FORTALECER EL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO A PARTIR DE LA SOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA CON ECUACIONES DE PRIMER GRADO

MARLY LUCIA MONTES MONTERROSA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS
ESCUELA DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA
BUCARAMANGA
2018

FORTALECER EL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO A PARTIR DE LA SOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA CON ECUACIONES DE PRIMER GRADO

MARLY LUCIA MONTES MONTERROSA

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE MAGISTER EN PEDAGOGÍA

DIRECTORA
BELKI YOLIMA TORRES RUEDA
MAGISTER EN PEDAGOGÍA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS
ESCUELA DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA
BUCARAMANGA
2018

AGRADECIMIENTOS

Todo esfuerzo tiene su recompensa, la satisfacción alcanzada cuando una meta se cumple es un sentimiento imponderable y en ese recorrido fueron muchos los que aportaron e hicieron posible que hoy el gozo sea inmenso.

Dios en su infinita sabiduría, me dio la fuerza y el entusiasmo, abrió puertas y oportunidades, mi familia con su amor incondicional, fue mi impulso y mi refugio, el Ministerio de Educación Nacional con el programa de becas para la excelencia, fue el incentivo para la preparación académica y la investigación, me ofreció la posibilidad de mejorar y crecer en procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula en beneficio de los estudiantes.

La Universidad Industrial de Santander por disponer un excelente espacio para la formación académica y brindar los recursos para ofrecer una educación de calidad; cada uno de los profesores que durante estos dos años dejaron su huella, en especial la profesora Belky Torres, a los Directivos y docentes de la Institución Educativa, por mostrarse siempre dispuestos a impulsar este proceso, a los estudiantes y padres de familia que en todo momento afirmaron su apertura a la investigación; a todos ellos, que creyeron que a partir de la educación es posible construir una mejor sociedad, un mejor país…

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN....14
1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA....17
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA....17
2. JUSTIFICACIÒN....28
3. OBJETIVOS....32
3.1. OBJETIVO GENERAL....32
3.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS....32
4. FUNDAMENTO TEÓRICO....33
4.1. ANTECEDENTES....33
4.1.1. Internacionales.....33
4.1.2. Nacionales.....39
4.1.3. Locales.....48
4.2. REFERENTES CONCEPTUALES....53
4.2.1. Aprendizaje Significativo.....53
4.2.2. Competencias Matemáticas.....55
4.2.3. Pensamientos Matemáticos.....58
4.2.4. Secuencia Didáctica.....62
4.2.5. Resolución de Problemas.....63
4.2.6. Ecuación de primer grado y conceptos relacionados con su planteamiento.....65
5. MARCO LEGAL....70
6. METODOLOGÍA....72
6.1. ESCENARIO Y PARTICIPANTES....73
6.2. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS....73
6.2.1. Diagnóstico.....75
6.2.2. Intervención.....76
6.2.3. Evaluación.....77
6.3. VALIDEZ INTERNA....79
6.4. CRITERIOS ÉTICOS....80
7. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN....81
7.1. ANÁLISIS DEL DIAGNÓSTICO....81
7.1.1. Memorandos descriptivos y de aproximación a la interpretación....82

7.1.2. Matriz Categorial 104
7.1.3. Hallazgos 106
7.2. SECUENCIA DIDÁCTICA 107
7.3. ANALISIS DE LA PRUEBA FINAL 118
7.3.1. Memorandos descriptivos y de aproximación a la interpretación 155
7.3.2. Matriz Categorial 179
8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 182
BIBLIOGRAFÍA 185
ANEXOS 189

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Comparación del ISCE Nacional, Local y de la Institución, en la Básica Primaria, Secundaria y Media. 19
Tabla 2. Resultados del ISCE a partir de los cuatro componentes en la Básica Primaria (3° y 5°). 20
Tabla 3. Resultados del ISCE en la Media. 21
Tabla 4. Resultados ISCE para la Básica Secundaria 22
Tabla 5. RESUMEN DE TÉCNICAS E INSTRUMENTOS POR FASES 79

LISTA DE GRAFICAS

Gráfica 1. RESULTADOS DE PRUEBA SABER 9 POR COMPETENCIAS Y COMPONENTES. 24
Gráfica 2. RESULTADOS DE PRUEBA SABER 5 POR COMPETENCIAS Y COMPONENTES 25

LISTA DE IMÁGENES

Imagen 1. Pregunta 1 prueba diagnóstica (prueba saber 9°) 82
Imagen 2. Pregunta 2 prueba diagnóstica (prueba saber 5°) 85
Imagen 3. Pregunta 3 prueba diagnóstica (Prueba saber 9°) 87
Imagen 4. Pregunta prueba saber 5° 89
Imagen 5. Pregunta prueba saber 9° 92
Imagen 6. Pregunta prueba saber 9 94
Imagen 7. Pregunta prueba saber 9. 96
Imagen 8. Pregunta Prueba saber 9. 98
Imagen 9. Pregunta prueba saber 9. 100
Imagen 10. Pregunta 10 prueba diagnóstica (Prueba saber 9). 102
Imagen 11. Registro de sesión 1 118
Imagen 12. Registro de sesión 2 124
Imagen 13. Registro de la sesión 2 (socialización) 125
Imagen 14. Registro de la sesión 3 133
Imagen 15. Registro fílmico sesión 4. 139
Imagen 16. Registro de la sesión 5 145
Imagen 17. Registro de sesión 6 153
Imagen 18. Pregunta Saber 9° 155
Imagen 19. Imagen Prueba Saber 9 157
Imagen 20. Pregunta Prueba Saber 5° 159
Imagen 21. Pregunta Prueba Saber 9° 162
Imagen 22. Pregunta prueba Saber 9° 164
Imagen 23. Pregunta Prueba Saber 9° 167
Imagen 24. Pregunta Prueba Saber 9° 169
Imagen 25. Pregunta Prueba Saber 9° 172
Imagen 26. Pregunta Prueba Saber 9° 174
Imagen 27. Pregunta prueba saber 9° 177
Imagen 28. Registro de desarrollo de Prueba Final 178

LISTA DE ANEXOS

Anexo A. CARTA AVAL PARA RECTORÍA 189
Anexo B. CARTA DE RESPUESTA DE RECTORIA 190
Anexo C. CONSENTIMIENTO INFORMADO A PADRES DE FAMILIA 191
Anexo D. DECLARACIÓN DE LA DOCENTE INVESTIGADORA 192
Anexo E. PRUEBA DIÁGNOSTICA 193
Anexo F. PRUEBA FINAL 198
Anexo G. GUÍA NÚMERO 1 205
Anexo H. GUÍA NÚMERO 2 207
Anexo I. GUÍA NÚMERO 3 210
Anexo J. GUÍA NÚMERO 4 213
Anexo K. GUÍA NÚMERO 5 216
Anexo L. GUÍA NÚMERO 6 219
Anexo M. FORMATO DE SSECUENCIA DIDÁCTICA 222
Anexo N. CERTIFICADO DE ËTICA 223

RESUMEN

TÍTULO: FORTALECER EL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO A PARTIR DE LA SOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA CON ECUACIONES DE PRIMER GRADO*

AUTOR: MARLY LUCIA MONTES MONTERROSA**

PALABRAS CLAVE: PENSAMIENTO VARIACIONAL, LENGUAJE ALGEBRAICO, ECUACIÓN DE PRIMER GRADO, REPRESENTACIONES, TRADUCCIÓN-CONVERSIÓN.

DESCRIPCIÓN

El documento que se presenta contiene los resultados de la investigación realizada en la institución educativa urbana Técnico de Comercio de Barrancabermeja, Santander, con estudiantes de octavo grado de la jornada de la tarde. La investigación que se realizó tuvo como objetivo fortalecer el pensamiento variacional en los estudiantes a partir de la solución de situaciones problema con ecuaciones de primer grado. Para ello, se identificaron sus dificultades en la conversión del lenguaje natural al lenguaje algebraico y en el nivel de representación de la situación problema en un modelo. En este proceso el apoyo teórico estuvo fundamentado en la resolución de problemas expuesta por Santos Trigo, conceptos algebraicos y de ecuación desde la visión de Godino y Font y el manejo de representaciones dado por Duval, quien establece como elementos claves dentro de la representación la conversión y el tratamiento. El proceso de investigación se llevó a cabo en tres fases: aplicación y análisis de una prueba diagnóstica; diseño y ejecución de una secuencia didáctica; puesta en escena de una prueba final. El paradigma utilizado fue el cualitativo bajo el enfoque de la Investigación-Acción. Desde la categorización de datos hecha y expuesta en la matriz categorial, estructurada a partir de la prueba diagnóstica, se logró evidenciar que los estudiantes iniciaron con un escaso reconocimiento del lenguaje algebraico y una ausente representación de situaciones en ecuaciones de primer grado, es decir, la traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico fue distante y, aún más, el proceso de generalización que los acercara a la modelación; así pues, los estudiantes plantearon soluciones por razonamiento intuitivo, condiciones que de acuerdo a la matriz categorial resultante del análisis de la prueba final que se aplicó, una vez finalizó la intervención, favorecieron la comprensión y representación del lenguaje algebraico de los participantes en diferentes niveles.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación. Directora: Belki Yolima Tórres Rueda, Magíster en Pedagogía

ABSTRAC

TITLE: STRENGTHEN VARIATIONAL THOUGHT IN EIGHTH GRADE STUDENTS FROM THE SOLUTION OF SITUATIONS PROBLEM WITH FIRST DEGREE EQUATIONS*

AUTHOR: MARLY LUCIA MONTES MONTERROSA**

KEYWORDS: VARIATIONAL THOUGHT, ALGEBRAIC LANGUAGE, FIRST DEGREE EQUATION, REPRESENTATIONS, TRANSLATION-CONVERSION

DESCRIPTION

The present document contains the results of the research carried out in the Barrancabermeja/Santander, at the educational institution Técnico de Comercio in with eighth grade students of the afternoon classes. The objective of the research was to strengthen variational thinking in students by solving problem situations with first-degree equations. For it their difficulties in the conversion of natural language to algebraic language and in the level of representation of the problem situation in a model were identified. In this process the theoretical support was based on the problem solving exposed by Santos Trigo, algebraic and equation concepts form the vision of Godino and Font and the representation management given by Duval, who establishes as key elements within the representation the conversion and the treatment. The research process was carried out in three phases: application and analysis of a diagnostic test; design and execution of a didactic sequence; and staging a final test. The paradigm used was the qualitative one under the Research-Action approach. From categorization of data made and exposed in the categorical matrix, structured from the diagnostic test, it was possible show that the students started with a poor recognition of the algebraic language and an absent representation of situations in first degree equations, that is, the translation of natural language into algebraic language was distant and, even more, the process of generalization that would bring them closer to modeling; Thus, the students proposed solutions by intuitive reasoning, conditions that according to the categorical matrix resulting from the analysis of the final test that was applied, once the intervention ended, favored the understanding and representation of the algebraic language of the participants at different levels .

* Bachelor Thesis

** Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación. Directora: Belki Yolima Tórres Rueda, Magíster en Pedagogía

INTRODUCCIÓN

La investigación se desarrolló en el pensamiento variacional representado en los sistemas algebraicos y los procesos de resolución de problemas y comunicación dado que los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa , de acuerdo al análisis de los resultados del ISCE, prueba saber y los resultados de las valoraciones internas, evidencian un problema en este campo, ya que deberían dar muestras de interpretar, analizar y dar solución a diferentes situaciones problema, más cuando en este nivel, estructuras y conceptos algebraicos propios del pensamiento variacional, han sido utilizadas, siendo entonces el escaso reconocimiento de estas estructuras un obstáculo para el avance en la construcción de pensamiento matemático formal.

La investigación planteó como objetivo general, fortalecer el pensamiento variacional mediante la implementación de una secuencia didáctica fundamentada en la solución de situaciones problema planteadas con ecuaciones de primer grado para potenciar la comunicación y la modelación en estudiantes de octavo grado, y se implementó teniendo en cuenta la concepción del pensamiento variacional y los Sistemas Algebraicos y Analíticos planteada por el MEN, en sus estándares básicos de competencias tomando una de estas representaciones, específicamente la ecuación de primer grado, como soporte para determinar las dificultades de los estudiantes en la conversión del lenguaje natural al algebraico y con ello el inconveniente para lograr generalizar y en consecuencia modelar.

En este proceso los conceptos de: pensamiento variacional expuestos por Vasco; incógnita, igualdad y ecuación; dados por Godino y Font, además de la idea de representaciones planteada por Duval fueron un aporte teórico para el desarrollo de la investigación, porque es precisamente bajo este tipo de representaciones que los objetos matemáticos logran exteriorizarse y facilitar la comunicación y el desarrollo de pensamiento matemático formal. Además, desde los conceptos de conversión y

tratamiento expuestos por Duval se apoyó la categorización de datos hecha para el análisis de la información.

Inicialmente se aplicó una prueba diagnóstica, cuyo análisis se realizó con la construcción de memorandos descriptivos y de interpretación hechos a partir de las respuestas dadas por los estudiantes, estos arrojaron una serie de subcategorías emergentes que dieron paso junto a los referentes teóricos a las categorías condensadas en la matriz categorial que fue la base de todo el análisis. Tomando estos resultados y la teoría referida, se diseñó la secuencia didáctica que se apoyó además en lo planteado por García-Tobón y Pimienta, en cuanto al enfoque y estructura.

La secuencia didáctica tuvo seis sesiones, para cada una se dispuso, en un primer momento, de una actividad dinámica o juego que motivara el aprendizaje colectivo e incentivara el proceso de enseñanza y aprendizaje, seguido de un trabajo de construcción de conceptos y procedimientos por equipos orientados por un guía de trabajo, finalizando con la socialización del trabajo realizado en la dinámica de compartir y comunicar argumentos para formalizar, cada sesión fue registrada y analizada.

Al terminar la intervención se realizó una prueba final cuyo análisis se estructuro bajo la matriz categorial resultante de la prueba diagnóstica con el fin de determinar desde la comparación los avances de la investigación.

A partir de esta investigación se logró determinar que para los estudiantes participantes la conversión del lenguaje natural al lenguaje algebraico, reflejado en la representación de una situación en un modelo, era un proceso ausente en todos, en ningún caso reconocían la letra con un elemento que permitiera representar y generalizar expresiones dadas en lenguaje natural, todos los argumentos expuestos para solucionar una situación se apoyaron en procesos aritméticos, en el tanteo y

en el razonamiento intuitivo, alejados del uso de un lenguaje algebraico que diera cuenta de la existencia de un pensamiento matemático cercano al formal, estructurado en lo general, en los patrones y en el orden.

Durante la implementación de la secuencia las dificultades para representar, generalizar y modelar se hicieron evidentes desde el nivel de comprensión de la información expuesta en la situación.

A partir de las indagaciones hechas a los estudiantes frente al uso de la secuencia didáctica como herramienta de aprendizaje todos coinciden en que es una manera divertida de aprender, en la que se logran afianzar procesos, que fomenta la creatividad y precisa al estudiante a pensar porque da el espacio para la reflexión y el cuestionamiento.

Con el análisis de la prueba final aplicada una vez finalizó la intervención, se pudo concluir que aunque hubo progresos en todo sentido, comprensión, conversión y tratamiento; si se mejoró en del uso del lenguaje matemático, evidenciado en justificaciones más estructuradas desde el uso del lenguaje algebraico, en ellas hubo avances en los procesos de comunicación matemática, la letra aparecía como elemento que posibilitaba la representación y con ello la generalización como un aspecto ya presente en su pensamiento, además del reconocimiento del modelo (ecuación de primer grado) como parte de la solución. Sin embargo, es necesario seguir fortaleciendo estructuras del pensamiento variacional, porque la dificultad para modelar sobretodo, situaciones problema que exijan el uso de conceptos o procedimientos mucho más elaborados que se salgan del plano literal, sigue estando presente.

1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Fortalecer el pensamiento variacional en estudiantes de octavo grado a partir de la resolución de situaciones problema con ecuaciones de primer grado.

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Teniendo en cuenta que uno de los mayores retos de la Educación en Colombia se centra en impartir Educación de Calidad, es importante entonces revisar los documentos que en la actualidad el Ministerio de Educación entrega a la comunidad educativa con el objetivo de informar y propiciar la reflexión sobre el proceso Educativo que desde las Instituciones se está llevando.

Bajo esta premisa el Ministerio de Educación Nacional envió a las Institución Educativas el resultado del Índice Sintético de Calidad[1] (ISCE), que es un instrumento de medición que el Ministerio diseña como herramienta para promover una cultura de mejora continua al interior de las Instituciones Educativas; con el que se identifican fortalezas y áreas por mejorar a partir de los cuatro componentes evaluados: Progreso, Desempeño, Eficiencia y Ambiente Escolar.

Progreso[2]: Mide que tanto ha mejorado el colegio en relación con los resultados que el establecimiento obtuvo el año anterior, en donde el propósito es disminuir el porcentaje de estudiantes ubicados en el nivel insuficiente; la valoración tiene en cuenta los resultados de la prueba Saber en las áreas de Matemáticas y Lenguaje.

[1] COLOMBIA APRENDE. La red de conocimiento. [en línea]. [Citado en 15 de septiembre de 2016]. <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/siemprediae/86402>

[2] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Reporte de la Excelencia. [en línea] [citado en 17 de Septiembre de 2016] disponible en: <http://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/documentos/2016/168081000598.pdf>

Desempeño[3]: Tiene en cuenta los resultados de la Prueba Saber en Matemáticas y Lenguaje, en promedio para ser comparado con los de la nación, en consecuencia, entre mayor sea el promedio mayor será el puntaje obtenido en este componente.

Eficiencia[4]: Tiene en cuenta el porcentaje de aprobación del año escolar de los estudiantes, el objetivo es balancear resultados para que no solo el parámetro de medición sea el resultado de la Prueba Saber.

Ambiente escolar[5]: Este aspecto tiene en cuenta el cuadernillo de factores asociados que se le entrega al estudiante durante la prueba Saber, en este el estudiante responde una serie de preguntas asociadas al clima de aprendizaje en el aula, y al seguimiento de este (calidad y frecuencia de los procesos de retroalimentación).

Cabe anotar que el ISCE se obtiene de la suma de los resultados parciales de cada uno de los componentes.

El análisis de estos resultados para el Instituto Técnico Superior de Comercio (ITSC) produce serios cuestionamientos en cuanto a los aspectos por mejorar, siendo de mayor preocupación los resultados de la Básica Secundaria y en particular los del área de Matemáticas.

Considerando que el objetivo del ISCE es mejorar la calidad educativa de nuestra Institución al aportar elementos concretos sobre los cuales se evidencien fallas, es necesario observar los resultados que para cada uno de los niveles se registran y la comparación con el Estándar Nacional y de la Entidad Territorial Certificada (ETC), en este caso Barrancabermeja; en la tabla 1, se hace el comparativo, a partir

[3] Ibíd.
[4] Ibíd.
[5] Ibíd.

del cual se concluye que es en la Básica Secundaria donde se requiere mayor intervención y apoyo a los procesos de Enseñanza y Aprendizaje, desde la visión de mejoramiento en la Calidad de la Educación que desde la Institución se brinde.

Tabla 1. Comparación del ISCE Nacional, Local y de la Institución, en la Básica Primaria, Secundaria y Media.

NIVEL	ISCE NACIONAL		ISCE ETC		ISCE DE LA ITSC	
	2014	**2015**	**2014**	**2015**	**2014**	**2015**
Básica Primaria	5,07	5,42	5,25	5,31	5,48	5,10
Básica Secundaria	4,93	5,27	4,69	5,11	**4,18**	**3,41**
Media	5,57	5,89	5,43	5,68	5,19	4,80

Fuente. Ministerio de Educación Nacional, "Reporte de la Excelencia 2015. (Modificaciones propias).

En la básica primaria, los resultados se detallan en la tabla 2. El componente de Progreso aunque no cumple su propósito de tener el menor número de estudiantes en nivel insuficiente, y no supera resultados con respecto al año anterior, la mayoría de los estudiantes están entre el nivel mínimo y satisfactorio, siendo visible que el área de Matemáticas marca resultados de mayor insuficiencia, además de una ruptura entre los resultados de 3° y 5°, lo que en consecuencia tiene relación con los resultados del componente de Desempeño, en el que los resultados en las pruebas Saber están por debajo del promedio Nacional.

Los componentes de Eficiencia y Ambiente escolar, muestran porcentajes de aprobación, lo que abre el abanico de aspectos por mejorar en este nivel; dado que un buen porcentaje de aprobación tendría que tener una relación más estrecha con los resultados del componente de Desempeño y Progreso.

Tabla 2. Resultados del ISCE a partir de los cuatro componentes en la Básica Primaria (3° y 5°).

PROGRESO (MATEMATICAS) %															
2014 (3° Y 5°)								2015 (3° Y 5°)							
NIVEL AVANZADO		NIVEL SATISFACTORIO		NIVEL MÍNIMO		NIVEL INSUFICIEN		NIVEL AVANZADO		NIVEL SATISFACTORIO		NIVEL MÍNIMO		NIVEL INSUFICIE	
3°	5°	3°	5°	3°	5°	3°	5°	3°	5°	3°	5°	3°	5°	3°	5°
22	27	33	23	28	22	17	28	28	18	25	20	33	26	14	36
DESEMPEÑO (puntaje de 100 a 500)															
Resultado prueba Saber 3° Y 5° en promedio ITSC								Resultado prueba Saber 3° Y 5° en promedio Colombia							
312			314					332			318				
EFICIENCIA															
92%															
AMBIENTE ESCOLAR (puntaje de 1 a 100)															
Ambiente en el aula								Seguimiento al aprendizaje							
54								50							
PROGRESO		DESEMPEÑO		EFICIENCIA		AMB ESCOLAR							**ISCE**		
0,92		2,50		0,92		0,76							**5,10**		

Fuente. Ministerio de Educación Nacional, “Reporte de la Excelencia 2014-2015. (Modificaciones propias).

En la Media, los resultados se muestran en la tabla 3. El análisis conduce a conclusiones similares, en el componente de Progreso, en donde ya no se tienen en cuenta niveles sino Quintiles, del 1 al 5, el Quintil 1 no tiene una considerable variación al igual que el Quintil 5, centrando la mayoría de estudiantes entre los Quintiles 2, 3, 4, es decir se conservan niveles mínimos y satisfactorios entre los estudiantes de la Media, lo que guarda relación con los resultados de la prueba Saber 11; cabe anotar que matemáticas es el área con mayor debilidad. El componente de Eficiencia tiene un buen nivel de aprobación, lo que en consecuencia exige que los resultados mejoren en los componentes de Progreso y Desempeño.

Tabla 3. Resultados del ISCE en la Media.

PROGRESO									
2014					2015				
Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5
15%	23%	24%	24%	14%	12%	21%	25%	21%	21%
DESEMPEÑO (puntaje de 100 a 500)									
Resultado prueba Saber 11 en promedio ITSC				Resultado prueba Saber 11 en promedio Colombia					
49				51					
EFICIENCIA									
91%									
AMBIENTE ESCOLAR (puntaje de 1 a 100)									
Ambiente en el aula				Seguimiento al aprendizaje					
N.R				**N.R**					
PROGRESO	DESEMPEÑO		EFICIENCIA	AMB ESCOLAR	**ISCE**				
0,66	2,32		1,83		**4,80**				

Fuente. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, "Reporte de la Excelencia 2014-2015. (Modificaciones propias).

En la Básica Secundaria la ruptura de resultados ante la variación de los mismos es abrupta, como se puede verificar en la tabla 1 y en detalle en el siguiente cuadro comparativo, tabla 4; en donde cada componente se expone para el área de Matemáticas; estos elementos se obtienen de la lectura hecha a las gráficas y a los datos contenidos en el documento entregado por el Ministerio de Educación Nacional a la Institución Educativa.

Tabla 4. Resultados ISCE para la Básica Secundaria

PROGRESO							
2014				2015			
NIVEL AVANZADO	NIVEL SATISFACTORIO	NIVEL MÍNIMO	NIVEL INSUFICIENTE	NIVEL AVANZADO	NIVEL SATISFACTORIO	NIVEL MÍNIMO	NIVEL INSUFICIENTE
1%	14%	56%	29%	0%	4%	44%	52%

DESEMPEÑO (puntaje de 100 a 500)			
Resultado prueba Saber 9 en promedio ITSC		Resultado prueba Saber en promedio Colombia	
2014	2015	2014	2015
275	232	295	298

EFICIENCIA	
2014	2015
92%	73%

AMBIENTE ESCOLAR (puntaje de 1 a 100)			
Ambiente en el aula		Seguimiento al aprendizaje	
2014	2015	2014	2015
50	50	49	48

AÑO	PROGRESO	DESEMPEÑO	EFICIENCIA	AMB ESCOLAR	ISCE
2014	0,35	2,14	0,92	0,75	**4,18**
2015	0,00	1,93	0,73	0,75	**3,41**

Fuente. Ministerio de Educación Nacional, "Reporte de la Excelencia 2014-2015. (Modificaciones propias).

El Componente de Progreso está en 0,00; lo que refleja que no hubo ninguna mejoría, por el contrario el propósito de este componente que es lograr el mínimo de estudiantes en nivel insuficiente se desvió en su totalidad dado que lo que hubo fue un marcado aumento de estos estudiantes y se entiende claramente sobretodo en Matemáticas que los estudiantes que aparecían en el 2014 en niveles avanzados, satisfactorios y mínimos pasaron a niveles insuficientes, lo que abre un gran interrogante frente a lo que aconteció en el proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula, o en el contexto escolar, social o de cualquier otro ámbito, durante este año y en consecuencia obligan a determinar acciones o estrategias que promuevan cambios positivos que se vean reflejados en mejores resultados y que además incentiven la Calidad Educativa de la Institución, sobre todo en este nivel.

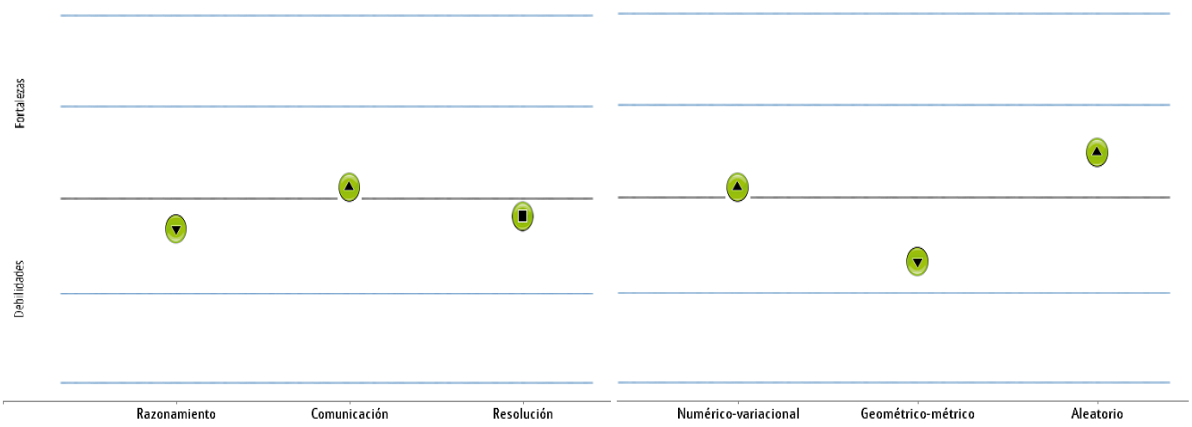
Los resultados del componente de Progreso guardan relación con los resultados del componente de Desempeño, en el que el área de Matemáticas sigue en declive en la Básica Secundaria; al detenerse a revisar resultados de la prueba Saber, de noveno grado y de quinto grado, teniendo en cuenta que son estos los estudiantes que hoy se encuentran en 8°, dada la necesidad de encontrar elementos que respalden los bajos resultados obtenidos sobretodo en Matemáticas; se realiza el análisis de las gráficas que a continuación se presentan.

En ellas se muestra el desempeño de los estudiantes en las competencias y componentes inicialmente de noveno grado en los años 2014, 2015 y 2016; en las que se puede observar que el comportamiento de la competencia de comunicación y el componente variacional es irregular, lo que deja ver la falta de solidez en las habilidades relacionadas con este proceso y este pensamiento en los estudiantes.

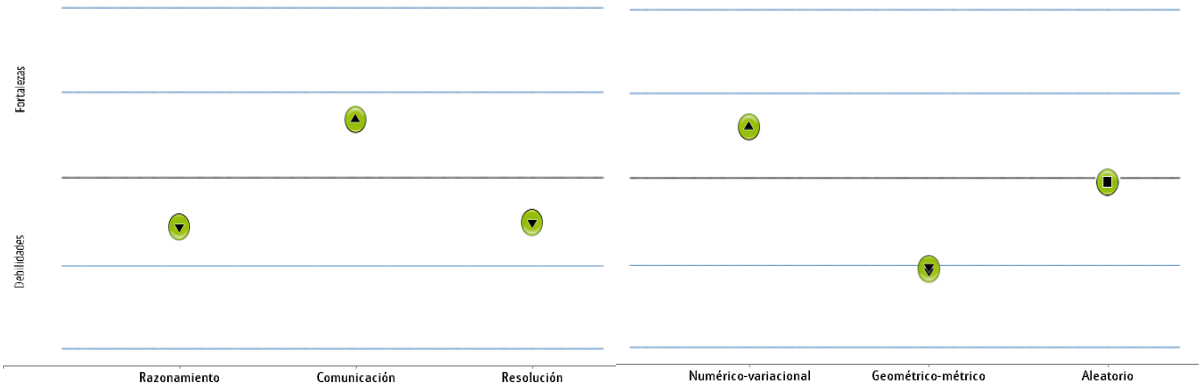
Luego se muestran las gráficas del desempeño de los estudiantes de quinto grado en estas competencias y componentes, con el fin de observar sus debilidades y fortalezas y con ello verificar sobretodo que los estudiantes que se encuentran actualmente en octavo grado, tienen una evidente debilidad en el componente variacional y en las competencias de comunicación, elementos que se pretenden fortalecer con esta propuesta de investigación.

Gráfica 1. RESULTADOS DE PRUEBA SABER 9 POR COMPETENCIAS Y COMPONENTES.

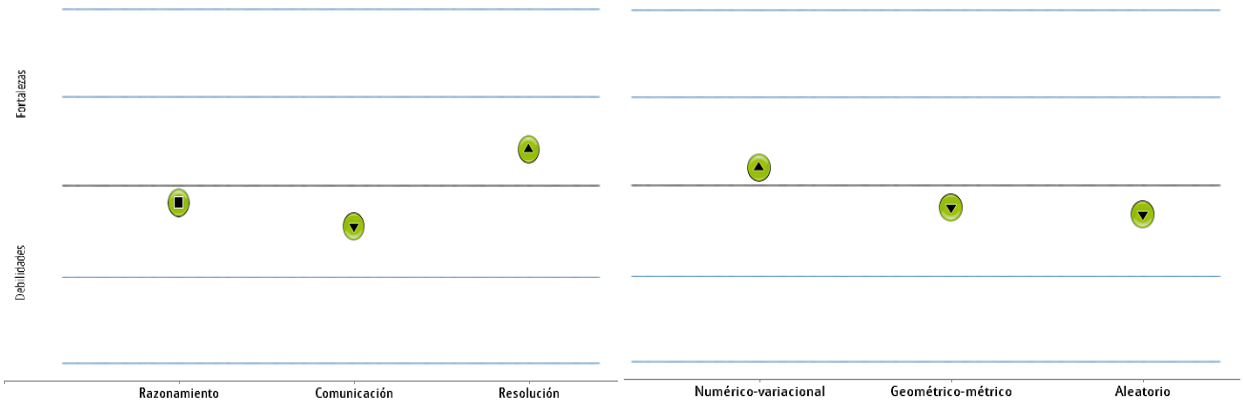
2014



2015



2016



Gráfica 2. RESULTADOS DE PRUEBA SABER 5 POR COMPETENCIAS Y COMPONENTES

Lo mencionado invita a que desde la praxis se presenten muchos aspectos por mejorar en el diseño de estrategias y en la planeación del área de Matemáticas, aportando elementos que den validez a procesos de enseñanza y aprendizaje de calidad; considerando que si se plantean estrategias que originen aprendizajes significativos desde la resolución de problemas que acerque al estudiante a la realidad y se fortalezcan, particularmente conceptos y estructuras algebraicas que no solo se centren en la práctica de algoritmos sino que potencien la interpretación y análisis de enunciados; comprendiendo que el álgebra es una herramienta de

comunicación que permite representar ideas matemáticas y transformarlas en un proceso de comunicación que pueda facilitar la modelación desde un lenguaje algebraico que a su vez permita dar soluciones a situaciones problema desde la generalización como elemento clave que potencie habilidades como la argumentación matemática y la interpretación para beneficiar la construcción de conocimiento desde los procesos matemáticos lo que podría mejorar no solo resultados de pruebas sino procesos cognitivos, como la inferencia lógica y la síntesis, que son procesos que el pensamiento variacional privilegia.

El componente de Eficiencia muestra a diferencia de la Media y la Básica Primaria, un nivel de aprobación del 73%, lo que además indica otra dificultad, en el seguimiento y estrategias que se promueven para los estudiantes, con el objetivo de elevar el nivel y la calidad de la educación específicamente en estos grados de la Básica Secundaria, es decir cumplir con el objetivo de que más estudiantes aprendan y mejor.

Por otro lado la Institución Educativa en cumplimiento de la evaluación institucional propuesta por el Ministerio de Educación desarrolla un Plan de Mejoramiento; este plan de mejoramiento debería tener una fuerte base en el análisis hecho al ISCE sobretodo en las propuestas que se presenten en función al mejoramiento académico, ahora bien una vez realizada la revisión de este documento, se logra concluir que aunque se plantea la necesidad de buscar estrategias de apoyo que propendan por el mejoramiento académico, estas no son puntuales ni específicas para cada nivel de acuerdo a las necesidades de los grupos de estudiantes existentes, además no existe ningún documento anexo que las contenga, en consecuencia no se evidencia ningún seguimiento ni revisión de metas. Esto hace que sea indispensable una mayor apropiación del proceso de mejoramiento en la Institución, específicamente en el área de Matemáticas, máximo cuando los resultados propuestos para mejoramiento de la calidad de la educación así lo exigen.

Teniendo en cuenta lo señalado es posible determinar que la intervención en procesos de enseñanza y aprendizaje que conduzcan en la básica secundaria a aprendizajes significativos es indispensable; ahora bien, desde la básica secundaria los procesos matemáticos se deben fortalecer bajo el objetivo de lograr estudiantes matemáticamente competentes, el desarrollo de estrategias que permitan fortalecer los procesos de comunicación, representación y modelación además de vincular de forma concatenada experiencias de aula que utilicen procesos de razonamiento y resolución de problemas, resulta ser un aporte importante en el hecho de fortalecer el pensamiento variacional, según lo afirma Vasco[6], el pensamiento variacional resulta ser una forma dinámica de pensar y por tanto requiere de la activación de otros pensamientos, métrico, numérico, espacial dependiendo del tipo de variables que intervengan en la situación, inclusive, desde su condición de permitir la generalización de procesos es de inminente relación con otras ciencias, máxime si se condiciona a la resolución de problemas; un proceso que esta inerte a la cotidianidad de nuestros estudiantes y por tanto tendría que ser un proceso en constante desarrollo y evolución en los educandos

Tanto el proceso de Resolución de Problemas como el Pensamiento Variacional representado en los sistemas algebraicos son de marcada debilidad en los estudiantes de octavo grado, bien sea desde la perspectiva del ISCE, Prueba Saber o desde resultados de valoraciones internas en la Institución Educativa, lo que es un problema de especial atención si se tiene en cuenta que estos estudiantes por su desarrollo cognitivo deberían estar en capacidad de interpretar, analizar y dar solución a diferentes situaciones problema propias de su contexto; además en este nivel ya entran en contacto con estructuras y conceptos algebraicos propios del pensamiento Variacional que necesariamente facilitarían el planteamiento de ecuaciones de primer grado y en consecuencia la solución a dichas situaciones.

[6] VASCO, Carlos. El pensamiento variacional y la modelación matemática. Universidad del Valle. Universidad de Manizales. Conferencia Interamericana de Educación Matemática. 2003. pibid.mat.ufrgs.br. p. 6.

Desde lo expuesto se devela que las dificultades en este pensamiento y la poca apropiación de estos procesos y sistemas detienen la adquisición de competencias Matemáticas en los estudiantes. Fortalecerlos desde una práctica Didáctica conllevaría a dar solución a un problema de notoria afectación en la calidad de la Educación Matemática brindada en la Institución, además de ayudar a construir un pensamiento formal a nivel matemático, indispensable en la consolidación de estructuras matemáticas de mayor complejidad.

Este fundamento es importante tenerlo presente para formular una serie de preguntas que reflejen elementos orientadores a un proceso de investigación con el que se pretende dar solución a un problema identificado a partir de las dificultades que los estudiantes evidencian en la construcción del pensamiento matemático referido en el pensamiento variacional.

1. ¿Cuáles son las dificultades que el estudiante de Octavo grado enfrenta en la representación del lenguaje verbal al lenguaje algebraico y en la modelación de dicha interpretación en una ecuación de primer grado?
2. ¿Qué instrumento pedagógico diseñar en un ciclo de enseñanza-aprendizaje, basado en el proceso de resolución de problemas de ecuaciones de primer grado con el fin de fortalecer el pensamiento variacional?
3. ¿Cómo la aplicación de una secuencia didáctica basada en la solución de situaciones problema a partir del planeamiento de ecuaciones de primer grado promueve el desarrollo del pensamiento variacional en un estudiante de octavo gado?

Tomando como referencia las anteriores preguntas se plantea la siguiente pregunta de investigación: **¿CÓMO FORTALECER EL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO A PARTIR DE LA SOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA CON ECUACIONES DE PRIMER GRADO?**

2. JUSTIFICACIÒN

La construcción del pensamiento Variacional inicia desde los grados inferiores y aunque no se introduce formalmente sino hasta los grados Octavo y Noveno su construcción debe iniciar temprano, no desde un pensamiento formal, pero si intuitivo. En octavo grado se inicia el camino hacia estructuras de pensamiento diferentes por lo que es muy importante asegurar en los estudiantes el desarrollo de un pensamiento variacional que facilite el desarrollo académico y personal de estos, para que el avance no implique alejarse del pensamiento matemático por su aparente complejidad sino por el contrario se suscite un mayor acercamiento que perfile la introducción en áreas que exigen un manejo formal de la matemática.

El pensamiento variacional trabajado desde los sistemas algebraicos no hace referencia solo al desarrollo y aplicación de algoritmos inmersos entre letras y números sino que involucra el concepto y uso de estructuras algebraicas en todas sus manifestaciones brindando al estudiante la posibilidad de fortalecer habilidades de pensamiento que le permitan manejar estructuras cognitivas que lo lleven a concluir, inferir, y adoptar posiciones críticas frente a diversas soluciones de situaciones problema.

Además el fortalecimiento del pensamiento variacional facilita el crecimiento en otros pensamientos o estructuras curriculares, dado que es posible adaptarlo a otros contextos y realidades del estudiante que inmediatamente conllevarían a aprendizajes más significativos, lo que en consecuencia hace que la implementación con éxito de una herramienta didáctica como la que se propone a través de este trabajo de investigación, que precisamente busca presentar al estudiante la posibilidad de facilitar un proceso de enseñanza y aprendizaje desde la interacción y construcción de su conocimiento, se vea reflejada en mejores resultados que consoliden el nivel académico del educando y la Institución, es decir apunte a mejorar la calidad de la educación matemática que hasta ahora refleja serias falencias.

El no diseñar e implementar una herramienta didáctica encaminada al fortalecimiento del pensamiento variacional desde estructuras algebraicas, particularmente enfocado en la resolución de problemas con ecuaciones de primer grado estaría limitando el avance del estudiante en la construcción de su pensamiento matemático y con ello su crecimiento en áreas del saber que con seguridad lo prepararían cognitivamente al darle elementos que le permitan asumir los retos académicos futuros.

La secuencia didáctica que se diseñó para implementarla con estudiantes del grado octavo de la Institución, se desarrolló con la finalidad de apoyar los procesos matemáticos en la clase, al ofrecer al estudiante un entorno atractivo por la interacción, la permanente reflexión frente a la construcción de conocimiento y a la solución de situaciones cercanas a la realidad del estudiante, ello incentivó el aprendizaje dinámico e innovador que motivo al estudiante y promovió su aprendizaje significativo.

La secuencia didáctica propuso actividades dinámicas, juegos y situaciones problema que involucraron diversas temáticas, expuestas al estudiante de diferentes maneras, bajo el objetivo de vincular los procesos de comunicación, representación, modelación, razonamiento y resolución de problemas, lo que contribuyó, además, a la transversalidad curricular y a la posibilidad de que la comunidad educativa se involucrara en un proceso que podría beneficiar la proyección académica del estudiante.

El desarrollo de esta investigación se constituyó en la oportunidad para fortalecer las prácticas pedagógicas que se vienen desplegando en el aula de clase, porque la aprehensión de una cultura de investigación genera ambientes de reflexión continua para construir conocimiento desde el conocer y el hacer inducido por la investigación en el aula, es decir se estableció una herramienta que contribuyó a la calidad de la formación matemática en los estudiantes y a la educación matemática

de la Institución, dado que en la enseñanza y aprendizaje se involucró en un proceso de mejora continua suscitado desde el adelanto de este proyecto.

3. OBJETIVOS

En la investigación se planteó el objetivo general y los objetivos específicos que se fundamentan en la pregunta problema de la investigación y las preguntas directrices.

3.1. OBJETIVO GENERAL

Fortalecer el pensamiento variacional mediante la implementación de una secuencia didáctica fundamentada en la solución de situaciones problema planteadas con ecuaciones de primer grado para potenciar la comunicación y la modelación en estudiantes de octavo grado.

3.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Identificar las dificultades que los estudiantes de octavo grado presentan en la conversión del lenguaje natural al algebraico y en la modelación de estas representaciones en ecuaciones de primer grado para dar solución a situaciones problema.
- Diseñar e Implementar una Secuencia Didáctica basada en el planteamiento de ecuaciones de primer grado para encontrar la solución a situaciones problema con el fin de potenciar el pensamiento variacional.
- Establecer el grado de incidencia de la aplicación de una Secuencia Didáctica fundamentada en la solución de situaciones problema a partir del planteamiento de ecuaciones de primer grado, en el fortalecimiento del pensamiento variacional en estudiantes de octavo grado.

4. FUNDAMENTO TEÓRICO

4.1. ANTECEDENTES

En este apartado se abordan diferentes investigaciones realizadas a nivel internacional, nacional y local, que aportaron elementos importantes a la investigación desarrolladas, en los planos metodológico y teórico.

4.1.1. Internacionales. En la búsqueda realizada se encontraron diferentes antecedentes de orden internacional que abordaron elementos similares a los tratados en esta investigación, entre estos están:

Los procesos algebraicos y su incidencia en el razonamiento lógico matemático en problemas con ecuaciones de primer grado en estudiantes de noveno año de educación básica del colegio nacional 17 de abril del cantón quero provincia De Tungurahua, desarrollado por Maritza Elizabeth Castro Mayorga como trabajo de Investigación de Maestría en Docencia Matemática de la Universidad Técnica de Ambato en el 2013.

La investigación expuso como la apropiación de procesos algebraicos influye en el desarrollo de habilidades de pensamiento que facilitan la resolución de problemas y en consecuencia el planteamiento de ecuaciones dado la facilidad de modelación que los estudiantes adquieren. La autora propone como objetivo; “Determinar la incidencia de los procesos algebraicos en el razonamiento lógico matemático en problemas con ecuaciones de primer grado de los estudiantes de noveno año de Educación General Básica del colegio Nacional 17 de abril del cantón Quero”[7]; y como objetivos específicos; “Realizar un estudio del uso de procesos algebraicos

[7] CASTRO MAYORGA, Maritza Isabel. Los Procesos Algebraicos Y Su Incidencia En El Razonamiento Lógico Matemático En Problemas Con Ecuaciones De Primer Grado En Estudiantes De Noveno Año De Educación Básica Del Colegio Nacional 17 De Abril Del Cantón Quero Provincia De Tungurahua. Ecuador. 2013, 198 h. Tesis de maestría en Docencia Matemática. Universidad Técnica de Ambato.

por parte de los docentes del área de ciencias exactas del Colegio Nacional 17 de Abril; analizar el alcance del razonamiento lógico matemático en los estudiantes de noveno año de EGB del Colegio y proponer una guía didáctica de utilización de los procesos algebraicos para mejorar el razonamiento lógico matemático de los estudiantes en el aprendizaje de Matemáticas"[8].

Tuvo un enfoque cualitativo dado que es de carácter social educativo, se centró en un estudio de campo, empleó como técnica el análisis documental y la investigación de campo; la recolección de datos se hizo a partir de una serie de indagaciones propuesta a partir de entrevistas y cuestionarios que no solo buscaron determinar pre saberes en los estudiantes sino elementos vinculados al proceso de enseñanza-aprendizaje manejado, estos instrumentos fueron aplicados sobre 80 estudiantes del grado Noveno y 7 docentes del área de matemáticas.

Posterior a ello la autora realizó un análisis de datos apoyado en tablas de frecuencias y porcentajes, estos datos fueron confiables desde la aplicación de otro instrumento; una encuesta tanto a docentes como estudiantes con la que se buscó conocer el criterio de los profesores del área de matemática del plantel con respecto a los procesos algebraicos y su incidencia en el razonamiento lógico de problemas con ecuaciones de primer grado, la aplicada a los estudiantes buscó verificar la situación actual de utilización de los procesos algebraicos en la enseñanza de la matemática para desarrollar el razonamiento lógico en problemas con ecuaciones de primer grado.

