

Algoritmo VNS para la solución de un sistema de nave nodriza en un problema de ruteo de vehículos con drones en la entrega y recogida de paquetes

Lina Maria Higuera Ayala – 2165157, Luisa Fernanda Peña Jara - 2165160

Trabajo de Grado para Optar el título de Ingeniero Industrial

Directora

Karin Julieth Aguilar Imitola

M.Sc. en Ingeniería Industrial

Codirector

Carlos Eduardo Díaz Bohórquez

M.Sc. en Ingeniería Industrial

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

Escuela de Estudios Industriales y Empresariales

Ingeniería Industrial

Bucaramanga

2023

Dedicatoria

*A Dios porque sin su voluntad nada sería posible,
A mis padres Paola y Walter, quienes con su incondicional apoyo, amor y constancia me guiaron
hasta llegar a ser una profesional. Este logro también es de ustedes.*

*A mi hermana Mariana, por su admiración y cariño.
A Lina Maria, mi amiga y compañera de proyecto, quien me acompañó desde el primer día de
universidad y juntas terminamos este complejo camino.
A todos los compañeros, profesores y amigos que hicieron parte de mi formación y aportaron con
mucho conocimiento y buenos consejos.*

Luisa Fernanda Peña Jara.

*A Dios porque tiene el control y sus planes son perfectos.
A mis padres por su amor, esfuerzo y apoyo incondicional, por brindarme palabras de aliento
para continuar y enseñarme a no rendirme. Porque sin ustedes esto no hubiese sido posible.
A mis hermanas, por la voz de aliento y la motivación para seguir adelante.
A mi novio, porque desde el momento cero ha sido incondicional en el proceso aún en la
distancia.
A mi amiga y compañera de tesis, quien caminó a mi lado compartiendo experiencias con altas y
bajas, creando momentos que vivirán para el recuerdo.
A mis compañeros, amigos y profesores que contribuyeron a este proceso de aprendizaje
haciendo un poco más ameno el camino.*

Lina Maria Higuera Ayala.

Agradecimientos

A Dios por permitirnos culminar esta etapa siendo una de las más importantes para nuestras vidas dándonos fortaleza y sabiduría para lograrlo.

A la Universidad Industrial de Santander por formarnos como personas íntegras, éticas y profesionales. Hacer parte de tan prestigiosa institución es un orgullo que nos acompañará siempre.

A la profesora Karin Aguilar por su constancia para con nosotras y este proyecto, su apoyo incondicional, el conocimiento brindado, los consejos, empatía y paciencia.

A nuestros padres y demás familiares que caminaron junto a nosotras con amor y paciencia dándonos motivos para continuar y llegar hasta el final.

A nuestros compañeros que se convirtieron en familia y con los que compartimos momentos de aprendizaje que vuelven inolvidable nuestro paso por la universidad.

Tabla de Contenido

	Pág.
Introducción	13
Cumplimiento de Objetivos	16
1. Objetivos	17
1.1 Objetivo General	17
1.2 Objetivos Específicos.....	17
2. Generalidades del Proyecto.....	18
2.1 Planteamiento del problema / Justificación	18
2.2 Metodología	20
2.2.1 Fase 1: Revisión de Literatura	20
2.2.2 Fase 2: Definición del Problema.....	21
2.2.3 Fase 3: Formulación y Diseño del Algoritmo VNS.....	21
2.2.4 Fase 4: Validación del Algoritmo VNS	22
2.2.5 Fase 5: Documentación y Síntesis de los Resultados	22
3. Revisión de Literatura.....	23
3.1 Análisis Bibliométrico	23
3.2 Análisis Preliminar de Literatura	30
4. Marco de Referencia.....	38
4.1 Marco de Antecedentes.....	38
4.2 Marco Teórico.....	40
4.2.1 Optimización Combinatoria.....	40

4.2.2 Complejidad computacional (problema NP, NP-Hard)	41
4.2.3 Principales Problemas de Optimización	42
4.2.4 Problemas de Ruteo de Vehículos VRP.....	42
4.2.5 Problema de Ruteo de Vehículos y Drones VDRP.....	44
4.2.6 Métodos de Solución para Problemas de Ruteo	46
4.2.7 UAV-Dron	52
4.2.8 Sistema Integrado Vehículo-Dron (Nave Nodriza)	53
5. Formulación Matemática	54
5.1 Modelo Matemático	54
5.1.1 Supuestos	56
5.1.2 Conjuntos	57
5.1.3 Parámetros.....	57
5.1.4 Variables de Decisión	58
5.1.5 Formulación Matemática	59
5.2 Descripción del Modelo.....	62
6. Diseño del Algoritmo VNS para la Solución del Problema	65
6.1 Representación de la Solución	65
6.2 Algoritmo de Ahorros de Clarke and Wriugh	67
6.2.1 Generación de la Solución Inicial	67
6.3 Estructura del Algoritmo VNS.....	72
6.3.1 Estructuras de Vecindario.....	75
7. Validación del algoritmo.....	80
8. Experimentación y resultados	85

9. Conclusiones.....	93
10. Recomendaciones	95
Referencias Bibliográficas	97
Apéndices.....	105

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1 Cumplimiento de Objetivos	16
Tabla 2 Ecuaciones de búsqueda utilizadas en la investigación	24
Tabla 3 Variaciones del VRP que comparten características con el VDRP	31
Tabla 4 H1: Heurística híbrida de Clake & Wright	67
Tabla 5 H2: Calculo de ahorros multimodales	69
Tabla 6 H3: Construcción de rutas para los drones	71
Tabla 7 Redes de prueba	82
Tabla 8 Datos generales instancia 400.80.48.....	86
Tabla 9 Coordenadas de la instancia 400.80.48.....	86
Tabla 10 Pesos de entrega y recogida de la instancia 400.80.48.....	87
Tabla 11 Consolidado de resultados rutas de drones	90
Tabla 12 Consolidado de resultados ruta inicial y final.....	91
Tabla 13 Consolidado de resultados todas las instancias de prueba	92

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1 Palabras claves identificadas en la investigación.	23
Figura 2 Países con publicaciones referentes a la investigación.....	26
Figura 3 Top 10 de publicaciones con continuidad de investigación	27
Figura 4 Top 10 de autores con mayores publicaciones	28
Figura 5 Aportes clasificados por áreas del conocimiento	29
Figura 6 Representación de una ruta de ahorros	47
Figura 7 Comportamiento del algoritmo VNS.....	50
Figura 8 Representación de la solución	65
Figura 9 Representación de los Vectores.....	66
Figura 10 Diagrama de flujo del VND	73
Figura 11 Trayectoria de una búsqueda basada en entornos.....	75
Figura 12 Estructura de vecindario 2-Opt.....	76
Figura 13 Estructura de vecindario 3-Opt.....	77
Figura 14 Estructura de vecindario Or-Opt	78
Figura 15 Estructura de vecindario cambio de vecindario 1-0	78
Figura 16 Estructura de vecindario cambio de vecindario 1-1	79
Figura 17 Estructura de vecindario cambio de vecindario 1-2	80
Figura 18 Visualización de tablas en SQLServer	83
Figura 19 Visualización de Procedimientos almacenados SQLServer	84
Figura 20 Instancias de prueba “Escenarios” en SQLServer	85

Figura 21 Ruta inicial CWA	88
Figura 22 Vector de la ruta del vehículo.....	89
Figura 23 Ruta final VND.....	90

Lista de Apéndices

Los apéndices se encuentran adjuntos y puede visualizarlos en la base de datos de la biblioteca
UIS

Apéndice A. Instancias de prueba y resultados (Excel).

Apéndice B. Programación en lenguaje SQLServer.

Apéndice C. Artículo Publicable.

Resumen

Título: Algoritmo VNS para la solución de un sistema de nave nodriza en un problema de ruteo de vehículos con drones en la entrega y recogida de paquetes. *

Autor: Lina Maria Higuera Ayala, Luisa Fernanda Peña Jara**

Palabras Clave: Ruteo Vehículo-dron, algoritmo de Ahorros de Clarke & Wright, Servicio de Recogida y entrega, Sistema de Nave Nodriza, algoritmo Búsqueda de Vecindario Variable VNS.

Descripción: Este documento presenta un modelo matemático y una metodología de solución eficiente para el problema de ruteo de vehículos con drones (VDRP) en el cual el objetivo es cumplir la demanda de servicios de recogidas y entregas en una red minimizando el costo total de la operación. para esto el problema es formulado como programa lineal de enteros mixtos (MILP).

El modelo formulado contempla la mayoría de las condiciones e interacciones del sistema de nave nodriza (vehículo-dron) como las restricciones que se generan por la forma de operación de cada uno de ellos, a saberse restricciones de capacidad de carga y rango de vuelo. Así mismo, se tienen en cuenta algunas suposiciones con el fin de simplificar un poco el problema.

La metodología de solución se basa en la utilización de una extensión del clásico algoritmo de Clarke and Wright para resolver el VDRP con la cual se genera una solución inicial que sea buena y se busca su optimización mediante un algoritmo de búsqueda de vecindario variable (VNS).

Se llevan a cabo algunos experimentos numéricos con el fin de medir el rendimiento de las heurísticas y dar respuesta al problema planteado considerando diferentes instancias.

Al ser un tema poco explorado por la literatura se considera que este documento amplía tanto preguntas como respuestas en este sistema de nave nodriza que se considera aun innovador en la planificación de las tareas de entrega y recogida de paquetes.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Fisicomecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales - EEIE. Director: Karin Julieth Aguilar Imitola, M.Sc. en Ingeniería Industrial. Codirector: Carlos Eduardo Díaz Bohórquez, M.Sc. en Ingeniería Industrial

Abstract

Title: VNS algorithm for the solution of a mothership system in a drone vehicle routing problem in package delivery and pickup *

Author(s): Lina Maria Higuera Ayala, Luisa Fernanda Peña Jara **

Key Words: Vehicle-drone routing, Clarke & Wright Savings algorithm, Pickup and Delivery Service, Mother Ship System, VNS Variable Neighborhood Search algorithm.

Description: This document presents a mathematical model and an efficient solution methodology for the vehicle routing problem with drones (VRPD) in which the objective is to meet the demand for pickup and delivery services in a network, minimizing the total cost of the operation. For this, the problem is formulated as a mixed integer linear program (MILP).

The formulated model contemplates most of the conditions and interactions of the mothership system (vehicle-drone) as the restrictions that are generated by the way of operation of each one of them, namely restrictions of load capacity and flight range. Likewise, some assumptions are taken into account in order to simplify the problem a bit.

The solution methodology is based on the use of an extension of the classic Clarke and Wright algorithm to solve the VDRP with which an initial solution that is good is generated and its optimization is sought by means of a variable neighbourhood search algorithm (VNS).

Some numerical experiments are carried out in order to measure the performance of the heuristics and to give an answer to the problem posed considering different instances.

Being a little explored subject in the literature, it is considered that this document expands both questions and answers on this mothership system, which is still considered innovative in the planning of package delivery and collection tasks.

* Degree Work

** Faculty of Physicomechanics. School of Industrial and Business Studies - EEIE. Director: Karin Julieth Aguilar Imitola, M.Sc. in Industrial Engineering. Co-director: Carlos Eduardo Díaz Bohórquez, M.Sc. in Industrial Engineering.

Introducción

La tecnología de los drones ha evolucionado significativamente en los últimos años, cada vez con aplicaciones más variadas y con funcionalidades que en algún momento llegaron a ser poco creíbles. Ámbitos como la agricultura y silvicultura, la construcción, la prevención de desastres, el sector energético, el cine y la fotografía se ven beneficiadas por las ventajas que tienen estos vehículos. Indudablemente hay un sector con especial interés en el uso de los drones: la industria logística; ésta ha considerado la utilización de UAV's en la realización de entregas debido a sus múltiples beneficios; entre los que más se destacan la disminución de costos, entregas más rápidas, el alivio de la congestión en las vías, accesibilidad a lugares remotos, seguridad del envío y la baja contaminación al medio ambiente.

Las expectativas en cuanto a la entrega de paquetes con drones son muy altas debido a que su implementación no es muy sencilla, las limitaciones que se presentan son numerosas; por ejemplo, todavía no se ha desarrollado una amplia legislación sobre la utilización del espacio aéreo por estos dispositivos, los drones sofisticados por lo regular son de alto costo, para hacer la entrega de pedidos no puede tocar el timbre, ni entrar en bloques de pisos, son sensibles a cambios meteorológicos y por último, las limitaciones inherentes al vehículo no tripulado, como lo son la capacidad de carga, la duración de la batería y el rango de vuelo (Mecalux News 2020).

A pesar de las restricciones anteriormente nombradas, el uso de los drones en la distribución de mercancías se propone como una solución a algunos retos que se le presentan a las industrias para realizar sus entregas, por ejemplo; las restricciones en los controles viales de las áreas urbanas, el acceso a estacionamientos o bahías de cargue/descargue, la capacidad restringida de la infraestructura, los contratiempos propios del transporte terrestre como los accidentes de

tránsito, la congestión vehicular y las nuevas tendencias de la humanidad por disminuir la huella de carbono (Jiménez Romero y Tarazona Jiménez 2020).

Aunque el estudio de esta nueva tecnología para la entrega y recogida de paquetes está en fase de desarrollo, diferentes autores han dedicado esfuerzos para estudiar los aspectos logísticos de la adopción de drones en esta operación, teniendo en cuenta las reglas regulatorias y sus limitaciones (Karak & Abdelghany 2019).

En este contexto, Murray & Chu (2015), desarrollaron el sistema de ayudantes voladores (*Flying side-kick system*) en el que un dron se monta en un vehículo y se utiliza para visitar a los clientes ya definidos (Murray & Chu 2015). Sin embargo, este sistema presenta varias limitaciones, por ejemplo, no aprovecha el máximo de capacidad de los drones al poder visitar solo un cliente por envío, es poco eficiente en la integración vehículo-dron porque la mayor parte de los clientes son atendidos por el vehículo y no proporciona el servicio de recogida, entre otras (Karak & Abdelghany 2019).

Tratando de disminuir las limitaciones del sistema de ayudantes voladores (*Flying side-kick system*), surge una novedosa propuesta recientemente conceptualizada sobre el uso de drones para el servicio de entrega y recogida de paquetes llamada sistema integrado vehículo-dron (también conocido como el sistema de “nave nodriza”), el cual consta de vehículos que transportan UAV’s desde los centros de distribución hasta las estaciones donde los drones se envían con los paquetes para su disposición final, realizando así las múltiples tareas de recogida y entrega (McFarland 2016).

El sistema de nave nodriza, tiene un enfoque de despacho en “enjambre” el cual considera el envío de varios drones simultáneamente y permite docenas de recogidas y entregas, además; flexibiliza las ubicaciones de despacho y recolección de cada dron (permitiendo que se den en el

mismo punto o diferente), reduce la carga de trabajo del conductor al disminuir el número de paradas y se estima que duplica la cantidad promedio de paquetes entregados en un turno de trabajo en comparación con el sistema convencional en el que un vehículo completa una entrega a la vez (Karak & Abdelghany 2019).

El diseño de este nuevo sistema para la entrega y recogida de paquetes abre una ventana al estudio de varios parámetros que conlleva su desarrollo, estos incluyen: los recursos de vehículos y drones que sean suficientes para realizar las tareas, las ubicaciones y el proceso utilizado para el envío y recogida de los drones, el número de clientes a visitar y lo que implica directamente a este trabajo, las rutas óptimas del vehículo, de los drones y de su integración (Karak & Abdelghany 2019).

Esta investigación busca aportar a la literatura del problema de ruteo de vehículos con drones un modelo para estudiar el sistema de naves nodrizas utilizado con alto nivel de realidad, ya que la mayoría de los modelos existentes, no representan las capacidades de los drones en términos de alcance de vuelo y capacidad de carga y por esto las decisiones de ruteo se pueden ver afectadas. Además de esto, se consideran medidas avanzadas y diferentes en comparación con otras investigaciones, como, por ejemplo, que los drones visiten múltiples clientes en un solo envío y sé que despachen y recojan por el camión en diferentes puntos. Para el estudio de este sistema, se hace la formulación de un modelo matemático del problema de ruteo de vehículos con drones en forma de sistema de nave nodriza y este a su vez es resuelto mediante el algoritmo Variable Neighborhood Search (VNS) con el que se busca encontrar la solución óptima para las restricciones operativas que se plantean. Posteriormente se procede a la evaluación y validación del algoritmo y, por último, el respectivo análisis y síntesis de resultados.

Cumplimiento de Objetivos

Tabla 1

Cumplimiento de Objetivos

Objetivos Específicos	Cumplimiento
Realizar una revisión de literatura acerca del problema de ruteo de vehículos y drones (VDRP), su variante para la recogida y entrega de paquetes y métodos de solución.	Capítulo 3
Desarrollar un modelo matemático para la solución del VDRP en forma de un sistema de nave nodriza.	Capítulo 5
Formular un algoritmo VNS para la solución del VDRP en lenguaje de programación.	Capítulo 6
Validar el algoritmo VNS de solución planteado mediante experimentos numéricos de la literatura	Capítulo 7
Elaborar un artículo de carácter publicable con base a la investigación realizada	Apéndice C

1. Objetivos

1.1 Objetivo General

Desarrollar un algoritmo VNS (Variable Neighborhood Search) para la solución de un sistema de nave nodriza en un problema de ruteo de vehículos con drones en la entrega y recogida de paquetes.

1.2 Objetivos Específicos

Realizar una revisión de literatura a cerca del problema de ruteo de vehículos y drones (VDRP), su variante para la recogida y entrega de paquetes, y métodos de solución.

Desarrollar un modelo matemático para la solución del VDRP en forma de un sistema de nave nodriza.

Formular un algoritmo VNS para la solución del VDRP en lenguaje de programación.

Validar el algoritmo VNS de solución planteado mediante experimentos numéricos de la literatura.

Elaborar un artículo de carácter publicable con base a la investigación realizada.

