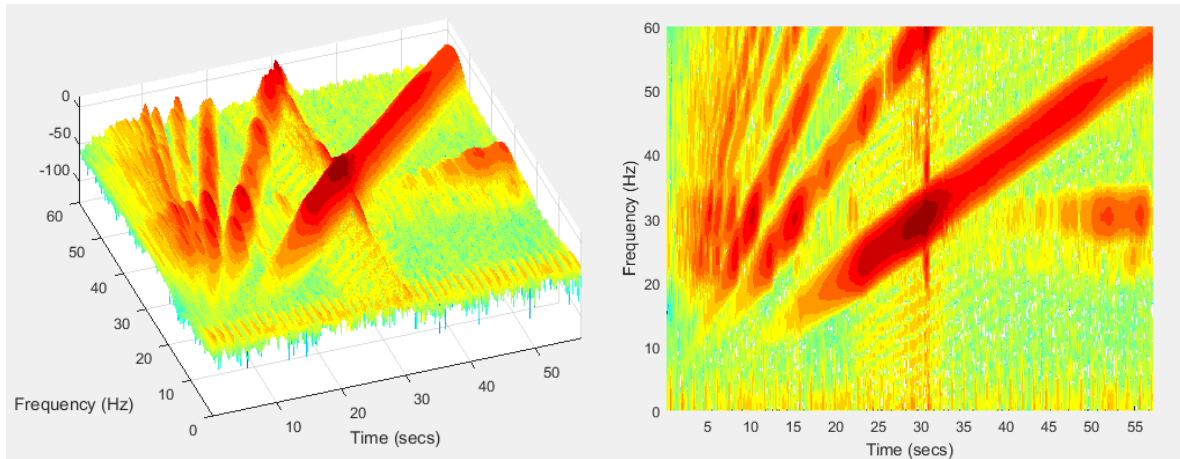


A.2. CONFIGURACION 2

PRUEBA 4

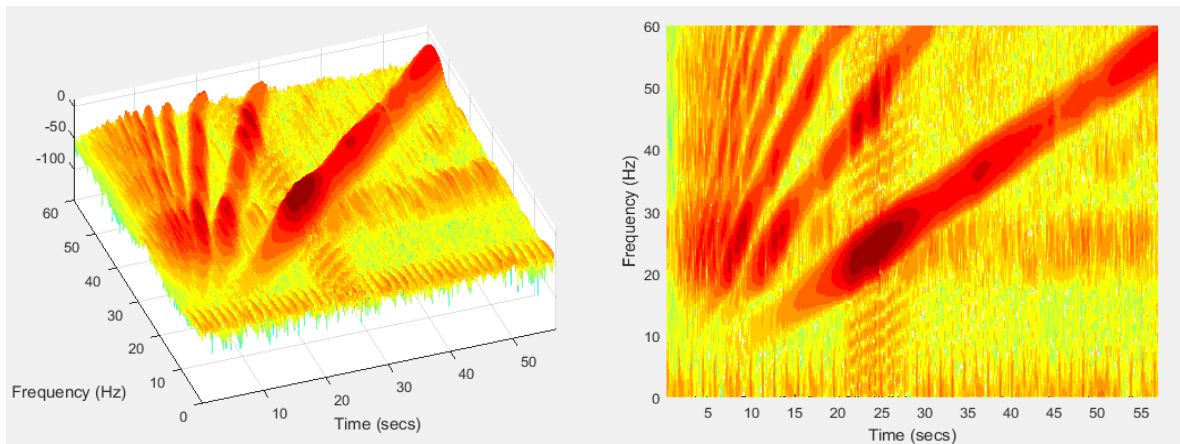


