

**DISEÑO DE UNA METODOLOGÍA PARA LA INCORPORACIÓN DE EFECTOS  
GEOMECÁNICOS EN EL MODELADO DE FORMACIONES DE SHALE**

**ANGÉLICA MARÍA TUIRÁN CHARRIS  
JESUS DAVID MONTERO PALLARES**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO QUÍMICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS  
BUCARAMANGA**

**2015**

**DISEÑO DE UNA METODOLOGÍA PARA LA INCORPORACIÓN DE EFECTOS  
GEOMECÁNICOS EN EL MODELADO DE FORMACIONES DE *SHALE***

**ANGÉLICA MARÍA TUIRÁN CHARRIS  
JESUS DAVID MONTERO PALLARES**

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar por el título de  
INGENIERO DE PETRÓLEOS**

**Director:**

**M.Sc JOSE CARLOS CÁRDENAS MONTES**

**Codirector:**

**M.Sc YESSIKA FERNANDA PACHÓN ORDOÑES**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO QUÍMICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS  
BUCARAMANGA**

**2015**

*A Ti Padre Eterno, mi motor, mi guía, y mi consuelo en todos los instantes de mi vida. Solo Tú que nunca me defraudas, tienes el crédito de mis logros pues en tus manos puse, pongo y pondré cada uno de mis proyectos.*

*A mis papás, Luis Antonio e Inés, porque nunca tendré palabras suficientes para describir la inmensidad de la obra que Dios ha hecho en mí a través de ustedes. Por sus enseñanzas, por su paciencia, por su ejemplo y por su amor incondicional. LOS AMO.*

*A mis hermanos, Luis Andrés e Inés María. Mi motivación y la luz de mis ojos.*

*A mi abuelito Luis, que desde el cielo me acompaña, a mis abuelitos Nina, Carlos y Mary, y a los demás miembros de mi familia que son la bendición más grande que he recibido.*

*A Paloma, Juan José y Jesús, que fueron una invaluable compañía en mi paso por la universidad. Personas excepcionales y amigos incondicionales.*

*A Fernando, por tu linda compañía, tu amistad y tu amor. Fuiste una razón para sonreír en las dificultades y un compañero para compartir mis alegrías.*

**Angélica María Tuirán Charris**

*A Dios, por acompañarme en todo este proceso y darme la fortaleza y sabiduría necesaria. Eres el único responsable y mentor de todos mis logros, por esto y mucho más mi infinita gratitud por derramar la sangre poderosa de tu hijo Jesucristo sobre mí y mi familia.*

**Jesús David Montero Pallares**

## AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan su agradecimiento a:

Al **M.Sc. Jose Carlos Cárdenas**, por todo su apoyo y sus valiosos aportes en la culminación de nuestro desarrollo profesional, y por la confianza depositada en nosotros para la realización de este trabajo.

A la **Universidad Industrial de Santander**, por ser nuestra alma mater todos estos años y por permitirnos formarnos como profesionales, pero sobretodo como personas íntegras.

A la **Escuela de Ingeniería de Petróleos** y a todos nuestros **profesores**, por los conocimientos y experiencias compartidas a lo largo de estos años.

A todas aquellas personas que con su presencia y aliento nos han acompañado en este trayecto.

# CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN .....	19
1. GENERALIDADES.....	21
1.1 <i>SHALE</i> .....	21
1.1.1 MECANISMOS DE FLUJO.....	23
1.1.2 RESERVAS MUNDIALES.....	24
1.2 GEOMECANICA DE YACIMIENTOS.....	29
1.2.1 ESFUERZOS .....	30
1.2.2 DEFORMACIÓN .....	35
1.2.3 MÓDULOS ELÁSTICOS.....	37
1.2.4 POROELASTICIDAD Y ESFUERZO EFECTIVO.....	41
1.2.5 RESISTENCIA DE LA ROCA.....	44
1.2.6 CRITERIOS DE FALLA.....	47
2. MODELO MATEMÁTICO .....	54
2.1 ECUACIONES DE FLUJO .....	55
2.1.1 ECUACIÓN DE CONTINUIDAD.....	55
2.1.2 LEY DE FLUJO .....	59
2.1.3 ECUACIÓN DE ESTADO.....	60
2.1.4 DESARROLLO DEL MODELO DE FLUJO .....	60
2.1.5 REPRESENTACIÓN CONCEPTUAL DE FRACTURAS.....	62

2.2	ECUACIONES GEOMECÁNICAS .....	67
2.2.1	ECUACIONES DE EQUILIBRIO .....	68
2.2.2	ECUACIÓN DEFORMACIÓN-DESPLAZAMIENTO .....	70
2.2.3	ECUACIONES ESFUERZO-DEFORMACIÓN-PRESIÓN .....	70
2.2.4	DESARROLLO DEL MODELO GEOMECÁNICO .....	71
2.3	ECUACIONES DE ACOUPLE .....	71
2.3.1	ECUACIÓN DE POROSIDAD .....	74
2.3.2	ECUACIÓN DE PERMEABILIDAD .....	79
2.3.3	DEFORMACIÓN MECÁNICA DE UNA FRACTURA SIMPLE.....	80
2.3.4	ECUACIÓN DE PERMEABILIDAD DE FRACTURA .....	87
3.	DISEÑO DE LA METODOLOGÍA.....	90
3.1	MODELO BASE SIN GEOMECÁNICA .....	90
3.1.1	PASO 1: Construcción de la malla del yacimiento .....	90
3.1.2	PASO 2: Inclusión de propiedades petrofísicas de matriz y fractura.....	94
3.1.3	PASO 3: Construcción del modelo de fluidos.....	101
3.1.4	PASO 4: Inclusión del fenómeno desorción .....	103
3.1.5	PASO 5: Definición de condiciones iniciales y del pozo.....	104
3.2	MODELO BASE CON ACOUPLE GEOMECÁNICO.....	104
3.2.1	PASO 6: Construcción de la malla geomecánica y definición de esfuerzos iniciales.....	105
3.2.2	PASO 7: Comportamiento mecánico de la roca .....	106
3.2.3	PASO 8: Modelado de deformación de matriz .....	107
3.2.4	PASO 9: Modelado de deformación de fracturas naturales .....	108

4.	APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA.....	111
4.1	MODELO BASE SIN GEOMECÁNICA:.....	111
4.2	MODELO BASE CON ACOUPLE GEOMECANICO.....	118
4.3	ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	121
4.3.1	ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD AL MODELO DE DEFORMACIÓN NORMAL DE FRACTURAS .....	125
5.	CONCLUSIONES.....	131
6.	RECOMENDACIONES .....	132
	BIBLIOGRAFÍA.....	133

## LISTA DE FIGURAS

	pág.
<b>Figura 1.</b> Almacenamiento de gas en una formación <i>Shale</i> .....	22
<b>Figura 2.</b> Cuencas de <i>Shale</i> Gas en Colombia .....	27
<b>Figura 3.</b> Fuerza vs Esfuerzo .....	30
<b>Figura 4.</b> Estado de esfuerzos .....	31
<b>Figura 5.</b> Esfuerzos <i>in-situ</i> .....	33
<b>Figura 6.</b> Representación de esfuerzos en el círculo de Mohr .....	34
<b>Figura 7.</b> Deformación general de un cuerpo .....	36
<b>Figura 8.</b> Módulo de Young.....	38
<b>Figura 9.</b> Relación de Poisson .....	39
<b>Figura 10.</b> Módulo de rigidez.....	40
<b>Figura 11.</b> Módulo Volumétrico .....	40
<b>Figura 12.</b> Presión de poro y esfuerzo efectivo .....	43
<b>Figura 13.</b> Diagrama esfuerzo deformación .....	45
<b>Figura 14.</b> Tipos de falla.....	45
<b>Figura 15.</b> Criterio de Mohr- Coulomb.....	49
<b>Figura 16.</b> Resistencia a la compresión en rocas laminadas .....	51
<b>Figura 17.</b> Criterio de falla Von Mises .....	52
<b>Figura 18.</b> Balance de materia en un elemento del yacimiento.....	56
<b>Figura 19.</b> Representación de un modelo Doble Porosidad.....	63

<b>Figura 20.</b> Conectividad matriz-fractura para a) Doble Porosidad Estándar b) Doble Permeabilidad.....	65
<b>Figura 21.</b> Representación de un modelo de Interacción Múltiple Contínuo (MINC) .....	66
<b>Figura 22.</b> Representación de un modelo DFN.....	67
<b>Figura 23.</b> Modelo Conceptual, Acople Deformación Roca-Flujo de fluidos .....	68
<b>Figura 24.</b> Diagrama de flujo a) Acople Iterativo b) Acople Explícito .....	72
<b>Figura 25.</b> Acople espacial entre la malla del yacimiento y la malla geomecánica. ....	73
<b>Figura 26.</b> Condiciones de frontera para módulo geomecánico.....	79
<b>Figura 27.</b> Perfiles de rugosidad para índices JCR .....	83
<b>Figura 28.</b> Metodología .....	91
<b>Figura 29.</b> Fracturas “reactivadas” o estimuladas en el SRV .....	95
<b>Figura 30</b> Observación de afloramientos .....	96
<b>Figura 31.</b> Porosidad de fractura idealizada.....	98
<b>Figura 32.</b> Análisis de fracturas en núcleos .....	99
<b>Figura 33.</b> Ventanas de petróleo, Eagle Ford <i>Shale</i> .....	102
<b>Figura 34.</b> Curvas de permeabilidad relativa en fracturas.....	102
<b>Figura 35.</b> Malla de Yacimiento.....	112
<b>Figura 36.</b> Representación de Fracturas Hidráulicas .....	114
<b>Figura 37.</b> Curva de Permeabilidad Relativa para Matriz.....	114
<b>Figura 38.</b> Curvas de Permeabilidad Relativa para Fractura .....	116
<b>Figura 39.</b> Curvas de Producción Acumulada, Modelo base vs Modelo con desorción .....	118

<b>Figura 40.</b> Curvas de Producción Acumulada para los distintos escenarios de simulación .....	122
<b>Figura 41.</b> Presión promedio del yacimiento vs Tiempo.....	123
<b>Figura 42.</b> Distribución de la permeabilidad de fractura en el yacimiento, t = 10 años .....	124
<b>Figura 43.</b> Distribución de la permeabilidad de matriz en el yacimiento, t = 10 años .....	125
<b>Figura 44.</b> Impacto del espaciamiento de fractura natural en la producción .....	126
<b>Figura 45.</b> Permeabilidad de fractura vs Esfuerzo Efectivo, Sensibilidad Rigidez .....	127
<b>Figura 46.</b> Impacto de la rigidez inicial de fractura en la producción.....	128
<b>Figura 47.</b> Permeabilidad de fractura vs Esfuerzo efectivo, Sensibilidad Apertura .....	129
<b>Figura 48.</b> Impacto de la apertura inicial de fractura en la producción acumulada .....	130

## LISTA DE TABLAS

	pág.
<b>Tabla 1.</b> Características de los yacimientos de <i>Shale Gas</i> .....	22
<b>Tabla 2.</b> Reservas de <i>Shale Gas</i> .....	25
<b>Tabla 3.</b> Reservas no probadas TRR de <i>Shale Gas</i> por región.....	26
<b>Tabla 4.</b> Características del enmallado .....	111
<b>Tabla 5.</b> Propiedades Petrofísicas.....	113
<b>Tabla 6.</b> Composición del Gas.....	114
<b>Tabla 7.</b> Enmallado geomecánico .....	119
<b>Tabla 8.</b> Propiedades Elásticas .....	120
<b>Tabla 9.</b> Parámetros de reducción de permeabilidad de fracturas naturales.....	121
<b>Tabla 10.</b> Análisis de sensibilidad rigidez inicial de fractura .....	128
<b>Tabla 11.</b> Análisis de sensibilidad apertura inicial de fractura .....	130

## RESUMEN

**TÍTULO:** DISEÑO DE UNA METODOLOGÍA PARA LA INCORPORACIÓN DE EFECTOS GEOMECÁNICOS EN EL MODELADO DE FORMACIONES DE *SHALE*\*

**AUTORES:** ANGELICA MARIA TUIRAN CHARRIS, JESUS DAVID MONTERO PALLARES\*\*

**PALABRAS CLAVES:** Geomecánica, *Shale*, yacimientos, simulación.

En este proyecto se presenta una metodología para la inclusión de los efectos geomecánicos a los cuales están expuestas las formaciones *shale*, con el objetivo de proveer un flujo de trabajo que facilite la evaluación de este tipo de yacimientos a través de herramientas de simulación (modelamiento).

La metodología está basada en la identificación de los parámetros y fenómenos que se deben tener en cuenta para representar el comportamiento y los efectos geomecánicos durante la producción de *shale* plays. Especial énfasis se hace respecto a la caracterización del sistema de fracturas, tanto naturales como hidráulicas, debido a la importancia que estas tienen en el flujo y deformación del *shale*, tal cual lo demuestran los resultados obtenidos con el modelo realizado.

El simulador GEM de la compañía CMG fue utilizado para la creación de un modelo conceptual con doble permeabilidad que consiste de un pozo horizontal y refinamiento logarítmico para la representación de fracturas hidráulicas. Se concluye de este proyecto que para estudios en formaciones *shale* no se puede ignorar la geomecánica, se puede incurrir en proyecciones de producción erróneas y manejos del yacimiento equivocados.

A través de este proyecto se pretende reducir las complicaciones que existen al modelar formaciones de *shale* y servir de base para futuras investigaciones disminuyendo el tiempo de aprendizaje previo al análisis de efectos geomecánicos usando la metodología presentada.

---

\* Trabajo de grado

\*\* Facultad de Ingenierías Físicoquímicas, Escuela de Ingeniería de petróleo, Director: M.Sc José Carlos Cárdenas Montes. Codirector: M.Sc Yessika Fernanda Pachón Ordoñez.

## ABSTRACT

**TITLE:** DESIGN OF A METHODOLOGY FOR THE INCORPORATION OF GEOMECHANICS EFFECTS IN SHALE FORMATION MODELING.\*

**AUTHORS:** ANGELICA MARIA TUIRAN CHARRIS, JESUS DAVID MONTERO PALLARES\*\*

**KEYWORDS:** Geomechanics, *Shale* formations, reservoirs, numerical simulation.

In this project is presented a methodology to include the geomechanics effects to which *shale* formations are exposed, with the main objective of providing a workflow that makes easier the evaluation of *shale* reservoirs through modeling software.

The methodology is based on the identification of parameters and phenomena that must be taken into account in order to represent the behavior and geomechanics effects during the production stage of *shale* plays. Special emphasis is done with respect to fractures system characterization, for both natural and hydraulics fractures due to the transcendental meaning these fractures have in flow and deformation behavior as it is demonstrated by the results obtained from the model.

GEM simulator from Computer Modeling Group (CMG) was used for creating a conceptual model with a dual permeability approach and geomechanics coupling. This model consists of a horizontal well and logarithmic refined cells to represent hydraulic fractures. It is concluded from this model that when a *shale* study is carried out geomechanics cannot be ignored, as this may traduce in inaccurate production estimations and unsuitable reservoir management.

It is aimed through this project to reduce the difficulties that exist regarding *shale* plays modeling and also to serve as basis for future researches by making the learning time previous to a geomechanics study shorter in time by means of this methodology.

---

\* B.Sc. Degree Project

\*\* Physicochemical Engineering College, Petroleum Engineering School, Advisor: M.Sc José Carlos Cárdenas Montes. Co-Advisor: M.Sc Yessika Fernanda Pachón Ordoñez.

## INTRODUCCIÓN

Es evidente que en los últimos años, el interés por los yacimientos no convencionales y sobre todo por el *Shale Gas* ha ido en crecimiento. Factores como el incremento de la demanda energética mundial, el agotamiento de recursos convencionales, el desarrollo de tecnologías como el fracturamiento hidráulico y la perforación horizontal y el éxito de países como Estados Unidos y Canadá en la explotación de estos yacimientos, han sido influyentes en dicho proceso.

En el año 2008, la empresa consultora Arthur D. Little realizó una evaluación del potencial de los recursos de hidrocarburos no convencionales en Colombia, y el estudio realizado concluyó que el país tiene un potencial significativo de estos recursos y que a largo plazo podrían ser desarrollados. Sin embargo, para que la explotación de *Shale Gas* se realice de manera exitosa es de vital importancia llegar a conocer ampliamente el comportamiento del yacimiento, para generar pronósticos acertados y así implementar las técnicas adecuadas que permitan obtener una mayor producción de gas. La geomecánica juega un papel importante en este proceso, desde la estabilidad de pozo, el diseño de fracturamiento hidráulico hasta la producción del pozo.

En los últimos años, la geomecánica de yacimientos ha cobrado una especial importancia, sobre todo en el estudio de formaciones naturalmente fracturadas y con bajas permeabilidades. En *shale plays*, donde las permeabilidades oscilan en el orden de nano-micro Darcys, el impacto en la producción debido a la deformación de la roca puede ser significativo y casos como el de Marcellus *Shale*, cuya permeabilidad se ha visto afectada por el aumento del esfuerzo efectivo, lo evidencian.

De esta manera, se hace necesario el diseño de una metodología para la incorporación de parámetros geomecánicos en el flujo de fluidos en formaciones de *shale*. La metodología desarrollada representa un aporte significativo y una base para futuras investigaciones, considerando además el poco avance del país en el desarrollo de estos yacimientos.

# 1. GENERALIDADES

## 1.1 *SHALE*

Son yacimientos compuestos predominantemente por esquistos o pizarras, una roca sedimentaria de grano fino que se fractura fácilmente en láminas finas y paralelas. Se forman a partir de la deposición de sedimentos orgánicos y posterior compactación, con partículas muy pequeñas de sedimentos, limo y arcilla, integrados por minerales como illita, caolinita y esmectita, cuarzo y feldespato. Las lutitas de color negro, son las que contienen mayor porcentaje de materia orgánica y pueden contener gas o petróleo. Aquellas que almacenan mayores volúmenes de gas son rocas maduras que se encuentran en la ventana de generación de gas, y por lo general se caracterizan por un alto contenido en materia orgánica (0,5 hasta más de 12%). Su estructura se caracteriza por una laminación muy fina. Sus poros son muy pequeños y su permeabilidad muy baja, por lo que los fluidos (agua, gas y petróleo) no se mueven con facilidad dentro de la roca. Por lo general, las formaciones *Shale* reúnen las características que se muestran en la Tabla 1:

Los ambientes deposicionales son típicamente de baja energía como: deltas de ríos, lagos y lagunas y llanuras de depositación. Son yacimientos altamente heterogéneos y usualmente consisten en múltiples capas delgadas de litología variable.

El petróleo se aloja tanto en la matriz porosa como en las fracturas naturales. Mientras que el gas se encuentra almacenado en tres formas distintas según lo muestra la

- Gas libre comprimido dentro de la matriz porosa de la roca o dentro de sus fracturas naturales.

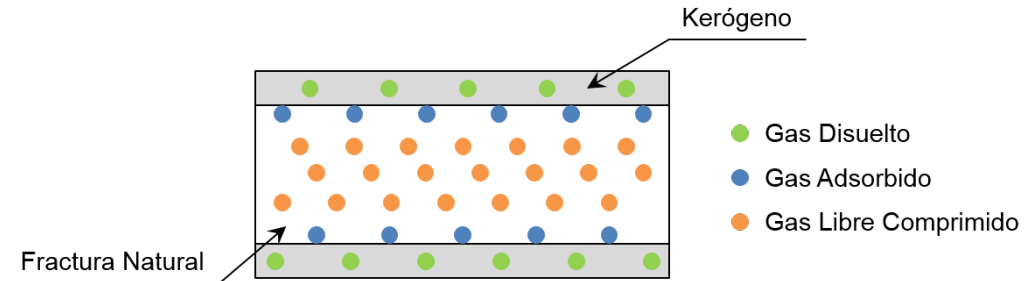
- Gas adsorbido a la materia orgánica y a las superficies minerales dentro de las fracturas naturales y la matriz porosa.
- Gas disuelto en el Kerógeno o en el petróleo.

**Tabla 1.** Características de los yacimientos de *Shale* Gas

Propiedad	Rango
Profundidad	600 –13,000 pies
Espesor Bruto	250 – 2,000 pies
Espesor Neto	30 – 300 pies
Temperaturas de Fondo	75 – 200 °F
Permeabilidad	0.00001 – 0.001 md
Porosidad	4 – 15%
Saturación de agua en la zona de gas	20 – 40%
Gas Adsorbido	20 – 85% GGIP

Fuente: DARISHCHEV, Alexander, et al. On simulation of flow in tight and *shale* gas reservoirs. En *SPE Unconventional Gas Conference and Exhibition*. Society of Petroleum Engineers, 2013.

**Figura 1.** Almacenamiento de gas en una formación *Shale*



Fuente: SWAMI, Vivek, et al. A pore scale gas flow model for *shale* gas reservoir. En *SPE Americas Unconventional Resources Conference*. Society of Petroleum Engineers, 2012 (Modificado por los autores).

Pueden ser distinguidas dos unidades de flujo:

- Capas laminares de material poroso de silicio o carbonatado que puede contener gas libre o adsorbido.
- Red natural de fracturas naturales.

### 1.1.1 MECANISMOS DE FLUJO

Una vez el pozo es abierto a producción, el gas libre empieza a fluir. Mientras la presión disminuye el gas adsorbido se desprende de las paredes de la matriz porosa o las fracturas y finalmente, por difusión, el gas disuelto en el Kerógeno es liberado<sup>1</sup>.

De esta manera es posible identificar 3 mecanismos de flujo distintos: Flujo Darcy, Desorción y Difusión, los cuales serán detallados a continuación:

#### 1.1.1.1 Flujo Darcy

El flujo de gas libre a través de la red de fracturas naturales hacia el pozo es bien representado por la ley de Darcy<sup>2</sup>. Sin embargo algunos autores presentaron modificaciones de la ley, al asegurar que por las características de estos yacimientos otros fenómenos como: Efecto Klinkenberg y Difusión Knudsen deben ser tenidos en cuenta<sup>3</sup>.

#### 1.1.1.2 Desorción

El fenómeno de desorción del gas es representado a través de la Isoterma de Langmuir (1916). Para calcular la cantidad de gas adsorbido en la superficie de la roca, se deben hacer mediciones, de contenido de gas e isoterma de adsorción, en laboratorio a muestras de núcleo.

La isoterma de Langmuir es representada por la siguiente ecuación<sup>4</sup>:

$$V_E = V_L \frac{P}{P + P_L} \quad \text{Ec. 1.1}$$

---

<sup>1</sup> SWAMI, Vivek, et al. A pore scale gas flow model for *shale* gas reservoir. En *SPE Americas Unconventional Resources Conference*. Society of Petroleum Engineers, 2012.

<sup>2</sup> WITHERSPOON, P. A. Validity of cubic law for fluid flow in a deformable rock fracture. *Lawrence Berkeley National Laboratory*, 2010.

<sup>3</sup> JAVADPOUR, Farzam, et al. Nanopores and apparent permeability of gas flow in mudrocks (*shales* and siltstone). *Journal of Canadian Petroleum Technology*, 2009, vol. 48, no 08, p. 16-21.

<sup>4</sup> LANGMUIR, Irving. The constitution and fundamental properties of solids and liquids. II. Liquids. *Journal of the American Chemical Society*, 1917, vol. 39, no 9, p. 1848-1906.

Donde:  $V_E$  es el contenido de gas en scf/ton (volumen estándar adsorbido por unidad de masa de roca),  $P$  es la presión del yacimiento,  $P_L$  es la presión de Langmuir o presión a la cual el 50% del gas se ha desprendido de la superficie y  $V_L$  es el volumen de gas adsorbido a  $P_L$  y depende del contenido de materia orgánica (TOC) y madurez térmica del *Shale*.

### 1.1.1.3 Difusión

El fenómeno se presenta debido a la diferencia de concentración de fluido gaseoso entre el espacio poroso de la matriz o las fracturas naturales y el kerógeno adherido a la roca. Se cree que la cantidad de gas disuelto en la materia orgánica es insignificante y que aún más la tasa de difusión de gas es extremadamente baja para ser tomada en cuenta, sin embargo Javadpour<sup>5</sup> mostró estadísticamente que una cantidad significativa de gas es desprendida del Kerógeno por lo que en su formulación incluyó un término haciendo referencia a dicho proceso.

## 1.1.2 RESERVAS MUNDIALES

U. S. Energy Information Administration (EIA)<sup>6</sup> realizó un estudio en Junio del 2013, en el cual presentaba un reporte que recopila la información obtenida de 137 formaciones de Lutitas en 41 países por fuera de Estados Unidos. En la Tabla 2 se resume la cantidad de reservas probadas y no probadas, tanto de hidrocarburos convencionales como de no convencionales, de las regiones estudiadas. Se observa que en caso de la inclusión de las reservas de *Shale Gas* a las actuales se alcanzaría un aumento del 47% en las reservas totales.

---

<sup>5</sup> JAVADPOUR, Farzam, et al. Nanopores and apparent permeability of gas flow in mudrocks (*shales and siltstone*). *Journal of Canadian Petroleum Technology*, 2009, vol. 48, no 08, p. 16-21.

<sup>6</sup> KUUSKRAA, Vello; STEVENS, Scott H.; MOODHE, Keith D. *Technically recoverable shale oil and shale gas resources: an assessment of 137 shale formations in 41 countries outside the United States*. 2013.

**Tabla 2.** Reservas de *Shale* Gas.

	Gas Natural [TPC]
<b>Fuera de los Estados Unidos</b>	
Reservas no probadas <i>Shale</i> Gas	6,634
Otras Reservas Probadas	6,521
Otras Reservas no Probadas	7,296
Total	20,451
Incremento en las reservas debido a la inclusión de <i>Shale</i> Gas	48%
% <i>Shale</i> Gas	32%
<b>Estados Unidos</b>	
EIA Reservas Probadas <i>Shale</i> Gas	97
EIA Reservas no Probadas <i>Shale</i> Gas	567
EIA Otras Reservas Probadas	220
EIA Otras Reservas no Probadas	1,546
Total	2,431
Incremento en las reservas debido a la inclusión de <i>Shale</i> Gas	38%
% <i>Shale</i> Gas	27%
<b>Mundo</b>	
Reservas Probadas <i>Shale</i> Gas	97
Reservas no Probadas <i>Shale</i> Gas	7,201
Otras Reservas Probadas	6,741
Otras Reservas no Probadas	8,842
Total	22,882
Incremento en las reservas debido a la inclusión de <i>Shale</i> Gas	47%
% <i>Shale</i> Gas	32%

Fuente: KUUSKRAA, Vello; STEVENS, Scott H.; MOODHE, Keith D. Technically recoverable *shale* oil and *shale* gas resources: an assessment of 137 *shale* formations in 41 countries outside the United States. 2013.

Como se observa en la Tabla 3, las regiones con mayor cantidad de este recurso son: América del Norte (23%), Asia Pacífico (22%) y Suramérica y el Caribe (20%). De estas regiones, los países que más aportan con sus reservas son: China, Argentina, Argelia, Estados Unidos y Canadá.

Cuando son consideradas las implicaciones que tiene la abundancia de recursos no convencionales en el mercado, es importante distinguir entre las reservas técnicamente recuperables (TRR) y las reservas económicamente recuperables. Las primeras hacen referencia a los volúmenes de recurso que pueden ser producidos utilizando la tecnología actual, sin tener en cuenta los precios de venta o producción. Para evaluar la viabilidad económica de un proyecto de explotación de gas natural, se deben tener en cuenta los siguientes tres factores: costos de perforación y completamiento de pozos, cantidad de gas producido de acuerdo a su tiempo de vida y las ganancias recibidas debido a la venta del recurso. Para un proyecto de *Shale Gas*, a los anteriores factores, se deben sumar aquellos que tienen que ver con la compleja geología de estos yacimientos. En este estudio sólo se tuvo en cuenta volúmenes TRR.

**Tabla 3.** Reservas no probadas TRR de *Shale Gas* por región

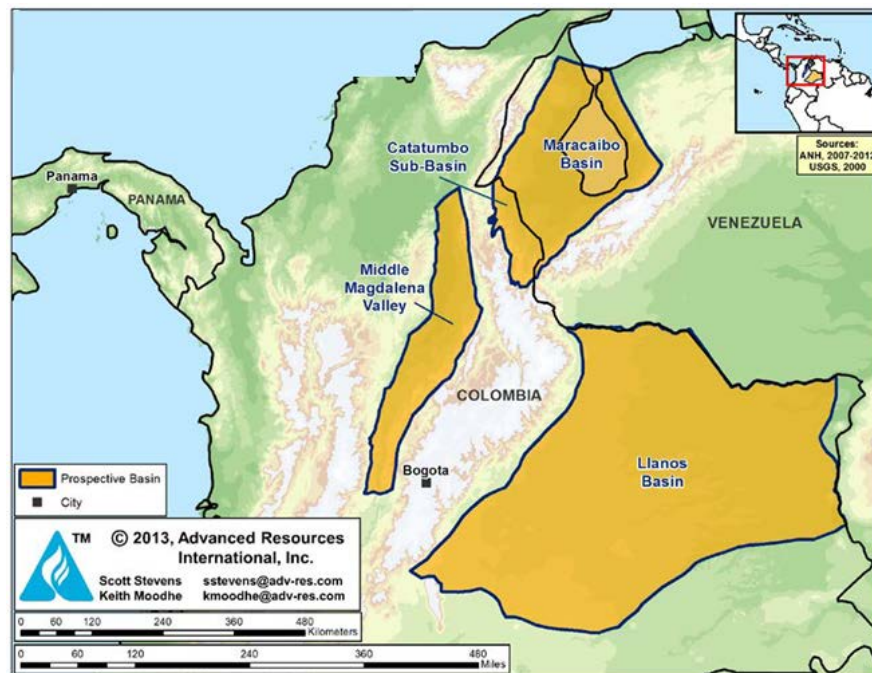
REGIÓN	<i>Shale Gas</i> TRR	
	[TPC]	%
Europa	470	7%
América del Norte	1,685	23%
Asia y Pacifico	1,607	22%
Sur Asia	201	3%
Medio Oriente y Norte de África	1,003	14%
África Sub-Sahara	390	5%
Suramérica y el Caribe	1,430	20%
Antigua Unión Soviética	415	6%
Total	7,201	100%

Fuente: KUUSKRAA, Vello; STEVENS, Scott H.; MOODHE, Keith D. Technically recoverable *shale* oil and *shale* gas resources: an assessment of 137 *shale* formations in 41 countries outside the United States. 2013.

Colombia cuenta con tres cuencas principales con reservas potenciales de *Shale Gas* y *Shale Oil*. Como se ilustra en la Figura 2, la cuenca del Valle Medio del Magdalena, la cuenca del Catatumbo y la cuenca de los Llanos Orientales contienen

*Shales* ricos en materia orgánica (La Luna, Tablazo, Capacho y Gachetá) a partir de las cuales se originó la mayor parte del petróleo y gas con que cuenta el país actualmente. Según las estadísticas de la *U.S. Energy Information Administration* y *Advanced Resources International* (EIA/ARI) Colombia cuenta con 6.8 miles de millones de barriles petróleo y 55 TPC de gas TRR procedente de estas formaciones.

**Figura 2.** Cuencas de *Shale* Gas en Colombia



Fuente: KUUSKRAA, Vello; STEVENS, Scott H.; MOODHE, Keith D. Technically recoverable *shale* oil and *shale* gas resources: an assessment of 137 *shale* formations in 41 countries outside the United States. 2013.

La formación La Luna es la roca madre principal de los yacimientos del Valle Medio del Magdalena, con un espesor promedio de 1,000 ft alcanza profundidades desde 3,000 ft hasta 15,000 ft, su contenido de materia orgánica (TOC) oscila entre 2 – 8 % de Kerógeno tipo II, presenta una porosidad promedio de 14% y según los datos

proporcionados por Canacol y Exxon Mobil<sup>7</sup>, quienes perforaron en 2012 el pozo Mono Araña – 1, la presión del yacimiento dobla la presión hidrostática normal, el gradiente de presión oscila entre 0.55 – 0.80 psi/ft, mientras que para la formación Tablazo está en 0.65 psi/ft. Entre la formación La Luna y Tablazo se estiman TRR de 18 TPC de gas y 4.6 miles de millones de barriles de petróleo; de un volumen *in-place* de 135 TPC y 79 miles de millones de barriles respectivamente.

