

**CONTROL EN ESPACIO DE ESTADOS PARA UN PROTOTIPO REAL DE
PÉNDULO INVERTIDO**

LYDA VANESSA HERRERA SEPÚLVEDA

URIEL ALBERTO MELO PINZÓN

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA 2013**

**CONTROL EN ESPACIO DE ESTADOS PARA UN PROTOTIPO REAL DE
PÉNDULO INVERTIDO**

LYDA VANESSA HERRERA SEPÚLVEDA

URIEL ALBERTO MELO PINZÓN

**Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de
ingeniero electrónico**

Director

RICARDO ALZATE CASTAÑO, PhD

Codirector

JORGE ENRIQUE MENESES FLÓREZ, MSc

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA 2013**

Quiero dirigir mi mirada a las personas que hicieron posible la culminación satisfactoria de éste logro en mi vida, y dieron su toque personal en éste recorrido fortaleciendo mi espíritu y permitiéndome crecer libremente.

Mis abuelos, quienes apoyaron mis ideales, mis necesidades, mis ganas de cumplir las metas que me trazaba y quienes fueron ese punto de partida para culminar con éxito esta etapa de mi vida.

A mis hermanos quienes pusieron su grano de arena en este proyecto.

Y a todas las personas que compartieron y se alegraron conmigo en cada eslabón de este recorrido.

Lyda Vanessa Herrera Sepúlveda.

A mis padres, Uriel y Olga, quienes siempre me han apoyado y enseñado a través del ejemplo.

A Rossi, mi abuelita, por todo su afecto, entrega y dedicación, y porque gracias a sus decisiones hoy estoy donde estoy.

A mi familia y amigos que siempre me han acompañado.

Uriel Alberto Melo Pinzón.

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan sus agradecimientos a:

Ph.D Ricardo Alzate Castaño por su conocimiento, acompañamiento, sus recomendaciones y valioso apoyo en todo el desarrollo del presente trabajo de grado.

Ms.C Jorge Enrique Meneses Flórez por poner a disposición el prototipo inicial, el Laboratorio de Automatización Industrial y sus conocimientos en los aspectos mecánicos y físicos, puntos claves en la realización de éste proyecto.

Los profesores: Alfredo Acevedo, de la Escuela de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones, por sus recomendaciones en la instrumentación del prototipo; y Harold Paredes, de la Escuela de Física, por su aporte en la determinación de parámetros del sistema.

A nuestras familias por todo su apoyo incondicional y comprensión en el transcurso de este camino.

Los compañeros del Laboratorio de Automatización Industrial por su colaboración y compañerismo en este proceso.

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	18
1. DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO DE GRADO	20
1.1 PLANTEAMIENTO Y DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	20
1.2 OBJETIVOS	20
1.2.1 OBJETIVO GENERAL	20
1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	20
2. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA	22
2.1 EL SISTEMA.....	22
2.1.1 Péndulo Invertido	23
2.1.2 Dispositivos de Medida	24
2.1.3 Dispositivos de Actuación.....	27
2.1.4 Acondicionamiento de Señales	29
2.1.5 Dispositivo de proceso	35
3. MODELADO DEL SISTEMA	36
3.1 MODELO MATEMÁTICO DEL SISTEMA	36
3.1.1 Representación mediante ecuaciones diferenciales	37
3.1.2 Representación mediante espacio de estados.....	38
3.2 ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL SISTEMA.....	40
3.2.1 Momento de Inercia.....	40
3.2.2 Fuerza aplicada al carro	43
3.3 VALIDACIÓN DEL MODELO.....	45
4. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR	47
4.1 DISEÑO DEL CONTROLADOR	47
4.1.1 Selección de los polos deseados	48
4.1.2 Realimentación de estados	49
4.2 IMPLEMENTACIÓN DE LA ESTRATEGIA DE CONTROL	51

4.2.1 Rutina para la medición del ángulo	53
4.2.2 Rutina para la medición de la posición del carro	53
4.2.3 Rutina para el manejo del conversor digital-analógico	53
4.3 PRUEBAS EXPERIMENTALES	55
CONCLUSIONES	72
RECOMENDACIONES Y TRABAJO FUTURO	73
REFERENCIAS	74

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Diagrama de bloques general del sistema	23
Figura 2. Prototipo experimental para péndulo invertido	24
Figura 3. Encoder absoluto empleado	25
Figura 4. Montaje del encoder incremental	26
Figura 5. Pines del encoder tipo incremental en cuadratura	26
Figura 6. Circuito de adecuación de las entradas al microcontrolador	30
Figura 7. Circuito de adecuación de las salidas del microcontrolador	30
Figura 8. Circuito de adecuación del DAC	31
Figura 9. Retardo presentado entre la salida del microcontrolador (trazo superior) y salida hacia el variador (trazo inferior) haciendo uso de relé (izquierda) y transistor (derecha)	32
Figura 10. Circuito de adecuación de la señal retroceso	33
Figura 11. Señales de entrada (izquierda) y salida (derecha) para señal de encoder incremental	34
Figura 12. Circuito de adecuación para encoder incremental	34
Figura 13. Diagrama de cuerpo libre para el carro (izquierda) y la barra del péndulo (derecha)	37
Figura 14. Dimensiones del péndulo	40
Figura 15. Cilindro Circular.	41
Figura 16. Evolución temporal para ángulo del péndulo en modo creciente (derecha) y decreciente (izquierda): Modelo vs. Experimento	46
Figura 17. Simulación para respuesta impulso del sistema en lazo cerrado para la posición del carro	50
Figura 18. Simulación para respuesta impulso del sistema en lazo cerrado para ángulo del péndulo.....	51
Figura 19. Diagrama de flujo del algoritmo implementado	54
Figura 20. Evolución temporal experimental para ángulo del péndulo con vector de ganancia $K = [-1 \ 0 \ 0 \ 0]$	56
Figura 21. Evolución temporal experimental para ángulo del péndulo con vector de ganancia $K = [-10 \ 0 \ 0 \ 0]$	57

Figura 22. Evolución temporal experimental para ángulo del péndulo con vector de ganancia $K = [-1 \ 0 \ 1 \ 0]$	58
Figura 23. Evolución temporal experimental para posición del carro con vector de ganancia $K = [-1 \ 0 \ 1 \ 0]$	59
Figura 24. Evolución temporal experimental para ángulo del péndulo con vector de ganancia $K = [-10 \ 0 \ 1 \ 0]$	60
Figura 25. Evolución temporal experimental para posición del carro con vector de ganancia $K = [-10 \ 0 \ 1 \ 0]$	61
Figura 26. Evolución temporal experimental para ángulo del péndulo con vector de ganancia $K = [-1 \ 0 \ 10 \ 0]$	62
Figura 27. Evolución temporal experimental para posición del carro con vector de ganancia $K = [-1 \ 0 \ 10 \ 0]$	63
Figura 28. Evolución temporal experimental para ángulo del péndulo con vector de ganancia $K = [-10 \ 0 \ 10 \ 0]$	64
Figura 29. Evolución temporal experimental para posición del carro con vector de ganancia $K = [-10 \ 0 \ 10 \ 0]$	65
Figura 30. Diagrama de bloques en Simulink® para la simulación del sistema teniendo en cuenta consideraciones prácticas	67
Figura 31. Evolución temporal para ángulo del péndulo con vector de ganancia $K = [-255.66 \ -90.64 \ -22.50 \ -50.69]$. Simulación.....	68
Figura 32. Evolución temporal para ángulo del péndulo con vector de ganancia $K = [-255.66 \ -90.64 \ -22.50 \ -50.69]$. Experimental	69
Figura 33. Evolución temporal para posición del carro con vector de ganancia $K = [-255.66 \ -90.64 \ -22.50 \ -50.69]$. Simulación	70
Figura 34. Evolución temporal para posición del carro con vector de ganancia $K = [-255.66 \ -90.64 \ -22.50 \ -50.69]$. Experimental	71

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Características técnicas sensor E6CP-AG5C-C	25
Tabla 2. Características del motor	27
Tabla 3. Características del variador de velocidad	28
Tabla 4. Características del DAC MCP4821	29
Tabla 5. Características amplificadores operacionales acondicionadores de señal	31
Tabla 6. Características del dispositivo de proceso	35
Tabla 7. Parámetros del sistema	44

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
ANEXO A	79
A.1 PCB Implementadas	79
ANEXO B	86
B.1 Diagrama de bloques en Simulink® para la simulación del sistema teniendo en cuenta consideraciones prácticas	86

RESUMEN

Título: CONTROL EN ESPACIO DE ESTADOS PARA UN PROTOTIPO REAL DE PÉNDULO INVERTIDO¹.

Autores: LYDA VANESSA HERRERA SEPÚLVEDA, URIEL ALBERTO MELO PINZÓN².

Palabras Clave:

Control por Realimentación de Estados, Microcontrolador Arduino, Péndulo Invertido, Prototipo Experimental.

Descripción:

El presente trabajo de grado aborda la re-adequación de un prototipo de laboratorio para péndulo invertido, el cual se encuentra en el Laboratorio de Automatización Industrial de la Escuela de Ingeniería Mecánica, de manera que sea posible recobrar su capacidad funcional y ejercer control para mantener en posición vertical el vástago del péndulo. Se realizó por tanto el diseño y la implementación de circuitos para el acondicionamiento de señales entre los dispositivos de medida, actuación y control. Se desarrolló un procedimiento experimental para validar los valores de parámetro del modelo y con base en ello se diseñó e implementó una estrategia de control por realimentación de estados en un sistema de desarrollo Arduino Mega 2560. Los resultados de simulación predicen la regulación del estado que posteriormente fue corroborada de manera experimental con el prototipo de laboratorio. Actividades complementarias incluyen el análisis de técnicas avanzadas de control sobre el sistema al igual que la inclusión de términos de no-linealidad en los modelos, el diseño y ejecución de prácticas de laboratorio que brinden al estudiante de la Escuela de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones (E3T) los medios para verificar los resultados teóricos revisados en clase y el desarrollo de futuros proyectos de investigación.

¹ Trabajo de grado

² Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones. Director: Ricardo Alzate Castaño, PhD. Codirector: Jorge Enrique Meneses Flórez, MSc.

SUMMARY

Title: STATE-SPACE CONTROL FOR A REAL PROTOTYPE OF INVERTED PENDULUM³.

Authors: LYDA VANESSA HERRERA SEPÚLVEDA, URIEL ALBERTO MELO PINZÓN⁴.

Key words:

Arduino Microcontroller, Experimental Rig, Inverted Pendulum, State-Feedback Control.

Description:

In this project we performed the recovering of the functional capacity of an experimental rig of inverted pendulum. We have designed and implemented coupling interfaces between signals of sensing, actuation and control devices. Also an experimental procedure was performed to validate the mathematical model proposed for the system, and therefore a state-feedback controller was designed based on this. State regulation towards zero was obtained on both simulations of the model and the experimental rig, when trying to keep the vertical position of the pendulum. Ongoing tasks include the analysis of advanced state-space control techniques and considerations regarding nonlinearities in the model of the system.

³ Degree work.

⁴ Physico-mechanical Engineering Faculty. School of Electrical Engineering. Supervisor: Ricardo Alzate Castaño, PhD. Co-supervisor: Jorge Enrique Meneses Flórez, MSc.

INTRODUCCIÓN

Actualmente, la Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones (E3T) de la Universidad Industrial de Santander cuenta con un espacio (aula 209 – edificio 27: Laboratorio de Alta Tensión) destinado para la realización de actividades prácticas en las asignaturas afines al Control y a la Instrumentación Electrónica. Sin embargo, las actuales condiciones del laboratorio no son propicias para desarrollar de manera satisfactoria las sesiones de laboratorio programadas, principalmente debido a no contar con una dotación de equipos suficientemente actualizada, operativa y funcional. La historia reciente del Laboratorio de Control de la E3T se remonta al año 2001, donde a través de un trabajo de grado denominado “Planeación, diseño y realización del laboratorio de instrumentación electrónica para la E3T” [19], se realizó el diseño y la construcción de bancos de trabajo para medición de flujos de aire y nivel y temperatura de agua, con prácticas de laboratorio asociadas. De manera más reciente en el año 2007 el trabajo de grado “Sistema de gestión para un prototipo de sistema SCADA en el laboratorio de instrumentación electrónica de la E3T” [22] buscó complementar el anterior proponiendo una manera de realizar medición remota de las variables disponibles en los equipos diseñados previamente en 2001. Sin embargo, actualmente el deterioro de las instalaciones del laboratorio y los instrumentos asociados (tanto plantas como dispositivos de medida) hacen que no sea posible emplear dicho espacio para el propósito que alguna vez fue adecuado. De otro lado, debido al aumento de la complejidad que presentan los sistemas actuales en ingeniería se hace necesaria la elección de técnicas que permitan obtener mejores aproximaciones de los modelos y que faciliten el desarrollo de controladores que respondan mejor a las exigencias propuestas. Entre los sistemas que se han estudiado en la aplicación de nuevas técnicas de control sobresale el péndulo invertido debido a que es un sistema inestable y las ecuaciones que modelan su comportamiento son no-lineales [20]. Algunas aplicaciones del péndulo están relacionadas con medios de transporte personal

como el Segway, y sensores sísmicos como el expuesto en [5]. Los métodos tradicionales de control en el dominio de la frecuencia no aportan información sobre la dinámica interna del sistema [17]. Para suplir estas falencias existen otras herramientas que hacen parte de la teoría de control moderno entre las que se encuentra el diseño de controladores mediante métodos en el espacio de estados. De los trabajos que se han realizado alrededor de este tema sobresalen a nivel de estrategias de control: el propuesto por Akhtaruzzaman y Shafie, el cual hace una comparación de diferentes estrategias de control clásico y moderno tales como controlador proporcional, integral y derivativo (PID), realimentación de estados y regulador cuadrático lineal (LQR) sobre un péndulo invertido rotatorio [17]; Rybovic, Pricinsky y Paskala implementan una técnica de control moderna mediante el posicionamiento de polos con ayuda del método de Ackermann [1]. A nivel nacional Sanabria y Hernández modelan por medio de dinámicas de Lagrange el sistema, y el control se basa en las técnicas de realimentación de estados tipo regulador y servomecanismo [23]. Entre los trabajos realizados en la Universidad Industrial de Santander Figueredo y Rondón modelan, diseñan y construyen un banco de laboratorio de péndulo invertido [6]; Ortiz y Marín retoman el estudio del péndulo invertido y diseñan e implementan un sistema controlado mediante lógica difusa [21].

1. DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO DE GRADO

1.1 PLANTEAMIENTO Y DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Algunos proyectos como el trabajo de grado denominado “Diseño del proyecto para implementación de una sala TIA (totally integrated automation) y adaptación de un proceso industrial para desarrollo de prácticas de entrenamiento en las áreas de instrumentación, automatización y control” [18] realizado en 2008, requieren de un alto presupuesto para su realización lo cual no es garantía para una factibilidad a corto plazo. El presente proyecto de grado se constituye en una contribución para aliviar la carencia de infraestructura para el desarrollo de actividades prácticas en asignaturas afines al control y a la instrumentación electrónica de la E3T, a partir del re-acondicionamiento de la capacidad funcional de un sistema de péndulo invertido disponible actualmente en el Laboratorio de Automatización de la Escuela de Ingeniería Mecánica - UIS, constituido con base en los objetivos propuestos a continuación.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 OBJETIVO GENERAL

- Implementar una estrategia de control por realimentación de estados sobre un prototipo real de péndulo invertido.

1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Reacondicionar la capacidad funcional del prototipo de péndulo invertido disponible en el Laboratorio de Automatización de la Escuela de Ingeniería Mecánica – UIS

- Realizar un procedimiento experimental para obtener los parámetros de un modelo matemático lineal apropiado para el sistema
- Diseñar una estrategia de control lineal por realimentación de estados para el modelo del sistema empleando simulación numérica
- Implementar la estrategia de control sobre un dispositivo digital programable y verificar en la práctica las predicciones de los resultados numéricos.

2. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

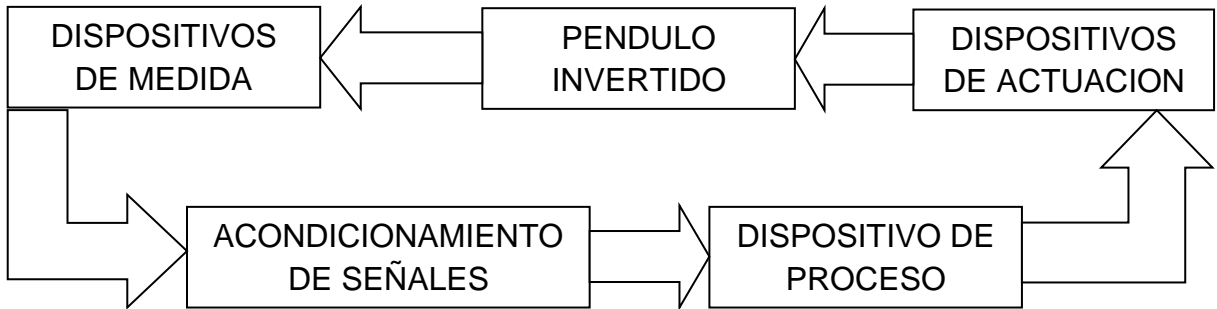
Partiendo de un banco experimental para un péndulo invertido diseñado por Ortiz y Marín [9], fue necesario reacondicionar la capacidad funcional de la planta con el fin de implementar el algoritmo de control propuesto sobre un microcontrolador. El presente capítulo describe el estado inicial de la planta y las modificaciones que fueron necesarias para cumplir con los objetivos planteados.

2.1 EL SISTEMA

Para poder implementar estrategias de control sobre el péndulo invertido es necesario contar con un conjunto de sensores y actuadores que permitan operarlo con cierto nivel de precisión. A partir de estas mediciones el controlador envía una señal al actuador para que a su vez éste transmita una fuerza al carro, que mantiene el péndulo en equilibrio.

Inicialmente la planta contaba con un encoder absoluto como sensor de posición angular del péndulo y un motor trifásico como actuador, éste último estaba controlado por una tensión analógica aplicada sobre un variador de frecuencia. Tanto la señal medida como la señal de control eran manejadas por un PLC. Al reemplazar el PLC por un microcontrolador (ver sección 2.1.5) se hizo necesario adecuar los niveles de tensión y adicionar un conversor digital-analógico para manejar el variador de frecuencia, ya que el microcontrolador no cuenta con este módulo. Se adicionó un encoder incremental para medir la posición del carro puesto que el conocimiento de esta variable es necesario para la implementación del controlador en el espacio de estados. La Figura 1 representa el sistema a manera de diagrama de bloques. A continuación, se realizará una descripción funcional y estructural detallada para cada parte del mismo.

