

RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL DE OBJETOS CON SISTEMA A REFERENCIA GLOBAL

NÉSTOR ALONSO ARIAS HERNÁNDEZ.



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
BUCARAMANGA
2010**

RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL DE OBJETOS CON SISTEMA A REFERENCIA GLOBAL

NÉSTOR ALONSO ARIAS HERNÁNDEZ.

**Tesis para Optar
al título de:
Doctor en Ciencias Naturales (Física)**

**Director:
Dr. JAIME MENESES FONSECA**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
BUCARAMANGA
2010**

A mi hijo, mi Esposa,
mi Madre, mi Padre
y mis Hermanos.

Agradecimientos

*E*l autor expresa sus agradecimientos a:

COLCIENCIAS por la financiación completa de mis estudios doctorales.

Dr. Jaime E. Meneses Fonseca por su colaboración, confianza, paciencia y apoyo para la realización de este trabajo.

mi adorada esposa quien decidió acompañarme en este difícil y largo camino, que en un principio pense que era un maravilloso sueño y ahora no se que pudo ser.

mi hijo a quien le debo mucho tiempo, y espero que el tiempo me de tiempo.

mi Madre que siempre me inculco que el camino, era el estudio.

mi Padre por su ejemplo...

todos los profesores de la Escuela de Física que contribuyeron en mi formación.

todos los profesores del Grupo de Óptica por sus multiples aportes, discusiones y ayuda que sin duda alguna fueron vitales para dar termino a tan encomiable tarea.

todos los integrantes del Grupo de Óptica, compañeros, amigos y colegas con quienes compartí, los sinsabores y alegrías propios de esta actividad.

todo las personas que constituyen la parte admidistrativa de la Escuela de Física de la Univesidad Industria de Santander.

Dr. Yezid Torres que nos brindo la oportunidad de entrar al mundo de la investigación en Óptica.

Dr. Cesar Torres quien fue oportuno en sus motivaciones y colaboraciones.

Miguel Angel y Fanny por su colaboración durante mi estadía en Besancon-Francia.

Dr. Tijani Gharbi profesor investigador del Laboratoire P. M. Deffieux d'Université Franche-comté, Besancon, Francia por su amable acogida durante la pasantía Doctoral.

la Familia Belin: Jacques, Marie Pierre, Celine y Claire Belin por su amable acogida y hospitalidad en su cálido hogar.

mis amigos Afa, Andra, Ito, Iño, Oño, Ando y Clau con quienes compartí irrecuperables momentos.

todos aquellos que me ayudaron en muchos de los duros momentos y que siempre están ahí.

Resumen

TITULO: RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL DE OBJETOS CON SISTEMA A REFERENCIA GLOBAL.*

AUTOR(ES): NÉSTOR ALONSO ARIAS HERNÁNDEZ.**

PALABRAS CLAVES: Procesamiento de imágenes, medida de desplazamiento, medida de posición, rastreo, detección de fase

En esta Tesis Doctoral se desarrolla una metodología para la reconstrucción tridimensional de objetos con un sistema a referencia global (SRG). Para esto se implementó un sistema de posicionamiento externo y fijo (SRG) que extrae la información de la posición del sistema de reconstrucción, el cual tiene la libertad de medir la topografía del objeto desde diferentes puntos de vista. En este sentido se desarrolló un método que permite medir la posición de una mira especial con resolución subpixel, el cual fué evaluado en su resolución y precisión 2D y 3D, el dispositivo tiene la capacidad de posicionar esta mira con una resolución de 5×10^{-3} píxeles. El dispositivo de posicionamiento implementado puede posicionar la mira en el espacio con una precisión de 33 micras. Además es posible medir las tres coordenadas de posición (X,Y,Z) y tres orientaciones, estas con una resolución de $1,57 \times 10^{-3}$ radianes. Este sistema se evaluó en su precisión, resolución, flexibilidad y factibilidad para reconstruir tridimensionalmente un objeto de gran extensión (por encima del límite de observación axial y transversal de la cabeza óptica) con alta resolución. Se desarrollaron dos sistemas de reconstrucción que explotan esta técnica de posicionamiento: El primero es basado en un sensor óptico de reconstrucción 3D de proyección de línea laser. El segundo es un microscópico interferométrico en el cual se utiliza la mira de posicionamiento para realizar el barrido axial con un paso de 28 nanómetros, permitiendo obtener la topografía de un objeto con detalles máximos de hasta $1mm$ de altura.

*Tesis Doctoral

**UIS, Facultad de Ciencias, Escuela de Física, Director: Jaime E. Meneses F.

Abstract

TITLE:THREE-DIMENSIONAL RECONSTRUCTION OF OBJETOS WITH GLOBAL REFERENCE SYSTEM.*

AUTHOR(S): NÉSTOR ALONSO ARIAS HERNÁNDEZ.**.

KEYWORDS: image processing, displacement measurement, position measurement, tracking, phase detection

It this thesis develops a methodology for three-dimensional reconstruction of objects with a global reference system (GRS). To implement a system that is external and fixed positioning, extracting the information from the position of the reconstruction system, which is free to measure the topography of the object from different angles of vision. In this sense, it has developed a method to measure the position of a special target with subpixel resolution, which was evaluated both in its resolution and precision 2D and 3D. the device has the ability to position the target at a resolution of 5×10^{-3} pixels. The positioning device implemented to position the target in space with an accuracy of 33 microns. It is also possible to measure the three location coordinates (X, Y, Z) and three orientations and three directions, these with a resolution of $1,57 \times 10^{-3}$ radians. this method is combined with a technique to measure positions in three dimensional space known as stereo vision. The whole system was evaluated in its accuracy, resolution, flexibility and feasibility to reconstruct three-dimensional very large objects above the observation limit axial and transverse optical head with high resolution. Two systems were developed that exploit this technique reconstruction positioning: the first is an optical sensor based on 3D reconstruction of laser line projection. The second is an interferometric microscope in which the target special is used for positioning the axial scan with a step of 28 nm.

*Doctoral Thesis

**UIS, Facultad de Ciencias Básica, Escuela de Física, Supervisor: Dr. Jaime E. Meneses F.

CONTENIDO

Índice de Figuras	12
Índice de Tablas	14
Introducción	16
1.1. Problema	16
1.2. Marco Referente	19
1.3. Organización del Trabajo	21
2. Posicionamiento 2D	23
2.1. Fundamentos del Método	24
2.2. Resultados Experimentales	27
2.2.1. Descripción del Montaje	27
2.2.2. Posicionamiento	28
2.2.3. Rotación	29
3. Posicionamiento 3D	37
3.1. Principio de Medida	37
3.1.1. Medida de la posición en el plano	37
3.1.2. Medida de la posición fuera de plano	38
3.2. Experimentos y Resultados	41
3.2.1. Descripción de la mira utilizada	41
3.2.2. Demostración del Método	41
4. Reconstrucción 3D con Referencia Global	48
4.1. Introducción	48
4.2. Arquitectura Propuesta.	48
4.3. Calibración del Sistema.	50
4.3.1. Sistema de reconstrucción 3D	50
4.3.2. Sistema de Visión Estéreo.	51
4.3.3. Posicionamiento Global.	51
4.3.4. Resultados experimentales del posicionamiento.	53
4.4. Evaluación experimental del dispositivo de reconstrucción 3D.	57

4.4.1. Análisis 2-D del sistema de posicionamiento global.	57
4.4.2. Análisis 3D del sistema de posicionamiento global.	58
4.5. Reconstrucción Tridimensional de Objetos.	59
5. Reconstrucción 3D a Baja Escala	63
5.1. Introducción	63
5.2. Sistema de Microscopía interferencial tipo Mirau.	65
5.3. Análisis de Franjas de Interferencia de luz Policromática.	65
5.3.1. Detección de Máximos	68
5.4. Dispositivo Experimental.	69
5.5. Resultados Experimentales.	69
5.5.1. Calibración del Sistema.	69
5.5.2. Resultados.	73
Conclusiones	74
Perspectivas	76
Apéndice A	79
Bibliografía	95

ÍNDICE DE FIGURAS

2.1.	Imagen de la mira sin defecto y su respectivo módulo	24
2.2.	Módulo, fase, máscara y fase de trabajo de la mira sin defecto.	25
2.3.	Fase continua para cada lóbulo filtrado de la mira sin defecto.	26
2.4.	Imagen de la mira sin defecto y los puntos localizados	27
2.5.	Esquema del montaje realizado.	28
2.6.	Dispersion de las posiciones para la mira con y sin defecto.	29
2.7.	Trayectoria calculada de la mira sin defecto.	30
2.8.	Posiciones e inclinación de la mira sin defecto.	30
2.9.	Imagen de la mira con el defecto y su módulo	31
2.10.	Módulos y fases de miras con y sin defecto	32
2.11.	Mascara y fase de trabajo para mira con defecto.	33
2.12.	Imagen de la mira con defecto y puntos localizados sobre ella.	34
2.13.	Trayectoria calculada para la mira con defecto.	34
2.14.	Posiciones e inclinación de la mira con defecto.	35
3.1.	Configuración y calibración del sistema estéreo.	39
3.2.	Miras registradas por cada cámara del sistema estéreo.	40
3.3.	Dispersion de la medida la posición XYZ	43
3.4.	Medida del desplazamiento de la señal "FEMTO-ST UIS GOTS".	44
3.5.	Una ampliación de la trayectoria en el interior de un voxel de la figura 3.4(c).	45
3.6.	Evaluación del limite de rotación respecto de los ejes X , Y y Z	46
3.7.	Medida de la rotación a 360 grados en diferentes inclinaciones.	47
4.1.	Esquema del dispositivo de reconstrucción 3D a manos libres.	49
4.2.	Curva de calibración y Modelo Pinhole.	50
4.3.	Matriz de LEDs implementada en el dispositivo.	52
4.4.	Imagen de la matriz y el módulo de su TF.	53
4.5.	Sistemas de referencia	55
4.6.	Imágenes capturadas por la CCDs	56
4.7.	Imágenes capturadas por la CCDs y plano de calibración $z = 0$	56
4.8.	Dispersión de las coordenadas del centro de la mira.	58
4.9.	Evaluación de desplazamientos paralelos y perpendiculares.	58
4.10.	Datos experimentales de las variaciones angulares.	59

4.11.	Imágenes del la interface de control.	60
4.12.	Resultados de algunas reconstrucciones realizadas.	61
5.1.	Esquema de sistema interferométrico.	64
5.2.	Esquema del interferómetro Mirau	65
5.3.	Perfil del interferograma	67
5.4.	Representación de diferentes etapas de la perfilometría	68
5.5.	Imagen de la mira, campo de observación	70
5.6.	Dispersión de la medida de 100 posiciones sin desplazamiento.	71
5.7.	Método para cálculo de desplazamiento y topografía.	71
5.8.	Resultados de reconstrucciones realizadas.	72

ÍNDICE DE TABLAS

2.1.	Estadística para 100 medidas sin desplazamiento (método 1).	29
2.2.	Estadística para 100 medidas sin desplazamiento (método 2).	36
3.1.	Resultados de calibración para el sistema estéreo.	38
3.2.	Estadística de σ para un desplazamiento de $1mm$	42
3.3.	Estadística para 100 medidas sin desplazamiento.	42

Exordio

1.1. Problema

La demanda de alta calidad en la reconstrucción tridimensional (3D) de objetos físicos complejos está creciendo en una amplia gama de aplicaciones (industrial, entrenamiento, medicina, entretenimiento, arquitectura, etc.). En el campo de la visión por computador los modelos para adquirir la forma de un objeto real, se han desarrollado vertiginosamente. Numerosas aplicaciones requieren de la visión por computador o metodologías afines para la reconstrucción tridimensional de objetos.

La automatización de los métodos convencionales, en donde se emplea mucho tiempo en la reconstrucción, permite mejorar el rendimiento y la calidad, reduciendo la exigencia de una gran habilidad del operario y al mismo tiempo del costo de operación. Existe un limitado número de sistemas comerciales (Rapidscan, Adaptive Scan, etc) que ofrecen herramientas semiautomáticas o automáticas. Infortunadamente estos sistemas son diseñados para aplicaciones específicas, permitiendo escanear objetos de dimensiones máximas y resoluciones fijas. De igual manera, el software de control, procesamiento y visualización de resultados es cerrado, lo cual no permite alteraciones posibles. Por lo tanto, se puede decir, que no existen hasta ahora dispositivos de reconstrucción 3D automáticos de propósito general para la digitalización de la topografía de objetos.

Para la reconstrucción 3D e inspección de objetos se usan sensores de medición tanto mecánicos como ópticos. Dispositivos tales como: medidores mecánicos de coordenadas, que ejecutan movimientos mecánicos precisos y por medio de una sonda de contacto alcanzan medidas de alta precisión (de $1\text{ }\mu\text{m}$ para una calibración específica y operada por un técnico experto). Sin embargo, la adquisición y costo de operación para cada precisión requerida es alta. Con una tasa de adquisición de datos relativamente baja, estos dispositivos son generalmente convenientes sólo en aplicaciones de muestreo esparcido. Por otro lado, los sensores ópticos tienen precisiones bajas con respecto a los dispositivos mecánicos, pero, son de bajo presupuesto y costo de operación, alta densidad de muestreo, son de no contacto, soportan altas tasas de transferencia, permiten facilidad de almacenamiento y el procesamiento digital de datos.

Las técnicas de reconstrucción 3D basadas en proyección de luz estructurada existen en

una gran variedad de diseños y principios, cada una de ellas con sus ventajas y desventajas, dependiendo del problema a solucionar. La exigencia de este problema puede estar orientada a requerir una alta precisión, resolución, tiempo de cálculo, campo de observación, etc. Sin embargo, existen relaciones de carácter inverso entre algunas de estas exigencias a la hora de diseñar un dispositivo de reconstrucción 3D; por ejemplo: entre el campo de observación y la resolución; mientras más resolución tenga el dispositivo diseñado, menor campo visual tendrá. Del mismo modo, la profundidad de trabajo del sistema de reconstrucción 3D varía de forma inversa al aumento de la resolución; esto es, a mayor resolución menor profundidad de trabajo y viceversa. Unido a esto, otro inconveniente como la oclusión, la cual es inherente a los sistemas de reconstrucción 3D, ocasiona un impedimento para acceder a una total información topográfica del objeto.

Este comportamiento del cual no es fácil desligarse, es en algunas ocasiones un inconveniente. En particular, cuando se quiere mantener una alta resolución del sistema de reconstrucción 3D, por que el problema lo exige, y al mismo tiempo se desea tener acceso a información en un extenso campo visual y profundidad de trabajo; con lo cual se exceden las limitaciones propias del sistema de reconstrucción.

Aunque este problema ya ha sido abordado [29] [30], no ha sido definitivamente resuelto, en cuanto a lograr la reconstrucción de un objeto, con un extenso campo visual (dado por el tamaño del objeto) y mantener una alta resolución del sistema óptico. Estos primeros trabajos han implementado metodologías que implican diseños voluminosos, en donde se sacrifica la resolución por ganar volumen de trabajo y en muchos casos el método es *off-line*^{*}.

Se hace necesario realizar esfuerzos en encontrar nuevas metodologías, que permitan reconstruir objetos de gran extensión, sin pérdida de información debido a la oclusión y al mismo tiempo mantener tanto una alta resolución del sistema de reconstrucción 3D, como gran volumen de trabajo, con gran flexibilidad, maniobrabilidad, siendo estas características requeridas en muchas de las futuras aplicaciones.

Debido a las leyes que rigen la óptica geométrica, un sistema formador de imágenes tal como el ojo humano o una cámara fotográfica pierde información topográfica del objeto medida en dirección axial. Diferentes estrategias se han diseñado para recuperar esta información perdida, basándose principalmente en la codificación de esta variable en otra que pueda ser procesada digital o analógicamente. Dentro de estas estrategias se destacan los métodos ópticos de reconstrucción 3D debido principalmente a sus características no invasivas y a los rangos variables de resolución y campos de observación ofrecidos acorde a las necesidades metrológicas. Por otro lado, en el dominio industrial y médico se ha generado una fuerte necesidad de utilizar la información tridimensional, necesaria por ejemplo, para procesos de control de calidad, en el diseño y construcción asistidos por computador de prótesis articulares, modelamiento 3D de estructuras, posicionamiento espacial de catéteres dentro del cuerpo humano, etc. De igual forma, los resultados de proyectos de investigación realizados principalmente en centros educativos, han generado dispositivos de medida 3D que actualmente se encuentran en el mercado y compiten entre sí para satisfacer necesidades industriales y médicas. Aunque existe una gran variedad de dispositivos comerciales, también existen necesidades metrológicas particulares con condiciones muy específicas, que reducen el número de dispositivos posibles en la solución al problema, y en muchos casos es necesario desarrollar nuevos dispositivos. Por

^{*}procesado fuera de línea.

ejemplo, un dispositivo comercial de reconstrucción 3D de objetos a escala intermedia, con características metrológicas muy buenas, que puede reconstruir objetos de dimensiones máximas $254\text{ mm} \times 254\text{ mm} \times 406\text{ mm}$ a 360° de observación, no puede ser empleado para solucionar el problema planteado por algunos museos italianos para la conservación y protección de esculturas artísticas valiosas; donde se debe obtener una reconstrucción 3D digital de cada escultura con observación a 360° y alta resolución. El grupo de investigación de la Universidad de Stanford y de la Universidad de Washington conformado por 30 personas entre estudiantes y profesores, desarrollaron un sistema de reconstrucción 3D basado en el método de triangulación láser por proyección lineal de alta resolución [31] [32] [33] [34]. En este dispositivo, la cabeza óptica proyecta una línea láser sobre la superficie del objeto que es ubicada sobre motores de traslación y rotación computarizados de gran desplazamiento y alta resolución.

De igual forma, existen sistemas comerciales que son utilizados para digitalizar objetos a partir de la técnica de proyección de franjas utilizados en la industria automovilística. El dispositivo presenta una excelente resolución para reconstruir objetos de algunos centímetros cuadrados de dimensión transversal y emplea un brazo robotizado de alta resolución para reconstruir objetos grandes, ensamblando secciones locales. Pero este dispositivo no puede ser empleado en la reconstrucción 3D de líneas de expresión o arrugas, necesitado por la empresa L'Óreal de Francia para verificar la eficacia de un producto en la reducción de la profundidad en estrías y arrugas. La dificultad radica principalmente en las características de la superficie del objeto: la piel humana degrada el contraste de las franjas proyectadas debido a la retrodifusión de la luz por las capas internas. De esta manera, el procedimiento convencional de tratamiento de imágenes empleado en la técnica de proyección de franjas no puede ser empleado. El GOTS (Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales- UIS) junto con el Département d'Optique de FEMTO ST de Francia, generaron un dispositivo de reconstrucción 3D que permitió obtener reconstrucciones 3D de la piel humana para su caracterización y el estudio de su evolución temporal[35].

Como se puede ver en los casos anteriores, la mayoría de los métodos de reconstrucción 3D requieren de elementos precisos de traslación y/o rotación para generar la figura 3D reconstruida. Por ejemplo, en la reconstrucción 3D del rostro humano se puede emplear un espejo galvanométrico, controlado desde un computador para deflectar a posiciones conocidas y precisas de una línea láser que se proyecta sobre la superficie. De igual forma, se pueden proyectar simultáneamente muchas franjas y sin necesidad de sistemas de desplazamiento se puede reconstruir el rostro humano rápidamente con igual precisión.

En las mayorías de reconstrucciones 3D de alta resolución se utilizan mecanismos de traslación y rotación de gran precisión que limitan su utilización, especialmente en medios industriales. En esta investigación se desea combinar reconstrucciones 3D de gran precisión y un sistema de posicionamiento global. Para que sea útil el dispositivo, se tiene que imponer al sistema de posicionamiento global una resolución igual o mejor a la obtenida en el sistema de reconstrucción. El desarrollo de una nueva metodología permitirá el diseño y construcción de dispositivos de alta resolución, con gran flexibilidad y maniobrabilidad, que permita obtener información tridimensional del objeto, superando las limitaciones propias de un sistema clásico de reconstrucción 3D, además, permitirá la solución de problemas en medios industriales. Su principal característica, ser posicionado a mano libre, abre la posibilidad de numerosas aplicaciones en situaciones donde la información 2D y 3D sea importante.

Obtener información 3D de un objeto con alta precisión y resolución es definitivamente importante, sobre todo si este objeto tiene detalles finos que requieren de un sistema de alta resolución. Pero, si estos detalles están distribuidos en una gran extensión sobre el objeto, fuera del campo visual, de la profundidad de trabajo y en zonas de oclusión, es absolutamente necesario explorar nuevas metodologías que permitan obtener la información completa del objeto, manteniendo una alta precisión y resolución. Sistemas con estas propiedades, permitirán solucionar problemas que requieren de maniobrabilidad, flexibilidad y movilidad; características que son requeridas en muchas situaciones de diferentes áreas de la industria, tales como: la medicina, la industria automotriz, la criminalística, entre otros, dando paso a innumerables aplicaciones.

Los resultados básicos de esta investigación permitirán diseñar y construir dispositivos de reconstrucción 3D a manos libres, necesarios y útiles en innumerables aplicaciones industriales. Estos dispositivos permitirán escanear objetos, sin utilizar mecanismos de traslación y/o rotación. La flexibilidad y la portabilidad de este tipo de dispositivos, permite realizar la digitalización tridimensional de la superficie de un objeto, teniendo acceso a regiones ocultas, difíciles de digitalizar, empleando sistemas clásicos de reconstrucción 3D.

1.2. Marco Referente

Un sensor rango compacto portable, se puede utilizar siempre que el tiempo de integración del sensor sea bastante pequeño con respecto al movimiento de este relativo al objeto. Son ejemplos de esto, los primeros dispositivos que se comercializaron por compañías Electro-Optical Information Systems Corporation (EOIS) y Minolta. En ambos casos, un patrón de luz es proyectado sobre el objeto, el cual está constituido por un sensor Moiré con un volumen de trabajo de $200 \times 200 \times 120mm$. Posteriormente se construyó otro utilizando una cámara digital con un flash adaptado para proyectar un patrón de luz estructurada. Este ultimo sensor, es apropiado para objetos de tamaño de 100 a 400mm a una distancia de 500 a 900mm de trabajo. Otro sensor utiliza 6 cámaras para observar el patrón proyectado[9].

Para integrar los datos de diferentes puntos de vista o ángulos de visión, es interesante y conveniente anexarle a estos sensores un dispositivo de posicionamiento que proveerá de una transformación entre el sistema coordenado relativo a la cámara rango y un sistema coordenado global fijo. Es esencial que cada frame 3D obtenido esté sincronizado con el sistema de posicionamiento.

Hay varios tipos de dispositivos de posicionamiento global tales como: mecánicos, electromagnéticos, acústicos, ópticos e inerciales. Los brazos mecánicos son bastante precisos. Por ejemplo The Gold Faro Arm [11] puede medir puntos 3D por contacto con 25 micrómetros de resolución. Una serie de dispositivos de triangulación láser han sido acoplados a brazos mecánicos[10], tales como: como 3DScanner [12], Kreon Industries[13], Biris[14], estos son algunos ejemplos de productos comerciales que ofrecen para reconstrucción 3D con referencia global o relativa al objeto. Sin embargo, cuando es necesario moverse alrededor de objetos, el dispositivo tiene sus limitaciones, se hace necesario combinarlo con un sistema de rotación.

Los sensores electromagnéticos ofrecen más libertad de movimiento, pero menos precisión. Estos son muy sensibles a la presencia de objetos metálicos. Aunque este tipo de dispositivos de desplazamiento son usados en el FastScan [16], distribuido por Polhemus e inicialmente desarrollado por Industrial Research es probablemente el más conocido [17]. Este sensor rango está provisto de dos cámaras en sus extremos, separadas a $450mm$ y con un plano láser en el centro de ellas. El transmisor se fija al objeto, y el receptor montado al sensor rango. La salida del sensor es de 50 líneas/seg con una distancia de trabajo de aproximadamente $200mm$. De acuerdo con las especificaciones, la precisión es del orden de $1mm$.

Del mismo modo, dispositivos acústicos y ópticos son alternativas bastante interesantes. En el caso óptico, se han utilizado LEDs, los cuales fijados al sensor hacen posible seguir el rastro por medio de cámaras que están montadas sobre una base [18]. Es necesario asegurarse que el sensor esté siempre en el campo de visión de las cámaras. Los sistemas inerciales que combinan giroscopios y acelerómetros, también se han utilizado en fotogrametría [19]. Si el movimiento es demasiado pequeño y la precisión es suficiente para percibirlo, esta metodología puede ser una alternativa promisoría.

Eliminar el dispositivo de posicionamiento sería lo deseado. Esto puede ser posible si el sensor puede referenciarse a sí mismo, a partir de la información que el observa. Se han hecho esfuerzos importantes en esta dirección [20]. Por ejemplo, la detección en forma natural de una señal específica y la precisión del cálculo de su posición son problemas desafiantes. Roth y Whitehead [21] direccionaron este problema en la perspectiva de combinar el posicionamiento pasivo y sensado activo. Un enfoque diferente consiste en la colocación de marcas 2D y 3D en la escena[22][23].

Una clase de sensor rango portable ha sido propuesto para disminuir la complejidad del sistema. Ya que un sensor rango activo está compuesto de un sistema de iluminación y un fotosensor (cámara), es posible entonces, mantener este último fijo y controlar manualmente la iluminación para escanear el objeto. Este es el caso de, Bouguet and Perona [24] que usando una cámara previamente calibrada y montada sobre un trípode y también calibrando un plano de referencia, sobre el cual el objeto puede ser montado. Usando una lámpara de escritorio como una fuente puntual fija de posición conocida, ellos escanean la escena por medio de la sombra proyectada por una vara sobre el objeto, así como el plano de referencia. Ellos demostraron la viabilidad de la metodología para objetos de gran dimensión y puede ser bastante apropiado para objetos pequeños. Inmersion [25] comercializa una adaptación para objeto pequeños ($< 300mm$) provisto de una tabla de rotación.

Para evitar planos de referencia que deben siempre ser visibles, Fisher et al [26] han modificado la idea inicial de Bouguet and Perona utilizando una vara modificada, cuya forma es triangular de dimensiones conocidas e incluye dos marcas de posicionamiento. Esto hace posible la intersección de las sombras y el objeto usando una cámara previamente calibrada fija, provista de una fuente. La idea es interesante para objetos que no se pueden desplazar o donde no es posible instalar planos de referencia que sean visibles en la imagen.

Takatsuka et al [27] también usaron una cámara calibrada y un proyector de puntos láser portable sobre la cual 3 LEDs verdes, son fijados a lo largo del eje óptico del laser. Durante el escaneo, las coordenadas de los tres puntos son calculadas, desde su imagen 2D para

determinar el eje óptico del láser. Las coordenadas 3D de los puntos proyectados sobre el objeto son estimadas como la intersección de la dirección de visualización de la cámara y el eje del láser. El sistema *Autoscan* [28] utiliza en lugar de eso, dos cámaras montadas sobre un trípode y un proyector de punto láser portable. Con un línea base de $1m$ y una distancia de trabajo de $1,5m$, las medidas son capturadas a $100Hz$ con una precisión de $0,1mm$.

1.3. Organización del Trabajo

Esta Tesis Doctoral tiene como propósito diseñar e implementar un sistema de reconstrucción tridimensional a manos libres, es decir, un sistema de reconstrucción 3D que tenga la posibilidad de acceder a información topográfica en la que normalmente un sistema convencional 3D tendría dificultades. Por esto, el sistema debe tener como características: la portabilidad y la maniobrabilidad sin perder características propias de sistema de reconstrucción tales como la resolución. Para tal fin, se considera un sistema provisto de un sistema de posicionamiento externo y fijo, y además un sistema de reconstrucción cuyo diseño está enmarcado dentro de las arquitecturas de proyección de una línea laser sobre el objeto.

La construcción de este dispositivo exige que la resolución del sistema de posicionamiento sea mayor o igual a la resolución del sistema de reconstrucción 3D. En este sentido, hay dos caminos a tomar: una es la disminución de la resolución del sistema de reconstrucción 3D frente a la del sistema de posicionamiento y otra el aumento de la resolución del sistema de posicionamiento frente a la del sistema de reconstrucción 3D. En esta Tesis Doctoral tomamos como centro del problema el mejorar la resolución del sistema de posicionamiento con el propósito de obtener información extensa del objeto sin sacrificar la resolución del sistema de reconstrucción 3D.

En el Capítulo 2 se expone el proceso seguido para lograr mayor resolución en el sistema de posicionamiento. A partir de un arreglo periódico bidimensional finito es posible aumentar la resolución en el posicionamiento de éste, cuando es registrado por una cámara. Se describe el método de Takeda [43], utilizado para la extracción de la fase, la cual permite aumentar la sensibilidad en el posicionamiento. Se analiza y evalúa la resolución y rango de desplazamiento y rotación del sistema para el posicionamiento de la mira cuando es registrada por una cámara.

En el Capítulo 3 se presenta la metodología llevada a cabo para posicionar el arreglo periódico bidimensional finito en el espacio 3D, utilizando un sistema estéreo cruzado provisto de dos cámaras. Se evalúa este sistema en su precisión, resolución y volumen de trabajo. Se muestra la versatilidad del método para posicionar un objeto en el espacio a alta precisión y a resolución subvoxel.

En el Capítulo 4 se presenta la metodología seguida para la implementación de un sistema de reconstrucción 3D a manos libres que permite la medir la topografía de objetos de gran dimension. Se muestra la calibración y los resultados obtenidos en la reconstrucción de objetos extensos que superan el rango de trabajo del sistema de reconstrucción. De igual forma, se presenta las características y rangos de trabajo del sistema

En el Capítulo 5 se presenta el proceso para reconstruir objetos de baja escala utilizando un microscopio interferométrico tipo Mirau. En esta parte, se muestra el proceso seguido para la reconstrucción de objetos por el método de detección de máximos. Se aprovechan las bondades del aumento de la resolución en el posicionamiento dado por el diseño de la mira. Finalmente se presentan las conclusiones generales del trabajo y algunas perspectivas del trabajo.

En el Apéndice A se presenta los conceptos básicos necesarios para la calibración de cámaras utilizando el modelo Pin-Hole. También se muestra el proceso seguido en la calibración de una cámara y de un sistema estéreo provisto de dos cámaras. Además se describe la metodología necesaria para calcular la posición en el espacio 3D a partir de puntos homólogos obtenidos en cada cámara.

CAPÍTULO 2

Posicionamiento 2D

En este capítulo se implementa un método que permite medir con alta precisión, la posición, el desplazamiento y la orientación en el plano de un objeto móvil. Se fija una mira de referencia al objeto de estudio y se localiza en la escena por medio de un sistema de visión estático con resolución subpixel, en el plano perpendicular al eje óptico (in-plane) de la cámara. La utilización de la transformada de Fourier bidimensional, asociada a la aproximación del plano de fase, permite la alta resolución del sistema.