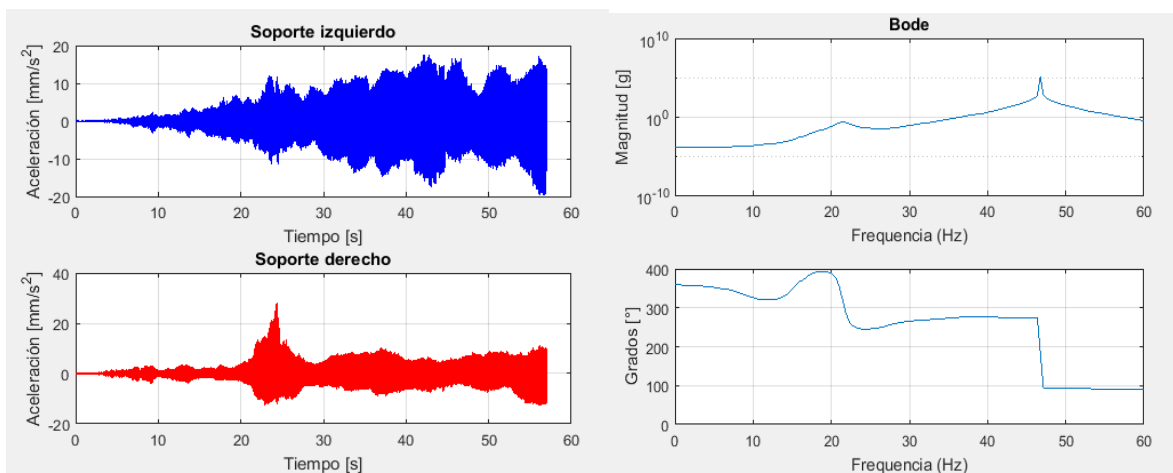
PRUEBA 5



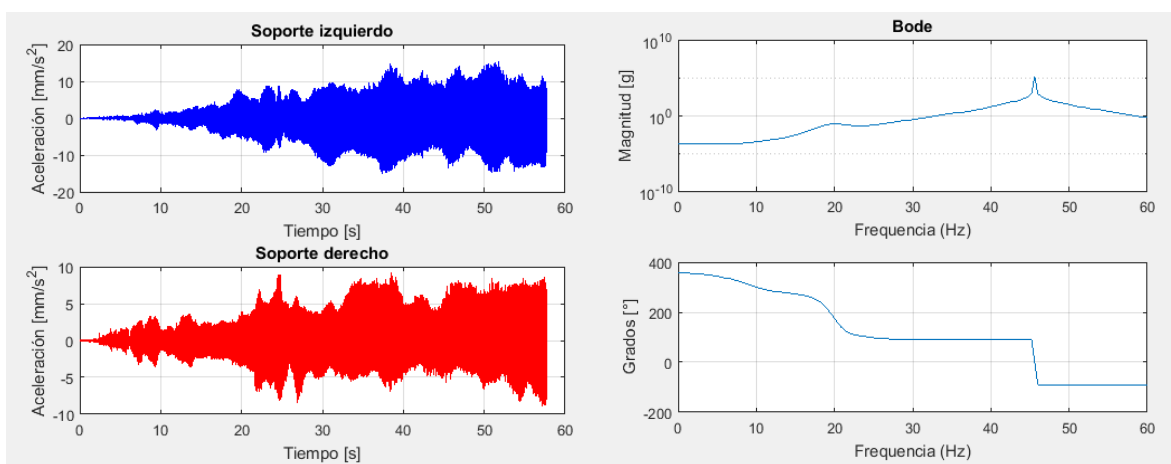
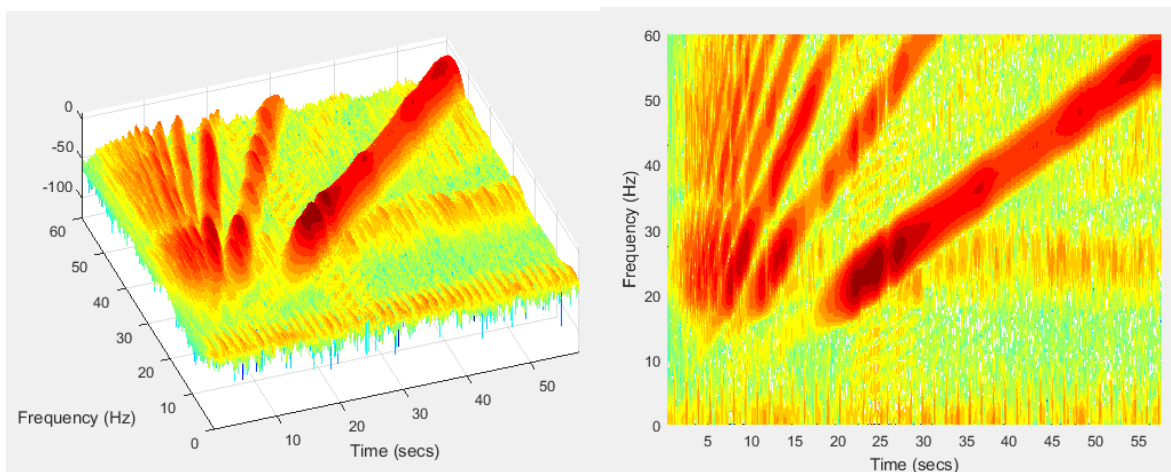
A.3. CONFIGURACIÓN 3