Figura 1. Diagrama de bloques general del sistema

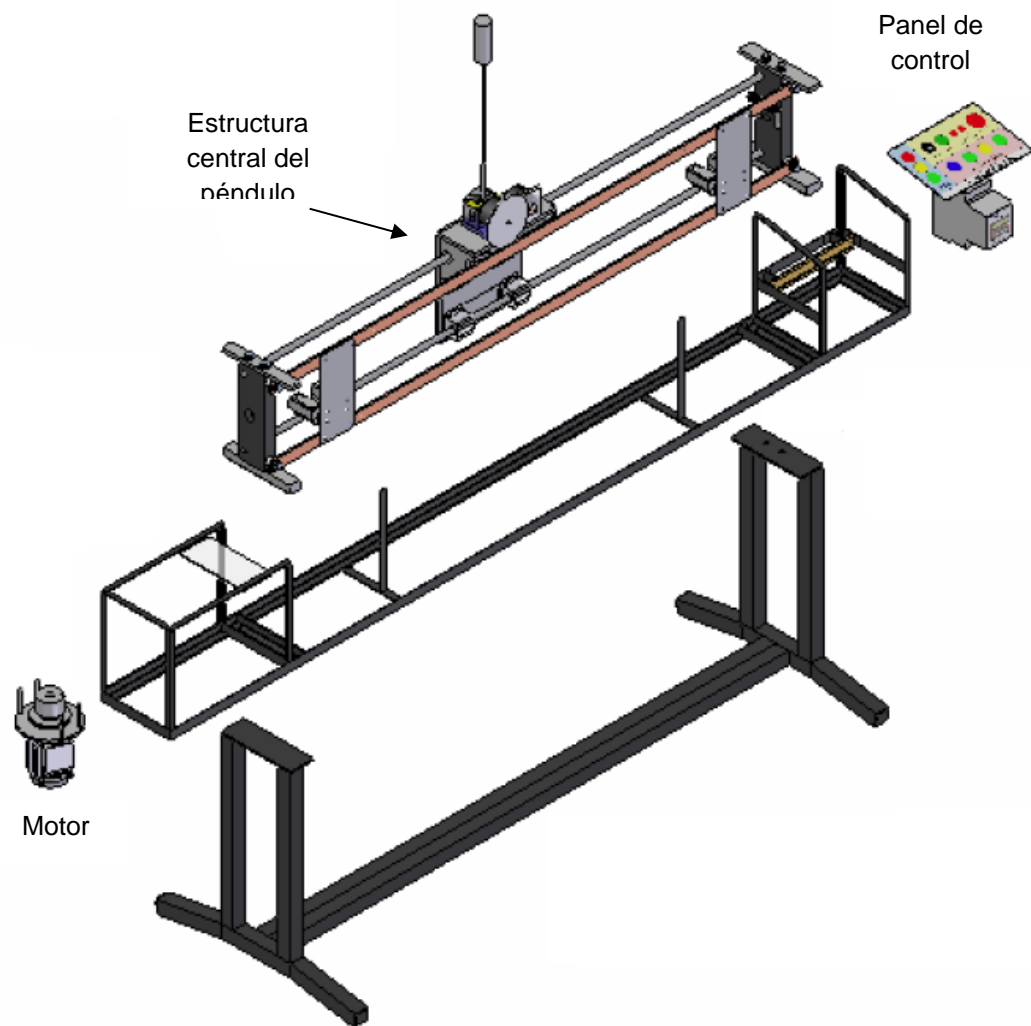


Fuente: Autores

2.1.1 Péndulo Invertido:

La estructura principal del péndulo invertido está compuesta por el carro, el vástago y la masa del péndulo. El carro posee una masa estimada de 6.23 [kg] [21], las mediciones del vástago en longitud y masa corresponden a 0.4 [m] y 0.099 [kg] respectivamente, y la medida de la masa del péndulo es de 0.158 [kg]. El carro puede desplazarse aproximadamente 0.92 [m] sobre unas guías de acero inoxidable. El movimiento se logra mediante una transmisión de cable de acero acoplada al eje del motor, a través de una polea con diámetro de 0.085 [m]. El prototipo cuenta con un freno electromagnético Warner Electric ERS-26 que en ausencia de corriente impide el movimiento del carro. En un extremo de la estructura se dispone de un panel con indicadores e interruptores, utilizados como señales de entrada y salida para modificar y visualizar el comportamiento de la planta de acuerdo al algoritmo cargado al microcontrolador. Entre los interruptores se destacan la llave de encendido, para energizar la parte de potencia, y un pulsador de emergencia que permite desconectar las fases de salida del variador. Para mayores detalles sobre el diseño mecánico del prototipo, se recomienda al lector consultar el trabajo de grado que aborda su diseño mecánico [21].

Figura 2. Prototipo experimental para péndulo invertido



Fuente: [21]

2.1.2 Dispositivos de medida:

Como se verá en una sección posterior, el sistema debe ser completamente controlable para poder implementar la realimentación de estados, razón por la cual se adaptó un sensor extra en el eje del motor para obtener la posición del carro. A continuación se describen los sensores utilizados en el prototipo, los cuales son un encoder absoluto para la posición angular del péndulo y un encoder incremental para la posición del carro:

- Para medir el ángulo del péndulo, el cual presenta un rango limitado a $\pm 20.3^\circ$, la planta tiene adaptado un encoder absoluto rotatorio E6CP-AG5C-C, comercializado por la compañía OMRON® (ver Figura 3). La Tabla 1 muestra algunas de sus características técnicas.

Tabla 1. Características técnicas sensor E6CP-AG5C-C

Voltaje de alimentación	12-24 [V]
Resolución	8-bit 256 [pulsos/revolución]
Consumo de corriente	70 [mA]
Codificación	Código GRAY
Tiempo de respuesta	20 [us]

Fuente: [8]

La salida del sensor es un byte en código Gray, el cual será decodificado por el microcontrolador. El conjunto de engranajes acoplados al eje del encoder con una relación de 1: 5, entrega una resolución de 0.27° .

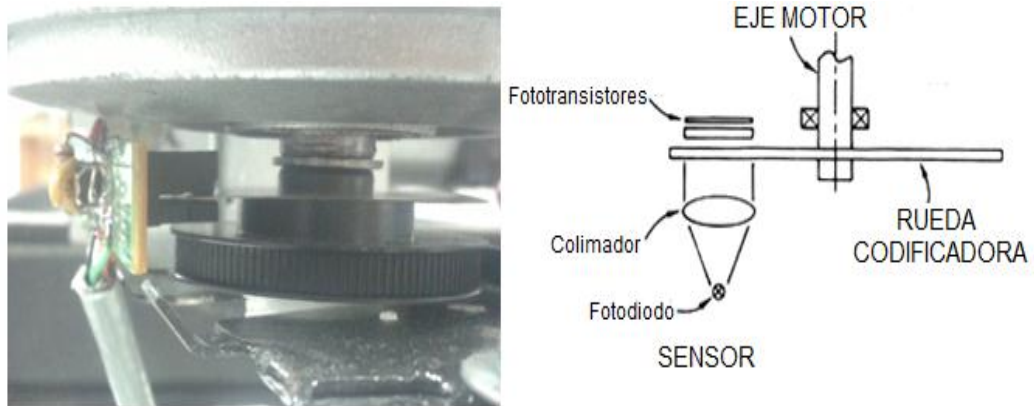
Figura 3. Encoder Absoluto empleado



Fuente: [8]

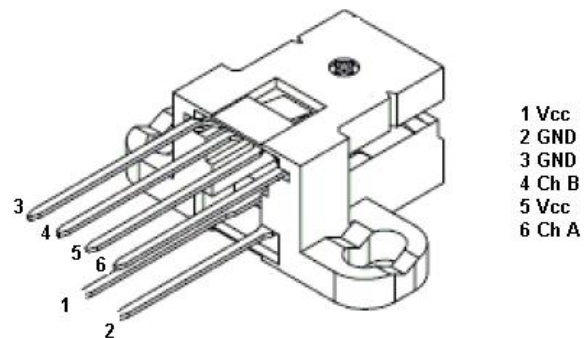
- La posición del carro fue medida mediante un encoder óptico de tipo incremental en cuadratura, que cuenta con una resolución de 900 pulsos/revolución y un voltaje de alimentación de 5 [V]. Fue necesario realizar un mecanizado para adaptar el sensor y la rueda codificadora en una estructura acoplada en la parte inferior del eje del motor (ver Figura 4). En la Figura 5 se identifican los pines de este encoder incremental.

Figura 4. Montaje del encoder incremental



Fuente: Autores

Figura 5. Pines del encoder tipo incremental en cuadratura



Fuente: [9]

2.1.3 Dispositivos de actuación:

La capacidad de actuación del sistema depende de la tensión que el convertidor digital-analógico entregue al variador de velocidad. Este a su vez modifica la frecuencia de trabajo del motor produciendo cambios en su velocidad. A continuación, se describen cada uno de estos componentes:

- Se cuenta con un motor trifásico marca Neri Motori®. La Tabla 2 muestra sus características eléctricas.

Tabla 2. Características del motor

Tensión nominal	220 [V]
Corriente nominal	2 [A]
Frecuencia nominal	50 [Hz]
Velocidad nominal	1800 [rpm]
Potencia	0.5 [HP]

Fuente: [4]

- Los cambios en la velocidad del motor son realizados al cambiar la frecuencia en el variador de velocidad. El variador de velocidad utilizado corresponde a la referencia 160AA02NNX1P1 Serie C de la compañía Allen Bradley®. Un resumen de sus principales características se presenta en la Tabla 3.

Tabla 3. Características del variador de velocidad

Tensión de entrada monofásica	100 - 240 [V]
Corriente de entrada	2.8 [A]
Frecuencia de entrada	50 /60[Hz]
Tensión de salida trifásica	100 – 240 [V]
Corriente de salida	2.3 [A]
Frecuencia de salida	0 -240 [Hz]

Fuente: [16]

Además fue configurado para trabajar con tres señales digitales de control (avance, parada y retroceso), para su movimiento, y una señal analógica variable de 0 – 10 [V], la cual es responsable de determinar la frecuencia de salida del variador y proviene del conversor digital-analógico como señal de salida del microcontrolador.

- El conversor digital analógico seleccionado fue el MCP4821 de la compañía Microchip® el cual cuenta con las características consignadas en la Tabla 4. La resolución, la ventaja de una tensión de referencia interna precisa y el protocolo de comunicación soportado por el microcontrolador, justifican la selección de este dispositivo.

Tabla 4. Características del DAC MCP4821

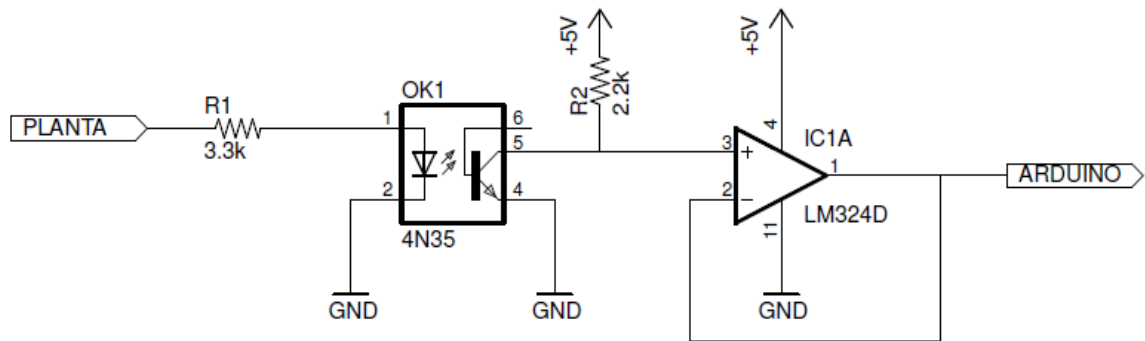
Tensión de alimentación	2.7 - 5.5 [V]
Resolución	12 bit
Tensión de referencia	Interna 2.048 [V]
Protocolo de comunicación	SPI
Frecuencia de reloj máxima	20 [MHz]

Fuente: [14]

2.1.4 Acondicionamiento de señales:

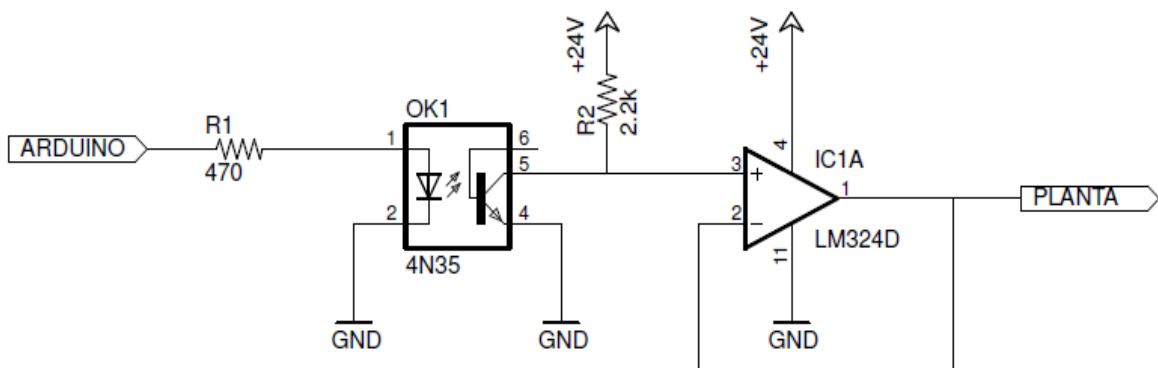
Para la interacción del microcontrolador con los otros dispositivos que componen el sistema, se hace necesario acondicionar las señales tanto de entrada como de salida a niveles adecuados. Señales como las provenientes del encoder absoluto, interruptores y finales de carrera, las cuales trabajan a 24 [V], deben ser llevadas a un nivel de tensión de 5 [V], el cual es el soportado por las entradas y salidas digitales del microcontrolador, y señales de salida como las de activación de relés e indicadores luminosos deben ser elevadas de 5 [V] a 24 [V]. En la Figura 6 y la Figura 7 se muestran los circuitos propuestos para estas adecuaciones. En estos circuitos se realiza un aislamiento óptico de las señales de entrada y/o salida mediante el optoacoplador 4N35 [7] y un acople de impedancias mediante el amplificador operacional TL3474C [15], para las señales que necesitan una respuesta rápida (i.e lectura del encoder absoluto, señales de control del variador), y el LM324 [13] para las señales provenientes de interruptores o enviadas hacia los indicadores del panel. La Tabla 5 muestra algunas de las características técnicas de los amplificadores operacionales utilizados.

Figura 6. Circuito de adecuación de las entradas al microcontrolador



Fuente: Autores

Figura 7. Circuito de adecuación de las salidas del microcontrolador



Fuente: Autores

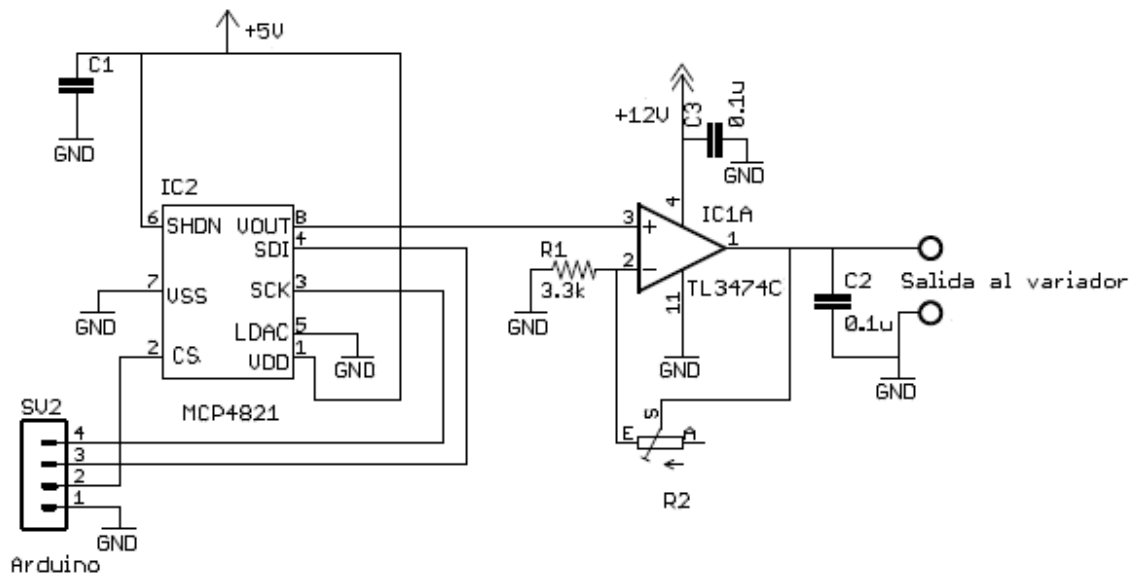
Tabla 5. Características amplificadores operacionales acondicionadores de señal

	TL3474C	LM324
Voltaje de alimentación [V]	4 - 36	3 - 32
Slew Rate [V/ μ s]	13	0.5
Ganancia por ancho de banda [MHz]	4	1.2

Fuente: [17, 18]

También fue necesaria una adecuación para llevar la tensión del conversor digital-analógico, de 0 – 5 [V], a un rango de 0 – 10 [V], requerido por el variador de velocidad, por lo que se utilizó una etapa de amplificación no inversora con una ganancia de 2.44, ya que la salida del conversor en la práctica no fue *rail to rail*. En ésta se usó nuevamente el amplificador operacional TL3474C. La Figura 8 muestra el circuito propuesto.

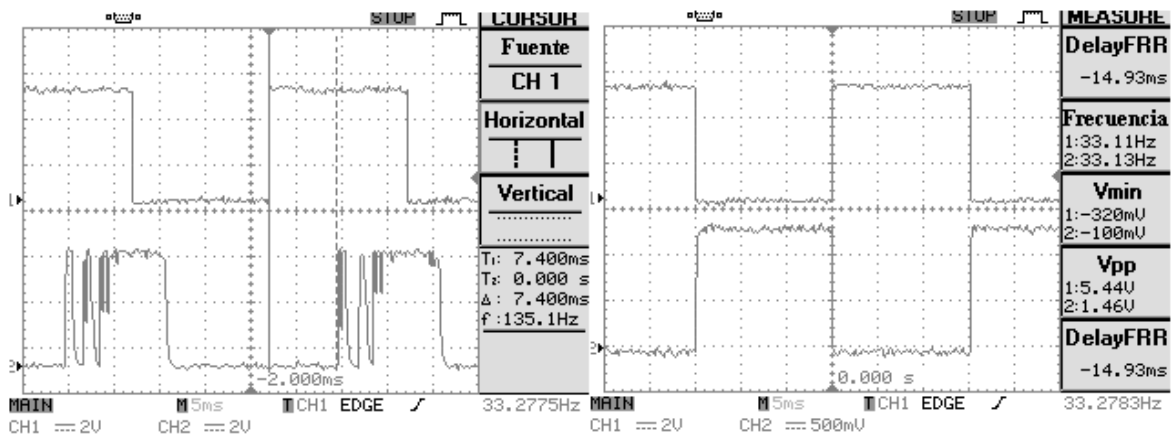
Figura 8. Circuito de adecuación del DAC



Fuente: Autores

Otra adecuación necesaria fue la adaptación de un transistor IRF730 [12] para conmutar la señal de retroceso del variador, debido a que ésta era actuada por un relé y presentaba un retardo de 7.4 [ms] entre la salida física del pin del microcontrolador y la entrada de control de retroceso del variador. En la Figura 9 se muestra la salida del microcontrolador (en el trazo superior) y la salida (trazo inferior) en los casos de relé (captura a izquierda) y transistor (captura a derecha). Como se observa, este cambio produjo una mejora en el tiempo de conmutación de la señal de retroceso, además de la eliminación de efectos de rebote mecánico. Las pruebas se realizaron con una frecuencia de 33.3 [Hz].

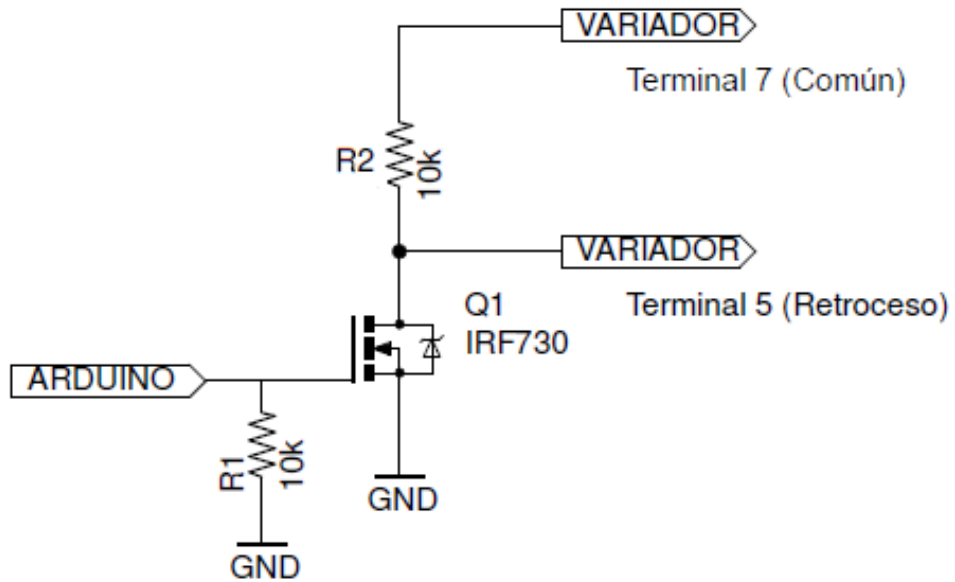
Figura 9. Retardo presentado entre la salida del microcontrolador (trazo superior) y salida hacia el variador (trazo inferior) haciendo uso de relé (izquierda) y transistor (derecha)



Fuente: Autores

En la Figura 10 se muestra el circuito propuesto para la adecuación de la señal de retroceso.