El problema de medida de la posición y del desplazamiento ha sido ampliamente estudiado y aplicado en varios campos de la ciencia e ingeniería y se han propuesto varios sensores de posición o métodos de medida [36][37][38][39][41][42]. En este trabajo, se desarrolla un método sensible a la fase para la medida de la posición y desplazamiento de un objeto en una escena 2D. Este método se basa en la determinación de la posición del patrón de referencia usando información de la distribución de fase asociada a ésta. El patrón de referencia está constituido de una distribución regular de cuadros blancos en un fondo negro, cuyo espectro genera una distribución de fase 2D discreta. La reconstrucción de la fase absoluta asociada a cada conjunto de franjas en cada dirección perpendicular permite la localización precisa del centro de la mira, que conduce a la determinación subpixel de la posición del objeto. Los desplazamientos son calculados a partir de dos posiciones consecutivas. Este método permite así mismo autocalibrarse, dado que la longitud de referencia es provista por el patrón de referencia de fase. Las limitaciones que presenta este método son debidas principalmente a la introducción de la distorsión de la imagen producida por el sistema óptico y que puede solucionarse fácilmente con una calibración del sistema óptico y la implementación de procedimientos de compensación. En la sección 2.1 se presenta los fundamentos del método, así como el patrón usado (mira), también un resumen del procesado digital de imágenes necesario para el cálculo de la posición y orientación de la mira. En la sección 2.2 se presentan los resultados experimentales para dos métodos (con y sin defecto en la mira). En ésta se muestra la resolución en desplazamiento y orientación, del mismo modo se presenta el comportamiento del sistema al seguimiento del objeto en una trayectoria determinada tanto en desplazamiento como en rotación.

2.1. Fundamentos del Método

Utilizando el mismo principio aplicado por [36],[37],[38], se utilizó una mira cuadrada como la que se muestra en la figura 2.1(a), con 15x15 cuadros pequeños blancos.

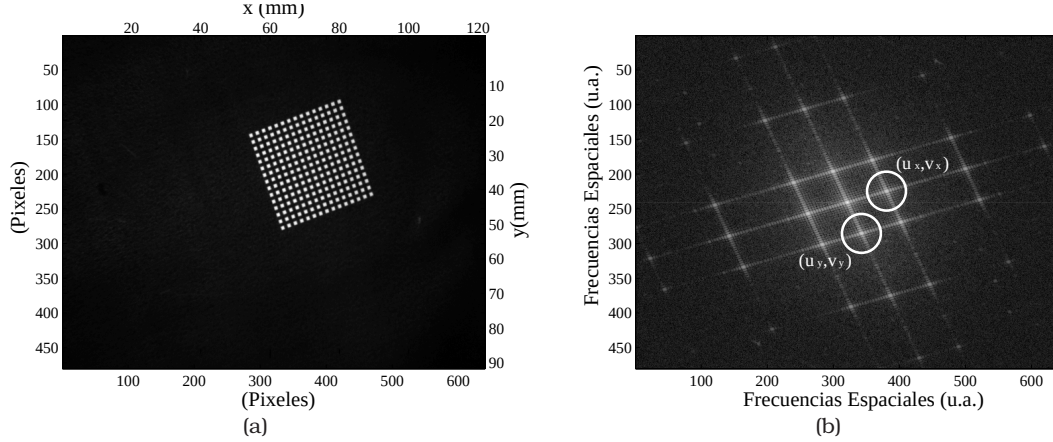


Figura 2.1. (a) Imagen obtenida por la CCD, de la mira empleada. (b) módulo sobre el espacio de frecuencias espaciales.

Sobre la figura 2.1(b), puede verse la distribución sobre el espacio de frecuencias espaciales, con ayuda de la Transformada de Fourier (TF) de la imagen obtenida por la CCD (Figura 2.1(a)). Entonces, se puede escribir la relación entre dos imágenes por medio de la ecuación siguiente.

$$F(u, v) = \int_{x, y} f(x, y) \exp\{2i\pi(xu + yv)\} dx dy, \quad (2.1)$$

donde la función espacial $f(x, y)$ es la distribución de intensidad de la imagen y (u_i, v_i) definen las variables frecuenciales. Debido a que el patrón de referencia posee dos sistemas de franjas perpendiculares entre si (frecuencias no cruzadas, para nuestro caso), se calcula la distribución de fase 2D de cada sistema de franjas, utilizando el algoritmo de extracción de fase por transformada de Fourier bidimensional, en la cual se utilizan dos ventanas de *Hamming* centradas en los primeros armónicos ortogonales, de la cual se obtiene dos distribuciones filtradas del espectro de la imagen $F_i(u, v)$;

$$F_i(u, v) = F(u, v) \cdot w(u - u_i, v - v_i) \quad i = 1, 2 \quad (2.2)$$

Al aplicarse la transformada de Fourier inversa bidimensional, por cada distribución de frecuencias filtradas, se obtiene:

$$f_i(x, y) = \int_{u, v} F_i(u, v) \exp\{-2i\pi(xu + yv)\} du dv \quad i = 1, 2 \quad (2.3)$$

A partir de la distribución compleja $f_i(x, y)$, se calcula el módulo $M_i(x, y)$ y la fase $P_i(x, y)$ de cada función.

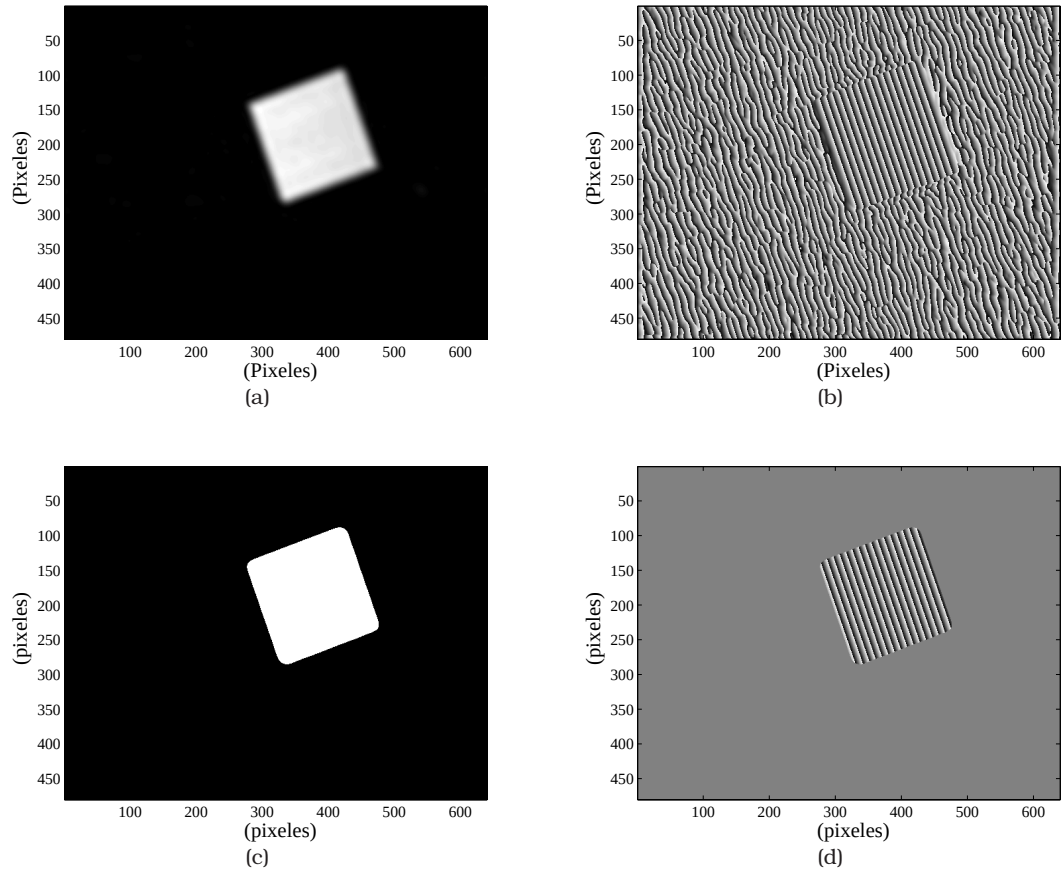


Figura 2.2. (a y b) El Módulo $M_1(x,y)$ y la fase $p_1(x,y)$ obtenida a partir de lóbulo (u_x, v_y) , (c) La máscara obtenida a partir del módulo $M_2(x,y)$ y (d) $p_2(x,y)$ la fase de trabajo.

$$M_i(x, y) = f_i(x, y) \cdot f_i^*(x, y) \quad i = 1, 2 \quad (2.4)$$

$$p_i(x, y) = \text{atan} \left[\frac{\Im(f_i(x, y))}{\Re(f_i(x, y))} \right]$$

La figura 2.2(a y b) muestra el módulo y la fase discontinua obtenidas con las ecuaciones 2.4. La selección de la región útil, que posee información del sistema de franjas se realiza utilizando una máscara binaria obtenida de $M_i(x, y)$. El umbral de binarización se obtiene de tal manera que el número de discontinuidades es igual al número de franjas y cuadros en cada sistema de franjas. Debido al adecuado contraste obtenido experimentalmente, un umbral de 0.1 para $M_i(x, y)$ el normalizado, selecciona correctamente la región útil. La figura 2.2(d) muestra la fase discontinua seleccionada usando la máscara de la figura 2.2(c).

La figura 2.3(a y b) muestra la fase continua después de realizar un procedimiento de corrección de fase discontinua. Utilizando como punto de partida el centroide de la máscara binaria. Con un procedimiento de regresión lineal a partir de la fase continua calculada, se buscan los coeficientes a_i , b_i y c_i , del plano de interpolación, definido por:

$$P_i(x, y) = a_i x + b_i y + c_i \quad i = 1, 2 \quad (2.5)$$

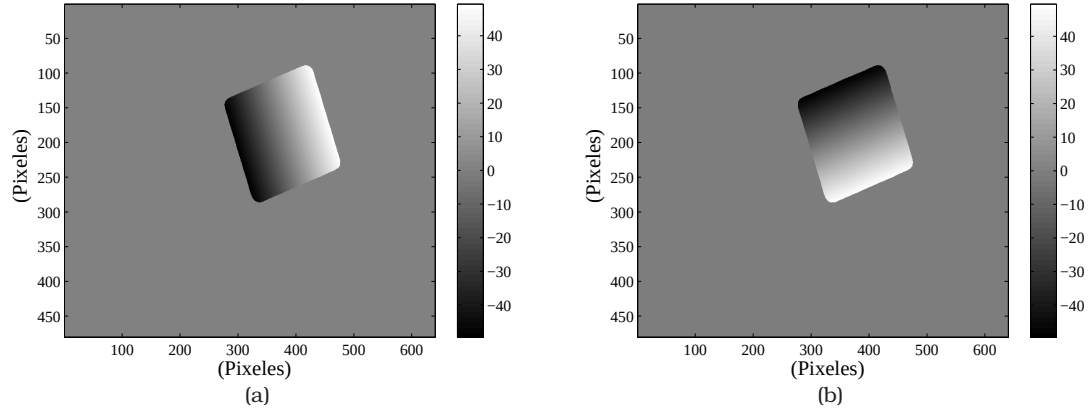


Figura 2.3. (a y b) Fase continua para cada lóbulo filtrado (u_1, v_1) y (u_2, v_2) .

Esta última aproximación permite calcular el valor de la fase en todos los puntos del espacio para cada plano. Conociendo que el centro de cada cuadro específico del patrón de referencia corresponde a valores de fase P_1, P_2 de cada distribución de fase, la ec. 2.7 puede ser utilizada para calcular la coordenada (x, y) del centro del cuadro deseado. Así, conociendo P_1 y P_2 las coordenadas de posición se obtienen al resolver el sistema de ecuaciones.

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_1 - c_1 \\ P_2 - c_2 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

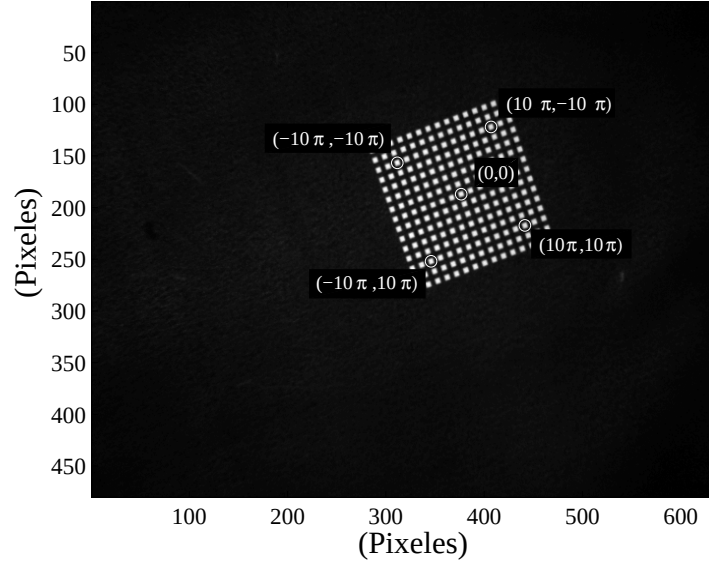


Figura 2.4. Imagen de la mira y los puntos localizados sobre el, en los cuales se designan los valores de (P_1, P_2) sobre la ecuación 2.6.

A partir de la ecuación anterior se calculan las coordenadas de cinco centros de cuadros sobre la mira, el cuadro del centro y los cuatro cuadros de las esquinas. El cuadro del centro permite determinar con una precisión subpixel la posición de la mira, y los otros permiten calcular su orientación. La figura 2.4 representa la mira y los puntos localizados sobre ella.

Este método permite también realizar una calibración del tamaño del pixel en la dirección x e y , usando el plano de fase de ajuste y los parámetros espaciales conocidos de la mira, a partir de:

$$\Delta x = \frac{a_i}{2\pi\nu_0 \cos(\theta_i)} \quad i = 1, 2 \quad (2.7)$$

$$\Delta y = \frac{b_i}{2\pi\nu_0 \sin(\theta_i)} \quad (2.8)$$

Donde ν_0 es la frecuencia de la mira y θ_i es el ángulo de inclinación de la mira para la dirección i . En este caso se determina el tamaño del pixel Δx y Δy en $190,5 \mu m$ y $190,9 \mu m$, respectivamente.

2.2. Resultados Experimentales

2.2.1. Descripción del Montaje

Método 1

La mira es realizada con la ayuda de una impresora láser sobre papel normal. Ella esta constituida de 15 pequeños cuadros de $1,023 mm$ de lado, estableciéndose un arreglo de

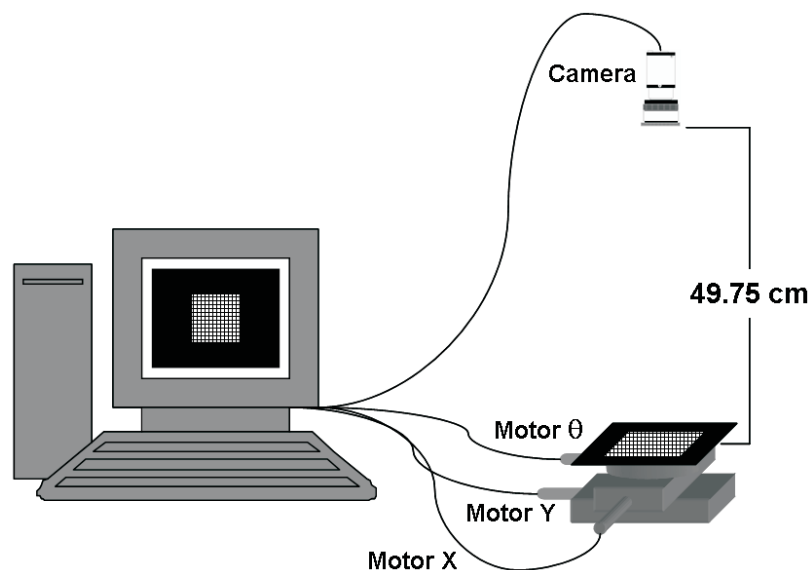


Figura 2.5. Esquema del montaje realizado.

período igual a $1,932\text{ mm}$ (una frecuencia de $0,51174\text{ mm}^{-1}$) en las dos direcciones (x e y). Ocupando así una región cuadrada de $28,08 \times 28,08\text{ mm}^2$.

Se emplea una cámara para registrar la mira, como se muestra en la figura 2.5. El aumento del objetivo y la resolución del sensor de la cámara determinan la precisión de posicionamiento y rango de trabajo transversal; En este caso, se utiliza un objetivo de 12 mm y una cámara de 480×640 píxeles de μEye . Con el fin de evaluar el sistema, la mira se fija sobre la parte superior de un objeto móvil, cuya posición es comandada por tres motores de *ThorLabs* como se muestra en la figura 2.5. Dos motores aseguran los desplazamientos en la dirección X e Y (transversales al eje óptico del sistema), los cuales tienen un rango de movimiento de 25 mm con una resolución de 40 nm y por otro, un motor que permite realizar rotaciones completas sobre su eje (aproximadamente paralelo el eje óptico de la cámara) con una resolución de $2,16\text{ arcsec}$.

2.2.2. Posicionamiento

Una primera serie de mediciones se realizó para calcular el error del sistema al determinar la posición de la mira. La figura 3.3(a) muestra los valores calculados para la mira en 100 medidas realizadas, sin desplazamiento de la mira. En la tabla 2.1, se reporta la medida pico valle (peak valley) y la desviación estándar para la nube de puntos calculados.

Se puede ver que el sistema presenta una alta precisión en la determinación de la posición de la mira (del orden de 5×10^{-3} píxeles, se considera $2\text{ }\mu\text{m}$ aproximadamente, en esta configuración). Luego, con el fin de seguir el desplazamiento de la mira y apreciar la resolución del sistema, se desplaza la mira en el plano $x - y$ con ayuda de dos motores de desplazamiento, por medio de los cuales se envía la trayectoria que la mira debe seguir,

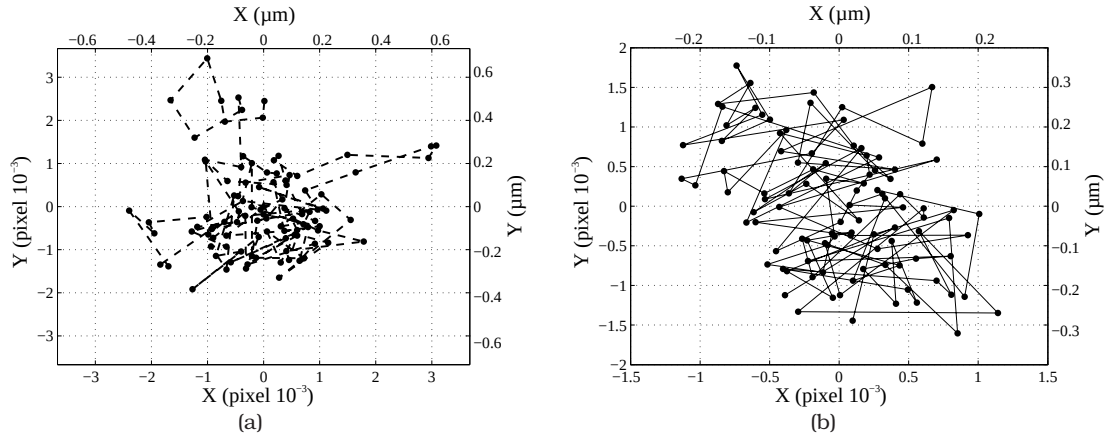


Figura 2.6. Nube de puntos de coordenadas del centro de la mira calculada para 100 medidas, para el método 1 y 2 respectivamente.

Tabla 2.1. Resultados estadísticos obtenidos desde 100 medidas sin desplazamiento de la mira (método 1).

Coordenadas	$\bar{X}$	Pico Valle	σ	Unidades
X	376,4818	0,0055	$9,9704 \times 10^{-4}$	Píxeles
X	SS ^a	1,0430	0,1899	μm
Y	186,9687	0,0054	0,0011	Píxeles
Y	SS	1,0224	0,2047	μm
θ	0,3479	$0,1131 \times 10^{-3}$	$0,6267 \times 10^{-4}$	rad

^a Sin significado

tal como se muestra en la figura 2.7(a) (Trayectoria teórica), los puntos representan las posiciones localizadas por el sistema, en donde el motor se detiene y la línea representa la trayectoria seguida por la mira. Sobre la figura 2.7(b), Se presenta la trayectoria de la mira calculada por el sistema. Se puede ver una muy buena concordancia entre la trayectoria programada y la trayectoria calculada por el sistema, En la cual, se puede observar incluso la histéresis del motor de desplazamiento.

2.2.3. Rotación

Con el fin de determinar las limitaciones en la orientación y su resolución, se realizó un giro completo a paso de 1° , y se calculó la posición para los 5 puntos de referencia sobre la mira (ver Figura 2.8(a)). La Figura 2.8(b) muestra la posición calculada para cada punto de referencia y la Figura 2.8(c) presenta el ángulo medido versus el ángulo de rotación ordenado al motor (teórico). Este ángulo es medido utilizando 2 puntos sobre marcas de la mira. Se observa que existe una limitación en la rotación de 90° que impide el seguimiento de la rotación total. En la tabla 2.1 se reporta el error en la determinación de la inclinación

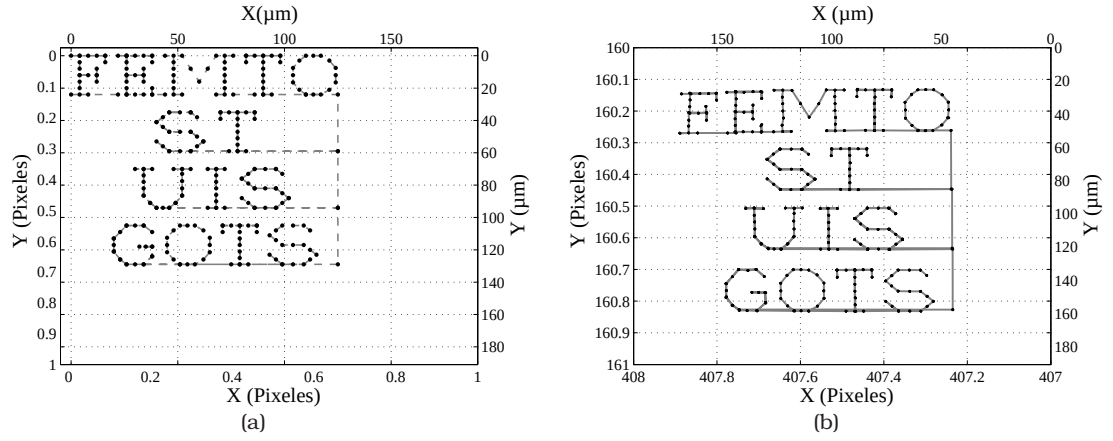
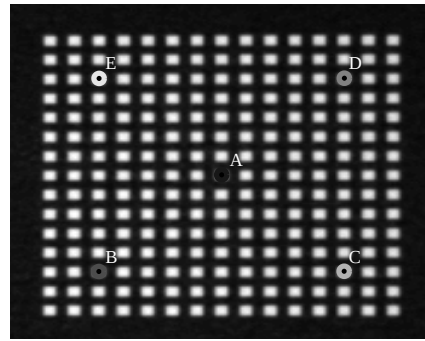
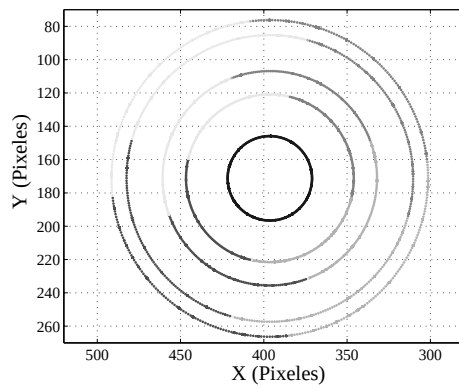


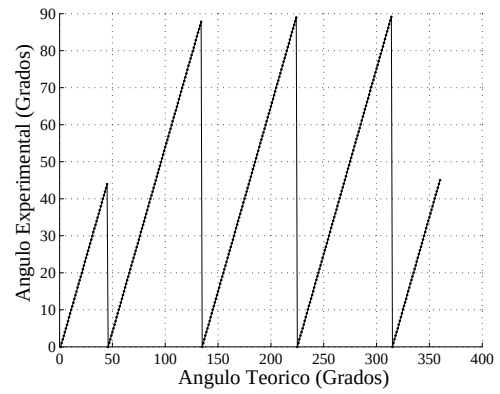
Figura 2.7. (a) Trayectoria comandada sobre los motores (teórico), (b) trayectoria calculada por el sistema (experimental).



(a)



(b)



(c)

Figura 2.8. (a) Imagen de la mira a cero grados con los cinco puntos remarcados en la mira. (b) Posicionamiento en el espacio de los cinco puntos de la mira. (c) Comportamiento del ángulo medido vs. el ángulo introducido por el motor de rotación.

de la mira. Este es calculado a partir de 100 medidas para un ángulo fijo.

Método 2.

Utilizando el mismo método anterior, pero esta vez sobre una mira con un defecto (se elimina un pequeño cuadro blanco en una de las esquinas en la tercera fila y columna). Sobre la figura 2.9(a) se puede ver la nueva mira empleada.

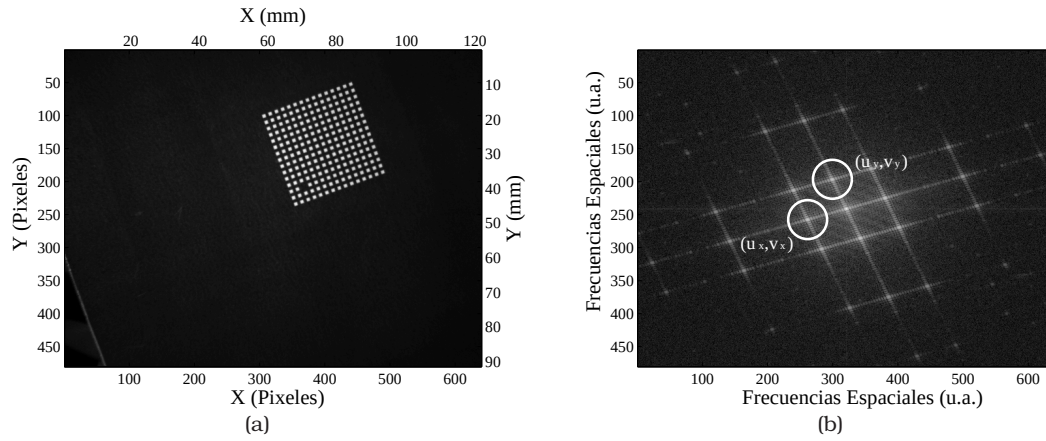


Figura 2.9. Imagen de la mira con el defecto (a). Módulo sobre el espacio de frecuencias espaciales (b).

Sobre la figura 2.9(b), se puede ver que el efecto de introducir un defecto sobre la mira no produce variaciones significativas sobre la distribución de frecuencias espaciales. Entonces, es posible seguir las mismas etapas de cálculo realizadas para la mira sin defecto.

En la figura 2.10(b y d), se presenta el módulo y la fase obtenida para uno de los lóbulos de frecuencia recuperados para la mira con defecto. En comparación con el módulo y la fase calculado para la mira sin defecto, ver figura 2.10(a y c) se puede ver que la presencia del defecto produce un pequeño cambio en el módulo calculado. Con el fin solucionar este inconveniente, después de la binarización del módulo, se rellena utilizando morfología matemática, la región correspondiente al lugar donde se encuentra el defecto. Esto permite obtener una máscara apropiada para filtrar la zona de trabajo de la mira. En la figura 2.11 (a y b) se puede ver que sobre la máscara y la fase recuperada respectivamente, para el cálculo del plano de fase, la cual no presenta fallas debido a la presencia del defecto sobre la mira.

Por tanto, se puede continuar con el mismo proceso del método 1 para el cálculo de los cinco puntos sobre la mira, el centro y las cuatro esquinas. El centro nuevamente es utilizado para la determinación de la posición de la mira y los otros cuatro puntos permiten determinar su orientación. Pero, esta vez en los cuatro puntos, se tiene la posición del cuadro faltante (defecto), que puede seguirse sobre todo el espacio observado. Teniendo la posibilidad de organizar los cuatro puntos en sentido antihorario (u horario), y así poder medir la dirección de la mira sin límite de 90 grados impuesto por la mira sin defecto.

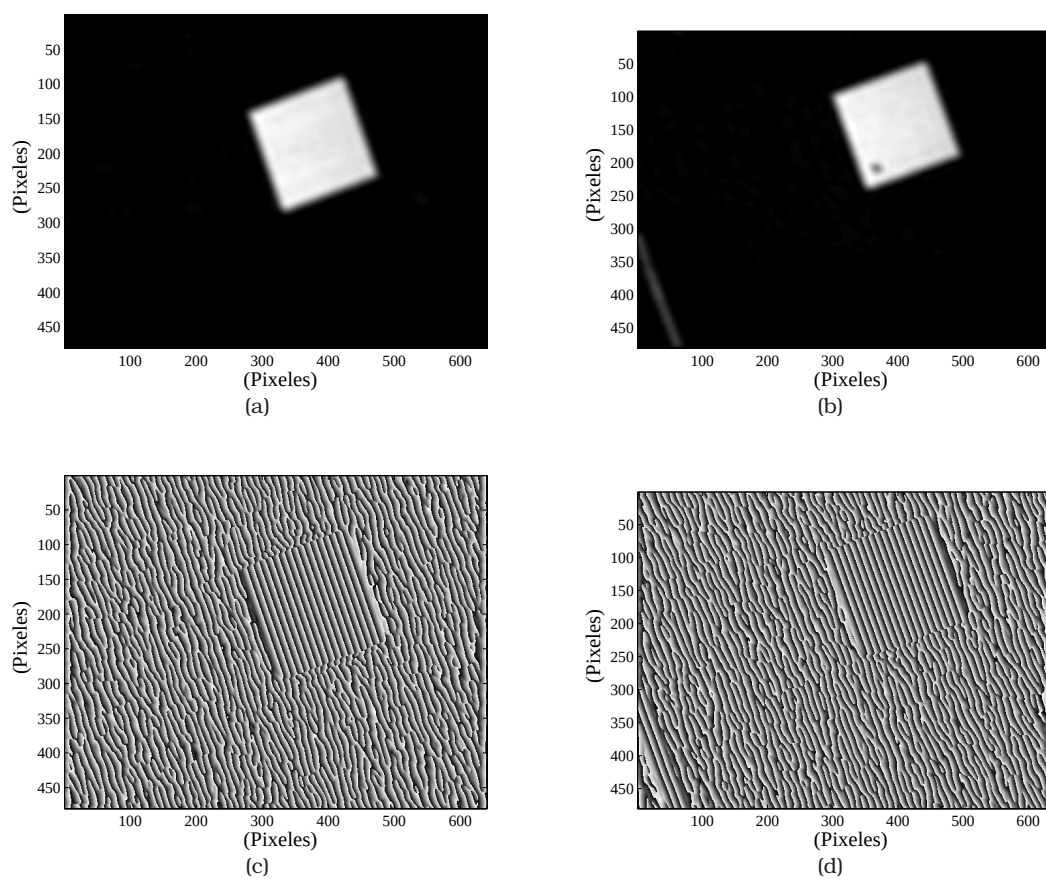


Figura 2.10. (a y b) El módulo obtenido para uno de los lóbulos para la mira con y sin defecto respectivamente. (c y d) La fase obtenida para los mismos lóbulos filtrados.