PRUEBA 6



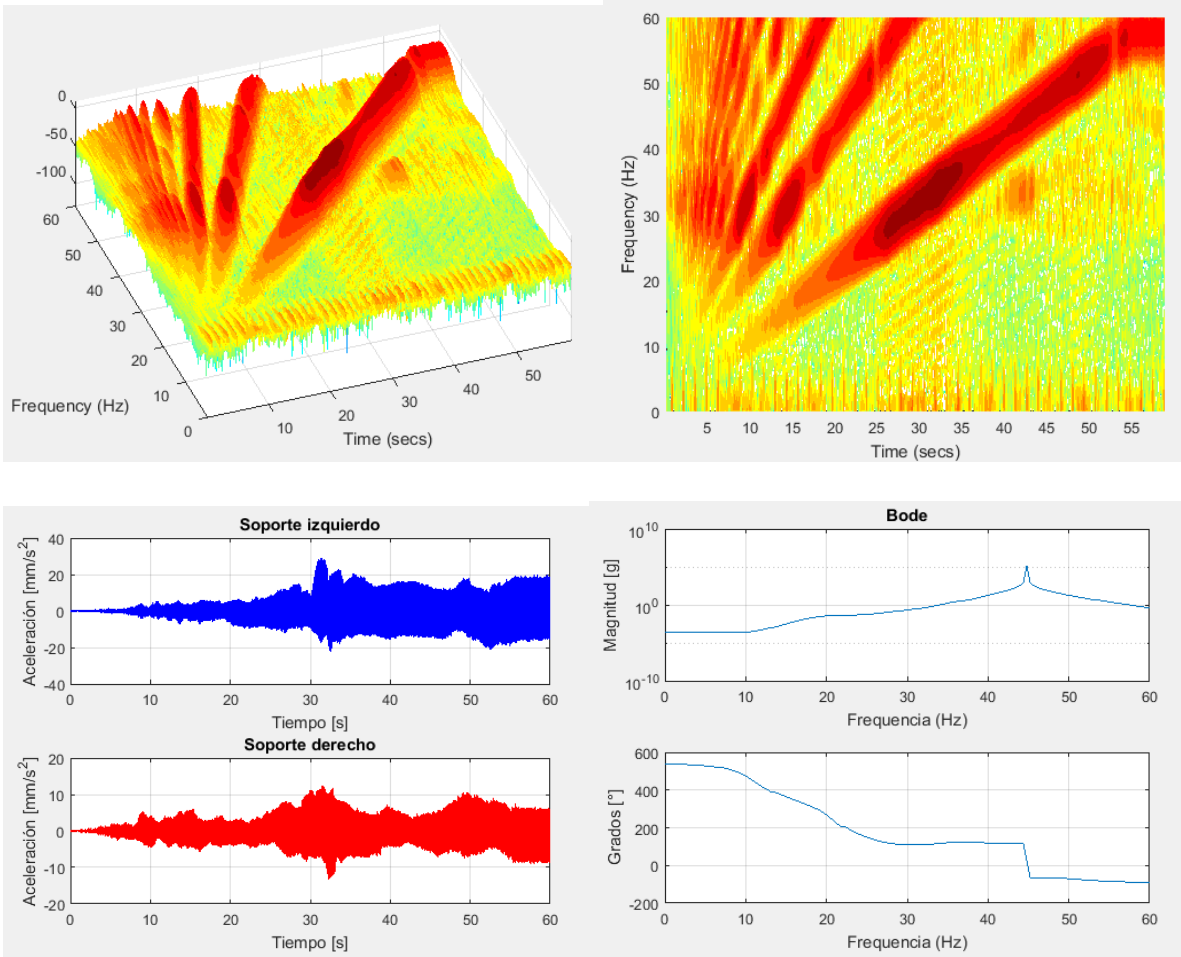


PRUEBA 7

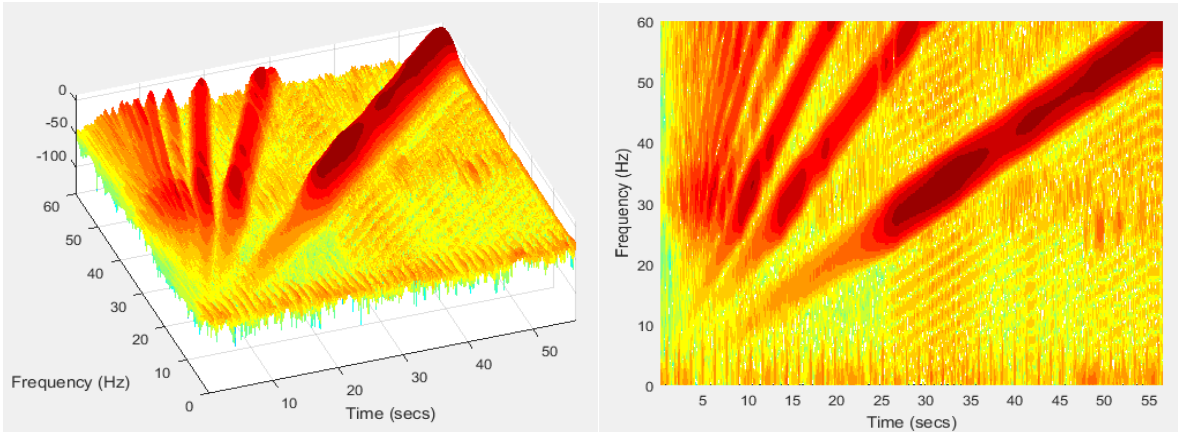


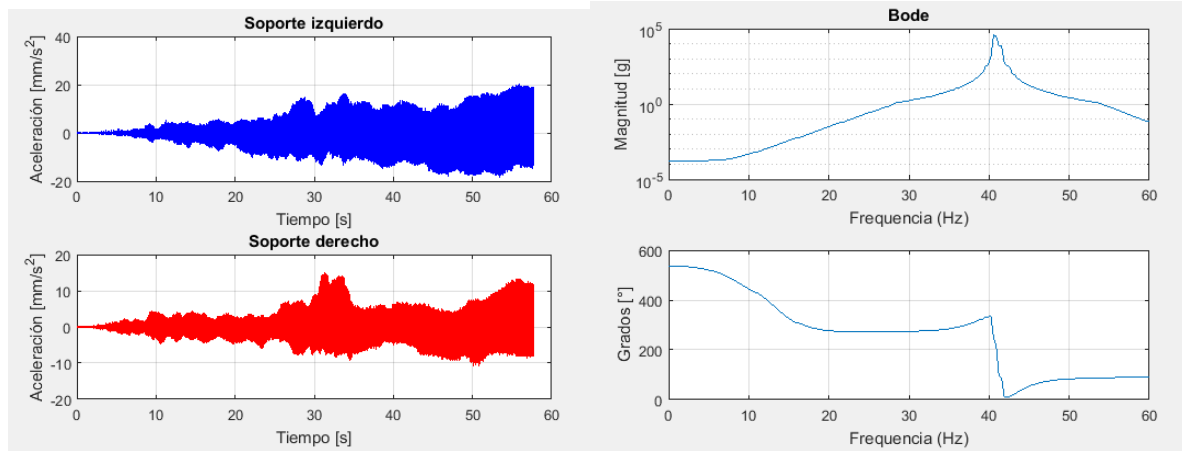
A.4. CONFIGURACIÓN 4

PRUEBA 8



PRUEBA 9





ANEXO B CÓDIGO SIMULACIÓN

clc

%DATOS PARA SIMULACION

l=0.85/200;

elem=200;

% numero de elementos

%matriz de masa de timoshenko

```
M_1=[156/2 0 0 -22*l 54 0 0 13*l;
      0 156/2 22*l 0 0 54 -13*l 0;
      0 0 4*l^2/2 0 0 13*l -3*l^2 0;...
      0 0 0 4*l^2/2 -13*l 0 0 -3*l^2;
      0 0 0 0 156/2 0 0 22*l;
      0 0 0 0 0 156/2 -22*l 0;...
      0 0 0 0 0 0 4*l^2/2 0;
      0 0 0 0 0 0 0 4*l^2/2];
```

```
%M_1=[156    0    0 -22*l    54    0    0    13*l
```

```

% 0 156 22*I 0 0 54 -13*I 0
% 0 22*I 4*I^2 0 0 13*I -3*I^2 0
% -22*I 0 0 4*I^2 -13*I 0 0 -3*I^2
% 54 0 0 -13*I 156 0 0 22*I
% 0 54 13*I 0 0 156 -22*I 0
% 0 -13*I -3*I^2 0 0 -22*I 4*I^2 0
%% 13*I 0 0 -3*I^2 22*I 0 0 4*I^2];