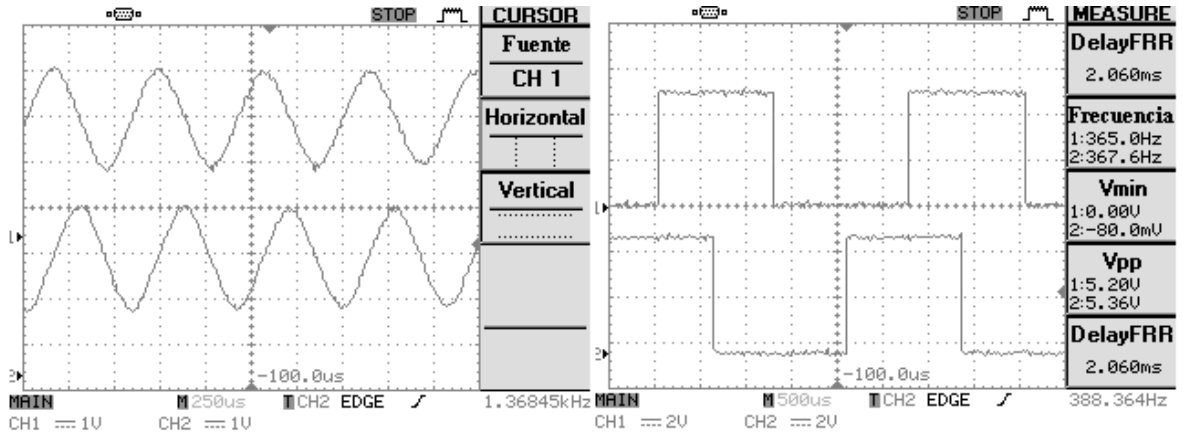
Figura 10. Circuito de adecuación de la señal retroceso



Fuente: Autores

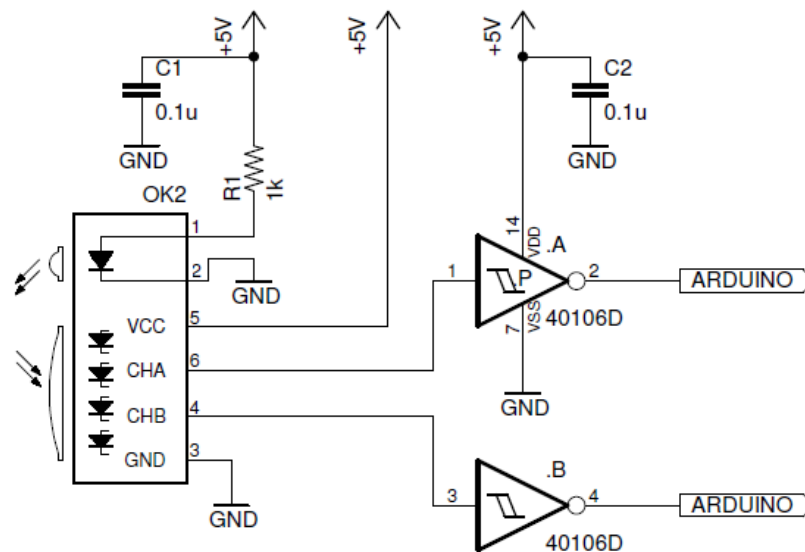
Finalmente fue necesario adecuar la señal proveniente del encoder incremental debido a que la forma de ésta no podía ser interpretada por el microcontrolador. Se hizo uso de un inversor Schmitt trigger CD40106 [11] para convertir la onda senoidal de entrada en una onda cuadrada. En la Figura 11 se observan las señales de entrada y salida (para ambos canales A y B) antes y después de pasar por el inversor Schmitt trigger. Asimismo, la Figura 12 muestra el circuito implementado.

Figura 11. Señales de entrada (izquierda) y salida (derecha) para señal de encoder incremental



Fuente: Autores

Figura 12. Circuito de adecuación para encoder incremental



Fuente: Autores

2.1.5 Dispositivo de proceso:

Habiendo implementado los circuitos de adecuación y revisado las características de funcionamiento de los diferentes elementos que componen el prototipo experimental para un péndulo invertido, se hace necesario seleccionar un dispositivo digital que pueda interactuar con el sistema a partir del siguiente conjunto de señales: un puerto de 8 bit para leer el encoder absoluto, interrupciones por hardware para el encoder incremental y los finales de carrera, entradas y salidas digitales para los interruptores, indicadores y señales de control del variador de frecuencia y un módulo de comunicación SPI necesario para manipular el DAC. Considerando estos requerimientos, la disponibilidad, el conocimiento (debido a experiencia previa de los autores) y la posibilidad de un entorno de código abierto para compilación y carga de algoritmos, se seleccionó como dispositivo de proceso el sistema de desarrollo Arduino® MEGA 2560, el cual presenta las características incluidas en la Tabla 6. Para mayores detalles, se recomienda al lector consultar la hoja de datos del microcontrolador ATmega2560 [10].

Tabla 6. Características del dispositivo de proceso

Microcontrolador	8 bit ATmega2560
E/S Digitales	54 (15 con salida PWM)
Entradas analógicas	16
Memoria Flash	256 kB
Frecuencia Reloj	16 [MHz]
Voltaje Operación	5 [V]

Fuente: [10]

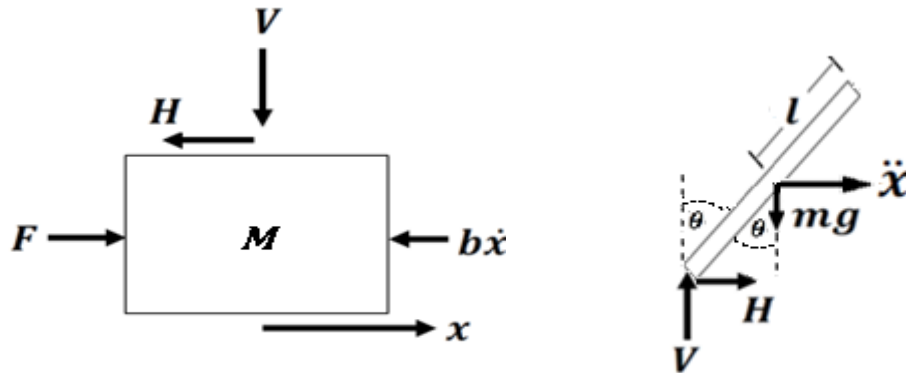
3. MODELADO DEL SISTEMA

Una vez recuperada la capacidad funcional del prototipo de laboratorio, es momento de determinar un modelo matemático apropiado para el sistema y estimar los parámetros asociados al mismo, para poder con base en esto diseñar e implementar una estrategia de control en espacio de estados. El presente capítulo muestra la formulación del modelo matemático, el desarrollo de cálculos y mediciones usadas en la estimación de los parámetros y la comparación entre resultados de simulación y medidas experimentales.

3.1 MODELO MATEMÁTICO DEL SISTEMA

La dinámica del sistema se compone del acople de dos tipos de movimiento: el movimiento traslacional realizado por el carro y el movimiento rotacional del péndulo. A partir del diagrama de cuerpo libre mostrado en la Figura 13, las sumatorias de fuerzas o torques en los ejes vertical V y horizontal H dan las relaciones entre las magnitudes del sistema. Los parámetros de la Figura 13 corresponden con: F es la fuerza aplicada al carro, M es la masa del carro, b es el coeficiente de fricción viscosa, I es la inercia del péndulo, m es la masa de la barra, g es la gravedad, l la mitad de la longitud de la barra del péndulo, finalmente θ y x son el ángulo del péndulo y el desplazamiento del carro respectivamente.

Figura 13. Diagrama de cuerpo libre para el carro (izquierda) y la barra del péndulo (derecha)



Fuente: Autores

3.1.1 Representación mediante ecuaciones diferenciales:

De la sumatoria de fuerzas en el eje horizontal para el diagrama del carro resulta (3.1).

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + H = F \quad (3.1)$$

El movimiento horizontal del centro de gravedad de la barra del péndulo se obtiene mediante la ecuación (3.2).

$$m \frac{d}{dt^2} (x + l \sin \theta) = H \quad (3.2)$$

Al sustituir la ecuación (3.2) en (3.1) se obtiene la primera ecuación del sistema, tal y como se muestra en (3.3).

$$(M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta = F \quad (3.3)$$

El movimiento rotacional de la barra del péndulo alrededor de su centro de gravedad se describe mediante la ecuación (3.4).

$$Vl \sin \theta - Hl \cos \theta = I\ddot{\theta} \quad (3.4)$$

El movimiento vertical del centro de gravedad de la barra del péndulo está dada por (3.5).

$$m \frac{d}{dt^2} (l \cos \theta) = V - mg \quad (3.5)$$

A partir de cálculos de las ecuaciones (3.2), (3.4) y (3.5) se llega a (3.6).

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} + mlg \sin \theta = ml\ddot{x} \cos \theta \quad (3.6)$$

Si se considera que el objetivo de la estrategia de control es mantener el péndulo en una posición vertical, es decir $\theta = 0$, se pueden hacer las siguientes aproximaciones: $\cos \theta \approx 1$, $\sin \theta \approx \theta$ y $\dot{\theta}^2 \approx 0$.

Al aplicar las anteriores aproximaciones a las ecuaciones (3.3) y (3.6), finalmente se obtiene la representación del sistema mediante ecuaciones diferenciales, como se presenta en (3.7) y (3.8).

$$(M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} = F \quad (3.7)$$

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} + mlg\theta = ml\ddot{x} \quad (3.8)$$

La sección 3.1.1 se realizó con base en [20], por tanto el lector interesado puede acceder a esta fuente para consultar mayores detalles del modelo.

3.1.2 Representación mediante espacio de estados:

Seleccionando como variables de estado el ángulo del péndulo θ , la velocidad angular del péndulo $\dot{\theta}$, la posición del carro x y la velocidad del carro \dot{x} , es posible determinar por completo el comportamiento del sistema. Este conjunto de

variables corresponde al vector de estados. El sistema se puede representar a partir de dos ecuaciones: la ecuación de estado (3.9) y la ecuación de salida (3.10) en las cuales la dinámica del estado $\dot{\mathcal{X}}$ es igual a la suma de los productos de la matriz de estado A por el vector de estados \mathcal{X} y la matriz de entrada B por el vector de entrada u .

$$\dot{\mathcal{X}} = A\mathcal{X} + Bu \quad (3.9)$$

$$y = C\mathcal{X} + Du \quad (3.10)$$

A partir de las ecuaciones (3.7) y (3.8) y tomando como salidas el ángulo y la posición del carro, la representación en el espacio de estados está dada por las ecuaciones (3.11), (3.12) y (3.13).

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{mlg(M+m)}{Z} & 0 & 0 & \frac{mlb}{Z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{m^2l^2g}{Z} & 0 & 0 & -\frac{(I+ml^2)b}{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{ml}{Z} \\ 0 \\ \frac{(I+ml^2)}{Z} \end{bmatrix} u \quad (3.11)$$

$$\begin{bmatrix} \theta \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

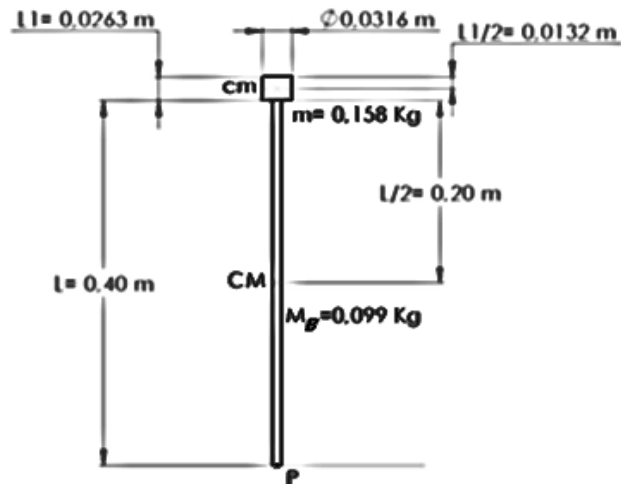
$$Z = I(M+m) + Mml^2 \quad (3.13)$$

3.2 ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL SISTEMA

Después de obtener el modelo, el siguiente paso es la estimación de los parámetros del sistema: los medidos, como las masas y las longitudes, y los calculados, como el momento de inercia y la fuerza aplicada al carro.

Entre los parámetros medidos se tienen la masa de la barra M_B , la masa del cilindro circular m y la masa del carro M , de 0.099 [kg], 0.158 [kg] y 6.23 [kg] respectivamente. También se midieron la longitud de la barra L , la altura del cilindro L_1 y su radio r , cuyos valores son 0.4 [m], 0.0263 [m] y 0.0158 [m] respectivamente. La Figura 14 muestra las medidas anteriormente mencionadas.

Figura 14. Dimensiones del péndulo



Fuente: Autores

3.2.1 Momento de inercia:

Se puede analizar el momento de inercia de varios cuerpos rígidos por separado. En la Figura 14 se muestra el sistema de cuerpo rígido, compuesto por la barra y el cilindro, y sus dimensiones. La expresión para el momento de inercia total se muestra en (3.14).

$$I_T = I_{P_BARRA} + I_{P_CILINDRO} \quad (3.14)$$

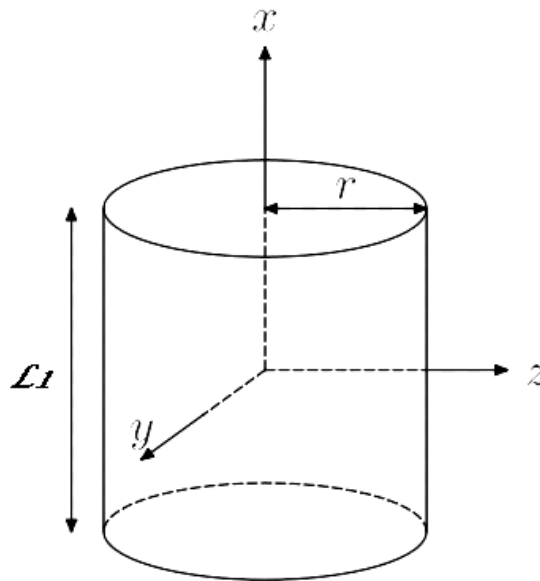
La ecuación del momento de inercia de la barra respecto a un eje que pasa por el punto P está dada por (3.15).

$$I_{P_BARRA} = \frac{1}{3} M_B L^2 \quad (3.15)$$

El momento de inercia del cilindro circular como forma geométrica común (ver Figura 14) sobre su centro de masa se presenta en (3.16).

$$I_{CM} = \frac{1}{4} m r^2 + \frac{1}{12} m L_1^2 \quad (3.16)$$

Figura 15. Cilindro Circular



Fuente: [24]

Debido a que el momento de inercia del cilindro se debe calcular respecto al punto P y no a su centro de masa, se aplicó el teorema de Huygens-Steiner, teorema de los ejes paralelos o simplemente teorema de Steiner: “Dado un eje que pasa por el centro de masa de un sólido, y dado un segundo eje paralelo al primero (punto P), el momento de inercia de ambos ejes” [25], está relacionado mediante la expresión (3.17).

$$I_{P_CILINDRO} = I_{CM} + md^2 \text{ donde } d = L + L_1/2 \quad (3.17)$$

A partir de la ecuación (3.16) y (3.17) se tiene

$$I_{P_CILINDRO} = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}mL_1^2 + m(L + L_1/2)^2 \quad (3.18)$$

$$I_{P_CILINDRO} = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}mL_1^2 + m(L^2 + LL_1 + \frac{L_1^2}{4}) \quad (3.19)$$

$$I_{P_CILINDRO} = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}mL_1^2 + mL^2 + mLL_1 + \frac{mL_1^2}{4} \quad (3.20)$$

$$I_{P_CILINDRO} = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{3}mL_1^2 + mL^2 + mLL_1 \quad (3.21)$$

La ecuación que describe el momento de inercia total, a partir de las ecuaciones (3.15) y (3.21), está dada por (3.23).

$$I_T = \frac{1}{3}ML^2 + \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{3}mL_1^2 + mL^2 + mLL_1 \quad (3.22)$$

$$I_T = (\frac{1}{3}M + m)L^2 + \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{3}mL_1^2 + mLL_1 \quad (3.23)$$

Para mayores detalles sobre el momento de inercia de cuerpos rígidos, se recomienda al lector consultar el libro Mecánica Vectorial para Ingenieros [3].

3.2.2 Fuerza aplicada al carro

La fuerza aplicada al carro es el resultado de la interacción de los dispositivos que controlan la velocidad del motor, la masa del carro y el tiempo de muestreo de la posición del carro. La primera etapa para determinar la fuerza es la tensión de salida del conversor digital-analógico, la cual está dada por la ecuación (3.24).

$$V_{DAC} = \frac{2.048 * D_N * G}{2^n} \quad (3.24)$$

Dónde: 2.048 corresponde con la tensión de referencia interna, D_N a la entrada digital, G a la ganancia que fue fijada en 2 y n a la resolución (12 bit). La tensión de salida del conversor digital-analógico fue amplificada con una ganancia de 2.44 para obtener una variación de 0 – 10 [V]. La tensión amplificada es aplicada al variador de frecuencia resultando en una salida de 4 – 60 [Hz]. El offset de 4 [Hz] se debe a la zona muerta del motor.

Los cambios de frecuencia resultan en variaciones de velocidad del motor, la cual está dada por la ecuación de velocidad de sincronismo del motor de inducción, tal como se presenta en (3.25).

$$n = \frac{120 * f}{p} \quad (3.25)$$

Donde n corresponde a la velocidad en revoluciones por minuto, f a la frecuencia y p al número de polos.

La velocidad tangencial en cualquier punto de la polea acoplada al eje del motor es la misma para el carro y está dada por la ecuación (3.26).

$$v = \frac{2\pi * n * r}{60} * 0.8 \quad (3.26)$$

El radio de la polea acoplada al eje del motor es 0.0425 [m] y el factor 0.8 que multiplica la ecuación (3.26) se debe a la eficiencia de la transmisión [21].

Finalmente la fuerza aplicada al carro corresponde a la masa del mismo multiplicada por la diferencia entre dos valores consecutivos de velocidad en un intervalo de tiempo dado.

$$F = M * a = M \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (3.27)$$

La Tabla 7 resume los parámetros del modelo del sistema.