2. Generalidades del Proyecto

2.1 Planteamiento del problema / Justificación

En el año 2013, luego de que Jeff Bezos, CEO de la multinacional Amazon anunciara y expusiera una ambiciosa idea en la que pretendía revolucionar las entregas a domicilio mediante el uso de flotas de drones (Torres Pérez et al. 2013), la recogida y entrega de paquetes ha tenido una atención especial debido a los altos costos que representa este servicio en la cadena de distribución de las empresas; por ejemplo, una empresa líder de entregas en EEUU afirma que, si los drones reemplazaran a los camiones durante la última milla del viaje de entrega, se ahorrarían 50 millones de dólares anuales (Moya Pedro 2017), lo que es una cifra bastante significativa para una organización en crecimiento.

Sumado a lo anterior, la alta competencia entre los proveedores de servicios de recogida y entrega de paquetes, el crecimiento de la demanda por comercio en línea y la preocupación de la humanidad por disminuir la contaminación en el planeta nos lleva a concluir que es importante estudiar los aspectos y problemas logísticos que puede acarrear este servicio, surgiendo así, la necesidad de optimizarlo para obtener mejor rentabilidad en el uso de vehículos no tripulados.

En un mercado con reciente cambio es importante mantenerse competitivo, las empresas que realizan gestión de última milla consideran que entregar a tiempo y en forma los productos es el cierre ideal de toda su operación logística porque así, construyen relaciones sólidas con sus clientes y llegan a ser más eficientes, para la plataforma online QuadMinds, existen tres formas para lograr la disminución de los tiempos de entrega: La optimización de las rutas, la elección del vehículo correcto y la digitalización de los procesos (QuadMinds 2021).

En este contexto, para el servicio de recogida y entrega de paquetes utilizando drones, surge la necesidad de minimizar los costos de transporte y tiempos de entrega cubriendo la demanda en su totalidad; esto es, el denominado problema de ruteo de vehículos y drones VDRP (*Vehicle-Drone Routing Problem*) con el que se busca el conjunto óptimo de rutas para las flotas que logren satisfacer al grupo de clientes definidos, siendo este una extensión del problema de ruteo de vehículos VRP (Karak & Abdelghany 2019).

La complejidad del VDRP está dada por el planteamiento de las rutas del vehículo, de los drones y la coordinación e integración de ambos. Para los vehículos, se debe determinar el conjunto de estaciones visitadas y la secuencia del recorrido; para los drones, las estaciones de despacho y recolección, conjunto de clientes a visitar y la secuencia por la que se regirán siempre teniendo en cuenta sus limitaciones en términos de capacidad de carga y rango de vuelo; por último, las decisiones relacionadas con la interdependencia vehículo-dron. Dado que el problema debe pasar por decidir todo lo anterior se considera que el componente de ruteo de vehículos VDRP es un problema NP-Hard donde el número de soluciones crece exponencialmente a medida que el número de estaciones de red también lo hace (Ramesh & VoB 2008).

El VDRP, al ser un problema NP-Hard, solo permite encontrar una solución óptima exacta en un tiempo de ejecución razonable cuando el problema es pequeño, es por ello que se decide abordar por medio de distintos métodos de solución, como el planteado por Murray & Chu (2015), con su proposición de programación Lineal Entera Mixta (MILP) adoptando la idea de “*Truck First, Drone Second*”, probándolo con 10 clientes para problemas más grandes; como los presentados en la vida real. De la misma forma, la heurística híbrida de Clarke y Wright presenta una novedosa solución en la que considera el ahorro de costos tanto para el vehículo como para

los drones mientras se resuelve la ruta óptima del vehículo, generando así una eficiente red multimodal vehículo-dron (Karak & Abdelghany 2019).

Como se mencionó, diferentes autores han considerado la investigación del tema de ruteo de vehículos con drones para hacer las entregas a los clientes, debido a esto, existen algunos sistemas que integran vehículos y drones donde la mayoría son desarrollados en forma de sistema de ayudantes voladores; en esta investigación se inscribe un nuevo sistema llamado “nave nodriza”. Este tipo de sistema ha sido poco estudiado pero grandes empresas como Mercedes Benz, Google y Amazon lo han considerado debido a sus múltiples ventajas ya que representa de forma realista las principales características y limitaciones operativas tanto de los camiones (naves nodrizas) como de los vehículos no tripulados.

Se propone una solución para el VDRP en forma de sistema de nave nodriza utilizando un algoritmo “*Variable Neighborhood Search*” (VNS), siendo una metaheurística que sirve para resolver problemas de optimización con cambio sistemático de entorno dentro de una búsqueda local (Hansen, et al. 2003).

2.2 Metodología

Este trabajo de investigación se llevará a cabo mediante 5 fases, cada una con sus actividades correspondientes que buscando así el cumplimiento de los objetivos del proyecto.

2.2.1 Fase 1: Revisión de Literatura

En la primera etapa del trabajo de investigación se hace la revisión de la literatura, en esta etapa se busca definir la trayectoria del tema de interés, lo que se conoce y desconoce hasta el momento. En este caso se hace por medio de revisión, comprensión y análisis de artículos científicos relacionados con el VDRP (Vehicle-drone Routing Problem). Las actividades para realizar son:

- Definición de palabras clave para la formulación de la ecuación de búsqueda en las bases de datos de la universidad, la red y otras fuentes.
- Revisión de literatura a cerca de modelos desarrollados para el problema de ruteo de vehículos y drones integrados VDRP.
- Revisión de literatura sobre los sistemas de integración vehículo-drones utilizados para la solución de problemas de distribución o logísticos.

2.2.2 Fase 2: Definición del Problema

Teniendo en cuenta la información más relevante obtenida anteriormente en la revisión bibliográfica, se realizarán las siguientes actividades:

- Estudiar las diferentes formas en las que el problema ha sido solucionado por otros autores.
- Determinar las características únicas del problema a resolver, teniendo en cuenta la teoría existente y los aspectos nuevos para tener en cuenta.

2.2.3 Fase 3: Formulación y Diseño del Algoritmo VNS

Esta fase consiste en la conversión de la definición del problema a relaciones matemáticas, obteniendo así un modelo matemático. Luego de esto se procede con el diseño de un algoritmo de solución.

- Identificación de la función objetivo que da solución al problema, junto con las variables, restricciones, parámetros y demás componentes.
- Construcción del modelo matemático.
- Estudio del algoritmo y su adaptación a la solución del problema.
- Estudiar y comprender el lenguaje de programación seleccionado.

- Construir el algoritmo de solución al problema.
- Programar el algoritmo diseñado.
- Comprobar que la solución del problema sea viable y factible.

2.2.4 Fase 4: Validación del Algoritmo VNS

Se debe comprobar si el modelo propuesto hace en realidad lo que dice que hace, si predice adecuadamente el comportamiento del sistema que se estudia, si la solución tiene sentido y si los resultados son aceptables (Taha et al, 2012). Las actividades en esta etapa son:

- Validar el algoritmo teniendo en cuenta la literatura relacionada y comparación con resultados históricos.
- Comprobar la eficiencia del algoritmo mediante experimentos numéricos y los resultados obtenidos.

2.2.5 Fase 5: Documentación y Síntesis de los Resultados

En esta fase se busca concluir el trabajo de investigación y dejar constancia de este mediante las siguientes actividades:

- Realizar la documentación del trabajo de investigación donde se consolide el desarrollo y los resultados obtenidos.
- Redactar el artículo de carácter publicable que contenga los aspectos de mayor relevancia durante la investigación, así como los resultados obtenidos.

Teniendo en cuenta la **figura 1**, se planteó la ecuación de búsqueda inicial que generó un resultado de 104 artículos los cuales no contenían la totalidad de las palabras clave; por esto, fue necesario añadir y suprimir términos en una operación iterativa encontrando así lo siguiente:

Tabla 2

Ecuaciones de búsqueda utilizadas en la investigación

No.	ECUACIÓN DE BÚSQUEDA	RESULTADOS
1	TS=((VRP OR "Vehicle routing problem" OR VDRP OR "vehicle-drone routing problem") AND (dron* OR UAV OR "unmanned aerial vehicles"))	104
2	TS=((((VRP OR "Vehicle routing problem" OR (Vehicle routing) OR vehicle OR VDRP OR "vehicle-drone routing problem") AND (dron* OR UAV OR "unmanned aerial vehicles")) AND mothership)	2
3	TS=((VRP OR "Vehicle routing problem" OR Vehicle routing OR vehicle OR VDRP OR "vehicle-drone routing problem") AND (dron* OR UAV OR "unmanned aerial vehicles"))	15266
4	TS=((((VRP OR "Vehicle routing problem" OR Vehicle routing OR vehicle OR VDRP OR "vehicle-drone routing problem") AND (dron* OR UAV OR "unmanned aerial vehicles")) AND ("Last mile" OR "last-mile" OR delivery* OR distribution OR path))	3046
5	TS=((((VRP OR "Vehicle routing problem" OR Vehicle routing OR vehicle OR VDRP OR "vehicle-drone routing problem") AND (dron* OR UAV OR "unmanned aerial vehicles")) AND ("Last mile" OR "last-mile" OR delivery* OR distribution OR path)AND (VNS OR Variable Neighbourhood Search))	11
6	TS=((((VRP OR "Vehicle routing problem" OR Vehicle routing OR vehicle OR VDRP OR "vehicle-drone routing problem") AND (dron* OR UAV OR "unmanned aerial vehicles")) AND ("Last mile" OR "last-mile" OR delivery* OR distribution OR path)AND (VNS OR "Variable Neighbourhood Search"))	5
7	TS=((((VRP OR "Vehicle routing problem" OR Vehicle routing OR vehicle OR VDRP OR "vehicle-drone routing problem") AND (dron* OR UAV OR "unmanned aerial vehicles")) AND ("Last mile" OR "last-mile" OR delivery* OR distribution OR path)AND ((VNS OR "Variable Neighbourhood Search") AND (MIP OR Mixed integer programming)AND (heuristic*)))	0
8	TS=((((VRP OR "Vehicle routing problem" OR Vehicle routing OR vehicle OR VDRP OR "vehicle-drone routing problem") AND (dron* OR UAV OR "unmanned aerial vehicles")) AND ("Last mile" OR "last-mile" OR delivery* OR distribution OR path) AND (Logistic* OR pickup OR path planning))	981
9	TS=((((VRP OR "Vehicle routing problem" OR Vehicle routing OR vehicle OR VDRP OR "vehicle-drone routing problem") AND (dron* OR UAV OR "unmanned aerial vehicles")) AND ("Last mile" OR "last-mile" OR delivery* OR distribution) AND (Logistic* OR pickup)))	122

Nota. La tabla enumera las ecuaciones de búsqueda que fueron construidas para encontrar los documentos con información relevante acorde a la investigación en la base de datos *Web of Science*. Cada ecuación cuenta con la cantidad de resultados encontrados donde el número 9 fue la seleccionada.

Al introducir en la base de datos la ecuación No. 8 se encontró una buena cantidad de resultados, pero al realizar una revisión manual de títulos e información resumida de estos, se evidencio que la palabra “*path planning*” era enfocada al campo de la ingeniería eléctrica y electrónica lo que no favorecía a la presente investigación, de tal forma, para refinar la búsqueda y obtener mejores resultados se eliminó dicho termino.

De esta manera se logra la selección de la ecuación de búsqueda adecuada.

TS = (((VRP OR "Vehicle routing problem" OR Vehicle routing OR vehicle OR VDRP OR "vehicle-drone routing problem") AND (dron* OR UAV OR "unmanned aerial vehicles")) AND ("Last mile" OR "last-mile" OR delivery* OR distribution) AND (Logistic* OR pickup))

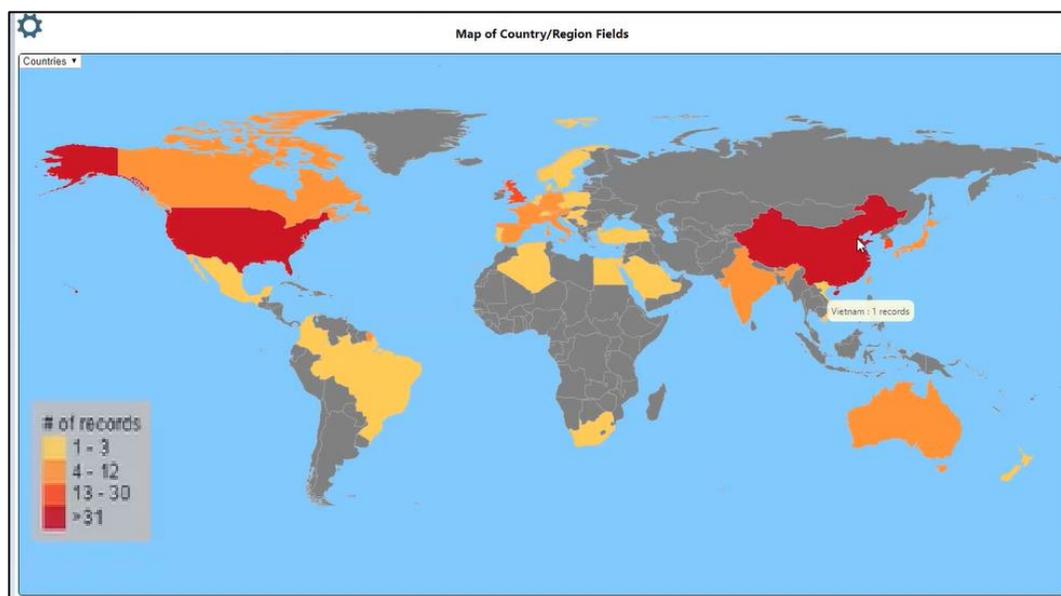
Una vez seleccionada la ecuación de búsqueda, se utiliza la base de datos mencionada que genera un total de 120 resultados, esto, luego de aplicar criterios de exclusión e inclusión, filtrando la información y dejando solo los artículos de carácter científico, de reciente publicación y que sean del área de interés.

Los países líderes de las investigaciones han realizado contribuciones hechas con investigadores asociados al país como el caso de china con 42 publicaciones propias y 20 publicaciones en colaboración con otros países, este gran número de publicaciones no es algo de extrañar, debido a que, según cifras de la Oficina Nacional de Estadísticas China, el 2,1% del PIB

de este país es destinado para programas de investigación y desarrollo (I+D), asimismo se encuentra Estados Unidos quien realizó 37 aportes, donde 25 de ellos son contribuciones propias y las 12 restantes colaboraciones con otros países; este país ocupa el primer lugar en el ranking de publicaciones citadas (Revista NUVE 2020) y según otras estadísticas (OECD, n.d.) el porcentaje del PIB destinado a I+D es superior al 2,7%. Además, enfocados en el tema que atañe a esta investigación, Estados Unidos es la casa de Amazon Inc, que es la empresa pionera del comercio electrónico y una de las más interesadas en la distribución de última milla realizada con drones.

Figura 2

Países con publicaciones referentes a la investigación



Nota. El gráfico representa los países con mayor número de publicaciones de artículos científicos relacionadas al tema de la investigación. Realizado mediante el programa de *Vantage Point*.

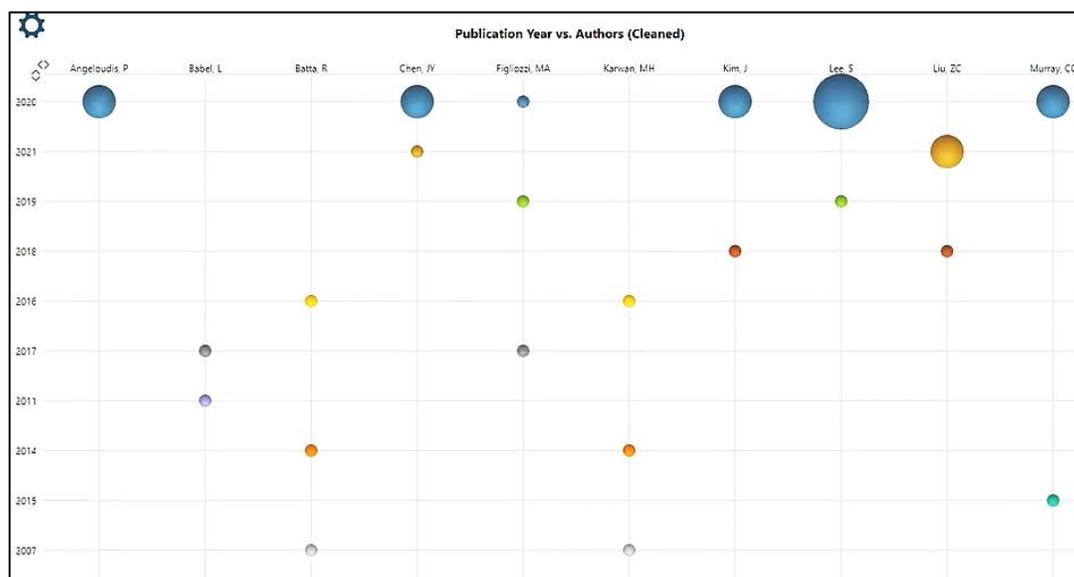
Por parte de Colombia, solo hay una publicación relacionada al tema de esta investigación y fue desarrollada en la Universidad del Cauca en la ciudad de Popayán. Dicha investigación fue desarrollada a manera colaborativa con la Universidad Carlos III de Madrid España. Según un

análisis de la Universidad de Antioquia, la poca relevancia de la investigación científica en este país se debe a que el porcentaje del PIB invertido en ciencia, tecnología e innovación es demasiado bajo (0,23% según el Banco Mundial) (“Gasto En Investigación y Desarrollo (% Del PIB) | Datos” n.d.) y a esto se le suma la reducción del presupuesto de Colciencias. Es bueno resaltar que entre los países aportantes investigadores aun considerándose países subdesarrollados se encuentran algunos de Latinoamérica y uno de Centroamérica. Es el caso de México y Brasil quienes han hecho aportes de dos investigaciones propias cada uno, y Colombia que como se mencionó anteriormente ha realizado una publicación colaborativa.

