# CONTROL ROBUSTO SEMI-ACTIVO PARA UNA ESTRUCTURA FLEXIBLE TIPO PUENTE

ERIK FABIÁN BECERRA RIVERA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA MAESTRÍA EN INGENIERÍA MECÁNICA BUCARAMANGA 2021

# CONTROL ROBUSTO SEMIACTIVO PARA UNA ESTRUCTURA FLEXIBLE TIPO PUENTE

# ERIK FABIÁN BECERRA RIVERA

Trabajo de grado para optar al título de Magister en Ingeniería Mecánica

Director: CARLOS BORRÁS PINILLA Ph.D. Ingeniero Mecánico

> Codirector: GUSTAVO CHIO CHO Ph.D. Ingeniero Civil

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA MAESTRÍA EN INGENIERÍA MECÁNICA BUCARAMANGA 2021

# DEDICATORIA

A Violetta, la flor más hermosa, lo más bello de mi vida.

## AGRADECIMIENTOS

A DIOS que está en todo y dentro de todos.

Agradezco a mis padres, por su confianza y apoyo incondicional, por darme fortaleza y acompañamiento en los más duros momentos y por sonreír a mi lado en momentos de gozo.

Agradezco al profesor Carlos Borrás Pinilla por su confianza y ayuda en todos los momentos del proyecto, por ser director y amigo, por su apoyo desde el inicio del proyecto.

Agradezco al profesor Gustavo Chío Cho por su colaboración y pertinente orientación, por su paciencia y comprensión.

Agradezco al profesor Pedro José Díaz Guerrero por compartir momentos de tertulia que fueron indispensables para encontrar el camino hacia la culminación de este proyecto.

Agradezco a mis compañeros Jessica, Miguel, Fabián y Yeison por ayudarme a pasar mejor cada momento dentro de la maestría y a todos los demás compañeros y amigos que atendieron mi llamado para aclarar dudas, para obtener información útil o para compartir un café.

Agradezco a todas las personas que con buenas obras sin saberlo contribuyeron significativamente a la culminación de este proyecto; además agradezco también a las personas que intentaron poner barreras para que este proyecto no se culminara porque favorecieron mi crecimiento personal. MUCHAS GRACIAS.

# CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	16
1.1 MOTIVACIÓN	16
1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	20
1.3 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN	22
1.4 ALCANCE DEL PROYECTO	24
1.5 METODOLOGÍA	24
1.6 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	24
1.7 MODELO DE ELEMENTOS FINITOS DEL PUENTE	25
1.8 MODELOS MATEMÁTICOS	25
1.9 MODELO COMPUTACIONAL DEL SISTEMA ESTRUCTURA CONTR	ROLADOR
	26
1.10 DESARROLLO DE LA ESTRATEGIA DE CONTROL	26
1.11 ANÁLISIS DE RESULTADOS	26
1.12 RESULTADOS ESPERADOS	27
2. OBJETIVOS	28
2.1 OBJETIVO GENERAL	28
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	28
	00
3. ESTADO DEL ARTE	
3.1 CONTROLADORES PASIVOS	
3.1.1 Sistemas disipadores de energía	
3.1.2 Amortiguador visco-elástico.	35
3.1.3 Amortiguador de fluido viscoso	36
3.1.4. Disipador de energía por flexión	
3.1.5 Sistemas de aislamiento de base	41
3.1.6 Sistemas inerciales acoplados.	43

3.2 CONTROLADORES ACTIVOS46
3.3. CONTROLADORES HÍBRIDOS49
3.3.1 Amortiguador híbrido de masa (HDM)49
3.3.2 Aislamiento de base con control activo del desplazamiento
3.4 CONTROLADORES SEMI-ACTIVOS
3.4.1 Amortiguador semi-activo de rigidez variable60
3.4.2. Amortiguador semi-activo de fricción controlable60
3.4.3. Amortiguador semi-activo de orificio variable60
3.4.4 Amortiguador de rigidez variable60
3.4.5 Amortiguador semi-activo de fluido controlable63
3.5 Algunos artículos recientes sobre amortiguadores MR65
4. MARCO TEÓRICO
4.1 MODELOS MATEMÁTICOS DE AMORTIGUADORES MR73
4.1.1 Modelo Tangente Hiperbólica74
4.1.2 Modelo Bouc – Wen76
4.1.3 Modelo Viscous Plus Dahl
4.2 MODELO MR INVERSO82
4.3 AMORTIGUADORES MR EN PUENTES83
4.4 ESTRATEGIAS DE CONTROL ESTRUCTURAL
4.4.1 LQR (Lineal Quadratics Regulator)87
4.4.2 MPC (Model Predictive Control)88
4.5 CONTROL ESTRUCTURAL USANDO EL AMORTIGUADOR MR90
4.6 CONTROL ROBUSTO91
4.6.1 Relaciones fundamentales de control93
4.6.2. Estabilidad de sistemas94
4.6.3 Normas de vectores y sistemas95
4.6.4. Sensibilidad del sistema a pequeños cambios en los parámetros de la planta.

4.6.5. Descripción de las incertidumbres101
4.6.6 Controladores H ∞104
5. MODELOS DINAMICOS DEL SISTEMA
5.1 MODELO MATEMÁTICO DEL PUENTE110
5.1.1. Grados de libertad de la viga110
5.1.2. Modelo de elementos Finitos
5.1.3 Tipo de puente111
5.1.4. Modelo de la viga como un sistema generalizado de un solo grado de libertad
5.2 MODELO MATEMÁTICO DEL AMORTIGUADOR MR MODELO BOUC – WEN.
5.3 MODELO MATEMÁTICO DEL MR INVERSO126
5.4 METODOLOGÍA UTILIZADA PARA LA INTERACCIÓN ESTRUCTURA
ACTUADOR – CONTROLADOR
5.4.1 Modelo de interacción estructura – controlador – actuador128
~
6. DISENO DEL CONTROLADOR131
6.1 MODELO SIMPLIFICADO DEL PUENTE131
6.2 INCERTIDUMBRES EN LA PLANTA
6.3 INTERCONEXIÓN DEL SISTEMA Μ-Δ135
6.4 FUNCIONES DE PONDERACIÓN136
6.5 PLANTA AUMENTADA139
6.6 CÁLCULO DEL CONTROLADOR140
7. RESULTADOS PARA EL SISTEMA GENERALIZADO144
8. RESULIADOS PARA EL SISTEMA DE VARIOS GDL Y MONTAJE DE
AMORTIGUADORES LATERALES
8.1 MONTAJES DE AMORTIGUADORES MR EN PUENTES

8.1.1 Amortiguadores Directamente Debajo del Puente	164
8.1.2. Amortiguadores en Diagonal Sobre los Apoyos del Span	165
8.1.3 Amortiguadores Sobre Cables.	166
8.1.4 Amortiguadores Horizontales Debajo las Lozas del Puente	166
8.1.5 Montaje Propuesto	166
8.2 PROPORCIÓN DE CARGA PARA VIGAS EQUIVALENTES	168
8.3 DESCOMPOSICIÓN VECTORIAL DE FUERZAS EN EL ESLABÓN	168
8.4 SIMULACIÓN DEL SISTEMA	169
8.5 RESPUESTA EN LAZO ABIERTO	178
8.6 RESPUESTA EN LAZO CERRADO	179
8.7 MÉTODO PROPUESTO	180
9. DISCUSIONES Y SUGERENCIAS	181
10. CONCLUSIONES	184
	400
DIDLIUGKAFIA	

## LISTA DE CUADROS

pág.
Cuadro 1. Publicaciones de control activo
Cuadro 2. Publicaciones de control activo. (Continuación)53
Cuadro 3. Publicaciones de control activo en Colombia
Cuadro 4. Resumen de edificios y torres con sistemas de control estructural55
Cuadro 5. Resumen de edificios y torres con sistemas de control estructural.
(Continuación)56
Cuadro 6. Resumen de edificios y torres con sistemas de control estructural
(Continuación)
Cuadro 7. Resumen de puentes con sistemas de control estructural58
Cuadro 8. Parámetros del modelo Tangente Hiperbólica76
Cuadro 9. Parámetros del amortiguador MR Bouc-Wen78
Cuadro 10. Ecuaciones y parámetros del amortiguador MR Plus Dahl80
Cuadro 11. Parámetros de un modelo algebraico de amortiguador MR81
Cuadro 12. Propiedades de la viga116
Cuadro 13. Propiedades de la viga simulada118
Cuadro 14. Parámetros modelo Bouc-Wen 1000 KN125
Cuadro 15. Propiedades generales de la loza (viga simplemente apoyada): 132
Cuadro 16. Parámetros para la definición de las funciones de ponderación 138
Cuadro 17. Propiedades del puente150
Cuadro 18. Estadísticas de simulación para 1GDL y VGDL176
Cuadro 19. Índices de desempeño para pico máximo en varias simulaciones178

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Resumen esquemático de controladores estructurales	31
Figura 2. Esquema de una estructura con controlador pasivo	34
Figura 3. Esquema de amortiguador Viscoelástico.	36
Figura 4. Amortiguador de vibraciones.	37
Figura 5. Montaje de amortiguadores viscosos y aislamiento de base	38
Figura 6. Amortiguador utilizado en El centro médico de San Bernardino. 1995.	38
Figura 7. Disipadores sísmicos Torre Titanium (Chile)	39
Figura 8. Disipador de energía por flexión	40
Figura 9. Disipador ADAS (Added Camping And Stiffness).	40
Figura 10. Disipador por flexión de pernos.	41
Figura 11. Sistema disipador de energía.	42
Figura 12. Aislador de base por fricción	42
Figura 13. Aislador de base pendular.	43
Figura 14. Esquema de control de los sistemas pasivos	44
Figura 15. Esquema de un controlador híbrido de masa sintonizada	50
Figura 16. Aislamiento de base con control activo de desplazamiento	51
Figura 17. Controladores Semi-activos	59
Figura 18. Esquema de un amortiguador de rigidez variable	61
Figura 19. Amortiguador Variable reseteable	62
Figura 20. Esquema del amortiguador de flujo controlable.	63
Figura 21. Estructura interna de un amortiguador MR.	65
Figura 22. Modelo amortiguador MR Tangente hiperbólica	75
Figura 23. Modelo amortiguador MR Bouc-Wen.	77
Figura 24. Esquema del amortiguador MR viscous Plus Dahl	79

Figura 25. Esquema del control MPC89
Figura 26. Estrategia de control basada en MPC90
Figura 27. Esquema fundamental de sistema de control94
Figura 28. Sistema de control para una planta con incertidumbre102
Figura 29. Resumen tipos de incertidumbre103
Figura 30. Lazo cerrado entre G y K 105
Figura 31. Arquitectura de la planta aumentada106
Figura 32. Puente tipo loza simplemente apoyada112
Figura 33. Viga discretizada en 8 elementos114
Figura 34. Notación del elemento tipo viga115
Figura 35. Matriz de funciones de forma119
Figura 36. Viga discretizada con carga móvil y detalle en el elemento 3121
Figura 37. Diagrama de bloques del sistema124
Figura 38. Primer paso de la metodología utilizada127
Figura 39. Segundo paso de la metodología utilizada127
Figura 40. Tercer paso de la metodología utilizada128
Figura 41. Sistema de interconexión Estructura - Controlador – Actuador 129
Figura 42. Interconexión MR inverso + MR130
Figura 43. Sistema de 1 GDL (M_, K_, C_)133
Figura 44. Sistema de 1 GDL (m + $\delta m$ , K+ $\delta k$ , C+ $\delta c$ )
Figura 45. Configuración M- $\Delta$ ( <i>ULFT</i> )135
Figura 46. Diagrama de bode de la planta nominal. Ancho de banda BW=24,5 rad/s
Figura 47. Funciones de ponderación W1 (azul) y W3 (rojo)
Figura 48. Planta aumentada del sistema ponderado por W1, W2, W3140
Figura 49. Sistema básico de control realimentado141
Figura 50. Valores singulares para la solución subóptima $\gamma = 0,6562$ 143
Figura 51. Sismo Morgan Hill 36 Km. Componente vertical del desplazamiento en
cm

Figura 52. Perturbación en metros148
Figura 53. Esquema general del sistema estructura – controlador – actuador152
Figura 54. Diagrama de bloques del sistema control – estructura – actuador 155
Figura 55. Resultados de la simulación desde el workspace
Figura 56. Respuesta estructural (en metros) del sistema 1GDL con control y sin
control158
Figura 57. Fuerza (en Newton) calculada por el controlador Fk vs fuerza del MR
Figura 58. Perturbación (componente vertical del sismo)160
Figura 59. Montaje de un MR debajo del puente164
Figura 60. MR en diagonal sobre los apoyos del puente165
Figura 61. Montaje de amortiguador MR en paralelo debajo de la loza166
Figura 62. Montaje propuesto para el amortiguador MR167
Figura 63. Descomposición vectorial y relación de palanca
Figura 64. Viga discretizada en 6 EF. Con GDL restringidos (rojo)169
Figura 65. Modelo de SIMULINK lazo abierto y cerrado sistema 1GDL y VGDL.171
Figura 66. Respuesta estructural para una de las plantas del sistema de 1GDL 174
Figura 67. Respuesta estructural para la planta nominal con varios GDL
Figura 68. Planteamiento del problema de carga movil
Figura 69. Carga en función del tiempo
Figura 70. Integral de Duhamel vs. espacio de estados215
Figura 71. Sistema equivalente de cargas sobre la viga216
Figura 72. Deflexión localizada en el sistema 1220
Figura 73. Deflexión localizada en el sistema 2220

### LISTA DE ANEXOS

#### RESUMEN

TÍTULO: CONTROL ROBUSTO PARA UNA ESTRUCTURA FLEXIBLE TIPO PUENTE<sup>\*</sup> AUTOR: ERIK FABIÁN BECERRA RIVERA<sup>\*\*</sup>

**PALABRAS CLAVE:** VIGAS, ELEMENTOS FINITOS, CONTROL ESTRUCTURAL, CONTROL ROBUSTO, H INFINITO.

DESCRIPCIÓN: Este trabajo detalla la metodología para implementar un control robusto estructural semiactivo sobre una estructura flexible tipo puente utilizando amortiguadores magneto reológicos (MR) y permite observar el grado de mitigación lograda sobre un modelo simplificado ideal del puente y a su vez sobre un modelo de elementos finitos que tiene en cuenta la instalación de amortiguadores MR en un disposición real y posible en términos de montaje. Se parte de un modelo simplificado del puente como un sistema generalizado de un solo grado de libertad con el cual se realiza la síntesis del controlador utilizando el algoritmo de control H∞; luego se implementa el controlador calculado en un modelo de elementos finitos del mismo puente y se comparan los resultados obtenidos con los dos modelos. El control logra superar no linealidades del modelo Bouc Wen del amortiguador MR para lo cual utiliza las señales de un estimador MR inverso. Los resultados muestran que el controlador robusto semiactivo permite mitigar los efectos de una perturbación sísmica de prueba a pesar de las no linealidades del amortiguador MR y las incertidumbres paramétricas multiplicativas en la estructura, además de validar la hipótesis del uso de un modelo de un grado de libertad para calcular el controlador y la implementación por el método de elementos finitos de una configuración realista de amortiguadores MR en un modelo más detallado del puente.

<sup>\*</sup>Trabajo de grado Maestría

<sup>\*\*</sup> Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Director: Carlos Borrás Pinilla Ph.D. Codirector: Gustavo Chio Cho. Ph.D.

#### ABSTRACT

**TITLE:** ROBUST CONTROL FOR A FLEXIBLE BRIDGE-TYPE STRUCTURE \* **AUTHOR:** ERIK FABIÁN BECERRA RIVERA\*\*

**KEY WORDS:** BEAMS, FINITE ELEMENTS, STRUCTURAL CONTROL, ROBUST CONTROL, H-INFINITY.

**DESCRIPTION:** This work details the methodology to carry out robust, semi-active structural control actions on a flexible bridge-type structure using magneto-rheological (MR) dampers and allows observing the degree of mitigation achieved when carrying out structural control on an ideal simplified model of the bridge and in turn on a finite element model that takes into account the installation of MR dampers in a real and possible arrangement in terms of mounting. The starting point is a simplified model of the bridge as a generalized system of a single degree of freedom with which the synthesis of the controller is performed using the  $H^{\infty}$  control algorithm; then the calculated controller is implemented in a finite element model of the same bridge and the results obtained with the two models are compared. The control manages to overcome non-linearities of the Bouc Wen model of the MR damper, for which it uses the signals of an inverse MR estimator. The results show that the robust semi-active controller allows to mitigate the effects of a test seismic disturbance despite the nonlinearities of the MR buffer and the multiplicative parametric uncertainties in the structure, in addition to validating the hypothesis of the use of a model of a degree of freedom to calculate the controller and the implementation by the finite element method of a realistic configuration of MR dampers in a more detailed model of the bridge.

<sup>\*</sup> M.Sc. Thesis

<sup>\*\*</sup> Faculty of Physical Mechanical Engineering. Mechanical engineering school. Director: Carlos Borrás Pinilla Ph.D. Co-director: Gustavo Chio Cho. Ph.D.

### INTRODUCCIÓN

Las estructuras civiles y mecánicas están sometidas a cargas de diseño y cargas imprevistas que abarcan amplios rangos de frecuencia, por lo cual su diseño debe abordarse desde la dinámica estructural; para apoyar las labores de diseño desde hace varios años se investigan técnicas de control estructural que minimicen los efectos de las perturbaciones en una estructura buscando mejorar el confort (edificios), minimizando las oscilaciones y la fatiga (puentes y estructuras) o mejorar el desempeño (estructuras mecánicas, suspensiones inteligentes etc). Desde el punto de vista de los dispositivos de control se describen los sistemas de control pasivos, activos, híbridos y semi-activos, haciendo énfasis en los dispositivos semi-activos y específicamente en los amortiguadores Magneto-Reológicos (MR). Se plantea el problema de la tesis, se describe la estructura general del proyecto, objetivos, justificación, alcance y metodología.

#### 1.1 MOTIVACIÓN

Las vibraciones excesivas en estructuras civiles pueden provocar daños y reducir la vida de sus componentes causando pérdidas económicas y humanas en algunos casos; el control estructural es tema de interés en la ingeniería permitiendo mejorar los diseños para poder enfrentar de forma segura los efectos no deseados de las cargas impuestas por sismos, viento o tráfico.

la necesidad permanente de mejora ha permitido a la ingeniería desarrollar métodos constructivos y diseños que soportan las cargas impuestas por el uso

proyectado, por sismos o viento; inicialmente las estructuras eran diseñadas de manera que su gran masa y rigidez permitían a la estructura soportar la carga, sin embargo las grandes cantidades de energía liberada en un sismo también afectar estas estructuras ya que un sistema muy rígido también puede fallar por su baja capacidad de liberación de energía. Partiendo de este hecho surgen propuestas que apuntan a una liberación controlada de energía, que resulta en diseños más flexibles y livianos, pero a la vez sismo-resistentes. La aplicación de diferentes técnicas en las últimas décadas ha permitido señalar 4 categorías principales de métodos de control estructural: a.) Sistemas de control pasivos, b.) Sistemas de control activo, c.) Sistemas de Control híbrido y d.) Sistemas de control Semiactivos.

Dentro de la tendencia de estructuras más livianas y resistentes se han propuesto modelos de <u>control estructural pasivos</u> donde la liberación de energía se da por el aislamiento en la base de la estructura, es decir, diseñar apoyos que no trasmiten las vibraciones directamente a la estructura y que son en sí mismos amortiguadores de vibraciones y liberadores de energía, sin embargo éstos métodos pasivos no se adaptan a condiciones de carga ni cambios estructurales<sup>1</sup>; un ejemplo de este tipo de estructura con aislamiento de base se estudia en<sup>2</sup> analizando el comportamiento de una estructura sometida al sismo registrado en california en 1994, mostrando una mejora en la respuesta estructural con aislamiento de base vs. la misma estructura con base fija, esperando que la respuesta estructural futura con diseños semejantes fuera aceptable; sin embargo

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> SPENCER, Billie; NAGARAJAIAH, Satish. State of the Art of Structural Control. *Journal of Structural Engineering* [En línea] 13 de Junio de 2003, vol. 129, pp. 845–856.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> NAGARAJAIAH, Satish y SUN, Xiaohong. Response of base-isolated USC hospital building in Northridge Earthquake. *Journal of Structural Engineering* [En línea], octubre 01 de 2000, vol. 126, nro. 10, pp. 1177-1186.

otros estudios<sup>3</sup> muestran que estructuras con aislamiento de base pueden ser vulnerables a sismos debido a la presencia de altas fuerzas de fricción y desplazamientos permanentes no deseables, que pueden ser manejado con el uso de otros dispositivos, por ejemplo amortiguadores Electro-reológicos.

Otro tipo de <u>control pasivo</u> usa dispositivos adicionados a la estructura como masa de sacrificio a donde se envía parte de la energía para que allí se libere reduciendo la afectación y los daños no deseados; dicha masa puede ser un bloque sólido, TMD (Tuned Mass Damper, Amortiguador de masa sintonizada) o bien una masa liquida, TLD (Tuned, Liquid Damper, Amortiguador Líquido Sintonizado) los dos sistemas son <u>controladores pasivos</u>, ya que no requieren energía externa para su funcionamiento; tal tipo de controladores tienen una notable desventaja y es que requieren grandes espacios para su instalación además de funcionar bien solo en cierto rango de frecuencias.

Los controladores conocidos como <u>controladores activos</u> imponen fuerzas directamente sobre la estructura controlando la amplitud de su respuesta según las señales recibidas de sensores correctamente ubicados en la estructura, como su oscilación no depende de la oscilación de la estructura suelen funcionar en un amplio rango de frecuencias, sin embargo estos controladores requieren energía externa a la propia energía de excitación y al tratarse de grandes masas las cantidades de energía solicitadas por el controlador también son considerables provocando que la implementación de dichos sistemas no sea tan sencilla. Analizando las desventajas presentadas por los controladores pasivos y los

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> MAKRIS, Nicos. Rigidity - plasticity - viscosity: Can electrorheological dampers protect baseisolated structures from near-source ground motions?. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* [En línea]. Mayo de 1997, vol. 26, nro. 5, pp. 571 – 591.

controladores activos, se proponen los sistemas de control híbridos que combinan sus propiedades logrando control estructural en un rango más amplio de frecuencias con un menor consumo de energía<sup>4 5 6</sup>.

En los <u>sistemas de control hibrido</u> se tienen una gran masa oscilante sólida (TMD), o líquida (TLD) tal como en los sistemas pasivos sin embargo la oscilación de dicha masa es controlada por la adición de un sistema activo de menor tamaño que modifica las propiedades dinámicas de la masa principal lo que permite tener control sobre la energía liberada; estos sistemas responde adecuadamente en un rango de frecuencias más amplio además de requerir una entrada de energía mucho menor que un sistema activo. Estas ventajas han permitido que los sistemas híbridos tengan una buena acogida y que su implementación práctica se presente en varias estructuras principalmente en Japón<sup>7</sup>. Otro tipo de controladores usan dispositivos con propiedades de rigidez o amortiguamiento variables, tales sistemas son conocidos como <u>sistemas de control semi-activos</u>.

Los <u>sistemas de control semi-activos</u> usan dispositivos acoplados a la estructura de manera que reciben directamente la carga, luego la energía de entrada para su funcionamiento proviene de la carga aplicada a la estructura similar a los sistemas pasivos. Los dispositivos usados tienen propiedades de rigidez o amortiguamiento que pueden ser controladas para lo cual requieren una entrada de energía adicional como los sistemas activos sin embargo la energía solicitada es muchísimo menor. Los <u>sistemas de control semi-activos</u>, pueden tener rigidez controlable, fricción controlable o índices de amortiguamiento controlable según lo requiera la

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> SPENCER, Billie; NAGARAJAIAH, Satish. Op. Cit. P. 845–856

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> FISCO, Nicholas R. y ADELI, Hojjat. Op. Cit. p. 275–284

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F. Op. Cit p. 243-259

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Ibid. pag 243-259

aplicación; el control se aplica en el comportamiento del dispositivo como tal y no en el movimiento de la estructura o alguna masa oscilante. Teniendo ya un mapa mental del tema tratado, los 4 tipos principales de control estructural, pasivos, activos, híbridos y semi-activos podrán ser presentados en detalle más adelante.

#### **1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Las estructuras civiles pueden verse afectadas por cargas dinámicas, acarreando pérdidas humanas y economías; su diseño puede abordarse desde el punto de vista del control estructural haciendo que dichas estructuras puedan disipar la energía de forma controlada, abriendo grandes posibilidades de investigación en el diseño estructural.<sup>8</sup>

En las últimas 5 décadas se han propuesto diferentes tipos de controladores estructurales, siendo los controladores semi-activos los más recientes y prometedores métodos de control estructural; dadas sus ventajas económicas, facilidad y factibilidad de implementación, sencillez mecánica, pocos requisitos de mantenimiento y menor consumo de energía que los sistemas activos<sup>9</sup>. En la bibliografía pueden estudiarse numerosas investigaciones y pruebas que demuestran las ventajas de los controladores con amortiguadores MR (Magneto-Reológicos)<sup>10</sup> <sup>11</sup>, otras fuentes se citarán en el momento oportuno.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Ibid. pag 243-259

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> JIANG, Zhaoshuo. Increasing Resilience in Civil Structures using Smart Damping Technology. Disertación para obtener el título de Doctor de Filosofía, Connecticut, Universidad de Connecticut. 2012, p. 150.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Op. Cit. P. pp. 243–259.

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> CORAL ENRÍQUEZ, Horacio Andrés. Control Robusto Activo para la Minimización de Vibraciones en una Estructura Flexible de Tres Pisos bajo Excitaciones Sísmicas. Tesis de Maestría en Ingeniería con énfasis en Automática. Cali, Colombia. Universidad del Valle. Marzo de 2010, p. 168.

Actualmente la investigación se enfoca en técnicas de control aplicable a los dispositivos existentes y a otros problemas similares. En Colombia las publicaciones relacionadas investigan algoritmos de control en sistemas activos aplicados a estructuras tipo edificio, dejando abierta la posibilidad de continuar la investigación con otras técnicas de control en otro tipo de estructuras<sup>12</sup>; es por esto que se propone el diseño de un controlador semi- activo usando un amortiguador MR aplicado a una estructura flexible tipo puente; Un ejemplo de control aplicando un amortiguador MR a puentes puede verse en<sup>13</sup> donde se usa un controlador con base en lógica difusa con el objetivo de simplificar métodos de control convencionales que requieren dos controladores para el cálculo de la fuerza optima de control en el amortiguador MR; teniendo en cuenta que uno de los objetivos actuales es mejorar el desempeño de los amortiguadores MR gracias a diferentes técnicas de control se propone el diseño del controlador para el amortiguador MR usando un controlador Robusto, aportando en una línea investigativa actual y activa.

La hipótesis planteada es que la aplicación de amortiguadores MR con la aplicación del algoritmo de control adecuado puede reducir las vibraciones inducidas por cargas externas disminuyendo los esfuerzos en la estructura y a su vez prolongando su vida útil. Para comparar los resultados se simulará el comportamiento dinámico del modelo analizado sin el controlador y con el controlador; así, la pregunta que se pretende responder es: ¿La aplicación de control estructural semi-activo con amortiguadores MR puede disminuir las vibraciones por cargas dinámicas en un puente? y ¿Cuál es el grado de mitigación que se puede obtener con la aplicación de la técnica de control seleccionada?

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> GOMEZ, Daniel; MARULANDA, Johannio, THOMSON, Peter. Control systems for dynamic loading protection of civil structures. DYNA [En línea]. Medellín julio de 2008, año 75, nro. 155, pp. 77 – 89. ISSN 0012-7353.

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> OK, Seung – Yong, et. al. Semi-active fuzzy control of cable-stayed bridges using magnetorheological dampers. *Engineering Structures* [En línea], mayo de 2007, vol. 29, nro. 5, pp. 776–788.

## **1.3 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN**

El estudio de los métodos de control enunciados está bien adelantado en países como Japón, China y Estados Unidos que aparte de contar con numerosas investigaciones han implementado soluciones en estructuras reales que han demostrado las ventajas del uso de éstos dispositivos de control estructural<sup>14</sup>. En nuestro país el tema ha sido investigado principalmente en la Universidad del Valle obteniendo resultados interesantes en el diseño y validación de controladores estructurales<sup>15</sup>; La investigación de controladores semi-activos permitirá reunir parte de la información necesaria para futuras pruebas experimentales y posiblemente implementaciones a escala real consiguiendo reducción en los esfuerzos en estructuras sometidas a tráfico, viento o sismos disminuyendo sustancialmente costos de mantenimiento, reparación o remplazo de éste tipo de infraestructura. La implementación de tecnología en el campo estructural permite además el monitoreo del estado de estructuras existentes<sup>16</sup> la verificación del cumplimiento de normas constructivas<sup>17</sup>, presentando aún más posibilidades de investigación futura.

Para logar avances en el diseño y la construcción debemos primero alimentar nuestra base de conocimiento, por esto el objetivo es el diseño y validación de un controlador estructural semi-activo usando un amortiguador MR que actualmente se investiga y se aplica con resultados satisfactorios y que además ha sido

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F. Op. Cit. p. 243-259

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> CORAL ENRÍQUEZ, Horacio Andrés.Op. Cit. p. 168.

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> YE, X. W.; SU, Y. H. y HAN, Jianping. Structural Health Monitoring of Civil Infrastructure Using Optical Fiber Sensing Technology: A Comprehensive Review. *The Scientific World Journal* [en línea]. Julio 14 de 2014, vol. 2014, nro. 652329, pp. 1-12.

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> MUÑOZ, Edgar, et al. (2008). Seismic vulnerability and load carrying capacity studies of a steel bridge based on structural reliability. Revista ingeniería de construcción [En línea]. Diciembre de 2008, vol. 23, nro. 3, pp. 125-144.

implementado en estructuras reales principalmente en Japón y China<sup>18</sup>. La investigación es este campo apunta a generar algoritmos que hagan más eficiente el trabajo del amortiguador controlando la corriente aplicada dependiendo de diversas señales que son capturadas desde múltiples sensores<sup>19 20</sup>

Al proponer el cálculo de un controlador estructural semi-activo se pretende aportar en el campo del conocimiento en un tema actual, de interés técnico y sobre el cual nuestro país por su ubicación geográfica y actividad sísmica debe interesarse cada vez más<sup>21</sup>. La importancia principal de la investigación presente es que el desarrollo de controladores estructurales puede alargar la vida y reducir los costos de mantenimiento y reparaciones de estructuras civiles críticas como puentes y edificios ya que al controlar las vibraciones se reducen los esfuerzos inducidos por cargas sísmicas, de viento o tráfico y por consiguiente al reducir la fatiga se alarga el ciclo de vida de los componentes estructurales.

Se propone diseñar el controlador robusto para reducir los efectos dinámicos no deseados en un modelo bidimensional de puente con la implementación de amortiguadores MR; sin embargo, la base de investigación puede ser aplicada a otros tipos de estructura como torres, edificios y oleoductos, apoyando aún más la importancia de la investigación en este campo.

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F. Op. Cit. p. 243-259

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> SYMANS, Michael D. y CONSTANTINOU, Michael C. Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review. *Engineering Structures* [En línea], Junio de 1999, vol. 21, nro. 6, pp. 469–487.

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> FISCO, Nicholas R. y ADELI, Hojjat. Smart structures: Part I—Active and semi-active control. *Scientia Iranica* [En línea], marzo 5 de 2011, vol. 18, nro. 3, pp. 275–284.

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> C. A. Vargas, "Nueva falla geológica altera mapa de amenaza sísmica en Colombia," pp. 1–6, 2015.

La metodología utilizada en el desarrollo de éste proyecto tiene alcance y aplicación en otro tipo de investigaciones que involucran la ingeniería mecánica, ingeniería estructural, ingeniería civil, ingeniería electrónica y afines como por ejemplo el estudio de salud estructural, estimación de deformación y desplazamiento en estructuras y proyectos de investigación en simulación hibrida en tiempo real, que combinan el modelado estructural computacional y las pruebas de laboratorio con actuadores hidráulicos y mesas sísmicas.

#### **1.4 ALCANCE DEL PROYECTO**

El proyecto propone el diseño del controlador semi-activo con el uso de amortiguadores MR (modelo Bouc Wen o Tangente hiperbólica) y la aplicación de la técnica de control que garantice un funcionamiento estable bajo condiciones de no linealidad en el amortiguador, incertidumbre paramétrica en la estructura y perturbaciones externas considerando los principales modos de vibración en el plano vertical. La estructura seleccionada para el estudio es un puente tipo losa sobre vigas simplemente apoyadas.

#### 1.5 METODOLOGÍA

El desarrollo del proyecto seguirá las siguientes etapas:

### **1.6 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA**

Para definir el proyecto se revisará el estado del arte ubicando la investigación en el contexto nacional e internacional documentando los resultados encontrados. El

tema principal de estudio es el control estructural semi-activo, los temas específicos a tratar son los modelos de amortiguadores magneto-reológicos (MR), las estrategias de control robusto y las aplicaciones de controladores en estructuras civiles. Se aplicará un controlador semi-activo usando amortiguadores MR, el modelo de amortiguador será seleccionado entre el modelo Bouc-Wen y el modelo de tangente hiperbólica según criterios de diseño, la estrategia de control utilizada será seleccionada dentro de las opciones más comunes en la literatura, tal como LQG, LQR, H2 y H∞ entre otras. La estructura simulada será un modelo simplificado de puente tipo losa sobre vigas simplemente apoyadas.

#### **1.7 MODELO DE ELEMENTOS FINITOS DEL PUENTE**

Se desarrollará un modelo de elementos finitos simplificado del puente seleccionado teniendo en cuenta sus características constructivas, dimensiones, condiciones de apoyos y materiales, con este modelo se puede analizar su comportamiento dinámico, modos de vibración, deflexiones, reacciones y otros datos que serán utilizados en la simulación. El modelo del puente seleccionado se desarrollará en la herramienta computacional MatLab ®<sup>22</sup>.

#### **1.8 MODELOS MATEMÁTICOS**

El planteamiento del <u>modelo matemático del puente</u> permitirá comparar los resultados obtenidos con el modelo de elementos finitos para la dinámica del puente con controlador y sin controlador. El <u>modelo matemático del amortiguador</u> se seleccionará de los modelos disponibles los cuales son resultado de pruebas

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> I. The MathWorks, "Impulse response plot of dynamic system; impulse response data," 2016. www.mathworks.com.

realizadas en investigaciones especializadas. El planteamiento de las ecuaciones dinámicas del sistema conjunto permitirá tener la base de la simulación.

# 1.9 MODELO COMPUTACIONAL DEL SISTEMA ESTRUCTURA CONTROLADOR

Teniendo el diagrama de bloques del sistema se resolverá el conjunto amortiguador estructura para poder observar su respuesta dinámica en el estado natural constructivo del puente sin controlador y la respuesta dinámica con la aplicación del controlador con amortiguador MR. Se seleccionará el modelo de amortiguador entre el modelo Bouc-Wen y el modelo Tangente hiperbólica según criterios de diseño.

#### 1.10 DESARROLLO DE LA ESTRATEGIA DE CONTROL

La estrategia de control robusto se desarrollará para actuar sobre el amortiguador MR, teniendo en cuenta que sus propiedades varían según el voltaje aplicado (modelo Bouc Wen o modelo tangente hiperbólica), dependiendo las lecturas tomadas de la respuesta de la estructura y/o de la excitación de entrada, el controlador calculará la fuerza optima que contrarresta los efectos dinámicos no deseados en la estructura. Los detalles sobre lecturas tomadas, ubicación y número de amortiguadores usados hacen parte del proceso de diseño que se llevará a cabo.

## 1.11 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Se compararán los resultados de la simulación para la estructura sin la implementación del control estructural y la respuesta estructural con la

implementación del control estructural; se espera que el control estructural produzca una reducción en las amplitudes de vibración en la estructura con la implementación del amortiguador MR actuando de la forma esperada ante perturbaciones. La comparación de resultados en la respuesta dinámica de la estructura sin controlador y con controlador mostrará el nivel de mitigación de las vibraciones logrado que se presentarán en términos de nivel de reducción, porcentaje o índice de desempeño.

## **1.12 RESULTADOS ESPERADOS**

Fortalecer el grupo de Dinámica y Robótica en el campo de la Dinámica y el Control estructural.

Algoritmo de control que permita reducir las vibraciones en una estructura flexible tipo puente con la implementación de amortiguadores MR, teniendo como base de diseño la estabilidad y el buen desempeño dinámico. Además, se espera que el controlador supere condiciones de No-Linealidad en el actuador, incertidumbres inherentes a la estructura y perturbaciones externas.

Publicación en revista indexada u homologada.

Ponencia en un congreso Internacional<sup>23</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup> BECERRA RIVERA, Erik Fabián; BORRÁS PINILLA, Carlos y DIAZ GUERRERO Pedro José. Comparison of the Dynamic Response of a Flexible Beam Structure Regarding Damping, Mass, Stiffness, and Dynamic Model Simplification. [En línea] En: XIV CONGRESO IBEROAMERICANO DE INGENIERÍA MECÁNICA. (12-15, noviembre. Cartagena Colombia). Memorias. ID:2612 Pag. 860 – 868. Disponible en:

https://www.uis.edu.co/webUIS/es/academia/facultades/fisicoMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/escuelas/ingenieriaMecanicas/escuelas/ingenieriaMecani

## 2. OBJETIVOS

## 2.1 OBJETIVO GENERAL

Mejorar el desempeño dinámico de un modelo de estructura ((Walnut Creek Bridge I-35 Oklahoma) con la implementación de amortiguadores magneto-reológicos controlados mediante la estrategia de control adecuada para funcionar de forma estable bajo condiciones de No-linealidad, incertidumbre paramétrica y perturbaciones externas.

## 2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Proponer una estrategia de control que logre superar condiciones de no linealidad en el actuador (amortiguador MR), incertidumbre paramétrica inherentes a la estructura y perturbaciones externas mitigando las vibraciones en una estructura flexible seleccionada (Walnut Creek Bridge I-35 Oklahoma).

Comparar los resultados obtenidos del comportamiento dinámico del puente sin el controlador y con la implementación del controlador semi-activo logrando visualizar el grado de mitigación obtenido con el diseño propuesto usando MatLab<sup>24</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup> Ibid. I. The MathWorks

### 3. ESTADO DEL ARTE

La protección de estructuras civiles de los efectos no deseados causados por cargas externas ha sido abordada en las últimas 5 décadas por la ingeniería estructural gracias al uso de dispositivos que buscan un amortiguamiento adicional al de la propia estructura, para esto se han utilizado métodos pasivos (sin consumo de energía) como el aislamiento de base, amortiguadores visco-elásticos o amortiguadores de masa sintonizados (sólidos o líguidos). Como segunda alternativa se han usado dispositivos de control activo (con uso de energía) como actuadores que inducen fuerzas sobre la estructura respondiendo a lectura de sensores correctamente ubicados logrando reducir las amplitudes de vibración de la estructura<sup>25</sup>. Adicionalmente se han implementados sistemas semi-activos de control estructural (con uso de muy baja energía) que combinan propiedades de los sistemas anteriores; de manera que reciben la energía directamente de la estructura y controlan sus oscilaciones mediante una restricción o fuerza reactiva que se controla por alguna variable física particular del dispositivo. Este capítulo hace una breve descripción de los diferentes tipos de control estructural y al final se enumeran algunas aplicaciones específicas del control semi-activo con el uso de amortiguadores Magneto-Reológicos (MR).