Tabla 7. Parámetros del sistema

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Masa carro	M	6.23	[kg]
Masa cilindro	m	0.0158	[kg]
Masa barra	M_B	0.099	[kg]
Radio cilindro	r	0.0158	[m]
Altura cilindro	L_1	0.0263	[m]
Longitud barra	l	0.4	[m]
Coefficiente fricción	b	0.3	[kg/s]
Numero polos motor	p	4	--
Gravedad	g	9.8	[m/s ²]
Inercia péndulo	I	0.0322	kg*m ²

Fuente: Autores

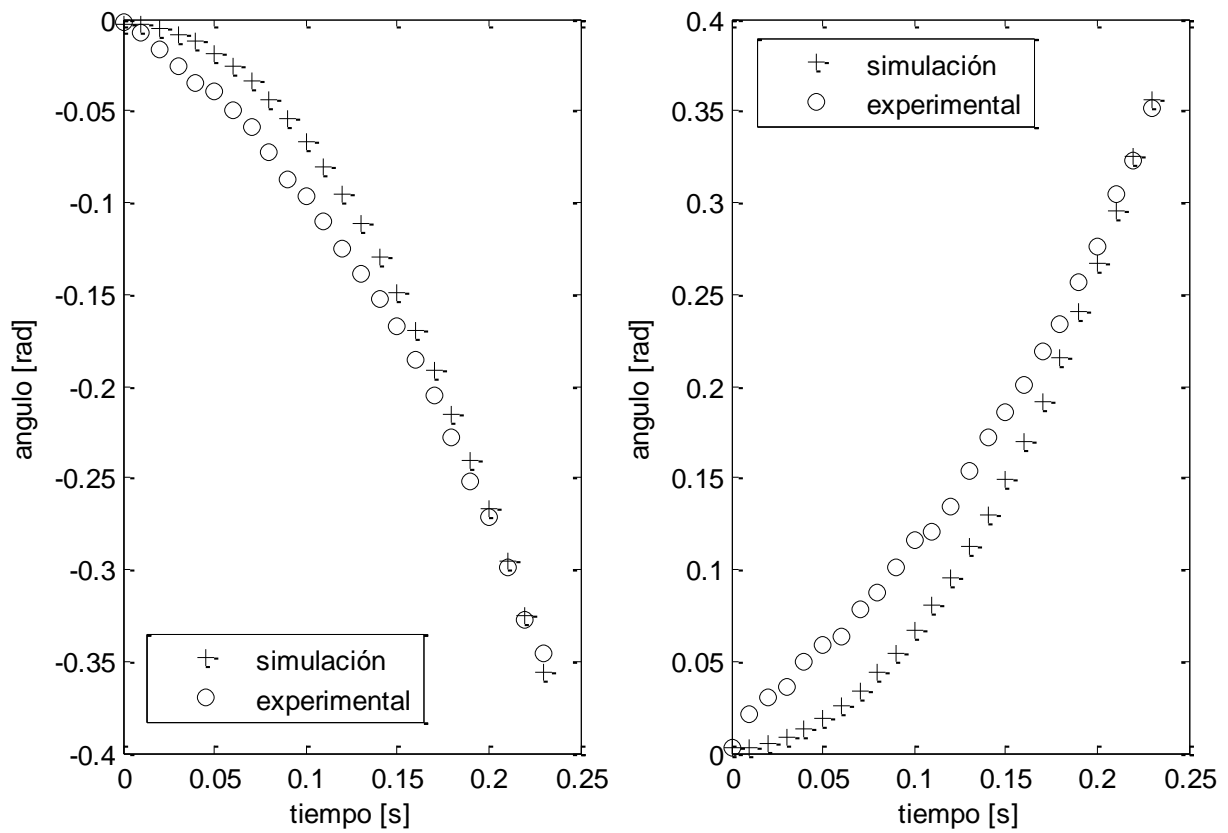
3.3 VALIDACIÓN DEL MODELO

Determinado el modelo del sistema y los parámetros del mismo, se realiza una validación de estos valores teóricos con datos tomados experimentalmente. Se planteó como experimento hacer oscilar el péndulo a una velocidad constante, de tal manera que la medida del ángulo realizada por el encoder absoluto tuviera una tendencia senoidal. Para lograr lo anterior, la oscilación del carro se ajustó en un periodo de 600 [ms] y la frecuencia del variador se fijó en 10.2 [Hz].

Para las simulaciones se realizó un código en Matlab®, el cual a partir del modelo anteriormente presentado y una condición inicial, resolviera la ecuación de estado. Se realizaron dos simulaciones en la cuales ambas tenían como condición inicial 0.0024 [rad], 0 [rad/s], 0 [m] y 1.089 [m/s], la primera en sentido antihorario y la segunda en sentido horario. El tiempo de muestreo tanto para las simulaciones como para la captura de datos fue de 10 [ms].

La Figura 16 muestra los resultados obtenidos y permite apreciar la convergencia de las simulaciones y de los datos experimentales en tiempo y forma de la señal de salida. La concavidad de la curva presenta una leve discrepancia debida a dinámicas no modeladas como pueden ser los efectos por fricción seca (fricción de Coulomb) despreciados en el modelo del sistema.

Figura 16. Evolución temporal para ángulo del péndulo en modo creciente (derecha) y decreciente (izquierda): Modelo vs. Experimento



Fuente: Autores

4. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR

Una vez recuperada la capacidad funcional del péndulo invertido (como se mostró en el capítulo 2), revisado el modelo que describe la dinámica del sistema y determinados los parámetros del mismo (desarrollos del capítulo 3), se debe abordar el diseño del controlador y su implementación sobre el dispositivo digital programable. El presente capítulo, presenta brevemente los fundamentos teóricos para el desarrollo de un controlador en el espacio de estados, su diseño, su implementación y los resultados obtenidos a través de su ejecución experimental.

4.1 DISEÑO DEL CONTROLADOR

La representación del sistema en el espacio de estados dada por las ecuaciones desarrolladas en el capítulo 3 corresponde con:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{mlg(M+m)}{Z} & 0 & 0 & \frac{mlb}{Z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{m^2l^2g}{Z} & 0 & 0 & -\frac{(I+ml^2)b}{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{ml}{Z} \\ 0 \\ \frac{(I+ml^2)}{Z} \end{bmatrix} u \quad (3.11)$$

$$\begin{bmatrix} \theta \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$Z = I(M+m) + Mml^2 \quad (3.13)$$

Dónde: θ , $\dot{\theta}$ y $\ddot{\theta}$ corresponde al ángulo, velocidad y aceleración del péndulo; x , \dot{x} y \ddot{x} son la posición, velocidad y aceleración del carro; M es la masa del carro, m la

masa del péndulo, b el coeficiente de fricción viscosa, I es la inercia del péndulo, l es la mitad de la longitud del vástago del péndulo, g es la gravedad y u corresponde a la entrada del sistema, es decir, la fuerza aplicada al carro.

Al revisar los polos del sistema, que corresponden a: $s = \{0, 2.8385, -2.8387 \text{ y } -0.0470\}$, se evidencia inestabilidad debido a que uno de ellos se encuentra en el semiplano derecho del plano s y otro corresponde a cero. La estrategia de control seleccionada para corregir esta inestabilidad fue la realimentación de estados, la cual ubica los polos del sistema en posiciones deseadas que satisfacen los requerimientos de diseño, al hacer de la señal de control el producto entre el estado \mathcal{X} y una ganancia de realimentación K .

El diseño del controlador se resume a encontrar el vector de ganancia K , para el cual es necesario verificar que el sistema sea de estado completamente controlable. Un sistema es de estado completamente controlable si es posible transferir el sistema de un estado inicial arbitrario a cualquier estado deseado arbitrario en un periodo finito de tiempo [20]. En términos prácticos un sistema es completamente controlable si la matriz de controlabilidad dada por: $\mathcal{C} = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]$ es de rango completo, es decir, su rango es igual al número de estados n . Al construir la matriz de controlabilidad para el sistema de péndulo invertido y hallar su rango, igual a 4, se encontró que éste corresponde con el número de estados, por lo cual es de estado completamente controlable.

4.1.1 Selección de los polos deseados:

La selección de los polos se basó en el tiempo pico t_p y el tiempo de establecimiento t_s , los cuales corresponden a parámetros de respuesta transitoria y estado estacionario del sistema. Seleccionando para el ángulo del péndulo

$t_p = 0.43 [s]$ y $t_s = 4.5 [s]$ y para la posición del carro $t_p = 0.35 [s]$ y $t_s = 5.5 [s]$ se obtuvieron los siguientes polos:

$$s = \{-2.857, -0.1777 + j4.3068, -0.1777 - j4.3068, -0.5347\} \quad (4.1)$$

Los cuales al tener parte real menor a cero hacen que el sistema sea estable. En la sección 4.1.2 se muestran los resultados de simulación de las salidas de ángulo y posición del carro al diseñar el controlador con los polos presentados en (4.1).

4.1.2 Realimentación de estados:

Si la entrada u en la ecuación de estado (3.9) se hace $u = -K\mathcal{X}$, se obtiene que la dinámica del estado depende únicamente de las matrices A , B y la ganancia K , como se muestra en (4.2).

$$\dot{\mathcal{X}} = (A - BK)\mathcal{X} \quad (4.2)$$

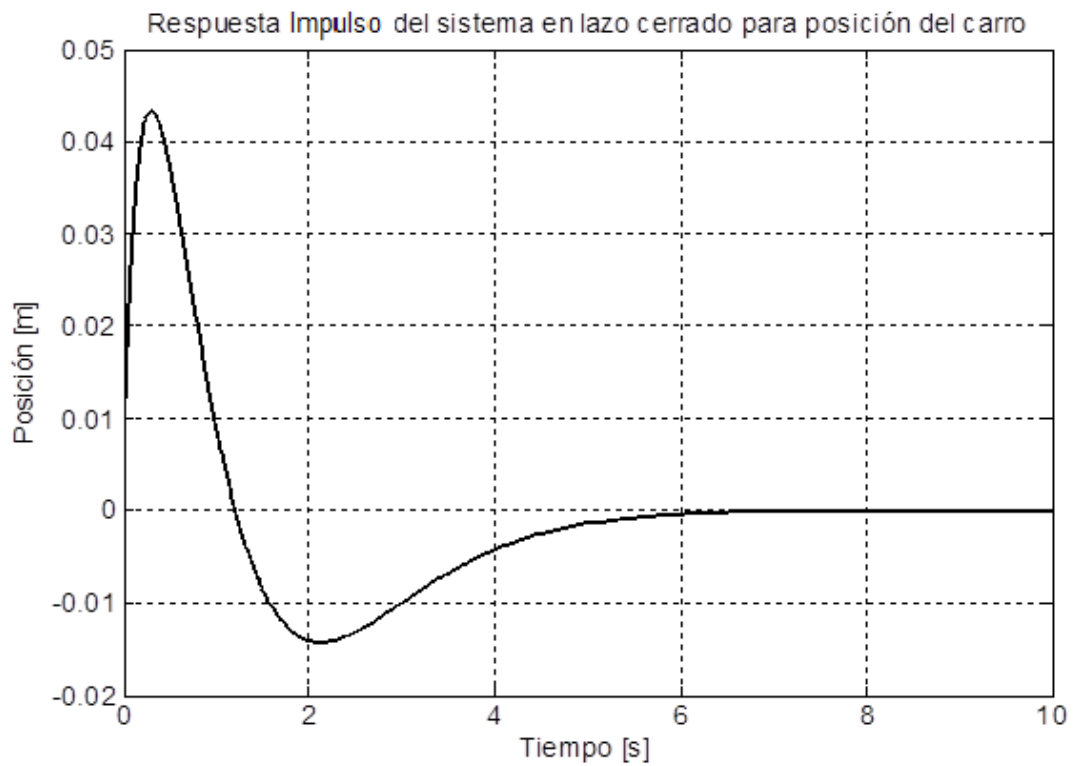
Al ser A y B parámetros fijos, la selección de K modifica los valores propios del sistema en lazo cerrado, es decir, altera la respuesta transitoria y el error en estado estable. La función *place* en Matlab® realiza los cálculos necesarios para encontrar la ganancia K a partir de la matriz de estado, la matriz de entrada y los polos deseados, los cuales no deben tener una multiplicidad más grande que el número de entradas. En el sistema, la única entrada es la fuerza aplicada al carro, razón por la cual ningún polo deseado puede repetirse. Al hacer uso de la función *place* se encontró que el vector K corresponde al presentado en (4.3).

$$K = [-255.66 \quad -90.64 \quad -22.50 \quad -50.69] \quad (4.3)$$

Las Figuras 17 y 18 muestran la simulación de las salidas para el ángulo del péndulo y la posición del carro con el sistema controlado, en la simulación se usó como condición inicial el vector: $[-0.0164 \quad 0 \quad 0.01 \quad 0]$, y los estimados de velocidad

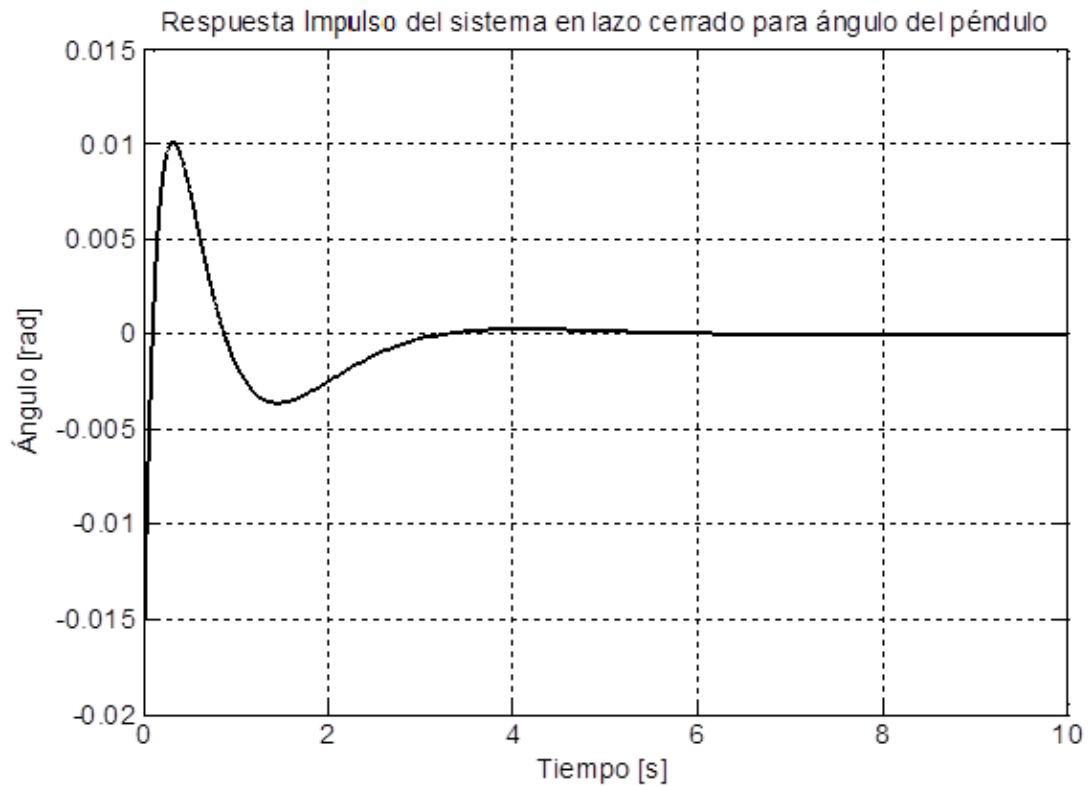
del péndulo y velocidad del carro se realizaron mediante derivación discreta, previa discretización de las señales medidas de ángulo y posición del carro con un retenedor de orden cero.

Figura 17. Simulación para respuesta impulso del sistema en lazo cerrado para la posición del carro



Fuente: Autores

Figura 18. Simulación para respuesta impulso del sistema en lazo cerrado para ángulo del péndulo



Fuente: Autores

4.2 IMPLEMENTACION DE LA ESTRATEGIA DE CONTROL

Teniendo en cuenta la instrumentación del sistema a partir de dispositivos sensores, actuadores y el diseño del controlador abordado en el capítulo anterior, se procedió a implementar una rutina computacional sobre la tarjeta Arduino® MEGA. El algoritmo fue desarrollado en la herramienta de código abierto suministrada por el fabricante. La Figura 19 ilustra a manera de diagrama de bloques las operaciones desarrolladas por el microcontrolador. La primera de ellas consiste en llamar las librerías que van a ser utilizadas (en este caso solo se usó

la librería para la comunicación SPI) y definir que pines corresponden a entradas o salidas. En el primer bloque de la Figura 19 también se inicializa la comunicación SPI estableciendo la tasa de baudios y la frecuencia de trabajo usada, además se declaran el tipo de interrupciones utilizadas. Para el posicionamiento manual del carro se hace uso de los pulsadores izquierda y derecha del panel de control, y se ajusta el cero para el encoder incremental a partir de las marcas ubicadas sobre la cubierta frontal del banco. Al establecer manualmente el cero y una condición inicial para el ángulo del péndulo cercana al equilibrio, se procede a activar la rutina de control cuyo primer paso es la medición de la posición del carro y el ángulo del péndulo.

Las rutinas encargadas de la lectura de los sensores son explicadas con mayor detalle en las secciones 4.2.1 y 4.2.2. Con la medida se procede a estimar las velocidades a partir de la diferencia de dos medidas consecutivas divididas en el intervalo de muestreo, el cual corresponde a 10 [ms]. Con las mediciones y los estimados de las variables de estado, se calcula la señal de realimentación multiplicando cada variable de estado por su correspondiente ganancia presentada en la ecuación (4.3).

Posteriormente se evalúa el signo de la señal de realimentación para decidir la dirección del carro, y la magnitud de la misma es enviada como entrada al conversor digital-analógico para determinar la frecuencia aplicada al motor. La sección 4.2.3 describe el funcionamiento de la rutina para el manejo del conversor digital-analógico. Para pasar de la etapa de posicionamiento manual a la etapa de control se usó el pulsador inicio, al activar el pulsador se lleva la variable inicio a un valor alto, además si el carro llega hasta los finales de carrera las interrupciones asociadas a los mismos ponen la señal de inicio en un valor bajo llevando el péndulo a la etapa de posicionamiento manual nuevamente.

4.2.1 Rutina para medir el ángulo:

Para medir el ángulo del péndulo se debe leer el registro al cual fue conectada la salida de 8 bit y este valor es la entrada de la función *LeerAngulo*, ésta fue creada para convertir el valor de código gray a binario y posteriormente ajustar mediante una regresión lineal la salida en binario de 77 – 228 (equivalente a $\pm 20.3^\circ$).