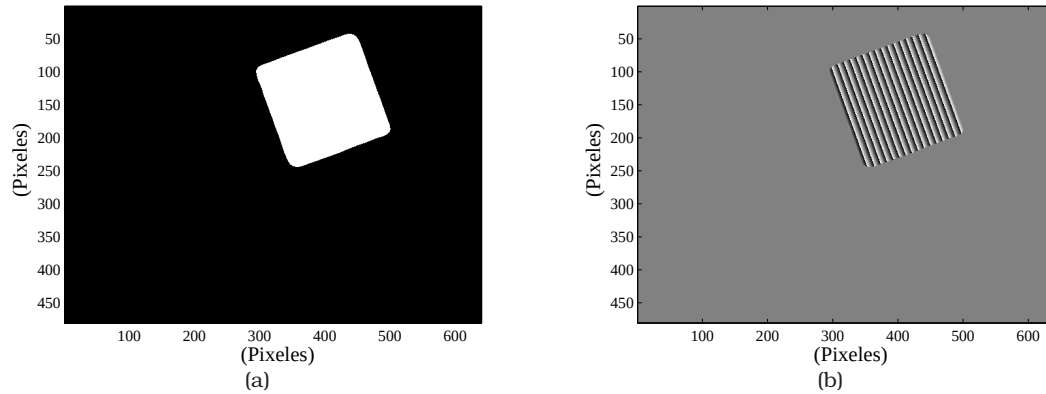


Figura 2.11. (a) La mascara obtenida a partir del módulo y (b) la fase de trabajo para la mira con defecto.

Se emplea el mismo montaje que en el método 1 (ver figura 2.5), pero, esta vez se fija la mira con un defecto en la parte superior del objeto móvil, donde nuevamente la posición y la trayectoria es comandada por los tres motores de ThorLabs. En una primera etapa se evalúa el sistema de posicionamiento y la reconstrucción de una trayectoria dada. Este con el fin de validar esta nueva mira y compararla con la mira sin defecto. En la tabla 2.2, se reporta la medida pico valle y la desviación estándar para esta nube de puntos determinada para el centro de la mira, para 100 medidas realizadas y se hace la comparación entre los resultados obtenidos con las dos miras. La Figura 2.6(a y b) muestra la nube de puntos calculados.

se puede observar que el sistema presenta una precisión del mismo orden que el obtenido para la mira sin defecto, cuando es determinada la posición de la mira (del orden de 2×10^{-3} pixeles, alrededor de $1\mu m$ en esta configuración); Entonces, se puede decir, que no hay una variación considerable entre los dos miras en cuanto a la determinación del posicionamiento del centro de esta.

Sobre la Figura 2.13 se presenta los resultados obtenidos en la determinación de la trayectoria de la mira. Se puede ver el mismo resultado que con una mira sin defecto. El sistema es capaz de seguir la trayectoria de la mira con una resolución subpixel de la misma manera que con el método 1. Entonces, se puede concluir que el efecto de haber adicionado un defecto en la mira, no produce errores considerables en la determinación de la posición.

Rotación

Con el fin de demostrar el hecho de que con la nueva mira no existe un límite en la determinación de la orientación de ésta, se realiza un giro completo a paso de 1° , y se

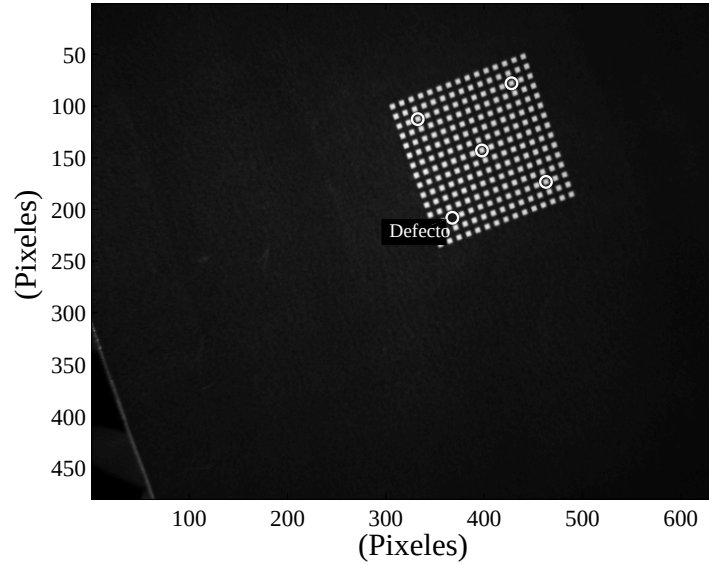


Figura 2.12. Imagen de la mira con defecto y puntos localizados sobre ella.

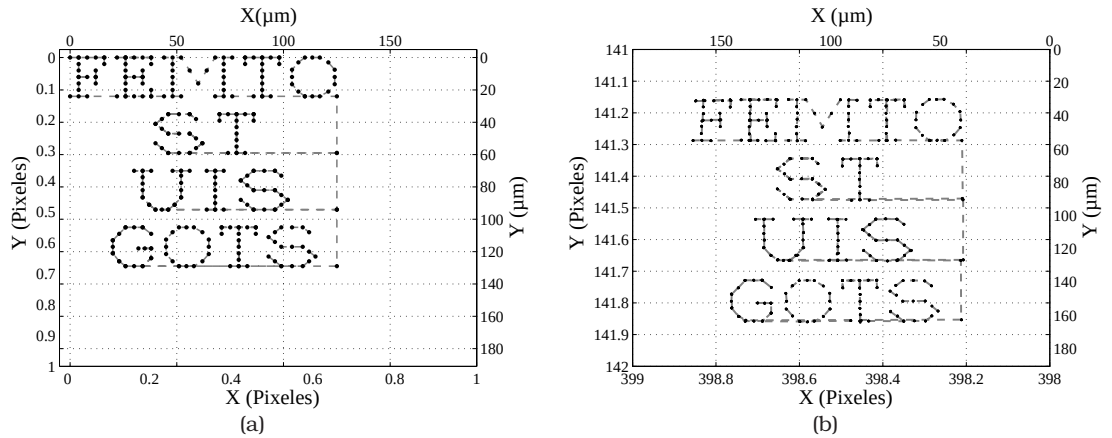
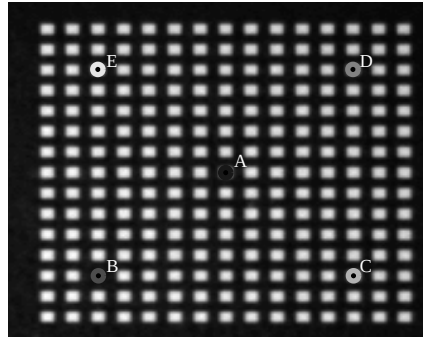
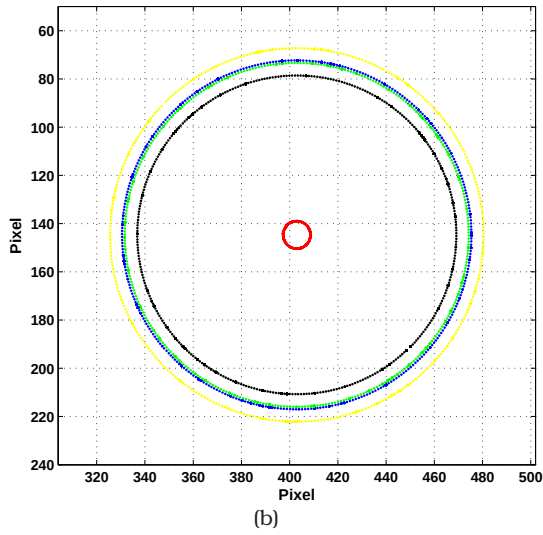


Figura 2.13. (a) Trayectoria comandada sobre los motores (teórico), (b) trayectoria calculada por el sistema, para la mira con defecto (experimental).

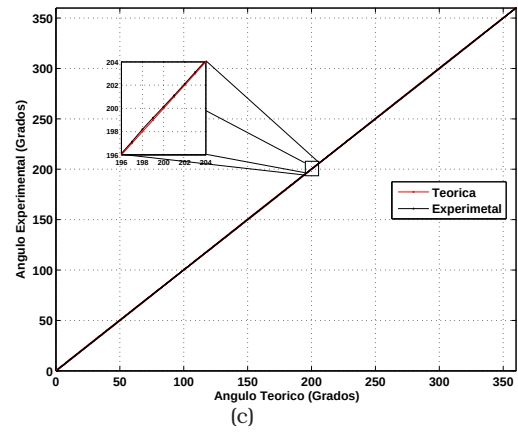
recupera la posición para los cinco puntos de referencia sobre la mira (ver Figura 2.14(a)). La figura 2.14 (b) muestra la posición calculada para cada punto de referencia al realizar una rotación de 360° y la figura 2.14 (c) presenta el ángulo medido versus el ángulo de rotación del motor, este ángulo se mide utilizando dos puntos señalados sobre la mira (entre el defecto B y el primer punto encontrado en el sentido antihorario C). Se puede ver aquí, que se mide la orientación de la mira sobre todo el giro completo del motor, sobre pasando así el límite de 90° que tenía la mira sin defecto del método 1. En la tabla 2.2 se reporta el error cometido en la determinación de la inclinación de la mira. Esta es calculada a partir de 100 medidas para un ángulo fijo y se compara los resultados obtenidos con los reportados en la mira sin defecto. Se puede ver que al igual que en la



(a)



(b)



(c)

Figura 2.14. (a) Imagen de la mira a cero grado con los cinco puntos remarcados en ella. (b) Posicionamiento en el espacio de los cinco puntos determinados de la mira, (c) Comportamiento del ángulo medido vs. El ángulo introducido por la rotación del motor.

Tabla 2.2. Resultados estadísticos obtenidos desde 100 medidas sin desplazamiento de la mira método 2.

Coordenada	$\bar{X}$	Pico Valle	σ	Unidades	Defecto
X	397,6491	0,0023	$5,2341 \times 10^{-4}$	Píxeles	Con
X	376,4818	0,0055	$9,9704 \times 10^{-4}$	Píxeles	Sin
X	SS ^a	0,4333	0,0997	μm	Con
X	SS	1,0430	0,1899	μm	Sin
Y	142,7478	0,0034	$7,8939 \times 10^{-4}$	Píxeles	Con
Y	186,9687	0,0054	0,0011	Píxeles	Sin
Y	SS	0,6453	0,1507	μm	Con
Y	SS	1,0224	0,2047	μm	Sin
θ	0,3479	$0,2635 \times 10^{-3}$	$0,7116 \times 10^{-4}$	rad	Con
θ	0,3479	$0,1131 \times 10^{-3}$	$0,6267 \times 10^{-4}$	rad	Sin

^a Sin Significado

resolución del posicionamiento, no hay gran diferencia en adicionar un defecto sobre la mira, en la resolución angular de ésta.

CAPÍTULO 3

Posicionamiento 3D

En este capítulo se presenta un método que permite medir la posición, desplazamiento y orientación de una mira que sirve para marcar un objeto al cual se desea ubicar en el espacio tridimensional. Tanto el posicionamiento como el desplazamiento son determinados en sus tres direcciones X , Y y Z , y la orientación es también resuelta en sus tres ángulos directores. La técnica es basada en la localización de un patron periódico plano montado sobre un objeto de interés que es observado por un sistema de vision estéreo estático, provisto de dos cámaras. El elemento superficial periódico es diseñado especialmente para que permita una medida de la posición con resolución subvoxel, obteniendo la medida de la posición y desplazamiento del objeto en sus seis grados de libertad, la cual se realiza con gran resolución y precisión. Esto debido a la ventaja en la alta resolución ofrecida por el posicionamiento de la mira con una cámara, dada por la alta sensibilidad a la fase. La configuración propuesta lleva esta ventaja al espacio tridimensional utilizando un sistema estéreo oblicuo[ver Apéndice]. Estos dos métodos se complementan uno en la alta resolución y el otro en el posicionamiento tridimensional, de tal forma, que permiten la medida de la posición en sus seis grados de libertad con una resolución de 10^{-3} rad para los ángulos y de 10^{-3} mm para la posición y el desplazamiento.

3.1. Principio de Medida

3.1.1. Medida de la posición en el plano

La medida de la posición de la mira es realizada por cada cámara utilizando el beneficio de la alta precisión basado en la gran sensibilidad de la fase. Este método es descrito ampliamente en los trabajos de Sandoz et. al [36][39][40]. El método propuesto se basa en registrar un patron de fase de referencia especialmente definido por un sistema estéreo estático, el cual es adherido al objeto de interés. El sistema estéreo está provisto de dos cámaras de características similares, las cuales se encuentran en configuración cruzada para registrar la mira. En una primera etapa, el sistema estéreo es calibrado, utilizando una herramienta de libre distribución, desarrollada en Matlab [44] la cual, permite obtener los parámetros de calibración propios del sistema estéreo, como se puede ver en la tabla 3.1. De esta forma, es posible posicionar un objeto dentro del campo de trabajo del sistema, utilizando metodologías propias de sistemas estéreo [46][47], dicha configuración

se puede ver en la figura 3.1. Por tanto, para cada imagen registrada la posición se calcula con alta precisión con procesamiento digital de imágenes, basado en la medida de la fase y estas posiciones en cada imagen se convierten en los puntos homólogos necesarios para el sistema estéreo, para a partir de estos, determinar la posición en el espacio. En este trabajo, se utilizó un patrón conformado por una distribución regular de puntos blancos sobre fondo negro.

Tabla 3.1. Resultados de calibración para el sistema estéreo.

Parámetro	Cámara1 izq.	Cámara2 der.	Cámara 1 → 2 transformación	
Centro x (pixels)	359,64004	325,96163	Alpha(degree)	27,7871
Centro y (pixels)	217,76502	241,15900	Beta(degree)	1,9501
$f\lambda_x$ (pixels)	2245,17990	2251,90151	Gamma(degree)	-1,2685
$f\lambda_y$ (pixels)	2252,39709	2257,77543	$T_x(mm)$	243,17917
Oblicuidad	0	0	$T_y(mm)$	3,40766
$k_1(mm)$	-0,83951	-1,05472	$T_z(mm)$	61,78319

La figura 3.2(a y b) muestra las imágenes registradas por cada cámara en esta aplicación. La periodicidad de los puntos blancos corresponde a un ancho de banda de frecuencias espaciales en el dominio espectral, lo cual puede ser logrado con el cálculo de la transformada de Fourier, en donde se realizan dos filtrados independientes, obteniendo numéricamente dos sistemas de franjas en imágenes diferentes. El resultado de la distribución de intensidades mostrado en la figura 3.2(c y d). Debido a que las franjas son el resultado de la transformada de Fourier de una banda estrecha de frecuencias espaciales, la distribución de la intensidad es cuasisinusoidal. Adicionalmente, el número N de franjas es conocido con anterioridad. El recorrido total de las N franjas corresponde a un valor de fase de $2N\pi$, de esta manera al reconstruir la fase, utilizando el algoritmo de Takeda [43] y un posterior desenvolvimiento de esta, es posible obtener un plano de fase que por el método de ajuste de mínimos cuadrados, se puede obtener la ecuación del plano en cada dirección. Finalmente, la intersección de dos rectas correspondiente a valores de fases en cada plano, permite localizar cualquier punto blanco (x, y) sobre la mira. La alta precisión del método es demostrado en los trabajos [39][36][37][38].

3.1.2. Medida de la posición fuera de plano

Para implementar un método que pueda medir la posición de la mira fuera de plano, es necesario recuperar la coordenada z del centro de la mira, así como también los ángulos θ_x , θ_y y θ_z , de esta forma se cuenta con la medida de la posición de la mira en sus seis grados de libertad. El procedimiento se puede describir de la siguiente manera: Inicialmente se calcula las posiciones de cinco puntos en cada una de las dos imágenes capturadas por las cámaras, utilizando el método descrito en el capítulo 1. Posteriormente, se utilizan los parámetros de calibración estéreo (ver cuadro 3.1) para calcular la posición con respecto al sistema de referencia ubicado aproximadamente en medio de las dos cámaras. De

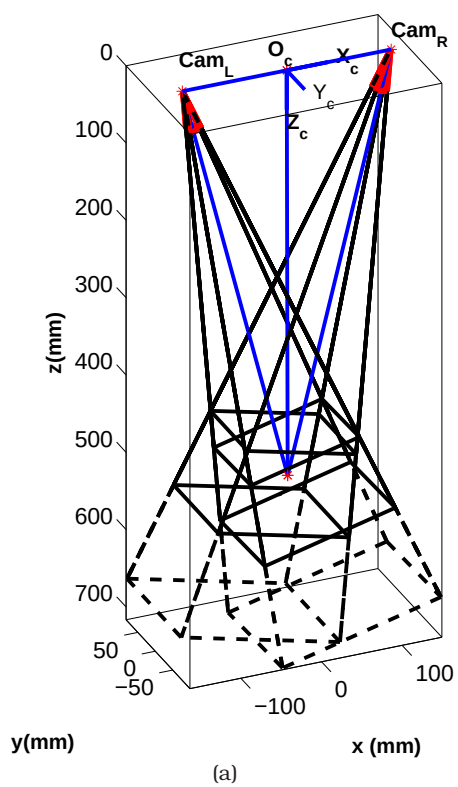


Figura 3.1. Configuración del sistema estéreo calibrado y descripción del área de trabajo, determinada por la profundidad de foco (20 cm) y la intersección de los campos de visión en cada cámara (aproximadamente 15 cm).

esta forma, se combina la capacidad de un sistema de visión estéreo, con alta resolución obtenida al posicionar la mira periódica. Luego de obtener la posición en el espacio de los cinco puntos, la posición del centro de la mira, es obtenida teniendo en cuenta el punto central; de igual manera, tres puntos de la mira son utilizados para calcular los ángulos que forma la mira en el espacio (θ_x , θ_y y θ_z), en donde uno de ellos es utilizado como referencia cero, pues se ha eliminado, permitiendo que su nivel de gris bajo facilite la identificación dentro de los cuatro puntos, los cuales son medidos con respecto al sistema de referencia del sistema estéreo.

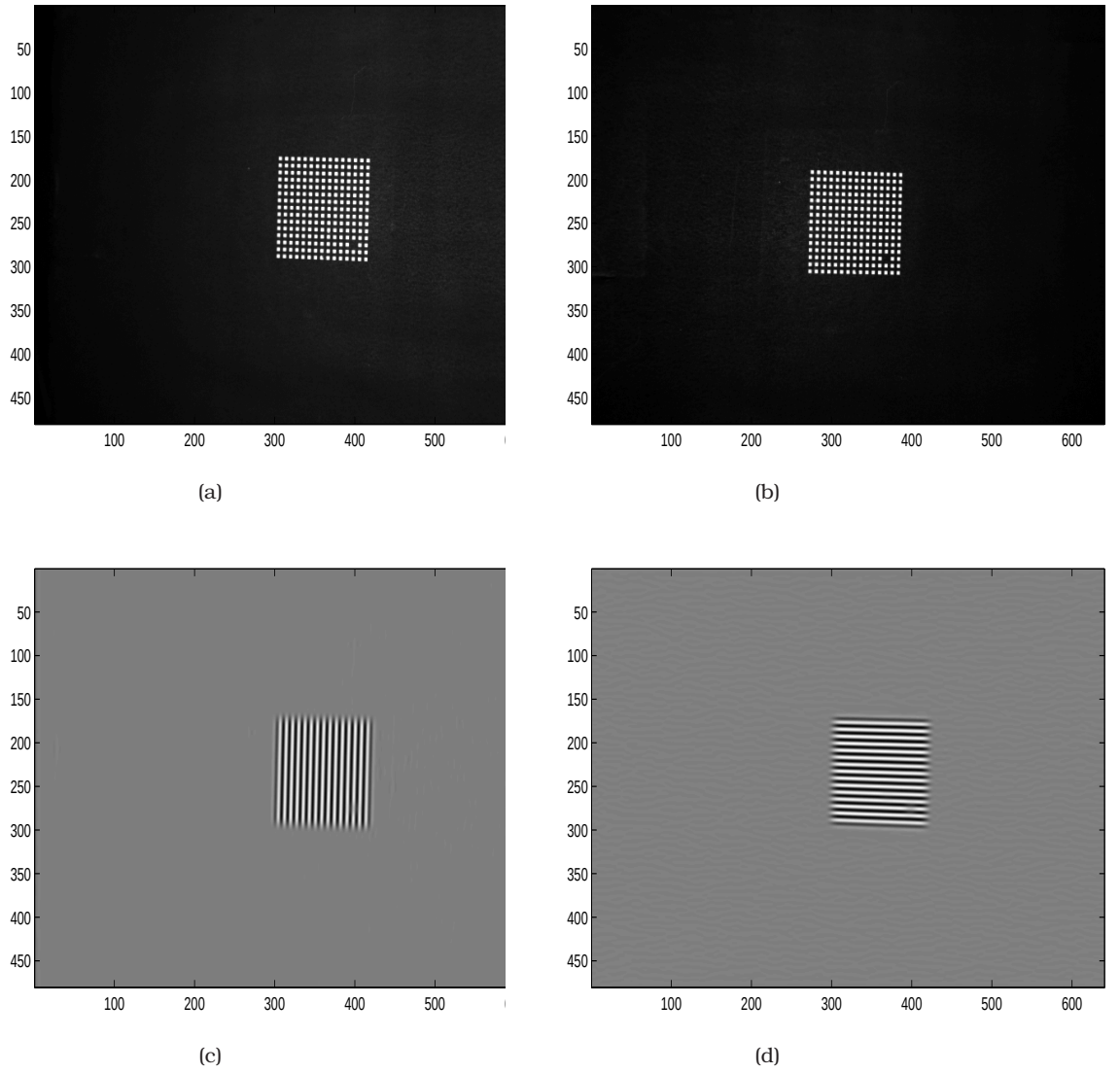


Figura 3.2. Miras registradas por cada cámara del sistema estéreo (a),(b). Franjas obtenidas por el filtrado en el dominio de Fourier de las miras. (c),(d).

3.2. Experimentos y Resultados

3.2.1. Descripción de la mira utilizada

La mira o patrón utilizado para medir las posiciones o desplazamiento fue construida con ayuda de una impresora láser, obteniéndose sobre papel una distribución periódica bidimensional de pequeños cuadros de $1,023\text{ mm}$ de lado y con un período de $1,932\text{ mm}$ (una frecuencia de $0,51174\text{ mm}^{-1}$), la cual ocupa una región de $28,08 \times 28,08\text{ mm}^2$. La figura 3.2(a y b) muestra las imágenes registradas por cada cámara, en la cual la mira aparece como un arreglo periódico de 15×15 cuadros blancos sobre fondo negro. En el mismo sentido, en este experimento la mira es iluminada de la forma mas homogénea posible, con el propósito de mantener el contraste en las diferentes posiciones que esta pudiese ocupar.

Es condición necesaria que la mira sea registrada por la dos cámaras y en forma simultánea, de tal manera que sea posible calcular los puntos homólogos en cada imagen registrada, utilizando el método de precision subpixel. El volumen de trabajo para el cálculo de posiciones es de 15 cm en X y Y , y 20 cm en Z . El proceso de cálculo de la posición en el espacio, inicia con la determinación del centro de la matriz de puntos en cada imagen, utilizando la alta sensibilidad de la fase. En cada imagen, el contenido frecuencial de la mira corresponde a cuatro lóbulos de banda estrecha, dos que tienen información de la frecuencia de franjas senoidales verticales y horizontales y otras dos que corresponden a frecuencias de franjas senoidales diagonales, mutuamente perpendiculares. Haciendo uso de la transformada de Fourier inversa es posible recuperar la fase [43], la cual es necesaria desenvolver por medio de un algoritmo, obteniendo así un plano de fase discreto. Posteriormente, se obtiene la ecuación de un plano de fase por mínimos cuadrados. Ésta permite obtener rectas con valores de fase específicos, que corresponden a filas o columnas de cuadros en la matriz o mira. De tal manera, es posible determinar la posición de cualquiera de los cuadros dentro de la matriz, con la intersección de dos rectas de fase previamente seleccionadas. Los valores de fase se escogen teniendo en cuenta, la fase recorrida por la filas o columnas, sabiendo que la distancia en fase entre columnas o filas es de 2π . Por tanto, al pretender determinar el centro de la matriz se debe tener en cuenta las rectas de valor 14π , que al intersectarse localizan el centro de la mira. Después de localizar los centros en cada imagen con gran precisión, estos se constituyen en los puntos homólogos necesarios para determinar la posición en espacio de la mira o mejor el vector desplazamiento de la mira respecto el sistema de referencia fijo.

Para determinar la orientación, se utilizan tres puntos adicionales, calculados de igual forma, de tal suerte que se pueda construir un sistema de ejes, que sirvan para medir las orientaciones de éstos con respecto a sistema de referencia fijo al sistema estéreo. Este sistema de ejes está conformado por tres ejes mutuamente perpendiculares, dos coplanares y uno normal a la superficie de la mira. Para cada uno de éstos es posible calcular el ángulo que forma con el sistema fijo, permitiendo calcular la matriz de rotación del sistema de referencia construido sobre la mira con respecto al sistema de referencia fijo.

3.2.2. Demostración del Método

Con el propósito de evaluar la repetibilidad del método se realizaron 100 medidas de posiciones sin realizar desplazamientos de la mira. En el cuadro 3.2, se reporta la medida *pico valle* y la desviación estándar para 100 posiciones calculadas del centro de la mira, sin desplazamiento de la mira. La figura 3.3 muestra la nube de puntos calculados. Estos

datos corresponde a una nube seleccionada como la de mayor dispersión, para una secuencia de 50 posiciones diferentes, separadas a de $20\mu m$, en donde en cada una de ellas se cálculo 100 veces la posición. En las tabla 3.2 se puede ver el comportamiento del valor mínimo, máximo y promedio para la medida pico valle y la desviación estándar. La nube que se muestra en la figura 3.3, corresponde al valor máximo de la desviación estándar de la tabla 3.2.

Tabla 3.2. Estadística de repetibilidad de la desviación estandar y pico valle de posición y ángulo cuando se realiza un desplazamiento de $1mm$ cada $20\mu m$ en donde cada posición es medida 100 veces sin desplazamiento.

Posición	Pico-Valle (μm)			Desv. Estand. (μm)		
	ΔX	ΔY	ΔZ	σ_X	σ_Y	σ_Z
Máximo	6,02	6,43	25,78	1,50	1,26	5,64
Valor Medio	2,63	2,51	10,27	0,53	0,52	2,06
Mínimo	1,63	1,66	6,61	0,33	0,35	1,31
Ángulo	Pico-Valle ($10^{-3} \cdot rad.$)			Desv.Estan. ($10^{-3} \cdot rad.$)		
	$\Delta\theta_X$	$\Delta\theta_Y$	$\Delta\theta_Z$	σ_{θ_X}	σ_{θ_Y}	σ_{θ_Z}
Máximo	1.57	1.25	1.23	0.19	0.17	0.17
Valor Medio	1.51	1.22	1.20	0.17	0.17	0.17
Mínimo	0.81	0.86	0.87	0.168	0.163	0.163

Se puede ver que el sistema presenta una precisión del orden de $1,5 \times 10^{-3}mm$ para X , $1,2 \times 10^{-3}mm$ para Y y $5,6 \times 10^{-3}mm$ para Z ; La cual nos permite posicionar un objeto con alta resolución y presición en el espacio tridimensional. Por otra parte, El espacio de trabajo está determinado por la intersección del campo de visión de cada cámara y la profundidad de campo de cada una de ellas, además del tamaño de la mira; Este es, de $15cm$ para la dirección X y Y , y $20cm$ para Z . En una etapa posterior, se evalúa el sistema en la reconstrucción de la trayectoria. Ésta se realiza con ayuda de tres motores de traslación y dos de rotación de Thorlabs.

Tabla 3.3. Resultados estadísticos obtenidos para 100 medidas sin desplazamiento de la mira

Coordenada	$\bar{X}$	Pico-valle	σ	Unidad
X	-13,1338	$2,3 \times 10^{-3}$	$0,51 \times 10^{-3}$	mm
Y	-7,7794	$2,2 \times 10^{-3}$	$0,52 \times 10^{-3}$	mm
Z	523,1838	$8,8 \times 10^{-2}$	$1,8 \times 10^{-3}$	mm
θ_x	-1,5656	$0,14 \times 10^{-2}$	$0,186 \times 10^{-3}$	rad
θ_y	-1,5198	$0,11 \times 10^{-2}$	$0,186 \times 10^{-3}$	rad
θ_z	3,0904	$0,12 \times 10^{-2}$	$0,186 \times 10^{-3}$	rad

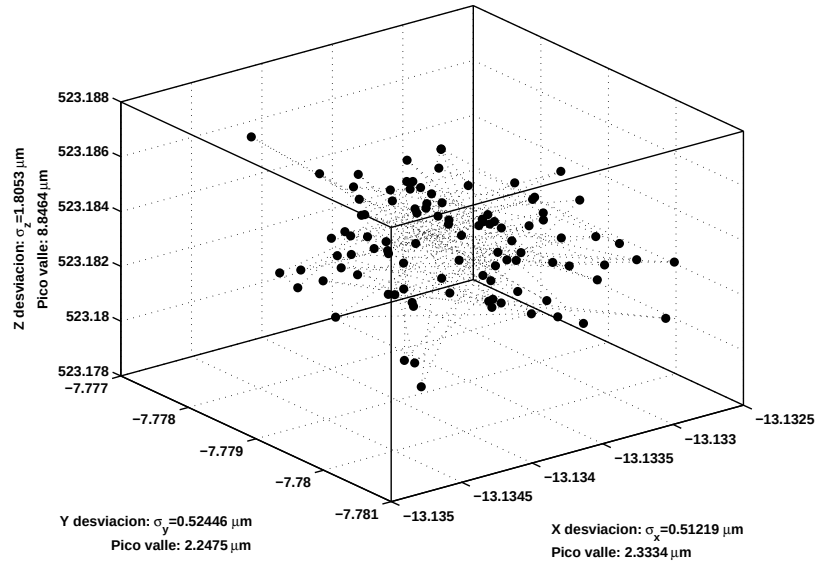


Figura 3.3. Dispersion de la posición XYZ para 100 medidas sin desplazamiento de la mira.