Algunos dispositivos de control estructural solo son eficientes en cierto rango de frecuencias y su comportamiento no es del todo controlable, o su implementación resulta poco manejable desde el punto de vista económico o energético dando paso a dispositivos de control híbridos y semi-activos que combinan las propiedades de los dispositivos pasivos y activos. Tenemos entonces una clasificación clara de los

<sup>&</sup>lt;sup>25</sup> SPENCER, Billie; NAGARAJAIAH, Satish. Op. Cit., p. 845–856.

dispositivos de control estructural en 4 grupos: i. Activos, ii. Pasivos. iii. Semi-activos y iv. Híbridos <sup>26</sup>.

La Figura 1 resume esquemáticamente los 4 grupos de controladores mencionados. En la figura 1.(a) se muestra una estructura convencional con un movimiento relativo (x) al suelo y que puede ser representada por un modelo de un solo grado de libertad gobernado por la ecuación 2.1, Donde (m) es la masa de la estructura, (c) es la constante de amortiguamiento, (k) es la constante de rigidez;  $x, \dot{x}, \ddot{x}$  son el desplazamiento, velocidad y aceleración de un punto de la estructura y  $\ddot{x_g}$  es la aceleración de la base sometida por ejemplo a una carga sísmica<sup>27</sup>

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{x_a} \tag{3.1}$$

Si se adiciona un elemento pasivo que disipa energía, la ecuación (2.1) se convierte en:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + \Gamma x = -(m + \overline{m})\dot{x_a}$$
(3.2)

El sistema representado por la ecuación (2.2) es mostrado en la Figura 1 parte b. donde m es la masa del elemento pasivo de control y  $\Gamma x$  es su fuerza correspondiente. La forma del elemento integro-diferencial  $\Gamma$  depende del tipo de dispositivo utilizado. Estos son los Controladores pasivos<sup>28</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup> SPENCER, Billie; SAIN, Michael. Controlling buildings: a new frontier in feedback. *IEEE Control Systems Magazine* [En línea]. Diciembre de 1997, vol. 17, nro. 6, pp. 19-35.

<sup>&</sup>lt;sup>27</sup> Op. Cit p. TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F. p.243 – 259.

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup> Ibid TSU TEH, Soong; SPENCER. p.243 – 259

Figura 1. Resumen esquemático de controladores estructurales.



**Fuente:** SPENCER, Billie; SAIN, Michael. Controlling buildings: a new frontier in feedback. IEEE Control Systems Magazine [En línea]. Diciembre de 1997, vol. 17, nro. 6, pp. 19-35. [Consultado el 27 de octubre del 2015]. Disponible en: http://dx.doi.org/10.1109/37.642972

En la figura 1.c) se observa que al sistema se han adicionado sensores y actuadores y no hay un elemento disipador pasivo; en este esquema lecturas de

variables físicas como desplazamientos, velocidades y aceleraciones pueden ser leídas de la estructura misma o de la excitación, estas lecturas se envían a un elemento controlador que gracias a un algoritmo adecuado calcula la fuerza requerida que debe ejercer un .actuador sobre la masa principal; este actuador requiere energía externa por lo tanto es un sistema activo.

Cuando en esta configuración solo se lee la respuesta de la estructura se trata de un control realimentado, si la fuerza de control depende solo de las lecturas tomadas de la excitación (aceleración del sismo tomada en la base de la estructura) el sistema es anticipativo y si la fuerza depende de las lecturas tanto de la respuesta de la estructura como de las mediciones en la entrada el sistema es anticipativo realimentado <sup>29</sup>.

El efecto de aplicar la fuerza de control puede verse en la ecuación (3.1) con una fuerza de control adicional u(t), resultando en:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m.u(t) - m\ddot{x_q} \tag{3.3}$$

Ahora si hacemos:

$$u(t) = (\Gamma x) \tag{3.4}$$

Usando la configuración de control realimentado, la ecuación (3.3) se convierte en:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + \Gamma x = -m\ddot{x_q} \tag{3.5}$$

La ecuación (3.5) es la misma ecuación del sistema con control pasivo, sin embargo, ahora el término adicional ( $\Gamma x$ ) es gobernado por una ley de control conveniente y su valor cambia en función de la excitación. Estos son los controladores activos. <sup>30</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>29</sup> TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F. p.243 – 259

<sup>&</sup>lt;sup>30</sup> Ibid TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F p.243 – 259.

Los controladores activos tienen ventajas respecto a los sistemas pasivos ya tiene más efectividad en cuanto a control en un rango amplío de frecuencias, selectividad en el objetivo de control por ejemplo dar énfasis al confort humano en momentos no críticos o incrementar la seguridad estructural en momentos críticos; sin embargo la aplicación de controladores activos en estructuras civiles ha tenido algunos inconvenientes como no linealidades e incertidumbres asociadas a propiedades físicas de los materiales y perturbaciones incluidas durante sismos o vientos, además los actuadores y las fuerzas involucradas pueden ser muy grandes y su dinámica puede ser bastante compleja.<sup>31</sup>

Debido a las desventajas presentadas en los controladores pasivos y activos se presentan alternativas que combinan las mejores propiedades de los métodos anteriores, así surgen los controladores híbridos mostrados en la figura 1.d) y los controladores semi-activos mostrados en la figura 1.e) 32. Los controladores híbridos usan un amortiguador de masa sintonizado (TMD) ó (TLD) pero adicionan un componente activo de menor tamaño que permiten tener control sobre las oscilaciones de la masa principal así se reducen ampliamente los requerimientos de energía. Los controladores semi-activos usan dispositivos que reciben la carga de la estructural tal como los controladores pasivos sin embargo poseen propiedades variable y controlables como rigidez, fricción o viscosidad por esto también son interpretados como controladores pasivos controlables<sup>33</sup>; éstos controladores presentan una alternativa interesante en la cual la instrumentación utilizada permite tener control sobre la vibración de una estructura, demandan menos energía que los controladores activos y pueden funcionar en amplios rangos de frecuencia logrando superar los métodos inicialmente propuestos<sup>34</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>31</sup> Ibid TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F p.243 – 259.

<sup>&</sup>lt;sup>32</sup> Ibid TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F p.243 – 259.

<sup>&</sup>lt;sup>33</sup> Ibid TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F p.243 – 259

<sup>&</sup>lt;sup>34</sup> SYMANS, Michael D. y CONSTANTINOU, Michael C. Op Cit p. 469–487.

#### **3.1 CONTROLADORES PASIVOS**

Un esquema de control pasivos se muestra en la Figura 2. Esquema de una estructura con controlador pasivo. En ella se observa los componentes del sistema de masa (m1,m2), resorte (k1,k2) amortiguador (c1,c2) con una fuerza de entrada (f(t)); los sistemas pasivos modifican la masa de las superestructura (m1) con la adición de una masa (m2) que cuenta con un sistema de disipación de energía (k2, c2); la adición de masas que por su gran inercia presentan un retardo y en algunos oposición a la oscilación de la estructura a proteger pueden producir una reducción real de la oscilación de la estructura o edificio; dichas masas oscilan únicamente por la acción de la misma excitación de manera que no requieren energía externa para su funcionamiento, por esto son sistemas pasivos.

Figura 2. Esquema de una estructura con controlador pasivo



**Fuente:** TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F. Supplemental energy dissipation: state-of-the-art and state-of-the-practice. *Engineering Structures* [En línea], marzo de 2002, vol. 24, nro. 3, pp. 243 – 259. [Consultado el 27 de octubre de 2015]. Disponible en: <u>https://doi.org/10.1016/S0141-0296(01)00092-X</u>.

Los sistemas pasivos tienen un funcionamiento sencillo, requieren poca instrumentación, pero tienen la desventaja de funcionar solo en cierto rango de

frecuencias, normalmente oscilan a la frecuencia natural de la estructura, además por el gran tamaño de las masas utilizadas requieren importantes espacios dentro de la distribución arquitectónica de la estructura, sin embargo en países como Japón, China, Alemania, India, Irán, Rusia, Taiwán y Estados Unidos entre otros, han implementado ésta tecnología en algunas importantes construcciones [5] [12]. Los principales sistemas de control pasivos se dividen en sistemas disipadores de energía, sistemas de aislamiento de base y sistemas inerciales acoplados.

**3.1.1 Sistemas disipadores de energía**. Utilizan la disipación de energía por la fricción generada en sus fluidos, bien sea por las restricciones que se pueden presentar en su flujo (orificios fijos o variables) o por la combinación de las dos, dichos dispositivos se conocen como dispositivos visco-elásticos. Otro fenómeno físico que se usa para la disipación de energía es la plastificación de algunos metales debida a esfuerzos de flexión, torsión o cargas combinadas, la plastificación de metales y la misma fricción entre materiales se combinan para disipar energía, dichos dispositivos son los disipadores histeréticos <sup>35</sup>.

**3.1.2 Amortiguador visco-elástico.** Un método usual de disipación de energía es la deformación por cortante que se origina en algunos materiales usualmente copolímeros; el amortiguador visco-elástico usado en aplicaciones estructurales consta de un juego de placas paralelas unidas por un intersticio visco-elástico, así cuando se aplica la fuerza parte de la energía se consume en la deformación del material y no se transmite directamente entre las placas. Un ejemplo de aplicación de este tipo de amortiguador puede consultarse en<sup>36.</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>35</sup> Ibid TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F p.243 – 259

<sup>&</sup>lt;sup>36</sup> KANITKAR, Ravindra, et. al. Seismic Retrofit of A Steel Moment Frame Structure Using Viscoelastic Dampers. *Journal Of Earthquake Technology* Nro. 383 [En línea], diciembre de 1998, vol. 35, nro. 4, pp. 207–219.

Figura 3. Esquema de amortiguador Viscoelástico.



**Fuente:** TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F. Supplemental energy dissipation: state-of-the-art and state-of-the-practice. Engineering Structures [En línea], marzo de 2002, vol. 24, nro. 3, pp. 243 – 259. [Consultado el 27 de octubre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/S0141-0296(01)00092-X.

**3.1.3 Amortiguador de fluido viscoso.** Otro fenómeno usado en la disipación de energía es restricción en la circulación de un fluido (orificios fijos o variables) dichos dispositivos se conocen como amortiguadores de fluidos viscosos. Un tipo de amortiguador viscoso comúnmente usado se muestra en la figura 4 es un amortiguador de alta capacidad que disipa la energía que recibe directamente de la estructura. La energía se disipa en forma de calor y proviene únicamente de la vibración de la estructura. Normalmente constan de un pistón y una carcasa con un compuesto de silicona o algún tipo de aceite similar, el pistón contiene orificios por los cuales circula el fluido con restricción.
Figura 4. Amortiguador de vibraciones.



**Fuente:** MAGEBA USA, "mageba seismic protection devices – for reliable preservation of structures RESTON ® PENDULUM," Eng. Connect., 2013. Disponible en: <u>https://www.mageba-group.com/tr/en/1092/Brochures.htm.</u>

También se acostumbra combinar el uso de disipadores de fluido viscoso con aislamiento de base. Como ejemplo se puede mencionar la implementación en el centro médico de San Bernardino en 1995. Los cinco pisos del edificio requirieron 233 amortiguadores con capacidad 320.000 lb cada uno logrando disipar 3000 Hp a 60 in/s. En la Figura 5 y la Figura 6 muestran el montaje y las dimensiones del amortiguador utilizado. Figura 5. Montaje de amortiguadores viscosos y aislamiento de base.



**Fuente:** TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F. Supplemental energy dissipation: state-of-the-art and state-of-the-practice. *Engineering Structures* [En línea], marzo de 2002, vol. 24, nro. 3, pp. 243 – 259. [Consultado el 27 de octubre de 2015]. Disponible en: <u>https://doi.org/10.1016/S0141-0296(01)00092-X</u>.

Figura 6. Amortiguador utilizado en El centro médico de San Bernardino. 1995.



**Fuente:** TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F. Supplemental energy dissipation: state-of-the-art and state-of-the-practice. *Engineering Structures* [En línea], marzo de 2002, vol. 24, nro. 3, pp. 243 – 259. [Consultado el 27 de octubre de 2015]. Disponible en: <u>https://doi.org/10.1016/S0141-0296(01)00092-X</u>.

**3.1.4. Disipador de energía por flexión.** Otro método útil para la disipación de energía es la plastificación de algunos metales debida a esfuerzos de flexión, torsión o cargas combinadas, l a plastificación d e metales y la misma fricción entre materiales se combinan para disipar energía dichos dispositivos son los disipadores histeréticos<sup>37</sup>.

En la Figura 7 se muestra un tipo de disipador histeréticos común, en el que parte de la energía de la vibración se disipa como energía de deformación del intersticio flexible, un esquema de otros tipos de disipadores se muestra en la Figura 8, la Figura 9 y la Figura 10. Un estudio sobre varios tipos de disipadores puede consultarse en<sup>38</sup>.



Figura 7. Disipadores sísmicos Torre Titanium (Chile)

**Fuente:** Torre Titanium La Portada. Arquitectura en Acero, sitio web patrocinado por ALACERO (Asociación Latinoamericana del Acero). Recuperado de: http://www.arquitecturaenacero.org/proyectos/edificios-en-altura/torre-titanium-la-portada. Acceso: 29 de octubre del 2015.

 <sup>&</sup>lt;sup>37</sup> CHAN, Ricky W. K. y ALBERMANI, Faris. Experimental study of steel slit damper for passive energy dissipation. *Engineering Structures* [En línea], abril de 2008, vol. 30, nro. 4, pp. 1058 – 1066.
<sup>38</sup> VILLAREAL CASTRO, Genner y OVIEDO SARMIENTO, Ricardo. Edificaciones con disipadores de energía. Asamblea Nacional de Rectores. Lima, 28 de agosto de 2009, p. 1-159. ISBN: 978-612-4011-09-2.

Figura 8. Disipador de energía por flexión.



**Fuente:** VILLAREAL CASTRO, Genner y OVIEDO SARMIENTO, Ricardo. Edificaciones con disipadores de energía. Asamblea Nacional de Rectores. Lima, 28 de agosto de 2009, p. 1-159. ISBN: 978-612-4011-09-2. Disponible en:<u>http://blog.pucp.edu.pe/blog/wp-content/uploads/sites/109/2009/07/Disipadoresde-energia.pdf.</u>

Figura 9. Disipador ADAS (Added Camping And Stiffness).



**Fuente:** VILLAREAL CASTRO, Genner y OVIEDO SARMIENTO, Ricardo. Edificaciones con disipadores de energía. Asamblea Nacional de Rectores. Lima, 28 de agosto de 2009, p. 1-159. ISBN: 978-612-4011-09-2. Disponible en:<u>http://blog.pucp.edu.pe/blog/wp-content/uploads/sites/109/2009/07/Disipadoresde-energia.pdf.</u> Figura 10. Disipador por flexión de pernos.



**Fuente:** VILLAREAL CASTRO, Genner y OVIEDO SARMIENTO, Ricardo. Edificaciones con disipadores de energía. Asamblea Nacional de Rectores. Lima, 28 de agosto de 2009, p. 1-159. ISBN: 978-612-4011-09-2. Disponible en:<u>http://blog.pucp.edu.pe/blog/wp-content/uploads/sites/109/2009/07/Disipadoresde-energia.pdf.</u>

**3.1.5 Sistemas de aislamiento de base.** Son dispositivos cuyo funcionamiento se basa en el principio de evitar la transferencia directa de energía entre la cimentación y la estructura; este objetivo se logra haciendo que el apoyo permita los movimientos horizontales, pero a la vez sea rígido en el eje vertical, similar al apoyo sobre rodamientos de bolas logrando desacoplar parcialmente la superestructura del movimiento del terreno. Dentro de los aislamientos de base más comunes se encuentran apoyos sobre bolas, sobre placas deslizantes o sobre superficies cóncavas, el principio es el mismo, permitir el movimiento horizontal conservando la rigidez vertical. Esquemas de aisladores de base comunes se muestran en las Figura 11, Fuente: VILLAREAL CASTRO, Genner y OVIEDO SARMIENTO, Ricardo. Edificaciones con disipadores de energía. Asamblea Nacional de Rectores. Lima, 28 de agosto de 2009, p. 1-159. ISBN: 978-

612-4011-09-2. Disponible en:http://blog.pucp.edu.pe/blog/wpcontent/uploads/sites/109/2009/07/Disipadores-de-energia.pdf. Figura 12 y en la Figura 13.

Figura 11. Sistema disipador de energía.



**Fuente:** VILLAREAL CASTRO, Genner y OVIEDO SARMIENTO, Ricardo. Edificaciones con disipadores de energía. Asamblea Nacional de Rectores. Lima, 28 de agosto de 2009, p. 1-159. ISBN: 978-612-4011-09-2. Disponible en:<u>http://blog.pucp.edu.pe/blog/wp-content/uploads/sites/109/2009/07/Disipadores-</u> <u>de-energia.pdf.</u>

Figura 12. Aislador de base por fricción.



**Fuente:** VILLAREAL CASTRO, Genner y OVIEDO SARMIENTO, Ricardo. Edificaciones con disipadores de energía. Asamblea Nacional de Rectores. Lima, 28 de agosto de 2009, p. 1-159. ISBN: 978-612-4011-09-2. Disponible en:<u>http://blog.pucp.edu.pe/blog/wp-content/uploads/sites/109/2009/07/Disipadoresde-energia.pdf.</u>

Figura 13. Aislador de base pendular.



**Fuente:** VILLAREAL CASTRO, Genner y OVIEDO SARMIENTO, Ricardo. Edificaciones con disipadores de energía. Asamblea Nacional de Rectores. Lima, 28 de agosto de 2009, p. 1-159. ISBN: 978-612-4011-09-2. Disponible en:<u>http://blog.pucp.edu.pe/blog/wp-content/uploads/sites/109/2009/07/Disipadoresde-energia.pdf.</u> Diversas pruebas se han conducido para demostrar el comportamiento de los sistemas aisladores de base por ejemplo en<sup>39</sup>, además pueden observarse numerosas construcciones que han logrado implementar exitosamente estos sistemas <sup>40</sup>.

**3.1.6 Sistemas inerciales acoplados.** Como su nombre lo indica éstos el principio de funcionamiento de estos dispositivos es la inercia; son grandes masas acopladas a la estructura o edificio en su parte superior; básicamente se componen de una masa un resorte y un amortiguador, la masa pude ser sólida TMD (Tunned Mass Damper) o líquida TLD (Tunned liquid Damper) y puede ser controlada usando las señales recibidas desde la base del edificio o en diferentes puntos de la estructura, la intención es que la oscilación de la masa libere parte de la energía que ingresa a la estructura funcionando bien dentro de cierto rango de oscilaciones y a frecuencias determinadas; la frecuencia de oscilación de la masa es la misma frecuencia fundamental de la estructura41. Los TDM han sido efectivos en la reducción de vibraciones por cargas sísmicas o de viento en puentes y edificios 42, sin embargo presentan la desventaja de funcionar solo en cierto rango de frecuencias y requieren importantes espacios para su instalación 43. Un esquema de la estrategia de control de estos sistemas se muestra en la Figura 14.

Figura 14. Esquema de control de los sistemas pasivos.

<sup>&</sup>lt;sup>39</sup> SPENCER, Billie; NAGARAJAIAH, Satish. Op Cit. p. 1177–1186.

<sup>&</sup>lt;sup>40</sup> Ibid TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F. p.243 – 259. Op. Cit. P. 243 – 259.

<sup>&</sup>lt;sup>41</sup> Ibid p 243 – 259.

 <sup>&</sup>lt;sup>42</sup> KWON, Ho-Chul, KIM; Man-Cheol y LEE, In-Won. Vibration control of bridges under moving loads.
*Computers & Structures* [En línea], 15 de febrero de 1998, vol. 66, nro. 4, pp. 473-480.
<sup>43</sup> TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F Op. Cit. P. 243 – 259.



Fuente: SYMANS, Michael D. y CONSTANTINOU, Michael C. Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review. *Engineering Structures* [En línea], Junio de 1999, vol. 21, nro. 6, pp. 469–487. [Consultado el 27 de octubre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/S0141-0296(97)00225-3.

Los sistemas inerciales acoplados usan la misma energía de la excitación para su funcionamiento y su oscilación depende únicamente del movimiento de la estructura.<sup>44</sup>

Los sistemas inerciales acoplados han sido experimentados y han mostrado un buen comportamiento para la mitigación de vibraciones por sismos o vientos, adicionando técnicas de control adecuadas pueden mostrar buenos resultados en un ancho de banda aceptable durante eventos sísmicos<sup>45</sup>. Otras propuestas combinan sistemas acoplados para superar desventajas relacionadas con los modos de vibración controlados y plantear sistemas controladores de varios grados de libertad<sup>46</sup>. Estudios más recientes proponen métodos de

<sup>&</sup>lt;sup>44</sup> Ibid. p. 469 - 487

<sup>&</sup>lt;sup>45</sup> SPENCER, Billie; NAGARAJAIAH, Satish. Op. Cit. p. 845–856.

<sup>&</sup>lt;sup>46</sup> YANG, Yiqing; DAI, Wei y LIU, Qiang. Design and implementation of two-degree-of-freedom tuned mass damper in milling vibration mitigation. *Journal of Sound and Vibration* [En línea], 20 de enero 2015, vol. 335, pp. 78–88.

optimización en controladores pasivos que pueden superar algunas falencias de los sistemas pasivos antecesores relacionadas con el ancho de banda en que puede trabajar el controlador en estructuras sometidas a cargas sísmicas<sup>47</sup>. En<sup>48</sup> se propone un método basado en optimización para superar incertidumbres paramétricas en los TDM, en<sup>49</sup> se propone un interesante dispositivo que funciona para aislamiento multidimensional de base y disipador de energía simultáneamente, otras recientes investigaciones sobre controladores pasivos pueden consultarse en<sup>50</sup>,<sup>51</sup>,<sup>52</sup> y<sup>53</sup>.

#### **3.2 CONTROLADORES ACTIVOS**

Como se mencionó en la sección anterior la ubicación de masas oscilatorias función dentro de cierto rango de frecuencias normalmente la frecuencia fundamental de la estructura; los sistemas con TMD fueron desarrollados en los 70's para reducir las oscilaciones de estructuras sometidas a cargas sísmica y de viento y fueron efectivamente instalados en grandes estructuras, por ejemplo el primer edificio en Estados Unidos con la implementación de un sistema TDM fue el edifico de oficinas de 70 pisos The Park Tower en Chicago terminado en

<sup>&</sup>lt;sup>47</sup> ZHIQIANG, Zhang y THAMBIRAJAH, Balendra. Passive control of bilinear hysteretic structures by tuned mass damper for narrow band seismic motions. Engineering Structures [En línea], 11 de mayo de 2013, vol. 54, pp. 103–111.

<sup>&</sup>lt;sup>48</sup> CHAKRABORTY, Subrata y ROY, Bijan Kumar. Reliability based optimum design of Tuned Mass Damper in seismic vibration control of structures with bounded uncertain parameters. *Probabilistic Engineering Mechanics* [En línea], abril de 2011, vol. 26, nro. 2, pp. 215 – 221.

<sup>&</sup>lt;sup>49</sup> DONG XU, Zhao. Horizontal shaking table tests on structures using innovative earthquake mitigation devices. *Journal of Sound and Vibration* [En línea], 7 de agosto de 2009.

<sup>&</sup>lt;sup>50</sup> ZHIQIANG, Zhang y THAMBIRAJAH, Balendra. Op Cit. pp. 103–111.

<sup>&</sup>lt;sup>51</sup> KANG, Jae-Do y TAGAWA, Hiroshi. Seismic performance of steel structures with seesaw energy dissipation system using fluid viscous dampers. *Engineering Structures* [En línea], noviembre de 2013, vol.56, pp. 431–442.

<sup>&</sup>lt;sup>52</sup> MANIMALA, James M., et al. Dynamic load mitigation using negative effective mass structures. *Engineering Structures* [En línea], 1 de diciembre de 2014, vol. 80, pp. 458–468.

<sup>&</sup>lt;sup>53</sup> CASALOTTI, Arnaldo; ARENA, Andrea y LACARBONARA, Walter. Mitigation of post-flutter oscillations in suspension bridges by hysteretic tuned mass dampers. *Engineering Structures* [En línea]. 4 de Abril de 2014, vol. 69, pp. 62–71.

el año 2000. El segundo edificio más alto de su época Taipei 101 empleó un péndulo de acero de 660 toneladas, sin embargo se presenta el problema que no se puede calcular con precisión la frecuencia de vibración de una estructura, además ésta cambia rápidamente en un evento sísmico, así que los sistemas TMD no son muy efectivos controlando la vibración de estructuras complejas que pueden tener varios modos de vibración que pueden contribuir significativamente en la respuesta dinámica de la estructura<sup>54</sup>, de manera que el siguiente paso es controlar la oscilación de la masa; esto es posible gracias a la implementación de sensores y actuadores de manera que midiendo la intensidad de la respuesta vibratoria de la estructura o intensidad de la excitación misma se puedan tomar decisiones respecto a la magnitud y dirección de la fuerza aplicada a la masa de sacrificio, aparecen entonces los amortiguadores activos de masa sintonizada (Active Tuned Mass Damper ATDM) también conocidos como Amortiguador de masa activo (Active Mass Damper AMD)<sup>55</sup>.

Los métodos de control activo funcionan bien en un amplio rango de frecuencias, son independientes de las características del suelo, permiten controlarse por diferentes técnicas y funcionan bien para varios tipos de vibraciones, bien sean por tráfico, vientos o sismos, pero tienen la dificultad de requerir importantes cantidades de energía para suministrarse a la masa oscilatoria. Un dispositivo común es el amortiguador de masa activa (*AMD*), que consiste de una masa de menos del 1% de la masa total de la estructura oscilando gracias a un actuador controlado.

En los sistemas AMD la decisión de la fuerza inducida por el actuador sobre la estructura se toma desde un controlador que diseñado del modo correcto puede llegar a reducir efectivamente los efectos de la vibración en la estructura. Si el

<sup>&</sup>lt;sup>54</sup> FISCO, Nicholas R. y ADELI, Hojjat. Op Cit. p. 275–284.

<sup>&</sup>lt;sup>55</sup> Ibid p. 275-284.

sistema de control lee la respuesta de la estructura el sistema es de control realimentado, si se leen las características de la excitación misma el control es anticipativo y si se leen ambas el control es anticipativo realimentado<sup>56</sup>.

Existen varios tipos de control activo, por ejemplo: Amortiguador activo de columna liquida, múltiples edificios conectados, aislamiento activo de base y bracing activo, utilizando además en cada uno de ellos diferentes técnicas de control como redes neuronales, PID; Linear Quadratics Regulator, H2, H∞, Fuzzi Logic; µ-síntesis otras, información adicional sobre estrategias de control se pueden encontrar en<sup>57</sup>.

La primera aplicación de control activo a escala real conocida es el edificio de la corporación Kajima en 1989. Se trata de un edificio de 11 pisos (33.1 m) construido en Tokio que cuenta con dos sistemas activos (AMD). En el primer sistema se usa una masa de 4 Ton para controlar el movimiento transversal y un segundo sistema (AMD) con una de 1 Ton para controlar el movimiento torsional, el resultado es la reducción de vibraciones producidas por viento y cargas sísmicas moderadas con el objetivo de aumentar el confort de los ocupantes. Un sistema ATDM que puede mencionarse como ejemplo es la instalación de 3 actuadores que controlan el movimiento inducido por el viento en la torre de comunicaciones de 310 m de la cadena de TV de Nanjing en China<sup>58</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>56</sup> Ibid TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F p.243 – 259.

<sup>&</sup>lt;sup>57</sup> CASALOTTI, Arnaldo; ARENA, Andrea y LACARBONARA, Walter. Mitigation of post-flutter oscillations in suspension bridges by hysteretic tuned mass dampers. *Engineering Structures* [En línea]. 4 de Abril de 2014, vol. 69, pp. 62–71.

<sup>&</sup>lt;sup>58</sup> FISCO, Nicholas R. y ADELI, Hojjat. Op. Cit. p. 275–284.

Otra aplicación real puede verse en<sup>59</sup>, donde se presenta el comportamiento de un sistema de control activo para una estructura metálica entre los pisos 11 y 34 de un edificio en Japón. En<sup>60</sup> se muestra una investigación que estudia otro tipo de ATDM en el cual la masa de control se desplaza gracias a un tornillo de bolas y un servomotor, el sistema es controlado gracias a una estrategia de control óptimo donde la respuesta de salida se multiplica directamente por la ganancia de la realimentación invariante en el tiempo y es enviada luego al sistema estructural, el objetivo de la investigación es mostrar el efecto del paso del tornillo sobre la eficiencia del controlador logrando con el ajuste adecuado del hasta un 70% de reducción en la respuesta dinámica del sistema. Algunas publicaciones por ejemplo<sup>61</sup>, estudian el uso de múltiples sistemas AMD pequeños mostrando que son mejores que un solo gran AMD. Los Cuadros 1 y 2 resumen los principales trabajos realizados en el mundo y en Colombia relacionados directamente con control activo de vibraciones en estructuras civiles.

#### **3.3. CONTROLADORES HÍBRIDOS**

Los sistemas de control híbridos combinan características de los sistemas activos y pasivos logrando incrementar la confiabilidad y la eficiencia de la estructura controlada<sup>62,63</sup> Básicamente tratan de o btener el control mediante la actuación de un dispositivo pasivo; en caso de falla del componente activo, el componente

<sup>&</sup>lt;sup>59</sup> M. Yamamoto, S. Aizawa, M. Higashino, and K. Toyama, "Practical applications of active mass dampers with hydraulic actuator," Earthq. Eng. Struct. Dyn., vol. 30, no. 11, pp. 1697–1717, Nov. 2001, doi: 10.1002/eqe.88.

<sup>&</sup>lt;sup>60</sup> C.-L. Lee and Y.-P. Wang, "Seismic structural control using an electric servomotor active mass driver system," Earthquake Engineering Structural Dynamics [En línea]. mayo de 2014, vol. 33, nro. 6, pp. 737–754.

<sup>&</sup>lt;sup>61</sup> LI, Chunxiang; LIU, Yanxia y WANG, Zhaomin. Active Multiple Tuned Mass Dampers: A New Control Strategy. Journal of Structural Engineering-asce [En línea]. Julio del 2003, vol. 129, nro. 7, pp. 972–977.

<sup>&</sup>lt;sup>62</sup> SPENCER, Billie; NAGARAJAIAH, Satish. Op. Cit. p. 845–856.

<sup>&</sup>lt;sup>63</sup> TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F.Op. Cit. p. 243–259, 2002,.

pasivo seguirá actuando así sea con menor efectividad, como segunda notable ventaja estos sistemas demandan menos energía. Existen principalmente dos sistemas híbridos que se estudian con mayor interés: el amortiguador de masa híbrido (HMD, Hybrid Mass Damper) y el aislamiento de base con control activo del desplazamiento.

**3.3.1 Amortiguador híbrido de masa (HDM).** El amortiguador de masa híbrido consiste en una masa oscilante pasiva que disipa energía de la forma convencional, sin embargo, ella se acopla un actuador activo AMD controlado que maneja el comportamiento del sistema oscilatorio y permite que trabaje en un rango de frecuencias más amplio. En la Figura 15 se muestra esquemáticamente este sistema de control:

Figura 15. Esquema de un controlador híbrido de masa sintonizada.



**3.3.2** Aislamiento de base con control activo del desplazamiento. Es un sistema donde la estructura y su base se desacoplan permitiendo un desplazamiento horizontal limitado por las propiedades del componente aislante pasivo, adicionalmente el desplazamiento se ve afectado por la acción de un componente activo que es controlado. Ya que en este sistema el componente activo se acopla directamente a la estructura debe tenerse en cuenta con detalle la demanda energética que puede ser bastante alta<sup>64</sup>. La Figura 16 muestra un esquema de sistema de control. Los cuadros 3 y 4 resumen algunas construcciones reales con controles híbridos y activos.

Figura 16. Aislamiento de base con control activo de desplazamiento.



**Fuente:** CORAL ENRÍQUEZ, Horacio Andrés. Control Robusto Activo para la Minimización de Vibraciones en una Estructura Flexible de Tres Pisos bajo Excitaciones Sísmicas. Tesis de Maestría en Ingeniería con énfasis en Automática. Cali, Colombia. Universidad del Valle. Marzo de 2010, p. 168.

Del Cuadro 1 al Cuadro 7 resumen algunas aplicaciones famosas de estrategias de control estructural aplicado a estructuras civiles, se pueden observar estrategias como lógica difusa, control óptimo y sub-óptimo, control por realimentación y

<sup>&</sup>lt;sup>64</sup> FISCO, Nicholas R. y ADELI, Hojjat. Op. Cit p. 285–295,

técnicas de control Robusto como H2 y H∞ o combinaciones de las mismas. Es de notar que se muestra el número de modos controlados y a pesar de que las estructuras vibran en modos infinitos se hace un control del modo o los modos principales de vibración del puente, es decir los modos principales; más adelante en el capítulo de diseño del controlador se hará más evidente las dificultades que se generan al considerar varios modos de vibración o grados de libertad.

# Cuadro 1. Publicaciones de control activo.

Trabajo	Controladores diseñados	Realimentación utilizada	Modos controlados	Minimización de variables	Tipo de Modelado	Incertidumbre	Validación experimental			
EN EL MUNDO										
H. Cao, A. M. Reinhorn, and T. T. Soong, "Design of an active mass damper for a tall TV tower in Nanjing, China," <i>Engineering Structures</i> , vol. 20, pp. 134-143, <b>1998</b> .	LQR. (Multivariable)	Velocidades y desplazamientos.	Modo 1, 2 y 3.	a)Desplazamientos y velocidades. (b)Velocidades.	Analítico. (Torre de 340m de alto)	NO.	Si.			
M. Battaini, G. Yang, and B. F. Spencer, "Bench-Scale Experiment for Structural Control," <i>Journal of</i> <i>Engineering Mechanics</i> , vol. 126, pp. 140-148, <b>2000</b> .	LQG. (Multivariable)	Aceleraciones relativas.	Modo 1, 2 y 3.	Desplazamientos y velocidades	identificación en dominio frecuencial. (Estructura de 3 pisos)	NO.	Si.			
SJ. Moon, TY. Chung, CW. Lim, and DH. Kim, "A linear motor damper for vibration control of steel structures," <i>Mechatronics</i> , vol. 14, pp. 1157-1181, <b>2004</b> .	Hinfinito. (Multivariable)	Aceleraciones relativas	Modo 1 y 2	Aceleraciones relativas.	Analítico. (Estructura de 6 pisos)	Si, incertidumbre aditiva	Si			
J. Marzbanrad, G. Ahmadi, and R. Jha, "Optimal preview active control of structures during earthquakes," <i>Engineering Structures</i> , vol. 26, pp. 1463-1471, <b>2004</b> .	Optimal Preview Control. (Multivariable)	Aceleraciones absolutas y aceleración de la base.	Modo 1, 2 y 3.	Velocidades, desplazamientos y entrada sísmica.	Analítico. (Estructura de 3 pisos)	NO.	NO.			
G. E. Stavroulakis, et. al. "Robust active control against wind-induced structural vibrations," <i>Journal</i> of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 94, pp. 895-907, <b>2006</b> .	LQG y H-infinito. (Multivariable)	Desplazamientos relativos.	Primer modo.	(a)Desplazamientos y velocidades. (b)Desplazamientos	Analítico (Estructura de 8 pisos)	Si, incertidumbre paramétrica.	NO.			
JC. Wu, HH. Chih, and CH. Chen, "A robust control method for seismic protection of civil frame building," <i>Journal of Sound and Vibration</i> , vol. 294, pp. 314-328, <b>2006</b> .	LQG y Hinfinito. (Multivariable)	Aceleraciones relativas.	Modo 1, 2 y 3.	Aceleraciones relativas.	Analítico. (Estructura de 3 pisos)	Si, incertidumbre aditiva y multiplicativa.	Si.			

Cuadro 2. Publicaciones de control activo. (Cor	ntinuación)
-------------------------------------------------	-------------

G. Song, J. Lin, Y. Zhao, W. Paul Howson, and F.	Hinfinito.	Aceleraciones	Modo 1 y 2	Aceleraciones	Analítico.	Si. Incertidumbre	NO.
Williams, "Robust H $\infty$ control for aseismic structures with uncertainties in model parameters." Earthquake	(Multivariable)	relativas.		relativas.	(Estructura de 6	parametrica.	
Engineering and Engineering Vibration, vol. 6, pp					pisos		
409-416, <b>2007</b> .							
C. Zhang and J. Ou, "Control strategies and experimental verifications of the electromagnetic mass damper system for structural vibration control," <i>Earthquake Engineering and Engineering</i> <i>Vibration</i> , vol. 7, pp. 181-192, <b>2008</b> .	LQR y PA. (Multivariable)	Aceleraciones relativas.	Modo 1 y 2.	(a)Desplazamientos y velocidades. (b)Desplazamientos	Analítico. (Estructura de 2 pisos)	NO.	Si.
C. Zhang and J. Ou, "Control Structure Interaction of Electromagnetic Mass Damper System for Structural Vibration Control," <i>Journal of Engineering Mechanics</i> , vol. 134, pp. 428-437, <b>2008</b> .	LQG y PA. (Multivariable)	Aceleraciones relativas y desplazamiento del EMD.	Modo 1 y 2.	(a)Desplazamientos y velocidades.	Analítico. (Estructura de 2 pisos)	NO.	Si
Y. Chen, W. Zhang, and H. Gao, "Finite frequency H[infinity] control for building under earthquake excitation," <i>Mechatronics</i> , vol. 20, pp. 128-142, <b>2010</b> .	H-infinito. (Multivariable)	Desplazamientos y velocidades de cada piso.	Primer modo.	(a)Desplazamientos y velocidades. (b)Velocidades relativas.	Analítico. (Estructura de 3 pisos)	NO.	NO.

Cuadro 3	. Publicaciones	de control	activo en	Colombia.
----------	-----------------	------------	-----------	-----------

Thesis, Universidad del Valle, 2010.					dominio frecuencial. (Estructura de 3 pisos)		
la minimización de vibraciones en una estructura flexible de 3 pisos ante excitaciones sísmicas." M.Sc.	(Multivariable)			(c)Desplazamientos y aceleraciones	caja gris, (c)Identificación en el	estructurada.	
H. Coral and E. Rosero, "Control robusto activo para	Mu-Síntesis.	relativas.	11000 1, 2 9 3.	(b)Aceleraciones	(b)Identificación de	paramétrica y no	5.
LA PRESENTE INVESTIGACIÓN:	LQG, H-infinito,	Aceleraciones	Modo 1, 2 y 3.	(a) Desplazamientos	(a)Analítico,	Si, incertidumbre	Si.
					(Estructura de 1 piso)		
M.Sc. Thesis, Universidad del Valle, <b>2010</b> .					(b)Identificación		
para el control de la respuesta estructural	(Monovariable)	de la estructura		de la estructura	dominio frecuencial.		
D. Gómez y P. Thomson, "Algoritmos inteligentes	LQG y NNLQG	Aceleración relativa	Modo 1	Aceleración relativa	(a)Identificación en el	NO	SI
H. Coral, E. Rosero and D.Gómez, "Implementación de un Controlador LQG para la Protección Sísmica de un Modelo Estructural de un Grado de Libertad", en Memorias del VIII Congreso Nacional de la ACA, Abril 2009.	LQG (Monovariable)	Aceleración relativa de la estructura	Modo 1	Aceleración relativa de la estructura	(a)Identificación en el dominio frecuencial.	NO	SI
D. Gómez, J. Marulanda and P. Thomson. "Sistemas de control para la protección de estructuras civiles sometidas a cargas dinámicas", DYNA, 155, p77-89, 2008.	Artículo de Revisión.						
P. Thomson, Sistemas de control estructural. Memorias del Primer Encuentro del Acero en Colombia, Cartagena, <b>2001</b> .	Artículo de Revisión.						
C. Ocampo, J. Rodríguez, F. Angulo, and J. Hurtado. "Diseño y simulación de un control antisísmico para edificios utilizando redes neuronales artificiales. In Memories of Simposio de Investigación y Desarrollo de Electrónica y Telecomunicaciones en Colombia, 2001.	Controlador Neuronal basado en una ley de control óptima LQR. (Monovariable)	Desplazamiento	Modo 1.	Desplazamiento y velocidad	Identificación con redes neuronales. (Estructura de 1 piso)	NO.	NO.