```

```

%M_1=M_1+M_1';
%M_156=M_156+M_156';
%M_M=M_1

```

```

%M_16=[156 22*I 0 0 54 -13*I 0 0;
% 22*I 4*I^2 0 0 13*I -3*I^2 0 0;
% 0 0 156 22*I 0 0 54 -13*I;
% 0 0 22*I 4*I^2 0 0 13*I -3*I^2;
% 54 13*I 0 0 156 -22*I 0 0;
% -13*I -3*I^2 0 0 -22*I 4*I^2 0 0;
% 0 0 54 13*I 0 0 156 -22*I;
% 0 0 -13*I -3*I^2 0 0 -22*I 4*I^2];

```

%matriz de rigidez Timoshenko

```

K_1=[12/2 0 0 -6*I -12 0 0 -6*I;0 12/2 6*I 0 0 -12 6*I 0;0 0 4*I^2/2 0 0 -6*I 2*I^2 0;...
0 0 0 4*I^2/2 6*I 0 0 2*I^2;0 0 0 0 12/2 0 0 6*I;0 0 0 0 0 12/2 -6*I 0;...
0 0 0 0 0 4*I^2/2 0;0 0 0 0 0 0 4*I^2/2];
K_1=K_1+K_1';

```

```

%K_1=[12 6*I 0 0 -12 6*I 0 0;
%6*I 4*I^2 0 0 -6*I 2*I^2 0 0;

```

```

%0 0 12 6*I 0 0 -12 6*I;
%0 0 6*I 4*I^2 0 0 -6*I 2*I^2;
%-12 -6*I 0 0 12 -6*I 0 0;
%6*I 2*I^2 0 0 -6*I 4*I^2 0 0;
%0 0 -12 -6*I 0 0 12 -6*I;
%0 0 6*I 2*I^2 0 0 -6*I 4*I^2];

```

```

%matriz amortiguamiento

```

```

%CONSTANTES

```

```

E=2.11E+11;;      %módulo de elasticidad
D=1/100;          %diámetro del eje
rho=7700;          %densidad
l=0.85;           %longitud del eje
NGDL_nd=4; % 4 grados de libertad por nodo
nodos=elem+1;
A=(pi*D^2)/4;
I=(pi*D^4)/64;
l_2=l/nodos;
gradosdl=(elem+1)*NGDL_nd; %gradosdl libertad para dimension de las globales
j2=gradosdl-7;
esp_d=0.6/100;
D_d=16/100;

```

```

%valor constantes para las matrices

```

```

cte_m=rho*A*I*(l_2)/420; %constante masa
cte_k=E*I/(10*(l_2)^3);   %constante rigidez