La cuenca de los Llanos cuenta con la formación Gachetá, a partir de la cual se originó el petróleo y gas de los yacimientos de esta zona. La formación alcanza profundidades de más de 15,000 ft a lo largo del margen occidental de la cuenca mientras que hacia el este es posible ubicarla a solo 2,000 ft de profundidad. El espesor neto promedio es de 210 ft y el TOC oscila entre 1% - 3% de kerógeno tipo II y III. Su porosidad es incierta pero se estima que está alrededor de 7%. Es una formación ligeramente sobrepresionada con un gradiente de 0.5 psi/ft. En la formación se estiman TRR de 2 TPC de gas y 0.6 miles de millones de barriles de petróleo; de un volumen *in-place* de 18 TPC y 13 miles de millones de barriles respectivamente.

Por su parte la cuenca Catatumbo, que al extenderse hacia Venezuela recibe el nombre de cuenca Maracaibo, cuenta con una secuencia de *shales* ricos en materia orgánica, la formación La Luna y Capacho. La formación Capacho es una unidad ubicada encima de La Luna fm, su espesor oscila entre 590 y 1,400 ft con propiedades similares a las de La Luna fm. Capacho presenta profundidades de 6,500 a 8,500 ft en la sub-cuenca del Catatumbo y alcanza TOC de 5% de kerógeno tipo II y III. Se encuentran también ventanas de petróleo, gas seco y gas húmedo, generando TRR de 202 TPC de gas y 14.8 miles de millones de barriles de petróleo; de un volumen *in-place* de 970 TPC y 297 miles de millones de barriles

---

<sup>7</sup> “March 2013 Investor Presentation” Canacol Energy.

respectivamente, teniendo en cuenta también la porción correspondiente a la cuenca Maracaibo en Venezuela.

## 1.2 GEOMECANICA DE YACIMIENTOS

Los yacimientos no convencionales como el *shale gas*, *shale oil*, *tight gas* y los mantos asociados al carbón tienen un comportamiento diferente al de los yacimientos convencionales por lo que requieren de ciertas tecnologías para su explotación. A pesar de los grandes adelantos que se han hecho para entender la mejor forma de explotar este tipo de yacimientos, todavía no es muy claro cómo manejarlos de manera eficiente y aunque la simulación de yacimientos ha ayudado a obtener un mejor conocimiento del comportamiento de los yacimientos de aceite y gas, para el caso de los yacimientos no convencionales se presentan ciertas complicaciones ya que se deben involucrar ciertos modelos físicos como la geomecánica para predecir correctamente el desempeño de los mismos.

La geomecánica es muy importante en el proceso de recobro de gas y aceite no convencional, ya que la permeabilidad y la porosidad cambian sustancialmente durante este proceso. Tal es el caso de los *shales* en los cuales el aporte de las fracturas creadas y las fracturas naturales se ve afectado por los esfuerzos in situ y la deformación durante la producción. Por esta razón al considerar el medio poroso como una masa estática se incurriría en un gran error.

Con la ayuda de la geomecánica, se pueden explicar muchos fenómenos físicos que se presentan en algunos campos tales como la compactación, la subsidencia, las fallas de pozo, la producción de arena, entre otros. Por lo tanto, una consideración en la simulación de yacimientos no convencionales es la integración de la geomecánica.

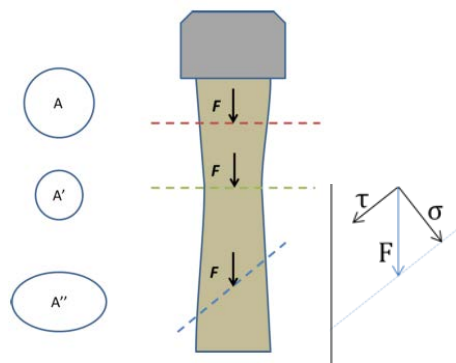
### 1.2.1 ESFUERZOS

El esfuerzo es definido como la fuerza que actúa sobre un área dada, siendo esta área una superficie o un plano imaginario dentro de un material. El esfuerzo está definido por la siguiente expresión:

$$\sigma = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Area}} = \frac{F}{A} \quad \text{Ec. 1.2}$$

El esfuerzo depende de la posición en que se evalúe dentro de un cuerpo. Como se muestra en la Figura 3 el esfuerzo que genera la fuerza  $F$  sobre la primer área transversal  $A$  es mayor al esfuerzo que genera la misma fuerza sobre el área transversal de menor tamaño  $A'$ . Adicionalmente la orientación de la superficie también es importante, el área  $A''$  presenta cierta posición relativa a la fuerza lo cual hace que la acción de la fuerza se descomponga y se generen dos tipos de esfuerzos diferentes: esfuerzo normal ( $\sigma$ ) y esfuerzo de corte o de cizalla ( $\tau$ ); esto considerando dos dimensiones en el espacio de manera que el esfuerzo normal actúe perpendicular al plano y el esfuerzo de corte paralelo al plano.

**Figura 3.** Fuerza vs Esfuerzo



**Fuente:** FJAR, Erling, et al. Petroleum related rock mechanics. Elsevier, 2008. (Modificado por los autores)

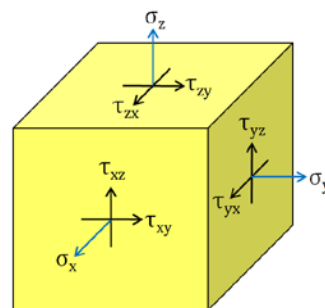
El esfuerzo presenta las mismas unidades que la presión (fuerza/área), en el sistema inglés se usan las libras por pulgada cuadrada (psi) y en el sistema internacional los pascales (Pa). Debido a que los esfuerzos que se presentan son en general muy altos, comúnmente los mega pascales MPa son usados.

### 1.2.1.1 Estado de Esfuerzos y Tensor de Esfuerzos

Cualquier punto en el subsuelo está sometido a un complejo sistema de esfuerzos. En tres dimensiones, por un punto pasan infinitos planos sobre los cuales actúan infinitos vectores esfuerzos los cuales conforman un conjunto llamado estado de esfuerzos. Para dar una descripción completa del estado de esfuerzos en un punto, es necesario identificar los esfuerzos relacionados en superficies orientadas en tres direcciones ortogonales, lo cual se representa a través de un tensor.

El esfuerzo es entonces un tensor el cual describe la densidad de fuerzas actuando en todas las superficies que pasan a través de un punto. Los subíndices indican el plano en el cual el componente del esfuerzo está actuando y su dirección, es decir, el esfuerzo de corte  $\tau_{xy}$  actúa sobre el plano X en dirección Y.

**Figura 4.** Estado de esfuerzos



Fuente: AADNOY, Bernt; LOOYEH, Reza. Petroleum rock mechanics: drilling operations and well design. Gulf Professional Publishing, 2011. (Modificado por los autores)

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad \text{Ec. 1.3}$$

Existe una orientación en la cual solo se presentan esfuerzos normales, por lo tanto si el sistema de coordenadas es rotado hacia esta orientación, los esfuerzos de cizalla desaparecerán dando como resultado **esfuerzos principales**: esfuerzo principal máximo ( $\sigma_1$ ), un esfuerzo principal intermedio ( $\sigma_2$ ) y un esfuerzo principal mínimo ( $\sigma_3$ ).

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \quad \text{Ec. 1.4}$$

La ventaja de trabajar con esfuerzos principales radica en la simplificación de los cálculos pues para describir totalmente el estado de esfuerzos a cierta profundidad solo es necesario definir los tres esfuerzos principales y la orientación de uno de ellos.

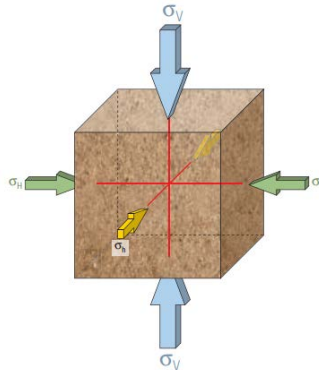
### 1.2.1.2 Esfuerzos *in-situ*

Las rocas en el subsuelo están sujetas a la acción de varios esfuerzos. Cuando la roca no ha sido perturbada por alguna actividad del hombre se dice que está en una condición llamada estado de esfuerzos *in-situ* (Figura 5): El esfuerzo vertical ( $\sigma_v$ ), también conocido como esfuerzo de *overburden*, se debe principalmente al peso de las formaciones suprayacentes y a los fluidos que estas formaciones contienen. Otras fuentes de esfuerzo vertical pueden incluir esfuerzos resultantes de condiciones geológicas tales como intrusión de magma o un domo de sal en las áreas cercanas a la formación. El esfuerzo vertical tiende a esparcir y expandir las rocas subyacentes en direcciones horizontales, este movimiento lateral es restringido por la presencia de los materiales adyacentes, los cuales por consiguiente hacen que se originen los esfuerzos horizontales máximo ( $\sigma_H$ ) y mínimo ( $\sigma_h$ ). Variables como la temperatura tienden a influir en todos los esfuerzos,

mientras que eventos de la naturaleza como temblores y terremotos contribuyen solo al cambio de los esfuerzos horizontales.

Debido a que la superficie de la Tierra está en contacto con un fluido, agua o aire, el cual no puede soportar tracciones de corte, la superficie terrestre actúa como un plano que contiene esfuerzos principales, es por esta razón que se considera que los esfuerzos *in-situ*  $\sigma_v$ ,  $\sigma_H$  y  $\sigma_h$  para cualquier punto en el subsuelo son también esfuerzos principales.

**Figura 5.** Esfuerzos *in-situ*



Fuente: COOK, John, et al. Rocks Matter: Ground Truth in Geomechanics. Oilfield Review, 2007, vol. 19, no 3, p. 36-55.

### 1.2.1.3 Representación gráfica de esfuerzos

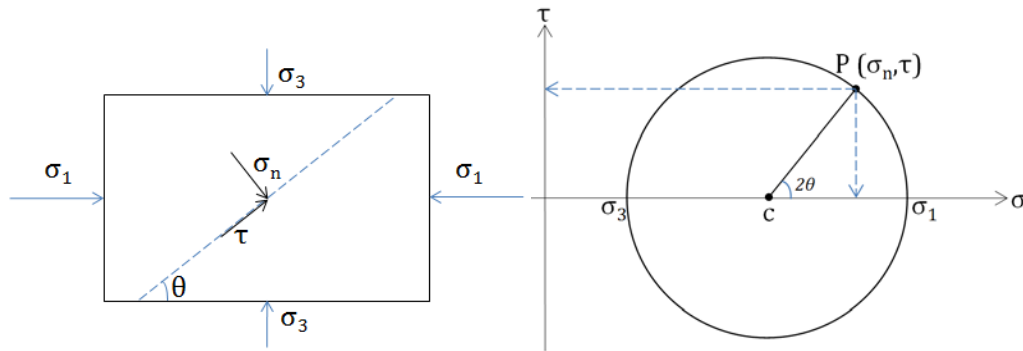
El círculo de Mohr proporciona soluciones gráficas fáciles de usar, para determinar la magnitud y orientación de los esfuerzos principales, así como de esfuerzos normales y de cizalla, para planos de cualquier orientación adaptándolos a las características de una circunferencia. El círculo de Mohr también se utiliza en la aplicación de análisis de fallas utilizando el criterio de Mohr-Coulomb.

La técnica del círculo de Mohr utiliza los esfuerzos principales, ya que ellos representan los esfuerzos máximo y mínimo, o el valor del máximo diferencial de

esfuerzos. La construcción gráfica parte de un par de ejes de coordenadas, en el de abscisas se representan los esfuerzos normales y en el de ordenadas los de cizalla. Los esfuerzos principales, al ser normales, se colocan sobre el eje de abscisas y ubicando el punto intermedio entre los dos esfuerzos se puede construir el círculo.

Teniendo en cuenta el esfuerzo normal ( $\sigma_n$ ) y de cizalla ( $\tau$ ) en una dirección  $\theta$  con respecto a una horizontal, es posible representarlo en el círculo de Mohr de la siguiente manera:

**Figura 6.** Representación de esfuerzos en el círculo de Mohr



Fuente: FJAR, Erling, et al. Petroleum related rock mechanics. Elsevier, 2008. (Modificado por los autores)

$$\sigma_N = \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right) + \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right) \cos(2\theta) \quad \text{Ec. 1.5}$$

$$\tau = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right) \sin(2\theta) \quad \text{Ec. 1.6}$$

Utilizando los esfuerzos para obtener expresiones paramétricas de un círculo tenemos que:

$$\text{centro del círculo} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad \text{Ec. 1.7}$$

$$\text{radio} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad \text{Ec. 1.8}$$

Cada punto de la circunferencia representa un plano, es decir los esfuerzos normales y de corte en cualquier dirección  $\theta$  corresponden a un punto en el círculo de Mohr. Por convención general se asume que los esfuerzos normales compresivos son positivos y los tensionales negativos.

### 1.2.2 DEFORMACIÓN

Se puede definir este fenómeno como cualquier cambio en la geometría interna de un material como resultado de la aplicación de esfuerzos, también puede incluirse en la deformación el cambio de posición de un cuerpo. Las deformaciones miden cambios producidos en un intervalo de tiempo y se analizan comparando un estado final con uno inicial.

El *strain* de manera sencilla se puede definir entonces como:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_i} = \frac{\text{cambio de dimension (deformación)}}{\text{Dimensión inicial u original}} \quad \text{Ec. 1.9}$$

Se pueden presentar dos tipos de deformación en un cuerpo. Una deformación normal o longitudinal ( $\varepsilon$ ) la cual representa la deformación que ocurre a lo largo de un solo eje, por ejemplo, el cambio de longitud de una barra cuando se estira. Otra transformación es la deformación de cizalla ( $\gamma$ ), la cual involucra un cambio de ángulo.

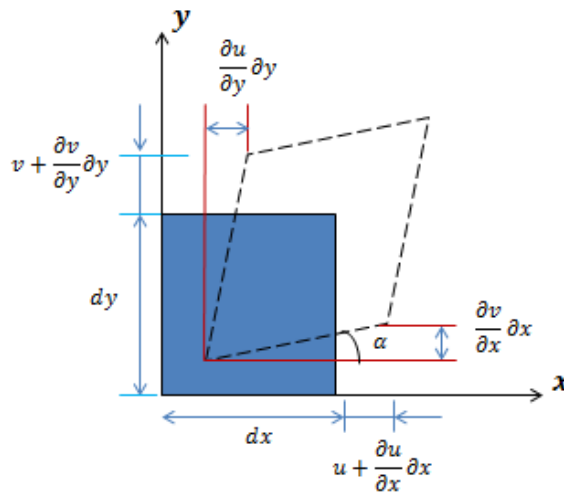
La deformación al igual que el esfuerzo en un cuerpo está determinada en forma general por un tensor que involucra tanto la deformación longitudinal como la deformación de corte.

El tensor se puede expresar como:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad \text{Ec. 1.10}$$

La Figura 7 representa un cuerpo (cuadrado) que ha sido deformado, en 2 dimensiones.

**Figura 7.** Deformación general de un cuerpo



Fuente: FJAR, Erling, et al. Petroleum related rock mechanics. Elsevier, 2008. (Modificado por los autores)

Las deformaciones en la direcciones X y Y están dadas por las expresiones:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{Ec. 1.11}$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{Ec. 1.12}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\frac{\partial v}{\partial x} dx}{dx} = \frac{\partial v}{\partial x} \quad \text{Ec. 1.13}$$

$$\varepsilon_{yx} = \frac{\frac{\partial u}{\partial y} dy}{dy} = \frac{\partial u}{\partial y} \quad \text{Ec. 1.14}$$

Donde la suma de  $\varepsilon_{xy}$  y  $\varepsilon_{yx}$  es igual a la deformación de corte  $\gamma_{xy}$  de la forma:

$$\varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yx} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 2\varepsilon_{xy} = \gamma_{xy} \quad \text{Ec. 1.15}$$

Por lo tanto el tensor de deformaciones puede ser definido para deformaciones longitudinales y de cizalla como:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad \text{Ec. 1.16}$$

### 1.2.3 MÓDULOS ELÁSTICOS

Las formaciones en el subsuelo están sometidas a diferentes cargas como la presión de poro, esfuerzos *in-situ*, fuerzas impuestas por la broca de perforación y demás fuerzas por las actividades que se realizan en ella. En la industria del petróleo, geofísicos, geólogos e ingenieros deben conocer y monitorear su material, en este caso la roca yacimiento, para determinar si las deformaciones resultado de las operaciones artificiales son excesivas y causan que la roca falle. Esto se puede lograr a través de relaciones esfuerzo-deformación representadas a través de módulos elásticos, las cuales son obtenidas comúnmente en pruebas de laboratorio.

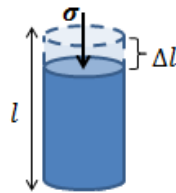
Un material se comporta elásticamente cuando presenta una linealidad entre los esfuerzos aplicados y la deformación resultante y dependiendo de la magnitud del esfuerzo esta relación podría cambiar a otro tipo de comportamiento o no. La teoría de elasticidad generalmente aplica cuando se dan deformaciones pequeñas. En este caso, ningún daño o alteración de la roca resulta de los esfuerzos aplicados y se asume una linealidad proporcional entre el esfuerzo y la deformación según lo establece la ley de Hook. Existen varios módulos elásticos, los cuales se explicarán a continuación:

### 1.2.3.1 Módulo de Young ( $E$ )

El módulo de Young es la relación entre un esfuerzo compresivo axial y la deformación en esa dirección (Figura 8). Es una medida de la propiedad que tiene la roca para resistir la deformación y generalmente se representa con la letra  $E$ .

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\Delta l/l} \quad \text{Ec. 1.17}$$

**Figura 8.** Módulo de Young



El modulo corresponde a una constante para un material elástico-lineal, sin embargo, puede ser definido en función del esfuerzo para un material que se acerque a ese comportamiento elástico. Los valores del módulo de Young son muy altos, en el orden los Giga Pascales ( $10^9$  Pascales) y en las rocas puede tomar un valor de entre 1 a 100 Giga Pascales, donde a mayor magnitud de este módulo la roca se comporta de manera más rígida y frágil, con alta resistencia, mientras que con valores menores la roca será más dúctil y deformable.

### 1.2.3.2 Relación de Poisson ( $\nu$ )

La relación de Poisson es un parámetro adicional, que relaciona la deformación transversal con la deformación longitudinal (Figura 9). Al ser una relación de deformaciones, la relación de Poisson es adimensional y matemáticamente se puede expresar como:

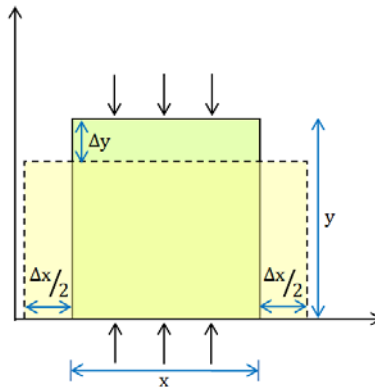
$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \quad \text{Ec. 1.18}$$

Donde:

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta y}{y} \text{ y } \varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$$

Ec. 1.19

**Figura 9.** Relación de Poisson



**Fuente:** ZOBACK, Mark D. *Reservoir geomechanics*. Cambridge University Press, 2010. (Modificado por los autores)

Para un material incompresible la relación toma un valor de 0.5 y entre más se acerque a cero, el material será más compresible. Para las rocas se encuentran en la literatura rangos de 0.25-0.33 y de 0.1-0.3.<sup>8</sup>

La porosidad juega un papel importante en el comportamiento mecánico de la roca. *Lama and Vutukuri, 1978* desarrollaron mediciones estáticas de modulo Young y relación de Poisson en varias muestras de roca; areniscas, limos y *shales*, como resultado se observó que las areniscas con baja porosidad tenían módulos de Young alrededor de 50MPa y relaciones de Poisson de 0.125, mientras que para areniscas de porosidad relativamente alta (>16 %) tenían módulos de Young mucho menores y relaciones de Poisson más altas. El módulo de Young presento esta misma relación para los limos, aunque la relación de Poisson permaneció prácticamente invariante. Con respecto a los *shales* no se pudo generalizar una

---

<sup>8</sup> ZOBACK, Mark D. *Reservoir geomechanics*. Cambridge University Press, 2010.

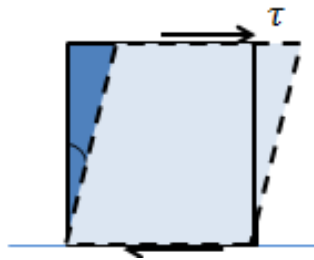
relación entre la porosidad y la relación de Poisson debido a la poca disponibilidad de datos.

### 1.2.3.3 Módulo de Rigidez ( $G$ )

El módulo de Rigidez relaciona el esfuerzo de corte aplicado a un cuerpo con la deformación de corte y también es conocido como módulo de cizalla o corte. Para la Figura 10, una deformación de cizalla implica un cambio de ángulo. De manera general se define como:

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \quad \text{Ec. 1.20}$$

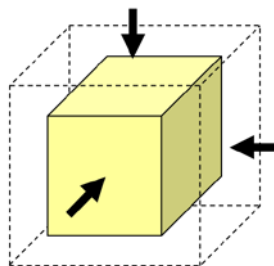
**Figura 10.** Módulo de rigidez



### 1.2.3.4 Módulo Volumétrico ( $K$ )

Relaciona una deformación volumétrica con un esfuerzo y la compresibilidad de una roca,  $C_t$ , (Figura 11) es conocida como el inverso de este módulo  $C_t = K^{-1}$ .

**Figura 11.** Módulo Volumétrico



Su valor es calculado a partir de la ecuación 1.21, donde  $\sigma_v$  es un esfuerzo hidrostático

$$K = \frac{\sigma_v}{\Delta V/V} \quad \text{Ec. 1.21}$$

Otro modulo elástico es la **constante de Lamé** ( $\lambda$ ) la cual no tiene representación física propia pero es usado en los modelos en función de otros módulos.

Para materiales isotrópicos y con comportamiento elástico solo dos módulos elásticos son necesarios para definir completamente el comportamiento de un material, por tal razón y por conveniencia se tiene expresiones que relacionen un módulo elástico con otro, por ejemplo:

$$E = \frac{9K-G}{3K-G} \quad \nu = \frac{3K-E}{6K} \quad \lambda = G \frac{E-2G}{3G-E} \quad \text{Ec. 1.22}$$

#### 1.2.4 POROELASTICIDAD Y ESFUERZO EFECTIVO

Comúnmente es asumido que una roca porosa y con presencia de fluidos dentro de ella se comporta de manera más frágil y/o rígida, por ende la forma en que se comportan mecánicamente las rocas va depender también de las partes no solidas de la misma. Una consecuencia de la poroelasticidad es que la rigidez de una roca saturada con fluidos dependerá de la velocidad con que las fuerzas son aplicadas. Cuando se aplica una fuerza rápidamente, la presión de poro en los poros de la roca aumenta debido a que el fluido de poro está llevando algo del esfuerzo aplicado y la roca se comporta de una manera que no puede drenarse. En otras palabras si el esfuerzo es aplicado más rápido de lo que los fluidos pueden ser drenados, el fluido lleva algo del esfuerzo aplicado y la roca es relativamente rígida. Sin embargo, cuando se aplica una fuerza externa lentamente, cualquier aumento en la presión de fluido asociada con la compresión de los poros tiene tiempo para drenar fluido,

de tal manera que la rigidez de la roca es la misma como si no hubiera fluido presente.

La teoría de la poroelasticidad describe el comportamiento constitutivo de una roca saturada con un fluido. Tres consideraciones principales se encuentran asociadas a esta teoría:

- Existe un sistema poroso interconectado y uniformemente saturado con fluido.
- El volumen poroso es pequeño en comparación con el volumen total de roca.
- La presión en los poros se define como el esfuerzo total actuando en la roca externamente y los esfuerzos actuando en los granos individuales.

#### **1.2.4.1 Esfuerzo Efectivo ( $\sigma'$ )**

El concepto de esfuerzo efectivo se basa en el trabajo realizado por Terzaghi<sup>9</sup>, quien descubrió que el comportamiento de suelos es controlado por esfuerzos efectivos, que corresponden a la diferencia entre las fuerzas externas aplicadas y la presión de poro, pues dentro de la roca el esfuerzo que está actuando es absorbido parcialmente por los granos de la roca y en parte por el fluido.

En la Figura 12, se observan los granos de una roca en contacto cuyos espacios porosos son saturados por un fluido. Los granos en contacto se transmiten esfuerzos externos que en gran parte derivan de la presión litostática y que en general tienden a mantenerlos unidos. Por su parte, los poros contienen fluidos a una presión hidrostática la cual se opone a los esfuerzos transmitidos por los granos y tiende a separarlos.

Así el esfuerzo efectivo puede ser definido matemáticamente por la expresión:

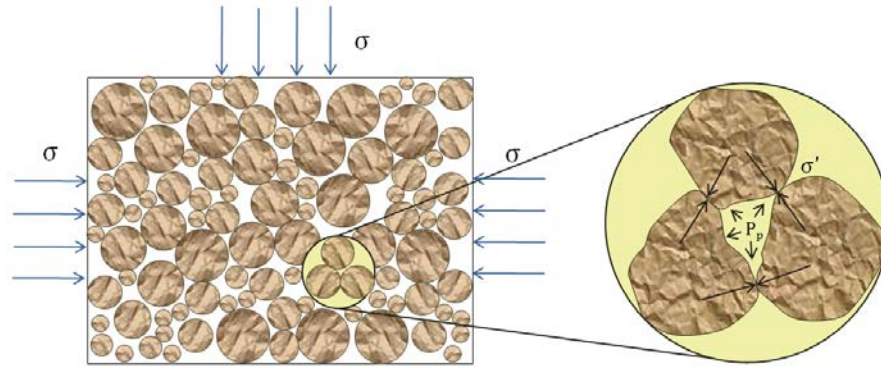
---

<sup>9</sup> TERZAGHI, Karl. *Theoretical soil mechanics*. Wiley, 1943.

$$\sigma' = \sigma - \alpha P_p$$

Ec. 1.23

**Figura 12.** Presión de poro y esfuerzo efectivo



Fuente: Ramón, José; Catalán, Martínez. Geología estructural y dinámica global. (Modificado por los autores)

El término  $\alpha$  hace referencia al coeficiente de Biot, el cual representa el cambio en el volumen poroso con relación al cambio en el volumen total a presión constante y oscila entre 0.8 y 1.0. Este coeficiente se acerca a la unidad, 1, para rocas no consolidadas y a cero para sólidos y materiales sin porosidad.

Matemáticamente es expresada en función de módulos volumétricos de la roca ( $K_b$ ) y de los granos ( $K_r$ ) o de sus compresibilidades:

$$\alpha = 1 - \frac{K_b}{K_r} \quad \alpha = 1 - \frac{c_r}{c_b} \quad \text{Ec. 1.24}$$

Debido a que un fluido no puede transmitir ni mantener esfuerzos de cizalla, el esfuerzo efectivo es válido para esfuerzos normales, y por lo tanto los esfuerzos de corte se mantienen sin cambios. Es entonces el esfuerzo efectivo es el encargado de deformar la roca y el esfuerzo a vencer para fracturarla.

### 1.2.5 RESISTENCIA DE LA ROCA

Una vez la roca es sometida continuamente a esfuerzos puede llegar a un punto en que esos esfuerzos alcanzan un valor suficientemente grande como para generar algún tipo de falla en la roca. Por consiguiente el conocimiento del comportamiento de resistencia de la roca, toma importancia debido al surgimiento de muchos problemas después de su falla.

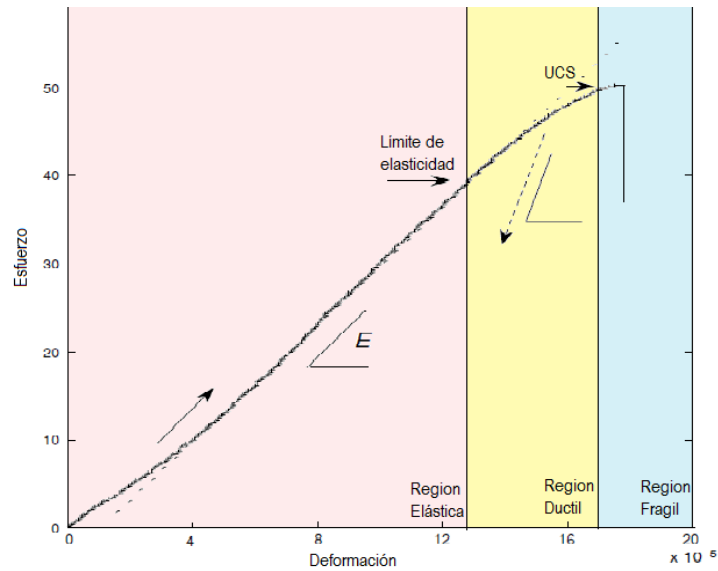
La resistencia es la capacidad que presenta la roca para resistir los esfuerzos. Debido a la complejidad estructural que puede llegar a tener una roca la identificación de la resistencia puede no ser tan fácil y por ende estará influenciada por el arreglo de las partículas que están en contacto y de la mineralogía de la roca. La presencia de micro fracturas, cambios de litología y otros factores que pueden actuar como planos de debilidad haciendo a la roca más propensa a fallar. Las propiedades de resistencia de la roca también son alteradas por la presencia de fluidos, temperatura, la velocidad de carga y por los eventos pasados en los que fue sometida a esfuerzos; es decir, su historia geológica.

En la Figura 13 se observa un diagrama esfuerzo-deformación que representa el comportamiento de una arenisca al ser sometida a esfuerzos, cuando el esfuerzo aplicado es bajo, la roca se comporta elásticamente y cuando se supera el límite de elasticidad se genera una deformación permanente en la roca. A partir de este punto la roca empieza a deformarse plásticamente hasta alcanzar la resistencia a la compresión uniaxial (UCS) y posteriormente se genera la fractura. Este diagrama es típico de una roca sometida a una presión de confinamiento determinada y en la medida en que esta presión aumente, la roca se volverá más resistente.

Es posible que la roca falle debido a diversas causas, es por esto que se habla de la resistencia a la tensión y la resistencia a la compresión, siendo esta última la más importante para describir el comportamiento de las rocas. En la Figura 14 se

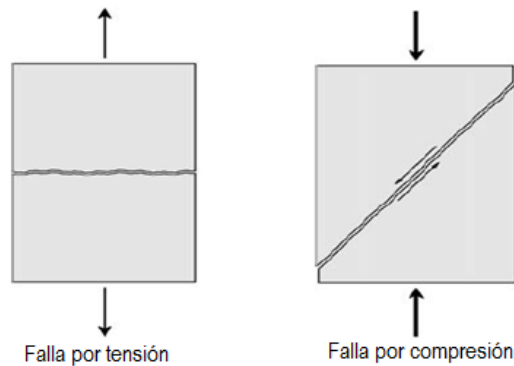
observan los tipos de fractura que se generan al vencer la resistencia a la tensión y a la compresión.

**Figura 13.** Diagrama esfuerzo deformación



Fuente: FJAR, Erling, et al. Petroleum related rock mechanics. Elsevier, 2008. (Modificado por los autores)

**Figura 14.** Tipos de falla



Fuente: FJAR, Erling, et al. Petroleum related rock mechanics. Elsevier, 2008. (Modificado por los autores)

### **1.2.5.1 Resistencia a la Tensión**

Las rocas son muy débiles en tensión, la resistencia a la tensión de las rocas es muy pequeña, generalmente en el orden de 0.1 veces la resistencia a la compresión o corte, por lo tanto un material rocoso tiene más probabilidades de fallar en tensión que en compresión. Debido a su bajo valor y a la posible presencia de micro fracturas, es común en algunos estudios que se considere cero. Por lo general presenta valores de unos pocos MPa. Además de esto la resistencia a la tensión podría cobrar poca importancia en el subsuelo debido a que los esfuerzos *in situ* en profundidad nunca son tensiles.

El fracturamiento hidráulico que se da en las paredes del pozo durante la perforación es el resultado de vencer la resistencia a la tensión de la roca debido un excesivo peso de lodo.

La resistencia de una roca generalmente es medido a traves de pruebas de laboratorio, pero para el caso de la resistencia a falla por tension la medicion es un poco complicada y habitualmente se obtiene a traves de una medicion indirecta con la prueba *Brazillian Test*.

### **1.2.5.2 Resistencia a la Compresión y Corte**

La resistencia a la cizalladura es una medida para estudiar las fallas de corte causadas normalmente por una elevada carga de compresión. La obtención de este valor se hace en pruebas de laboratorio con muestras de roca sometidos a esfuerzos axiales y de confinamiento para simular condiciones cercanas a las del subsuelo.