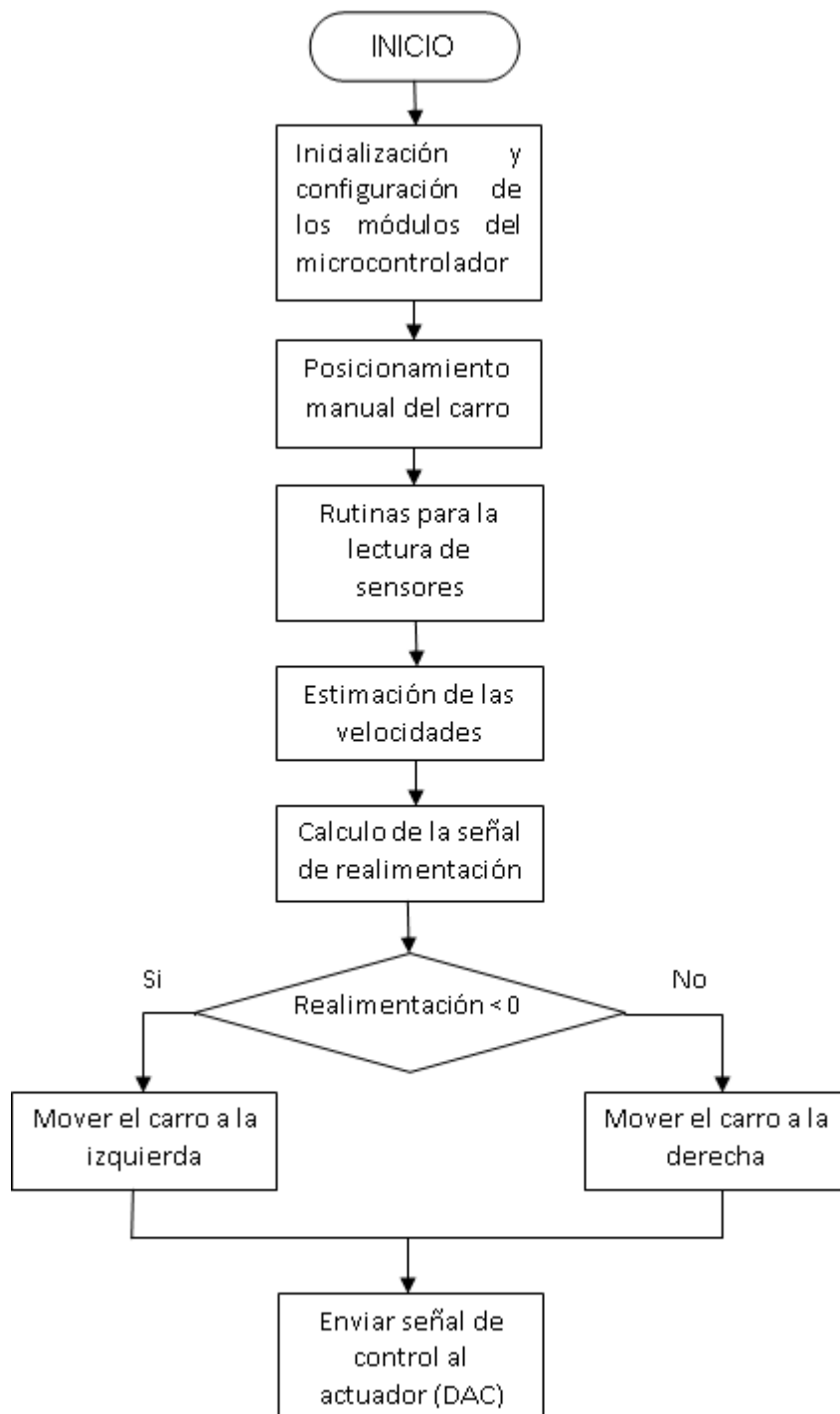
4.2.2 Rutina para medir la posición del carro:

Los dos canales, A y B, del encoder incremental usado para medir la posición del carro fueron conectados a dos pines de interrupción externa de la tarjeta Arduino®. En las funciones asociadas a estas interrupciones se lee el valor digital del pin asignado, si éste se encuentra en un valor alto se procede de la siguiente manera: para el canal A se revisa si el nivel de los canales es diferente, si es así se disminuye la cuenta de lo contrario se aumenta; para el canal B se disminuye la cuenta si los niveles de A y B son iguales y se incrementa si son diferentes. Estas rutinas para las interrupciones del encoder fueron tomadas de [2].

4.2.3 Rutina para el manejo del conversor digital-analógico:

La función utilizada para manejar el conversor MCP4821 fue adaptada de [26]. Este conversor trabaja con el protocolo de comunicación SPI, por lo que se define un dato de 16 bits que contiene las señales de control del mismo y los datos de entrada. Los cuatro bits más significativos corresponden a las señales de control y son definidos manipulando el puerto B de la tarjeta Arduino®, el procedimiento corresponde a inicializar el conversor, enviar el dato de 16 bits y terminar la comunicación. El dato de entrada, el cual se encuentra en el rango de 0 – 4095, genera una salida analógica de 0-10 [V] mediante el circuito de adecuación mostrado en la sección 2.1.4.

Figura 19. Diagrama de flujo del algoritmo implementado



Fuente: Autores

4.3 PRUEBAS EXPERIMENTALES

Con el fin de mostrar la necesidad de las cuatro variables de estado para el diseño del controlador (sistema completamente controlable), se estudió el efecto del vector de ganancia K sin tener en cuenta los estimados de las velocidades. Los elementos de K corresponden al valor para el ángulo del péndulo, la velocidad angular, la posición del carro y la velocidad del carro respectivamente. La señal de realimentación implementada en el microcontrolador fue multiplicada por 30 para ajustar el rango de salida del conversor digital-analógico a valores adecuados de fuerza.

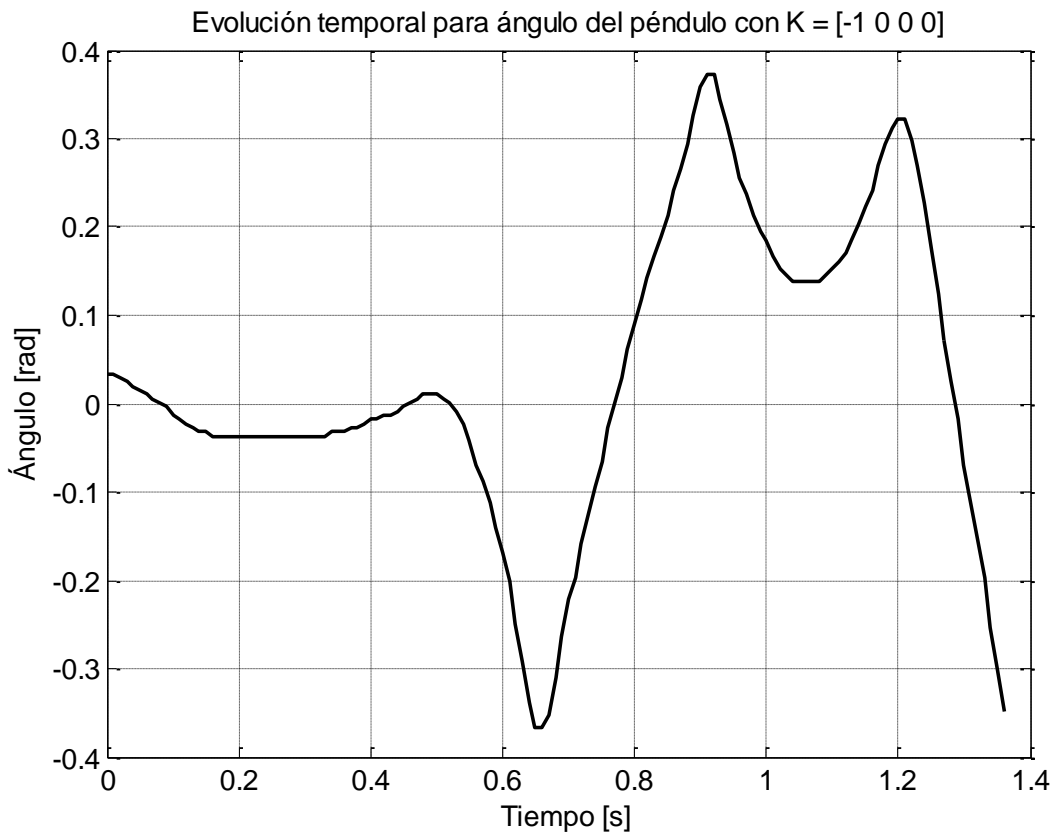
En la Figura 20 el vector de ganancia fue $K = [-1 \ 0 \ 0 \ 0]$ y en la Figura 21 se estableció $K = [-10 \ 0 \ 0 \ 0]$. En ambas figuras se observa la inestabilidad del sistema y cómo el péndulo llega a sus límites en 0.35 [rad]. En esta prueba el carro llegaba al final de su recorrido, colisionando con los finales de carrera e interrumpiendo la captura de datos.

Las Figuras 22 y 23 corresponden con el vector de ganancia $K = [-1 \ 0 \ 1 \ 0]$ para el ángulo del péndulo y la posición del carro, respectivamente; en las Figuras 24 y 25 el vector de ganancia $K = [-10 \ 0 \ 1 \ 0]$; así mismo, en las Figuras 26 y 27 se asignó $K = [-1 \ 0 \ 10 \ 0]$ y finalmente en las Figuras 28 y 29 $K = [-10 \ 0 \ 10 \ 0]$.

En esta primera fase de pruebas no se encontraron valores de ganancias que estabilizaran el péndulo con una oscilación y duración aceptable, en comparación cuando se tienen las cuatro variables de estado con las ganancias desarrolladas en la sección 4.1.2. Se observó que para ganancias altas en el ángulo del péndulo y bajas en la posición del carro se presenta oscilación en el sistema, Figura 24. Para ganancias bajas en el ángulo del péndulo y altas en la posición del carro el comportamiento del valor del ángulo se mantiene por instantes, 0.3 [s] aproximadamente, como se observa en la Figura 26, en ambos casos con la desventaja de que el carro llegaba al final de su recorrido permitido al no considerarse las razones de cambio de las magnitudes medidas.

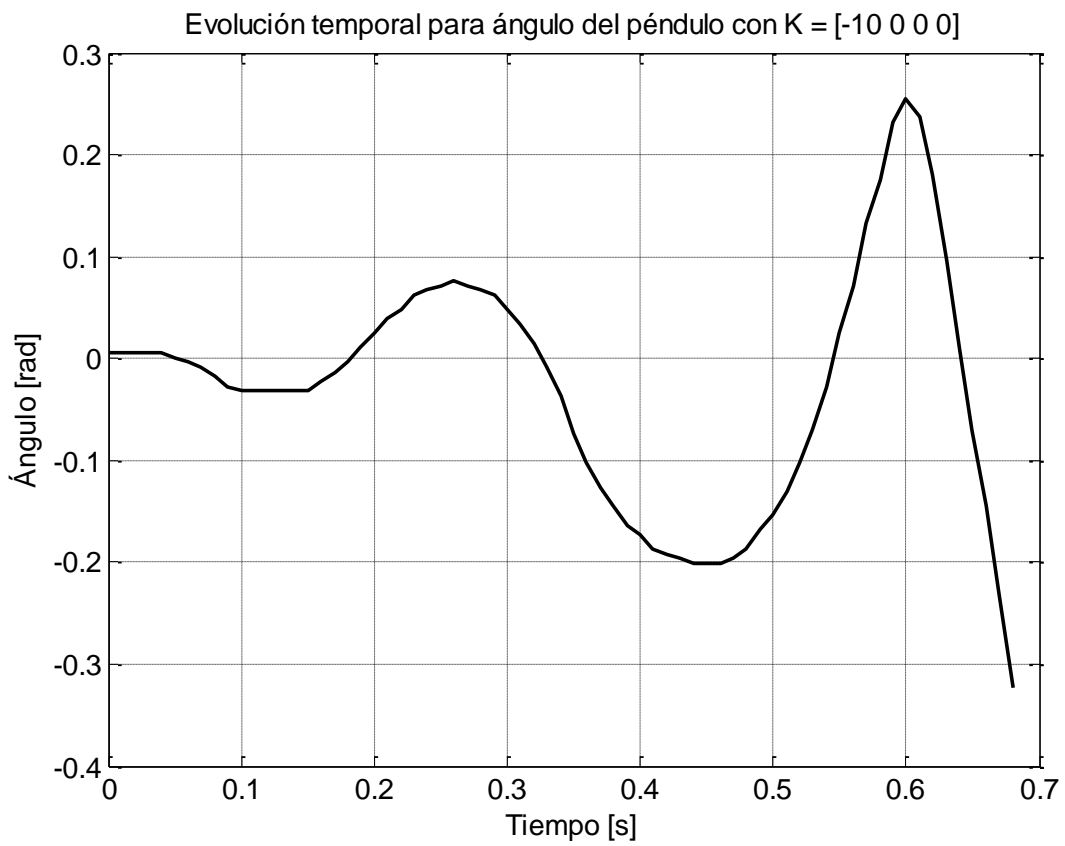
A continuación se presentan las figuras para los casos mencionados anteriormente.

Figura 20. Evolución temporal experimental para ángulo del péndulo con vector de ganancia $K = [-1 \ 0 \ 0 \ 0]$



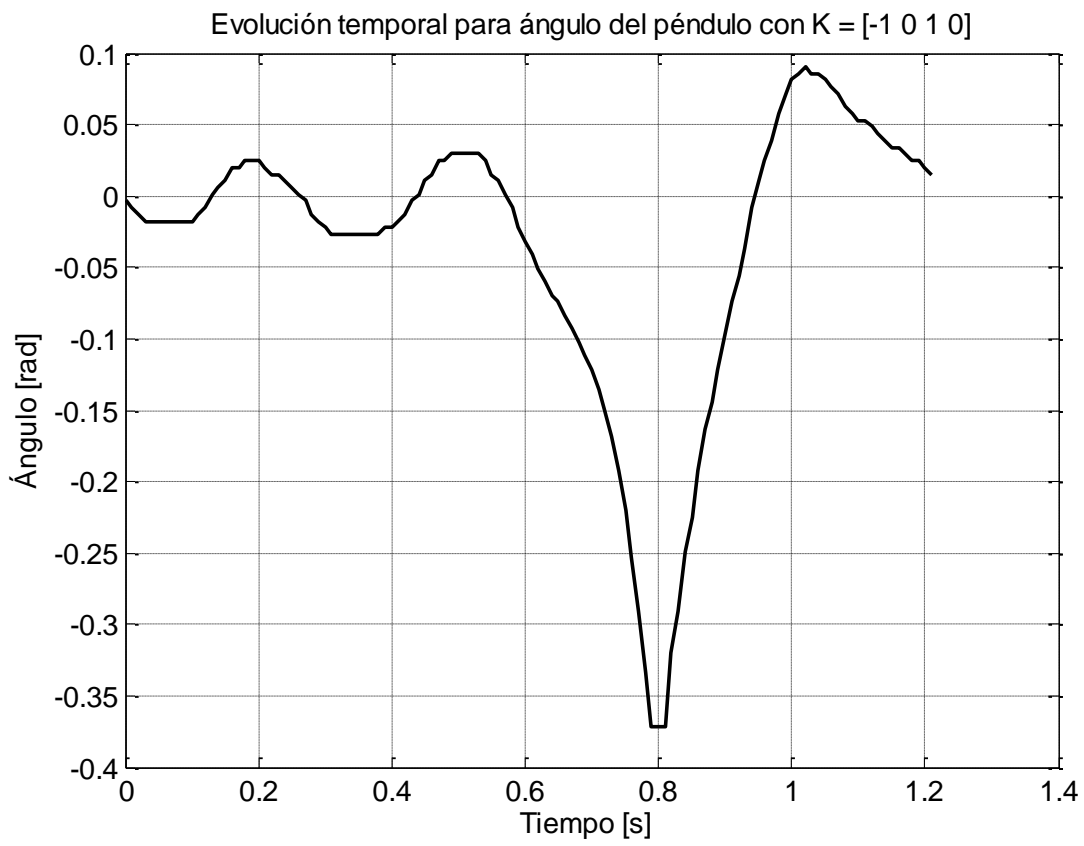
Fuente: Autores

Figura 21. Evolución temporal experimental para ángulo del péndulo con vector de ganancia $K = [-10 \ 0 \ 0 \ 0]$



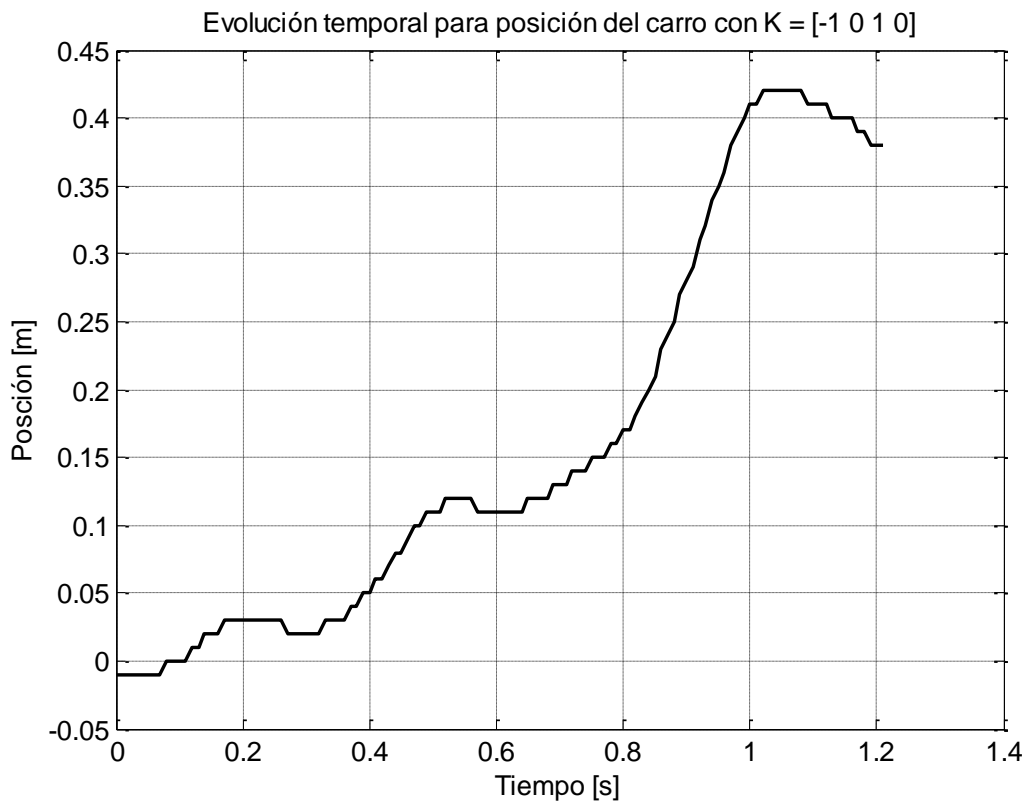
Fuente: Autores

Figura 22. Evolución temporal experimental para ángulo del péndulo con vector de ganancia $K = [-1 \ 0 \ 1 \ 0]$



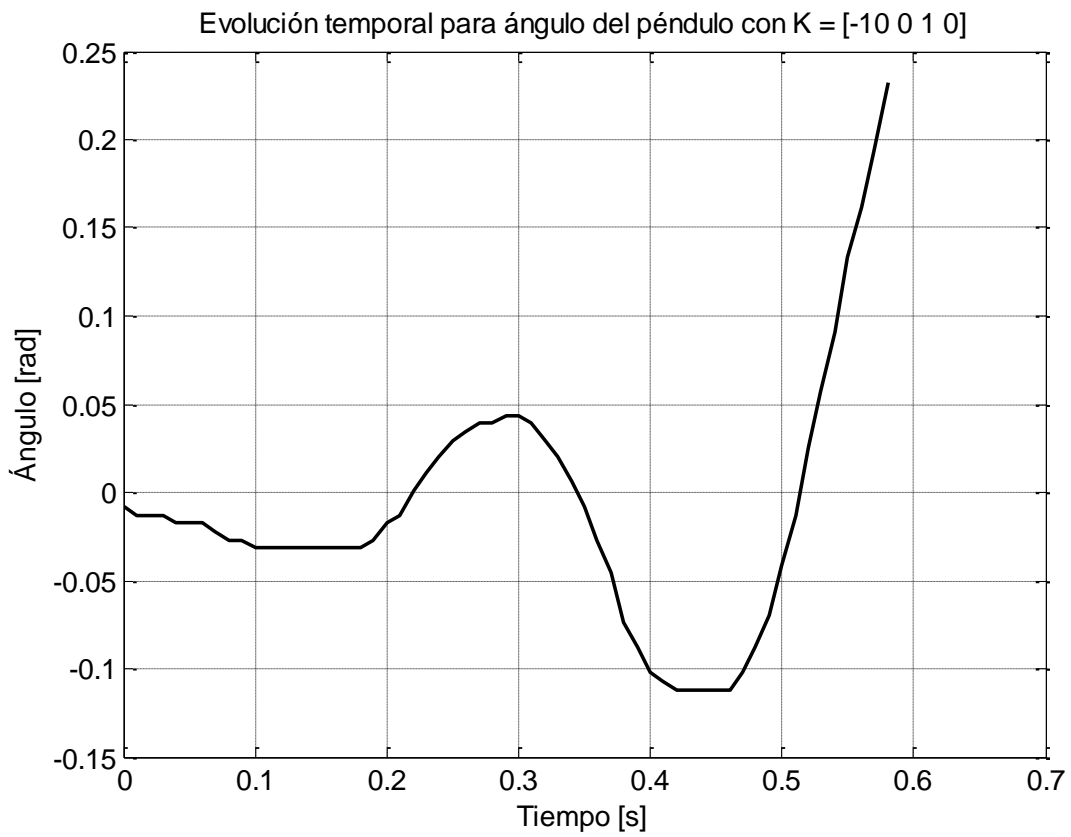
Fuente: Autores

Figura 23. Evolución temporal experimental para posición del carro con vector de ganancia $K = [-1 \ 0 \ 1 \ 0]$