```

```

%Crear las matrices globales con ceros para ser llenada

```

```
Mg_M=zeros(gradosdl);
```

```
Mg_K=zeros(gradosdl);
```

```
Mg_C=zeros(gradosdl);
```

```
%MATRICES
```

```
M=cte_m*M_1;
```

```
K=cte_k*K_1;
```

```
%matriz amortiguamiento
```

```
alfa=0.0000268;
```

```
betha=3E-9;
```

```
%alfa=0.000028;
```

```
%betha=0.000000000003;
```

```
C=alfa.*M+betha.*K;
```

```
%C=[0 -36 -3*I 0 0 36 -3*I 0; 0 0 0 -3*I -36 0 0 -3*I; 0 0 0 -4*I^2 -3*I 0 0 I^2; 0 0 0 0 0  
-3*I -I^2 0;...
```

```
%0 0 0 0 0 -36 3*I 0; 0 0 0 0 0 0 0 3*I; 0 0 0 0 0 0 0 -4*I^2; 0 0 0 0 0 0 0 0];
```

```
%C=cte_g*(C-C');
```

```
%I_1=0.85/50;
```

```
%C=[0 -36 -3*I_1 0 0 36 -3*I_1 0; 0 0 0 -3*I_1 -36 0 0 -3*I_1; 0 0 0 -4*I_1^2 -3*I_1 0 0  
0 I_1^2; 0 0 0 0 0 -3*I_1 -I_1^2 0;...
```

```
%0 0 0 0 0 -36 3*I_1 0; 0 0 0 0 0 0 0 3*I_1; 0 0 0 0 0 0 0 -4*I_1^2; 0 0 0 0 0 0 0 0];
```

```
%C=cte_g*(C-C');
```

```
%for que recorre las matrices globales creadas en el paso anterior
```

```
for i=1:4:j2
```

```
Mg_M(i:i+7,i:i+7)=Mg_M(i:i+7,i:i+7)+M;
```

```
Mg_K(i:i+7,i:i+7)=Mg_K(i:i+7,i:i+7)+K;
```

```
Mg_C(i:i+7,i:i+7)=Mg_C(i:i+7,i:i+7)+C;
```

```

end

Mg_M;
Mg_K;
Mg_C;

Gglobal=zeros(gradosdl);

%calculos del disco incluyendo la ubicacion del disco en el sistema
D_eje=D;%este es el eje, toca cambiar ese nomenclatura esta repetido
densidad_disco=7768;
md=pi*densidad_disco*esp_d*(D_d^2-D_eje^2)/4;
Ipd=md/2*(D_d^2+D_eje^2)/4;
Idd=0.5*Ipd+md*esp_d^2/12;

Md=diag([md md Idd Idd]);
Gd=zeros(4,4);
Gd(3,4)=-Ipd;
Gd(4,3)=Ipd;

%parte para los soportes

%CALCULO DE CONSTANTES PARA LOS APOYOS
%cxx=4517
%cxy=1988
%cyx=2308
%cyx=7098
%cxx=8.89E+03;
%cxy=-60000 ;
%cyx=-60000 ;

```

```

%cpy=4.7895E+04 ;
cxx=851619;
cxy=203190;
cyx=598190 ;
cyy=854142 ;
%cxx=90568;
%cxy=230091 ;
%cyx=130011 ;
%cpy=20051;
%cxx=5161900;
%cxy=2030190;
%cpy=2254142 ;
%kxx=1.2285E08;
%kxy=-1.2285E08;
%kyx=1.2285E08;
%kyy=1.2285E07;
%kxx=1E+6;
%kxy=kxx
%kyx=-kxx
%kyy=kxx ;
kxx=7050100;
kxy=-6.759E+07;
kyx=6.827E+07;
kyy=6479790;

```

%CREACION DE MATRICES DE RIGIDEZ Y AMORTIGUAMIENTO DE LOS SOPORTES

```

MK_sp1=zeros(NGDL_nd);

```

```
MC_sp1=zeros(NGDL_nd);  
MK_sp2=zeros(NGDL_nd);  
MC_sp2=zeros(NGDL_nd);
```

```
%sp1 rigidez
```

```
MK_sp1(1,1)=kxx;  
MK_sp1(1,2)=kxy;  
MK_sp1(2,1)=kyx;  
MK_sp1(2,2)=kyy;
```

```
%sp1 amortiguamiento
```

```
MC_sp1(1,1)=cxx;  
MC_sp1(1,2)=cxy;  
MC_sp1(2,1)=cyx;  
MC_sp1(2,2)=cyy;
```

```
%sp2 rigidez
```

```
MK_sp2(1,1)=kxx;  
MK_sp2(1,2)=kxy;  
MK_sp2(2,1)=kyx;  
MK_sp2(2,2)=kyy;
```

```
%sp2 amortiguamiento
```

```
MC_sp2(1,1)=cxx;  
MC_sp2(1,2)=cxy;  
MC_sp2(2,1)=cyx;  
MC_sp2(2,2)=cyy;
```

```
% UBICACION DEL DISCO Y LOS SOPORTES EN LA MATRIZ
```

```

Pend=(nodos-1)/l; %pendiente
b=1;           %termino independiente

D_dis=47.5/100;
D_sp2=85/100;
D_sp1=10/100;

nodo_disco=Pend*0.24+b;
nodo_sp2=Pend*D_sp2+b;           %Se evalua las distancias del los elementos
nodo_sp1=Pend*D_sp1+b;
%esta parte del codigo selecciona un nodo especifico del elemento
%discretizado
nodo_disco=round(nodo_disco);
nodo_sp2=round(nodo_sp2);
nodo_sp1=round(nodo_sp1);

%Ubicacion de las matrices de los elementos en la matriz global
vnrd=4*(nodo_disco-1)+1;
vtns1=4*(nodo_sp1-1)+1;           %encontrar el valor de la columna en la matriz
global
vtns2=4*(nodo_sp2-1)+1;
%se adiciona el valor de la matriz global de masas las matrices de los
%elementos
coordenadadisco=4*nodo_disco-3:4*nodo_disco;
%disco
Mg_M(vnrd:vnrd+3,vnrd:vnrd+3)=Mg_M(vnrd:vnrd+3,vnrd:vnrd+3)+Md;
Gglobal(coordenadadisco,coordenadadisco)=
Gglobal(coordenadadisco,coordenadadisco)+Gd; %%%% GIRO GIRO GIRO
GIRO