Una falla por corte se produce cuando la tensión de corte a lo largo de un plano en la muestra es suficientemente alta. Eventualmente, una zona de falla se desarrollará a lo largo del plano de falla, y los dos lados del plano se moverán con relación a otra en un proceso de fricción. Es conocido que la fuerza de fricción que actúa contra el

movimiento relativo de dos cuerpos en contacto depende de la fuerza que presiona que los cuerpos estén juntos.<sup>10</sup>

Una forma de evaluar y comprender el comportamiento mecánico de una roca de manera gráfica es a través de los criterios de falla, siendo Mohr-Coulomb el más utilizado, donde gracias a la envolvente de falla es posible identificar los estados de esfuerzos bajo los cuales las rocas son más estables. Todos los esfuerzos actuando en un cuerpo rocoso, incluyendo la presión de poro tienen efecto en la falla por compresión de la roca.

### **1.2.6 CRITERIOS DE FALLA**

Existen varios criterios de falla, muchos de los cuales han sido desarrollados empíricamente con el fin de predecir el fracturamiento o falla de la roca. La selección de un criterio de falla dependerá de las características de la roca; por ejemplo las arenas tienden a fallar por corte mientras que las arcillas pueden fallar debido a una deformación plástica.

Por lo tanto, la selección de un criterio de falla se basa en la ductilidad o fragilidad del material que está bajo análisis. Si es dúctil, los esfuerzos son comparados con resistencia a la cedencia, ya que una deformación permanente podría causar falla. Si el material es frágil y no tiene un límite de elasticidad, tal comparación se lleva a cabo con la resistencia a la rotura del material.

Los criterios de falla se basan en pruebas geomecánicas hechas a muestras de roca las cuales pueden ser sometidas a esfuerzos de manera uniaxial (una sola fuerza

---

<sup>10</sup> FJAR, Erling, et al. Petroleum related rock mechanics. Elsevier, 2008.

aplicada), triaxial (sometida también un esfuerzo confinante, ejercido lateralmente) y poliaxial (tres valores de esfuerzos diferente).

#### **1.2.6.1 Criterio Mohr Coulomb**

Es una extensión de la Ley de fricción de Coulomb, para materiales cohesivos y con fricción y es uno de los criterios más simple y el más comúnmente usado en rocas. Mohr no tiene en cuenta el esfuerzo intermedio y asume que para que se presente una falla en la roca se deben superar la cohesión de las partículas y las fuerzas de rozamiento que se oponen al movimiento.

Los planos sometidos al máximo esfuerzo de cizalla, están sometidos, también, a un esfuerzo normal bastante fuerte, y ese esfuerzo, actuando perpendicularmente al plano de posible fractura, tiende a impedir su movimiento, debido al rozamiento.

En efecto, la fuerza de rozamiento que hay que superar para deslizar un plano de la falla sobre el otro depende del coeficiente de rozamiento, un parámetro característico del material, y del esfuerzo que tiende a juntar ambos planos. Por lo tanto se puede observar que el esfuerzo de corte máximo para que una roca falle es función del esfuerzo normal actuando sobre la falla.

El criterio de Mohr presenta una aproximación lineal de ese comportamiento, que es conocida como envolvente de falla y está dada por:

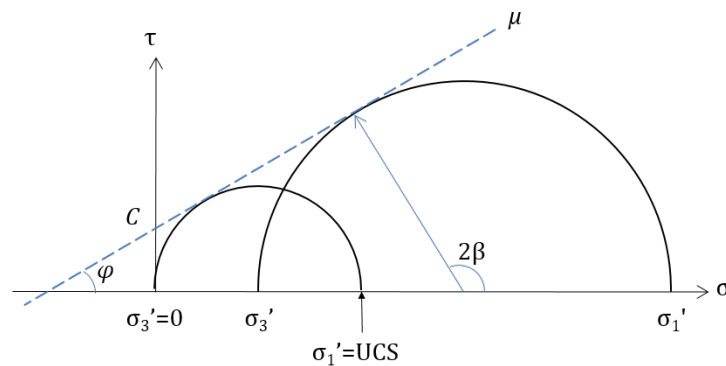
$$\tau = C + \mu\sigma' \quad \text{Ec. 1.25}$$

$C$  se denomina resistencia cohesiva o cohesión, y es el esfuerzo de cizalla necesario para romper una roca por un plano en el cual el esfuerzo normal es cero, es decir la resistencia al corte sin esfuerzo normal y es una fuerza inherente de la roca.

Puede obtenerse como el corte de la línea recta, de la envolvente resultante del criterio de falla de Mohr – Coulomb, como se observa en la Figura 15.  $\mu$  es el llamado coeficiente de rozamiento interno o coeficiente de fricción, está dado por la tangente del ángulo de fricción interna, el cual tiene valores entre  $25^\circ$  y  $55^\circ$ .

$$\mu = \tan \varphi \quad \text{Ec. 1.26}$$

**Figura 15.** Criterio de Mohr- Coulomb



Fuente: FJAR, Erling, et al. Petroleum related rock mechanics. Elsevier, 2008. (Modificado por los autores)

Una desviación de una línea recta es muy común durante los intentos de interpretar otro mecanismo de falla con este criterio, que se basa únicamente en la falla de corte; por lo tanto, este criterio sólo debe aplicarse a las situaciones de las que es válido.

Como se observa en la expresión matemática del criterio el esfuerzo de corte está relacionado con un esfuerzo efectivo, esto es porque el esfuerzo efectivo es la carga que realmente puede causar una falla en la roca. Terzaghi propuso, y después se ha comprobado experimentalmente, que el esfuerzo que es útil para fracturar las rocas es, de hecho, el esfuerzo efectivo.

Cuando un punto de la circunferencia toca la envolvente de falla, la roca se romperá en un plano que forma con la dirección del esfuerzo mayor un ángulo  $\beta$ , el ángulo  $\beta$  da la orientación del plano de falla.

La envolvente de falla es obtenida a partir de varios círculos de Mohr, cada círculo representa una prueba triaxial. Dentro de la envolvente la roca se mantendrá intacta, si el círculo de Mohr toca la envolvente se producirá una rotura de la roca.

Carmichael<sup>11</sup> realizó una compilación de los datos de fricción interna y cohesión para diversas rocas, en su estudio concluyó que las rocas sedimentarias presentan un rango amplio de cohesión desde 1MPa hasta decenas de MPa y en cuanto a los coeficientes de fricción interna que se encuentran en el orden de 0.5 a 2.0 se encontró un valor promedio de 1.2 para la mayoría de las rocas a excepción de los *shales* los cuales presentan valores bajos de  $\mu$ .

La presencia de planos de debilidad en los *shales* puede marcar diferencias significativas en la resistencia de las rocas. Cuando el esfuerzo es aplicado en un ángulo de 0° o 90° con respecto a la normal de las laminaciones de la roca, el impacto de dichos planos en la resistencia de la roca es bajo, mientras que cuando el ángulo es cercano a 60° puede ocurrir deslizamiento a lo largo de los planos de fractura disminuyendo la resistencia de la roca considerablemente tal como se observa en la Figura 16. De esta manera es posible que una roca tenga 2 valores de resistencia dependiendo de la dirección en que es aplicado el esfuerzo.

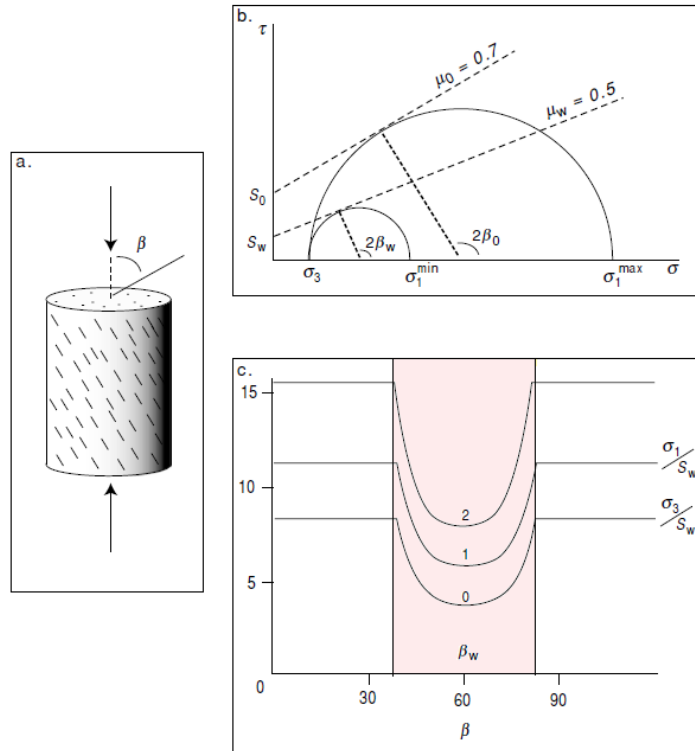
#### **1.2.6.2 Criterio de Von Mises**

El criterio Von Mises se basa en el segundo esfuerzo deviatorio invariante  $J_2$  y en el esfuerzo promedio efectivo.

---

<sup>11</sup> CARMICHAEL, Robert S. CRC handbook of physical properties of rocks. Volume III. 1984.

**Figura 16.** Resistencia a la compresión en rocas laminadas



Fuente: ZOBACK, Mark D. *Reservoir geomechanics*. Cambridge University Press, 2010. (Modificado por los autores)

Cualquier tensor de esfuerzos se puede dividir en dos matrices simétricas que son el tensor de esfuerzo promedio y el tensor de esfuerzo deviatorio. El tensor de esfuerzo promedio caracteriza el componente isotrópico de un estado de esfuerzos, está dado por:

$$\begin{pmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{pmatrix} \tag{Ec. 1.27}$$

Donde el esfuerzo promedio es:

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \tag{Ec. 1.28}$$

Mientras que el tensor de esfuerzos deviatorio es el componente anisotropico de un estado de esfuerzos, responsable de la distorsión y cambio de forma de un cuerpo y es causante de muchos mecanismos de falla.

Un esfuerzo invariante es aquel que no cambia así el tensor haya sido transformado a otro sistema de coordenadas. Siendo así, un esfuerzo deviatorio invariante un esfuerzo que causa deformación de la roca y que se mantiene constante; es un vector propio del tensor.

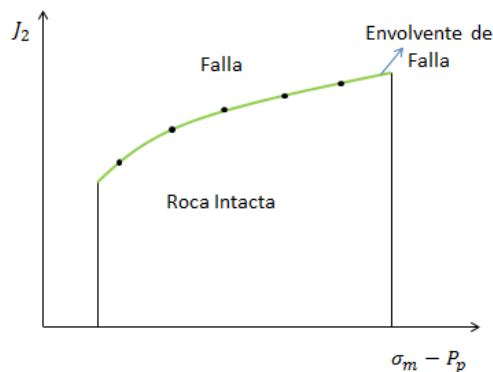
El segundo esfuerzo deviatorio en condiciones de prueba triaxiales, donde  $\sigma_2 = \sigma_3$  queda simplificado de la siguiente forma:

$$\sqrt{J_2} = \frac{1}{3}(\sigma_1 - \sigma_3) \quad \text{Ec. 1.29}$$

El esfuerzo promedio efectivo será entonces la resta del esfuerzo promedio menos la presión de poro.

$$\sigma_m - P_p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3) - P_p \quad \text{Ec. 1.30}$$

**Figura 17.** Criterio de falla Von Mises



**Fuente:** AADNOY, Bernt; LOOYEH, Reza. Petroleum rock mechanics: drilling operations and well design. Gulf Professional Publishing, 2011. (Modificado por los autores)

El modelo Von Mises consiste en graficar el segundo esfuerzo deviatorio invariante contra el promedio efectivo para las distintas pruebas que se realizan a diferentes magnitudes de presión de confinamiento y carga axial. Como resultado se obtendrá una envolvente de falla como en la Figura 17.

### 1.2.6.3 Criterio Ducker – Prager

El criterio Ducker – Prager es una extensión del modelo Von Mises, es un modelo tridimensional que tiene en cuenta los tres esfuerzos principales. La superficie de falla del criterio Ducker-Prager es cono circular recto. La función de cedencia que describe ese cono está dada por:

$$\sqrt{J_2} = k + \alpha I_1 \quad \text{Ec. 1.31}$$

Donde  $\alpha$  y  $k$  son constantes que dependen del material y de sus propiedades. La constante  $\alpha$  está relacionada con la fricción interna del material y  $k$  a la cohesión. Al definir estas constantes se presenta una similitud con el criterio Mohr-Coulomb que también tiene en cuenta la fricción y cohesión de la roca.

### 1.2.6.4 Criterio Hoek-Brown

Es un criterio que es usado para aplicaciones en yacimientos naturalmente fracturados (YNF). Hoek y Brown (1980) derivaron un criterio de falla empírico para rocas fracturadas, el cual indica que el esfuerzo máximo en una falla está dado por:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{I_f \sigma_c \sigma_3 + I_i \sigma_c^2} \quad \text{Ec. 1.32}$$

Donde  $I_f$  es el índice de fricción,  $\sigma_c$  es un parámetro de esfuerzo en la grieta y  $I_i$  es el índice que representa la roca intacta. Todos estos parámetros son obtenidos por pruebas y el resultado de una grafica  $\sigma_1/\sigma_c$  vs  $\sigma_3/\sigma_c$  es muy parecido a la envolvente Mohr Coulomb pero en este caso la envolvente es curva.

## 2. MODELO MATEMÁTICO

Para comprender el impacto de la deformación geomecánica en el flujo de fluidos en una formación *shale* y viceversa, es necesario establecer una serie de relaciones matemáticas entre las variables que intervienen en el proceso. Por un lado los cambios de presión ( $P$ ) debido a la producción causan cambios en el estado de esfuerzos ( $\sigma$ ) provocando deformación ( $\varepsilon$ ) y desplazamientos en la roca ( $u$ ). Como consecuencia existe alteración de la porosidad ( $\phi$ ) y la permeabilidad ( $k$ ) tanto de la matriz como de las fracturas, las cuales a su vez tienen impacto en el flujo de fluidos ( $q, P$ ) a través de la formación. De esta manera es preciso clasificar las variables de la siguiente manera: variables geomecánicas ( $\sigma, \varepsilon, u$ ), variables de flujo ( $q, P$ ) y variables de acople ( $\phi, k$ ).

Con base en el trabajo del profesor Gildardo Osorio y algunas publicaciones de autores como Tran, Nghiem y Buchanan<sup>12</sup>, Baghieri y Settari<sup>13</sup>, Wang<sup>14</sup>, entre otros, se establecieron ecuaciones de flujo para formaciones fracturadas deformables, ecuaciones geomecánicas que simulen la deformación del medio debido al cambio en el estado de esfuerzos y ecuaciones de acople que permiten la interacción entre los dos sets de variables. Todas las ecuaciones serán descritas a continuación.

---

<sup>12</sup> TRAN, D., et al. An overview of iterative coupling between geomechanical deformation and reservoir flow. En *SPE International Thermal Operations and Heavy Oil Symposium*. Society of Petroleum Engineers, 2005

<sup>13</sup> BAGHERI, Mohammad A., et al. Modeling of geomechanics in naturally fractured reservoirs. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 2008, vol. 11, no 01, p. 108-118

<sup>14</sup> WANG, Cong. *Pressure Transient Analysis of Fractured Wells in Shale Reservoirs*. 2013. Tesis Doctoral. Colorado School of Mines.

## 2.1 ECUACIONES DE FLUJO

Para construir un modelo de flujo es necesario contar con las siguientes ecuaciones:

1. Ecuación de Continuidad
2. Ley de Flujo
3. Ecuación de Estado
4. Conservación de Energía (En caso de que se tengan en cuenta cambios en la temperatura del yacimiento)

### 2.1.1 ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

En su trabajo, el profesor Gildardo Osorio propuso la siguiente relación:

$$v_f = \frac{\text{Vol.de fluido}}{\text{Area de flujo} * \Delta t} \rightarrow v_f = \frac{V_f}{\phi^* A_T \Delta t} \rightarrow v_f \phi^* = \frac{V_f}{A_T \Delta t} \quad \text{Ec. 2.1}$$

Donde:  $V_f$  es el volumen de fluido,  $\phi^*$  es la porosidad del yacimiento,  $A_T$  es el área perpendicular a la dirección del flujo,  $\Delta t$  es el intervalo de tiempo y  $v_f$  es la velocidad del fluido.

Adicionalmente, Tran, Settari y Nghiem<sup>15</sup> propusieron que teniendo en cuenta que en un simulador de yacimientos convencional (i) los volúmenes totales de las celdas del yacimiento son invariantes y que (ii) el volumen poroso utilizado en las simulaciones de flujo debe ser igual al utilizado en los cálculos de geomecánica, era necesario definir los siguientes conceptos:

---

<sup>15</sup> TRAN, David, et al. New iterative coupling between a reservoir simulator and a geomechanics module. En *SPE/ISRM Rock Mechanics Conference*. Society of Petroleum Engineers, 2002.

Porosidad del yacimiento:  $\phi^* = \frac{V_p}{V_b^0}$  Ec. 2.2

Porosidad real:  $\phi = \frac{V_p}{V_b}$  Ec. 2.3

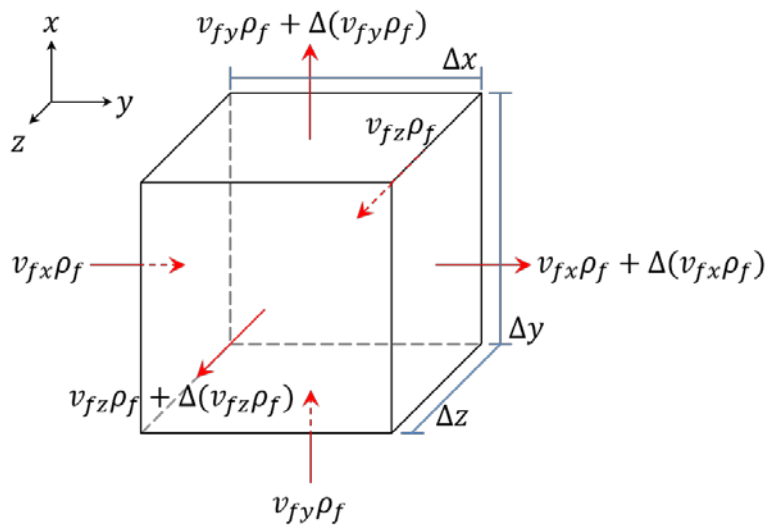
Donde:  $V_p$  es el volumen poroso actual,  $V_b^0$  es el volumen total inicial y  $V_b$  es el volumen total actual.

A partir de la suposición (ii) la relación entre la porosidad del yacimiento y la porosidad real se puede establecer de las ecuaciones 2.2 y 2.3 así:

$$\phi^* = \phi(1 - \varepsilon_v) \quad \text{Ec. 2.4}$$

Donde  $\varepsilon_v$  es la deformación volumétrica.

**Figura 18.** Balance de materia en un elemento del yacimiento



Fuente: Osorio, G. "Acoplamiento de las ecuaciones de flujo con las ecuaciones de deformación geomecánica". (Modificado por los autores)

Haciendo un balance de masa:

$$\left[ \begin{array}{c} \text{masa que} \\ \text{entra} \end{array} \right]_{\Delta t} - \left[ \begin{array}{c} \text{masa que} \\ \text{sale} \end{array} \right]_{\Delta t} + \left[ \begin{array}{c} \text{masa de fuentes} \\ \text{o sumideros} \end{array} \right]_{\Delta t} = \left[ \begin{array}{c} (+)\text{acumulaci3n} \\ (-)\text{agotamiento} \end{array} \right]_{\Delta t}$$

Ec. 2.5

$$\left[ \begin{array}{c} \text{masa que} \\ \text{entra} \end{array} \right]_{\Delta t} = \Delta y \Delta z \Delta t \phi^* v_{fx} \rho_f + \Delta x \Delta z \Delta t \phi^* v_{fy} \rho_f + \Delta x \Delta y \Delta t \phi^* v_{fz} \rho_f$$

Ec. 2.6

$$\left[ \begin{array}{c} \text{masa que} \\ \text{sale} \end{array} \right]_{\Delta t} = \Delta y \Delta z \Delta t \left( \phi^* v_{fx} \rho_f + \Delta(\phi^* v_{fx} \rho_f) \right) + \Delta x \Delta z \Delta t \left( \phi^* v_{fy} \rho_f + \Delta(\phi^* v_{fy} \rho_f) \right) + \Delta x \Delta y \Delta t \left( \phi^* v_{fz} \rho_f + \Delta(\phi^* v_{fz} \rho_f) \right)$$

Ec. 2.7

$$\left[ \begin{array}{c} \text{masa de fuentes} \\ \text{o sumideros} \end{array} \right]_{\Delta t} = \widetilde{q}_f V_T \Delta t$$

Ec. 2.8

$$\left[ \begin{array}{c} (+)\text{acumulaci3n} \\ (-)\text{agotamiento} \end{array} \right]_{\Delta t} = [V_T \phi^* \rho_f]_{t+\Delta t} - [V_T \phi^* \rho_f]_t$$

Ec. 2.9

Reemplazando las ecuaciones 2.6, 2.7, 2.8 y 2.9 en la ecuaci3n 2.5, dividiendo por  $\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$  y tomando los lmites cuando los  $\Delta$ 's tiendan a 0:

$$-\frac{\partial(\phi^* v_{fx} \rho_f)}{\partial x} - \frac{\partial(\phi^* v_{fy} \rho_f)}{\partial y} - \frac{\partial(\phi^* v_{fz} \rho_f)}{\partial z} \pm \widetilde{q}_f = \frac{\partial(\phi^* \rho_f)}{\partial t}$$

Ec. 2.10

$$-\vec{\nabla} \cdot (\phi^* \vec{v}_f \rho_f) = \frac{\partial(\phi^* \rho_f)}{\partial t} \pm \widetilde{q}_f$$

Ec. 2.11

Siendo:

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}$$

Ec. 2.12

$$\vec{v}_f = v_f \hat{i} + v_f \hat{j} + v_f \hat{k}$$

Ec. 2.13

Observaciones:

- a) La ecuaci3n 2.11 expresa que el gradiente del flujo m3sico es igual al negativo de la variaci3n de la masa con respecto al tiempo.
- b) El signo de  $\widetilde{q}_f$  en la ecuaci3n 2.11 sigue la misma convenci3n que en simulaci3n convencional:  $\widetilde{q}_f > 0$  para pozos productores y  $\widetilde{q}_f < 0$  para pozos inyectoros.

Adaptando la modificación que presentó Wang<sup>16</sup> de la ecuación de continuidad a la ecuación 2.11, es posible representar los efectos de la desorción de gas y la presencia de flujo multifásico, de manera que:

$$-\vec{\nabla} \cdot (\phi^* \vec{v}_f \rho_f) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi^* S_f \rho_f + m_g) \pm \widetilde{q}_f \quad \text{Ec. 2.14}$$

Donde  $m_g$  es el término de adsorción o desorción de masa de gas por unidad de volumen de formación y  $S_f$  representa la saturación del fluido  $f$ .

$$m_g = \rho_b \rho_g V_E \quad \text{Ec. 2.15}$$

Siendo:  $\rho_b$  la densidad total de la formación,  $\rho_g$  la densidad del gas a condiciones estándar y  $V_E$ :

$$V_E = V_L \frac{P}{P + P_L} \quad \text{Ec. 2.16}$$

Dónde:  $V_E$  es el contenido de gas en scf/ton (volumen estándar adsorbido por unidad de masa de roca),  $P$  es la presión del yacimiento,  $P_L$  es la presión de Langmuir y  $V_L$  es el volumen de gas adsorbido a  $P_L$ .

Como es observado en la ecuación 2.14, el término de adsorción es agregado directamente en el término de acumulación. La expresión matemática indica que con cambios de presión, el gas adsorbido en las rocas alcanza un balance inmediato con el gas libre en los poros y fracturas.

---

<sup>16</sup> WANG, Cong. *Pressure Transient Analysis of Fractured Wells in Shale Reservoirs*. 2013. Tesis Doctoral. Colorado School of Mines.

### 2.1.2 LEY DE FLUJO

Witherspoon et al.<sup>17</sup> verificaron que el flujo de líquido a través de una red de fracturas puede ser representado a través de la ley de Darcy, por lo que:

$$\vec{u}_f = \frac{\vec{q}}{A_T} = -\frac{k}{\mu} \vec{\nabla}P \quad \text{Ec. 2.17}$$

De la ecuación 2.1, si la velocidad del fluido es:

$$\vec{v}_f \phi^* = \frac{\vec{V}_f}{A_T \Delta t} = \frac{\vec{q}}{A_T} \quad \text{Ec. 2.18}$$

Igualando las ecuaciones 2.14 y 2.15

$$\vec{v}_f \phi^* = \vec{u}_f = -\frac{k}{\mu} \vec{\nabla}P \quad \text{Ec. 2.19}$$

Como se mencionó en la sección anterior, algunos autores, entre ellos Javadpour<sup>18</sup> consideraron necesario modificar la ley de Darcy para incluir fenómenos de flujo, como efecto Klinkenberg y difusión Knudsen, que apliquen para flujo de gas en formaciones de baja permeabilidad. La variación consiste en sustituir el término  $k$  de la ecuación 2.19 por una permeabilidad aparente  $k_{app}$ , de manera que:

$$k_{app} = C_g D \mu + F k \quad \text{Ec. 2.20}$$

Dónde:  $C_g$  es la compresibilidad del gas,  $D$  es la constante de difusión de Knudsen,  $\mu$  es la viscosidad el gas,  $F$  es el factor de deslizamiento del gas y  $k$  es la permeabilidad Darcy.

---

<sup>17</sup> WITHERSPOON, P. A. Validity of cubic law for fluid flow in a deformable rock fracture. *Lawrence Berkeley National Laboratory*, 2010.

<sup>18</sup> JAVADPOUR, Farzam, et al. Nanopores and apparent permeability of gas flow in mudrocks (*shales and siltstone*). *Journal of Canadian Petroleum Technology*, 2009, vol. 48, no 08, p. 16-21.

### 2.1.3 ECUACIÓN DE ESTADO

La ecuación de estado utilizada para definir fluidos ligeramente compresibles es:

$$C_f = \frac{1}{\rho_f} \left( \frac{\partial \rho_f}{\partial P} \right)_T \quad \text{Ec. 2.21}$$

Dónde:  $C_f$  representa la compresibilidad del fluido a temperatura constante.

Para definir gases, comúnmente se utiliza la ley de gases ideales aunque es posible que sean utilizadas otras ecuaciones de estado como Peng-Robinson, Soave-Redlich-Kwong, entre otras.

$$\rho_g = \frac{PM}{zRT} \quad \text{Ec. 2.22}$$

### 2.1.4 DESARROLLO DEL MODELO DE FLUJO

Reemplazando la ecuación 2.19 en la 2.11:

$$-\vec{\nabla} \cdot \left( -\rho_f \frac{k}{\mu} \vec{\nabla} P \right) = \frac{\partial(\phi^* \rho_f)}{\partial t} \pm \tilde{q}_f \quad \text{Ec. 2.23}$$

$$-\vec{\nabla} \cdot \left( -\rho_f \frac{k}{\mu} \vec{\nabla} P \right) = \left[ \phi^* \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \rho_f \frac{\partial \phi^*}{\partial t} \right] \pm \tilde{q}_f \quad \text{Ec. 2.24}$$

$$-\vec{\nabla} \cdot \left( -\rho_f \frac{k}{\mu} \vec{\nabla} P \right) = \phi^* \rho_f \left[ \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \frac{1}{\phi^*} \frac{\partial \phi^*}{\partial t} \right] \pm \tilde{q}_f \quad \text{Ec. 2.25}$$

De la ecuación 2.21:

$$C_f = \frac{1}{\rho_f} \left( \frac{\partial \rho_f}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{\rho_f} \left( \frac{\partial \rho_f}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial P} \right) \quad \text{Ec. 2.26}$$

$$C_f \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial t} \quad \text{Ec. 2.27}$$

Reemplazando la ecuación 2.27 en la 2.25:

$$-\vec{\nabla} \cdot \left( -\rho_f \frac{k}{\mu} \vec{\nabla} P \right) = \phi^* \rho_f \left[ C_f \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{\phi^*} \frac{\partial \phi^*}{\partial t} \right] \pm \widetilde{q}_f \quad \text{Ec. 2.28}$$

Al tomar de la ecuación 2.28 la expresión:

$$\frac{1}{\phi^*} \frac{\partial \phi^*}{\partial t} = \frac{1}{(V_p/V_b^0)} \frac{\partial (V_p/V_b^0)}{\partial t} \quad \text{Ec. 2.29}$$

$$\frac{1}{\phi^*} \frac{\partial \phi^*}{\partial t} = \frac{1}{V_b^0 (V_p/V_b^0)} \frac{\partial V_p}{\partial t} \quad \text{Ec. 2.30}$$

$$\frac{1}{\phi^*} \frac{\partial \phi^*}{\partial t} = \frac{1}{V_p} \frac{\partial V_p}{\partial t} \quad \text{Ec. 2.31}$$

Reemplazando la ecuación 2.31 en la 2.28:

$$-\vec{\nabla} \cdot \left( -\rho_f \frac{k}{\mu} \vec{\nabla} P \right) = \phi^* \rho_f \left[ C_f \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{V_p} \frac{\partial V_p}{\partial t} \right] \pm \widetilde{q}_f \quad \text{Ec. 2.32}$$

Teniendo en cuenta que:

$$V_p = f(P, \sigma_m) \quad \text{Ec. 2.33}$$

$$\frac{1}{V_p} \frac{\partial V_p}{\partial t} = \frac{1}{V_p} \left[ \left( \frac{\partial V_p}{\partial P} \right)_{\sigma_m} \frac{\partial P}{\partial t} + \left( \frac{\partial V_p}{\partial \sigma_m} \right)_P \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} \right] \quad \text{Ec. 2.34}$$

$$\frac{1}{V_p} \frac{\partial V_p}{\partial t} = \frac{1}{V_p} \left( \frac{\partial V_p}{\partial P} \right)_{\sigma_m} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{V_p} \left( \frac{\partial V_p}{\partial \sigma_m} \right)_P \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} \quad \text{Ec. 2.35}$$

Con base en las compresibilidades definidas por el profesor Gildardo Osorio y Tran et al.<sup>19</sup>, donde:

$$C_r = - \left[ \frac{1}{V_p} \left( \frac{\partial V_p}{\partial P} \right)_{\sigma_m} + \frac{1}{V_p} \left( \frac{\partial V_p}{\partial \sigma_m} \right)_P \right] \quad \text{Ec. 2.36}$$

$$C_{pc} = - \frac{1}{V_p} \left( \frac{\partial V_p}{\partial \sigma_m} \right)_P \quad \text{Ec. 2.37}$$

Siendo,  $C_r$  la compresibilidad de la roca y  $C_{pc}$  la compresibilidad del medio poroso debido a esfuerzos. Reemplazando las ecuaciones 2.36 y 2.37 en la ecuación 2.35:

---

<sup>19</sup> TRAN, David, et al. New iterative coupling between a reservoir simulator and a geomechanics module. En *SPE/ISRM Rock Mechanics Conference*. Society of Petroleum Engineers, 2002.

$$\frac{1}{v_p} \frac{\partial v_p}{\partial t} = (C_{pc} - C_r) \frac{\partial P}{\partial t} - C_{pc} \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} \quad \text{Ec. 2.38}$$

Reemplazando la ecuación 2.38 en la 2.32, se obtiene la ecuación que representa el flujo en el yacimiento:

$$\vec{\nabla} \cdot \left( \rho_f \frac{k}{\mu} \vec{\nabla} P \right) = \phi^* \rho_f \left[ (C_{pc} + C_f - C_r) \frac{\partial P}{\partial t} - C_{pc} \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} \right] \pm \widetilde{q}_f \quad \text{Ec. 2.39}$$

Observaciones:

- a) La ecuación 2.39 representa de modelo de flujo para un líquido compresible en un medio poroso deformable.
- b) Existe flujo laminar o flujo Darcy.
- c) La temperatura del sistema permanece constante.
- d) El efecto de la gravedad se considera despreciable.