-		Vear		_	AMD/HMD		Actuation	
Full-scale structure	Location	completed	Building usage	Scale of building	Control system	Number	Mass (ton)	mechanism
Kyobashi Center	Tokyo	1989	office	33 m, 400 ton, 11 stories	AMD <sup>a</sup>	2	5.0	hydraulic
Kajima Technical	Tokyo	1990	office	12 m, 400 ton, 3 stories	AVS <sup>b</sup>			variable-orifice
Research Institute No. 21								hydraulic damper
Sendagaya INTES	Tokyo	1991	office	58 m, 3,280 ton (1st mode), 11 stories	AMD	2	72.0	hydraulic
Shimizu Tech. Lab	Tokyo	1991	laboratory	30 m, 364 ton, 7 stories	HMD <sup>c</sup>	1	4.3	servo motor
Applause Tower (Hankyu Chayamachi Bldg.)	Osaka, Japan	1992	office/hotel/theater	165 m, 62,660 ton, 34 stories	AMD	1	480.0	hydraulic
Kansai Int. Airport Control Tower	Osaka, Japan	1992	control tower	86 m, 2,570 ton, 5 stories	HMD	2	10.0	servo motor
ORC 200 Bay Tower	Osaka, Japan	1992	office/hotel	200 m, 56,680 ton, 50 stories	HMD	2	230.0	servo motor
High-rise Housing Experiment Tower	Tokyo	1993	experiment	108 m, 730 ton, 36 stories	AGS <sup>d</sup>	1	0.8	servo motor
Landic Otemachi	Tokyo	1993	office	130 m, 39,800 ton, 21 stories	HMD	1	195.0	hydraulic
Nishimoto Kosan Nishikicho Bldg.	Tokyo	1993	office	54 m, 2,600 ton, 14 stories	HMD	1	22.0	servo motor
NTT Kuredo Motomachi Bldg.	Hiroshima, Japan	1993	office/hotel	150 m, 83,000 ton, 35 stories	HMD	1	78.0	servo motor
Yokohama Land Mark Tower	Yokohama, Japan	1993	office/hotel	296 m, 260,600 ton, 70 stories	HMD	2	340.0	hydraulic
Hamamatsu ACT Tower	Hamamatsu, Japan	1994	office/hotel/commerce	213 m, 107,534 ton, 45 stories	HMD	2	180.0	servo motor
Hikarigaoka J-City Tower	Tokyo	1994	office	112 m, 25,391 ton, 24 stories	HMD	2	44.0	servo motor
Hirobe Miyake Bldg.	Tokyo	1994	office/residential	31 m, 273 ton, 9 stories	HMD	1	2.1	servo motor
MHI Yokohama Bldg.	Yokohama, Japan	1994	office	152 m, 61,800 ton, 34 stories	HMD	1	60.0	servo motor
Penta-Ocean Exp. Bldg.	Tochigi, Japan	1994	experiment	19 m, 154 ton, 5 stories	HMD	1	0.5	servo motor
Porte Kanazawa (Hotel Nikko Kanazawa)	Kanazawa, Japan	1994	office/hotel	131 m, 27,600 ton, 30 stories	AMD	2	100.0	hydraulic

Cuadro 4. Resumen de edificios y torres con sistemas de control estructural.

Riverside Sumida Central	Tokyo	1994	office/residential	134 m, 52,000 ton, 33 stories	AMD	2	30.0	servo motor
Tower								
Sheridan Grande	Miyazaki, Japan	1994	hotel	154 m, 83,650 ton, 43 stories	HMD	2	240.0	servo motor
Ocean Resort								
Shinjuku Park Tower	Tokyo	1994	office/hotel	235 m, 130,000 ton, 52 stories	HMD	3	330.0	servo motor
Nissei Dowa Phoenix Tower	Osaka, Japan	1995	office	145 m, 26,800 ton, 29 stories	HMD	2	84.0	servo motor
Osaka WTC Bldg.	Osaka, Japan	1995	office	256 m, 80,000 ton, 55 stories	HMD	2	100.0	servo motor
Plaza Ichihara	Chiba, Japan	1995	office	58 m, 5,760 ton, 12 stories	HMD	2	14.0	servo motor
Kaikyo Dream Tower	Yamaguchi, Japan	1996	communication/	153 m, 5,400 ton	HMD	1	10	servo motor
			observatory deck					
Rinku Gate Tower North Bldg.	Osaka, Japan	1996	office/hotel	256 m, 65,000 ton, 56 stories	HMD	2	160	servo motor
Herbis Osaka	Osaka, Japan	1997	hotel/office	190 m, 62,450 ton, 40 stories	HMD	2	320	hydraulic
Itoyama Tower	Tokyo	1997	office/residential	89 m, 9,025 ton, 18 stories	HMD	1	48	servo motor
Nisseki Yokohama Bldg.	Yokohama, Japan	1997	office	133 m, 53,000 ton, 30 stories	HMD	2	100	servo motor
TC Tower	Kau-Shon, Taiwan	1997	office/hotel	348 m, 221,000 ton, 85 stories	HMD	2	100	servo motor

### Cuadro 5. Resumen de edificios y torres con sistemas de control estructural. (Continuación)

3		Vear				AMD/HMD		Actuation
Full-scale structure	Location	completed	Building usage	Scale of building	Control system	Number	Mass (ton)	mechanism
Bunka Gakuen New Bldg.	Tokyo	1998	school	93 m, 43,488 ton, 20 stories	HMD	2	48	servo motor
Daiichi Hotel Ohita Oasis Tower	Ohita, Japan	1998	office/hotel	101 m, 20,942 ton, 21 stories	HMD	2	50	hydraulic
Kajima Shizuoka Bldg.	Shizuoka, Japan	1998	office	20 m, 1,100 ton, 5 stories	semiactive			variable-orifice
					damper			hydraulic damper
Odakyu Southern Tower	Tokyo	1998	office/hotel	150 m, 50,000 ton, 36 stories	HMD	2	60	linear motor
Otis Shibayama Test Tower	Chiba, Japan	1998	laboratory	154 m, 6,877 ton, 39 stories	HMD	1	61	hydraulic
Yokohama Bay Sheraton Hotel and Towers	Yokohama, Japan	1998	hotel	115 m, 33,000 ton, 27 stories	HMD	2	122	servo motor
Century Park Tower	Tokyo	1999	residential	170 m, 124,540 ton, 54 stories	HMD	4	440	servo motor
JR Central towers	Nagoya, Japan	1999	hotel/office/	hotel: 226 m; office: 245 m,	HMD	4(H)	60(H)	servo motor (H)
			commerce	300,000 ton		2(O)	75(O)	hydraulic (O)
Laxa Osaka	Osaka, Japan	1999	hotel/office	115 m, 33,000 ton 27 stories	semiactive TMD	2	330	variable-orifice
								hydraulic damper
Nanjing Tower	Nanjing, China	1999	communication	310 m	AMD	1	60	hydraulic
Shin-Jei Bldg.	Taipei, Taiwan	1999	office/commerce	99 m, 22 stories	AMD	3	120	servo motor
Shinagawa Intercity A	Tokyo	1999	office/ commerce	144 m, 50,000 ton, 32 stories	HMD	2	150	servo motor
CEPCO Gifu Bldg.	Gifu, Japan	2000	office	47 m, 18,000 ton, 11 stories	semiactive damper		—	variable-orifice
								hydraulic
Incheon Int. Airport Air-Traffic Control Tower	Incheon, Korea	2000	air-traffic control	100 m	HMD	2	12	servo motor
Keio University Engineering Bldg.	Tokyo	2000	office/laboratory	29 m, 25,460 ton, 9 stories isolated	smart base isolation		—	variable-orifice damper
Cerulean Tower Tokyu Hotel	Tokyo, Japan	2001	hotel/office/parking	184 m, 65,000 ton, 40 stories	HMD	2	210	hydraulic
Harumi Island Triton Square	Tokyo	2001	office/commerce	3 buildings: 195 m, 45 stories; 175 m, 40 stories; 155 m, 34 stories	couple building control	-	_	servo motor
Osaka International Airport Air-Traffic Control Tower	Osaka, Japan	2001	air-traffic control	69 m, 3,600 ton, 5 stories	HMD	2	10	servo motor
Dentsu New Headquarter Office Bldg.	Tokyo, Japan	2002	office/commerce/ parking	210 m, 130,000 ton 48 stories	HMD	2	440	servo motor
Hotel Nikko Bayside Osaka	Osaka, Japan	2002	hotel/parking	138 m, 37,000 ton, 33 stories	HMD	2	124	servo motor

# Cuadro 6. Resumen de edificios y torres con sistemas de control estructural (Continuación).

Name of bridge	Years employed	Height (m)/ Weight (tonf)	Frequency range (Hz)	Moving mass, mass ratio (%) <sup>a</sup>	Control algorithm	Number of controlled modes
Rainbow Bridge: Pylon 1	1991-1992	119/4,800	0.26-0.95	6 ton×2 (0.6)	Feedback control	3
Pylon 2	1991-1992	117/4,800	0.26-0.55	2 ton (0.14)	DVFB <sup>b</sup>	1
Tsurumi-Tsubasa Bridge	1992-1993	183/3,560	0.27-0.99	10 ton×2 (0.16)	Optimal regulator DVFB	1
Hakucho Bridge Pylon 1	1992-1994	127.9/2,400	0.13-0.68	9 tonf (0.4)	Suboptimal feedback control	1
Pylon 2	1992-1994	131/2,500	0.13-0.68	4 ton×2 (0.36)	DVFB	1
Akashi Kaikyo Bridge	1993-1995	293/24,650	-0.127	28 ton×2 (0.8)	Optimal regulator DVFB	1
Pylons 1 and 2						
Meiko-Central	1994-1995	190/6,200	0.18-0.42	8 ton×2 (0.98-1.15)	$H_{\infty}$ feedback control	1
Bridge <sup>c</sup> : Pylon 1						
Pylon 2	1994-1995	190/6,200	0.16-0.25	(0.17-0.38)		1
First Kurushima	1995-1997	112/1,600 t	0.23-1.67	6 ton×2 (0.15-2.05)	Suboptimal regulator control	3
Bridge: Pylon 1						
Pylon 2	1995-1997	145/2,400 t	0.17-1.70	10 ton×2 (0.3-2.6)	$H_{\infty}$ feedback control	3
2nd Kurushima	1994-1997	166/4,407	0.17-1.06	10 ton×2 (0.41)	$DVFB/H_{\infty}$	2
Bridge: Pylon 1						
Pylon 2	1995-1997	143/4,000	0.20-1.45	$10 \text{ ton} \times 2 (0.54 - 1.01)$	Fuzzy control	>3
Third Kurushima	1995-1996	179/4,500	0.13-0.76	$11 \text{ ton} \times 2 (0.3 - 2.4)$	Variable gain DVFB	1
Bridge: Pylon 1						
Pylon 2	1994-1996	179/4,600	0.13-0.76	$11 \text{ ton} \times 2 (0.3 - 2.4)$	$H_{\infty}$ output feedback control	1
Nakajima Bridge	1995-1996	71/580	0.21-1.87	3.5 ton×2 (1.0-10.6)	Fuzzy control	3

## Cuadro 7. Resumen de puentes con sistemas de control estructural.

### 3.4 CONTROLADORES SEMI-ACTIVOS

Una de las más grandes desventajas de los sistemas de control activos es el consumo de energía, para superar éste inconveniente se proponen sistemas que combinan las ventajas de los sistemas activos y pasivos, por ejemplo controladores que reciben la carga directamente de la estructura y poseen propiedades que se pueden manipular con un bajo consumo de energía, tales controladores son los controladores semi-activos; dentro de los controladores semi-activos se reconocen principalmente: amortiguadores de rigidez variable, amortiguador semi-activo de columna líquida, amortiguadores semi-activos de masa sintonizada, amortiguadores piezo-eléctricos y amortiguadores Magneto-Reológicos (MR)<sup>65</sup>, en la Figura 17 se presenta un resumen de controladores semi-activos.





<sup>&</sup>lt;sup>65</sup> FISCO, Nicholas R. y ADELI, Hojjat. Op. Cit p. 275–284.

**3.4.1 Amortiguador semi-activo de rigidez variable**. La figura 17a.) muestra un controlador de rigidez variable, el elemento mostrado se ubica en donde la estructura tengo movimiento relativo o en las juntas de templetes y riostras, su principio de operación se basa en la restricción de flujo en el paso por una válvula operada por motor.

**3.4.2. Amortiguador semi-activo de fricción controlable.** Se presentan como juntas de rotación y en su interior contiene cámaras de intercambio de fluido, al controlar el flujo entre cámaras se modifica la fricción entre las piezas en rotación relativa.

**3.4.3. Amortiguador semi-activo de orificio variable.** Como su nombre lo indica la constante de amortiguamiento se controla según la apertura de paso de fluido haciéndose más rígido el componente con un paso más estrangulado; este principio se usa también en amortiguadores de masa sintonizada en donde el intercambio de fluido (agua) entre cámaras se controla con la apertura de exclusas controladas.

**3.4.4 Amortiguador de rigidez variable.** Son dispositivos cilíndricos con una disposición de elementos semejante a los amortiguadores de aceite convencionales, sin embargo, el flujo entre cámaras es regulado por una válvula controlada por un motor, como resultado se consigue una constante de amortiguamiento regulable en tiempo real. Las primeras investigaciones presentaron el modelo dinámico del amortiguador y plantearon los procedimientos adecuados para su caracterización, mostrando además que el comportamiento de estos amortiguadores es claramente dependiente de la compresibilidad del fluido a grandes cargas como las comúnmente encontradas en control estructural<sup>66</sup>. Un esquema del amortiguador se muestra en la Figura 18.

<sup>&</sup>lt;sup>66</sup> PATTEN, William et al. A Primer on Design of Semiactive Vibration Absorbers (SAVA). *Journal of Engineering Mechanics* [En línea], enero 1998, vol. 124, nro. 9, pp. 61 – 68.

En <sup>67</sup> se presentan resultados para otro tipo de amortiguador cuyas fuerzas de reacción no dependen de la velocidad, el autor los menciona como dispositivos reseteables, presentando la ventaja de comportarse como un resorte lineal, los resultados demuestran que el dispositivo presenta un excelente desempeño en el control de vibraciones además de ser fácil de construir y de implementar en una construcción existente. Un esquema del amortiguador reseteable se muestra en la Figura 19.



Figura 18. Esquema de un amortiguador de rigidez variable.

**Fuente:** PATTEN, William et al. A Primer on Design of Semiactive Vibration Absorbers (SAVA). *Journal of Engineering Mechanics* [En línea], enero 1998, vol. 124, nro. 9, pp. 61 – 68. [Consultado el 10 de noviembre de 2015]. Disponible en: <a href="https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1998)124:1(61)">https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1998)124:1(61)</a>

<sup>&</sup>lt;sup>67</sup> JABBARI, Faryar y BOBROW James E. Vibration Suppression with Resettable Device. Journal of Engineering Mechanics [En linea]. Septiembre de 2002, vol. 128, nro. 9, pp. 916–924.

Figura 19. Amortiguador Variable reseteable.



**Fuente:** PATTEN, William et al. A Primer on Design of Semiactive Vibration Absorbers (SAVA). *Journal of Engineering Mechanics* [En línea], enero 1998, vol. 124, nro. 9, pp. 61 – 68. [Consultado el 10 de noviembre de 2015]. Disponible en: <u>https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1998)124:1(61)</u>

Recientes investigaciones enuncian desventajas de ciertos dispositivos semiactivos, por ejemplo su complejidad y limitada robustez en cuanto al control, además de generar grandes fuerzas reactivas que en ocasiones pueden generar retardo en la respuesta; sin embargo el estudio muestra que al usar amortiguadores viscosos con leyes de control adecuadas se puede no solo reducir la respuesta, sino que también se reduce el desplazamiento y el cizallamiento en la base de la estructura dando a los amortiguadores semi-activos virtudes que los siguen posicionando como dispositivos adecuados para el control de vibraciones en estructuras nuevas o modificación de estructuras existentes<sup>68</sup>. Se ha demostrado además un mejor desempeño de los amortiguadores semi-activos de aceite que los amortiguadores pasivos de aceite, así como una más alta relación de reducción en las vibraciones de estructuras sometidas a cargas sísmicas<sup>69</sup>. Un experimento para una estructura

 <sup>&</sup>lt;sup>68</sup> KHANMOHAMMADI HAZAVEH, Nikoo, et al. Mitigating Structural Response using Semi-active Viscous Dampers to Reshape Structural Hysteresis. Rotorua, Nueva Zelanda: 2015 New Zealand Society for Earthquake Engineering Annual Conference (NZSEE), 10-12 de abril de 2015, pp. 1-8.
<sup>69</sup> ORUI, Satoshi; KURINO, Haruhiko y SHIMIZU, Kan. Control effect of semi-active switching oil damper installed in actual high-rise building during large earthquakes. *The 14 th World Conference on Earthquake Engineering*. Octubre 12 – 17 de 2008. Beijin, China. pp. 1 – 8.

similar con controlador semi-activo con la propuesta de un algoritmo sencillo pero muy efectivo puede consultarse en<sup>70</sup>.

**3.4.5 Amortiguador semi-activo de fluido controlable.** Estos dispositivos funcionan igual que un amortiguador convencional de aceite, con la diferencia de presentar en su interior un fluido que varía en su esfuerzo de fluencia al ser sometido a un campo eléctrico o magnético, estos amortiguadores pueden ser Magneto-reológicos (MR) y electro-reológicos (ER). Tienen la muy notable ventaja de no poseer partes móviles a parte de su pistón, lo que los hace muy simples y confiables. Un esquema de éste amortiguador se muestra en la Figura 20.

Figura 20. Esquema del amortiguador de flujo controlable.



<sup>&</sup>lt;sup>70</sup> NISHITANI, Akira; NITTA, Yoshihiro y ISHIBASHI, Yoji. Semi-active Structural Control with Variable Friction Dampers. Proceedings of the 1999 American Control Conference, ACC, San Diego, pp.1017-1021, 1999.

Los fluidos contenidos en este tipo de dispositivo pueden ser: a.) Fluido Magnetoreológico o b.) Fluido electro-reológico. Su funcionamiento es muy sencillo, en ausencia de campo eléctrico o magnético respectivamente el fluido presenta baja oposición al flujo y se puede modelar como un fluido Newtoniano y cuando el campo está presente aumenta la viscosidad del fluido y por tanto la constante de amortiguamiento.

A pesar de que el estudio de fluidos ER y MR data de 1940, las investigaciones se enfocaron principalmente en los amortiguadores ER, sin embargo presentaron problemas como un bajo esfuerzo de fluencia, solo 3 KPa – 3.5 Kpa en el mejor de los casos, además de su poca tolerancia a impurezas, por ejemplo entrada de agua durante su fabricación u operación; otro inconveniente es la necesidad de altos voltaje (4000V) para su operación lo que conduce a problemas de seguridad, costos y disponibilidad de tales cantidades de energía.

Recientemente se han desarrollado los fluidos MR, consistiendo de micropartículas magnéticas dispersas en un fluido como aceite mineral o silicona; con los fluidos MR se obtienen esfuerzos de fluencia mucho más altos que en los ER, rangos de operación entre -40°C a 150°C con pequeñas variaciones en el esfuerzo de fluencia. Son muy tolerantes a impurezas normalmente encontradas en su fabricación y operación y debido a sus propiedades pueden ser mucho más pequeños que los ER aplicaciones similares. Actualmente se conducen para numerosas investigaciones sobre amortiguadores MR haciendo de éste una atractiva opción para el control de vibraciones en estructuras.<sup>71 72</sup>. Un esquema del interior del amortiguador MR se muestra en la Figura 21.

<sup>&</sup>lt;sup>71</sup> JIANG, Zhaoshuo, Op. Cit

<sup>&</sup>lt;sup>72</sup> KORKMAZ, Sinan. A review of active structural control: challenges for engineering informatics. *Computers and Structures* [En línea], diciembre de 2011, vol. 89, nro. 23, pp. 2113–2132.

Figura 21. Estructura interna de un amortiguador MR.



Fuente: SANWA TEKKI CORPORATION, "MR Damper," Buildings and Detached Houses, 2011.

http://www.tekki.co.jp/english/products/dampers/dampers\_products04.html.

# 3.5 ALGUNOS ARTÍCULOS RECIENTES SOBRE AMORTIGUADORES MR

**I.** Ferdaus, M.M., Rashid, M.M., Hasan, M.H. et al. Optimal design of Magneto-Rheological damper comparing different configurations by finite element analysis. J Mech Sci Technol **28**, 3667–3677 (2014).

https://doi.org/10.1007/s12206-014-0828-5.73

Proponen mejoras en el diseño del amortiguador MR de una sola bobina, la propuesta con mejor desempeño según el estudio es un pistón con acabado en chaflán en su parte superior e inferior y un espacio intermedio de fluido. Los resultados se validan por la comparación de diferentes modelos propuestos mediante modelos de elementos finitos. Se plantean mejoras para superar

<sup>&</sup>lt;sup>73</sup> FERDAUS, Meftahul, et. al. Optimal design of Magneto-Rheological damper comparing different configurations by finite element análisis. *Journal of Mechanical Science and Technology* [En línea], 2014, vol. 28, pp. 3667 – 3677.

problemas de sedimentación que se presentan en los modelos tradicionales de amortiguadores MR.

**II.** Rashid, M.M., Ferdaus, M.M., Hasan, M.H. et al. ANSYS finite element design of an energy saving magneto-rheological damper with improved dispersion stability. J Mech Sci Technol **29**, 2793–2802 (2015). https://doi.org/10.1007/s12206-015-0608-x<sup>74</sup>.

La tendencia en investigación es lograr que los amortiguadores MR sean más eficaces y eficientes, además de reducir sus limitaciones existentes, tales como la sedimentación, el consumo de energía, aumento de temperatura u optimización de diseño. En este artículo se estudia el amortiguador MR analizando en detalle la optimización en diseño gracias a la simulación de elementos finitos, considerando varios parámetros para obtener resultados más precisos. Se plantea un fluido MR prototipo de partículas de hierro carbonilo con goma de Xantano para reducir la sedimentación. Con el uso de ANSYS proponen un diseño de amortiguador MR que consume menos energía y tiene menor aumento de temperatura que los amortiguadores convencionales, además el análisis muestra mejoras importantes en cuanto la sedimentación promoviendo un aumento en la eficiencia.

**III.** Guoliang Hu, Fengshuo Liu, Zheng Xie, and Ming Xu. "Design, Analysis, and Experimental Evaluation of a Double Coil Magnetorheological Fluid Damper". Shock and Vibration, Article ID 4184726, 12 pages. Sept. 2015.<sup>75</sup>.

Se estudia un amortiguador MR de doble bobina cuya dinámica es calculada desde las ecuaciones de Bigham para el fluido MR. El estudia compara diferentes modelos

<sup>&</sup>lt;sup>74</sup> RASHID, Mahbub, et. al. ANSYS finite element design of an energy saving magneto-rheological damper with improved dispersion stability. *Journal of Mechanical Science and Technology* [En línea], 11 de julio de 2015, vol. 29, nro. 7, pp. 2793–2802.

<sup>&</sup>lt;sup>75</sup> G. Hu, F. Liu, Z. Xie, and M. Xu, "Design , Analysis , and Experimental Evaluation of a Double Coil Magnetorheological Fluid Damper," vol. 2016, 2016.

de pistón teniendo en cuenta doble bobina con bordes rectos, redondeados o achaflanados, encontrando que el pistón con bordes rectos puros tiene mejor desempeño en todas las pruebas realizadas y muestra mayor continuidad en las líneas de campo, los resultados de éste estudio podrían aplicarse en la fabricación de nuevos modelos de amortiguadores MR.

**IV.** Felix Weber and Hans Distl, "Damping Estimation from Free Decay Responses of Cables with MR Dampers,"The Scientific World Journal, vol. 2015, Article ID 861954, 14 pages. doi:10.1155/2015/861954. 2015.<sup>76</sup>.

Se investiga el comportamiento de un amortiguador MR al cual se aplica un nuevo control adaptativo con base en lógica difusa haciendo un seguimiento de la fuerza desarrollada por el amortiguador. Se combinan un controlador difuso y un control adaptativo para lograr un alto desempeño en el control de la vibración. Además, un controlador H∞ se utiliza en la formulación del control difuso adaptativo combinando un algoritmo iterativo con el modelo difuso. Este controlador se implementa en lazo cerrado con el amortiguador MR obteniendo resultados de la fuerza de control obtenida, se compara el controlador propuesto con dos controladores existentes a fin de mostrar su eficacia.

**V.** Juan C. Tudón-Martínez and Ruben Morales-Menendez, "Adaptive Vibration Control System for MR Damper Faults," Shock and Vibration, vol. 2015, Article ID 163694, 17 pages. doi:10.1155/2015/163694. 2015<sup>77</sup>..

<sup>&</sup>lt;sup>76</sup> WEBER, Felix; DISTL, Hans. Damping estimation from free decay responses of cables with MR dampers. *Hindawi Publishing Corporation. Scientific World Journal* [En línea]. 19 de febrero de 2015, vol. 2015, nro. 861954, pp. 1-14.

<sup>&</sup>lt;sup>77</sup> TUDÓN MARTINEZ, Juan C.; MORALES MENENDEZ, Ruben. Adaptive Vibration Control System for MR Damper Faults. *Hindawi Publishing Corporation, Shock and Vibration* [En línea], 26 de julio de 2015, vol. 2015, nro. 163694, pp. 1-17.

Este artículo investiga el comportamiento d amortiguadores MR en vehículos; a pesar de no ser una aplicación en estructuras civiles es interesante la propuesta de incorporar en un sistema compuesto por varios amortiguadores MR un observador robusto LPV (Linear Parameter-Varying) que permita el diagnóstico y estimación de fallas en alguno de los amortiguadores procurando gracias a un sistema de control adaptativo que la falla sea compensada por los amortiguadores restantes. Las pruebas muestran que el sistema propuesto tiene buen desempeño y tolerancia al ruido y a perturbaciones externas, lo cual puede ser útil considerar al momento de ser implementado en aplicaciones estructurales.

**VI.** Xuan Phu Do, Kruti Shah, and Seung-Bok Choi, "Damping Force Tracking Control of MR Damper System Using a New Direct Adaptive Fuzzy Controller," Shock and Vibration, vol. 2015, Article ID 947937, 16 pages. doi:10.1155/2015/947937.2015<sup>78</sup>.

En este artículo se discuten las medidas de atenuación de cables con amortiguadores MR controlados en tiempo real para puentes suspendidos, realizando pruebas escaladas de los cables del puente Sutong (China). El objetivo del controlador es producir amplitud y frecuencia independientemente del amortiguamiento del cable ya que su amplitud y modos de vibración dependen de condiciones de viento desconocidas haciendo de estos parámetros cantidades impredecibles. El amortiguamiento obtenido experimentalmente comparado con los datos teóricos de óptimo amortiguamiento viscoso revela datos muy cercanos si se consideran los anclajes del cable simplemente apoyados y los errores en la fuerza del amortiguador despreciables.

<sup>&</sup>lt;sup>78</sup> DO, Xuan Phu; SHAH, Kruti y CHOI, Seung-Bok. Damping Force Tracking Control of MR Damper System Using a New Direct Adaptive Fuzzy Controller. Hindawi Publishing Corporation Shock and Vibration [En línea]. 26 de julio de 2015, vol. 2015, Article ID 947937.

**VII**. Young-Jin Cha; Jianqiu Zhang; Anil K. Agrawal; Baiping Dong; Anthony Friedman; Shirley J. Dyke; and James Ricles, "Comparative Studies of Semiactive Control Strategies for MR Dampers: Pure Simulation and Real-Time Hybrid Tests". JOURNAL OF STRUCTURAL ENGINEERING © ASCE / JULY 2013.<sup>79</sup>

En este artículo se comparar tres algoritmos usualmente utilizados para control semi-activo con el uso de amortiguadores magneto-reológicos múltiples. Los tres algoritmos comparados son: The clipped-optimal controller COC, decentralized output feedback polynomial controller DOFP, control pasivo simple SPC, para observar el desempeño de los controladores se investiga una estructura flexible tipo edificio (armadura) sometida a cuatro diferentes sismos, el estudio se llevó a cabo utilizando la metodología de pruebas hibridas en tiempo real para la validación de las comparaciones teniendo en cuenta la evaluación del desempeño respeto a la reducción de máximo desplazamiento relativo entre placas, desplazamientos localizados, aceleración y esfuerzo de control, el máximo nivel de disipación de energía se encontró en SPC y DOFPC, el controlador COC fue el mejor respecto a la máxima reducción de la aceleración absoluta y el DOFPC fue el mejor en cuanto a la reducción de desplazamientos. La simulación híbrida en tiempo real permitió observar el comportamiento de modelos estructurales computacionales bajo las acciones de control de dos modelos físicos de amortiguadores MR accionados por actuadores hidráulicos y los resultados experimentales y numéricos fueron muy cercanos y confiables.

VIII. Ameen H. El-Sinawi, Mohammad H. AlHamaydeh, and Ali A. Jhemi, "Optimal Control of Magnetorheological Fluid Dampers forSeismic Isolation of Structures",

<sup>&</sup>lt;sup>79</sup> CHA, Young – Jin, et. al. Comparative studies of semiactive control strategies for MR dampers: Pure simulation and real-time hybrid tests. *JOURNAL OF STRUCTURAL ENGINEERING* [En línea], julio de 2013, vol. 139, nro. 7, pp. 1237 – 1248.

*Hindawi Publishing Corporation, Mathematical Problems in Engineering Volume* 2013, Article ID 251935, 7 pages. 2013.<sup>80</sup>

Este artículo trata sobre el control de amortiguadores MR (modelo Bouc Wen) instalados en un edificio de 20 pisos, se utilizó la identificación de sistemas para generar un modelo numérico de bajo orden del amortiguador que permita imitar el comportamiento no lineal del actuador. Se utiliza un filtro de Kalman para mejorar la estimación de estados del sistema estructura – actuadores necesarios para la realimentación, además junto con un control LQG (Linear Cuadratic Gaussian) se observa el comportamiento estructural bajo carga sísmica, demostrando la superioridad del desempeño de una estructura controlada comparada con la estructura sin control.

**IX.** *M. Luu, M.D.Martinez, V.Zabel, C.Könke, Semi-active magnetorheological dampers for reducing response of high-speed railway bridges, Control Engineering Practice 32, pags. 147–160. Germany, 2014.*<sup>81</sup>

Este artículo estudia el comportamiento de un control estructural que utiliza amortiguadores MR ubicados debajo de un puente para trenes utilizando la configuración de doble viga y controlando la respuesta estructural con el algoritmo de control H  $\infty$ . Para el lazo de realimentación utilizan funciones de ponderación y técnicas de formado de lazo (loop shaping design); el desempeño del sistema propuesto se compara con la implementación de amortiguadores viscosos convencionales mostrando que efectivamente la implementación de amortiguadores MR controlados con algoritmos de control H  $\infty$  logra reducir la respuesta estructural

<sup>&</sup>lt;sup>80</sup> EL-SINAWI, Ameen; JHEMI, Ali y ALHAMAYDEH Mohammad. Optimal Control of Magnetorheological Fluid Dampers for Seismic Isolation of Structures. *Mathematical Problems in Engineering* [En línea]. 19 de mayo de 2013, Article ID 251935, pp. 1-7.

<sup>&</sup>lt;sup>81</sup> LUU, Mai; ZABEL, Volkmar y KÖNKE, Carsten. An optimization method of multi-resonant response of high-speed train bridges using TMDs. *Finite Elements in Analysis and Design* [En línea], junio de 2012, vol. 53, pp. 13 - 23.

generando fuerzas optimas que reducen los efectos resonantes no deseados en el plano trasversal. Además, se muestra como las propiedades variables en el tiempo del puente afectan seriamente el control con amortiguadores MR por lo cual debe ser muy cuidadosa la inclusión de dichas variaciones en el planteamiento de las incertidumbres paramétricas.

*X.* Claudio Crivellaro, Decio Crisol Donha. " LQG/LTR Robust Control Applied to Semi-active Suspension System Using MR Dampers" International Journal of Mechanical Engineering and Automation. Volume 2, Number 1, 2015, pp. 22-31. Brazil. 2015.<sup>82</sup>

Esta investigación se centra en el diseño de un controlador robusto basado en LQG/LTR ((Linear Quadratic Gaussian/Loop Transfer Recovery) implementado en la suspensión de un vehículo tipo camioneta liviana. Utilizaron para el diseño un modelo numérico de suspensión de 7 grados de libertan y la implementación de prototipos reales de amortiguadores MR y sensores con sotos razonables para el tipo de implementación, mostrando que efectivamente la técnica utilizada permite controlar la respuesta del sistema bajo condiciones severas de carga enfatizando el objetivo de control en el confort y permitiendo observar mejor adherencia entre la vía y las llantas además del rechazo a condiciones dinámicas no deseadas.

**XI**. Arash YeganehFallah and Nader Khajeh Ahamd Attari. "Robust control of Seismically excited cable stayed bridges with MR dampers". Smart Materials and Structures 26 035056 (14pp). Iran 2017.<sup>83</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>82</sup> CRIVELLARO, Claudio; DONHA, Decio Crisol. LQG / LTR Robust Control Applied to Semi-active Suspension System Using MR Dampers. International Journal of Mechanical Engineering and Automation [En línea]. 25 de enero del 2015, vol.2, nro. 1, pp. 22 – 31.

<sup>&</sup>lt;sup>83</sup> YEGANEHFALLAH, Arash; AHAMD ATTARI, Nader Khajeh. Robust control of seismically excited cable stayed bridges with MR dampers. *Smart Materials and Structures* [En línea]. 21 de Febrero del 2017, vol. 26, pp. 1-14.
En este artículo se propone un controlador robusto para reducir la respuesta dinámica de un puente colgante que presenta propiedades variables en el tiempo manejadas como incertidumbres paramétricas. Se utiliza el modelado de las incertidumbres de forma convencional dentro del sistema en espacio de estados, las cuales son desacopladas por el método de trasformaciones lineales fraccionales Linear Fractional Transformation (LFT) tratando estas incertidumbres como una perturbación que es desconocida, pero si acotada dentro de cierto rango establecido. Se diseña un controlador robusto H ∞ que logra robustamente regular las salidas teniendo en cuenta incertidumbres paramétricas, perturbaciones y ruido en los sensores. Se utiliza un modelo Benchmark de puente colgante con la implementación de amortiguadores MR. Se utiliza en este artículo un modelo numérico de amortiguador MR con capacidad de 100 Ton. Para responder a las señales de control calculadas por el controlador H ∞ se utiliza el modelo de un estimador MR inverso que permite estimar el voltaje aplicado al amortiguador MR a partir de una fuerza óptima deseada desde el controlador robusto y la velocidad del vástago del amortiguador. Este modelo de amortiguador MR y estimador MR inverso es el que se utilizará en el presente proyecto.

## 4. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presenta la teoría relacionada con los modelos matemáticos utilizados en el desarrollo de la tesis. Se inicia describiendo los modelos matemáticos de amortiguadores Magneto-Reológicos MR indicando en cada caso los parámetros dependientes de la corriente aplicada; para manejar de forma sencilla los modelos de amortiguadores MR se utiliza además modelos matemáticos de estimación, realimentación de la aceleración y sistemas de identificación, se introduce el estimador llamado MR inverso, que permite estimar la corriente que a cierta velocidad del vástago del amortiguador produce la fuerza deseada; se presentan artículos que involucran implementación de amortiguadores MR en puentes de diversas configuraciones y estrategias de control. A continuación, se exhiben conceptos de teoría estructural y elementos finitos utilizados en el desarrollo del modelo estructural y por último se detalla la teoría relacionada con el control robusto y específicamente el control H $\infty$  es el control seleccionado para esta aplicación.

## 4.1 MODELOS MATEMÁTICOS DE AMORTIGUADORES MR

Numerosas investigaciones han estudiado el comportamiento del ciclo de histéresis de los amortiguadores MR permitiendo la formulación de diferentes modelos numéricos de amortiguadores MR, clasificados en dos grupos: a.) modelos no paramétricos donde su caracterización contiene parámetros que no necesariamente tienen un significado físico y b.) modelos paramétricos donde las variables efectivamente representan cantidades físicas. Algunos modelos no paramétricos representan los amortiguadores MR por polinomios de Chebysev, redes neuronales y Neuro-Fuzzy; los modelos paramétricos tienen en cuenta variables físicas para el modelado del sistema, tal como fuerza de resortes, viscosidad, fricción, válvulas etc. La caracterización de los modelos paramétricos requiere de diversas pruebas

experimentales para dar valores numéricos a los parámetros del modelo. Algunos de los modelos paramétricos de amortiguadores MR son el modelo visco-plástico de Bingham, modelos visco-elasto-plástico, modelo de histéresis bi-viscosa no lineal, modelo Bouc-Wen, modelo polinomial, modelo hiperbólico-tangente, modelo de Dahl y modelos algebraicos. A pesar de la variedad de modelos no todos representan convenientemente un modelo de amortiguador MR ya que debido a la cantidad de parámetros requieren varias pruebas para su caracterización<sup>84</sup>.

El modelo de amortiguador MR representa su comportamiento teniendo en cuenta parámetros en función de la corriente aplicada, a continuación, se presentan 4 modelos numéricos de amortiguadores MR comunes: Modelo Tangente Hiperbólica, Bouc-Wen, viscous plus Dahl y el modelo algebraico.

**4.1.1 Modelo Tangente Hiperbólica**. El modelo fue presentado inicialmente por Gavin en el (2001) para un pequeño amortiguador electro-reolégico de 8 KN, en el (2007) Bass y Christenson proponen uno de los modelos más usados en experimentación de amortiguadores MR, el modelo tangente hiperbólica para amortiguador MR de 200 KN. Un esquema de este amortiguador se muestra en la Figura 22. El modelo está representado por las ecuaciones (1) y (2) y sus parámetros se indican en el Cuadro 8.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \ddot{x}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ (-k_0 - k_1)/m_0 & (-c_0 - c_1)/m_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k_1/m_0 & c_1/m_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/m_0 \end{bmatrix} f_0 \tanh(\dot{x}_0/V_{ref})$$
(4.1)

<sup>&</sup>lt;sup>84</sup> JIANG, Zhaoshuo. Increasing Resilience in Civil Structures using Smart Damping Technology. Disertación para obtener el título de Doctor de Filosofía, Connecticut, Universidad de Connecticut. 2012, p. 150.

$$f = \begin{bmatrix} -k_1 & -c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}$$
(4.2)





**Fuente:** JIANG, Zhaoshuo, et. al. Comparison Of 200 KN MR damper models for use in Real Time Hibrid Simulation. *5th World Conference on Structural Control and Monitoring 2010.* pp. 1–14, 2010. [Consultado el 16 de noviembre de 2015]. Disponible:<u>https://www.researchgate.net/publication/229036392\_COMPARISON\_OF 200 KN MR DAMPER MODELS FOR USE IN REAL-TIME\_HYBRID\_SIMULATION</u>.