```

%primer soporte

```
Mg_K(vtns1:vtns1+3,vtns1:vtns1+3)=Mg_K(vtns1:vtns1+3,vtns1:vtns1+3)+MK_sp1;  
Mg_C(vtns1:vtns1+3,vtns1:vtns1+3)=Mg_C(vtns1:vtns1+3,vtns1:vtns1+3)+MC_sp1;
```

%segundo soporte

```
Mg_K(vtns2:vtns2+3,vtns2:vtns2+3)=Mg_K(vtns2:vtns2+3,vtns2:vtns2+3)+MK_sp2;  
Mg_C(vtns2:vtns2+3,vtns2:vtns2+3)=Mg_C(vtns2:vtns2+3,vtns2:vtns2+3)+MC_sp2;
```

%Donde la parte imaginaria de s son las frecuencias naturales del sistema

%y la parte real es el denominado exponente de amortiguamiento

% ACA EMPIEZA

G_F=[];

G_C=[];

%frontera=162;% esto de arriba es lo mismo de la siguiente linea el problema es que a un no se como se hace la parte de abajo

%Q_E=3:164; % esto es a raiz de que aun no sabemos por que es , solo mientras se hace el modelo

x=gradosdl;

frontera=[1,2];

vectorx=1:x;

vy=setdiff(vectorx,frontera);

y=length(vy);

```

RPM_1=20;
RPM_2=10000;
aumento=100;
pendiente_v=(RPM_2-RPM_1)/aumento;
% desde aca empezamos las graficas
% lo primero que hace es obtener las velocidades en RPM
cont=0;

for i=1:aumento+1
w=RPM_1*pi/30+(i-1)*pendiente_v*pi/30;
V_v(i)=RPM_1+(i-1)*pendiente_v;%llenando el vector DE LAS VELOCIDADES
AUMENTANDO DE A 100
estado=[zeros(y,y) eye(y,y);
        -inv(Mg_M(vy,vy))*Mg_K(vy,vy) -
        inv(Mg_M(vy,vy))*((Mg_C(vy,vy)+w*Gglobal(vy,vy)))]';
[V,D]=eig(estado);
V_org=sort(diag(D));
E_amt=(real(V_org)); %exponente de amortiguamiento
F_nt=(abs(imag(V_org))); %frecuencias naturales
E_amt;
F_nt;
G_F=[G_F F_nt];
G_C=[G_C E_amt];
end

G_F=G_F';
G_C=G_C';
G_F=G_F/(2*pi);

```

```

numcurvas=8;
G_F=G_F(:,5:2:2*numcurvas);
G_C=G_C(:,5:2:2*numcurvas);
%PASOS PARA LA GRAFICADA DE VELOCIDADES CRITICAS
figure
whitebg('w')
plot(V_v,G_F,'LineWidth',1.9)
hold on
plot(V_v,V_v/60,'r','LineWidth',1.5);
title('DIAGRAMA DE CAMPBELL ')
xlabel('RPM')
ylabel('F_nt [Hz]')
grid on
w11=0;
w22=10000;
%-----
figure
whitebg('w')
plot(V_v,G_C,'LineWidth',1.5)
title('ESTABILIDAD')
%%con los OTROS valores cxx=851619; cxy=280190;cyx=598190 cyy=854142 ;
xlabel('RPM')
ylabel('amortiguamiento ')
grid on
%F_nt_rpm=F_nt/(2*pi)