En la figura 3.4 y 3.5 se presenta los resultados en la reconstrucción de la trayectoria de la mira, donde la figura 3.4 diferentes trayectorias reconstruidas y la figura 3.5 un vista ampliada de uno de los recorridos de la mira. Se puede observar que, el sistema es capaz de seguir la trayectoria de la mira con una resolución subvoxel. Esto debido a la capacidad del sistema de determinar la posición de la mira en cada cámara con resolución subpixel y combinado con la configuración estéreo permite obtener una alta resolución en el posicionamiento en el espacio tridimensional. Esta configuración puede ser utilizada a cualquier escala, desde los *cm* hasta los μm , sólo utilizando la óptica y el tamaño de mira adecuado.

Con el fin de mostrar que este sistema permite además del cálculo de la posición en sus tres coordenadas espaciales, también, la medida de la rotación con respecto a sus tres ejes, se realizan varios experimentos: el primero analizar el comportamiento frente a la rotación de la mira con respecto a cada eje del sistema de referencia del sistema estéreo, estableciéndose que el sistema mide la rotación completa de 360° al rededor del eje *Z* del sistema fijo, el segundo es calcular la medida de la rotación fuera de plano, es decir, rotaciones al rededor del eje *X* y *Y* del sistema fijo entre un rango de -45° a 45° en cada eje, los resultados de estos experimentos se pueden observar en la figura 3.6. El tercero, consiste en evaluar la rotación de 360° , pero teniendo en cuenta inclinaciones de la mira fuera de plano. Para esto, se realizó con ángulos de 20° fuera de plano en los dos sentidos con respecto al eje *X* y 10° fuera de plano en los dos sentidos con respecto al eje *Y*. Los resultados de este experimento se pueden observar en la figura 3.7. Estos resultados muestran un excelente comportamiento, no solo en la medida de la posición de la mira, sino en la inclinación de esta en el espacio tridimensional. Esto permite decir, que se puede medir con gran precisión y resolución la posición en sus tres coordenadas espaciales (6,02 e *X*, 6,43 en *Y* y 25,78 en *Z*) y sus inclinaciones en el espacio con respecto a sus tres

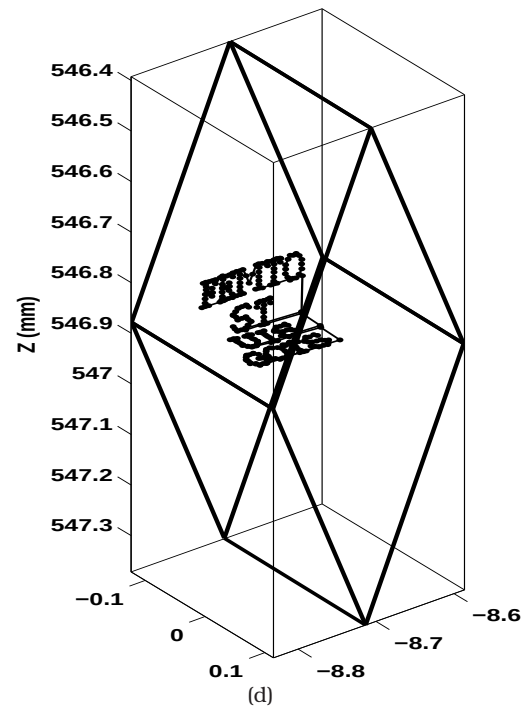
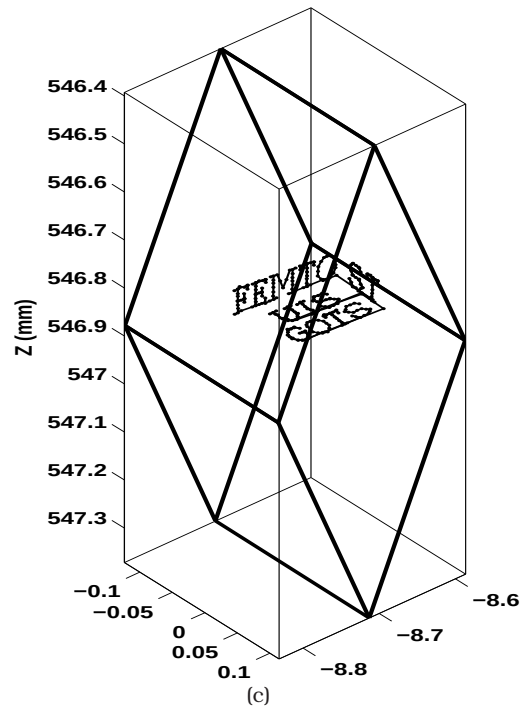
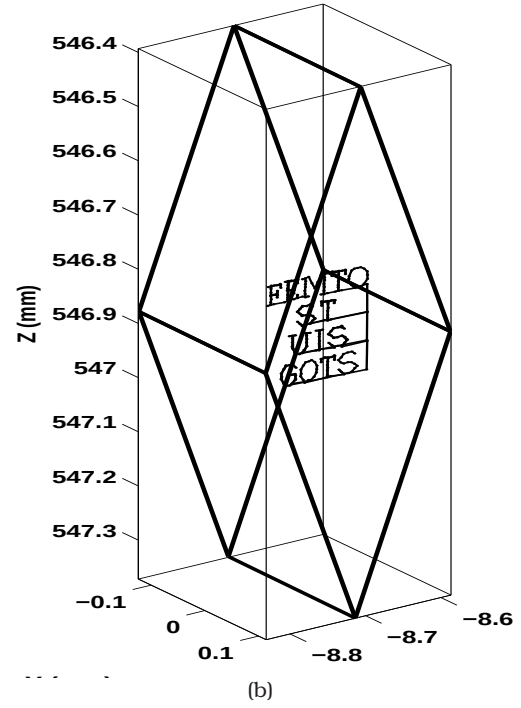
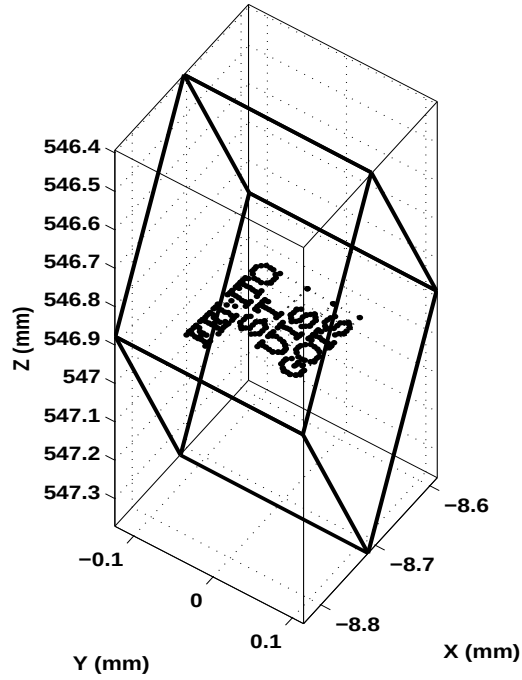


Figura 3.4. Medida del desplazamiento mientras una señal **FEMTO-ST UIS GOTS** es aplicada a los motores. La señal tiene las dimensiones: $122,8\mu m$ en X, $94,1\mu m$ en Y, $54,1\mu m$ en Z para un desplazamiento total de $2572,2\mu m$.

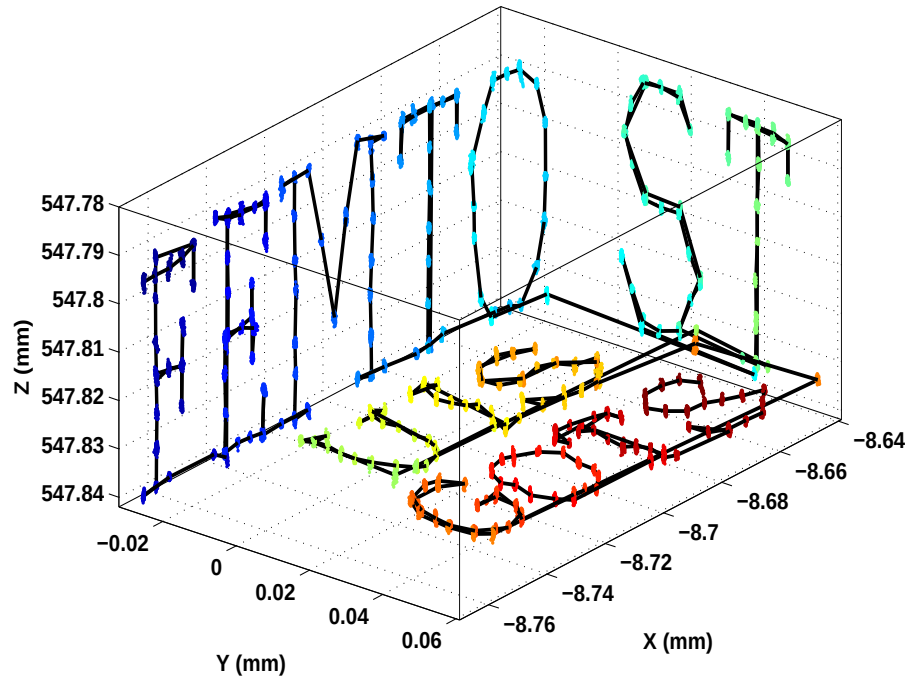


Figura 3.5. Una ampliación de la trayectoria en el interior de un voxel de la figura 3.4(c).

ejes ($1,57 \times 10^{-3} \text{rad}$ en X , $1,25 \times 10^{-3} \text{rad}$ y $1,23 \times 10^{-3} \text{rad}$).

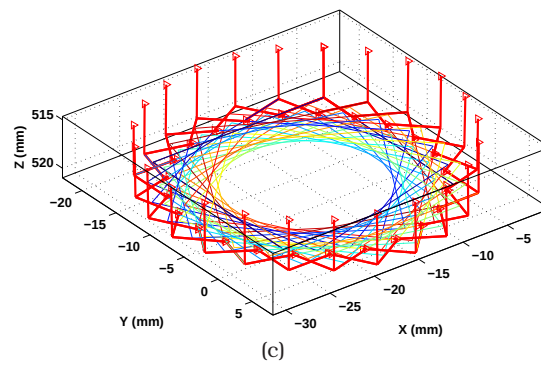
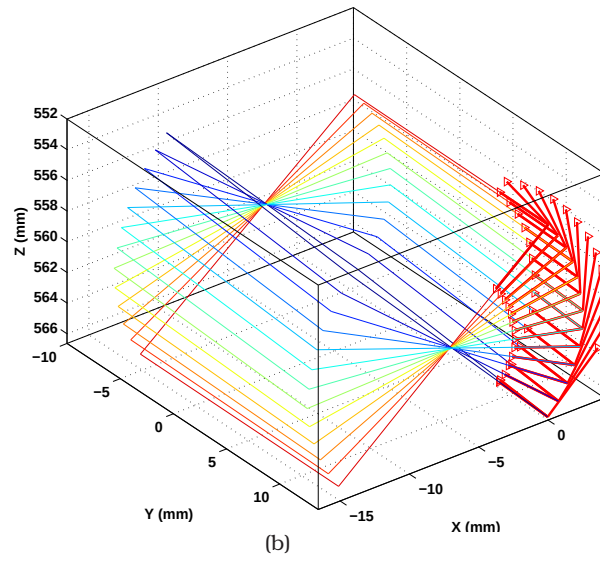
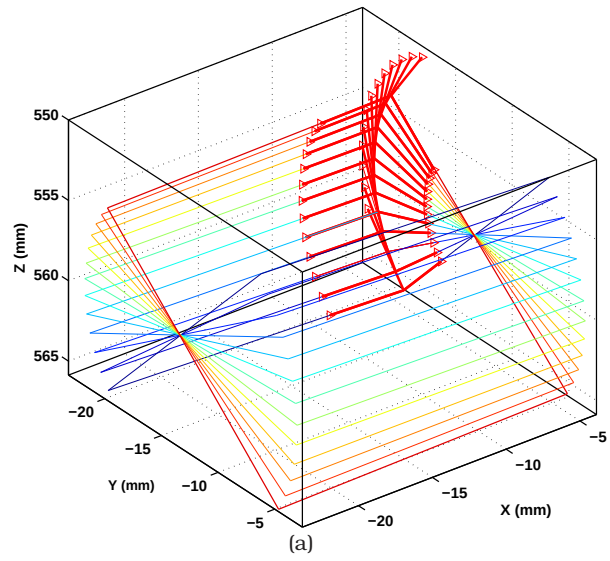


Figura 3.6. Evaluación del limite de rotación respecto del eje X (-45 a 45 grados), Y (-45 a 45 grados), y Z (0 a 360 grados).

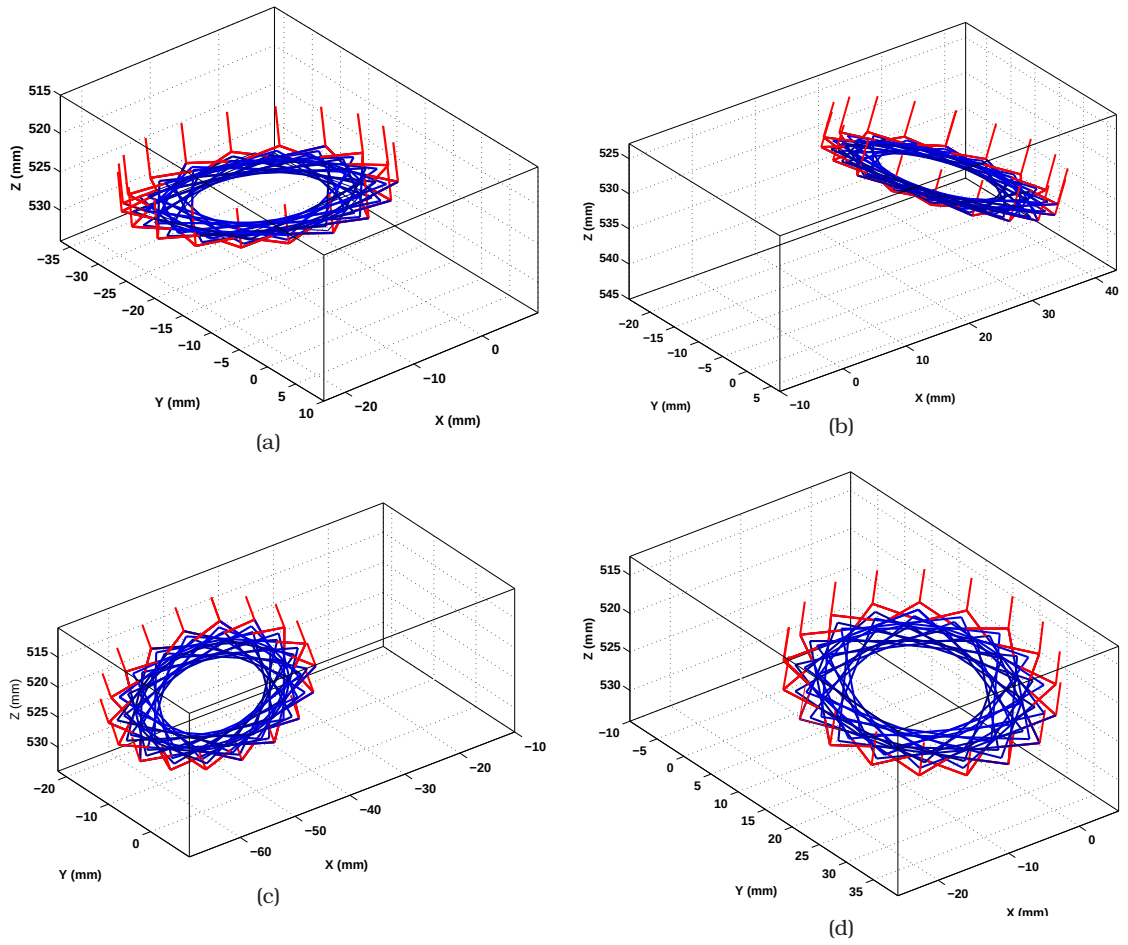


Figura 3.7. Medida de la rotación a 360 grados con respecto al eje Z para diferentes inclinaciones de la mira. 10 y -10 grados fuera de plano con respecto al eje X (a),(d), también para 20 y -20 grados fuera de plano con respecto al eje Y (b),(c).

CAPÍTULO 4

Reconstrucción 3D con Referencia Global

4.1. Introducción

En algunas situaciones de metrología industrial y médica se desea obtener información de objetos de grandes dimensiones, con regiones topográficas abruptas y de difícil acceso a dispositivos comerciales. En general, altas resoluciones son obtenidas por sistemas de reconstrucción 3D para campos de observación pequeños y reducidas profundidades de campo. Por lo tanto, en situaciones experimentales específicas es necesario diseñar un dispositivo que permita obtener información 3D con alta resolución, profundidad de campo extendida, amplio campo de observación transversal y que permita acceder a regiones ocultas.

En este trabajo se recorren los pasos necesarios para diseñar y construir un dispositivo que permita obtener información 3D en donde este sistema se encuentra sostenido por la mano del operario. El dispositivo está conformado por una cabeza óptica, que permite extraer información 3D local, y un dispositivo de posicionamiento global, que permite determinar las coordenadas 3D de la cabeza óptica en un sistema coordenado fijo. La condición de reconstrucción impone que la precisión del sistema de posicionamiento global sea inferior o igual a la precisión de la cabeza óptica de reconstrucción. Inicialmente se realiza la calibración de la cabeza óptica, la cual está compuesto por un dispositivo clásico de triangulación láser lineal. Posteriormente se realiza la calibración del sistema de posicionamiento global, que está compuesto por un sistema de visión estéreo de precisión subvoxel. Finalmente se reconstruyen algunos objetos utilizando el sistema de reconstrucción tridimensional a manos libres propuesto.

4.2. Arquitectura Propuesta.

El dispositivo a manos libres está conformado por un sistema de reconstrucción 3D y un sistema de posicionamiento global. El sistema de reconstrucción 3D se basa en la triangulación láser para extraer información 3D de la superficie del cuerpo, usando un

sistema coordinado propio al sistema de reconstrucción. Desplazando el sistema de reconstrucción con la mano a valores no conocidos de corrimiento, se desplazaría su sistema coordinado de reconstrucción y se perdería información 3D global del objeto.

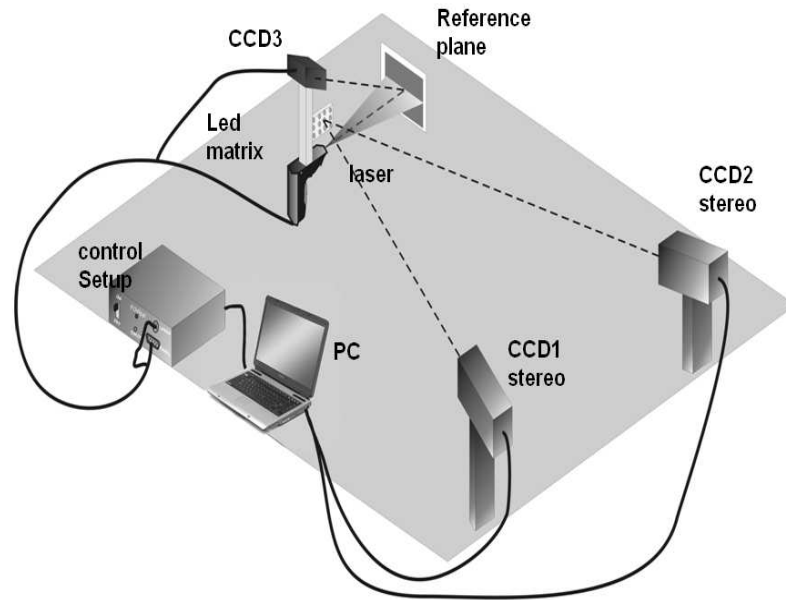


Figura 4.1. Esquema del dispositivo de reconstrucción 3D a manos libres implementado.

El sistema de posicionamiento global permite extraer información precisa del desplazamiento realizado sobre el sistema de reconstrucción 3D. Esta información es utilizada para unificar la información topográfica local a un sistema coordinado global-fijo. Se pretende construir un dispositivo que libremente se desplace sobre la superficie del objeto, sujetándolo con la mano y barriendo libremente la línea láser sobre la superficie del objeto. Varias condiciones deben imponerse a un dispositivo a manos libres:

1. Conocer con precisión y alta resolución la posición tridimensional en sus seis grados de libertad del dispositivo de reconstrucción con respecto a un sistema coordinado global fijo.
2. Convertir las coordenadas de reconstrucción a las coordenadas del sistema coordinado global.

La figura 4.1 muestra el dispositivo de reconstrucción 3D implementado. Un sistema de visión estéreo conformado por dos cámaras CCD en configuración cruzada que permite posicionar el dispositivo de reconstrucción 3D (cabeza óptica). Cada cámara CCD-USB tiene un objetivo de 12 mm , la cual fija un campo transversal de $60 \times 60\text{ cm}$ para una distancia objeto de 180 cm , aproximadamente. La separación entre cámaras fue de aproximadamente 90 cm . La cabeza óptica está constituida por una cámara CCD con un objetivo de 8 mm y un dispositivo óptico que proyecta una línea láser sobre el objeto. Las dos cámaras de la configuración estéreo observan simultáneamente un patrón regular o mira, unida rígidamente a la cabeza óptica.

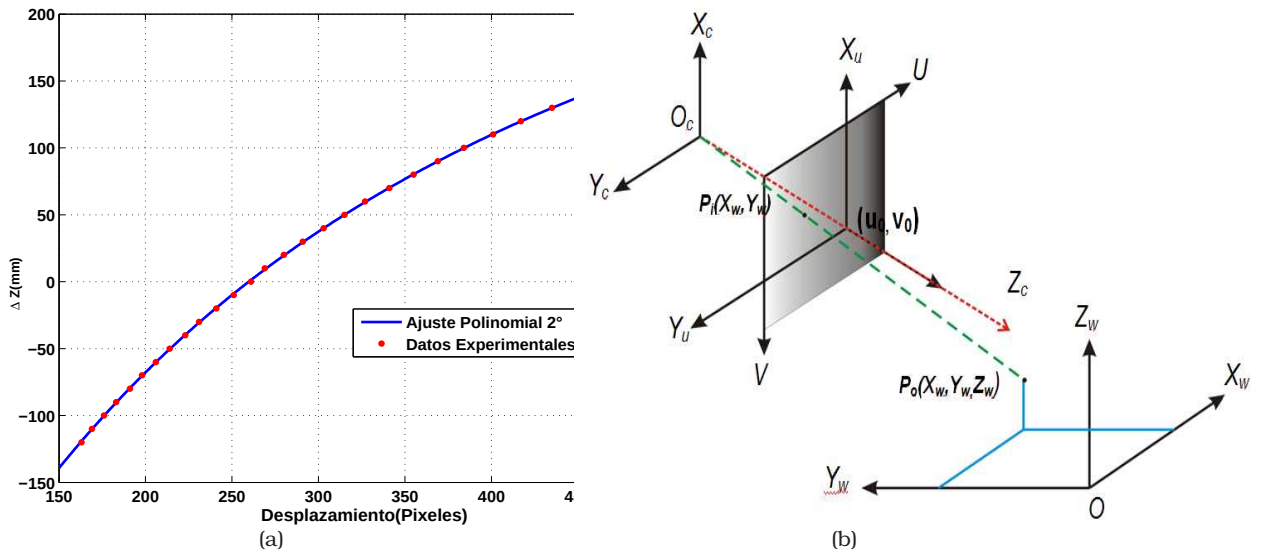


Figura 4.2. (a) Curva de calibración del sistema de triangulación láser. (b) Modelo Pinhole.

4.3. Calibración del Sistema.

La calibración del sistema se lleva a cabo en tres etapas. La primera, es la calibración de la cabeza óptica o del sistema de reconstrucción. La segunda, la calibración del sistema de posicionamiento global, el cual está basado en un sistema estéreo cruzado, que también exige el cálculo de los parámetros intrínsecos y extrínsecos, y por último, se implementa una técnica que aumenta la resolución del posicionamiento en el espacio de una mira periódica.

4.3.1. Sistema de reconstrucción 3D

El sistema de reconstrucción 3D está conformado por una cámara CCD-USB, un objetivo de focal 8 mm , un diodo láser y un generador de línea. La distorsión en la imagen de la línea láser codifica la topografía del cuerpo. El procedimiento matemático de reconstrucción requiere de una ecuación que asocie los parámetros del montaje y la distorsión de la línea con respecto a su posición inicial.

Tradicionalmente esta ecuación es obtenida de manera experimental usando una superficie plana y desplazándola a intervalos regulares en dirección del eje Z de reconstrucción; la imagen de la línea se desplaza en el plano de la imagen. Con respecto a la posición de $Z = 0$, se determinan los desplazamientos de la línea en la imagen para cada posición Z del plano de referencia, obteniéndose una relación experimental ajustada a un polinomio de orden 2, ver figura 4.2(a). El procedimiento de reconstrucción consiste en calcular el desplazamiento de cada punto de la línea láser deformada por la superficie del cuerpo, con respecto a la posición $Z = 0$, y determinar Z de la curva de calibración. La cual nos permite determinar que la resolución del sistema de reconstrucción es de 1.6 mm .

4.3.2. Sistema de Visión Estéreo.

En un sistema de visión estéreo, las imágenes de un punto en el espacio en cada cámara se llaman puntos homólogos. El sistema de visión estéreo permite obtener las coordenadas 3D de un punto en el espacio siempre que se determine con precisión las coordenadas en el plano imagen de sus puntos homólogos. Según el procedimiento tradicional en visión estéreo [46][47], cada sistema formador de imágenes debe ser modelizado con el fin de determinar sus parámetros intrínsecos y extrínsecos. El modelo de visión pinhole [45](Ver apéndice A) fue utilizado y el software de calibración de cámaras *camera calibration toolbox for Matlab*[44] de libre acceso en internet se empleó para calcular los parámetros intrínsecos y extrínsecos de cada cámara.

En visión estéreo existen principalmente tres sistemas coordenados: un sistema coordinado en el espacio imagen de cada cámara y un sistema coordinado en el espacio objeto único, ver figura 4.2(b). Según el modelo de pinhole, los parámetros extrínsecos permiten convertir las coordenadas de un punto en el espacio objeto a sus coordenadas en el espacio imagen de cada cámara, y viceversa. Los parámetros intrínsecos determinan la posición del plano imagen, el centro óptico, la distancia focal y los coeficientes necesarios para cuantizar y reducir la influencia de aberraciones geométricas del sistema formador de imágenes.

Conociendo las coordenadas de los puntos homólogos en cada imagen y a partir de los parámetros intrínsecos es posible determinar la línea de proyección de cada punto homólogo, ver figura 4.2, para cada cámara. La intersección de estas dos rectas determinan las coordenadas del punto en el espacio. Generalmente estas coordenadas son reportadas usando el sistema coordinado imagen de una cámara. Debido a la influencia del ruido en cada imagen y con el fin de reducir la influencia de la discretización de la imagen, tradicionalmente se recurre a un procedimiento de optimización que permite calcular nuevamente los parámetros intrínsecos y extrínsecos de cada cámara, usando un patrón de dimensiones conocidas. El software utilizado permite calcular los parámetros optimizados para el cálculo de las coordenadas 3D de un punto en el espacio, usando visión estéreo en configuración cruzada.

4.3.3. Posicionamiento Global.

Las dos principales fuentes de error que afectan la determinación de las coordenadas espaciales de un punto por visión estéreo son: la precisión en la determinación de los puntos homólogos en cada imagen y la resolución espacial de las cámaras CCD. Con el fin de determinar las coordenadas de un punto del espacio objeto en el plano imagen de cada cámara, se utilizó un objeto plano con detalles en intensidad regulares en su superficie. Aunque cada CCD muestrea el patrón de intensidad regular a intervalos de un pixel, es posible calcular el centro de un elemento del patrón de intensidad con precisión subpixel, usando la distribución de fase espacial del patrón[36][37][38][39][56]. Se utilizó como mira o patrón en intensidad una distribución de 8x8 LED o display de 64 elementos, ver figura 4.3. Matemáticamente la distribución en intensidad de la imagen de la mira generada por cada cámara puede ser representada por dos distribuciones periódicas ortogonales. Al filtrar los primeros armónicos ortogonales del contenido frecuencial, figura 4.4b, se recuperan dos distribuciones en intensidad sinusoidales, que corresponden a:

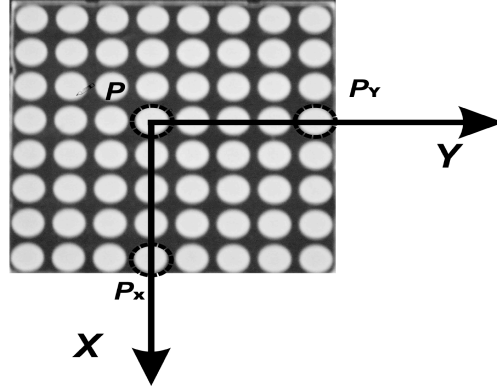


Figura 4.3. Matriz de LEDs implementada en el dispositivo.

$$\begin{aligned} I_V(x, y) &= I_o + A \cos(\Phi_V) & \Phi_V &= \frac{2\pi x}{\Delta X} \\ I_H(x, y) &= I_o + A \cos(\Phi_H) & \Phi_H &= \frac{2\pi y}{\Delta Y} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Donde Φ_V y Φ_H son las distribuciones de fase de los sistemas de franjas con líneas verticales y horizontales, respectivamente. Las distribuciones en fase son fácilmente calculadas usando el algoritmo de transformación de Fourier [43] a partir de una imagen del patrón regular. El centro de un microelemento del display, que corresponde a un máximo en intensidad del patrón, posee una fase $2\pi N$, donde N es un entero siendo $N = 0$ a la primera columna (o fila) de microelementos encendidos y $N = 7$ la ultima. De esta manera, el centro del microelemento marcado como **P** en la figura 4.3 corresponde a la intercepción de las fases $\Phi_V = 6\pi$ y $\Phi_H = 6\pi$.