Con este proceso la autora dio confiabilidad a las interpretaciones hechas desde la recolección de datos, teniendo en cuenta que las preguntas estaban encaminadas a la verificación tanto en docentes como en estudiantes de aspectos como el uso del lenguaje algebraico, la incidencia del razonamiento lógico en la solución de

[8] Ibíd., p.13.

situaciones, la capacidad para plantear ecuaciones de primer grado como instrumento de modelación de una situación problema entre otros. Cabe anotar que la autora valida la tesis propuesta como eje de su investigación en un análisis estadístico con el que apoya interpretaciones y reflexiones.

Desde lo anterior la autora realizó la intervención con la elaboración de un Manual Didáctico que acompañó con una propuesta que aporta desde el seguimiento al desarrollo de habilidades cognitivas en los procesos de construcción de conocimiento; para que desde la reflexión y la conciencia de su manera de pensar se logre alcanzar niveles óptimos en las actividades planteadas en el manual. La autora explica la elaboración del Manual junto al Plan Operativo de Acción con el que realizaría el monitoreo a la aplicación del mismo.

La autora de la investigación concluye que es inminente que los docentes se apropien de herramientas que faciliten a los estudiantes la adquisición de conceptos matemáticos, estas herramientas deben ser cercanas a su realidad y motivantes frente al proceso de aprendizaje, logrando que los estudiantes sean conscientes de que el proceso es útil y necesario en la fundamentación de su pensamiento matemático, particularmente el desarrollo de estructuras algebraicas que potencian el desarrollo del pensamiento variacional al darle habilidades de razonamiento lógico y con ello elementos que le permiten dar solución a situaciones problema con mayor destreza.

Esta investigación dio aportes importantes dado que el Manual que crea es específico en cuanto a elementos didácticos que además están fundamentados teóricamente, lo que da un importante soporte al diseño de la Secuencia Didáctica que hace parte de la intervención de la actual propuesta.

Un posterior antecedente tenido en cuenta fue: Estrategias para la comprensión de ecuaciones de primer grado en los alumnos de segundo año de secundaria,

realizado por Mary Carmen Reyes Delgado y desarrollado como una propuesta de intervención de maestría en educación básica de la Universidad Autónoma de Aguascalientes en México en el año 2008.

En esta investigación la autora se centró en el hecho de incentivar al aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva real, en donde el estudiante construyera su propio conocimiento, para lo que se apoya en la teoría constructivista, descrita desde Piaget, el aprendizaje significativo manejado por Ausubel y en los modelos de Bruner todo aplicado al aprendizaje del Algebra entendiendo que esta requiere de mayor fundamentación y atención dado su carácter generalizado e intangible, para que en los estudiantes cobre sentido y valor el aprendizaje, desde su manejo y apropiación.

La propuesta la desarrolló en la escuela secundaria técnica N° 5 Ing. Genaro Reyna Soto, de la Ciudad de Aguascalientes, México, en 40 estudiantes de 2 año de secundaria, la autora los describe de acuerdo a la teoría de Piaget en la edad de formar un pensamiento formal o desarrollo cognitivo de operaciones formales.

La autora propuso como objetivo general "Llevar a cabo una propuesta de intervención para la comprensión de Ecuaciones de Primer Grado en estudiantes de segundo año de secundaria a partir de diferentes estrategias"[9] y como objetivos específicos la autora estableció la aplicación de cada uno de los modelos que considero pertinentes en el aprendizaje de las ecuaciones de primer grado: Modelo de pilas, Modelo de la Balanza, Modelo de Rutas, Modelo de Euler.

.

La investigación tuvo enfoque Cualitativo, utilizó como instrumentos, cuestionarios para indagar sobre la actitud de los estudiantes frente al aprendizaje del algebra y

[9] REYES DELGADO, Mary Carmen. Estrategias para la comprensión de Ecuaciones de primer grado en los alumnos de segundo año de secundaria. México. 2008, 98 h. Tesis de maestría en Educación Básica. Universidad Autónoma de Aguascalientes.

particularmente de las ecuaciones; encuesta a docentes para revisar el manejo del proceso en el aula; observación documental y observación del estudiante; dado el procedimiento seguido y que su centro está en la intervención y diseño de una Secuencia Didáctica la técnica está basada en la Investigación-Acción.

Concluyó que es indispensable abordar temáticas en matemáticas desde estrategias que ofrezcan a los estudiantes un aprendizaje significativo, por lo que consideró que particularmente el aprendizaje significativo del algebra y el desarrollo de un pensamiento formal van de la mano y facilitan en el estudiante el fortalecimiento de un pensamiento más estructurado que le permita asumir con facilidad la adquisición de otros conocimientos. Reflexionó en el uso de los Modelos (Pilas, Balanza, Rutas y Euler) para mejorar significativamente la concepción de los estudiantes frente a las ecuaciones y con ello facilitar su uso en la solución de situaciones problema. Lo anterior es un aporte importante en la construcción de herramientas o estrategias Didácticas, que como la Secuencia Didáctica hacen parte de la actual propuesta, además el manejar en paralelo el desarrollo cognitivo del estudiante y la estructura que plantea Bruner para dicho diseño, lo que resultó ser un aporte a considerar para esta investigación que propuso como objetivo fortalecer el pensamiento Variacional desde estructuras algebraicas para el manejo de ecuaciones.

El tercer antecedente que se consideró a nivel internacional fue la tesis de Maestría en Educación Matemática elaborada para la Universidad Pontificia Católica de Lima- Perú. Errores que presentan los estudiantes de primer grado de secundaria en la resolución de problemas con ecuaciones lineales. Diseñada por Luz Milagros Azañero Távara en el año 2013.

En esta la autora propuso como objetivo general “Identificar los errores que cometen los estudiantes de primer grado de secundaria al resolver problemas con

ecuaciones lineales"[10], para lo cual formulo unas tareas específicas que trazó a partir del diseño de secuencias de problemas que se resuelven usando ecuaciones lineales y que por una parte estimulen tratamientos en los registros algebraico, numérico y verbal y por otro lado estimulen conversiones entre los mismos registros además de Identificar y clasificar los errores que los estudiantes presentaron al resolver dichos problemas.

La autora centró su atención en lo importe que resulta para el pensamiento Matemático la resolución de problemas, porque es esto lo que enseña a pensar matemáticamente; esta resolución implica todo un proceso mental, que exige cierto rigor, metodologías de enseñanza-aprendizaje y para ello cita varios autores que dan aportes importantes a su investigación entre ellos Polya, Malaspina (2011), Santos (2009), Echenique (2006). Cobrando especial importancia en este proceso la Ecuación de primer grado que aunque temáticamente se maneja en la secundaria, viene inmersa en el planteamiento de diversas situaciones desde los primeros niveles escolares y es su poca comprensión quien propicia dificultades, por lo tanto se requiere intervención metodológica para que los estudiantes aborden con mayor confianza y seguridad, situaciones problema en otras áreas como Química, Física o ecuaciones de otro ramo, Exponenciales, Logarítmicas entre otras.

El manejo de las ecuaciones la autora (Azañero Tavara) lo sustenta teóricamente en la teoría de Registros de Representación Semiótica de Duval, esta actividad matemática exige realizar conversiones de un registro a otro y esto se logra a partir de diversas transformaciones; siendo estos procesos los que denotan las mayores dificultades, resultando esencial para la investigación este manejo ya que permite determinar dificultades en la resolución de problemas en particular con ecuaciones lineales.

[10] AZAÑERO TAVARA, Luz Milagros. Errores Que Presentan Los Estudiantes De Primer Grado De Secundaria En La Resolución De Problemas Con Ecuaciones Lineales. Perú. 2013, 116 h. Tesis de maestría en Educación Matemática. Universidad Pontificia Católica de Lima.

La investigación se desarrolló con una muestra de 29 estudiantes de primer año de secundaria del Colegio Parroquial Reina de la Paz de San Isidro, sobre ellos aplicó una prueba Diagnostico apoyada en los referentes teóricos dados por Duval y Modelos expuestos por Polya para la resolución de situaciones problema. La prueba se analizó desde una categorización de datos cualitativa que permitió la determinación de errores, además la prueba fue observada y así el comportamiento de los estudiantes sirviera de apoyo a las percepciones de la autora. Luego se realizó una sesión de aprendizaje en la que se implementaron las acciones pedagógicas, orientadas de acuerdo a los errores percibidos en la prueba Diagnostico, finalmente se desarrolló una sesión de aplicación que es esencial para fundamentar y validar la hipótesis presentada.

La investigación alcanzó los objetivos propuestos de acuerdo al análisis de resultados a partir de la intervención realizada y logró verificar en los estudiantes una mayor capacidad para asumir el planteamiento de las Ecuaciones de primer grado como elemento importante en la solución de problemas, observando mayor estructuración en la solución que el estudiante presenta.

A pesar de centrar la investigación en la determinación de errores al usar la Ecuación Lineal para solución de diversas situaciones problema, fue una investigación muy útil para la investigación actual dado que son precisamente los aportes teóricos fundamentados en la detección de los errores los que lograron facilitar el planteamiento de situaciones relevantes dentro de una pertinente apropiación del concepto de Ecuación por parte de los estudiantes, enfocado precisamente en la solución de situaciones problema, aspecto que la autora de la investigación ubica como pieza vital en el desarrollo del pensamiento matemático.

4.1.2. Nacionales. En la búsqueda de antecedentes de orden nacional se encontraron las investigaciones: Comprender e interpretar los modelos mentales que se manifiestan en los procesos de transformación del lenguaje natural al

lenguaje algebraico en la resolución de problemas. Una propuesta de aproximación al pensamiento algebraico. Desarrollada por Dina Camero Tavera como trabajo de grado para la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales en la modalidad de Maestría de Profundización, para la Universidad Nacional de Colombia en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales del Departamento de Matemáticas y Estadística en Manizales, 2014.

El problema abordado en esta investigación fue orientado hacia la comprensión e interpretación de los diferentes modelos mentales que los estudiantes construyen para la resolución de situaciones problema que involucren planteamiento de ecuaciones de primer grado.

La autora de la investigación propuso como objetivos general "Lograr una aproximación donde se aborde desde los estudiantes la resolución de problemas y cómo se da la transformación entre los lenguajes, a través del uso de la teoría de los modelos mentales de Johnson Laird"[11]; para lo que delimitó el proceso desde " la Observación del desempeño de los estudiantes a través de la aplicación de una prueba que permita analizar las estrategias de resolución de problemas; la Elaboración de una categorización de los problemas matemáticos de acuerdo al tipo de estrategia empleada en la resolución de problema y la transformación que éste requiere y la Clasificación de las estrategias de resolución que puedan ser explicadas a través de la Teoría de los Modelos Mentales de Johnson Laird; finalizando con el Diseño de una intervención pedagógica, que permitió unificar las diversas representaciones que subyacen en la resolución de problemas algebraicos"[12].

[11] CAMERO TAVERA, Dina. Comprender e interpretar los modelos mentales que se manifiestan en los procesos de transformación del lenguaje natural al lenguaje algebraico en la resolución de problemas. Una propuesta de aproximación al pensamiento algebraico. Manizales, 2014, 162 h. Trabajo de grado. Universidad Nacional. Maestría en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales. Facultad de ciencias exactas y naturales, Dpto. de matemáticas y estadística. Disponible en Repositorio de la Universidad Nacional. http://www.bdigital.unal.edu.co/
[12] Ibíd., p.21.

El objetivo general, propone lograr una aproximación al pensamiento algebraico desde la resolución de problemas que impliquen el uso del lenguaje algebraico y las transformaciones de pensamiento, transformaciones que se sustentan en el modelo teórico presentado por Johnson Laird, lo que efectivamente se consiguió.

Al revisar la metodología expuesta, durante el desarrollo de la investigación, la autora utilizó técnicas e instrumentos propios de la Investigación Cualitativa, desarrolló una tesis en la que buscó comprender y analizar los diferentes modelos mentales que los estudiantes de Noveno grado de tres Instituciones Educativas, dos públicas y una privada, utilizan cuando resuelven diferentes situaciones problema que involucren conceptos algebraicos, apoyada en los modelos mentales que propone Johnson Laird, con esta muestra que es de 15 estudiantes por institución procuró tener en cuenta diferentes entornos asumiendo que ello influye en el uso de dichos modelos.

Los instrumentos que empleó básicamente son dos pruebas: una Diagnostico que estructura desde 10 preguntas en las que la indagación la centró en los pre saberes que el estudiante tiene en: Concepciones del Algebra, Utilidad del Algebra, Apropiación de Elementos básicos del Algebra, Traducción del lenguaje verbal al algebraico, Planteamiento y Resolución de Ecuaciones, Resolución de Problemas que involucran ecuaciones y Modelo mental en la resolución de problemas. Pre saberes que resultaron necesarios para establecer posteriores categorizaciones que le permitieron seleccionar el tipo de problemas a proponer en los estudiantes para determinar los modelos mentales que esta emplea en su planteamiento y solución.

En la segunda prueba propuso tres situaciones problema que diseño teniendo en cuenta no solo los fundamentos teóricos que propone Johnson Laird y otros autores como María Rita Otero e Inés Elichiribenety sino la adaptación de estos de acuerdo a las interpretaciones hechas desde la categorización de los datos obtenidos en la

prueba Diagnóstica. Los 3 problemas propuestos fueron: de enunciado literal, de enunciado por evocación y de enunciado complejo; desde las soluciones, hace el análisis de resultados, que valida desde la categorización hecha en la prueba diagnóstico y los fundamentos teóricos de los autores antes mencionados.

Cabe anotar que la autora planteo que el Enfoque utilizado es el Cualitativo bajo la metodología Exploratoria-Descriptiva. Lo que se confirmó desde la recolección y análisis de datos. Otro aspecto a tener en cuenta es que, aunque la investigación se centró en la compresión e interpretación de los modelos mentales empleados por los estudiantes, la autora realizo una intervención pedagógica que, aunque no detalla, demuestra el interés por propiciar un impacto positivo en la calidad de la educación Matemática.

Desde lo anterior se percibió que la investigación logro establecer que es muy importante comprender como están estructurando los estudiantes sus modelos mentales en la resolución de problemas para poder determinar elementos y herramientas que los lleven a mejorar sus estructuras mentales y con ello fortalecer su pensamiento matemático, más aun en el campo algebraico, dado que la investigación logro establecer que los estudiantes evidenciaron el uso del pensamiento algebraico cuando el enunciado fue de tipo literal pero cuando fue por evocación o complejo, en donde claramente se requiere de conceptos previos bien fundamentados a nivel geométrico entre otros o cuando el enunciado exige una modelación más inferencial el estudiante recurrio a la parte aritmética para tratar de dar solución, mostrando cierta incapacidad para generalizar y plantear un modelo o igualdad algebraica que permitiera representar el enunciado del problema propuesto.

Esta investigación se diseñó bajo la perspectiva de fundamentar teóricamente una investigación futura de carácter doctoral y los aportes hechos desde la categorización de datos tanto para su análisis como validación lo confirman, además

evidencian la importancia de este tipo de investigación, al fortalecer la postura; frente a la construcción y fortalecimiento del pensamiento Variacional desde estructuras algebraicas como aspecto clave del pensamiento matemático y la posibilidad de estructurar en los estudiantes el desarrollo del pensamiento complejo, es decir el poder alcanzar niveles de inferencia lógica que no solo se apliquen en el campo de la Matemática sino en las diferentes áreas del saber más si se centran los procesos en el hecho de formar estudiantes competentes en la solución de diversas situaciones problema, con la capacidad de actuar hábilmente en la toma de decisiones.

Un segundo antecedente revisado fue: Efectos de la resolución de problemas como estrategia metodológica en la modelación y solución de problemas matemáticos que involucran ecuaciones de primero y de segundo grado. Tesis desarrollada por Nivia Marina Castro para la Universidad de la Salle en la división de formación avanzada para la maestría en docencia de la ciudad de Bogotá, en el 2007.

La autora centro su investigación en el hecho de verificar que cuando los estudiantes se forman en la resolución de situaciones problema a partir de la modelación, es decir adquieren la habilidad de transformar un enunciado verbal en una igualdad algebraica o ecuación, estos asumen con mayor facilidad otro tipo de retos cognitivos que exigen un nivel de comprensión, interpretación y análisis avanzados. Propone como objetivo General **"**Determinar los efectos de la resolución de problemas como estrategia metodológica en la modelación y solución de problemas matemáticos que involucran ecuaciones de primero y de segundo grado, con miras a obtener un mejoramiento en el aprendizaje de las matemáticas en general y en el proceso de solución de problemas matemáticos en particular, así como un cambio en los procesos de la práctica docente"[13]; para ello estableció como

[13] CASTRO, Nivia Marina: Efectos De La Resolución De Problemas Como Estrategia Metodológica En La Modelación y Solución De Problemas Matemáticos Que Involucran Ecuaciones De Primero y De Segundo Grado. Bogotá D.C. 2007, 104 h. Trabajo de grado. Maestría en Docencia División de formación avanzada. Disponible en: http://repository.lasalle.edu.co/handle/10185/39

pautas “Identificar los conceptos previos que tienen los estudiantes acerca de modelación y solución de problemas matemáticos con ecuaciones de primero y de segundo grado; Diseñar actividades académicas en las que se use la resolución de problemas como estrategia metodológica que permita a los estudiantes interpretar modelar y resolver problemas matemáticos extraídos de la realidad que involucren ecuaciones de primero y de segundo grado y Evaluar los resultados de la aplicación de la resolución de problemas como estrategia metodológica en la modelación y solución de problemas matemáticos que involucran ecuaciones de primero y de segundo grado.”[14]

El estudio se llevó a cabo con 27 estudiantes de primer semestre de Ingeniería de la Universidad de la Salle en Bogotá, dadas las dificultades que estos manifiestan y los obstáculos a los que se enfrentan de forma repetida al iniciar su proceso de formación, la investigación es de enfoque Cualitativo, bajo el Método Cuasi experimental, se aplicaron diferentes instrumentos durante el proceso de recolección de datos, se inició con una encuesta para indagar frente a concepciones de los estudiantes hacia la modelación y resolución de situaciones problema, se continuo con el desarrollo de un pre test con el que se revisaron pre saberes y aplicación de elementos, aquí se formularon 5 problemas que buscaban evaluar los 7 criterios que expone Polya, en su modelo de resolución de problemas en donde la modelación es el eje del proceso de solución.

Luego la autora planteo dos guías didácticas con las que realizo la intervención, diseñadas bajo las indagaciones frente a dificultadas detectadas desde la encuesta y el pre test, estas fueron orientadas permanentemente por la investigadora bajo la interacción con el grupo durante dicho proceso, las observaciones a este y reflexiones se registraron en un diario de campo, que después fue apoyo para las

[14] Ibid.,p.13

conclusiones, finalmente se aplicó un post test con el que se pretendió establecer el nivel de intervención alcanzado.

La investigadora determino que la intervención fue favorable dado que hubo un 63% de los estudiantes que reflejaron cambios en el manejo de sus procesos, reflejando mayor apropiación de conceptos en consecuencia una estructura de pensamiento matemático favorable para asumir las exigencias de un nivel avanzado en Matemáticas.

Esta investigación aporto elementos valiosos a la propuesta que se pretende implementar desde la reflexión que propicia frente a las prácticas pedagógicas que se están desarrollando en las aulas de clase de la básica y la media, en las que no hay claridad en metodologías que se enfoquen en la enseñanza y aprendizaje para la resolución de problemas, haciendo énfasis en que la modelación como camino para fortalecer el pensamiento matemático propicia un efecto positivo en la apropiación de estructuras de pensamiento más complejas, además contiene fundamentos teóricos que se consideraron importantes y de apoyo dado que demostró que aunque los estudiantes llegan a la universidad a seguir en un proceso matemático de mayor exigencia, las falencias a nivel de pensamiento algebraico están presentes.

Otro antecedente de carácter nacional revisado tuvo que ver con la Tesis de Maestría en la enseñanza de las ciencias Naturales y exactas. Facultad de Ingeniería y Administración de la Universidad Nacional en Palmira Valle, elaborado por Carlos Alberto Ospina Rodríguez: Estrategias Pedagógicas Contextuales para la enseñanza del Concepto de Ecuación Lineal en la Básica Secundaria en la Institución Educativa Pedro Vicente Abadía De Guacarí.2012

En esta propuesta el autor se centró en determinar diversas estrategias que facilitaran la enseñanza-aprendizaje del concepto de Ecuación Lineal en la básica

secundaria previa exploración e indagación desde una encuesta hecha entre los maestros de matemáticas del municipio de Guacari frente a un concepto que determinara una marcada interdisciplinariedad y tuviera falencias entre los estudiantes.

El autor propuso "Elaborar una selección de estrategias pedagógicas en el contexto educativo local que favorecieran las alternativas de enseñanza del concepto de ecuación lineal en la educación básica secundaria de la Institución Educativa Pedro Vicente Abadía de Guacarí"[15]. Para lo que se planteó "analizar las estrategias pedagógicas utilizadas por los docentes de las áreas de Matemáticas, Ciencias Naturales, Física, Química y Tecnología en la básica secundaria y media vocacional en la Institución Educativa, para la enseñanza de unidades de aprendizaje que emplearan el concepto de ecuación lineal; para realizar después una descripción de cada una de las estrategias propuestas para la enseñanza del concepto de ecuación, finalmente elaboro un ejemplo de aplicación en el contexto institucional de cada una de las estrategias propuestas para la enseñanza del concepto de ecuación."[16]

Para implementar la propuesta el autor propuso la aplicación de una encuesta diagnóstica entre 33 profesores del área de matemáticas del municipio de Guacarí en la que se indagó a partir de preguntas con selección de respuestas únicas y preguntas de respuesta abiertas sobre elementos básicos que fundamentaron el diagnóstico y orientaron la investigación: la caracterización de los docentes participantes, la importancia de las matemáticas en el desarrollo de habilidades útiles en las ciencias, las dificultades en la enseñanza de las matemáticas y los conceptos básicos que requieren mayor atención para mejorar el rendimiento en

[15] OSPINA RODRIGUEZ, Carlos Alberto: Estrategias pedagógicas contextuales para la enseñanza del concepto de ecuación lineal en la básica secundaria en la institución educativa Pedro Vicente Abadía de Guacarí. Palmira, Valle, 2012. 45 h. Maestría en la enseñanza de las ciencias Naturales y Exactas. Facultad de Ingeniería y Administración. Disponible en Repositorio de la Universidad Nacional. http://www.bdigital.unal.edu.co/

[16] Ibid.,p.10

otras áreas; hecho el análisis de resultados se procedió a determinar cuál debía ser el centro de la investigación y formulación de estrategias para mejorar los procesos de aprendizaje en Matemáticas.

En un segundo proceso el autor convoco un grupo de 12 profesores de diferentes áreas del Colegio para iniciar una discusión frente al tipo de estrategias que consideren necesarias en la apropiación del concepto de Ecuaciones Lineales teniendo en cuenta como enfoque central la resolución de problemas; En la mesa de trabajo se realizaron indagaciones que permitieron establecer que la mayoría de docentes emplean estrategias convencionales en sus prácticas pedagógicas que van desde la explicación magistral y el uso de textos o guías para resolver problemas, siendo menor el número de maestros que implementaban estrategias cercanas al contexto, que permitieran la discusión y el uso de tecnología.

Desde estas reflexiones se estableció como conclusión las cuatro estrategias que el autor considero relevantes dentro de un proceso de enseñanza-aprendizaje de la Ecuación Lineal como herramienta esencial en la resolución de problemas en diferentes contextos, las estrategias que se implementaron fueron: Estrategia de aprendizaje mediante el estudio de casos, estrategia de aprendizaje mediante proyectos, estrategia de aprendizaje por colaboración, estrategia de aprendizaje mediante la creación de situaciones problema; estas estrategias fueron diseñas desde el análisis de su propia práctica docente y desde los aportes y reflexiones de la mesa de trabajo, bajo estos instrumentos y técnicas se validó la tesis propuestas.

El autor logro proponer diferentes tipos de estrategias que desde el trabajo en equipo consiguieron diseñar como herramientas que potenciaran el aprendizaje significativo de las Ecuaciones de Primer grado, teniendo en cuenta que la apropiación de este concepto posibilita la solución de diferentes tipos de situaciones problema que como el autor lo menciona permiten la interdisciplinariedad, dándole a la matemática en general contextualización que motiva su aprendizaje, además el

hecho de que la escogencia de la temática se haya dado desde la perspectiva de varios docentes de matemáticas que han determinado desde sus prácticas pedagógicas la dificultad en la apropiación de este concepto y la importancia para la solución de diversas situaciones validan la existencia de un problema que requiere intervención, el autor propone diferentes formas para abordarlo, lo que además fue un aporte a la investigación que se desarrolló porque ofrece diferentes puntos de vista, teorizados desde el desarrollo de una propuesta de investigación.

4.1.3. Locales. Teniendo en cuenta los antecedentes del orden local se referencia la tesis desarrollada por Juan Alberto Cañas y Nelson Antonio Gómez Camacho. Sugerencias metodológicas para apoyar la superación de algunas dificultades en la traducción del lenguaje natural al algebraico de situaciones problema con enunciado literal en ecuaciones de primer grado; trabajo presentado para la Especialización en Educación Matemática de la Universidad Industrial de Santander en el 2010.

Esta propuesta tuvo como objetivo realizar sugerencias metodológicas para afrontar las dificultades que los estudiantes de Octavo grado enfrentan al interpretar el significado y uso de la variable desde el planteamiento de una ecuación de primer grado, para lo que propone la realización de talleres que faciliten la solución de situaciones problemas desde la modelación o generalización que permita el planteamiento de ecuaciones de primer grado y con ello lograr un aprendizaje que acerque al estudiante a la interpretación del lenguaje natural a un lenguaje algebraico.

Los autores dan un detallado uso y significado de la letra desde diferentes estudios cognitivos, para lo que establecen argumentos teóricos en Kuchemann, Usiskin (1998), Ursini S (1994). Biembenguh y Nelson Hein son autores que cita para apoyarse teóricamente en aspectos relevantes de la modelación, concepto clave en la formulación de la hipótesis, dado que es precisamente este el que permite la generalización del contexto.

Para la recolección y análisis de datos se implementaron 3 talleres diagnósticos aplicados a una muestra de 8 estudiantes pertenecientes a dos instituciones Educativa, una ubicada en Sabana de Torres y otra en Bucaramanga; con ellos se buscó determinar las dificultades que los estudiantes enfrentaban al interpretar la letra como variable, al modelar la situación para el planteamiento de la ecuación y al plantear y analizar la solución de situaciones problema de enunciado literal evocador desde diferentes modelos; el estudio tuvo enfoque cualitativo bajo la metodología del estudio de caso, la que de acuerdo al autor permitió ubicar con mayor precisión dificultades dada la observación e interacción permanente con un grupo pequeño, acercando muy eficazmente la teoría a la práctica; empleo como técnica la observación participante y la entrevista; como instrumento el diario de campo apoyado en grabaciones; estas se manejaron de acuerdo a cada etapa de la investigación. Los talleres fueron formulados teniendo en cuenta niveles de dificultad y contenido matemático para desde allí realizar un análisis cualitativo de los datos.

Al analizar los resultados se encontró mayor dificultad en el planteamiento de ecuaciones desde enunciados evocadores es decir en los que se requería el uso de pre saberes, además de la visible dificultad para modelar y estructurar bajo una ecuación la situación problema dada, los autores dan sugerencias metodológicas apoyadas en las reflexiones realizadas desde los talleres diagnósticos que buscan apoyar el proceso de enseñanza y aprendizaje en la resolución de problemas con ecuaciones de primer grado.

Este trabajo de investigación resulto pertinente a la actual investigación por la fundamentación teórica frente al análisis de la letra como variable, la modelación en la construcción de un pensamiento matemático y lo esencial del fortalecimiento de estos elementos para la solución de situaciones problema tratadas desde estructuras algebraicas, principios todos relevantes en el afianzamiento del pensamiento Variacional en los estudiantes.

El siguiente antecedente local referenciado es la tesis: La comprensión e interpretación de problemas matemáticos: El caso de las ecuaciones de primer grado. Trabajo presentado para optar por el título de Especialista en Educación Matemática de la Universidad Industrial de Santander en el 2010. Desarrollado por Elio José Cárdenas González y Orlando Barrientos Marulanda.

Los autores propusieron una Investigación que detectara las dificultades que los estudiantes de Noveno grado de dos Instituciones Educativas, ubicadas en Rio Negro y Barrancabermeja enfrentaban al comprender e interpretar situaciones problema planteadas a partir de Ecuaciones de primer grado. En la consecución de este objetivo plantearon varias etapas que van desde la Identificación de los errores que con mayor frecuencia comenten los estudiantes, hasta la recolección y análisis de los datos desde el monitoreo de diferentes estrategias de evaluación para luego socializar los hallazgos como parte de un proceso de retroalimentación que permitiera mejorar el proceso de Enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el aula.

Los autores apoyaron sus hallazgos en referentes conceptuales propuestos por Polya (2001), Santos Trigo (2007) para la Resolución de Problemas y en Kieran (1989) para la conceptualización y manejo de estructuras algebraicas, la interpretación del lenguaje verbal al algebraico, el significado de la letra y la reformulación de las estructuras aritméticas.

La investigación se desarrolló con un enfoque Cualitativo, desde la metodología descriptiva, aplicando como técnica la formulación de talleres, implementando 4 guías de trabajo que se categorizaron teniendo en cuenta el tránsito del Lenguaje natural al algebraico, eliminación de la ambigüedad en el enunciado, es decir evitar la doble interpretación, el tránsito del lenguaje algebraico al natural y la evocación nuevamente del enunciado para consolidar la comprensión e interpretación. Los datos que se obtienen desde la solución de las guías por parte de los estudiantes

se analizaron apoyados en la observación e indagación hecha por parte de los investigadores, las reflexiones hechas fueron una síntesis de este proceso centrado en determinar los errores recurrentes que los estudiantes cometieron en la solución de problemas a partir del planteamiento de ecuaciones de primer grado que se validó además en la justificación teórica aportada por los referentes antes mencionados.

Los autores concluyeron que la mayoría de errores que los estudiantes cometieron en la solución de situaciones problema no se centraron en la parte operacional sino en la poca comprensión e interpretación de enunciados, lo que reflejó un proceso de enseñanza y aprendizaje centrado más en la aplicación de algoritmos que en el análisis de enunciados con el objetivo de planteamientos de solución que propiciaran la verificación y reflexión frente a posibles soluciones. La investigación dio la posibilidad de construir de forma significativa el concepto de variable desde las diferentes guías de trabajo propuestas, lo que se consideró un aporte importante no solo a la investigación desarrollada sino al fortalecimiento del pensamiento variacional en los estudiantes de la comunidad educativa con la que se desarrolló la investigación máxime cuando este, según los autores es el fundamento en la construcción de estructuras matemáticas complejas.

El tercer antecedente local tenido en cuenta fue la propuesta diseñada por Yenis María Orgosgoitia Escorcia y Sulegna Ramos Jaimes: Análisis de la comprensión de los sistemas de ecuaciones lineales en estudiantes de Noveno grado cuando realizan actividades que promueven el tránsito entre los modos de pensamiento analítico-aritmético y sintético-geométrico; elaborada para la Especialización en Educación Matemática de la Universidad Industrial de Santander en el año 2011.

La investigación propuso una secuencia de actividades con las que se buscó facilitar desde diferentes representaciones el tránsito entre los modos de pensamiento Analítico-Aritmético y Sintético-Geométrico en los estudiantes de Noveno grado de

la Institución Educativa de San Rafael de Chucurí fundamentándose teóricamente en Sierpinska (2000) quien propone y argumenta que su tránsito es indicador de aprendizaje significativo del algebra en los estudiantes.

Para ello se diseñó una serie de actividades alejadas del esquema tradicional presentado por los docentes del área o por los textos, en donde las situaciones expuestas se limitan a la presentación de los métodos para solucionar dichos sistemas sin dejar espacio a la reflexión o análisis de diferentes procesos de solución, arraigando en los estudiantes un nivel pobre de conceptualización matemática que dificulta el avance.

Se diseñaron cuatro actividades de instrucción trazadas desde la fundamentación teórica revisada por las autoras, se aplicaron a 12 estudiantes seleccionados aleatoriamente, organizados en cuatro grupos de tres estudiantes. Posteriormente se seleccionó un estudiante de cada grupo para realizar una entrevista, para esta se diseñó una prueba con el objetivo de indagar frente a los procesos mentales seguidos, se realizaron registros y grabaciones para recoger datos suficientes que permitieron la reflexión y análisis de la tesis propuesta frente al tránsito de un pensamiento a otro; la entrevista fue la técnica de validación de la tesis que propuso. La recolección y análisis de datos manejo enfoque Cualitativo con Metodología de grupo focal.

La investigación logró concluir que el presentar a los estudiantes actividades diferentes, que salen del contexto tradicional es fundamental para despertar la curiosidad y con ello el interés hacia el aprendizaje. Por otro lado el ofrecer a los estudiantes la posibilidad de construcción de su conocimiento desde el trabajo en equipo y la discusión son elementos clave en la consolidación de saberes matemáticos, además el evidenciar que existen diferentes modos de pensamiento sobre objetos matemáticos es una forma de reflexión en las practicas pedagógicas porque ayuda a determinar dificultades y con ello orientar el aprendizaje.

Todos estos aspectos contribuyeron a la investigación que se desarrolló, dado que aportaron en la construcción de una herramienta didáctica que realmente motivara el proceso de aprendizaje desde fundamentos teóricos que abren otras posibilidades en cuanto a metodologías de aplicación y consolidación de pensamientos, que necesariamente apoyan el fortalecimiento del pensamiento Variacional desde el manejo de conceptos y estructuras algebraicas relacionadas con la resolución de problemas con ecuaciones lineales.

4.2. REFERENTES CONCEPTUALES

Al abordar esta investigación fue indispensable establecer elementos teóricos que sustentaron el desarrollo del problema planteado desde diferentes perspectivas; pedagógicas, didácticas y disciplinares; con el objetivo de apoyar teóricamente las reflexiones que resultaron de la aplicación de los diferentes instrumentos y validaron además la intervención pedagógica que se propuso como elemento indispensable en el fortalecimiento del pensamiento variacional en estudiantes de octavo grado.

4.2.1. Aprendizaje Significativo. El aprendizaje de la matemática ha estado enmarcado en la práctica tradicional que da un espacio preponderante a la ejercitación de algoritmos y procedimientos sin espacio a la comprensión, que aunque necesarios le han restado a su aprendizaje interés y la sitúan en un nivel complejo, alejado de la aplicación a situaciones reales y cotidianas, si nos ubicamos en el pensamiento variacional, su manejo se ha centrado entre Octavo y Noveno grado, olvidando que este no es el inicio del proceso sino el espacio para formalizar estructuras complejas de pensamiento que el estudiante ha venido desarrollando durante sus primeros años, lo que le da aun un mayor grado de complejidad, máxime si se tiene en cuenta que el pensamiento variacional enfocado en el desarrollo y aplicación de conceptos y estructuras algebraicas se ha reducido al simple traslado de procedimientos aritméticos a expresiones conformadas por números y letras carentes de sentido.

El aprendizaje de la matemática y particularmente de estructuras algebraicas que fortalecen el pensamiento variacional se debe centrar en el aprendizaje significativo, es decir propiciar en los estudiantes las conexiones entre pre saberes y nuevos conceptos desde experiencias cercanas a los estudiantes, apoyándose en la Teoría del aprendizaje significativo propuesta por Ausbel; Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición[17]; manejado así el proceso de enseñanza y aprendizaje en matemáticas, específicamente de sistemas algebraicos, cobra sentido, se favorece una red de conocimiento matemático útil para la construcción de pensamiento formal que potencie en el estudiante los procesos de comunicación, representación y modelación para dar solución a diferentes situaciones problema.

En el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula es importante reconocer los diferentes aportes hechos a la Teoría de desarrollo intelectual cognitivo, Jean Piaget manifiesta que en este desarrollo el ser se enfrenta a diferentes etapas y estadios; particularmente para el aprendizaje del algebra, el estudiante debe encontrarse en la etapa de las operaciones formales que se desarrollada según Piaget entre los 12 y 16 años; aquí se presenta el tránsito de la etapa de las operaciones concretas al de las operaciones formales en ella los sujetos están en la capacidad para pensar en términos simbólicos y comprender de manera significativa el contenido abstracto sin requerir de objetos físicos, ni del contacto con objetos bajo el fundamento de la experiencia[18], algunas reestructuraciones como la hecha por Juan Pascual-Leone quien introduce conceptos como el de M-operador o M-espacio, que dan cuenta del

[17] AUSUBEL-NOVAK-HANESIAN. Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo. México: 2° Ed. TRILLAS.1983. p.18

[18] ROBBIE CASE. El desarrollo intelectual: del nacimiento a la edad madura. Barcelona-Buenos Aires-México: Ed. Paidós. 1989. p. 41.ISBN 9788475094158.

incremento de la capacidad de procesamiento de la información con la edad, el factor campo, que representa la destreza de un sujeto para extraer información desde diversos y complejos contextos de instrucción y el estilo cognitivo móvil/fijo que resulta de combinar los anteriores[19] y lo propuesto por Case quien suscita la reflexión frente al hecho de no concebir al niño o adolescente como un ser limitado en su aprendizaje por los niveles de maduración cognitivos o inclusive aislado de los estímulos sociales.

Desde lo anterior se propicia además del ajuste de las teorías antes mencionadas, el análisis de la relación entre desarrollo cognitivo y aprendizaje sin que se privilegie el desarrollo sobre el aprendizaje, al contrario, valida el que se logre desarrollo cognitivo desde el aprendizaje[20], lo que sin desconocer las contribuciones hechas por las teoría de Piaget y Juan Pascual-Leone; se constituyen en una aporte al rediseño de la Teoría del desarrollo Cognitivo, útil para la actual investigación.

Lo descrito evidencia la necesidad de lograr en el aula aprendizajes significativos desde el fortalecimiento de procesos matemáticos que conduzcan a la formación de un estudiante competente matemáticamente,[21] es decir un sujeto capaz de usar conocimiento conceptual y procedimental que lo lleven a ¿saber qué?, ¿saber qué hacer?, ¿saber cómo y cuándo hacer?, ¿saber por qué hacer?, en el momento de abordar la solución de diferentes situaciones problema.

4.2.2. Competencias Matemáticas. Si en las prácticas pedagógicas se trazan objetivos que lleven como herramienta de logro la aplicación de los procesos planteados desde los Estándares Básicos de Competencias del Ministerio de

[19] Ibíd. P. 59
[20] Ibíd. p. 286
[21] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el Pensamiento Matemático. un reto escolar [En Línea]. [citado en 16 de Noviembre de 2016] disponible en: <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf>

Educación en [22] formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos; los estudiantes tendrían la posibilidad de desarrollar pensamiento matemático que facilite la comunicación y construcción de estructuras complejas.

En el fortalecimiento del pensamiento variacional a partir de la aplicación de sistemas algebraicos como la ecuación de primer grado para dar solución a situaciones problema, se involucran los procesos antes mencionados; el formular y resolver problemas es un proceso presente en toda la actividad matemática, prioriza la capacidad lógica y el razonamiento [23] las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos.

La Modelación es el proceso que permite crear una estructura o sistema refiriéndose a los Estándares Básicos[24] es poder operar transformaciones o procedimientos experimentales sobre un conjunto de situaciones o un cierto número de objetos reales o imaginados, sin necesidad de manipularlos o dañarlos, para apoyar la formulación de conjeturas y razonamientos y dar pistas para avanzar hacia las demostraciones; es decir, es la posibilidad de generalizar para predecir soluciones o verificar planteamientos, además da la apertura a la creación de nuevas estructuras que dan rigor al conocimiento científico. La resolución de problemas es un proceso fundamental ya que permite identificar variables y relaciones entre ellas para proponer procedimientos que conlleven una solución. La ecuación de primer

[22] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el Pensamiento Matemático. un reto escolar [En Línea]. [citado en 16 de Noviembre de 2016] disponible en: <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf>

[23] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el Pensamiento Matemático. un reto escolar [En Línea]. [citado en 16 de Noviembre de 2016] disponible en: <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf>

[24] Ibíd. p.52

grado es una igualdad algebraica que permite modelar una situación problema planteada y desde esta hallar una solución.

Otro proceso es la comunicación entendida como la herramienta que permite construir, depurar, escribir y leer mediante diferentes lenguajes entre ellos el algebraico, conceptos o contenidos matemáticos para llegar a comprenderlos, este proceso respalda el debate o la discusión matemática, aspecto útil en la resolución de problemas, que conduce a la construcción de conocimiento y consolidación de saberes matemáticos. Polya haciendo referencia al lenguaje algebraico comenta que "Hay algo de arbitrario y artificial en una notación; es pesada tarea para la memoria el aprender, un nuevo sistema. El constatar por la experiencia la ayuda evidente que el lenguaje de símbolos matemáticos puede ofrecer a la mente es una experiencia esencial, que aunque nada fácil, el profesor debe ofrecer al estudiante para facilitar el aprendizaje"[25].

El razonamiento lógico [26] es la capacidad para percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. Santos Trigo [27] dice que un aspecto importante en el estudio de las matemáticas es el que los estudiantes le encuentren el sentido y logren explicar los diferentes comportamientos implícitos en las relaciones o ideas matemáticas, se les dé oportunidad no solo de aplicar definiciones sino de comprenderlas o reformarlas a partir del análisis que logre hacer de ellas, es decir no perciban que las matemáticas son un conjunto de reglas

[25] POLYA, G. Como plantear y resolver problemas. México. Ed. Trillas.1989.p.133. ISBN: 968-24-0064-3

[26]MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el Pensamiento Matemático. un reto escolar [En Línea]. [citado en 16 de Noviembre de 2016] disponible en: <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf>

[27] SANTOS TRIGO. Luz Manuel La resolución de problemas matemáticos: Fundamentos Cognitivos. México-Argentina-España Ed. Trillas. 2007. p.43. ISBN: 978-968-24-7929-8.

o algoritmos sin sentido que se aplican sin razón o justificación cercana a sus conocimiento, por el contrario es la posibilidad de construir habilidades de pensamiento como el razonamiento que constituye el fundamento del pensamiento crítico cercano a su contexto.

La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos es un proceso matemático ligado al saber hacer, pero desde la reflexión y comprensión, no es solo la ejercitación de procedimientos o algoritmos necesarios para dar solución a situaciones propuestas, sino la posibilidad de verificar, decidir entre diferentes opciones o procedimientos, comprendiendo él porque de su aplicación, las propiedades y conceptos en los que se apoya. Este proceso proporciona destreza y agilidad al estudiante útil y necesaria en la solución de situaciones.

4.2.3. Pensamientos Matemáticos. Los procesos ligados a las competencias matemáticas y necesarias para formar estudiantes matemáticamente competentes se desarrollan concretamente en los diferentes pensamientos matemáticos propuestos desde los Lineamientos Curriculares entregados por el Ministerio de Educación Nacional y que junto con las competencias matemáticas definen el currículo en la escuela.

Estos pensamientos se desarrollan cada año lectivo y aunque se presentan de forma separada guardan una estrecha relación, desde cada competencia o proceso resulta posible el desarrollo de cada pensamiento que a su vez se relaciona con un sistema o estructura matemática; los pensamientos propuestos son: El pensamiento Numérico y los Sistemas Numéricos; El pensamiento Métrico y los Sistemas métricos y de medida, el Pensamiento Aleatorio y los Sistemas de datos, El pensamiento Variacional y los Sistemas Algebraicos y Analíticos y el Pensamiento Espacial y los Sistemas Geométricos.

El pensamiento Numérico y los Sistemas Numéricos "se relaciona con la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración; la comprensión del sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números, y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación"[28]. Este pensamiento requiere el reconocimiento del número en toda su extensión, conformación de conjuntos numéricos y propiedades tanto del conjunto como de sus operaciones para aplicarlas en la solución de diferentes situaciones expuestas en distintos contextos y pensamientos. [29]El desarrollo del pensamiento numérico exige dominar progresivamente un conjunto de procesos, conceptos, proposiciones, modelos y teorías en diversos contextos, los cuales permiten configurar las estructuras conceptuales de los diferentes sistemas numéricos.

El pensamiento Métrico y los Sistemas métricos y de medida tiene relación con [30]la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones, es decir el desarrollo del concepto de medición a partir de la definición de patrones de medida que faciliten relaciones con el medio permitiendo la contextualización de diferentes situaciones problema que involucren la medición como referente de solución.

El Pensamiento Aleatorio y los Sistemas de datos, reúne todos los elementos que dan paso al hecho de encontrar soluciones a situaciones planteadas en la incertidumbre, el riesgo o el azar, brinda conceptos y procedimientos en la probabilidad y la estadística inferencial de forma concreta apoyados casi que de forma intrínseca en la estadística descriptiva para la manipulación de datos; el

[28] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el Pensamiento Matemático. un reto escolar [En Línea]. [citado en 16 de Noviembre de 2016] disponible en: <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf>
[29] Ibíd. p.60
[30] Ibíd. p.63

determinar la ocurrencia o no de un evento ha cobrado valor en el desarrollo actual de la ciencias aplicadas en diferentes contextos.

El Pensamiento Espacial y los Sistemas Geométricos, se definen ”como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales”[31], este pensamiento encuentra en la Geometría los elementos que lo potencian desde la activación del razonamiento y el pensamiento lógico, se modela a través de su propio lenguaje organizado y formal.