```

ANEXO C CÓDIGO PROCESAMIENTO DE DATOS

```
clc
clear all
Fs=1280; % Frecuencia de muestreo
T=1/Fs; % Tiempo de la muestra
L=73024; % Longitud de la señal
t=(0:L-1)*T; % vector de tiempo
load EjeDelgadoLargoDesbalanceado.txt %cargar datos
X=EjeDelgadoLargoDesbalanceado(:,1); %vector acelerómetro 1
Y=EjeDelgadoLargoDesbalanceado(:,2); %vector acelerómetro 1

%%%Bode

d=iddata(X,t,T); %datos de entrada
sys=tfest(d,5,4); %función de transferencia
[mag,phase,wout]=bode(sys); %bode de los datos
mag=squeeze(mag); %magnitud del bode
phase=squeeze(phase); %fase del bode
figure
w=60*linspace(0,1,length(wout));
subplot(211)
semilogy(w,mag) %gráfica de la magnitud
title('Bode')
xlabel('Frecuencia (Hz)')
ylabel('Magnitud [g]')
grid on
subplot(212)
plot(w,phase) %gráfica de fase
xlabel('Frecuencia (Hz)')
```

```
ylabel('Grados [°]')
```

```
grid on
```

```
%%%Aceleraciones
```

```
figure
```

```
subplot(211)
```

```
plot(t,X,'b') %grafica del acelerómetro izquierdo
```

```
title('Soporte izquierdo')
```

```
xlabel('Tiempo [s]')
```

```
ylabel('Aceleración [mm/s^2]')
```

```
xlim([0 60])
```

```
grid on
```

```
subplot(212)
```

```
plot(t,Y,'r') %grafica del acelerómetro izquierdo
```

```
title('Soporte derecho')
```

```
xlabel('Tiempo [s]')
```

```
ylabel('Aceleración [mm/s^2]')
```

```
xlim([0 60])
```

```
grid on
```

```
%%%Cascada
```

```
figure
```

```
window=hamming(450); %parámetros de la grafica
```

```
noverlap=420;
```

```
nfft=5000;
```

```
spectrogram(Y>window,noverlap,nfft,1280,'yaxis'); %grafica del espectrograma
```

```
view(-20,65) %vista en 3d
```

```
ylim([0 60])  
%%xlim([0 60])  
colormap(jet(20))  
hold on  
grid on  
colorbar off
```

ANEXOS D EQUIPOS DE ADQUISICIÓN

Analizador de vibraciones OROS OR35



Acelerómetros Ditrán



ANEXO E DESCRIPCIÓN BANCO DE PRUEBAS

Motor trifásico SIEMENS 1LA7 070-2YA60



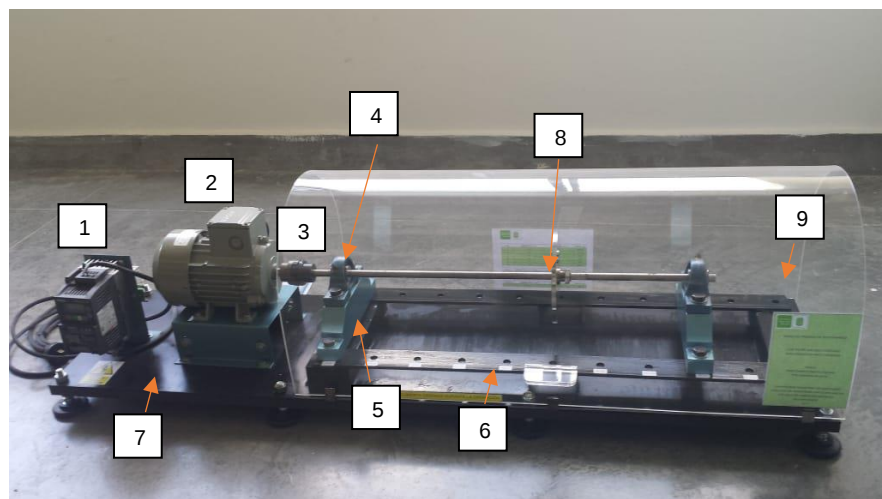
Información técnica del motor



Variador de frecuencia SIEMENS Sinamics V20 6SL3210



Banco de pruebas rotodinámica



- 1. Variador de frecuencia
- 2. Motor eléctrico

- 6. Rieles
- 7. Base

3. Acople flexible

4. Rodamientos

5. Soporte rodamientos

Discos

8. Disco

9. Cubierta protectora



Ejes