## 2.1.5 REPRESENTACIÓN CONCEPTUAL DE FRACTURAS

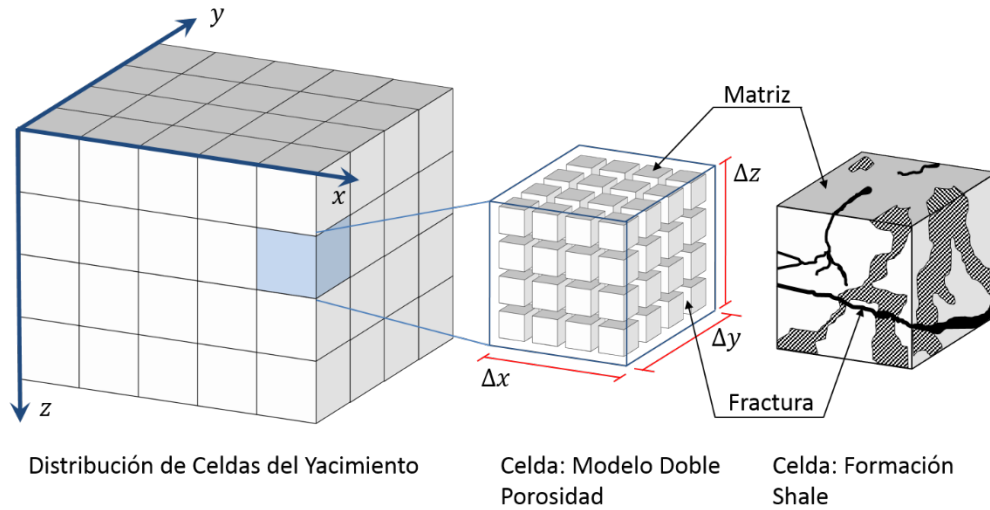
### 2.1.5.1 Doble Porosidad

La representación de un yacimiento naturalmente fracturado usando un modelo de doble porosidad es mostrada en la Figura 19. El modelo, propuesto por Warren y Root<sup>20</sup>, consta de bloques de matriz de baja permeabilidad embebidos en una red interconectada de fracturas. En un modelo ideal de doble porosidad, los bloques de matriz son tratados como elementos espacialmente distribuidos que representan el almacenamiento en el espacio poroso intergranular y que actúan como fuentes y sumideros de la red interconectada de fracturas que conforman los principales canales de flujo.

---

<sup>20</sup> WARREN, J. E., et al. The behavior of naturally fractured reservoirs. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 1963, vol. 3, no 03, p. 245-255.

**Figura 19.** Representación de un modelo Doble Porosidad



Fuente: WARREN, J. E., et al. The behavior of naturally fractured reservoirs. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 1963, vol. 3, no 03, p. 245-255. (Modificado por los autores)

Las ecuaciones simplificadas para la simulación de un modelo de doble porosidad son<sup>21</sup>:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_f}{B_f} \right)_j = \Delta \frac{k k_{rf}}{\mu_f B_f} (\Delta \Phi)_j - T_{f ma-j} + q_{f j} \quad \text{Ec. 2.40}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_f}{B_f} \right)_{ma} = T_{f ma-j} \quad \text{Ec. 2.41}$$

Donde los subscritos  $j$  y  $ma$  se refieren a la fractura y la matriz respectivamente y el término  $T_{f ma-j}$  expresa la transferencia de masa matriz-fractura y tiene la forma:

$$T_{f ma-j} = \omega V_{bk} (1 - \phi_j) \lambda_f (\Phi_j - \Phi_{ma})_f \quad \text{Ec. 2.42}$$

Donde  $\omega$  es un factor de forma,  $V_{bk}$  es el volumen de los bloques,  $\phi_j$  es la porosidad de fractura,  $\lambda_f$  es la movilidad de la fase  $f$  y  $\Phi$  es el potencial de flujo.

<sup>21</sup> FUNG, LS-K., et al. Numerical simulation of naturally fractured reservoirs. En *Middle East Oil Show*. Society of Petroleum Engineers, 1993

El factor de forma es una medida de la conductividad entre el bloque de matriz y las fracturas de los alrededores. En consecuencia, el factor de forma ( $\omega$ ), es una función de la geometría del bloque. Autores como Warren y Root, y Gilman y Kazemi han desarrollado las expresiones para calcular el factor de forma que se muestran a continuación:

Warren & Root:

$$\omega = \frac{20}{3} \times k \times \left( \left( \frac{1}{L_x} + \frac{1}{L_y} + \frac{1}{L_z} \right)^2 \right) \quad \text{Ec. 2.43}$$

Gilman & Kazemi:

$$\omega = 4 \times k \times \left( \frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} + \frac{1}{L_z^2} \right) \quad \text{Ec. 2.44}$$

Donde  $L_x$ ,  $L_y$  y  $L_z$  son los espaciamientos de fractura en dirección  $x$ ,  $y$  y  $z$ , respectivamente. Como se observa en las ecuaciones 2.43 y 2.44 el factor  $\omega$ , puede ser muy grande si las celdas son muy pequeñas. Un valor alto de sigma significa que el fluido fluye muy rápido de la matriz a las fracturas. Se recomienda el factor de Gilman & Kazemi debido a la forma directa en que este incorpora diversas anisotropías.

El modelo de doble porosidad puede extenderse al modelo de doble permeabilidad, donde hay flujo entre matriz-matriz, matriz-fractura, fractura-fractura como se aprecia en la Figura 20.

Las ecuaciones simplificadas para la simulación de un modelo de doble permeabilidad son<sup>22</sup>:

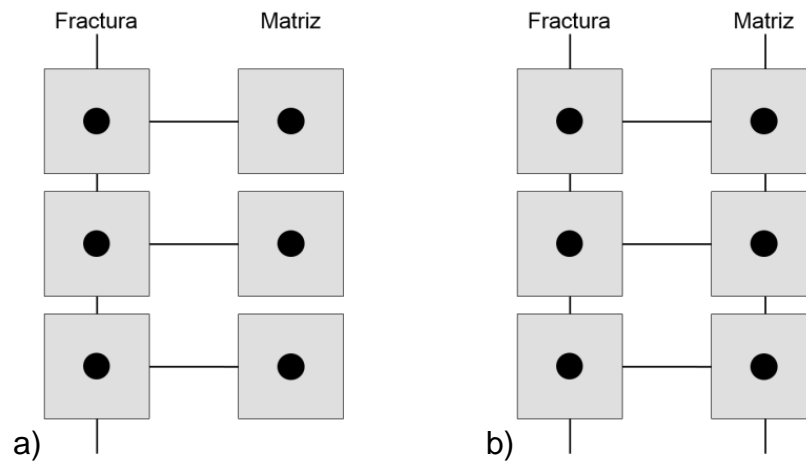
---

<sup>22</sup> FUNG, LS-K., et al. Numerical simulation of naturally fractured reservoirs. En *Middle East Oil Show*. Society of Petroleum Engineers, 1993

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_f}{B_f} \right)_j = \Delta \frac{k k_{rf}}{\mu_f B_f} (\Delta \Phi)_j - T_{f ma-j} + q_{f j} \quad \text{Ec. 2.45}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_f}{B_f} \right)_{ma} = \Delta \frac{k k_{rf}}{\mu_f B_f} (\Delta \Phi)_{ma} + T_{f ma-j} \quad \text{Ec. 2.46}$$

**Figura 20.** Conectividad matriz-fractura para a) Doble Porosidad Estándar b) Doble Permeabilidad



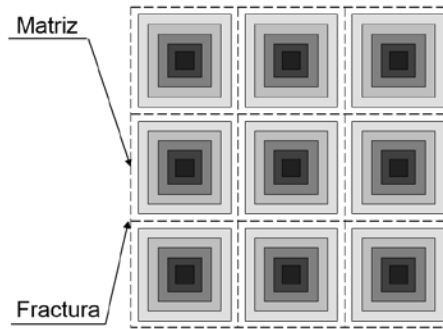
Fuente: FUNG, LS-K., et al. Numerical simulation of naturally fractured reservoirs. En *Middle East Oil Show*. Society of Petroleum Engineers, 1993

### 2.1.5.2 MINC

Pruess y Narasimhan<sup>23</sup> introdujeron el concepto de Múltiple Interacción Continua (MINC) para representar el flujo de calor y flujo multifásico en un medio poroso-fracturado multidimensional. El concepto MINC es capaz de describir gradientes de presión, temperatura o concentración tanto cerca de la superficie de la matriz como dentro de ella, mediante una subdivisión de los bloques de matriz individuales, como se observa en la Figura 21.

<sup>23</sup> PRUESS, Karsten, et al. A practical method for modeling fluid and heat flow in fractured porous media. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 1985, vol. 25, no 01, p. 14-26.

**Figura 21.** Representación de un modelo de Interacción Múltiple Continuo (MINC)



Fuente: WANG, Cong. *Pressure Transient Analysis of Fractured Wells in Shale Reservoirs*. 2013. Tesis Doctoral. Colorado School of Mines.

En general el modelo MINC provee una mejor aproximación numérica para las interacciones matriz-fractura que el modelo de doble porosidad cuando el flujo en la matriz es regido por un flujo transitorio, como es el caso de las formaciones *Shale*. Sin embargo, MINC es un modelo que exige un mayor tiempo de cómputo ya que necesita dividir la celda que contiene la matriz en por lo menos 10 subceldas de forma anidada entre sí.

### 2.1.5.3 DFN

El modelo explícito de Red de Fracturas Discretas (DFN) es, en principio, un modelo más riguroso que los explicados anteriormente (Figura 22). A diferencia de los modelos anteriores, DFN puede ser aplicado a un medio fracturado desconectado. Además, es adecuado para representar un pequeño número de fracturas a gran escala, que puede dominar el flujo<sup>24</sup>.

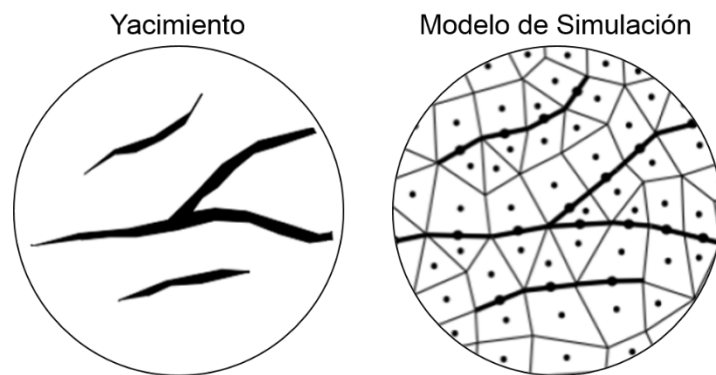
La aplicación de este método para estudios de simulación de yacimientos convencionales ha sido limitada, debido a: la intensidad computacional involucrada,

---

<sup>24</sup> KARIMI-FARD, M., et al. An efficient discrete fracture model applicable for general purpose reservoir simulators. En *SPE Reservoir Simulation Symposium*. Society of Petroleum Engineers, 2003.

la falta de conocimiento detallado acerca de las propiedades geométricas de las fracturas y la matriz, al igual que sus distribuciones espaciales en el subsuelo. Sin embargo, este enfoque es muy adecuado para el manejo de las fracturas hidráulicas, porque hay pocas fracturas hidráulicas y mejores estimaciones de sus distribuciones espaciales en comparación con las fracturas naturales<sup>25</sup>.

**Figura 22.** Representación de un modelo DFN



Fuente: WANG, Cong. *Pressure Transient Analysis of Fractured Wells in Shale Reservoirs*. 2013. Tesis Doctoral. Colorado School of Mines.

## 2.2 ECUACIONES GEOMECÁNICAS

Para integrar y realizar el acople es necesario determinar las ecuaciones que permitan relacionar la interacción entre la roca y fluidos, es decir, las expresiones matemáticas que tienen en cuenta la deformación del esqueleto sólido que sufre la roca y los fluidos en movimiento en el medio poroso y fracturas.

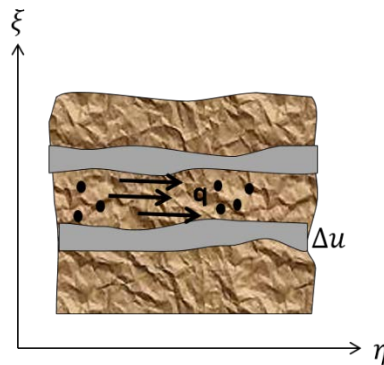
Como modelo conceptual, tal como se mencionó anteriormente, la roca sufre deformación por efecto directo de la producción de fluidos, esto hace que

---

<sup>25</sup> WANG, Cong. *Pressure Transient Analysis of Fractured Wells in Shale Reservoirs*. 2013. Tesis Doctoral. Colorado School of Mines.

propiedades de la roca como porosidad y permeabilidad sean dependientes del tiempo. El medio poroso es afectado por el desplazamiento de la matriz sólida de la roca y esta a su vez repercute en el movimiento relativo de los fluidos al sólido (Figura 23).

**Figura 23.** Modelo Conceptual, Acople Deformación Roca-Flujo de fluidos



**Fuente:** “Geomecánica de yacimientos”. Gildardo Osorio. (Modificado por los autores)

Las ecuaciones que gobiernan el acople deben tener en cuenta la naturaleza del *shale* como roca, los medios de transporte que ocurren en ella y los cambios en propiedades de la roca por efecto de la producción. Por lo que para construir el modelo geomecánico son necesarias las siguientes ecuaciones:

1. Ecuaciones de Equilibrio
2. Ecuaciones Deformación–Desplazamiento
3. Ecuaciones Deformación–Esfuerzo–Presión

### 2.2.1 ECUACIONES DE EQUILIBRIO

Realizando un balance de fuerzas para un elemento de volumen, en un dominio tridimensional, que se encuentra en equilibrio, tenemos las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + F_x = 0 \quad \text{Ec. 2.47}$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + F_y = 0 \quad \text{Ec. 2.48}$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + F_z = 0 \quad \text{Ec. 2.49}$$

Las fuerzas  $F_x$ ,  $F_y$  y  $F_z$  representan las fuerzas de cuerpo que actúan en el elemento, es decir las fuerzas de gravedad. Como el estado de esfuerzos cambia con el tiempo es preciso expresar las ecuaciones de manera incremental. Para un tiempo  $t$  las ecuaciones 2.47, 2.48 y 2.49 se expresan como:

$$\frac{\partial(\sigma_x)_t}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xy})_t}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{xz})_t}{\partial z} + F_x = 0 \quad \text{Ec. 2.50}$$

$$\frac{\partial(\tau_{xy})_t}{\partial x} + \frac{\partial(\sigma_y)_t}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{yz})_t}{\partial z} + F_y = 0 \quad \text{Ec. 2.51}$$

$$\frac{\partial(\tau_{xz})_t}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{yz})_t}{\partial y} + \frac{\partial(\sigma_z)_t}{\partial z} + F_z = 0 \quad \text{Ec. 2.52}$$

Luego, para un tiempo  $t + dt$  las ecuaciones sencillamente se expresan como:

$$\frac{\partial(\sigma_x)_{t+dt}}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xy})_{t+dt}}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{xz})_{t+dt}}{\partial z} + F_x = 0 \quad \text{Ec. 2.53}$$

$$\frac{\partial(\tau_{xy})_{t+dt}}{\partial x} + \frac{\partial(\sigma_y)_{t+dt}}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{yz})_{t+dt}}{\partial z} + F_y = 0 \quad \text{Ec. 2.54}$$

$$\frac{\partial(\tau_{xz})_{t+dt}}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{yz})_{t+dt}}{\partial y} + \frac{\partial(\sigma_z)_{t+dt}}{\partial z} + F_z = 0 \quad \text{Ec. 2.55}$$

Restando los sets de ecuaciones anteriores, se obtienen las ecuaciones en forma incremental:

$$\frac{\partial \Delta \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \Delta \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \Delta \tau_{xz}}{\partial z} + \Delta F_x = 0 \quad \text{Ec. 2.56}$$

$$\frac{\partial \Delta \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \Delta \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \Delta \tau_{yz}}{\partial z} + \Delta F_y = 0 \quad \text{Ec. 2.57}$$

$$\frac{\partial \Delta \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \Delta \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \Delta \sigma_z}{\partial z} + \Delta F_z = 0 \quad \text{Ec. 2.58}$$

## 2.2.2 ECUACIÓN DEFORMACIÓN-DESPLAZAMIENTO

La deformación es consecuencia directa del esfuerzo aplicado y la deformación trae como resultado el desplazamiento de un punto de la masa sólida. Las ecuaciones, en forma incremental, que relacionan lo anterior son:

$$\Delta\varepsilon_{xx} = \frac{\partial\Delta u_x}{\partial x} \quad \text{Ec. 2.59}$$

$$\Delta\varepsilon_{yy} = \frac{\partial\Delta u_y}{\partial y} \quad \text{Ec. 2.60}$$

$$\Delta\varepsilon_{zz} = \frac{\partial\Delta u_z}{\partial z} \quad \text{Ec. 2.61}$$

$$\Delta\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial\Delta u_x}{\partial y} + \frac{\partial\Delta u_y}{\partial x} \right) \quad \text{Ec. 2.62}$$

$$\Delta\varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial\Delta u_y}{\partial z} + \frac{\partial\Delta u_z}{\partial y} \right) \quad \text{Ec. 2.63}$$

$$\Delta\varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial\Delta u_x}{\partial z} + \frac{\partial\Delta u_z}{\partial x} \right) \quad \text{Ec. 2.64}$$

## 2.2.3 ECUACIONES ESFUERZO-DEFORMACIÓN-PRESIÓN

El esfuerzo efectivo es el responsable de la deformación, debido a esto las ecuaciones son expresadas en función del esfuerzo efectivo y de forma incremental:

$$\Delta\sigma'_x = 2G\Delta\varepsilon_{xx} + \lambda\Delta\varepsilon_v \quad \text{Ec. 2.65}$$

$$\Delta\sigma'_y = 2G\Delta\varepsilon_{yy} + \lambda\Delta\varepsilon_v \quad \text{Ec. 2.66}$$

$$\Delta\sigma'_z = 2G\Delta\varepsilon_{zz} + \lambda\Delta\varepsilon_v \quad \text{Ec. 2.67}$$

$$\Delta\tau'_{xy} = 2G\Delta\varepsilon_{xy} \quad \text{Ec. 2.68}$$

$$\Delta\tau'_{yz} = 2G\Delta\varepsilon_{yz} \quad \text{Ec. 2.69}$$

$$\Delta\tau'_{xz} = 2G\Delta\varepsilon_{xz} \quad \text{Ec. 2.70}$$

En las ecuaciones anteriores el esfuerzo efectivo  $\sigma'$  esta dado por:

$$\Delta\sigma'_n = \Delta\sigma_n - \alpha\Delta P \quad \text{Ec. 2.71}$$

Para un caso no-lineal, las propiedades mecánicas  $G$ ,  $\lambda$  y  $\alpha$  varían con el esfuerzo efectivo. Debido a que  $G$ ,  $\lambda$  y  $\alpha$  se han sacado del operador incremental  $\Delta$  en las ecuaciones anteriores (caso lineal), su valor será un valor promedio entre sus respectivos valores al tiempo  $t$  y al tiempo  $t + dt$ .

## 2.2.4 DESARROLLO DEL MODELO GEOMECÁNICO

Relacionando las ecuaciones de balance, deformación-desplazamiento y presión se obtiene el set final de ecuaciones que representa el modelo geomecánico para un material poro-elástico.

$$\nabla \cdot [G\nabla(\Delta u_x)] + \nabla \cdot \left[ G \frac{\partial(\Delta u)}{\partial x} \right] + \frac{\partial[\lambda\nabla \cdot (\Delta u)]}{\partial x} + \frac{\partial(\alpha\Delta p)}{\partial x} = 0 \quad \text{Ec. 2.72}$$

$$\nabla \cdot [G\nabla(\Delta u_y)] + \nabla \cdot \left[ G \frac{\partial(\Delta u)}{\partial y} \right] + \frac{\partial[\lambda\nabla \cdot (\Delta u)]}{\partial y} + \frac{\partial(\alpha\Delta p)}{\partial y} = 0 \quad \text{Ec. 2.73}$$

$$\nabla \cdot [G\nabla(\Delta u_z)] + \nabla \cdot \left[ G \frac{\partial(\Delta u)}{\partial z} \right] + \frac{\partial[\lambda\nabla \cdot (\Delta u)]}{\partial z} + \frac{\partial(\alpha\Delta p)}{\partial z} = 0 \quad \text{Ec. 2.74}$$

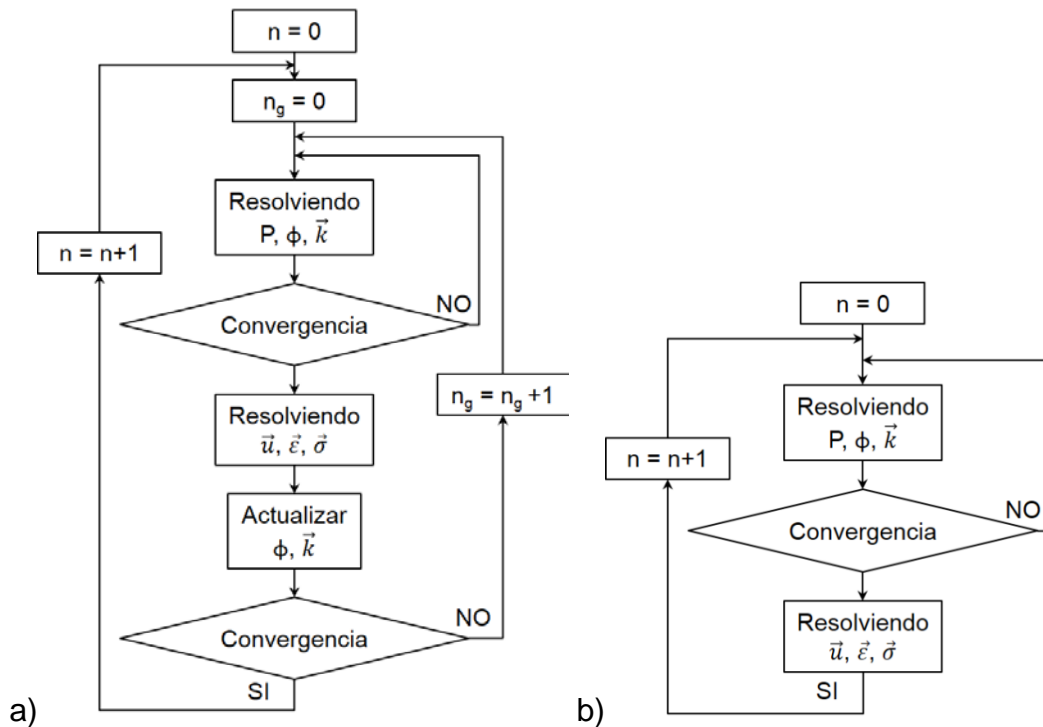
## 2.3 ECUACIONES DE ACOUPLE

Para lograr la integración entre los sets de variables es necesario la selección de una estrategia de acople, dentro de las cuales se encuentran:

- Acople Total: las variables geomecánicas y de flujo son resueltas de manera simultánea a través de un sistema de ecuaciones.
- Acople Iterativo: las variables geomecánicas y de flujo son resueltas por separado y de manera secuencial, mediante un proceso iterativo en el que el módulo geomecánico alimenta al módulo de flujo y viceversa hasta alcanzar la convergencia. (Figura 24a)

- Acople Explícito: La información es transferida del simulador de flujo al simulador geomecánico, pero no existe transferencia en la dirección opuesta. (Figura 24b)
- Pseudo-Acople: No existe módulo geomecánico, en su lugar las relaciones empíricas buscan representar el fenómeno.

**Figura 24.** Diagrama de flujo a) Acople Iterativo b) Acople Explícito

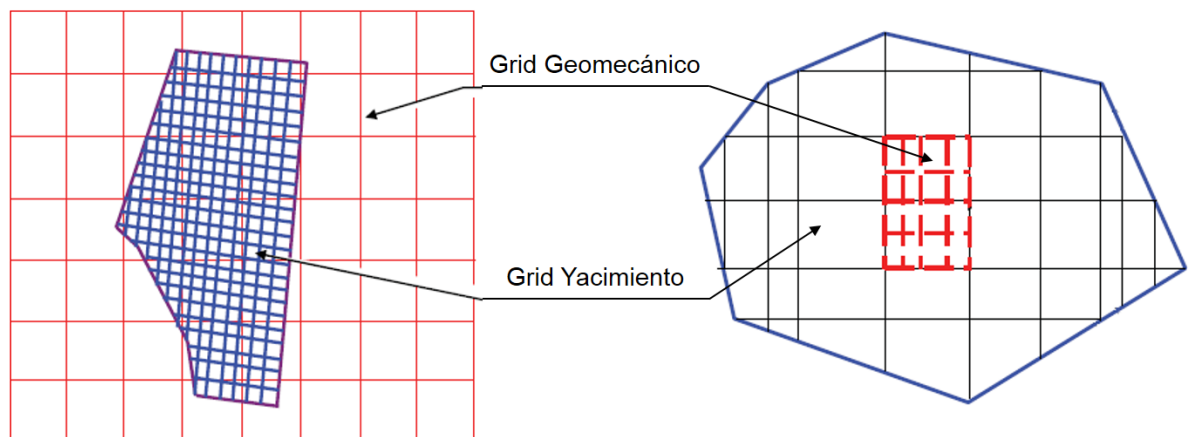


**Fuente:** Tran, D. Nghiem, L. Buchanan, L. “An Overview of Iterative Coupling between Geomechanical Deformation and Reservoir Flow”. 2005. SPE 97879-MS.

Por otro lado, es posible que deba usarse una geometría distinta para cada modelo. Dependiendo de los alcances de la investigación es posible que el modelo geomecánico requiera representar las capas subyacentes o suprayacentes y esto no sea representativo en el modelo de flujo, o que por el contrario se desee modelar los efectos geomecánicos sólo en una parte del yacimiento. En la Figura 25 se observan ambos casos, donde que las mallas difieren tanto en tamaño, como en

discretización y orientación. Es por ello que en ocasiones es necesario establecer relaciones entre ambos; pues a pesar de que la malla geomecánica y de yacimiento no sean coincidentes, ambos son utilizados para referirse al mismo dominio espacial.

**Figura 25.** Acople espacial entre la malla del yacimiento y la malla geomecánica.



**Fuente:** Tran, D. Nghiem, L. Buchanan, L. "Improved Gridding Technique for Coupling Geomechanics to Reservoir Flow". 2010. SPE 115514-PA.

Tran, Nghiem y Buchanan<sup>26</sup>, establecen además, que en la malla de yacimiento las variables de flujo son computadas para el centro de cada celda usando el método de diferencias finitas; mientras que la malla geomecánica utiliza el método de elementos finitos, donde los desplazamientos son calculados en las esquinas y los esfuerzos en los puntos gaussianos.

El tipo de acople más utilizado es el método iterativo pues provee versatilidad y permite que el módulo geomecánico y de yacimientos trabajen de manera independiente. En este tipo de acople la interacción entre los dos módulos es de la

---

<sup>26</sup> TRAN, David, et al. Improved gridding technique for coupling geomechanics to reservoir flow. *SPE Journal*, 2010, vol. 15, no 01, p. 64-75

siguiente manera: en las ecuaciones de flujo, el efecto de la deformación geomecánica se ve reflejado a través de la porosidad del yacimiento ( $\phi^*$ ) y el tensor de permeabilidad ( $k$ ); mientras que en las ecuaciones geomecánicas, el efecto del flujo se representa a través de la presión de poro ( $P$ ). Así, es necesario desarrollar ecuaciones para  $\phi^*$  y  $k$ , para matriz y fractura, que involucren las variables geomecánicas.

### 2.3.1 ECUACIÓN DE POROSIDAD

Tran et al.<sup>27</sup> proponen una ecuación de porosidad como principal variable de acople. De la ecuación 2.4:

$$\phi^* = \phi(1 - \varepsilon_v), \text{ si } \varepsilon_v = f(P, \sigma_m), \text{ entonces } \phi^* = f(P, \sigma_m) \quad \text{Ec. 2.75}$$

Expandiendo la función como una serie de Taylor entre el paso de tiempo  $n$  y  $n + 1$ :

$$\phi_{n+1}^* = \phi_n^* + \left(\frac{\partial \phi^*}{\partial P}\right)_{\sigma_m} \Delta P + \left(\frac{\partial \phi^*}{\partial \sigma_m}\right)_P \Delta \sigma_m \quad \text{Ec. 2.76}$$

Expandiendo cada derivada parcial de la ecuación 2.76:

$$\left(\frac{\partial \phi^*}{\partial P}\right)_{\sigma_m} = \frac{1}{V_b^0} \left(\frac{\partial V_p}{\partial P}\right)_{\sigma_m} \quad \text{Ec. 2.77}$$

$$\left(\frac{\partial \phi^*}{\partial \sigma_m}\right)_P = \frac{1}{V_b^0} \left(\frac{\partial V_p}{\partial \sigma_m}\right)_P \quad \text{Ec. 2.78}$$

Además, la derivada total del volumen poroso ( $V_p$ ) como función de la presión ( $P$ ) y el esfuerzo medio ( $\sigma_m$ ) está dada por:

$$dV_p = \left(\frac{\partial V_p}{\partial P}\right)_{\sigma_m} dP + \left(\frac{\partial V_p}{\partial \sigma_m}\right)_P d\sigma_m \quad \text{Ec. 2.79}$$

---

<sup>27</sup> TRAN, David, et al. New iterative coupling between a reservoir simulator and a geomechanics module. En *SPE/ISRM Rock Mechanics Conference*. Society of Petroleum Engineers, 2002

$$\frac{dV_p}{dP} = \left(\frac{\partial V_p}{\partial P}\right)_{\sigma_m} + \frac{d\sigma_m}{dP} \left(\frac{\partial V_p}{\partial \sigma_m}\right)_P \quad \text{Ec. 2.80}$$

$$\left(\frac{\partial V_p}{\partial P}\right)_{\sigma_m} = \frac{dV_p}{dP} - \frac{d\sigma_m}{dP} \left(\frac{\partial V_p}{\partial \sigma_m}\right)_P \quad \text{Ec. 2.81}$$

Reemplazando las ecuaciones 2.77 y 2.78 en la ecuación 2.76 y utilizando la relación 2.81:

$$\phi_{n+1}^* = \phi_n^* + \frac{1}{V_b^0} \left[ \frac{dV_p}{dP} - \frac{d\sigma_m}{dP} \left(\frac{\partial V_p}{\partial \sigma_m}\right)_P \right] \Delta P + \left[ \frac{1}{V_b^0} \left(\frac{\partial V_p}{\partial \sigma_m}\right)_P \right] \Delta \sigma_m \quad \text{Ec. 2.82}$$

$$\phi_{n+1}^* = \phi_n^* + \frac{1}{V_b^0} \frac{dV_p}{dP} \Delta P + \frac{1}{V_b^0} \left(\frac{\partial V_p}{\partial \sigma_m}\right)_P \left[ \Delta \sigma_m - \frac{d\sigma_m}{dP} \Delta P \right] \quad \text{Ec. 2.83}$$

Si la derivada total del volumen total actual ( $V_b$ ) como función de la presión ( $P$ ) y el esfuerzo medio ( $\sigma_m$ ) está dada por:

$$dV_b = \left(\frac{\partial V_b}{\partial P}\right)_{\sigma_m} dP + \left(\frac{\partial V_b}{\partial \sigma_m}\right)_P d\sigma_m \quad \text{Ec. 2.84}$$

$$\frac{dV_b}{V_b} = \frac{1}{V_b} \left(\frac{\partial V_b}{\partial P}\right)_{\sigma_m} dP + \frac{1}{V_b} \left(\frac{\partial V_b}{\partial \sigma_m}\right)_P d\sigma_m \quad \text{Ec. 2.85}$$

$$\frac{dV_b}{V_b} = \frac{1}{V_b} \left(\frac{\partial V_b}{\partial P}\right)_{\sigma_m} dP + \frac{1}{V_b} \left(\frac{\partial V_b}{\partial \sigma_m}\right)_P dP - \frac{1}{V_b} \left(\frac{\partial V_b}{\partial \sigma_m}\right)_P dP + \frac{1}{V_b} \left(\frac{\partial V_b}{\partial \sigma_m}\right)_P d\sigma_m \quad \text{Ec. 2.86}$$

$$\frac{dV_b}{V_b} = \left[ \frac{1}{V_b} \left(\frac{\partial V_b}{\partial P}\right)_{\sigma_m} + \frac{1}{V_b} \left(\frac{\partial V_b}{\partial \sigma_m}\right)_P \right] dP + \left[ \frac{1}{V_b} \left(\frac{\partial V_b}{\partial \sigma_m}\right)_P \right] (d\sigma_m - dP) \quad \text{Ec. 2.87}$$

Si por definición:

$$C_r = - \left[ \frac{1}{V_b} \left(\frac{\partial V_b}{\partial P}\right)_{\sigma_m} + \frac{1}{V_b} \left(\frac{\partial V_b}{\partial \sigma_m}\right)_P \right] \quad \text{Ec. 2.88}$$

$$C_b = \frac{1}{K} = - \frac{1}{V_b} \left(\frac{\partial V_b}{\partial \sigma_m}\right)_P \quad \text{Ec. 2.89}$$

Donde  $C_r$  es la compresibilidad isotérmica de los granos sólidos,  $C_b$  es la compresibilidad total y  $K$  es el módulo volumétrico del material.