Hablando sobre la continuidad de las investigaciones que ha desarrollado cada autor en los últimos años (2017 – 2020), es evidente que el interés por contribuir con nuevo conocimiento ha ido en aumento debido a los avances tecnológicos y factores de cambio que han generado la búsqueda de alternativas viables. La mayoría de los autores que dieron inicio investigativo al tema han dejado de realizar aportes; sin embargo, plantearon una perspectiva de oportunidad futura a los autores nacientes que hoy por hoy se desempeñan en estas áreas de conocimiento.

Figura 3

Top 10 de publicaciones con continuidad de investigación



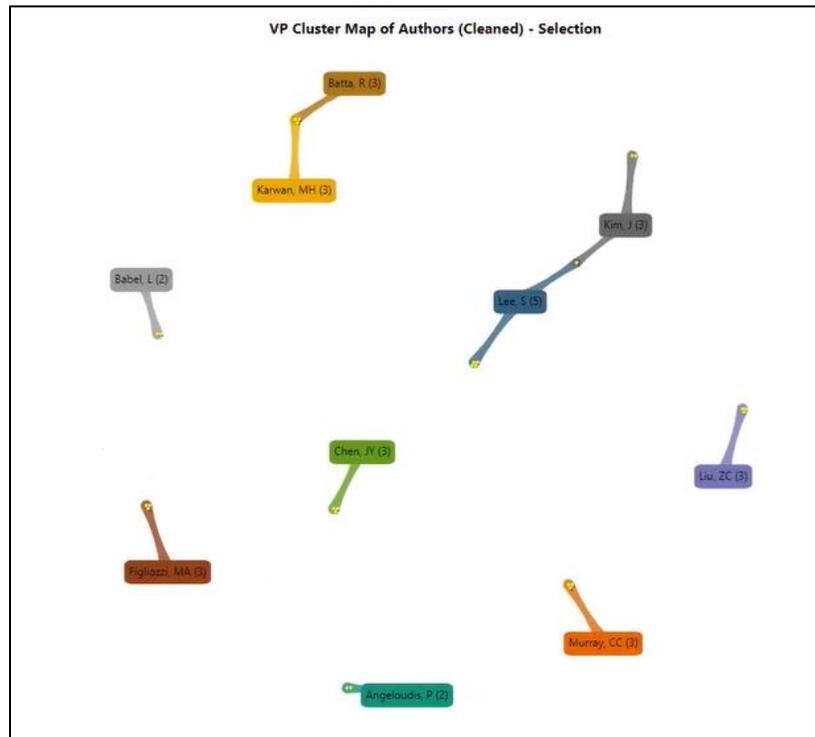
Nota. El gráfico representa la continuidad en las publicaciones de autores en el top 10. Realizado mediante el programa de *Vantage Point*.

Los autores con mayores publicaciones relacionados al tema de interés para efectos del análisis fueron clasificados como top 10 y se encuentran representados en la **figura 4**. Dichos autores contribuyeron únicamente con publicaciones propias a excepción de Batta y Karwan quienes sus tres aportes han sido de manera conjunta. También está el caso de Lee S y Kim J quienes aportaron de manera independiente, pero compartieron dos publicaciones.

Las contribuciones independientes y colaborativas pueden deberse a los intereses de cada autor y sus patrocinadores, ya sea por permanecer al margen de los avances tecnológicos buscando estrategias futuras o por continuidad de proyectos con posibles viabilidades.

Figura 4

Top 10 de autores con mayores publicaciones

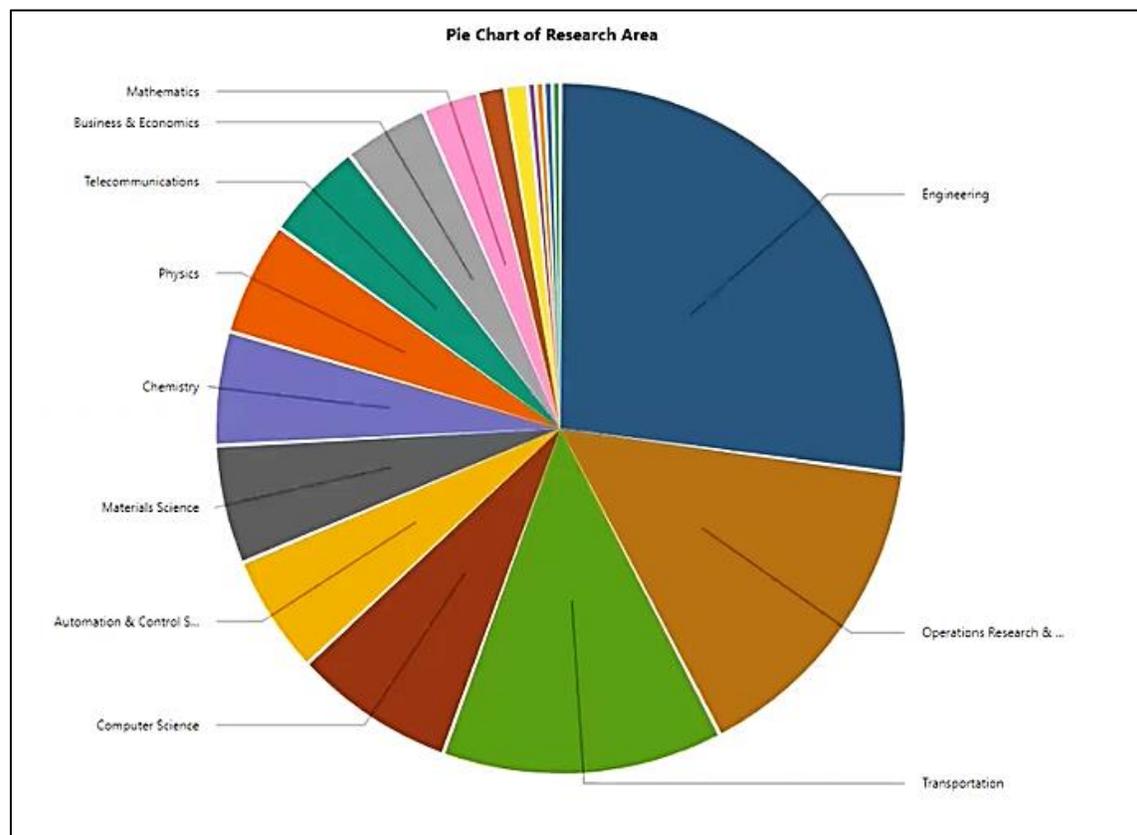


Nota. El gráfico representa el top 10 de autores con mayores aportes investigativos. Realizado mediante el programa de *Vantage Point*.

Al analizar los campos de conocimiento que se han interesado por desarrollar investigaciones en el tema de interés, se encuentran en su mayoría áreas relacionadas con trabajos en operaciones y optimización de rutas, como se puede ver detalladamente en la **figura 5**. Cabe mencionar que varias de estas áreas han trabajado de manera conjunta en especial las de mayor afinidad entre sus campos de desarrollo.

Figura 5

Aportes clasificados por áreas del conocimiento



Nota. El gráfico representa las diferentes áreas del conocimiento desde donde fueron publicadas o desarrollados los diferentes aportes. Realizado mediante el programa de *Vantage Point*.

Finalmente, mencionando las cinco universidades que más han realizado investigación relacionadas con el tema, se encuentra National University of Defense Technology, Beihang University, Northwestern Polytechnic University, Purdue University, y Cranfield University. Entre las publicaciones relacionadas se encuentran contribuciones de carácter propio y colaborativo.

3.2 Análisis Preliminar de Literatura

Como el VDRP (*Vehicle Drone Routing Problem*) es una extensión del muy conocido y estudiado VRP (*Vehicle Routing Problem*) es importante tener como referente los inicios de este problema. Dantzig & Ramser (1959) hacen la primera aproximación al actualmente conocido VRP,

en su artículo buscan una ruta óptima para una flota homogénea de camiones de reparto de gasolina entre una terminal a granel y una gran cantidad de estaciones de servicio, el objetivo de estos dos investigadores era satisfacer la demanda de las estaciones y minimizar el kilometraje total cubierto por la flota.

Después del trabajo realizado por estos autores han surgido variaciones con innumerables combinaciones de métodos de solución, objetivos de optimización y planteamientos distintos, pero el VDRP ha tenido un estudio muy limitado hasta el día de hoy; sin embargo, existen variaciones que comparten algunas características con este problema descritas en la **Tabla 2**.

Tabla 3

Variaciones del VRP que comparten características con el VDRP

VARIACION DEL VRP	DEFINICIÓN	CARACTERISTICAS COMPARTIDAS CON EL VDRP
Capacited Vehicle Routing Problem (CVRP)	<i>Este es un problema de ruteo en el que se tienen las mismas restricciones del VRP pero cada vehículo tiene una capacidad K Fukasawa et al. (2005) que no puede ser excedida, ha sido estudiado desde 1976 y es uno de los sistemas más utilizados por las empresas actualmente</i>	<i>Tanto vehículos como drones tienen una capacidad en términos de peso (capacidad de carga) y rango de vuelo.</i>

Continuación de tabla 3.

Truck and Trailer Routing Problem (TTRP)	<i>Este problema consiste en el uso de remolques como parte de una flota de vehículos, los clientes pueden ser servidos por una dupla camión-remolque o solo por el camión. Es importante destacar que un remolque no puede moverse sin ser conectado a un vehículo (Torres Pérez et al. 2013).</i>	<i>Los dos problemas son conformados por una dupla de vehículos con distintas características que deben ser enrutados, pero en el caso del VDRP el dron puede moverse y ser independiente del camión que lo transporta</i>
Green-Vehicle Routing Problem (G-VRP)	<i>Descrito por busca las rutas óptimas para flotas de vehículos de combustible alternativo para superar la necesidad de reabastecimiento de combustible al contar con una infraestructura limitada. Estos autores formulan el G-VRP como un programa lineal de enteros mixtos y desarrollan dos heurísticas de construcción, la heurística modificada de Clarke y Wright y el algoritmo de agrupamiento basado en densidad (Erdoğan and Miller-Hooks 2012).</i>	<i>La necesidad de recargar la batería de los drones en las estaciones de carga, en el caso del VDRP son los camiones (naves nodrizas).</i>

Continuación de tabla 3.

Two-Echelon Location and Routing Problem (LRP-2E)	<p>Nguyen, et al. (2012) plantean este problema en el que hay viajes de primer nivel, con camiones de mayor tamaño que sirven desde un depósito principal a un conjunto de depósitos satélites mientras que en estas las entregas son esperadas por una flota de camiones más pequeños (de segundo nivel) que hacen la entrega final.</p> <p>En este estudio presentaron cuatro heurísticas constructivas y una metaheurística híbrida para solucionar el problema.</p>	<p>El VDRP comprende el ruteo de vehículos en dos niveles, el primer nivel son los camiones que transportan los drones y estos a su vez hacen la entrega (segundo nivel). Se debe subrayar que en el LRP-2E las decisiones de ruteo son completamente independientes en los vehículos de primer y segundo nivel mientras que en el VDRP la integración de estos dos vehículos hace parte fundamental del problema e influirá en las decisiones de ruteo.</p>
--	---	--

Nota. La tabla describe las distintas variaciones que existen del VRP las cuales comparten características del VDRP.

Aunque, como se observó en la **Tabla 2**, se han considerado problemas con características similares al VDRP; Shetty, et al. (2008) plantearon la búsqueda de una ruta estratégica para una flota de vehículos aéreos de combate no tripulados que buscan dar servicio a un conjunto de objetivos predeterminados con un nivel de prioridad. En su artículo consideran que los drones deben respetar sus capacidades de carga útil, rango de vuelo y carga útil transportada. La solución

la buscan a través de una heurística de búsqueda tabú para coordinar el problema de asignación de objetivos y el de ruteo de los UAV.

Avellar et al. (2015) en su investigación titulada “Ruteo multi-UAV para cobertura de área y teledetección con tiempo mínimo” brinda una solución al problema de cobertura mínima de áreas terrestres utilizando un grupo de vehículos aéreos no tripulados equipados con sensores de imagen, para esto utilizaron descomposiciones basadas en barrido de línea para algoritmos de cobertura, luego, Fargeas, et al. (2015) se centraron en aplicaciones de vigilancia en las que los drones (UAV) equipados con sensores cooperan con un vehículo terrestre no tripulado (UAG) para localizar con precisión el objetivo terrestre, lo hizo aprovechando el avance tecnológico de sensores, internet y drones, puesto que, Grocholsky et al. (2006) ya habían planteado el aprovechamiento de la sinergia entre estos dos vehículos para crear una red fluida entre ellos mediante algoritmos de búsqueda y localización.

Según las cifras, en 2015, 1 de cada 3 personas en el mundo ya tenía acceso a internet, esto ha hecho que el comercio electrónico sea una de las actividades que más genera ingresos en las empresas de los países del mundo (“World Internet Users Statistics and 2021 World Population Stats” n.d.), por esto en ese año se comienza a considerar la utilización de drones en entregas ya que hasta el momento estos vehículos no tripulados eran utilizados únicamente en la industria militar. En la literatura se conoce que uno de los primeros en considerarlo fue Dorling et al. (2017), en su artículo “Vehicle Routing Problems for Drones Delivery”, En esta investigación se tuvo en cuenta principalmente el peso, la carga útil y demás características de la batería de los drones para las restricciones, suponen que los drones son despachados y siempre vuelven al mismo depósito y, además, proponen una función de costo y le aplican una heurística de recocido simulado (SA) para encontrar soluciones subóptimas a escenarios prácticos. Dorling y los demás autores dieron

solución al problema de ruteo de drones, pero en ningún momento consideraron la integración de vehículos terrestres y vehículos aéreos no tripulados, lo que sí hicieron Murray & Chu (2015), en su estudio titulado “*the flying sidekick traveling salesman problem: optimization of drone-assisted parcel delivery*” (FSTSP) con el que buscan aprovechar la tecnología de los drones y utilizarlos en la entrega de última milla en operaciones logísticas, el artículo proporciona dos modelos de programación matemática destinada a la planificación y ruteo óptimos para los UAV’s integrados con camiones de reparto, con los que buscaban disminuir el tiempo total de viaje de los dos vehículos. Propusieron la formulación de dos MIP y dos heurísticas simples que se probaron en casos de problemas pequeños de hasta 10 clientes, el sistema considera que cada camión puede llevar solamente un dron (Flying side-kick system).

X. Wang, Poikonen, and Golden (2016) introducen el actualmente conocido problema de ruteo de vehículos con drones (VDRP) en su artículo “*The Vehicle routing problem with drones: several worst-case results*”, en el que plantean un sistema con un depósito, una flota de drones, una de vehículos y un conjunto de clientes. En este problema, cada vehículo tenía un grupo de drones predefinidos y estos solamente pueden ser enviados y recogidos por el mismo camión, que a su vez lo espera en el mismo lugar de despacho, el objetivo es minimizar el tiempo de finalización de la operación desde el inicio de ésta, hasta que todos los vehículos (camiones y drones) estén en el depósito inicial.

Este estudio fue extendido en el año siguiente por Poikonen, et al. (2017) en el que amplían varios resultados del estudio anterior utilizando una matriz distancia/costo y teniendo en cuenta aspectos como la duración de la batería, diferentes métricas de distancia y gastos operativos de los drones en la función objetivo. En el sistema que ellos plantean, el camión puede moverse y entregar

paquetes, pero debe estar parado en alguna estación de entrega o en el depósito central para poder lanzar y recuperar drones.

Ha et al. (2018) en enero, basados en el trabajo de Murray & Chu (2015) estudiaron una variante del problema en el que el objetivo es minimizar los costos operativos incluyendo el creado por la pérdida de tiempo que se da cuando el vehículo debe esperar al dron, proponen dos algoritmos, el primero era el TSP-LS en el que una solución óptima se convierte en una factible mediante búsquedas locales y el segundo algoritmo un procedimiento de búsqueda adaptativa aleatoria GRASP encontrando en este último, mejores resultados en términos de calidad de la solución y tiempo de ejecución. Ese mismo año en el artículo llamado “*integrated scheduling of m-truck, m-drone, and m-depot constrained by time-window, drop-pickup, and m-visit using constrained programming*” los autores consideran que los drones realicen dos tipos de tareas: entregar y recoger. Es un sistema multideposito, multidron y multicamión, se modela como una programación de maquina paralela no relacionada (PMS) con configuración dependiente de la secuencia, relación de precedencia y reentrante resuelto mediante una programación de restricciones y probado con 120 instancias de cientos de clientes en una región cuadrada de 8 millas (Ham 2018).

Este mismo año, Bouman, et al. (2018) en su artículo “*Dynamic programming approaches for the traveling salesman problem with drone*” introducen un nuevo modelo que implicaba el uso de un camión de reparto que colabora con un dron para realizar las entregas, más conocido como el problema del vendedor ambulante con un dron TSP-D, para solucionarlo presentan enfoques de solución exactos que se basan en una programación dinámica y técnicas de búsqueda local con el fin de encontrar la ruta óptima para el dron y el vehículo, en su investigación consideran que el camión puede hacer entregas independientes mientras el dron está ausente.

Más recientemente Kim & Moon (2019) proponen la solución al problema del viajante con drones añadiendo la creación de una estación de drones y dispositivos de carga generalmente lejos del depósito central, esto para que los drones puedan realizar las tareas de entrega y recogida de forma independiente sin depender del camión y recargando constantemente sus baterías, para esto proporcionan un MIP que se resolvió mediante un enfoque de descomposición eficiente.