El pensamiento variacional y los Sistemas Algebraicos y Analíticos tiene que ver con el “reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos”[32]. Inicia en los primeros años de escolaridad con la interpretación de regularidades y manejo de sucesiones, en la construcción en forma intuitiva de patrones o generalidades desde el uso de distintos lenguajes gráficos o icónicos con lo que se dispone al estudiante para el aprendizaje de sistemas algebraicos en los que ya se presenta una construcción formal de conocimiento, siendo entonces el álgebra un sistema potente de representación que permite la modelación y generalización, esencial en el fortalecimiento del pensamiento variacional, ofrece la posibilidad de comunicar diferentes ideas matemáticas y plasmarlas para viabilizar diversidad de hipótesis o construcciones de conceptos, haciendo que el desarrollo de este pensamiento sea preponderante en la resolución de situaciones problemas en diversos contextos,

[31] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá, 1998 pág. 56.

[32] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el Pensamiento Matemático. un reto escolar [En Línea]. [citado en 16 de Noviembre de 2016] disponible en: <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf>

facilita la argumentación matemática, la conjetura y la prueba o verificación de soluciones.

El pensamiento variacional de acuerdo a lo expuesto por Vasco [33] tiene la necesidad de un movimiento mental que exige un momento de captación, que hace referencia a la percepción de ubicar lo que cambia y lo que permanece constante, ubicar patrones y regularidades, para pasar luego a un momento de producción de sistemas mentales o modelos mentales, que posteriormente conducen a un momento para correr el modelo, es decir probarlo y establecer comparaciones, para finalizar en un momento en el que se refina o pule para determinar si se concreta el modelo o se vuelve a empezar, de allí que para Vasco el pensamiento variacional guarde una estrecha relación con la modelación; que para el caso de la investigación desarrollada se propuso como categoría central resultante del análisis de los datos en cada una de sus fases.

Desde el pensamiento variacional se construyen diversos conceptos: variable, función, ecuaciones, inecuaciones, proporcionalidad entre otros; el planteamiento de ecuaciones particularmente de primer grado constituyen una herramienta que facilita la resolución de situaciones, hace parte del plan de ejecución, sin embargo se exige para ello el manejo de representaciones del lenguaje verbal a lenguaje algebraico, por lo que es indispensable preparar el aprendizaje significativo y comprensivo de los sistemas algebraicos y su manejo simbólico desde actividades significativas que promuevan la resolución de situaciones problema propias del contexto del estudiante, que faciliten la construcción de conocimiento matemático y preparen a los estudiantes para la construcción de la expresión algebraica (ecuación) partiendo de la formulación verbal de un enunciado, que desde la formalización dada por las estructuras algebraicas, logra plantear.

[33] VASCO, Carlos. El pensamiento variacional y la modelación matemática. Universidad del Valle. Universidad de Manizales. Conferencia Interamericana de Educación Matemática. 2003. pibid.mat.ufrgs.br. p. 6.

4.2.4. Secuencia Didáctica. Existen diferentes instrumentos que facilitan la práctica pedagógica en el aula y se proponen como objetivo la consecución de aprendizajes significativos para que los estudiantes adquieran competencias desde la resolución de problemas, dentro de estos instrumentos la Secuencia Didáctica se constituye en una herramienta metodológica pertinente para la consecución de tales fines; desde esta visión la Secuencia Didáctica se comprende cómo; "conjunto articulado de actividades de aprendizaje y evaluación que, con la mediación de un docente, buscan el logro de determinadas metas educativas, considerando una serie de recursos. En la práctica, esto implica mejoras sustanciales de los procesos de formación de los estudiantes, ya que la educación se vuelve menos fragmentada y se enfoca en metas**"[34].**

El diseño de la Secuencia Didáctica lleva inmersos los fundamentos teóricos de la teoría del aprendizaje significativo de Ausbel; esta se plantea por [35]sesiones; las sesiones incluyen actividades que se planean por momentos; si se hacen desde la perspectiva de los procesos, se identifican tres momentos: entrada o inicio, desarrollo y cierre o evaluación.

La intención en la elaboración de las sesiones siempre está dada en función del aprendizaje significativo es decir la intención es provocar una situación de desequilibrio que induzca a la relación de conocimiento ya existente con el nuevo conocimiento para propiciar la acomodación. Dicho por Tobón "En este orden de ideas, se ha planteado que para realizar aprendizajes significativos debemos pasar por cinco dimensiones: establecer percepciones y actitudes adecuadas para el

[34] GARCÍA, Juan, PIMIENTA, Julio y TOBÓN, Sergio. Secuencias Didácticas: Aprendizaje y Evaluación de Competencias. México: PEARSON EDUCACIÓN. 2010. p. 20. ISBN: 978-607-442-909-1.
[35]Ibíd.p.74.

aprendizaje, adquirir e integrar el conocimiento, extender y refinar el mismo, para usarlo en forma significativa, y lograr hábitos mentales productivos"[36].

La secuencia didáctica es un recurso en el que los contenidos no se privilegian sino el uso de procesos que desarrollen competencias en los estudiantes, que para el caso particular de la secuencia propia de este proyecto de investigación son específicamente competencias matemáticas relacionadas con la comunicación, modelación y planteamiento y resolución de problemas. "La resolución de problemas significativos situados, la articulación de las actividades en torno a esos problemas, el proceso metacognitivo y la evaluación por medio de niveles de dominio"[37]; representan según Tobón una metodología propia de la Secuencia Didáctica, lo que resulto apropiado para el objetivo de esta investigación.

4.2.5. Resolución de Problemas. Teniendo en cuenta lo anterior es preciso reflexionar el significado de trabajar bajo la competencia de Resolución de problemas; de acuerdo a Santos Trigo "Una idea fundamental es considerar la resolución de problemas como una forma de pensar donde el estudiante continuamente tiene que desarrollar diversas habilidades y utilizar diversas estrategias en su aprendizaje de las matemáticas"[38]; la resolución de problemas permite al estudiante colocar a prueba diversas habilidades cognitivas, la comprensión, el análisis y la aplicación de conceptos necesarios para dar solución a la situación propuesta, esto a su vez potencia la argumentación matemática en los estudiantes cuando debe justificar y validar soluciones, cuando confronta sus conceptos, planteamientos y estrategias para que desde la discusión en el aula se consolide un saber matemático formal y estructurado; Santos afirma "En general, al trabajar los problemas los estudiantes muestran varios episodios o ciclos de

[36] GARCÍA, Juan, PIMIENTA, Julio y TOBÓN, Sergio. Secuencias Didácticas: Aprendizaje y Evaluación de Competencias. México: PEARSON EDUCACIÓN. 2010. p. 46. ISBN: 978-607-442-909-1.
[37] Ibíd. p.21
[38] SANTOS TRIGO. Luz Manuel La resolución de problemas matemáticos: Fundamentos Cognitivos. México-Argentina-España Ed. Trillas. 2007. p.11. ISBN: 978-968-24-7929-8.

comprensión, en donde sus acercamientos iniciales, descripciones, explicaciones y predicciones son gradualmente refinados, revisados o rechazados con base en la retroalimentación y discusión de sus ideas dentro de una comunidad."[39]; es decir se conjugan una serie de elementos que hacen que la resolución de problemas sea una metodología ideal para aprender matemáticas.

En el desarrollo de problemas, el reconocimiento de la variable en una situación expuesta, como lo comenta Santos Trigo "es el contenido inicial que se destaca en los distintos métodos de resolver el problema"[40], es decir el reconocimiento de la incógnita es la apertura de un proceso de construcción de estructuras algebraicas reflejadas en el planteamiento de la ecuación y en consecuencia en la solución del problema desde su despeje.

La resolución de problemas es una competencia que se debe desarrollar en los estudiantes a partir de la aplicación de diversos análisis que alimenten este objetivo, Polya comenta que en la resolución de problemas "Hay dos tipos de análisis; el primero es el análisis de los problemas de demostración cuyo objeto es establecer teoremas verdaderos; el otro es el análisis de los problemas por resolver; cuyo objeto es determinar la incógnita"[41]. El objetivo de esta investigación tiene como centro el análisis de la incógnita, que en consecuencia lleve al estudiante al planteamiento de Ecuaciones, específicamente de primer grado.

Partiendo de este objeto, en la resolución de problemas hay necesidad de emplear un proceso cognitivo para llegar a la solución; en este aspecto Polya argumenta que un modelo de resolución de problemas: "Distingue cuatro fases del trabajo. Primero tenemos que comprender el problema, es decir, ver claramente lo que se pide. Segundo, tenemos que captar las relaciones que existen entre los diversos

[39] Ibíd. p.12.
[40] Ibíd. p.169
[41] POLYA, G. Como plantear y resolver problemas. México. Ed. Trillas.1989. p. 134. ISBN: 968-24-0064-3

elementos, ver lo que liga a la incógnita con los datos a fin de encontrar la idea de resolución y poder trazar un plan. Tercero poner en ejecución el plan. Cuarto volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla"[42].

Según Santos un esquema de resolución de problemas se define en tres etapas:

> "El primer momento se centra en la parte relacionada con el entendimiento del problema. Es decir, el estudiante debe demostrar que ha entendido el problema. Por ejemplo, se debe enunciar el problema (con palabras propias) o representar el problema usando diversos caminos. El estudiante debe juzgar cuándo las condiciones dadas del problema son razonables y si es posible estimar alguna solución. Un segundo momento se relaciona con la habilidad del estudiante para seleccionar y usar estrategias de solución. Así como para presentar un plan y llevarlo a cabo. Finalmente es importante revisar los aspectos relacionados con lo razonable de la solución y la extensión del problema."[43]

El andamiaje teórico expuesto para la resolución de problemas y su perspectiva orientaron el epicentro de esta investigación; el fortalecimiento del pensamiento variacional y sistemas algebraicos orientado a partir del desarrollo de competencias, específicamente la resolución de problemas, se consideró como una herramienta eficiente en la construcción de pensamiento matemático.

4.2.6. Ecuación de primer grado y conceptos relacionados con su planteamiento. La resolución de problemas estará orientada en el planteamiento

[42] Ibíd. p. 28
[43] SANTOS TRIGO. Luz Manuel La resolución de problemas matemáticos: Fundamentos Cognitivos. México-Argentina-España Ed. Trillas. 2007. p.171. ISBN: 978-968-24-7929-8.

de ecuaciones de primer grado, para lo que conceptos como el de variable, incógnita, ecuación, son esenciales, además de lo relevante que resulta tener en cuenta el proceso mental que se precisa en los estudiantes cuando de la representación verbal se llega a la representación algebraica a partir del lenguaje algebraico. Godino afirma:

> "el razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones. Este tipo de razonamiento está en el corazón de las matemáticas concebida como la ciencia de los patrones y el orden, ya que es difícil encontrar un área de las matemáticas en la que formalizar y generalizar no sea central"[44].

Una variable es según Godino y Font "un símbolo (habitualmente una letra) que puede ponerse en lugar de cualquier elemento de un conjunto, sean números u otros objetos"[45], de acuerdo a estos autores la variable es un elemento predominante en el manejo de situaciones dado que a partir de ellas es que las generalidades quedan representadas. La variable en el contexto algebraico puede tener diversas representaciones que van dadas desde la situación problema que se plantea, particularmente cuando la variable es representada como incógnita según Godino y Font es "porque se usan para representar números (u otros objetos) uno de cuyos valores posibles hace verdadera una expresión. La incógnita interviene como un objeto matemático desconocido que se manipula como si fuera

[44] GODINO, Juan y FONT Vincet. Matemáticas para maestros: Manual para el estudiante. Proyecto Edumat Maestros. p. 379. [En línea]. [citado 20 de Noviembre]. Disponible en: <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>.
[45] Ibíd. p.395

conocido”[46]; que es la representación preponderante para el presente trabajo; mediante esta se proyectó llegar a la expresión algebraica que va a coincidir con la representación verbal expuesta en la situación problema y que se reconoció como la ecuación que facilita la solución de la misma.

Para llegar al planteamiento de una ecuación es necesario reconocer el concepto de igualdad presentado a partir del símbolo =; este denota la relación de equivalencia que hay entre los términos colocados a la derecha e izquierda del símbolo, dependiendo de esta relación se determina el tipo de igualdad que resulta, es así como; 3 + 9 = 7 + 5; lo que representan dos maneras de representar el número 12. Dependiendo del tipo de términos que resulten a cado lado de la igualdad la igualdad pasa a ser según Godino y Font [47] Identidad si a ambos lados de la igualdad aparecen variables que cuando se reemplazan por cualquier valor numérico se satisface la igualdad; esta se evidencia en propiedades como la conmutativa; a + b= b + a; en los productos notables (a - b) (a + b) = a^2 - b^2 entre otros.

Otro caso es cuando a un lado de la igualdad encontramos una variable para la que solo uno o algunos valores numéricos se reemplazan y la igualdad se cumple; en cuyo caso la igualdad numérica se reconoce como ECUACIÓN; cuando la ecuación tiene una única solución esta se identifica como una ecuación lineal o de primer grado; aunque se dan algunos casos para los que no existe solución o las soluciones son infinitas; finalmente La igualdad se usa también para expresar la relación de dependencia entre dos o más variables, hablándose en este caso de una fórmula, por ejemplo el área de un rectángulo A = b x h; aquí algunas letras se reconocen dentro de la situación problema como datos, es decir el dato a encontrar depende de los valores que se asignen a las otras variables.

[46] Ibíd. p.396
[47] GODINO, Juan y FONT Vincet. Matemáticas para maestros: Manual para el estudiante. Proyecto Edumat Maestros. p.397. [En línea]. [citado 20 de Noviembre]. Disponible en: <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>.

El concepto de Ecuación lineal propuesto por Leithold quien argumenta matemáticamente: "Una ecuación lineal en la variable x es una ecuación de la forma: a(x) + b = 0; donde a y b son números reales y a ≠ 0; de tal forma que: la ecuación lineal a(x) + b = 0 (donde a ≠ 0) tiene exactamente una solución, $x = -\frac{b}{a}$"[48]; es otro concepto que amplía las características a nivel matemático de una ecuación lineal.

Planteada la ecuación, se debe tener en cuenta el procedimiento de despeje que consiste o bien sea en la transposición de términos, si se emplea el algoritmo simplificado en el que implícitamente se aplica la propiedad uniforme, o la aplicación directa de la propiedad uniforme que plantea el hecho de poder operar a lado y lado de la igualdad buscando que números adicionar, multiplicar o dividir con el objetivo de despejar la incógnita y con ello hallar la solución a la situación problema que dio origen al planteamiento de la ecuación.

Al tener en cuenta el proceso mental que se precisa en los estudiantes cuando empleando diversas formas de representar un contenido matemático, logra evidenciar la comprensión e interpretación de un problema al realizar los registros de representación o registros semióticos, términos introducidos por Raymond Duval, es importante retomar lo que este plantea cuando afirma que "las representaciones semióticas, es decir aquellas producciones constituidas por el empleo de signos (enunciado en lenguaje formal, fórmula algebraica, gráfico, figura geométrica…), no parecen ser más que el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales, es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los otros"[49]; es decir Duval plantea que es precisamente bajo este tipo de representaciones que los objetos matemáticos logran exteriorizarse permitiendo hacer diversos tipos de representación, esto dispone el desarrollo de pensamiento

[48] LEITHOLD, Louis. Matemáticas previas al cálculo. México D.F. Editorial Oxford. 1998. p.67.
[49] DUVAL, Raymond. Semiosis y Pensamiento Humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Colombia: 2ª. Edición. Universidad del Valle. Grupo de Educación Matemática. 2004. p.14.

complejo, porque para lograr la representación coloca a prueba diferentes habilidades de pensamiento.

Duval[50] establece además que como las representaciones pueden ser diversas, es inminente hacer conexiones entre ellas por lo que plantea la transformación entre ellas desde el tratamiento y la conversión; cuando la transformación tiene el manejo de tratamiento es porque la relación entre las representaciones están en el mismo sistema, si la transformación tiene el manejo de conversión es porque las representaciones van de un sistema a otro.

Lo expresado por Duval resulto muy útil porque dió elementos para determinar cómo esta actuando el estudiante frente al planteamiento de un problema, brindando la opción de ubicar el nivel de comprensión y manejo que está dando a la situación, es decir si el estudiante logra el tránsito de la representación verbal a la representación algebraica (plantea la ecuación) está manejando una transformación desde la conversión, (cambia de un sistema de representación a otro) si el estudiante lo que logra es resolver la ecuación, es decir despeja la incógnita, está manejando una transformación desde el tratamiento (la ecuación está representada en un sistema algebraico, al resolverla la solución está en el mismo sistema).

Desde lo anterior se aportaron fundamentos teóricos que ayudaron a ubicar elementos de juicio frente a como facilitar procesos de conversión en los estudiantes, lo que representó uno de los objetivos de la investigación. Es a partir de la representación del lenguaje natural al algebraico que el estudiante logra plantear la ecuación para resolver situaciones problema, que es la herramienta conceptual que esta investigación presentó para fortalecer el pensamiento variacional.

[50] Ibíd., p. 15.

5. MARCO LEGAL

El Marco Legal en el que se sustentó esta investigación fue tomado de los referentes a nivel normativo y curricular que están direccionados desde el Ministerio de Educación Nacional, la Ley General de Educación y la Constitución Política de Colombia.

La Constitución Nacional, estableció en el artículo 67, "la educación como un derecho de toda persona y un servicio público que tiene una función social ", siendo uno de sus objetivos, la búsqueda del acceso al conocimiento, a la ciencia, la técnica y a los demás bienes y valores de la cultura", elementos tenidos en cuenta en esta investigación.

La Ley General de Educación (Ley 115 de 1994). En esencia pretende la construcción de una nueva propuesta educativa, una propuesta que al reconocer la diversidad cultural del país se construya sobre un concepto de currículo que ayude a la recuperación de nuestra heterogeneidad cultural, mediante estrategias que se orienten en el respeto a las diferencias individuales, locales y regionales.

.

En la búsqueda de esa nueva educación, de esa nueva forma de relacionar alumno, saberes y maestros, el Ministerio de Educación Nacional promueve e impulsa la aplicación de metodologías de trabajo fundamentadas en la pedagogía activa, lo que implica reconocer la educación como una práctica social que conlleve al aprendizaje significativo.

El Decreto 1860 de 1994, el cual hace referencia a los aspectos pedagógicos y organizativos, resaltándose, concretamente en el artículo 14, la recomendación de expresar la forma como se ha decidido alcanzar los fines de la educación definidos por la Ley, en los que interviene para su cumplimiento las condiciones sociales y culturales. Dos aspectos que sustentan el accionar del área en las instituciones

educativas. En su artículo 36, aborda lo referente a los proyectos pedagógicos como actividades del Plan de Estudio que de manera planificada ejercita al educando en la solución de problemas cotidianos, seleccionados por tener relación directa con el entorno social, cultural, científico y tecnológico del alumno.

La Ley 715 de 2001, donde dice en sus artículos: 5.5 “Establecer las normas técnicas curriculares y pedagógicas para los niveles de educación preescolar, básica y media, sin perjuicio de la autonomía de las instituciones educativas y de la especificidad de tipo regional” y 5.6. “Definir, diseñar y establecer instrumentos y mecanismos para la calidad de la educación.

El Decreto 230 de 11 de febrero del 2002, que dicta normas en materia de currículo, evaluación y promoción de los educandos y evaluación institucional.

El Decreto No 1290 del 16 de Abril de 2009, por el cual se reglamenta la evaluación del Aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media.

Los Lineamientos Curriculares y Estándares básicos de competencia que son las herramientas dadas por el Ministerio de Educación Nacional como elementos que deben direccionar la actividad de enseñanza y aprendizaje en cada una de las áreas del saber, para Matemáticas se encuentran diseñados con el objetivo de guiar los planes de estudio y el diseño de proyectos que potencien en los estudiantes las competencias necesarias para fundamentar la calidad en la educación.

6. METODOLOGÍA

La investigación se abordó desde el enfoque cualitativo bajo el método trazado por la Investigación-Acción, aplicada de acuerdo a los aportes y referentes propuestos por una tipología interpretativa o práctica y la crítica.

Esta metodología ofrece la posibilidad de transformar prácticas pedagógicas a partir de la reflexión sobre las mismas, da la oportunidad de revisar elementos desde la perspectiva de mejorarlos para beneficio del proceso de enseñanza y aprendizaje, lo que influye directamente sobre la calidad de la educación que es un objetivo inmerso en la propuesta de investigación trazada. Elliot afirma que "la Investigación-acción es el estudio de una situación social para tratar de mejorar la calidad de la acción en la misma"[51]; es decir su mayor implicación se encuentra en el hacer con la visión de sustentar hipótesis desde la práctica y el consenso o interacción social, dicho por Elliot "En la investigación-acción las teorías no se validan de forma independiente para aplicarlas luego a la práctica, sino a través de la práctica"[52].

Teniendo en cuenta las diferentes tipologías de la Investigación-acción y lo que se expone en ellas, es posible establecer una serie de [53] etapas generales que vinculan la base metodológica de la Investigación-Acción y trazan un ciclo de trabajo que enmarca el carácter reflexivo de la investigación, facilitan su despliegue y le dan rigor al proceso investigativo; las etapas que según Elliot se hicieron evidentes en esta investigación para seguir el método de Investigación-Acción son: Identificación de la idea general, reconocimiento y revisión, estructuración del plan general, desarrollo de etapas de acción e implementación de la fase de acción.

[51] ELLIOT, Jhon. El cambio educativo desde la Investigación-Acción. Cuarta Edición. Madrid. Ediciones Morata S.L.2003. 88 p. ISBN: 84-7112-383-5.
[52] Ibíd., p 88.
[53] Ibíd., p 95 a 96.

6.1. ESCENARIO Y PARTICIPANTES

Para el desarrollo de esta Investigación se seleccionó a un grupo de 35 estudiantes de Octavo grado pertenecientes al grado 8 de la Jornada de la tarde de la Institución Educativa Técnico de Comercio de Barrancabermeja, que en total cuenta con 9 grupos de Octavo, ubicados 6 en la jornada de la mañana y 3 en la jornada de la tarde, este grupo se selecciona a partir de sus características como grupo; las edades de los estudiantes oscilan entre los 13 y 16 años, en su mayoría son dinámicos, se percibe en ellos interés frente al proceso de aprendizaje y aunque en ocasiones hay cierta inquietud propia de la edad, son receptivos a la orientación.

La institución Educativa cuenta con 2600 estudiantes de estrato 1, 2 y 3; por ser una Institución Educativa ubicada en una zona céntrica de la ciudad de Barrancabermeja la población es diversa tanto económica como culturalmente, la mayoría de los estudiantes pertenecen a las comunas 2, 3 y 6, sin embargo en una proporción menor también hay estudiantes de otros sectores; la población de la Institución Educativa se reúne a partir de los estudiantes que conforman las sedes principal (A), jornada mañana y tarde que manejan la Básica y la Media y las cuatro sedes de primaria (B, C, D, F).

6.2. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS

Las distintas fases del proceso de investigación se dieron de manera sucesiva, a través de etapas complementarias y continuas; es decir, en todo momento hubo una estrecha relación entre la aplicación de instrumentos que permitieron determinar el estado inicial de los estudiantes frente a la resolución de problemas aplicando ecuaciones de primer grado y la recopilación, registro, análisis de datos y elaboración de conclusiones a partir del objeto de estudio, el campo de acción y las variables definidas.

El análisis de la información fue un proceso sistemático e integrado en todas sus fases con el objetivo de darle confiabilidad a las reflexiones logradas desde la intervención en los grupos seleccionados para el desarrollo de la investigación, que para el caso ya definido serán los estudiantes de Octavo grado de la Institución Educativa; Instituto Técnico Superior de Comercio jornada tarde, la veracidad del proceso estuvo sustentada en la permanente observación e indagación que se realizó con los estudiantes, en cada una de las etapas definidas por Elliot del tal forma que: **La identificación de la idea general, reconocimiento y revisión**, incluyeron la aplicación y análisis del diagnóstico al grupo, en **la estructuración del plan general y desarrollo de etapas de acción**; incluyeron la intervención, es decir el diseño y la aplicación de la secuencia didáctica y en l**a implementación de la fase de acción** se incluyó la evaluación de la misma. Las técnicas empleadas se fundamentaron durante todo el proceso en la Observación participante y la indagación que a su vez tuvo como instrumentos el diario de campo y los registros fílmicos.

La observación participante la define Sandoval como [54]una alternativa distinta de las formas de observación en la que la tarea esencial es observar desde adentro la realidad que se pretende abordar en la investigación. Tarea que en esta investigación se realizó apoyada en la indagación e interacción permanente con los estudiantes participantes, la información resultante de este proceso de registro en el diario de campo; Elliot define el Diario de Campo como "las narraciones sobre las observaciones, sentimientos, reacciones, interpretaciones, reflexiones, corazonadas, hipótesis y explicaciones"[55] y los registros fílmicos como [56] instrumentos que permiten revisar hacia adelante y hacia atrás una misma situación,

[54] SANDOVAL CASILIMAS, Carlos E. Investigación Cualitativa. Modulo cuatro. ARFO Editores e Impresores Ltda. Diciembre de 2002. 140 p. ISBN: 958-9329-18-7.
[55] ELLIOT, Jhon. El cambio educativo desde la Investigación-Acción. Cuarta Edición. Madrid. Ediciones Morata S.L.2003. 96 p. ISBN: 84-7112-383-5.
[56] Ibíd., p 99.

concentrándose y ubicando aquellos aspectos relevantes para la investigación, aunque demanden mucho tiempo en la transcripción.

6.2.1. Diagnóstico. El diagnóstico se llevó a cabo desde la aplicación de una evaluación formal tipo prueba, como parte de la etapa de identificación de la idea general, este se aplicó a la totalidad de los estudiantes (35) vinculados a la investigación; se diseñó a partir del análisis a las pruebas estandarizadas del MEN (pruebas saber aplicadas a los estudiantes de 5° y 9° del 2012 al 2015). Las preguntas formuladas fueron las que aquí se proponen frente a la resolución de problemas que vinculen ecuaciones de primer grado y estructuras algebraicas en general; apuntando desde luego hacia las dificultades recurrentes que los estudiantes manifiestan sin que ello implique un nivel alto de complejidad, es decir situaciones o planteamientos que permitieron evidenciar como los estudiantes están comprendiendo el uso de la letra, la incógnita, la igualdad, la conversión del lenguaje natural al algebraico y en general el proceso cognitivo que este emplea para dar solución a diversas situaciones propuestas desde el uso de las competencias de comunicación y modelación.

El objetivo fue ubicar el tipo de dificultad manifiesta en el estudiante, es decir si la dificultad está en el nivel de comprensión de la situación, en la representación del lenguaje natural al algebraico, en la modelación de estas representaciones, en la conexión con otros saberes o en el manejo de algoritmos.

Los datos obtenidos se analizaron para establecer desde ellos categorías emergentes, resultantes desde luego de la identificación y elaboración de descripciones e interpretaciones elaboradas a partir de las respuestas y justificaciones que los estudiantes proporcionaron en la prueba diagnóstica, esto dio como resultado una matriz categorial que condujo el diseño de la Secuencia Didáctica en una **etapa de reconocimiento y revisión** teniendo en cuenta los focos de interés para la investigación, sin embargo para evitar cualquier sesgo estos datos

se validaron además del referente teórico matemático y la ficha técnica diseñada para la prueba diagnóstica, por la indagación hecha a los estudiantes a través de preguntas pertinentes y planeadas para tal fin, es decir de cierta manera se hizo flexible el proceso y se enriqueció la investigación, esto fue observado a partir de registros fílmicos que permitieron luego un registro y reflexión de datos para dar peso a la investigación.

6.2.2. Intervención. La intervención se realizó desde el diseño y aplicación de la Secuencia Didáctica; la estructuración del plan general que se enfoca en el diseño de la Secuencia Didáctica se apoyó en el análisis del diagnóstico; y fue organizada teniendo en cuenta el proceso de aprendizaje es decir se planeó a partir de tres momentos: apertura, desarrollo y evaluación[57], cada uno de estos momentos vinculó sesiones, estas se estructuraron de acuerdo a la intención del proceso de aprendizaje fijada en un tiempo de ejecución; se planearon seis sesiones por cada momento de aprendizaje; es de entender que la secuencia estuvo diseñada con el objetivo de brindar a los estudiantes elementos suficientes para la construcción de conocimiento que propiciara el fortalecimiento del pensamiento variacional a partir la resolución de situaciones problema aplicando ecuaciones de primer grado y que en consecuencia se reflejó en la superación de las dificultades observadas en el diagnóstico.

El diseño la Secuencia Didáctica para fortalecer el pensamiento variacional, estuvo centrado en la aplicación y ejecución de actividades, con el fin de obtener resultados potencialmente satisfactorios al construir conocimiento y mejorar los existentes teniendo en cuenta su apropiación mediante una realidad concreta; además buscó favorecer cambios en los estudiantes, al ubicarlos en un ambiente significativo que los llevara a comprobar que el conocimiento es útil para comprender y solucionar

[57] GARCÍA, Juan, PIMIENTA, Julio y TOBÓN, Sergio. Secuencias Didácticas: Aprendizaje y Evaluación de Competencias. México: PEARSON EDUCACIÓN. 2010. p. 74. ISBN: 978-607-442-909-1

los problemas que se presentan en diferentes contextos reales y cotidianos, dando así elementos que estructuraran su pensamiento matemático.

La Secuencia Didáctica se desarrolló en función de la generación de espacios que ejerciten procesos matemáticos propios del pensamiento variacional con el objetivo de lograr aprendizaje significativo en los estudiantes; cabe anotar que la implementación de esta herramienta didáctica se planteó para desarrollar en seis sesiones, cada una de cuatro horas de clase, una primera sesión busco la ambientación de los estudiantes frente a los procesos a abordar y una última sesión que evaluara dichos procesos; las actividades para todas las sesiones se programaron para llevar a cabo un proceso de interacción continua con el estudiante que promovió el hecho de dar mayor solidez a cualquier reflexión hecha por ellos desde un espacio de socialización y formalización de conceptos y procesos.

La aplicación de la secuencia didáctica como parte esencial de la intervención en el aula, hizo parte dentro del proceso de investigación, del **desarrollo de las etapas de acción**, esta intervención, tuvo como técnica la observación participante por lo que cada una de las sesiones planeadas tuvo un registro fílmico que permitió luego su reconocimiento a detalle en el Diario de Campo, que fue el instrumento utilizado para llevar a cabo esta técnica, los registros de las observaciones se dieron tanto a nivel descriptivo, es decir sujetos a los registros fílmicos manifestando en ellos el proceso seguido en cada una de las sesiones, y a nivel reflexivo, la interpretación y análisis hecho a estas observaciones condujeron la identificación de las categorías emergentes, inicialmente identificadas en el diagnóstico, con el fin de contrastar y comparar los datos una vez finalizada la aplicación de la secuencia.

6.2.3. Evaluación. La Evaluación que es la última etapa del proceso de investigación; se llevó a cabo a partir de la comparación de datos obtenidos desde el análisis a la prueba diagnóstica con los obtenidos en la intervención realizada con aplicación de la Secuencia Didáctica, cabe anotar que la categorización de datos

hecha permitió esta comparación y con ello oriento conjeturas que desde un proceso reflexivo y de corte analítico trajo consigo conclusiones que permitieron verificar que tan efectiva fue la intervención realizada y que aspectos aún estaban por mejorar o por resaltar; esto dentro de la etapa la implementación de la fase de acción.

Estas conclusiones se apoyaron además en la indagación hecha a un grupo de estudiantes con el fin de recoger sus percepciones frente a la implementación de este tipo de estrategias, esta tuvo a su vez un registro fílmico que dio cuenta de la reflexiones e interpretaciones hechas a partir de la información recogida, ello con el objetivo de dar mayor solidez a las conclusiones y por ende a la investigación.

Finalizado el proceso de Investigación desde el despliegue de cada una de las etapas propuestas por Elliot, se procedió a la realización del informe final que se puso de manifiesto en el desarrollo del proyecto de grado de la maestría, que propone la realización de este tipo de intervención con el objetivo de formar al docente como investigador para que influya positivamente dentro de ambientes escolares y fomente compromisos de mejoramiento en el proceso de formación de los estudiantes; siendo entonces la evaluación permanente de prácticas pedagógicas y la revisión crítica de las mismas el mayor componente de la Investigación-acción como metodología que en consecuencia cree la cultura de la investigación en el aula como la forma de impactar en la calidad de la educación; como lo afirma Stenhouse [58]"denomino actitud investigadora a una disposición para examinar con sentido crítico y sistemáticamente la propia actividad practica".

[58] STENHOUSE Lawrence. Investigación y desarrollo del curriculum. Quinta Edición. Ediciones Morata. 2003. 211 p. ISBN: 84-7112-220-0

Tabla 5. RESUMEN DE TÉCNICAS E INSTRUMENTOS POR FASES

FASE	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
DIAGNÓSTICO	**TÉCNICA:** ✓ **Cuestionario** ✓ **Análisis de documentos.** **INSTRUMENTO:** ✓ **Cuestionario Diagnóstico** ✓ **Registro de análisis.**
INTERVENCIÓN	**TÉCNICA:** ✓ **Observación Participante** **INSTRUMENTO:** ✓ **Diario de campo** ✓ **Protocolo de Secuencia Didáctica.** ✓ **Registro fílmico**
EVALUACIÓN	**TÉCNICA:** ✓ **Observación Participante.** ✓ **Cuestionario** **INSTRUMENTO:** ✓ **Diario de Campo.** ✓ **Cuestionario de Evaluación.**

6.3. VALIDEZ INTERNA

Con el objetivo de consolidar el proceso de investigación es indispensable validar los datos recogidos desde la aplicación de los diferentes instrumentos, es decir la información que se registró en el diario de campo, la derivada de la observación participante, los registros fílmicos y las indagaciones hechas a un grupo de estudiantes fue triangulada, teniendo en cuenta que el proceso de triangulación como lo expresa Elliot es " la reunión de observaciones e informes sobre una misma situación efectuados desde diferentes ángulos o perspectivas, para compararlos y

contrastarlos”[59], para que desde estas distintas ópticas se lograran establecer puntos de encuentro o de diferencia que son los que enriquecieron la investigación y permitieron conclusiones sistemáticas y analíticas, además confiables que en término final dieron validez al proceso de investigación desplegado.

6.4. CRITERIOS ÉTICOS

El proceso de investigación implementado como una herramienta que de una u otra forma impactara socialmente en la cultura de mejora en la calidad de la educación que se imparte en la institución educativa Instituto Técnico Superior de Comercio, coloco de manifiesto principios éticos [60]que regularon el proceso y dieron apertura a un mayor nivel de aceptación en cuanto al manejo y acceso de la información.
Los principios que fundamentaron esta investigación fueron:

- Cartas de permisos de consentimiento o aval de los padres de familia o acudientes del grupo con el que desarrollara la investigación.
- Carta de consentimiento de Rectoría, que manifieste el conocimiento y aceptación del desarrollo de la investigación bajo la seguridad de que toda la información recolectada tiene como único fin el proceso de investigación.
- Compromiso de asumir una posición de concertación frente al desarrollo de cualquiera de las etapas de investigación.
- Compromiso de comunicar avances y resultados del proceso con la finalidad de enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje a nivel institucional.

[59] ELLIOT, Jhon. El cambio educativo desde la Investigación-Acción. Cuarta Edición. Madrid. Ediciones Morata S.L.2003. 103 p. ISBN: 84-7112-383-5.
[60] Mckernan, J. Investigación Acción y Curriculum. Madrid. Ediciones Morata S.L. 1996. 206 p.

7. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

7.1. ANÁLISIS DEL DIAGNÓSTICO

Este instrumento hizo parte de la primera fase del proceso de investigación, y se aplicó a 35 estudiantes de 8°8 de la Institución Educativa con el fin de identificar elementos o aspectos propios del pensamiento variacional presentes o no en ellos. Es decir, las fortalezas y debilidades de los estudiantes en este pensamiento se constituyeron en la base del diseño de la Secuencia Didáctica, que se planeó como intervención en el aula para fortalecer dicho pensamiento en los estudiantes.

En el cuestionario diagnóstico o prueba diagnóstica se formularon en total 10 preguntas: 7 cerradas y 3 abiertas, y en todas se solicitó a los estudiantes que escribieran la respectiva justificación como sustento a la respuesta seleccionada. El argumento dado se convirtió en el insumo para el desarrollo de un análisis con enfoque cualitativo.

La codificación y aproximación al análisis desarrollado para las 10 preguntas, se realizó inicialmente con una clasificación de acuerdo al tipo de respuesta, es decir, los estudiantes que seleccionaron y justificaron correctamente, y los estudiantes que seleccionaron correctamente, pero justificaron de forma incorrecta o no justificaron, o los que seleccionaron o justificaron de forma incorrecta. En estas clasificaciones se tuvo en cuenta las respuestas textuales dadas por los estudiantes, identificando en ellas aquellos elementos que permitieron determinar subcategorías en los datos proporcionados las que se tuvieron en cuenta para la construcción específicamente de los memorandos descriptivos. Los estudiantes se codificaron con la letra E que los identifico como estudiantes acompañado del número de lista que les correspondió en la institución.

En el proceso de análisis inicialmente se elaboró el memorando descriptivo, con dos subcategorías, resultantes de las justificaciones dadas por los estudiantes en forma textual y relevantes en el proceso de conversión del lenguaje natural al algebraico, la representación, generalización y en consecuencia el nivel de modelación alcanzado por el estudiante en la resolución de las distintas situaciones expuestas.

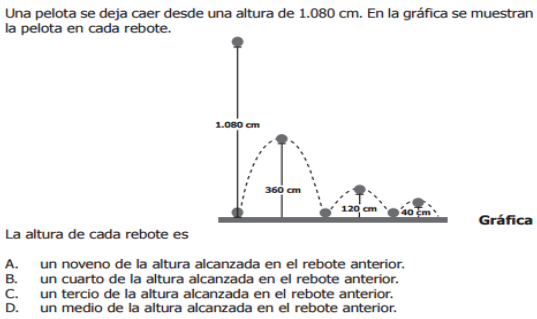
Posteriormente se elaboró un memorando interpretativo que agrupó el resultado de las subcategorías emergentes derivadas de los datos proporcionados por los 35 estudiantes que respondieron el cuestionario diagnóstico, proceso que fue complementado con un análisis documental y la observación.

Se presentan a continuación los memorandos descriptivos y los memorandos interpretativos obtenidos para cada una de las preguntas. Las subcategorías, presentadas en los memorados descriptivos, 2 por cada pregunta, dado que se tuvieron en cuenta los argumentos presentados por los estudiantes que justificaron correctamente y los que no lo hicieron, son la base para la construcción de la matriz categorial que también se presenta.

7.1.1. Memorandos descriptivos y de aproximación a la interpretación

Pregunta 1:

Imagen 1. Pregunta 1 prueba diagnóstica (prueba saber 9°)



Memorando Descriptivo

Comprensión y lectura de tablas o gráficas para traducir al lenguaje matemático.

Los estudiantes que escogieron correctamente y justificaron; plantearon soluciones desde la lectura hecha a la gráfica expuesta, realizaron la traducción de la misma para establecer la relación existente entre cada rebote, en esta traducción ellos "multiplicaron por 3" o "dividieron entre 3", "multiplicaron por 1/3" o "dividieron entre 1/3", en un proceso de conversión, algunos realizaron algún tipo de tratamiento haciendo visible la operación realizada.

Traducción Incorrecta: Ausencia De Conversión

Los estudiantes que escogieron correctamente y justificaron de forma equivocada realizaron una lectura incorrecta o una traducción confusa, plantearon la expresión "doble", "mitad", "1/2", "un noveno", "un cuarto", confundieron conceptos de distancia y altura; en los casos que se expresa una conversión confusa es porque a pesar de la traducción equivocada se plantea la opción operativa que tiene de igual forma un resultado equivocado.

Los estudiantes que escogieron una opción sin justificación no evidencian lectura de la gráfica, traducción, conversión o tratamiento.

Memorando interpretativo.

Conversión: del lenguaje gráfico al lenguaje matemático; una ruta para la modelación.

La pregunta se obtuvo de la prueba saber, clasificada aquí en la competencia de comunicación en un nivel avanzado, en ella los estudiantes al realizar la lectura de una gráfica para determinar relaciones entre los elementos expuestos, que para el caso particular hacen referencia al comportamiento del rebote de una pelota en diferentes momentos, leen un su mayoría la gráfica. En cuanto a los 16 estudiantes que escogieron correctamente: 10 justificaron adecuadamente y los 6 que justificaron de forma incorrecta evidencian dificultad al traducir dichas relaciones

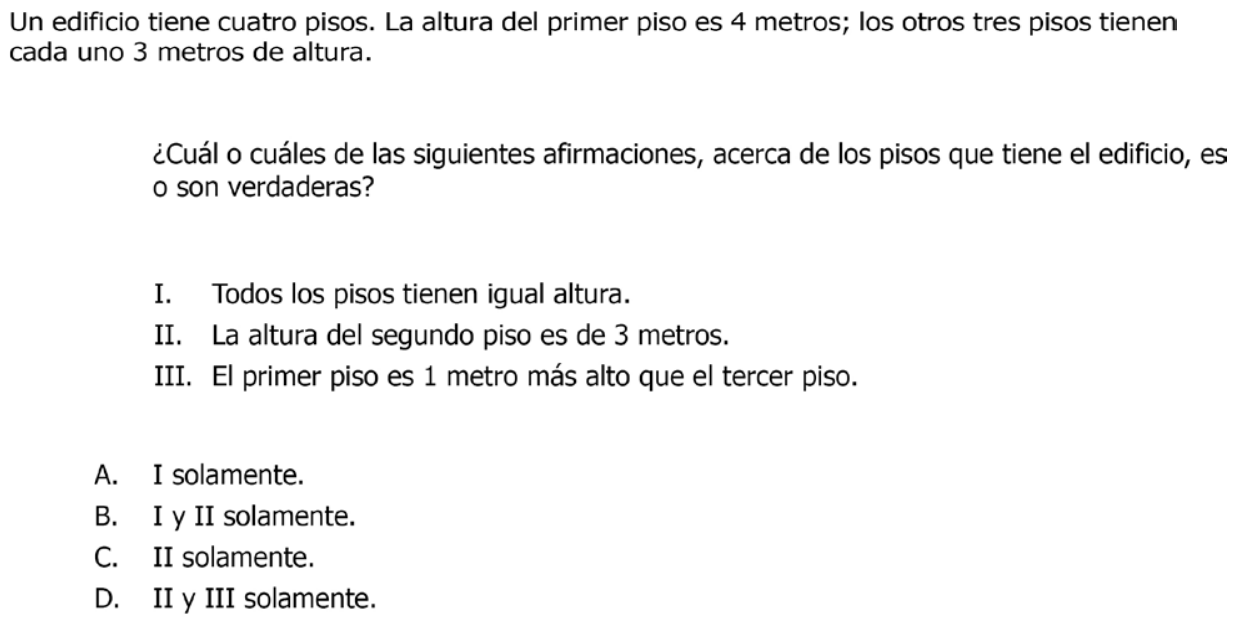
porque tienen confusiones entre lo que significa multiplicar por 3 o multiplicar por 1/3 y dividir entre 3 o dividir entre 1/3; por lo tanto, no les es fácil discriminar si están realizando la comparación entre el rebote anterior o posterior, lo que los lleva a cometer errores en la afirmación; además realizan tratamientos (operaciones) equivocados que los llevan a confundir ½ con 1/3 o doble con triple.

Los 13 estudiantes que escogieron de forma incorrecta tienen errores en la traducción desde la lectura de la gráfica e inclusive desde la interpretación del enunciado al no reconocer entre cuales rebotes deben hacer la comparación y con ello plantean justificaciones equivocadas al usar traducciones del doble, mitad, 1/9, ¼ de forma indiscriminada entre los rebotes; además, evidencian las dificultades de tratamiento (operativas) que tienen. Lo anterior se ajusta también a los 6 estudiantes que no mostraron ningún tipo de justificación.

Lo expuesto dio muestras de las dificultades que existen en la comprensión y traducción del lenguaje, bien sea, natural o gráfico a algebraico o matemático, lo que indica la necesidad de realizar intervención en el aula, que inicialmente este encaminada a llevar a establecer en los estudiantes la conceptualización necesaria para que utilicen correctamente los números racionales, comprendan e interpreten operaciones y con ello la adecuada representación de: doble, triple, mitad, tercera parte, entre otros, que facilite en los estudiantes el diseño de una estrategia o plan para dar solución a la situación planteada, que según Santos Trigos; solo es posible si hay una verdadera comprensión de la situación; además es necesario fortalecer procedimientos operativos en los cuales aún evidencian falencias y que en consecuencia los llevan a equivocarse en el desarrollo de operaciones. Con lo anterior es posible que atendiendo a lo planteado por Raymond Duval; los estudiantes logren realizar conversiones y tratamientos correctos, haciendo referencia con conversiones al hecho de que el estudiante logre ir de un sistema a otro de comunicación y a tratamiento al ejercicio de realizar acciones en el mismo sistema.

Pregunta 2

Imagen 2. Pregunta 2 prueba diagnóstica (prueba saber 5°)



Un edificio tiene cuatro pisos. La altura del primer piso es 4 metros; los otros tres pisos tienen cada uno 3 metros de altura.

¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones, acerca de los pisos que tiene el edificio, es o son verdaderas?

I. Todos los pisos tienen igual altura.
II. La altura del segundo piso es de 3 metros.
III. El primer piso es 1 metro más alto que el tercer piso.