Reemplazando las ecuaciones 2.88 y 2.89 en la ecuación 2.87:

$$\frac{dV_b}{V_b} = -C_r dP - C_b(d\sigma_m - dP) \quad \text{Ec. 2.90}$$

$$\frac{dV_b}{V_b} = (C_b - C_r)dP - C_b d\sigma_m \quad \text{Ec. 2.91}$$

Comparando las ecuaciones 2.85 y 2.91:

$$\frac{1}{V_b} \left( \frac{\partial V_b}{\partial P} \right)_{\sigma_m} = (C_b - C_r) \quad \text{Ec. 2.92}$$

$$\frac{1}{V_b} \left( \frac{\partial V_b}{\partial \sigma_m} \right)_P = -C_b \quad \text{Ec. 2.93}$$

Del principio recíproco de Betti:

$$\left( \frac{\partial V_b}{\partial P} \right)_{\sigma_m} = - \left( \frac{\partial V_p}{\partial \sigma_m} \right)_P \quad \text{Ec. 2.94}$$

Entonces:

$$\frac{1}{V_b} \left( \frac{\partial V_p}{\partial \sigma_m} \right)_P = -(C_b - C_r) \quad \text{Ec. 2.95}$$

$$\frac{1}{V_b} \left( \frac{\partial V_p}{\partial \sigma_m} \right)_P = -C_b \left( 1 - \frac{C_r}{C_b} \right) \quad \text{Ec. 2.96}$$

$$\frac{1}{V_b} \left( \frac{\partial V_p}{\partial \sigma_m} \right)_P = -C_b \alpha \quad \text{Ec. 2.97}$$

Siendo  $\alpha$  el coeficiente de Biot.

Retomando la ecuación 2.83 y reemplazando la ecuación 2.97

$$\phi_{n+1}^* = \phi_n^* + \frac{1}{V_b^0} \frac{dV_p}{dP} \Delta P + \frac{1}{V_b^0} \left( \frac{\partial V_p}{\partial \sigma_m} \right)_P \left[ \Delta \sigma_m - \frac{d\sigma_m}{dP} \Delta P \right] \quad \text{Ec. 2.98}$$

$$\phi_{n+1}^* = \phi_n^* + \left[ \frac{1}{V_b^0} \frac{dV_p}{dP} - \frac{1}{V_b^0} \left( \frac{\partial V_p}{\partial \sigma_m} \right)_P \frac{d\sigma_m}{dP} \right] \Delta P + \left[ \frac{1}{V_b^0} \left( \frac{\partial V_p}{\partial \sigma_m} \right)_P \right] \Delta \sigma_m \quad \text{Ec. 2.99}$$

$$\phi_{n+1}^* = \phi_n^* + \frac{1}{V_b^0} \left[ \frac{dV_p}{dP} + V_b C_b \alpha \frac{d\sigma_m}{dP} \right] \Delta P - \frac{1}{V_b^0} [V_b C_b \alpha] \Delta \sigma_m \quad \text{Ec. 2.100}$$

$$\phi_{n+1}^* = \phi_n^* + C_0 \Delta P - C_1 \Delta \sigma_m \quad \text{Ec. 2.101}$$

Donde:

$$C_0 = \frac{1}{V_b^0} \left[ \frac{dV_p}{dP} + V_b C_b \alpha \frac{d\sigma_m}{dP} \right] \quad \text{Ec. 2.102}$$

$$C_1 = -\frac{V_b}{V_b^0} C_b \alpha \quad \text{Ec. 2.103}$$

En la ecuación 2.101 los coeficientes de  $\Delta P$  y  $\Delta\sigma_m$  son tenidos en cuenta como compresibilidades parciales donde la porosidad cambia a partir de incrementos en la presión y el esfuerzo medio total.

### 2.3.1.1 Forma equivalente de la ecuación de porosidad

Si se asume que  $\Delta\sigma_m$  puede ser escrito de la forma:

$$\Delta\sigma_m = a_1 \Delta P \quad \text{Ec. 2.104}$$

De manera que el coeficiente  $a_1$  depende de la relación constitutiva y las condiciones de frontera impuestas en el yacimiento por el módulo de geomecánica. El vector de deformación normal para un material poro-elástico puede ser expresado en su forma incremental como:

$$\Delta \vec{\varepsilon}_n = \mathbf{D}_n : \Delta \vec{\sigma}_n - \frac{\alpha}{3K} \vec{m}_n \Delta P \quad \text{Ec. 2.105}$$

Donde:

$$\vec{\varepsilon}_n = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 2.106}$$

$$\vec{\sigma}_n = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 2.107}$$

$$\vec{m}_n = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 2.108}$$

Para un modelo de elasticidad lineal,  $\mathbf{D}_n$  es dado por:

$$D_n = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 2.109}$$

Y usando la definición de la constante Biot de la ecuación 1.24:

- a) Caso 1: cuando un yacimiento está limitado lateralmente y el movimiento vertical es permitido, aplican las siguientes condiciones:

$$\varepsilon_{11} = 0; \varepsilon_{22} = 0; \sigma_{33} = 0$$

Usando las condiciones anteriores, la forma equivalente del incremental del esfuerzo total se expresa como:

$$\Delta\sigma_m = \frac{2}{9} \frac{E}{(1-\nu)} (C_b - C_r) \Delta P \quad \text{Ec. 2.110}$$

- b) Caso 2: cuando un yacimiento está limitado en las tres dimensiones, aplican las siguientes condiciones:

$$\varepsilon_{11} = 0; \varepsilon_{22} = 0; \varepsilon_{33} = 0$$

Usando las condiciones anteriores, la forma equivalente del incremental del esfuerzo total se expresa como:

$$\Delta\sigma_m = \frac{2}{9} \frac{E}{(1-2\nu)} (C_b - C_r) \Delta P \quad \text{Ec. 2.111}$$

- c) Caso 3: cuando un yacimiento no está limitado en ninguna dirección, aplican las siguientes condiciones:

$$\sigma_{11} = 0; \sigma_{22} = 0; \sigma_{33} = 0$$

Usando las condiciones anteriores, la forma equivalente del incremental del esfuerzo total se expresa como:

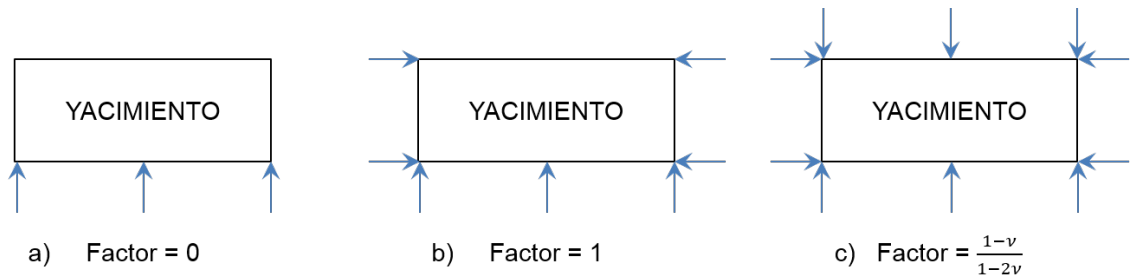
$$\Delta\sigma_m = 0 \quad \text{Ec. 2.112}$$

Así, el coeficiente  $a_1$  de la ecuación 2.104, escrito de manera general, sería:

$$a_1 = \text{factor} \left\{ \frac{2}{9} \frac{E}{(1-\nu)} (C_b - C_r) \right\} \quad \text{Ec. 2.113}$$

Donde:

**Figura 26.** Condiciones de frontera para módulo geomecánico



Fuente: GEM User's Guide – Versión 2013, Computer Modelling Group Ltd.

Finalmente la ecuación de porosidad es expresada de la siguiente manera:

$$\phi_{n+1}^* = \phi_n^* + (C_0 - a_1 C_1) \Delta P \quad \text{Ec. 2.114}$$

### 2.3.2 ECUACIÓN DE PERMEABILIDAD

La permeabilidad de la matriz puede ser calculada desde dos enfoques diferentes: con una relación directa entre la permeabilidad y la geomecánica o una relación indirecta mediante el uso de correlaciones.

- (i) Relación Directa: Permeabilidad como función de la deformación volumétrica o el esfuerzo efectivo medio. Una forma simple de la fórmula de permeabilidad sugerida por Li y Chalatunyk (2006) es:

$$\ln\left(\frac{k}{k_0}\right) = C_{n1} \varepsilon_V \quad \text{Ec. 2.115}$$

Donde  $k$  y  $k_0$  son permeabilidad actual y a condiciones iniciales ( $\varepsilon_V = 0$ ) respectivamente y  $C_{n1}$  es un parámetro determinado por ajustes de medidas de laboratorio.

- (ii) Relación indirecta: Permeabilidad como función de la porosidad (la cual a su vez es función de variables geomecánicas según se estableció en el segmento anterior). En el manual del software GEM, de la compañía CMG, se encuentran una serie de relaciones entre estas dos variables, dentro de las cuales tenemos:

$$k = k_0 \times \exp \left[ k_{mul} \left( \frac{\phi^* - \phi_0}{1 - \phi_0} \right) \right] \quad \text{Ec. 2.116}$$

Donde  $k_{mul}$  es un multiplicador y  $\phi_0$  es la porosidad inicial.

### 2.3.3 DEFORMACIÓN MECÁNICA DE UNA FRACTURA SIMPLE

Las formaciones *shale* poseen en su estructura fracturas naturales que son pequeñas discontinuidades en la roca producto de la deformación y diagénesis que ha soportado la roca. Estas fracturas son el principal medio de flujo para producir estos yacimientos, mientras que la matriz actúa como la fuente y la almacenadora de los fluidos.

Teniendo en cuenta que estos yacimientos no convencionales no son capaces de producir sin la presencia de estas fracturas, es de gran importancia evaluar la deformación que estas sufren durante la producción y sus repercusiones en las propiedades que caracterizan este medio; permeabilidad y porosidad.

La dependencia de la permeabilidad a los esfuerzos es un factor clave ya que los cambios de permeabilidad son principalmente el resultado del cierre de las pequeñas fracturas con el aumento del esfuerzo efectivo. Este efecto del esfuerzo en la apertura y por ende en la permeabilidad de las fracturas ha sido investigado

por diferentes autores a nivel de laboratorio como Iway<sup>28</sup>, Goodman<sup>29</sup>, Bandis et al.<sup>30</sup> y Barton et al.<sup>31</sup>, siendo Barton-Bandis el modelo experimental más acertado y usado para evaluar el cambio de permeabilidad.

La deformación de las discontinuidades de una roca puede ser estudiada realizando pruebas sobre muestras de rocas con presencia de estas fracturas o con muestras artificiales.

Bandis et al. realizaron varias pruebas de laboratorio para continuar los estudios de deformación de otros investigadores como Goodman. En estas pruebas varias muestras fueron sometidas a ciclos de carga a través de una máquina de compresión en la cual se aseguraba que los planos de la fracturas fueran paralelos a la aplicación del esfuerzo.

Goodman, introdujo el termino de rigidez de fractura normal ( $K_n$ ) y rigidez al corte ( $K_s$ ) para caracterizar los desplazamientos que sufren las superficies de las fracturas y los cuales relacionan el esfuerzo normal aplicado ( $\sigma_n$ ) a los desplazamientos normales ( $V_j$ ) y los esfuerzos de corte ( $\tau$ ) a los desplazamientos de cizalla ( $d_h$ ). Tanto de la rigidez normal como la de corte son datos fundamentales para modelos o aproximaciones numéricas.

---

<sup>28</sup> IWAI, Katsuhiko. *Fundamental studies of fluid flow through a single fracture*. 1976. Tesis Doctoral. University of California, Berkeley.

<sup>29</sup> GOODMAN, R. E. The mechanical properties of joints. *Proc 3rd Int Congr International Society of Rock Mechanics*, 1974, p. 1-7.

<sup>30</sup> BANDIS, S. C.; LUMSDEN, A. C.; BARTON, N. R. Fundamentals of rock joint deformation. En *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. Pergamon, 1983. p. 249-268.

<sup>31</sup> BARTON, N.; BANDIS, S.; BAKHTAR, K. Strength, deformation and conductivity coupling of rock joints. En *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. Pergamon, 1985. p. 121-140.

En su estudio, Goodman estableció que el máximo cierre o desplazamiento ( $V_m$ ) de una fractura debería ser menor que su apertura inicial ( $w_j$ ), la cual es el espacio máximo que hay entre los planos de fractura.

El modelo desarrollado por Barton y Bandis resalta que la deformación de un sistema de fracturas depende de las características que tengan los planos o superficies de la fractura, tales como la rigidez, rugosidad, área de contacto, resistencia de las asperezas, fricción, entre otras, las cuales pueden ser medidas en laboratorio.

### **2.3.3.1 Características de la fractura**

#### **Resistencia compresiva de la fractura (JCS)**

El JCS es una propiedad importante de medición. Las láminas de roca cercanas a las superficies de la fractura son las que controlan la resistencia y la deformación de la toda la roca. El JCS es por lo general mucho menor que la resistencia de la roca intacta y puede ser medida por una prueba de martillo Schmidt.

#### **Angulo de fricción básico ( $\phi_b$ ) y residual ( $\phi_r$ )**

El ángulo de fricción básico corresponde a una muestra fresca y el residual para una muestra de roca que ha sufrido exposición. Este es definido como el arco tangente del esfuerzo de cizalla ( $\tau_{peak}$ ) sobre el esfuerzo normal. El esfuerzo de cizalla máximo corresponde al esfuerzo de corte necesario para generar un deslizamiento entre los planos bajo cierto esfuerzo normal. Ambos ángulos pueden ser medidos mediante una prueba de inclinación (*tilt test*).

#### **Coefficiente de rugosidad (JRC)**

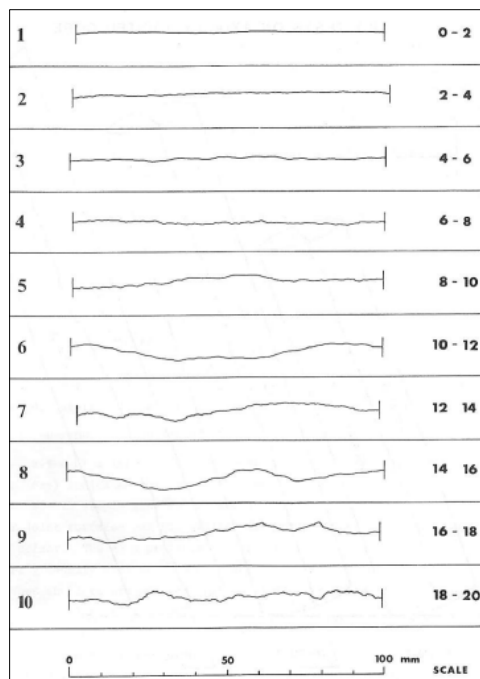
Se entiende por rugosidad de las superficies de la fractura como las asperezas, protuberancias u ondulaciones que esta posee. El perfil de rugosidad de una superficie determina ampliamente el área de contacto entre los planos de una fractura.

Barton y Choubey<sup>32</sup> formularon una expresión que permite calcular el pico de resistencia a la cizalla dependiendo del índice JRC.

$$\tau_{peak} = \sigma'_n \tan \left[ JRC \log \left( \frac{JCS}{\sigma'_n} \right) + \phi_r \right] \quad \text{Ec. 2.117}$$

Generalmente en la literatura los modelos de deformación aplicados a yacimientos solo tienen en cuenta el desplazamiento causado por un esfuerzo normal a la superficie de las fracturas, es decir la disminución de la apertura de la discontinuidad.

**Figura 27.** Perfiles de rugosidad para índices JCR



Fuente: QINGFENG TAO . “Numerical modeling of fracture permeability change in naturally fractured reservoirs using a fully coupled displacement discontinuity method”

<sup>32</sup> BARTON, N.; CHOUBEY, V1. The shear strength of rock joints in theory and practice. *Rock mechanics*, 1977, vol. 10, no 1-2, p. 1-54.

### 2.3.3.2 Deformación Normal de las fracturas

Durante las pruebas realizadas las deformaciones totales de la roca eran medidas para cada incremento o decremento de esfuerzo aplicado. Luego obtuvieron la deformación de fractura restando la deformación de la matriz la cual era obtenida en muestras intactas por separado.

Al observar los resultados obtenidos se observa que la relación entre el esfuerzo normal y la deformación total siempre mostraban un comportamiento claramente no lineal.

Inicialmente la deformación está dominada por los desplazamientos de las superficies de fracturas, cierre de fracturas. Posteriormente la curva obtiene una pendiente mucho mayor que se asemeja a una asíntota, en esta etapa se considera que las fracturas han alcanzado su máxima deformación o cierre, por lo tanto cualquier incremento de los esfuerzos será soportado por los bloques de roca intacta de la muestra.

Durante la disminución de cargas las pruebas mostraron un marcado comportamiento de histéresis y al regresar al estado inicial de esfuerzo se observa una deformación permanente, indicando que las características de deformación de las fracturas también son dependientes de esfuerzos pasados.

Las curvas  $\sigma_n - \Delta V_j$  presentan un tendencia de hipérbola y Bandis et al.<sup>33</sup> formularon una función hiperbólica para representar la relación entre el cierre de fracturas y el esfuerzo aplicado. Esta función hiperbólica buscaba adoptar una función de este tipo usada para ajustar curvas de esfuerzo-deformación para suelos y rocas bajo compresión triaxial. La función planteada es:

---

<sup>33</sup> BANDIS, S. C.; LUMSDEN, A. C.; BARTON, N. R. Fundamentals of rock joint deformation. En *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. Pergamon, 1983. p. 249-268

$$\sigma_n = \frac{\Delta V_j}{a - b\Delta V_j} \quad \text{Ec. 2.118}$$

La ecuación anterior de forma lineal se puede escribir como:

$$\frac{\Delta V_j}{\sigma_n} = a - b\Delta V_j \quad \text{Ec. 2.119}$$

Donde  $a$  y  $b$  son constantes que pueden ser obtenidas de la ecuación 2.119 ajustando la misma con datos obtenidos de pruebas de laboratorio. Las constantes  $a$  y  $b$  tienen un significado físico, si se expresa la ecuación 2.119 como:

$$\sigma_n = \frac{1}{\frac{a}{\Delta V_j} - b} \quad \text{Ec. 2.120}$$

Para valores altos del esfuerzo aplicado, es decir cuando  $\sigma_n \rightarrow \infty$ , se obtiene que  $\Delta V_j = a/b$  cuyo valor corresponde al comportamiento asintótico de la curva y por lo tanto la relación  $a/b$  será el cierre máximo de la fractura  $V_m$ .

$$\Delta V_j = \frac{a}{b} = V_m \quad \text{Ec. 2.121}$$

En cambio para pequeños incrementos en el esfuerzo aplicado ( $\sigma_n \rightarrow 0$ ),  $\Delta V_j$  tiende a cero y por lo tanto la rigidez normal será  $1/a$ , valor que corresponde la rigidez normal inicial de la fractura ( $k_{ni}$ ).

Los valores de  $k_{ni}$  y  $V_m$  son necesarios para describir el comportamiento parabólico de la deformación en fracturas, ambos son dependientes del estado de esfuerzo inicial al que está sometido el sistema. El valor de la rigidez a cualquier esfuerzo aplicado puede ser obtenido de la derivada de la ecuación 2.120.

$$K_n = \frac{\partial \sigma_n}{\partial \Delta V_j} = \frac{1}{a\left(1 - \frac{b}{a}\Delta V_j\right)^2} = \frac{K_{ni}}{\left(1 - \frac{\Delta V_j}{V_m}\right)^2} = K_{ni} \left[1 - \frac{\sigma_n}{V_m K_{ni} + \sigma_n}\right]^{-2} \quad \text{Ec. 2.122}$$

### 2.3.3.3 Deformación por cizalla

La deformación por cizalla de una fractura puede ser representada usando la siguiente ecuación:

$$\tau = \frac{d_h}{m+nd_h} \quad \text{Ec. 2.123}$$

Donde,  $d_h$  Es el desplazamiento lateral entre los planos debido al esfuerzo de cizalla,  $m$  y  $n$  son constantes de la hipérbola,  $m$  representa el recíproco de la rigidez de corte inicial  $K_{si}$  y  $n$  es el recíproco de la asíntota horizontal.

$$K_s = \frac{K_{st}}{(1+b\gamma)^2} = \frac{\tau_{peak}}{D_{s-peak}} \quad \text{Ec. 2.124}$$

Durante el desplazamiento por cizalla entre las superficies de una falla se puede dar un fenómeno de dilatación, en el cual las asperezas de cada superficie se deslizan una sobre otra causando un aumento en la apertura de la fractura.

El ángulo de dilatación puede definirse como:

$$\phi_d = \tan^{-1} \left( \frac{D_n}{D_s} \right) \quad \text{Ec. 2.125}$$

Se puede definir entonces una relación constitutiva para la deformación de fractura y la tracción.

$$\Delta\delta_I = D_{IJ}\Delta\Gamma_J \quad \text{Ec. 2.126}$$

Donde  $\delta_I$  es el vector desplazamiento,  $D_{IJ}$  representa la matriz de rigidez de la fractura y  $\Gamma$  el vector de tracción el cual contiene la dirección y magnitud de los esfuerzos actuando en las superficies de la fractura. La ecuación 2.126 se puede expandir y obtener la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_N \\ \Delta\delta_S \\ \Delta\delta_T \end{bmatrix} = \frac{1}{w_f} \begin{bmatrix} \frac{1}{K_n} & D & D \\ D & \frac{1}{K_n} & D \\ D & D & \frac{1}{K_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\Gamma_N \\ \Delta\Gamma_S \\ \Delta\Gamma_T \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 2.127}$$

Los índices representan el sistema de coordenadas, N normal, S rumbo, T buzamiento o inclinación. Para el caso de fracturas con fluidos aplica el concepto similar de esfuerzos efectivos donde  $\Gamma' = \Gamma - p$ .

### 2.3.4 ECUACIÓN DE PERMEABILIDAD DE FRACTURA

Considerando la apertura de las fracturas como la máxima distancia perpendicular entre los planos de una fractura, la deformación traerá como consecuencia cambio en la apertura y por ende en la permeabilidad de la fractura.

Snow<sup>34</sup> e Iwai<sup>35</sup> encontraron una relación matemática para la apertura y la permeabilidad asumiendo dos planos suaves, es decir, sin rugosidad o lisos. Dicha relación es conocida como la ley cubica.

$$q = -\frac{v^3}{12\mu} \frac{dp}{dx} \quad \text{Ec. 2.128}$$

Al comparar la ecuación 2.128 con la ley de Darcy, se infiere que la permeabilidad de fractura será:

$$k_f = \frac{v^2}{12} \quad \text{Ec. 2.129}$$

La formulación anterior no es muy acertada puesto que no representa la rugosidad de las superficies de una fractura, además que en la realidad las fracturas naturales

---

<sup>34</sup> SNOW, D. T. Fundamentals and in situ determination of permeability. *Proc. ISRM Sympos., Stuttgart, Germany, Genl. Rpt. Theme*, 1972, vol. 1, no 6.

<sup>35</sup> IWAI, Katsuhiko. *Fundamental studies of fluid flow through a single fracture*. 1976. Tesis Doctoral. University of California, Berkeley.

pueden no estar totalmente abiertas al flujo. Autores como Witherspoon et al.<sup>36</sup> y Barton et al.<sup>37</sup> intentaron obtener una mejor correlación basados en data experimental. Witherspoon plantea una relación que sigue siendo cubica pero incluye un factor de corrección para que esta sea válida para fracturas parcialmente cerradas, sin embargo para Barton et al. esa corrección representaba un fractura hidráulica. Barton et al. introduce una nueva formulación basado en datos experimentales que relaciona la apertura de fractura hidráulica a una apertura mecánica.

Basados en el modelo de Barton Bandis, la deformación de las fracturas es usada para determinar la apertura de la misma.

$$V = V_0 - \frac{1}{K_{ni}} \int_0^{\sigma'_n} \left(1 - \frac{\sigma'_n}{\Delta V K_n + \sigma'_n}\right)^2 d\sigma'_n \quad \text{Ec. 2.130}$$

La deformación del ancho de la fractura es calculada como un incremento del paso anterior.

$$V^{n+1} = V^n - \left(\frac{1}{K_n} + D_n\right) \Delta\sigma'_n \quad \text{Ec. 2.131}$$

Basados en el modelo de deformación de fracturas desarrollado para obtener cierre o apertura de las mismas, se tiene la ecuación 2.132 para el cálculo de las permeabilidad al cierre de las fracturas, la cual tiene en cuenta el esfuerzo normal que actúa sobre el plano de fractura. Este modelo se encuentra disponible en simuladores comerciales y es el más usado para tratamiento geomecánico de fracturas.

---

<sup>36</sup> WITHERSPOON, P. A. Validity of cubic law for fluid flow in a deformable rock fracture. *Lawrence Berkeley National Laboratory*, 2010.

<sup>37</sup> BARTON, N.; BANDIS, S.; BAKHTAR, K. Strength, deformation and conductivity coupling of rock joints. En *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. Pergamon, 1985. p. 121-140

$$k_f = k_{ccf} \left( \frac{e}{e_0} \right)^4 \geq k_{rcf} \quad \text{Ec. 2.132}$$

Siendo que:

$$e = e_0 - V_j \quad \text{Ec. 2.133}$$

$$V_j = \frac{\sigma'_n}{K_{ni} + \frac{\sigma'_n}{V_m}} \quad \text{Ec. 2.134}$$

$$V_m = e_0 \left[ 1 - \left( \frac{k_{rcf}}{k_{ccf}} \right)^{\frac{1}{4}} \right] \quad \text{Ec. 2.135}$$

Dónde:

$e_0$ , corresponde a la apertura inicial de la fractura. Este dato debe ser obtenido con pruebas de laboratorio idealmente (petrología).

$K_{ni}$ , corresponde a la rigidez normal de la fractura inicial. Por lo general este valor es muy cercano al módulo de Young.

$k_{ccf}$ , permeabilidad a condiciones de cierre iniciales

$k_{rcf}$ , es la permeabilidad residual de la fractura. Después de cierto punto, un incremento de los esfuerzos no tendrá un efecto significativo en la permeabilidad. La fractura no se cierra totalmente, tendrá una permeabilidad remanente gracias a la misma rugosidad y aspereza de su superficie.

### **3. DISEÑO DE LA METODOLOGÍA**

En la Figura 28 se observa la metodología diseñada para la incorporación de efectos geomecánicos en el modelado de formaciones *shale*. A continuación se describirá en mayor detalle cada uno de los pasos a seguir.

#### **3.1 MODELO BASE SIN GEOMECÁNICA**

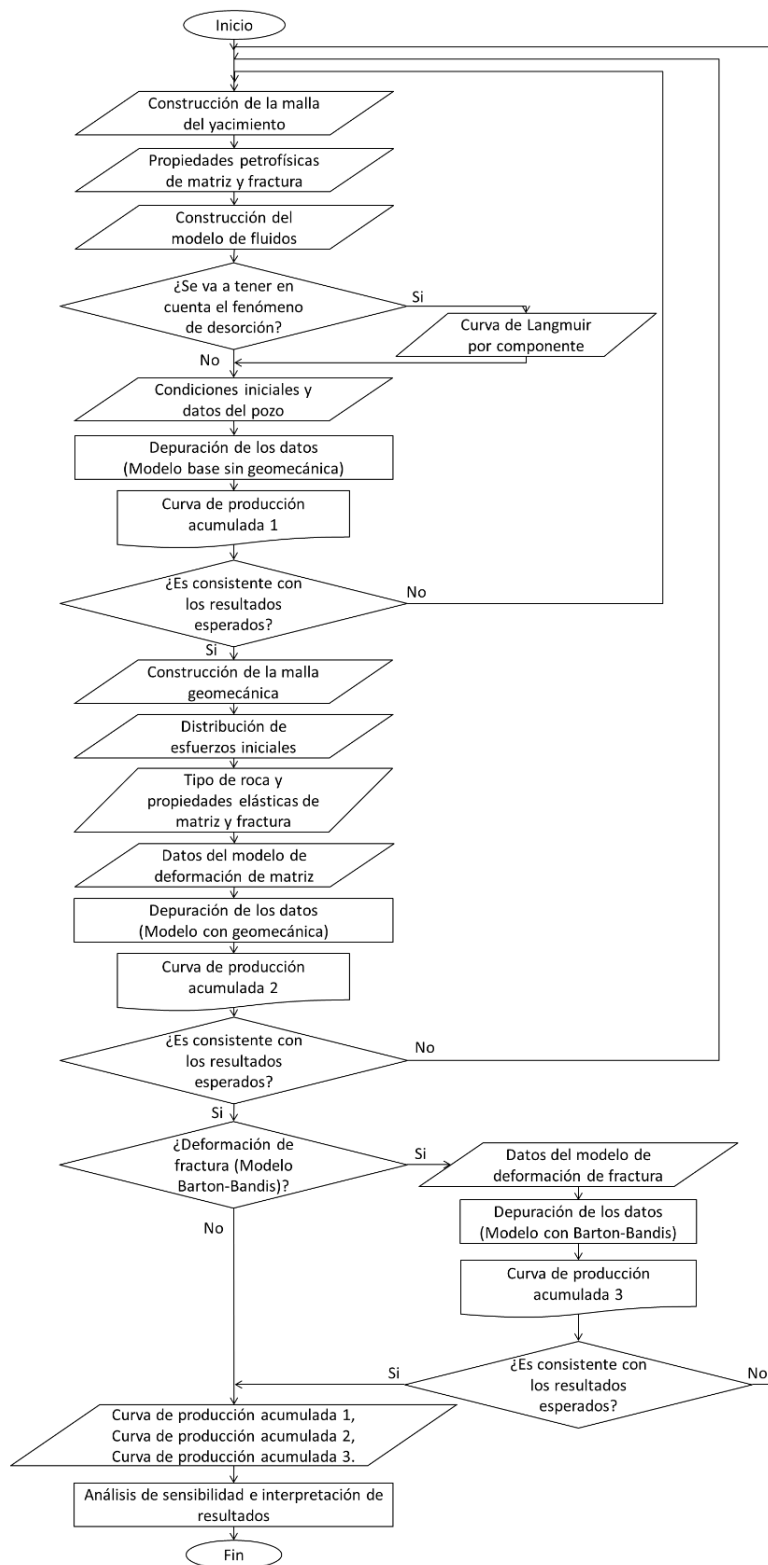
##### **3.1.1 PASO 1: Construcción de la malla del yacimiento**

Para la construcción de la malla del yacimiento primero se debe tener en cuenta el tipo de modelo a desarrollar; es decir, dependiendo de la profundidad del estudio, los fenómenos a estudiar y representatividad de los resultados esperados; se debe definir si la malla representará un modelo de un pozo (*single well*), una región del yacimiento (*sector*) o a escala completa del yacimiento (*full field*).

Con base en lo anterior, se especifica el número, el tamaño y el espesor de los bloques de la malla, teniendo en cuenta el área que se desea simular y los tiempos de cómputo asociados al número de celdas. Adicionalmente, se deben asignar el número de capas del enmallado y la profundidad de las mismas.

Sobre el tiempo de cómputo de cada simulación, es importante resaltar que éste se ve afectado significativamente por la correcta selección del número de bloques, teniendo en cuenta la complejidad de las ecuaciones que representan los fenómenos a modelar

Figura 28. Metodología



La selección del sistema de enmallado dependerá del tipo de análisis geomecánico a realizar. Por ejemplo, si se desea estudiar los efectos geomecánicos en las cercanías del pozo, es recomendado usar un sistema radial; si por el contrario, se desea mirar los efectos en el área total de drenaje del pozo, el sistema cartesiano o el sistema *corner point* serán más apropiados.