En agosto de 2020, Li et al. (2020) presentan el problema de ruteo de vehículos de dos escalones con ventanas de tiempo y satélites móviles (2E-VRP-TM) en el que buscan optimizar las rutas de entrega para una flota de combinaciones de Van-UAV, los autores consideran que el primer escalón, que son las camionetas, hagan entregas con ventanas de tiempo desde un centro de distribución mientras que el segundo escalón, en este caso los UAV se envían desde las camionetas móviles por satélite, los UAV también pueden entregar paquetes directamente desde el depósito. El problema fue resuelto por medio de una heurística adaptativa de búsqueda de vecindario grande (LNS). Es uno de los artículos más recientes y con mayor complejidad debido a que es el único que considera una flota de m camiones, n drones y entregas con ventanas de tiempo.

Por otra parte, Elshaer & Awad (2020) en su revisión taxonómica de las heurísticas, metaheurísticas y demás métodos de solución usados para el problema de ruteo de vehículos y sus variantes, en el que escanean 299 artículos sobre este tema, afirman que las metaheurísticas de base única son utilizadas en el 63,7% para la resolución de estos problemas y dentro de este porcentaje el algoritmo VNS, es utilizado en un 20% junto con el algoritmo búsqueda tabú (TS). Esto indica que la Variable Neighborhood Search ha resultado efectiva para la solución del problema de generación de rutas de vehículos.

4. Marco de Referencia

4.1 Marco de Antecedentes

Hasta la fecha, en la Universidad Industrial de Santander se han desarrollado veintitrés trabajos de grado en modalidad de investigación relacionados con ruteo de vehículos, pero solo uno de ellos es análogo al ruteo de vehículos con drones; dicha investigación fue titulada como “*Un algoritmo ALNS para el problema de ruteo de vehículos con drones en la distribución de última milla*” (Jiménez Romero y Tarazona Jiménez 2020), los autores utilizaron dos métodos de generación de solución inicial, el CWA^{††} y el CWA extendido donde al considerar los resultados concluyeron que resultaba más conveniente aplicar CWA teniendo en cuenta que esta generación de soluciones solo incluía a los vehículos. Para incluir a los drones, aplicaron un algoritmo de inserción contemplando restricciones de capacidad de vuelo y carga del dron, hicieron uso de algoritmos de destrucción y de reparación para luego establecer los parámetros del algoritmo final. Partiendo de lo anterior, generaron las soluciones para el ALNS que daban cumplimiento a la función objetivo de minimización de costos.

Por otro lado, en la Universidad Técnica Federico Santa María en Chile fue desarrollado un trabajo de grado titulado “*Modelo de dimensionamiento de flota de drones para la distribución de productos Sanguíneos en Santiago de Chile*” (Nuñez Stöberg 2019), donde diseñaron un marco metodológico para el dimensionamiento de una flota de drones para distribuir productos basándose en el modelo de optimización de ruteo de vehículos VRP.

^{††} Algoritmo de ahorros de Clarke y Wright

Para ello, consideraron un escenario con características como: distribución de múltiples productos, tiempos limitados, capacidad de carga y múltiples viajes, para dar cumplimiento al objetivo de minimización de flota. Partiendo de esto, realizaron tres formulaciones para la red de distribuciones de productos sanguíneos atendida por el centro metropolitano de sangre y tejidos en Santiago de Chile, considerando ventanas de tiempo, variables de flujo y variables de flujo con separación de productos. Lograron demostrar que las formulaciones donde se usaban variables de flujo para solventar el problema de sub-ciclos, obtienen menores tiempos de resolución debido a la cantidad de variables mínima comparada con las restricciones de variables de tiempo. Sin embargo, obtuvieron resultados con menor tiempo de ejecución al separar la planificación de distribución entre productos logrando resolver escenarios con mayor cantidad de hospitales por abastecer en un tiempo razonable de doce horas.

Asimismo, en una tesis de maestría del programa de informática y matemática computacional en la Universidad De São Paulo titulada *“The vehicle routing problem with drones”* (Cavalcanti Costa 2019), el autor realiza un estudio del VDRP presentando un modelo con múltiples vehículos planteando dos escenarios: el primero formula la situación basándose en la congestión de una ciudad junto con ciertas restricciones de movilidad, el segundo plantea un desplazamiento por vías rurales. Dicho modelo es desarrollado como un problema de programación lineal entera mixta (MILP) para resolver con el solucionador CPLEX; del mismo modo, desarrolla y presenta una heurística basada en un algoritmo genético híbrido (HGA). Con los resultados obtenidos, concluye que el uso de drones reduce el kilometraje total de los camiones de manera significativa.

El uso de drones en las entregas de última milla es considerado como un tema relativamente nuevo y poco estudiado comparado con el VRP clásico. Los estudios realizados manejan distintos

tipos y cantidades de camiones, como, por ejemplo, el problema del viajante de comercio con drones (TSPD) donde se emplea un solo camión y el VDRP donde se emplean varios camiones.

En el país, a partir del año 2016 se inició con la implementación de drones en áreas de gestión del riesgo como desastres naturales y emergencias; áreas que limitan la expansión del campo investigativo a nivel nacional por restricciones como recursos para la implementación y características geográficas, entre otras.

4.2 Marco Teórico

4.2.1 Optimización Combinatoria

La optimización combinatoria es una rama de la optimización en matemáticas aplicadas y ciencias de la computación que busca resolver problemas que se consideran muy complejos explorando el espacio de solución que comúnmente es grande, pero con soluciones finitas y variables de decisión enteras (López Potosme, n.d.). En general, la optimización combinatoria busca hallar el mejor valor entre un número finito de soluciones factibles, ya sea maximizando o minimizando una función objetivo que está sujeta a un conjunto de restricciones.

Un problema de optimización combinatoria puede definirse formalmente de la siguiente manera:

$$\text{Minimizar } C(x)$$

$$\text{Sujeto a: } g(x) \geq b$$

$$x \geq 0, x \in f$$

Donde las desigualdades $g(x) \geq b$ y $x \geq 0$ son las restricciones a las que se somete la función objetivo $C(x)$ y f es el conjunto finito de soluciones factibles (x) que satisfacen estas limitaciones (Karimi-Mamaghan et al. 2022).

Una cantidad considerable de situaciones de la vida real pueden ser formuladas como problemas de optimización combinatoria, y entre estos se destaca el ruteo y carga de vehículos en redes de distribución.

4.2.2 Complejidad computacional (problema NP, NP-Hard)

La teoría de complejidad computacional estudia la manera de clasificar problemas de acuerdo con la dificultad propia para resolverlos, basándose en los recursos computacionales de tiempo y espacio requeridos para establecer su grado de complejidad (Cruz Chávez et al., 2014).

La clasificación de los problemas se da gracias al modelo de la máquina de Turing, la cual define las diferentes clases de complejidad computacional y entre las que se encuentran los problemas NP y NP-Hard.

Los problemas NP son aquellos en los que se puede encontrar una solución mediante una máquina de Turing no determinista en tiempo polinómico y se consideran de complejidad media mientras que los NP-Hard son los problemas más difíciles y complejos de la informática al ser difíciles de resolver y verificar; un problema se clasifica como NP-Hard cuando un algoritmo para resolverlo se puede transformar y solucionar cualquier problema NP. Por lo tanto, los problemas NP-Hard son al menos tan difíciles como el problema NP, pero podrían ser mucho más complejos (Manoj Pokharel, 2020).

El problema de ruteo de vehículos y drones se considera difícil ya que el tiempo de ejecución crece exponencialmente con el tamaño del problema, debido a la gran cantidad de

variables de decisión, En general, el VDRP puede verse como una extensión del problema clásico de generación de rutas para vehículos VRP, que se sabe, es un problema NP-Hard (Karak & Abdelghany 2019).

4.2.3 Principales Problemas de Optimización

Los problemas de optimización combinatoria existen en diferentes contextos, generando que su estudio sea interesante y atractivo desde el punto de vista teórico o práctico. Entre los principales problemas de optimización se encuentran: El problema de la Mochila, Problema de la ruta más corta, Problema de Corte de Piezas y el Problema del Agente Viajero, entre otros.

4.2.4 Problemas de Ruteo de Vehículos VRP

Es uno de los problemas de optimización combinatoria más importante y estudiado, que consiste en la determinación del conjunto óptimo de rutas que debe realizar una flota de vehículos para servir a un grupo de clientes (Toth & Vigo 2014). Los pioneros de este problema fueron George Dantzig y John Ramser en 1959, quienes lo plantearon como la búsqueda de la ruta óptima para camiones repartidores de gasolina con el fin de abastecer un determinado número de estaciones obteniendo el menor costo (Ramesh & VoB 2008).

El VRP consiste en la distribución de mercancías desde un único depósito, denotado como punto 0 , hasta un conjunto de vértices $N = \{1, 2, \dots, n\}$ típicamente referidos como los clientes $i \in N$ a los cuales se les debe suplir una demanda ya conocida que viene dada por un escalar $Q_j \geq 0$; este proceso es realizado por una flota de vehículos $K = \{1, 2, \dots, |k|\}$ que operan al mismo costo y tienen la misma capacidad y disponibilidad. Al recorrer la distancia entre dos vértices $(i, j) \in N$, un vehículo incurre en un costo de operación C_{ij} . El objetivo del problema es encontrar la ruta para cada vehículo $k \in K$ y la correspondiente partición de los conjuntos de

clientes que serán servidos por éste, de tal forma que el costo total de la operación sea el mínimo (Toth & Vigo, 2014).

En la siguiente imagen, se ejemplifica el problema de ruteo de vehículos, en el que desde un depósito d_1 parte un grupo de camiones con diferentes rutas a servir a un conjunto de clientes.

Buscando una mayor proximidad a contextos reales en los que las restricciones y las variables para tener en cuenta aumentan significativamente, han surgido diferentes variaciones del VRP, las más conocidas son:

- **VRP con capacidad (CVRP):** En este, se deben determinar las rutas de entrega de menor costo para servir a un conjunto de clientes geográficamente dispersos respetando las limitaciones de capacidad de los vehículos (Vidal et al. 2013).
- **VRP con ventanas de tiempo (VRPTW):** Es un problema multiobjetivo en el que algunos vehículos con capacidad limitada deben enrutarse hacia un conjunto de clientes geográficamente dispersos con demandas y ventanas de tiempo predefinidas (Dong et al. 2018).
- **VRP con múltiples depósitos (MDVRP):** En este problema se tiene un conjunto de depósitos con capacidad conocida y de estos los vehículos comienzan sus recorridos con el fin de atender a los clientes y volver al mismo depósito del cual fueron enviados.
- **VRP con recogidas y entregas (VRPPD):** Los vehículos deben llegar a una primera ubicación donde se hace la recogida de los productos y desde esta los transportan a una segunda ubicación para su entrega, el objetivo es encontrar las rutas óptimas para que cada producto llegue al destino final.

Para esta investigación es importante tener en cuenta, además:

- **VRP para vehículos ecológicos (GVRP):** El objetivo es optimizar el consumo de energía del transporte buscando el equilibrio entre la eficiencia operativa y los efectos ambientales adversos causados por el uso de combustibles fósiles (Costa, et al. 2018).
- **VRP de dos escalones (2E-LRP):** Consiste en un nivel superior en el que una flota de vehículos transporta las mercancías desde el depósito principal hasta depósitos satélites que conforman el nivel inferior, de los cuales parten vehículos pequeños que atienden al cliente final. En los dos niveles, cada vehículo termina su recorrido en el depósito de origen.

4.2.5 Problema de Ruteo de Vehículos y Drones VDRP

El problema de ruteo de vehículos con drones VDRP (por sus siglas en inglés Vehicle-Drone Routing Problem) es una extensión del clásico problema de ruteo de vehículos capacitados, en este caso, se cuenta con una flota de camiones que transportan vehículos no tripulados desde un único depósito y estos últimos son los que atienden la demanda de los clientes haciendo las entregas correspondientes, esta combinación busca aprovechar al máximo las ventajas de cada tipo de vehículo, como la capacidad de carga de los camiones y la rapidez y rentabilidad de los drones haciendo que el sistema vehículo-dron funcione eficientemente; pero el hecho de que los vehículos estén integrados representa un desafío grande para la literatura clásica sobre los problemas de ruteo.

Según Z. Wang & Sheu (2019) el VDRP consiste en la distribución de mercancías desde un único depósito denotado como punto 0 hasta un conjunto de clientes C , estas entregas se hacen por medio de una flota homogénea de vehículos K que llevan consigo un número de determinado de drones D con capacidad de carga y rango de vuelo definidos; estas entregas

pueden ser realizadas tanto por el camión como por el dron; además, se debe considerar un grupo de nodos A donde los camiones hacen el despacho y/o recogida de los drones dando así, inicio o finalización a las entregas demandadas.

Para aportar un poco de simplicidad al problema (ya que es considerado NP-Hard) X . Poikonen, Wang, and Golden (2017) plantean que el VDRP está basado en las siguientes suposiciones en cuanto a los drones:

- Un dron puede transportar máximo un paquete cuando está en el aire.
- Un dron tiene una duración de batería de U unidades de tiempo, que inicialmente es arbitrariamente grande.
- Los camiones y los drones se ciñen a la red vial, esto con el fin de que los drones eviten obstáculos o invadan espacio aéreo privado.
- Cuando el dron regresa al camión después de haber hecho una entrega, el tiempo requerido para prepararlo con un nuevo paquete y volver a cargar su batería es insignificante.
- La velocidad del dron es α veces la velocidad del camión.

En el caso de la integración vehículo-dron las suposiciones son las siguientes:

- Un dron debe ser lanzado y recogido por el mismo camión.
- El camión puede ser despachar y recoger un dron solo en un nodo, es decir, el depósito o una ubicación del cliente.
- El camión puede continuar sirviendo a los clientes luego de que un dron sea despachado.
- El nodo de despacho y recolección de cada dron son puntos diferentes.

- Cuando uno de los dos vehículos (camión o dron) llega primero al nodo de recogida debe esperar al otro.

Los objetivos del problema por lo general son minimizar el tiempo de finalización de las entregas o minimizar el costo total de la operación y esto se logra optimizando las rutas que trazaran los camiones y los drones.

4.2.6 Métodos de Solución para Problemas de Ruteo

4.2.6.1 Heurísticas Clásicas de Solución. Las heurísticas son procedimientos simples que realizan una exploración limitada del espacio de búsqueda y dan soluciones de calidad aceptable en tiempos de cálculo generalmente moderados. Las soluciones obtenidas con esta clase de procedimientos pueden, en general, ser mejoradas utilizando métodos de búsqueda más sofisticados, pero incurriendo en elevados tiempos de ejecución. Muchas de estas heurísticas pueden ser extendidas para manejar restricciones adicionales a las del VRP (Olivera 2004).

Las técnicas heurísticas proporcionan soluciones de aceptable calidad mediante una exploración limitada del espacio de búsqueda. Clarke y Wright, propusieron el primer método que resultó efectivo para resolver el VRP (Montes Orozco 2017).

El desarrollo de las técnicas heurísticas clásicas para resolver el VRP se dio entre 1960 y 1990, las cuales se pueden dividir en tres grupos:

- **Métodos constructivos:** Algoritmos de Ahorros, Heurísticas de construcción, Heurísticas de Inserción.
- **Métodos de dos fases:** Métodos de asignación elemental, Algoritmo de Ramificación y Acotamiento truncado, Métodos de asignar primero y rutear después, Método de rutear primero y asignar después, Algoritmos de pétalos.

- **Heurísticas de mejora (Búsqueda Local):** Operador de intercambio, Algoritmo de Lin-Kernighan, Operador Or-opt, GENI y GENIUS, Algoritmos de transferencias cíclicas, Operador de Van Breedam.

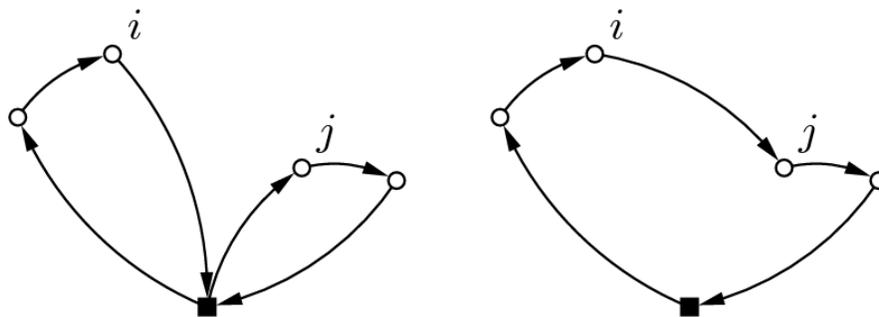
4.2.6.1.1 Algoritmo de Ahorros. Uno de los algoritmos más difundidos para el VRP es el Algoritmo de Ahorros de Clarke y Wright. Si en una solución dos rutas diferentes $(0, \dots, i, 0)$ y $(0, j, \dots, 0)$ pueden ser combinadas formando una nueva ruta $(0, \dots, i, j, \dots, 0)$ como se muestra en la **Figura 6**, el ahorro (en distancia) obtenido por dicha unión es

$$S_{ij} = C_{i0} + C_{0j} - C_{ij}$$

pues en la nueva solución los arcos $i0$ y $0j$ no serán utilizados y se agregará el arco ij . En este algoritmo se parte de una solución inicial y se realizan las uniones que den mayores ahorros siempre que no violen las restricciones del problema. Existe una versión paralela en la que se trabaja sobre todas las rutas simultáneamente, y otra secuencial que construye las rutas de a una por vez (Olivera 2004).

Figura 6

Representación de una ruta de ahorros



Nota. El gráfico representa dos rutas antes y después de ser unidas luego de aplicar el algoritmo de ahorros. Tomado de (Rocha Medina, et al. 2011).

4.2.6.1.2 Heurísticas de Inserción. Las heurísticas de inserción son métodos que permiten la creación de una solución, mediante múltiples y sucesivas inserciones de clientes en las rutas. En cada iteración se tiene una solución parcial del problema con rutas que se encuentran formadas por un subconjunto de clientes, donde se elige un nuevo cliente no visitado para ser parte de la solución del problema (Rocha & Salaberry 2019). Algunas de las heurísticas de inserción son “*Heurística de inserción de Mole y Jameson*” donde utilizan dos medidas para decidir el próximo cliente a insertar en la solución parcial y el método de inserción en paralelo de Christofides, Mingozzi y Toth, donde opera en dos fases, en la primera se determina la cantidad de rutas a usar y cliente para iniciar y en la segunda fase se ejecuta.