A. I solamente.
B. I y II solamente.
C. II solamente.
D. II y III solamente.

Memorando descriptivo

Tratamiento: comprensión y representación sin conversión

Los estudiantes agrupados en esta subcategoría leyeron el enunciado y mostraron nivel de comprensión evidenciado al exponer: “Primer piso= 4 Segundo = 3 Tercero=3 cuarto= 3; el primer piso es un metro mayor a los demás y la altura del segundo piso = 3” o cuando explica “la primera es falsa porque todos los pisos no tienen la misma altura”, en ellos hubo traducción al interpretar el enunciado de forma operativa, validando a partir de esto la comunicación que indico la posible solución, los estudiantes hicieron con ello, además, el respectivo tratamiento dentro del mismo sistema de comunicación.

Ausencia de tratamiento: ausencia de comprensión

Los estudiantes agrupados en esta subcategoría evidenciaron dificultades en la comprensión del enunciado lo que se colocó de manifiesto en la expresión “no todos uno es mas alto si es de 5 metros si porque el otro piso tiene 3 metros de altura” o “Por que todos los pisos tienen deben tener la misma altura y medidas”; aunque se muestran algunos estudiantes que dieron muestras de cierta comprensión del enunciado, estos tienen dificultades en la comprensión especifica del tipo de pregunta; lo que deja sin embargo cierta evidencia de la dificultad en la comprensión que exige un proceso de mayor precisión de información. La dificultad en la comprensión, limita la traducción del enunciado a un lenguaje operativo que conduzca al tratamiento que posibilite la solución adecuada.

Memorando interpretativo:

Comunicación: conversión y tratamiento

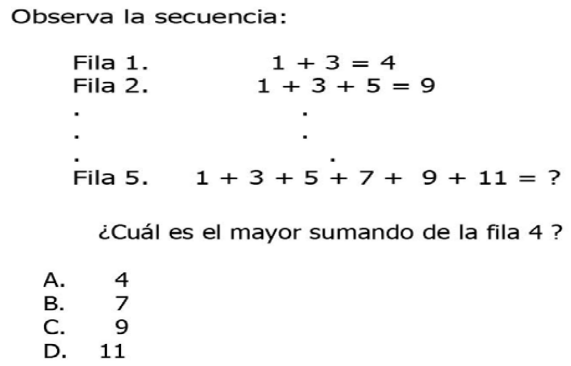
La pregunta se formula haciendo énfasis en la competencia de comunicación, representación y modelación en un nivel mínimo y hace parte del cuadernillo de preguntas de prueba Saber 5° por lo que se pretendía inicialmente que la totalidad de los estudiantes (35) la contestaran de forma acertada, sin embargo solo 19 estudiantes dieron muestra de la comprensión del enunciado, traducción del lenguaje y tratamiento en el mismo sistema de comunicación, 4 de los estudiantes que seleccionaron de forma correcta dieron justificaciones equivocadas como: “los tres pisos tiene 3 metros menos que el 4” o “porque si el primer es mas alto debe tener mayor resistencia para aguantarlo”, en las que se da muestra de la dificultad para traducir y en esa traducción o conversión lograr realizar un correcto tratamiento. Los 11 estudiantes que seleccionaron y justificaron de forma equivocada, de igual forma a pesar de ser una traducción literal que no requería una representación en otro sistema, dieron muestras de confusión, omitieron información y en algunos el solo enunciado de la pregunta ya genero confusión,

dado que no sabían dónde seleccionar, si en las opciones identificadas con I, II y III o en a, b, c, y d.

En el proceso de fortalecer el pensamiento variacional en los estudiantes de Octavo grado, a partir del planteamiento de ecuaciones de primer grado para la solución de problemas es necesario antes de iniciar cualquier proceso de traducción o conversión asegurar que los estudiantes mínimamente comprendan enunciados en el mismo sistema de comunicación, aspecto en el que, por lo ya expuesto, hay confusión aun en los estudiantes.

Pregunta 3

Imagen 3. Pregunta 3 prueba diagnóstica (Prueba saber 9°)


Observa la secuencia:

Fila 1. 1 + 3 = 4
Fila 2. 1 + 3 + 5 = 9
. .
. .
. .
Fila 5. 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = ?

¿Cuál es el mayor sumando de la fila 4 ?

A. 4
B. 7
C. 9
D. 11

Memorando descriptivo

Identificando generalidades y patrones

Los estudiantes clasificados en esta subcategoría evidenciaron la lectura comprensiva del enunciado cuando lograron plantear el comportamiento que la tercera y cuarta fila cuando explican: “Fila 3 1+3+5+7 = 16 Fila 4 1+3+5+7+9 =25” y partir de ello identificaron que el mayor sumando en la cuarta fila es 9, con lo que dan muestras de traducción, es decir convierten en diferentes sistema de

comunicación y además iniciaron un proceso de modelación al identificar precisamente el comportamiento generalizado para los números.

Comprensión limitada: inadvertida generalización

Los estudiantes clasificados en esta subcategoría manifestaron una comprensión equivocada, al no identificar ningún comportamiento en los números expuestos, haciendo comentarios como: “Fila 3 1+3+6= 10 Fila 4 1+3+7= 11 7 es el mayor sumando de todos”, “Fila 3 1+3+5+7 = 16 Fila 4 1+3+5+7+9 =25 36 – 25 = 11”, “El “7” ahí no podría ir un numero impar porque estamos hablando de pares. Y en la respuesta va 7 ya que la fila vendría teniendo cuatro números y ese es el que hace falta analizando la fila 2 y 5”,en estas justificaciones hubo ausencia de traducción y en consecuencia de tratamiento, que se evidencia al no interpretar correctamente un proceso de generalización para los números dados.

Memorando interpretativo

Identificar generalidad: iniciar a modelar

Desde los lineamientos curriculares propuestos por el Ministerio de Educación, se plantea que el inicio de los estudiantes en el desarrollo del pensamiento variacional, que tiene como fundamento la modelación, puede darse en los estudiantes con el desarrollo de secuencias como las propuestas en la pregunta 3, en las que el objetivo se centra en la lectura comprensiva del enunciado, evidenciada en la identificación de comportamientos entre los números que permitan concluir una generalidad aplicada a todos los números, siendo esto lo que permite encontrar incógnitas o datos aparentemente desconocidos.

Al interpretar las justificaciones expuestas por 20 estudiantes fue posible determinar, al parecer, la ausencia de esta comprensión, dado que no fue viable que lograran identificar correctamente un comportamiento generalizado por los números expuestos, se confundieron con “el término mayor” y se concentraron en buscar el término mayor sin tener en cuenta la fila, por ello la mayoría dio como

resultado 11, pasaron por alto información y regularidades entre los números y propusieron justificaciones como “1+1= 2” o “11 es el mayor” o “1+3+3 = 7”.

Lo anterior hace necesario que la intervención tenga en cuenta el iniciar un proceso de modelación desde las primeras bases del proceso, dado que la mayoría de los estudiantes dieron muestras de no tenerlas, no es posible hablar de traducción, conversión y tratamiento, si aún la sola identificación de regularidades en sus procesos más sencillos no está fundamentada.

Pregunta 4

Imagen 4. Pregunta prueba saber 5°

Pepe tiene el doble de canicas que Luis y entre los dos reúnen 30 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pepe y cuántas canicas tiene Luis?

Memorando descriptivo

Comprende la situación: se acerca a la modelo

Teniendo en cuenta que el objetivo fue determinar que rasgos de traducción al lenguaje algebraico, de conversión y en conclusión de modelación están presentes en los estudiantes para ubicar los elementos precisos de la intervención, se logró establecer que en esta subcategoría no se encuentra ubicado ningún estudiante lo que resulta relevante si se tiene en cuenta que la situación está en un nivel de traducción literal y en un nivel básico de conversión, lo que da cuenta de escaso fundamento en términos de modelación existente en los estudiantes.

Comprensión limitada: alejados de la conversión y la modelación

Los estudiantes agrupados en esta subcategoría dieron muestras, por una parte de comprender el enunciado cuando: “P= 10 canicas L= 20 canicas Total= 30 canicas. Pepe tiene 10 canicas y Luis el doble osea 20 y si lo reúnen tendrían 30 canicas tal y como dice el enunciado. “Yo al responder pensé en un numero estimado de canicas para pepe el cual al sumarle el doble de sus canicas diera 30 y haci pensé

en el 10 por intuición", todos logran comprender que el número de canicas que tiene Luis debe corresponder al doble comprendiendo que doble significa multiplicar por 2: "Pepe tiene 20 canicas y Luis 10 canicas 10x2 = 20 +10 = 30 canicas" o "Luis =10 Pepe= ? 2(10) = 20 lo que quiere decir que pepe tiene 20 canicas es decir 10+20 = 30 total de canicas" y que a su vez ambos "reúnen" 30 canicas, sin embargo sus argumentos se quedan en el plano aritmético, o un proceso de tanteo en el que van probando hasta encontrar las coincidencias, pero en ningún momento muestran algún tipo de traducción a lenguaje algebraico que dé cuenta de un acercamiento al proceso de modelación que para el caso específico de la situación se daría al plantear la ecuación de primer grado.

Por otro lado, están los estudiantes que evidenciaron muy poca comprensión del enunciado al pasar por alto información o traducirla de forma equivocada, lo que en consecuencia limita cualquier posibilidad de tratamiento. Sus justificaciones: "Pepe tiene 35 canicas y Luis tiene 15 porque esas 30 canicas se las repartieron por partes iguales" evidencian la omisión de condiciones, o "pepe tendría = 90 Luis tendría = 60 porque si sumamos el 30 que ellos reunieron y el doble de las canicas de pepe daría = 90" o "30 ÷ 2 = 15 +15= 30 + 15 = 45, (operación vertical) Pepe tiene 45 canicas por que hay están diciendo que pepe tiene el doble de canicas y el doble significa esa misma cantidad lo multiplico por la cantidad que tiene Luis que es = 15" que colocan de manifiesto la traducción equivocada originada por la falta de comprensión del enunciado, la dificultad para leer e interpretar condiciones y en consecuencia hacer una adecuada conversión que posibilite la solución a la situación expuesta.

Memorando interpretativo

De la conversión y tratamiento a la modelación

Teniendo en cuenta lo expuesto por los estudiantes en cada una de las subcategorías antes establecidas se evidencia que los estudiantes que se

acercaron a una solución correcta, aunque dieron muestras de la comprensión, traducción o conversión e incluso tratamiento en el sistema de comunicación planteado (proceso operativo) no lograron establecer una traducción o conversión que representara un modelo matemático que diera cuenta de la generalidad, los procesos, como bien lo dijo un estudiante, resultan más de la “intuición” o tanteo, que los llevó a probar una solución única que cumpliera con las condiciones establecidas, aunque en algunos de los planteamientos se lograba observar por lo menos la relación de igualdad, esta fue más para confrontar un resultado numérico que para plantear una traducción que representara un modelo o ecuación.

Los 16 estudiantes que no lograron expresar una solución correcta, dieron muestras de una casi, ausencia de comprensión del enunciado, al pasar por alto las condiciones establecidas en la situación y no lograr establecer relaciones por lo menos numéricas que reflejaran una interpretación adecuada del enunciado, relaciones como el doble de una cantidad desconocida, fue de interpretación confusa inclusive obviada, y en la mayoría de casos solo asumieron la condición de que sumados dieran 30, otros plantearon la opción de 15 y 15 como si la traducción de doble estuviera representada por la mitad, cabe resaltar que estos estudiantes no plantearon operaciones de forma horizontal, siempre vertical con lo que no dan cuenta del reconocimientos de signos de más o igual para establecer relaciones entre los números.

Desde lo anterior se coloca presente que los estudiantes en su totalidad no reconocen el concepto de incógnita, ecuación y con ello la posibilidad de plantear un modelo matemático que esboce las generalidades de una situación y posibilite una solución cercana a la formalización en el pensamiento matemático.

PREGUNTA 5

Imagen 5. Pregunta prueba saber 9°

Cuando en un grupo cada persona abraza a otra del grupo una sola vez, el número total de abrazos, a, se calcula mediante la expresión, $a = \frac{n\,(n\,-\,1)}{2}$ donde n es el número de personas en el grupo.

¿Cuál es el valor de a para un grupo de 5 personas?

A. 3
B. 5
C. 10
D. 15

Memorando descriptivo

Comprende y utiliza un modelo matemático

Los estudiantes que se ubican en esta subcategoría evidenciaron comprensión del problema, además de un proceso de conversión con el que logran utilizar el modelo expuesto como representación matemática de la situación expuesta; en expresiones como **"**10 porque n x n es como 5x5 y eso da 25, luego seria n x-1 que es como 5x-1 y da -5 luego hay que resolver lo que quedo dentro del paréntesis que es (25-5) y resolviéndolo da 20/2 y si simplificamos es 10" o simplemente "5(5-1) /2 = 5(4)/2 = 20/2 = 10" ; que son la descripción del modelo aplicado específicamente a la situación dada.

Sin conversión y tratamiento: limitada modelación

Los estudiantes incluidos en esta subcategoría no evidencian comprensión de la situación a través del modelo expuesto, en algunos casos aunque utilizan el modelo no lo interpretaron de acuerdo a la situación y hacen explicaciones como: a= 5(5-1)

/2 “a= el numero de abrazos fueron 2 ya que cuatro se abrazaron uno con otro y quedo 1 persona sin abrazar” o “$a= n^3(n^2 - 3) / 2$”, o error en el tratamiento “a= 5(5-1) /2. a = 5(-5) /2 = 25/2 el valor de a seria 25/2 para un grupo de 5 personas y n que representaba 5”.

Memorando interpretativo

Comprensión y uso de un modelo matemático desde la situación expuesta

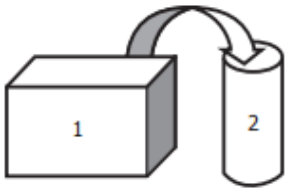
En esta pregunta fue evidente, dado que solo 3 estudiantes lograron comprender y utilizar el modelo expuesto en la situación, que los estudiantes tuvieron dificultad para ir de un lenguaje a otro haciendo uso de un proceso de conversión (traducción), es decir no lograron establecer la relación entre los dos tipos de comunicación y entonces, o solo usan lo que el problema textualmente dice omitiendo por completo el modelo o usan el modelo pero lo aíslan de la situación, ahora bien en algunos casos comprenden el significado de las letras expuestas en el modelo y hacen las conversiones necesarias pero se equivocan en el tratamiento, en su mayoría por errores operativos, sin embargo la dificultad en la comprensión de la situación está presente dado que al detenerse en la respuesta fue posible interpretarla como equivocada.

Con lo anterior, la comprensión y uso de un modelo matemático para la solución de una situación problema fue un aspecto ausente en la mayoría de los estudiantes quedando de manifiesto que aún están muy ligados a procesos aritméticos puntuales que les impidieron ver la generalización de una situación a través de un modelo matemático.

Pregunta 6

Imagen 6. Pregunta prueba saber 9

Usando una bomba se va a pasar agua del tanque 1 al tanque 2 que está vacío (ver figura). El agua que está en el tanque 1 alcanza una altura de 1.200 mm. A partir del momento en que se enciende la bomba, la altura del tanque 1 disminuye 10 mm por minuto y la del tanque 2 aumenta 50 mm por minuto.



Figura

¿Cuál expresión permite encontrar los minutos (x) que deben transcurrir, a partir del momento en que se enciende la bomba, para que la altura del agua en los dos tanques sea la misma?

A. $1200 - 10x = 50x$
B. $1200 + 30x = 30x$
C. $x + x = 50 + 10$
D. $600 - x = x$

Memorando descriptivo

Traduce: del modelo (ecuación de primer grado) al lenguaje natural de la situación.

Los estudiantes que se ubican en esta subcategoría lograron comprender la situación y tratan de extender esta comprensión en los modelos expuestos ubicando de forma correcta el que la representa, situando por lo menos las operaciones de adición y sustracción: “Porque hai dice que el 1 tanque alcanza una altura 1200 y después que se enciende la bomba dice que disminuye 10mm por minuto y la del tanque 2 aumenta 50 mm porque hay es donde se esta traspasando el agua de tanque 1”; y se puede ver que aunque el modelo no es lo suficientemente claro, por lo menos ubican los números de la situación: “Porque es en la única que se mencionan esos números”; fue posible afirmar que la conversión de un sistema a otro de comunicación desde la traducción del lenguaje de la situación a lenguaje de la ecuación lo logran realizar: “1200 – 10(20) = 50(20) 1200 - 200 = 1000 1000=

1000”, aunque vale la pena decir que el modelo se les dio y ellos en su mayoría fueron probando hasta encontrar el que más se ajustó.

Comprensión limitada: sin relación entre el lenguaje natural y su representación matemática equivalente.

Los estudiantes agrupados en esta subcategoría fueron los que justificaron con argumentos como: “Porque el tanque 1 contiene 1200 mm de agua y al pasar el agua al tanque 2 el primero disminuye 10mm y el segundo aumenta 50 mm cada minuto dando a entender asi que la longitud del tanque 2 y su forma haga que los mm entren necesitaría mas rápido 2 horas para nivelar el agua” o “La expresión que permite encontrar los minutos (x) seria 600 –x = x esta seria la mitad para que los 2 tanques sean iguales” ; “A mi me parece que es la d porque como en la pregunta tiene que abrirse para que de lo mismo y si ponemos 600 –x = x si la abrimos a 600 –x los dos se llenaran a = x” en los que el estudiante no estableció ninguna relación entre la situación expuesta y un posible modelo que para el caso específico es una ecuación de primer grado.

Memorando interpretativo

Comprensión de la situación: representación en una ecuación de primer grado.

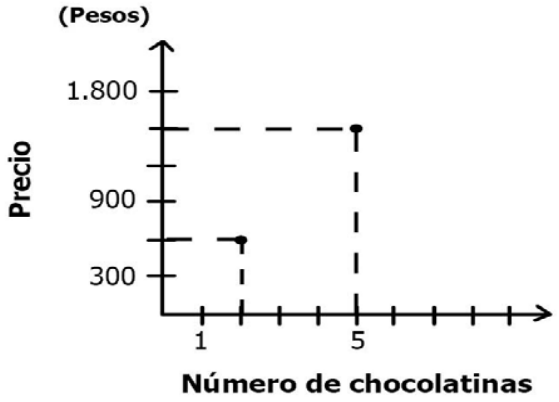
En esta pregunta la comprensión de la situación se debió reflejar en su representación a partir de un modelo matemático, que para el caso específico es una ecuación de primer grado, sin embargo aunque algunos estudiantes lograron acercarse a una justificación correcta, esta estuvo más guiada por el tratar de encajar lo expuesto en la situación con los 4 modelos dados, lo que se facilitó dado que solo una de las respuestas utilizaba los datos del problema, sin embargo ellos siguen dando muestras de lo hecho en la pregunta 4, es decir, por tanteo fueron

probando hasta encontrar una solución que encajara y la posible solución la encuentran por una comprensión del texto que luego verificaron en el modelo y no por una solución desde el modelo, lo que da muestras de comprensión de la situación pero no de una comprensión que se haga evidente por la representación de la situación en el modelo (ecuación de primer grado).

Pregunta 7

Imagen 7. Pregunta prueba saber 9.

En una tienda cada chocolatina tiene el mismo precio. La siguiente gráfica relaciona el número de chocolatinas y el precio correspondiente.



¿Cuál es el mayor número de chocolatinas que se puede comprar con 2.000 pesos?

A. 4
B. 5
C. 6
D. 7

Memorando descriptivo

Tratamiento: comprensión y conversión de la información expuesta en el plano

En esta pregunta la mayoría de estudiantes lograron realizar una correcta comprensión e interpretación de lo expuesto en el plano, comprensión que llevaron

al planteamiento operativo reflejado en la ubicación del precio de una, dos, tres, cuatro, cinco y seis chocolatinas, lo que les permitió dar solución a la pregunta formulada, argumentos planteados por los estudiantes como: “Porque cada una cuesta 300 y 300x6 = 1800 (completo la gráfica buscando las imágenes)” o “El precio de cada Chocolatina seria de 300 pesos, quieren comprar con 2000 pesos chocolatina y el mayor numero seria 6, porque si yo lo multiplico 6x3 da 18 y esa seria la respuesta, no se pueden comprar 7 por la razón de que no les alcanzaría. (Ubica en la gráfica la imagen de 6 en 1800 y completa los ejes X y Y)”, permiten realizar estas conjeturas.

Error en tratamiento: error en resolución

Los estudiantes ubicados en este grupo plantearon argumentos como: “Se pueden comprar 4 chocolatinas a 400 porque 5x4=20 serian $2000 pesos” aunque algunos lograron comprender, realizar conversión y planteamiento, tuvieron errores en el tratamiento y la resolución “le alcanzan para 7 chocolatinas por 2000 pesos porque si por 1800 dan 6 quedarían 200 con eso se compra una chocolatina” estos estudiantes aunque lograron comprender y convertir la información expuesta en el plano, tuvieron errores en el tratamiento y la solución.

Memorando interpretativo

Comprensión de información en el plano: planteamiento y resolución.

En esta pregunta la mayoría de los estudiantes lograron realizar la comprensión e interpretación de lo expuesto en el plano, lo que se vio reflejado en la conversión que realizaron de la información obtenida al ubicar el precio de una chocolatina, dos y hasta siete, desde el plano, lo que les permitió dar solución a la pregunta formulada. Es importante observar además que como la pregunta no ofrecía ningún modelo, ni la necesidad de traducción a lenguaje matemático formal, sino la lectura

e interpretación en un nivel operativo, aunque con conversión porque la información se planteaba en un sistema de comunicación diferente al del lenguaje natural, para los estudiantes no hubo una marcada dificultad y se observó cierta facilidad en el momento de argumentar de forma valida y ajustada a la situación expuesta.

Pregunta 8

Imagen 8. Pregunta Prueba saber 9.

La montaña submarina más alta del mundo está ubicada cerca de Nueva Zelanda. La montaña tiene una altura de 8.690 metros y sobresale 300 metros fuera del agua. Para encontrar la altura sumergida (h) de la montaña, cuatro estudiantes plantearon las siguientes ecuaciones:

Laura:	$h - 8.690 = 300$
Alejandro:	$8.690 - h = 300$
Vanesa:	$h + 300 = 8.690$
Camilo:	$h + 8.690 = 300$

¿Cuáles estudiantes formularon correctamente las ecuaciones para hallar el valor de h?

Memorando descriptivo

Comprensión y conversión: representa y modela

En esta categoría no se logró clasificar a ningún estudiante dado que la situación plantea la necesidad de encontrar todos los posibles modelos o ecuaciones que la representan, que para el caso son dos (los elaborados por Vanesa y Alejandro) y los estudiantes en el mejor de los casos reconocían y planteaban solo uno de los dos o relacionaban uno de estos con otro que no era equivalente.

Errores de comprensión y conversión: ausencia de representación y modelo

En esta categoría se ubican la totalidad de los estudiantes bien sea porque se acercaron a una comprensión- traducción-conversión y modelo (aún con errores) o evidenciaron en su argumento ausencia total de comprensión-conversión y modelo. En argumentos como: “3 personas que fueron Laura, Alejandro y Vanesa porque si a 8.690 le restamos la altura sumergida que esta representada por (h) nos daría 300 que es lo que sobresale. Otra forma seria que a 300 le sumemos (h) nos daría 8690, en mi caso lo hice de otra forma simplemente a 8690 le reste 300 que da 8390” o “Laura y Alejandro porque dice que la altura es de 8690 m y que sobrepasa 300m entonces se podría hacer una resta, restando 8690 – h y h puede coger el valor de 8390 (operación vertical de resta 8690 – 8390 / 300)” los estudiantes se acercan a la comprensión del problema y aunque lograron hacer traducción y conversión esta no se ve reflejada en el modelo. En otros casos: “Laura y Camilo porque ellos están representando que le falta a la montaña para undirse” o “ninguno porque ellos no hicieron la operación matemática” hay una ausencia de comprensión por tanto la conversión no se da y menos el modelo.

Memorando interpretativo

Comprensión y conversión: representación de modelo

En esta pregunta ninguno de los estudiantes logró llegar a la respuesta correcta; porque no hubo el reconocimiento del modelo, en este caso dos ecuaciones, como la forma de representar la situación expuesta; ellos siguen como en preguntas anteriores encontrando una solución desde el texto por el uso de operaciones y probando en los modelos hasta encajarla, los modelos (ecuaciones) se les dan y en esa ubicación se presentan errores de conversión y tratamiento.

Esto evidenció la ausencia total de representación y modelación en los estudiantes, ellos no lograron relacionar la solución de una situación con el planteamiento de un

modelo o ecuación que la generalice para luego a partir del tratamiento que sobre ella efectúen encuentren la solución de la situación expuesta.

Pregunta 9

Imagen 9. Pregunta prueba saber 9.

En una feria se juega tiro al blanco: por cada acierto se ganan $3.000 y por cada desacierto se pierden $1.000.

Jaime lanzó 16 veces y terminó sin pérdidas ni ganancias. ¿Cuántos aciertos tuvo Jaime?

A. 0
B. 4
C. 6
D. 8

Memorando descriptivo

Acercamiento a la conversión y modelación: Representación en un modelo.

En esta categoría no se logró ubicar a ningún estudiante dado que si se tiene en cuenta que el objetivo central de esta investigación se centra en la modelación como fundamento del fortalecimiento del pensamiento variacional, lo que requiere la formalización del pensamiento matemático desde la generalización como su fundamento, es indispensable que la solución de esta situación se haga desde el planteamiento de un modelo o ecuación o por lo menos un acercamiento a cierto tipo de generalidad, lo que para este caso específico no se hizo evidente.

Ausencia de conversión y modelo: limitada traducción al lenguaje algebraico.

Los estudiantes ubicados en esta categoría evidenciaron la comprensión de la situación expuesta, sin embargo se quedaron en el proceso aritmético, e intentaron

encontrar la solución desde el tanteo, es decir probando con posibles soluciones que aunque se deben ajustar a una representación mental que tiene de la situación, no logran expresarla o comunicarla en términos de modelo generalizado o ecuación; es por ello que argumentaron: “Yo elegi la B ya que tuvo que hacer 4 aciertos para conseguir $12.000 y luego perdió 12 veces y por cada vez disminuia todo lo que gano dejando a cero ya que cada vez que perdia le quitaban $1.000 por lo cual al perder 12 veces lo perdió todo” . Por otra parte se presentaron estudiantes que evidenciaron errores desde la comprensión de la situación: “Jaime lanzo 4 porque 4x4= 16 “o “Porque Jaime 16 veces y Jaime perdió 8 veces y gano 8 veces osea el total Jaime gano 8 veces y esas 8 veces jugadas otra vez perdió 8 + 8 / 16” o “porque si lanzo 16 veces y acerto 8 ganaria 24000 entonces los 8 lanzamientos que quedaron los perdería entonces no gano nada, porque lo que ganaría también lo perdería. (D)”; argumentos que permitieron ver la omisión de la información frente a lo que pierde o gana y creer que con hacer el mismo número de lanzamientos ya ni pierde ni gana.

Memorando interpretativo

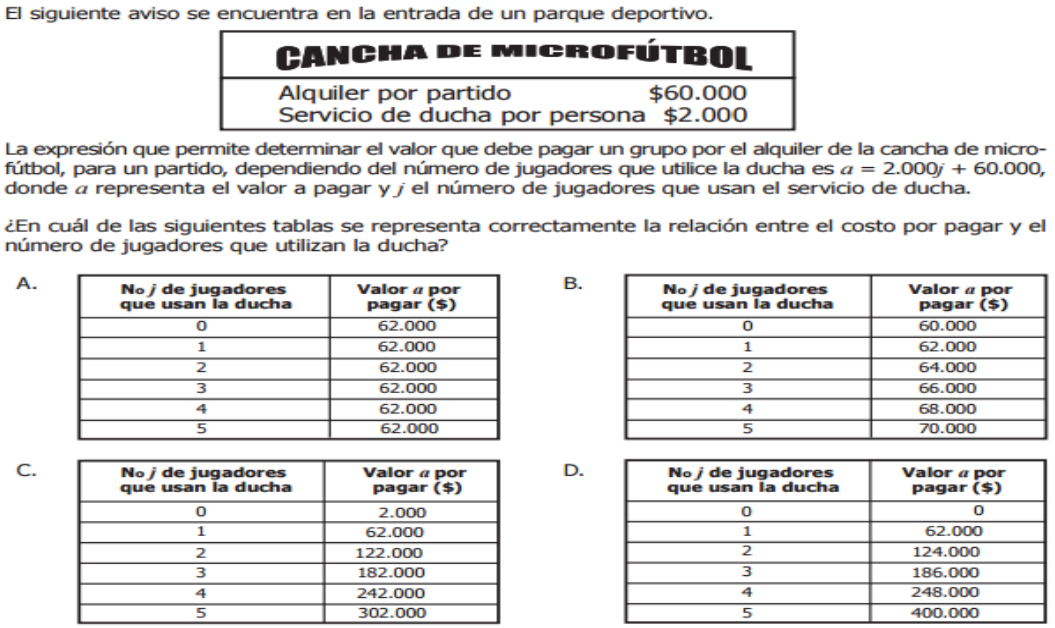
Comprensión de la situación: conversión-modelación y tratamiento.

En esta pregunta los estudiantes manifestaron nuevamente la dificultad para relacionar una situación expuesta con el planteamiento de una generalidad que permitiera la creación de un modelo que a su vez lo llevara a la solución de la situación, el estudiante, aunque debió crear un modelo mental que le permitiera armar el tanteo que ejecuto, no logró comunicarlo en un sistema de comunicación formal y general y se quedó en el plano aritmético, la operación y situación concreta. En sus argumentos evidenciaron para algunos casos comprensión de la situación e inclusive se hizo notoria una representación de la situación, pero esta se queda en el plano operativo, en ningún momento identificó incógnitas y menos la generaliza

a partir de una relación de igualdad, estos conceptos se mostraron inexistentes para el estudiante.

PREGUNTA 10

Imagen 10. Pregunta 10 prueba diagnóstica (Prueba saber 9).



El siguiente aviso se encuentra en la entrada de un parque deportivo.

CANCHA DE MICROFÚTBOL	
Alquiler por partido	$60.000
Servicio de ducha por persona	$2.000

La expresión que permite determinar el valor que debe pagar un grupo por el alquiler de la cancha de micro-fútbol, para un partido, dependiendo del número de jugadores que utilice la ducha es $a = 2.000j + 60.000$, donde a representa el valor a pagar y j el número de jugadores que usan el servicio de ducha.

¿En cuál de las siguientes tablas se representa correctamente la relación entre el costo por pagar y el número de jugadores que utilizan la ducha?

A.

No j de jugadores que usan la ducha	Valor a por pagar ($)
0	62.000
1	62.000
2	62.000
3	62.000
4	62.000
5	62.000

B.

No j de jugadores que usan la ducha	Valor a por pagar ($)
0	60.000
1	62.000
2	64.000
3	66.000
4	68.000
5	70.000

C.

No j de jugadores que usan la ducha	Valor a por pagar ($)
0	2.000
1	62.000
2	122.000
3	182.000
4	242.000
5	302.000

D.

No j de jugadores que usan la ducha	Valor a por pagar ($)
0	0
1	62.000
2	124.000
3	186.000
4	248.000
5	400.000

Memorando descriptivo

Tratamiento desde el modelo: acercándose al proceso de modelación

En esta subcategoría se ubicaron los estudiantes que reconocieron el modelo a= 2.000j + 60.000 como parte de la solución, lograron relacionarlo con la información presentada por la situación y con ello efectuar el tratamiento al modelo para llegar a establecer una solución, estos estudiantes ´plantean en sus justificaciones “ En 5: 2000(5) + 60.000 = 10.000 + 60.000 = 70.000” o “ personas = j 1 j = 62.000 2 j = 64.000 3 j = 66.000 “ con lo que mostraron que al relacionar la información dada en la situación problema tuvieron en cuenta la generalidad expresada como representación matemática de la misma.

Sin comprensión del modelo como representación de la información: Ausencia de tratamiento

En esta subcategoría se ubicaron dos tipos de estudiantes; los que evidenciaron comprensión de la información dada, pero no tuvieron en cuenta el modelo y solo relacionaron las tablas dadas con la información del problema en dos aspectos relevantes: si no usa la ducha son $60000 y el aumento de 2000 en 2000, es decir para ellos fue relevante el aviso y pasaron por alto el modelo (ecuación de primer grado expuesta para la situación) esto se hizo evidente en argumentos como: “Yo elegi la B ya que según el aviso la cancha alquilada cuesta $60.000 por lo cual en todas las veces que se deben pagar debe ser de $60.000 en adelante por lo cual si ninguno usa la ducha el valor sería de $60.000 sin embargo si una persona utiliza la ducha el valor sería de $62.000 y haci hiria aumentando sucesivamente cosa que en la respuesta B está representada a diferencia de las otras” y los estudiantes que pasaron por alto mucha información expuesta en el enunciado de la situación, no interpretaron la información del aviso y mucho menos tuvieron en cuenta el modelo dado, más bien trataron de encajar las tablas proporcionadas con una justificación o argumento equivocado como: “Porque entre más entran a ducharse se paga más” o “La A porque todos los jugadores usan la ducha que cada uno paga 2000 y para la cancha son 60.000 por todo son 62.000 por cada uno de los jugadores son 5 jugadores” o “2.000x 3 = 6.000 60.0000x3= 180.0000 6.000 + 180.000 0 186.000 Entraron a jugar 3 personas y las tres personas entraron al baño pa el alquiler fue 6.000 + 180.000 = 186.000. Escoge la D” y “Porque si el alquiler de la cancha vale 60.000 y el servicio de ducha por persona vale 2000 el precio de todo seria 62.000. Escogió la A.”

Memorando interpretativo

Conversión entre diferentes sistemas de comunicación: sin reconocimiento del modelo.

Los estudiantes tuvieron en esta pregunta dificultades para relacionar el modelo expuesto con la situación y se concentraron, en su mayoría, en el aviso expuesto, con el que lograron establecer una relación correcta con las tablas dadas, claro está cuando realizaron la interpretación adecuada de la información proporcionada en el aviso, es decir: si ningún jugador usa la ducha son $60000 y si la usan el aumento se hace de $2000 en $2000; que fue un argumento muy utilizado en sus justificaciones. Cuando los estudiantes no comprendieron, pasaron por alto mucha información proporcionada y solo acomodaron justificaciones a una tabla para dar una respuesta.

Lo anterior dejó ver la dificultad existente en los estudiantes para generalizar una situación y verla representada en un modelo, como es el caso de la situación, quedándose en el plano aritmético, en el que aunque existió comprensión de la situación, no hubo conversión a otro sistema de comunicación, lo que influye en la construcción de pensamiento matemático formal y estructurado.

7.1.2. Matriz Categorial. En la matriz categorial las subcategorías utilizadas fueron las axiales, estas surgieron de cada pregunta teniendo en cuenta los memorandos descriptivos; cada pregunta arrojo dos subcategorías emergentes que se apoyaron en el análisis hecho a las respuestas dadas por los estudiantes y en el análisis documental; estas fueron fueron identificadas con los numerales 1.1. y 1.2. para la primera pregunta; 2.1. y 2.2. para la segunda pregunta 3.1. y 3.2. para la tercera pregunta y así sucesivamente hasta la pregunta 10. Estas se agruparon en las subcategorías selectivas de Comprensión, Conversión y Tratamiento, identificadas como los aspectos de mayor relevancia en el proceso de modelación una vez realizada la interpretación de los datos proporcionados por los estudiantes, el análisis de documentos y la observación; los códigos empleados fueron tomados de la teoría de la representaciones semióticas expuesta por Raymond Duval, lo anterior dio paso finalmente, a la categoría central y determinante para la investigación: modelar, de tal forma que la matriz categorial queda planteada así:

Tabla 6. Matriz Categorial del análisis de la prueba diagnóstica

SUBCATEGORIAS : MEMORANDOS DESCRIPTIVOS	NÚMERO DE ESTUDIANTES CLASIFICADOS EN ESTA SUBCATEGORIA	SUBCATEGORIAS SELECTIVAS	CATEGORÍA
1.1 Comprensión y lectura de gráfica o tabla para traducir al lenguaje matemático.	10 DE 35	COMPRENSIÓN	MODELAR
3.2 Comprensión limitada: inadvertida generalización	20 DE 35		
4.1 Comprende la situación: se acerca al modelo	0 DE 35		
4.2 Comprensión limitada: alejados de la conversión y la modelación	35 DE 35		
6.2 Comprensión limitada: sin relación entre el lenguaje natural y su representación matemática equivalente.	29 DE 35		
8.1 Comprensión y conversión: representa y modela	0 DE 35		
10.2 Sin comprensión del modelo como representación de la información: Ausencia de tratamiento.	33 DE 35		
1.2 Traducción incorrecta: ausencia de conversión	25 DE 35	CONVERSIÓN	
3.1 Identificando generalidades y patrones	15 DE 35		
5.1 Comprende y utiliza un modelo matemático	3 DE 35		
5.2 Sin conversión y tratamiento: limitada modelación	32 DE 35		
6.1 Traduce: del modelo (ecuación de primer grado) al lenguaje natural de la situación.	7 DE 35		
8.2 Errores de comprensión y conversión: ausencia de representación y modelo	35 DE 35		
9.1 Acercamiento a la conversión y modelación: representación en un modelo	0 DE 35		
9.2 Ausencia de conversión y modelo: limitada traducción al lenguaje algebraico.	35 DE 35		
2.1 Tratamiento: comprensión y representación sin conversión	19 DE 35	TRATAMIENTO	
2.2 Ausencia de tratamiento: ausencia de comprensión	16 DE 35		
7.1 Tratamiento: comprensión y conversión de la información expuesta en el plano	23 DE 35		
7.2 Error en tratamiento: error en resolución.	12 DE 35		
10.1 Tratamiento desde el modelo: acercándose al proceso de modelación.	2 DE 35		

7.1.3. Hallazgos. Una vez realizado el análisis del cuestionario Diagnóstico propuesto fue posible establecer que aunque algunos estudiantes demostraron comprensión de las situaciones problema expuesta, ninguno de ellos logró realizar una aproximación cercana a la representación matemática, es decir no fue posible evidenciar en ellos conversión entre diferentes sistemas de comunicación, específicamente del natural al algebraico, fue posible notar que cuando la representación fue gráfica, los estudiantes manifestaron mayor facilidad de traducción.

Para los estudiantes la traducción de expresiones como doble, mitad, tercera parte, triple entre otras no son lo suficientemente comprendidas y menos representadas en lenguaje matemático.

Para los estudiantes que lograron seleccionar correctamente respuestas y justificaron correctamente, fue indudable identificar la dificultad existente para argumentar con estructuras matemáticas diferentes a las netamente aritméticas, es decir para ellos la única forma posible de solución fue el “tanteo”, para lo que utilizaron en varios casos las respuestas que en algunas preguntas se les proporcionaron o conjeturas que lograron interpretar desde la comprensión de los enunciados expuestos.

Los resultados de la prueba diagnóstica dieron cuenta de la inexistencia en los estudiantes de la conversión de un lenguaje natural a un lenguaje algebraico, la ausencia de representación en un sistema de comunicación formal a nivel matemático que les permitiera plantear una estrategia de solución fundamentada y realizar un procedimiento ajustado, estuvo presente, es decir no lograron en ninguno de los enunciados plantear una representación traducida en una ecuación, no se observó además reconocimiento de incógnitas y mucho menos de relaciones de equivalencia o igualdad entre enunciados en términos literales, únicamente en términos operativos o aritméticos.

En las preguntas en las que la ecuación se expuso, los estudiantes desconocieron su existencia y establecieron justificaciones, en algunos casos correctas, basadas en otro tipo de argumentos que aunque válidos e interpretados desde la comprensión del enunciado, ignoraron la representación, generalización o modelo expuesto.

Los estudiantes, aunque con dificultades operativas, sobre todo en términos de racionales y su comprensión, lograron acercarse más a soluciones acertadas desde el tratamiento, es decir lograron en mayor cantidad efectuar interpretaciones en el mismo lenguaje, particularmente la operación aritmética.

Lo anterior hace evidente la dificultad existente en los estudiantes para desprenderse del número y llevarlo a un plano general que le permita comprender e interpretar representaciones en diferentes lenguajes específicamente el algebraico, con lo que la modelación y generalización son aspectos apenas incipientes en sus procesos de pensamiento.

7.2. SECUENCIA DIDÁCTICA

La secuencia didáctica se diseñó en seis sesiones, cada una planeada con actividades para cuatro horas de clase, cada sesión se planeó para que iniciara con una actividad, específicamente un juego, que buscaba introducir a los estudiantes en los conceptos y objetivos trazados para la sesión.

El trabajo por sesión se desarrolló siempre en equipos de trabajo, organizados estratégicamente para facilitar la interacción y el apoyo entre pares.

La sesión estuvo siempre apoyada en una guía de trabajo, que orientaba y direccionaba el trabajo de los equipos, en ella se plantearon siempre situaciones desencadenadas a partir de la actividad inicial.

El diseño de la Secuencia estuvo apoyado en García, Pimienta y Tobón, quienes plantean que la secuencia didáctica es un "conjunto articulado de actividades de aprendizaje y evaluación que, con la mediación de un docente, buscan el logro de determinadas metas educativas, considerando una serie de recursos. En la práctica, esto implica mejoras sustanciales de los procesos de formación de los estudiantes, ya que la educación se vuelve menos fragmentada y se enfoca en metas"[61], lo que se encuentra expuesto en los referentes teóricos de la investigación.

Estos autores proponen además un formato de planeación que se diseña a partir del planteamiento de un problema significativo del contexto y del desarrollo de competencias en los estudiantes, desde el saber conocer, saber hacer y el saber ser, en donde además se relaciona el proceso de evaluación desde la autorregulación y reflexión del aprendizaje por los estudiantes, para lo que los autores proponen una matriz que maneja 4 niveles; cada uno contienen los indicadores que evidencian el nivel de dominio alcanzado por el estudiante: Inicial-Receptivo. Básico. Autónomo. Estratégico. La matriz cuenta también con un espacio para la evaluación metacognitiva. Este formato se tomó como base y se adaptó para el diseño de la ruta de aprendizaje de la secuencia didáctica y para el diseño de las guías de trabajo que orientaron cada una de las sesiones.

[61] GARCÍA, Juan, PIMIENTA, Julio y TOBÓN, Sergio. Secuencias Didácticas: Aprendizaje y Evaluación de Competencias. México: PEARSON EDUCACIÓN. 2010. p. 20. ISBN: 978-607-442-909-1.

7.2.1. Descripción y Análisis de la secuencia Didáctica

<table>
<tr><th colspan="4">DISEÑO GENERAL DE SECUENCIA DIDÁCTICA</th></tr>
<tr><th colspan="4">RUTA GENERAL DE APRENDIZAJE</th></tr>
<tr><th colspan="2">identificación de la secuencia didáctica</th><th colspan="2">Problema Significativo Del Contexto</th></tr>
<tr><td>Asignatura</td><td>Matemáticas</td><td colspan="2" rowspan="6">Resuelvo situaciones problemas: el reto es modelar</td></tr>
<tr><td>Horas</td><td>24 horas</td></tr>
<tr><td>N° De Sesiones</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Periodo y fecha de aplicación</td><td>Cuarto Periodo - 2 de Octubre a 10 de Noviembre de 2017</td></tr>
<tr><td>Temas</td><td>1. Lenguaje algebraico.
2. Conceptos de incógnita e igualdad.
3. Modelar : Ecuaciones de primer grado
4. Planteamiento y despeje.
5. Resolución de situaciones Problema</td></tr>
<tr><td>Docente</td><td>Marly L. Montes M.</td></tr>
<tr><th colspan="4">COMPETENCIAS</th></tr>
<tr><th colspan="4">Competencia 1 : Comunicación</th></tr>
<tr><th>Saber Conocer</th><th>Saber Hacer</th><th colspan="2">Saber Ser</th></tr>
<tr><td>Identificar expresiones algebraicas
Comprender el lenguaje algebraico; uso y manejo de la letra.</td><td>Conversión del lenguaje natural al algebraico.</td><td colspan="2">Compromiso en el desarrollo de actividades.
Fundamentos de participación y trabajo en equipo. trabajo</td></tr>
</table>

Competencia 2: Modelación		
Saber Conocer	**Saber Hacer**	**Saber Ser**
Conceptos de incógnita e igualdad. Representar y generalizar para constituir modelos matemáticos. Ecuaciones de primer grado.	Tratamiento o despeje de ecuaciones de primer grado.	Responsabilidad para el desarrollo de actividades.
Competencia 3: Razonamiento y Resolución		
Saber Conocer	**Saber Hacer**	**Saber Ser**
Comprender situaciones problema y hallar la solución a partir del planteamiento de ecuaciones de primer grado	Reconocer utilizar los diferentes algoritmos para el despeje de ecuaciones de primer grado.	Reflexionar y reconocer los aportes de los diferentes miembros del equipo y grupo para enriquecer su razonamiento.
SESIONES		
Sesión 1		**Problema Significativo**
Tiempo: 4 horas		**¿Cómo empezar a modelar? Identifico patrones y generalidades.**
Objetivo: Identificar patrones y generalidades a partir de diferentes situaciones expuestas para comprender el proceso de modelación.		
Recursos: guía de trabajo, tarjetas de colores en foami, bolsas de plástico y caja de cartón.		
Asistentes: En la primera parte 33 estudiantes, 2 ausentes. En la segunda parte 34 estudiantes, 1 ausente.		
Descripción de actividad		
Esta primera sesión se buscó que los estudiantes se familiarizaran con la implementación de una serie de actividades integradas con el objetivo de llevarlos		

a dar solución a diferentes situaciones problema desde el fortalecimiento del pensamiento variacional a partir del planteamiento de ecuaciones de primer grado; teniendo en cuenta que en este proceso el potenciar en los estudiantes las competencias de comunicación, modelación y razonamiento y resolución son indispensables.