#### **3.1.1.1 Representación del sistema de fracturas**

Las formaciones *shale* pueden considerarse como YNF debido a la alta laminación y planos de debilidad que caracterizan a este tipo de formaciones. Dado que la red de fracturas favorece la explotación de *shale gas* y *shale oil*, es primordial su representación en la malla para evaluar los fenómenos de flujo y de deformación a los que está sometido el yacimiento.

Los simuladores asumen que en los modelos de doble porosidad el yacimiento no es homogéneo, sino que está compuesto de bloques de matriz con alta capacidad de almacenamiento y baja permeabilidad, y además el pozo está conectado por fracturas naturales de bajo almacenamiento y alta permeabilidad. Los bloques de matriz alimentan el sistema de fracturas para que los fluidos sean producidos a través de estas.

Es importante distinguir la representación de fracturas naturales e hidráulicas dentro de la malla. Las primeras van implícitas en los bloques del enmallado mientras que las últimas son dibujadas de forma explícita.

#### **Fracturas Naturales**

Como se explicó en el capítulo anterior, existen múltiples modelos para representar fracturas naturales, entre ellos se destacan el modelo de doble porosidad, doble permeabilidad, MINC y de fracturas discretas. La selección se debe regir por parámetros como la importancia de los fenómenos a representar, el grado de exactitud de los resultados y el tiempo de cómputo deseado.

Cipolla et al.<sup>38</sup> demostraron que las soluciones obtenidas de modelos de doble porosidad únicamente, no logran capturar de manera adecuada el flujo trasiente que ocurre en los bloques de matriz de muy baja permeabilidad. Por lo tanto, se sugiere el uso de un modelo de doble permeabilidad, el cual ha sido referenciado en la literatura como el mejor método para representar la red de fracturas, tanto dentro como fuera del área estimulada. Además, reproduce de forma acertada el comportamiento trasiente y el flujo no Darcy de gas.

Los modelos de doble permeabilidad incluyen un término de transmisibilidad que se utiliza incluso cuando los espaciamientos de fractura exceden el tamaño de bloque de rejilla. Estos casos corresponden a dividir la matriz de flujo en fractura en varios bloques de la cuadrícula y el modelado de la matriz habitual para fracturar los flujos en los bloques individuales. También, se utilizan las fórmulas básicas incluso cuando el bloque de cuadrícula que contiene las regiones de la matriz es en sí misma no tiene forma cúbica (tal como, por punto de esquina, radial o híbrido rejillas refinados).

### **Fracturas Hidráulicas**

Como se mencionó anteriormente, las fracturas hidráulicas son incluidas a la malla de forma explícita como bloques de matriz con porosidad de fractura igual a cero. El dimensionamiento de las celdas ser el apropiado conforme al área del yacimiento, y se debe dibujar en el enmallado a través de refinamiento logarítmico, teniendo en cuenta el espesor y la longitud establecida, para posteriormente asignar las propiedades distintivas de una fractura hidráulica.

Una vez definido el refinamiento, se procede a designar el número de fracturas hidráulicas que tendrá el volumen de yacimiento estimulado (SRV, por sus siglas en

---

<sup>38</sup> CIPOLLA, Craig L., et al. Reservoir modeling and production evaluation in *shale*-gas reservoirs. En *International Petroleum Technology Conference*. International Petroleum Technology Conference, 2009.

inglés), en campos como Barnett, Haynesville y Eagle Ford han estimulado pozos con hasta 20 estaciones de fracturamiento. La selección final debe estar basada en las posibilidades de completamiento para los pozos, longitud del lateral y ambiente financiero del momento. A manera de estudios académicos y modelos sencillos, se recomienda trabajar modelos de más de una fractura hidráulica.

### **3.1.2 PASO 2: Inclusión de propiedades petrofísicas de matriz y fractura**

Es necesario hacer una revisión de la información petrofísica recopilada para determinar si los datos encontrados son suficientes y confiables para construir un modelo de yacimiento y además estimar los datos que se deberán asumir, utilizando herramientas auxiliares como correlaciones o datos análogos de otros yacimientos. La descripción de un yacimiento *shale* fracturado es una tarea complicada, debido a las irregularidades de sus propiedades. En YNF, las propiedades físicas a tener en cuenta son: porosidad, permeabilidad, permeabilidad efectiva compresibilidad, espaciamiento entre fracturas naturales, orientación y longitud de las fracturas. En este caso se hará énfasis en las propiedades de la fractura puesto que son estas las que dominan el comportamiento del flujo.

#### **3.1.2.1 Espaciamiento (Lx, Ly, Lz)**

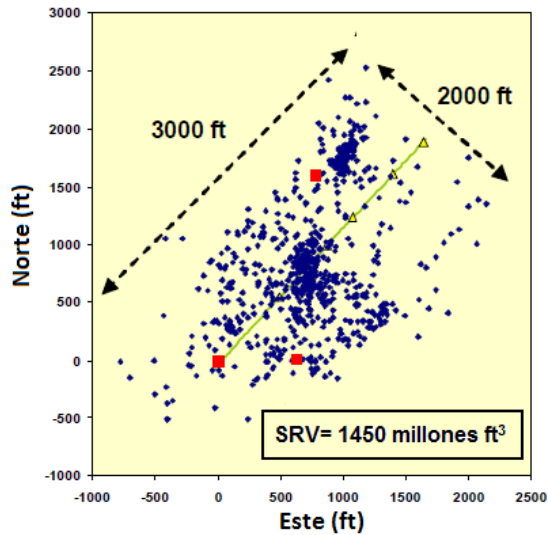
Cuando se selecciona el enfoque de doble porosidad, es obligatorio ingresar en el simulador el espaciamiento entre fracturas, el cual expresa la distancia entre dos fracturas contiguas. Esta entrada se debe especificar dar en las tres direcciones x, y y z.

Debido a la dificultad de obtener la intensidad de fracturas en las tres dimensiones, es posible obtener un estimado en una dirección, haciendo un análisis de registros de imagen (UBI) y registros de micro-imagen (FMI), los cuales permiten observar el número de fracturas que se encuentran en cierta longitud de hueco registrado.

Para formaciones *shale* donde las fracturas son muy pequeñas en comparación con otros YNF, son consideradas como fisuras puesto que están asociadas a la naturaleza fisil de esta arcilla y a la existencia de planos de debilidad pre-existentes es aún más difícil estimar esta densidad de fracturas.

A pesar de la dificultad de determinar estos espaciamentos, una forma de obtener el número de fracturas estimuladas (dentro del SRV) y su distanciamiento, es haciendo un análisis de micro sismicidad durante la estimulación de los pozos en el fracturamiento, donde se crean mapas de curvatura para identificar las zonas de alta y baja densidad, como se muestra en la Figura 29.

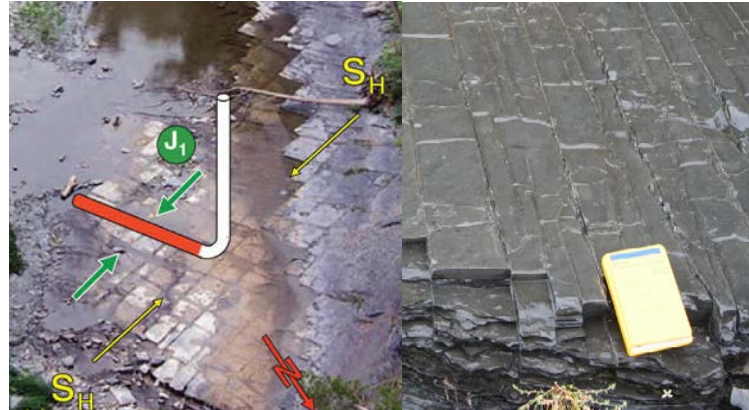
**Figura 29.** Fracturas “reactivadas” o estimuladas en el SRV



Fuente: CIPOLLA, Craig L., et al. Reservoir modeling and production evaluation in *shale*-gas reservoirs. En *International Petroleum Technology Conference*. International Petroleum Technology Conference, 2009. (Modificado por los autores)

Además de los eventos microsísmicos y la información obtenida de registros, otra fuente de análisis puede ser la examinación de afloramientos, como se muestra en la Figura 30

**Figura 30** Observación de afloramientos



Fuente: <http://www.businessinsider.com/what-advances-in-horizontal-drilling-mean-for-shale-oil-2009-11>

### 3.1.2.2 Porosidad

La porosidad se refiere a la relación entre el volumen de fracturas con respecto al volumen total de roca, dependiendo implícitamente de la intensidad, tamaño y apertura de las fracturas. La porosidad total para los modelos de doble permeabilidad y doble porosidad será igual a la suma de las porosidades primaria y secundaria, teniendo en cuenta que deben ser relacionadas con el volumen total de roca (matriz + fracturas).

Por lo general se tiene la porosidad de matriz respecto al volumen total de matriz, por lo que se puede plantear la siguiente relación:

$$\phi_1 = (1 - \phi_2) \times \phi_m \quad \text{Ec. 3.1}$$

Siendo  $\phi_1$  porosidad primaria (matriz respecto a volumen total de roca),  $\phi_2$  porosidad secundaria (fractura respecto a volumen total de roca) y  $\phi_m$  la porosidad de matriz respecto al volumen de total de matriz.

Se puede decir entonces:

$$\phi_T = \phi_f + \phi_m - \phi_f * \phi_m \approx \phi_f + \phi_m \quad \text{Ec. 3.2}$$

Según varias correlaciones empíricas basadas en la magnitud de la porosidad total se infiere lo siguiente de la porosidad máxima de fractura<sup>39</sup>:

$$\phi_{fmax} < 0.1\phi_t \text{ cuando } \phi_t < 10\% \quad \text{Ec. 3.3}$$

$$\phi_{fmax} < 0.004\phi_t \text{ cuando } \phi_t > 10\% \quad \text{Ec. 3.4}$$

Debido a que la porosidad de fractura es inferior en varios órdenes de magnitud respecto a la de matriz, se puede concluir que su valor no reviste de cierta exactitud para obtener resultados consistentes.

Las propiedades petrofísicas de las fracturas deben guardar relación entre sí. En la ecuación 3.5 se puede observar una relación entre la apertura, espaciado de fracturas y la porosidad asociada a ellas, basado en el esquema que se muestra en la Figura 31.

$$\phi_f = b \left( \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} \right) \quad \text{Ec. 3.5}$$

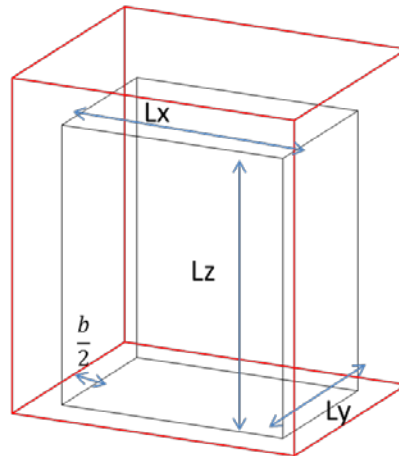
Para YNF es común usar pruebas de presión para obtener las propiedades del sistema de fractura siempre y cuando formas típicas como: el valle en la curva de la derivada y las dos líneas rectas en la gráfica semilogarítmica sean visibles. Sin embargo, en formaciones *shale*, donde las permeabilidades son extremadamente

---

<sup>39</sup> VAN GOLF-RACHT, Theodor D. Fundamentals of fractured reservoir engineering. Elsevier, 1982.

bajas, se necesitan tiempos de prueba muy largos para obtener buenos resultados de restauración de presión.

**Figura 31.** Porosidad de fractura idealizada



Fuente: REISS, Louis H. *The reservoir engineering aspects of fractured formations*. Editions Technip, 1980. (Modificado por los autores)

Este tipo de formaciones se caracteriza por la presencia de micro poros; la mejor forma de obtener un dato de porosidad primaria es a partir de pruebas en núcleos y plugs de la roca.

Al activar un modelo de doble porosidad o doble permeabilidad, el simulador atribuye fracturas a todo el enmallado. Dado el caso en el que se quiera simular un modelo donde solo una parte de la malla tenga un sistema de doble porosidad, se deben ingresar porosidades de fractura cero o espaciamientos cero a los bloques necesarios, y así estos se comportaran como bloques de matriz únicamente.

### 3.1.2.3 Permeabilidad

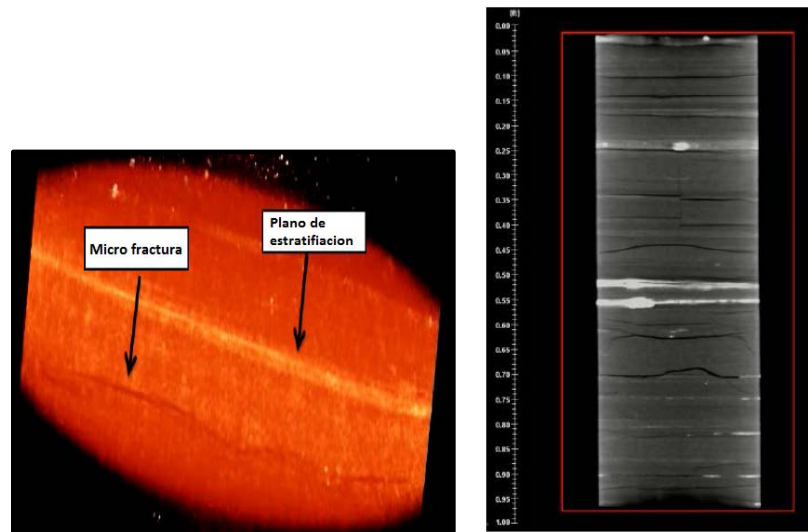
La permeabilidad primaria en *shales* es determinada a través de estudios de laboratorio en plugs. Sin embargo se deben utilizar todas las fuentes disponibles, tales como registros, pruebas de producción, pruebas de presión, mediciones de

permeabilidad en secciones delgadas y otros, para corroborar los datos; ya que es difícil cuantificar de manera directa la permeabilidad de la roca en sus tres direcciones.

Comúnmente en yacimientos naturalmente fracturados la obtención de núcleos es casi imposible debido a las condiciones de integridad de la roca; no obstante en *shales*, que presentan una densidad alta de microfrazas, el muestreo a través de corazonamiento es más apropiado.

Los valores de permeabilidad asignados, al igual que la porosidad, deben guardar relación con la apertura inicial de las microfrazas. Actualmente es posible determinar esta apertura sometiendo las muestras a resonancia magnética o a través de *CT scan* (Figura 32).

**Figura 32.** Análisis de fracturas en núcleos



Fuente: MOKHTARI, Mehdi. Impacts of Stress, Natural and Induced Fractures on Mechanical Properties of Organic-Rich *Shales*.

En la literatura existen diversas correlaciones que permiten verificar si los datos de apertura y permeabilidad determinados con coherentes entre sí. Algunas de ellas son<sup>40</sup>:

### **Single Fracture – Intrínseca**

$$k_f = \frac{W_f^2}{12} \cos(\theta) \quad \text{Ec. 3.6}$$

Siendo  $W_f$  la apertura y  $\theta$  el ángulo entre la orientación de la fractura y la dirección de flujo.

La ecuación 3.6 es derivada a partir de la ley de Pousille sin tener en cuenta el volumen de roca asociado a esa fractura, la fricción y el perfil de rugosidad de las fracturas.

### **Fractura Efectiva**

$$k_f = \frac{W_f^3}{12h} \quad \text{Ec. 3.7}$$

Donde  $W_f$  es la apertura y  $h$  el espesor de formación. Tiene en cuenta el volumen de roca adyacente como una unidad hidrodinámica.

Es de resaltar, que comúnmente en la literatura se establece la permeabilidad del sistema como una relación aditiva (matriz + fractura) pero es probable que esta suma no reproduzca la permeabilidad efectiva de todo el sistema ya que hay factores más complejos que dominan el flujo en este tipo de rocas.

---

<sup>40</sup> VAN GOLF-RACHT, Theodor D. Fundamentals of fractured reservoir engineering. Elsevier, 1982.

#### **3.1.2.4 Compresibilidad**

La compresibilidad del sistema de fracturas debe ser definida para completar la caracterización básica de un sistema doble porosidad como el *shale*. Este parámetro es difícil de determinar y puede estimarse a partir de los cambios de porosidad de fracturas en pruebas especiales de laboratorio. Resultados experimentales han mostrado que la compresibilidad de fractura se encuentra alrededor de tres veces la compresibilidad de matriz<sup>41</sup>.

A simple vista este dato reviste mucha importancia puesto que representa el cambio de volumen de fractura debido a la caída de presión; no obstante se observa que no tiene mayor efecto en los cálculos de deformación una vez el sistema esté dominado por el comportamiento Barton-Bandis.

### **3.1.3 PASO 3: Construcción del modelo de fluidos**

En esta sección se selecciona el tipo de fluido a modelar y se definen las propiedades PVT del mismo. Tal como se observa en la Figura 33 en las formaciones *shale* se pueden encontrar distintos tipos de fluido, desde *black oil* hasta gas seco; el tipo de ventana presente dependerá de la madurez térmica de la materia orgánica en la roca.

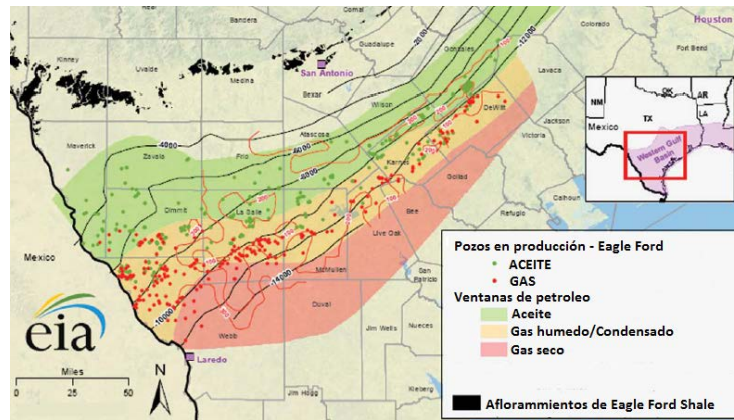
#### **3.1.3.1 Curvas de permeabilidad relativa y presión capilar**

La permeabilidad relativa controla dos parámetros importantes de flujo en el yacimiento; el primero es la tasa de desplazamiento de fluido el cual está controlado por la forma de las curvas y el segundo es la distribución final de los fluidos, controlado por los puntos terminales de las curvas.

---

<sup>41</sup> VAN GOLF-RACHT, Theodor D. Fundamentals of fractured reservoir engineering. Elsevier, 1982.

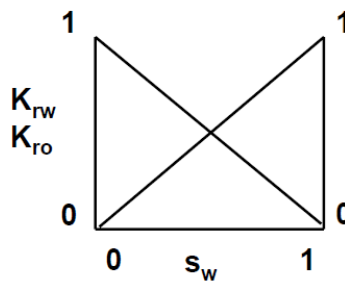
**Figura 33.** Ventanas de petróleo, Eagle Ford Shale



Fuente: DONG, Zhenzhen, et al. Resource evaluation for *shale* gas reservoirs. SPE Economics & Management, 2013, vol. 5, no 01, p. 5-16.

Los datos para la construcción de las curvas de permeabilidad relativa y presión capilar de los fluidos para la matriz son obtenidas a través de pruebas de imbibición en laboratorio. Mientras que las permeabilidades relativas en fracturas se asumen como líneas rectas con los puntos terminales y saturaciones residuales en cero, debido a que las fracturas se consideran como conductos abiertos donde la presiones capilares no son las fuerzas que dominan el comportamiento de flujo y se fijan en cero, tal como se observa en la Figura 34.

**Figura 34.** Curvas de permeabilidad relativa en fracturas



Fuente: Schlumberger training and development. Simulation of Naturally Fractured Reservoirs-Oil Recovery Mechanisms and Numerical Simulation. 2005.

Autores como Rossen & Kumar<sup>42</sup>, aseguran que no siempre el uso de líneas rectas es correcto, puesto que en casos donde existe tensión interfacial alta, superficies rugosas y aperturas de fractura menores a 100 micrones, las fuerzas capilares dominan sobre las gravitacionales y las curvas están lejos de ser líneas rectas.

Sin embargo, Investigaciones realizadas por De la Porte<sup>43</sup> encontraron que en sistemas aceite-gas el enfoque de líneas rectas puede usarse sin problema, mientras que el sistema aceite-agua necesita más detalle acerca de la interacción de fuerzas. Como conclusión, a pesar de la incertidumbre alrededor del tema, el uso de líneas rectas es ampliamente usado en la literatura, por lo tanto será empleado en la construcción del modelo de simulación de esta investigación.

#### **3.1.4 PASO 4: Inclusión del fenómeno desorción**

La desorción es un fenómeno presente en las rocas *shale* debido a la materia orgánica presente en ellas. Como se explicó anteriormente en el capítulo I este comportamiento es representado por la isoterma de Langmuir.

Simuladores comerciales como CMG permiten incluir este efecto cuando se cuenta con la información disponible de los gases adsorbidos en las superficies de la roca. Para la utilización de esta opción se requieren datos como: la presión inversa de Langmuir y el número máximo de moles adsorbidas por unidad de masa de la roca para cada componente, y la densidad de la roca.

---

<sup>42</sup> ROSSEN, W. R., et al. Effect of fracture relative permeabilities on performance of naturally fractured reservoirs. En International Petroleum Conference and Exhibition of Mexico. Society of Petroleum Engineers, 1994.

<sup>43</sup> DE LA PORTE, Jacoba Johanna, et al. The effect of fracture relative permeabilities and capillary pressures on the numerical simulation of naturally fractured reservoirs. En SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Society of Petroleum Engineers, 2005.

### **3.1.5 PASO 5: Definición de condiciones iniciales y del pozo**

Para finalizar el modelo base sin inclusión geomecánica es necesario indicar las condiciones iniciales tanto para la fractura y como para la matriz, esto incluye presiones al datum, saturaciones de agua inicial y en caso de que se desee modelar un fluido composicional las composiciones iniciales.

Para la definición del pozo se debe establecer su longitud, geometría y profundidad, al igual que los parámetros de control de flujo, bien sea por presión de fondo mínima, caudal máximo o una combinación de ambos. Los pozos horizontales son los más comunes en formaciones de baja permeabilidad y la longitud del mismo dependerá del número de etapas de fractura y el espaciamiento entre ellas.

Los pasos anteriores corresponden al flujo de trabajo para la construcción del modelo de yacimientos sin inclusión geomecánica, que será el modelo base a partir del cual se realicen las comparaciones y correcciones de los modelos posteriores. Si se encuentran inconsistencias en los resultados una vez depurada la información, es necesario hacer una segunda revisión de los datos proporcionados teniendo especial cuidado con aquellos que han sido asumidos.

## **3.2 MODELO BASE CON ACOUPLE GEOMECÁNICO**

Luego de haber verificado la consistencia del modelo base se procede a la inclusión de los parámetros geomecánicos y distintas herramientas para el acople.

### **Factores de acople y condiciones de frontera**

Como fue explicado en el capítulo anterior existen varias formas de acoplar las soluciones geomecánicas con las soluciones de flujo de fluidos, se debe seleccionar

el tipo de acople a utilizar y en caso de un acople iterativo especificar el estado de deformación de las fronteras, es decir, establecer que fronteras tendrán libre movimiento. A través de las condiciones de frontera se pueden estudiar efectos de subsidencia, compactación y entre otros.

### **3.2.1 PASO 6: Construcción de la malla geomecánica y definición de esfuerzos iniciales.**

El problema de acople entre las simulaciones de flujo y las geomecánicas radica en que utilizan diferentes enfoques para los cálculos. Los primeros emplean diferencias finitas, mientras que los últimos son resueltos con el método de elementos finitos y por ello es recomendable emplear una malla independiente.

Cuando se maneja un enfoque *host grid*, en el cual la malla geomecánica coincide con el enmallado del yacimiento tanto en tamaño, como en número de celdas, no es posible representar las condiciones reales del yacimiento. Debido a la necesidad de representar el efecto de los esfuerzos laterales, suprayacentes y subyacentes, al abordar un estudio geomecánico se recomienda que la malla geomecánica sea dos veces el tamaño de la malla del yacimiento de manera que se garantice la total inmersión de la última en el dominio geomecánico.

También es recomendable que los tamaños de celdas geomecánicas coincidan con los de yacimiento, debido a que si más de una celda de yacimiento se encuentra ubicada en un elemento geomecánico, los cálculos de deformación, porosidad y permeabilidad serán asignados igual a todas las celdas internas; lo cual podría no representar de forma adecuada la deformación en este sector del yacimiento.

### **Estado inicial de esfuerzos**

El estado de esfuerzos, al igual que los gradientes de esfuerzo efectivo al tiempo de inicio de la simulación son datos requeridos para realizar los cálculos de deformación a las distintas profundidades del yacimiento.

### **3.2.2 PASO 7: Comportamiento mecánico de la roca**

Previo a la especificación de parámetros se debe determinar cuál será el modo de deformación que regirá la roca. Dependiendo del simulador comercial disponible se pueden seleccionar distintos criterios de falla para la roca o distintas adiciones para mejorar cálculos de cedencia luego de entrar al comportamiento elástico (modelo *CAP*, *CAM clay*, entre otros).

Por lo general se utilizan criterios elasto-plásticos puesto que reproducen, de manera cercana a la realidad, el comportamiento esfuerzo–deformación de la roca; siendo Mohr-Coulomb el criterio más utilizado. Sin embargo, si se cuenta con estudios detallados de mecánica de rocas se podría seleccionar un criterio diferente que se ajuste mejor al comportamiento real. El amplio uso de modelos elasto-plásticos, sobre todo Mohr-Coulomb, también es debido a que requieren de menos información geomecánica en comparación con otros criterios o modelos no lineales.

Dependiendo del criterio seleccionado, el módulo geomecánico resuelve las ecuaciones de equilibrio, esfuerzo-deformación y deformación-desplazamiento para finalmente calcular los cambios en volumen y permeabilidad dentro del yacimiento.

### **Propiedades mecánicas y de resistencia**

La selección del tipo de roca requiere la especificación de propiedades elásticas del material. Para el caso del modelo elasto-plástico de Mohr-Coulomb, datos como el módulo de Young y la relación de Poisson, al igual que el ángulo de fricción,

cohesión y coeficiente de Biot son requeridos. Estas propiedades se obtienen a partir de pruebas extensas en muestras de roca.

### **3.2.3 PASO 8: Modelado de deformación de matriz**

Para evaluar la deformación de la matriz de un yacimiento con los cambios de esfuerzo es posible emplear tablas con multiplicadores de permeabilidad o el modelo experimental de Li & Chalaturnyk<sup>44</sup>. Los multiplicadores de permeabilidad pueden ser especificados tanto en función de los esfuerzos como de las presiones poro. Las respuestas geomecánicas con el uso de estas tablas, permiten especificar los cambios de permeabilidad en las tres direcciones.

Las tablas de multiplicadores de permeabilidad requieren del desarrollo de pruebas de laboratorio sobre núcleos a diferentes condiciones de esfuerzo para alimentar el modelo. En caso de que los puntos tomados en las pruebas se encuentren distantes entre sí, existe el riesgo de que no se reproduzca el comportamiento total de deformación de la matriz. Por otro lado, el modelo de Li & Chalaturnyk, requiere determinar la constante  $C_{ni}$  a partir de datos experimentales, por lo que la frecuencia con que éstos se adquieren también es un factor influyente en este modelo.

Respecto al modelo de Li & Chalaturnyk es común observar que se presenten para las rocas de un yacimiento diferentes sets de deformación, muestras de roca siguen el comportamiento de un  $C_n$  mientras otras siguen un  $C_n$  mayor. En dicho caso es recomendable tomar el valor de mayor frecuencia según la distribución de  $C_n$  obtenidos de varias pruebas de laboratorio.

---

<sup>44</sup> LI, P., et al. Permeability variations associated with shearing and isotropic unloading during the SAGD process. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, 2006, vol. 45, no 01.

### 3.2.4 PASO 9: Modelado de deformación de fracturas naturales

El modelo de Barton & Bandis<sup>45</sup> está incluido en algunos simuladores para acoplar los cálculos de deformación de fracturas naturales, y requiere la explicación de los siguientes parámetros:

- Apertura inicial de la fractura: El ancho de fractura es obtenido por medio de examinación microscópica de secciones delgadas (petrología) o a través del análisis de núcleos, siempre y cuando mantenga la integridad del núcleo y el tamaño de las fracturas sea apreciable

Se considera que la evaluación de secciones delgadas es el método más efectivo dado que es el único que permite una medición directa del ancho de fractura. La apertura es medida en varios puntos de la fractura y los datos son promediados. Las formaciones *shale* son muy heterogéneas en sus propiedades por lo que es común esperarse varios tamaños de apertura; de ahí la importancia de realizar varias mediciones para crear una distribución de tamaños y observar las aperturas de mayor frecuencia.

Se ha demostrado el alto grado de impacto que tiene la apertura de fractura en los cálculos de deformación y permeabilidad, incluso con variaciones mínimas. Por ello es importante tener en cuenta la posible incertidumbre de los datos de apertura al momento de realizar proyecciones de producción y ajustes históricos.

---

<sup>45</sup> BANDIS, S. C.; LUMSDEN, A. C.; BARTON, N. R. Fundamentals of rock joint deformation. En *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. Pergamon, 1983. p. 249-268.

- Rigidez normal inicial de fractura, al igual que la apertura, la rigidez normal inicial es un parámetro de alta sensibilidad. Generalmente esta rigidez está en el mismo orden del módulo de Young y su valor puede ser estimado a través de pruebas especiales de laboratorio.
- Esfuerzo de apertura, este dato se obtiene a partir de los trabajos de fracturamiento realizados en pozos y de pruebas realizadas en laboratorio. Este parámetro sin embargo no representa un problema para el modelo si se especifican fracturas abiertas desde el inicio. Como se mencionó anteriormente, el modelo Barton & Bandis encontrado en los simuladores permite reproducir la creación de la fracturas.
- Permeabilidad de la fractura hidráulica, al igual que le anterior no reviste importancia si se asume que las fracturas se encuentran abiertas desde el inicio.
- Permeabilidad de fractura al cierre, es la permeabilidad a la cual inicia el comportamiento de Barton-Bandis y debe guardar relación con la apertura inicial seleccionada.
- Permeabilidad residual, es la permeabilidad mínima de las fracturas en un estado avanzado de depleción. El comportamiento final de Barton-Bandis exhibe una tendencia asintótica cuyo valor aproximado corresponde a la permeabilidad residual y normalmente es estimado a partir de pruebas de laboratorio.

#### **3.2.4.1 Aspectos de cálculo del Modelo Barton – Bandis**

El modelo permite representar el comportamiento de apertura de fracturas hidráulicas, sin embargo las simulaciones desarrolladas en esta investigación

asumen que las fracturas se encuentran abiertas desde un inicio, puesto que se hace énfasis en el comportamiento de deformación debido al drenaje del yacimiento. Al asumir las fracturas abiertas, el simulador asigna las respectivas permeabilidades con base en la distribución de esfuerzos y la curva de tipo exponencial que relaciona ambas variables. Es por esto que la permeabilidad asignada a fracturas, durante el poblamiento de la malla de yacimientos, debe ser consistente con los parámetros de inicialización de Barton-Bandis; en caso contrario, se verá un cambio abrupto en la permeabilidad de fractura en el siguiente paso de tiempo.

El modelo experimental obtiene las deformaciones en función de los esfuerzos normales efectivos de fractura, los esfuerzos de cizalla no son tenidos en cuenta en los cálculos de deformación.

El modelo de doble permeabilidad, obliga que la orientación de las fracturas coincida con la orientación de los ejes, sin embargo en el modelo de Barton-Bandis es posible introducir la orientación de las fracturas, permitiendo el cálculo de un tensor de permeabilidad que reproduzca de manera más real el patrón de flujo dentro del yacimiento. Esta inclinación de fracturas puede identificarse fácilmente a través de registros de imagen o micro resistivos.

Para orientar las fracturas en el modelo de simulación es necesario conocer el ángulo  $\theta_x$  entre el plano de fractura y la dirección  $x$  y el ángulo  $\theta_y$  entre el plano de fractura y la dirección  $y$ . Siempre y cuando se cumpla con la relación que se muestra en la ecuación 3.8.

$$\cos^2(\theta_x) + \cos^2(\theta_y) \leq 1 \quad \text{Ec. 3.8}$$

## 4. APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA

La última fase del proyecto corresponde a la implementación de la metodología diseñada en la construcción de un modelo acoplado de simulación para una formación *shale*. Los datos utilizados en el modelo fueron, en su mayoría, información del yacimiento Barnett *Shale* disponible en la literatura. Sin embargo, no fue posible obtener todos los datos por lo que algunos de ellos fueron asumidos. Las simulaciones fueron realizadas en el simulador GEM de la compañía CMG, se empleó un modelo de doble permeabilidad y factor de forma Gilman y Kazemi.