4.2.6.1.2 Búsqueda Local. Los métodos de búsqueda local se aplican para mejorar una solución ya obtenida. Es decir, se define un conjunto de soluciones vecinas y parte de una solución inicial (generalmente aleatoria), para luego reemplazarla por una solución vecina con menor costo; este procedimiento se realiza de manera iterativa hasta que no mejore más la solución (Rocha & Salaberry 2019).

Búsqueda local tiene la ventaja de encontrar soluciones muy rápidamente, su principal desventaja es que queda atrapada fácilmente en mínimos locales y su solución final depende fuertemente de la solución inicial. Este es un método determinístico y sin memoria dada una misma entrada, regresa la misma salida; de hecho, un conjunto de entradas nos genera la misma salida (mínimo local) y se puede ver como un pozo de atracción.

4.2.6.2 Metaheurísticas. Las Metaheurísticas son procedimientos genéricos de exploración del espacio de soluciones para problemas de optimización y búsqueda. Proporcionan una línea de diseño que, adaptada en cada contexto, permite generar algoritmos de solución. En general, las metaheurísticas obtienen mejores resultados que las heurísticas clásicas, pero

incurriendo en mayores tiempos de ejecución (inferiores a los de los algoritmos exactos) (Olivera 2004).

4.2.6.2.1 Búsqueda de Vecindario. Propuesta por Hansen y Mladenovic en 1974. En esta técnica, se realiza una búsqueda local, en la cual, se lleva a cabo distintos cambios de vecindarios; aquí, generalmente se realizan vecindarios con cambios pequeños al inicio y conforme al paso de la búsqueda, se utilizan vecindarios con cambios más fuertes o viceversa. Por otro lado, para evitar que la búsqueda se vuelva aleatoria es recomendable utilizar distintos tamaños de vecindario al inicio de la búsqueda y cuando esta se encuentra avanzada (Montes Orozco 2017).

4.2.6.2.2 VNS. La VNS (Variable Neighborhood Search) es una metaheurística utilizada para solucionar problemas de optimización cuya idea básica es el cambio sistemático de entorno dentro de una búsqueda local. La VNS cambia sistemáticamente el vecindario en dos fases: primero, descenso para encontrar un óptimo local y finalmente, fase de perturbación para salir del valle correspondiente (Hansen, et al. 2003).

Propuesta por Hansen and Mladenović, n.d. la VNS se puede describir de la siguiente manera. Se define un problema de optimización determinista como:

$$\min \{ f(x) | x \in X \}$$

Donde X , x^* y f son el espacio de soluciones factibles, una solución óptima (o mínimo global) y una función objetivo de minimización respectivamente.

Una estructura de entornos en el espacio de soluciones X es una aplicación $N: X \rightarrow 2^X$ que asocia a cada solución $x \in X$ un entorno de soluciones $N(x) \subset X$, que se dicen vecinas

de x . Las metaheurísticas de búsqueda local aplican una transformación o movimiento a la solución de búsqueda y por tanto utilizan, explícita o implícitamente, una estructura de entornos. Denotemos por $N_k, k = 1, \dots, k_{max}$, a un conjunto finito de estructuras de entornos en el espacio X . Los entornos N_k pueden ser inducidos por una o más métricas introducidas en el espacio de soluciones X . La mayoría de las heurísticas de búsqueda local usan solo una estructura de entornos. Una solución $x^* \in X$ es un mínimo global del problema si no existe una solución $x \in X$ tal que

$$f(x) < f(x^*).$$

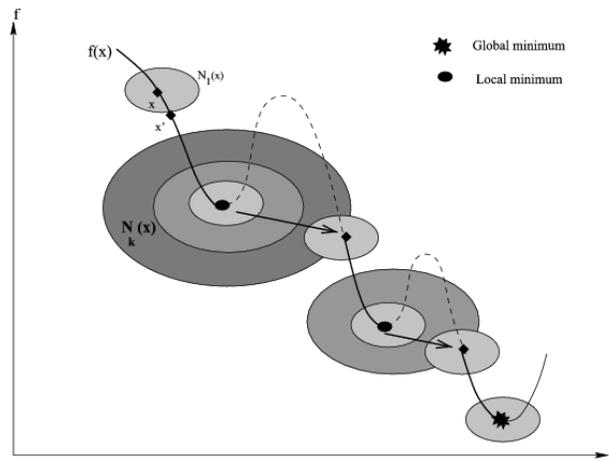
La VNS está basada en tres hechos simples:

- Un mínimo local con una estructura de entornos no lo es necesariamente con otra.
- Un mínimo global es mínimo local con todas las posibles estructuras de entornos.
- Para muchos problemas, los mínimos locales con la misma o distinta estructura de entornos están relativamente cerca.

Para ilustrar el comportamiento de este algoritmo se tiene la **figura 7**, en la que las soluciones locales pasan de un entorno a otro hasta que se encuentra el mínimo global, como se expuso anteriormente.

Figura 7

Comportamiento del algoritmo VNS



Nota. El gráfico representa el comportamiento del algoritmo VNS. Tomado de (Belen, et al. 2003).

4.2.6.2.3 Búsqueda Tabú. Es una metaheurística que guía un procedimiento heurístico de búsqueda local en la búsqueda de optimizada global. Su filosofía se basa en derivar y explotar una colección de estrategias inteligentes para la resolución de problemas, basados en procedimientos implícitos y explícitos de aprendizaje (Castañeda Barrios 2009). Esta se caracteriza porque utiliza una estrategia basada en el uso de estructuras de memoria para escapar de los óptimos locales, en los que se puede caer al “moverse” de una solución a otra por el espacio de soluciones. La estructura de la memoria en la metaheurística de búsqueda tabú aplica con relación a cuatro dimensiones principales que son: la calidad, la influencia, la memoria en la frecuencia (largo plazo) y la memoria basada en lo creciente (corto plazo).

4.2.6.4 Algoritmos Genéticos. Los Algoritmos Genéticos (AG) fueron introducidos por Holland donde se utilizan las ideas de la evolución natural de los seres vivos para resolver problemas de optimización y búsqueda. En general, se trabaja sobre una representación de las soluciones en algún esquema de codificación (por ejemplo, vectores, matrices o árboles) (Olivera 2004). El algoritmo opera sobre una población P de soluciones codificadas, llamadas individuos. Para cada individuo $i \in P$ se define una función de fitness $f(i)$ de modo que cuanto mayor es el

fitness de un individuo, mejor es la solución que éste representa. En cada iteración se aplican operadores evolutivos que combinan y modifican a los individuos de la población, creando una nueva. En el esquema usual se opera en tres fases: selección, cruzamiento y mutación.

4.2.7 UAV-Dron

El desarrollo de vehículos aéreos no tripulados (UAV) también denominados drones, han evolucionado desde las aplicaciones militares hasta el uso por aficionados en el mundo y, recientemente aplicaciones civiles significativas (Cazaurang, et al. 2020).

Los UAV (Unmanned Aerial Vehicle), dron (Zángano) o VANT (Vehículos Aéreos No Tripulados), son aeronaves reutilizables a propulsión que operan mediante control de distancia de manera autónoma no tripulada (Cazaurang, et al. 2020).

Inicialmente se habla de UAS (Sistemas Aéreos No Tripulados), siendo aparatos capaces de desarrollar funciones de forma independiente, es decir, que no necesitan intervención humana de ningún tipo de tal manera que no requieren de pilotos a bordo de la nave. Estos sistemas aun en su fase experimental iniciaron a utilizarse en operaciones militares desde la Primera Guerra Mundial donde se dieron cuenta que la automatización era deficiente haciéndolos inexactos en su principal tarea que era el bombardeo terrorista, aunque el uso de UAV de forma masiva era imposible (Palik & Nagy 2019). Asimismo, se usaban para captura de imágenes en territorio enemigo y barridos topográficos de zonas con misiles; con el paso del tiempo, los avances tecnológicos han permitido expandir el propósito de uso de los UAV's en áreas como la construcción e inspecciones en campo, industrias de gas y gasolina para seguridad y mantenimiento, industrias agrícolas para supervisión de cosechas, agencias de transporte, aerolíneas y en empresas que realicen entregas de pedidos, entre otras (Jiménez Romero y Tarazona Jiménez

2020). Por otro lado, en los últimos años los UAV se han venido utilizando con sistemas de planificación de rutas en tiempo real, determinando direcciones a un objetivo.

Los vehículos aéreos no tripulados tienen la capacidad de desplazarse entre dos puntos de forma rápida ya que no deben someterse a las condiciones de las vías de acceso (movilidad o congestión, estado vial, entre otros). Pueden consumir menor cantidad de energía debido a su alivianado peso; pero cuentan con ciertas restricciones como la capacidad de carga en batería y el rango de vuelo que limitan las operaciones.

4.2.8 Sistema Integrado Vehículo-Dron (Nave Nodriza)

El sistema integrado vehículo-dron, más conocido como “nave nodriza” es un sistema aplicable al VDRP que generalmente consta de camiones o camionetas que transportan vehículos no tripulados (robots y/o drones) desde uno o varios depósitos hasta los vecindarios donde se encuentran los clientes que deben ser servidos, para realizar múltiples tareas de recogida y entrega. Este sistema adopta un enfoque de “enjambre” en donde se realizan varias entregas y recogidas simultáneamente y se estima la duplicación de la cantidad promedio de paquetes entregados en comparación con el sistema convencional en el que un vehículo completa la última milla.

Según Karak & Abdelghany (2019) Adoptar el enfoque de “nave nodriza” tiene las siguientes ventajas:

- Los drones pueden prestar el servicio habitual de entrega de paquetes y además ofrece el servicio de recogida de estos.
- Puede adoptar tres categorías; uno a uno (cada paquete se transporta desde un origen hasta un destino), uno a muchos-muchos a uno (los paquetes por entregar se llevan

desde un único depósito hasta los clientes y a este mismo depósito se transportan los productos recogidos) y muchos a muchos (implica varios clientes y varios depósitos).

- Permite la flexibilidad en cuanto a las ubicaciones de despacho y recogida de los drones (pueden ser iguales o diferentes).
- Reduce la carga laboral del conductor del camión, ya que limita sus tareas a conducir entre paradas especificar y cargar/descargar flotas de drones.
- Existen nodos (que no necesariamente son la ubicación exacta del cliente) en los que el camión puede hacer su parada y despacho o recoja los drones.

Los sistemas de nave nodriza son un concepto relativamente nuevo, según la revista Forbes, en 2017, Mercedes Benz presentó su proyecto Visión Van, en el que una furgoneta transporta drones listos para despegar, siendo el techo de la nave la pista de aterrizaje y despegue de los vehículos aéreos no tripulados, lo que busca la compañía alemana es que este proyecto alcance la madurez suficiente para hacer posible la visión de las cero emisiones y habilitar el progreso gradual hacia la autonomía de los vehículos de transporte de pasajeros y de carga (Hernandez Armenta 2017).

5. Formulación Matemática

5.1 Modelo Matemático

El problema planteado considera una red multimodal $G(N, A)$, donde N es el conjunto de nodos y A es el conjunto de enlaces. El conjunto de Nodos se define como $N = N_v \cup N_d \cup N_1 \cup N_c$, al conjunto N_v pertenecen los nodos estaciones, en estos, el vehículo hace las respectivas paradas y es donde se lleva a cabo la recolección y el despacho de los drones; al conjunto N_d

solamente corresponde el nodo depósito, $N_1 = Nv \cup Nd$ representa los nodos a los cuales tiene acceso el vehículo, y Nc se define como el subconjunto de los nodos clientes a los que tienen acceso únicamente los UAV's ya sea para entregar o recoger mercancía. Cada enlace (i, j) es definido en términos de la distancia l_{ij} .

El objetivo del modelo es minimizar la suma de los costos de transporte generados por los vehículos Cv_{ij} y por los UAV's Cd_{dij} al atravesar un enlace (i, j) ; esto mediante una función que depende del costo promedio por unidad de distancia y la longitud del enlace recorrido. Se considera que en todos los casos el costo de transporte generado por los drones es menor que el costo de transporte generado por los vehículos.

El conjunto de drones D que van a bordo de un vehículo son los encargados de suplir la demanda de los clientes pertenecientes a la red, cada $d \in D$ tiene un rango de vuelo r_d y una capacidad de carga que no pueden ser excedidos; además, son estos los encargados de hacer las entregas y recogidas q_m y p_m respectivamente que están relacionadas a cada cliente.

El problema requiere determinar la ruta óptima de los vehículos y de los drones de tal forma que todos los clientes pertenecientes a la red sean servidos con el mínimo costo total. Las variables de decisión x_{dij} y y_{ij} representan y hacen seguimiento a la ruta del vehículo mientras que z_{jdm} , d_{ijd} y f_{jd} determinan la ruta de los drones. Es de resaltar que este conjunto de variables representa el 50% de todas las decisiones que se plantean en el problema. Las variables dw_{ijd} , pw_{ijd} y dst_{ijd} definen las cargas que serán asignadas a cada dron las cuales pueden ser de entrega o recogida y el rango de vuelo restante del dron después de la visita a un cliente.

Por último, u_i es la variable que proporciona el orden en que se encuentran ubicados los nodos pertenecientes a N_1 en la ruta del vehículo y la distancia total recorrida por el vehículo es representada mediante d_{ij} .

El problema de ruteo de vehículos en sistema de nave nodriza funciona bajo las siguientes condiciones:

5.1.1 Supuestos

Para la operación del sistema propuesto se deben suponer las siguientes condiciones:

- El vehículo transporta varios drones a la vez.
- El vehículo puede visitar cada estación por única vez.
- Los vehículos se utilizan únicamente como depósitos móviles para los drones con el fin de reducir la cantidad de estaciones vehículos.
- El vehículo no puede salir de una estación antes de recoger los drones que se encuentran programados para regresar a la misma estación inicial.
- Al contemplar la capacidad del vehículo se desprecia el peso de los drones.
- Cada dron puede servir o atender a más de un cliente por despacho siempre y cuando su capacidad de carga y su rango de vuelo no se sobrepasen.
- Los drones pueden regresar o ser recogidos en cualquier estación ya sea igual o diferente a la de despacho a lo largo de la ruta del vehículo.
- Los paquetes se cargan o se descargan de los drones una vez recogidos por el vehículo.
- La batería de cada dron es cambiada o renovada por una totalmente recargada cada vez que el dron llega al vehículo.

- Se pueden enviar varios drones de manera simultánea para atender a distintos clientes desde cualquier estación con el fin de mejorar la productividad del sistema.
- Los drones se pueden enviar y recoger varias veces desde la misma estación.
- Se asume que, si los drones llegan a la estación antes que el vehículo, estos esperan de forma inactiva a que llegue el vehículo a recogerlos. De esta manera se garantiza el cumplimiento secuencial de la ruta del vehículo y de los drones.
- Los clientes solo pueden ser atendidos por los drones.

5.1.2 Conjuntos

G red multimodal dirigida

N conjunto de nodos agrupados por i, j, k, l y $n \in N$

N_D subconjunto que incluye en nodo depósito

N_V subconjunto de nodos estaciones

N_C subconjunto de nodos clientes

N_I subconjunto a los que accede el vehículo ($N_D \cup N_V$)

A conjunto de enlaces relacionados por los nodos (i, j) donde $i \in N$ y $j \in N$

D grupo de drones agrupados por $d \in D$

5.1.3 Parámetros

q_m Peso de la entrega del cliente ubicado en el nodo $m \in N_C$

p_m Peso de recogida del cliente ubicado en el nodo $m \in N_C$

r_d Rango máximo de vuelo del dron $d \in D$

w_d Capacidad de carga del dron $d \in D$

- l_{ij} Longitud del enlace $(i, j) \in A$
- cv_{ij} Costo promedio de viaje del vehículo desde el nodo $i \in N_1$
hasta el nodo $j \in N_1$
- cd_{ij}^d Costo promedio de viaje del dron desde el nodo $i \in N$ hasta el $i \in N$
- $M1$ Número positivo muy grande (representa la distancia máxima posible recorrida por el vehículo)
- $M2$ Número positivo muy grande (representa la máxima capacidad de carga posible del dron)
 $M2 = \max (w_d \forall d \in D)$
- $M3$ Número positivo muy grande (representa el rango máximo posible de vuelo por el dron)
 $M3 = \max (r_d \forall d \in D)$
- $M4$ Número positivo muy grande (representa la capacidad máxima de carga del vehículo)

5.1.4 Variables de Decisión

$$x_{dij} = \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ si el dron } d \in D \text{ atraviesa el enlace } (i, j) \in A \text{ a bordo del vehículo} \\ 0 \text{ de lo contrario} \end{array} \right\}$$

$$y_{ij} = \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ si el vehículo atraviesa el enlace } (i, j) \in A \\ 0 \text{ de lo contrario} \end{array} \right\}$$

$$z_{jdm} = \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ si el dron } d \in D \text{ despachado desde la estación } j \in N_v \text{ viajando} \\ \text{a través del enlace } (m, l) \in A \\ 0 \text{ de lo contrario} \end{array} \right\}$$

$$b_{ijd} = \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ si el dron } d \in D \text{ despachado desde la estación } j \in N_v \text{ es recogido} \\ \text{en la estación } i \in N_v \\ 0 \text{ de lo contrario} \end{array} \right\}$$

$$f_{jd} = \begin{cases} 1 & \text{si el dron } d \in D \text{ es despachado desde la estación } j \in N_v \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

dw_{ijd} = carga de entrega transportada por un dron $d \in D$ después de visitar el nodo $i \in N$ y dirigirse al nodo $j \in N$.

pw_{ijd} = carga recogida transportada por el dron $d \in D$ después de visitar el nodo $i \in N$ y dirigirse al nodo $j \in N$.

u_i = orden específico del nodo $i \in N_1$ en la ruta del vehículo.

dst_{ijd} = rango de vuelo restante del dron $d \in D$ después de visitar el nodo $i \in N$ y dirigirse al nodo $j \in N$.

d_{ij} = distancia total recorrida por el vehículo después de viajar a través del enlace $(i, j) \in A$.