Cuadro 8. Parámetros del modelo Tangente Hiperbólica.

Parameters as a function of damper current, <i>i</i> (amp)	Unit
$k_0 = 0.00001i^4 - 0.00010i^3 + 0.00013i^2 + 0.00023i + 0.00062$	kN/mm
$k_1 = -2.43069i^4 + 23.75859i^3 - 80.70251i^2 + 110.61993i + 55.08334$	kN/mm
$c_0 = -0.00979i^4 + 0.09325i^3 - 0.29955i^2 + 0.35801i + 0.12641$	kN · s/mm
$c_1 = 0.00618i^4 - 0.06726i^3 + 0.26692i^2 - 0.46060i + 0.35673$	$kN \cdot s/mm$
$m_0 = 0.00016i^4 - 0.00162i^3 + 0.00548i^2 - 0.00705i + 0.00485$	kg
$f_0 = 1.51702i^4 - 10.26630i^3 + 2.79030i^2 + 94.55682i + 6.19194$	kN
$V_{ref} = -0.11574i^4 + 1.36241i^3 - 6.18813i^2 + 13.11819i + 0.75927$	mm/s

**Fuente:** JIANG, Zhaoshuo, et. al. Comparison Of 200 KN MR damper models for use in Real Time Hibrid Simulation. *5th World Conference on Structural Control and Monitoring 2010.* pp. 1–14, 2010. [Consultado el 16 de noviembre de 2015]. Disponible:<u>https://www.researchgate.net/publication/229036392\_COMPARISON\_OF\_200\_KN\_MR\_DAMPER\_MODELS\_FOR\_USE\_IN\_REAL-TIME\_HYBRID\_SIMULATION</u>.

**4.1.2 Modelo Bouc – Wen.** El modelo inicial propuesto por Bouc (1971) y generalizado por Wen (1976) fue modificado por Spencer (1997); su comportamiento está gobernado por las ecuaciones (3), (4), (5) y (6). Su esquema se muestra en la Figura 23 y sus parámetros en el **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** 

$$f = \propto z + c_0(\dot{x} - \dot{y}) + k_0(x - y) + k_1(x - x_0)$$
(4.3)

$$f = c_1 \dot{y} + k_1 (x - x_0) \tag{4.4}$$

$$\dot{z} = -\gamma |\dot{x} - \dot{y}| . z. |z|^{n-1} - \beta (\dot{x} - \dot{y}) |z|^n + A(\dot{x} - \dot{y})$$
(4.5)

$$\dot{y} = \frac{1}{(c_0 - c_1)} [\propto z + c_0 \dot{x} + k_0 (x - y)]$$
(4.6)

Figura 23. Modelo amortiguador MR Bouc-Wen.



**Fuente:** JIANG, Zhaoshuo, et. al. Comparison Of 200 KN MR damper models for use in Real Time Hibrid Simulation. *5th World Conference on Structural Control and Monitoring 2010.* pp. 1–14, 2010. [Consultado el 16 de noviembre de 2015]. Disponible:<u>https://www.researchgate.net/publication/229036392\_COMPARISON\_OF\_200\_KN\_MR\_DAMPER\_MODELS\_FOR\_USE\_IN\_REAL-TIME\_HYBRID\_SIMULATION</u>.

Cuadro 9. Parámetros del amortiguador MR Bouc-Wen.

Parameters as a function of damper current, $i$ (amp)	Unit
$x_0 = -0.00002i^4 + 0.00042i^3 - 0.00303i^2 + 0.00010i + 0.16546$	т
$k_0 = -0.00355i^4 + 0.11258i^3 - 1.16772i^2 + 4.25745i + 0.10000$	kN/m
$k_1 = -0.00012i^4 + 0.00050i^3 + 0.05779i^2 - 0.75799i + 3.03948$	kN/m
$c_0 = -0.04223i^4 + 1.42883i^3 - 16.47324i^2 + 73.67448i + 114.43380$	kN · s/m
$c_1 = 8.13108i^4 - 268.62644i^3 + 2987.09324i^2 - 12567.08781i + 29222.95889$	$kN \cdot s/m$
$\alpha = -0.05571i^4 + 1.96412i^3 - 24.05937i^2 + 118.49633i + 7.60178$	kN/m
$3 = 0.00305i^4 - 0.06645i^3 + 0.11760i^2 + 4.40618i + 10.02598$	<i>m</i> <sup>-2</sup>
$v = 0.10306i^4 - 3.11188i^3 + 29.16295i^2 - 78.43981i + 1016.21593$	$m^{-2}$
$n = -0.00171i^4 + 0.05751i^3 - 0.65496i^2 + 2.84594i + 2.18467$	

**Fuente:** JIANG, Zhaoshuo, et. al. Comparison Of 200 KN MR damper models for use in Real Time Hibrid Simulation. *5th World Conference on Structural Control and Monitoring 2010.* pp. 1–14, 2010. [Consultado el 16 de noviembre de 2015]. Disponible:<u>https://www.researchgate.net/publication/229036392\_COMPARISON\_OF\_200 KN\_MR\_DAMPER\_MODELS\_FOR\_USE\_IN\_REAL-TIME\_HYBRID\_SIMULATION</u>.

**4.1.3 Modelo Viscous Plus Dahl.** El un modelo propuesto por Dahl en 1976 y por Buc en 1971 independientemente para representar el comportamiento del ciclo de histéresis. A continuación, se presenta el modelo propuesto por Aguirre et. Al. En el  $2010^{85}$  . Su comportamiento se describe mediante las ecuaciones (7) y (8) su esquema se muestra en la

Figura 24 y los parámetros en el Cuadro 10.

$$\dot{w} = \rho(\dot{x} - |\dot{x}|w) \tag{4.7}$$

$$f = k_x \dot{x} + k_w w \tag{4.8}$$

# Figura 24. Esquema del amortiguador MR viscous Plus Dahl



**Fuente:** JIANG, Zhaoshuo, et. al. Comparison Of 200 KN MR damper models for use in Real Time Hibrid Simulation. *5th World Conference on Structural Control and Monitoring 2010.* pp. 1–14, 2010. [Consultado el 16 de noviembre de 2015]. Disponible:<u>https://www.researchgate.net/publication/229036392\_COMPARISON\_</u>

<sup>&</sup>lt;sup>85</sup> JIANG, Zhaoshuo. Op Cit .

# OF 200 KN MR DAMPER MODELS FOR USE IN REAL-TIME\_HYBRID\_SIMULATION.

Cuadro 10. Ecuaciones y parámetros del amortiguador MR Plus Dahl.

Parameters as a function of damper current, i (A)	Units
$\kappa_{\rm w} = (-1.83i^2 + 11.65i + 0.46) \times 10^4$	Ν
$\kappa_x = 1.48 \times 10^3$	N · s/cm
$\rho = 0.38 \times 10^2$	cm <sup>-1</sup>

**Fuente:** JIANG, Zhaoshuo, et. al. Comparison Of 200 KN MR damper models for use in Real Time Hibrid Simulation. *5th World Conference on Structural Control and Monitoring 2010.* pp. 1–14, 2010. [Consultado el 16 de noviembre de 2015]. Disponible:<u>https://www.researchgate.net/publication/229036392\_COMPARISON\_OF\_200\_KN\_MR\_DAMPER\_MODELS\_FOR\_USE\_IN\_REAL-TIME\_HYBRID\_SIMULATION</u>.

**3.1.4 Modelo Algebraico.** El modelo algebraico no paramétrico usa un polinomio de grado n; se presenta un modelo que consiste de dos componentes: una función polinómica que define la máxima fuerza de amortiguamiento en función de la

corriente de control y una función de forma que define la dependencia entre fuerza y velocidad<sup>86</sup>. La ecuación del modelo algebraico se presenta a continuación.

$$f = (1 - e^{-a|\dot{x}|})(m|\dot{x}| + b)$$
(4.9)

Donde m es la pendiente y b es el intercepto con el eje vertical, ambos parámetros son función de la corriente del amortiguador. Los tres parámetros (m, b, a) necesarios para caracterizar el amortiguador se obtienen por regresión para minimizar el error entre la fuerza medida y la predicha. Los parámetros de un ejemplo de modelo algebraico se muestran en el Cuadro 11.

Cuadro 11. Parámetros de un modelo algebraico de amortiguador MR.

Parameters as a function of damper current, i (A)	Units
m = 0.05i + 0.13	kN · s/mm
$b = -23.40i^2 + 126.52i + 8.18$	kN
$\alpha = 0.15$	s/mm

**Fuente:** JIANG, Zhaoshuo, et. al. Comparison Of 200 KN MR damper models for use in Real Time Hibrid Simulation. *5th World Conference on Structural Control and Monitoring 2010.* pp. 1–14, 2010. [Consultado el 16 de noviembre de 2015]. Disponible:<u>https://www.researchgate.net/publication/229036392\_COMPARISON\_OF 200 KN MR DAMPER MODELS FOR USE IN REAL-TIME\_HYBRID\_SIMULATION</u>.

86 Ibid.

En <sup>87</sup> se hace una comparación de los modelos mostrados teniendo en cuenta la precisión, estabilidad, desempeño y velocidad, encontrando que cualquiera de los modelos puede correr establemente teniendo en cuenta los tiempos de muestreo comunes en simulaciones, en cuanto a desempeño el modelo tangente hiperbólica converge más rápidamente y en cuanto a velocidad el modelo Bouc-Wen es el más lento.

### 4.2 MODELO MR INVERSO.

(Estimador). Debido a la complejidad matemática de los modelos presentados anteriormente en la literatura se proponen estrategias que permiten por varios métodos incluir los modelos MR en sistemas de control; el problema fundamental es que los modelos de amortiguadores MR son no lineales y presentan formas matemáticas de funciones compuestas por lo cual interponen una barrera en cuanto a control se refiere ya que se requieren modelos preferiblemente sencillos y porque la composición de funciones dificulta la linealización de modelos.

Los modelos MR toman lectura de la velocidad del vástago y con una corriente aplicada generan una fuerza reactiva debido a la función de viscosidad dependiente de la corriente; la dificultad radica en que el control estructural maneja variables estructurales como desplazamiento, velocidad y aceleración y no controla directamente la corriente debido a la complejidad de las funciones polinómicas compuestas, de modo que las propuestas actuales hacen referencia a los estimadores MR que básicamente toman una lectura de velocidad del vástago desde el modelo dinámico, el control estructural calcula una fuerza reactiva necesaria sin importarle de donde proviene o que la realiza; esa fuerza óptima deseada es una variable de entrada al estimador, de manera que el estimador

<sup>&</sup>lt;sup>87</sup> JIANG, Zhaoshuo, et. al. Op. Cit p. 1–14.

calcula el valor de corriente que debería aplicarse a un actuador (en éste caso un amortiguador MR), que se mueve a cierta velocidad en un instante de tiempo para producir la fuerza deseada que ha calculado el controlador. De ésta manera se reduce la responsabilidad del controlador estructural solo a variables estructurales como fuerzas aceleraciones y velocidades y se utilizan las ventajas matemáticas del estimador para calcular la corriente.

Para el control estructural se han realizado propuestas bien aceptadas por ejemplo controladores basados en la realimentación de la aceleración <sup>88</sup>; otras propuestas se basan por ejemplo en la formulación en espacio de estados de los modelos de amortiguadores MR anteriores pero linealizados permitiendo realizar control de una forma más sencilla<sup>89</sup>; en<sup>90</sup> se presenta la formulación de un estimador MR inverso utilizando redes neuronales perceptrón multicapa y sistemas de identificación. Otros estimadores MR como el presentado en<sup>91</sup> calculan funciones utilizando aproximaciones matemáticas de la histéresis del amortiguador MR permitiendo utilizar funciones sencillas que con la lectura de velocidad del vástago (proveniente de la respuesta estructural) y de una fuerza deseada (proveniente del control estructural) estiman una corriente que al aplicarse al amortiguador MR seleccionado produce una fuerza deseada igual a la calculada por el controlador estructural. El modelo de estimador seleccionado se detallará más adelante en la sección 4.3.

### **4.3 AMORTIGUADORES MR EN PUENTES**

<sup>&</sup>lt;sup>88</sup> DYKE, Shirley Jane. Acceleration Feedback Control Strategies for Active and Semi-active Control Systems: Modeling, Algorithm Development, and Experimental Verification. Disertación para obtener el título de Doctora de Filosofía, Notre Dame Indiana, Departamento de Ingeniería Civil y Ciencias Geológicas, Universidad de Notre Dame. Julio de 1996. p. 274.

<sup>&</sup>lt;sup>89</sup> ERKUS, Baris; ABÉ, Masato; FUJINO, Yozo. Investigation of semi-active control for seismic protection of elevated highway bridges. *Engineering Structures* [En línea] Marzo del 2002, vol. 24, pp. 281–293.

<sup>&</sup>lt;sup>90</sup> PINQI, Xia. An inverse model of MR damper using optimal neural network and system identification. *Journal of Sound and Vibration* [En línea], 2 de octubre de 2003, vol. 266, nro. 5, pp. 1009–1023. <sup>91</sup> YEGANEHFALLAH, Arash; AHAMD ATTARI, Nader Khajeh. Op Cit p. 14.

Los amortiguadores MR se presentan actualmente como dispositivos de control estructural muy prometedores gracias a sus ventajas como bajo consumo energético, tolerancia a impurezas propias del ambiente de trabajo, sencillez mecánica, pocas, piezas, bajos requerimientos de mantenimiento, robustez y buena relación tamaño fuerza. Su aplicación en el control de vibraciones en puentes pretende lograr reducción en las vibraciones por cargas dinámicas y por ende reducción de esfuerzos y mejora en el ciclo de vida de la infraestructura controlada<sup>92</sup>. A continuación, se presentan algunos ejemplos de implementación de amortiguadores MR aplicado a puentes.

En la referencia<sup>93</sup> puede consultarse una tesis de doctorado de la Universidad de Connecticut, es un trabajo extenso donde se encuentran varios conceptos útiles en el desarrollo del presente trabajo, se muestra un estudio comparativo del desempeño de los diferentes tipo de amortiguadores MR según velocidad en los cálculos, precisión y resultados obtenidos en la fuerza reactiva del amortiguador, se presenta la simulación de un modelo simplificado de puente para hacer pruebas en el controlador diseñado y también la simulación de un modelo más complejo de un puente vehicular tipo losa simplemente apoyada usando para el cálculo de la fuerza el método de convolución integral mostrando las ventajas computacionales al separar los cálculos previos de propiedades estructurales del puente de los cálculo en tiempo real como la fuerza reactiva de los amortiguadores tal como se recomienda en los métodos propuestos para la simulación híbrida en tiempo real (RTHS).

En<sup>94</sup> se presenta un controlador para amortiguadores MR con base en lógica difusa, aplicado a un modelo de puente suspendido en cables. Se muestra como el

<sup>&</sup>lt;sup>92</sup> JIANG, Zhaoshuo. Op. Cit

<sup>&</sup>lt;sup>93</sup> Ibid

<sup>&</sup>lt;sup>94</sup> OK, Seung – Yong, et al. Op Cit p. 776–788.

controlador propuesto simplifica el algoritmo de control teniendo en cuenta que los métodos convencionales de control de amortiguadores MR usan un controlador primario para el cálculo de la fuerza de control deseada y un segundo controlador que compara la fuerza de control actual con la deseada y modula el voltaje aplicado al amortiguador y así controlar la fuerza de control ejercida por el mismo. El diseño propuesto con lógica difusa calcula el voltaje de entrada al amortiguador MR directamente de la lectura de la respuesta del mismo amortiguador logrando simplicidad en el diseño y facilidad de implementación. Se simula el puente sometido a carga sísmica y los resultados muestran que efectivamente el diseño propuesto es un controlador efectivo y robusto para el control estructural de puentes por medio de amortiguadores MR.

Una comparación entre control pasivo, activo y semi-activo se muestra en<sup>95</sup>, se aplican los controladores mencionados a una vía vehicular elevada con el objetivo de comparar las respuestas obtenidas con la aplicación de los tres tipos de controlador; el sistema se representa como un sistema sencillo de dos grados de libertad colocando el amortiguador entre la losa del puente y la columna de apoyo, el sistema pasivo usa el apoyo amortiguador de goma de altas prestaciones de carga asumiendo comportamiento lineal del material, el sistema activo usa un actuador con controlador LQR que usa como parámetro de cálculo la matriz Q que es función de un parámetro sencillo obtenido mediante la optimización del esfuerzo pico. El sistema semi-activo usa un amortiguador MR al que se aplica control óptimo para calcular la fuerza óptima obtenida desde el controlador LQR. El estudio concluye que el sistema pasivo controla correctamente el conjunto columna, cojinete y loza hasta cierto valor ya que a partir de este valor límite a pesar que la respuesta de la loza disminuye la respuesta en la columna de apoyo continúa

<sup>&</sup>lt;sup>95</sup> ERKUS, Baris; ABÉ, Masato; FUJINO, Yozo. Investigation of semi-active control for seismic protection of elevated highway bridges. *Engineering Structures* [En línea] Marzo del 2002, vol. 24, pp. 281–293.

aumentando. El sistema activo controla efectivamente la respuesta de la loza y de la columna de apoyo, pero no muestra un desempeño considerable comparado con su predecesor pasivo. El controlador semi-activo muestra un desempeño similar al controlador pasivo en cuanto al control de la respuesta de la columna, cuando el objetivo es controlar la respuesta de la losa el controlador semi-activo tiene un desempeño similar al controlador activo mostrando el mismo historial de respuesta en el tiempo, cuando se trata de controlar la respuesta de la columna y de la losa se observa un desempeño similar al sistema activo pero no se supera el desempeño del controlador pasivo.

La tesis doctoral de la referencia<sup>96</sup> presenta un modelo de vía férrea elevada controlada por amortiguadores de masa sintonizada (TMD) con control H∞, se presenta además un control semi-activo con amortiguador de masa sintonizada mediante el control óptimo de un amortiguador MR, los cálculos se presentan con la posibilidad de varias combinaciones en el objetivo de control y variables de estado además de considerar incertidumbres en el sistema. También se presenta un controlador con amortiguadores de fluido viscoso calculando sus parámetros para obtener óptimo desempeño. Se propone un nuevo sistema de doble viga y amortiguadores MR usando técnicas de control con matriz lineal de desigualdades con lazo cerrado para el cálculo de la fuerza de control del amortiguador mostrando la efectividad del esquema propuesto mediante simulación numérica además de mostrar una comparación de diferentes modelos de amortiguadores con base en su desempeño.

### **4.4 ESTRATEGIAS DE CONTROL ESTRUCTURAL**

<sup>&</sup>lt;sup>96</sup> LUU, Mai. Structural Control Systems in High-speed Railway Bridges. Zur Erlangung des akademischen grades eines Doktor-Ingenieur an der Fakultät Bauingenieurwesen der Bauhaus-Universit ät Weimar. Weimar, August 2014, p. 147.

Realizando una revisión de los métodos de control estructural y enfocando el estudio de ésta tesis en los amortiguadores MR el siguiente paso es mencionar las principales estrategias de control utilizadas. Para los controladores estructurales pueden aplicarse diversas técnicas en cuanto al algoritmo usado, en un principio los controladores estructurales se valieron de técnicas existentes como LQR (linear Quadratics Regulator) y LQG (Linear Quadratics Gaussian), otras técnicas como H<sub>2</sub> y H∞ se usaron en control estructural alrededor de 1990, el control por modos deslizantes se introdujo en 1977 por Utkin (1977) y Slotine (1984) recientemente modificaciones de algoritmos existentes o nuevas propuestas han ampliado las posibilidades en cuanto a la estrategia de control disponible según la aplicación, por ejemplo controladores por redes neuronales, lógica difusa, algoritmos basados en transformada Wavelet, control por modos deslizantes entre otros, todos ellos han sido aplicados y probados en el campo del control estructural<sup>97</sup>.

**4.4.1 LQR (Lineal Quadratics Regulator).** El LQR es una de las técnicas de control más usadas en control estructural, teniendo en cuenta que usa una función a minimizar, ha sido efectivo en control estructural usando los desplazamientos y aceleraciones de puntos importantes de una estructura en dicha función de costo, la optimización se logra teniendo en cuenta parámetros de peso en la función de costo para lograr establecer límites en la optimización, LQR ha sido un técnica usual en control estructural desde sus inicios hasta investigaciones recientes que han desarrollado modificaciones de las técnicas iniciales. Por ejemplo en<sup>98</sup> formulan un método de LQR modal con modificaciones en la formulación de las ecuaciones de espacio-estado, comprobando su efectividad con la simulación de un edificio de 20 pisos.

<sup>&</sup>lt;sup>97</sup> FISCO, Nicholas R. y ADELI, Hojjat. Smart structures: Part II - Hybrid control systems and control strategies. *Scientia Iranica* [En línea], marzo 5 de 2011, vol. 18, nro. 3, pp. 285–295.

<sup>&</sup>lt;sup>98</sup> HALPERIN, Ido; AGRANOVICH, Grigory y RIBAKOV Yuri. Optimal LQR Control of Structures using Linear Modal Model. [En línea] 2005.

Sin embargo algunas técnicas de control aproximan su función objetivo en términos de la trayectoria predicha para un solo tiempo, la fuerza de control está relacionada con el estado del sistema por una matriz de ganancia constante, ya que la trayectoria de referencia deseada en cero, puede mostrarse fácilmente que la fuerza optima de control es cero, lo cual no es viable en el diseño del controlador; éste problema no existe en estrategias basadas en MPC (model predictive control), ya que la función objetivo es expresada en términos de la trayectoria predicha y la fuerza de control sobre el horizonte de predicción [59].

**4.4.2 MPC (Model Predictive Control).** El control predictivo MPC está basado en el uso de un modelo de predicción de la respuesta del sistema para obtener una acción de control que minimice una función objetivo; los objetivos de la optimización incluyen la minimización de la diferencia entre la respuesta predicha y la de referencia y la minimización del esfuerzo de control sometido a ciertas restricciones; el MPC usa un modelo estructural lineal y una función objetivo cuadrática<sup>99</sup>.

En igualdad de restricciones el MPC es equivalente al control lineal cuadrático óptimo, en cuanto al horizonte de predicción el MPC se aproxima al H<sub>2</sub>; el MPC ofrece ventajas en el campo computacional, aplicaciones en tiempo real, compensación intrínseca de retrasos en el tiempo y tratamiento de restricciones.

Diversas técnicas de control usan la respuesta en velocidad y desplazamiento de la estructura, sin embargo esto no es muy práctico en todas las ocasiones ya que son medidas relativas y se debe fijar un marco de referencia que no es fácilmente establecido en casos donde el asentamiento no es fijo, por ejemplo durante un

<sup>&</sup>lt;sup>99</sup> GANG, Mei; AHSAN, Kareem y KANTOR, Jeffrey C. Real-time model predictive control of structures under earthquakes. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* [En línea], 5 de abril de 2001, vol. 30, nro. 7, pp. 995-1019.

sismo, así que en aplicaciones a escala real son más convenientes los algoritmos que tienen en cuenta la realimentación de las aceleraciones en diferentes puntos de la estructura<sup>100</sup>.

**Esquema del MPC.** En el esquema del MPC primero se establece una trayectoria de la respuesta referencia  $Y_r(k)$ , el (Target) deseado de la respuesta estructural. La predicción es realizada sobre un horizonte de predicción establecido usando el tiempo actual como el origen. Para un modelo en tiempo discreto se calcula  $\hat{y}(k+1)$ ,  $\hat{y}(k+2)$ , ..... $\hat{y}(k+i)$  para i tiempos de muestreo en el futuro, ésta predicción se basa en entradas de control pasadas u(k), u(k-1),....., u(k-j) y en los esfuerzos de control futuros determinados usando el modelo de predicción para satisfacer el objetivo de optimización prescrito. Las señales de control que son determinadas usando el modelo de predicción se aplican a la planta del sistema, así la salida actual de la planta y(k) es determinada. Finalmente, la medida actual y(k) es comparada con la predicción del modelo  $\hat{y}(k)$  y el error de predicción  $e(k) = y(k) - \hat{y}(k)$  es utilizado para actualizar las predicciones futuras <sup>101</sup>. La Figura 25 muestra los elementos principales del control MPC.

Figura 25. Esquema del control MPC.



<sup>&</sup>lt;sup>100</sup> Ibid p. 995 - 1019.

<sup>&</sup>lt;sup>101</sup> KARAMODIN, Abbas; KAZEMI, Hassan Haji, AKBARZADEH-T Mohammad-R. Semi-Active Control of Structures Using Neuro-Predictive Algorithm for MR Dampers. *Structural Control and Health Monitoring* [En línea]. 21 de octubre de 2008, vol. 17, nro. 3, pp. 237-253.

**Fuente:** KARAMODIN, Abbas; KAZEMI, Hassan Haji, AKBARZADEH-T Mohammad-R. Semi-Active Control of Structures Using Neuro-Predictive Algorithm for MR Dampers. *Structural Control and Health Monitoring* [En línea]. 21 de octubre de 2008, vol. 17, nro. 3, pp. 237-253. [Consultado el 23 de Febrero del 2016]. Disponible en: https://doi.org/10.1002/stc.278

# 4.5 CONTROL ESTRUCTURAL USANDO EL AMORTIGUADOR MR

La

Figura 26 muestra un esquema de la estrategia de control MPC (Model Predictive Contol). Un controlador LQR (Linear Quadratic Regulator) o cualquier otro tipo de controlador adecuado calcula la fuerza de control deseable basado en respuesta y/o exitación; el voltaje requerido por el amortiguador MR para producir esa fuerza deseada es calculado por una red neuronal basada en MPC (Neural Network Predictive Control) u otro tipo de control que cumpla con el objetivo. La red neuronal predictiva consiste de una red neuronal del modelo de amortiguador MR y de un optimizador como muestra la

Figura 26 a la derecha. La red neuronal se usa para predecir el futuro comportamiento de lazo abierto sobre un horizonte finito desde el presente estado.

Figura 26. Estrategia de control basada en MPC.



<sup>&</sup>lt;sup>102</sup> KARAMODIN, Abbas; KAZEMI, Hassan Haji, AKBARZADEH-T Mohammad-R. Op. Cit p. 237– 253.

**Fuente:** KARAMODIN, Abbas; KAZEMI, Hassan Haji, AKBARZADEH-T Mohammad-R. Semi-Active Control of Structures Using Neuro-Predictive Algorithm for MR Dampers. *Structural Control and Health Monitoring* [En línea]. 21 de octubre de 2008, vol. 17, nro. 3, pp. 237-253.

La entrada a la red es la velocidad en el eje del amortiguador y la señal de voltaje. La velocidad que depende de la respuesta de la estructura es asumida como constante sobre el horizonte. La salida de la red neuronal es la fuerza predicha para el amortiguador MR la cual es enviada a un algoritmo de optimización para encontrar una secuencia finita de acciones de control que minimicen la función objetivo dentro de las restricciones especificadas<sup>103</sup>. La función objetivo es la diferencia entre la respuesta predicha y la respuesta deseada y el esfuerzo de control es:

$$J = \sum_{j=1}^{N_2} (y_r(t) - y_m(t+j))^2 + \rho \sum_{j=1}^{N_u} (u'(t+j-1) - u'(t+j-2))^2$$
(4.10)

Donde N2 y Nu definen el horizonte sobre el cual el rastreo del error y los incrementos de control son evaluados respectivamente. La fuerza de control deseada es también asumida constante sobre el horizonte, la salida de voltaje de la NNPC es la entrada al amortiguador MR el cual produce la fuerza que se aplica sobre la estructura.

### 4.6 CONTROL ROBUSTO<sup>104</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>103</sup> KARAMODIN, Abbas; KAZEMI, Hassan Haji, AKBARZADEH-T Mohammad-R. Semi-Active Control of Structures Using Neuro-Predictive Algorithm for MR Dampers. *Structural Control and Health Monitoring* [En línea]. 21 de octubre de 2008, vol. 17, nro. 3, pp. 237-253.

<sup>&</sup>lt;sup>104</sup> GU, Da – Wei; PETKOV, Petko Hristov; KONSTANTINOV, Mihail Mihaylov. Robust Control Design with MATLAB ®. 2 ed. Leipzig Alemania: Ed. Springer London, 2005. pp. 35 – 162. ISBN-10: 1852339837.

El diseño de un sistema de control se facilita acudiendo a la reducción del modelo; la idea es comprender los rasgos principales de un fenómeno con el modelo más simple posible, sin embargo, al simplificar se pueden cometer errores al comparar el comportamiento del modelo real con la del modelo simplificado, es decir, se van a presentar incertidumbres o errores de modelado. Para controlar un sistema que ha sido simplificado se debe encontrar una manera de observar su comportamiento, pero considerando sus imperfecciones, de manera que el problema de control robusto busca encontrar el controlador que estabilice un sistema dentro de cierto rango de parámetros, considerando las posibles fallas en el modelado, lo incierto de la perturbación que se pueda presentar o las no linealidades que se presenten en el modelo de planta o en el actuador.

Las principales causas de error de modelado se pueden clasificar en Incertidumbres paramétricas y las incertidumbres estructuradas, descritas a continuación:

- Modificaciones en el punto de trabajo de la planta o con respecto al modelo nominal.
- ✓ Dinámica No lineal no considerada.
- ✓ Dinámica de alta frecuencia no modelada.
- ✓ Retardos de tiempo no contemplados.
- Imprecisiones en los parámetros, debidas al método de identificación y/o modelado

Para diseñar un control robusto se deben tener en cuenta las siguientes situaciones:

- a. ¿Como modelar los procesos?.
- b. ¿Como analizar el sistema de control?.
- c. ¿Como diseñar el controlador?.

El control Robusto abarca todo tipo de problemas que tratan plantas con incertidumbres que sean tolerables por un controlador fijo lineal e invariante en el tiempo. Los objetivos del control Robusto se pueden describir brevemente a continuación:

*a. Estabilidad Nominal (Nominal Stability) (NS):* El sistema es estable en lazo cerrado, para un punto de trabajo específico o punto nominal.

<u>b. Comportamiento Nominal (Nominal Performance) (NP)</u>: Ciertas variables del sistema se comportan de forma óptima respecto a in índice de comportamiento.

*c. Estabilidad Robusta (Robust Stability) (RS):* El sistema nominal y toda la familia de modelos creados por las incertidumbres sean estables en lazo cerrado.

<u>d. Comportamiento Robusto (Robust Performance) (RP):</u> La familia de plantas aparte de ser estables en lazo cerrado, cumple con ciertas condiciones de funcionamiento.

Los desarrollos principales de la teoría de control robusto son:

1. Métodos H∞ (Zames y Francis, 1983; Doyle et al, 1989).

2. Métodos LTR (Loop Transfer Reccovery) (Doyle y Stein, 1981; Stein y Athans, 1987).

- 3. Métodos IMC (Internal Mode Control) (Morari et al, 1989).
- 4. Métodos de Kharatinov (Barmish, 1993).

5. µ Synthesis (Bales et al, 1991).

6. Método GPC (Generalized Predictive Control) (Clarke et al, 1989).

7. Método QFT (Quantitative Feedback Theory) (Horowitz, 1982).

8. Program CC (Thompson, 1988).

9. Robust Control Toolbox (Chiang y Safonov, 1992). MATLAB ®.

10.  $\mu\text{-}$  Analysis and Synthesis Toolbox (Balas et al, 1991). MATLAB  $\circledast$ 

**4.6.1 Relaciones fundamentales de control**. Las definiciones utilizadas en el desarrollo del control robusto utilizan continuamente relaciones básicas entre bloques de un sistema de control fundamental como el mostrado en la Figura 27 Los bloques mostrados son: La planta (*G*), el controlador (*K*), las perturbaciones ( $d_i$ ,  $d_o$ ), la señal de referencia (r), la respuesta del sistema (y) y el ruido en los sensores (n).

Figura 27. Esquema fundamental de sistema de control.



**Fuente:** GU, Da – Wei; PETKOV, Petko Hristov; KONSTANTINOV, Mihail Mihaylov. Robust Control Design with MATLAB ®. 2 ed. Leipzig Alemania: Ed. Springer London, 2005. pp. 35 – 162. ISBN-10: 1852339837.

Las funciones de transferencia entrada – salida de la Figura 27 son:

$$T_{vr} = GK(I + GK)^{-1} \tag{4.11}$$

$$T_{yd} = G(I + GK)^{-1} \tag{4.12}$$

$$T_{ur} = K(I + GK)^{-1} \tag{4.13}$$

$$T_{ud} = -KG(I + GK)^{-1} \tag{4.14}$$

**4.6.2. Estabilidad de sistemas.** El sistema será internamente estable si y solo si todas las funciones de transferencia en (4.2 - 4.5) tienen estabilidad BIBO (Bounded

Imput – Bounded Output), es decir si la matriz de funciones de transferencia M entre  $\begin{bmatrix} r \\ d \end{bmatrix}$  y  $\begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix}$  tiene estabilidad BIBO donde

$$M = \begin{bmatrix} GK(I+GK)^{-1} & G(I+GK)^{-1} \\ K(I+GK)^{-1} & -KG(I+GK)^{-1} \end{bmatrix}$$
(4.15)

La estabilidad de (4.6) es equivalente a la estabilidad de:

$$\widehat{M} = \begin{bmatrix} I - GK(I + GK)^{-1} & G(I + GK)^{-1} \\ K(I + GK)^{-1} & I - KG(I + GK)^{-1} \end{bmatrix}$$
(4.16)

La matriz (4.7) puede convertirse con algunas manipulaciones en:

$$\widehat{M} = \begin{bmatrix} (I + GK)^{-1} & G(I + GK)^{-1} \\ K(I + GK)^{-1} & (I + GK)^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & -G \\ -K & I \end{bmatrix}^{-1}$$
(4.17)

Se tiene entonces que la estabilidad del sistema realimentado de la Figura 27 es internamente estable si la matriz  $\hat{M}$  es estable, es decir que no hay cancelación de polos/ceros entre G y K, luego la estabilidad BIBO de cualquiera de las cuatro funciones de transferencia garantiza la estabilidad del sistema completo.

**4.6.3 Normas de vectores y sistemas.** Para propósitos de análisis y diseño de sistemas de control es necesario definir las normas para poder medir de forma adecuada las señales que interactúan en un sistema. De las normas del sistema se definen las normas inducidas para determinar la ganancia del operador el cual representa el sistema de control.

#### Normas de vectores.

Para  $x = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_m]$  que pertenece al espacio lineal *X* que está en el campo de los números reales o complejos según los vectores que lo integran se definen las siguientes normas:

**Norma 1.** 
$$||x||_1 = \sum_{i=1}^m |x_i|$$
 para  $p = 1$ . (4.18)

**Norma p.** 
$$||x||_p = (\sum_{i=1}^m |x_i|^p)^{1/p}$$
 para  $1 . (4.19)$ 

**Norma** 
$$\infty$$
.  $||x||_{\infty} = max_{1 \le i \le m} |x_i|$  para  $p = \infty$ . (4.20)

Cuando *X* es un espacio lineal de tiempo continuo o de intervalos de tiempo continuo, el valor escalar de la señal  $\infty(t)$  donde  $t \in \Re$  que es la norma *p* de la señal x(t) está definida por:

**Norma 1.** 
$$||x||_1 = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt$$
 para  $p = 1$ . (4.21)

**Norma p.** 
$$||x||_p = \left(\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^p dt\right)^{1/p}$$
 para  $1 . (4.22)$ 

**Norma** 
$$\infty$$
.  $||x||_{\infty} = \sup_{t \in \Re} |x(t)|$  para  $p = \infty$ . (4.23)

Los espacios normados definidos anteriormente son llamados  $\mathcal{L}^1(\mathcal{R})$ ,  $\mathcal{L}^{\infty}(\mathcal{R})$  respectivamente. Cuando se trata de señales la norma 1 es la integral de su valor absoluto. El cuadrado de la norma 2  $||x||_2^2$  es la energía de la señal x(t). La norma  $\infty$ ,  $||x||_{\infty}$ , es la amplitud o valor pico de la señal y está acotada en magnitud si  $x(t) \in \mathcal{L}^{\infty}$ .

Cuando *X* es un espacio lineal continuo o de intervalos continuos, el valor vectorial de la función con la forma  $x(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t), \dots, x_m(t)]^T$ , donde  $t \in \Re$  la norma infinita puede ser también:

$$\mathcal{L}_m^{\infty}(\mathfrak{R}) = \{ x(t) \colon \|x\|_{\infty} = \sup_{t \in \mathfrak{R}} \|x(t)\|_{\infty} < \infty \}$$

$$(4.24)$$

#### Normas de sistemas.

Las normas de sistemas son las ganancias de entrada o de salida del sistema. Si  $\mathcal{G}$  es un sistema lineal y limitado que mapea una señal de entrada u(t) sobre una señal de salida y(t), donde  $u \in (U, \|.\|_U)$  e  $y \in (Y, \|.\|_Y)$ . U e Y son los espacios entonces los espacios dotados con las normas  $\|.\|_U$  y  $\|.\|_Y$ , respectivamente. Entonces la norma, es decir la máxima ganancia del sistema  $\mathcal{G}$  se define por:

$$\|\mathcal{G}\| = \sup_{u \neq 0} \frac{\|\mathcal{G}_u\|_y}{\|u\|_U}$$
(4.25)

$$\|\mathcal{G}\| = \sup_{u \neq 0} \frac{\|\mathcal{G}_u\|_y}{\|u\|_U}$$
(4.26)

**4.6.4. Sensibilidad del sistema a pequeños cambios en los parámetros de la planta.** Si la función (matriz) de transferencia en lazo abierto  $L_0'(s)$  sufre desviaciones con respecto a la nominal  $L_0(s)$  debido a pequeñas variaciones en los parámetros de la planta y/o regulador, la desviación en la función (matriz) de sensibilidad complementaria  $T_0(s)$  será:

$$T_o^{-1}(s) \,\Delta T_o(s) = S_o(s) \,L_o^{-1}(s) \,\Delta L_o(s) \tag{4.27}$$

Que es la generalización matricial de la relación escalar de Bode:

$$\frac{dLnT}{dLnL} = \frac{dT/T}{dL/L} = S \tag{4.28}$$

Demanda de control:

$$u = K.S_o(r - n - d_o) + S_i.d_i$$
(4.29)

De las relaciones anteriores se derivan una serie de objetivos contrapuestos:

De (4.28) se concluye que los errores de seguimiento (*e*) en presencia de cambios de consigna (*r*) y el efecto de perturbaciones ( $d_o$ ) a la salida se reducen si ( $S_o$ ) se reduce. Para atenuar las perturbaciones a la entrada ( $d_i$ ) es necesario que ( $S_oG$ ) se mantenga lo menor posible.

De (4.29) se deriva que al mantener  $S_o(s)$  lo menor posible se logra reducir el efecto que tiene en el comportamiento en lazo cerrado las pequeñas variaciones de parámetros en la planta.