Se organizaron 7 equipos, cada uno con 5 estudiantes, con el objetivo de fomentar el trabajo en equipo y con ello la participación activa de los estudiantes para que desde una relación de pares se facilitara el desarrollo de la actividad.

La actividad organizada se direccionó a través de una guía de trabajo que presentó dos actividades: “vamos a jugar a ¡Leo tu mente! y juguemos ahora a “puedo predecir: Tengo una Bolita de cristal”; esta guía se entregó a cada uno de los estudiantes organizados en su grupo de trabajo, para que la desarrollaran de forma paulatina en tanto la actividad programada avanzo. La orientación, apoyo y observación del profesor fue permanente durante el proceso.

Una vez se entregó la guía a cada equipo de trabajo; en una primera parte los estudiantes jugaron “leo tu mente”, para ello, en una bolsa se le entregó a cada equipo 5 tarjetas cada una con un enunciado como: “piensa un número, súmale 13, réstale 4, adiciónale 35 y ahora réstale el número que pensaste”; cada estudiante tuvo el rol activo de “leer la mente” a uno de sus compañeros y el rol pasivo de permitir que se la leyeran utilizando la tarjeta que sacó.

Luego jugaron a “Puedo predecir: tengo una bolita de cristal”; para ello cada grupo sacó una tarjeta al azar, de una bolsa previamente organizada con diferentes tarjetas en las que se plantearon secuencias, bien sea numéricas, graficas o de texto, en equipo observaron la secuencia dada, para que entre todos lograran indicar por lo menos los tres elementos siguientes.

Una vez todos los estudiantes participaron de la actividad, cada uno realizó los distintos aportes con el fin de dar respuesta a las preguntas formuladas en la guía. Los resultados se socializaron por cada equipo de trabajo, un estudiante expuso los hallazgos o reflexiones suscitadas. Finalmente, el profesor organizó las conclusiones y dio apertura al desarrollo de la secuencia, identificando las ideas claves con los estudiantes, es decir ideas que indujeron a la identificación de patrones y generalidades, siendo este un elemento básico en el fortalecimiento del pensamiento variacional.
Descripción de evaluación: criterios-proceso
Los estudiantes evaluaron la sesión apoyados en la matriz propuesta en la guía. La matriz que se presentó manejó 4 niveles; cada uno con indicadores que evidenciaron el nivel de dominio alcanzado por el estudiante: Inicial-Receptivo. Básico. Autónomo. Estratégico. La matriz contó con un espacio para la evaluación metacognitiva (reflexiones acerca de los alcances de su desarrollo para la autorregulación de su proceso de aprendizaje).
Análisis de la sesión 1
Al iniciar la sesión se les orientó frente al trabajo a realizar, sin embargo se observó confusión en el proceso inicial, los grupos de trabajo se organizaron pensando en los diferentes roles que cada estudiante podía desempeñar en el equipo lo que originó incomodidad, dado que muchos de ellos a nivel social no eran afines, el objetivo inicial fue el trabajo en equipo y el apoyo entre pares, sin embargo el objetivo en esta primera sesión se cumplió parcialmente dado que de los siete grupos, cinco lograron adaptarse aportando al trabajo propuesto, en estos los estudiantes que asumieron liderazgo, específicamente los estudiantes: E23, E16, E18, E6 y E35, direccionaron el trabajo en el grupo, pero en los dos grupos restantes el trabajo fue poco fluido, se observó poca seguridad en los planteamientos y los aportes no surgieron con facilidad por ello hubo necesidad de la orientación y guía del profesor permanente, paso a paso, con el ánimo de

avanzar en el proceso, los estudiantes E21 y E15 que asumían como monitores no lograron proponer un trabajo colectivo.

En el desarrollo del primer juego la expectativa inicial fue de incertidumbre total, hubo necesidad de explicar con mucho detalle lo que el juego planteaba, por lo que hubo que salirse del esquema inicial de solo obsérvalos jugar, se percibió que ningún grupo comprendió el juego, por lo que hubo que vincularse a uno de los grupos y participar como un estudiante más desempeñado el rol de adivinador, entonces, se sacó una tarjeta al azar, se le dijo al estudiante E35 que pensara en un número, una vez el estudiante confirmó haberlo pensado se empieza a leer la tarjeta sacada que decía: “Piensa un número, súmale 5, réstale 12; ahora súmale 15, réstale 4, súmale 10 y finalmente réstale el número que pensante. El resultado que obtuviste fue: 14 ¡adiviné…!”, el estudiante E35 muestra su asombro y sorpresa porque los resultados coincidieron al igual que el resto del grupo, pasado este momento transcurren 12 minutos hasta que la estudiante E9 hace el comentario “ya nos salió” , lo que deja ver un acercamiento inicial a lo que realmente pasa con el adivinar el resultado, sin embargo se escucharon expresiones como “la profesora me está asustando” del estudiante E13 o este juego “no me está gustando” de la estudiante E32, todo porque inicialmente pensaron que si existía algún tipo de lectura de mente a algo similar.

Fueron necesarias varias repeticiones de los roles para que los estudiantes E6, E19, E17 E24 y E35 en sus grupos de trabajo comprendieran lo que realmente pasaba en el juego; cabe anotar que se debió permitir el uso de papel y calculadora para agilizar las operaciones y no perder el objetivo central del juego que no se centraba en la parte operativa sino en el descubrir que el número pensado no interfería en el resultado final porque en el proceso, por la propiedad del inverso aditivo, ese número contaba como cero, una vez, estos cinco estudiantes identificaron ese número como un valor cualquiera, x, y entre otros,

descubrieron que la operación planteada siempre les iba a dar el mismo resultado, los demás estudiantes después del asombro o incertidumbre comenzaron a comprender el proceso, fue importante en ello el compartir entre pares y la orientación entre ellos, sin embargo en dos de estos grupos el proceso tuvo que contar con una mayor orientación y afianzamiento, es decir para 9 estudiantes no se dio un proceso de descubrimiento y comprensión, más bien una explicación de lo que realmente ocurría. En la medida de avance del juego se les fue recordando a los estudiantes el consignar en la guía de trabajo los aspectos relevantes del proceso siguiendo la ruta de aprendizaje marcada en la misma.

Pasados 70 minutos se les solicita a los estudiantes continuar con la segunda parte de la actividad que estaba relacionada con "juguemos ahora a puedo predecir: tengo una bolita de cristal", aquí se le pidió a cada grupo que sacara al azar una tarjeta, de las 7 propuestas, cada una contenía una secuencia, el objetivo era que los estudiantes descubrieran un patrón que permitiera dar con exactitud el número o elemento que continuaba, inclusive en la guía se les propuso plantear esta generalidad. Esta parte del juego avanzó con mayor rapidez que la primera, sin embargo, fue necesario hacerles hincapié en la observación de un comportamiento o regularidad que se cumpliera en los elementos dados y les permitiera a partir de ello llegar a otros que también los cumplieran. Seis de los siete grupos lograron descubrir los números o elementos siguientes, sin embargo, solo cuatro de los grupos lograron acercarse a un patrón, que aunque no estaba planteado de forma general sino en lenguaje natural, si describía la regularidad que se cumplía.

El grupo conformado por las estudiantes E24 y E26 tenían la secuencia: "Tienes estos números: 2, 5, 10, 17, 26……. ¿Cuáles serán los siguientes tres números? ¿Puedes predecirlos?, el grupo logro dar los tres elementos siguientes propuestos en la guía, es decir: 37, 50 y 65 sin embargo su generalización fue: "pues sumamos a los números 2, 5, 10,17, 26…lo que hacía falta para llegar al número

siguiente y de ahí concluimos que daban meros números impares y de allí sacamos los siguientes números que hacían falta"; es decir ninguno de los grupos propuso una generalización en términos de lenguaje matemático.

Una vez terminado el desarrollo de la guía de trabajo 1 propuesta se pasó a la socialización del trabajo, para ello cada grupo escogió un relator que diera cuenta de lo desarrollado en la sesión, inicialmente no se observó en los estudiantes facilidad para participar abiertamente, por lo que la socialización tuvo que ser conducida por el profesor a partir de constantes preguntas que indagaran y profundizaran en el proceso seguido para que los argumentos no quedaran incompletos, esto se puso de manifiesto cuando sus ideas fueron dadas, en esta etapa inicial, a medias, y completados a partir de las preguntas formuladas, una tras otra para tratar de llevar un hilo conductor reflexivo y coherente, hubo además un uso inapropiado y escaso tanto del lenguaje matemático como del lenguaje natural, la estudiantes E14 en su argumentación dice: "súmele yo no sé qué y súmele otro yo no sé qué" elementos que le restan claridad a lo que ella comprendió en el proceso.

El derrotero de preguntas siguió la organización planteada en la guía de trabajo. Se retomó la primera actividad a partir de algunos elementos desarrollados en el juego de leo tu mente que se expusieron en el tablero y sobre los cuales los estudiantes iniciaban sus reflexiones, esta actividad que estuvo enmarcada en el asombro, la incertidumbre y la diversión, teniendo en cuenta los elementos ya expuestos, cumplió inicialmente su objetivo en 24 de los 33 estudiantes asistentes, dado que lograron descubrir que el número pensado no interfería en los resultados, el estudiante E6 expone "yo al principio creía que la leía pero al final me di cuenta que no que siempre iban a ser los mismos resultados" , ante la indagación de porque creían que eso ocurría el estudiante E35 dice: "es que el enunciado decía piense un numero al principio y al final le decía réstelo", por lo que se revisa otro enunciado propuesto: Al número que pensaste, súmale 10,

réstale 2; ahora súmale 4, réstale 2, súmale el número que pensaste y finalmente réstale el doble del que número que pensante**,** a lo que la estudiante E34 afirmó : “es lo mismo” se le pregunto qué significaba es lo mismo y ella afirma “ cuando le dice piense un número y luego vuélvalo a sumar es como si fuera dos veces y al final le dicen réstele el doble”; se concluyó entonces que el numero pensado podría ser cualquiera; una vez expuesto lo ocurrido se procede a plantearles la idea de llevar lo que se expuso en un lenguaje natural a un lenguaje matemático, el estudiante E6 pasa y desarrolla uno de los enunciados y lo coloca como: " $N - 5 + 2N - 2 + 10 - 3N = 3$", se logra concluir aquí que el número a pensar puede ser representado por cualquier letra (generalidad) y que al llevarlo al lenguaje algebraico se obtiene una única solución que es siempre 3, para cualquier valor que tome N.

Se pasa a la socialización de la actividad 2 como ya se había expuesto, 28 de los 33 asistentes logran dar los tres números siguientes, sin embargo de los 28 solo 23 logran dar una explicación que identifique un patrón general, sin embargo ninguno de los 23 estudiantes da cuenta de un planteamiento en lenguaje algebraico sino natural, la estudiante E24 reafirma en la socialización lo ya observado en la guía de desarrollo de la estudiante en la primera parte de la sesión con la estudiante E26 y amplia comentando: “nosotras descubrimos que hay una secuencia de números impares”, continua el estudiante E21 que le correspondió la secuencia: Tienes estos números: 3, 5, 7, 9, 11…… e igual determina que los tres números siguientes son 13,15 y 17 cuando se le pregunta porque no podían ser 14, 16 y 20 el argumenta: “ no porque tienen que ser impares”. Sin embargo a pesar de que de igual forma descubren un patrón e inclusive al proponerles cambiar el nombre del juego “bolita de cristal” por uno que se acercara más a lo que realmente ocurría con esa predicción, ellos propusieron “descubriendo el patrón” y garantizar que encuentran de forma

correcta la secuencia correcta, que les permitió encontrar no solo tres elementos sino los que necesitaron, no lograron exponerlo en lenguaje matemático.

Para forzar de cierta manera el que pensaran en esta generalidad en lenguaje algebraico se les propuso encontrar el número en la posición 20 de la secuencia sin necesidad de hacerlo uno a uno como lo habían hecho hasta ahora.

Luego de insistirles en la pregunta, y reiterarles conceptos de generalidad apoyados en el juego anterior, el estudiante E35 propone 2x + 1 como la posible herramienta para encontrar todos los números en la secuencia 3,5,7,9…se procede a verificar y efectivamente se les comprueba que con esto es posible encontrar cualquier valor dentro de la secuencia, a partir de ello ya con una idea más clara para el resto de estudiantes las otras generalidades se fueron proponiendo, aunque bajo un proceso muy orientado, dada la dificultad visible para plantearla en lenguaje matemático, en esta parte se destacaron los estudiantes E35, E6 y E17 .

Finalizada la sesión, en términos de socialización se cumplió el objetivo de introducir a los estudiantes en los conceptos de representación de generalidades a partir de letras, identificación de patrones como elemento base de la generalización y con ello una introducción a la representación del lenguaje natural al lenguaje algebraico, además de la exposición de los conceptos de tratamiento y conversión, asociados al uso de las representaciones en diferentes lenguajes, se les dio el espacio para que completaran la guía en los aspectos que tienen que ver con conclusiones frente al conocer y el hacer y las conclusiones frente al ser, además de la evaluación a su trabajo identificando el nivel de su desempeño(receptivo-inicial, básico, autónomo y estratégico) previa orientación frente a lo que todo ello significaba. La guía debidamente diligenciada fue archivada por cada estudiante en la carpeta escogida para ello como evidencia del desarrollo de la respectiva sesión de la secuencia.

Imagen 11. Registro de sesión 1

Registros del desarrollo de la sesión	
Sesión 2	**Problema Significativo**
Tiempo: 4 horas	**Del lenguaje natural al lenguaje algebraico: La**
Objetivo: identificar los elementos que influyen en la traducción o conversión del lenguaje natural al	

algebraico y viceversa, mediante la representación de diferentes tipos de enunciados para comprender el proceso de modelación de una ecuación de primer grado.	**conversión como proceso esencial en la construcción de una ecuación de primer grado.**
Recursos: guía de trabajo, fichas de rompecabezas, elaboradas en una base de cartón paja.	
Asistentes: Primera parte: 33 estudiantes, ausentes 2. Segunda parte: 34 estudiantes, ausente 1.	

Descripción de actividad

La segunda sesión se propuso con la finalidad de lograr que los estudiantes comprendieran las diferentes representaciones que tiene el lenguaje matemático; especialmente la representación del lenguaje natural al algebraico y viceversa.
Inicialmente se retomaron y organizaron los 7 equipos, previo saludo y orientación, cada uno con 5 estudiantes, propuestos desde el inicio de la secuencia, se hicieron algunos ajustes en sus integrantes atendiendo lo observado en la sesión anterior que precisó la necesidad de reorganizarlos.

A cada equipo se le propuso una actividad didáctica llamada “el rompecabezas de la conversión” apoyada en el desarrollo de una guía de trabajo diseñada para que los estudiantes empezaran a familiarizarse con las diferentes formas de representación hechas partir del lenguaje, los estudiantes desarrollaron la actividad en forma simultánea al proceso planteado en la guía, en tanto la actividad programada avanzo; el apoyo del profesor fue permanente durante el proceso, observando y orientando el trabajo realizado por los estudiantes.

Apoyados en la guía los estudiantes encontraron las relaciones entre las diferentes representaciones del lenguaje matemático, particularmente la conversión hecha del lenguaje natural al lenguaje algebraico y viceversa, comprendiendo estas representaciones como una forma de generalizar y

formalizar patrones y regularidades que son el centro del desarrollo del pensamiento variacional.

Finalmente, la maestra dio orden a las conclusiones buscando formalizar el proceso de conversión, indispensable en la modelación, particularmente de una ecuación de primer grado para dar solución a diferentes situaciones problema planteadas en contexto.

Descripción de evaluación: criterios-proceso

Los estudiantes evaluaron la sesión siguiendo la matriz y señalando los indicadores que evidencien el nivel de dominio alcanzado por el estudiante: Inicial-Receptivo. Básico. Autónomo. Estratégico. La matriz conto con un espacio para la evaluación metacognitiva (reflexiones acerca de los alcances de su desarrollo para la autorregulación de su proceso de aprendizaje).

Análisis de la Sesión 2

Inicialmente se entregaron las guías a cada equipo de trabajo junto al juego preparado “el rompecabezas de la conversión”, que consistía en una bolsa con 40 a 45 fichas con las que cada equipo armo su rompecabezas. Esto fue indispensable para completar la tabla propuesta en la guía, que tenía, en una columna expresiones en lenguaje natural y en la otra sus equivalentes en lenguaje algebraico, una vez armado el rompecabezas los estudiantes podían encontrar sobre puestas en las imágenes las respuestas con la que completaba la tabla, siendo esta relación un elemento base para fortalecer la competencia de comunicación matemática en los estudiantes. Durante este proceso el trabajo en los equipo fluyó sin contratiempos el primer grupo armó el rompecabezas pasados 15 minutos fue el grupo en el que participaba la estudiante E12 a la que se le observó habilidad para este tipo de juegos, continuaron en ese orden los equipos de los estudiantes E35, E6, E24 y E15, el grupo en el que participaba el estudiante

E13 manifestó dificultades y hubo necesidad de ayudarlos a armar el rompecabezas para que el trabajo en el equipo no se quedara atrás, con respecto al resto del grupo.

Se les indicó a los estudiantes no perder de vista las reflexiones suscitadas con el rompecabezas armado y la tabla que se completó desde este, y pasar a la segunda parte de la guía en donde se les propuso una nueva tabla en la que ya sin apoyo debían completar las relaciones y representaciones similares a la completada con la ayuda del rompecabezas. Aquí el trabajo en los grupos encontró algunos obstáculos, la expresión: $\frac{1}{3}x - x$ en la que debían hacer una representación en lenguaje natural, no fue representada con claridad se presentó confusión porque interpretaban dos letras pasando por alto que debían representar un mismo elemento, en la mayoría de los casos le daban un valor numérico a la x, siguiendo el modelo planteado en la primera tabla $\frac{1}{2}\mathrm{x} - 3$. En esta etapa el grupo en el que participaba la estudiante E24, se destacó por el trabajo colectivo, avanzaron y terminaron la guía sin contratiempos.

Para la segunda parte de la sesión previa introducción hecha por la maestra para centrar el objetivo y derrotero de la socialización, la exposición de ideas la inicio la estudiante E26, quien dijo: “se me dificulto más ir del lenguaje algebraico al natural” al preguntársele por qué comentó: “por ejemplo en $\frac{1}{2}n + 5$ si cogemos un ejemplo con chocolatinas decimos la mitad de chocolatinas pero no sabemos que es el 5” , se escucha la intervención y se orienta frente al hecho de que 5 representa unidades completas del mismo elemento, no particiones sino unidades completas. Se continúan las intervenciones y se hace referencia específicamente a las reflexiones que suscitaron el enunciado: la suma de dos números consecutivos, que en el rompecabezas daba la representación en lenguaje algebraico 2n + 1; los aportes son escasos y hay que insistir con otras preguntas para acercarse a una interpretación, ante esto el estudiante E17 dice: “la suma de dos consecutivos es 1+ 2”, situación que afirma la dificultad visible que tienen aún para desprenderse de lo concreto y lograr la generalización, se insiste en la

necesidad de romper con ese esquema y pasar a plantear una estructura en lenguaje algebraico que permita hablar no solo de un numero en particular sino de cualquiera. Se hacen diversas orientaciones y se les dice que partan de un numero cualquiera a lo que el estudiante E18 dice: “puede ser p”; de allí se les invita a pensar en el consecutivo de este, a lo que pasados varios minutos el estudiante E35 comenta: “hay que sumarle 1”, pero al intentar expresarlo en lenguaje algebraico el estudiante E35 y E18 afirman “ queda como p^2” con lo que muestran la confusión que aún existe en la representación del doble, es decir la comprensión equivocada que manifiestan en lo numérico cuando se les pregunta por el cuadrado de 3 o de 5 y ellos responden 6 o 10 la reafirman en lo algebraico.

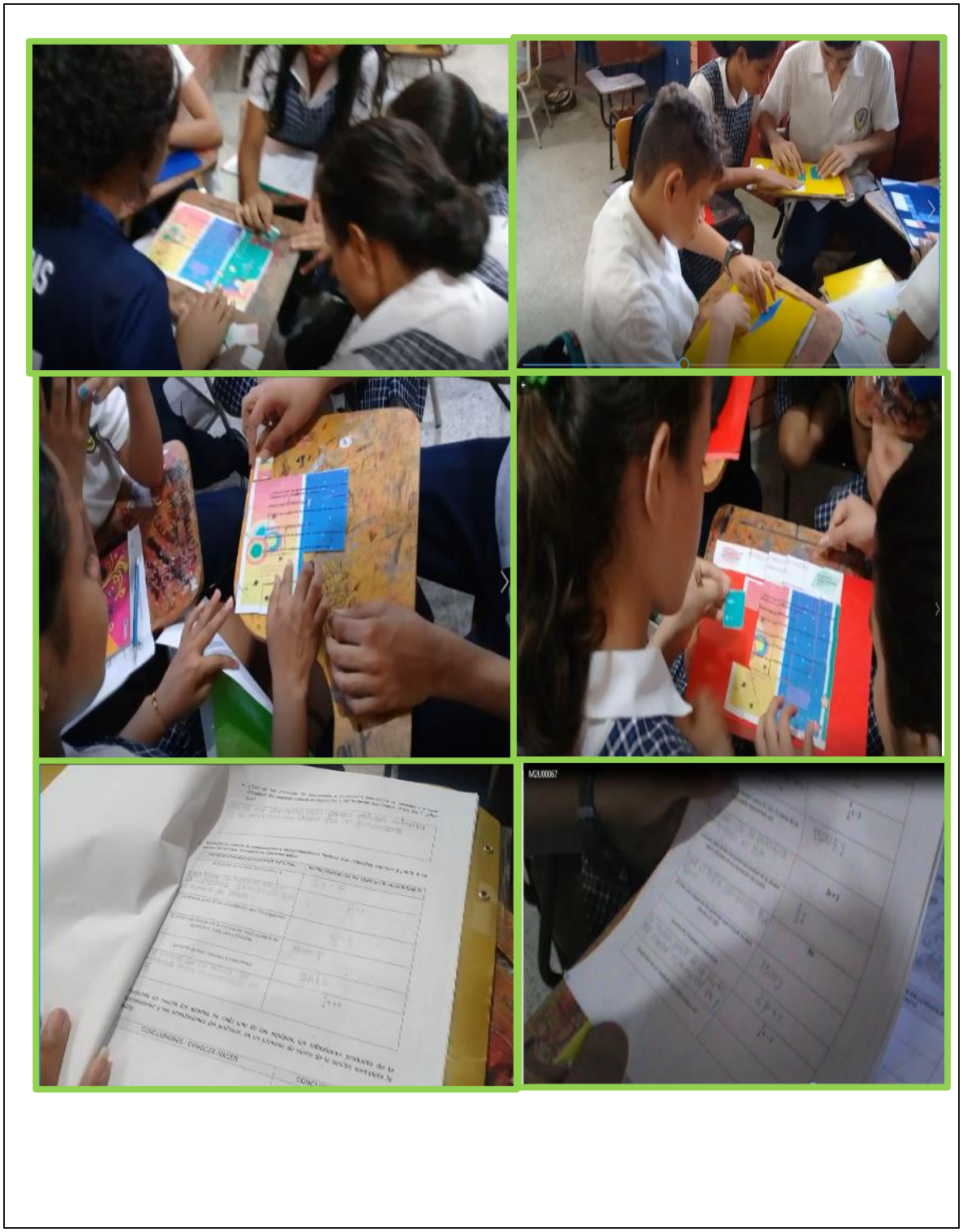
Se insistió en lo errado de esta comprensión y se explicaron varios modelos que reflejaron el error. Finalmente, después de varias orientaciones y preguntas los estudiantes lograron descubrir que hechas las operaciones algebraicas necesarias p + p + 1 es igual a 2p + 1. En otras intervenciones particularmente la del estudiante E35 frente al trabajo desarrollado planteó dificultad en la representación del lenguaje natural al algebraico, dijo: “ uno tiende a confundirse porque no sabe que le están diciendo” esto haciendo referencia al caso anterior en donde la expresión exigía una interpretación previa, es decir no era literal y al igual que la expresión que estaba exponiendo la representación también exigía la comprensión de conceptos como el de perímetro; la expresión dada en lenguaje natural era: el perímetro de un cuadrado cuyo lado es p, cuya representación en lenguaje algebraico es 4p para lo que era necesario comprender que el perímetro de un cuadrado de lado p era igual a*: $p + p + p + p$* que equivalía a *$4p$*.

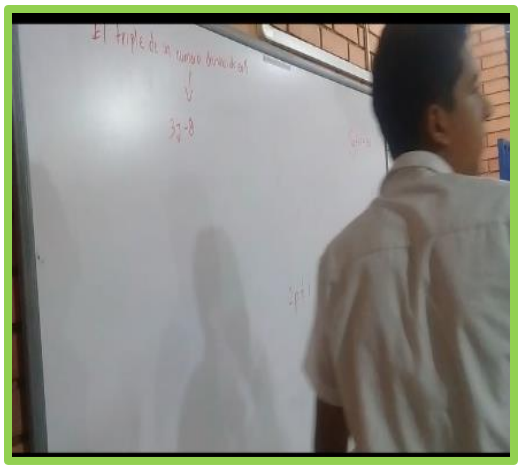
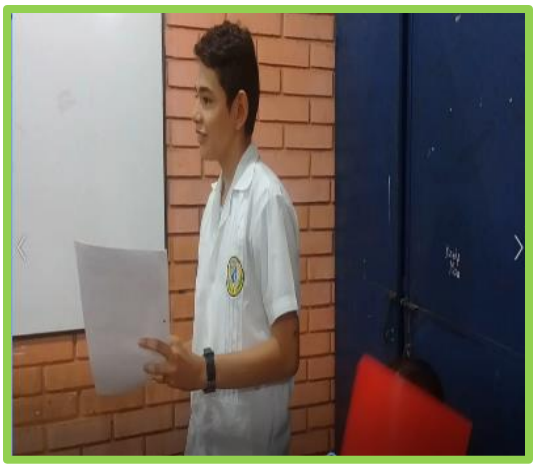
Finalizada la sesión, en términos de socialización se cumplió el objetivo de afianzar en los estudiantes elementos indispensables para la representación de lenguaje natural al algebraico y de algebraico al natural, es decir, se orientó en ellos el proceso de conversión, indispensable, para que el estudiante llegue a

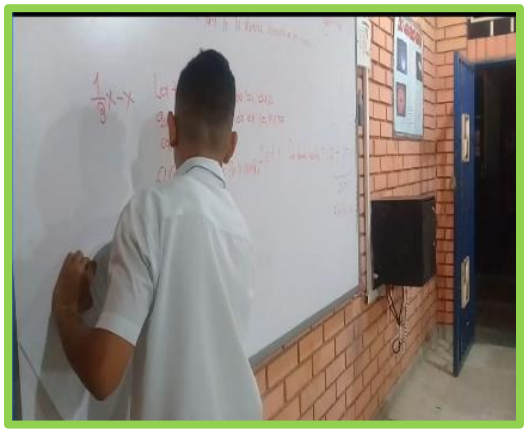
modelar específicamente a través de una ecuación de primer grado; particularmente aspectos básicos de esta conversión como el uso de doble, triple, mitad , tercera parte fueron reforzados y comprendidos para casi la totalidad del grupo, sin embargo fue evidente la dificultad para desprenderse del número, de lo concreto y llegar a la generalización, de allí que representaciones a un lenguaje algebraico que no se plantearan de forma literal, y exigieran algún tipo de proceso previo, bien sea conceptual o de interpretación, evidenciaron mayor dificultad, solo 7 estudiantes: E35, E34, E17, E18, E6, E21 y E24 dieron muestras de proponerla, previa orientación y guía del maestro. Se les dio luego el espacio para que completaran la guía en los aspectos que tienen que ver con conclusiones frente al conocer y el hacer y las conclusiones frente al ser, además de la evaluación a su trabajo identificando el nivel de su desempeño (receptivo-inicial, básico, autónomo y estratégico) previa orientación frente a lo que todo ello significaba. La guía debidamente trabajada por el estudiante se archivó en la carpeta.
Registros del desarrollo de la sesión

Imagen 12. Registro de sesión 2

Imagen 13. Registro de la sesión 2 (socialización)





Sesión 3	Problema Significativo
Tiempo: 4 horas	**Identificación de incógnitas y concepto de igualdad: elementos básicos en el planteamiento de un**
Objetivo: comprender los conceptos de incógnita e igualdad mediante la interpretación de situaciones para fundamentar el proceso de planteamiento de ecuaciones de primer grado.	
Recursos: trozos de madera, plastilina, chinches y guía de trabajo.	

Asistentes: Primera parte asistieron 32 estudiantes,3 ausentes Segunda parte asistieron 32 estudiantes, 3 ausentes.	**modelo (la ecuación de primer grado).**

Descripción de actividad

Esta tercera sesión buscó que los estudiantes comprendieran el concepto de igualdad dentro de un modelo matemático, además de establecer la relación de la pregunta en una situación problema con el concepto de incógnita dentro de la ecuación.

Se retoman los 7 equipos, cada uno con 5 estudiantes, propuestos en la anterior sesión ya con algunos ajustes tratando de potenciar un buen trabajo en los equipos.

A cada grupo se le entregaron una serie de materiales: dos trozos de madera, barras de plastilina, y las 5 guías de trabajo diseñadas; previo saludo y orientaciones frente al trabajo. Se les propuso la construcción de un “machín machón” para que en él se balancearan cierto número de personas con determinado peso; las personas estuvieron representadas por trozos de plastilina que los estudiantes debieron moldear en representación de las personas y siguiendo las indicaciones propuestas en la guía. Los estudiantes fueron desarrollando las actividades propuestas en la guía que tuvieron como finalidad llevarlos a comprender el concepto de igualdad en un modelo, bajo la necesidad de conservar la igualdad de pesos a lado y lado del machín para conservar el equilibrio, esto desde la perspectiva de facilitar esta comprensión, además las situaciones que se plantearon en la guía, orientaron al estudiante a encontrar valores (peso) que durante el proceso fueron reconociendo como una incógnita; los estudiantes empezaron a modelar reconociendo la ecuación como una representación generalizada de situaciones planteadas alrededor del “machín-machón”.

En un proceso de afianzamiento se les presentaron otras situaciones para que fueran representarlas a través de un modelo específicamente una ecuación de primer grado.

Una vez todos los estudiantes desarrollaron la actividad y la guía de trabajo propuesta a partir de los distintos aportes realizados por el equipo, los resultados se socializaron, abriendo espacios de discusión que permitieron la reflexión frente a los conceptos propuestos.

Finalmente la maestra hizo el cierre de la sesión organizando las reflexiones, para formalizar así conceptos de igualdad e incógnita.

Descripción de evaluación: criterios-proceso

Los estudiantes evaluaron la sesión apoyados en la matriz propuesta en la guía. Se retomaron las condiciones de trabajo orientadas en las sesiones anteriores para el desarrollo de este ítem, recordándoles que el objetivo era determinar su nivel de dominio durante el desarrollo del trabajo propuesto a partir de una evaluación que autorregulara el proceso de aprendizaje manejo: Inicial-Receptivo. Básico. Autónomo. Estratégico.

Análisis de la sesión 3

Al inicio de la sesión los estudiantes se mostraron a la expectativa, inquietos ante el tipo de materiales entregados, sin embargo se realizaron recomendaciones para que el trabajo del equipo fuera el resultado del aporte de todos los miembros, se observó que algunos estudiantes asumían una actitud pasiva limitada a escuchar las explicaciones de algún miembro del equipo con cierta ventaja en el nivel de comprensión, por lo que se les recordó que todos los estudiantes estaban en la capacidad de exponer sus ideas en el momento de socialización y que ello significaba que la participación era abierta y sin ninguna selección por lo que debían estar preparados para ello.

Cada grupo recibió los materiales y siguiendo la lectura de la guía se observó cómo iniciaron la construcción de su machín, a pesar de que las orientaciones dadas en la guía fueron claras, hubo necesidad de orientar el trabajo, sugiriendo que la construcción dependía de la creatividad de cada grupo, sin que ello significara perder de vista el trabajo propuesto en la guía y el sentido que tenía la construcción del machín, tres grupos por más de 20 minutos estuvieron concentrados en el diseño de los muñecos en plastilina, preocupados más por la forma, que por los pesos que se querían representar, solo el grupo conformado por las estudiantes E27,E14,E33 y E7 , se dedicaron sin orientación de la maestra a buscar la forma de representar los pesos con la plastilina y a probar lo que ocurría cuando ubicaban los pesos de acuerdo a lo sugerido en la guía, para los demás grupos hubo necesidad de orientar el proceso con el objetivo de que se concentraran en como representar los pesos y empezaran a probar lo que pasaba con el machín, dado que era eso lo que la guía planteaba, Carlos 50 Kg, María 60 Kg, Rocío 40 Kg, Martin 70 Kg y Miguel 50 Kg; esto, con el ánimo de lograr avances en el trabajo propuesto.

Lo anterior pone de manifiesto la débil interpretación que se tiene frente a la lectura de enunciados, sean cual fueran estos, inclusive el grupo en el que participaba la estudiante E20, pasados 27 minutos no habían logrado la construcción del machín y menos a comprender el porqué de su uso, y el grupo en el que participaban los estudiantes E3 y E30 estaban dedicados a diseñar un machín idéntico al de la figura expuesta en la guía, con silla, barandas, y flores entre otras cosas. Es decir aunque fue importante que la actividad les presentara una forma diferente de trabajo, esto evidenciaba el hecho de porque en sus argumentos o interpretaciones se quedan en lo superficial y no profundizan, es decir el nivel de compresión es aún muy literal, sin ir más allá, sin profundizar en la comprensión, interpretación y análisis de la información.

Dado lo anterior hubo necesidad de guiar el trabajo paso a paso, por lo que se sugirió ir resolviendo los interrogantes de la guía, ante el primer planteamiento: En el juego del “machín-machón” van a participar en una primera ronda 4 amigos, a quienes ubicaría en cada uno de los extremos para que el machín quedara en equilibrio o el balancín fuera igual para los participantes ¿Por qué?, las respuestas en los grupos fueron acertadas, el grupo de la estudiante E16 escribe: “En una esquina Carlos con 50 kg, con Miguel de 50 kg y en la otra esquina María de 60 Kg y Rocío de 40Kg y así queda en equilibrio porque si sumamos de cada esquina nos daría igual y eso es tener el mismo peso en las dos esquinas”, otro grupo en el que participaba el estudiante E5 propuso colocar a Carlos y María en un extremo representado un peso total de 110 Kg y a Rocío y Martin en el extremo contrario, representado igual un peso de 110 Kg, en todos los grupos después de la orientación se determina que los pesos deben ser iguales a cada lado del machín para que se dé el equilibrio del balancín.

Para la segunda pregunta: Si en un extremo se ubica Carlos, María y Rocío y en el otro solo se ubica Martin, ¿habría equilibrio en el juego? Realice un dibujo que represente la situación y explíquelo. En todos los grupos se logra comprender que el balancín no estaría en equilibrio, sin embargo al realizar la gráfica solo 4 grupos logran hacer la representación gráfica adecuada, es decir hacer el balancín inclinado hacia abajo, en donde se reúne más peso 150Kg y a Martin haca arriba que solo reúne 70 Kg, los restantes 3 grupos aunque comprenden el desequilibrio porque lo explican hacen la representación en equilibrio. Esto da cuenta de la dificultad al cambiar de representación que aunque no es algebraica sino grafica requiere la conversión al cambiar de esquema de representación.

En la tercera pregunta también todos los grupos lograron determinar que el peso que se requiere en el nuevo amigo que acompaña a Martin debió ser de 80 Kg para que el balancín llegara al equilibrio.

Las dificultades se hicieron notorias en la segunda parte de la guía en donde se hace un nuevo planteamiento: Si el peso de Martin fuera de 60 Kg ¿El peso del nuevo amigo cambia? ¿Por qué? ¿Es posible entonces representar el peso del nuevo amigo de forma general y con ello poder expresar las situaciones expuestas de forma general? Proponga los enunciados matemáticos que podrían representar las dos situaciones con el nuevo amigo participante del juego. En esta parte para todos los grupos fue posible reconocer que el equilibrio del balancín en términos matemáticos estaría representado por el signo igual , sin embargo al querer representar el nuevo peso, 3 grupos insisten en un planteamiento numérico del peso que inicialmente es desconocido, es decir encontraron el peso desconocido por tanteo y luego plantearon la igualdad numérica, o aunque reconocieron la igualdad no lograron establecer la relación de equivalencia que describa la situación y escribieron relaciones de equivalencia como : “70 + j = 70j, con lo que la identificación de una incógnita en esta primera parte de la sesión no fue inmediata para todo el grupo.

De igual forma las situaciones problema planteadas para encontrar la edad de Miguel y los cm de un árbol que sobresalen a partir de un muro, evidenciaron en estos grupos comportamientos similares de planteamiento, vale la pena anotar que eran situaciones aditivitas que además facilitaban el planteamiento de una expresión numérica y en estas la tendencia fue a pensar en lo que le hacía falta o lo que le sobraba; el reconocimiento y planteamiento de una incógnita para la edad o altura desconocida no fue inmediata, inclusive llegaron a plantear dos letras, una para cada persona, pasando por alto que una edad ya era conocida.

La ultima situación no fue planteada por ninguno de los grupos, por lo que en el momento de la socialización fue explicada y planteada por la maestra, este enunciado no fue de carácter aditivo y exigía otro tipo de razonamiento al ser de tipo multiplicativo, sin embargo en los intentos de algunos grupos por plantear, el

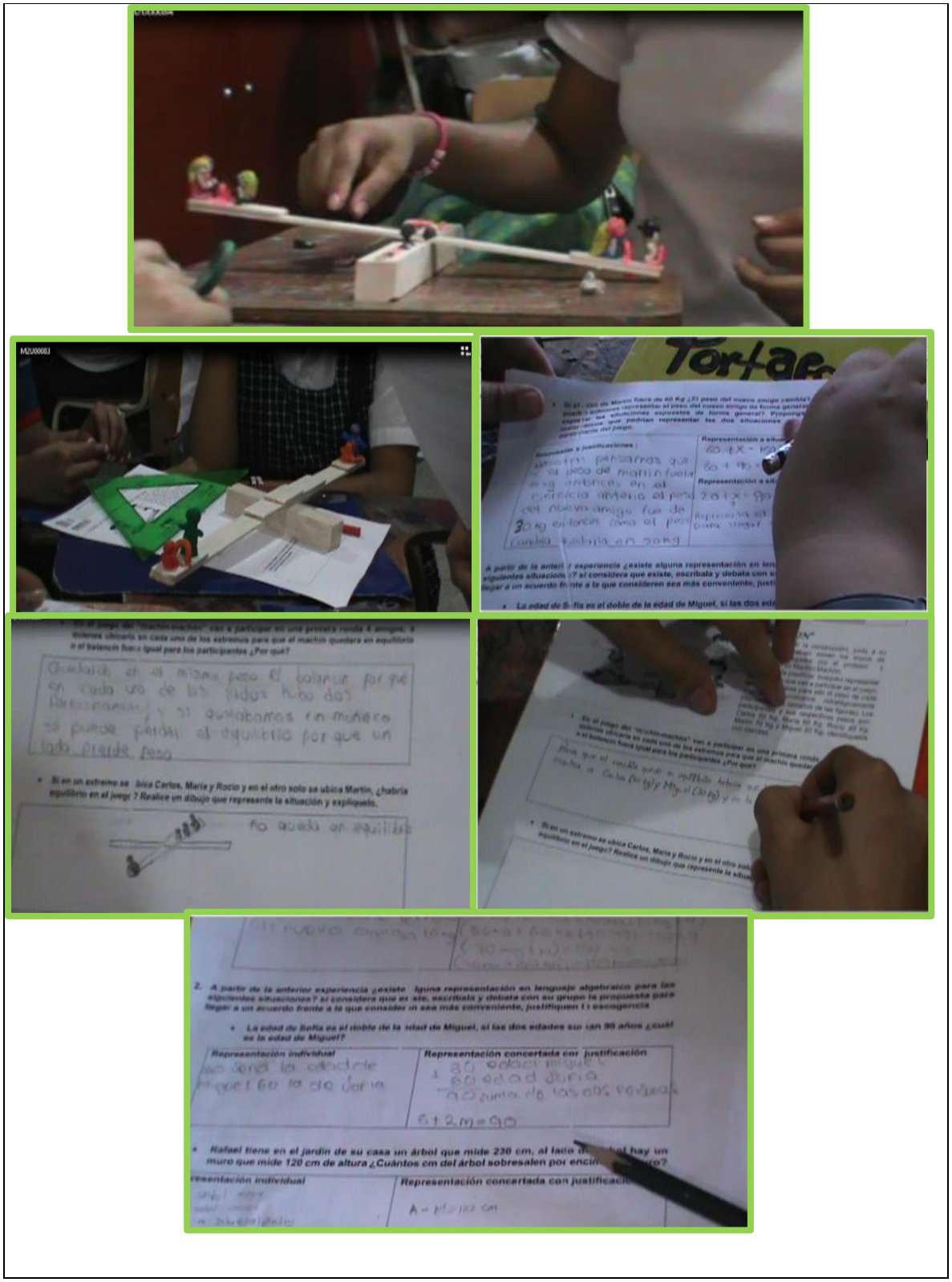
desarrollo fue cien por ciento operativo, es decir los estudiantes probaron con multiplicaciones o divisiones para acercarse a un resultado, alejado esto de toda representación en lenguaje algebraico y más aun de un proceso de modelación.

Vale la pena anotar que las socializaciones de los estudiantes fueron tenidas en cuenta para que desde ellas los estudiantes ubicaran errores, ya descritos, y con la indagación y cuestionamiento se cumpliera con el objetivo de lograr que los mismos estudiantes fueran quienes en ultimas consolidaran la representación en términos algebraicos, esto para que se mejorara en la comprensión y planteamiento de la representación algebraica que una vez definida y formalizada, se conceptualizó como una ecuación de primer grado.

Finalizada la formalización y organización de conceptos y cumpliendo con el objetivo de afianzar el planteamiento de representaciones algebraicas que emplean elementos como la igualdad y la incógnita para representar diferentes situaciones, reconociéndolas finalmente como ecuaciones de primer grado, se les dio el espacio a los estudiantes para que completaran la guía en los aspectos que tienen que ver con conclusiones frente al conocer y el hacer y las conclusiones frente al ser, además de la evaluación a su trabajo identificando el nivel de su desempeño (receptivo-inicial, básico, autónomo y estratégico) previa orientación frente a lo que todo ello significaba, luego esta fue archivada junto a las anteriores guías desarrolladas.

Registro del desarrollo de la sesión

Imagen 14. Registro de la sesión 3



<table>
<tr><th>Sesión 4</th><th>Problema Significativo</th></tr>
<tr><td>Tiempo: 4 horas</td><td rowspan="4">La interpretación de situaciones sobre material concreto, consolida la relación entre un modelo (ecuación) y la situación.</td></tr>
<tr><td>Objetivo: plantear ecuaciones de primer grado como instrumento de solución a situaciones problema.</td></tr>
<tr><td>Recursos: octavos de cartulina de colores, tijeras, reglas y guías</td></tr>
<tr><td>Asistentes: Primera parte asistieron 35 estudiantes.
Segunda parte asistieron 34 estudiantes, 1 ausente.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Descripción de actividad</td></tr>
<tr><td colspan="2">En esta sesión se propuso que los estudiantes desde la manipulación de material concreto lograran establecer relaciones entre expresiones matemáticas que generalizan la situación planteada y expuesta en lenguaje natural.
La actividad se organizó para los 7 equipos de trabajo ya conformados, por ello se le entrego a cada equipo octavos de cartulina de colores, tijeras, regla; y las 5 guías, una para cada miembro del equipo en la que se les dieron las indicaciones del trabajo a realizar, es decir: se les solicito que recortaran un rectángulo cuya base fuera 3 cm mayor que la altura, de acuerdo a esto cada estudiante podría tener un rectángulo de medidas diferentes, en la guía se direccionó el trabajo para que representaran la situación a partir de una expresión general, es decir cada rectángulo obtenido debía ajustarse a esta representación; luego se les indico que además de lo anterior recortaran un rectángulo que cumpliera con la condición de que el perímetro fuera de 46 cm; con esto busco que el estudiante desde la anterior expresión estableciera a partir del concepto de igualdad ya fundamentado, el modelo (ecuación) debía representar la situación expuesta.</td></tr>
</table>

Posteriormente en la guía fueron dadas otras situaciones con las que se pensó establecer y consolidar la relación entre una situación problema dada y su representación en una ecuación como instrumento que pauta la solución.

Una vez finalizó la actividad junto con el desarrollo de la guía, un estudiante de cada grupo socializó los resultados y las conclusiones obtenidas, bajo un espacio de discusión grupal que además fundamento los conceptos construidos.

Finalizando la maestra formalizó el proceso de solución seguido para la situación expuesta y ubico a los estudiantes en la construcción del modelo (ecuación) para la solución de las situaciones dadas, como un aspecto importante en la construcción de su pensamiento matemático formal.

Descripción de evaluación: criterios-proceso

Los estudiantes evaluaron la sesión apoyados en la matriz propuesta en la guía.

Análisis de la sesión 4

La actividad propuesta en su momento inicial permitió percibir cierto interés en los estudiantes, dado que al igual que en las anteriores sesiones se creó la expectativa frente a las actividades planteadas, lo que se concluye a partir de lo dicho por algunos estudiantes, específicamente el estudiante E17 comentó: “Es una nueva forma de trabajo es divertida y diferente”, y el estudiante E35 dijo: “Nos obliga a pensar, la antigua corta la creatividad la educación sería diferente”.