Aunque el centro de un microelemento al ser muestreado no coincide generalmente con un pixel, es posible interpolar la distribución en fase calculada para determinar su posición, obteniéndose precisión subpixel. La interpolación de la fase calculada puede realizarse usando una función matemática no lineal, dependiendo de la distorsión de la imagen causada por las aberraciones geométricas de los sistemas formadores de imágenes. El modelo matemático utilizado fue un ajuste lineal, debido a la poca presencia de distorsiones geométricas de las lentes.

La necesidad de utilizar la mira como objeto de observación del sistema de visión estéreo es la de facilitar la búsqueda de los puntos homólogos y calcular sus coordenadas con precisión subpixel. Seleccionando el centro de la mira, punto **P** en figura 4.3, y dos centro ubicados ortogonalmente, P_x y P_y , es posible definir un sistema coordenado sobre la mira y calcular desplazamientos globales y rotaciones que ha introducido el operario sobre la

cabeza óptica, con respecto al sistema coordenado fijo, definido por el sistema de visión.

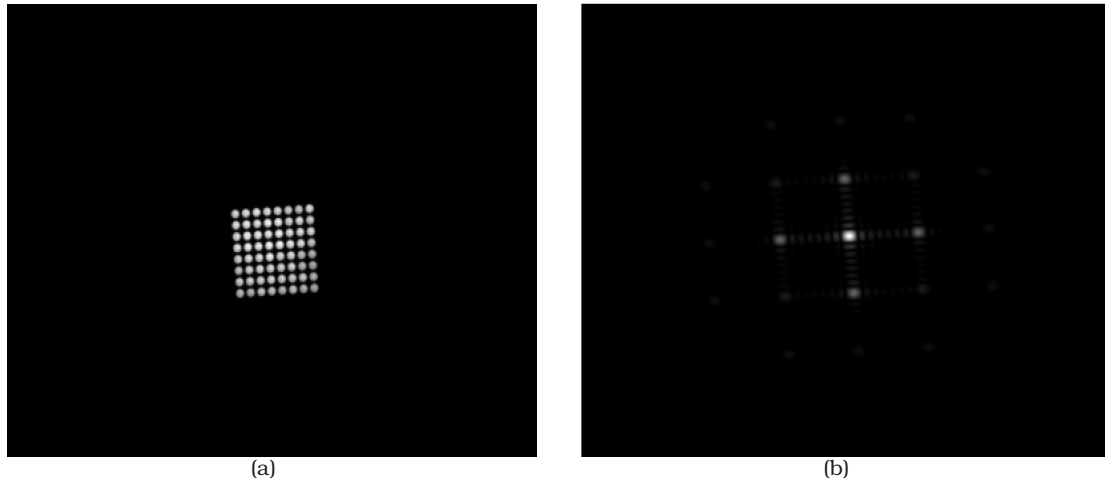


Figura 4.4. Imagen de la matriz y el módulo bidimensional de su transformada de Fourier.

4.3.4. Resultados experimentales del posicionamiento.

Según lo visto en las secciones anteriores, el sistema posee hasta ahora las siguientes características:

- El dispositivo de reconstrucción 3D por triangulación laser lineal permite extraer las coordenadas de una línea de puntos sobre la superficie del cuerpo, que corresponde a un sistema de referencia fijo al dispositivo. Si el dispositivo se desplaza con respecto a la superficie no es posible calcular el desplazamiento relativo espacial.
- El sistema de visión estéreo permite calcular las coordenadas de un punto en el espacio a partir de la matriz de rotación R y el vector de translación T optimizado entre los dos sistemas coordenados de las cámaras, a las cuales se le conoce sus parámetros de calibración. Las coordenadas finales se reportan en el sistema coordenado fijo al sistema estéreo.
- El posicionamiento global a partir de una matriz de diodos emisores de luz permite calcular con precisión subpixel las coordenadas de los puntos homólogos de cualquier punto sobre el sensor de cada cámara y en el espacio utilizando la calibración del sistema estéreo.

Con el fin de obtener un dispositivo de reconstrucción tridimensional a manos libres usando los criterios anteriores, se plantea la siguiente secuencia:

- Usando la visión estéreo y el posicionamiento global, se calcula con precisión la posición espacial de la matriz de puntos (Orientación y Posición en el espacio) con respecto al sistema coordenado fijo al sistema de visión estéreo. Como la matriz de puntos está unida al dispositivo de reconstrucción tridimensional, ver figura 4.1 y 4.7, la posición espacial calculada corresponde a la posición espacial del dispositivo de reconstrucción tridimensional. Así, moviendo manualmente el dispositivo y

ubicándolo en las posiciones deseadas por el usuario, con el fin de explorar tridimensionalmente el objeto, se determina la posición espacial del dispositivo en un sistema coordenado fijo.

- Usando la curva de calibración del sistema de reconstrucción tridimensional, se extraen las coordenadas espaciales de una línea de puntos pertenecientes a la superficie del objeto, para una posición espacial del dispositivo definida por la posición de la matriz de puntos. Pero, las coordenadas de la superficie del objeto son obtenidas en el sistema coordenado del sistema de reconstrucción 3D, es decir con respecto al plano $Z = 0$ (ver figura 4.6), que no se evidencian en el campo de observación del sistema de visión estéreo. Es necesario, definir una conversión entre sistemas coordenados que permita pasar las coordenadas del sistema de reconstrucción 3D a las coordenadas del sistema fijo del dispositivo de visión estéreo.

Según lo anterior, la figura 4.5 muestra los sistemas coordenados empleados en la reconstrucción global de un cuerpo. El sistema coordenado de reconstrucción tridimensional es $O_L(X_L, Y_L, Z_L)$ y el sistema coordenado del dispositivo de visión estéreo o global es $O_G(X_G, Y_G, Z_G)$. Se define un sistema coordenado intermedio sobre el plano de la matriz de puntos $O_M(X_M, Y_M, Z_M)$. El sistema coordenado de reconstrucción tridimensional con origen en O_L no se evidencia en el campo de observación del sistema coordenado global O_G . Si el dispositivo de reconstrucción tridimensional se desplaza manualmente, Los sistemas coordenados O_L y O_M se desplazarán, sin alterarse sus posiciones relativas. La figura 4.6 muestra las dos imágenes observadas por las cámaras del dispositivo estéreo y la imagen de la cámara del dispositivo de reconstrucción tridimensional al posicionarlo manualmente frente a un objeto plano que se desea reconstruir.

Usando el procedimiento de posicionamiento global se calculan en cada imagen del sistema estéreo las coordenadas en pixeles de los puntos homólogos sobre la matriz que definen el sistema coordenado $O_M(X_M, Y_M, Z_M)$. Así la posición de fase $(6\pi, 6\pi)$ en cada imagen corresponde al origen del sistema coordenado, como se puede ver en la figura 4.6(a) y (b). El punto extremo P_3 utilizado para calcular el vector unitario sobre el eje Y_{G1} y Y_{G2} corresponde a la fase $(6\pi, 14\pi)$, de igual forma para X_{G1} y X_{G2} se calcula el vector unitario, utilizando el punto extremo P_2 de fase $(14\pi, 6\pi)$.

Como las coordenadas son calculadas en el sistema coordenado de visión estéreo global O_G , las coordenadas de los vectores unitarios definidos sobre la matriz de puntos se pueden calcular en el sistema coordenado O_M . Ahora, es importante determinar la ecuación de conversión entre los sistemas coordenados de reconstrucción tridimensional $O_L(X_L, Y_L, Z_L)$ y el sistema coordenados $O_M(X_M, Y_M, Z_M)$. Para conocer esta conversión se utilizó un plano de calibración del sistema de reconstrucción 3D ubicado en el plano de referencia $Z = 0$. La figura 4.7 muestra las imágenes estéreo del plano de calibración junto con la matriz de puntos y los vectores unitarios de los sistemas coordenado O_L y O_M .

Ahora se mostrará cómo se unifican los procedimientos de reconstrucción tridimensional y posicionamiento global por visión estéreo para reconstruir la superficie de un objeto por triangulación laser lineal a manos libres. Inicialmente hay que determinar la matriz de rotación R_{ML} y el vector de traslación T_{ML} que convierten un punto en el sistema coordenado O_L al sistema coordenado O_M , según la ecuación:

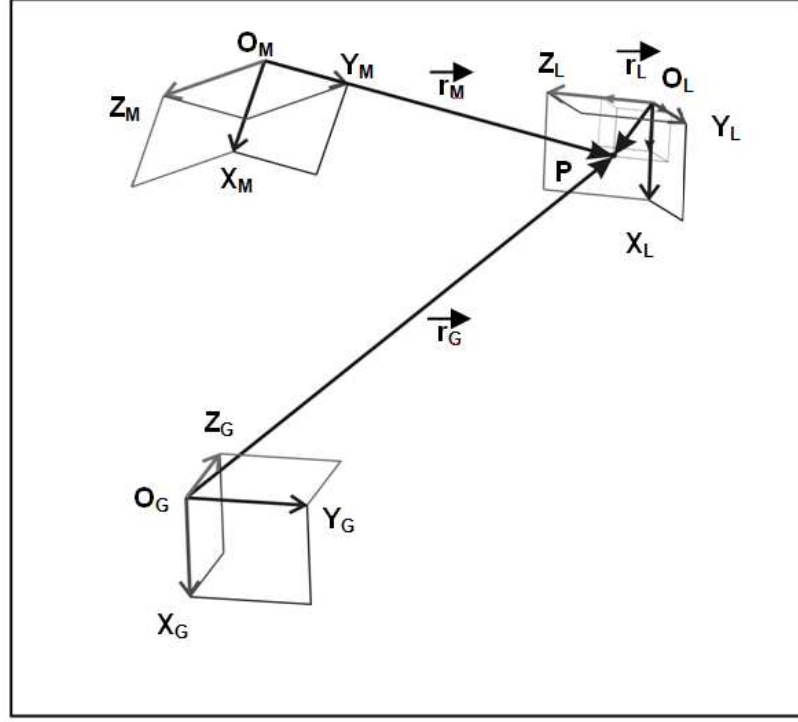


Figura 4.5. Sistemas de referencia: a manos libres, de la mira y global.

$$\vec{r}_M = R_{ML}\vec{r}_L + \vec{T}_{ML} \quad (4.2)$$

Donde R_{ML} y T_{ML} no cambian si el dispositivo de reconstrucción tridimensional se desplaza. La ecuación 4.2 relaciona un punto en el espacio de coordenadas entre los sistemas coordenados O_M y O_L en donde la matriz R_{ML} corresponde a tres rotaciones seguidas sobre los ejes X_M , Y_M y Z_M la cual, se define como el producto de las tres matrices de rotación $R_{ML} = R_\theta R_\phi R_\alpha$ y el vector de traslación T_{ML} los cuales son:

$$T_{ML} = \begin{bmatrix} -42,3500 \\ 96,0956 \\ 491,9346 \end{bmatrix} \quad R_{ML} = \begin{bmatrix} 0,94963 & -0,0855 & 0,0062 \\ 0,0097 & 0,1839 & 0,09829 \\ -0,0852 & -0,9792 & 0,1840 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Donde las unidades de T_{ML} son en milímetros. Finalmente es necesario realizar una conversión entre el sistema coordenado $O_M(X_M, Y_M, Z_M)$ y el sistema coordenado global $O_G(X_G, Y_G, Z_G)$. Este último proceso es similar al descrito anteriormente: La ecuación de transformación es:

$$\vec{r}_G = R_{GM}\vec{r}_M + \vec{T}_{GM} \quad (4.4)$$

Donde la matriz de rotación R_{GM} y el vector de traslación T_{GM} cambian al desplazarse la matriz de puntos, y con esta, el dispositivo de reconstrucción 3D. Es decir, para cada posición espacial del dispositivo se deben calcular los valores de R_{GM} y T_{GM} . Se realizó

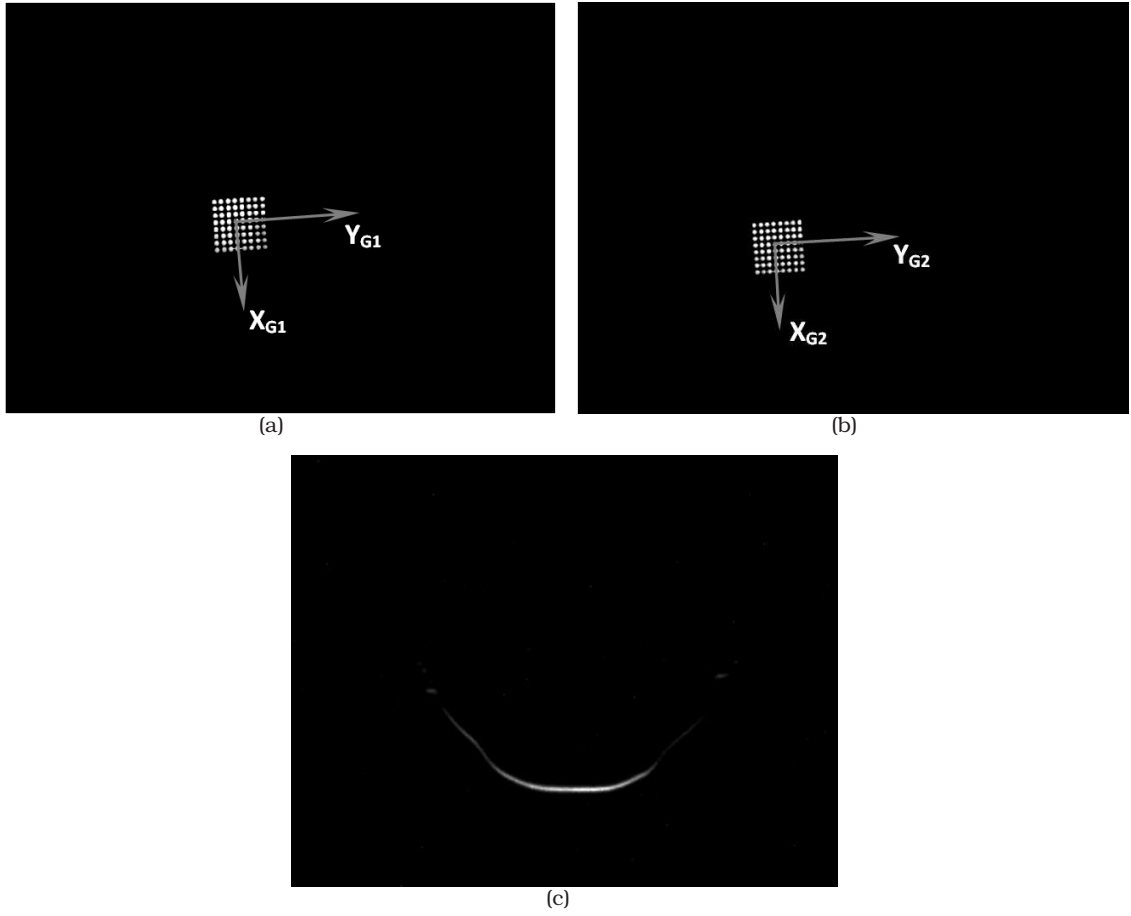


Figura 4.6. Imágenes capturadas por la CCD1, CCD2 y la CCD3.

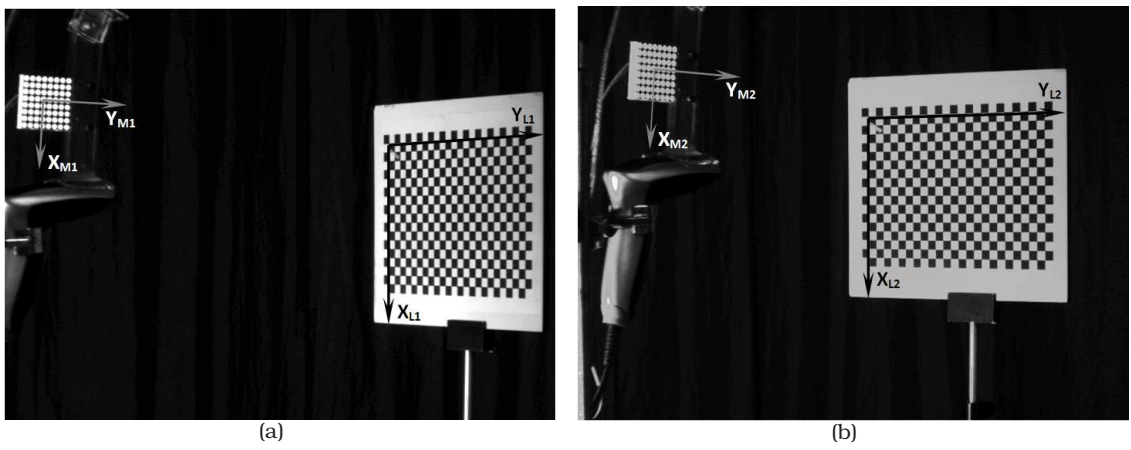


Figura 4.7. Imágenes capturadas por la CCD1, CCD2 de la mira y plano de calibración $z = 0$.

una función en Matlab con el fin de determinar la matriz de rotación R_{GM} y el vector T_{GM} para cada posición espacial del dispositivo de R3D, usando las dos imágenes de la matriz de puntos de cada cámara estéreo. Ubicando como objeto de reconstrucción una superficie plana, el dispositivo se situó en frente de tal manera que la línea laser se pudiese desplazar manualmente sobre la superficie plana y para cada posición se almacenaron las tres imágenes. De tal forma, que para cada posición del dispositivo de reconstrucción tridimensional se calcularon los valores de R_{GM} y T_{GM} y las coordenadas de los puntos del plano que interceptaba la línea laser en el sistema coordenado O_L . Las coordenadas del plano fueron convertidas secuencialmente a (X_M, Y_M, Z_M) con la ecuación 4.2 y a (X_G, Y_G, Z_G) con la ecuación 4.4. El ensamble de valores de las coordenadas 3D del plano explorado por el dispositivo se muestra en la figura 4.12(a).

4.4. Evaluación experimental del dispositivo de reconstrucción 3D.

Básicamente la intención de generar un dispositivo a manos libres consiste en adquirir las imágenes necesarias para reconstruir la superficie del objeto en cualquier posición del dispositivo deseada por el usuario, dentro del campo de trabajo. De esta manera, el dispositivo es libre de cualquier unidad de traslación y/o rotación. De igual forma, la aproximación hacia un dispositivo a manos libres también impone la condición de adquirir las imágenes en cualquier instante de tiempo y a detener la adquisición a voluntad. Según lo anterior, se diseñó y construyó un dispositivo de control que permite adquirir las imágenes cuando el usuario lo considere conveniente.

4.4.1. Análisis Bidimensional del sistema de posicionamiento global.

Con el fin de verificar la influencia del ruido en la determinación del centro de la matriz de puntos (coordenadas de fase $\phi_H = 6\pi$ y $\phi_V = 6\pi$), se procedió a utilizar una sola cámara de visión estéreo en posición frontal a la matriz de puntos, cuyo eje óptico sea perpendicular al plano de la matriz de puntos. Al adquirir esta imagen sirve para tener una idea del tamaño del pixel sobre el campo de observación de la cámara, cuyo tamaño promedio es de $0,976\text{ mm}$ en X y $0,973\text{ mm}$ en Y . Esto implica que un desplazamiento de un pixel equivale en promedio a 973 micras en el espacio objeto. Así mismo, con el fin de evaluar la precisión en la determinación del centro de la matriz de puntos, se ubicó la matriz de puntos en una platina de traslación de 10 micras de precisión y 25 mm de longitud de desplazamiento máximo. Se realizaron diferentes desplazamientos en dirección transversal al eje óptico, inferiores al tamaño de un pixel. Para cada posición se tomaron 100 imágenes. La figura 4.8 muestra la dispersión de los valores de las coordenadas X y Y del centro de la matriz para la posición correspondiente a cero desplazamiento.

El valor medio corresponde a $X = 327,115$ pixel y $Y = 192,797$ pixel, con una desviación estándar de $\delta_X = 0,00285$ pixel y $\delta_Y = 0,00195$ pixel. Lo cual indica que el sistema puede detectar desplazamientos en el plano objeto equivalentes a $0,003$ pixeles o $(0,003\text{ mm})$.

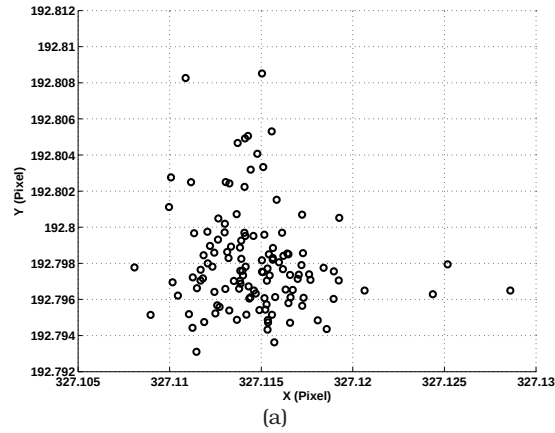


Figura 4.8. Dispersión de los valores de las coordenadas X y Y del centro de la matriz para la posición correspondiente a cero desplazamiento.

4.4.2. Análisis Tridimensional del sistema de posicionamiento global.

El análisis realizado en la sección anterior muestra que el sistema determina la posición del centro de la matriz y de cualquiera de los puntos con resolución subpixel. Con el fin de determinar el comportamiento del error en el posicionamiento en milímetros sobre el espacio objeto, se ubicó la matriz sobre una platina de traslación que la desplazaba en el plano y otra que la desplazaba en dirección perpendicular al plano de la matriz. En ambos casos se trasladó a intervalos de 50 micras hasta 2 milímetro y se midieron los desplazamientos. La figura 4.9(a) muestra los valores de distancias consecutivas encontrados para los desplazamientos en el plano, obteniendo un error medio de $-0,0325 \text{ mm}$ con una desviación estándar de $\delta_x = 0,0156 \text{ mm}$.

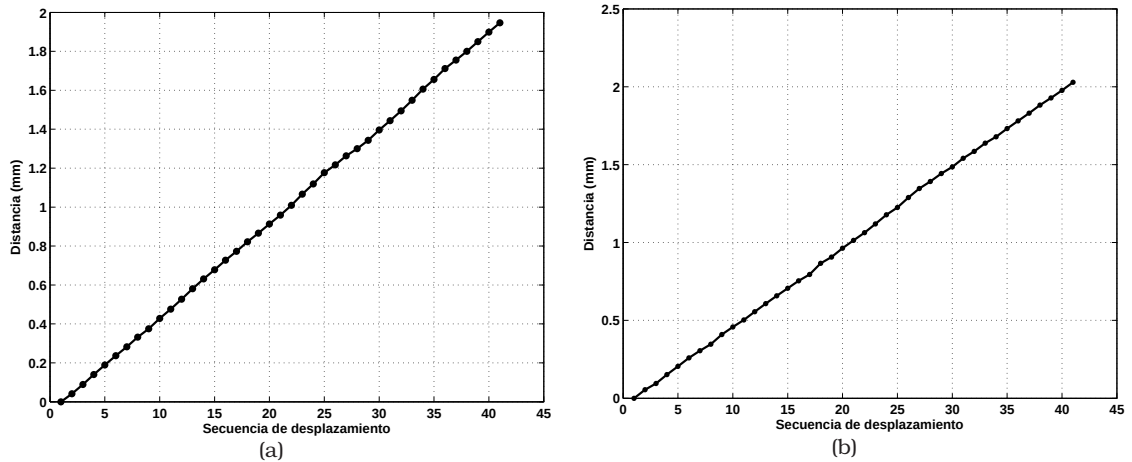


Figura 4.9. (a) valores de desplazamientos consecutivos paralelos a la mira. (b) valores de desplazamientos consecutivos perpendiculares a la mira.

De igual forma, al desplazar la matriz de puntos en dirección perpendicular al plano de la mira, se encontró un error medio de $0,0184\text{ mm}$ con una desviación estándar de $\delta_y = 0,0152\text{ mm}$ el cual se puede observar en la figura 4.9(b). Esto indica, que el sistema de posicionamiento global basado en la matriz de puntos permite determinar la posición del sistema de triangulación laser a $1,8\text{ m}$ de distancia con una precisión del orden de 33 micras. El error que se comete es inferior a la precisión del sistema de triangulación laser, alcanzando el objetivo propuesto para la implementación de un sistema a manos libres.

Sabiendo que el dispositivo está sujeto a rotaciones dentro del campo de observación de las cámaras del sistema de visión estéreo, se debe determinar qué tan preciso es el sistema de posicionamiento global para determinar ángulos en el plano de la matriz de puntos. Por tanto, se procede a determinar el error en la medida angular, Para tal efecto, se ubicó la matriz de puntos sobre un sistema de rotación, de tal forma que permita rotarla alrededor de un eje perpendicular al plano de la matriz. El sistema de rotación tiene una resolución de 1 minuto de arco. Los ángulos se determinaron con respecto al vector ubicado para la posición angular de cero grados, es decir, la matriz de puntos aproximadamente alineada con las filas y columnas de la cámara. Se determinaron variaciones angulares entre -50 a 50 grados a intervalos de 10 grados. La figura 4.10 muestra los valores experimentales obtenidos, comparándolos con los valores teóricos se obtiene un error medio de $-0,02678$ grados con una desviación estándar de $0,1541$ grados, que corresponde a $9,27$ minutos de arco.

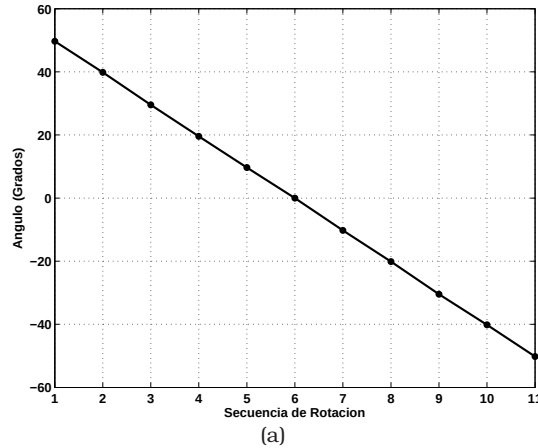


Figura 4.10. Datos experimentales de las variaciones angulares.

4.5. Reconstrucción Tridimensional de Objetos.

Según el análisis realizado anteriormente, en el posicionamiento espacial del dispositivo de triangulación laser en el cual está firmemente adherida la matriz de puntos, se comete un error de 33 micras. De igual forma, se puede calcular la orientación de la mira con precisión de 10 minutos de arco ubicando la mira a una distancia de $1,8\text{ m}$. Estos valores son de esperarse debido a la alta resolución subpixel que posee el posicionamiento global con la matriz, que subyace en la determinación con alta resolución y precisión de los puntos

homólogos en el sistema de visión estéreo.

Para comprobar el método, se reconstruyen varios objetos. Usando el sistema de visión estéreo, los objetos se ubicaban de tal forma que al ser barridos manualmente por el dispositivo de triangulación láser, la matriz de puntos se observará en las dos cámaras. Como se mencionó en las secciones anteriores, ubicando las dos cámaras a 1,8 metros del espacio objeto y usando lentes de focales 12mm en cada una, y un campo de observación de 60cm x 60cm. El dispositivo de triangulación debe moverse y rotarse de tal forma que pueda muestrear la superficie del objeto sin que se salga del campo de observación del sistema de posicionamiento global. La interfaz de adquisición de imágenes permite almacenar una secuencia de éstas. Posteriormente, se procesan con ayuda de una función implementada en Matlab.

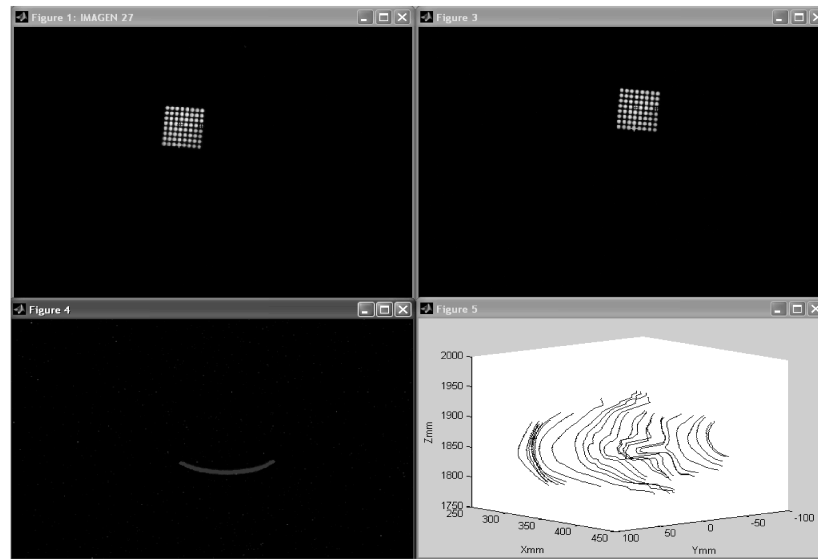


Figura 4.11. Imágenes adquiridas por las tres CCDs y el resultado del proceso de reconstrucción.

Las imágenes adquiridas se procesan secuencialmente calculando las coordenadas espaciales de los puntos del objeto que interceptaban la línea láser. La figura 4.11 muestra las imágenes adquiridas por cada cámara para una posición dada, junto con el resultado del proceso de extracción de coordenadas del objeto. Los dos cuadros superiores muestran las imágenes capturadas por las cámaras del sistema estéreo y las posiciones dentro de la matriz usada para determinar la matriz de rotación R_{MG} y el vector de traslación T_{MG} . El cuadro inferior izquierdo permite visualizar la línea láser y los puntos centrales calculados. El cuadro inferior derecho muestra la secuencia de cortes tridimensionales encontrados.