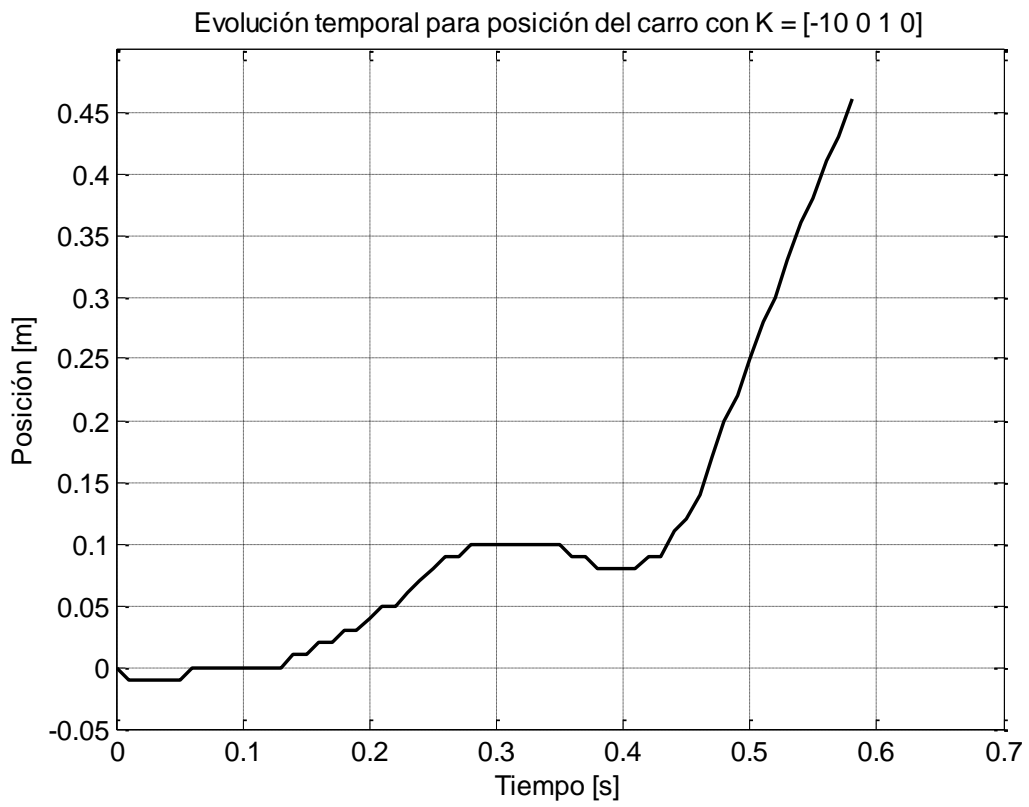
Fuente: Autores

Figura 24. Evolución temporal experimental para ángulo del péndulo con vector de ganancia $K = [-10 \ 0 \ 1 \ 0]$



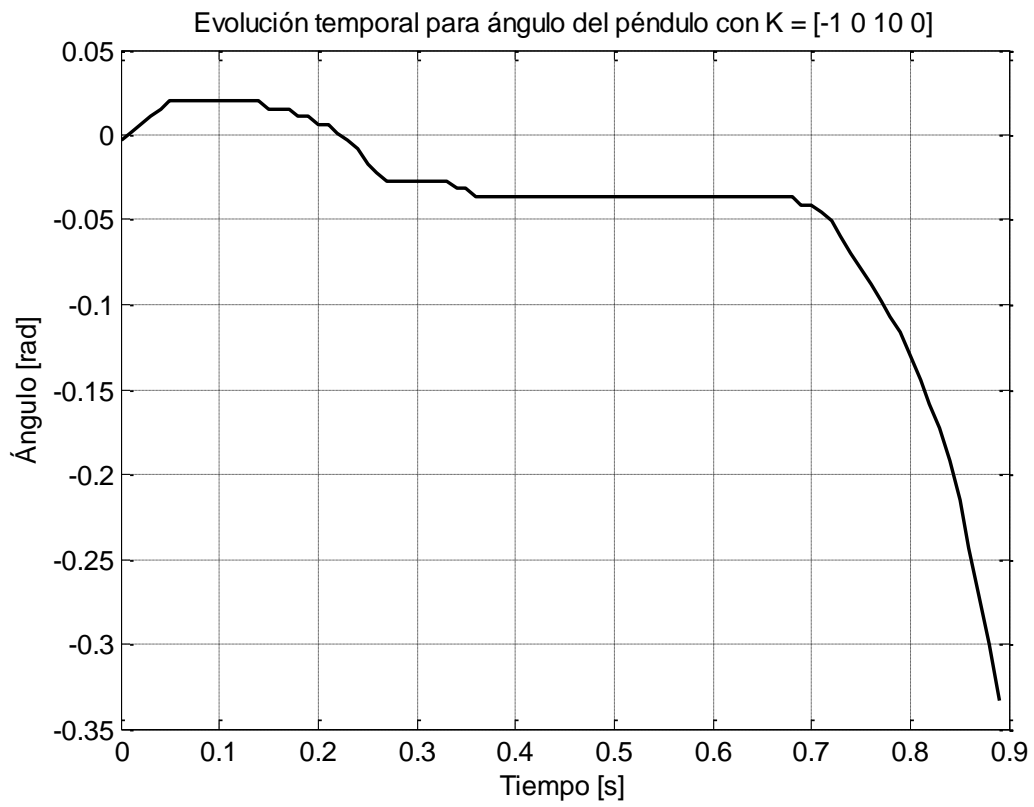
Fuente: Autores

Figura 25. Evolución temporal experimental para posición del carro con vector de ganancia $K = [-10 \ 0 \ 1 \ 0]$



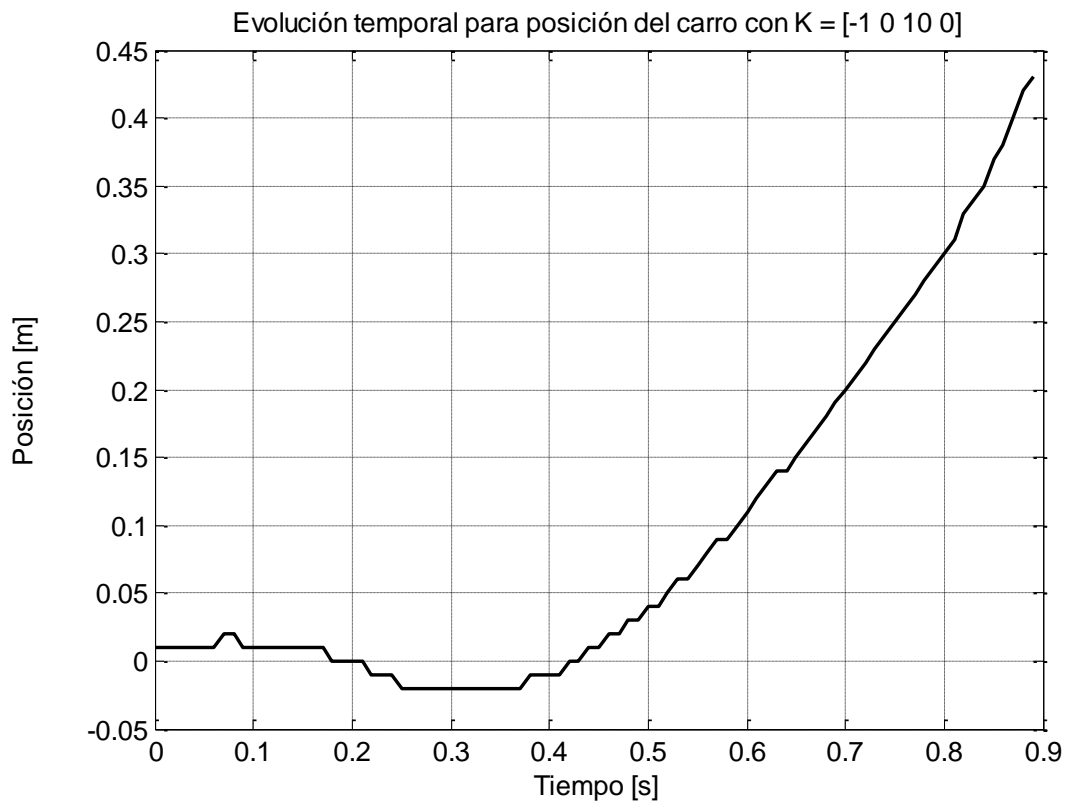
Fuente: Autores

Figura 26. Evolución temporal experimental para ángulo del péndulo con vector de ganancia $K = [-1 \ 0 \ 10 \ 0]$



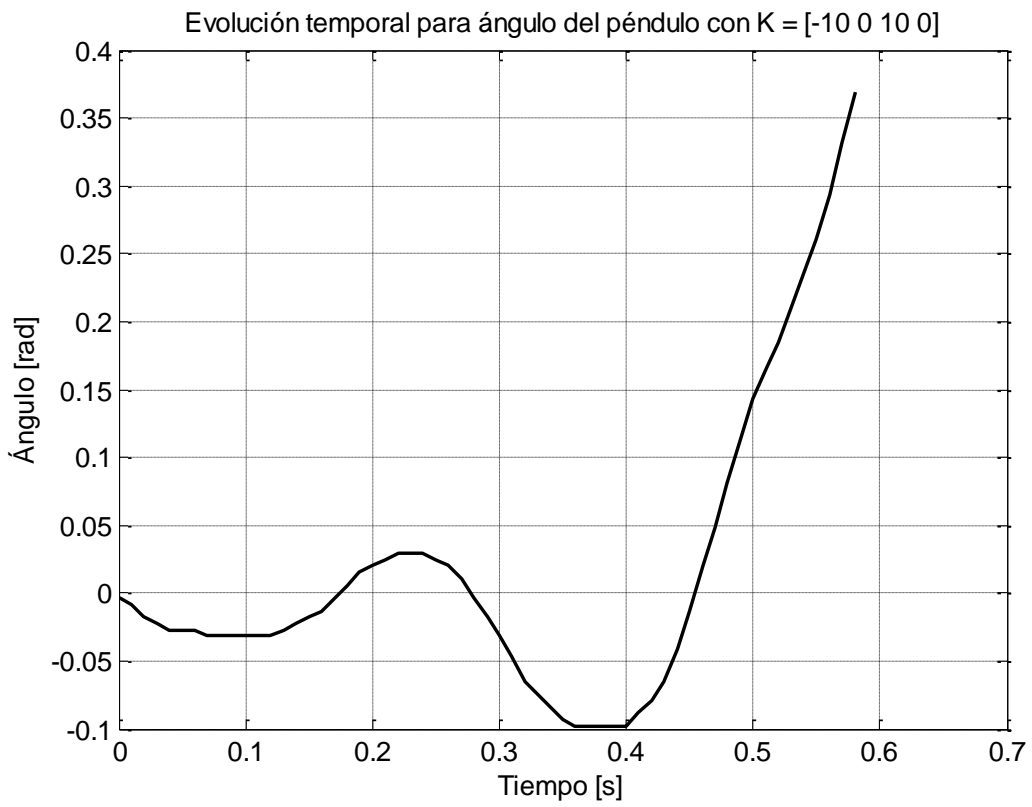
Fuente: Autores

Figura 27. Evolución temporal experimental para posición del carro con vector de ganancia $K = [-1 \ 0 \ 10 \ 0]$



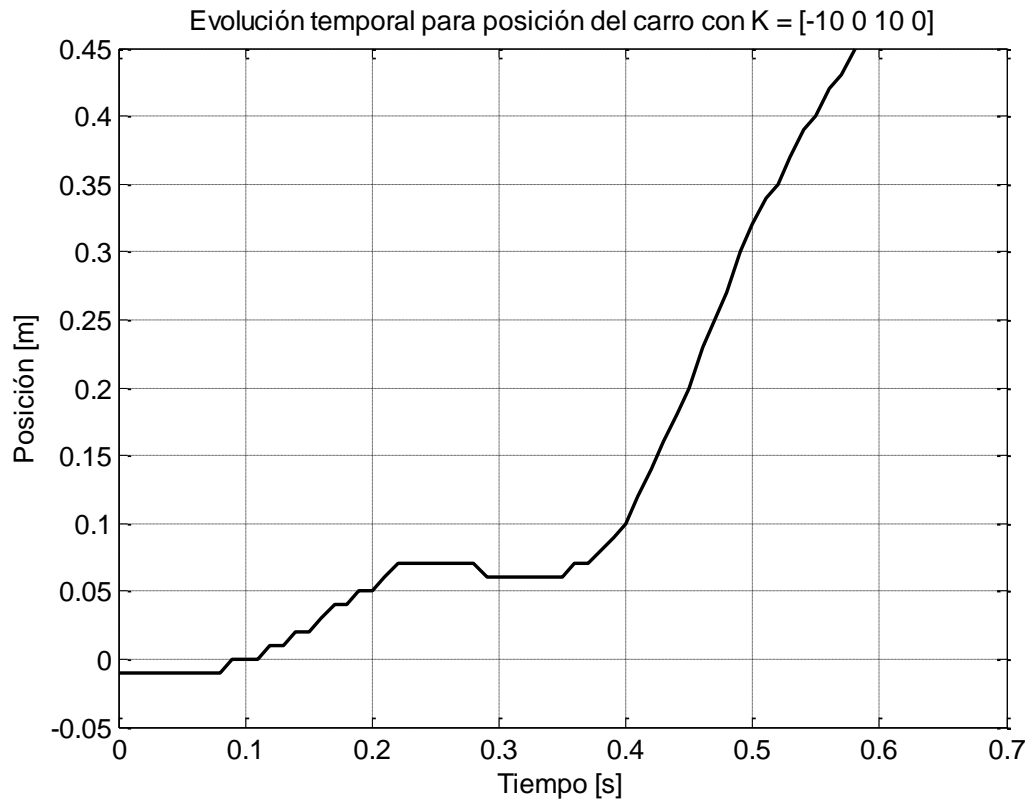
Fuente: Autores

Figura 28. Evolución temporal experimental para ángulo del péndulo con vector de ganancia $K = [-10 \ 0 \ 10 \ 0]$



Fuente: Autores

Figura 29. Evolución temporal experimental para posición del carro con vector de ganancia $K = [-10 \ 0 \ 10 \ 0]$



Fuente: Autores

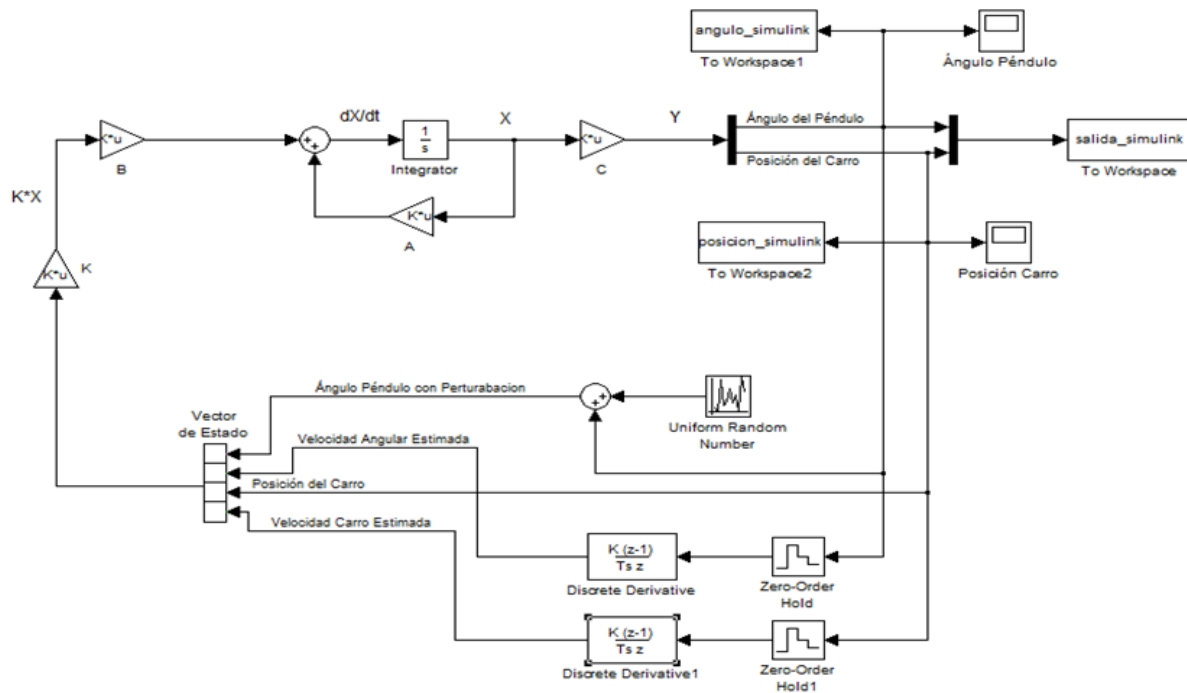
Después de revisar el comportamiento de las variables medidas, las ganancias aplicadas a las mismas en la señal de realimentación y en consecuencia el comportamiento del sistema, se procede a implementar la ganancia mostrada en (4.3), en la cual se toman las cuatro variables de estado que corresponden a las mediciones directas y estimados de sus velocidades. La Figura 30 muestra el diagrama de bloques usado en la simulación del controlador diseñado, en el cual se incluyó el muestreo de las mediciones y se estimaron las velocidades a partir de bloques que realizan derivación discreta.

Debido a que en el prototipo existen perturbaciones correspondientes a la resolución de los sensores y a algunas vibraciones, en el diagrama de simulación se agregó un valor aleatorio con distribución uniforme de límites ± 0.06 a la medida de ángulo del péndulo, con el fin de emular las condiciones presentadas durante el experimento.

Las Figuras 31 y 32 muestran los resultados de simulación y experimentales respectivamente. Se aprecian similitudes en las amplitudes de las señales y en la medida después de una perturbación, observando que tiende a valores cercanos a cero nuevamente como el comportamiento propio de un regulador. La evolución temporal de la posición del carro en simulación y en el experimento se muestran en las Figuras 33 y 34 respectivamente, donde se observa la tendencia a oscilar respecto a cero, al igual que lo observado en la medición del ángulo del péndulo.

En la implementación de la realimentación de estados sobre el microcontrolador se tomó el ángulo en grados y el ajuste en radianes se hizo en la ganancia que multiplica la variable, obteniendo -4.47 para la ganancia del ángulo y -1.58 para la ganancia de la velocidad angular. Esto se realizó con el fin de que la pérdida de información debido a la aproximación de la multiplicación de decimales no afectara el cálculo de la señal de realimentación.