5.1.5 Formulación Matemática

5.1.5.1 Función Objetivo.

$$\min \sum_{i \in N_1} \sum_{j \in N_1} y_{ij} (cv_{ij})(l_{ij}) + \sum_{j \in N_v} \sum_{d \in D} \sum_{m \in N} \sum_{l \in N} Z_{jdml} (cd_{ml}^d)(l_{ml}) \quad [1]$$

5.1.5.2 Restricciones Depósito.

$$\sum_{j \in N_v} y_{kj} = 1 \quad \forall k \in N_D \quad [2]$$

$$\sum_{j \in N_v} y_{jk} = 1 \quad \forall k \in N_D \quad [3]$$

$$\sum_{j \in N_v} \sum_{d \in D} \sum_{k \in N_D} x_{dkj} = \sum_{j \in N_v} \sum_{d \in D} \sum_{k \in N_D} x_{djk} \quad [4]$$

5.1.5.3 Restricciones de Vehículo.

$$\sum_{\substack{j \in N_v \\ (j \neq i)}} y_{ij} = \sum_{\substack{j \in N_1 \\ (j \neq i)}} y_{ji} \quad \forall i \in N_1 \quad [5]$$

$$d_{ki} \leq l_{ki} + M1*(1 - y_{ki}) \quad \forall i \in N_1 \quad [6]$$

$$d_{ki} \geq l_{ki} - M1*(1 - y_{ki}) \quad \forall i \in N_1 \quad [7]$$

$$d_{ij} \leq d_{ki} + l_{ij} + M1*(2 - y_{ij} - y_{ki}) \quad \forall i \in N_v; \forall j \in \{N_1 : j \neq i\}; \forall k \in \{N_1 : k \neq i\} \quad [8]$$

$$d_{ji} \geq d_{ki} + l_{ij} - M1*(2 - y_{ij} - y_{ki}) \quad \forall i \in N_v; \forall j \in \{N_1 : j \neq i\}; \forall k \in \{N_1 : k \neq i\} \quad [9]$$

$$d_{ij} \leq M1*y_{ij} \quad \forall i \in N_1; \forall j \in N_1 \quad [10]$$

$$pw_{ijd} + qw_{ijd} \leq M4 \quad \forall d \in D, \forall i \in N, \forall j \in N \quad [11]$$

5.1.5.4 Restricciones de Dron.

$$z_{jdlm} \leq \sum_{k \in N_c} z_{jdk} \quad \forall d \in D, \forall l \in N, \forall m \in N, \forall j \in N_v \quad [12]$$

$$z_{jdk} = 0 \quad \forall d \in D, \forall k \in N, \forall i \in N_1, \forall j \in \{N_v : j \neq i\} \quad [13]$$

$$\sum_{j \in N_v} \sum_{d \in D} \sum_{l \in N} z_{jdlm} = 1 \quad \forall m \in N_c \quad [14]$$

$$\sum_{\substack{l \in N \\ (l \neq m)}} z_{jdlm} = \sum_{\substack{n \in N \\ (n \neq m)}} z_{jdmn} \quad \forall d \in D, \forall m \in N_c, \forall j \in N_v \quad [15]$$

$$dw_{ikd} + pw_{ikd} \leq w_d \quad \forall d \in D, \forall i \in N, \forall k \in N \quad [16]$$

$$\sum_{k \in N} pw_{jkd} = M2 \times (1 - z_{jdm}) \quad \forall d \in D, \forall j \in N_v, \forall m \in N \quad [17]$$

$$dw_{mkd} \geq dw_{lmd} - q_m - M2 \times (2 - z_{jdlm} - z_{jdmk}) \\ \forall d \in D, \forall j \in N_v, \forall m \in \{N_c : m \neq j\}, \forall l \in \{N : l \neq m\}, \forall k \in \{N : k \neq m\} \quad [18]$$

$$dw_{mkd} \leq dw_{lmd} - q_m + M2 \times (2 - z_{jdlm} - z_{jdmk}) \\ \forall d \in D, \forall j \in N_v, \forall m \in \{N_c : m \neq j\}, \forall l \in \{N : l \neq m\}, \forall k \in \{N : k \neq m\} \quad [19]$$

$$pw_{mkd} \geq pw_{lmd} + p_m - M2 \times (2 - z_{jdlm} - z_{jdmk}) \\ \forall d \in D, \forall j \in N_v, \forall m \in \{N_c : m \neq j\}, \forall l \in \{N : l \neq m\}, \forall k \in \{N : k \neq m\} \quad [20]$$

$$pw_{mkd} \leq pw_{lmd} + p_m + M2 \times (2 - z_{jdlm} - z_{jdmk})$$

$$\forall d \in D, \forall j \in N_v, \forall m \in \{N_c : m \neq j\}, \forall l \in \{N : l \neq m\}, \forall k \in \{N : k \neq m\} \quad [21]$$

$$dw_{lmd} \leq \sum_{j \in N_v} M2 \times z_{jdlm} \quad \forall d \in D, \forall l \in N, \forall m \in N \quad [22]$$

$$pw_{lmd} \leq \sum_{j \in N_v} M2 \times z_{jdlm} \quad \forall d \in D, \forall l \in N, \forall m \in N \quad [23]$$

$$dst_{jkd} = r_d \times z_{jdk} \quad \forall d \in D, \forall j \in N_v, \forall k \in N \quad [24]$$

$$dst_{ikd} \geq l_{ik} \times z_{dik} \quad \forall d \in D, \forall j \in N_v, \forall (i, k) \in N \quad [25]$$

$$dst_{mkd} \geq dst_{lmd} - l_{lm} - M3 \times (2 - z_{jdlm} - z_{jdmk})$$

$$\forall d \in D, \forall j \in N_v, \forall m \in \{N : m \neq j\}, \forall l \in \{N : l \neq m\}, \forall k \in \{N : k \neq m\} \quad [26]$$

$$dst_{mkd} \leq dst_{lmd} - l_{lm} + M3 \times (2 - z_{jdlm} - z_{jdmk})$$

$$\forall d \in D, \forall j \in N_v, \forall m \in \{N : m \neq j\}, \forall l \in \{N : l \neq m\}, \forall k \in \{N : k \neq m\} \quad [27]$$

$$dst_{mkd} \leq \sum_{j \in N_v} M3 \times z_{jdlm} \quad \forall d \in D, \forall l \in N, \forall m \in N \quad [28]$$

5.1.5.5 Restricciones de Integración Vehículo-Dron.

$$b_{ijd} \leq \sum_{l \in N_c} z_{jdl} \quad \forall d \in D, \forall i \in N_v, \forall j \in N_v \quad [29]$$

$$b_{ijd} \geq z_{jdi} \quad \forall d \in D, \forall j \in N_v, \forall k \in N_c, \forall j \in N_v \quad [30]$$

$$f_{jd} \leq \sum_{m \in N_c} z_{jdm} \quad \forall d \in D, \forall j \in N_v \quad [31]$$

$$f_{jd} \geq z_{jdi} \quad \forall d \in D, \forall j \in N_v, \forall k \in N_c \quad [32]$$

$$\sum_{\substack{k \in N_1 \\ k \neq i}} x_{dki} + \sum_{j \in N_v} \sum_{m \in N_c} z_{jdm} = \sum_{\substack{k \in N_1 \\ k \neq i}} x_{dik} + \sum_{m \in N_c} z_{idm} \quad \forall d \in D, \forall i \in N_v \quad [33]$$

$$x_{dij} \leq y_{ij} \quad \forall d \in D, \forall i \in N_1, \forall j \in \{N_1 : j \neq i\} \quad [34]$$

$$\sum_{k \in N_1} y_{ki} \geq b_{ijd} \quad \forall d \in D, \forall i \in N_V, \forall j \in N_V \quad [35]$$

$$y_{ji} \geq y_{ij} + M1 \times (b_{ijd} - 1) \quad \forall d \in D, \forall i \in N_V, \forall j \in N_V \quad [36]$$

$$\sum_{k \in N_1} d_{ki} \geq \sum_{m \in N_1} d_{mj} - M1 \times (1 - b_{ijd}) \quad \forall d \in D, \forall i \in N_V, \forall j \in N_V \quad [37]$$

$$\sum_{k \in N_1} x_{dki} + \sum_{\substack{j \in N_V \\ j \neq i}} b_{ijd} \geq f_{id} \quad \forall d \in D, \forall i \in N_V \quad [38]$$

$$b_{ijd} \leq f_{jd} \quad \forall d \in D, \forall i \in N_V, \forall j \in N_V \quad [39]$$

$$u_i - u_j + N_1 \times y_{ij} \leq N_1 - 1 \quad \forall i \in N_1, \forall j \in \{N_V : j \neq i\} \quad [40]$$

$$u_0 = 1 \quad [41]$$

$$\begin{aligned} y_{ij} \in \{0, 1\}, x_{dij} \in \{0, 1\}, z_{jdlm} \in \{0, 1\}, b_{ijd} \in \{0, 1\}, f_{jd} \in \{0, 1\}, \\ dw_{lmd} \geq 0, pw_{lmd} \geq 0, dst_{lmd} \geq 0, d_{ij} \geq 0, 1 \leq u_i \leq N_{V(size)} + 2 \\ \forall d \in D, \forall i \in N_1, \forall j \in N_1, \forall l \in N, \forall m \in N \end{aligned} \quad [42]$$

Nota. El modelo matemático fue adaptado de (Karak and Abdelghany 2019) con modificación en la función objetivo anexando distancia recorrida.

5.2 Descripción del Modelo

El objetivo es minimizar los costos de operación comprendidos por el vehículo y los drones, tal como lo evidencia la función objetivo **(1)**, la cual está comprendida por dos secciones, la primera representa el costo de operación por recorrido del vehículo quien cumple con el despacho y la recogida de los drones, y la segunda, relaciona el costo de operación del recorrido de los drones encargados de servir a cada cliente. Las restricciones **(2)** y **(3)** garantizan que el vehículo inicie y finalice su recorrido en la estación depósito. La restricción **(4)** garantiza que la cantidad de drones que salen del depósito sea la misma cantidad que regresa.

Los vehículos que ingresan a un nodo estación deben ser los mismos que salen y se dirigen a otro nodo con el fin de garantizar la trayectoria de su recorrido (5). Para identificar o rastrear las distancias recorridas por el vehículo -una vez salga o ingrese a cualquier estación- se tienen las restricciones (6), (7), (8) y (9), estas restricciones aplican siempre y cuando el vehículo viaje a través del enlace (i, j) . En cuanto a la restricción (10) garantiza que la distancia total recorrida por el vehículo D_{ij} se haga cero si el enlace (i, j) no es recorrido. El vehículo tiene una limitación donde se establece que no pueden llevar un peso de carga ya sea de entrega o recogida superior a su capacidad máxima como indica la restricción (11).

Con el fin de garantizar la viabilidad de los recorridos construidos para los drones se plantean las restricciones de la (12) a la (28). En las restricciones (12) y (13) se garantiza que cada dron inicie su recorrido desde la estación de despacho ya sea estación vehículo o estación depósito. En la restricción (14) se asegura que cada cliente sea servido o atendido por un dron. Asimismo, en la restricción (15) se garantiza que el recorrido construido para cada dron tenga continuidad, es decir, el nodo al que llegue el dron sea del mismo nodo del que salga. Cada dron tiene una limitación de capacidad donde se establece que los drones no pueden llevar un peso de carga superior a su capacidad máxima como se indica la restricción (16). La restricción (17) asegura que el dron salga del vehículo con la carga requerida para servir a los clientes asignados. Las restricciones de la (18) a la (19) se encargan de actualizar la carga transportada de entrega o recogida de los drones cada vez que ingresa o sale de un nodo (nodo cliente o nodo vehículo). Restricciones (22) y (23) indican que dw_{imd} y pw_{imd} son iguales a cero si el dron D no viaja a través del enlace (l, m) . En las restricciones de la (24) a la (28) se garantiza que los drones no sobrepasen el límite de rango de vuelo, de tal modo que, en la (24) se obliga a que cada dron inicie

su recorrido con la batería totalmente cargada o con el rango de vuelo completo. En la (25), para iniciar un recorrido siempre el rango de vuelo debe ser suficiente para atravesar el enlace y alcanzar su destino. Con el fin de conocer el rango de vuelo disponible a medida que el dron cumpla con el recorrido (nodo a nodo), las restricciones (26) y (27) se aseguran de actualizar el rango de vuelo disponible en función de la distancia recorrida por cada dron. Por último, la restricción (28) garantiza que la vida útil de la batería o el rango de vuelo disponible para cada dron no disminuya si el dron no ha atravesado el enlace (i, j) .

A partir de la restricción (29) se considera la integración de los vehículos y drones. La restricción (29) establece que la variable de decisión B_{ijd} , que define las estaciones de despacho y recogida de drones $d \in D$, es igual a 1 si el dron enviado desde la estación $j \in N_V$ se recoge en la estación $i \in N_V$. Tenga en cuenta que la misma estación podría usarse para enviar y recoger el dron; esto aplica cuando $i = j$. Restricción (30) indica que, si un dron regresa a una estación, el vehículo no podrá continuar su recorrido hasta que lo recoja en dicha estación. Las restricciones (31) y (32) aseguran que el valor de la variable de decisión F_{jd} , que se utiliza para especificar la estación de despacho del dron, es igual a 1 si el dron $d \in D$ se envía desde la estación $j \in N_V$. En estas restricciones se busca saber cuál es su ubicación dentro de la red. La restricción (33) garantiza la conservación del flujo de drones entre las estaciones. En la restricción (34) se asegura que el vehículo pueda transportar un dron a bordo de él por el enlace (i, j) solo si el vehículo está programado para viajar en dicho enlace. La restricción (35) requiere que el vehículo visite la estación de recolección donde está programado el regreso del dron. En las restricciones (36) y (37) se indica que, si el dron se envía y se recoge en dos estaciones diferentes, el vehículo debe visitar la estación de despacho antes que la estación de recolección. Para la restricción (38) el vehículo

debe recoger el dron con el fin de reemplazar / recargar su batería y cargarlo con un nuevo conjunto de paquetes antes de su envío. Con el fin de garantizar que el dron no pueda ser enviado antes de ser recogido se establece la restricción (39). La eliminación del sub-recorrido (subtours) es proporcionada por restricciones (40) y (41). Por último, la restricción (42) establece las condiciones binarias y de no negatividad para las variables.

6. Diseño del Algoritmo VNS para la Solución del Problema

6.1 Representación de la Solución

Para representar la solución de un problema en términos del método de solución aplicado, se realiza una *codificación*. Esta representación está asignada de dos maneras, una referente al ruteo de la flota de vehículos, y otra a la flota de drones quienes atenderán a los clientes.

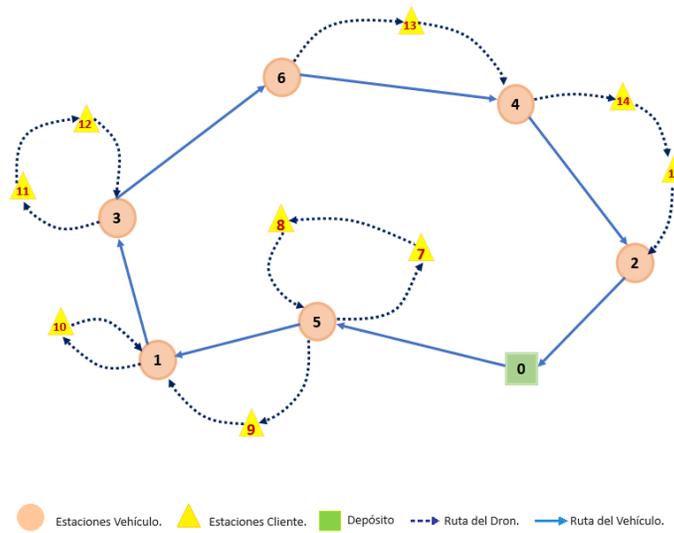
La primera parte, se establece para dar prioridad a la orientación y ubicación de las estaciones de vehículos basados en la sectorización de los clientes más cercanos de cada punto. Es decir, las estaciones son establecidas dependiendo de la ubicación mayoritaria de los clientes para la atención oportuna y más cercana a los mismos.

La segunda parte, se establece dando prioridad a los clientes quienes serán atendidos por la flota de drones basados en la ruta del vehículo y su sectorización.

En la **figura 8** se muestra la relación de la ruta que recorre el vehículo en dirección a cada estación N_v donde se despachan los drones para servir a cada cliente.

Figura 8

Representación de la solución



Nota. El gráfico representa la ruta de los vehículos recorriendo cada estación y la ruta de los drones saliendo de las estaciones de vehículo hasta llegar y cumplir su entrega o recogida con cada cliente retornando a su ruta.

Con base en el ejemplo anterior, al establecer cada una de las rutas, estas se pueden representar en forma de vector como se muestra en la **Figura 9**.

Figura 9

Representación de los Vectores

VEHÍCULO:

0	5	1	3	6	4	2	0
---	---	---	---	---	---	---	---

DRON:

5	7	8	5	9	1	10	1	3	11	12	3	6	13	4	14	15	2
---	---	---	---	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	---	----	----	---

VEHÍCULO-DRON:

0	5	7	8	5	9	1	10	1	3	11	12	3	6	13	4	14	15	2	0
---	---	---	---	---	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	---	----	----	---	---

- Nodo Cliente N_c
- Estación Vehículo N_v
- Nodo Depósito N_D

Nota. El gráfico representa los vectores posición de las flotas de vehículos y drones según la ruta planteada en la **Figura 8**.