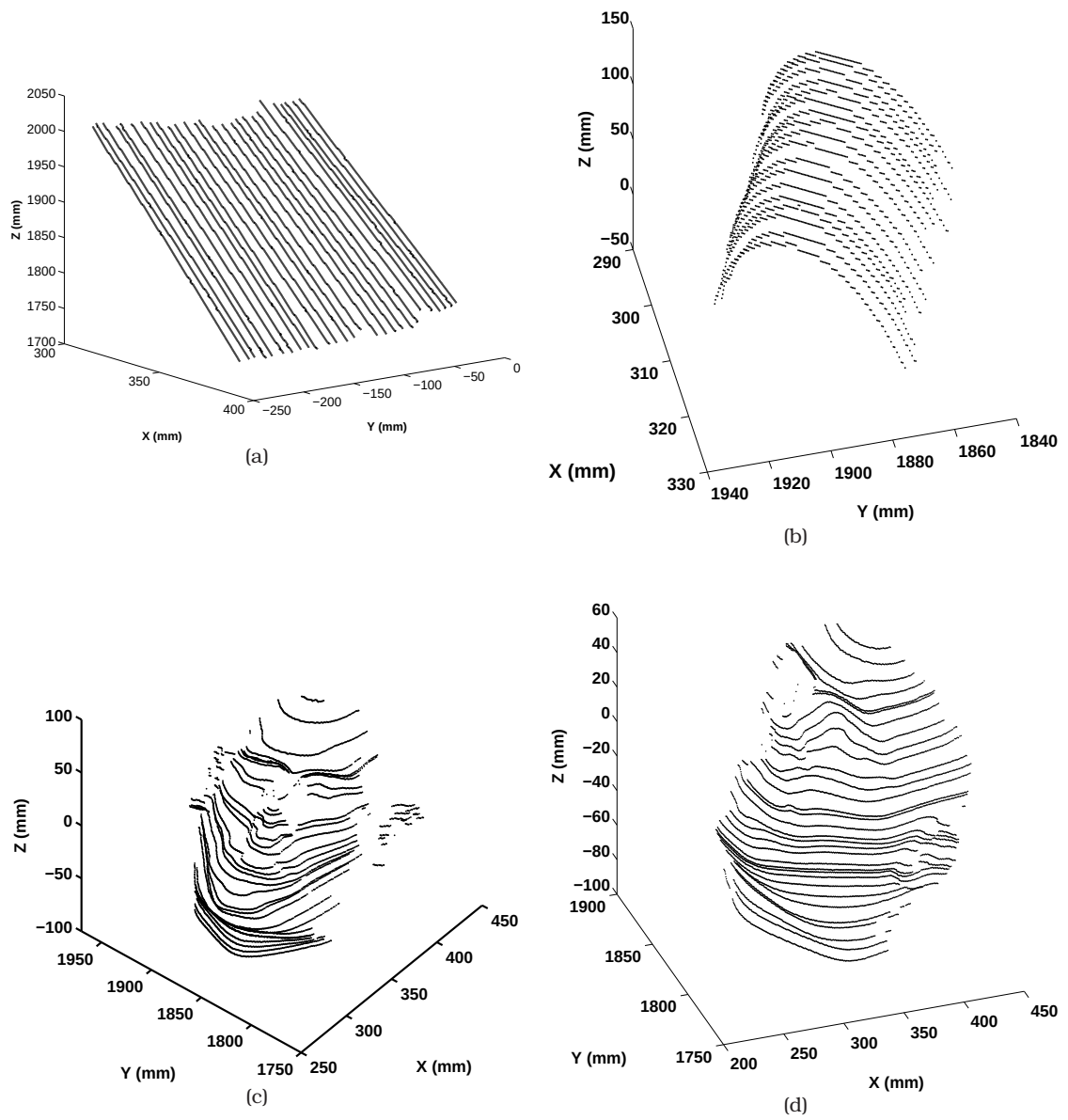


Figura 4.12. Resultados de algunas reconstrucciones realizadas por el sistema de reconstrucción tridimensional a manos libres: (a) un plano, (b), un cilindro (c), rostro vista frontal y (d) rostro vista lateral.

La figura 4.12(b) muestra la reconstrucción realizada de una superficie cilíndrica. Esta imagen muestra que el sistema de posicionamiento global permite ensamblar de manera automática cada corte realizado sobre el cuerpo por el sistema de triangulación laser. La figura 4.12(c) y 4.12(d) muestra la reconstrucción de un modelo de cabeza humana, en dos secuencias de barridos diferentes. Las dos secuencias de imágenes muestran la importancia del dispositivo a manos libres, ya que es posible obtener información que está oculta a un captor ubicado frontalmente al objeto.

CAPÍTULO 5

Reconstrucción 3D a Baja Escala

5.1. Introducción

La interferometría con luz blanca es una técnica ampliamente utilizada para medidas topográficas de alta resolución axial, sin contacto [48][49][50][51][57][53]. La técnica básicamente divide un rayo de luz de una fuente de luz blanca en dos haces separados. Un rayo es reflejado por la superficie del objeto a medirse (Brazo muestra) mientras que el otro sigue un trayecto conocido de distancia óptica constante (Brazo de referencia). Debido al ancho de banda espectral extendido de la fuente, la longitud de coherencia es corta, y franjas de buen contraste se obtendrán únicamente cuando los dos brazos del interferómetro estén próximos en longitud. Usualmente se utiliza un transductor piezoelectrico (PZT), para variar la distancia óptica del brazo muestra del interferómetro y las variaciones de altura a través de la muestra pueden ser determinadas buscando la posición que tiene el PZT cuando se obtiene el máximo contraste de franjas. Este modo de operación es conocido como *Modo de sensado del pico de coherencia por barrido vertical*. En esta situación, el rango máximo axial de distancias para el análisis topográfico es determinado por el máximo desplazamiento del PZT. Tradicionalmente para un Objetivo Mirau de 10X y PZT es de $40\mu m$.

Conociendo las bondades de la alta precisión y resolución del sistema de posicionamiento basado en la alta sensibilidad de la fase al desplazamiento de la mira periódica, se evalúa la posibilidad de utilizar esta metodología, en remplazar de un transductor piezoeléctrico (PZT) de posicionamiento, el cual, es convencionalmente utilizado para realizar el barrido axial en un microscopio interferométrico tipo Mirau.

En el presente capítulo se realiza inicialmente una descripción de la microscopía interferencial tipo Mirau, en donde se detalla el principio de funcionamiento del interferómetro Mirau y se explica la metodología tradicional seguida en el análisis de franjas interferométrica de luz policromática.

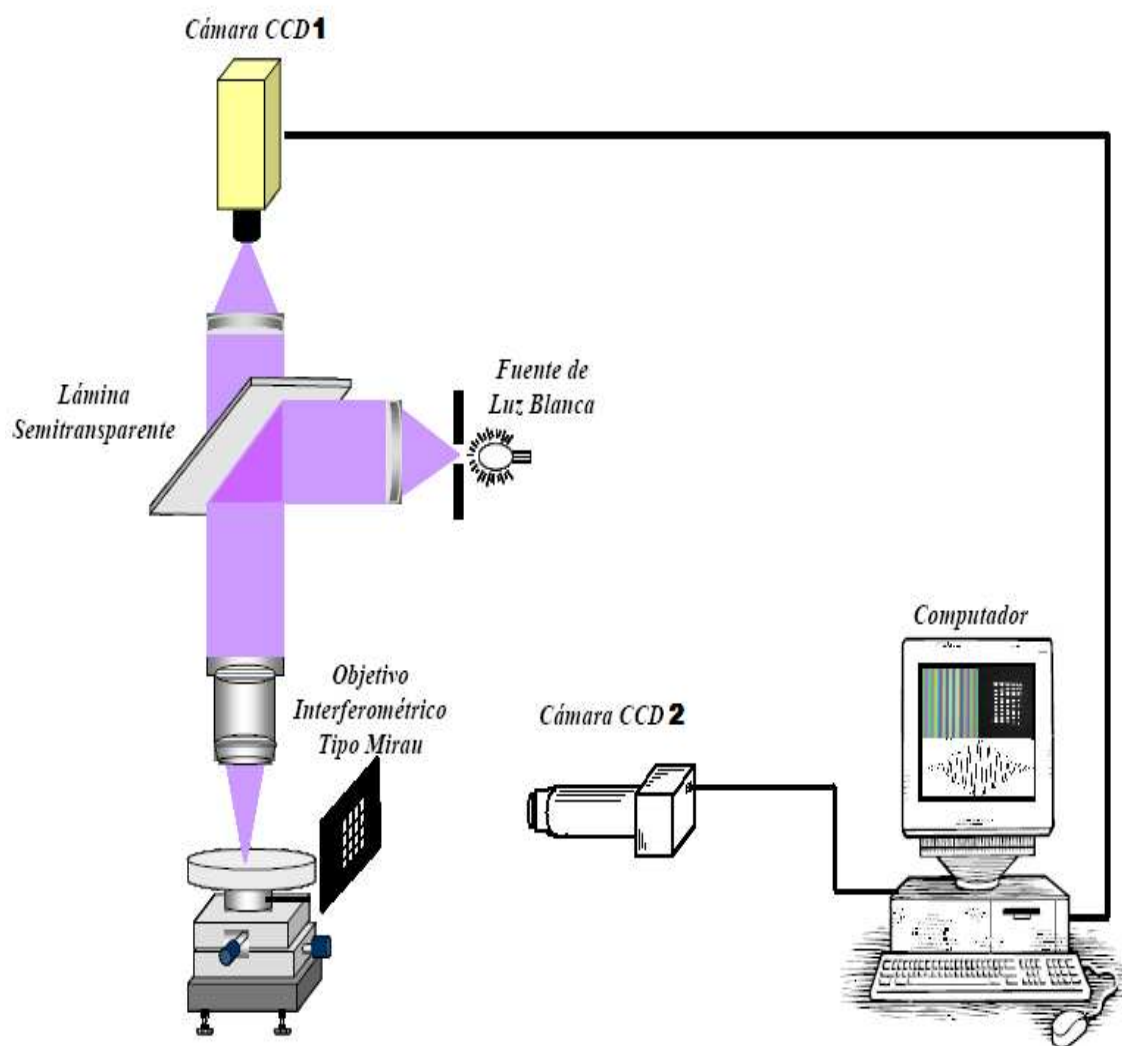


Figura 5.1. Esquema de sistema interferométrico y cámara de posicionamiento utilizada.

5.2. Sistema de Microscopía interferencial tipo Mirau.

Un sistema de microscopía interferencial tipo Mirau está compuesto por un microscopio de reflexión el cual tiene un objetivo interferométrico tipo Mirau, que se puede observar en la figura 5.2. El objetivo interferométrico Mirau, tiene una lámina semitransparente entre el objetivo y la muestra, y un espejo de referencia sobre el centro de su cara frontal. El funcionamiento del objetivo interferométrico es similar a un interferómetro Michelson, con la diferencia que los dos brazos por donde la luz realiza su recorrido están en un mismo eje. Entonces, cuando el haz atraviesa el objetivo, la lámina separatriz o semitransparente divide éste en dos: uno que se transmite hacia la muestra y el otro que es reflejado. El haz reflejado va al espejo de referencia, regresa a la lámina separatriz y se superpone con el reflejado por el objeto. Así, la correlación de los dos haces es vista por el objetivo. El contacto óptico se obtiene cuando la diferencia de camino óptico entre la lámina separatriz-espejo y la lámina semitransparente-objeto es cero.

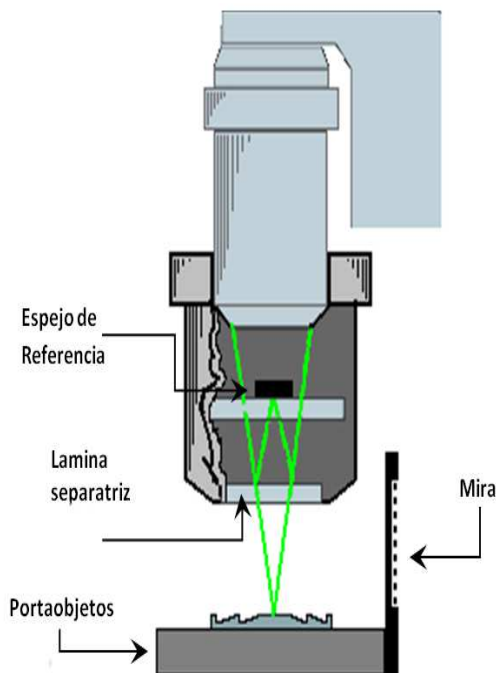


Figura 5.2. Esquema de interferómetro Mirau y la Mira de posicionamiento.

5.3. Análisis de Franjas de Interferencia de luz Policromática.

Al utilizar el sistema mostrado de la figura 5.2 con luz policromática, incoherente espacialmente, las reflexiones sobre la muestra, ubicada en el portaobjetos, son combinadas con las reflexiones provenientes del espejo de referencia, localizado en el objetivo Mirau. El campo eléctrico $E(t)$ que llega al detector es la superposición de la luz que proviene de la muestra y el espejo de referencia:

$$E(t) = E_s(t) + E_r(t + \tau) \quad (5.1)$$

Donde E_s y E_r son respectivamente las amplitudes ópticas del haz señal y del haz referencia. Mientras que, τ es el tiempo de retraso debido a la diferencia de longitud en los caminos ópticos de los dos haces. La intensidad registrada por el detector está dada por:

$$I_d(\tau) = \langle |E(t)|^2 \rangle = I_s + I_r + 2(I_s I_r)^{\frac{1}{2}} \Re\{\gamma(\tau)\} \quad (5.2)$$

donde $\gamma(\tau)$ es el grado complejo de coherencia mutua, que se expresa como:

$$\gamma(\tau) = \frac{\langle E_s^*(\tau) E_r(t + \tau) \rangle}{(I_s I_r)^{\frac{1}{2}}} \quad (5.3)$$

En general el grado complejo de coherencia mutua incluye los efectos de coherencia espacial y temporal. Para un interferómetro de amplitud como el interferómetro Mirau, la coherencia espacial se puede despreciar para un punto sobre la fuente incoherente espacialmente, así la coherencia mutua se reduce a la auto-coherencia o coherencia temporal, en este caso:

$$I_d(\tau) = \langle |E(t)|^2 \rangle = I_s + I_r + 2(I_s I_r)^{\frac{1}{2}} \Re\{\gamma_{tc}(\tau)\} \quad (5.4)$$

Donde $\Re\{\gamma_{tc}(\tau)\}$ es la parte real del grado complejo de coherencia temporal de la fuente de luz. Su forma normalizada está dada por $\gamma_{11}(\tau)$:

$$\gamma_{11}(\tau) = \frac{\Gamma_{11}(\tau)}{\Gamma_{11}(0)} \quad (5.5)$$

Donde $\Gamma_{11} = \langle E(t + \tau) E^*(t) \rangle$ y el subíndice 11, corresponde a un único punto de la fuente incoherente. El grado complejo de coherencia normalizado de la fuente de luz es dado por la transformada de Fourier de la densidad espectral de energía. Si la fuente de luz es policromática y tiene una densidad espectral de energía gaussiana con ancho espectral Δf y frecuencia media $\bar{f}$, el grado complejo de coherencia temporal γ_{11} estará dado por:

$$\gamma_{11}(\tau) = \mathbf{G}_o \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(f - \bar{f})^2}{\Delta f^2}\right] \exp(-i2\pi\tau\bar{f}) d\bar{f} \quad (5.6)$$

Donde $\mathbf{G}_o$ es una constante. Teniendo en cuenta que $\gamma_{11}(0) = 1$, se tiene que:

$$\gamma_{tc}(\tau) = \exp\left[-(\pi\tau\Delta f)^2\right] \exp(-i2\pi\bar{f}\tau) \quad (5.7)$$

Así la ecuación 5.4, se puede escribir como:

$$I(\tau) = I_s + I_r + 2(I_s I_r)^{\frac{1}{2}} \exp\left[-(\pi\tau\Delta f)^2\right] \cos(2\pi\bar{f}\tau) \quad (5.8)$$

o

$$I_d(\tau) = I_o[1 + V(\tau) \cos(2\pi \bar{f} \tau)] \quad (5.9)$$

Donde I_o es la intensidad de fondo, V es la función de contraste de las franjas o envolvente del patron de franjas observado. Esta función V está dada por:

$$V(\tau) = \frac{2(I_s I_d)^{\frac{1}{2}}}{I_s + I_d} \exp[-(\pi \tau \Delta f)^2] \quad (5.10)$$

Si en el sistema de la figura 5.3 el origen de coordenadas es tomado sobre un punto z en particular en la dirección axial, donde los dos caminos ópticos son iguales, y la superficie de prueba es movida a lo largo del eje Z en una serie de pasos de tamaño ΔZ , entonces la intensidad sobre un punto (x, y) en el plano de la imagen que corresponde a un punto del objeto de altura h , se puede escribir como:

$$I_d(\tau) = I_s + I_r + 2(I_s I_r)^{\frac{1}{2}} \gamma\left(\frac{p}{\bar{\lambda}}\right) \cos\left[\left(\frac{2\pi}{\bar{\lambda}}\right)p + \phi_0\right] \quad (5.11)$$

Donde I_s e I_r son las intensidades de los dos haces que actúan independientemente, $\gamma(\frac{p}{\bar{\lambda}})$ es el grado complejo de coherencia, la cual corresponde a la visibilidad de la envolvente de la franjas de interferencia, y $\cos[(\frac{2\pi}{\bar{\lambda}})p + \phi_0]$ es la modulación cosenoidal donde $\bar{\lambda}$ corresponde a la longitud de onda media de la fuente, $p = 2(z - h)$ es la diferencia de las longitudes de los caminos ópticos atravesados por los haces y ϕ_0 es la diferencia del corrimiento de fase debido a las reflexiones sobre el divisor de haz, los espejos y posiblemente el material de prueba. La figura 5.3, muestra las variaciones de intensidad sobre el punto de la imagen cuando un objeto es barrido axialmente.

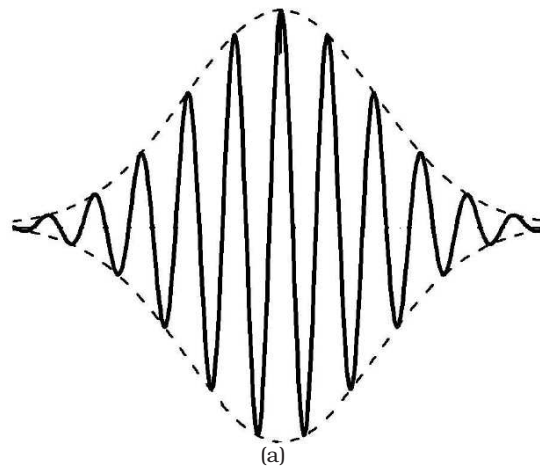


Figura 5.3. Perfil del interferograma

Se utiliza una cámara CCD ubicada en el plano imagen del sistema óptico del microscopio como mecanismo de registro del interferograma, cada pixel de esta tiene la posibilidad de registrar patrones de interferencia similares a los de la figura 5.4(a) en la medida que el

objeto es desplazado en la dirección Z , pero estos pueden tener la posición del máximo de la envolvente en posiciones de barrido diferentes, ver figura 5.4(b). Esta diferencia de posiciones nos permiten medir la forma del objeto, ver figura 5.4(c).

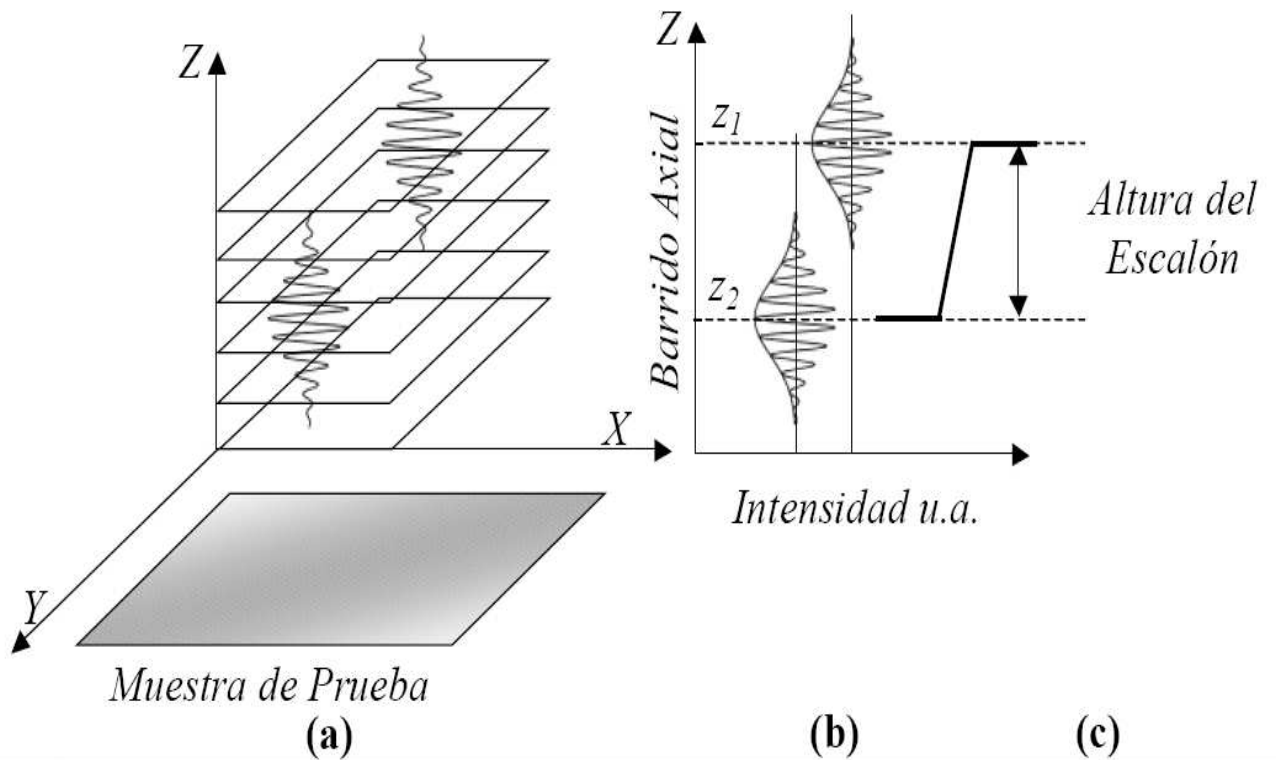


Figura 5.4. Representación de diferentes etapas de la perfilometría (a) Vistas del interferograma. (b) Corte del interferograma para dos píxeles arbitrarios. (c) Localización de los picos de los inteferogramas y determinación de la medidas de alturas relativas.

5.3.1. Detección de Máximos

La Detección de máximos es una técnica que aprovecha la propiedad de los interferogramas producidos por una fuente policromática. Según la ecuación 5.9, las franjas se encuentran moduladas por una envolvente $V(\tau)$ presentando un máximo de intensidad en puntos donde la diferencia de camino óptico es cero. Determinar la forma del objeto consiste en localizar la posición del máximo de la envolvente del interferograma para cada punto del objeto, desplazando uno de los brazos del interferómetro Mirau, de tal manera, que cada punto pasará por el plano de contacto óptico en un valor de desplazamiento del portaobjeto, dependiendo de la diferencia de altura que tenga los diferentes puntos del objeto. La cámara CCD registrará los valores de la intensidad del interferograma de tal forma que permite almacenar tanto el máximo del interferograma y el desplazamiento del portaobjeto asociado al valor de intensidad máximo. Así se obtienen dos matrices: una con la información de los máximos de intensidad del interferograma y otra con las posiciones de desplazamiento del portaobjeto. La primera da una imagen en niveles de grises

de los puntos del objeto focalizados y con el mayor grado de reflectividad y la segunda nos brinda la información de altura del objeto discretizada en un número de niveles de gris propio de la cámara utilizada. Si la cámara CCD posee 256 niveles de gris y el paso de desplazamiento del portaobjeto es Δz la resolución axial del sistema queda determinado por:

$$R = \Delta z \left[\frac{z}{256} + 1 \right] \quad (5.12)$$

5.4. Dispositivo Experimental.

La figura 5.2 muestra el diagrama de un sistema de microscopía interferencial Mirau. Este está constituido por un microscopio de reflexión metalográfico Eclipse 600, marca Nikon y un objetivo interferométrico tipo Mirau de 10X de apertura numérica (NA) de 0,3 y de distancia de trabajo (WD) de 7,4mm, la cual está sincronizado a dos cámaras CCD monocromáticas de 640×480 pixeles de conexión USB, marca μ Eye. Una de estas cámaras tiene como propósito registrar el interferograma y la otra registrar la mira que está adherida al soporte de objetos del microscopio, ver figura 5.1-5.2. Es así, como se ha reemplazado el sistema clásico de posicionamiento (un piezoeléctrico PZT) por un sistema basado en un sistema de visión que registra una mira muy particular. La mira está constituida por un arreglo periódico de 15×15 cuadrillos de $5 \mu m$ cada uno y de periodo $10 \mu m$, constituyendo así una mira de $1,45 mm \times 1,45 mm$, ver figura 5.5.

5.5. Resultados Experimentales.

En esta sección se presenta la calibración del sistema y los resultados experimentales obtenidos con la metodología propuesta.

5.5.1. Calibración del Sistema.

Inicialmente se realiza la calibración del sistema de posicionamiento, es decir, de la resolución y rango de desplazamiento de la mira, que es observada por una cámara μ Eye, monocromática de 640×480 pixeles, a la cual se le ha adaptado un objetivo de microscopio de 50mm de distancia focal junto con tubo extensor de 10cm aproximadamente. Para ello, realizamos un procedimiento similar que en los capítulos anteriores. Inicialmente se calcularon 100 posiciones utilizando el método del capítulo 1, para evaluar la dispersión y así, determinar la resolución mínima de desplazamiento en z y también se determina el tamaño de pixel, con ayuda de las ecuaciones [2.8][2.9]. Se obtuvo una desviación estándar de $0,011 \mu m$ en X y $0,0010 \mu m$ en Y , como se puede observar en la figura 5.6 y el tamaño de pixel calculado es de $3,95 \mu m$ en X y $3,96 \mu m$ en Y , la cual se puede ver en la figura 5.5. Como el sensor es de 640×480 pixeles, entonces el campo de observación es de $1,899 \times 2,535 mm$, permitiendo esto calcular la región máxima de desplazamiento de la mira en este espacio, para lo cual es necesario tener en cuenta el tamaño de la mira, es decir, el rango de desplazamiento se calcula restando al campo visual el tamaño de la mira en las dos direcciones. En este caso se obtiene que es posible calcular posiciones de la mira en un rango de desplazamiento de $0,449 mm$ en X y $1,085 mm$ en Y , ver figura 5.5. En esta aplicación es de interés el rango de desplazamiento en la dirección del eje óptico del interferómetro, el cual, es casi paralelo a la dirección X del sistema de la cámara que

observa la mira. Si es necesario ampliar el rango de desplazamiento es conveniente orientar la cámara de tal forma que la dirección de mayor número de pixeles conocida con la dirección de barrido.

Por otro lado, para determinar el campo de observación de la cámara colocada en el interferómetro, es decir el tamaño de la region observada sobre el objeto, se realizo un procedimiento clásico de calibración, el cual consiste en realizar desplazamientos conocidos de un objeto que esta siendo observado por el sistema de visión del interferómetro, al cual se facilite hacer el seguimiento de un punto particular del objeto. Esto permite obtener una función de asociación entre los pixeles y milímetros desplazados. En este caso como el desplazamiento realizado es lineal, se encontró un recta de ajuste por mínimos cuadrados, que es $Dp = 1832,02Dm - 16955$ [pixeles]. La cual nos permite determinar el tamaño del pixel de observación de la cámara en el interferómetro, bajo la suposición de que el pixel posee un razón de aspecto 1. El tamaño del pixel es $5,4584 \times 10^{-4}mm$, y el campo de observación es $0,2620 \times 0,34933mm$.

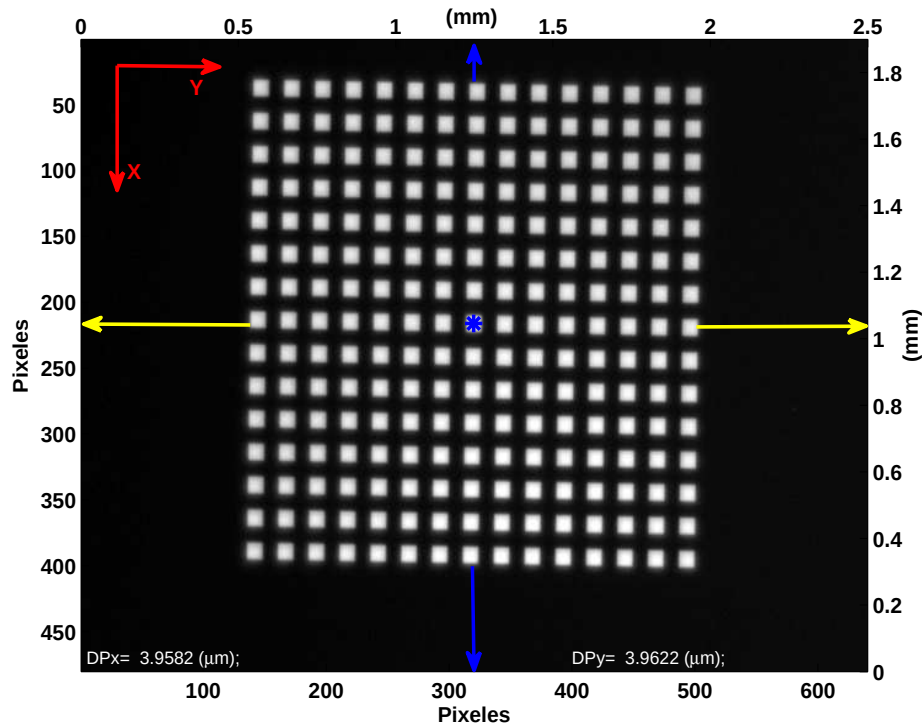


Figura 5.5. Imagen de la mira utilizada, Campo de observación, tamaño pixel y rango de desplazamiento en la dirección X y Y.

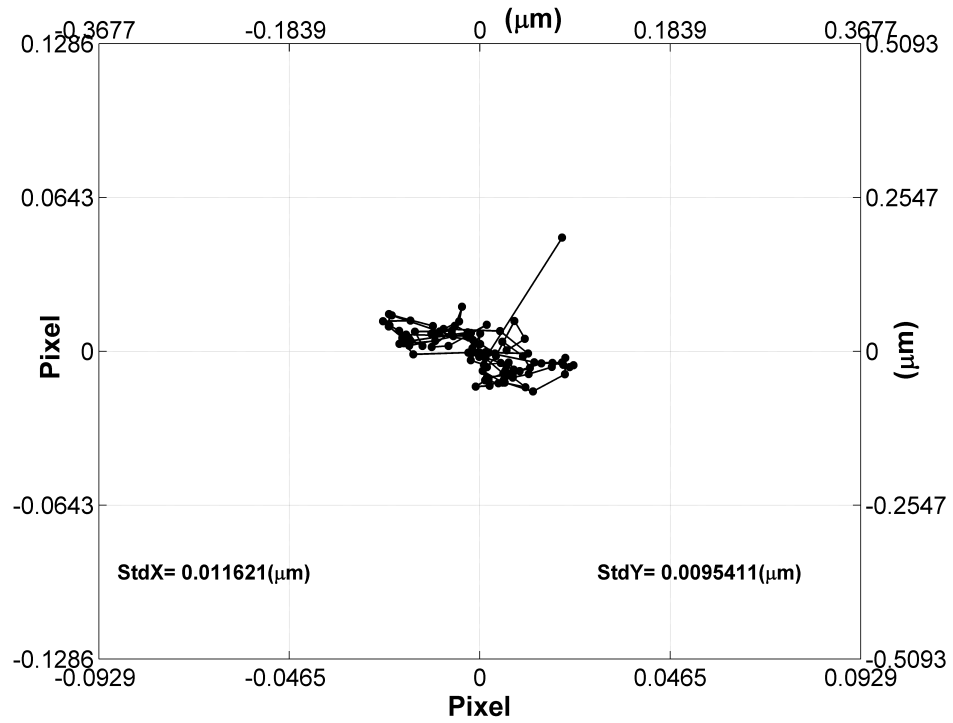


Figura 5.6. Dispersión de la medida de 100 posiciones sin desplazamiento.