Al disminuir excesivamente  $S_o(s)$  se produce un aumento de  $T_o(s)$  que produce dos efectos negativos:

a - Posible amplificación del ruido (*n*) y su trasmisión a la salida del sistema.

 b – Mayor sensibilidad del sistema a los efectos de la dinámica no modelada de alta frecuencia.

El esfuerzo de control (*u*) se mantiene bajo, para obtener una buena regulación, mientras sean suficientemente bajas  $S_o(s)$  y  $S_i(s)$ . Pero esto produce un aumento de *K* debido a la relación inversa existente.

Para solucionar el problema de diseño de una manera equilibrada sin generar inconvenientes por lo contrapuesto de los objetivos descritos se pretende atenuar los efectos de la dinámica no modelada a alta frecuencia donde sus efectos son mayores al igual que los efectos del ruido en las mediciones, de manera que se utilizan funciones de peso que permiten el cumplimiento de objetivos en ciertos rangos de frecuencia según se describe a continuación:

Zona de baja frecuencia. Se requiere alta ganancia para conseguir:

- ✓ Buen seguimiento de la referencia.
- ✓ Adecuado rechazo a perturbaciones.
- ✓ Reducción de la sensibilidad del sistema a pequeños cambios en los parámetros de la planta.

Zona de frecuencia intermedia. Determinante para propiedades como:

- ✓ Estabilidad y márgenes de estabilidad.
- ✓ Velocidad de respuesta y ancho de banda.

Zona de alta frecuencia. Se requiere baja ganancia para:

- ✓ Rechazo a ruido de los sensores.
- ✓ Estabilidad robusta.

En el diseño de controladores robustos se requiere tener especificaciones de diseño en el dominio frecuencial, es decir, se utilizan funciones de ponderación dependientes de la frecuencia; estas se utilizan para acotar las magnitudes de las funciones de sensibilidad y sensibilidad complementaria. Normalmente los procesos de selección de funciones de ponderación se realizan con el uso de funciones de transferencia ya que básicamente éstas funciones son filtros, sin embargo, los coeficientes no son fáciles de encontrar y la selección funciones de ponderación son un paso determinante a la hora de diseñar un controlador robusto por lo que se han generado una serie de reglas o recomendaciones de diseño. En<sup>105</sup> se describe la forma de representar la incertidumbre dinámica global y las perturbaciones, así como las funciones de sensibilidad y sensibilidad complementaria. Además, se describen los márgenes de estabilidad y prestación para la planta aumentada, se

<sup>&</sup>lt;sup>105</sup> ALANBARI M. H.; DE LA SEN, Rafael G. y AVELLO, Agustín J. Selección de Pesos de Prestación y Estabilidad para Control Robusto. vol. 1, nro. 1, pp. 1–15.

presentan una serie de reglas de diseño a fin de mantener la estabilidad robusta y el desempeño robusto de la planta que permiten construir sistemáticamente las funciones de peso de desempeño y de robustez que acompañaran a las funciones de sensibilidad y sensibilidad complementaria en el problema de minimización H<sub>2</sub> y H<sub>∞</sub>. Además en <sup>106</sup> se sugieren una serie de pasos que permiten de forma sistemática seleccionar los coeficientes de funciones de transferencia que representan los elementos de las matrices de ponderación del problema de sensibilidad mixta H<sub>∞</sub> para plantas con incertidumbre multiplicativa a la salida permitiendo un apropiado desempeño en lazo cerrado para la planta descrita.

Básicamente las reglas de diseño pueden describirse así:

- Alta ganancia en lazo abierto a baja frecuencia para baja sensibilidad, buen rechazo de perturbaciones y seguimiento de referencia. (Nominal performance).
- ✓ En la zona de cruce conviene que la fase del sistema debe estar acotada lo suficientemente alejada de ± 180° para obtener adecuado margen de estabilidad y para prevenir amplificación de ruidos y perturbaciones.
- Baja ganancia en lazo abierto a alta frecuencia para baja respuesta a ruido de sensores y para mantener la estabilidad frente a incertidumbres en la planta. (Robust Stability).

Las reglas anteriores son la base del diseño clásico consiguiendo las especificaciones dadas de un problema con el ajuste de la ganancia en lazo abierto. Para el problema de control robusto se utilizan técnicas que ajustan directamente las funciones o matrices de ponderación en lazo abierto (LTR) o en lazo cerrado ( $H_2$  y  $H_{\infty}$ ). La técnica de ajuste de la forma de la respuesta en frecuencia de las funciones de transferencia, es decir el formado del lazo se conoce como (LOOP)

<sup>&</sup>lt;sup>106</sup> ORTEGA, Manuel G y RUBIO, Francisco R. Systematic design of weighting matrices for the  $H_{\infty}$  mixed sensitivity problem. *Journal of Process Control* [En línea], febrero de 2004, vol. 14, nro. 1, pp. 89-98.

**SHAPING**), de manera que por ejemplo  $H_{\infty}$  es formado de lazo cerrado mediante el ajuste de matrices o funciones de transferencia.

**4.6.5.** Descripción de las incertidumbres <sup>107</sup>. La descripción de las incertidumbres y la manera como afectan a la planta dependen de si se trata de un problema escalar o un sistema multivariable existiendo diferentes estructuras de interacción de la planta con las incertidumbres. La estructura general de un sistema de control de una planta con incertidumbre se muestra en la Figura 28. En ella se indican las señales de referencia (r), error (e), control (c), ruido (n), salida (y) y las perturbaciones (d<sub>i</sub> y d<sub>o</sub>), además de los bloques planta (G), controlador (K) e incertidumbres (E). Normalmente la planta nominal se representa con (G) y la incertidumbre puede representarse como ( $\Delta$ G), de manera que la planta real será simplemente:

$$G' = G + \Delta G \tag{4.30}$$

En la Figura 28 se puede ver que las incertidumbres que afectan el sistema se tratan como una incertidumbre equivalente (E) que afecta al sistema de diferentes maneras como se describe en la

<sup>&</sup>lt;sup>107</sup> RODRIGUEZ RUBIO, Francisco y LOPEZ SANCHEZ, Manuel J., Op Cit.

Figura 29.

.

# Incertidumbres no estructuradas.

Para este tipo de incertidumbre se puede conocer una cota de su magnitud definida de la siguiente manera:

$$E(s) = e(s).\Delta(s); \quad \bar{\sigma}.[\Delta(s)] < 1 \quad \forall \omega$$
(4.31)

Figura 28. Sistema de control para una planta con incertidumbre.



**Fuente:** GU, Da – Wei; PETKOV, Petko Hristov; KONSTANTINOV, Mihail Mihaylov. Robust Control Design with MATLAB ®. 2 ed. Leipzig Alemania: Ed. Springer London, 2005. pp. 35 – 162. ISBN-10: 1852339837.

Figura 29. Resumen tipos de incertidumbre.



**Fuente:** GU, Da – Wei; PETKOV, Petko Hristov; KONSTANTINOV, Mihail Mihaylov. Robust Control Design with MATLAB ®. 2 ed. Leipzig Alemania: Ed. Springer London, 2005. pp. 35 – 162. ISBN-10: 1852339837.

Es decir, un porcentaje de la magnitud que depende de la frecuencia cuyo factor tiene un valor singular menor que la unidad para toda frecuencia. En este tipo de incertidumbre pueden incluirse distintas fuentes de incertidumbre, por ejemplo, entre diferentes actuadores.

#### Incertidumbre estructurada.

Cuando la fuente de incertidumbre está localizada se tiene una incertidumbre cuya descripción es más ajustada que puede a su vez estar constituida por múltiples incertidumbres localizadas e independientes no estructuradas  $E_i(s)$ . Estas pueden corresponder a dinámicas no modeladas de los actuadores, de los sensores o de la propia planta. Así cada bloque independiente  $E_i(s)$  está definido por:

$$E_i(s) = e_i(s) \cdot \Delta_i(s); \quad \bar{\sigma} \cdot [\Delta_i(s)] < 1 \quad \forall \omega$$
(4.32)

La incertidumbre del sistema completa E(s) queda de la forma:

$$E(s) = diag\{E_i(s)\}; \ i = 1, 2, \dots, p$$
(4.33)

Donde *p* es el número de bloques.

**4.6.6 Controladores H**  $\infty$ . El control robusto establece las condiciones de diseño a partir de la minimización de una función de coste formulada en el dominio frecuencial (la norma H $\infty$ ). Las medidas de comportamiento se toman basadas en normas que en el control robusto y adaptativo usualmente son las normas H<sub>2</sub> y H $_\infty$ . Los algoritmos más actuales resuelven el problema formulado en el espacio de estados a partir de la solución de las ecuaciones de Riccatti desacopladas, el detalle del algoritmo de solución puede encontrarse por ejemplo en<sup>108</sup> y<sup>109</sup>, además de ser

<sup>&</sup>lt;sup>108</sup> M. G. Ortega and F. R. Rubio, "Systematic design of weighting matrices for the H inf mixed sensitivity problem," vol. 14, pp. 89–98, 2004, doi: 10.1016/S0959-1524(03)00035-0.

<sup>&</sup>lt;sup>109</sup> D.-W. Gu, H. Petkov, and M. Konstantinov, Robust Control Design with MATLAB ®. Leipzig, Germany, 2005.

implementados en funciones de Matlab® dentro de la caja de herramientas de control robusto.

En la Figura 30. Lazo cerrado entre G y K.Figura 30 se muestra la interconexión entre la planta G y el controlador K, interesa conocer las funciones de transferencia entre los diferentes lazos del sistema que involucra las señales de referencia r, error e, señal de control u, perturbación d y la salida y, las cuales se muestran a continuación:

Figura 30. Lazo cerrado entre G y K.



$$T_{vr} = GK(I + GK)^{-1} \tag{4.34}$$

$$T_{vd} = G(I + GK)^{-1} \tag{4.35}$$

$$T_{ur} = K(I + GK)^{-1} \tag{4.36}$$

$$T_{ud} = -KG(I + GK)^{-1} (4.37)$$

Donde se tiene que:

$$S = (I + GK)^{-1} \tag{4.38}$$

$$T = GK. (I + GK)^{-1} (4.39)$$

La planta G contiene la planta nominal y sus incertidumbres estructuradas bajo la configuración M- $\Delta$ . Para completar el cálculo del controlador robusto se debe determinar la planta aumentada que tiene la arquitectura mostrada en la Figura 31 donde G es la planta en configuración M- $\Delta$  con sus incertidumbres estructuradas y P es la planta aumentada que incluye las funciones de ponderación W1, W2 y W3 de las que se hablará más adelante.

#### Figura 31. Arquitectura de la planta aumentada



La configuración de la Figura 31 es una estructura M-K (LLFT) obtenida con la transformación lineal fraccional inferior entre la planta aumentada P y el controlador K. El siguiente paso es obtener la matriz de transferencia entre la salida y la entrada de la planta, que para el caso presente queda de la siguiente manera:

$$M(s) = \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 KS \\ W_3 T \end{bmatrix}$$
(4.40)
El objetivo del control robusto teniendo en cuenta lo señalado hasta ahora es reducir la ganancia de energía entre la entrada y la salida del sistema completo, es decir la minimización de la Norma  $\mathbf{H}^{\infty}$  de la matriz M(s):

$$\left\| \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 K S \\ W_3 T \end{bmatrix} \right\|_{\infty} < \gamma \tag{4.41}$$

En principio la **norma H**  $\infty$  de la matriz de transferencia M(s) debe ser menor que un determinado valor  $\gamma$  que es desconocido pero que está relacionado con la norma infinita de la matriz de incertidumbres paramétricas  $\|\Delta\|_{\infty}$  cuyo valor también es desconocida pero que tiene una estructura establecida y además es acotada; el problema de sensibilidad mixta trata el objetivo de diseño de desempeño nominal, buen seguimiento de la referencia, rechazo de perturbaciones y estabilidad robusta con respecto a perturbaciones aditivas <sup>110</sup>. Este planteamiento es conocido como el problema de sensibilidad mixta o S sobre KS debido a la configuración resultante en la matriz de transferencia.

El objetivo es encontrar el controlador estabilizante K que minimice la salida de la planta aumentada en el sentido de la energía sobre todas las entradas con energía menor o igual a 1. Esto es equivalente a minimizar la **norma H**  $\infty$  de la función de transferencia entra la salida y la entrada de la planta generalizada P. Dicho de otro modo el problema de sensibilidad mixta o problema de optimización **H**  $\infty$  se trata de:

$$K_{estabilizante}^{min} \|\mathcal{F}_l(P, K)\|_{\infty}$$
(4.42)

<sup>&</sup>lt;sup>110</sup> GU, Da – Wei; PETKOV, Petko Hristov; KONSTANTINOV, Mihail Mihaylov. Robust Control Design with MATLAB <sup>®</sup>. 2 ed. Leipzig Alemania: Ed. Springer London, 2005. pp. 35 – 162. ISBN-10: 1852339837.

Que es equivalente a lo descrito en la ecuación (3.41), luego se puede escribir:

$$\left\| \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 KS \\ W_3 T \end{bmatrix} \right\|_{\infty} < 1 \tag{4.43}$$

El problema planteado en (3.43) es una generalidad de las posibles combinaciones de matrices de funciones de trasferencia tales como S sobre KS, S sobre T, S sobre KS sobre T etc. donde ya se ha incluido el efecto de la ponderación de las funciones W1, W2 y W3 que penalizan las señales de error, la señal de control y la salida respectivamente; los algoritmos de solución empiezan con valores relativamente altos para  $\gamma$  y por un proceso iterativo lo van reduciendo hasta encontrar convergencia entonces se tendrá el mínimo K estabilizante buscado. Estos métodos de solución ya se encuentran implementados dentro de funciones específicas de MatLab ®, se pueden además encontrar detalles en <sup>111</sup>.

Al cumplir la desigualdad (4.43) se garantiza que el sistema en lazo cerrado reduce con éxito el efecto de una perturbación a un nivel aceptable y logra el rendimiento requerido.

<sup>&</sup>lt;sup>111</sup> GU, Da – Wei; PETKOV, Petko Hristov; KONSTANTINOV, Mihail Mihaylov. Robust Control Design with MATLAB ®. 2 ed. Leipzig Alemania: Ed. Springer London, 2005. pp. 35 – 162. ISBN-10: 1852339837. Pag. 34.

### 5. MODELOS DINÁMICOS DEL SISTEMA.

En este capítulo se presentan en detalle los modelos utilizados para la estructura seleccionada (puente); existen opciones como modelos discretizados en un determinado número de elementos finitos cuya representación en espacio de estados utiliza sus matrices globales de masa, rigidez y amortiguamiento; otro tipo de modelo trata al puente como una estructura generalizada de un solo grado de libertad. Se presenta además la solución del problema típico de carga móvil utilizando ambos modelos para comprobar su validez. El segundo modelo presentado es el amortiguador MR seleccionado y su tratamiento matemático a través de su correspondiente modelo MR inverso. Se presenta al final una descripción del método utilizado para el modelo de interacción estructura – actuador – controlador que abre el camino para el siguiente capítulo que trata el diseño del controlador.

El diseño de un sistema de control tiene una etapa preliminar muy importante que es la generación del modelo. Este modelo (planta) siendo lo más sencillo posible debe recoger toda la información primordial que se va a utilizar en el diagrama de bloques del modelo planta-controlador.

En el caso de un puente (viga simplemente apoyada) el rasgo fundamental es la flexión, aunque en realidad existe la flexión en el plano horizontal y la torsión los modelos presentados solo consideran la flexión en el plano vertical; la información relevante para la flexión vertical es la deflexión de algún punto de la viga, a partir de la deflexión se puede obtener la velocidad y la aceleración del mismo punto de ser necesario, además podemos elegir qué punto o grupo de puntos tiene más importancia que otros. Sumado a la consideración anterior se debe elegir si el problema se resolverá desde el punto de vista estático (ley de Hooke) o desde el

punto de vista dinámico (Segunda ley de Newton). Los textos de análisis estructural tratan las estructuras desde el punto de vista estático; una viga puede tratarse así ya que las deformaciones y los esfuerzos internos dependen de la deflexión, pero no de la velocidad, así que el ejercicio se resuelve tomando imágenes en diferentes tiempos de deformación y tratándolo desde la estática. Al considerar la dinámica se tiene en cuenta la inercia del sistema así que para ejercicios que involucren aceleraciones el modelo adecuado será el dinámico. Ambos métodos de solución requieren de un modelo de la estructura para lo cual se puede recurrir a la solución como un sistema de un solo grado de libertad o con varios grados de libertad.

# 5.1 MODELO MATEMÁTICO DEL PUENTE

**5.1.1. Grados de libertad de la viga.** Como se mencionó una viga con flexión en el plano principal puede tener uno o varios grados de libertad de la siguiente manera:

<u>Un solo grado de libertad</u>: Al considerar la viga como un sistema generalizado con un solo grado de libertad se concentra la masa en el centro de la viga y la flexión principal se convierte en el movimiento unidimensional de la masa generalizada, ésta masa no gira luego las características principales del problema estarán relacionadas solo con el desplazamiento lineal.

<u>Varios grados de libertad</u>: Cuando la viga se considera como la unión de varios elementos el comportamiento estará descrito por varios grados de libertad ya que cada elemento se convierte en una pequeña viga con su propia flexión y en sus entremos habrá desplazamiento y rotación.

**5.1.2. Modelo de elementos Finitos.** La partición (discretización) de una viga en varios elementos permite identificar características particulares del elemento

(coordenadas locales) y partir de ellas generar ecuaciones que describen el comportamiento de la estructura completa (coordenadas globales), los métodos están bien documentados y éste es el método de los elementos finitos. Teniendo en cuenta las descripciones anteriores se van a desarrollar dos modelos dinámicos de la viga, un modelo de un solo grado de libertad y uno discretizado en varios elementos finitos.

**5.1.3 Tipo de puente.** Dependiendo de la aplicación existe varios tipos de puente como: Lozas, viga simple, vigas múltiples, colgantes, atirantados, de arco entre otros; Un tipo de puente tipo loza como el mostrado en la Figura 32 puede interpretarse como una serie de vigas simplemente apoyadas sobre sus pilares, así el estudio de un tramo (span) se reduce a una viga simplemente apoyada con sus propiedades y condiciones de frontera determinadas para el caso presente.

El modelo matemático para el análisis de la viga simplemente apoyada puede ser una solución directa con ecuación conocida, solución dinámica del modelo generalizado o la solución dinámica a partir de un sistema de ecuaciones diferenciales; el objetivo al final es encontrar la respuesta dinámica, es decir: la deflexión, velocidades y aceleraciones de uno o varios puntos de interés para lo cual se exponen a continuación el método del sistema generalizado de un solo grado de libertad y el método de los elementos finitos: Figura 32. Puente tipo loza simplemente apoyada.



**Fuente:** JIANG, Zhaoshuo, et. al. Real-time hybrid simulation of a complex bridge model with MR dampers using the convolution integral method. *Smart Materials and Structures* [En línea], 4 de septiembre 2013, vol. 22, nro. 10, pp. 1 – 15. [Consultado el 12 de noviembre de 2015]. Disponible en: <u>http://dx.doi.org/10.1088/0964-1726/22/10/105008</u>

**5.1.4. Modelo de la viga como un sistema generalizado de un solo grado de libertad**<sup>112</sup>. Al considerar el sistema como un solo grado de libertad sencillamente se deben hallar las propiedades generalizadas de una sola masa concentrada cuya respuesta dinámica será en el primer modo de vibración, luego la solución parte de esta suposición y de conocer la función de forma de este modo.

<sup>&</sup>lt;sup>112</sup> CHOPRA, Anil K. Dinámica de Estructuras. Traducido por: Jesús Elmer Murrieta Murrieta. Cuarta Edición. PEARSON EDUCACIÓN. México, 2014. 752 pag. ISBN: 978-607-32-2239-6.

Al considerar el sistema como un sistema generalizado de un solo grado libertad y considerando la flexión principal tenemos que la función de forma modal y su segunda derivada respecto a x son:

$$\varphi(x) = \sin \frac{\pi x}{L} \tag{5.1}$$

$$\varphi^{\prime\prime(x)} = -\frac{\pi^2}{L^2} \sin \frac{\pi x}{L}$$
(5.2)

### Determinación de propiedades generalizadas.

A partir de las ecuaciones 1 y 2 se determinan la masa y rigidez generalizada y con éstas se halla la frecuencia angular.

$$\overline{m} = \int_0^L m.\sin^2 \frac{\pi.x}{L} \, dx = \frac{m.L}{2}$$
 (5.3)

$$\bar{k} = \int_0^L E.I. \left(\frac{\pi^2}{L^2}\right)^2 .\sin^2\frac{\pi . x}{L}. \, dx = \frac{\pi^4 . E.I}{2.L^3}$$
(5.4)

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\bar{k}}{\bar{m}}} = \frac{\pi^2}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{E\,I}{m}} \tag{5.5}$$

Todas estas definiciones están dadas bajo el análisis del sistema generalizado de un solo grado de libertad que analiza sistemas de masa y elasticidad distribuida con el principio de los desplazamientos virtuales<sup>113</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>113</sup> ALANBARI M. H.; DE LA SEN, Rafael G. y AVELLO, Agustín J. Selección de Pesos de Prestación y Estabilidad para Control Robusto. vol. 1, nro. 1, pp. 1–15.

# Modelo de la viga a partir de elementos finitos:

El procedimiento para hallar este modelo puede resumirse en la partición de la viga (discretización), descripción de propiedades particulares (matrices elementales) y la unión de elementos (ensamble de matrices globales).

**Discretización.** El modelo utilizado en el estudio es una viga simplemente apoyada discretizada en 8 elementos tipo viga de igual longitud y 9 nodos tal como muestra la Figura 33.

Figura 33. Viga discretizada en 8 elementos.



El número de elementos varía según el detalle de los resultados deseados teniendo en cuenta que la respuesta obtenida será la lectura de desplazamiento, velocidad y aceleración en los nodos señalados. La viga se ha discretizado en 8 elementos ya que es una división prudente en el sentido de precisión en los resultados y tamaño del sistema resultante además se obtiene la respuesta de los modos que aportan principalmente a la flexión en el plano vertical<sup>114</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>114</sup> LEMING, Sarah Kathryn. Bridge Weigh in Motion Algorithm for Estimating Axel Weights, Axel Spacing and Other Truck Parameters. Disertación para obtener el título de Doctora de Filosofía, Norman Oklahoma, Universidad de Oklahoma, 2002. P. 238.

El objetivo es estudiar el comportamiento de la viga a flexión sin tener en cuenta la torsión, así que cada segmento (i) de la viga tiene dos nodos (i, j=i+1) cada uno de ellos con un grado de libertad (Gdl) traslacional ( $y_i, y_{i+1}$ ) y un grado de libertad rotacional ( $\theta_i, \theta_{i+1}$ ) numerados como (2i-1,2i,2j-1,2j) quedando definido el vector de desplazamiento i como se muestra en la Figura 34.

Figura 34. Notación del elemento tipo viga



Elemento 1: Nodos (1,2); Gdl (1,2,3,4). Elemento 2: Nodos (2,3); Gdl (3,4,5,6).

Elemento 8: Nodos (8,9). Gdl (15,16,17,18).

Matrices elementales de Masa, Rigidez y amortiguamiento. El método de los elementos finitos ensambla las matrices de masa y rigidez globales del sistema (M<sub>G</sub> y K<sub>G</sub>) a partir de las matrices elementales (M<sub>e</sub>, K<sub>e</sub>) según los aportes parciales de cada elemento de las matrices al resultado global.

La forma estándar de las matrices elementales de rigidez, masa elemental consistente y masa elemental diagonal para el caso sin torsión de un elemento de longitud *L*, área trasversal *A*, densidad  $\rho$  momento de inercia *I* y módulo de elasticidad *E* son<sup>115 116</sup>:

<sup>&</sup>lt;sup>115</sup> BOERAEVE, P. THE 2-NODES BEAM ELEMENT. <u>En</u>: Introduction To The Finite Element Method (FEM). Institut Gramme – LIEGE, Enero 2010, pp. 23 – 30.

<sup>&</sup>lt;sup>116</sup> HURTADO GÓMEZ, Jorge Eduardo. Introducción a la dinámica de estructuras. Sin editorial, Manizales, Colombia. Universidad Nacional de Colombia. 2000 (No publicado). [Consultado el 20 de abril de 2016]. ISBN: 958-9322-58-1

$$k_e = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$
(5.6)

$$m_e = \frac{\rho.A.L}{420} \cdot \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix}$$
(5.7)

$$m_e = \frac{\rho.A.L}{420} \cdot \begin{bmatrix} 39 & 0 & 0 & 0\\ 0 & L^2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 39 & 0\\ 0 & 0 & 0 & L^2 \end{bmatrix}$$
(5.8)

La solución del problema dinámico requiere involucrar la masa para tener en cuenta los efectos inerciales en la respuesta y poder tratar con una viga dinámica<sup>117</sup>. El ensamble de matrices se realiza partiendo de propiedades conocidas del puente las cuales se muestran en el Cuadro 12.

Cuadro 12. Propiedades de la viga

Parámetro	Valor utilizado
Longitud de la viga	L = 30.48 m
Masa por unidad de longitud	ρ.A=3.35x10 <sup>4</sup> Kg/m
Rigidez	E.I=7.33x10 <sup>10</sup> N.m <sup>2</sup>

Con estos datos se genera la matriz elemental de masa y rigidez para cada elemento. Partiendo de un cuadro de correspondencias a partir de las matrices elementales se ensamblan las matrices globales M<sub>G</sub> y K<sub>G</sub>. Al asignar valores conocidos de desplazamiento nulo en los extremos apoyados (gdl\_1=0, gdl\_17=0)

<sup>&</sup>lt;sup>117</sup> LEMING, Sarah Kathryn. Op Cit.

se particionan las matrices  $M_G$  y  $K_G$  dejando de un lado los grados de libertad restringidos (desplazamiento conocido, reacción desconocida) y los No restringidos (Desplazamiento desconocido y carga conocida) logrando matrices reducidas  $M_{G_b}$  y  $K_{G_b}$  que tienen inversa y pueden utilizarse en el proceso de solución del problema. Ver detalles en<sup>118</sup>.

A partir  $M_{G_b}$  y  $K_{G_b}$  se halla la matriz de amortiguamiento que incluye varios mecanismos de disipación presentes en la estructura y cuyo conocimiento es un poco pobre, sin embargo la matriz  $C_b$  puede hallarse usando el amortiguamiento de Rayleigh.

$$C = \alpha M + \beta K \tag{5.9}$$

Donde los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  dependen del tipo de estructura<sup>119</sup>. Otros modelos para estructuras civiles con amortiguamiento relativamente bajo en los primeros modos de vibración se ajustan al modelo indicado en la ecuación (2.10)<sup>120</sup>.

$$C_{b} = 0.04. M_{G_{b}} (M_{G_{b}}^{-1} K_{G_{b}})^{1/2}$$
(5.10)

El modelo final de la estructura de este estudio tiene las características mostradas en el Cuadro 13.

<sup>&</sup>lt;sup>118</sup> HURTADO GÓMEZ, Jorge Eduardo. Análisis matricial de estructuras: curso con MATLAB. Sin editorial, Manizales, Colombia. Universidad Nacional de Colombia. 2013 (No publicado).

<sup>&</sup>lt;sup>119</sup> PREUMONT, André. Vibration Control of Active Structures, An Introduction. *Meccanica.* 1999, nro. 34, Solid Mechanics and its Applications, vol. 50, *Kluwer Academic Publishers* [En línea]. Dordrecht 1997, pp. 1-259.

<sup>&</sup>lt;sup>120</sup> LEMING, Sarah Kathryn. Op Cit

Cuadro 13. Propiedades de la viga simulada

Propiedades calculadas para la viga simulada			
Número de elementos tipo viga	8 elementos		
Número de nodos	9 nodos.		
Número de gdl. restringidos	2 grados de libertad. [1 17].		
Número de gdl. No restringidos	16 gdl [2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 18].		
Matriz de masa global	M <sub>G-b</sub> (16x16).		
Matriz de rigidez global	K <sub>G-b</sub> (16x16).		
Matriz de amortiguamiento.	C <sub>G-b</sub> (16x16).		

### Ecuación dinámica de la estructura

La ecuación general de una estructura sujeta a carga externa es<sup>121</sup>:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = \int_{Y} [N]^{T} \{P\} dx$$
(5.11)

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = [R_P] \cdot [P] + [R_M] \cdot [Mc]$$
(5.12)

Donde M, C y K son propiedades generalizadas o las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez según el método. Usando el método de los elementos finitos, en coordenadas globales las matrices de las ecuaciones anteriores serán las

<sup>&</sup>lt;sup>121</sup> VIEIRA CHAVES, Eduardo W. y MÍNGUEZ, Roberto. Aplicación del MEF a forjados. <u>En</u>: Mecánica computacional en la ingeniería con aplicaciones en Matlab. Ciudad Real, Universidad de Castilla-La Mancha, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, D.L. 2010. pp. 261 – 308. ISBN: 978-84-692-8273-1.

matrices particionadas (16x16) y las matrices ensambladas de carga P y  $M_c$  corresponderán a los aportes de carga nodal de cada elemento según el cuadro de correspondencias como se verá más adelante.

La ecuación (5.11) está igualada a un término que denota la acción de cargas externas superficiales integrando a lo largo de la de viga (o del elemento), donde la matriz N es la matriz de funciones de forma que interpola resultados de fuerza cortante, momento de torsión y momento flector además de deformaciones a partir del conocimiento de los valores nodales respectivos; además de convertir la carga externa en carga reactiva sobre los nodos.

Figura 35. Matriz de funciones de forma

$$[\mathbf{N}] = \begin{bmatrix} \frac{(L^3 - 3x^2L + 2x^3)}{L^3} & 0 & \frac{-x(L^2 - 2xL + x^2)}{L^2} & \frac{x^2(3L - 2x)}{L^3} & 0 & \frac{x^2(L - x)}{L^2} \\ 0 & \frac{(L - x)}{L} & 0 & 0 & \frac{x}{L} & 0 \\ \frac{6x(L - x)}{L^3} & 0 & \frac{(L^2 - 4xL + 3x^2)}{L^2} & \frac{-6x(L - x)}{L^3} & 0 & \frac{-x(2L - 3x)}{L^2} \end{bmatrix}$$



**Fuente:** VIEIRA CHAVES, Eduardo W. y MÍNGUEZ, Roberto. Aplicación del MEF a forjados. <u>En</u>: Mecánica computacional en la ingeniería con aplicaciones en Matlab. Ciudad Real, Universidad de Castilla-La Mancha, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, D.L. 2010. pp. 261 – 308. ISBN: 978-84-692-8273-1.

La Figura 35 muestra la matriz de funciones de forma elemental completa para flexión y torsión; si solo se usa carga vertical se anulan la fila 2 y 3 y los elementos correspondientes al producto con  $\theta_x$  es decir las columnas 2 y 5, quedando N de (1x4) que es adecuada para realizar el producto con un vector de desplazamiento nodal de (4x1), (y<sub>1</sub>, $\theta_1$ , y<sub>2</sub>, $\theta_2$ )<sup>T</sup>.

La ecuación (5.12) es la ecuación dinámica de una viga discretizada igualada a dos términos que representan respectivamente el efecto de cargas verticales y momentos flectores; si se considera la torsión debe adicionarse un tercer término. Cada uno de los términos consta de un vector de carga externa y un vector de funciones de forma que permiten convertir la carga externa en carga equivalente en los nodos. Para el caso presente interesa la carga vertical luego se tratará solo con el primer término de manera que la ecuación de trabajo queda escrita como:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = [R_P]. [P]$$
(5.13)

En la ecuación (5.13) ,  $[R_p]$  es el vector de funciones de forma específico para la carga vertical es decir N (1x4) del apartado anterior. El vector [P] contiene todas las cargas verticales incluidas en el estudio. La misma ecuación (5.13) permite realizar dos estudios: primero analizar la viga con carga sobre los nodos donde la evaluación del vector de funciones de forma en L=0 y L=Li de cada elemento y el posterior ensamble da como resultado un vector de carga externa ubicada en cada nodo según corresponda. El segundo caso corresponde a carga fuera de los nodos donde no se puede usar un vector de carga externa y se debe transferir la carga externa a carga reactiva equivalente en los nodos, labor que se realiza fácilmente con el vector de funciones de forma [ $R_p$ ]. Una extensión del segundo caso se puede usar para evaluar la respuesta dinámica de la viga cuando la carga vertical transita a una velocidad determinada como se detalla en breve.

# Carga móvil

Para estudiar el efecto de una carga vertical en tránsito se puede realizar el siguiente procedimiento:

- ✓ Discretización de la viga.
- ✓ Evaluación espacial de la viga.
- ✓ Discretización temporal, donde se asigna un tiempo de muestreo que permitirá distinguir una posición específica de la carga externa y un resultado de carga equivalente en los nodos para cada elemento.

Por ejemplo: mientras la carga se ubique en el elemento 3, la carga externa en los demás elementos será nula (para el caso de una sola carga), además se evalúa la posición de la carga en m intervalos de tiempo, luego se generan m vectores de funciones de forma como si se estudiaran m problemas con carga fija fuera de los nodos, llevando luego los resultados a coordenadas globales.

Figura 36. Viga discretizada con carga móvil y detalle en el elemento 3.



Haciendo referencia a la Figura 36 en t<sub>m</sub> la carga se ubica en  $s=v_{0.}t_m=x_m$ , en ese momento se evalúa el vector de funciones de forma del elemento y se halla la carga equivalente en los nodos 3 y 4, luego se ensambla el vector de funciones de forma global (16x1) teniendo en cuenta que en los demás elementos no hay carga externa permitiendo encontrar la solución global para t=t<sub>m</sub> con el uso de las matrices globales (16x16). Como resultado, del análisis anterior se logra una matríz  $\{R_p\}$  de (16xm) que contiene m vectores columna que corresponden a m tiempos de muestreo siendo cada vector (16x1) el vector  $[r_p]$  ensamblado que reemplazado en la ecuación (5.13) con [P]=W (1x1) permitirá evaluar la respuesta dinámica cuando la carga se ubica en una determinada posición en el determinado tiempo t<sub>m</sub>.

### Representación del sistema en el espacio de estados.

La representación de sistemas en el espacio vectorial de estados, muy utilizada en control, permite representar el sistema de n ecuaciones diferenciales simultáneas de la ecuación matricial (5.13) como un sistema de ecuaciones simultáneas más sencillo donde los coeficientes son matrices de los tamaños adecuados y el procedimiento es igual sin importar dichos tamaños. A continuación, se detalla la transformación de la ecuación matricial (5.13) a la representación en espacio de estados.

Partiendo de la ecuación (5.13) y definiendo nuevas variables:

$$X_1 = x \tag{5.14}$$

$$X_2 = \dot{X}_1 = \dot{x}$$
(5.15)

$$\dot{X}_2 = \ddot{X}_1 = \ddot{x}$$
 (5.16)

Se pueden escribir el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\dot{X}_1 = X_2$$
 (5.17)

$$\dot{X}_2 = -M^{-1}.K.X_1 - M^{-1}.C.X_2 + M^{-1}.[R_P].[P]$$
 (5.18)

Reescribiendo el sistema (5.17) y (5.18) de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{nxn} & I_{nxn} \\ -M^{-1}.K & -M^{-1}.C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{nxn} \\ M^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_P \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P \end{bmatrix}$$
(5.19)

La ecuación de salida será:

$$y = X_1 = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \end{bmatrix}$$
 (5.20)

Cuyo resultado será el vector de desplazamientos del sistema, es decir la respuesta deseada.

Los sistemas anteriores se reescriben definiendo:

$$x_B = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \tag{5.21}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0_{nxn} & I_{nxn} \\ -M^{-1}.K & -M^{-1}.C \end{bmatrix}$$
(5.22)

$$B = \begin{bmatrix} 0_{nxn} \\ M^{-1} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} R_P \end{bmatrix}$$
(5.23)

$$C = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \tag{5.24}$$

$$D = [0]$$
 (5.25)

$$U = P \tag{5.26}$$

Luego las ecuaciones (5.19) y (5.20) quedan en forma compacta como:

$$\dot{x}_B = A. x_B + B. U \tag{5.27}$$

$$y = C \cdot x_B + D \cdot U \tag{5.28}$$

Que puede representarse en diagrama de bloques como se muestra la Figura 37.

### Figura 37. Diagrama de bloques del sistema



El diagrama anterior muestra la relación de las señales del sistema además la relación directa entre entrada y salida con el sistema completo.

En el <u>ANEXO 1.</u> se presenta en detalle la solución del problema de carga móvil utilizando el modelo generalizado de un solo grado de libertad y el modelo de elementos finitos representado en espacio de estados a manera de comprobación.

Una vez probado el modelo de espacio de estados se utilizará para las pruebas del controlador estructural robusto.

En adelante se trabajará el modelo sencillo en espacio de estados comprobado como se muestra en el **ANEXO 1** ya que es una buena representación del sistema real (Walnut Creek Bridge I-35 Oklahoma) y capta sus propiedades y comportamiento del modo más simple posible sin perder los rasgos más importantes desde el punto de vista estructural. El motivo para trabajar con el modelo más simple posible es la complejidad matemática de la síntesis del controlador ya que un modelo más complejo aumenta demasiado el orden del controlador, además la dinámica no modelada se representa en las incertidumbres del sistema como se verá más adelante.

# 5.2 MODELO MATEMÁTICO DEL AMORTIGUADOR MR MODELO BOUC – WEN.

Se ha seleccionado el modelo de amortiguador MR Bouc – Wen ya para éste modelo en la literatura está definido un modelo simplificado pero preciso del estimador MR inverso<sup>122</sup>. El modelo utilizado con los parámetros mostrados representa el comportamiento de un amortiguador con capacidad de 10 toneladas. A continuación, se presentan las ecuaciones de cada modelo:

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
С <sub>0а</sub>	4.4 (N.s/cm)	$\propto_b$	4.96x10⁵ (KN/cm.V)	β	3(cm <sup>-1</sup> )
c <sub>ob</sub>	44.0 (N.s/cm/V)	Α	1.2	γ	3(cm <sup>-1</sup> )
∝ <sub>a</sub>	1.0872x10⁵ (KN/cm)	n	1	η	50(s <sup>-1</sup> )

Cuadro 14. Parámetros modelo Bouc-Wen 1000 KN.

**Fuente:** YEGANEHFALLAH, Arash; AHAMD ATTARI, Nader Khajeh. Robust control of seismically excited cable stayed bridges with MR dampers. *Smart Materials and Structures* [En línea]. 21 de Febrero del 2017, vol. 26, pp. 1-14. [Consultado el 17 de Agosto de 2017]. Disponible en: <u>https://doi.org/10.1088/1361-665X/aa5bd4</u>

<sup>&</sup>lt;sup>122</sup> YEGANEHFALLAH, Arash; AHAMD ATTARI, Nader Khajeh. Op Cit p. 14.

Fuerza desarrollada por el amortiguador MR:

$$F = c_0 + \alpha. z \tag{5.29}$$

Donde la variable evolutiva "z" que representa la histéresis del amortiguador está dada por:

$$\dot{z} = -\gamma . |\dot{x}| . z . |z|^{n-1} - \beta . \dot{x} . |z|^n + A . \dot{x}$$
(5.30)

 $\dot{x}$  es la velocidad del vástago del amortiguador y F es la fuerza reactiva del amortiguador. Los parámetros  $C_0$  y  $\alpha$  son funciones futuras del voltaje aplicado u:

$$C_0 = C_{0a} + c_{0b}.u ag{5.31}$$

$$\alpha = \alpha_a + \alpha_b. u \tag{5.32}$$

Para tener en cuenta un retraso en el tiempo se añade el filtro de primer orden:

$$\dot{u} = -\eta(u - v) \tag{5.33}$$

Donde v es el voltaje aplicado al circuito de control.