6.2 Algoritmo de Ahorros de Clarke and Wriqth

El algoritmo de ahorros de *Clarke and Wright* es una de las heurísticas más utilizadas y conocidas en el campo de la investigación de operaciones debido a su simplicidad de aplicación y su capacidad de generar buenas soluciones iniciales a problemas de optimización de rutas de vehículos. El algoritmo de ahorros originalmente está planteado para minimizar la distancia total recorrida por un número de camiones capacitados que parten de un depósito y deben entregar su carga a los clientes en diferentes puntos de la red. A medida que varían las características de los problemas de ruteo de vehículos, el algoritmo de ahorros de *Clarke and Wright* sufre algunos cambios que permiten abordarlos y generar una buena solución inicial sin violar sus restricciones.

La Heurística Híbrida de *Clarke & Wriqth* (HCWH) es una ampliación del algoritmo de ahorros de *Clarke and Wright* que originalmente utiliza el concepto de matriz de ahorros para clasificar el proceso de fusión de dos subrutas en una ruta más grande, en este caso, la metodología de solución (HCWH) para el VDRP considera la multimodalidad del problema de ruteo integrado entre vehículos y drones.

La HCWH construye rutas de vehículos y rutas de drones de manera que se minimice el costo total de la red. Adopta un modelo codicioso de reducción de costos multimodal y simultánea, estrategia que combina ahorros en costos de vehículos y drones para construir rutas intermodales eficientes que minimizan el costo total de operación (Karak & Abdelghany 2019).

6.2.1 Generación de la Solución Inicial

Para la generación de la solución inicial se utiliza la heurística híbrida de Clarke and Wriqth, la cual es un proceso iterativo en el que se deben seguir los siguientes pasos:

Tabla 4

H1: Heurística híbrida de Clake & Wright

H1: The Hybrid Clarke and Wright Heuristic**Input:** Network topology and customer information**Result:** S_V and S_D **Repeat**Set the closest station for each customer considering the stations in N_V ψ_D = Calculate pair saving for customers ψ_V = Calculate_Multimodal_Saving_For_Stations (ψ_D, w, r) S_V = Call the CW algorithm using $N_V \cup N_D$ and ψ_V as input S_D = Build Drone Routes (ψ_D, w, r)

Check if reversed vehicle route reduces total cost

 stn = Determine_Station_with_Highest_Multimodal_Saving ($N_V, N_D, S_V, S_D, \psi_V, w, r$)**if** ($stn \neq \emptyset$) **then** $N_V = N_V - stn$; $S_V = \emptyset$; $S_D = \emptyset$ **else****Stop****end if****until** (Stop)**return** S_V and S_D

Nota. La tabla representa el paso a paso del procedimiento de la heurística híbrida de Clarke & Wright asignada como la Heurística No. 1. Adaptado de (Karak and Abdelghany 2019).

6.2.1.1 Paso 1: Ingresar los datos de entrada.

Entradas: Información de los clientes (coordenadas x y y de su ubicación y la demanda de cada uno).

Resultados: S_V y S_D (ruta de vehículos y ruta de drones).

Iterar:

6.2.1.2 Paso 2: Establecer la estación más cercana a cada cliente considerando las estaciones que pertenecen a N_V . Para cada cliente i se determina la estación más cercana de la siguiente manera:

$$l_{is_i} = \min(l_{is_k} \forall S_k \in Nv)$$

donde i es un cliente $\in Nc$, y s_i pertenece a Nv .

6.2.1.3 Paso 3: Cálculo de ahorros de drones (ahorros para cada par de clientes).

Generar matriz de ahorro de los drones mediante la ecuación:

$$g_{ij} = l_{is_i} + l_{s_jj} - l_{ij}$$

Donde los nodos i y j representan clientes. s_i y s_j son las estaciones (Nv) más cercanas determinadas en el *Paso 1* podría ser la misma estación si es la más cercana a ambos clientes, o dos estaciones diferentes si la estación más cercana al cliente i es diferente a la del cliente j . Ordenar de mayor a menor la lista de ahorros obtenida.

6.2.1.4 Paso 4: Calcular los ahorros multimodales utilizando la Heurística No.2. En el *Paso 4* se aplica la Heurística No.2, para esta se tiene como entrada los ahorros de drones calculados en el *Paso 1*, la capacidad de carga de los drones w y su rango de vuelo r . La Heurística se desarrolla de la siguiente manera:

Tabla 5

H2: Calculo de ahorros multimodales

H2: Calculate Multimodal Saving For Stations**Input:** ψ_D, w, r **Result:** ψ_V ψ_V = Calculate pair saving for stations S_D = Construct initial drone routes $cntr_{ij} = 0 \forall i \in N_V, \forall j \in N_V$ **while** $\psi_D \neq \emptyset$ **do**Starting from the first element, ϑ_{mn} , of ψ_D Get *route 1* that contains customer m , and *route 2* that contains customer n from S_D **if** (*route 1* \neq *route 2* & customers m and n are not intermediate nodes) **then***merged_drone_route* = Merge customers m and n in new route with origin i and destination j **if** ($\Sigma_k(pw_k + dw_k) \leq w$ & $\Sigma_{mn}l_{mn} \leq r$ & $cntr_{ji} \leq MaxD$) **then**Remove *route 1* and *route 2* from S_D and add *merged_drone_route* to S_D **if** ($i \neq j$) **then** $cntr_{ij} = cntr_{ij} + 1$; $\vartheta_{ij} = \vartheta_{ij} * c_v + \vartheta_{mn} * c_d$; overwrite ϑ_{ij} in ψ_v *reversed_merged_drone_route* = Reverse *merged_drone_route***if** ($\Sigma_k(pw_k + dw_k) \leq w$ & $\Sigma_{mn}l_{mn} \leq r$ & $cntr_{ji} \leq MaxD$) **then** $cntr_{ij} = cntr_{ij} + 1$; $\vartheta_{ij} = \vartheta_{ij} * c_v + \vartheta_{mn} * c_d$; overwrite ϑ_{ij} in ψ_v **end if****end if****ed if****end if**Eliminate ϑ_{mn} from ψ_D **End**Sort ψ_V in descending order**Return** ψ_V

Nota. La tabla representa el paso a paso para el cálculo multimodal de los ahorros por cada estación. Asignada como la Heurística No. 2. Adaptado de (Karak and Abdelghany 2019).

6.2.1.5 Paso 5: Construir la ruta del vehículo s_v considerando los ahorros multimodales del Paso 2, todas las estaciones y el depósito (esta ruta se construye utilizando el algoritmo CW).

- **Lista de ahorros:** Se ordenan de mayor a menor los ahorros multimodales obtenidos en el *Paso 2*.

- **Identificación de arcos:** Seleccionar el par de nodos que conforman el mayor ahorro de la lista creada en el paso anterior, además comprobar si el par de nodos ya están asignados a una ruta, en caso de estarlo tomar el siguiente par de nodos con el mayor ahorro.
- **Verificación de Capacidad:** Verificar que la demanda de los nodos a unir no sobrepase la capacidad de los vehículos, en caso de que se exceda comenzar desde el paso anterior con el siguiente par de nodos que forman el mayor ahorro.
- **Ampliación de ruta:** Comparar el par de nodos seleccionado con la ruta creada y verificar si es posible la ampliación de la ruta, esto se hace mediante 3 criterios. el primero es que de par de nodos seleccionado sólo uno se repita con la ruta creada; el segundo es que ese nodo que se repite en la ruta tenga menos de dos vecinos; el tercero es que la suma de las demandas de esa posible ruta incluyendo el nodo que no se repite, no exceda la capacidad del vehículo; en caso que los tres criterios se cumplan es posible ampliar la ruta y se elimina el par de nodos de la lista de ahorros, si alguno de los criterios no se cumple se deja el par de nodos como otra ruta y el par de nodos es eliminado de la lista de ahorros (Jiménez Romero y Tarazona Jiménez 2020).

6.2.1.6 Paso 6: Construir la ruta de los drones con la Heurística No. 3. Después de tener las rutas de los vehículos ya construidas se procede a generar la ruta de los drones, estos son los únicos que tienen acceso directo a los clientes.

Tabla 6

H3: Construcción de rutas para los drones

H3: Build Drone Routes**Input:** ψ_D, w, r **Result:** S_D S_D = Construct initial drone routes**while** $\psi_D \neq \emptyset$ **do**Starting from the first element, ϑ_{ij} , of ψ_D Get *route 1* that contains customer *i*, and *route 2* that contains customer *j* from S_D **if** (*route 1* \neq *route 2* & customers *i* and *j* are not intermediate nodes) **then***merged_route* = Merge customers *i* and *j* in new route**if** ($\Sigma_k(pw_k + dw_k) \leq w$ & $\Sigma_{mn}l_{mn} \leq r$ &*merged_route* is feasible from the vehicle's perspective) **then****if** (the nearest station of any customer in *merged_route* is neither *O* nor *D*) **then***merged_route* = Improve Drone Route (*merged_route*)**end if**Remove *route 1* and *route 2* from S_D Add *merged_route* to S_D **end if****end if**Eliminate ϑ_{ij} from ψ_D **End****Return** S_D

Nota. La tabla representa el paso a paso para la construcción de las rutas de los drones. Asignada como la Heurística No. 3. Adaptado de (Karak and Abdelghany 2019).

Como se mencionó al inicio de este capítulo, el algoritmo de Clarke and Wright y sus derivados son heurísticas favorables para generar soluciones iniciales, pero a medida que el algoritmo avanza, este tiende a incluir algunas rutas circulares por lo que es necesario la utilización de una metaheurística como la Variable Neighborhood Search - VNS, con el fin de encontrar la mejor solución al problema o en su defecto una buena solución factible.

6.3 Estructura del Algoritmo VNS

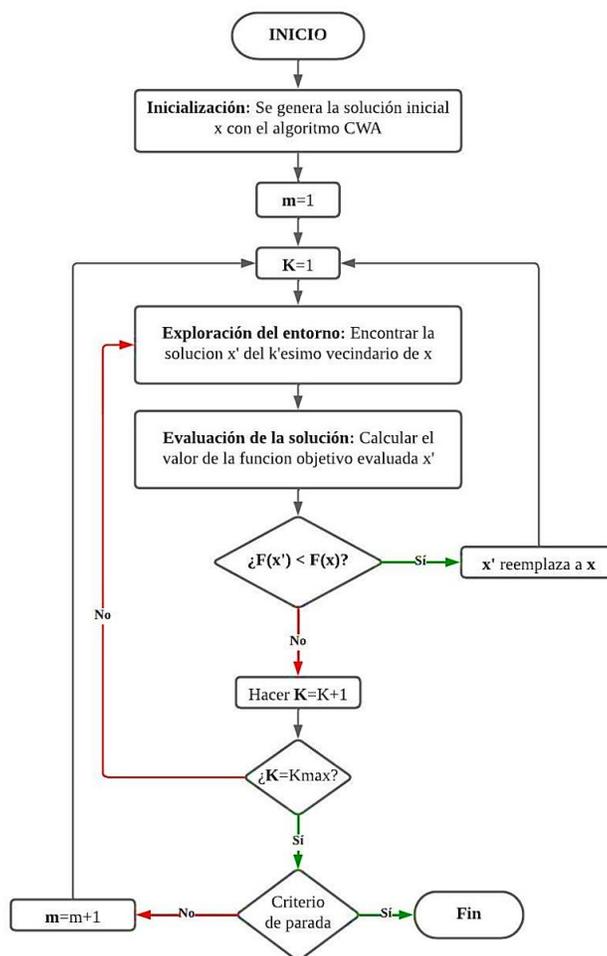
Para hallar la solución óptima del modelo matemático planteado, se hace uso de una extensión de la metaheurística **Variable Neighborhood Search - VNS**, la cual tiene como idea

básica ir cambiando de forma sistemática la vecindad al momento de realizar la búsqueda (“Capítulo 4 Búsqueda Local y Variantes 4.1 Introducción” n.d.).

En la presente investigación se utiliza la extensión *VND - Variable Neighborhood Descent* que consiste en reemplazar iterativamente la solución actual por el resultado de la búsqueda local, mientras se produce mejora.

Figura 10

Diagrama de flujo del VND



Nota. La gráfica representa el diagrama de flujo del VND – Variable Neighborhood Descent.

Adaptado de (Hansen, et al. 2003).

El VND, es una heurística de búsqueda local que explora diferentes estructuras de entorno de forma determinista, lo que hace que dichas estructuras no compartan el mismo mínimo local. Este método inicia explorando vecindarios pequeños, que al encontrar un óptimo local efectúa un cambio de vecindario generalmente a uno más grande, con el fin de obtener un mayor progreso (Hansen, et al. 2003).

Existen diferentes maneras para usar de forma determinista las estructuras de vecindario luego de ser seleccionadas:

- Secuencial: Donde basados en las estructuras seleccionadas, se elige un orden para ser exploradas de tal forma.
- Anidado o Compuesto: Los operadores están compuestos de los diferentes vecindarios, $N_1, (N_2(N_3... (x)))$.
- Anidado Mixto: Es la combinación de la estrategia secuencial y la anidada.

Es por ello, que esta extensión es usada comúnmente como método de búsqueda local en otras metaheurísticas (Hansen, et al 2003).

En la **figura 10**, se describe el paso a paso que se lleva a cabo para realizar una búsqueda de entorno variable descendente (VND). En el proceso de *Inicialización* se selecciona el conjunto o listado de estructuras de entorno ($N_k, K = 1, \dots, K \text{ max}$) para utilizar en el descenso, también hallando una solución inicial x . Luego, se realizan *Iteraciones* donde se va cambiando de estructura con el fin de generar soluciones hasta obtener una mejora. Es decir, se hace $k \leftarrow 1$ seguido de una *exploración del entorno* para encontrar la mejor solución x' del k -ésimo entorno de $x(x' \in N_k(x))$. En este punto se debe decidir entre *move* o *no* dado lo siguiente:

- Si la solución obtenida x' es mejor que x , hacer $x \leftarrow x'$ y $k \leftarrow 1$;

- En otro caso, hacer $k \leftarrow (k + 1)$.

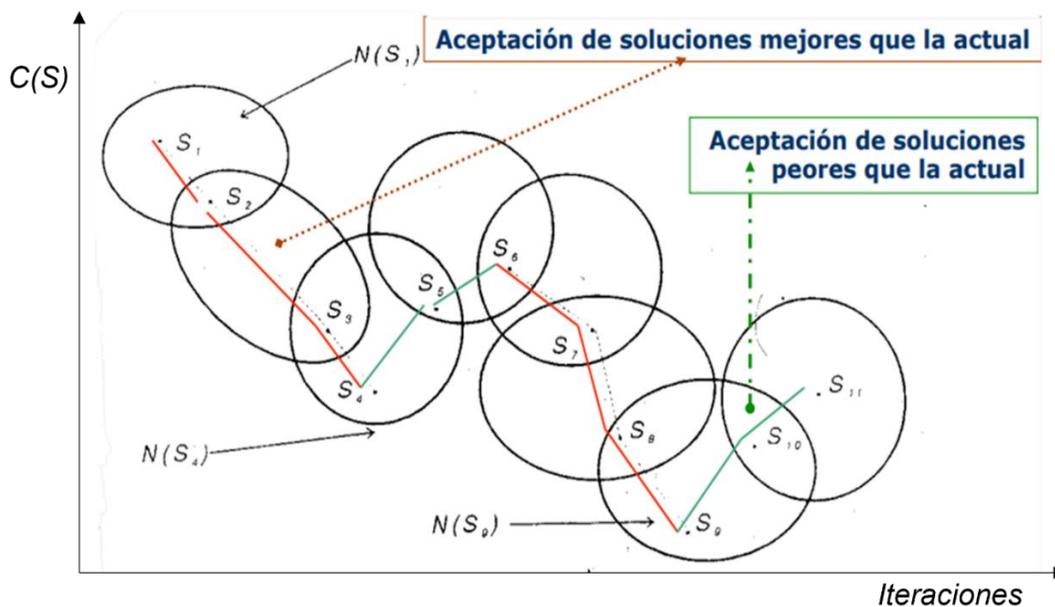
Estos pasos se deben repetir hasta que $k = k_{\max}$. De igual manera, se debe tener presente el criterio de parada m para detenerse en la búsqueda y quedarse con la mejor solución encontrada.

6.3.1 Estructuras de Vecindario

El *Variable Neighborhood Descent* tiene como base la búsqueda local, siendo un proceso iterativo que empieza en una solución y la mejora realizando modificaciones locales; es decir, busca en su vecindario^{‡‡} una mejor solución, si la encuentra, reemplaza su solución actual por la nueva y continua con el proceso, hasta que esta no tenga opción de mejora como se ilustra en la **figura 11**.

Figura 11

Trayectoria de una búsqueda basada en entornos



Nota. Trayectoria de una búsqueda basada en entornos. Tomado de (Moreno and Moreno 1996).

^{‡‡} Se define como vecindad a todas aquellas soluciones cercanas a la solución actual y que son factibles para el problema

Por lo anterior, se deduce que el diseño de la vecindad es crucial para el desempeño del algoritmo. Para realizar los movimientos entre soluciones en búsqueda de mejora se utilizan las diferentes estructuras de vecindario las cuales permiten explorar el entorno de una solución x (“Capítulo 4 Búsqueda Local y Variantes 4.1 Introducción” n.d.).