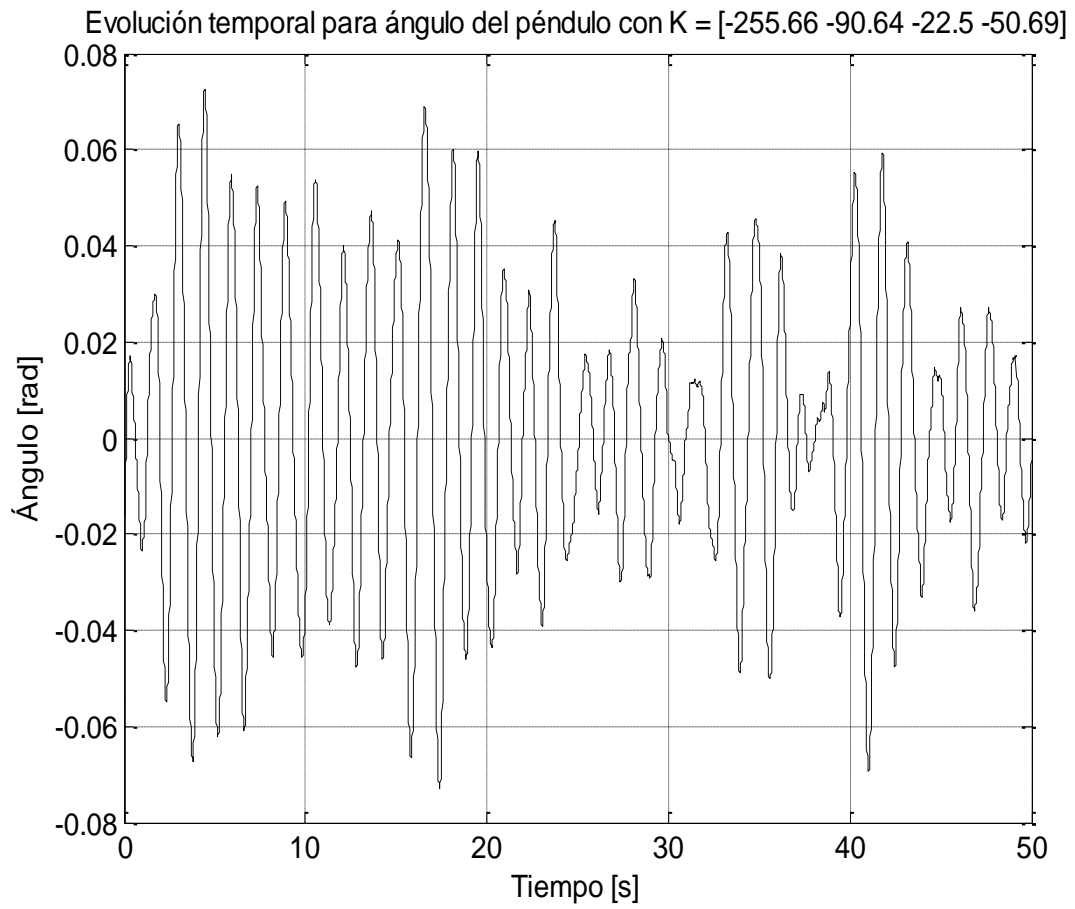
Figura 30. Diagrama de bloques en Simulink® para la simulación del sistema teniendo en cuenta consideraciones prácticas



Fuente: Autores

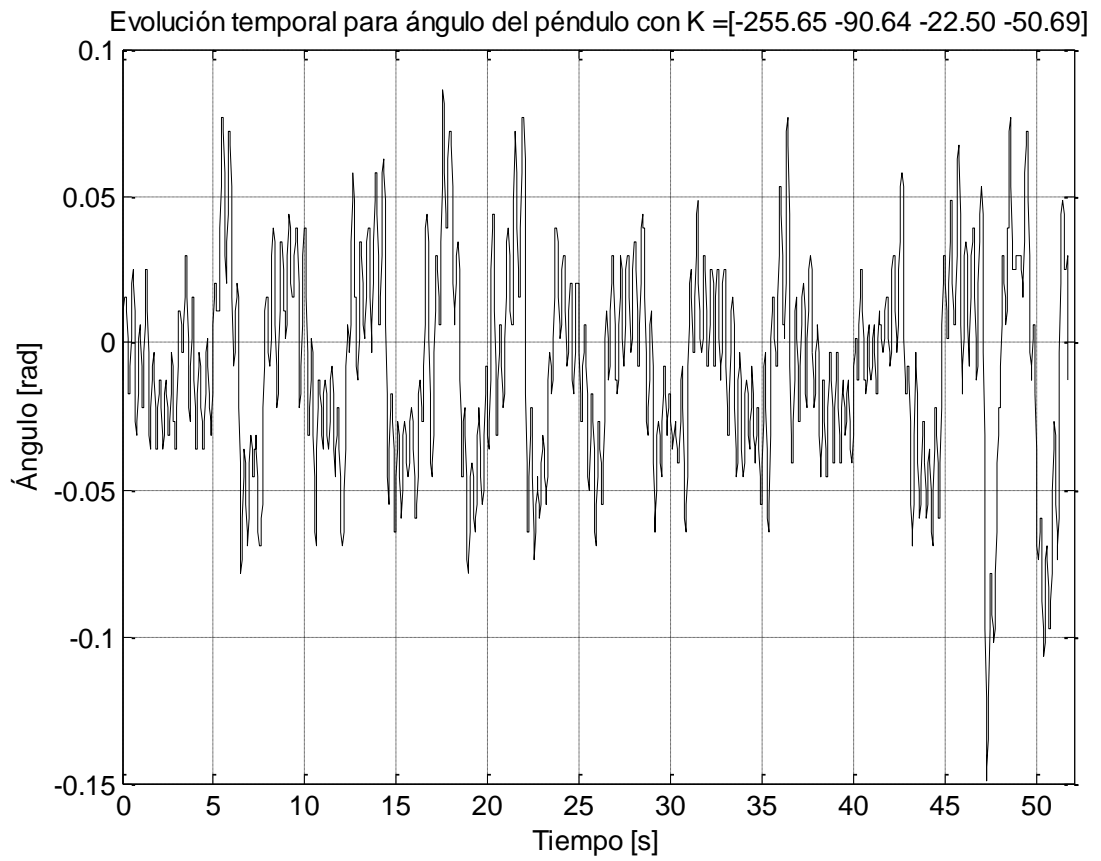
Para ver en mayor detalle se recomienda al lector dirigirse al Anexo 2.

Figura 31. Evolución temporal para ángulo del péndulo con vector de ganancia $K = [-255.66 \ -90.64 \ -22.50 \ -50.69]$. Simulación



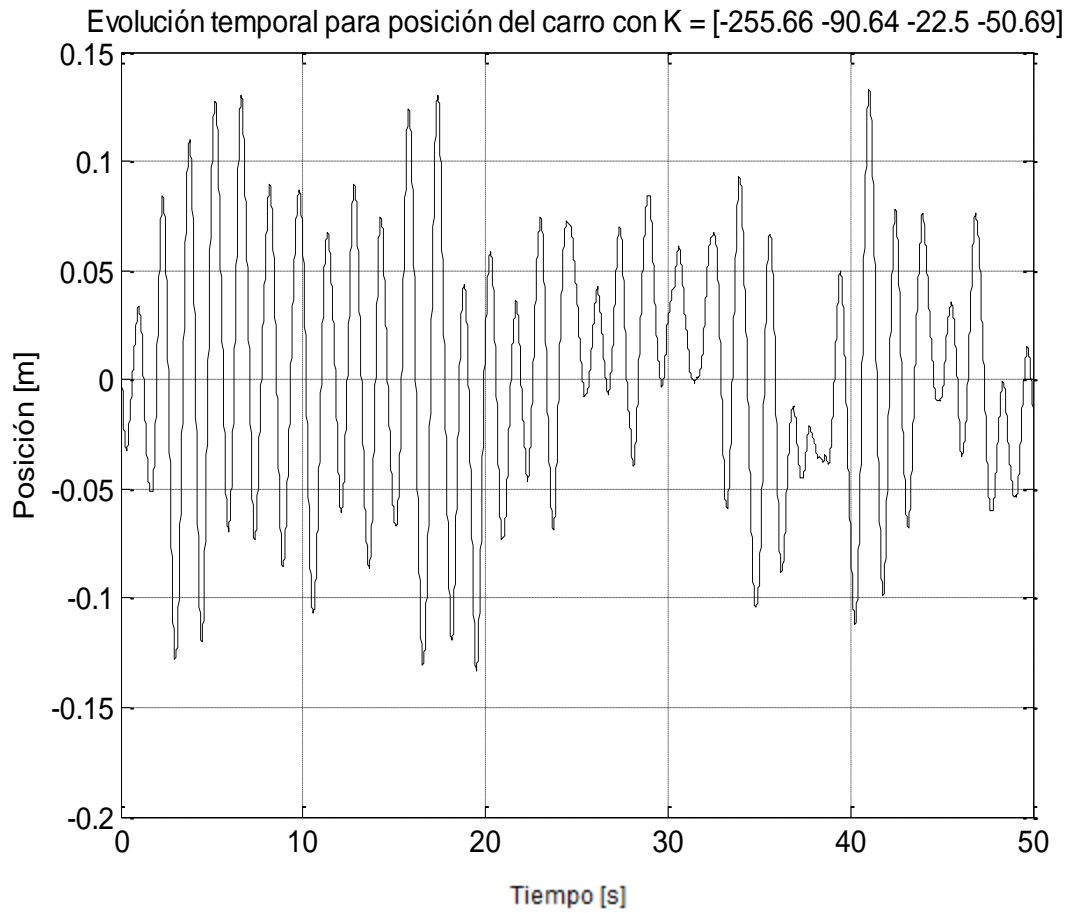
Fuente: Autores

Figura 32. Evolución temporal para ángulo del péndulo con vector de ganancia $K = [-255.66 \ -90.64 \ -22.50 \ -50.69]$. Experimental



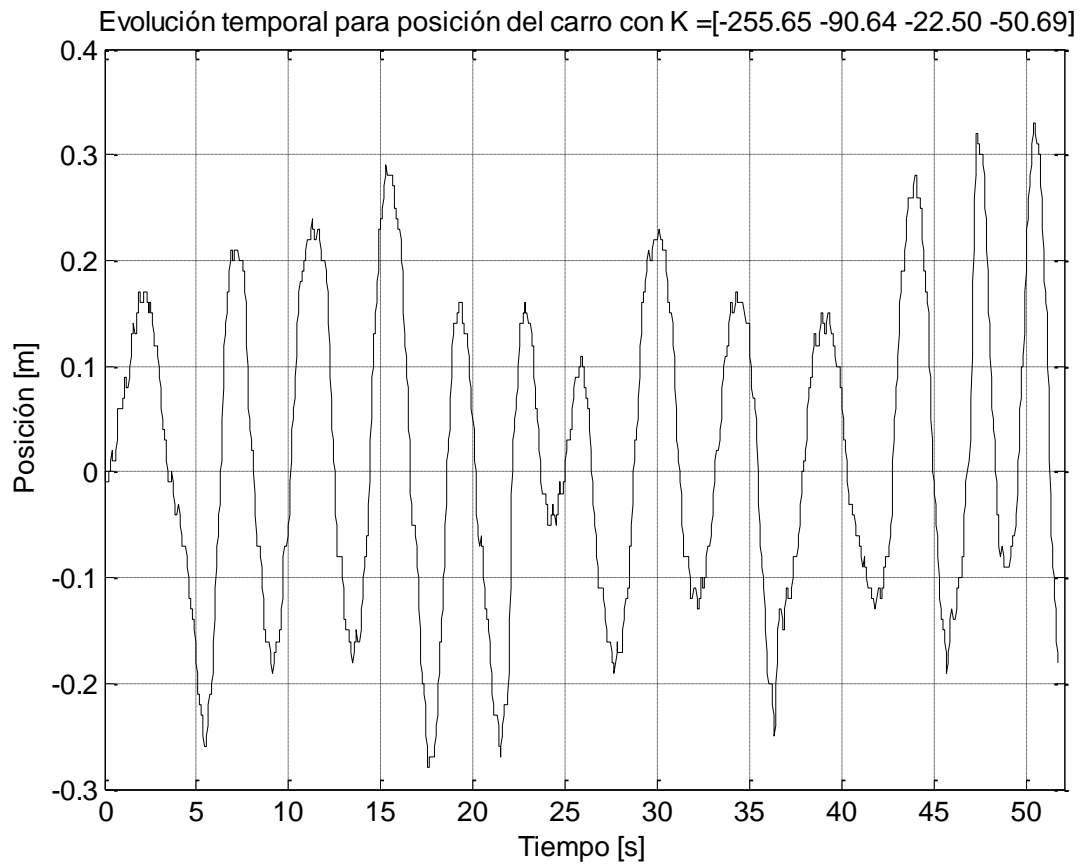
Fuente: Autores

Figura 33. Evolución temporal para posición del carro con vector de ganancia $K = [-255.66 \ -90.64 \ -22.50 \ -50.69]$. Simulación



Fuente: Autores

Figura 34. Evolución temporal para posición del carro con vector de ganancia $K = [-255.66 \ -90.64 \ -22.50 \ -50.69]$. Experimental



Fuente: Autores

CONCLUSIONES

A partir de los resultados obtenidos con el presente trabajo de grado, es posible concluir que:

- Se reacondicionó la capacidad funcional del prototipo de péndulo invertido para poder implementar la estrategia de control sobre la herramienta de desarrollo seleccionada. Se diseñaron y fabricaron tarjetas de adecuación de señales para la interacción del microcontrolador con los dispositivos que poseía el sistema inicialmente como son: sensores, indicadores y pulsadores. Se adicionó un conversor digital-analógico para controlar el variador de frecuencia mediante una señal analógica de 0 - 10 [V] y un encoder incremental para medir la posición del carro, el cual fue necesario para la implementación del controlador como se presentó en el capítulo 2 y en los resultados obtenidos en el capítulo 4.
- Se realizó un procedimiento experimental para obtener los parámetros del modelo matemático lineal presentado en el capítulo 3. Los resultados obtenidos en la sección 3.3 muestran la convergencia de las simulaciones y de los datos experimentales en tiempo y forma de la señal con una leve discrepancia debida a dinámicas no modeladas como pueden ser los efectos por fricción de Coulomb despreciados en el modelo del sistema.
- Se diseñó una estrategia de control lineal por realimentación de estados para el modelo del sistema haciendo uso de rutinas computacionales. A partir de simulación numérica se verificó la estabilidad del sistema para los valores de ganancia encontrados los cuales correspondieron a: -255.66 para el ángulo del péndulo, -90.64 para la velocidad angular, -22.50 para la posición del carro y -50.69 para la velocidad del carro.

- Se implementó el algoritmo de realimentación de estados sobre una tarjeta Arduino® MEGA y se verificó en la práctica las predicciones de los resultados numéricos. Se obtuvieron oscilaciones aproximadamente de ± 0.05 [rad] y ± 0.2 [m] para el ángulo del péndulo y la posición del carro respectivamente.

RECOMENDACIONES Y TRABAJO FUTURO

La resolución de los sensores y aproximaciones utilizadas en la definición del modelo matemático del sistema son la principal fuente de incertidumbre en el funcionamiento de la implementación del controlador, por lo que se recomienda cambiar el conjunto de engranajes acoplados al encoder absoluto por un sistema de transmisión de correas sincrónicas que aumente la resolución actual de 0.27° y brinde un mejor acople mecánico.

Como trabajo futuro, se proponen:

- El cambio de la transmisión entre el péndulo y el encoder absoluto para mejorar su resolución y robustez mecánica.
- La inclusión de no linealidades y el estudio del efecto de la fricción de Coulomb en el modelo del sistema.
- El estudio de algoritmos de control óptimo.
- El diseño de prácticas de laboratorio que permitan el aprovechamiento del banco diseñado y la aplicación de conceptos teóricos en un prototipo real.

REFERENCIAS

- [1]. Andrej Rybovic, Martin Pricinsky and Marek Paskala. "Control of the Inverted Pendulum Using State Feedback Control". ELEKTRO, Zilina, Slovakia, 21-22 May 2012, p. 145 - 148.
- [2]. ARDUINO. *Reading rotaryencoders*. [en línea]. <<http://playground.arduino.cc/Main/RotaryEncoders>> [citado en 2 de Octubre de 2013].
- [3]. BEER, Ferdinand; JOHNSTON, E. Russell JR; CORNWELL, Phillip J. *Mecanica Vectorial para Ingenieros, Dinámica*. 9 ed. México: McGraw-Hill Interamericana Editores S.A de C.V, 2010. 1361 h. ISBN-13: 978-607-15-0261-2.
- [4]. Catálogo, Motor Asíncrono Trifásico, Neri Motori®.
- [5]. Elias Th. Koutsoukos and Nikolaos S. Melis. "A Horizontal Component Broadband Seismic Sensor Based on an Inverted Pendulum". *Bulletin of the Seismological Society of America*, 2005.
- [6]. FIGUEREDO ROJAS, Gabriel Enrique; RONDON AZUERO, Orlando. "Péndulo Invertido Controlado Por Un Sistema De Lógica Difusa (Primera Parte)", Colombia, Bucaramanga, 1997, 109 h. Tesis para optar por el título de Ingeniero Mecánico. Escuela de Ingeniería Mecánica. Universidad Industrial de Santander.
- [7]. Hoja de datos 4N35, General purpose 6-pin phototransistor optocouplers, Fraichild Semiconductor Corporation®.
- [8]. Hoja de Datos, Absolute Rotary Encoder, E6CP-AG5C-COmronElectronics LLC®.

[9]. Hoja de datos AEDS-9641, Small Optical Encoder Modules 150, 300, and 360 LPI Digital Output, Avago Technologies, Inc.

[10]. Hoja de datos ATmega2560, 8-bit Atmel Microcontroller with 64K/128K/256K Bytes In-System Programmable Flash, Atmel®, AVR®.

[11]. Hoja de datos CD40106B Types, CMOS Hex Schmitt Triggers, High-Voltage Types, Texas Instruments, Inc.

[12]. Hoja de datos IRF730, N-Channel 400V – 0.75 Ω – 5.5 A – TO – 220-PowerMESH™ MOSFET, ST Microelectronics.

[13]. Hoja de datos LM324, Quadruple Operational Amplifiers, Revisado 2010, Texas Instruments, Inc.

[14]. Hoja de datos MCP4821, 12-Bit DACs with internal V_{REF} and SPI™ Interface, Microchip Technology, Inc.

[15]. Hoja de datos TL3474, High-slew-rate, single supply operational amplifiers, Revisado 2003, Texas Instruments, Inc.

[16]. Manual del usuario, Variador de velocidad 160 SSC™, 160AA02NNX1P1 (Serie C). Allen-Bradley. Rockwell Automation, Inc.

[17]. Md. Akhtaruzzaman, A. A. Shafie. “Modeling and Control of a Rotary Inverted Pendulum Using Various Methods, Comparative Assessment and Result Analysis”. International Conference on Mechatronics and Automation, August 4-7, 2010, Xi'an, China.

[18]. NEITA DUARTE, Lidia Yaneth; PRADA MEDINA, Ricardo Iván. “Diseño del proyecto para implementación de una sala TIA (*totallyintegratedautomation*) y adaptación de un proceso industrial para desarrollo de prácticas de entrenamiento en las áreas de instrumentación, automatización y control”. Colombia, Bucaramanga, 2008, 133 h. Tesis para optar por el título de Ingeniero Electrónico. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones. Universidad Industrial De Santander.

[19]. NOVOA DIAZ, Daniel Fernando; PRADA MEJIA, Jorge Andrés; SAYAGO PENALOZA, Sandra Milena. “Planeación, diseño y realización del laboratorio de instrumentación electrónica para la E3T”. Colombia, Bucaramanga, 2001, 112 h. Tesis para optar por el título de Ingeniero Electrónico. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones. Universidad Industrial De Santander.

[20]. OGATA, Katsuhiko. Ingeniería de Control Moderna. 3 ed. México: Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A, 1998. 1015 h. ISBN 970-17-0048-1.

[21]. ORTIZ R., Oscar Javier; MARIN A., Edgar Augusto. “Control Mediante Lógica Fuzzy De Un Péndulo Invertido” Colombia, Bucaramanga, 2005, 158 h. Tesis para optar por el título de Ingeniero Mecánico. Escuela De Ingeniería Mecánica. Universidad Industrial De Santander.

[22]. RAMIRES VEGA, Diego Hernán; TORRES SANCHEZ, Edgar Ernesto. “Sistema de gestión para un prototipo de sistema SCADA en el laboratorio de instrumentación de electrónica de la E3T”. Colombia, Bucaramanga, 2007. 128 h. Tesis de grado para optar por el título de Ingeniero Electrónico. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones. Universidad Industrial De Santander.