Cada equipo inició su trabajo recortando los rectángulos bajo el propósito de que se cumpliera la condición: la base fuera 3 cm mayor que la altura, ante las preguntas formuladas frente al tipo de rectángulos obtenidos; en los 7 grupos aparecieron entre 4 y 5 rectángulos de diferente medida inclusive con medidas decimales, pero cumpliendo la condición, es decir cada miembro del equipo recorto un rectángulo diferente, al de su compañero, en medida.

El equipo en el que participaba la estudiante E22, tuvo rectángulos de: b= 6cm y h=3cm; b=8cm y h=5cm; b= 10cm y h=7cm, b=9cm y h=6cm, particularmente se observó mayor orientación entre pares, algunos estudiantes dentro de cada equipo E6, E16, E17,E18,E21,E24,E26,E28,,E34,E35, se les noto evolución en el

proceso de comprensión e interpretación, además de una mayor estructuración de conceptos asociados con la representación en lenguaje algebraico y la generalización, esto ayudo al nivel de compresión del resto del equipo, lo que hizo que la orientación de la maestra no fuera tan marcada e indispensable como en las anteriores sesiones.

En la segunda pregunta que ya solicitaba la representación de lo anterior en un lenguaje algebraico, aunque algunos estudiantes insistieron en hablar de dos letras, para la mayoría fue importante apoyarse en los diferentes rectángulos construidos y a partir de ello observar que era posible buscar una representación general que fuera la conversión a otro lenguaje de lo que ya habían hecho en forma concreta, es decir que era posible escribir b= h+3, inclusive el estudiante E21 logro descubrir que también se podía representar h = b-3, como una representación de todos los rectángulos construidos.

Siguiendo con el esquema planteado en la guía, se pasó a la situación: Si ahora se quiere construir un rectángulo que además de la anterior condición tenga de perímetro 30 cm, ¿se puede construir?, todos los grupos iniciaron su construcción de forma concreta y el razonamiento fue más intuitivo que formal, cuando se les detuvo a pensar en lo que la guía proponía en la siguiente parte, es decir en el planteamiento de la ecuación, hubo necesidad de detenerse en la explicación de perímetro nuevamente, ellos ya reconocían la representación de la base y de la altura en términos algebraicos, pero no lograban plantear la igualdad, por lo que recurriendo nuevamente a los cuestionamientos y queriendo que fueran ellos los que construyeran el modelo se logra un acercamiento al mismo a partir de un paso a paso guiado por el maestro, en ello surgen modelos como:
30 = b-3 + b + b-3 + b = 30; en donde el estudiante plantea la igualdad en los dos sentidos e inclusive surge por cuenta del estudiante E35 el modelo en términos de h, es decir 30 = h+ h +3 + h + h+3, que es correcto, aquí se observa que debido

a la poca conceptualización del perímetro como P = 2b + 2h, los estudiantes inicialmente hacen la representación a partir de la suma de uno a uno de los lados, que de igual forma es correcta, pero, se les orienta para que dentro de un proceso de formalización del pensamiento matemático, indispensable para la modelación como una forma de matematizar la realidad se familiaricen con la representación *: 30 = 2b + 2(b-3) o 30 = 2h + 2(h+3)*, cabe anotar que aunque no se está hablando aun en términos de solución, algunos estudiantes insistieron en usar el tanteo para determinar que las medidas deben ser b= 9cm y h=3cm que aunque son correctas no son el centro de este proceso, por ello se les dejó la inquietud de obtenerlas pero desde el modelo que se planteó.

Las siguientes 3 situaciones que se plantean como parte del afianzamiento de estos procesos tienen errores centrados en la dificultad para relacionar la incógnita con la información dada en la situación, o en el llevar al modelo la misma estructura operativa que siguieron desde lo aritmético para encontrar la solución, esto se debe a que no se logra una lectura de la situación desde el modelo teniendo como referencia la incógnita.

La última situación expuesta en la guía, para que los estudiantes hicieran el reconocimiento de la incógnita y planteamiento de la ecuación, como una representación en lenguaje algebraico del modelo, que decía: Miguel trabaja en una empresa en donde por cada cliente atendido que registre con venta se le reportan 5 puntos de bonificación y por cada cliente que reporte sin venta se le descuentan 2 puntos; si en la semana atendió 10 clientes y se le registraron solo 8 puntos de bonificación ¿Cuántas ventas logró realizar Miguel en la semana?; no logro ser resuelta por ninguno de los equipos, aunque 5 grupos identificaron sin problema la incógnita a partir de la pregunta, ninguno logro representar alrededor de esta, la información dada en la situación.

En la segunda parte de la sesión es decir en el momento de socialización, el proceso cambió con respecto al seguido en las sesiones anteriores dadas las dificultades observadas al momento de plantear la ecuación, porque aunque lograron hacer algunas traducciones del lenguaje natural del problema al algebraico, reconocieron la incógnita y comprendieron que hay que establecer una relación de igualdad que permita dar solución a la situación, los estudiantes no lograron relacionar toda la información del problema con la incógnita y hacer una lectura de la situación desde el modelo, salvo los casos de los estudiantes E35, E17, E6 y E18 quienes lograron plantear una correcta representación. Por ello hubo la necesidad de hacer reflexiones sobre algunos procesos como lo que ocurre con la situación: Rocío decide regalar a sus 8 amigos una chocolatina a cada uno como detalle de amor y amistad, si por todas pago $9200 ¿Qué valor tiene una chocolatina de las que compro?, en este caso el proceso aritmético fue reconocido correctamente por todos los equipos al igual que el reconocimiento de una incógnita C como el valor de una chocolatina, sin embargo al plantear el modelo hablaron, inicialmente, el estudiante E10 junto a su equipo dice: $C \div 9200 = 8$, tratando de llevar el proceso aritmético al modelo sin discriminar lo que este representaba frente a la incógnita. Cabe resaltar que estas reflexiones se hicieron en apoyo a los aportes de los estudiantes ya mencionados, particularmente el estudiante E35 expuso y escribió en el tablero: "$C \times 8 = \$9200$ es la representación de la situación problema, si el valor de una chocolatina se multiplica por el número de chocolatinas esto va ser igual al total ósea $9200", lo que resulta correcto y sirve para cuestionar y mejorar otros planteamientos.

Las orientaciones se hicieron pertinentes además de la necesidad de seguir afianzando este proceso más si se tiene en cuenta que el hecho de plantear una ecuación para una situación problema se traduce en la representación del lenguaje natural al algebraico que se realiza a partir de la conversión de un lenguaje a otro, siendo el producto final, la modelación.

Finalizada la formalización y organización de conceptos y procesos requeridos para llegar a plantear una ecuación de primer grado en la etapa inicial de conversión de un lenguaje a otro a partir del reconocimiento de elementos como la incógnita y la igualdad, se les dio el espacio a los estudiantes para que completaran la guía en los aspectos que tienen que ver con conclusiones frente al conocer y el hacer y las conclusiones frente al ser, además de la evaluación a su trabajo identificando el nivel de su desempeño (receptivo-inicial, básico, autónomo y estratégico) previa orientación frente a lo que todo ello significaba, se les recomendó hacer explicaciones referentes a las dificultades que presentaron durante el proceso seguido sobre todo en el momento de plantear la ecuación. Terminado este proceso la guía fue archivada por cada estudiante en la respectiva carpeta.

Imagen 15. Registro fílmico sesión 4.

SESIÓN 5	PROBLEMA SIGNIFICATIVO
Tiempo: 4 horas	**Una vez planteado el modelo, se inicia un proceso de tratamiento para encontrar la solución a la situación.**
Objetivo: reconocer la ecuación de primer grado como instrumento de solución de una situación problema y logran realizar un proceso de despeje o tratamiento de la incógnita para identificar desde ello la solución.	
Recursos: Láminas de cartón paja, trozo de cinta de color y fichas cuadradas y rectangulares de diferentes colores	
Asistentes: Primera y segunda parte 33 estudiantes, ausentes 2	
DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDAD	
En esta sesión se buscó el avance en el proceso, es decir una vez planteada la ecuación, entendiendo la conversión como el proceso que permite la representación del lenguaje natural al algebraico de la situación expuesta, se propuso iniciar el proceso de tratamiento para que el estudiante encontrara la solución a una situación expuesta desde un modelo que la representara, específicamente una ecuación de primer grado. Ya en las sesiones anteriores el estudiante fue progresivamente construyendo el modelo, comprendiendo que este representa en lenguaje algebraico la situación expuesta en lenguaje natural, ahora el estudiante desde el tratamiento hecho al modelo encontró una solución (única) a las situaciones dadas. Se propuso a los estudiantes el juego “tratamiento al modelo”, para ello se le entregó a cada grupo: un rectángulo en cartón paja que representó el espacio donde van a desarrollar el juego, este tenía una cinta de color pegada que lo dividía en dos partes iguales; unos cuadrados de color azul que representaban una unidad positiva para la incógnita, unos cuadrados rojos que representaban	

una unidad negativa para la incógnita y una serie de rectángulos amarillos y verdes que representaban una unidad positiva y una unidad negativa respectivamente. El desarrollo de la actividad se apoyó en una guía de trabajo que le dio secuencia y organizó el proceso.

Los estudiantes desarrollaron el juego para dar solución a diferentes ecuaciones propuestas como modelo de solución de una situación expuesta en la guía, algunas ecuaciones ya estaban propuestas como representación de la situación dada, en otros casos el estudiante debió proponer el modelo para darle solución desde el uso del juego.

Los estudiantes una vez finalizaron la guía de trabajo socializaron conclusiones direccionadas por las preguntas propuestas en la guía, lo importante fue que el estudiante intento formalizar un procedimiento desde el uso del juego con el fin de despejar la incógnita y con ello encontrar la solución a la situación dada.

Finalmente la maestra formalizó el procedimiento de despeje, organizó y orientó conclusiones siempre fundamentando el proceso de conversión del lenguaje natural al algebraico para plantear la ecuación como representación de la situación, para luego sobre esta aplicar el tratamiento respectivo que condujo a la solución.

Descripción de evaluación: criterios-proceso

Los estudiantes evaluaron la sesión apoyados en la matriz propuesta en la guía.
Se les recomendó completar la matriz teniendo en cuenta los indicadores que evidenciaron el nivel de dominio alcanzado durante el desarrollo de la sesión: Inicial-Receptivo. Básico. Autónomo. Estratégico.
Teniendo las observaciones hechas a las anteriores guías se les recomendó completar el espacio dado para la metacognición siendo importante para el

proceso de enseñanza y aprendizaje aplicado las reflexiones acerca de los alcances en su desarrollo para la autorregulación de su proceso de aprendizaje.

Análisis de la sesión 5

La sesión se inició entregando los materiales respectivos y dando una introducción frente a lo que se pretendía lograr con el juego, se hizo énfasis en que lo importante era partir del modelo(ecuación de primer grado) que representaba la situación para llegar a la solución, y no al contrario, como lo desarrollaban todos, es decir por un proceso de tanteo o razonamiento intuitivo llegaban a la solución y desde allí intentaban plantear una representación, como quedó evidenciado en la segunda y tercera sesión en los procesos iniciales de su desarrollo, se les aclaró que con este razonamiento podían llegar a una solución correcta pero era necesario dentro de la construcción de pensamiento matemático la formalización de estructuras, producto de un proceso de modelación.

Se propuso en el tablero dos modelos y aunque se dio una guía que hizo un bosquejo del juego, fue necesario vincularse al juego y desarrollar uno de los modelos propuestos en el tablero a manera de ejemplo con el objetivo de avanzar su desarrollo.

En la guía se plantearon 5 situaciones, en 3 se da la representación en lenguaje algebraico, para que los equipos plantearan una situación que la representara en lenguaje natural además del uso del juego para encontrar el valor de la incógnita o la solución de la situación, y las dos restantes son la situación expuesta en lenguaje natural para que se plantearan el modelo y con el uso del juego determinaran la solución. La primera situación que necesitó el planteamiento del modelo se decía: El hermano mayor de Felipe tiene 10 años; si el triple de la edad de Felipe aumentada en 5 años es igual al doble de la edad de su hermano mayor ¿Cuántos años tiene Felipe?, hubo necesidad de orientar a 1 grupo en el que participo el estudiante E13 porque aunque comprendían que la incógnita estaba

dada por la edad de Felipe, no establecieron la relación de igualdad con la edad del hermano mayor, inclusive el estudiante E13 comento: " esa también es incógnita", por lo que se hizo una lectura de mayor comprensión con el grupo, siendo este el problema inicial de los estudiantes, hasta que determinaron que la edad del hermano mayor era de 10 años, ya la daba el problema y por tanto no era desconocido y tampoco incógnita; aquí se dio muestra de la dificultad que aún tenían en este caso 5 estudiantes ,los que conformaban el grupo, en términos de comprensión lectora, más si se tenía en cuenta que la comprensión era literal y sin ningún tipo de inferencia.

Situación similar se puso en evidencia con la situación: El lápiz de Carlos tiene 12 cm de alto, esto corresponde al doble de la altura del lápiz de su primo disminuida en 3cm ¿Cuántos cm miden el lápiz del primo de Carlos?, la representación era muy literal pero el grupo en el que participaba el estudiante E19 no planteo un posible modelo, lo que se hizo notorio durante la socialización, argumentando poca comprensión del enunciado, sin embargo vale la pena resaltar que para 29 estudiantes las representaciones resultaron posibles de proponer, en esto el apoyo entre pares resulto positivo dado que por la evolución durante el proceso de por lo menos 3 de los 6 integrantes de cada equipo el apoyo resultó efectivo.

Una vez planteado el modelo para la primera situación se observó que para todos los grupos el uso del juego para encontrar el valor de la incógnita se dio con menor dificultad, es decir todos los equipos a partir del modelo $3x + 5 = 20$, jugaron bien para encontrar el valor de x, colocaron 3 fichas azules para representar las unidades positivas de x ,luego al lado 5 fichas amarillas para representar las 5 unidades positivas y al otro lado 20 fichas amarillas para representar las 20 unidades positivas, quitaron a ambos lados 5 fichas amarillas, de tal manera que quedaron 3 fichas azules a un lado y 15 fichas amarillas al otro, concluyendo que

a una sola ficha azul, le correspondían 5 fichas amarillas, siendo entonces la solución de x, es decir Felipe tenía 5 años.

Para el resto de las situaciones se les fue explicando cómo representar las cantidades negativas tanto para la incógnita como para las cantidades, observando que para todos los grupos el uso del juego resulto eficiente para despejar la incógnita, fue comprendido y usado sin contratiempos. Cuando el problema ya presentaba el modelo todos los grupos evidenciaron una solución correcta e inclusive lograron realizar una traducción al lenguaje natural acertada al plantear una situación.

En la fase de socialización del trabajo, se cumplió el objetivo de formalizar conceptos y procedimientos, haciendo énfasis específicamente al tratamiento, aquí con el apoyo de lo expuesto por los estudiantes al usar el juego y resolver la guía se expusieron los procedimientos formales de despeje de la incógnita en una ecuación, afirmando que con ellos el tratamiento a la ecuación se agiliza y con ello la eficacia en el tiempo de despeje de una incógnita en una ecuación de primer grado. El estudiante E17 comento: “con el juego entendí lo que pasa y me es más fácil aplicar el procedimiento el juego lo tendré en mi cabeza”. En términos generales el juego dinamizó la orientación del tratamiento que se debe aplicar a una ecuación de primer grado para despejar la incógnita.

Terminada la socialización se dio el tiempo para diligenciar y completar la guía de trabajo, establecer la conclusión, formalizar y ajustar conceptos y procedimientos y evaluar el proceso seguido en términos de avances en el aprendizaje de cada uno de los estudiantes.

Imagen 16. Registro de la sesión 5

Registro del desarrollo de la sesión

<table>
<tr><th>Sesión 6</th><th>Problema Significativo</th></tr>
<tr><td>Tiempo: 4 horas</td><td rowspan="4">La situación resuelvo: planteando el modelo desde la conversión y encontrando respuesta desde el tratamiento.</td></tr>
<tr><td>Objetivo: resolver situaciones problema a través del planteamiento de ecuaciones de primer grado y despeje de la incógnita para fortalecer el pensamiento variacional desde los procesos de conversión y tratamiento del lenguaje natural al lenguaje algebraico.</td></tr>
<tr><td>Recursos: tableros de juego, dados, tapas, tarjetas de acertijos y sorpresas y guía (ficha de avance).</td></tr>
<tr><td>Asistentes: Primera y segunda parte 34 estudiantes, ausentes 1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Descripción de actividad</td></tr>
<tr><td colspan="2">La sesión tuvo como propósito reunir los conceptos desarrollados en las sesiones anteriores de la secuencia didáctica, para que desde la participación en una actividad lúdica los estudiantes dieran solución a diversas situaciones problema planteadas con el objetivo de aplicar los procesos de comprensión, en una fase inicial de lectura de la situación; necesaria además para continuar en un proceso de conversión, al lograr la traducción de la misma del lenguaje natural al lenguaje algebraico, evidenciado en el planteamiento de la ecuación de primer grado que representaba la situación, y en una etapa final, el proceso de tratamiento, es decir el uso de los diferentes procedimientos, para que, en el mismo lenguaje algebraico se llegara a la solución definitiva de la situación, reflejado en el despeje de la incógnita.
Lo anterior determinó el fortalecimiento en el estudiante de su habilidad para modelar, marcando con ello la posibilidad de estructurar su pensamiento variacional dado que a través de la ecuación de primer grado, expresión que el estudiante comprendió como la relación de la incógnita con los datos del problema</td></tr>
</table>

en una correspondencia de igualdad, el estudiante mostrará que logra construir un modelo representativo a una situación.

A los equipos de trabajo se les propuso el juego: “acertijos y sorpresas” que se planteó para jugar en equipo, el juego consistió en un tablero que contenía una secuencia de números junto con las palabras sorpresa y acertijo, un dado, unas fichas, los acertijos, que eran situaciones problema que el estudiante debía resolver con el planteamiento de la ecuación y las sorpresas que eran ecuaciones ya planteadas que el estudiante debía despejar, dentro de las reglas de juego que se estipularon se les dijo que el avance se haría con el dado, el número que este señalara indicaba las casillas que se avanzaba y determinó si la ficha quedaba ubicada en la S (sorpresa) o en la A (acertijo) la capacidad del estudiante para dar las soluciones, bien sea al acertijo o a la sorpresa; determinada si seguía avanzando 2 casillas como premio por lograr la respuesta correcta o si las retrocedía al no lograrlo, en cada equipo hubo un ganador que fue el estudiante que completó primero el recorrido señalado. Los avances en el juego fueron consignados en una ficha que dejó la evidencia del avance en el juego para cada uno de los participantes.

El ganador de cada equipo socializó su experiencia y con ello se abrió el espacio a la reflexión y discusión.
Finalizando, la maestra organizó las conclusiones, resolvió y orientó las posibles inquietudes o conceptos que necesitaron mayor fundamentación, esto a partir de lo expuesto por los estudiantes o por la observación hecha al desarrollo del juego.

Descripción de evaluación: criterios-proceso

Los estudiantes evaluaron la sesión apoyados en la matriz propuesta en la guía.
La evaluación para esta guía representó la evaluación del estudiante frente a la secuencia didáctica, su perspectiva frente al juego indicó el nivel de desempeño que, consideró, tuvo al finalizar el proceso: es decir ubicarse en los niveles Inicial-

Receptivo, Básico, Autónomo y Estratégico determino desde su punto de vista su evolución en el objetivo final de la secuencia que fue llevarlos a modelar a partir del planeamiento de ecuaciones de primer grado.

Análisis de la sesión 6

Una vez se entregaron los elementos del juego y se dieron las orientaciones pertinentes para jugar, haciendo énfasis en las reglas y condiciones para avanzar, cada equipo empezó a jugar decidiendo los turnos de lanzamiento, en los primeros 15 minutos el juego se tornó lento porque en el momento de resolver bien sea el acertijo o la sorpresa el estudiante tardaba en dar una posible solución, por ello se les sugirió a los equipos que todos debían estar trabajando sobre la situación expuesta y determinar en consenso de grupo un tiempo límite de solución para cada integrante, buscando darle mayor nivel de competencia e interés se les sugirió además que el estudiante que tuviera la solución correcta recibiera el premio de avanzar así no fuera su turno.

En la medida que el juego avanzó hubo la necesidad de reforzar algunos procedimientos referentes a tratamiento, es decir despeje de la incógnita, sobre todo cuando el modelo o ecuación planteaba racionales, en esta parte se hizo evidente el obstáculo operativo para este tipo de números, también se apreció el anclaje del juego del tratamiento implementado en la sesión anterior, dado que los estudiantes recurrían primero al juego para despejar la incógnita que al proceso formal, por ello se orientó en todos grupos, según las preguntas presentadas por los estudiantes el uso del proceso formal para despejar, más si se tiene en cuenta que en ultimas uno de los objetivos es la formalización como parte esencial de la construcción de pensamiento matemático, sin que ello implique restarle méritos al juego que debe ser una herramienta didáctica que apoye la consecución de este fin.

Fue también evidente en todos los grupos la necesidad de escuchar a la maestra confirmando si la respuesta dada por uno de los compañeros era o no correcta, para los estudiantes era ella quien tenía la última palabra y no permitían el avance del compañero hasta que la respuesta no era confirmada, esto dejó notar una parcial debilidad en los argumentos del estudiante que lograba una respuesta acertada porque, ante los cuestionamientos de los compañeros de su equipo que buscaban comprender el porqué de la solución dada, se quedaban limitados. Esta situación de verificación fue aprovechada para reforzar en cada equipo, los procesos que fueron necesarios y que se presentaron de acuerdo al azar del juego, siempre el objetivo fue indagar para motivar la reflexión y la propia conclusión de los estudiantes, con el propósito de hacerlo caer en cuenta de los errores presentados.

Durante el juego se evidenció que algunas situaciones no fueron resueltas por ningún estudiante del equipo, particularmente situaciones como: Ximena tiene ahorrados 92.000 pesos en billetes de $1000, $2000 y $5000; si en total tiene 37 billetes y se sabe que tiene 12 billetes de $1000 ¿Cuántos billetes de 5000 pesos tiene Ximena ahorrados? Conversión: Ecuación: _____Tratamiento: b= _____ que estaba dentro de las tarjetas de acertijo, no lograron ser planteadas, ante la indagación el estudiante E35 comenta: “Tiene muchos números, hay mucha información y no entendemos como ubicar la incógnita”. Frente a esto se logró percibir que los estudiantes en situaciones de traducción no literal, es decir en aquellas en donde hay necesidad de realizar de cierta forma inferencia porque la información aunque está dada, no tiene explicita la traducción y los enlaces operativos no son solo aditivos sino que involucran otras operaciones, ellos encuentran obstáculos desde la fase inicial del proceso, la comprensión para este tipo de situaciones es limitada. Un caso similar se presentó con el acertijo: En un salón de octavo grado, por cada 2 niñas hay 3 niños, si en el salón en total hay 26 estudiantes ¿Cuántas niñas hay en este salón de octavo grado?, aquí la dificultad se centró en el uso

de conceptos, ninguno de los estudiantes comprendió que el concepto de razón era indispensable para plantear el modelo o ecuación, el desconocimiento o no recordación de conceptos matemáticos también limitó la comprensión de la situación y en consecuencia procesos como el de conversión y tratamiento resultaron imposibles de implementar.

Este tipo de situaciones fueron orientadas durante la etapa de socialización, en donde nuevamente se reafirmaron conceptos y procedimientos indispensables para la comprensión, conversión y tratamiento, elementos claves en el proceso de modelación.

Cabe anotar que el tratamiento fue un proceso que fluyó con mayor agilidad para todos los equipos y cuando el juego dio la posibilidad de avanzar a partir de una sorpresa, los estudiantes no encontraron obstáculos. Hubo estudiantes que lograron avanzar solo por suerte al lanzar el dado, de los 3 o 4 turnos que manejaron solo acertaron 1 y sin embargo quedaron en la casilla 12, inclusive mejor ubicados que otros que lograron dar dos respuestas acertadas. Esta situación hizo parte del juego y facilitó que estudiantes con menor evolución se integraran y participaran activamente del juego, incentivando en los estudiantes con mayor evolución a competir entonces con el conocimiento, con ello la actividad de cierre y evaluación de la secuencia resulto grata para los estudiantes, se percibió la participación activa, la competencia en los estudiantes motivados frente al hecho de ganar.
Esto facilitó un proceso de integración de todos los conceptos manejados en la secuencia y uso de estos por parte de los estudiantes en un esquema que resulto divertido y dinámico.

El estudiante ganador fue el E18 quien alcanzo la casilla 20 con tres turnos y tres aciertos, en cada grupo se observaron estudiantes con evolución, los estudiantes

E6,E15,E16,E17,E18,E21,E24,E26,E34 y E35 hicieron evidente su progreso en el proceso de modelación, su trabajo en los grupos fue dinámico, orientaron con frecuencia a sus pares a partir de los avances logrados en la traducción del lenguaje natural al algebraico dentro de un proceso de conversión y en el despeje de incógnitas dentro de un proceso de tratamiento, sin embargo los estudiantes E10,E27,E31,E32, no evidenciaron mayores progresos en el proceso trazado para llegar a modelar, inclusive su nivel de comprensión de las situaciones durante el juego dio muestras de ser limitado.

Terminado el proceso de socialización se dio el espacio para completar la guía, con lo referente a las conclusiones que particularmente estuvieron centradas en las percepciones del juego, el nivel logrado en la consecución del objetivo central de modelar como pieza indispensable en el fortalecimiento del pensamiento variacional.

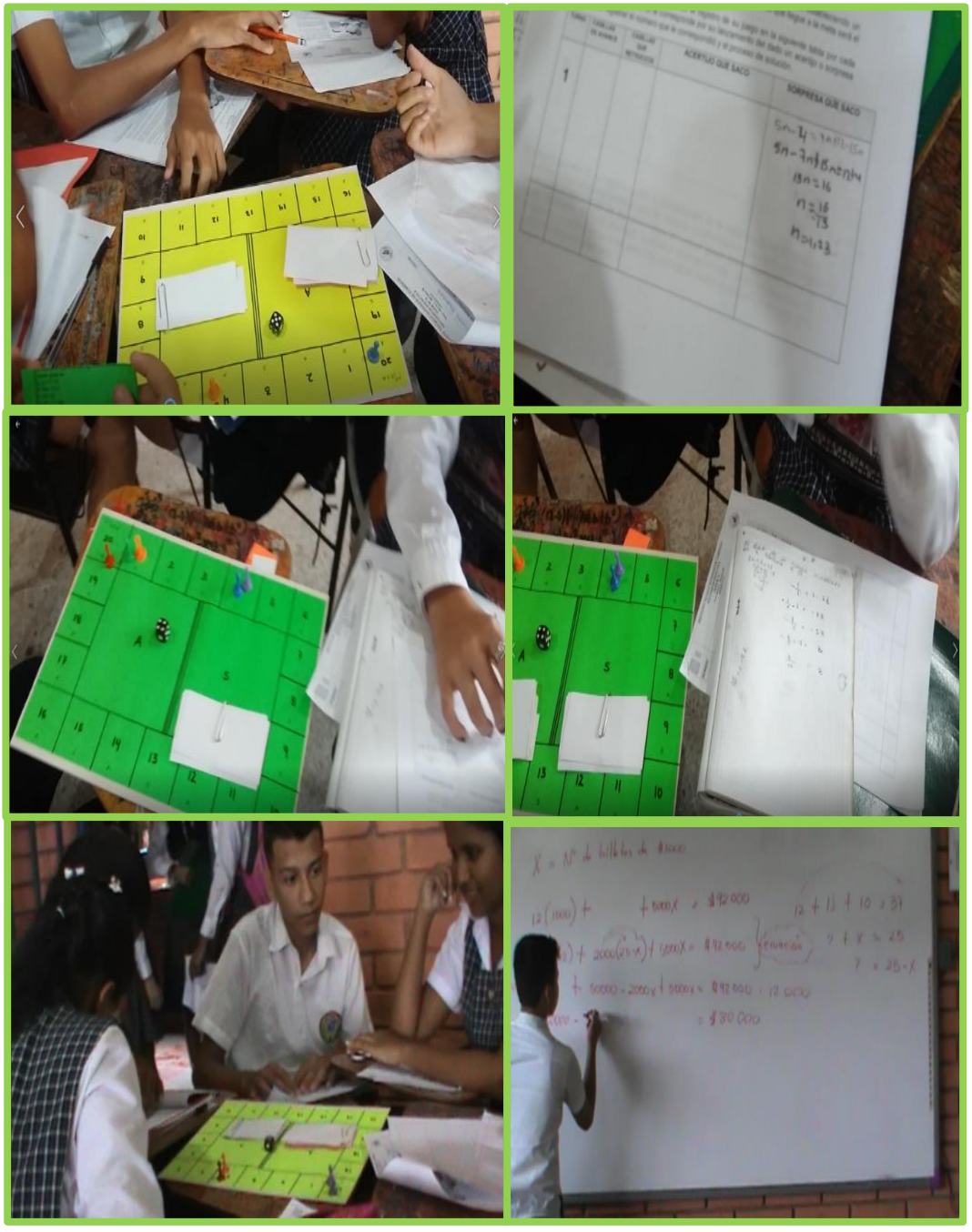
Aparte de esta evaluación a la secuencia, se recogieron percepciones de los estudiantes frente al proceso de aprendizaje y enseñanza implementado con la secuencia y se les formularon preguntas como: ¿Qué opinión tiene frente a la herramienta de enseñanza y aprendizaje utilizada: La secuencia didáctica? A lo que los estudiantes responden; E26: “Me pareció que con esa nueva forma aprendí mejor, los juegos, las actividades, con los grupos, capte mejor todo”; E34: “Fue una herramienta muy útil pues la mayoría aprendimos más, cuando uno no entendía bien el compañero que entendía más le explicaba y así” ; E35:”Muy buena porque hay más estímulo para aprender” cuando se le preguntó ¿porque el estímulo? el estudiante responde: “Es más divertido y se podían compartir opiniones con los compañeros”; E6: “es un proceso de aprendizaje lento pero se recuerda más”, a partir de las respuestas dadas por los estudiantes a las preguntas formuladas se pudo concluir que en términos generales ,los estudiantes consideraron que esta estrategia de enseñanza y aprendizaje fue mejor que la tradicional, tuvieron mucha referencia en lo divertido que les resulto aprender

porque cada sesión ofrecía un juego o actividad didáctica antes de entrar a trabajar formalmente la guía, además, el trabajo en equipo les ayudó a comprender y entender cada concepto expuesto, porque tuvieron la oportunidad de recibir explicaciones sucesivas y de compartir entre pares opiniones, además que el profesor llegara a cada equipo a reforzar y luego a consolidar con la socialización les resulto valioso para el proceso.

Desde la opinión de los estudiantes el tiempo que demanda este tipo de aprendizajes es mayor que el tradicional, pero lo que se consigue es mejor en términos de calidad de lo aprendido. El estudiante E6 afirmo: “se verían menos temas, pero se aprenderían mejor”.

Consideraron que el mayor obstáculo lo encontraron en la traducción del lenguaje natural al algebraico, es decir en el proceso de conversión, sin embargo como comento la estudiante E34:” yo ya soy capaz de plantear una ecuación”, se reconocen avances, aún se evidenciaron dificultades sobre todo cuando la traducción exigió un concepto previo o algún tipo de interpretación, como ya se expuso en el análisis.

Imagen 17. Registro de sesión 6



7.3. ANALISIS DE LA PRUEBA FINAL

Esta prueba se diseñó siguiendo parámetros similares a los empleados para el diseño de la prueba diagnóstico, se propusieron 10 preguntas tomadas de los cuadernillos de las pruebas saber de 9° y de 5° de los años 2014 y 2015, formuladas desde el pensamiento variacional teniendo en cuenta las competencias de comunicación, modelación y planteamiento y resolución de problema. Se determinó para efectos del análisis dejar 8 de ellas cerradas y 2 abiertas, específicamente aquellas en donde el planteamiento del modelo fue el eje de la solución; aunque en todas, se estipulo el espacio para que el estudiante explicara y justificara, teniendo en cuenta que fue este el insumo para la estructuración del análisis propuesto.

El análisis se desarrolló para cada pregunta con la construcción de memorandos descriptivos que arrojaron dos subcategorías, la construcción de los memorados se fundamentó en las justificaciones y soluciones dadas por los estudiantes en forma textual, clasificadas en correctas e incorrectas teniendo en cuenta los aspectos que resultaron relevantes para determinar si la comprensión, conversión de un sistema de comunicación a otro, la representación, generalización, tratamiento y en consecuencia el nivel de modelación resultaron ser procesos visibles o no en los estudiantes.

Lo anterior se realizó tomando como punto de partida todo el proceso de análisis seguido en la prueba diagnóstica, es decir la categorización de datos hecha en esta etapa inicial es igual a la categorización de datos que aquí se plantea, dado que el fundamento que determina los alcances de la investigación están centrados en la comparación de estas dos etapas, es decir los avances o no visibles en los estudiantes en el proceso central de esta investigación que es en el fortalecimiento del pensamiento variacional, desde la modelación apoyada en el planteamiento de ecuaciones de primer grado como referente, están determinados por el análisis de esta comparación de resultados.

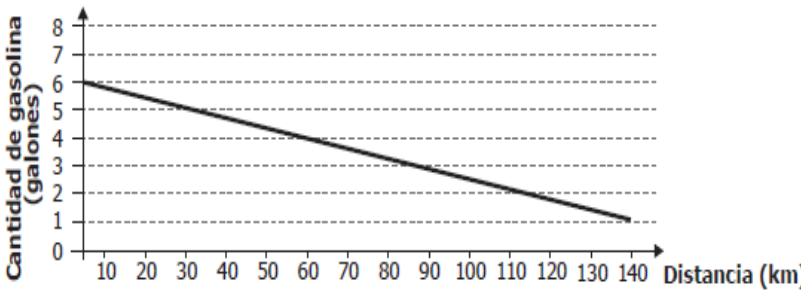
Cabe anotar que en el análisis se estipularon las similitudes con las preguntas formuladas en la prueba diagnóstico con el fin de establecer los parámetros de comparación y de elaboración de las subcategorías, base de la formulación de las subcategorías selectivas que conllevaron a la construcción de la matriz categorial, que de igual forma se presenta al final de este análisis como la conclusión del mismo.

7.3.1. Memorandos descriptivos y de aproximación a la interpretación

Pregunta 1 (parámetros de comparación similares a los de la pregunta 7 de la prueba diagnóstica)

Imagen 18. Pregunta Saber 9°

La gráfica representa la cantidad de galones de gasolina que tiene el tanque de un automóvil, cuando se desplaza entre dos ciudades.



Gráfica

El conductor afirma que el automóvil consumió en total 4 galones de gasolina en este desplazamiento. Esta afirmación es

A. falsa, porque consumió 5 galones en total.
B. falsa, porque consumió 1 galón en total.
C. verdadera, porque inició su recorrido con 4 galones y terminó sin gasolina.
D. verdadera, porque inició su recorrido con 5 galones y terminó con 1 galón.

Memorando descriptivo

Tratamiento: comprensión y conversión de la información expuesta en el plano

En esta pregunta 16 estudiantes lograron realizar una correcta comprensión e interpretación de lo expuesto en el plano desde diferentes lecturas como: “porque cuando gasta 4 galones llego hasta 110 no alcanza a terminar todo el recorrido” o “en 60 km consumió 2 galones cuando avanzaba disminuia mas en total consumio 5 galones”, “falsa porque entre las dos ciudades hay 140 km e 6 galones les sobra un galón en total consumio 5 galones. Por cada 30km se consume un galon.” esta comprensión les permitió determinar que lo que afirmaba el conductor era falso, lograron convertir información presentada en el plano en información textual que en consecuencia los llevo a concluir que solo había gastado 5 galones.

Error en tratamiento: error en resolución

Los estudiantes 19 estudiantes ubicados en este grupo plantean argumentos como: “porque , según la cantidad de gasolina que tenía cuando empezó su recorrido era de 6 y por todo recorrió 140 km de distancia y haciendo el recuento el automóvil consumió 5 galones y le sobro 1 según la gráfica” con argumentos similares hubo 12 estudiantes, que marcaron la D estos evidenciaron que aunque hubo una correcta lectura y conversión desde la gráfica, el error estuvo en el tratamiento, por fallas en la interpretación dentro del mismo lenguaje quedándose solo en los 5 galones y termino con 1 galón, omitiendo que la afirmación decía inició su recorrido, anclándose además a la palabra verdadera porque hubo coincidencia con el 5 y el 1; esto en consecuencia los lleva a tener errores en la solución. Los restantes 6 estudiantes no logran realizar una correcta lectura desde el plano, haciendo afirmaciones como “si porque en la tabla muestra la cantidad donde se quedó sin gasolina”

Memorando interpretativo

Comprensión de información en el plano: planteamiento y resolución.

En esta pregunta la mayoría de los estudiantes lograron realizar la comprensión e interpretación de lo expuesto en el plano, inclusive, 12 de los estudiantes que plantearon una solución incorrecta, esto se vio reflejado en la interpretación de la información dada en el plano y la conversión que realizaron a un lenguaje textual dando diferentes explicaciones válidas, en las que emplearon diversos elementos que dan cuenta de la correcta comprensión e interpretación hecha, cabe anotar que en las justificaciones se observó progreso en la forma de argumentar, utilizando en ellas elementos concretos, comprendidos en el lenguaje de gráfica y convertidos a un lenguaje de argumentación preciso.

Pregunta 2 (parámetros de comparación similares a los de la pregunta 3 de la prueba diagnóstica)

Imagen 19. Imagen Prueba Saber 9

Observa la secuencia:

Fila 1. $1 + 3 = 4$
Fila 2. $1 + 3 + 5 = 9$
.
.
.
Fila 5. $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = ?$

¿Cuál es el resultado de la suma de los términos de la fila 5 ?

A. 5^2
B. 6^2
C. 10^2
D. 11^2

Memorando descriptivo

Identificando generalidades y patrones

Los 24 estudiantes clasificados en esta subcategoría evidenciaron la comprensión del enunciado cuando lograron interpretar el patrón planteado desde la fila 1 y la fila 2; completaron las filas 3 y 4 y escribieron “1+3+5+7+9+11= 36; n^2 =36” o “porque la secuencia va de dos en dos y el resultado es de 36 que sería 6.6=36”, “completan la secuencia para la fila 3 y 4 y escribe: si multiplicamos la generalidad que planteamos nos quedaría así: $6^2 = 6.6 = 36$, con lo que dan muestras de haber comprendido que existe una generalidad e iniciar con ello el proceso de modelación desde la generalización, planteando argumentos en los que la letra apareció remplazando el número concreto, lo que es un paso importante hacia el objetivo propuesto de modelar.

Comprensión limitada: inadvertida generalización

Los 11 estudiantes ubicados en esta subcategoría dieron muestras de una comprensión limitada, porque no lograron identificar patrones de comportamiento en los números expuestos, 7 de ellos ni siquiera optaron por completar las filas 3 y 4 y las justificaciones: “yo digo que se suma y a lo último se resta para poder sacar el resultado” o “el resultado es 11 de la suma de la secuencia 1+3+5++7+9+11= 11^2” dieron cuenta de la ausencia de comprensión, propiciada inclusive por las confusiones operativas que aún persisten con la potencia, y en consecuencia de traducción o conversión; estos estudiantes desconocieron la posibilidad de descubrir un patrón de comportamiento que determinara la generalización y a su vez les condujera a la solución a la situación expuesta.

Memorando interpretativo

Identificar generalidad: iniciar a modelar

Teniendo en cuenta que uno de los elementos básicos dentro del proceso de modelación para los estudiantes está centrado en la habilidad para determinar o

descubrir patrones o regularidades que permitan llegar a generalizar un comportamiento y con ello lograr la traducción o conversión de este al lenguaje matemático, se puede afirmar que hubo un grupo considerado de estudiantes que evidenciaron estar en este inicio del proceso de modelación, dando muestras de la comprensión correcta del enunciado planteado y con ello la posibilidad de determinar el patrón de comportamiento que les permitió llegar a generalizarlo y con ello establecer la secuencia correcta de números, no quedándose en muchos casos solo en el plano de lo numérico sino en el uso de la letra como herramienta para llegar a la traducción o conversión a un lenguaje formal y de mayor estructuración.

Desde lo anterior es posible además determinar que en el grupo hubo avances en cuanto a proceso básicos de modelación. La determinación de patrones y regularidades que los fundamentaron en la formulación de una generalidad les permitirá con seguridad avanzar en la construcción de un pensamiento matemático formal desde el fortalecimiento del pensamiento variacional, que para el caso de esta investigación toma como referente el planteamiento de ecuaciones de primer grado.

Pregunta 3 (parámetros de comparación similares a los de la pregunta 4 de la prueba diagnóstica)

Imagen 20. Pregunta Prueba Saber 5°

Una marca de calzado ofrece 144 diseños diferentes. El número de diseños de calzado deportivo es el doble del número de diseños de calzado formal.

¿Cuántos diseños de calzado formal y cuántos de deportivo ofrece la marca?

Memorando descriptivo

Comprende la situación: se acerca al modelo

Los 13 estudiantes agrupados en esta categoría dan muestras de comprender el enunciado, siendo relevante el hecho de que 11 de ellos lograron comprenderlo realizando la traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico desde un proceso de conversión, que les llevo a plantear la ecuación de primer grado, identificaron incógnita y establecieron una adecuada relación de la información con la igualdad, ellos además aplicaron diferentes estrategias de tratamiento con las que despejaron la incógnita y dieron solución al problema, con lo que evidenciaron la capacidad para modelar; estos 11 estudiantes justificaron escribiendo " 2x + x = 144 ; despejaron empleando la propiedad uniforme o trasladando al otro lado de la igualdad, llegando a decir x= 48, y escribieron diseños de calzado formal 48 y deportivo 96", algunos emplearon otra letra como la y o la g, con una correcta conversión y tratamiento.

Comprensión limitada: alejados de la conversión y la modelación

Los 22 estudiantes agrupados en esta categoría dan muestra de limitada comprensión del enunciado, todos desconocen información o no la interpretan correctamente, aunque todos reconocen lo que representa el doble no establecen una correcta relación con la información dada en el problema, lo que en consecuencia impidió un proceso de conversión y tratamiento que los llevo a estar alejados del proceso de modelación. Sus justificaciones: "porque si sumamos 144 + 144 eso da 288" o "11 formal y 288 deportivos porque es el doble del numero de zapatos formal" o un intento de conversión que los llevo al modelo "2x + 144 = 288 lo que hizo notoria la traducción equivocada, bien sea en el mismo lenguaje natural o al algebraico, producto de la equivocada comprensión del enunciado, además esta dificultad para leer e interpretar condiciones y relacionar información hizo que estuvieran muy alejados de una correcta conversión que les permitiera plantear la ecuación y el despeje que les permitiera dar solución a la situación expuesta desde un proceso de modelación.

Memorando interpretativo

De la conversión y tratamiento a la modelación

Desde lo anterior es posible afirmar que aunque solo 13 estudiantes dieron una respuesta correcta, resultó valioso para la investigación el hecho de que 11 de ellos hayan podido plantear la ecuación de primer grado que representaba el problema en un adecuado uso de procesos de conversión y tratamiento hechos desde la correcta traducción del lenguaje natural al algebraico, siendo este el fundamento de la investigación, dado que es a partir de este principio que se da el fortalecimiento del pensamiento variacional desde la modelación, lo que resultó evidente en los estudiantes al haber logrado el planteamiento y despeje de una ecuación de primer grado que representaba la situación problema.

Los avances son innegables si se tiene en cuenta que el proceso de tanteo que fue utilizado por todos los estudiantes que se acercaron a la respuesta correcta en una situación similar de la prueba diagnóstico, solo fue empleado, en esta situación, por dos de ellos, lo que da cuenta del progreso en la construcción de un pensamiento matemático formal. Sin embargo, aún para 22 de los estudiantes, el proceso de modelación no es lo suficientemente cercano dado que la comprensión sigue siendo un obstáculo para avanzar, para estos estudiantes no fue posible el establecimiento de relaciones entre los datos proporcionados por el problema con la igualdad, es más dentro del mismo lenguaje natural esta relación no se logró establecer, lo que hace que procesos de conversión y tratamiento sigan siendo poco visibles para ellos.

Pregunta 4 (parámetros de comparación similares a los de la pregunta 2 de la prueba diagnóstica)

Un turista pagó un total de 180 dólares en un hotel. La cuenta incluye el costo de tres noches de hospedaje y 75 dólares de alimentación.

El siguiente procedimiento permite determinar cuántos dólares pagó el turista, por cada noche de hospedaje.

Imagen 21. Pregunta Prueba Saber 9°

$3x + 75 = 180$
$3x + 75 - 75 = 180 - 75$
$3x = 105$

$x = 35$
¿Cuál de los siguientes pasos completa correctamente el procedimiento?