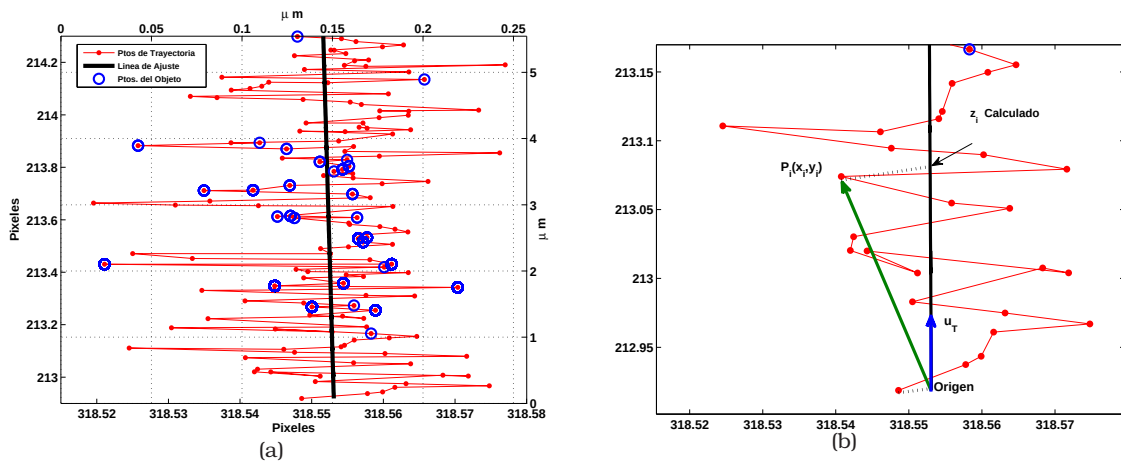


Figura 5.7. (a) Cálculo de posiciones y trayectoria del barrido. (b) Determinación de desplazamientos.

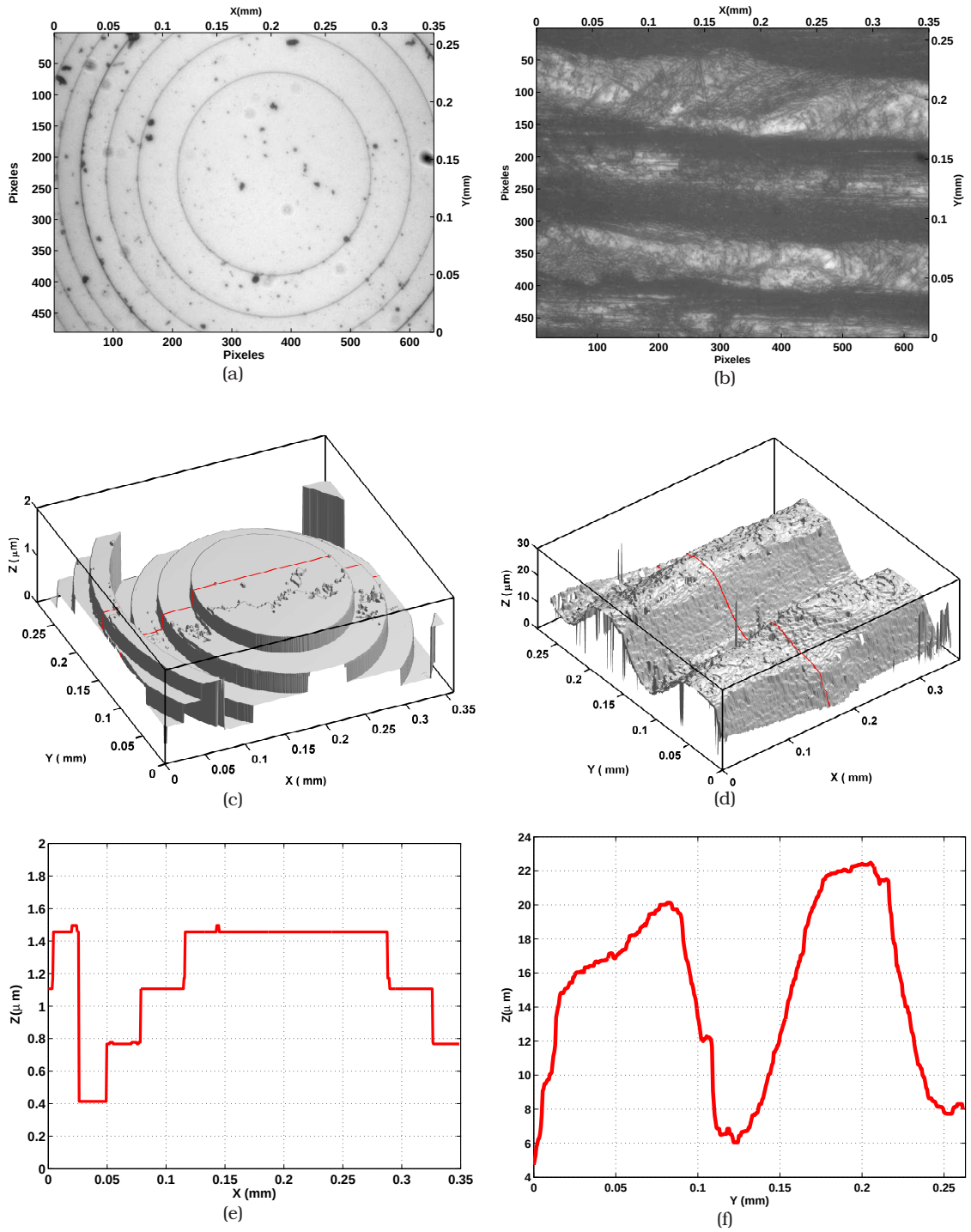


Figura 5.8. Resultados de algunas reconstrucciones realizadas por el sistema interferométrico sin la utilización de un PZT: (a), (b) Imagen de intensidad focalizadas de la Lente de Fresnel y parte de una moneda de 500 pesos. (c), (d) Reconstrucción de la lente de Fresnel y Moneda. (e), (f) Perfil de la lente de fresnel y de la Moneda.

5.5.2. Resultados.

La perfilometría con luz policromática fue implementada con base en la detección de máximos de intensidad explicada anteriormente. El método se implementó utilizando un sistema sincronizado de dos cámaras, una que registra las intensidades del interferograma y otra que registra la mira de posicionamiento. La imagen registrada de la mira permite obtener la posición en pixels del centro de la mira, la cual es posteriormente convertida a mm mediante el proceso de calibración. Mientras se realiza el barrido vertical, se almacenan dos matrices de igual tamaño en memoria (dimensiones que son determinadas por el sensor de la cámara que registra el interferograma): la matriz de los valores de intensidades máximas del interferograma y la matriz de posiciones de los máximos, los cuales son calculados por el método de posicionamiento de la mira. La matriz de intensidades máximas se actualiza para cada posición calculada utilizando la mira. Para cada posición siguiente se realiza una comparación elemento a elemento de la matriz de valores de intensidades. Si algún o algunos de los elementos de la matriz imágenes aumenta en intensidad, el valor en intensidad se actualiza para estos elementos de la matriz y además se actualiza la posición de estos elementos de la matriz de posiciones de los máximos. Este procedimiento se realiza de manera sucesiva para cada paso de la muestra. Al finalizar los desplazamientos, se tienen dos matrices con diferente información, una con la información de los valores máximos de intensidad del interferograma para cada punto de la muestra y la otra con las posiciones en los que se encontraba dichos máximos en el barrido, la cual nos da la información de la topografía de la muestra.

Utilizando como fuente de iluminación la lámpara halógena y aplicando el algoritmo de detección de máximos de intensidad sobre una muestra (lente de fresnel y una moneda de 500 pesos), se obtuvo la reconstrucción 3D de su superficie. Este resultado es presentado en la figura 5.8. El objetivo interferométrico utilizado fue de $10\times$, con una NA de 0,3 y WD de $7,4mm$. El paso de desplazamiento se calculó de la siguiente forma: inicialmente se encontró una recta de ajuste con los puntos calculados en la trayectoria de barrido, posteriormente se construyó un vector unitario $\hat{u}_T$ en la dirección de esta recta. Por último, los desplazamientos se calcularon como la proyección sobre la recta de ajuste de los vectores posiciones de cada punto referenciados a la proyección del primer punto (origen), ver figura 5.7. Teniendo en cuenta todas las posiciones y mediante esta metodología es posible calcular el paso promedio de desplazamiento, que es de $0,037\mu m$. Utilizando posiciones calculadas que corresponden a máximos del interferograma, se determina la topografía del objeto mediante este mismo proceso.

Conclusiones

En el marco de esta tesis se implementa un método para medir la posición y el desplazamiento lateral, así como también la rotación de un objeto utilizando el cálculo del plano de fase con la ayuda de TF. La técnica muestra la capacidad de determinar el posicionamiento y el desplazamiento lateral de un patrón periódico con precisión subpixel de 5×10^{-3} píxeles en las dos direcciones, y la orientación del patrón con una precisión de $1 \times 10^{-4} \text{ rad}$, pero, con un límite de rotación de 90° para el método 1, descrito en el capítulo 2. En este método la resolución espacial depende de los parámetros del sistema de observación, y del conocimiento de la frecuencia del patrón de fase empleado, la cual permite realizar una calibración in situ. De igual manera, se presenta el efecto de adicionar un defecto sobre el patrón (mira) que permita al sistema liberarse del límite de orientación de 90° sin degradar su resolución y precisión en la medida de posicionamiento y sin introducir modificaciones importantes en el algoritmo. Solo difiere en una etapa en donde se rellena la máscara antes de emplearla como un filtro, para definir la región de trabajo de la fase.

Para posicionar un objeto en el espacio con sus seis grados de libertad, Se utiliza un método que combina la reconstrucción estéreo y la alta sensibilidad de la fase. El dispositivo esta basado en un sistema de posicionamiento estéreo, que consta de dos cámaras de características similares y una mira, constituida de distribución periódica, adherida al objeto. los resultados muestran que la posición es calculada en tres direcciones con gran precisión, Entre $10 - 25 \mu\text{m}$ en un campo de observación de 15cm en X y Y ; y 20cm en Z . Del mismo modo, la rotación es medida con precisión, de $0,02^\circ$, en un rango de rotaciones de $\pm 45^\circ$ para θ_z , y $\pm 180^\circ$ para θ_x y θ_y .

En aras de la realización de una aplicación, se diseñó y construyó un dispositivo de reconstrucción 3D a manos libres. La cabeza óptica fue construida usando el principio de triangulación láser lineal. Los datos obtenidos de la reconstrucción 3D, son convertidos a un sistema coordenado global, fijo y definido por un sistema de visión estéreo. La precisión del sistema de visión estéreo es mejorada con respecto al sistema clásico, recurriendo al cálculo de las coordenadas con precisión subpixel de los puntos homólogos. Estas coordenadas son calculadas en píxeles, usando la información en fase de un objeto plano y con distribución en intensidad regular o mira. Los procedimientos intermedios recurren a un sistema coordenado intermedio definido sobre la mira y calculado para cada posición espacial de la cabeza óptica. Logrando así, Se logra implementar un sistema de posiciona-

miento global a manos libres de un dispositivo clásico de reconstrucción 3D de bajo costo.

También se implementó un sistema de microscopía interferencial Mirau, que permite obtener la topografía de un objeto, con una resolución axial de $0,028\mu m$ (tres desviaciones estándar) y una resolución transversal de $5,45 \times 10^{-4}mm$; sin la necesidad de utilizar un piezoeléctrico, para obtener la posiciones. El posicionamiento se logra utilizando el método descrito en el capítulo 1. Para este esquema experimental, se hace una análisis de franjas de interferencia de luz blanca. Al utilizar iluminación blanca se hizo una descripción del método de detección de máximos de intensidad, para la reconstrucción 3D de superficies. Por otro lado, se acopló un dispositivo de posicionamiento que permite calcular la posiciones sucesivas en el barrido axial, con una resolución de $0,028\mu m$ (tres desviaciones estándar) y paso de $0,0368\mu m$, el cual abre nuevas posibilidades como son: ampliar el rango de desplazamiento, permitiendo reconstruir objetos de dimensiones mayores que las permitidas por un dispositivo piezoeléctrico clásico. En este caso utilizando una cámara monocromática de 640×480 píxeles, un objetivo de microscopio de $50mm$ de distancia focal, un tubo extensor de $10cm$ y una mira de 15×15 cuadros de $5\mu m$ y $10\mu m$ de período, se logra un desplazamiento de barrido máximo de $0,468mm$, con posibilidad de aumentar su rango de trabajo a $1,0858mm$.

Perspectivas

En los trabajos desarrollados por el profesor Sandoz se evidencia una evolución en la geometría de la mira. En donde en búsqueda de mayor rango de desplazamiento, pasó de una geometría basada en dos patrones de líneas perpendiculares entre si, a una mira de cuadros distribuidos periódicamente, utilizada también en nuestro trabajo. Nosotros creemos que la evolución de la mira se debe dirigir a trasladar las bondades de la alta sensibilidad de la fase en la direcciones X e Y , la cual permite un posicionamiento de alta resolución en dichas coordenadas, a una mira diseñada con simetría polar, en la cual se pretende aprovechar la alta sensibilidad de la fase en la coordenadas r y θ respectivamente. Esto abre la posibilidad a diferentes diseños de miras y así mismo nuevas metodologías que permitan el cálculo de la posición e inclinación con alta precisión.

El sistema de reconstrucción tridimensional desarrollado en este trabajo permite reconstruir un objeto con un sistema óptico(cabeza óptica) móvil, el cual, es posicionado por una sistema de posicionamiento de referencia fija(sistema estéreo), con alta resolución(mira). Pero en este caso el objeto a reconstruir es inmóvil, es decir está en la misma posición con respecto al sistema de referencia global o fijo. Es posible que el objeto que se desea reconstruir se encuentre en permanente movimiento. En esta situación es necesario diseñar, construir e implementar una nueva metodología que permita obtener la forma del objeto.

En cuanto a la reconstrucción topográfica por interferometría, se debe explorar la posibilidad de realizar reconstrucciones con mayor campo visual, es decir mucho mas allá del permitido por el sensor que registra el interferograma. Esto es posible, debido a que la mira además de realizar un barrido vertical para pasar todos los puntos del objeto por el máximo del interferograma, también brinda la posibilidad de desplazamientos laterales, que pueden ser utilizados para empalmar las reconstrucciones realizadas en campos visuales diferentes.

Conociendo que un sistema de reconstrucción tridimensional como el propuesto en esta tesis, aumenta la profundidad de trabajo y el campo visual, sin disminuir la resolución del sistema, aún tiene limitaciones en cada uno de estos parámetros. Sin embargo, para eliminar casi en su totalidad estas limitaciones, existen sistemas de reconstrucción montados en brazos articulados, en donde, cada una de estas articulaciones registra información

de rotación y posición, de tal forma que es posible conocer la posición y orientación de la cabeza óptica en todo momento y así reconstruir objetos verdaderamente exigentes. Los dispositivos que miden estas rotaciones y posiciones, conocidos como *Encoder*, generalmente utilizan principios de funcionamiento de naturaleza eléctrica y/o magnética. Es posible pensar en construir un *Encoder* de naturaleza óptica, que utilice las bondades de la alta resolución en el posicionamiento de la mira utilizada en este trabajo o la de un diseño de simetría polar.

Soportes

Esta Tesis Doctoral está soportada y referenciada por la realización y presentación de los siguientes trabajos:

- SISTEMA DE RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL A REFERENCIA GLOBAL:PARTE I. **N. Arias**, L. Romero J. Meneses. Publicado 28 de Abril. **Revista Colombiana de Física**. 2006. Vol. 38. No.1. Pag. 221-224.
- SISTEMA DE RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL DOBLEMENTE CONFOCAL. **N. Arias**, J. Meneses.; Publicado 16 de Junio. **Revista Colombiana de Física**. 2006. Vol. 38. No.2. Pag. 762-765.
- MEDIDA DE LA ORIENTACIÓN,POSICIÓN Y DESPLAZAMIENTO EN EL PLANO DE UN OBJETO POR CODIFICACIÓN DE FASE. **Néstor A. Arias H.**, Jaime E. Meneses, Miguel A. Suarez, Tijani Garbhi. Publicado, Diciembre 2009. **Revista Bistua**. Vol. 7 No. 2. Pag. 70-76.
- A HAND-HELD 3D LASER SCANNING WITH SUBVOXEL PRECISION. **Néstor A. Arias H.**, Néstor Meneses, Jaime Meneses, and Tijani Gharbi. (**Trabajo en revisión de Applied Optics**).
- STEREO VISION WITH SUBVOXEL RESOLUTION: LOCALIZATION OF A LABELED TARGET VERSUS THE SIX DEGREE OF FREEDOM. **Néstor A. Arias H.**, Miguel Angel Suarez, Jaime Meneses, Patrick Sandoz and Tijani Gharbi. (**Trabajo en revisión a Optics Express**).
- 3D OBJECT TRACKING USING A PHASE SENSITIVE METHOD. **Néstor A. Arias H.**, Miguel Angel Suarez, Jaime Meneses, and Tijani Gharbi.(**Trabajo sometido a Riao-Optilas 2010**).
- RECONSTRUCTION OF OBJETS BY PROFILOMETRY INTERFEROMETRY WITH GRAN RANGE AXIAL. **Néstor A. Arias H.**, Jaime Meneses, and Tijani Gharbi. (**Trabajo sometido a Riao-Optilas 2010**).

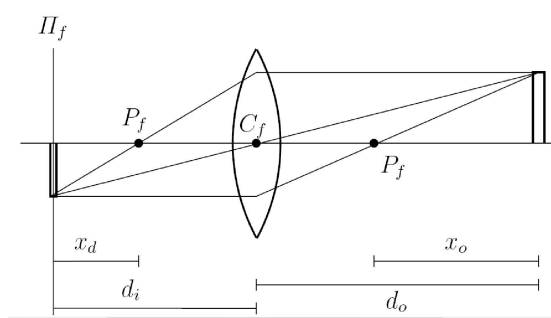
Apéndice A

Calibración de una cámara

Principios Ópticos

Un **sistema de lente delgado** consiste de una sola lente esférica. En la aproximación de primer orden la lente focaliza los rayos de luz en la dirección del **eje óptico** sobre un solo punto, P_f , llamado el **punto focal**. La distancia desde la lente al punto focal es llamada **longitud focal** de la lente. La longitud focal puede ser calculada desde la así llamada **formula del constructor de lentes**:

$$\frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), \quad (13)$$



donde n_1 y n_2 es el índice de refracción del medio circundante ($n_2 = 1$ en el caso de aire) y el material de la lente, respectivamente, y R_1 y R_2 denota el radio de las superficies de la lente. Dado un objeto a una distancia finita desde la lente, la imagen puede ser construida usando los siguientes principios:

- Un rayo de luz que pase el centro de la lente pasara la lente sin ser alterado.

- Un rayo de luz que entre al sistema de lentes paralelo a el eje óptico pasara a través del punto focal.

Estos rayos de luz se reúnen en el **plano focal**, Π_f , del sistema óptico, donde una imagen bien definida del objeto puede ser encontrada; ver la figura, la distancia, d_i , desde la lente al plano focal puede ser calculada usando la formula de la lente donde d_o denota la distancia desde el objeto a la lente. d_i es algunas veces llamada la **constante de la cámara**, y en visión por computadores a menudo la **longitud focal** aunque esto coincide solamente cuando el objeto es infinitamente lejano. El centro de proyecciones, C_f , es en visión por computador a menudo referido como el **centro de la cámara** o como **punto focal**.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o}, \quad (14)$$

Otra formula útil para el cálculo de la distancia al objeto y a la imagen es la llamada **formula de Newton**

$$x_o x_d = f^2 \quad (15)$$

Cámara Pinhole

El sistema óptico mas simple usado para el modelamiento de cámaras es llamado **cámara pinhole**. La cámara es modelada como una caja con un pequeño orificio en uno de los lados y una placa fotográfica a lado opuesto. Introduciendo un sistema de coordenadas como en la figura. Observe que el origen del sistema de coordenada esta localizado en el centro de proyección, el así llamado **punto focal**, y el eje z coincide con el eje óptico. La distancia desde el punto focal a la imagen, f , es llamada **longitud focal**. Por congruencia de triángulos se obtiene

$$\frac{x}{f} = \frac{X}{Z} \quad y \quad \frac{y}{f} = \frac{Y}{Z} \quad (16)$$

Esta ecuación puede ser escrita como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{f} = \frac{X}{Z} \\ \frac{y}{f} = \frac{Y}{Z} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{f}{Z} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Esta ecuación puede ser escrita en forma matricial, usando las coordenadas homogéneas, como:

$$\lambda \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Donde la **la profundidad**, λ , es igual a Z . Introduciendo la notación,

$$K = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

en 18 obtenemos

$$\lambda \mathbf{x} = K[I_{3 \times 3} \mid \mathbf{0}_{3 \times 1}] \mathbf{X} = P \mathbf{X}, \quad (20)$$

Donde $P = K[I_{3 \times 3} \mid \mathbf{0}_{3 \times 1}]$. Una matrix P de 3×4 relaciona las coordenadas de la imagen extendida $\mathbf{x} = (x, y, 1)$ al objeto extendido $\mathbf{X} (X, Y, Z, 1)$.

Parámetros Intrínsecos

$$\lambda \mathbf{x} = P \mathbf{X}, \quad (21)$$

Donde P es llamada la **la matrix de la cámara**, la ecuación 21 es llamada la **ecuación de la cámara**. En el modelo refinado de la cámara, la matrix K es reemplazado por

$$K = \begin{bmatrix} \gamma f & sf & x_o \\ 0 & f & y_o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

donde los parámetros tienen las siguientes interpretaciones:

- f : **longitud focal** - también llamada constante de la cámara;
- γ : **razón de aspecto** - modelado no cuadráticos de los elementos sensibles a la luz;
- s : **oblicuidad** - modelado no rectangular de los elementos sensibles a la luz;
- (x_o, y_o) : **punto principal** - proyección ortogonal del punto focal sobre el plano imagen.

Estos parámetros son llamados los **parámetros intrínsecos**, ya que ellos modelan las propiedades intrínsecas de la cámara. Para la mayoría de las cámaras $s \approx 0$ y $\gamma \approx 1$, y el punto principal es localizado muy cerca al centro de la imagen. Un cámara se dice que puede ser **calibrada** si K puede ser conocida. De otra manera se dice que no puede ser calibrada.

Parámetros Extrínsecos

Es a menudo ventajoso ser capaz de expresar las coordenadas de un objeto en un sistema de coordenadas diferentes. Esto especialmente el caso cuando la relación entre estos sistemas de coordenadas no es conocido. Para este propósito es necesario modelar la relación entre los dos diferentes sistemas de coordenadas en 3D. La manera natural para hacer el modelado de la relación es como una transformación Euclidiana. El sistema coordinado de la cámara se denota como e_c y los puntos expresados en esta sistema de coordenadas con índice c , es decir (X_c, Y_c, Z_c) , y similarmente se denota el sistema de coordenadas objeto con e_o y todos los puntos expresados en este sistema de coordenadas están con índice o . Una transformación euclidiana desde un sistema de coordenadas objeto a un sistema de coordenadas de la cámara puede ser escrito en coordenadas homogéneas como:

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & -t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{X}_c = \begin{bmatrix} R & -Rt \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{X}_o \quad (23)$$

Donde R denota una matrix ortogonal y t un vector, que codifica la rotación y la traslación en la transformación rígida. Estos parámetros, R y t , son llamados **parámetros extrínsecos**. Observe que el punto focal (0,0,0) en el sistema c corresponde a un punto t en el sistema o . Insertando la ecuación 23 dentro de la ecuación 24, y tomando en cuenta que $\mathbf{X}$ en la ecuación 24 es la misma que $\mathbf{X}_c$ en la ecuación 23, se obtiene

$$\lambda \mathbf{x} = KR[I \mid -t]\mathbf{X}_o = P\mathbf{X}_o, \quad (24)$$

con $P = KR[I \mid -t]$. Usualmente las coordenadas del objeto el índice o en $\mathbf{X}_o$ es omitido. Es ahora posible calcular el número de parámetros en la matriz de la cámara, P :

- K : 5 parámetros (f, γ, s, x_o, y_o)
- R : 3 parámetros
- t : 3 parámetros

En total determinamos un total de 11 parámetros, la cual es lo mismo que para la matriz general de 3×4 definida anteriormente para la escala.

Calibración de la Cámara

Usualmente, los parámetros intrínsecos de la cámara no son provistos por el fabricante, y para una cámara de aumento estos cambia durante su acercamiento. Sin embargo, existe una muy simple manera para estimar los parámetros intrínsecos para calibrar la cámara. Se prepara un objeto con un número determinado de puntos fácilmente identificables, es decir, la esquinas de los cuadros, midiendo las coordenadas de estos puntos en algún sistema de coordenados u tomar la imagen del objeto. Después de identifica los puntos en la imagen, la imagen consiste del mismo numero de puntos del objeto. Escribiendo la ecuación de la cámara para estos puntos

$$\lambda_j \mathbf{x}_j = P\mathbf{X}_j, \quad j = 1, \dots, N, \quad (25)$$

Donde λ_j y P son desconocidas y $\mathbf{x}_j$ y $\mathbf{X}_j$ son conocidas. Observe que la restricción de la ecuación 25 son lineal en los parámetros desconocidos. Cada punto nos da 3 ecuaciones, implicando un total de $3N$ restricciones y hay $2N$ parámetros en P y N de diferentes profundidades, λ_j , implicando en parámetros desconocidos. Escribiendo la ecuación 25 para estos N puntos como un sistema lineal de ecuaciones

$$M\mathbf{u} = 0, \quad (26)$$

donde M es una matriz construida desde las coordenadas imágenes y $\mathbf{u}$ contiene los parámetros intrínsecos desconocidos. En el caso de la ecuación 26 puede ser resuelta con los mínimos cuadrados usando el llamado descomposición de valor singular (SVD). Este método es llamado **DLT** (Transformación Lineal Directa). Este método lineal trabaja bien en situaciones de pequeño nivel de ruido en las imágenes. Un estimado óptimo de los parámetros de la cámara pueden ser obtenidos por la solución de un problema de optimización.

$$\min_P \sum_{j=1}^n |x_j(P) - x_j^m|^2 + |y_j(P) - y_j^m|^2 \quad (27)$$

donde x_i^m, y_i^m denotan las las coordenadas de la imagen medidas y $(x_i(P), y_i(P))$ son las coordenadas de la imagen calculadas desde P . Este problema de optimización puede ser resuelto utilizando el método de *Gauss-Newton* para problemas de mínimos cuadrados no-lineales, y el resultado de la DLT puede ser usado como un punto de inicio. Recientemente, muchos métodos mas prácticos para la calibración de la cámara han sido propuesto. Por ejemplo, es posible utilizar muchas imágenes de una grilla plana de calibración.

Matriz Cámara

Las coordenadas del punto P_o en en el sistema de referencia de la cámara, cuando es proyectado en el punto P_i sobre la cámara, están relacionados por,

$$X_u = \frac{f}{Z_c} X_c; Y_u = \frac{f}{Z_c} Y_c, \quad (28)$$

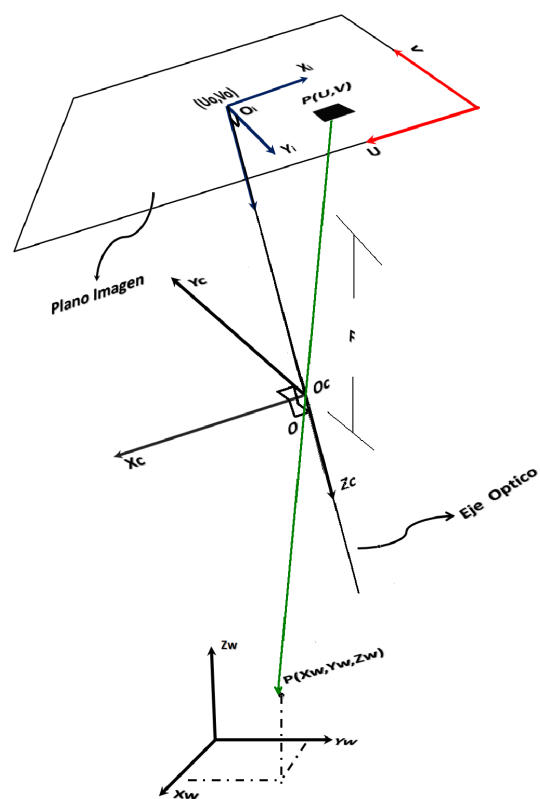
que en forma matricial puede ser expresado de esa forma

$$\begin{bmatrix} X_u \\ Y_v \end{bmatrix} = \frac{f}{Z_c} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} \quad (29)$$

Pero, también de esta forma;

$$\begin{bmatrix} X_u \\ Y_v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{f}{Z_c} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{f}{Z_c} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} \quad (30)$$

Y también de esta forma,



$$\begin{bmatrix} X_u \\ Y_v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{f}{Z_c} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{f}{Z_c} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_c} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Coordenadas de la imagen

las coordenadas u, v en pixeles se calculan utilizando los factores de conversion K_u y K_v en pixeles/mm.

$$u = K_u X_u + u_o ; \quad v = K_v X_v + v_o ; \quad (32)$$

En forma matricial puede ser escrito,

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_u & 0 \\ 0 & K_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_u \\ Y_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_o \\ v_o \end{bmatrix} \quad (33)$$

Pero, aun mejor,

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_u & 0 & u_o \\ 0 & K_v & v_o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_u \\ Y_v \\ 1 \end{bmatrix} \quad (34)$$

Matriz de proyección

Pero el punto $P_o(X_w, Y_w, Z_w)$ en el sistema de referencia del mundo, puede ser expresado también con respecto al sistema de referencia de la cámara, $P_c(X_c, Y_c, Z_c)$

$$\vec{P}_c = R \cdot \vec{P}_w + \vec{T}, \quad (35)$$

Donde R es la matriz de rotación y T es el vector de traslación. En forma matricial puede ser escrito como:

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \quad (36)$$

de otra forma,

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (37)$$

pero mejor, aun,

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (38)$$

ahora haciendo las sustituciones correspondientes,(27) en (30) y (34) en (27) nos queda de esta forma,

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_u & 0 & u_o \\ 0 & K_v & v_o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{f}{Z_c} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{f}{Z_c} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_c} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (39)$$

Realizando el producto de las dos primeras matrices y extrayendo un factor, tenemos;

$$\frac{Z_c}{f} \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_u & 0 & \frac{u_o}{f} & 0 \\ 0 & K_v & \frac{v_o}{f} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{f} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (40)$$

ósea que tenemos algo como esto,

$$\begin{bmatrix} nu \\ nv \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (41)$$

En forma mas simple, donde la matriz M es conocida como la matriz de proyección, en este caso sin considerar distorsiones.