### 4.1 MODELO BASE SIN GEOMECÁNICA:

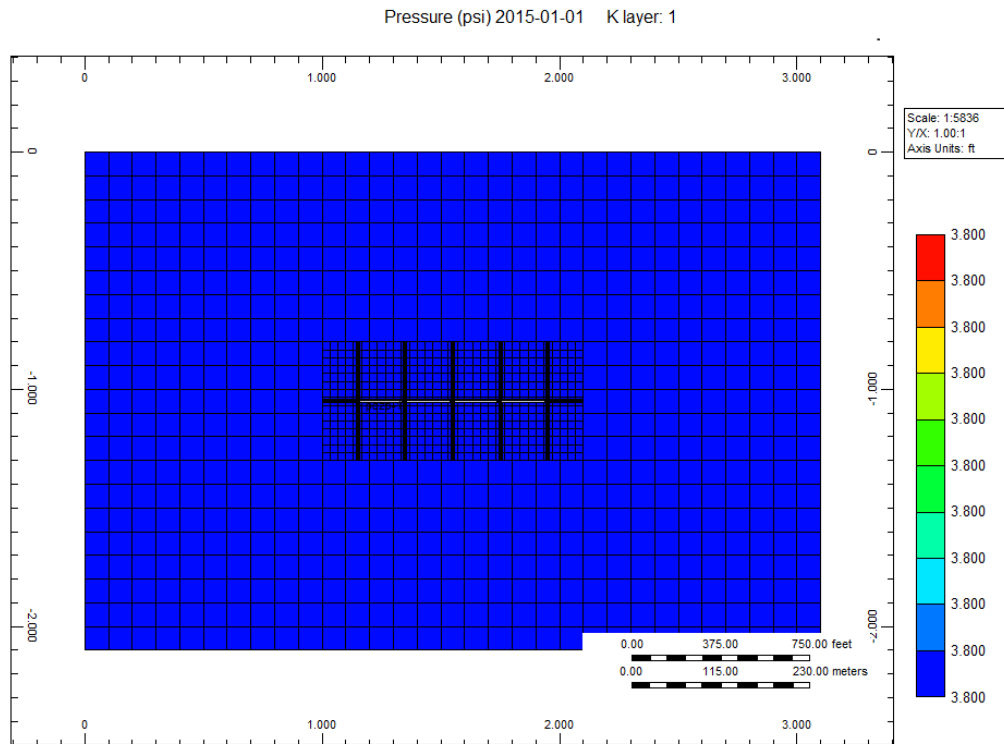
**Paso 1:** Construcción de la malla de yacimiento.

Para el diseño de la malla es necesario tener en cuenta las dimensiones del yacimiento y la información del completamiento del pozo. La Figura 35 muestra la distribución final de la malla, mientras que los datos utilizados son especificados en la Tabla 4.

**Tabla 4.** Características del enmallado

Característica		
Dimensiones de la Malla	3,100 x 2,100 x 300	Ft
Número de Celdas	31 x 21 x 1	
Profundidad	7,000	Ft
Dimensiones del SRV	1,100 x 500 x 300	Ft
Refinamiento	3 x 3 x 1	SRV
	9 x 3 x 1	Fractura Hidraulica
	3 x 9 x 1	Pozo
Etapas de Fractura Hidráulica	5	
Orientación	J	
Distancia entre Etapas	200	Ft
Longitud Media de Fractura	150	Ft
Ancho de Fractura	2	Ft

**Figura 35.** Malla de Yacimiento



Fuente: Computer Modelling Group, CMG

**Paso 2:** Inclusión de propiedades petrofísicas de matriz y fractura

Las propiedades de la roca seleccionadas corresponden a valores promedio de las propiedades del yacimiento *Barnett Shale*, las cuales se obtuvieron de las publicaciones de Cipolla et al.<sup>46</sup>, Cho et al.<sup>47</sup> y Darishchev et al<sup>48</sup>, y pueden ser observadas en la Tabla 5.

---

<sup>46</sup> CIPOLLA, Craig L., et al. Reservoir modeling and production evaluation in *shale*-gas reservoirs. En *International Petroleum Technology Conference*. International Petroleum Technology Conference, 2009.

<sup>47</sup> CHO, Younki, et al. Pressure-dependent natural-fracture permeability in *shale* and its effect on *shale*-gas well production. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 2013, vol. 16, no 02, p. 216-228.

<sup>48</sup> DARISHCHEV, Alexander, et al. On simulation of flow in tight and *shale* gas reservoirs. En *SPE Unconventional Gas Conference and Exhibition*. Society of Petroleum Engineers, 2013.

Las fracturas hidráulicas fueron dibujadas de forma explícita usando un refinamiento logarítmico de 9x3x1 en la malla de yacimiento y se representan como celdas de matriz con mayor permeabilidad y porosidad (Figura 36). Esto con el fin de que al implementar el modelo de deformación de fracturas naturales, la fractura hidráulica no se vea afectada. Por otro lado, la porosidad de fractura fue calculada a partir de un ancho de fractura natural igual a  $5.0E-4$ , que coincide con la apertura de fractura del Barnett *Shale* (Cho, 2012).

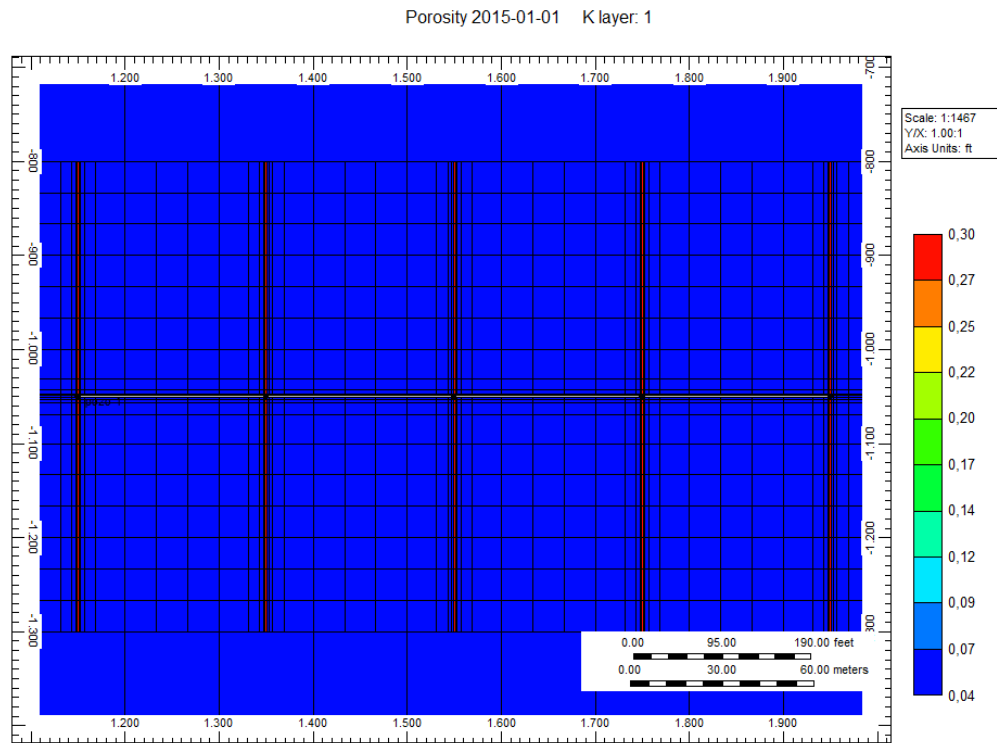
**Tabla 5.** Propiedades Petrofísicas

CARACTERÍSTICA		
Porosidad de Matriz	0.04	fracción
Porosidad de Fractura Natural	0.00003	fracción
Porosidad de Fractura Hidráulica	0.30	fracción
Permeabilidad de Matriz	1.0E-5	md
Permeabilidad de Fractura Natural	1.4E-3	md
Permeabilidad de Fractura Hidráulica	50	md
Espaciamientos de Fractura Natural	Dx	50 ft
	Dy	50 ft
	Dz	50 ft
Compresibilidad de Matriz	1.0E-5	psi <sup>-1</sup>
Compresibilidad de Fractura	1.0E-5	psi <sup>-1</sup>

**Paso 3:** Construcción del modelo de fluidos.

Para el modelo de simulación fue seleccionada una composición típica de un gas seco, tal como se muestra en la Tabla 6. Con el objetivo de representar la interacción roca-fluido se usaron curvas de permeabilidad relativa (Figura 37 y Figura 38) con agua inmóvil para garantizar que todo el flujo proveniente del yacimiento sea solo gas.

**Figura 36.** Representación de Fracturas Hidráulicas



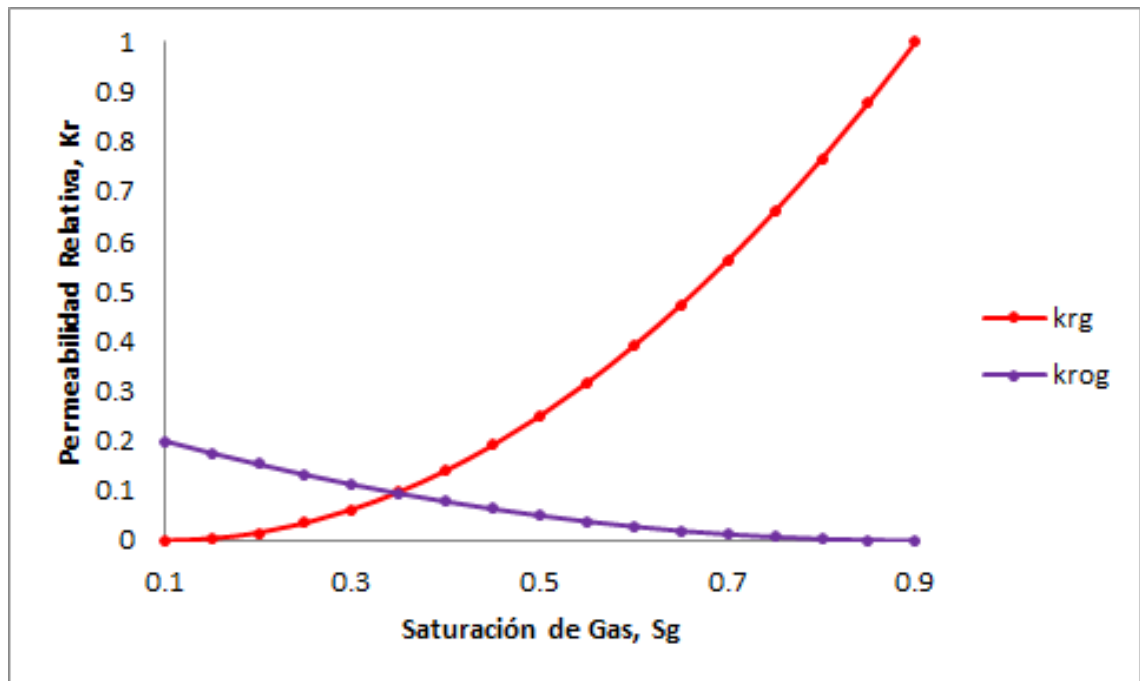
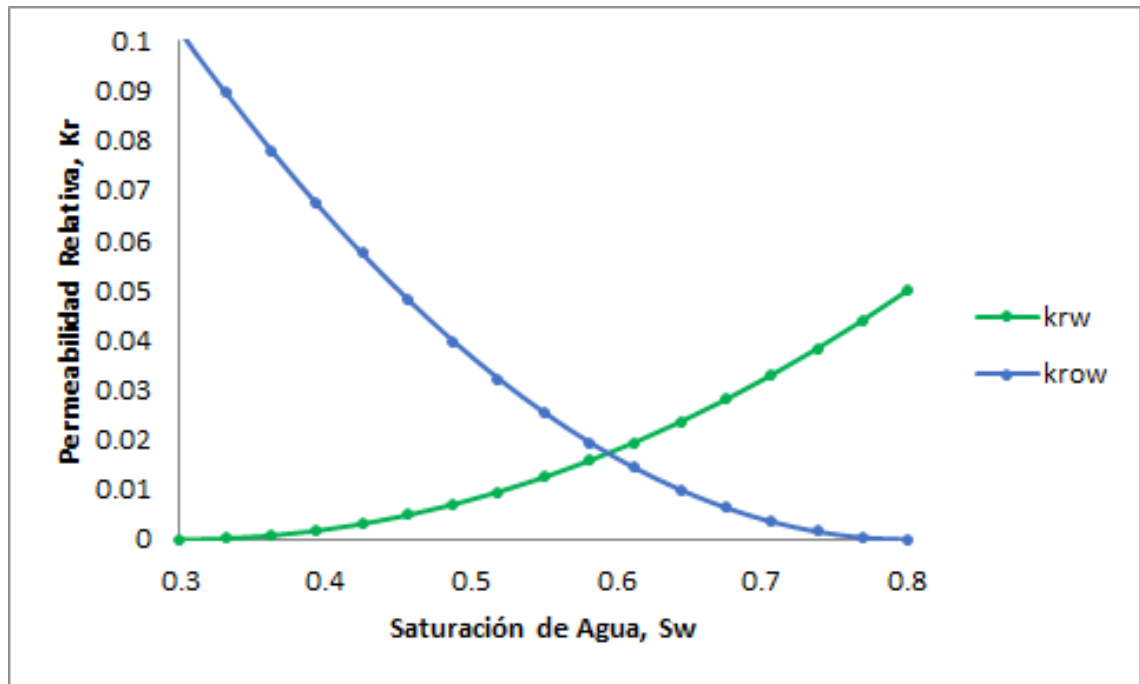
Fuente: Computer Modeling Group, CMG.

**Tabla 6.** Composición del Gas

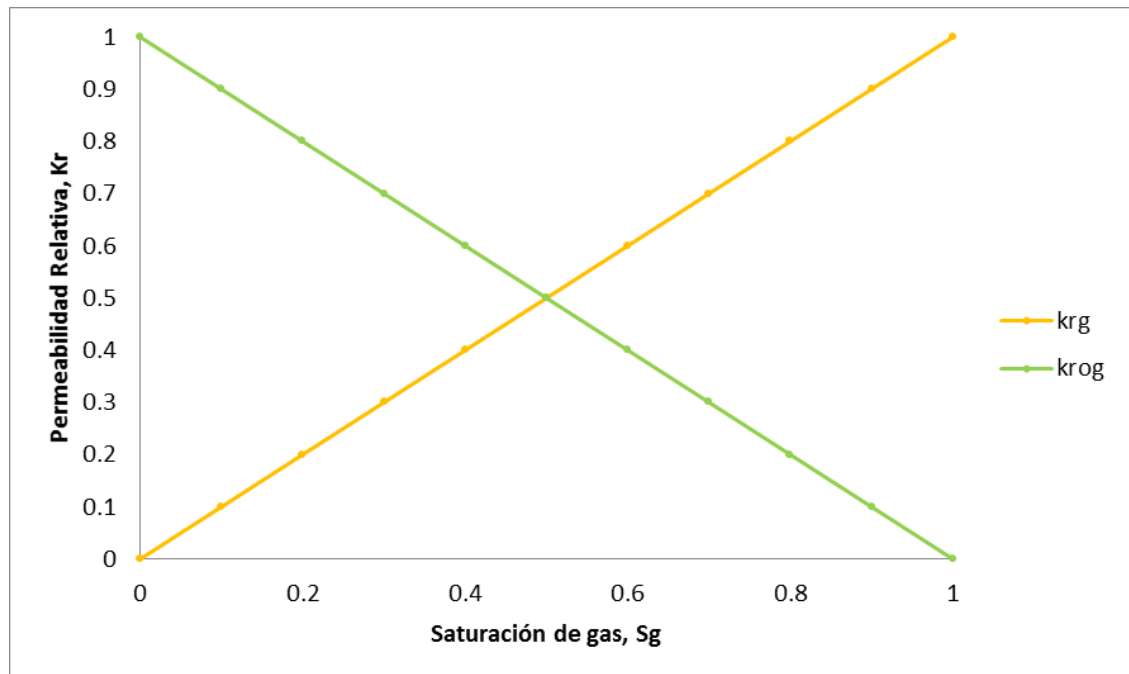
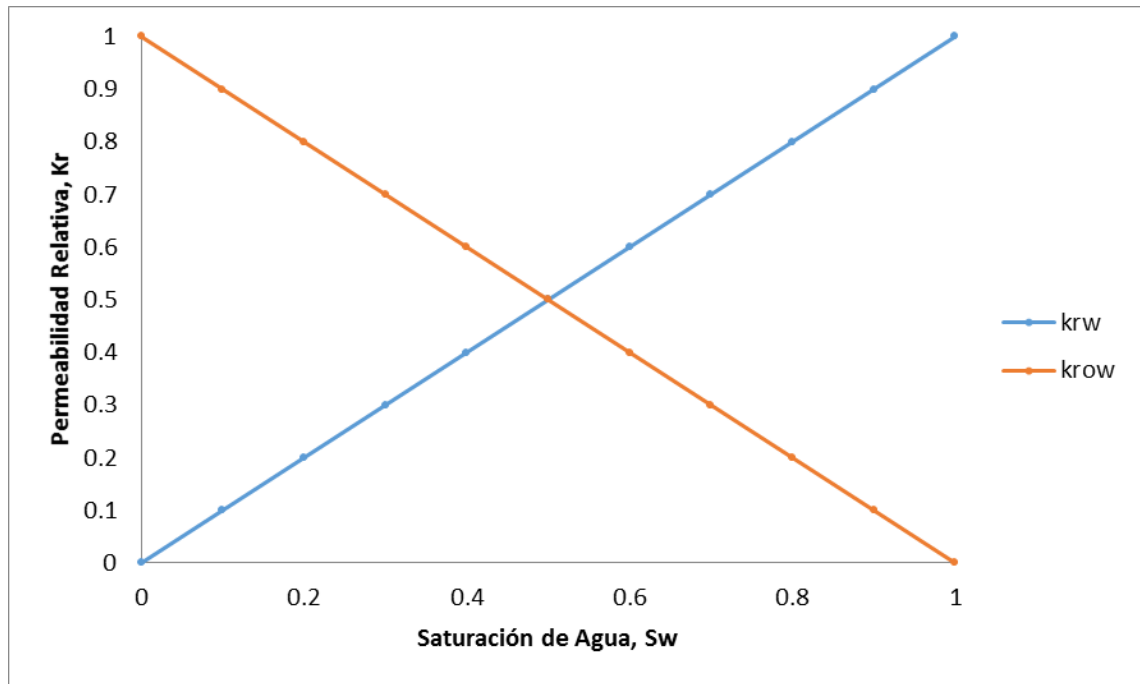
COMPONENTE	COMPOSICIÓN MOLAR
CO <sub>2</sub>	0.10 %
N <sub>2</sub>	2.07 %
CH <sub>4</sub>	86.12 %
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	5.91 %
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	3.58 %
IC <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	1.72 %
IC <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	0.50 %

Fuente: AHMED, T. Reservoir engineering handbook. Third Edition. Gulf Professional Publishing, 2006.

Figura 37. Curva de Permeabilidad Relativa para Matriz



**Figura 38.** Curvas de Permeabilidad Relativa para Fractura



**Paso 4:** Inclusión del fenómeno de desorción.

Los datos del desorción fueron aplicados a una segunda simulación con el fin de observar el cambio en la producción acumulada debido a la inclusión de este fenómeno. En el modelo se especificó que el gas solo se encontraba adsorbido en la matriz, mas no en la fractura.

**Paso 5:** Definición de condiciones iniciales y del pozo.

Para inicializar el yacimiento se tuvo en cuenta una presión de poro de 3,800 psi a 7,000 ft de profundidad, que corresponde al gradiente de presión de poro de Barnett *Shale*, es decir 0.54 psi/ft.<sup>49</sup> La temperatura del yacimiento es 180°F y se supuso una saturación de agua inicial de 10% tanto en fractura como en matriz.

Para drenar el yacimiento se ubica un pozo con sección horizontal de 1,000 ft en el centro del enmallado con 5 perforaciones que corresponden a las etapas de fractura hidráulica. Por otro lado, El flujo del pozo es controlado por una presión de fondo mínima de 1,500 psi.

#### **Depuración de la información:**

Se realizó la depuración de la información con y sin la inclusión de desorción. De las simulaciones se obtuvieron las curvas de producción acumulada a un tiempo de simulación de 10 años que se muestran en la Figura 39.

Tal como se observa, y como ha sido descrito por algunos autores como Yu y Sepehmoori<sup>50</sup>, el aporte de la desorción al flujo en tiempos tempranos no es

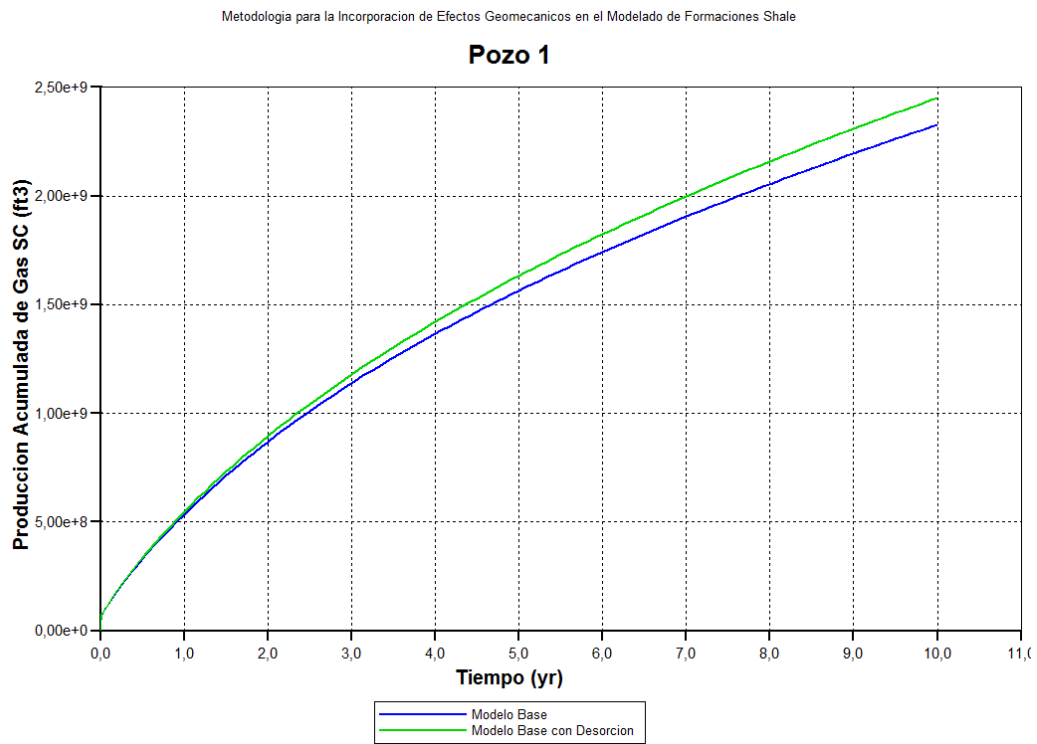
---

<sup>49</sup> VERMYLEN, John Peter. *Geomechanical studies of the Barnett shale, Texas, USA*. Stanford University, 2011.

<sup>50</sup> YU, Wei; SEPEHRNOORI, Kamy. Simulation of gas desorption and geomechanics effects for unconventional gas reservoirs. *Fuel*, 2014, vol. 116, p. 455-464.

significativo, sin embargo en la medida en que se reduzca la presión del yacimiento los efectos se harán evidentes, alcanzando un incremento del 5.3% en la producción total del pozo, con respecto al modelo sin desorción.

**Figura 39.** Curvas de Producción Acumulada, Modelo base vs Modelo con desorción



Fuente: Computer Modelling Group, CMG.

#### 4.2 MODELO BASE CON ACOPLA GEOMECANICO

Con el objetivo de modelar la variación de la porosidad y la permeabilidad en función del cambio de esfuerzos se activa el módulo de geomecánica de GEM; para ello se hace uso de un tipo de acople iterativo donde la porosidad es dependiente de la

presión y el esfuerzo total promedio y el yacimiento se encuentra limitado en todas las direcciones espaciales.

**Paso 6:** Construcción de la malla geomecánica y definición de esfuerzos iniciales. Para la construcción de la malla se empleó una malla independiente, teniendo en cuenta que su tamaño fuera el doble de la malla de yacimiento y que el tamaño de celda fuera coincidente. Adicionalmente, se utiliza el estado inicial de esfuerzos efectivos del yacimiento Barnett *Shale*<sup>51</sup>.

Las dimensiones de la malla al igual que el estado de esfuerzos iniciales se observan en la Tabla 7.

**Tabla 7.** Enmallado geomecánico

CARACTERÍSTICA		
Dimensiones de la Malla	5,100 x 4,100 x 300	ft
Número de Celdas	51 x 41 x 1	
Profundidad	7,000	ft
Traslación en I	-1,000	ft
Traslación en J	-1,000	ft
Esfuerzo Efectivo I	1,300	ft
Esfuerzo Efectivo J	1,300	ft
Esfuerzo Efectivo K	4,000	ft

**Paso 7:** Comportamiento mecánico de la roca

Fue seleccionado el modelo de deformación elasto-plástico de Mohr Coulomb, las propiedades elásticas tanto de matriz como de fractura se resumen en la Tabla 8

<sup>51</sup> VERMYLEN, John Peter. *Geomechanical studies of the Barnett shale, Texas, USA*. Stanford University, 2011.

**Tabla 8.** Propiedades Elásticas

PROPIEDAD		
MATRIZ		
Young	5.8E6	psi
Poisson	0.23	
Cohesion	1,500	
Angulo de Fricción Interna	30	°
Biot	1	
FRACTURA		
Young	5.0E5	psi
Poisson	0.23	
Cohesion	1,500	
Angulo de Fricción Interna	30	°
Biot	1	

**Paso 8:** Modelado de deformación de matriz

Para analizar el comportamiento de permeabilidad de matriz con el cambio de esfuerzos se selecciona el modelo experimental de Li & Chalaturnyk con un coeficiente  $C_{ni}$  igual a 50.0.

**Depuración de la información:**

En este punto se realizó la depuración de la información con acople geomecánico y sin tener en cuenta el cierre de fracturas naturales bajo el modelo Barton-Bandis. La finalidad de esta simulación es comparar el efecto del cierre de las fracturas contra la compactación de la matriz, en la producción acumulada del pozo. Los resultados de esta simulación se mostrarán en la siguiente sección.

**Paso 9:** Modelado de deformación de fracturas naturales

Los datos utilizados para representar la reducción de permeabilidad de fracturas naturales pueden observarse en la Tabla 9.

**Tabla 9.** Parámetros de reducción de permeabilidad de fracturas naturales

CARACTERÍSTICA			
Apertura Inicial	$e^0$	5.0E-4	ft
Rigidez Inicial	$K_{ni}$	5.0E-5	psi/ft
Permeabilidad al cierre	$K_{ccf}$	10	md
Permeabilidad Residual	$K_{rcf}$	0.0001	md

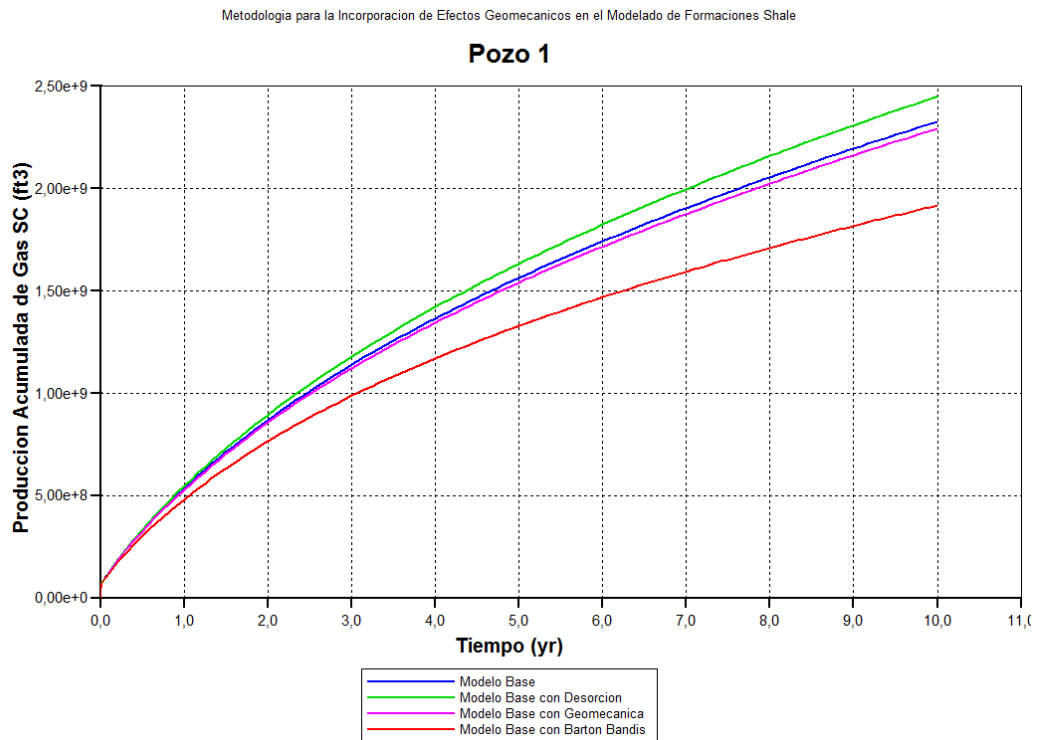
#### **Depuración de la información:**

Finalmente se realiza una última simulación proyectada a 10 años con la inclusión del modelo de deformación de fracturas naturales y como resultado se obtienen comportamientos para los 4 casos de simulación: Modelo Base, Modelo Base con Desorción, Modelo Base con Geomecánica (Li & Chalaturnyk) y Modelo base con Barton-Bandis.

### **4.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS**

Las curvas de producción acumulada para los cuatro escenarios de simulación se muestran en la Figura 40. Los resultados obtenidos demuestran el impacto que tiene la reducción progresiva de permeabilidad, tanto en la fractura como en la matriz, en la productividad del pozo. Se observa que en la medida en que el tiempo de producción avanza y el yacimiento pierde presión, la deformación del medio fracturado reduce la producción de gas en el pozo, obteniéndose una diferencia considerable en las curvas de producción acumulada a un tiempo de 10 años. Sin embargo el cierre de fracturas tiene un efecto significativo al disminuir la producción en un 17.6% con respecto al modelo base, mientras que el efecto de la deformación de matriz es apenas notorio con una disminución del 1.5% en la producción acumulada de gas.

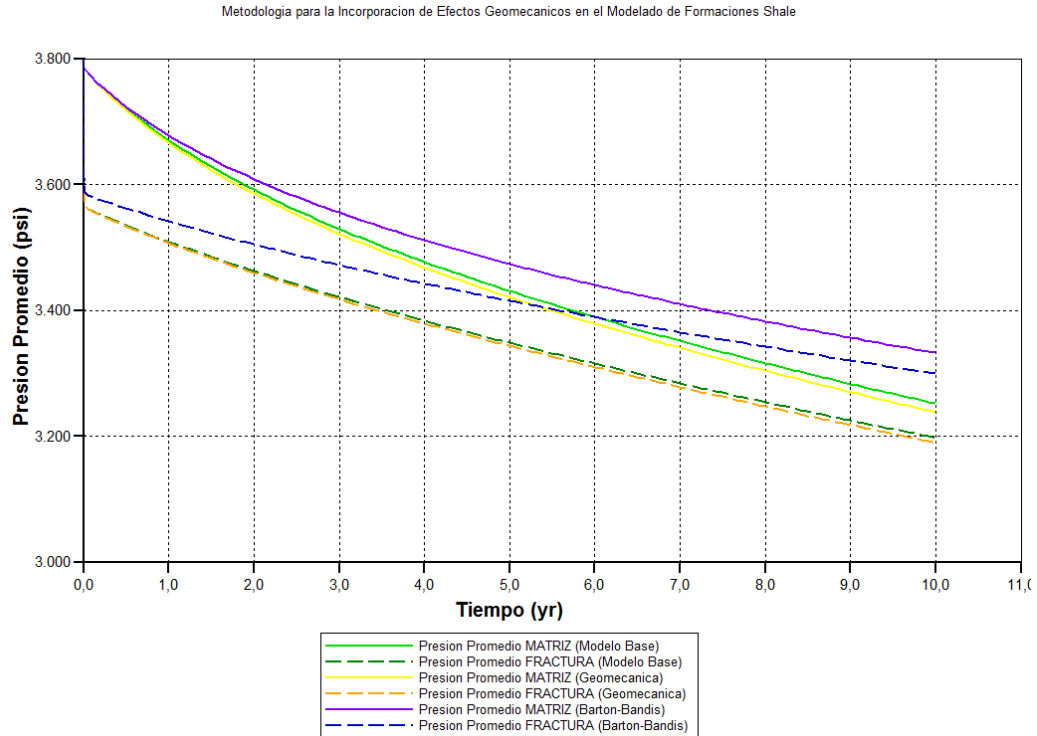
**Figura 40.** Curvas de Producción Acumulada para los distintos escenarios de simulación



Fuente: Computer Modeling Group, CMG

El impacto de la deformación se hace también evidente en los cálculos de presión promedio del yacimiento (Figura 41), donde la reducción de la permeabilidad disminuye la tasa de depleción del yacimiento, logrando que la presión promedio inicie a estabilizarse en 3,330 psi para la matriz y 3,300 psi para la fractura; mientras que para el caso base la presión promedio a los 10 años se encuentra en 3,240 psi para la matriz y 3,190 psi para la fractura. También se observa que para todos los casos, la reducción inicial de la presión en la red de fracturas es mucho mayor que en la matriz de la roca, por lo que se concluye que la red funciona como fuente principal de flujo hacia el pozo y en la medida en que se avanza en tiempo ambas presiones tienden a igualarse.