A. $3x - 3 = 105 - 3$
B. $3x + 3 = 105 + 3$
C. $3. (3x) = (3).105$
D. $\frac{3X}{3} = \frac{105}{3}$

Memorando descriptivo

Tratamiento: comprensión y representación sin conversión

Los 24 estudiantes agrupados en esta subcategoría lograron dar cuenta de la comprensión en el proceso de despeje de la incógnita una vez planteado el modelo que la representa, en ellos se logró verificar que existe apropiación del proceso de tratamiento necesario para continuar con representaciones dentro del mismo lenguaje, en esta caso la ecuación de primer grado, ellos lograron comprender que para llegar a la solución, es decir despejar la incógnita es necesario dejarla sola a un lado de la igualdad y para ello aplicaron la propiedad y operaciones necesarias, en la justificación todos explican el despeje o lo plantean “porque el 3 esta multiplicando en el lado de la x y para despejarlo tiene que pasar con operación inversa es decir pasa a dividir” o “3x = 105 3x/3 = 105/3 x= 35 “ o “3x = 105 x= 105/3 x= 35”, cabe resaltar que en este planteamiento ya es visible el uso del lenguaje matemático y en ello la comunicación desde las representaciones

matemáticas en los estudiantes, lograron desprenderse de esas justificaciones en lenguaje natural muy recurrentes en la prueba diagnóstico.

Ausencia de tratamiento: ausencia de comprensión

Los 11 estudiantes agrupados en esta subcategoría evidencian dificultades en la comprensión y uso de un lenguaje matemático, lo que quedó demostrado en justificaciones como: “Claramente es B, porque en el procedimiento falta el valor de la cuenta en total, que es de 105 dólares porque se le resta la alimentación que el pago ” o “Porque para que de x=35 se debe sumar 3x + 75 para que de 180 y después aser otros procedimientos para que de x=35”; en las que no existe comprensión de lo expuesto en lenguaje natural y menos de lo expuesto en lenguaje matemático, para ellos no hay apropiación del proceso de despeje de la incógnita que se interpreta como la ausencia de tratamiento en ellos, además sus justificaciones se limitan al uso de un lenguaje natural.

Memorando interpretativo

Comunicación: conversión y tratamiento

La pregunta se formuló con el propósito de verificar el tratamiento que los estudiantes específicamente logran dar a una ecuación de primer grado, dentro de la competencia de comunicación centrada en la comprensión del lenguaje matemático. En 24 estudiantes se observó familiaridad con este lenguaje a partir del proceso de tratamiento hecho, lo que es un avance si se compara con la pregunta propuesta en la prueba diagnostico en la que el tratamiento se hizo a partir del lenguaje natural y aun así hubo menos estudiantes que lograron dar cuenta de este tratamiento. Aunque para 11 estudiantes el proceso de tratamiento y apropiación de un lenguaje matemático es distante bien sea por la dificultad presente en la comprensión de la situación desde el lenguaje natural o por la

dificultad en la comprensión de procesos operativos básicos, es posible afirmar que el avance en materia de comprensión del lenguaje matemático y tratamiento dentro de este lenguaje se muestra y con ello el progreso en términos del fortalecimiento de la comunicación matemática como competencia base para alcanzar procesos de modelación en los estudiantes.

Pregunta 5 (parámetros de comparación similares a los de la pregunta 5 de la prueba diagnóstica)

Imagen 22. Pregunta prueba Saber 9°

La tabla muestra el costo de impresión por cada hoja en una papelería.

Precio en pesos de cada hoja impresa		
Cantidad	**Blanco y negro**	**Color**
Menos de 80 hojas	$60	$120
Entre 80 y 200 hojas	$50	$60
Más de 200 hojas	$30	$50

Tabla

Un cliente imprimió x hojas en blanco y negro (B/N) y z hojas en color. Si el precio que pagó se calculó usando la expresión $60x + 50z$, es correcto afirmar, sobre el número de hojas que imprimió que estas son

A. menos de 80 en B/N y entre 80 y 200 en color
B. menos de 80 en B/N y más de 200 en color.
C. entre 80 y 200 en B/N y más de 200 en color.
D. entre 80 y 200 en B/N y entre 80 y 200 en color.

Memorando descriptivo

Comprende y utiliza un modelo matemático

Los 13 estudiantes que se ubicaron en esta subcategoría dieron muestras de la comprensión de la situación problema y de haber aplicado un proceso de conversión adecuado al traducir la información expuesta en la tabla en la representación 60x + 50z, llegando desde el modelo a concluir una afirmación correcta. Con afirmaciones como: “ Si el dinero que se pagó se representa en 60x + 50z se sabe

que x es en B/N y z en color, se pagó 60x, se multiplica x por el dinero de cada una y haci con 50z por lo cual se sabe que al pagar 60 por cada una se paga menos de 80 hojas y 50 por cada una por lo cual se pagó más de 200 hojas" o "Es la B, por si dice 60x, la única sección que vende a 60 pesos es menos de 80 hojas y 50z es porque la única sección que vende en 50 es más de 200 hojas" o **"**porque según la tabla menos de 80 hojas a B/N vale $60 y más de 200 hojas a color vale $200 entonces según la expresión 60x + 50z es menos de 80 en B/N y más de 200 a color" ; se logró percibir que estos estudiantes comprendieron un modelo matemático expuesto, con todos los proceso de comprensión, conversión y traducción implicados en dicha modelación.

Sin conversión y tratamiento: limitada modelación

Los 22 estudiantes incluidos en esta subcategoría no evidenciaron comprensión de la situación expuesta a partir de la tabla y menos la comprensión de un modelo que representaba la situación específica expuesta, no se observó ningún tipo de conversión del lenguaje planteado en la tabla a su representación en el lenguaje matemático, estos estudiantes no lograron relacionar la información de la tabla con el modelo porque las expresiones 60x o 50z no fueron comprendidas como el valor de la hojas a B/N y el valor de las hojas impresas a color; además, no dieron muestras de tratamiento a la información expuesta en la tabla que les permitiera acercarse a una afirmación correcta, justificaciones como: " 60x + 50z = 110 entre 50 y 200 hojas a color y a B/N como muestra en la anterior tabla que sumando da 110 que pago" o "de pronto se puede afirmar si es correcto o no porque a veces es muy difícil" o "entre 80 y 200 hojas blanco y negro y a color porque si ese es el valor que me indican en la tabla" dan muestra de la limitada modelación que persiste porque aún no logran superar barreras de traducción entre los diferentes sistemas de comunicación, siendo el más relevante e influyente los que aún existen en el mismo lenguaje natural.

Memorando interpretativo

Comprensión y uso de un modelo matemático desde la situación expuesta

Tomando en cuenta lo observado fue posible determinar que aunque solo 13 estudiantes dieron muestras de comprender el modelo que representaba la situación expuesta y establecer procesos de conversión, para los que requerían interpretar inicialmente la información expuesta en la tabla, resulta importante que para ellos la expresión 60x y 50z representara el valor total a pagar por tipo de hoja impresa y su suma el valor total a pagar por las impresiones, comprendiendo que al ser x el número de hojas en B/N y z el número de hojas impresas a color, el que fueran multiplicadas, cada una, por un valor cualquiera, significaría que era este, el valor de la hoja.

Esto es una avance si se tiene en cuenta que en la pregunta similar del diagnóstico solo tres estudiantes lograron utilizar el modelo expuesto y con ello comprenderlo y relacionarlo con la información en lenguaje natural, siendo un valor agregado para estos estudiantes el hecho de que en esta pregunta la información estaba expuesta en tabla, lo que requería un mayor nivel de comprensión e interpretación, dado los diferentes sistemas de comunicación empleados y para los que requerían conversión.

Ahora bien, hay un gran número de estudiantes que aún no dan muestras de poder aplicar un proceso de conversión claro entre los diferentes sistemas de comunicación, siendo para ellos evidente la dificultad que tienen para interpretar la información dada en la situación problema y con ello la imposibilidad de establecer relaciones que les permitan generalizar y llegar a comprender y utilizar un modelo.
Por ello el de uso de un modelo matemático para la solución de una situación problema es un aspecto que debe seguir afianzándose más si se tiene en cuenta que es un pilar en la construcción del pensamiento formal en los estudiantes que

los vaya alejando de un razonamiento meramente intuitivo que podría obstaculizar el fortalecimiento de estructuras matemáticas de mayor complejidad.

Pregunta 6 (parámetros de comparación similares a los de la pregunta 8 de la prueba diagnóstica)

Imagen 23. Pregunta Prueba Saber 9°

Se ha encontrado que en un hotel el promedio de personas alojadas según la cantidad de habitaciones ocupadas está dado por la expresión $3x - 2$.

¿Cuál de las siguientes tablas presenta información correcta para algunos valores de esta relación?

A.

Habitaciones	Promedio Personas alojadas
3	7
8	22
12	34
15	43

B.

Personas alojadas	Habitaciones
3	7
8	22
12	34
15	43

C.

Habitaciones	Promedio Personas alojadas
3	11
8	26
12	38
15	47

D.

Personas alojadas	Habitaciones
3	11
8	26
12	38
15	47

Memorando descriptivo

Comprensión-conversión: representa y modela

En esta subcategoría se clasificaron 9 estudiantes que dieron muestras de haber comprendido el modelo planteado para encontrar el número de personas en promedio alojadas de acuerdo a la cantidad de habitaciones ocupadas, dicha compresión se evidenció cuando los estudiantes tomaron los valores asignados para x como número de habitaciones y verificaron los resultados planteados en la

tabla para el promedio de personas alojadas, este reemplazo y verificación da cuenta de la traducción del lenguaje natural, empleado en la situación, al lenguaje matemático en un proceso de conversión en el que comprenden una generalidad desde el modelo expuesto, lo anterior es posible determinarlo desde las justificaciones como :"3x-2 3(3)-2 = 7 3(8) – 2 = 22 3(12) – 2 = 34 y 3(15) -2 =43 "

Errores de conversión: ausencia de representación y modelo

En esta categoría se ubicaron 26 estudiantes porque no evidenciaron un acercamiento a la comprensión- traducción-conversión y modelo, en algunos casos escogieron la solución correcta pero la justificación estuvo distante de lo que realmente significaba representar y modelar. Presentaron argumentos como "porque en cada habitación se pueden alojar entre 3 y 4 personas" o "3x-2= 6 3x -2 -2 = 6 -2 3x/3 = 4/3 3 = 1" o "es la a porque en un lado se suma 3 y en el otro se disminuye 2" en los que no se observa ninguna comprensión del modelo a partir de la implementación adecuada del proceso de conversión desde el lenguaje natural usado en el problema y su respectiva representación, aislado además esto de la información presentada en la tabla", es decir hubo una ausencia de conversión y en tanto del modelo presentado como herramienta de solución para la situación, dado que era con su aplicación que se escogía la tabla que representaba la solución del problema.

Memorando interpretativo

Comprensión y conversión: representación de modelo

En esta pregunta solo 9 de los 35 estudiantes lograron llegar a la respuesta correcta mostrando reconocimiento del modelo como herramienta de representación de la

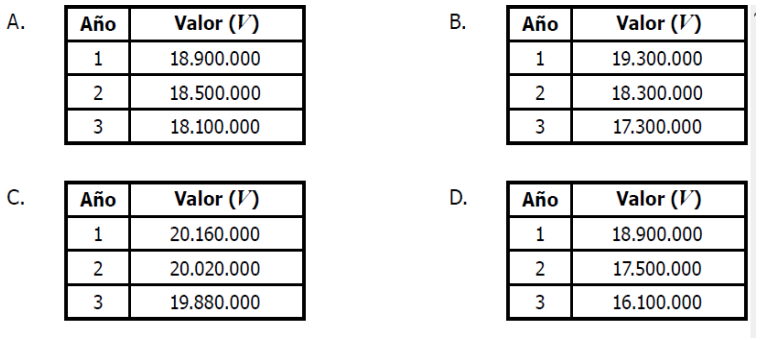
situación expuesta, comprendiendo que desde la conversión del lenguaje natural utilizado en la exposición de la situación al lenguaje matemático es posible llegar a una respuesta, consecuencia de la generalización de la situación.

El resto de estudiantes dieron muestras de la ausencia de representación y modelación, al no lograr establecer una relación entre la solución de la situación y el planteamiento de un modelo que la generalizaba, además el tratamiento a modelo fue distante por la limitada comprensión del mismo que a su vez les impidió llegar a concluir que con este tratamiento lograban determinar la solución de la situación planteada. Cabe anotar que aunque fueron pocos los estudiantes clasificados dentro de la subcategoría que apuntaba hacia soluciones y justificaciones correctas, se puede afirmar que hubo un relativo avance en los procesos de conversión, representación y modelación si se tiene en cuenta que en la pregunta de la prueba diagnostico que determino parámetros similares de análisis ningún estudiante logro clasificar.

Pregunta 7 (parámetros de comparación similares a los de la pregunta 10 de la prueba diagnóstica)

En un concesionario de autos se utiliza la expresión algebraica $V = P - 1.400.000x$ para determinar, con base en el valor inicial P de un carro, su valor después de x años en el mercado. ¿Cuál de las siguientes tablas muestra el valor de un carro con valor inicial P = 20.300.000 durante los primeros 3 años en el mercado?

Imagen 24. Pregunta Prueba Saber 9°



A.

Año	Valor (V)
1	18.900.000
2	18.500.000
3	18.100.000

B.

Año	Valor (V)
1	19.300.000
2	18.300.000
3	17.300.000

C.

Año	Valor (V)
1	20.160.000
2	20.020.000
3	19.880.000

D.

Año	Valor (V)
1	18.900.000
2	17.500.000
3	16.100.000

Memorando descriptivo

Tratamiento desde el modelo: acercándose al proceso de modelación

En esta subcategoría se ubican los 7 estudiantes que lograron reconocen el modelo V = P – 1.400.000x como parte de la solución, pudieron establecer relaciones entre la información expuesta con el modelo dado y con ello efectuar el tratamiento desde el modelo justificando así la solución propuesta, estos estudiantes ´plantean "V = 20.300.000 – 1.400.000(1) V = 18.900.000 V= 20.300.000 – 1.400.000(2) V= 17.500.000 V = 20.300.000 – 1.400.000(3) V= 16.100.000" con lo que evidenciaron su comprensión del modelo como representación de la situación, siendo capaces de llegar a la solución sin conjeturas o interpretaciones validadas exclusivamente en el lenguaje natural sino a partir de la generalidad expresada como representación matemática de la situación, avance importante si se tiene en cuenta que su argumentación siempre estuvo en el plano del razonamiento intuitivo alejado del pensamiento matemático formal y con ello manifestar que desde los procesos de comprensión del modelo y manejo del tratamiento desde este, se acercaron a un proceso de modelación, clave en el fortalecimiento del pensamiento variacional.

Sin comprensión del modelo como representación de la información: Ausencia de tratamiento

En esta subcategoría se ubican 28 estudiantes; estos no evidenciaron comprensión de la información dada, omitieron el modelo y solo intentaron interpretar la información desde las tablas en un proceso superficial de encajar una respuesta y no de comprender un enunciado con todo lo que ello implica en el manejo de procesos de conversión y tratamiento, en justificaciones como "se disminuye cada uno de los valores para que asi pueda dar el resultado" o "la c porque justifica el valor" o "si porque cada uno tiene que quitarle el valor (plata o dinero) que va

disminuyendo cada año” se logró percibir la escasa comprensión del modelo como la representación general de una situación y con ello el tratamiento se presentó alejado de un sistema de comunicación planteado en términos de representaciones matemáticas.

Memorando interpretativo

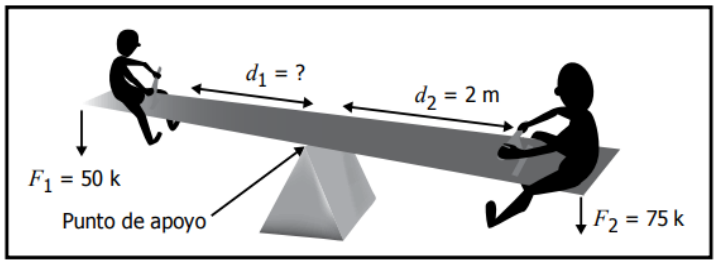
Conversión entre diferentes sistemas de comunicación: sin reconocimiento de modelo.

Los estudiantes en esta pregunta siguen evidenciado dificultades para relacionar el modelo expuesto con la situación, omitiendo procesos de generalización claves para el fortalecimiento de la modelación, sin embargo aunque el avance no es suficiente en cuanto a la cantidad de estudiantes, si es importante que por lo menos 7 estudiantes hayan mostrado un uso riguroso del lenguaje matemático, comprendiendo el modelo y planteando desde este el tratamiento adecuado que los llevara a una solución acertada, más si se tiene en cuenta que sus argumentos solo se quedaban en el plano intuitivo y de conjetura exclusivamente aritmética sin reconocimiento de generalidades y menos de un modelo como representación de una situación problema, se puede afirmar entonces que para estos estudiantes la conversión y la comunicación en términos de lenguaje algebraico ya está presente y será la base en la construcción de su pensamiento matemático estructurado que les permita avanzar en competencias matemáticas de mayor complejidad.

Pregunta 8 (parámetros de comparación similares a los de la pregunta 6 de la prueba diagnóstica)

Imagen 25. Pregunta Prueba Saber 9°

Cuando se aplican dos fuerzas verticales, hacia abajo, F_1 y F_2 a distancias respectivas, d_1 y d_2, del punto de apoyo de una balanza y esta se encuentra en **equilibrio**, siempre se cumple que $F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2$. La figura representa a un padre y a su hijo jugando en una balanza; el padre pesa 75 kilos y está sentado a 2 metros del punto de apoyo. ¿A qué distancia (en metros) del punto de apoyo debe sentarse el hijo que pesa 50 kilos, para que la balanza quede en **equilibrio**?



Figura

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

Memorando descriptivo

Traduce: del modelo (ecuación de primer grado) al lenguaje natural de la situación.

Los 12 estudiantes que se ubicaron en esta subcategoría dieron muestras de la comprensión de la situación y de la traducción de la información desde el lenguaje propuesto en la situación o en la gráfica, comprendieron el modelo expuesto como una representación que facilitaba la comprensión de la situación y con ello posibilitaba la obtención de la solución, aunque en algunos casos no es explicito el uso del modelo, desde la justificación expuesta se pudo determinar el reconocimiento del mismo porque denotaron la necesidad de la igualdad entre los

productos para mantener el equilibrio, con afirmaciones como: “Tiene que sentarse 3 metros hacia atrás para que los 75 kilos del padre que se apoya 2 metros sobre el punto de apoyo, ya que si el hijo se pone atrás 3 metros en el balancín lograría quedar en equilibrio hay un metro por cada 25 kg” o “50.x = 75.2 x= 150/50 x=3” o “F2 . D2 = 150 F1.D1 = 150 50.D1 = 150 D1=3” esto resultó visible y concluyente.

Comprensión limitada: sin relación entre el lenguaje natural y su representación matemática equivalente.

Los 23 estudiantes agrupados en esta subcategoría dieron muestras de una limitada comprensión del enunciado al no establecer relaciones entre la información expuesta con lo planteado en la gráfica o en el modelo; en sus argumentos desconocieron la necesidad de establecer una igualdad entre los pesos y la distancia a partir del producto entre ellos para conseguir el equilibrio del balancín, lo que podía concluirse desde la comprensión del modelo que una vez interpretado llevaba a la ecuación de primer grado. En estos estudiantes justificaciones como: “porque si el papa pesa 75 kilos y el hijo 50 kilos el hijo tiene que ponerse a dos metros de distancia para pesar mas” o “el niño tiene que hacer un peso de 25 para poder pesar 75 kilos la distancia es de 4” Porque el papa pesa mas que el hijo y eso hace que no quede equilibrado si fuera igual si pero no, el papa es 2cm y el hijo es 1cm”; colocaron de manifiesto que el modelo expuesto fue omitido, además la traducción del lenguaje natural por lo menos al de la gráfica fue equivocado al desconocer la injerencia de la distancia en este equilibrio.

Memorando interpretativo

Comprensión de la situación: representación en una ecuación de primer grado.

En esta pregunta la comprensión de la situación se vio expuesta en su representación a partir de un modelo matemático en el que una vez se reemplazaran los valores particulares dados en la gráfica se obtenía una ecuación de primer grado, sin embargo aunque solo 12 estudiantes lograron plantear una justificación que diera cuenta de la comprensión de este modelo y de la traducción de información en diferentes sistemas de comunicación al lenguaje matemático, explícito en la ecuación, es importante resaltar que en las justificaciones de estos estudiantes el uso de un lenguaje matemático y de argumentos apoyados en lo comprendido desde el modelo resultan válidas para el fortalecimiento del pensamiento variacional dado que los argumentos producto de la conjetura y la intuición dejan de ser una constante, colocándose de manifiesto la formalización y generalización como elemento clave de la modelación.

Pregunta 9 (parámetros de comparación similares a los de la pregunta 1 de la prueba diagnóstica)

Imagen 26. Pregunta Prueba Saber 9°

El profesor de matemáticas escribe en el tablero la siguiente serie de números:

Término	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**...**
Número	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{16}{243}$	...

El profesor les pide a sus alumnos que describan la manera como varían los números fraccionarios término a término. Una correcta descripción que podrá realizar un estudiante será:

A. Se duplica el numerador y se triplica el denominador, término a término.
B. Se duplican numerador y denominador, término a término.
C. Se triplican numerador y denominador, término a término.
D. Se suma uno al numerador y seis al denominador, termino a término.

Memorando Descriptivo

Comprensión y lectura de tablas o gráficas para traducir al lenguaje matemático.

Los 20 estudiantes que se clasificaron en esta subcategoría lograron dar muestras de la traducción de lenguaje expuesto en la tabla describiendo la manera en la que los números fraccionarios variaron término a término, es decir lograron determinar que el numerador se duplicaba y el denominador se triplicaba en un proceso de conversión entre diferentes sistemas de comunicación, para lo que la comprensión desde un lenguaje dado es esencial, los estudiantes verificaron desde lo operativo e inclusive algunos lograron plantear un acercamiento a la generalidad, emplearon argumentos propios de un lenguaje matemático alejados de lo exclusivamente intuitivo. A partir de lo anterior se pudo determinar que para estos estudiantes las confusiones iniciales en las que expresiones como el doble o el triple no eran interpretadas desde lo aritmético y mucho menos desde lo general, estos estudiantes plantearon justificaciones como: " 1/3 x 2/3 = 2/9 , 2/9 x 2/3 = 4/27 y así sucesivamente" o n.2/3 si usted multiplica el del primer puesto que es 1/3 por 2/3 va a dar igual al del segundo puesto 2/9 y asi sucesivamente" o "según la tabla el patrón es duplicar el numerador y triplicar el denominador : 1/3 x 2/3 = 2/9 2/9 x 2/3 =4/27….." En las que se logró percibir el acercamiento a la conversión desde la comprensión y traducción entre los diferentes lenguajes expuestos.

Traducción Incorrecta: Ausencia De Conversión

Los 15 estudiantes ubicados en esta subcategoría no lograron la comprensión del de lo expuesto en la tabla, que implicó que la traducción resultara equivocada, es decir no evidenciaron un reconocimiento de lo que ocurría termino a término se quedaron en la observación de un comportamiento e variación igual para el numerador y el denominador o solo se fijaron en la variación del primer término expresiones como: "se le suma uno al numerador y seis al denominador para que los fraccionarios vayan saliendo termino a término" o "porque se triplica numerador con denominador termino a término" o "si se duplica el numerador y el denominador

se puede ver como se varían los números fraccionarios" dan cuenta de ello. La conversión para estos estudiantes sigue siendo porque no existe aún la comprensión de un comportamiento generalizado desde la observación de elementos propios del lenguaje matemático.

Memorando: aproximación a la interpretación.

Conversión: del lenguaje gráfico al lenguaje matemático; una ruta para la modelación.

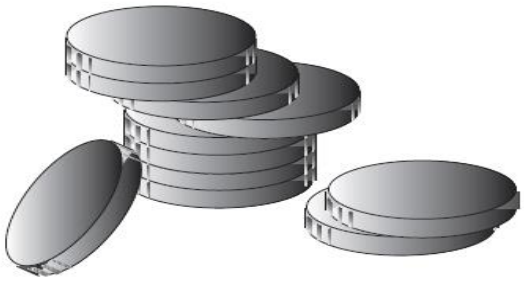
La pregunta se formuló en el marco de la competencia comunicativa, con lo que se logró establecer que para 20 estudiantes esta competencia se hizo visible dado que lograron determinar desde un lenguaje el comportamiento generalizado que permitió la traducción a otro lenguaje, interpretando la variación existente término a término. Para 15 estudiantes esta competencia sigue mostrándose débil debido a la confusión existente en la comprensión del lenguaje expuesto, con lo que la traducción se hace casi imposible al no haber podido determinar lo que ocurría en términos de variación para cada uno de los fraccionarios dados en la secuencia.

Desde lo anterior fue posible establecer que si bien es cierto, aun en 15 estudiantes la conversión como proceso resultante de la comprensión entre los diferentes lenguajes de comunicación específicamente matemática que permita la traducción entre ellos, es débil , si se observó un avance con respecto a la prueba inicial, dado que en esta solo 10 estudiantes manifestaron con sus argumentos tener la habilidad para implementarla, además en los 20 estudiantes que logran mostrar dicho proceso de conversión desde la traducción entre los diferentes lenguajes ya no se hicieron evidentes las confusiones tanto de carácter operativo como de interpretación en el lenguaje natural o algebraico.

Pregunta 10 (parámetros de comparación similares a los de la pregunta 9 de la prueba diagnóstica)

El cajero de un banco tiene al iniciar la jornada $88.000 en monedas de $100, $200 y $500; se sabe que tiene 110 monedas de $500.

Imagen 27. Pregunta prueba saber 9°



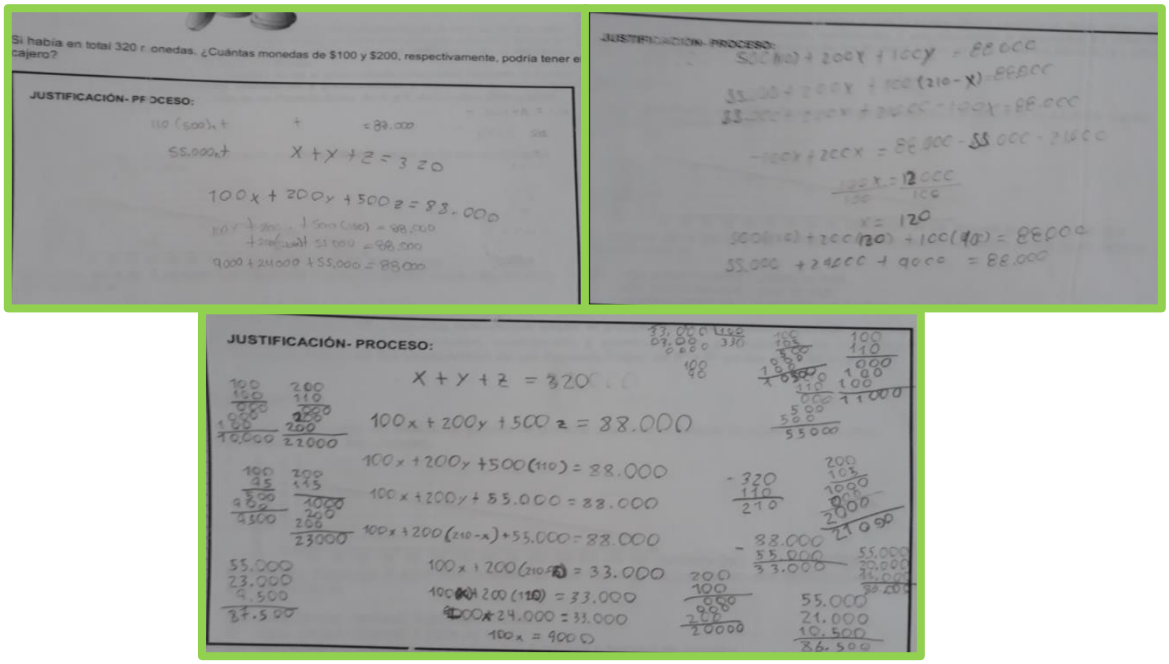
Si había en total 320 monedas. ¿Cuántas monedas de $100 y $200, respectivamente, podría tener el cajero?

Memorando descriptivo

Acercamiento a la conversión y modelación: Representación en un modelo.

En esta categoría se ubicaron 8 estudiantes que dieron muestras de acercarse a la conversión y modelación al lograr plantear ecuaciones de primer grado que relacionaran la información expuesta en la situación con un modelo, en un proceso de traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico que dio cuenta de los avances en la construcción de un pensamiento matemático formal alejado de argumentos intuitivos en los que primaba la justificación desde la conjetura expuesta solo en el plano del lenguaje natural, el uso de este lenguaje generalizado es en conclusión el fundamento del pensamiento variacional, eje de esta investigación.
Dado que los argumentos expuestos implican procesos matemáticos extensos, estos se muestran no desde la redacción sino desde la imagen, estos son:

Imagen 28. Registro de desarrollo de Prueba Final



Ausencia de conversión y modelo: limitada traducción al lenguaje algebraico.

Los 27 estudiantes ubicados en esta subcategoría no evidenciaron el uso de un modelo que representara la situación expuesta, es decir en ellos fue aun complejo el relacionar información de la situación con una representación matemática, más si se tiene en cuenta que la situación ofrecía un nivel de complejidad alto, en el que era necesario interpretar información de forma no literal, con elementos diversos que debían ser relacionados con una incógnita; en ellos todavía la argumentación en términos de lenguaje natural está muy presente ”a las 320 monedas le restamos las 110 de $500 a lo que queda le dividimos luego” o “el cajero podría tener respectivamente de monedas de 100 y 200, una cantidad de 210 monedas” o “ 320 -110 = 210 hay 200 monedas de 100 y 10 monedas de 20”; estos argumentos dejaron ver la dificultad aun presente para comprender situaciones en las que se exige un mayor nivel de interpretación porque se salen del plano literal además de

la dificultad para desprenderse de lo aritmético y pasar al plano algebraico sobretodo todo cuando la comprensión de la situación fue escasa.

Memorando interpretativo

Comprensión de la situación: conversión-modelación y tratamiento.

En esta pregunta los estudiantes dieron muestras de la persistencia de las dificultades para relacionar una situación expuesta con el planteamiento de un modelo que a su vez lo llevara a la solución de la situación, más si esta situación ofrecía un nivel de complejidad alto porque se salía de la traducción literal y exigía el uso de conceptos o procedimientos para proponer el modelo. Sin embargo en los estudiantes que dieron cuenta de la aproximación al modelo se observó el fortalecimiento de estructuras propias del lenguaje matemático formal y con ello el fortalecimiento del pensamiento variacional desde el planteamiento de modelos que exigieron un mayor nivel de interpretación y uso de conceptos y procedimientos que se salieron de la traducción literal, es decir el progreso se hace importante si se tiene en cuenta que en la prueba inicial no se dieron muestras de procesos de conversión y mucho menos modelación ni siquiera en el plano literal.

7.3.2. Matriz Categorial. En la matriz categorial resultado del análisis de la prueba final al igual que en la matriz categorial resultante del análisis de la prueba diagnóstico las subcategorías utilizadas fueron las axiales, que resultaron de cada pregunta a partir de los memorandos descriptivos; cada pregunta arrojo dos subcategorías que fueron ajustadas a las planteadas en la matriz de la prueba diagnostico a partir de los parámetros de comparación de las preguntas, es decir la pregunta 1 que tiene parámetros de comparación similares a los de la pregunta 7 de la prueba diagnóstico, se ubicó en las subcategorías 7.1 y 7.2, la pregunta 2 que tiene parámetros de comparación similares a los de la pregunta 3 de la prueba diagnóstico se ubicó en las subcategorías 3.1 y 3.2 ,de la misma forma se organizó

hasta la pregunta 10. De tal forma que la matriz categorial resultado del análisis de la prueba final quedó así:

Tabla N° 7. Matriz categorial. Análisis de prueba final.

SUBCATEGORIAS: MEMORANDOS DESCRIPTIVOS	NUMERO DE ESTUDIANTES CLASIFICADOS EN ESTA SUBCATEGORIA	SUBCATEGORIAS SELECTIVAS	CATEGORIA
1.2 Comprensión y lectura de gráfica o tabla para traducir al lenguaje matemático.	20 DE 35	COMPRENSIÓN	MODELAR
3.2 Comprensión limitada: inadvertida generalización	11 DE 35		
4.1 Comprende la situación: se acerca al modelo.	13 DE 35		
4.2 Comprensión limitada: alejados de la conversión y la modelación	22 DE 35		
6.2 Comprensión limitada: sin relación entre el lenguaje natural y su representación matemática equivalente.	23 DE 35		
8.1 Comprensión y conversión: representa y modela	9 DE 35		
10.2 Sin comprensión del modelo como representación de la información: Ausencia de tratamiento.	28 DE 35		
1.2 Traducción incorrecta: ausencia de conversión	15 DE 35	CONVERSIÓN	
3.1 Identificando generalidades y patrones	24 DE 35		
5.1 Comprende y utiliza un modelo matemático	13 DE 35		
5.2 Sin conversión y tratamiento: limitada modelación	22 DE 35		
6.1 Traduce: del modelo (ecuación de primer grado) al lenguaje natural de la situación.	12 DE 35		
8.2 Errores de comprensión y conversión: ausencia de representación y modelo	26 DE 35		
9.1 Acercamiento a la conversión y modelación: representación en un modelo	8 DE 35		
9.2 Ausencia de conversión y modelo: limitada traducción al lenguaje algebraico.	27 DE 35		
2.1 Tratamiento: comprensión y representación sin conversión	25 DE 35	TRATAMIENTO	
2.2 Ausencia de tratamiento: ausencia de comprensión	10 DE 35		
7.1 Tratamiento: comprensión y conversión de la información expuesta en el plano	16 DE 35		
7.2 Error en tratamiento: error en resolución.	19 DE 35		
10.1 Tratamiento desde el modelo: acercándose al proceso de modelación.	7 DE 35		

8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La investigación realizada con el objetivo de fortalecer el pensamiento variacional a partir del planteamiento de ecuaciones de primer grado para dar solución a situaciones problema en estudiantes de octavo grado de la institución educativa logro precisar las dificultades que estos estudiantes tenían en las competencias de comunicación, razonamiento y resolución de problemas con el fin de realizar una intervención en el aula que diera cuenta de mejoras en estos procesos.

La intervención se enfocó en el diseño de una secuencia didáctica cuyo planteamiento y ejecución se apoyó en el análisis de la prueba diagnóstico aplicada a 35 estudiantes del grado octavo, en este análisis se determinó que la traducción entre diferentes sistemas de comunicación era un proceso débil para la mayoría de los estudiantes, lo que en consecuencia limitaba la conversión y con ello la modelación, siendo esta última, el eje sobre el cual se desarrolló toda la secuencia, dado que la capacidad del estudiante para modelar es la que determinaría el fortalecimiento del pensamiento variacional que tiene como fundamento la generalización vista desde un modelo, que para el caso específico de la investigación desarrollada, se reflejó en la habilidad del estudiante para plantear una ecuación de primer grado; lo que según el análisis inicial hecho fue una condición ausente en todos los estudiantes, inclusive en las situaciones que solo ofrecían una traducción literal, dado que los estudiantes en ningún caso reconocían la letra con un elemento que permitiera representar y mucho menos generalizar expresiones dadas en lenguaje natural, todos los argumentos expuestos siempre estuvieron enmarcados en procesos aritméticos que en muchos casos resultaban del tanteo y el razonamiento intuitivo, alejados del uso de un lenguaje algebraico que diera cuenta de la existencia de un pensamiento matemático cercano a la formalidad.

Durante la implementación de la secuencia las dificultades para modelar se hicieron evidentes desde el nivel de comprensión de la información expuesta en la situación, lo que en consecuencia afectó en muchos casos el desempeño de los estudiantes que requirieron de la permanente orientación del maestro, aunque es importante anotar que el trabajo en equipos fue productivo desde la perspectiva de los estudiantes, quienes expresaron sentirse cómodos con la posibilidad de discutir entre pares y con ello mejorar el nivel de comprensión de las temáticas y procesos abordados, sin embargo en la conformación de estos equipos es importante tener en cuenta los roles que cada uno pueda desempeñar a partir de sus habilidades, para que el aporte sea homogéneo y el trabajo se dé sin contratiempos que desvíen el objetivo de aprendizaje.

para los estudiantes también resultó atractivo el hecho de que cada sesión siempre se iniciara con una actividad didáctica, que bien podía ser un juego o la posibilidad de manipular elementos que comprobaran situaciones expuestas que en muchas ocasiones desde las prácticas de aula tradicionales se quedaban en una explicación de tablero o guía.

A partir de las indagaciones hechas a los estudiantes frente al uso de la secuencia didáctica como herramienta de aprendizajes todos coinciden en que es una manera divertida de aprender, en la que se logran afianzar procesos, que fomenta la creatividad y precisa al estudiante a pensar porque da el espacio para la reflexión y el cuestionamiento, sin embargo también coinciden en que con esta forma de aprendizaje, consideran ellos, se abarcarían mucho menos temáticas porque el tiempo es insuficiente para implementarla.

Desde lo expuesto se puede afirmar entonces que aunque no se cumpla con una programación de conceptos, procedimientos y procesos matemáticos, la implementación de este tipo de estrategias logran un mejor proceso de enseñanza.-aprendizaje en el aula.

Con el análisis de la prueba final aplicada una vez finalizo la intervención, se puede concluir que aunque hubo progresos en todo sentido, comprensión, conversión y tratamiento; en el mejoramiento del uso del lenguaje matemático, evidenciado en justificaciones más estructuradas desde la argumentación matemática, en las que la letra aparecía como elemento que posibilitaba la representación y con ello la generalización como un aspecto ya presente en su pensamiento y el reconocimiento del modelo (ecuación de primer grado) como parte de la situación, sobre todo como pieza clave en la solución; es necesario seguir fortaleciendo estructuras del pensamiento variacional, porque la dificultad para modelar sobretodo, situaciones problema que exijan el uso de conceptos o procedimientos mucho más elaborados que se salgan del plano literal, de solo reconocer, el doble, el triple, la mitad entre otros, sigue estando presente.

Desde lo anterior se puede afirmar también que es necesario que el fortalecimiento del pensamiento variacional no sea solo una competencia del algebra sino que desde edades tempranas se lleve al estudiante a reconocer patrones de variación que lleven a la generalización y con ello el proceso sea paulatino, para que elementos básicos de la conversión, entendidos como las traducciones entre los diferentes sistemas de comunicación, estén presentes en los estudiantes, es necesario que la comunicación matemática se haga dese el uso de un lenguaje formal que fortalezca el razonamiento matemático y posibilite el avance hacia estructuras de mayor complejidad.

BIBLIOGRAFÍA

AUSUBEL-NOVAK-HANESIAN. Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo. México: 2° Ed. TRILLAS.1983. p.18.

AZAÑERO TAVARA, Luz Milagros. Errores que presentan los estudiantes de primer grado de secundaria en la resolución de problemas con ecuaciones lineales. Perú. 2013, 116 h. Tesis de maestría en Educación Matemática. Universidad Pontificia Católica de Lima.

CAMERO TAVERA, Dina. Comprender e interpretar los modelos mentales que se manifiestan en los procesos de transformación del lenguaje natural al lenguaje algebraico en la resolución de problemas. Una propuesta de aproximación al pensamiento algebraico. Manizales, 2014, 162 h. Trabajo de grado. Universidad Nacional. Maestría en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales. Facultad de ciencias exactas y naturales, Dpto. de matemáticas y estadística.

CAÑAS, Juan Alberto y GÓMEZ Nelson Antonio. Sugerencias metodológicas para apoyar la superación de algunas dificultades en la traducción del lenguaje natural al algebraico de situaciones problema con enunciado literal en ecuaciones de primer grado. Bucaramanga, 2010. Trabajo de grado en Especialización en Educación Matemática. Universidad Industrial de Santander.

CARDENAS GONZÁLEZ, Elio José y BARRIENTOS MARULANDA, Orlando. La comprensión e interpretación de problemas matemáticos: El caso de las ecuaciones de primer grado. Bucaramanga, 2010. Trabajo de grado en Especialización en Educación Matemática. Universidad Industrial de Santander

CASE, Robbie. El desarrollo intelectual: del nacimiento a la edad madura. Barcelona-Buenos Aires-México: Ed. Paidós. p. 41-59-286

CASTRO MAYORGA, Maritza Isabel. Los procesos algebraicos y su incidencia en el razonamiento lógico matemático en problemas con ecuaciones de primer grado en estudiantes de noveno año de educación básica del colegio nacional 17 de abril del cantón quero provincia de Tungurahua. Ecuador. 2013, 198 h. Tesis de maestría en Docencia Matemática. Universidad Técnica de Ambato.

CASTRO, Nivia Marina: Efectos de la resolución de problemas como estrategia metodológica en la modelación y solución de problemas matemáticos que involucran ecuaciones de primero y de segundo grado. Bogotá D.C. 2007, 104 h. Trabajo de grado. Maestría en Docencia División de formación avanzada. Disponible en: http://repository.lasalle.edu.co/handle/10185/39.

DUVAL, Raymond. Semiosis y Pensamiento Humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Colombia: 2ª. Edición. Universidad del Valle. Grupo de Educación Matemática. 2004. p.14-15.

ELLIOT, Jhon. El cambio educativo desde la Investigación-Acción. Tercera Edición. Madrid. Ediciones Morata S.L.2003. p. 88-95-96-101-103. ISBN: 84-7112-383-5.

GARCÍA, Juan, PIMIENTA, Julio y TOBÓN, Sergio. Secuencias Didácticas: Aprendizaje y Evaluación de Competencias. México: PEARSON EDUCACIÓN. 2010. p. 20-21-46-74. ISBN: 978-607-442-909-1.

GODINO, Juan y FONT Vincet. Matemáticas para maestros: Manual para el estudiante. Proyecto Edumat Maestros. p. 379-395-397-396. [En línea].

LEITHOLD, Louis. Matemáticas previas al cálculo. México D.F. Editorial Oxford. 1998. p.67

Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá, pág. 56

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el Pensamiento Matemático. Un reto escolar [En Línea]. <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf>.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Reporte de la Excelencia. 2016. [En línea]
<http://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/documentos/2016/168081000598.pdf >.

ORGOSGOITIA ESCORCIA, Yenis María y RAMOS JAIMES, Sulegna Ramos. Análisis de la comprensión de los sistemas de ecuaciones lineales en estudiantes de Noveno grado cuando realizan actividades que promueven el tránsito entre los modos de pensamiento analítico-aritmético y sintético-geométrico. Bucaramanga, 2011. Trabajo de grado en Especialización en Educación Matemática. Universidad Industrial de Santander.

OSPINA RODRIGUEZ, Carlos Alberto: Estrategias pedagógicas contextuales para la enseñanza del concepto de ecuación lineal en la básica secundaria en la institución educativa Pedro Vicente abadía de Guacarí. Palmira, Valle, 2012. 45 h. Maestría en la enseñanza de las ciencias Naturales y Exactas. Facultad de Ingeniería y Administración.

POLYA, G. Como plantear y resolver problemas. México. Ed. Trillas.1989.p. 28-133-134. ISBN: 968-24-0064-3

REYES DELGADO, Mary Carmen. Estrategias para la comprensión de Ecuaciones de primer grado en los alumnos de segundo año de secundaria. México. 2008, 98

h. Tesis de maestría en Educación Básica. Universidad Autónoma de Aguascalientes.

SANDOVAL CASILIMAS, Carlos E. Investigación Cualitativa. Modulo cuatro. ARFO Editores e Impresores Ltda. Diciembre de 2002. 140 p. ISBN: 958-9329-18-7.

SANTOS Luz Manuel. La resolución de problemas matemáticos: Fundamentos Cognitivos. México-Argentina-España Ed. Trillas. 2007. p.11-12-43-169-171. ISBN: 978-968-24-7929-8

STENHOUSE Lawrence. Investigación y desarrollo del curriculum. Quinta Edición. Ediciones Morata. 2003. 211 p. ISBN: 84-7112-220-0

VASCO, Carlos. El pensamiento variacional y la modelación matemática. Universidad del Valle. Universidad de Manizales. Conferencia Interamericana de Educación Matemática. 2003. pibid.mat.ufrgs.br. p. 6.

ANEXOS

Anexo A. CARTA AVAL PARA RECTORÍA

Barrancabermeja, agosto 11 de 2017

Especialista
Manuel Salvador Tapias Wilches
Rector Instituto Técnico Superior de Comercio
Barrancabermeja

Apreciado Rector,

El programa de Maestría en Pedagogía que curso actualmente en la Universidad Industrial de Santander exige como requisito de graduación, el desarrollo de la tesis, por lo cual me permito solicitarle muy amablemente la autorización para la implementación de la propuesta de investigación : FORTALECER EL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO A PARTIR DE LA SOLUCION DE SITUACIONES PROBLEMA CON ECUACIONES DE PRIMER GRADO.

La conveniencia, utilidad y relevancia de esta investigación se centra en el diseño e implementación de una secuencia didáctica que permita fortalecer el pensamiento variacional en los estudiantes, siendo esta una contribución importante en el proceso de construir y potenciar estructuras formales de pensamiento que promuevan el buen desempeño en matemáticas de los estudiantes, específicamente de la institución.

La ejecución de esta propuesta busca, además, promover el aprendizaje significativo de la matemática, particularmente en la apropiación del lenguaje algebraico, permitiendo que competencias como la comunicación y la modelación matemáticas se fortalezcan en los estudiantes.

De antemano mi compromiso de socializar los resultados obtenidos como parte de la responsabilidad institucional hacia la mejora continúa de los procesos académicos y formativos en la comunidad educativa.

Agradeciendo su atención

Marly L. Montes M.