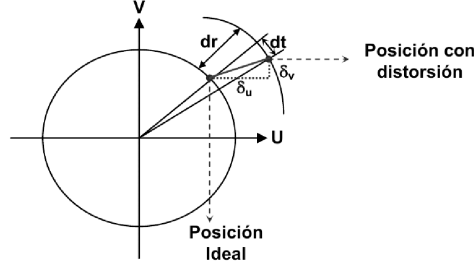
$$\begin{bmatrix} nu \\ nv \\ n \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

Distorsión

La distorsión radial causa un desplazamiento hacia dentro y hacia fuera a lo largo del radio.

$$\delta_x^r = K_1 X_u (X_u^2 + Y_v^2) + K_2 X_u (X_u^2 + Y_v^2)^2 + O[(X_u, Y_v)^7] \quad (43)$$

$$\delta_y^r = K_1 Y_v (X_u^2 + Y_v^2) + K_2 Y_v (X_u^2 + Y_v^2)^2 + O[(X_u, Y_v)^7] \quad (44)$$



donde K_1 y K_2 son constantes que determinan la cantidad y la dirección de la distorsión. **La distorsión descentral** producida por la falta de perpendicularidad del eje óptico con el plano imagen.

$$\delta_x^d = P_2(3X_u^2 + Y_v^2) + 2P_1X_uY_v + O[(X_u, Y_v)^4] \quad (45)$$

$$\delta_y^d = 2P_2X_uY_v + P_1(X_u^2 + 3Y_v^2) + O[(X_u, Y_v)^4] \quad (46)$$

donde P_1 y P_2 son constantes que determinan la cantidad y la dirección de la distorsión.

Modelo con distorsión

Un modelo mas apropiado para aproximar la calibración resulta de combinar el modelo pinhole y la modelización de la distorsión de acuerdo a:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_u(X_u + \delta_x^r + \delta_x^d) \\ K_v(Y_v + \delta_y^r + \delta_y^d) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_o \\ v_o \end{bmatrix} \quad (47)$$

Pero, aun mejor,

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_u & 0 & u_o \\ 0 & K_v & v_o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_u + \delta_x^r + \delta_x^d \\ Y_v + \delta_y^r + \delta_y^d \\ 1 \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_u & 0 & u_o \\ 0 & K_v & v_o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_u + \delta_x \\ Y_v + \delta_y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_u & 0 & u_o + \delta_u \\ 0 & K_v & v_o + \delta_v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_u \\ Y_v \\ 1 \end{bmatrix} \quad (50)$$

Donde $\delta_u = K_u\delta_x$ y $\delta_v = K_v\delta_y$

La matriz M queda ahora:

$$M = \begin{bmatrix} K_u & 0 & \frac{u_o + \delta_u}{f} & 0 \\ 0 & K_v & \frac{v_o + \delta_v}{f} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{f} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (51)$$

sino consideramos las distorsiones se tiene que:

$$\begin{bmatrix} nu \\ nv \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{m_1} & m_{14} \\ \overline{m_2} & m_{24} \\ \overline{m_3} & m_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (52)$$

Donde,

$$\overline{m_j} = [m_{j1} \ m_{j2} \ m_{j3}] \quad (53)$$

Si calculamos el valor de n,

$$n = m_{31}X_w + m_{32}Y_w + m_{33}Z_w + m_{34}; \quad (54)$$

Se puede escribir las coordenadas en el plano imagen, como sigue:

$$u = \frac{m_{11}X_w + m_{12}Y_w + m_{13}Z_w + m_{14}}{m_{31}X_w + m_{32}Y_w + m_{33}Z_w + m_{34}} \quad (55)$$

$$v = \frac{m_{21}X_w + m_{22}Y_w + m_{23}Z_w + m_{24}}{m_{31}X_w + m_{32}Y_w + m_{33}Z_w + m_{34}} \quad (56)$$

Estas ecuaciones son lineales respecto a los coeficientes y se necesitan al menos 6 puntos para poder determinar los 12 coeficientes de la matriz **M**.

$$m_{11}X_w + m_{12}Y_w + m_{13}Z_w + m_{14} - um_{31}X_w - um_{32}Y_w - um_{33}Z_w - um_{34} = 0 \quad (57)$$

$$m_{21}X_w + m_{22}Y_w + m_{23}Z_w + m_{24} - vm_{31}X_w - vm_{32}Y_w - vm_{33}Z_w - vm_{34} = 0 \quad (58)$$

Se puede escribir las coordenadas del plano imagen, como sigue

$$X = \begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_1X_1 & -u_1Y_1 & -u_1Z_1 & -u_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & -v_1X_1 & -v_1Y_1 & -v_1Z_1 & -v_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_i & Y_i & Z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_iX_i & -u_iY_i & -u_iZ_i & -u_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & Z_i & 1 & -v_iX_i & -v_iY_i & -v_iZ_i & -v_i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_N & Y_N & Z_N & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_NX_N & -u_NY_N & -u_NZ_N & -u_N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_N & Y_N & Z_N & 1 & -v_NX_N & -v_NY_N & -v_NZ_N & -v_N \end{bmatrix}$$

y

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{bmatrix}^T$$

la siguiente ecuación matricial para N puntos de control

$$\mathbf{X}\mathbf{M} = \mathbf{0} \quad (59)$$

Solucionar este sistema para el caso no trivial, nos proporciona los parámetros de calibración. Este método es conocido como DLT. Explícitamente;

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_1X_1 & -u_1Y_1 & -u_1Z_1 & -u_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & -v_1X_1 & -v_1Y_1 & -v_1Z_1 & -v_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_i & Y_i & Z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_iX_i & -u_iY_i & -u_iZ_i & -u_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & Z_i & 1 & -v_iX_i & -v_iY_i & -v_iZ_i & -v_i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_N & Y_N & Z_N & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_NX_N & -u_NY_N & -u_NZ_N & -u_N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_N & Y_N & Z_N & 1 & -v_NX_N & -v_NY_N & -v_NZ_N & -v_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ m_{13} \\ m_{14} \\ m_{21} \\ m_{22} \\ m_{23} \\ m_{24} \\ m_{31} \\ m_{32} \\ m_{33} \\ m_{34} \end{bmatrix} = 0$$

Si consideramos la restricción $m_{34} = 1$ por *Abel-Aziz and Karara* y también $m_{31}^2 + m_{32}^2 + m_{33}^2 = 1$ por *Faugeras and Toscani* y utilizando el significado físico de la matriz y por descomposición QR.

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_1X_1 & -u_1Y_1 & -u_1Z_1 & -u_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & -v_1X_1 & -v_1Y_1 & -v_1Z_1 & -v_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_i & Y_i & Z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_iX_i & -u_iY_i & -u_iZ_i & -u_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & Z_i & 1 & -v_iX_i & -v_iY_i & -v_iZ_i & -v_i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_N & Y_N & Z_N & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_NX_N & -u_NY_N & -u_NZ_N & -u_N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_N & Y_N & Z_N & 1 & -v_NX_N & -v_NY_N & -v_NZ_N & -v_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ m_{13} \\ m_{14} \\ m_{21} \\ m_{22} \\ m_{23} \\ m_{24} \\ m_{31} \\ m_{32} \\ m_{33} \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

De tal forma que tenemos,

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_1 X_1 & -u_1 Y_1 & -u_1 Z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & -v_1 X_1 & -v_1 Y_1 & -v_1 Z_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_i & Y_i & Z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_i X_i & -u_i Y_i & -u_i Z_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & Z_i & 1 & -v_i X_i & -v_i Y_i & -v_i Z_i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_N & Y_N & Z_N & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_N X_N & -u_N Y_N & -u_N Z_N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_N & Y_N & Z_N & 1 & -v_N X_N & -v_N Y_N & -v_N Z_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ L_9 \\ L_{10} \\ L_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ u_i \\ v_i \\ \vdots \\ u_N \\ v_N \end{bmatrix}$$

Para un objeto de volumen,

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_1 X_1 & -u_1 Y_1 & -u_1 Z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & -v_1 X_1 & -v_1 Y_1 & -v_1 Z_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_i & Y_i & Z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_i X_i & -u_i Y_i & -u_i Z_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & Z_i & 1 & -v_i X_i & -v_i Y_i & -v_i Z_i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_N & Y_N & Z_N & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_N X_N & -u_N Y_N & -u_N Z_N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_N & Y_N & Z_N & 1 & -v_N X_N & -v_N Y_N & -v_N Z_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ L_9 \\ L_{10} \\ L_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ u_i \\ v_i \\ \vdots \\ u_N \\ v_N \end{bmatrix}$$

que para uno objeto plano,

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_1 X_1 & -u_1 Y_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_1 & Y_1 & 0 & 1 & -v_1 X_1 & -v_1 Y_1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_i & Y_i & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_i X_i & -u_i Y_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & 0 & 1 & -v_i X_i & -v_i Y_i & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_N & Y_N & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_N X_N & -u_N Y_N & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_N & Y_N & 0 & 1 & -v_N X_N & -v_N Y_N & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ L_9 \\ L_{10} \\ L_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ u_i \\ v_i \\ \vdots \\ u_N \\ v_N \end{bmatrix}$$

Entonces tenemos una ecuación de la forma;

$$XL = a \quad (60)$$

que se puede solucionar por el método de mínimos cuadrados,

$$(X^T X)L = X^T a \quad (61)$$

$$(X^T X)^{-1}(X^T X)L = (X^T X)^{-1}X^T a \quad (62)$$

$$L = (X^T X)^{-1}X^T a \quad (63)$$

Parámetros intrínsecos y extrínsecos

Coordenadas del punto principal

$$U_0 = \overline{m}_1 \cdot \overline{m}_3^T$$

$$V_0 = \overline{m}_2 \cdot \overline{m}_3^T$$

Distancias focales

$$f_u^2 = \overline{m}_1 \cdot \overline{m}_1^T - [\overline{m}_1 \cdot \overline{m}_3^T]$$

$$f_v^2 = \overline{m}_2 \cdot \overline{m}_2^T - [\overline{m}_2 \cdot \overline{m}_3^T]$$

Matrix de rotación

$$\overline{r}_1 = \frac{\overline{m}_1 - u_o \overline{r}_3}{f_u}$$

$$\overline{r}_2 = \frac{\overline{m}_2 - v_o \overline{r}_3}{f_v}$$

$$\overline{r}_3 = \overline{m}_3$$

Vector de translación

$$t_1 = \frac{m_{14} - u_o t_z}{f_u}$$

$$t_2 = \frac{m_{24} - v_o t_z}{f_v}$$

$$t_3 = m_{34}$$

Lo anterior permite calcular los parámetros de calibración asumiendo que la distorsión es cero, pero en situaciones reales, muchas cámaras poseen aberraciones y errores propios del ensamble del dispositivo. Cuando se pretende relacionar las coordenadas u, v con las coordenadas del mundo real X_w, Y_w, Z_w bajo el modelo distorsionado, este se convierte en un problema no lineal en los coeficientes, por tanto su solución se da mediante un proceso de optimización no lineal. Estos parámetros de calibración se obtienen, mediante la minimización de la función error,

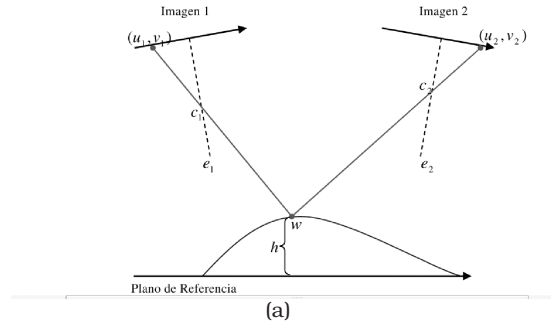
$$\min_P \sum_{i=1}^n |U_i' - U_i|^2 + |V_i' - V_i|^2 \quad (64)$$

$$\min_P \sum_{i=1}^n |U_i' - U_i|^2 + |V_i' - V_i|^2 \quad (65)$$

Donde U_i', V_i' son las coordenadas obtenidas en las observaciones y U_i, V_i son las coordenadas dadas por el modelo, un método de optimización rápido y eficiente es Levenberg-Marquardt debido a su rápida convergencia. Sin embargo es posible como en todo método

de optimización, que el método pare en un mínimo local, resolviéndose, utilizando como parámetros iniciales los obtenidos por el método DLT.

Calibración de dos cámaras



En el caso de los ejes ópticos convergentes, se recurre a las matrices de proyección de las dos imágenes. Sea un par de puntos correspondientes, $p = [u, v]^T$ y $p' = [u', v']^T$ en el espacio imagen y $[X, Y, Z, 1]^T$ el correspondiente punto 3D en el espacio. Según el modelo de cámara pinhole, se tiene,

$$\begin{bmatrix} nu \\ nv \\ n \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (66)$$

$$\begin{bmatrix} n' u' \\ n' v' \\ n' \end{bmatrix} = \mathbf{M}' \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (67)$$

donde n y n' son escalares arbitrarios y $\mathbf{M}$, $\mathbf{M}'$ son las correspondientes matrices de proyección. Las matrices de proyección se pueden escribir de la siguiente manera

$$\begin{bmatrix} nu \\ nv \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (68)$$

y

$$\begin{bmatrix} n' & u' \\ n' & v' \\ n' & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m'_{11} & m'_{12} & m'_{13} & m'_{14} \\ m'_{21} & m'_{22} & m'_{23} & m'_{24} \\ m'_{31} & m'_{32} & m'_{33} & m'_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (69)$$

De la cual podemos deducir que:

$$n = m_{31}X_w + m_{32}Y_w + m_{33}Z_w + m_{34}; \quad (70)$$

de igual forma

$$n' = m'_{31}X_w + m'_{32}Y_w + m'_{33}Z_w + m'_{34}; \quad (71)$$

análogamente se obtienen las expresiones;

$$u = \frac{m_{11}X_w + m_{12}Y_w + m_{13}Z_w + m_{14}}{m_{31}X_w + m_{32}Y_w + m_{33}Z_w + m_{34}} \quad (72)$$

$$v = \frac{m_{21}X_w + m_{22}Y_w + m_{23}Z_w + m_{24}}{m_{31}X_w + m_{32}Y_w + m_{33}Z_w + m_{34}} \quad (73)$$

$$u' = \frac{m'_{11}X_w + m'_{12}Y_w + m'_{13}Z_w + m'_{14}}{m'_{31}X_w + m'_{32}Y_w + m'_{33}Z_w + m'_{34}} \quad (74)$$

$$v' = \frac{m'_{21}X_w + m'_{22}Y_w + m'_{23}Z_w + m'_{24}}{m'_{31}X_w + m'_{32}Y_w + m'_{33}Z_w + m'_{34}} \quad (75)$$

que puede ser escrita de la siguiente forma,

$$m_{11}X_w + m_{12}Y_w + m_{13}Z_w + m_{14} - um_{31}X_w - um_{32}Y_w - um_{33}Z_w - um_{34} = 0 \quad (76)$$

$$m_{21}X_w + m_{22}Y_w + m_{23}Z_w + m_{24} - vm_{31}X_w - vm_{32}Y_w - vm_{33}Z_w - vm_{34} = 0 \quad (77)$$

$$m'_{11}X_w + m'_{12}Y_w + m'_{13}Z_w + m'_{14} - u'm'_{31}X_w - u'm'_{32}Y_w - u'm'_{33}Z_w - u'm'_{34} = 0 \quad (78)$$

$$m'_{21}X_w + m'_{22}Y_w + m'_{23}Z_w + m'_{24} - v'm'_{31}X_w - v'm'_{32}Y_w - v'm'_{33}Z_w - v'm'_{34} = 0 \quad (79)$$

De tal forma que podemos obtener el arreglo matricial que nos permita obtener las coordenadas X,Y, y Z del espacio 3D.

$$\begin{bmatrix} m_{11} - um_{31} & m_{12} - um_{32} & m_{13} - um_{33} & m_{14} - um_{34} \\ m_{21} - um_{31} & m_{22} - um_{32} & m_{23} - um_{33} & m_{24} - um_{34} \\ m'_{11} - u' m'_{31} & m'_{12} - u' m'_{32} & m'_{13} - u' m'_{33} & m'_{14} - u' m'_{34} \\ m_{21} - u' m_{31} & m_{22} - u' m_{32} & m_{23} - u' m_{33} & m_{24} - u' m_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

También se puede ver de esta forma,

$$\begin{bmatrix} m_{11} - um_{31} & m_{12} - um_{32} & m_{13} - um_{33} \\ m_{21} - um_{31} & m_{22} - um_{32} & m_{23} - um_{33} \\ m'_{11} - u' m'_{31} & m'_{12} - u' m'_{32} & m'_{13} - u' m'_{33} \\ m_{21} - u' m_{31} & m_{22} - u' m_{32} & m_{23} - u' m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{14} - um_{34} \\ m_{24} - um_{34} \\ m'_{14} - u' m'_{34} \\ m_{24} - u' m_{34} \end{bmatrix}$$

En el cual, es posible obtener las coordenadas X, Y y Z de un punto 3D, con el conocimiento de las matrices de proyección de cada cámara. Pero, es posible optimizar los parámetros, teniendo en cuenta que la proyección del punto, en el sistema estéreo debe generar un par de puntos correspondientes. Esto es posible llevarlo a cabo, utilizando los métodos de minimización utilizados anteriormente y en este caso tomar como parámetros de iniciación los previamente obtenidos en la calibración cada cámara.

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_1 X_1 & -u_1 Y_1 & -u_1 Z_1 & -u_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & -v_1 X_1 & -v_1 Y_1 & -v_1 Z_1 & -v_1 \\ X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u'_1 X_1 & -u'_1 Y_1 & -u'_1 Z_1 & -u'_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & -v'_1 X_1 & -v'_1 Y_1 & -v'_1 Z_1 & -v'_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_i & Y_i & Z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_i X_i & -u_i Y_i & -u_i Z_i & -u_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & Z_i & 1 & -v_i X_i & -v_i Y_i & -v_i Z_i & -v_i \\ X_i & Y_i & Z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u'_i X_i & -u'_i Y_i & -u'_i Z_i & -u'_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & Z_i & 1 & -v'_i X_i & -v'_i Y_i & -v'_i Z_i & -v'_i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_N & Y_N & Z_N & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_N X_N & -u_N Y_N & -u_N Z_N & -u_N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_N & Y_N & Z_N & 1 & -v_N X_N & -v_N Y_N & -v_N Z_N & -v_N \\ X_N & Y_N & Z_N & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u'_N X_N & -u'_N Y_N & -u'_N Z_N & -u'_N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_N & Y_N & Z_N & 1 & -v'_N X_N & -v'_N Y_N & -v'_N Z_N & -v'_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ m_{13} \\ m_{14} \\ m_{21} \\ m_{22} \\ m_{23} \\ m_{24} \\ m_{31} \\ m_{32} \\ m_{33} \\ m_{34} \end{bmatrix} = 0$$

BIBLIOGRAFÍA

- [1] R. Baribeau, M. Rioux, and G. Godin, Color reflectance modeling using a polychromatic laser range sensor, *IEEE Trans. PAMI*, 1(1),263-269,(1991).
- [2] P. Besl, Range image sensors. In *Advances in Machine Vision*, Ed. Springer-Verlag New York, NY,(1989).
- [3] M. Amann , T. Bosch, R. Myllyla, and Rioux, Laser ranging: A critical review of usual techniques for distance measurement., *Opt. Eng*, 40(1),10-19,(2001).
- [4] El-Hakim, J. A. Beraldin, S., On the integration of range and intensity data to improve vision-based three-dimensonal measurements., *Proceedings of the SPIE Conference on Videometrics III*, Boston, MA, 2350,306-321,(1994).
- [5] J. A. Beraldin, S. El-Hakim, and Cournoyer L., Practical range camera calibration., *Proceedings of the SPIE Conference on Videometrics II*, Boston, MA, 2067,21-30,(1993).
- [6] K. Tarabanis,R. Tsai, and Allen P., The MVP Sensor planning system for robotic vision tasks., *IEEE Trans. Robot. Automat.*, 11(1),72-85,(1995).
- [7] D. Roberts. and Marshall, A review of viewpoint planning., *Tech. Rep. 97007*, University of Wales College of Cardiff, Cardiff, U.K., 1997).
- [8] R. Pito, Automated surface acquisition using range cameras,*Ph.D. dissertation*, University of Pennsylvania, Philadelphia, PA.,(1997).
- [9] M. Petrov, A. Talapov, T. Robertson, A. Lebedev, A. Zhilyasev, and L. Polonskiy, Optical 3D Digitizers: Bringing Life to the Virtual World, *IEEE Computer Graphics and Applications*, 18(3),28-37,(1998). 19
- [10] P. Herbert, J. Tremblay, Blais, H. Chotard, and S. Dyck, Towards Flexible 3-D Digitizing Systems, *Proc. of the European Signal Processing Conference Eusipco'98. Greece*, 3 1281-1284 (1998). 19
- [11] Faro, Faro: Gold Faro arm,
<http://www.faro.com>. 19
- [12] 3DScanners, 3DScanners: ModelMaker,
<http://www.3dscanners.com.my/company/indexcomp.htm>. 19
- [13] Kreon, Kréon Industrie: KLS series,
<http://www.kreon3d.com>. 19

- [14] Biris, Biris 3D laser Camera. 19
- [15] R. B. Fisher, A. Fitzgibbon, A. Gionis, M. Wright, D. Eggert., A Hand Held Optical Surface Scanner for Environmental Modeling and Virtual Reality, in *Proc. of Virtual Reality World*, 778,(1996).
- [16] T. D. Ditto and D. A. Lyon, Moly, a Prototype Hand-Held 3D Digitizer with Diffraction Optics, *Optical Engineering*, 39(1),69-78,(2000). 20
- [17] Polhemus, Polhemus: FastScan,
<http://www.fastscan3d.com/>. 20
- [18] Optotrak, Northern Digital: Optotrak ,
<http://www.ndigital.com/industrial/optotrakproseries-models.php>. 20
- [19] T. Koizumi and Y. Shirai, Fundamental Study on the Development of the Close Range Photogrammetry without using any Control Points, in *Optical 3-D Measurement Techniques IV*, Gruen/Kahmen eds., Wichmann, 393-399,(1997). 20
- [20] M. Pollefeys, R. Koch, M. Vergauwen, and L. Van Gool, Hand held Acquisition of 3D Models with a Video Camera, in *Proc. of the Second International Conference on recent Advances on 3-D Digital Imaging and Modeling*, Ottawa, Canada, 14-23,(1999). 20
- [21] G. Roth and A. Whitehead, Using Projective Vision to Find Camera Positions in an Image Sequence, in *Proc. of Vision Interface 2000*, Montreal, Quebec,(2000). 20
- [22] R. W. Malz, High Dynamic Codes, Self-Calibration and Autonomous 3D Sensor orientation: Three Steps towards Fast Optical Reverse Engineering Without Mechanical CMMs, in *Optical 3-D Measurement Techniques III*, Gruen/ Kahmen eds., Wichmann, 194-202,(1995). 20
- [23] W. Niem and J. Wingbermhle, Automatic Reconstruction of 3D Objects Using a Mobile Monoscopic Camera, *Proc. of the First International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling*, Ottawa, Canada, 173-180,(1997). 20
- [24] J.-Y. Bouguet and P. Perona, 3D Photography using Shadows in Dual-Space Geometry, *International Journal of Computer Vision*, 35(2)129-149,(1999). 20
- [25] Immersion, Immersion: LightScribe,
<http://www.immersion.com>. 20
- [26] R. B. Fisher, A. P. Ashbrook, C. Robertson, N. Werghi, A Low-Cost Range Finder using a Visually Located, Structured Light Source, in *Proc. of the Second International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling* Ottawa, Canada, 24-33,(1999). 20
- [27] M. Takatsuka, G. A. W. West, S. Venkatesh, T. M. Caelli, Low-cost Interactive Active Monocular Range Finder, *Proc. of the IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*, Fort Collins, CO, USA, 444-449,(1999). 20
- [28] N. A. Borghese, G. Ferrigno, G. Baroni, A. Pedotti, Autoscan: A Flexible and Portable 3D Scanner, *IEEE Computer Graphics and Applications*, 18(3),38-41,(1998). 21
- [29] P. Herbert, A Self Referenced Hand Held Range Sensor, *IEEE Transsation on image processing*, 5 (2001). 17
- [30] F. Bernanrdino, H. Rushmeiner, I. M. Martin, J. Mittleman, and G. Taubin, Building a digital model of Michelangelo's Florentine Pieta, *Comput. Graph. Applicat.*, 22(1),59-67, (2002). 17

- [31] G. Guidi, J. A. Beraldin, and C. Atzeni, High Accuracy 3D Modeling of Cultural Heritage: The digitizing of Donatello's Magdalena, *IEEE Transsation on image processing*, 370-380,(2004). 18
- [32] M. Levoy, Marc Levoy:LightScribe,
<http://www-graphics.stanford.edu/projects/mich/more-david/more-david.html>. 18
- [33] M. Levoy, S. Rusinkiewicz, M. Ginzton, J. Ginsberg, K. Pulli, D. Koller, S. Anderson, J. Shade, B. Curless, L. Pereira J. Davis, and D. Fulk, The Digital Michelangelo Proyec:3D scanning of large statues, *Proc. ACM SIGGRAPH Conf. Computer Graphics*, 131-144, (2002). 18
- [34] R. Fontana, M. C. Gambino, M. Greco, L. Marras et al, Measuring the surface roughness, in Exploring David, Diagnostic test and state of Conservation, editore: Giunti Editore S.p.a. Firenze- Milano, 141,(2004). 18
- [35] J. Meneses, T. Garbi, P. Humbert, Phase-unwrapping algorithm for images with high noise content based on a local histogram. , *Appl Opt.*, 1(44):1207-15,(2005). 18
- [36] P. Sandoz, J. C. Ravassard, S. Dembele, and A. Janex, Phase sensitive vision technique for high accuracy position measurement of moving targets, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 44(49):867-872,(2000). 23, 24, 37, 38, 51
- [37] P. Sandoz, R. Escalona, V. Bonnans, and S. Dembele, From interferometry to image processing: Phase measurement vision method for high accuracy position sensing of rigid targets,, in *Proceedings of Interferometry in Speckle Light: Theory and Applications.*, (421-428,(1999). 23, 24, 38, 51
- [38] P. Sandoz, P. Humbert, V. Bonnans, and T. Gharbi, Mesure de position subpixel, *French Patent.*, 02:02547,(1999). 23, 24, 38, 51
- [39] P. Sandoz, Nanometric position and displacement measurement of the six degrees of freedom by means of a patterned surface element, *Appl Opt.*, 8(44):1449-1453,(2005). 23, 37, 38, 51
- [40] P. Sandoz, V. Bonnans, and T. Gharbi, High-accuracy position and orientation measurement of extended two-dimensional surfaces by a phase-sensitive vision method, *Appl Opt.*, 26(41):5503-5511,(2002). 37
- [41] J. Galeano-Zea, P. Sandoz, E. Gaiffe, J.L. Pr  tet, C. Mougin, Pseudo-Periodic Encryption of Extended 2D Surface for high Accurate Recovery of any Random Zone By Vision, *International Journal of Optomechatronics*, 1(4):65-82,(2010). 23
- [42] P. Sandoz and R. Zeggari, J.L. Pr  tet, C. Mougin, Position referencing in optical microscopy thanks to sample holders with out-of-focus encoded patterns, *Journal of Microscopy*, 3(255):293-303,(2007). 23
- [43] M. Takeda, Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry, *J. Opt. Soc. Am.*, (72):156-160,(1982). 21, 38, 41, 52
- [44] J. Y. Bouget, *Camera Calibration Toolbox for Matlab.*, (2008)
http://www.vision.caltech.edu/bougetj/calib_doc/. 37, 51
- [45] Heikkila J. and Silven, A four-step camera calibration procedure with implicit image correction, *Infotech Oulu and Department of Electrical Engineering, University of Oulu.*, FIN-90570. 51
- [46] L. Lipton, Stereo-vision formats for video and computers graphics, *StereoGraphics Corporation.*, (1997). 37, 51

- [47] C. Zitnick, T. Kanade, A cooperative algorithm for stereo matching and occlusion detection.,*IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence.*,7(22):675-684,(2000). 37, 51
- [48] M. Davidson, K. Kaufman, I. Mazor, and F. Cohen, Proc. SPIE,775:233,(1987). 63
- [49] P. J. Caber, Interferometric profiler for rough surfaces,*Appl. Opt.*,19(32):3438-3441,(1993). 63
- [50] L. Deck and P. de Groot, High-speed noncontact profiler based on scanning white-light interferometry,*Appl. Opt.*,31(33):7334-7338,(1994). 63
- [51] P. de Groot and L. Deck, Surface profiling by analysis of white-light interferograms in the spatial frequency domain,*J. of Mod. Opt.*,2(42):389-401,(1995). 63
- [52] P. Sandoz, An algorithm for profilometry by white light phase shifting interferometry,*J. Mod.Opt.*, (43):1545-1554,(1996). 63
- [53] K. G. Larkin, Efficient nonlinear algorithm for envelope detection in white light interferometry,*J. Opt. Soc. Am.*,13:832-843,(1996). 63
- [54] N. Arias, J. Meneses., Sistema de Reconstrucción Tridimensional Doblemente Confo-cal,*Revista Colombiana de Física.*,2(38):762-765,(2006).
- [55] L. Romero, N. Arias, J. Meneses., Sistema de Reconstrucción Tridimensional a Referencia Global:Parte I.,*Revista Colombiana de Física.*,1(38):221-224,(2006).
- [56] N. Arias, M. A. Suarez, J. Meneses, Tijani Gharbi., Medida de la Orientación,Posición Y Desplazamiento en el Plano de un objeto por codificación de Fase.,*Revista BISTUA.*,2(7):70-76,(2009). 51
- [57] P. Sandoz, R. Devillers, and A. Plata Gomez, *J. Mod.Opt.*,44:519,(1997). 63