# 5.3 MODELO MATEMÁTICO DEL MR INVERSO

Para encontrar el voltaje requerido por el amortiguador que produce la fuerza calculada desde el control estructural, el modelo MR inverso es utilizado<sup>123</sup>.

El voltaje y la fuerza están relacionadas en este modelo por las siguientes ecuaciones:

<sup>&</sup>lt;sup>123</sup> YEGANEHFALLAH, Arash; AHAMD ATTARI, Nader Khajeh. Op Cit. p. 14.

$$z \simeq sign(\dot{x}). \left(\frac{A}{\gamma + \beta}\right)^{1/n}$$
(5.34)

$$u = \frac{F - c_0 . \dot{x} - \alpha_0 . z}{c_{0b} . \dot{x} + \alpha_b . z}$$
(5.35)

$$v = u + \frac{\dot{u}}{\eta} \tag{5.36}$$

Los parámetros de las anteriores ecuaciones son los mismos del modelo de amortiguador MR.

# 5.4 METODOLOGÍA UTILIZADA PARA LA INTERACCIÓN ESTRUCTURA ACTUADOR – CONTROLADOR

**Primer paso:** Simplificación del modelo con propiedades distribuidas modelado como un sistema generalizado de un solo grado de libertad:

Figura 38. Primer paso de la metodología utilizada



Segundo paso: Diseño del controlador para un sistema de un solo grado de libertad.

Figura 39. Segundo paso de la metodología utilizada



**Tercer paso:** Ubicación el amortiguador en la posición real teniendo en cuenta la lectura de velocidad y la aplicación de fuerza en el grado de libertad correcto.

Figura 40. Tercer paso de la metodología utilizada.



El procedimiento planteado permite diseñar el controlador  $H \propto$  para un modelo simplificado de un solo grado de libertad para tener en cuenta los parámetros principales de energía. Después puede ubicarse el amortiguador en la posición de instalación real según la disposición mecánica elegida; teniendo en cuenta la lectura de velocidad del vástago desde el análisis de elementos finitos el controlador calcula la fuerza optima según criterios energéticos y al aplicarle la fuerza de control resultante a la estructura según la disposición real del amortiguador se encontrará la respuesta deseada del sistema estructura – controlador - actuador.

**5.4.1 Modelo de interacción estructura – controlador – actuador.** Se presenta a continuación la arquitectura del diagrama de bloque utilizado para el diseño del controlador, se incluyen los modelos anteriormente presentados del MR, MR inverso, PUENTE y sus interconexiones.

Figura 41. Sistema de interconexión Estructura - Controlador – Actuador.



La Figura 41 muestra la estructura utilizada en el diseño; en la parte superior (Lazo abierto) se simula la estructura en el estado original constructivo sin la implementación del amortiguador MR, sometida a la perturbación (SISMO MORGAN HILL) traducida en términos de fuerza. La sección inferior simula la estructura en lazo cerrado; se observa la secuencia Controlador, MR inv + MR, estructura (PUENTE) y realimentación de estados al controlador. En la simulación las lecturas tomadas son:

- ✓ Perturbación (Sismo Morgan Hill).
- ✓ Respuesta estructural en lazo abierto (sin MR) y lazo cerrado (con MR).
- ✓ Fuerza de control calculada por el controlador robusto (Fuerza deseada) vs. Fuerza efectivamente lograda en el actuador MR (Fuerza de control).

La estructura de la Figura 41 muestra que la respuesta estructural en términos de deformación en el centro de la viga es realimentada al controlador además de ser utilizada como insumo para el cálculo de la velocidad del vástago del MR, señal que se utiliza como entrada del estimador MR inverso y del actuador MR como se observa a continuación.

#### Figura 42. Interconexión MR inverso + MR.



La Figura 42 muestra la interconexión del estimador MR inverso y el actuador MR, es claro que el estimador MR inverso recibe la señal de fuerza deseada que ha sido calculada por el controlador estructural como la fuerza óptima que atenúa las perturbaciones de la forma deseada, con ésta señal y la velocidad actual del vástago del actuador MR (calculada desde el desplazamiento) el estimador calcula un voltaje de control (u) y la variable evolutiva (z) que se envía al amortiguador MR que además tomando lectura de su propia velocidad en el vástago modifica sus propiedades viscosas y ejerce una fuerza de control que se espera sea igual a la fuerza deseada calculada por el controlador.

La arquitectura utilizada permite calcular la fuerza óptima deseada sin importar como se ejecute dicha fuerza o cual sea la naturaleza del actuador permitiendo mantener la propia dificultad matemática del actuador MR que es no lineal lejos de los procesos matemáticos propios del control robusto, además de calcular el controlador con el modelo más simple posible.

# 6. DISEÑO DEL CONTROLADOR

En este capítulo se presenta el procedimiento realizado para obtener el controlador H infinito para las condiciones especificadas en el problema planteado. Se inicia con el modelo simplificado del puente, seguido del planteamiento de las incertidumbres del sistema; una vez definida la planta generalizada se definen las funciones de ponderación y por último la síntesis del controlador. Se presenta además un pequeño informe sobre las condiciones encontradas en el controlador y la sensibilidad del mismo a la variación de sus parámetros.

Para el diseño del controlador se utilizará la metodología de control H infinito que para aplicaciones estructurales ha demostrado ser confiable y logra buen equilibrio entre estabilidad y desempeño<sup>124</sup> <sup>125</sup>. Se utilizan comandos para control robusto con MatLab® y se referencian los detalles cuando es necesario. Para el diseño del controlador se iniciará con el modelo simplificado del Puente, la definición de sus incertidumbres y el planteamiento de la planta generalizada.

# 6.1 MODELO SIMPLIFICADO DEL PUENTE

Una estructura flexible tipo puente puede estudiarse teniendo en cuenta varios grados de libertad o considerando únicamente la flexión pura en el plano vertical de la viga, cuando éste es el caso la estructura flexible se analiza como un sólido de

<sup>&</sup>lt;sup>124</sup> GU, Da – Wei; PETKOV, Petko Hristov; KONSTANTINOV, Mihail Mihaylov. Robust Control Design with MATLAB ®. 2 ed. Leipzig Alemania: Ed. Springer London, 2005. pp. 35 – 162. ISBN-10: 1852339837.

<sup>&</sup>lt;sup>125</sup> TURNER, Matthew C; BATES, Declan G. Mathematical Methods for Robust and Nonlinear Control. Berlin Heidelberg: Ed. Springer Berlin. 2007. pp. 16-100. ISBN-10 1-84800-024-3.

propiedades homogéneas generalizadas y se considera entonces un sistema generalizado de un solo grado de libertad<sup>126</sup>. Se deben tener en cuenta propiedades características de la estructura y con ellas encontrar las propiedades generalizadas.

# Propiedades estructurales del puente:

Se modela un puente de varias lozas simplemente apoyadas ((Walnut Creek Bridge I-35 Oklahoma) cuyas propiedades se muestran en el Cuadro 15.<sup>127</sup>

Parámetro	Valor utilizado	
Longitud de la viga	L = 30.48 m	
Masa por unidad de longitud	ρ.A=3.35x10 <sup>4</sup> Kg/m	
Rigidez	E.I=7.33x10 <sup>10</sup> N.m <sup>2</sup>	
Incertidumbre en la masa	20 %	
Incertidumbre en la rigidez	15 %	
Incertidumbre en amortiguamiento	20 %	

Cuadro 15. Propiedades generales de la loza (viga simplemente apoyada):

Se modeló la loza como una viga simplemente apoyada con las siguientes restricciones:

- ✓ Se suponen apoyos completamente rígidos, sin desplazamientos.
- ✓ No se tienen en cuenta desplazamientos ni deformaciones en los pilares.
- Se analiza únicamente la flexión pura sobre el plano vertical, en el rango lineal en el primer modo de vibración.
- ✓ No se tiene en cuenta el tipo de suelo ni la interacción suelo estructura.

<sup>&</sup>lt;sup>126</sup> CHOPRA, Anil K. Dinámica de Estructuras. Traducido por: Jesús Elmer Murrieta Murrieta. Cuarta Edición. PEARSON EDUCACIÓN. México, 2014. 752 pag. ISBN: 978-607-32-2239-6.

<sup>&</sup>lt;sup>127</sup> LEMING, Sarah Kathryn. Op Cit.

Con las anteriores cantidades se calculan las propiedades generalizadas <sup>128</sup>:

$$M_{-} = \int_{0}^{L} m . \sin^{2} \frac{\pi . x}{L} . \, dx = \frac{m . L}{2}$$
(6.1)

$$K_{-} = \int_{0}^{L} E.I. \left(\frac{\pi^{2}}{L^{2}}\right)^{2} . \sin^{2} \frac{\pi . x}{L} . dx = \frac{\pi^{4} . E.I}{2 . L^{3}}$$
(6.2)

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\bar{k}}{\bar{m}}} = \frac{\pi^2}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{E.I}{m}}$$
(6.3)

Teniendo  $M_y K_s$  se calcula el amortiguamiento generalizado [67]:

$$C_{-} = 0.04. M_{-}(M_{-}.K_{-})^{1/2}$$
(6.4)

El diagrama de bloques del sistema nominal se muestra en la Figura 43.

Figura 43. Sistema de 1 GDL (M\_, K\_, C\_)



<sup>128</sup> CHOPRA, Anil K. Op, Cit.

### **6.2 INCERTIDUMBRES EN LA PLANTA**

Con **M**\_, **C**\_ y **K**\_ de la estructura como sistema generalizado de un solo grado de libertad se procede a crear el espacio de incertidumbre teniendo para el presente caso incertidumbre aditiva expresada en términos del porcentaje de desconocimiento en las tres propiedades presentadas:

$$m = M_{-} + \delta_m \tag{6.5}$$

$$k = K_{-} + \delta_k \tag{6.6}$$

$$c = C_{-} + \delta_c \tag{6.7}$$

El diagrama de bloques original ahora debe ser modificado para incluir las incertidumbres, que para el caso de incertidumbres paramétricas aditivas queda como se muestra en la Figura 44.

Figura 44. Sistema de 1 GDL (m +  $\delta m$ , K+  $\delta k$ , C+  $\delta c$ ).



### 6.3 INTERCONEXIÓN DEL SISTEMA M-Δ

El sistema mostrado en la Figura 44 por el método de transformación lineal fraccional superior (ULFT) <sup>129</sup> que permite obtener una configuración en la cual la planta nominal (sin incertidumbres) es afectada por la variación de parámetros como una perturbación que, aunque desconocida si tiene una estructura establecida (incertidumbres estructuradas); tal configuración es conocida como la estructura estándar *M-* $\Delta$  que se muestra en la Figura 45 en la cual se observan la entrada *u*, la salida *y*, la planta nominal *M* que es afectada por una nueva entrada *z* (pérturbación) que está relacionada con la matriz de incertidumbres  $\Delta$ . La planta *G* es la planta generalizada que incluye la planta nominal *M* y sus incertidumbres  $\Delta$ , dicha planta *G* es la base para crear la planta aumentada.

Figura 45. Configuración M-  $\Delta$  (*ULFT*)



<sup>&</sup>lt;sup>129</sup> GU, Da – Wei; PETKOV, Petko Hristov; KONSTANTINOV, Mihail Mihaylov. Robust Control Design with MATLAB ®. 2 ed. Leipzig Alemania: Ed. Springer London, 2005. pp. 35 – 162. ISBN-10: 1852339837.

### 6.4 FUNCIONES DE PONDERACIÓN

La Figura 46 muestra un diagrama de bode, se indica la frecuencia de resonancia del sistema en 15,7 rad/s; éste valor sirve como punto de partida para la determinación del ancho de banda del sistema en lazo cerrado, ésta será la zona de frecuencia de la perturbación, zona en la cual se espera que su función de transferencia sea pequeña para obtener un buen rechazo a perturbaciones, lo cual se logra eligiendo un valor pequeño de la función de sensibilidad razón por la cual la recomendación es que en ésta zona se tenga una función de ponderación W1 grande ya que el inverso de la función W1 determina la forma de la función de sensibilidad S; además en la Figura 46 se señala el ancho de banda de 24,5 rad/s ampliando así el margen de acción de W1 para obtener rechazo a perturbaciones además de ser el punto de partida para el cálculo de la frecuencia de cruce.





Para el diseño del controlador H∞ es necesario diseñar las funciones de ponderación que son funciones o matrices de transferencia que dan forma a las señales dentro del sistema dependiendo de la frecuencia de las mismas otorgando características deseadas tal como se describió en el capítulo 3 en la sección 3a. relaciones fundamentales de control.

Para la descripción completa de dichas funciones es necesario determinar tres parámetros: ganancia a baja frecuencia, ganancia a alta frecuencia y frecuencia de corte. La forma general de las funciones de ponderación es<sup>130</sup>:

$$W_{S_{ii}}(s) = \frac{\alpha_i s + \omega_{S_i}}{s + \beta_i \omega_{S_i}}$$
(6.8)

Para encontrar los parámetros se debe utilizar un método de prueba y error, sin embargo, se pueden seguir algunas recomendaciones de diseño<sup>131</sup>.

Las ganancias a baja frecuencia y ganancias a alta frecuencia deben ser ajustadas junto con la frecuencia de corte para dar forma a las funciones de ponderación W1, W2 y W3 de la planta aumentada para lograr cumplir los objetivos de diseño.

Se recomienda seleccionar W1 para tener valores altos dentro del ancho de banda deseado de la acción de control para obtener buena atenuación de perturbaciones (desempeño); similarmente se elige W3 para tener valores grandes fuera del ancho

<sup>&</sup>lt;sup>130</sup> ORTEGA, Manuel G y RUBIO, Francisco R. Systematic design of weighting matrices for the  $H_{\infty}$  mixed sensitivity problem. *Journal of Process Control* [En línea], febrero de 2004, vol. 14, nro. 1, pp. 89-98.

<sup>&</sup>lt;sup>131</sup> Ibid p. 89–98.

de banda para asegurar un buen margen de estabilidad (robustez). Los valores utilizados se muestran en el Cuadro 16.

Parámetro	Valor
Ancho de banda a partir de Bode	BW=24,5
Ganancia en baja frecuencia para W1	30 dB
Frecuencia de cruce para W1	BW
Ganancia en alta frecuencia para W1	-6 dB
Ganancia en baja frecuencia para W3	-6 dB
Frecuencia de cruce para W3	5*BW
Ganancia en alta frecuencia para W3	25 dB

Cuadro 16. Parámetros para la definición de las funciones de ponderación.

Con los valores indicados se definen las funciones de ponderación W1 (penalizar la señal de error) y W3 (penaliza la señal de salida). La función de ponderación W2 que penaliza la señal de control no se utilizó porque la señal de control es la fuerza de control estructural deseada que se calcula con el controlador y su truncamiento se realizó utilizando un saturador como se verá más adelante en el capítulo 6. Las funciones de ponderación resultantes se muestran en la Figura 47.

Figura 47. Funciones de ponderación W1 (azul) y W3 (rojo).



# 6.5 PLANTA AUMENTADA

Con las funciones de ponderación definidas se procede a crear la planta aumentada del sistema que tiene en cuenta la planta nominal del sistema, las incertidumbres paramétricas y las funciones de ponderación para las señales de error, señal de control y señal de salida según sea el caso específico. La estructura de la planta y el sistema de control se muestra a continuación:



Figura 48. Planta aumentada del sistema ponderado por W1, W2, W3.

En la Figura 48 se observa la estructura utilizada para la planta aumentada y la relación entre cada una de las señales penalizadas y sus respectivas funciones de ponderación; además se muestra como el bloque estimador – actuador está por fuera de la planta aumentada y como la estructura general del sistema tiene la configuración de la Transformación Lineal Fraccional Inferior (TLFI) la cual permite la incorporación de un controlador K dentro del sistema. La planta amentada con la que se calcula el controlador no incluye el bloque MR + MR inverso que se muestra en la Figura 48.

### 6.6 CÁLCULO DEL CONTROLADOR

Partiendo del sistema básico para el control realimentado que se muestra en la Figura 49 se calculan las funciones de sensibilidad y sensibilidad complementaria según las relaciones:

$$S = (I + GK)^{-1} (6.9)$$

$$T = (I - S) \tag{6.10}$$

Figura 49. Sistema básico de control realimentado.



Con las funciones de ponderación determinadas que para el caso presente solo son W1, y W3 se crea la función de transferencia del sistema en lazo cerrado cuya estructura se muestra a continuación:

$$P(s) = \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 KS \\ W_3 T \end{bmatrix}$$
(6.11)

La matriz anterior es la matriz de transferencia entre U y X de la planta aumentada mostrada en la Figura 48. El objetivo es calcular un controlador que minimice su norma  $H^{\infty}$ . Las funciones de ponderación W1 y W3 que forman la respuesta frecuencia en lazo cerrado para obtener rechazo a perturbaciones, atenuación de ruido, seguimiento de puntos de referencia y bajo esfuerzo de control según las necesidades del problema. La selección de funciones de ponderación debe hallar el controlador K que minimiza la norma  $H^{\infty}$  que es representada por un valor Gamma que cumple las siguientes desigualdades:

$$\|S\|_{\infty} \le \gamma |W_1^{-1}| \tag{6.12}$$

$$\|KS\|_{\infty} \le \gamma |W_2^{-1}| \tag{6.13}$$

$$||T||_{\infty} \le \gamma |W_3^{-1}| \tag{6.14}$$

La solución al problema de sensibilidad mixta en distintas combinaciones dentro de la matriz de transferencia según las necesidades de diseño debe cumplir las desigual dades anteriores para un valor de  $\gamma < 1^{132}$  de manera que se pue de reescribir:

$$\left\| \begin{array}{c} W_1 S \\ W_2 KS \\ W_3 T \end{array} \right\|_{\infty} < 1$$
(6.15)

De donde se derivan las siguientes desigualdades a cumplir:

$$\|S\|_{\infty} < |W_1^{-1}| \tag{6.16}$$

$$\|KS\|_{\infty} < |W_2^{-1}| \tag{6.17}$$

$$\|T\|_{\infty} < |W_3^{-1}| \tag{6.18}$$

Como en este problema no se definió la función de ponderación W2 se tiene un problema de sensibilidad mixta S sobre T denominado de esta manera por la forma final de la matriz de trasferencia (6.15) sin incluir el efecto de W2, de manera que al final se deben cumplir solamente las condiciones (5.16) y (5.18) que de otra forma se pueden escribir como:

$$\bar{\sigma}(S(j\omega)) < \bar{\sigma}(W_1^{-1}(j\omega)) \tag{6.19}$$

$$\bar{\sigma}(T(j\omega)) < \bar{\sigma}(W_3^{-1}(j\omega)) \tag{6.20}$$

Las condiciones indicadas anteriormente exigen que los valores singulares de la función de sensibilidad S y de sensibilidad complementaria T debe ser menores que los valores singulares de los inversos de las funciones de ponderación W1 y W3 respectivamente para cualquier valor en el eje de las frecuencias. De manera que

<sup>&</sup>lt;sup>132</sup> GU, Da – Wei; PETKOV, Petko Hristov; KONSTANTINOV, Mihail Mihaylov. Robust Control Design with MATLAB <sup>®</sup>. 2 ed. Leipzig Alemania: Ed. Springer London, 2005. pp. 35 – 162. ISBN-10: 1852339837.
el controlador K calculado debe resultar en una función S y una función T que cumplan las condiciones (6.19) y (6.20) para todas las frecuencias tal como muestra la Figura 50 para un valor de  $\gamma = 0,6562$ .



Figura 50. Valores singulares para la solución subóptima  $\gamma = 0,6562$ 

El controlador que cumple las condiciones no es único, ya que puede haber muchas combinaciones de ganancias y frecuencias de cruce para las funciones de ponderación y muchos valores de gamma que satisfacen la condición  $\gamma < 1$ , sin embargo, se presenta solo una solución que satisface de forma aceptable las condiciones del problema.

## 7. RESULTADOS PARA EL SISTEMA GENERALIZADO

En este capítulo se presentan los resultados encontrados al realizar la simulación del controlador aplicado al sistema generalizado de un solo grado de libertad; se muestra la respuesta estructural del puente en su estado natural constructivo (sin MR) y con la aplicación de un control robusto semiactivo (con MR), se presenta la señal de perturbación utilizada que para el caso presente es el Sismo Morgan Hill <sup>133</sup> como desplazamiento; además, se compara la señal de la fuerza óptima calculada por el controlador estructural robusto y la fuerza efectiva ejercida por el actuador MR sobre la estructura.

En el análisis descrito en esta sección no se tuvieron en cuenta las recomendaciones de la norma colombiana de diseño de puentes CCP-14 y los resultados presentados no pueden interpretarse como una prueba del puente mencionado ante amenaza sísmica ya que para constituir tal referencia deben seguirse las recomendaciones de la norma respecto al tipo de escalamiento de la señal de perturbación y al número de pruebas que deben realizarse entre otras. La señal utilizada (Sismo Morgan Hill) solo se tuvo en cuenta como un desplazamiento en el centro de la viga para realizar los cálculos de diseño del controlador, pero no se tuvo en cuenta ningún procedimiento de escalamiento de la señal particular o recomendado simplemente se utilizó la señal para efectos de cubrir un determinado

<sup>&</sup>lt;sup>133</sup> ESPARZA, Carlos; NÚÑEZ, Rafael y GONZÁLEZ Fabio. (2013) Model Reference Adaptive Position Controller with Smith Predictor for a Shaking-Table in Two Axes. In: Batyrshin I., Mendoza M.G. (eds) Advances in Computational Intelligence. MICAI 2012. Lecture Notes in Computer Science, vol 7630. Springer, Berlin, Heidelberg. <u>https://doi.org/10.1007/978-3-642-37798-3 24</u>

rango de frecuencias, de igual modo se hubiera podido utilizar un generador de señales aleatorias en el rango de frecuencias y amplitud de interés.

El sismo mencionado se utilizó como perturbación para aprovechar su contenido frecuencial; se realizó la simulación aplicando el desplazamiento en cm directamente en la mitad del puente en condiciones ideales y sin ningún tipo de escalamiento debido a que su amplitud original produce fuerzas proporcionales a la capacidad máxima de un solo amortiguador MR ubicado en el centro de la viga tal como se supuso el modelo ideal de diseño y como se observará en la gráfica que compara la fuerza ideal deseada y la fuerza ejecutada por el amortiguador MR (Figura 57); en caso de aplicar mayores desplazamientos mediante la adición de una ganancia que escale el sismo debe adicionarse una constante que señala el número de amortiguadores MR a utilizar. Una perturbación de amplitudes mayores simplemente generaría mayores valores de fuerza deseada que superan la capacidad del amortiguador MR lo cual obliga a multiplicar el número de actuadores.

El sismo Morgan Hill fue descargado del sitio: <u>https://strongmotioncenter.org/</u> y se utilizó solo la componente vertical del sismo registrado por una estación ubicada a 36 Km del epicentro<sup>134</sup>. La señal que se utilizó como perturbación de prueba es el historial de desplazamiento vertical (m) vs tiempo (s). Tal como se muestra en la Figura 51.

La componente vertical del sismo dada en cm se toma como señal de referencia para ser utilizada como una perturbación del sistema en lazo cerrado que tiene como señal de entrada la fuerza de control ejercida por el amortiguador MR y su salida es la deflexión en el punto medio de la viga, de manera que la adición de una perturbación a la salida debe estar en términos de desplazamiento en m; por ésta

<sup>&</sup>lt;sup>134</sup> Ibíd., p. 94.

razón la perturbación es una entrada como suma a la salida de la planta, pero para el sistema en lazo abierto la perturbación se ubica a la entrada de la planta como una fuerza, lo cual se detalla más adelante. (Ver Figura 54). La perturbación en (cm) debe cambiarse a unidades internacionales (m) por lo que se añade una ganancia de 0,01 antes de ingresar a cada uno de los lazos.

Como se mencionó anteriormente se pudiera agregar un escalamiento de la señal para obtener mayores desplazamientos, sin embargo para superar perturbaciones mayores será necesario utilizar más amortiguadores de manera que se abren dos caminos: por un lado simplemente se multiplica la fuerza del amortiguador con la suposición que tienen la misma lectura de velocidad en el punto de aplicación, es decir no se genera torsión, por otro lado se puede tener en cuenta que cambian las condiciones de montaje ideales supuestas, no se trata solo de multiplicar el número de amortiguadores ya que si se adicionan amortiguadores al montaje pueden haber efectos de torsión en la loza ya que por ejemplo los dos (o más) amortiguadores ubicados en cierto punto de la viga no responderán exactamente de la misma manera y deberían agregarse más grados de libertad en la viga, tendríamos más puntos de lectura y entrarían en juego efectos de torsión e incluso efectos de balanceo en los pilares del puente.

Es necesario mencionar además que con las condiciones ideales supuestas para la viga simplemente apoyada se presume que los apoyos son completamente rígidos y no se tienen desplazamientos, se desprecia el tipo de suelo y los efectos que pudieran presentarse en los pilares. Teniendo en cuenta estos efectos se presentarías varias situaciones como asentamientos en la interacción suelo estructura, desplazamientos en los apoyos de la viga de manera que las deformaciones en el centro serían relativas a deformaciones iniciales en los apoyos, además si hay deformaciones en la interacción suelo estructura debe tenerse en cuenta el balanceo de los pilares ya que las deformaciones pueden ser diferentes

en diferentes puntos del apoyo del pilar. Todo lo demás evidentemente cambiaría los resultados de este estudio, pero se salen del objetivo de diseño del controlador a partir de un modelo ideal.

Debe resaltarse que las incertidumbres del sistema pueden contener parte, pero no todos los efectos producidos por una idealización o errores en el planteamiento de una planta nominal, por ejemplo, pudieran contener mayores deformaciones debidas a desplazamiento en los apoyos, pero no pueden incluir el efecto de asentamientos y efectos de balanceo en los pilares que para tenerlos en cuenta debería modelarse el puente adicionando grados de libertad en la interacción suelo estructura<sup>135</sup>.





<sup>&</sup>lt;sup>135</sup> TAN, Ping y AGRAWAL, Anil K. (2009), Benchmark structural control problem for a seismically excited highway bridge—Part II: Phase I Sample control designs. Struct. Control Health Monit., 16: 530-548. <u>https://doi.org/10.1002/stc.300</u>

En la Figura 51 el historial tiene un máximo en 1,8112 cm que luego de la ganancia de 0,01 queda convertido a 0,018 m tal como muestra la Figura 52.



Figura 52. Perturbación en metros.

.

La ecuación diferencial de un sistema masa – resorte – amortiguador sometido a una fuerza externa es<sup>136</sup>:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F(t) \tag{7.1}$$

Dividiendo entre la masa M queda:

$$\ddot{x} + \frac{C}{M}\dot{x} + \frac{K}{M}x = \frac{F(t)}{M}$$
(7.2)

Sean  $\xi$  el factor de amortiguamiento y  $\omega_n$  la frecuencia natural del sistema se tiene:

<sup>&</sup>lt;sup>136</sup> CHOPRA, Anil K. Dinámica de Estructuras. Traducido por: Jesús Elmer Murrieta Murrieta. Cuarta Edición. PEARSON EDUCACIÓN. México, 2014. 752 pag. ISBN: 978-607-32-2239-6.

$$\xi = \frac{C}{2M\omega_n} \tag{7.3}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\kappa}{M}} \tag{7.4}$$

De manera que la ecuación (6.2) queda reescrita de la siguiente manera:

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n \dot{x} + \omega_n^2 x = \frac{F(t)}{M}$$
(7.5)

Al tomar la trasformada de Laplace con condiciones iniciales igualadas a cero se tiene:

$$S^{2}.X(s) + 2\xi\omega_{n}S.X(s) + \omega_{n}^{2}.X(s) = \frac{F(S)}{M}$$
 (7.6)

Sabiendo que la entrada del sistema es la fuerza F(t) y que la salida es el desplazamiento x(t) la función de transferencia entre la salida y la entrada quedará:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1/_M}{s^2 + 2\xi\omega_n S + \omega_n^2}$$
(7.7)

Recordando por conveniencia las siguientes relaciones:

$$M_{-} = \int_{0}^{L} m . \sin^{2} \frac{\pi . x}{L} . \, dx = \frac{m . L}{2}$$
(7.8)

$$K_{-} = \int_{0}^{L} E.I. \left(\frac{\pi^{2}}{L^{2}}\right)^{2} .\sin^{2}\frac{\pi.x}{L} . dx = \frac{\pi^{4}.E.I}{2.L^{3}}$$
(7.9)

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\bar{k}}{\bar{m}}} = \frac{\pi^2}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{E.I}{m}}$$
(7.10)

$$C_{-} = 0.04. M_{-} (K_{-}/M_{-})^{1/2}$$
(7.11)

Además, recordando las propiedades conocidas del puente:

#### Cuadro 17. Propiedades del puente

Parámetro	Valor utilizado
Longitud de la viga	L = 30.48 m
Masa por unidad de longitud	ρ.A=3.35x10 <sup>4</sup> Kg/m
Rigidez	E.I=7.33x10 <sup>10</sup> N.m <sup>2</sup>

**Fuente:** LEMING, Sarah Kathryn. Bridge Weigh in Motion Algorithm for Estimating Axel Weights, Axel Spacing and Other Truck Parameters. Disertación para obtener el título de Doctora de Filosofía, Norman Oklahoma, Universidad de Oklahoma, 2002. P. 238.

Sustituyendo los valores del Cuadro 17 en las ecuaciones (7.8), (7.9), (7.10) y (7.11) se tiene:

Propiedades generalizadas calculadas para el puente:

Parámetro	Valor calculado
Masa generalizada M	510540 Kg
Rigidez generalizada K	1.2659 x10 <sup>8</sup> N/m
Amortiguamiento generalizado C	321570 Kg/s
Frecuencia natural $\omega_n$	15.7466 rad / s

Ahora se tiene:

$$\xi = \frac{c}{2M\omega_n} = 0.02$$
(7.12)

la ecuación (6.7) con la sustitución de los valores del **¡Error! No se encuentra el** origen de la referencia. y la igualdad (7.12) quedará:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1/M}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{1.9587 \times 10^{-6}}{s^2 + 0.6299 \cdot s + 248}$$
(7.13)

Que es la función de transferencia del sistema generalizado de un solo grado de libertad. Hallando la ganancia estática del sistema se tiene:

$$K_p = \lim_{s \to 0} \left( \frac{X(s)}{F(s)} \right) = \frac{1}{\omega_n^2} = \frac{1}{M \cdot \omega_n^2} = \frac{1}{510540x248} = 7.89803 \ x \ 10^{-9}$$
(7.14)

Es decir, la constante que relaciona la entrada y la salida cuando ambas se han estabilizado, dicho de otro modo, el sistema como en estado estable es una masa suspendida de un resorte, estando estático el amortiguador no interviene; o de modo más simple, la constante que relaciona la fuerza con la deformación para el sistema en el rango elástico es:

$$K_p = \frac{1/M}{\omega_n^2} = \frac{1}{K} \quad \left[\frac{m}{N}\right] \tag{7.15}$$

Luego una entrada al sistema que está dada como un desplazamiento es simplemente una deformación al sistema suspendido. Si se tiene una perturbación en términos de desplazamiento (m) y se multiplica por la ganancia  $1/K_p$  (N/m) hallaremos la fuerza (N) que aplicada al puente puede causar una deformación igual a la que causaría la perturbación como desplazamiento que se tenía como entrada inicial, o de un modo más simple, si se tiene un desplazamiento inicial al multiplicarlo por la constante de elasticidad *K* obtendremos la fuerza *F* que debe ser aplicada al sistema masa - resorte (puente) para que se deforme en la medida que se pretende desde el inicio, naturalmente considerando que la deformación del sistema se da en el rango elástico.

Este análisis aunque simple es muy útil ya que como se había mencionado la entrada al sistema cuando se estudia el lazo abierto es una entrada al bloque puente, es decir una fuerza en (N); en cambio cuando el sistema se estudia dentro

del lazo cerrado la única entrada al bloque puente es la fuerza disipativa del amortiguador MR y la perturbación al sistema se da a la salida del bloque y deberá está en las mismas unidades de la salida, es decir en unidades de desplazamiento (m), lo que quiere decir que la perturbación considerada [sismo en términos de desplazamiento (m)] debe multiplicarse por una ganancia  $1/K_p$  para que quede convertida en términos de fuerza (N) que es la entrada correcta que se debe aplicar al sistema en lazo abierto para poder comparar ambos sistemas (lazo abierto y lazo cerrado) bajo las mismas condiciones de carga. La Figura 53 muestra un esquema de la comunicación entre la estructura, el control, el estimador y el actuador.



Figura 53. Esquema general del sistema estructura – controlador – actuador.

Una perturbación (sismo, carga vehicular etc.) ingresa al puente y provoca una respuesta estructural que puede ser medida por acelerómetros (aceleración absoluta) y llevada a desplazamientos (en metros), esa respuesta es llevada al control robusto que calcula por criterios energéticos la fuerza disipativa óptima para rechazar la perturbación ayudado de la lectura de la velocidad actual del vástago

del MR (por ejemplo con un LVDT<sup>137</sup>), esa fuerza óptima calculada es la entrada al estimador MR inverso que también toma la velocidad actual del vástago y calcula una variable evolutiva que depende del tiempo y también calcula el voltaje de control que debe ser aplicado a la bobina del amortiguador MR, éstas dos señales son enviadas al actuador (amortiguador MR) para que gracias a sus propiedades de viscosidad variable y ejerza la fuerza disipativa que debe ser exactamente igual a la calculada por el control robusto, teniendo en cuenta limitaciones físicas del amortiguador, es decir, el controlador robusto puede calcular un valor de fuerza que está por encima de las capacidades del amortiguador (caso que pudiera esperarse durante un sismos) pero el amortiguado MR solo actúa según sus capacidades (Fuerza máxima con la corriente máxima admisible), esto se logra gracias al algoritmo de control que está diseñado teniendo en cuenta el signo y la magnitud de la fuerza requerida y la fuerza actúa del amortiguador de manera que si ambas fuerza tiene el mismo sentido la corriente es máxima para ejercer la disipación requerida, en cambio si el signo de las dos fuerza es opuesto el amortiguador queda sin corriente funcionando simplemente como un amortiguador de fluido viscoso no controlable. Por ejemplo, si la fuerza requerida debe ser hacia abajo y la fuerza que está ejerciendo el amortiguador es hacia abajo entonces la corriente es máxima, si en cambio la fuerza requerida es hacia abajo, pero la fuerza actual que ejerce el amortiguador es hacia arriba la bobina se queda sin corriente y el amortiguador se ablanda para no sobrepasar el grado de oposición requerido y no causar sobre esfuerzos en la estructura. Es por esta razón que el control robusto permite lograr una disipación óptima sin causar una fuerza de oposición tal que el amortiguador se convierta temporalmente en un arriostramiento o apoyo en el punto de contacto (la mitad de la viga por ejemplo) lo cual sería perjudicial en términos de esfuerzos y

<sup>&</sup>lt;sup>137</sup> <u>https://sensores-de-medida.es/catalogo/sensor-de-desplazamiento-lineal-lvdt-sx20/</u>

además podría llevar a la viga a oscilar fácilmente en modos superiores de flexión (segundo modo).

Los sensores utilizados para medir aceleraciones deben ubicarse en puntos relevantes dentro de la estructura, por ejemplo, la mitad del puente (L/2), cada (L/4) etc dependiendo del nivel de precisión que se requiera en una aplicación específica, dichas ubicaciones se reflejan en la matriz que acompaña al vector de estados en la ecuación de salida (Ver ecuación 5.24).

Actualmente el mercado cuenta con gran variedad de sensores dependiendo de la aplicación<sup>138</sup>, rango de frecuencias y condiciones de operación. En el caso presente se debería utilizar por ejemplo acelerómetros industriales que tiene mediciones de  $\pm$  600 *g* y cuya resistencia supera sustancialmente las condiciones de operación ya que la industria reporta límites de destrucción de 5000 g que está bastante lejos de las condiciones de operación reales<sup>139</sup>.

La preocupación actual sin embargo no reside en la capacidad o resistencia de los sensores utilizados si no en la fiabilidad de funcionamiento de la instrumentación en casos de emergencia, por ejemplo, garantizar alimentación eléctrica continua a los sensores, estabilidad en la comunicación entre sensores y controladores y baja sensibilidad a ruidos.

Las relaciones internas de los elementos en lenguaje de bloques dentro del entorno de trabajo de SIMULINK ®. Es mostrada en la Figura 54.

<sup>&</sup>lt;sup>138</sup> <u>https://www.mmf.de/produktliteratur.htm#kataloge</u>.

<sup>&</sup>lt;sup>139</sup> <u>https://www.mmf.de/pdf/1-10.pdf</u>





En la Figura 54 se observa la interacción estructura (Puente) con el controlador robusto y con el sistema MR inverso + MR. Es importante señalar como funciona el diagrama de bloques y como interactúa con el código del workspace de MatLab ®

En el workspace con unas determinadas propiedades se calcula el sistema en espacio de estados y junto a las incertidumbres se genera una planta generalizada que se carga dentro del bloque Puente en SIMULINK®. La señal de perturbación se carga desde el workspace y se trae a SIMULINK® en el bloque signal. los modelos del amortiguador MR y el estimador MR inverso se montan directamente dentro de SIMULINK® ya que son totalmente independientes del diseño del controlador Robusto.

Los resultados de la simulación son cargados en el bloque VAR que es llamado dentro del código del workspace de manera que desde el código se realiza la simulación ejecutando el modelo de SIMULINK® en segundo plano y los resultados se llevan nuevamente al workspace permitiendo ver los mismos resultados

corriendo el código o abriendo y simulando el modelo de SIMULINK®. Los resultados al ejecutar el código son mostrados en la Figura 55.

Al abrir el modelo de SIMULINK y correr la simulación se observan los resultados de la Figura 56, Figura 57 y la

Figura 58.



Figura 55. Resultados de la simulación desde el workspace.



Figura 56. Respuesta estructural (en metros) del sistema 1GDL con control y sin control.



# Figura 57. Fuerza (en Newton) calculada por el controlador Fk vs fuerza del MR



# Figura 58. Perturbación (componente vertical del sismo)

#### Al observar la

Figura 56 se ve claramente el efecto positivo de la implementación del amortiguador MR, una mirada inicial muestra que la señal sin control de 3.8 cm se reduce con la implementación del control aproximadamente a 1.2 cm, es decir alrededor del 32 %. Además, se observa que aproximadamente después de 8 segundos las oscilaciones prácticamente se anulan y la señal sin control todavía tienen muchas más oscilaciones que, aunque son de menores amplitudes si tiene efectos importantes en la estructura desde el punto de vista de la fatiga de los materiales.