Prof. Marly Lucia Montes Monterrosa
c.c. 63.505.132 de Bucaramanga

Anexo B. CARTA DE RESPUESTA DE RECTORIA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO SUPERIOR DE COMERCIO
Niveles Pre-Escolar, Básica Primaria, Básica Secundaria y Media Técnica
Resolución 12430 del 28 de Octubre de 2002
Nit: 800.043.472-1 DANE: 168081000598

R.T.S.C – 0106

Barrancabermeja, 17 de agosto de 2017

Licenciada
MARLYN LUCIA MONTES MONTERROSA
Docente área de Matemáticas
I.T.S.C.
Barrancabermeja

REFERENCIA: Respuesta oficio fechado el 11 agosto de 2017, viabilidad para implementación de la propuesta de investigación.

Cordial saludo;

Con el fin de atender lo requerido mediante oficio en la referencia, comedidamente me permito informale, que se autoriza la viablidad para la implementación de la propuesta de la investigación denominada "FORTALACER EL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO A PARTIR DE LA SOLUCION DE SITUACIONES PROBLEMA CON ECUACIÓN DE PRIMER GRADO"; con el fin de que dichos resultados que se obtegan, permitan fortalecer el pensamiento matemático en nuestros estudiantes desde el aprendizaje significativo de dicha área, lo que contribuirá en la mejora de los proceso académicos, en términos del área, a nivel institucional.

Por lo anterior, la institución facilitará toda la información o instrumentos con los que se cuenten y que sean necesarios para el desarrollo de la propuesta; quedo atento a la socialización de los resultados obtenidos.

Atentamente,

Lic. MANUEL SALVADOR TAPIAS WILCHES
Rector

Elaboró: Yirley Beleño

"Educamos para el Trabajo, La Convivencia y el Desarrollo Regional"

SEDE A "PRINCIPAL"	SEDE B "LA LIBERTAD"	SEDE C "LA BELEN"	SEDE E "SANTA ISABEL"	SEDE F "LARA PARADA"
Teléfonos: 9026700 - 6111312 - 6220453 e-mail: tecnicocomercio@sembarrancabermeja.gov.co Calle 64 No 25-105 Barrio El Parnaso	Teléfono: 6201124 Calle 73 No 21-39 Barrio La Libertad	Teléfono: 6226868 Carrera 33 No 67-10 Barrio La Floresta	Calle 77 No 30-34 Barrio Santa Isabel	Calle 33 No 52-20 Barrio Los Alganobos

Anexo C. CONSENTIMIENTO INFORMADO A PADRES DE FAMILIA

INSTITUTO TECNICO SUPERIOR DE COMERCIO

CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA LOS PADRES DE FAMILIA DE LOS ESTUDIANTES PARTICIPANTES DE LA INVESTIGACIÓN

FORTALECER EL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO A PARTIR DE LA SOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA CON ECUACIONES DE PRIMER GRADO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

El propósito de esta ficha de consentimiento es proveer a los padres de familia de los estudiantes participantes en esta investigación una clara explicación de la naturaleza de la misma.

La presente investigación será realizada por la estudiante Marly Lucia Montes Monterrosa bajo la dirección de la Mg. Belki Yolima Torres Rueda de la Maestría en Pedagogía de la Universidad Industrial de Santander. El objetivo principal de este estudio es fortalecer el pensamiento variacional en estudiantes de octavo grado a través de una secuencia didáctica fundamentada en la solución de situaciones problema planteadas con ecuaciones de primer grado.

Si usted autoriza la participación de su hijo en este estudio, se le pedirá responder preguntas formuladas en una prueba Diagnostico, una prueba final, entrevistas de carácter semiestructurado, además de la participación en las actividades que se planeen en la secuencia didáctica y lo vinculen a registros fotográficos o fílmicos. Toda la actividad se desarrollará dentro de la Institución Educativa y lo que responda se tendrá en cuenta para reconocer el alcance de los objetivos propuestos en la investigación.

La participación en este estudio es estrictamente voluntaria. La información que se recoja será confidencial y no se usará para ningún otro propósito fuera de los de esta investigación. Sus respuestas a los cuestionarios o entrevistas serán codificadas usando un número de identificación y por lo tanto, serán anónimas.

Si tiene alguna duda sobre este proyecto, puede hacer preguntas en cualquier momento. Si alguna de las preguntas planteadas en los instrumentos antes descritos le parecen incómodas, tiene usted el derecho de hacérselo saber al investigador o de no responderla.

Desde ya le agradezco su valiosa participación.

Nombre del padre de familia — Olga Flórez Barrera

Firma del padre de familia

Nombre de mi hijo (a) participante — Daniela Cisneros Flórez

Fecha: Agosto 11- 2017

Anexo D. DECLARACIÓN DE LA DOCENTE INVESTIGADORA

DECLARACIÓN DEL DOCENTE INVESTIGADOR

Yo certifico que le he explicado al menor de edad y a su padre o acudiente, la naturaleza y el objetivo de la investigación, y que ellos entienden en qué consiste su participación, los posibles riesgos y beneficios implicados.

Todas las preguntas que los sujetos me han hecho le han sido contestadas en forma adecuada. Así mismo, he leído y explicado adecuadamente las partes del asentimiento y el consentimiento informado.

Hago constar con mi firma.

Nombre del investigador: Marly Lucia Montes Monterrosa

Firma:

Cedula de Ciudadanía número: 63.505.132 de Bucaramanga

Fecha: 17 de agosto de 2017

Anexo E. PRUEBA DIÁGNOSTICA

	INSTITUTO TECNICO SUPERIOR DE COMERCIO **PRUEBA DIAGNÓSTICA**	
	FORTALECER EL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO A PARTIR DE LA SOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA CON ECUACIONES DE PRIMER GRADO UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER Prof. Marly L. Montes M.	
NOMBRE		**GRADO**

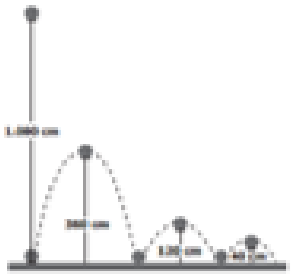
OBJETIVO: Identificar las fortalezas y dificultades que los estudiantes de octavo grado presentan en la modelación y representación del lenguaje natural al algebraico para dar solución a diferentes situaciones problema planteadas en diversos contextos.

La prueba contiene 10 preguntas formuladas desde el pensamiento variacional teniendo en cuenta las competencias de comunicación, modelación y planteamiento y resolución de situaciones problema. 7 preguntas tiene 4 opciones de respuesta, usted debe marcar una de ellas. Es muy importante que escriba el procedimiento que justifique la razón de la escogencia, bien sea operativo o a partir de un texto explicativo, teniendo en cuenta el tipo de pregunta formulada. Las 3 preguntas restantes, son abiertas y debe darle respuesta a partir del procedimiento que considere justifique la solución.

Las preguntas fueron tomadas de los cuadernillos de prueba saber 9 y 5 del 2012 y 2014 propuestos por el ICFES.

PREGUNTA 1

Una pelota se deja caer desde una altura de 1.080 cm. En la gráfica se muestran las alturas que alcanza la pelota en cada rebote.



Gráfica

La altura de cada rebote es

A. un noveno de la altura alcanzada en el rebote anterior.
B. un cuarto de la altura alcanzada en el rebote anterior.
C. un tercio de la altura alcanzada en el rebote anterior.
D. un medio de la altura alcanzada en el rebote anterior.

PREGUNTA 2

Un edificio tiene cuatro pisos. La altura del primer piso es 4 metros; los otros tres pisos tienen cada uno 3 metros de altura.

¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones, acerca de los pisos que tiene el edificio, es o son verdaderas?

I. Todos los pisos tienen igual altura.
II. La altura del segundo piso es de 3 metros.
III. El primer piso es 1 metro más alto que el tercer piso.

A. I solamente.
B. I y II solamente.
C. II solamente.
D. II y III solamente.

PREGUNTA 3

Observa la secuencia:

Fila 1. $1 + 3 = 4$
Fila 2. $1 + 3 + 5 = 9$
.
.
.
Fila 5. $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = ?$

¿Cuál es el mayor sumando de la fila 4 ?

A. 4
B. 7
C. 9
D. 11

PREGUNTA 4

Pepe tiene el doble de canicas que Luis y entre los dos reúnen 30 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pepe y cuántas canicas tiene Luis?

PREGUNTA 5

Cuando en un grupo cada persona abraza a otra del grupo una sola vez, el número total de abrazos, a, se calcula mediante la expresión, $a = \frac{n(n-1)}{2}$, donde n es el número de personas en el grupo.

¿Cuál es el valor de a para un grupo de 5 personas?

PREGUNTA 6

Usando una bomba se va a pasar agua del tanque 1 al tanque 2 que está vacío (ver figura). El agua que está en el tanque 1 alcanza una altura de 1.200 mm. A partir del momento en que se enciende la bomba, la altura del tanque 1 disminuye 10 mm por minuto y la del tanque 2 aumenta 50 mm por minuto.

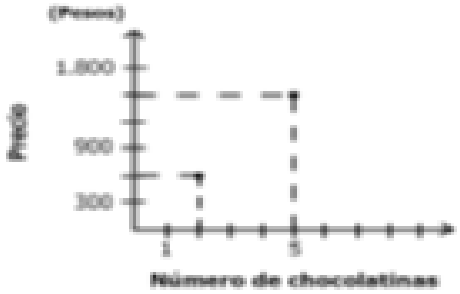
Figura

¿Cuál expresión permite encontrar los minutos (x) que deben transcurrir, a partir del momento en que se enciende la bomba, para que la altura del agua en los dos tanques sea la misma?

A. $1200 - 10x = 50x$
B. $1200 + 30x = 30x$
C. $x + x = 50 + 10$
D. $600 - x = x$

PREGUNTA 7

En una tienda cada chocolatina tiene el mismo precio. La siguiente gráfica relaciona el número de chocolatinas y el precio correspondiente.



¿Cuál es el mayor número de chocolatinas que se puede comprar con 2.000 pesos?

A. 4
B. 5
C. 6
D. 7

PREGUNTA 8

La montaña submarina más alta del mundo está ubicada cerca de Nueva Zelanda. La montaña tiene una altura de 8.690 metros y sobresale 300 metros fuera del agua. Para encontrar la altura sumergida (h) de la montaña, cuatro estudiantes plantearon las siguientes ecuaciones:

Laura: $h - 8.690 = 300$
Alejandro: $8.690 - h = 300$
Vanesa: $h + 300 = 8.690$
Camilo: $h + 8.690 = 300$

¿Cuáles estudiantes formularon correctamente las ecuaciones para hallar el valor de h?

PREGUNTA 9

En una feria se juega tiro al blanco: por cada acierto se ganan $3.000 y por cada desacierto se pierden $1.000.

Jaime lanzó 16 veces y terminó sin pérdidas ni ganancias. ¿Cuántos aciertos tuvo Jaime?

A. 0
B. 4
C. 6
D. 8

PREGUNTA 10

El siguiente aviso se encuentra en la entrada de un parque deportivo.

CANCHA DE MICROFÚTBOL	
Alquiler por partido	$60.000
Servicio de ducha por persona	$2.000

La expresión que permite determinar el valor que debe pagar un grupo por el alquiler de la cancha de micro-fútbol, para un partido, dependiendo del número de jugadores que utilice la ducha es $a = 2.000j + 60.000$, donde a representa el valor a pagar y j el número de jugadores que usan el servicio de ducha.

¿En cuál de las siguientes tablas se representa correctamente la relación entre el costo por pagar y el número de jugadores que utilizan la ducha?

A.

No. de jugadores que usan la ducha	Valor a por pagar ($)
0	62.000
1	62.000
2	62.000
3	62.000
4	62.000
5	62.000

B.

No. de jugadores que usan la ducha	Valor a por pagar ($)
0	60.000
1	62.000
2	64.000
3	66.000
4	68.000
5	70.000

C.

No. de jugadores que usan la ducha	Valor a por pagar ($)
0	2.000
1	62.000
2	122.000
3	182.000
4	242.000
5	302.000

D.

No. de jugadores que usan la ducha	Valor a por pagar ($)
0	0
1	62.000
2	124.000
3	186.000
4	248.000
5	400.000

Anexo F. PRUEBA FINAL

	INSTITUTO TECNICO SUPERIOR DE COMERCIO PRUEBA FINAL	
	FORTALECER EL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO A PARTIR DE LA SOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA CON ECUACIONES DE PRIMER GRADO UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER Prof. Marly L. Montes M.	

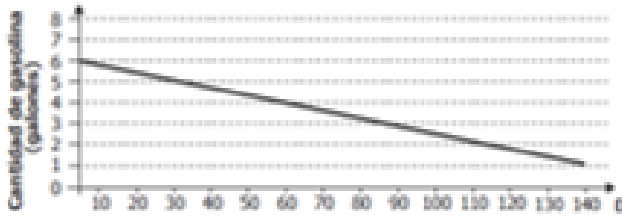
NOMBRE		GRADO	

OBJETIVO: Identificar las fortalezas y dificultades que los estudiantes de octavo grado presentan en la modelación y representación del lenguaje natural al algebraico para dar solución a diferentes situaciones problema planteadas en diversos contextos; una vez implementada la secuencia didáctica como estrategia de aprendizaje en el aula.

La prueba contiene 10 preguntas formuladas desde el pensamiento variacional teniendo en cuenta las competencias de comunicación, modelación y planteamiento y resolución de situaciones problema, tomadas de los cuadernillos de las Pruebas Saber de 9° y 5° de los años 2014 y 2015

PREGUNTA 1

La gráfica representa la cantidad de galones de gasolina que tiene el tanque de un automóvil, cuando se desplaza entre dos ciudades.



Gráfica

El conductor afirma que el automóvil consumió en total 4 galones de gasolina en este desplazamiento. Esta afirmación es

A. falsa, porque consumió 5 galones en total.
B. falsa, porque consumió 1 galón en total.
C. verdadera, porque inició su recorrido con 4 galones y terminó sin gasolina.
D. verdadera, porque inició su recorrido con 5 galones y terminó con 1 galón.

JUSTIFICACIÓN:

PREGUNTA 2

Observa la secuencia:

Fila 1. $1 + 3 = 4$
Fila 2. $1 + 3 + 5 = 9$
.
.
.
Fila 5. $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = ?$

¿Cuál es el resultado de la suma de los términos de la fila 5 ?

A. 5^2
B. 6^2
C. 10^2
D. 11^2

JUSTIFICACIÓN:

PREGUNTA 3

Una marca de calzado ofrece 144 diseños diferentes. El número de diseños de calzado deportivo es el doble del número de diseños de calzado formal.

¿Cuántos diseños de calzado formal y cuántos de deportivo ofrece la marca?

JUSTIFICACION:

PREGUNTA 4

Un turista pagó un total de 180 dólares en un hotel. La cuenta incluye el costo de tres noches de hospedaje y 75 dólares de alimentación.

El siguiente procedimiento permite determinar cuántos dólares pagó el turista, por cada noche de hospedaje.

$3x + 75 = 180$
$3x + 75 - 75 = 180 - 75$
$3x = 105$

$x = 35$

¿Cuál de los siguientes pasos completa correctamente el procedimiento?

A. $3x - 3 = 105 - 3$
B. $3x + 3 = 105 + 3$
C. $3.(3x) = (3).105$
D. $\frac{3x}{3} = \frac{105}{3}$

JUSTIFICACIÓN:

PREGUNTA 5

La tabla muestra el costo de impresión por cada hoja en una papelería.

Precio en pesos de cada hoja impresa		
Cantidad	**Blanco y negro**	**Color**
Menos de 80 hojas	$60	$120
Entre 80 y 200 hojas	$50	$60
Más de 200 hojas	$30	$50

Tabla

Un cliente imprimió x hojas en blanco y negro (B/N) y z hojas en color. Si el precio que pagó se calculó usando la expresión $60x + 50z$, es correcto afirmar, sobre el número de hojas que imprimió que estas son

A. menos de 80 en B/N y entre 80 y 200 en color
B. menos de 80 en B/N y más de 200 en color.
C. entre 80 y 200 en B/N y más de 200 en color.
D. entre 80 y 200 en B/N y entre 80 y 200 en color.

JUSTIFICACIÓN:

PREGUNTA 6

Se ha encontrado que en un hotel el promedio de personas alojadas según la cantidad de habitaciones ocupadas está dado por la expresión $3x - 2$.

¿Cuál de las siguientes tablas presenta información correcta para algunos valores de esta relación?

A.

Habitaciones	Promedio Personas alojadas
3	7
8	22
12	34
15	43

B.

Personas alojadas	Habitaciones
3	7
8	22
12	34
15	43

C.

Habitaciones	Promedio Personas alojadas
3	11
8	26
12	38
15	47

D.

Personas alojadas	Habitaciones
3	11
8	26
12	38
15	47

JUSTIFICACIÓN:

PREGUNTA 7

En un concesionario de autos se utiliza la expresión algebraica $V = P - 1.400.000x$ para determinar, con base en el valor inicial P de un carro, su valor después de x años en el mercado. ¿Cuál de las siguientes tablas muestra el valor de un carro con valor inicial $P = 20.300.000$ durante los primeros 3 años en el mercado?

A.

Año	Valor ($)
1	18.900.000
2	18.500.000
3	18.100.000

B.

Año	Valor ($)
1	19.300.000
2	18.300.000
3	17.300.000

C.

Año	Valor ($)
1	20.160.000
2	20.020.000
3	19.880.000

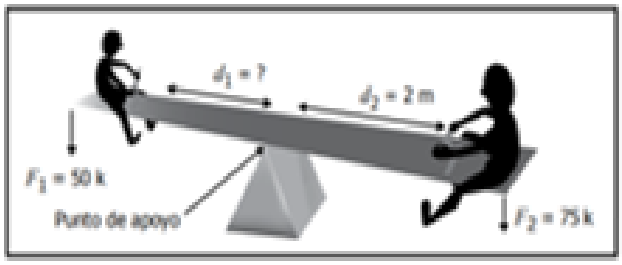
D.

Año	Valor ($)
1	18.900.000
2	17.500.000
3	16.100.000

JUSTIFICACIÓN:

PREGUNTA 8

Cuando se aplican dos fuerzas verticales, hacia abajo, F_1 y F_2 a distancias respectivas, d_1 y d_2, del punto de apoyo de una balanza y esta se encuentra en **equilibrio**, siempre se cumple que $F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2$. La figura representa a un padre y a su hijo jugando en una balanza; el padre pesa 75 kilos y está sentado a 2 metros del punto de apoyo. ¿A qué distancia (en metros) del punto de apoyo debe sentarse el hijo que pesa 50 kilos, para que la balanza quede en **equilibrio**?



Figura

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

JUSTIFICACIÓN:

PREGUNTA 9

El profesor de matemáticas escribe en el tablero la siguiente serie de números:

Término	1	2	3	4	5	...
Número	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{16}{243}$	...

El profesor les pide a sus alumnos que describan la manera como varían los números fraccionarios término a término. Una correcta descripción que podrá realizar un estudiante será:

A. Se duplica el numerador y se triplica el denominador, término a término.
B. Se duplican numerador y denominador, término a término.
C. Se triplican numerador y denominador, término a término.
D. Se suma uno al numerador y seis al denominador, termino a término.

JUSTIFICACIÓN:

PREGUNTA 10

El cajero de un banco tiene al iniciar la jornada $88.000 en monedas de $100, $200 y $500; se sabe que tiene 110 monedas de $500.

Si había en total 320 monedas. ¿Cuántas monedas de $100 y $200, respectivamente, podría tener el cajero?

JUSTIFICACIÓN- PROCESO:

Anexo G. GUÍA NÚMERO 1

	INSTITUTO TECNICO SUPERIOR DE COMERCIO SECUENCIA DIDÁCTICA GUÍA N° 1 Prof. Marly L. Montes M. GRADO 8°3	
NOMBRE		FECHA

1. ***VAMOS A JUGAR A ¿ESO TU MENTE!***

- ¿Cuál fue la expresión que en la tarjeta debió utilizar para demostrar que si pudo leer la mente de su compañero? ¿Adivino? ¿Cuál fue el resultado?

- ¿Cuál fue la expresión que su compañero empleo para demostrar que leyó su mente? ¿la logro leer? ¿Qué resultado le dio su compañero?

- ¿Considera que realmente su compañero leyó su mente o que usted leyó la mente de su compañero?, ¿Qué cree que paso?

- El número que se piensa ¿Puede estar representado por cualquier valor? ¿Por qué?

2. JUGUEMOS AHORA A "PUEDO PREDECIR : LA BOLITA DE CRISTAL"

De acuerdo a la tarjeta que saco de la urna junto a su equipo de trabajo logre predecir los tres elementos siguientes:

- ¿Cuáles son estos?

- ¿Qué proceso siguió para encontrarlos?

- ¿Será que este proceso puede ser enunciado de forma general? ¿De qué forma lo enunciaría?

- ¿Con este enunciado puede predecir los siguientes elementos? ¿Cuántos?

3. Una vez hecha la socialización de la guía con el grupo y apoyado en la orientación del profesor, escriba algunas conclusiones resultado del desarrollo de la actividad propuesta

CONCLUSIONES : CONOCER/HACER	CONCLUSIONES: SER

4. **EVALUACIÓN**

Complete la matriz de evaluación presentada teniendo en cuenta su desempeño durante el desarrollo de la actividad, señale en qué nivel de dominio se encuentra finalizada la sesión.

NIVEL		JUSTIFICACION	METACOGNICION (AUTOREGULO EL PROCESO DE APRENDIZAJE)
Receptivo-Inicial Tiene nociones sobre el tema y algunos acercamientos a las justificaciones consideradas como válidas. Requiere apoyo continuo.			• ¿Cómo he realizado la actividad?
Básico Tiene algunos conceptos esenciales de y puede resolver problemas planteados con algún apoyo.			• ¿Es posible mejorar el procedimiento realizado? ¿Por qué?
Autónomo Se personaliza de su proceso formativo, tiene criterio propio y argumenta los procesos.			
Estratégico Analiza las situaciones presentadas, contrasta y compara para obtener argumentos fundamentados, existe creatividad e innovación al proponer nuevas situaciones.			• De las formas propuestas por otros compañeros, ¿cuál me parece conveniente y por qué?

ACUERDO DE NORMAS BÁSICAS PARA EL TRABAJO EN LA SESIÓN Y EN LA GUÍA			
ACUERDO			
Sigue las recomendaciones del profesor en cuanto a la conformación de los equipos.			
En el equipo se elige un(a) coordinador(a), o un relator(a).			
Todos los integrantes del equipo hacen contribuciones en la realización de las actividades propuestas.			
En el equipo se respeta la opinión de los integrantes, así como en los procesos de socialización.			
Usted diligencia su guía y la archiva en el portafolio para entregarlo finalizada la secuencia.			

Anexo H. GUÍA NÚMERO 2

	INSTITUTO TECNICO SUPERIOR DE COMERCIO **SECUENCIA DIDÁCTICA** **GUÍA N° 2** **Prof. Marly L. Montes M.** **GRADO 8°8**	
NOMBRE	**FECHA**	

1. ***¡VAMOS A JUGAR A "EL ROMPECABEZAS DE LA CONVERSIÓN"***

- Con las fichas entregadas por el profesor junto a su equipo de trabajo arme el rompecabezas de la conversión.
- Armado el rompecabezas tenga en cuenta las pistas dadas en cada ficha y junto a su equipo de trabajo reflexionen sobre aspectos que los lleven a completar la tabla en la que se plantean expresiones representadas en lenguaje natural y en lenguaje algebraico; juegue a la conversión con su equipo....el reto es lograr que todas las conversiones resulten acertadas.

REPRESENTACIÓN EN LENGUAJE NATURAL	**REPRESENTACIÓN EN LENGUAJE ALGEBRAICO**
El doble de un numero aumentado en 2	
	$\frac{1}{2}x-3$
Si cierto número de lápices cuestan $1.500. El precio de un lápiz queda representado por:	
	$2x+3$
La tercera parte de las manzanas que estaban en la nevera fueron utilizadas en la preparación del postre	
	$3m$
El dinero que pague por las galaxsias que compre, si cada una es a $1.500	
La suma de 2 números consecutivos	
	$\frac{1}{3}n-1$
El perímetro de un cuadrado cuyo lado mide p cm	

- ¿Cuál de los procesos de conversión o traducción considera le ocasiona mayor dificultad: Del lenguaje natural al algebraico o del lenguaje algebraico al natural? ¿Por qué?

2. Teniendo en cuenta la comprensión e interpretaciones hechas a la actividad anterior y junto a su equipo de trabajo. Completa la siguiente tabla.

REPRESENTACIÓN EN LENGUAJE NATURAL	REPRESENTACIÓN EN LENGUAJE ALGEBRAICO
El triple de un número disminuido en 8	
	$\frac{1}{3}x - x$
La tercera parte de las chocolatinas que me regalaron	
El dinero que pagué por la compra de cierto número de camisetas, cada una a $18.000	
La suma de tres números consecutivos	
	$\frac{1}{2}x + 5$

3. Teniendo en cuenta los aportes de cada uno de los equipos, las reflexiones producto de la socialización y las orientaciones del profesor, en un proceso de cierre de la sesión completa la tabla.

CONCLUSIONES : CONOCER-HACER	CONCLUSIONES: SER

4. EVALUACIÓN

Complete la matriz de evaluación presentada teniendo en cuenta su desempeño durante el desarrollo de la actividad, señale en qué nivel de dominio se encuentra finalizada la sesión.

NIVEL		JUSTIFICACION	METACOGNICION (AUTORREGULO EL PROCESO DE APRENDIZAJE)
Receptivo-Inicial Tiene nociones sobre el tema y algunos acercamientos a las justificaciones consideradas como válidas. Requiere apoyo continuo.			• ¿Cómo he realizado la actividad? • ¿Es posible mejorar el procedimiento realizado? ¿Por qué? • De las formas propuestas por otros compañeros, ¿cuál me parece conveniente y por qué?
Básico Tiene algunos conceptos esenciales de y puede resolver problemas planteados con algún apoyo.			
Autónomo Se personaliza de su proceso formativo, tiene criterio propio y argumenta los procesos.			
Estratégico Analiza las situaciones presentadas, contrasta y compara para obtener argumentos fundamentados, existe creatividad e innovación al proponer nuevas situaciones.			

ACUERDO DE NORMAS BÁSICAS PARA EL TRABAJO EN LA SESIÓN Y EN LA GUIA			
ACUERDO			
Sigue las recomendaciones del profesor en cuanto a la conformación de los equipos.			
En el equipo se elige un(a) coordinador(a), o un relator(a).			
Todos los integrantes del equipo hacen contribuciones en la realización de las actividades propuestas.			
En el equipo se respeta la opinión de los integrantes, así como en los procesos de socialización.			
Usted diligencio su guía y la archivo en el portafolio para entregarla finalizada la sesión.			

Anexo I. GUÍA NÚMERO 3

	INSTITUTO TECNICO SUPERIOR DE COMERCIO SECUENCIA DIDÁCTICA GUÍA N° 3 Prof. Marly L. Montes M. GRADO 8°3	
NOMBRE	FECHA	

1. ¡VAMOS A CONSTRUIR EL MACHÍN-MACHÓN"

Para empezar la construcción, junto a su equipo de trabajo tomen los trozos de madera entregados por el profesor y construyan un Machín-Machón.

Luego con la plastilina busquen representar las personas que van a participar en el juego, tengan en cuenta para ello el peso de cada uno para nombrarlos estratégicamente (Recuerden los tamaños de las figuras). Los participantes y sus respectivos pesos son: Carlos 50 Kg, María 60 Kg, Rocío 40 Kg, Martín 70 Kg y Miguel 50 Kg; identifíquelos con claridad.

- **En el juego del "machín-machón" van a participar en una primera ronda 4 amigos, a quienes ubicaría en cada uno de los extremos para que el machín quedara en equilibrio o el balancín fuera igual para los participantes ¿Por qué?**

- **Si en un extremo se ubica Carlos, María y Rocío y en el otro solo se ubica Martín, ¿habría equilibrio en el juego? Realice un dibujo que represente la situación y explíquelo.**

- **Si al juego propuesto en el punto anterior, se le une un nuevo amigo a Martín ¿Cuál tendría que ser su peso para que estuviera en equilibrio el machín y por tanto el balancín? Explique la solución que plantea.**

- Si el peso de Martín fuera de 80 Kg ¿El peso del nuevo amigo cambia? ¿Por qué? ¿Es posible entonces representar el peso del nuevo amigo de forma general y con ello poder expresar las situaciones expuestas de forma general? Proponga los enunciados matemáticos que podrían representar las dos situaciones con el nuevo amigo participante del juego.

Respuestas y justificaciones :	Representación a situación 1: Representación a situación 2:

2. A partir de la anterior experiencia ¿existe alguna representación en lenguaje algebraico para las siguientes situaciones? si considera que existe, escríbala y debata con su grupo la propuesta para llegar a un acuerdo frente a la que consideren sea más conveniente, justifiquen la escogencia

- La edad de Sofía es el doble de la edad de Miguel, si las dos edades suman 90 años ¿cuál es la edad de Miguel?

Representación individual	Representación concertada con justificación

- Rafael tiene en el jardín de su casa un árbol que mide 230 cm, al lado del árbol hay un muro que mide 120 cm de altura ¿Cuántos cm del árbol sobresalen por encima del muro?

Representación individual	Representación concertada con justificación

- El doble de lo que se gana Pedro en un mes de salario equivale al triple de lo que se gana Sofía, si Sofía se gana en un mes de salario $760.000 ¿Cuánto dinero se gana Pedro?

Representación individual	Representación concertada con justificación

3. **Teniendo en cuenta los aportes de los equipos en la discusión y reflexión; que conclusiones y conceptos logro comprender una vez desarrollada la actividad.**

CONCLUSIONES : CONOCER-HACER	CONCLUSIONES: SER

4. **EVALUACIÓN**
Complete la matriz de evaluación presentada teniendo en cuenta su desempeño durante el desarrollo de la actividad, señale en qué nivel de dominio se encuentra finalizada la sesión.

NIVEL		JUSTIFICACION	METACOGNICION (AUTOREGULO EL PROCESO DE APRENDIZAJE)
Receptivo-Inicial Tiene nociones sobre el tema y algunos acercamientos a las justificaciones consideradas como válidas. Requiere apoyo continuo.			* ¿Cómo he realizado la actividad? * ¿Es posible mejorar el procedimiento realizado? ¿Por qué? * De las formas propuestas por otros compañeros, ¿cuál me parece conveniente y por qué?
Básico Tiene algunos conceptos esenciales de y puede resolver problemas planteados con algún apoyo.			
Autónomo Se personaliza de su proceso formativo, tiene criterio propio y argumenta los procesos.			
Estratégico Analiza las situaciones presentadas, contrasta y compara para obtener argumentos fundamentados, existe creatividad e innovación al proponer nuevas situaciones.			

ACUERDO DE NORMAS BÁSICAS PARA EL TRABAJO EN LA SESIÓN Y EN LA CUIA			
ACUERDO			
Sigue las recomendaciones del profesor en cuanto a la conformación de los equipos.			
En el equipo se eligió un(a) coordinador(a), o un relator(a).			
Todos los integrantes del equipo hicieron contribuciones en la realización de las actividades propuestas.			
En el equipo se respetó la opinión de los integrantes, así como en los procesos de socialización.			
Usted diligenció su guía y la archivó en el portafolio para entregarlo finalizada la secuencia.			

Anexo J. GUÍA NÚMERO 4

	INSTITUTO TECNICO SUPERIOR DE COMERCIO SECUENCIA DIDÁCTICA GUÍA Nº 4 Prof. Marly L. Montes M. GRADO 6°8	
NOMBRE		FECHA

1. **MANIPULO, RECORTO, ORGANIZO Y REFLEXIONO**

Utilice junto a su equipo de trabajo el material entregado por el profesor para realizar las siguientes actividades:

- De forma individual cada integrante recorte un rectángulo cuya base sea 3 cm mayor que la altura.
- Observen los rectángulos obtenidos ¿todos tienen las mismas medidas? ¿todos fueron de diferente medida? Explique en detalle su respuesta

- **¿Puede encontrar alguna manera de representar en forma general la anterior situación de tal forma que en todos los rectángulos recortados la medida de la base se pueda hallar partir de la medida de altura para cualquier medida asignada? Indíquela.**

Medidas de su rectángulo:	Representación de sus medidas y las de sus compañeros en lenguaje algebraico:
Altura= Base=	

- **Si ahora se quiere construir un rectángulo que además de la anterior condición tenga de perímetro 30 cm, ¿se puede construir? ¡Es hora de construirlo junto a su equipo!**

- **¿Pueden representar la anterior situación en un modelo que permita generalizarla y que permita encontrar la medida de la base, (pregunta de la situación representada en b) sin necesidad de utilizar el "tanteo"? Si es así, escriba la representación en lenguaje algebraico que la incorpora.**

Representación de la situación en lenguaje algebraico:

b = Medida de la base del rectángulo

30cm = _____

g. Teniendo en cuenta la fundamentación lograda con el desarrollo de la actividad anterior; Plantee junto a su equipo de trabajo un modelo (ecuación de primer grado) que represente las situaciones expuestas, para luego socializarlo y establecer en grupo reflexiones que afianzan la relación existente entre una situación problema y su representación en lenguaje algebraico; identificando la incognita y planteando la ecuación; es decir la construcción de un modelo que sirva en adelante como instrumento de solucion.

- Rocio decide regalar a sus 8 amigos una chocolatina a cada uno como detalle de amor y amistad, si por todas pago $9200 ¿Qué valor tiene una chocolatina de las que compro?

Conversión y tratamiento en lenguaje numérico (su posible estrategia actual de solución)	**Representación de la situación en lenguaje algebraico:**

- Si cada una de las chocolatina compradas por Rocio le costara $1750 ¿Qué cantidad total de dinero tendria que haber pagado Rocio por sus regalos?

Identificación de la incógnita y planteamiento de ecuación (representación de la situación en lenguaje algebraico)

- Miguel trabaja en una empresa en donde por cada cliente atendido que registre con venta se le reportan 5 puntos de bonificación y por cada cliente que reporte sin venta se le descuentan 2 puntos; si en la semana atendió 10 clientes y se le registraron solo 8 puntos de bonificación ¿Cuántas ventas logró realizar Miguel en la semana?

Identificación de la incógnita y planteamiento de ecuación (representación de la situación en lenguaje algebraico)

g. Una vez hecha la socialización de la guia con el grupo y apoyado en la orientación del profesor, escriba algunas conclusiones resultado del desarrollo de la actividad propuesta

CONCLUSIONES : CONOCER-HACER	CONCLUSIONES: SER

- EVALUACIÓN

Completa la matriz de evaluación presentada teniendo en cuenta su desempeño durante el desarrollo de la actividad, señala en qué nivel de dominio se encuentra finalizada la sesión.

NIVEL		JUSTIFICACION	METACOGNICION (AUTOREGULO EL PROCESO DE APRENDIZAJE)
Receptivo-Inicial Tiene nociones sobre el tema y algunos acercamientos a las justificaciones consideradas como válidas. Requiere apoyo continuo.			• ¿Cómo he realizado la actividad? • ¿Es posible mejorar el procedimiento realizado? ¿Por qué? • De las formas propuestas por otros compañeros, ¿cuál me parece conveniente y por qué?
Básico Tiene algunos conceptos esenciales de y puede resolver problemas planteados con algún apoyo.			
Autónomo Se personaliza de su proceso formativo, tiene criterio propio y argumenta los procesos.			
Estratégico Analiza las situaciones presentadas, contrasta y compara para obtener argumentos fundamentados, existe creatividad e innovación al proponer nuevas situaciones.			

ACUERDO DE NORMAS BÁSICAS PARA EL TRABAJO EN LA SESIÓN Y EN LA CLASE			
ACUERDO			
Sigue las recomendaciones del profesor en cuanto a la conformación de los equipos.			
En el equipo se elige un(a) coordinador(a), o un relator(a).			
Todos los integrantes del equipo hacen contribuciones en la realización de las actividades propuestas.			
En el equipo se respeta la opinión de los integrantes, así como en los procesos de socialización.			
Usted diligenció su guía y la archivó en el portafolio para entregarla finalizada la secuencia.			

Anexo K. GUÍA NÚMERO 5

	INSTITUTO TECNICO SUPERIOR DE COMERCIO SECUENCIA DIDACTICA GUIA Nº 5 Prof. Marly L. Montes M. GRADO 8°B	
NOMBRE		FECHA

1. ¿PREPARADOS PARA JUGAR A... "TRATAMIENTO AL MODELO"?

Con los materiales entregados por el profesor junto a su equipo de trabajo (una tabla, un trozo de cinta y fichas: cuadrados de color azul que van a representar una unidad positiva para la incógnita, cuadrados rojos que representarán una unidad negativa para la incógnita y una serie de rectángulos amarillos y verdes que representarán una unidad positiva y una unidad negativa respectivamente; organicen el material y escuchen atentos las instrucciones que dará el profesor sobre el juego: El principio del juego es encontrar el valor de la incógnita comprendiendo que la ecuación se plantea alrededor de una igualdad y esta se debe conservar bien sea quitando elementos a lado y lado o agregando elementos a lado y lado para conservar el equilibrio, siempre con el objetivo de poder determinar cuántas unidades le corresponderán a una unidad incógnita positiva,...**Empiecen a jugar...** *¿Qué equipo ganara?....El equipo que complete primero la tabla utilizando para el despeje siempre el juego ...adelante..*

SITUACION PROBLEMA	ECUACION DE PRIMER GRADO QUE LA REPRESENTA (CONVERSIÓN)	DESPEJE DE LA INCOGNITA (SOLUCIÓN-TRATAMIENTO)
El hermano mayor de Felipe tiene 10 años; si el triple de la edad de Felipe aumentada en 5 años es igual al doble de la edad de su hermano mayor ¿Cuántos años tiene Felipe?		**Felipe tiene _____años**
	x = 2x - 5 = 15	x= _____

El lápiz de Carlos tiene 12 cm de alto, esto corresponde al doble de la altura del lápiz de su primo disminuida en 3cm ¿Cuántos cm miden el lápiz del primo de Carlos?		El lápiz del primo de Carlos mide _____ de alto
	n = $\frac{1}{3}n = 4$	n= _____
	a= $2a + 13 = 6 + 3a$	a= _____

2. Una vez hecha la socialización de la guía con el grupo y apoyado en la orientación del profesor, escriba algunas conclusiones resultado del desarrollo de la actividad propuesta que tengan que ver con la forma en la que lograría despejar el valor de una incógnita en una ecuación de primer grado-

CONCLUSIONES: CONOCER-HACER	CONCLUSIONES: SER

8. EVALUACIÓN

Complete la matriz de evaluación presentada teniendo en cuenta su desempeño durante el desarrollo de la actividad, señale en qué nivel de dominio se encuentra finalizada la sesión.

NIVEL		JUSTIFICACION	METACOGNICION (AUTORREGULO EL PROCESO DE APRENDIZAJE)
Receptivo-Inicial Tiene nociones sobre el tema y algunos acercamientos a las justificaciones consideradas como válidas. Requiere apoyo continuo.			• ¿Cómo he realizado la actividad? • ¿Es posible mejorar el procedimiento realizado? ¿Por qué? • De las formas propuestas por otros compañeros, ¿cuál me parece conveniente y por qué?
Básico Tiene algunos conceptos esenciales de y puede resolver problemas planteados con algún apoyo.			
Autónomo Se personaliza de su proceso formativo, tiene criterio propio y argumenta los procesos.			
Estratégico Analiza las situaciones presentadas, contrasta y compara para obtener argumentos fundamentados, existe creatividad e innovación al proponer nuevas situaciones.			

ACUERDO DE NORMAS BÁSICAS PARA EL TRABAJO EN LA SESIÓN Y EN LA GUIA			
ACUERDO			
Siguió las recomendaciones del profesor en cuanto a la conformación de los equipos.			
En el equipo se eligió un(a) coordinador(a), o un relator(a).			
Todos los integrantes del equipo hicieron contribuciones en la realización de las actividades propuestas.			
En el equipo se respetó la opinión de los integrantes, así como en los procesos de socialización.			
Usted diligenció su guía y la archivó en el portafolio para entregarlo finalizada la secuencia.			

Anexo L. GUÍA NÚMERO 6

	INSTITUTO TECNICO SUPERIOR DE COMERCIO SECUENCIA DIDACTICA GUIA Nº 6 Prof. Marly L. Montes M. GRADO 8°8	
NOMBRE		FECHA

1. *JUEGO JUNTO A MI EQUIPO "ACERTIJOS Y SORPRESAS"*

Reciba del profesor el tablero, las tarjetas de ACERTIJOS Y SORPRESAS, el dado y las fichas que servirán para que cada participante avance en el juego.

Organice junto a su equipo el tablero, y lea las instrucciones de juego:

Ubique en los espacios indicados las tarjetas para las sorpresas y los acertijos de tal forma que no se vean los mensajes en cada una de ellas.

Las instrucciones a seguir son:

1. El estudiante del primer turno empieza a jugar, lanza el dado y corre con la ficha el número de casillas que indique el dado.
2. Si su ficha se ubica en el tablero en la casilla de una sorpresa o un acertijo; el estudiante escoge al azar entre las tarjetas de sorpresa o acertijo y empieza a resolver.
3. En las sorpresas encontrara el modelo o ecuación ya planteado de una situación, si lo resuelve correctamente tendrá derecho a avanzar una casilla, de lo contrario deberá retroceder una casilla, si otro participante del juego conoce la respuesta acertada podrá darla y con ello podrá avanzar una casilla.
4. En el acertijo encontrara una situación problema que deberá representar a través de una ecuación para luego despejarla y hallarle solución, si lo resuelve correctamente tendrá derecho a avanzar dos casillas, de lo contrario deberá retroceder dos casillas, si otro participante del juego conoce la respuesta acertada podrá darla y con ello podrá avanzar dos casillas.
5. El juego terminara una vez todos los participantes lleguen a la meta estableciendo un orden de llegada para cada uno de ellos, el primer estudiante que llegue a la meta será el ganador.
6. Cada participante deberá realizar el registro de su juego en la siguiente tabla por cada uno de sus turnos. Si le corresponde por su lanzamiento del dado un acertijo o sorpresa debe registrar el número que le correspondió y el proceso de solución.

TURNO	CASILLAS DE AVANCE	CASILLAS QUE RETROCEDE	ACERTIJO QUE SACO	SORPRESA QUE SACO
1				

2				
3				
4				
5				

z. Una vez el ganador de su equipo realice la socialización de la experiencia con el grupo y apoyado en la orientación del profesor, escriba algunas conclusiones frente a todo el proceso seguido para el aprendizaje de las ecuaciones de primer grado como representación en lenguaje algebraico de una situación problema reconociéndola como instrumento de generalización y modelación para dar solución, una vez se realice el respectivo despeje de la incógnita, a la situación planteada.

CONCLUSIONES : CONOCER-HACER	CONCLUSIONES: SER

8. EVALUACIÓN

Complete la matriz de evaluación presentada teniendo en cuenta su desempeño durante el desarrollo de la actividad, señale en qué nivel de dominio se encuentra finalizada la sesión.

NIVEL		JUSTIFICACION	METACOGNICION (AUTOREGULO EL PROCESO DE APRENDIZAJE)
Receptivo-Inicial Tiene nociones sobre el tema y algunos acercamientos a las justificaciones consideradas como válidas. Requiere apoyo continuo.			• ¿Cómo he realizado la actividad? • ¿Es posible mejorar el procedimiento realizado? ¿Por qué? • De las formas propuestas por otros compañeros, ¿cuál me parece conveniente y por qué?
Básico Tiene algunos conceptos esenciales de y puede resolver problemas planteados con algún apoyo.			
Autónomo Se personaliza de su proceso formativo, tiene criterio propio y argumenta los procesos.			
Estratégico Analiza las situaciones presentadas, contrasta y compara para obtener argumentos fundamentados, existe creatividad e innovación al proponer nuevas situaciones.			

ACUERDO DE NORMAS BASICAS PARA EL TRABAJO EN LA SESION Y EN LA GUIA			
ACUERDO			
Siguió las recomendaciones del profesor en cuanto a la conformación de los equipos.			
En el equipo se eligió un(a) coordinador(a), o un relator(a).			
Todos los integrantes del equipo hicieron contribuciones en la realización de las actividades propuestas.			
En el equipo se respetó la opinión de los integrantes, así como en los procesos de socialización.			
Usted diligenció su guía y la archivó en el portafolio para entregarlo finalizada la secuencia.			

Anexo M. FORMATO DE SSECUENCIA DIDÁCTICA

DISEÑO GENERAL DE SECUENCIA DIDÁCTICA			
RUTA GENERAL DE APRENDIZAJE			
IDENTIFICACIÓN DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA		**PROBLEMA SIGNIFICATIVO DEL CONTEXTO**	
ASIGNATURA			
HORAS			
N° de sesiones			
TEMAS			
DOCENTE			
COMPETENCIAS			
COMPETENCIA 1			
SABER CONOCER	**SABER HACER**	**SABER SER**	
COMPETENCIA 2			
SABER CONOCER	**SABER HACER**	**SABER SER**	
COMPETENCIA 3			
SABER CONOCER	**SABER HACER**	**SABER SER**	
SESIONES			
SESIÓN N°		**PROBLEMA SIGNIFICATIVO**	
TIEMPO:			
OBJETIVO :			
RECURSOS:			
DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDAD			
DESCRIPCIÓN DE EVALUACIÓN: CRITERIOS-PROCESO			
ANALISIS DE LA SESIÓN			
REGISTROS DEL DESARROLLO DE LA SESIÓN			

Anexo N. CERTIFICADO DE ËTICA

Certificate of Completion

The National Institutes of Health (NIH) Office of Extramural Research certifies that **Marly Montes Monterrosa** successfully completed the NIH Web-based training course "Protecting Human Research Participants."

Date of Completion: 04/19/2018

Certification Number: 2801070

NIH National Institutes of Health
Office of Extramural Research