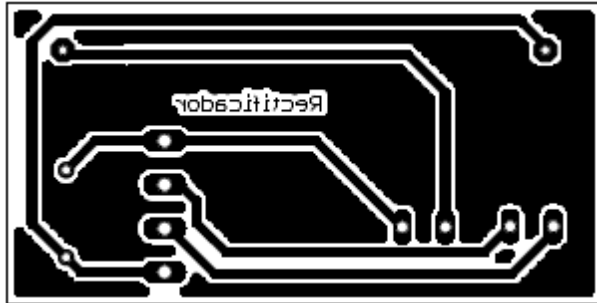
- [23]. SANABRIA T., Camilo A. y HERNÁNDEZ G., Óscar M. Control de un péndulo invertido simple por métodos de realimentación de estados. Tecnum [en línea] 2009, vol. 13 [citado 2012-08-01]. Disponible en Internet: <http://www.redalyc.org/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=257020617006>. ISSN 0123-921X.
- [24]. WIKIPEDIA. *File: Moment of inertiasolidcylinder* [en línea]. <http://commons.wikimedia.org/wiki/File: Moment_of_inertia_solid_cylinder.svg> [citado en 23 de Septiembre de 2013].
- [25]. WIKIPEDIA. Teorema de Steiner [en línea]. <http://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Steiner> [citado en 20 de Septiembre de 2013].
- [26]. WONG, Kerry. *Code for mcp4821/mcp4822*. [en línea]. <<http://www.kerrywong.com/2012/07/25/code-for-mcp4821-mcp4822/>> [citado en 2 de Octubre de 2013]
- [23]. WIKIPEDIA. Teorema de Steiner [en línea]. <http://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Steiner> [citado en 20 de Septiembre de 2013].
- [24]. BEER, Ferdinand; JOHNSTON, E. Russell JR; CORNWELL, Phillip J. Mecanica Vectorial para Ingenieros, Dinámica. 9 ed. México: McGraw-Hill Interamericana Editores S.A de C.V, 2010. 1361 h. ISBN-13: 978-607-15-0261-2.
- [25]. ARDUINO. *Reading rotaryencoders*. [en línea]. <<http://playground.arduino.cc/Main/RotaryEncoders>> [citado en 2 de Octubre de 2013].

[26]. WONG, Kerry. *Code for mcp4821/mcp4822*. [en línea]. <<http://www.kerrywong.com/2012/07/25/code-for-mcp4821-mcp4822/>> [citado en 2 de Octubre de 2013]

ANEXO A

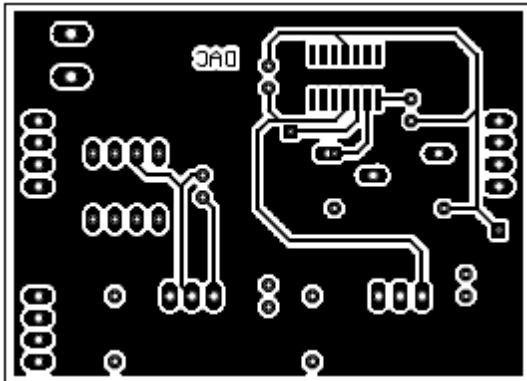
Anexo A.1. PCB Implementadas.

A1.1. PCB Rectificador del Freno



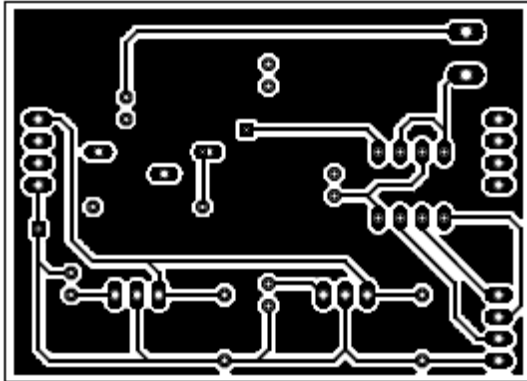
Fuente: Eagle Layout Editor 6.3.0

A1.2. PCB DAC Capa Top



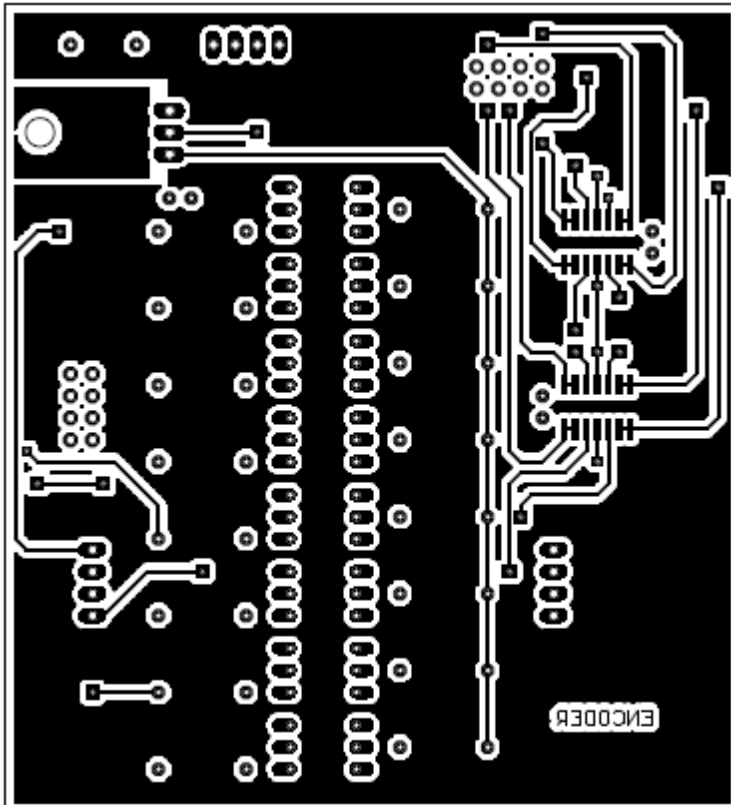
Fuente: Eagle Layout Editor 6.3.0.

A1.3. PCB DAC Capa Bottom



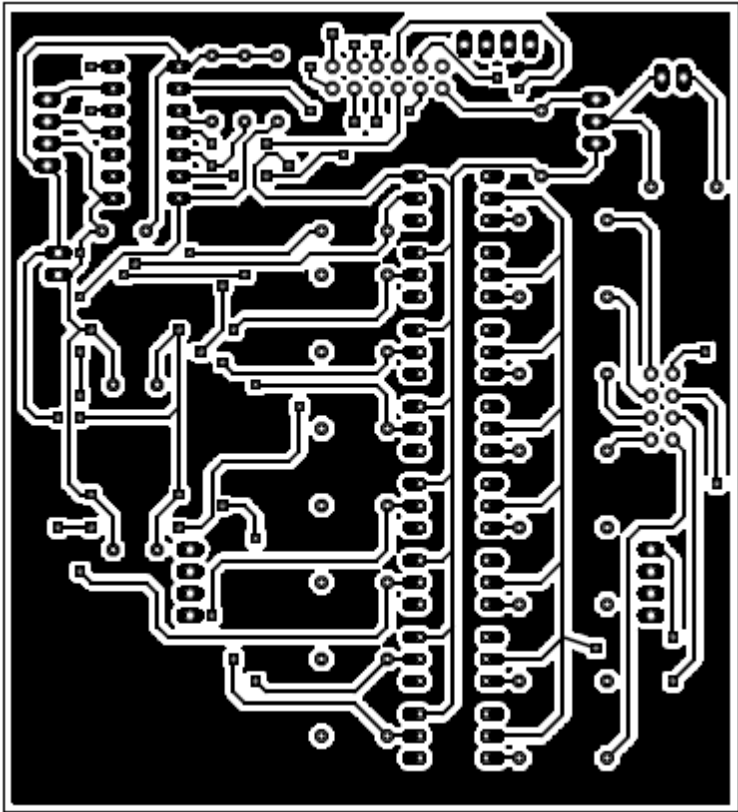
Fuente: Eagle Layout Editor 6.3.0

A1.4. PCB Encoder Capa Top



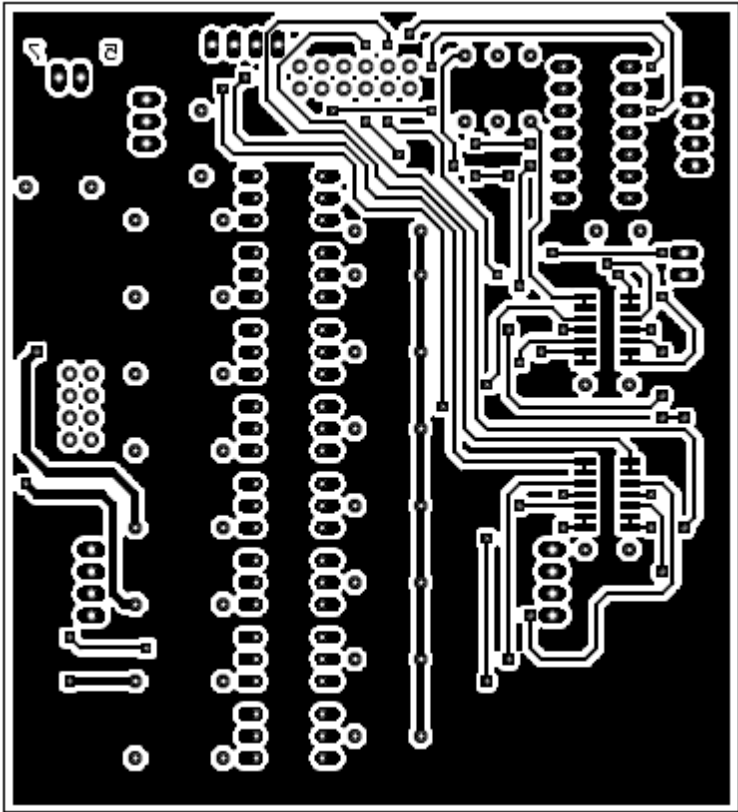
Fuente: Eagle Layout Editor 6.3.0

A1.5. PCB Encoder Capa Bottom



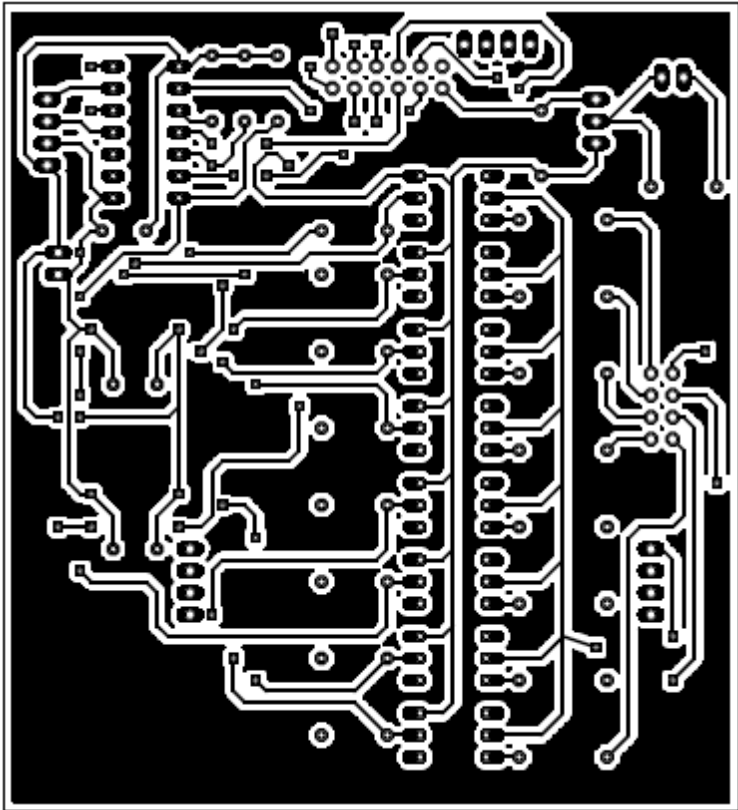
Fuente: Eagle Layout Editor 6.3.0

A1.6. PCB Pulsadores Capa Top



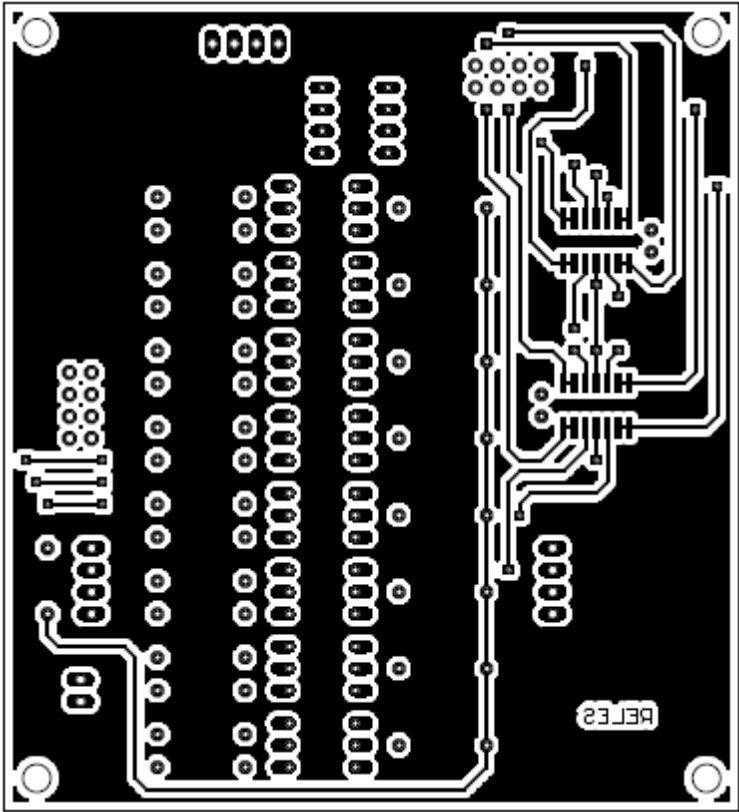
Fuente: Eagle Layout Editor 6.3.0

A1.7. PCB Pulsadores Capa Bottom



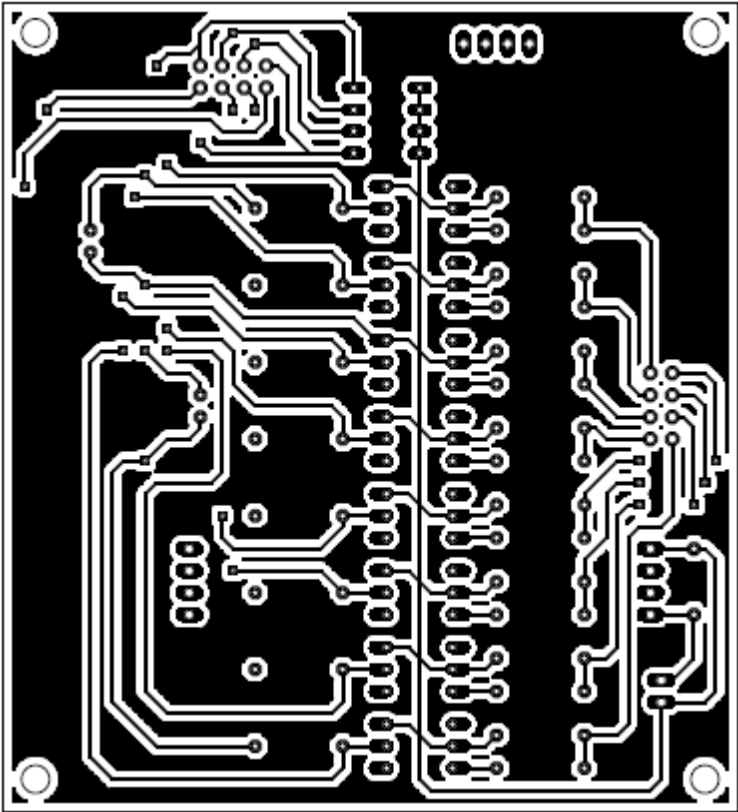
Fuente: Eagle Layout Editor 6.3.0

A1.8. PCB Relés Capa Top



Fuente: Eagle Layout Editor 6.3.0

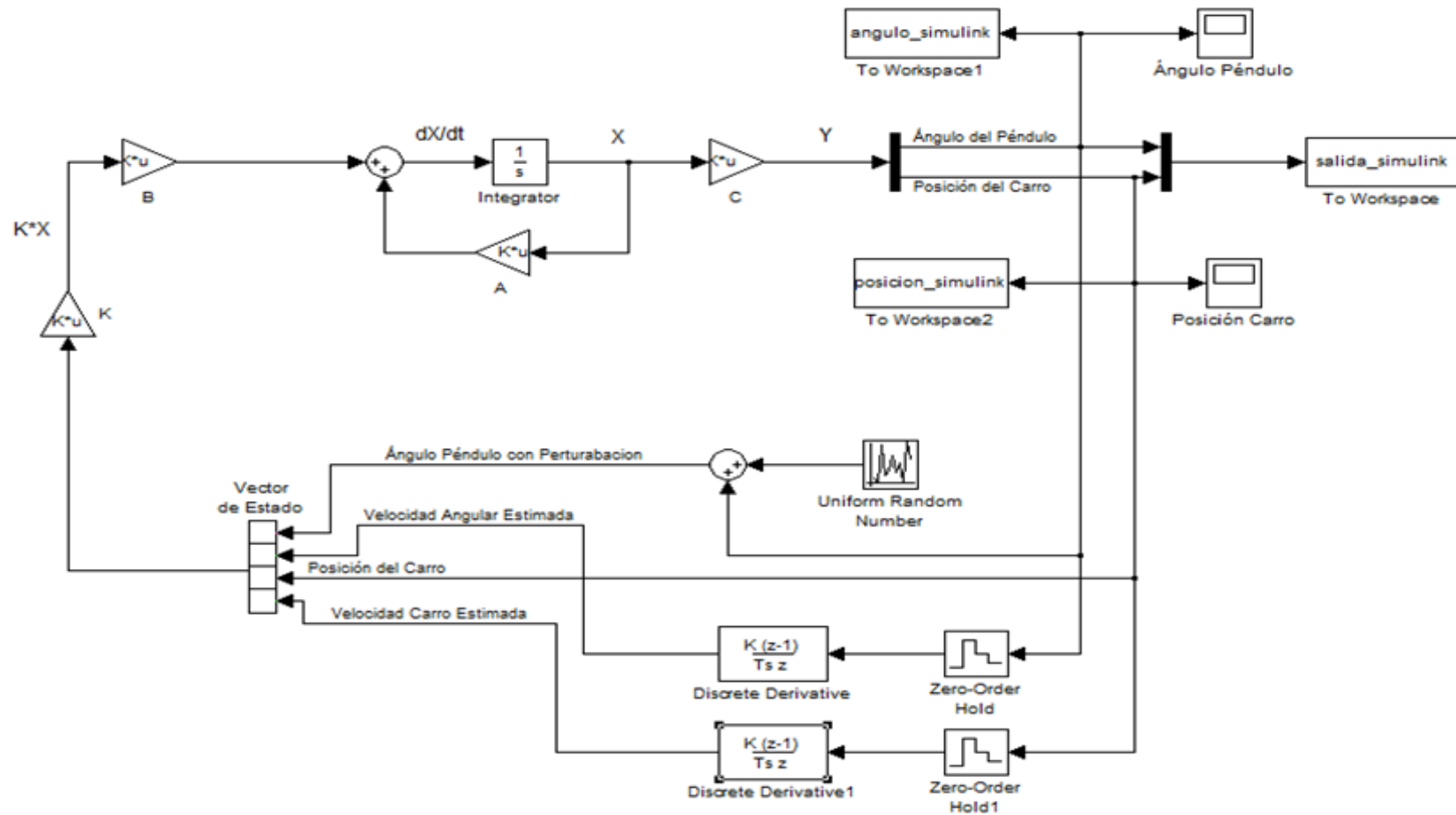
A1.9. PCB Relés Capa Bottom



Fuente: Eagle Layout Editor 6.3.0

ANEXO B.

Anexo B1. Diagrama de bloques en Simulink® para la simulación del sistema teniendo en cuenta consideraciones prácticas



Fuente: Autores