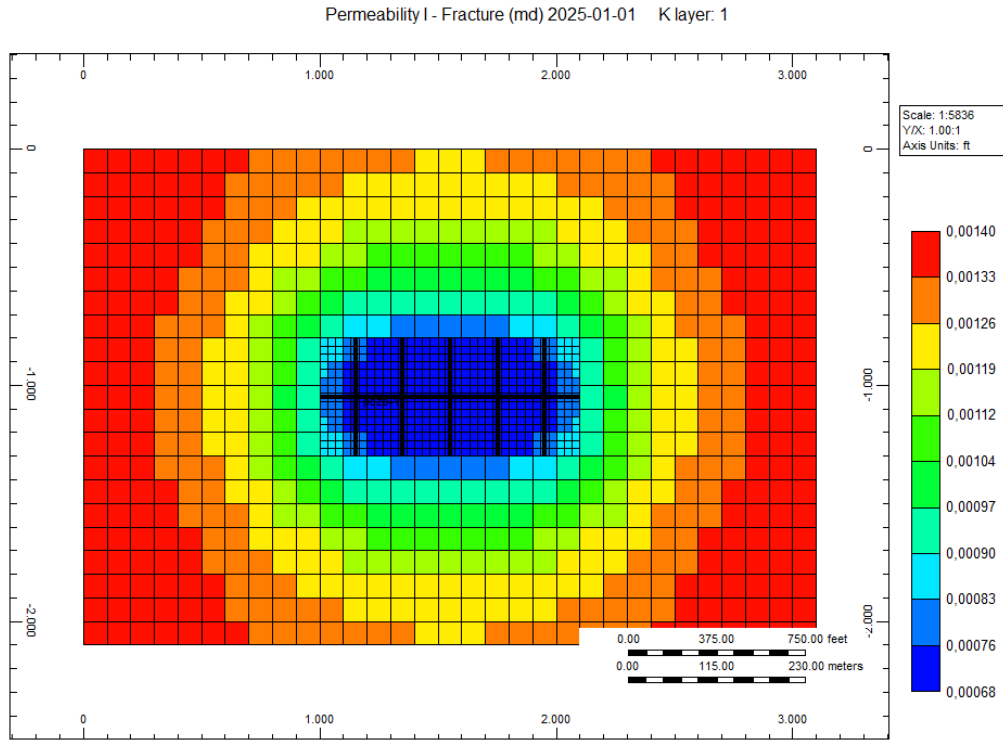
**Figura 41.** Presión promedio del yacimiento vs Tiempo



Fuente: Computer Modeling Group, CMG

En la Figura 42 se observa la vista superior del yacimiento y la distribución de las permeabilidades de fractura a lo largo del mismo a un tiempo de simulación de 10 años. El mayor efecto ocurre en las cercanías al pozo, donde al finalizar el tiempo de simulación los bloques pierden cerca del 51.0% de su permeabilidad inicial, y los efectos se extienden hacia los límites del yacimiento con menor intensidad, donde la reducción alcanza el 1.2%. Siendo las fracturas naturales la principal unidad de flujo, el impacto obtenido en la producción debido a su deformación es significativo.

**Figura 42.** Distribución de la permeabilidad de fractura en el yacimiento, t = 10 años



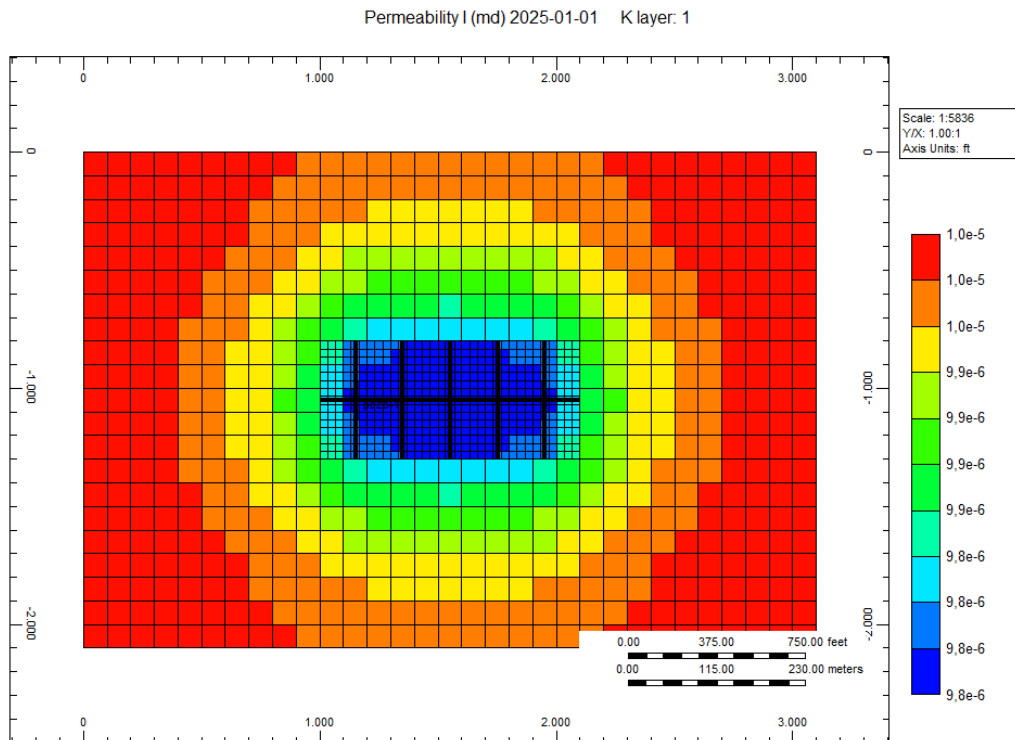
Fuente: Computer Modeling Group, CMG

Por su parte la pérdida de permeabilidad en matriz no sufre cambios drásticos. En las cercanías del pozo la reducción es del 2.4% mientras que en los límites del yacimiento su efecto es despreciable, tal como se observa en la Figura 43. Por lo tanto, es de esperarse que, sumado al hecho de que conforman una unidad de flujo secundaria, su efecto en la producción no sea tan significativo y esto concuerda con los resultados arrojados por las simulaciones.

Es preciso mencionar que el módulo de Young utilizado en la matriz, correspondiente al yacimiento Barnett ( $E=5.8E6$ ), es alto y por lo tanto el efecto de

la deformación en la producción es limitado. Este hecho ha sido comprobado y soportado por varios autores incluidos Cipolla et al<sup>52</sup>.

**Figura 43.** Distribución de la permeabilidad de matriz en el yacimiento, t = 10 años



Fuente: Computer Modeling Group, CMG

#### 4.3.1 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD AL MODELO DE DEFORMACIÓN NORMAL DE FRACTURAS

Debido a la importancia de la red de fracturas naturales en los cálculos de producción para formaciones *shale*, se decide realizar un estudio de sensibilidad a

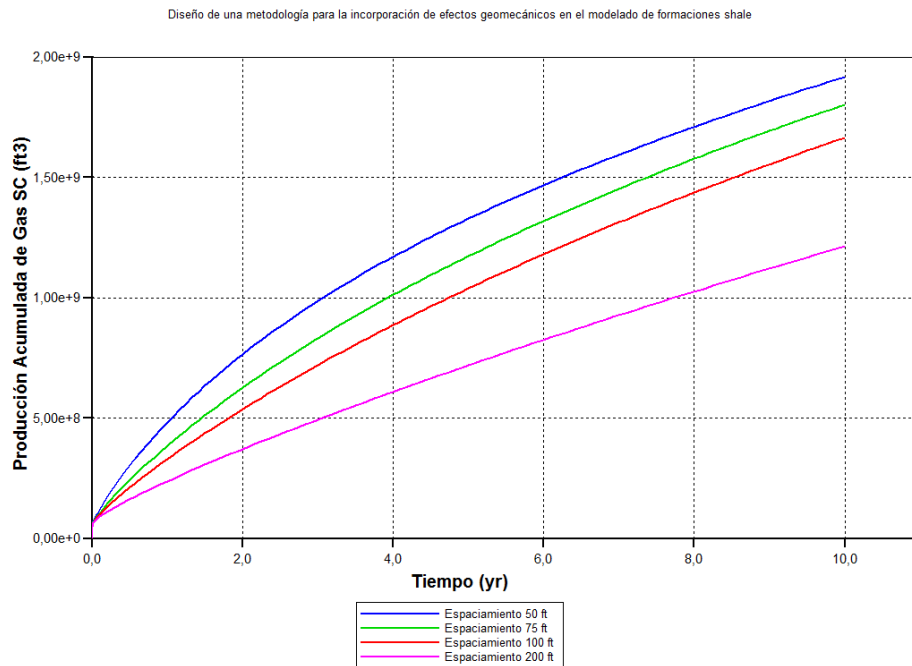
---

<sup>52</sup> CIPOLLA, Craig L., et al. Reservoir modeling and production evaluation in *shale*-gas reservoirs. En *International Petroleum Technology Conference*. International Petroleum Technology Conference, 2009.

tres parámetros distintos: espaciamiento de fracturas naturales, rigidez inicial y apertura inicial de fractura. Para hacer el análisis se tomó como base la curva de producción acumulada que incluye los efectos de deformación de fractura y matriz.

Se realizaron simulaciones para 4 espaciamientos distintos de fractura natural incluyendo el caso base, los valores fueron de 50 ft, 75 ft, 100 ft y 200 ft. Y para cada caso se modificó la porosidad de fractura de manera que ambas variables guardaran relación entre ellas. Los resultados se ilustran en la Figura 44 y se observa una reducción considerable en la producción acumulada final, de 6.01%, 13.14% y 36.68% respectivamente, con respecto a la curva base. Lo cual confirma que la existencia de una red de fracturas interconectadas y cercanas entre sí, favorece la explotación de yacimientos naturalmente fracturados y que se debe tener especial cuidado con los valores de densidad de fractura introducidos en el modelo ya que los resultados son sensibles a este parámetro.

**Figura 44.** Impacto del espaciamiento de fractura natural en la producción

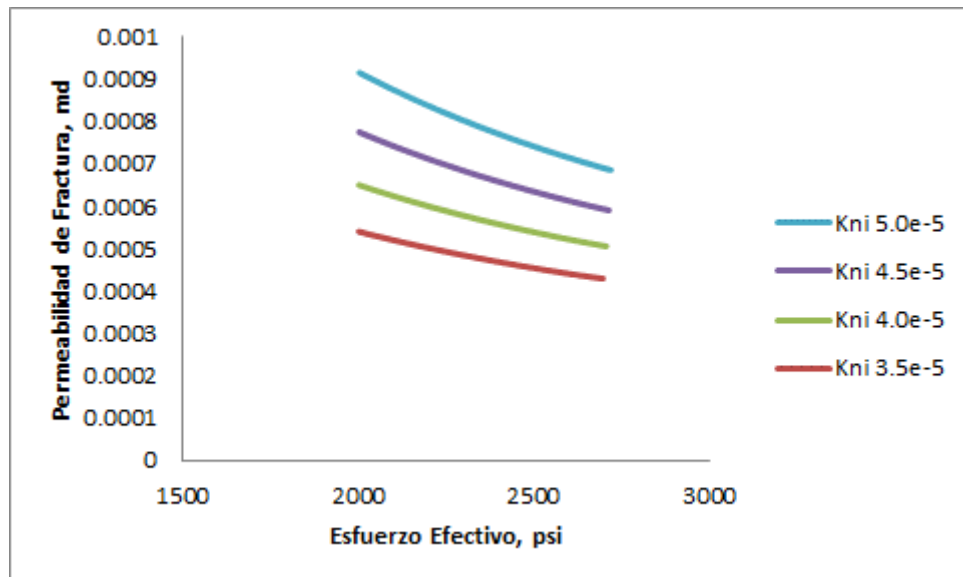


Fuente: Computer Modeling Group, CMG

Con respecto a la rigidez inicial de fractura se simularon cuatro escenarios distintos incluyendo el caso base, con valores entre  $5.0E-5$  psi y  $3.5E-5$  psi tal como se muestra en la Tabla 10. Los resultados arrojaron que el comportamiento de cierre de fracturas es bastante sensible al valor de rigidez y sus efectos se observan en una disminución de la producción en hasta un 34.4%. Este comportamiento se debe a que en la medida en que la fractura sea menos rígida, permite mayor deformación y la reducción de la permeabilidad será más evidente.

En la Figura 45 se observan las curvas de permeabilidad contra esfuerzo efectivo para el bloque (15,11,1) / (2,3,1) cercano al centro pozo horizontal. En la gráfica se muestran los cuatro escenarios simulados y a partir de los cuales se concluye que la disminución de este parámetro causa una leve disminución de la inclinación de la curva y un alto impacto en la reducción de permeabilidad de la fractura. Los efectos en la producción de gas se muestran en la Figura 46 y se resumen en la Figura 45.

**Figura 45.** Permeabilidad de fractura vs Esfuerzo Efectivo, Sensibilidad Rigidez

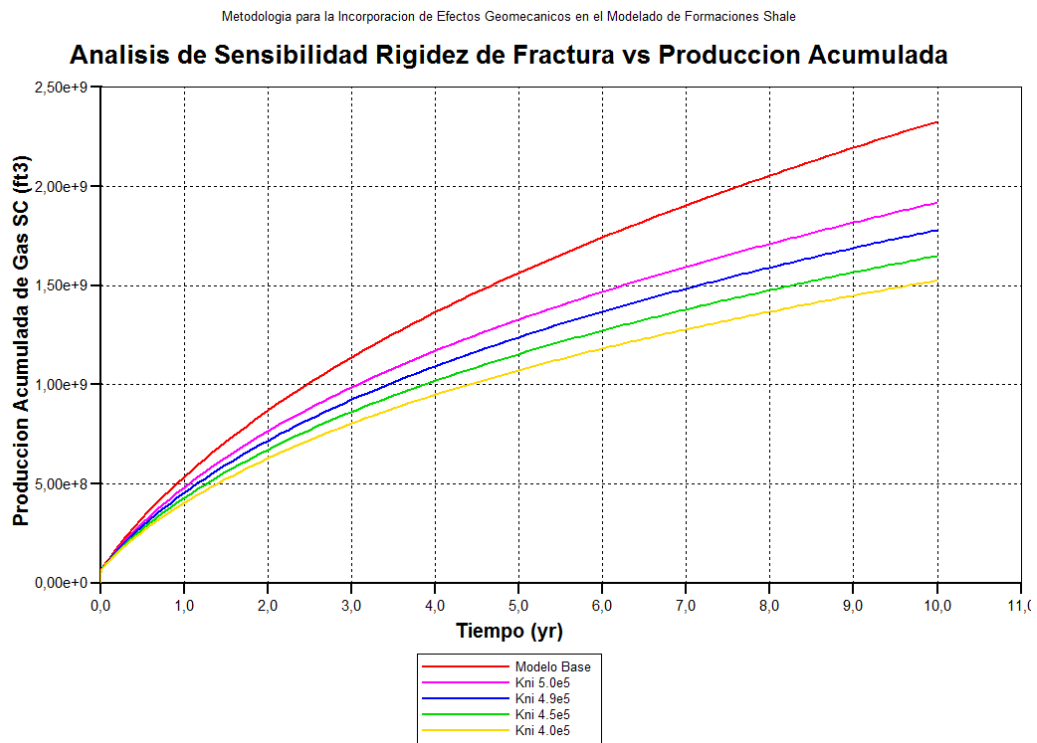


Fuente: Computer Modeling Group, CMG.

**Tabla 10.** Análisis de sensibilidad rigidez inicial de fractura

Rigidez Inicial, Kni [psi/ft]	% de variación	Variación en Volumen Producido [MMSCF]
5.0 E-5	17.6 %	409
4.5 E-5	23.5 %	546
4.0 E-5	29.1 %	677
3.5 E-5	34.4 %	801

**Figura 46.** Impacto de la rigidez inicial de fractura en la producción



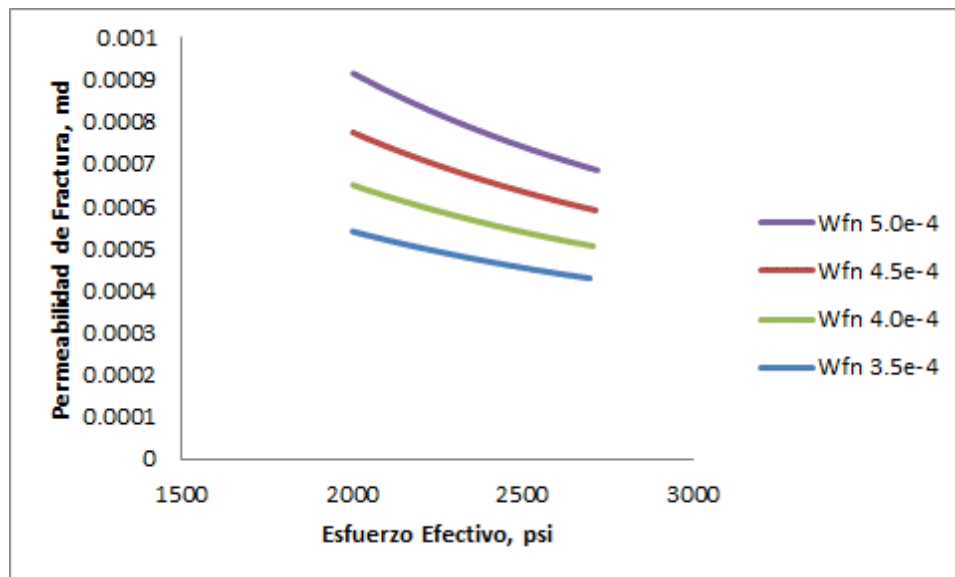
Fuente: Computer Modeling Group, CMG.

De igual forma se simularon cuatro escenarios con distintos valores de apertura inicial de fractura incluyendo el caso base, con valores entre 5.0E-4 ft y 3.5E-4 ft tal como se muestra en la Tabla 11. Los resultados arrojaron que el comportamiento de cierre de fracturas es también sensible al valor de apertura inicial y sus efectos

se evidencian en una disminución de la producción de hasta un 34.4%. La relación entre apertura de fractura y permeabilidad es estrecha y un cambio mínimo en la primera afecta en gran medida a la última, repercutiendo finalmente en la producción final del pozo.

En la Figura 47 se observan las curvas de permeabilidad contra esfuerzo efectivo para el bloque (15,11,1) / (2,3,1) cercano al centro pozo horizontal. Los gráficos obtenidos muestran el mismo comportamiento observado al variar la rigidez de las fracturas por lo que se concluye el valor de apertura no solo impacta en la porosidad del yacimiento sino también en su comportamiento de flujo. En la medida en que la apertura inicial sea menor, más fácil será deformar la fractura y mayor será el efecto de su deformación en la productividad final.

**Figura 47.** Permeabilidad de fractura vs Esfuerzo efectivo, Sensibilidad Apertura



Fuente: Computer Modeling Group, CMG.

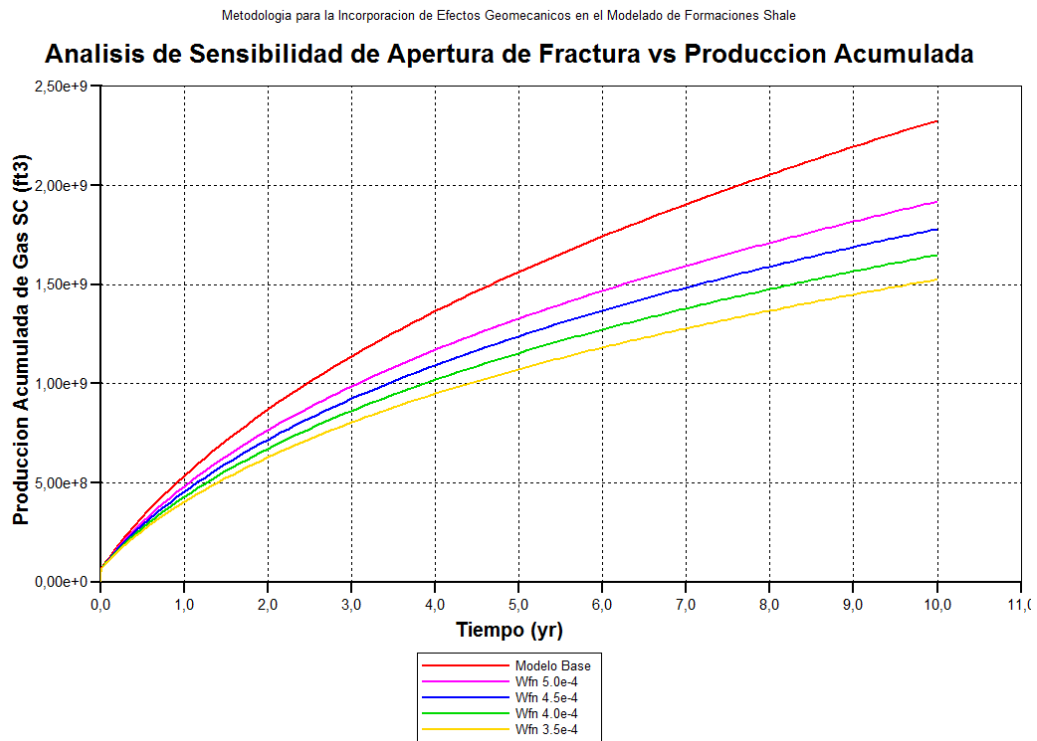
Por otro lado, dado el alto grado de sensibilidad que tiene la producción con respecto a los últimos dos parámetros, es coherente decir que el grado de incertidumbre en

cualquiera ellos es significativo a la hora de realizar simulaciones de ajuste histórico o proyecciones en yacimientos naturalmente fracturados.

**Tabla 11.** Análisis de sensibilidad apertura inicial de fractura

Apertura Inicial, Wfn [ft]	% de variación	Variación en Volumen Producido [MMSCF]
5.0 E-4	17.6 %	409
4.5 E-4	23.5 %	546
4.0 E-4	29.1 %	677
3.5 E-4	34.4 %	801

**Figura 48.** Impacto de la apertura inicial de fractura en la producción acumulada



Fuente: Computer Modeling Group, CMG.

## 5. CONCLUSIONES

Se comprueba la consistencia de la metodología diseñada realizando un modelo de simulación y se concluye que el flujo de trabajo diseñado especifica de manera sencilla los pasos y la información requerida para crear un modelo de simulación acoplado a deformación geomecánica adecuado para formaciones shale.

El uso de una malla independiente para los cálculos geomecánicos es el enfoque más apropiado para el acople de deformación y las soluciones del flujo de fluidos. Este permite contextualizar el yacimiento al peso suprayacente de las rocas y de las demás formaciones que lo rodean, con la finalidad de evitar efectos de borde.

Al modelar formaciones *shale* se observa que las propiedades petrofísicas que más impactan el desempeño de producción son: la densidad, permeabilidad y apertura de las fracturas naturales. Debido al cambio de estas propiedades conforme el yacimiento pierde presión, es importante que en cualquier estudio de simulación se tengan en cuenta estos efectos.

Al considerar un estudio geomecánico en formaciones *shale* la caracterización del sistema de fracturas debe implicar mayor tiempo de estudio con el fin de obtener los parámetros más ajustados posibles. Como se observó en el proyecto, hay parámetros que poseen una sensibilidad significativa, por lo que entre mayor sea la certeza de los datos alimentados, mejor será la calidad de los resultados.

La deformación de fracturas representadas por el modelo Barton-Bandis prueba ser el fenómeno de mayor impacto geomecánico, por encima de la deformación de matriz (Li & Chalaturnyk); el cierre de las fracturas calculado es el efecto al cual se debe poner especial cuidado puesto que controla el comportamiento de flujo de este tipo de formación en la medida en que el yacimiento es depletado.

## 6. RECOMENDACIONES

Para una mejor representación de la red de fracturas en formaciones *shale* puede ser adecuado utilizar un enfoque de fracturas discretas. Si se cuenta con la información necesaria sobre la distribución de fracturas en el SRV se obtendría una mejor evaluación del comportamiento del yacimiento realizando un refinamiento en el plano de fractura.

Realizar una evaluación del impacto de mecanismos de flujo de carácter no lineal, tales como flujo no Darcy y efecto Klinkenberg, en el flujo de gas a través de formaciones shale y a su vez plantear el flujo trabajo para integrar estos fenómenos para el modelado de estas formaciones.

Desarrollar modelos conceptuales para evaluar la influencia de distintos modos de falla, configuraciones de pozo diferentes, longitud, etapas de fracturamiento y demás variaciones para analizar el comportamiento de producción bajo distintos esquemas de completamiento y diversos tipos de deformación.

Implementar la metodología diseñada en formaciones colombianas una vez se cuente con los datos suficientes para la construcción del modelo y los respectivos datos de producción para la validación del modelo.

## BIBLIOGRAFÍA

“March 2013 Investor Presentation” Canacol Energy.

AADNOY, Bernt; LOOYEH, Reza. Petroleum rock mechanics: drilling operations and well design. Gulf Professional Publishing, 2011

BAGHERI, Mohammad A., et al. Modeling of geomechanics in naturally fractured reservoirs. SPE Reservoir Evaluation & Engineering, 2008, vol. 11, no 01, p. 108-118

BANDIS, S. C.; LUMSDEN, A. C.; BARTON, N. R. Fundamentals of rock joint deformation. En International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. Pergamon, 1983. p. 249-268.

BARTON, N.; BANDIS, S.; BAKHTAR, K. Strength, deformation and conductivity coupling of rock joints. En International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. Pergamon, 1985. p. 121-140.

BARTON, N.; CHOUBEY, V1. The shear strength of rock joints in theory and practice. Rock mechanics, 1977, vol. 10, no 1-2, p. 1-54.

CARMICHAEL, Robert S. CRC handbook of physical properties of rocks. Volume III. 1984.

CHO, Younki, et al. Pressure-dependent natural-fracture permeability in *shale* and its effect on *shale*-gas well production. SPE Reservoir Evaluation & Engineering, 2013, vol. 16, no 02, p. 216-228.

CIPOLLA, Craig L., et al. Reservoir modeling and production evaluation in *shale*-gas reservoirs. En International Petroleum Technology Conference. International Petroleum Technology Conference, 2009.

COOK, John, et al. Rocks Matter: Ground Truth in Geomechanics. Oilfield Review, 2007, vol. 19, no 3, p. 36-55.

DARISHCHEV, Alexander, et al. On simulation of flow in tight and *shale* gas reservoirs. En SPE Unconventional Gas Conference and Exhibition. Society of Petroleum Engineers, 2013.

DE LA PORTE, Jacoba Johanna, et al. The effect of fracture relative permeabilities and capillary pressures on the numerical simulation of naturally fractured reservoirs. En SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Society of Petroleum Engineers, 2005.

DONG, Zhenzhen, et al. Resource evaluation for *shale* gas reservoirs. SPE Economics & Management, 2013, vol. 5, no 01, p. 5-16.

FJAR, Erling, et al. Petroleum related rock mechanics. Elsevier, 2008.

FUNG, LS-K., et al. Numerical simulation of naturally fractured reservoirs. En Middle East Oil Show. Society of Petroleum Engineers, 1993

GEM User's Guide – Versión 2013, Computer Modelling Group Ltd.

GOODMAN, R. E. The mechanical properties of joints. Proc 3rd Int Congr International Society of Rock Mechanics, 1974, p. 1-7.

IWAI, Katsuhiko. Fundamental studies of fluid flow through a single fracture. 1976. Tesis Doctoral. University of California, Berkeley.

JAVADPOUR, Farzam, et al. Nanopores and apparent permeability of gas flow in mudrocks (*shales* and siltstone). Journal of Canadian Petroleum Technology, 2009, vol. 48, no 08, p. 16-21.

KUUSKRAA, Vello; STEVENS, Scott H.; MOODHE, Keith D. Technically recoverable *shale* oil and *shale* gas resources: an assessment of 137 *shale* formations in 41 countries outside the United States. 2013.

LANGMUIR, Irving. The constitution and fundamental properties of solids and liquids. II. Liquids. 1. Journal of the American Chemical Society, 1917, vol. 39, no 9, p. 1848-1906.

LI, P., et al. Permeability variations associated with shearing and isotropic unloading during the SAGD process. Journal of Canadian Petroleum Technology, 2006, vol. 45, no 01.

MOKHTARI, Mehdi. Impacts of Stress, Natural and Induced Fractures on Mechanical Properties of Organic-Rich *Shales*.

NARR, Wayne; SCHECHTER, David W.; THOMPSON, Laird B. Naturally fractured reservoir characterization. Richardson, TX: Society of Petroleum Engineers, 2006.

PRUESS, Karsten, et al. A practical method for modeling fluid and heat flow in fractured porous media. Society of Petroleum Engineers Journal, 1985, vol. 25, no 01, p. 14-26.

REISS, Louis H. The reservoir engineering aspects of fractured formations. Editions Technip, 1980.

ROSSEN, W. R., et al. Effect of fracture relative permeabilities on performance of naturally fractured reservoirs. En International Petroleum Conference and Exhibition of Mexico. Society of Petroleum Engineers, 1994.

SNOW, D. T. Fundamentals and in situ determination of permeability. Proc. ISRM Sympos., Stuttgart, Germany, Genl. Rpt. Theme, 1972, vol. 1, no 6.

SWAMI, Vivek, et al. A pore scale gas flow model for *shale* gas reservoir. EnSPE Americas Unconventional Resources Conference. Society of Petroleum Engineers, 2012.

TAO, Qingfeng. Numerical modeling of fracture permeability change in naturally fractured reservoirs using a fully coupled displacement discontinuity method. 2010. Tesis Doctoral. Texas A&M University.

TERZAGHI, Karl. Theoretical soil mechanics. Wiley, 1943.

TRAN, D., et al. An overview of iterative coupling between geomechanical deformation and reservoir flow. En SPE International Thermal Operations and Heavy Oil Symposium. Society of Petroleum Engineers, 2005.

TRAN, David, et al. Improved gridding technique for coupling geomechanics to reservoir flow. SPE Journal, 2010, vol. 15, no 01, p. 64-75.

TRAN, David, et al. New iterative coupling between a reservoir simulator and a geomechanics module. En SPE/ISRM Rock Mechanics Conference. Society of Petroleum Engineers, 2002.

VAN GOLF-RACHT, Theodor D. Fundamentals of fractured reservoir engineering. Elsevier, 1982.

VERMYLEN, John Peter. Geomechanical studies of the Barnett *shale*, Texas, USA. Stanford University, 2011.

WANG, Cong. Pressure Transient Analysis of Fractured Wells in *Shale* Reservoirs. 2013. Tesis Doctoral. Colorado School of Mines.

WITHERSPOON, P. A. Validity of cubic law for fluid flow in a deformable rock fracture. Lawrence Berkeley National Laboratory, 2010.

YU, Wei; SEPEHRNOORI, Kamy. Simulation of gas desorption and geomechanics effects for unconventional gas reservoirs. *Fuel*, 2014, vol. 116, p. 455-464.

ZOBACK, Mark D. Reservoir geomechanics. Cambridge University Press, 2010.