Una manera de medir el grado de mitigación logrado con la implementación del control es mediante los índices de desempeño que han sido definidos en investigaciones relacionadas y cuya selección depende de la aplicación y la variable que queremos relacionar <sup>140</sup>. En el caso presente la pretensión es reducir las oscilaciones debidas a la flexión de la viga luego se debe aplicar el índice definido de la siguiente manera:

Desplazamiento pico normalizado en el centro de la viga controlada respecto al desplazamiento en el centro de la viga no controlada:

$$J_{3} = max_{i,t} \left\{ max_{i,t} \left| \frac{y_{mi}(t)}{y_{0m}^{max}} \right| \right\}$$
(7.16)

En el siguiente capítulo se calcula el índice de desempeño para comparar los resultados del comportamiento del controlador para la viga de 1 GDL con los resultados para la viga de varios grados de libertad.

<sup>&</sup>lt;sup>140</sup> TAN, Ping y AGRAWAL, Anil K. (2009), Benchmark structural control problem for a seismically excited highway bridge—Part II: Phase I Sample control designs. Struct. Control Health Monit., 16: 530-548. <u>https://doi.org/10.1002/stc.300</u>

La Figura 57 muestra la fuerza calculada por el controlador robusto comparada con la fuerza efectivamente ejercida por el amortiguador MR sobre la estructura; entre 0 y 5 segundos son evidentes tramos en los cuales la señal del MR (señal roja) es truncada debido a la presencia del saturador que limita la acción de control acotada en 100 toneladas de capacidad del amortiguador, en caso de ubicar un MR debajo de cada carril de la vía sobre el puente debe modificarse la ganancia a la entrada del puente para reflejar el efecto combinado de amortiguadores en paralelo, sin embargo para el caso presente es evidente que la acción de un solo amortiguador (en la configuración ideal planteada) es suficiente; naturalmente se trata de un caso ideal de estudio con la fuerza actuando de forma vertical directamente en la mitad del Span del puente, más adelante se mostrará el procedimiento para representar una configuración más real de montaje del amortiguador. Se muestra además que una vez superada la zona donde la fuerza necesaria es mayor a la capacidad del amortiguador, la fuerza de restricción ejercida por el amortiguador sobre la estructura sigue prácticamente de forma exacta la fuerza calculada por el controlador robusto, mostrando la precisión y efectividad del bloque MR inverso + MR.

La

Figura 58 muestra la perturbación utilizada en el estudio que corresponde a la componente vertical de un sismo de prueba (Morgan Hill); el uso de un sismo permite observar el comportamiento de la estructura ante una perturbación de un amplio rango de frecuencias situación que motiva directamente el uso de dispositivos semi-activos; en el modelo de SIMULINK® se utilizó la señal acompañada de ganancias que permiten utilizar el sismo en términos de desplazamiento como viene la señal originalmente o fuerza sobre la estructura debido a que el modelo de espacio de estados para el lazo abierto recibe carga

directamente como fuerza; sin embargo en modelo en lazo cerrado tiene como señal de referencia desplazamiento nulo respecto de la elástica y la perturbación debe estar en términos de desplazamiento.

## 8. RESULTADOS PARA EL SISTEMA DE VARIOS GDL Y MONTAJE DE AMORTIGUADORES LATERALES

En este capítulo se realiza la prueba del montaje propuesto para el amortiguador MR que se acerca un poco más a la realidad estructural partiendo de los resultados para el sistema simplificado de un solo grado de libertad del capítulo anterior y de las equivalencias entre sistemas de carga sobre la viga que se detallan en el ANEXO 2. Los resultados tienen en cuenta la aproximación de flexión pura donde el aporte principal en la respuesta estructural está dado por el primer modo de vibración, despreciando torsiones, flexiones transversales y modos de flexión en altas frecuencias.

#### 8.1 MONTAJES DE AMORTIGUADORES MR EN PUENTES

La síntesis del controlador es un procedimiento matemático que tiene en cuenta un asunto de carácter energético a partir de modelos ideales simplificados como es el modelo de un solo grado de libertad, es decir un puente de propiedades homogéneas, con lozas simplemente apoyadas, cuya respuesta es básicamente la flexión en el plano vertical en el modo de vibración más bajo del sistema. Respecto a la solución matemática se tiene satisfacción teniendo en cuenta la equivalencia de sistemas respecto al criterio energético y la respuesta con las simplificaciones señaladas; sin embargo, respecto a la posibilidad real de implementación del amortiguador, se debe tener en cuenta además del controlador, una propuesta de disposición según asuntos estructurales y de montaje; La literatura presenta diversos montajes de amortiguadores, por ejemplo:

**8.1.1 Amortiguadores Directamente Debajo del Puente**<sup>141</sup>. Tiene la ventaja de aprovechar muy bien la fuerza del amortiguador ya que la resultante total actúa sobre la estructura, pero desaprovecha el espacio debajo del puente y requiere condiciones de infraestructura civil que en ocasiones no es posible.

Figura 59. Montaje de un MR debajo del puente.



**Fuente:** LUU, Mai. Structural Control Systems in High-speed Railway Bridges. Zur Erlangung des akademischen grades eines Doktor-Ingenieur an der Fakultät Bauingenieurwesen der Bauhaus-Universit ät Weimar. Weimar, August 2014, p. 147.

<sup>&</sup>lt;sup>141</sup> HURTADO GÓMEZ, Jorge Eduardo. Análisis matricial de estructuras: curso con MATLAB. Sin editorial, Manizales, Colombia. Universidad Nacional de Colombia. 2013 (No publicado).

**8.1.2.** Amortiguadores en Diagonal Sobre los Apoyos del Span<sup>142</sup>. No interrumpen el espacio inmediatamente debajo de la loza pero si ocupan un espacio en los costados junto a los apoyos de la loza además por su ángulo de 45° desaprovecha la fuerza del amortiguador y genera componentes horizontales que según el modo de vibración pueden generar fuerzas axiales y esfuerzos indeseados sobre la loza.

Figura 60. MR en diagonal sobre los apoyos del puente.



 Fuente: JIANG, Zhaoshuo. Increasing Resilience in Civil Structures using Smart

 Damping Technology. Disertación para obtener el título de Doctor de Filosofía,

 Connecticut, Universidad de Connecticut. 2012, p. 150. [Consultado el 6 de octubre

 de
 2015].

 Disponible
 en:

 https://www.researchgate.net/publication/268409380\_Increasing\_Resilience\_in\_Ci

 vil\_Structures\_Using\_Smart\_Damping\_Technology.

<sup>&</sup>lt;sup>142</sup> JIANG, Zhaoshuo. Increasing Resilience in Civil Structures using Smart Damping Technology. Disertación para obtener el título de Doctor de Filosofía, Connecticut, Universidad de Connecticut. 2012, p. 150.

## 8.1.3 Amortiguadores Sobre Cables. No aplican en puentes tipo loza.

**8.1.4 Amortiguadores Horizontales Debajo las Lozas del Puente**<sup>143.</sup> Aprovechan bien el espacio debajo del puente, tienen una disposición económica en cuanto al montaje pero que dependen de la proyección de la armadura de montaje para el aprovechamiento de la fuerza de amortiguamiento.

Figura 61. Montaje de amortiguador MR en paralelo debajo de la loza.



**Fuente:** TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F. Supplemental energy dissipation: state-of-the-art and state-of-the-practice. *Engineering Structures* [En línea], marzo de 2002, vol. 24, nro. 3, pp. 243 – 259. [Consultado el 27 de octubre de 2015]. Disponible en: <u>https://doi.org/10.1016/S0141-0296(01)00092-X</u>.

**8.1.5 Montaje Propuesto**. Se presenta en este estudio una disposición diagonal con un gran ángulo de elevación (mayor a 70°) a fin de superar de algún modo las

<sup>&</sup>lt;sup>143</sup> ORTEGA, Manuel G y RUBIO, Francisco R., Op. Cit. p. 89–98.

dificultades de los montajes previos además de permitir una acción de fuerzas equivalentes muy cercana a los resultados obtenidos en los sistemas equivalentes de fuerzas del ANEXO 2. El montaje propuesto supone exigencias de tipo constructivo, estructural y económico que no son objeto de discusión en este trabajo, pero presentan ventajas y características particulares que son acordes con los objetivos propuestos, de manera que se justifica su planteamiento.

Figura 62. Montaje propuesto para el amortiguador MR



El montaje propuesto permite una línea de acción de la fuerza del amortiguador que lo hace girar muy poco, luego la componente de fuerza no útil es muy pequeña, hay una pérdida de fuerza debido a la relación de palanca en el eslabón sin embargo es inevitable si se requiere aprovechar el espacio debajo del puente, pero hay una notable diferencia en la pérdida comparada con la propuestas de montajes con estructuras proyectantes como la de la Figura 61 y otras propuestas donde acortan la longitud de la armadura para reducir la proyección de la estructura por debajo del puente, ya que se reduce el efecto de la fuerza y el momento de control requerirá mayor esfuerzo del amortiguador.

#### 8.2 PROPORCIÓN DE CARGA PARA VIGAS EQUIVALENTES

Para iniciar el estudio, se requiere utilizar los resultados del ANEXO 2 donde se trata el sistema equivalente de cargas concentradas en una viga simplemente apoyada. Allí se encontró que teniendo una proporción de **16P<sub>2</sub>=9P**<sub>1</sub> donde P<sub>1</sub> es una carga concentrada en el centro de la viga y P<sub>2</sub> es una de las dos cargas concentradas ubicada a L/3 de los apoyos se consiguen elásticas aproximadamente iguales en los dos casos comparados y al medir la flecha local en la ubicación de las cargas es decir a L/3 se produce un error cercano al 4% por lo cual se utilizará esta proporción en las pruebas a continuación.

#### 8.3 DESCOMPOSICIÓN VECTORIAL DE FUERZAS EN EL ESLABÓN



Figura 63. Descomposición vectorial y relación de palanca.

En la Figura 63 se observan las relaciones necesarias para llevar la fuerza deseada  $P_1$  calculada por el controlador robusto y aplicada en la mitad de la loza y convertirla en la fuerza que efectivamente actúa según la disposición sugerida  $F_{MR}$ . Los

resultados dependen del ángulo de instalación, según las dimensiones del puente, las dimensiones del amortiguador MR y la sugerencia de montaje se muestran lo resultados para  $\alpha = 20^{\circ}$ .

$$F_{MR} = \frac{2}{\cos 20^{\circ}} \left(\frac{9}{16} \cdot P_1\right) = 1, 2 \cdot P_1 \tag{8.1}$$

Según el resultado de la ecuación (8.1), la fuerza de control deseada calculada por el controlador robusto debe multiplicarse por una ganancia de 1,2 y aplicarse en ambos lados del puente a L/3 como se sugirió el montaje y según resultados del anexo 2.

## 8.4 SIMULACIÓN DEL SISTEMA

Se simulará el comportamiento del modelo propuesto, es decir, la viga discretizada en 6 elementos finitos (Figura 64), con la aplicación de las fuerzas de control de los dos amortiguadores MR ubicadas en los nodos 3 y 5 según el montaje propuesto en la Figura 62 y los resultados de la ecuación 8.1.



Figura 64. Viga discretizada en 6 EF. Con GDL restringidos (rojo).

El modelo de SIMULINK® utilizado se muestra en la Figura 65 y tiene las siguientes características:

Se observa una señal de entrada que viene desde el Workspace que corresponde al sismo de prueba Morgan Hill; esta señal está generada en términos de desplazamiento, cuando la señal es la entrada a la planta debe ser convertida a fuerza, si la señal es una perturbación a la salida de la planta será desplazamiento, además se tiene una señal de referencia igual a cero.



Figura 65. Modelo de SIMULINK lazo abierto y cerrado sistema 1GDL y VGDL

Las estructuras de la parte superior son la simulación de la viga discretizada en seis elementos finitos sin incertidumbres, en la parte inferior se simula la viga como un sistema generalizado de un solo grado de libertad teniendo en cuenta sus incertidumbres.

En rojo se marcan los sistemas de lazo abierto, es decir solo se aplica el sismo pero no las fuerzas de control de los amortiguadores MR, en azul se marcan los sistemas de lazo cerrado los cuales tienen la señal de perturbación del sismo como adición a la salida de la planta y tienen como entrada las fuerzas de control de los amortiguadores MR.

El controlador K viene desde el Work Space y se calculó para el sistema generalizado de un solo grado de libertad con incertidumbres, es decir, se calcula tomando el puente como un sistema generalizado de un solo grado de libertad con incertidumbres y la fuerza deseada se aplica a la viga discretizada en 6 EF para realizar la comparación de respuestas.

La señal de control que calcula el controlador K se satura teniendo en cuenta la capacidad de 1 amortiguador ubicado directamente bajo el puente en L/2, la fuerza deseada para mitigar los efectos del sismo se divide en dos amortiguadores ubicados según la disposición sugerida a ambos lados de la loza.

En el modelo de 6 EF para el lazo cerrado la fuerza del MR se multiplica por una ganancia de 1,2 según se calculó anteriormente y se ubica sobre los nodos 3 y 5 con la matriz de localización del modelo, el sismo es una perturbación a la salida de la planta.

El modelo de 6 EF de lazo abierto tiene como entrada el sismo convertido a fuerza y es localizado en el centro de la viga (nodo 4) de manera que se tenga una

referencia correcta respecto a la simulación del sistema generalizado de un solo grado de libertad.

Aunque el controlador K podría cargarse desde el Workspace de la simulación de cálculo del controlador robusto (capítulo 5) se simuló nuevamente para tener en un solo diagrama las respuestas con control y sin control del sistema generalizado de un solo grado de libertad junto con la respuesta con control y sin control de la viga discretizada en 6 elementos finitos con la implementación de amortiguadores MR según la disposición sugerida, además un diagrama completo aporta mayor claridad.

Los resultados esperados se consiguen con la lectura de los osciloscopios 4 y 1 de la Figura 65. Se espera obtener resultados parecidos, ya que se ha demostrado la equivalencia entre el sistema generalizado de un solo grado de libertad y un sistema discretizado en varios elementos finitos, además de las relaciones algebraicas señaladas hasta ahora.

En la Figura 66 y la Figura 67 se muestran las respuestas estructurales de las simulaciones para una de las plantas del sistema de un 1GDL con incertidumbres y la respuesta para el sistema con varios GDL sin incertidumbres.



# Figura 66. Respuesta estructural para una de las plantas del sistema de 1GDL



Figura 67. Respuesta estructural para la planta nominal con varios GDL

Cuadro 18. Estadísticas de simulación para 1GDL y VGDL



El Cuadro 18 muestra las estadísticas de una simulación para el sistema de 1GDL y el sistema de VGDL, ambos sistemas están intervenidos por el mismo controlador, de manera que calculando los índices de ambos sistemas se pueden observar las diferencias en el efecto logrado por el controlador en ambos sistemas.

Recordando la ecuación (6.16) para la respuesta máxima normalizada en el centro de la viga controlada respecto a la respuesta pico en el centro de la viga no controlada, tenemos:

$$J_3 = \max_{i,t} \left\{ \max_{i,t} \left| \frac{y_{mi}(t)}{y_{0m}^{max}} \right| \right\}$$
(8.2)

Según los datos del Cuadro 18 se tiene un índice de desempeño de:

$$J_{3,1GDL} = \frac{1,274}{4,043} = 0,315 \tag{8.3}$$

$$J_{3,VGDL} = \frac{1,174}{5,297} = 0,22 \tag{8.4}$$

El resultado (8.3) indica una atenuación al 32% de la respuesta pico sin control para una de las plantas del sistema de 1GDL y el resultado (8.4) indican una atenuación al 22% de la respuesta pico sin control para el sistema de VGDL sin incertidumbres. Nótese que la respuesta pico es diferente en ambos casos debido al efecto de las incertidumbres ya que en (8.3) se simuló aleatoriamente una de las plantas que pudiera estar cerca o muy lejos de la planta nominal.

Para obtener una visión más global se incluye la información del Cuadro 19 donde se muestran varios índices calculados para varias plantas del espacio de incertidumbre y el índice en cada simulación para la planta de varios GDL; se puede observar que el índice de desempeño para el sistema de 1GDL oscila entre 0,21 y 0,32, en cambio el índice del sistema de varios grados de libertad se mantiene en 0,21 lo que indica que para el sistema nominal se logra atenuar hasta el 21 % de la amplitud máxima en el centro de la viga no controlada, en cambio para el sistema con incertidumbres las atenuaciones varían entre el 21 % y 32% obviamente debido a la variación de parámetros en cada ciclo de simulación. Sin embargo, pudiera tenerse en cuenta <u>que la aplicación del controlador de este estudio permite atenuar</u> <u>las oscilaciones aproximadamente al 30 % de la respuesta máxima no controlado.</u>
PRUEBA	J <sub>3,1GDL</sub>	J <sub>3,VGDL</sub>
1	$\frac{1,042}{5,03} = 0,21$	$\frac{1,123}{5,346} = 0,21$
2	$\frac{1,047}{4,99} = 0,21$	$\frac{1,123}{5,346} = 0,21$
3	$\frac{1,183}{5,19} = 0,23$	$\frac{1,123}{5,346} = 0,21$
4	$\frac{1,55}{5,8} = 0,27$	$\frac{1,123}{5,346} = 0,21$
5	$\frac{1,6}{5} = 0,32$	$\frac{1,123}{5,346} = 0,21$
6	$\frac{1,372}{6,125} = 0,22$	$\frac{1,123}{5,346} = 0,21$
7	$\frac{1,274}{4,24} = 0,3$	$\frac{1,123}{5,346} = 0,21$
8	$\frac{1,26}{4,82} = 0,26$	$\frac{1,123}{5,346} = 0,21$
9	$\frac{1,26}{4,82} = 0,26$	$\frac{1,123}{5,346} = 0,21$
10	$\frac{1,572}{5,357} = 0,29$	$\frac{1,123}{5,346} = 0,21$

Cuadro 19. Índices de desempeño para pico máximo en varias simulaciones

# 8.5 RESPUESTA EN LAZO ABIERTO

Al comparar las respuestas en lazo abierto en ambos sistemas se tienen diferencias máximas de:

$$\varepsilon_1 = \left| \frac{5,346 - 6,125}{5,346} \right| * 100 = 14,6\%$$
 (8.5)

El resultado de (8.5) significa un error cercano al 15 % en lo referente a la lectura de la salida del sistema usado porque el sistema de varios grados de libertad generar mayor detalle en el cálculo de las deflexiones, además el sistema generalizado de 1GDL ha tomado modelos aleatorios dentro de un abanico de posibilidades teniendo en cuenta incertidumbres del 15% al 20% por lo cual los resultados para la planta nominal deben ser mucho más cercanos a los encontrados con el sistema de un solo grado de libertad. En la respuesta de lazo abierto del sistema de 6 elementos finitos se nota además de la componente principal de deflexión otras componentes de alta frecuencia correspondientes a modos de vibración superiores, sin embargo, la forma básica de la respuesta corresponde a la flexión en el plano principal y las componentes de alta frecuencia no generaron un efecto apreciable en la acción de control y en la respuesta estructural controlada como se menciona a continuación.

#### 8.6 RESPUESTA EN LAZO CERRADO

Como se observó con los datos suministrados en el **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** la menor atenuación fue el 32 % de la respuesta pico, el mejor caso el 21% lo cual deja ver junto con otros resultados no mostrados que se tiene aproximadamente un rango de atenuación entre el 21 y 35%, es decir: <u>La aplicación del control robusto semi activo para el sistema estudiado logra atenuaciones alrededor del 33% de la respuesta pico; es decir, se logra controlar el sistema de manera que la respuesta se reduce a la tercera parte de la respuesta máxima en el centro de la viga sin control.</u>

#### Acción de control

Como se mencionó anteriormente a pesar de haber tomado lecturas de lazo abierto bastante diferentes correspondientes a lo alejado de un modelo real del modelo teórico es decir la plantas con incertidumbre respecto de plantas nominales cuando se observan las respuestas en lazo cerrado se obtienen resultados prácticamente iguales en la respuesta estructural con acción de control lo que indica que un mismo controlador puede mitigar de igual manera dos sistema que difieren en la respuesta estructural y en sus parámetros incluso en porcentajes cercanos al 20% que teniendo en cuenta las dimensiones del problema es un porcentaje bastante grande.

Resultados semejantes al anterior se observan en la respuesta estructural del sistema de 1GDL con incertidumbres en donde la respuesta en lazo abierto muestra señales parecidas, pero de amplitudes diferentes, en cambio la respuesta en lazo cerrado para las plantas seleccionadas aleatoriamente presenta respuestas prácticamente iguales.

## 8.7 MÉTODO PROPUESTO

Puede considerarse que el método propuesto funciona debido a que la respuesta controlada en los dos sistemas (cuando están cerca en sus parámetros) comparados fue prácticamente igual (error del 1,74%) teniendo en cuenta que en cada caso la realimentación de estados fue la deflexión en el centro de la viga según cada sistema por separado, además la aplicación de la fuerza de control tuvo en cuenta por un lado aproximaciones del sistema generalizado de un solo grado de libertad y por otro las condiciones de rigor del método de espacio de estados aplicado a sistemas de varios grados de libertad además del procedimiento

algebraico propuesto para la equivalencia de los dos siste	lemas.
------------------------------------------------------------	--------

#### 9. DISCUSIONES Y SUGERENCIAS

Los resultados del Cuadro 19 muestran que la simulación en lazo cerrado y lazo abierto para los dos sistemas comparados son semejantes en el sentido que cuando la planta simulada se acerca a la nominal se obtienen índices de desempeño iguales, es decir la misma atenuación, lo que demuestra que se introduce un error pequeño al tratar el sistema como un sistema generalizado de un solo grado de libertad, además que el montaje sugerido está acorde con los resultados esperados. Cuando los parámetros de la planta simulada se alejan bastante de la planta nominal se obtiene un cambio en la atenuación del 21% (mejor caso) al 33% (peor caso) lo que significa una diferencia del 12% en la atenuación lograda cuando las plantas comparadas están muy alejadas respectos a los valores de sus parámetros.

Lo más importante de los resultados encontrados es la efectividad y futura aplicabilidad del método propuesto en donde se ha tomado ventaja del principio de superposición al tratar la fuerza de control como una fuerza externa que no se involucra en el cálculo del controlador, además el hecho de calcular el controlador tomando el sistema de 1GDL y luego por métodos algebraicos y procedimientos del método de los elementos finitos involucrar éstos resultados en una viga discretizada en varios elementos tipo viga permite realizar la síntesis de un controlador robusto con el sistema más simple posible sin relacionar el controlador robusto con la complejidad estructural.

El método utilizado se puede aplicar a estructuras más complejas o solo a partes de la estructura ya que la simulación estructural para encontrar respuestas a diversas acciones puede ser independiente de la simulación referente a la síntesis del controlador robusto e incluso a la simulación de la implementación en disposición real de la fuerza de control sobre la estructura, lo cual es muy deseable ya en proyectos de control se espera trabajar con sistemas simplificados que logren captar la esencia fundamental del sistema que logren controladores de bajo orden y por otro lado el diseño estructural espera estudiar detalles más minuciosos del comportamiento de una estructura ante diversas acciones y aplicaciones más reales y cercanas a las posibilidades constructivas sin profundizar en asuntos matemáticos que no le competen al área.

Los pasos utilizados en el desarrollo de éste proyecto combinan procedimientos de la teoría de elementos finitos, modelado de sistemas en el espacio de estados, dinámica estructural y propiamente control robusto lo que muestra gran cantidad de posibilidades y aplicaciones que no necesariamente implican un controlador como por ejemplo la simulación híbrida en tiempo real, el estudio de salud estructural y la simulación de posibles modificaciones a estructuras que ya están construidas bien sea para reparación, mantenimiento, mejoras o ampliaciones.

El tratamiento de estructuras más complejas por ejemplo estructuras reticulares o tridimensionales puede hacerse de forma idéntica al método propuesto, ya que la diferencia radica en la formación de matrices y vectores de localización y salida y simplemente se obtendrán matrices de mayor tamaño, el reto está en el planteamiento de un sistema simplificado que permita obtener un sistema en espacio de estados que capte el fundamento del problema, sin embargo desde el análisis estructural pueden captarse comportamientos localizados de una estructura que pueden ser el insumo para el cálculo de los controladores y los métodos de los elementos finitos pueden permitir la implementación de las acciones de control encontrada en un modelo estructural más real y de mayor tamaño.

El diseño del control robusto sigue siendo dependiente de la búsqueda de las funciones de ponderación que, aunque tengan recomendaciones de diseño necesitan cálculos iterativos, métodos de prueba y error además de la pericia del diseñador lo que dificulta un poco el proceso, es muy deseable mejorar técnicas

186

matemáticas que permitan automatizar el proceso de búsqueda de matrices de ponderación a partir de la naturaleza de la planta a controlar.

El modelado en espacio de estados combinado con los métodos de ensamble de elementos finitos permite abordar gran cantidad de problemas bastante útiles incluso que no tienen que ver estrictamente con control, como por ejemplo la simulación hibrida en tiempo real, la salud estructural, y la estimación de cargas fluctuantes y móviles con implementación de pocos sensores. Otras opciones son el análisis dinámico estructural por espacio de estado y no por lo métodos integrales convencionales que facilitaría la solución computacional.

Se recomienda aplicar la metodología utilizada en problemas o estructuras con modos de vibración o dinámicas más complejas para observar hasta donde la simplificación del modelo permite encontrar soluciones óptimas.

Se sugiere además el estudio de vigas en modos de vibración más altos con la metodología utilizada, tomando lectura de velocidades localizadas y estimando la respuesta estructural con el uso de las matrices de funciones de forma, pero utilizando el modelo simplificado para el cálculo del controlador. Incluso podrían utilizarse varios controladores en paralelo generando diferentes fuerzas de control, con diferentes lazos realimentados por velocidades localizadas en los sitios de ubicación de los amortiguadores MR.

#### **10. CONCLUSIONES**

Los resultados de esta investigación muestran los beneficios logrados con la implementación de un algoritmo de control robusto aplicado a un dispositivo semiactivo (modelo matemático de amortiguador magneto-reológico) actuando sobre un modelo matemático de un puente vehicular tipo loza simplemente apoyada.

La comparación de la respuesta estructural del modelo antes y después de la implementación del control deja claro una reducción en la magnitud de la respuesta estructural ante una perturbación específica utilizada, la flecha en el centro de la viga es aproximadamente el 30% en el peor de los casos de la flecha máxima en el centro de la viga no controlada, además se obtiene de una reducción en el número de oscilaciones por intervalo de tiempo.

Los resultados generales calculados con el modelo simplificado y el control robusto diseñado se obtuvieron además con un modelo de puente de varios grados de libertad y además realizando una equivalencia de cargas aplicadas con el objetivo de estudiar una configuración realista en términos de montaje de un par de amortiguadores MR; la obtención de resultados similares en los dos casos, caso I (modelo simplificado y MR en el centro de la viga) y caso II (modelo de varios grados de libertad con una pareja de MR en los extremos y un montaje estructural más realista) muestra que fue adecuada y validada la aproximación del modelo de varios grados de libertad respecto de su simplificación como un sistema generalizado de un solo grado de libertad además que la implementación más realista requiere pasos adicionales de cálculo pero que condujeron a los resultados esperados desde el comienzo.

#### Modelo matemático del puente

Respecto al modelo matemático del puente se observó que fue efectiva la utilización de un modelo simplificado de un solo grado de libertad ya que permitió calcular un controlador de bajo orden con matrices de tamaños reducidos y resultados en la reducción de la respuesta estructural tal como eran esperados. El mismo controlador al ser implementado en un modelo de varios grados de libertad mostró resultados semejantes de manera que el controlador calculado es el adecuado, pero no el único naturalmente.

Al ubicar una fuerza de control en el centro de la loza existe el riesgo que dicha acción se convierta en un arriostramiento llevando la viga a oscilar en el segundo modo de flexión sin embargo gracias a la gestión del control robusto con base en métodos energéticos la magnitud de la fuerza de control es administrada y ejercida para lograr reducciones paulatinas de las deflexiones evitando así que la fuerza disipativa del amortiguador Magneto-Reológico actúe de forma brusca aumentando esfuerzo indeseados que irían en contra del objetivo principal y manteniendo la respuesta estructural con el principal aporte dado por el primer modo de flexión; el cálculo del controlador tiene en cuenta éstos efectos gracias a que la flexión tiene el mayor porcentaje representado en el primer modo y es ésta energía representada en el modelo simplificado la que sirve como insumo para el cálculo del controlador, además el hecho de tener en cuenta un amplio rango de incertidumbres permite tener un cálculo conservativo que genera la fuerza óptima deseada que es una fracción adecuada de una fuerza disipativa convencional de cualquier otro amortiguador viscoso no controlable, de ahí las ventajas de utilizar un dispositivo semiactivo de viscosidad controlable administrado por un controlador robusto.

La representación de la loza como una viga simplemente apoyada y ésta a su vez como un modelo simplificado de un solo grado de libertad con propiedades

generalizadas permitió trabajar con una matemática sencilla que simplificó el cálculo del controlador sin sacrificar validez de los resultados debido a que dicha simplificación está ampliamente justificada y apoyada matemáticamente además que las perturbaciones más sobresalientes sobre una loza simplemente apoyada generan flexión en el plano vertical que es la base teórica de dichas aproximaciones. Las incertidumbres paramétricas del modelo a pesar de ser grandes respecto a lo que pudiera presentarse en la vida real fueron óptimamente superadas por el controlador de manera que puede considerarse como un objetivo cumplido.

La representación matemática del puente junto a sus incertidumbre tiene varias maneras de tratarse dentro del código, pero el fundamento es el mismo: tratar las incertidumbres paramétricas como una perturbación al modelo nominal; al utilizar los comandos adecuados se pueden tener un modelo con incertidumbres en pocos pasos y el cálculo de un controlador robusto H infinito como un problema de sensibilidad mixta gracias a las funciones propias de Matlab para ésta tarea específica, sin embargo dentro del código un paso fundamental es la generación de las funciones de ponderación las cuales a pesar de su estructura sencilla y conocida son difíciles de generar y dependen en gran medida de la estimación y ajuste continuo que también presenta dificultades ya que la variación de éstos parámetros afecta el modelo y se puede pasar fácilmente de un sistema estable a uno inestable o que es estable pero dentro de un rango de frecuencia muy cercano a la frecuencia de resonancia y éste comportamiento no es lineal de manera que no se trata solo de ir aumentando o disminuyendo un parámetro si no de encontrar un sano equilibrio entre las ganancias en alta y baja frecuencia y las frecuencias de cruce que son las que dan forma a las funciones de ponderación; afortunadamente éste procedimiento tiene algunas recomendaciones que guían un poco y dan unos puntos de referencia de cada parámetro sin embargo el ajuste equilibrado de todos los componentes juntos depende en gran medida de cada diseñador y en éste trabajo se realizó manualmente de manera que no es un procedimiento estándar o sistemático en su totalidad aunque teniendo buenos conocimientos de programación pudiera tal vez generarse un código que tenga en cuenta unos puntos de partida y mediante bucles encuentre la combinación óptima de parámetros teniendo en cuenta como criterio el nivel de robustez deseado en un determinado problema de control.

Respecto al método utilizado de combinar la representación en espacio de estados con elementos finitos se tiene la ventaja de utilizar modelos complejos en forma simplificada y en el lenguaje común de bloques dentro de los ejercicios de control, la metodología utilizada permite además fraccionar una gran estructura tomar lectura de desplazamientos en un punto de interés, calcular una fuerza de control actuando en un determinado miembro y luego aplicar ésta fuerza variable en el tiempo nuevamente en la estructura completa, procedimiento utilizado en problemas de salud estructural y simulación híbrida en tiempo real.

#### Modelo MR y MR inverso

El modelo matemático del MR utilizado tiene una matemática compleja no lineal y su uso en sistemas de control requería un tratamiento adicional, ya que su fuerza tiene una ecuación exponencial cuyos parámetros son variables con una configuración polinómica de cuarto grado en función del tiempo; para poder controlar el amortiguador MR se debería controlar el voltaje aplicado de manera que la variable de interés (la fuerza) no es controlable directamente. En la literatura se logra este objetivo con el uso de controladores adicionales que realizan ésta tarea y usando una planta generalizada que incluye el amortiguador MR junto con su dinámica interna relacionada con voltaje y retrasos en el tiempo; otra opción es el uso de estimadores que fue la opción utilizada en éste trabajo cuyo resultado fue más que satisfactorio porque permitió alejar el amortiguador de la planta generalizada y utilizar de forma separada el estimador MR permitiendo manejar y revisar más fácilmente cada parámetro. La metodología utilizada permitió utilizar el

control estructural robusto únicamente para calcular la fuerza óptima deseada para mitigar los efectos de una perturbación específica utilizando solo variables relacionadas con la estructura y la carga; al calcular solo la fuerza requerida o deseada no se tiene en cuenta de donde, o de qué manera se realizará ésta fuerza de manera que la compleja dinámica no lineal del actuador no se introduce en la planta generalizada haciendo el cálculo del controlador más sencillo; una vez obtenida la fuerza deseada se procede a tratar el tema de como ejercer dicha fuerza que en el presente caso es el juego de bloques en serie entre el estimador MR inverso y el actuador MR cálculos que son totalmente independientes de la síntesis del controlador permitiendo configurar por ejemplo la acción de uno o mas actuadores, instalar saturadores según la capacidad o un rango de trabajo de los actuadores, o incluso utilizar otro tipo de actuadores con dinámicas internas diferentes al amortiguador MR utilizado. Con ésta metodología se logra que el controlador robusto lea la respuesta estructural (deflexión) en un instante dado para cierta perturbación y calcule la fuerza óptima requerida para reducir los efectos de dicha perturbación; ésta fuerza deseada es insumo junto con la velocidad actual del vástago del MR para que el bloque estimador MR inverso calcule el voltaje requerido, señal que es enviada al bloque actuador MR que recibiendo el voltaje de control y teniendo en cuenta también la velocidad actual del vástago del MR gracias a su dinámica interna que tiene en cuenta viscosidad variable, ciclo de histéresis y retrasos en el tiempo produce una fuerza viscosa que mitiga de forma óptima los efectos no deseados en la respuesta estructural cerrando así el ciclo de control.

Como trabajo futuro en ésta misma línea de acción se propone validar el controlador en modelos donde se utilicen varios modos de flexión para permitir tener deflexiones muy asimétricas de manera que su lectura sean dos señales tomadas por separado, llevadas a un ciclo de control independiente y al final la aplicación de una fuerza específica calculada en cada ubicación de los amortiguadores MR; comprendiendo la manera como trabaja el controlador calculado puede presumirse que el modelo podría funcionar ya que deflexiones que tienen en cuenta modos superiores tendrían otras componentes de flexión pero que a la larga serían simplemente deflexiones un poco mayores que el controlador sería capaz de manejar gracias al uso de las incertidumbres, además gracias a la dinámica del actuador cada MR puede manejar distintas magnitudes y sentidos de fuerza; para que un sistema así pueda funcionar deberá pensarse en el cálculo de un controlador calculado para una planta generalizada de varios grados de libertad con el contenido energético de la viga completa, luego dicho controlador se utiliza recibiendo lecturas de dos puntos de interés sobre la viga, de manera que se producirían dos fuerza deseadas que serán de diferentes magnitudes y sentidos pero acotadas en el mismo rango, después dichas fuerzas sería aplicada por cada MR según la ubicación específica gracias al uso de dos líneas de acción que contienen cada una el conjunto de bloques MR + MR inverso. Otra propuesta sería una extensión del presente trabajo calculando un solo controlador para la viga simplifica pero utilizándolo de forma duplicada y aplicando dos señales diferentes provenientes de una viga de varios grados de libertad, de manera que el controlador utilizado en dos puntos de la simulación calcularía las dos fuerzas deseadas de diferente magnitud y sentido cuya aplicación requiere líneas independientes cada una con un MR + MR inverso, cuya velocidad de vástago sería la velocidad en el nodo específico donde se ubica cada uno de los dos amortiguadores utilizados; sería como calcular el controlador capaz de manejar la viga completa pero al utilizarlo de forma duplicada se estaría repartiendo el trabajo y se le estaría solicitando una fuerza deseada menor cuyo cálculo proviene de puntos con deflexiones menores a la deflexión central de la viga a los cuales se le estaría suministrando una fuerza disipativa de control más baja ejercida por cada MR en cada extremo de la viga, es decir reemplazar un amortiguador central por dos amortiguadores extremos pero que funcionan de forma independiente, asincrónica, asimétrica y gobernados por dos controladores que tienen las mismas propiedades matemáticas.

#### **BIBLIOGRAFIA**

ALANBARI M. H.; DE LA SEN, Rafael G. y AVELLO, Agustín J. Selección de Pesos de Prestación y Estabilidad para Control Robusto. vol. 1, nro. 1, pp. 1–15. [Consultado el 20 de agosto de 2019]. Disponible en: http://intranet.ceautomatica.es/old/actividades/jornadas/XXIV/documentos/incon/21

5.pdf

BOERAEVE, P. THE 2-NODES BEAM ELEMENT. En: Introduction To The Finite Element Method (FEM). Institut Gramme – LIEGE, Enero 2010, pp. 23 – 30.

CASALOTTI, Arnaldo; ARENA, Andrea y LACARBONARA, Walter. Mitigation of post-flutter oscillations in suspension bridges by hysteretic tuned mass dampers. *Engineering Structures* [En línea]. 4 de Abril de 2014, vol. 69, pp. 62–71. [Consultado el 11 de Septiembre de 2015]. Disponible en: http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.03.001.

CHA, Young – Jin, et. al. Comparative studies of semiactive control strategies for MR dampers: Pure simulation and real-time hybrid tests. *JOURNAL OF STRUCTURAL ENGINEERING* [En línea], julio de 2013, vol. 139, nro. 7, pp. 1237 – 1248. [Consultado el 22 de marzo de 2017]. Disponible en: https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000639.

CHAKRABORTY, Subrata y ROY, Bijan Kumar. Reliability based optimum design of Tuned Mass Damper in seismic vibration control of structures with bounded uncertain parameters. *Probabilistic Engineering Mechanics* [En línea], abril de 2011, vol. 26, nro. 2, pp. 215 – 221. [Consultado el 9 de noviembre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/j.probengmech.2010.07.007.

CHAN, Ricky W. K. y ALBERMANI, Faris. Experimental study of steel slit damper for passive energy dissipation. *Engineering Structures* [En línea], abril de 2008, vol. 30, nro. 4, pp. 1058 – 1066. [Consultado el 27 de octubre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2007.07.005.

CHOPRA, Anil K. Dinámica de Estructuras. Traducido por: Jesús Elmer Murrieta Murrieta. Cuarta Edición. PEARSON EDUCACIÓN. México, 2014. 752 pag. ISBN: 978-607-32-2239-6.

CORAL ENRÍQUEZ, Horacio Andrés. Control Robusto Activo para la Minimización de Vibraciones en una Estructura Flexible de Tres Pisos bajo Excitaciones Sísmicas. Tesis de Maestría en Ingeniería con énfasis en Automática. Cali, Colombia. Universidad del Valle. Marzo de 2010, p. 168.

C.-L. Lee and Y.-P. Wang, "Seismic structural control using an electric servomotor active mass driver system," Earthquake Engineering Structural Dynamics [En línea]. mayo de 2014, vol. 33, nro. 6, pp. 737–754. [Consultado el 18 de noviembre de 2015] Disponible en: https://doi.org/10.1002/eqe.373

CRIVELLARO, Claudio; DONHA, Decio Crisol. LQG / LTR Robust Control Applied to Semi-active Suspension System Using MR Dampers. International Journal of Mechanical Engineering and Automation [En línea]. 25 de enero del 2015, vol.2, nro. 1, pp. 22 – 31. [Consultado el 28 de septiembre del 2020]. Disponible en: https://www.abcm.org.br/symposium-

series/SSM\_Vol5/Section\_II\_Control\_Systems/20671.pdf

DO, Xuan Phu; SHAH, Kruti y CHOI, Seung-Bok. Damping Force Tracking Control of MR Damper System Using a New Direct Adaptive Fuzzy Controller. Hindawi Publishing Corporation Shock and Vibration [En línea]. 26 de julio de 2015, vol. 2015, Article ID 947937. [Consultado el 21 de enero de 2016]. Disponible en: https://doi.org/10.1155/2015/947937.

DONG XU, Zhao. Horizontal shaking table tests on structures using innovative earthquake mitigation devices. *Journal of Sound and Vibration* [En línea], 7 de agosto de 2009. [Consultado el 9 de noviembre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/j.jsv.2009.03.019.

DYKE, Shirley Jane. Acceleration Feedback Control Strategies for Active and Semiactive Control Systems: Modeling, Algorithm Development, and Experimental Verification.Disertación para obtener el título de Doctora de Filosofía, Notre Dame Indiana, Departamento de Ingeniería Civil y Ciencias Geológicas, Universidad de Notre Dame. Julio de 1996. p. 274. ELSINAWI, Ameen; JHEMI, Ali y ALHAMAYDEH Mohammad. Linearized statespace model of the behavior of MR-fluid dampers. **5th International Conference on Modeling, Simulation and Applied Optimization (ICMSAO)**, Hammamet, 28 al 30 de abril de 2013, pp. 1-5. [Consultado el 28 de septiembre de 2018]. Disponible en: https://doi.org/10.1109/ICMSAO.2013.6552602

EL-SINAWI, Ameen; JHEMI, Ali y ALHAMAYDEH Mohammad. Optimal Control of Magnetorheological Fluid Dampers for Seismic Isolation of Structures. *Mathematical Problems in Engineering* [En línea]. 19 de mayo de 2013, Article ID 251935, pp. 1-7. [Consultado el 28 de septiembre de 2018]. Disponible en: https://doi.org/10.1155/2013/251935.

ERKUS, Baris; ABÉ, Masato; FUJINO, Yozo. Investigation of semi-active control for seismic protection of elevated highway bridges. *Engineering Structures* [En línea] Marzo del 2002, vol. 24, pp. 281–293. [Consultado el 21 de enero de 2016]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/S0141-0296(01)00095-5

ESPARZA, Carlos; NÚÑEZ, Rafael y GONZÁLEZ Fabio. (2013) Model Reference Adaptive Position Controller with Smith Predictor for a Shaking-Table in Two Axes. In: Batyrshin I., Mendoza M.G. (eds) Advances in Computational Intelligence. MICAI 2012. Lecture Notes in Computer Science, vol 7630. Springer, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-37798-3\_24

FERDAUS, Meftahul, et. al. Optimal design of Magneto-Rheological damper comparing different configurations by finite element análisis. *Journal of Mechanical* 

*Science and Technology* [En línea], 2014, vol. 28, pp. 3667 – 3677. [Consultado el 30 de enero de 2016]. Disponible en: http://dx.doi.org/10.1007/s12206-014-0828-5.

FISCO, Nicholas R. y ADELI, Hojjat. Smart structures: Part I—Active and semiactive control. *Scientia Iranica* [En línea], marzo 5 de 2011, vol. 18, nro. 3, pp. 275– 284. [Consultado el 29 de octubre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/j.scient.2011.05.034.

FISCO, Nicholas R. y ADELI, Hojjat. Smart structures: Part II - Hybrid control systems and control strategies. *Scientia Iranica* [En línea], marzo 5 de 2011, vol. 18, nro. 3, pp. 285–295. [Consultado el 29 de octubre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/j.scient.2011.05.035.

GANG, Mei; AHSAN, Kareem y KANTOR, Jeffrey C. Model Predictive Control of Structures under Earthquakes using Acceleration Feedback. *Journal of Engineering Mechanics-ASCE* [En línea], mayo de 2002, vol. 128, nro. 5, pp. 1-13. [Consultado el 13 de noviembre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2002)128:5(574)

GANG, Mei; AHSAN, Kareem y KANTOR, Jeffrey C. Real-time model predictive control of structures under earthquakes. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* [En línea], 5 de abril de 2001, vol. 30, nro. 7, pp. 995-1019. [Consultado el 13 de noviembre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1002/eqe.49

GOMEZ, Daniel; MARULANDA, Johannio, THOMSON, Peter. Control systems for dynamic loading protection of civil structures. DYNA [En línea]. Medellín julio de 2008, año 75, nro. 155, pp. 77 – 89. ISSN 0012-7353. [Consultado el 6 de noviembre de 2015]. Disponible en:

https://www.researchgate.net/publication/262546422\_Control\_systems\_for\_dynami c\_loading\_protection\_of\_civil\_structures

GU, Da – Wei; PETKOV, Petko Hristov; KONSTANTINOV, Mihail Mihaylov. Robust Control Design with MATLAB ®. 2 ed. Leipzig Alemania: Ed. Springer London, 2005. pp. 35 – 162. ISBN-10: 1852339837.

HALPERIN, Ido; AGRANOVICH, Grigory y RIBAKOV Yuri. Optimal LQR Control of Structures using Linear Modal Model. [En línea] 2005. [Consultado el 16 de noviembre de 2015]. Disponible en:

https://www.ariel.ac.il/sites/conf/mmt/mmt-2012/Service%20files/papers/4-32-41.pdf

HU, Guoliang, et al. Design, Analysis, and Experimental Evaluation of a Double Coil Magnetorheological Fluid Damper. *Hindawi Publishing Corporation Shock and Vibration* [En línea]. 12 de enero de 2016, vol. 2016, nro. 4184726, pp. 1-12. [Consultado el 21 de enero de 2016]. Disponible en: http://dx.doi.org/10.1155/2016/4184726. HURTADO GOMEZ, Jorge Eduardo. Análisis matricial de estructuras: curso con MATLAB. Sin editorial, Manizales, Colombia. Universidad Nacional de Colombia. 2013 (No publicado). [Consultado el 26 de febrero de 2016]. Disponible en: https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/12205.

HURTADO GÓMEZ, Jorge Eduardo. Introducción a la dinámica de estructuras. Sin editorial, Manizales, Colombia. Universidad Nacional de Colombia. 2000 (No publicado). [Consultado el 20 de abril de 2016]. ISBN: 958-9322-58-1. Disponible en: https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/12240.

JABBARI, Faryar y BOBROW James E. Vibration Suppression with Resettable Device. Journal of Engineering Mechanics [En linea]. Septiembre de 2002, vol. 128, nro. 9, pp. 916–924. [Consultado el 13 de noviembre de 2015]. Disponible en: https://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2002)128:9(916).

JIANG, Zhaoshuo, et. al. A comparison of 200 kN magneto-rheological damper models for use in real-time hybrid simulation pretesting. *Smart Materials and Structures* [En línea], 23 de mayo de 2011, vol. 20, nro. 065011, pp. 1-14. [Consultado el 16 de noviembre de 2015]. Disponible en: http://dx.doi.org/10.1088/0964-1726/20/6/065011.

JIANG, Zhaoshuo, et. al. Comparison Of 200 KN MR damper models for use in Real Time Hibrid Simulation. *5th World Conference on Structural Control and Monitoring 2010.* pp. 1–14, 2010. [Consultado el 16 de noviembre de 2015]. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/229036392\_COMPARISON\_OF\_200\_KN \_MR\_DAMPER\_MODELS\_FOR\_USE\_IN\_REAL-TIME\_HYBRID\_SIMULATION.

JIANG, Zhaoshuo. Increasing Resilience in Civil Structures using Smart Damping Technology. Disertación para obtener el título de Doctor de Filosofía, **Connecticut**, **Universidad de Connecticut**. 2012, p. 150. [Consultado el 6 de octubre de 2015]. Disponible en:

https://www.researchgate.net/publication/268409380\_Increasing\_Resilience\_in\_Civil\_Structures\_Using\_Smart\_Damping\_Technology.

JIANG, Zhaoshuo, et. al. Real-time hybrid simulation of a complex bridge model with MR dampers using the convolution integral method. *Smart Materials and Structures* [En línea], 4 de septiembre 2013, vol. 22, nro. 10, pp. 1 – 15. [Consultado el 12 de noviembre de 2015]. Disponible en: http://dx.doi.org/10.1088/0964-1726/22/10/105008

KANG, Jae-Do y TAGAWA, Hiroshi. Seismic performance of steel structures with seesaw energy dissipation system using fluid viscous dampers. *Engineering Structures* [En línea], noviembre de 2013, vol.56, pp. 431–442. [Consultado el 9 de noviembre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.05.015

KANITKAR, Ravindra, et. al. Seismic Retrofit of A Steel Moment Frame Structure Using Viscoelastic Dampers. *Journal Of Earthquake Technology* Nro. 383 [En línea], diciembre de 1998, vol. 35, nro. 4, pp. 207–219. [Consultado el 18 de noviembre de 2015]. Disponible en: http://home.iitk.ac.in/~vinaykg/lset383.pdf.

KARAMODIN, Abbas; KAZEMI, Hassan Haji, AKBARZADEH-T Mohammad-R. Semi-Active Control of Structures Using Neuro-Predictive Algorithm for MR Dampers. *Structural Control and Health Monitoring* [En línea]. 21 de octubre de 2008, vol. 17, nro. 3, pp. 237-253. [Consultado el 23 de Febrero del 2016]. Disponible en: https://doi.org/10.1002/stc.278

KHANMOHAMMADI HAZAVEH, Nikoo, et al. Mitigating Structural Response using Semi-active Viscous Dampers to Reshape Structural Hysteresis. Rotorua, Nueva Zelanda: 2015 New Zealand Society for Earthquake Engineering Annual Conference (NZSEE), 10-12 de abril de 2015, pp. 1-8. [Consultado el 13 de noviembre de 2015]. Disponible en: http://hdl.handle.net/10092/11001.

KHANMOHAMMADI HAZAVEH, Nikoo, et al. Reshaping structural hysteresis response with semi-active viscous damping. *Bulletin of Earthquake Engineering* [En línea], abril de 2017, vol. 15, pp. 1789 – 1806. [Consultado el 10 de diciembre de 2017]. Disponible en:

https://doi.org/10.1007/s10518-016-0036-z.

KORKMAZ, Sinan. A review of active structural control: challenges for engineering informatics. *Computers and Structures* [En línea], diciembre de 2011, vol. 89, nro. 23, pp. 2113–2132. [Consultado el 27 de octubre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2011.07.010.

KWON, Ho-Chul, KIM; Man-Cheol y LEE, In-Won. Vibration control of bridges under moving loads. *Computers & Structures* [En línea], 15 de febrero de 1998, vol. 66, nro. 4, pp. 473-480. [Consultado el 18 de noviembre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/S0045-7949(97)00087-4

LEMING, Sarah Kathryn. Bridge Weigh in Motion Algorithm for Estimating Axel Weights, Axel Spacing and Other Truck Parameters. Disertación para obtener el título de Doctora de Filosofía, Norman Oklahoma, Universidad de Oklahoma, 2002. P. 238.

LI, Chunxiang; LIU, Yanxia y WANG, Zhaomin. Active Multiple Tuned Mass Dampers: A New Control Strategy. Journal of Structural Engineering-asce [En línea]. Julio del 2003, vol. 129, nro. 7, pp. 972–977. [Consultado el 18 de noviembre de 2015]. Disponible en: http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2003)129:7(972)

LUU, Mai. Structural Control Systems in High-speed Railway Bridges. Zur Erlangung des akademischen grades eines Doktor-Ingenieur an der Fakultät Bauingenieurwesen der Bauhaus-Universit ät Weimar. Weimar, August 2014, p. 147.

LUU, Mai; MARTINEZ-RODRIGO, María D.; ZABEL, Volkmar y KÖNKE, Carsten. Semi-active magnetorheological dampers for reducing response of high-speed railway bridges. *Control Engineering Practice* [En línea], noviembre de 2014, vol. 32, pp. 147 – 160. [Consultado el 15 de octubre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2014.08.006. LUU, Mai; ZABEL, Volkmar y KÖNKE, Carsten. An optimization method of multiresonant response of high-speed train bridges using TMDs. *Finite Elements in Analysis and Design* [En línea], junio de 2012, vol. 53, pp. 13 - 23. [Consultado el 18 de octubre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/j.finel.2011.12.003.

MAKRIS, Nicos. Rigidity - plasticity - viscosity: Can electrorheological dampers protect base- isolated structures from near-source ground motions?. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* [En línea]. Mayo de 1997, vol. 26, nro. 5, pp. 571 – 591. [Consultado el 10 de octubre de 2017]. Disponible en: http://dx.doi.org/10.1002/(SICI)1096-9845(199705)26:5<571::AID-EQE658>3.0.CO;2-6.

MANIMALA, James M., et al. Dynamic load mitigation using negative effective mass structures. *Engineering Structures* [En línea], 1 de diciembre de 2014, vol. 80, pp. 458–468. [Consultado el 9 de noviembre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.08.052.

MASASHI, Yamamoto, et. al. Practical applications of active mass dampers with hydraulic actuator. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* [En línea], 5 de julio de 2001, vol. 30, nro. 11, pp. 1697–1717. [Consultado el 18 de noviembre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1002/eqe.88.

MUÑOZ, Edgar, et al. (2008). Seismic vulnerability and load carrying capacity studies of a steel bridge based on structural reliability. Revista ingeniería de construcción [En línea]. Diciembre de 2008, vol. 23, nro. 3, pp. 125-144. [Consultado

el 9 de noviembre de 2015]. Disponible en: https://dx.doi.org/10.4067/S0718-50732008000300001

NAGARAJAIAH, Satish y SUN, Xiaohong. Response of base-isolated USC hospital building in Northridge Earthquake. *Journal of Structural Engineering* [En línea], octubre 01 de 2000, vol. 126, nro. 10, pp. 1177-1186. [Consultado el 14 de octubre de 2015]. Disponible en:

http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2000)126:10(1177).

NISHITANI, Akira; NITTA, Yoshihiro y ISHIBASHI, Yoji. Semi-active Structural Control with Variable Friction Dampers. Proceedings of the 1999 American Control Conference, ACC, San Diego, pp.1017-1021, 1999.

OK, Seung – Yong, et. al. Semi-active fuzzy control of cable-stayed bridges using magneto-rheological dampers. *Engineering Structures* [En línea], mayo de 2007, vol. 29, nro. 5, pp. 776–788. [Consultado el 14 de enero de 2016]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2006.06.020.

ORTEGA, Manuel G y RUBIO, Francisco R. Systematic design of weighting matrices for the **H**<sub>∞</sub> mixed sensitivity problem. *Journal of Process Control* [En línea], febrero de 2004, vol. 14, nro. 1, pp. 89-98. [Consultado el 28 de septiembre de 2019]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/S0959-1524(03)00035-0.

ORUI, Satoshi; KURINO, Haruhiko y SHIMIZU, Kan. Control effect of semi-active switching oil damper installed in actual high-rise building during large earthquakes.

*The 14 th World Conference on Earthquake Engineering*. Octubre 12 – 17 de 2008. Beijin, China. pp. 1 – 8. [Consultado el 16 de noviembre de 2015]. Disponible en: http://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/14\_05-06-0085.PDF

PATTEN, William et al. A Primer on Design of Semiactive Vibration Absorbers (SAVA). *Journal of Engineering Mechanics* [En línea], enero 1998, vol. 124, nro. 9, pp. 61 – 68. [Consultado el 10 de noviembre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1998)124:1(61)

PINQI, Xia. An inverse model of MR damper using optimal neural network and system identification. *Journal of Sound and Vibration* [En línea], 2 de octubre de 2003, vol. 266, nro. 5, pp. 1009–1023. [Consultado el 28 de septiembre de 2019]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/S0022-460X(02)01408-6.

PREUMONT, André. Vibration Control of Active Structures, An Introduction. *Meccanica.* 1999, nro. 34, Solid Mechanics and its Applications, vol. 50, *Kluwer Academic Publishers* [En línea]. Dordrecht 1997, pp. 1-259. ISBN 0-7923-4392-1. [Consultado el 28 de septiembre de 2018]. Disponible en: http://dx.doi.org/10.1023/A:1004398914135

RASHID, Mahbub, et. al. ANSYS finite element design of an energy saving magnetorheological damper with improved dispersion stability. *Journal of Mechanical Science and Technology* [En línea], 11 de julio de 2015, vol. 29, nro. 7, pp. 2793– 2802. [Consultado el 30 de enero de 2016]. Disponible en: http://dx.doi.org/10.1007/s12206-015-0608-x RODRIGUEZ RUBIO, Francisco y LOPEZ SANCHEZ, Manuel J. Control Adaptativo y Robusto. Serie de ingeniería nro. 9. Universidad de Sevilla. Junio de 1996, p. 1-381. ISBN: 84-472-0319-0.

SPENCER, Billie; NAGARAJAIAH, Satish. State of the Art of Structural Control. *Journal of Structural Engineering* [En línea] 13 de Junio de 2003, vol. 129, pp. 845–856. [Consultado el 14 de octubre de 2015]. Disponible en: http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2003)129:7(845)

SPENCER, Billie; SAIN, Michael. Controlling buildings: a new frontier in feedback. **IEEE Control Systems Magazine** [En línea]. Diciembre de 1997, vol. 17, nro. 6, pp. 19-35. [Consultado el 27 de octubre del 2015]. Disponible en: http://dx.doi.org/10.1109/37.642972

SYMANS, Michael D. y CONSTANTINOU, Michael C. Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review. *Engineering Structures* [En línea], Junio de 1999, vol. 21, nro. 6, pp. 469–487. [Consultado el 27 de octubre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/S0141-0296(97)00225-3.

TAN, Ping y AGRAWAL, Anil K. (2009), Benchmark structural control problem for a seismically excited highway bridge—Part II: Phase I Sample control designs. Struct. Control Health Monit., 16: 530-548. https://doi.org/10.1002/stc.300

TANAKA, Toshiyuki, et. al. Recent applications of structural control systems to highrise buildings. *Earthquake Engineering and Engineering Seismology* [En línea], enero de 2003, vol. 4, nro. 1, pp. 75 – 93. [Consultado el 18 de noviembre de 2015]. Disponible en: http://www.ctsee.org.tw/pdf/200310/ee0401-06.pdf.

The MathWorks, Inc [En línea]. Impulse: Impulse response plot of dynamic system; impulse response data. [Consultado el 15 de marzo de 2015]. Disponible en: https://www.mathworks.com/help/control/ref/impulse.html

The MathWorks, Inc [En línea]. AUGW: Plant augmentation for weighted mixedsensitivity  $H_{\infty}$  and  $H_2$  loop-shaping design. [Consultado el 10 de junio de 2017]. Disponible en: https://www.mathworks.com/help/robust/ref/lti.augw.html

TSU TEH, Soong; SPENCER, Billie F. Supplemental energy dissipation: state-of-the-art and state-of-the-practice. *Engineering Structures* [En línea], marzo de 2002, vol. 24, nro. 3, pp. 243 – 259. [Consultado el 27 de octubre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/S0141-0296(01)00092-X.

TUDÓN MARTINEZ, Juan C.; MORALES MENENDEZ, Ruben. Adaptive Vibration Control System for MR Damper Faults. *Hindawi Publishing Corporation, Shock and Vibration* [En línea], 26 de julio de 2015, vol. 2015, nro. 163694, pp. 1-17. [Consultado el 13 de marzo del 2018]. Disponible en: https://doi.org/10.1155/2015/163694 TURNER, Matthew C; BATES, Declan G. Mathematical Methods for Robust and Nonlinear Control. Berlin Heidelberg: Ed. Springer Berlin. 2007. pp. 16-100. ISBN-10 1-84800-024-3.

VIEIRA CHAVES, Eduardo W. y MÍNGUEZ, Roberto. Aplicación del MEF a forjados. En: Mecánica computacional en la ingeniería con aplicaciones en Matlab. Ciudad Real, Universidad de Castilla-La Mancha, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, D.L. 2010. pp. 261 – 308. ISBN: 978-84-692-8273-1.

VILLAREAL CASTRO, Genner y OVIEDO SARMIENTO, Ricardo. Edificaciones con disipadores de energía. Asamblea Nacional de Rectores. Lima, 28 de agosto de 2009, p. 1-159. ISBN: 978-612-4011-09-2.

Disponible en:

http://blog.pucp.edu.pe/blog/wp-content/uploads/sites/109/2009/07/Disipadores-deenergia.pdf

WEBER, Felix; DISTL, Hans. Damping estimation from free decay responses of cables with MR dampers. *Hindawi Publishing Corporation. Scientific World Journal* [En línea]. 19 de febrero de 2015, vol. 2015, nro. 861954, pp. 1-14. [Consultado el 21 de enero de 2016]. Disponible en: http://dx.doi.org/10.1155/2015/861954

YANG, Yiqing; DAI, Wei y LIU, Qiang. Design and implementation of two-degree-offreedom tuned mass damper in milling vibration mitigation. *Journal of Sound and Vibration* [En línea], 20 de enero 2015, vol. 335, pp. 78–88. [Consultado el 27 de octubre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/j.jsv.2014.09.032. YE, X. W.; SU, Y. H. y HAN, Jianping. Structural Health Monitoring of Civil Infrastructure Using Optical Fiber Sensing Technology: A Comprehensive Review. *The Scientific World Journal* [en línea]. Julio 14 de 2014, vol. 2014, nro. 652329, pp. 1- 12. [Consultado el 27 de octubre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1155/2014/652329.

YEGANEHFALLAH, Arash; AHAMD ATTARI, Nader Khajeh. Robust control of seismically excited cable stayed bridges with MR dampers. *Smart Materials and Structures* [En línea]. 21 de Febrero del 2017, vol. 26, pp. 1-14. [Consultado el 17 de Agosto de 2017]. Disponible en: https://doi.org/10.1088/1361-665X/aa5bd4

ZHIQIANG, Zhang y THAMBIRAJAH, Balendra. Passive control of bilinear hysteretic structures by tuned mass damper for narrow band seismic motions. *Engineering Structures* [En línea], 11 de mayo de 2013, vol. 54, pp. 103–111. [Consultado el 27 de octubre de 2015]. Disponible en: https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.03.044.

# ANEXOS

# Anexo A. Validación de modelo simplificado del Puente como un sistema generalizado de un solo grado de libertad y su representación en espacio de estados.

Para comparar y validar los modelos presentados se va a solucionar un problema típico de la dinámica estructural; se trata de la respuesta estructural dinámica para una carga móvil. Cuando se realiza éste ejercicio desde el análisis estructural se plantea la variación de alguna función de interés (por ejemplo las reacciones) dependiendo de la posición de la carga externa, para poder encontrar la situación crítica (Líneas de Influencia). En el caso presente se desea conocer la respuesta dinámica de un punto de interés (el centro de la viga) como función del tiempo, debido a la carga que cambia de posición a lo largo de la viga. Este problema está resuelto en la literatura mediante la integral de Duhamel que es una integral de convolución, una vez obtenida la respuesta se resolverá el problema con el método de los elementos finitos y la representación en espacio de estados para confirmar la validez de la simplificación del elemento flexible como un sistema generalizado de un solo grado de libertad.

## Solución del problema de carga móvil sobre una viga simplemente apoyada

Modelo de la viga como un sistema generalizado de un solo grado de libertad.<sup>144</sup> Al considerar el sistema como un solo grado de libertad sencillamente se deben hallar las propiedades generalizadas de una sola masa concentrada cuya respuesta dinámica será en el primer modo de vibración, luego la solución parte de ésta suposición y de conocer la función de forma de éste modo.

<sup>&</sup>lt;sup>144</sup> CHOPRA, Anil K. Dinámica de Estructuras. Traducido por: Jesús Elmer Murrieta Murrieta. Cuarta Edición. PEARSON EDUCACIÓN. México, 2014. 752 pag. ISBN: 978-607-32-2239-6.

Al considerar el sistema como un sistema generalizado de un solo grado libertad y considerando la flexión principal tenemos que la función de forma modal y su segunda derivada respecto a x son:

$$\varphi(x) = \sin\frac{\pi x}{L} \tag{A.1}$$

$$\varphi^{\prime\prime(x)} = -\frac{\pi^2}{L^2} \sin \frac{\pi x}{L}$$
(A.2)

Determinación de propiedades generalizadas.

A partir de las ecuaciones (A.1) y (A.2) se determinan la masa y rigidez generalizada y con éstas se halla la frecuencia angular.

$$\bar{m} = \int_0^L m.\sin^2 \frac{\pi . x}{L}. \, dx = \frac{m.L}{2}$$
 (A.3)

$$\bar{k} = \int_0^L E.I. \left(\frac{\pi^2}{L^2}\right)^2 .\sin^2\frac{\pi . x}{L}. \, dx = \frac{\pi^4 . E.I}{2.L^3} \tag{A.4}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\bar{k}}{\bar{m}}} = \frac{\pi^2}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{E.I}{m}}$$
(A.5)

Todas estas definiciones están dadas bajo el análisis del sistema generalizado de un solo grado de libertad que analiza sistemas de masa y elasticidad distribuida con el principio de los desplazamientos virtuales<sup>145</sup>.

# Parte A. Definición de parámetros.146

Sea el problema propuesto de carga móvil sobre una viga bi-apoyada planteado a continuación:

<sup>&</sup>lt;sup>145</sup> Ibid. p. 319.

<sup>&</sup>lt;sup>146</sup> Ibid. p. 319.

Figura 68. Planteamiento del problema de carga movil.



Suposiciones:

- ✓ Se desprecia el amortiguamiento estructural.
- ✓ Se resuelve el problema de la flexión principal, solo se tiene en cuenta el primer modo de vibración que es el aporte principal a flexión.
- ✓ Se consideran conocidas las siguientes cantidades: masa por unidad de longitud "m", módulo de elasticidad "E", momento de inercia respecto al eje de flexión pura "I" y la longitud de la viga "L".

#### Resultado de fuerza generalizada.

Una carga que viaja a una velocidad v, tarda un tiempo td=L/v para cruzar la viga y se puede definir matemáticamente de la siguiente manera:

$$p(x,t) = \begin{cases} p_0 \cdot \delta(x - v \cdot t) & 0 \le t \le t_d \\ 0 & t \ge t_d \end{cases}$$
(A.6)

Para un sistema generalizado de un grado de libertad la fuerza generalizada con la función de forma supuesta al inicio de ésta solución se puede escribir como:

$$\bar{p}(t) = \int p(x,t).\,\varphi(x).\,dx \tag{A.7}$$

$$\bar{p}(t) = \begin{cases} \int_0^L p_0 \, \delta(x - vt) \, \sin(\pi x/L) \, dx & 0 \le t \le t_d \\ 0 & t \ge t_d \end{cases}$$
(A.8)

$$\bar{p}(t) = \begin{cases} p_0 \cdot \sin(\pi v t/L) & 0 \le t \le t_d \\ 0 & t \ge t_d \end{cases}$$
(A.9)

$$\bar{p}(t) = \begin{cases} p_0 \cdot \sin(\pi t/t_d) & 0 \le t \le t_d \\ 0 & t \ge t_d \end{cases}$$
(A.10)

La fuerza generalizada de la ecuación (A.10) es el pulso sinusoidal de medio ciclo que se muestra en la Figura 69.

Figura 69. Carga en función del tiempo.



Parte B. Solución para un solo grado de libertad mediante la integral de Duhamel

La ecuación del sistema generalizado despreciando el amortiguamiento es la siguiente:

$$\overline{m}\ddot{x} + \overline{k}x = \overline{p}(t) \tag{A.11}$$

La solución de la ecuación anterior para la carga de pulso sinusoidal puede encontrarse con la solución de la integral de Duhamel que después de algunas sustituciones queda<sup>147</sup>:

Para t≤t<sub>d</sub>:

$$\bar{x}(t) = \frac{2.p_0}{mL} \cdot \frac{1}{\omega^2 - (\pi \nu/L)^2} \cdot \left( \sin \frac{\pi \nu t}{L} - \frac{\pi \nu}{\omega_n L} \sin \omega_n t \right)$$
(A.12)

Para t≥t<sub>d</sub>:

$$\bar{x}(t) = -\frac{2.p_0}{mL} \frac{(2\pi\nu/\omega_n)\cos(\omega_n L/2\nu)}{\omega^2 - (\pi\nu/L)^2} \sin[\omega_n(t - L/2\nu)]$$
(A.13)

La solución para cualquier punto de la viga en un tiempo cualquiera es:

$$x(x_0, t) = \bar{x}(t)\varphi(x) = \bar{x}(t).\sin\frac{\pi x_0}{L}$$
 (A.14)

Para encontrar la respuesta temporal del centro de la viga la ecuación será:

$$x(L/2,t) = x(t) \tag{A.15}$$

Parte C. Solución para un solo grado de libertad por el método de espacio de estados.

Reorganizando la ecuación (A.11) y sustituyendo los términos siguientes:

$$X_1 = \bar{x} \tag{A.16}$$

$$X_2 = \dot{\bar{x}} \tag{A.17}$$

<sup>&</sup>lt;sup>147</sup> Ibid. p. 321.
$$\dot{X}_2 = \ddot{\bar{x}} \tag{A.18}$$

Tenemos:

$$\dot{X}_2 = \frac{\bar{p}(t)}{\bar{m}} - \frac{\bar{k}}{\bar{m}} \cdot X_1$$
 (A.19)

Además de (16) y (17) tenemos que:

$$\dot{X}_1 = X_2 \tag{A.20}$$

Organizando entre (A.19) y (A.20) un sistema simultáneo y re-escribiéndolo en forma matricial teniendo en cuenta los resultados de las propiedades generalizadas queda:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/\overline{m} \end{bmatrix} \cdot \overline{p}(t)$$
 (A.21)

Tomando la posición  $X_1$  como la salida deseada:

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \cdot \bar{p}(t)$$
(A.22)

El sistema formado por (21) y (22) es la representación en espacio de estados de la ecuación (11); tomando el vector de estados como:

$$x_B = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \tag{A.23}$$

El sistema anterior se escribe en forma compacta:

$$\begin{cases} \dot{x}_B = A \cdot x_B + B \cdot U \\ y = C \cdot x_B + D \cdot U \end{cases}$$
(A.24)

La solución para comparar los dos métodos anteriores escrita en MatLab queda de la siguiente manera:

> clear all; close all; clc; % m (masa/longitud), L (longitud), I(longitud^4), E (young), v(velocidad).

v=20; PA= $3.35^{*}10^{4}$ ; % Masa unitaria en Kg/m. L=30.48; % Longitud total en m. EI= $7.36^{*}10^{10}$ ; % N\*(m<sup>2</sup>). m=PA; % Masa por unidad de longitud Kg/m.

% vector de tiempo de transito t=linspace(0,(L/v),100); P\_0=100000; % [N] P=-P\_0\*sin((pi\*v\*t)/L); plot(t,P); grid;

% Deflexion estática máxima Ymax=(-P\_0\*(L^3))/(48\*EI);

% Desarrollo integral de Duhamel para pulso senoidal % Frecuencia angular modo principal w\_n=(pi^2/L^2)\*((El/m)^0.5);

% Periodo T\_n=(2\*pi)/w\_n;

% Respuesta al impulso senoidal para t menor o igual a L/V. Carga sobre el % puente. Q=-(m\*L)\*(w\_n^2-(pi\*v/L)^2); z\_0=-((2\*P\_0)/(m\*L))\*(1/(w\_n^2-(pi\*v/L)^2))\*((sin(pi\*v\*t/L))-(((pi\*v)/(w\_n\*L))\*(sin(w\_n\*t)))); Y\_c=z\_0;

% Figure 1 carga.
Figure; plot(t,Y\_c);grid; hold on
% Respuesta al impulso senoidal para t menor o igual a L/V. Carga sobre el
% puente, PRUEBA EN ESPACIO DE ESTADOS.
A=[0 1;-w\_n^2 0]; B=[0;1/(m\*(L/2))]; C=[1 0]; D=[0]; sys=ss(A,B,C,D);
U=P'

%Figure 2. Solución comando Isim Figure; Isim(sys,U,t); grid; Figura 70. Integral de Duhamel vs. espacio de estados.



Los resultados anteriores demuestran que el modelo sencillo de espacio de estados utilizando las propiedades generalizadas del sistema da resultados exactos comparados con los obtenidos por procedimientos analíticos utilizando la integral de Duhamel y trabajando a partir de la función de forma modal del primer modo de vibración que es la flexión pura en el plano vertical es decir la que se tiene en cuenta en el presente estudio.

# Anexo B. Solución algebraica para sistemas equivalentes de cargas concentradas en vigas simplemente apoyadas

El objetivo de este análisis es encontrar la equivalencia de dos cargas concentradas ubicadas a cierta distancia de los apoyos que produzcan un efecto equivalente, dentro de ciertos rangos de precisión, al efecto de una carga concentrada en el centro de la viga, esto para conocer cuál es el factor que relaciona la carga supuesta en el diseño del controlador con la carga que efectivamente va a actuar sobre la estructura según el montaje propuesto en el capítulo 7.



Figura 71. Sistema equivalente de cargas sobre la viga

Se parte del principio que los dos sistemas son equivalentes si producen aproximadamente la misma elástica, naturalmente se tendrán porcentajes de error y los esfuerzos producidos no serán completamente equivalentes ya que el criterio de equivalencia asumido no es el valor del esfuerzo (cuestión que se pretende controlar) si no la equivalencia en la forma de la elástica que es de donde se obtienen las deformaciones que a la larga estará mejor relacionada con las velocidades que son la entrada al sistema de control. Inicialmente se comparan las elásticas teniendo en cuenta la igualación de los giros extremos y la flecha central para ver cuál de los dos criterios es más preciso, paso seguido se calculan las flechas locales en un punto de interés para conocer el porcentaje de error obtenido en la relación de equivalencia de cargas.

#### 1. Ecuaciones para giros en los extremos y flecha en el centro de la viga:

A continuación, se presentan las ecuaciones para giros en los extremos y flecha en el centro de una viga de longitud L, módulo E y momento de inercia de la sección trasversal I, simplemente apoyada.

Giro extremo y flecha en el centro para carga P<sub>1</sub> concentrada a L/2 (SISTEMA 1):

$$\theta = \frac{P_1 L^2}{16EI} \tag{B.1}$$

$$y = \frac{P_1 L^3}{48EI} \tag{B.2}$$

Giro extremo y flecha en el centro para dos cargas  $P_2$  concentradas a L/3 de los apoyos (SISTEMA 2):

$$\theta = \frac{P_2 L^2}{9EI} \tag{B.3}$$

$$y = \frac{23P_2L^3}{648EI}$$
(B.4)

### 2.) Ke por igualación de giros extremos.

Al igualar las ecuaciones (B.1) y (B.3) tenemos:

$$\frac{P_1 L^2}{16EI} = \frac{P_2 L^2}{9EI}$$
(B.5)

de donde se obtiene:

$$P_2 = \frac{9P_1}{16}$$
(B.6)

Calculando la deflexión máxima con la aplicación de la carga  $P_1$  y sustituyendo su equivalente en función de la carga  $P_2$  para el sistema 1 (ecuación B.2) tenemos:

$$y_1 = \frac{P_1 L^3}{48EI} = \frac{(16/9)P_2 L^3}{48EI} = 0,037 \frac{P_2 L^3}{EI}$$
(B.7)

Calculando la deflexión máxima del sistema 2 con la aplicación de P<sub>2</sub> resulta (ecuación B.4):

$$y_2 = \frac{23P_2L^3}{648EI} = 0,036\frac{P_2L^3}{EI}$$
(B.8)

Al comparar las ecuaciones B.7 y B.8 y calcular el porcentaje de error se tiene:

$$\varepsilon_1 = \frac{0.037 - 0.036}{0.037} * 100 = 2.7\%$$
 (B.9)

✓ Ke por igualación de flecha máxima.

Al igualar las ecuaciones (B.2) y (B.4) tenemos:

$$\frac{P_1 L^3}{48EI} = \frac{23P_2 L^3}{648EI} \tag{B.10}$$

De donde se obtiene:

$$P_1 = 1,7037.P2 \tag{B.11}$$

Al realizar el cálculo de giro en los extremos para el sistema 1 aplicando la carga 1 y su equivalente en función de la carga 2 tenemos:

$$\theta_1 = \frac{P_1 L^2}{16EI} = \frac{1,7037.P_2 L^2}{16EI} = 0,1065 \frac{P_2 L^2}{16EI}$$
(B.12)

El giro extremo para el sistema 2 aplicando la carga 2 queda:

$$\theta_2 = \frac{P_2 L^2}{9EI} = 0,1111 \frac{P_2 L^2}{16EI} \tag{B.13}$$

Comparando las ecuaciones 12 y 13 tenemos:

$$\varepsilon_2 = \frac{0,1111 - 0,1065}{0,1111} * 100 = 4,14\%$$
 (B.14)

El cálculo de error en los resultados (ecuaciones 9 y 14) muestra que es más conveniente utilizar la proporción hallada por la igualación de los giros extremos, es decir la proporción:

$$P_2 = \frac{9P_1}{16} \tag{B.15}$$

# 3. Cálculo de la deflexión localizada a L/3 utilizando la proporción 16P2=9P1:

## SISTEMA 1:

Figura 72. Deflexión localizada en el sistema 1



$$y = \frac{P_1}{48EI} (4x^3 - 3L^2/x) \text{ para } x \le \frac{L}{2}$$
 (B.16)

$$y_{L_{3} sis 1} = \frac{P_{1}}{48EI} \left[ 4(L^{3}/27) - 3L^{2}(L/3) \right] = -\frac{P_{1}L^{3}}{56,35EI} = -\frac{(16/9)P_{2}L^{3}}{56,35EI} - 0,0315\frac{P_{2}L^{3}}{EI}$$
(B.17)

## SISTEMA 2:

Figura 73. Deflexión localizada en el sistema 2



$$y_{L_{3}} = -\frac{Pa^{2}b^{2}}{3EI}$$
 para  $x = a$  (B.18)

Para la carga izquierda tenemos  $a = \frac{L}{3}$ ,  $b = \frac{2L}{3}$ :

$$y_{L_{3}} = -\frac{P(L/3)^{2}(2L/3)^{2}}{3EI} = -\frac{PL^{3}}{60,8EI}$$
(B.19)

Para la carga derecha tenemos  $b = \frac{L}{3}$ ,  $a = \frac{2L}{3}$ :

$$y_{L_{3}} = -\frac{P(L/3)^{2}(2L/3)^{2}}{3EI} = -\frac{PL^{3}}{60,8EI}$$
(B.20)

Por superposición la flecha localizada a L/3 en el sistema 2 será:

$$y_{L_{3} sis 2} = -\frac{PL^{3}}{30,4 EI} = -0,0328 \frac{P_{2}L^{3}}{EI}$$
 (B.21)

Al comparar las ecuaciones B.17 y B.21 tenemos:

$$\varepsilon_2 = \frac{0,0328 - 0,0315}{0,0328} * 100 = 3,96\%$$
(B.22)

En conclusión, al utilizar la proporción  $16P_2=9P_1$  se incurre en un error cercano al 4%, lo cual para el presente estudio puede considerarse pequeño, de manera que al utilizar dos cargas P<sub>2</sub> concentrada a L/3 que conserven la proporción anterior se produce una elástica aproximadamente igual a la producida por una carga P<sub>1</sub> concentrada en el centro de la viga teniendo un error del 4% al medir la flecha localizada a L/3.