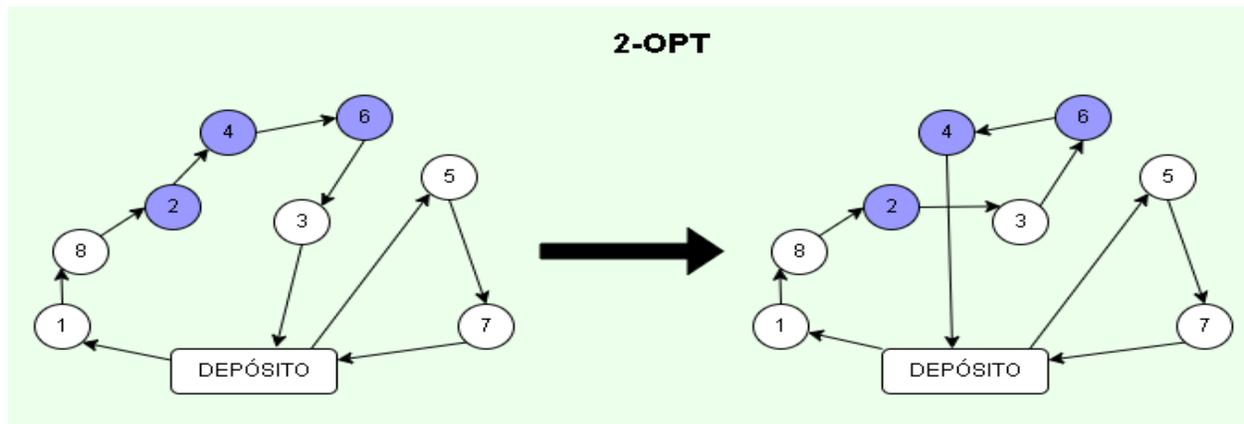
En el VND la idea básica es ir cambiando en forma sistemática la vecindad al momento de realizar la búsqueda, por lo tanto, se utiliza un conjunto finito de entornos predefinidos N_k en este caso, se aplican seis estructuras de vecindario las cuales fueron seleccionadas con base a las características del problema y a su común uso en la literatura consultada.

Las estructuras de vecindario que se utilizan en esta investigación se dividen en dos clases dependiendo si operan en una sola ruta “*intra-route*” (ayudan a reducir la distancia total recorrida) o si consideran más de una ruta simultáneamente “*inter-route*” (ayuda a reducir la distancia total recorrida y en algunos casos pueden reducir también el número de vehículos) (Hansen, et al. 2003), de acuerdo con lo siguiente:

6.3.1.1 Intra-Route. Dentro de esta clasificación se consideran tres estructuras de vecindario: *Two-opt neighborhood (2-opt)*, *Three-opt neighborhood (3-opt)* and *Or-opt neighborhood (o-opt)*.

6.3.1.1.1 2-Opt. Consiste en sustituir dos arcos globales con otros dos arcos de la misma ruta con el fin de conseguir una mejora en el costo total de la misma haciendo uso también del procedimiento local-global y de esta forma se encuentra una solución factible para verificar si hubo mejora en el objetivo. El tamaño de esta vecindad es cuadrático y solo tiene un tipo de movimiento adecuado como se ilustra en la **figura 12**.

Figura 12 Estructura de vecindario 2-Opt

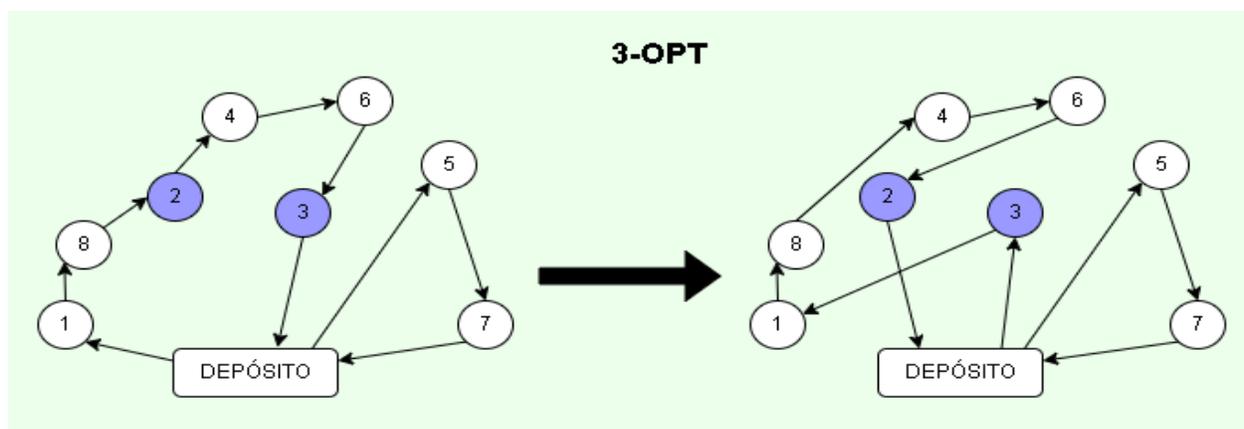


Nota. Estructura de vecindario 2-Opt. Adaptado de (Goksal, Karaoglan, and Altiparmak 2013).

6.3.1.1.2 3-Opt. Es una ampliación de la estructura 2-Opt y consiste en sustituir tres arcos de una ruta conectándolas nuevamente (en las formas posibles) mediante diferentes métodos, evaluando luego cada uno de ellos y así hallar el óptimo. El tamaño de esta vecindad es cúbica con tres tipos de movimientos adecuados como se ilustra en la **Figura 13**.

Figura 13

Estructura de vecindario 3-Opt

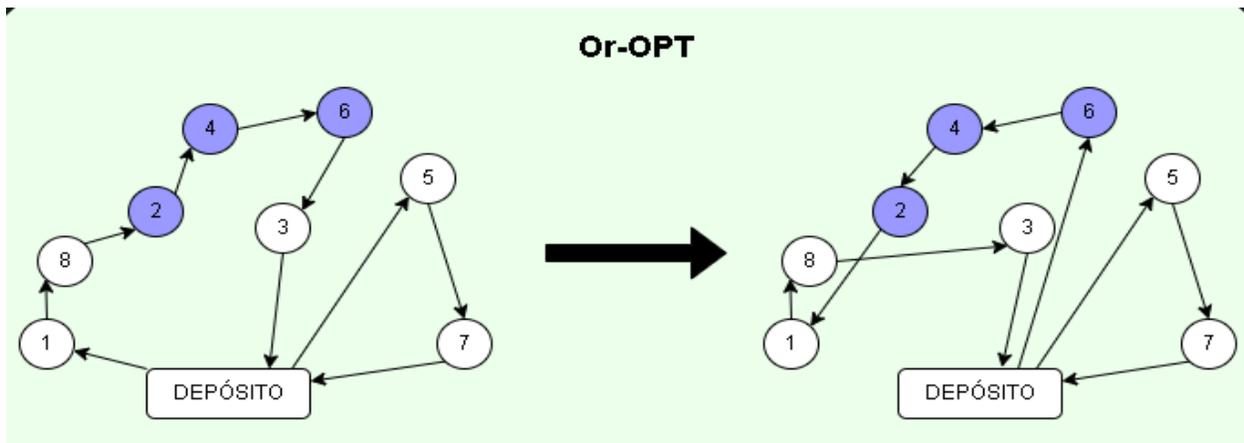


Nota. Estructura de vecindario 3-Opt. Adaptado de (Goksal, Karaoglan, and Altiparmak 2013).

6.3.1.1.3 Or- Opt. Consiste en reubicar la ruta de tres clientes consecutivos normalmente invirtiendo hasta no obtener una mejora adicional. El tamaño de esta vecindad es cuadrática teniendo presente que la longitud de la secuencia es acotada como se ilustra en la **figura 14**.

Figura 14

Estructura de vecindario Or-Opt



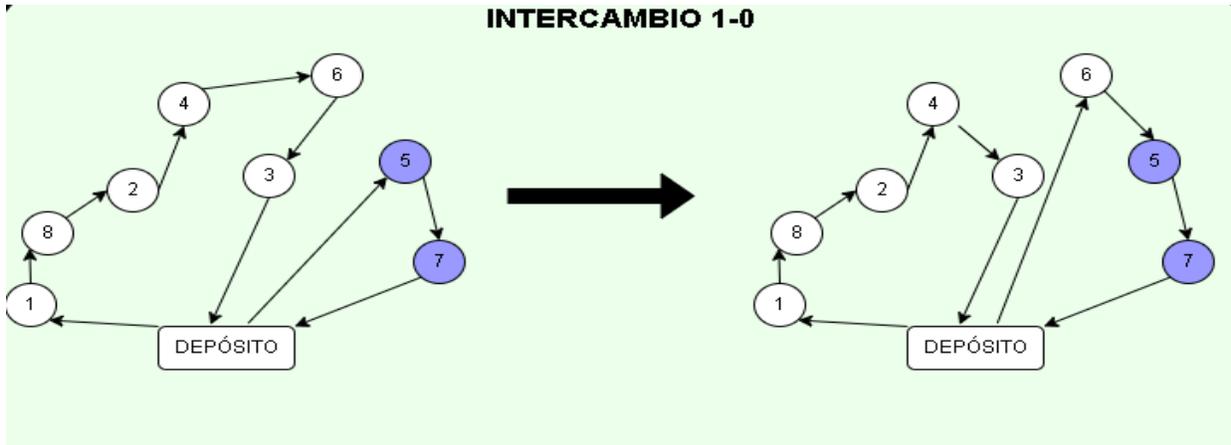
Nota. Estructura de vecindario Or-Opt. Adaptado de (Goksal, Karaoglan, and Altiparmak 2013).

6.3.1.2 Inter-Route. Dentro de esta clasificación se consideran tres estructuras de vecindario: Se trabaja con dos rutas globales con el fin de reducir la distancia total y para algunos casos la cantidad de vehículos. Para esta clasificación se contemplan cinco estructuras de vecindario: Cambio de vecindario 1-0, Cambio de vecindario 1-1, cambio de vecindario 1-2, intercambio cruzado de vecindario y reubicación de vecindario.

6.3.1.2.1 Cambio de Vecindario 1-0. Basados en dos rutas globales se mueve un grupo de una ruta global a otra de tal forma que se reemplacen tres arcos globales, y haciendo uso de una ruta local-global determinar una mejor solución factible como lo ilustra la **figura 15**.

Figura 15

Estructura de vecindario cambio de vecindario 1-0

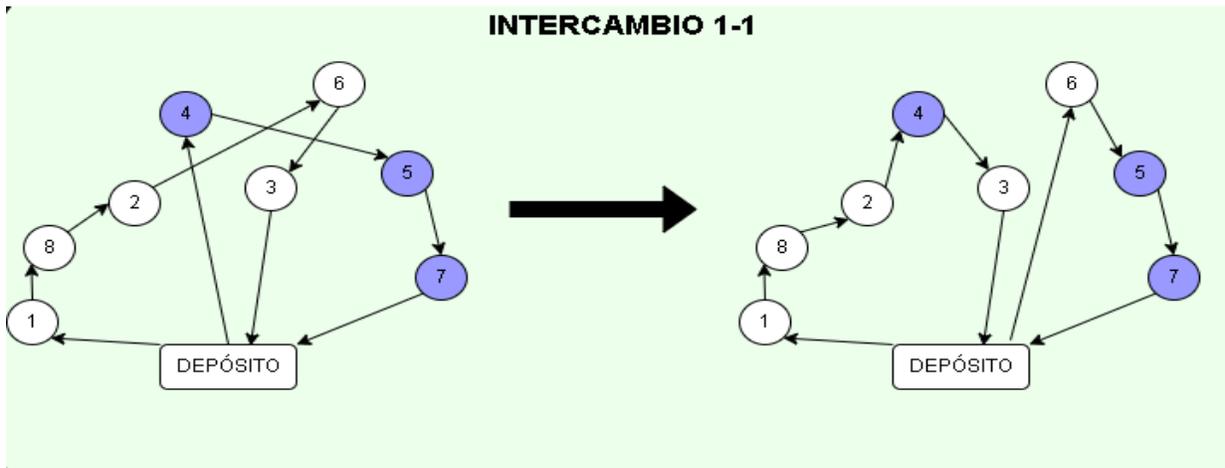


Nota. Estructura de vecindario cambio de vecindario 1-0. Adaptado de (Goksal, Karaoglan, and Altıparmak 2013).

6.3.1.2.2 Cambio de Vecindario 1-1. Consiste en eliminar cuatro arcos para crear cuatro arcos nuevos mediante el intercambio de las posiciones de dos grupos pertenecientes a dos rutas globales. Por último, haciendo uso de una ruta local-global, se determina una mejor solución factible, así como lo representa la **figura 16**.

Figura 16

Estructura de vecindario cambio de vecindario 1-1

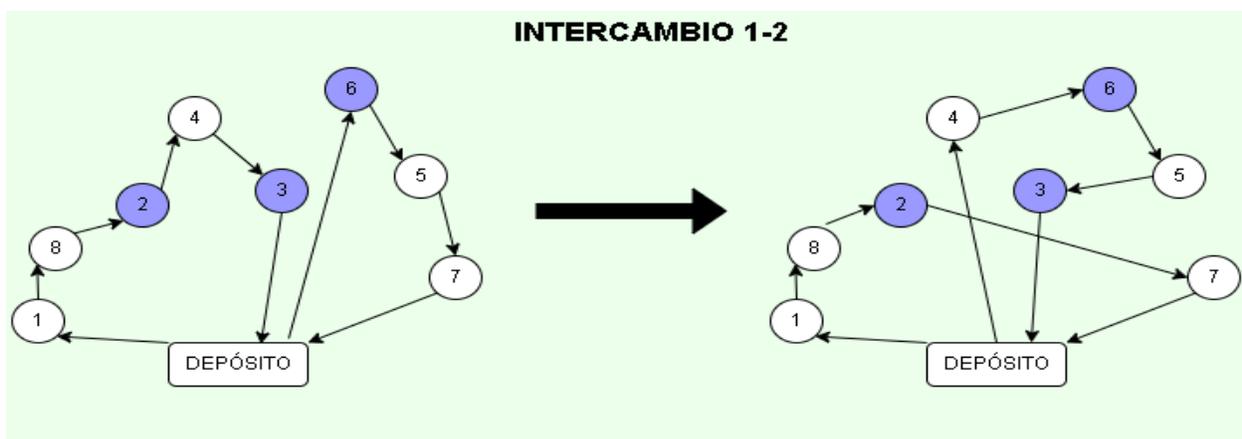


Nota. Estructura de vecindario cambio de vecindario 1-1. Adaptado de (Goksal, Karaoglan, and Altiparmak 2013).

6.3.1.2.3 Cambio de Vecindario 1-2. Consiste en eliminar cuatro arcos globales y crear cuatro nuevos, mediante el intercambio de la ubicación de un grupo, en la ruta global 1 con dos grupos consecutivos de la ruta global 2, como lo ilustra la **figura 17**.

Figura 17

Estructura de vecindario cambio de vecindario 1-2



Nota. Estructura de vecindario cambio de vecindario 1-2. Adaptado de (Goksal, Karaoglan, and Altiparmak 2013).

7. Validación del algoritmo

La validez del modelo matemático se realiza determinando las instancias o datos de entrada; estos frecuentemente se aplican al modelo y se comparan con los resultados históricos de problemas encontrados en la literatura y que fueron planteados en las mismas condiciones. La finalidad es determinar si el modelo cumple con el objetivo de predecir adecuadamente el escenario en estudio, si la solución es razonable y si se comporta de forma similar a los resultados anteriores.

Como se ha indicado a lo largo de este proyecto, el VDRP es un tema relativamente reciente en la literatura, en este contexto, Karak and Abdelghany (2019) plantearon unas instancias que se adaptan muy bien a esta investigación y que para efectos de facilidad del problema se les realizaron algunas modificaciones.

Se consideran redes con demanda generada aleatoriamente (depende de la capacidad de carga del dron) en términos de ubicación de los clientes y sus respectivas cargas de recogida y entrega. Se utilizan 5 redes con diferentes valores de área G , número de estaciones N_V y número de clientes N_D . Las redes son las áreas de servicio donde los clientes se encuentran distribuidos para ser servidos, estas fueron clasificadas en pequeñas, medianas y grandes; se determinó una red pequeña de 25 km^2 , dos redes medianas de 100 y 225 km^2 y dos redes grandes de 400 y 625 km^2 de acuerdo con la **tabla 6**. En todas las instancias probadas, se tiene un solo depósito, el cual se encuentra ubicado en la esquina suroeste de la red, a saberse en la coordenada $(0,0)$.

El número de clientes varía desde 6 en la red más pequeña hasta 100 en la más grande (al considerar mayor número de clientes el problema toma mayor complejidad), a cada cliente se le designó un peso aleatorio de recogida y/o entrega de máximo 30% de la capacidad del dron la cual fue establecida en el capítulo 5; por lo tanto, los pesos se generaron siguiendo la distribución uniforme $U(0.0 \text{ kg}, 6.0 \text{ kg})$.

Para evitar sesgos e inviabilidad de la solución se establece una densidad de 0,12 (estaciones vehículo/unidad de area), lo anterior con el fin de que la distancia entre dos estaciones cercanas no sea mayor al rango de vuelo del dron el cual es de 10 km. Para efectos del problema (por ser de recolección y entrega) se consideró un rango de vuelo un poco más corto pero con una mayor capacidad de carga a las especificaciones que son consideradas por Matt McFarland (2017)

donde establece que la capacidad de carga es de 10 lb y el rango de vuelo es de 11,27 km teniendo en cuenta que en su publicación, el dron solo cumple con la actividad de entrega.

Se tiene definido que un vehículo solamente puede ser nodriza de drones y estos últimos son los únicos que visitan a los clientes, se asume que el costo de operación del vehículo es el doble del costo de operación del dron, determinando así unos valores de \$10 y \$5 respectivamente por cada kilómetro recorrido, lo anterior, teniendo en cuenta los valores definidos en los documentos consultados de la literatura.

Tabla 7

Redes de prueba

No.	TIPO DE RED (G)	NÚMERO DE CLIENTES (N_c)	NÚMERO DE ESTACIONES (N_v)	ÁREA (km^2) (G)	DENSIDAD DE ESTACIONES	DENSIDAD DE CLIENTES
1	PEQUEÑA	6	3	25	0,12	0.240
2	MEDIANA	25	12	100	0,12	0.250
3	MEDIANA	50	27	225	0,12	0.222
4	GRANDE	80	48	400	0,12	0.200
5	GRANDE	100	75	625	0,12	0.160

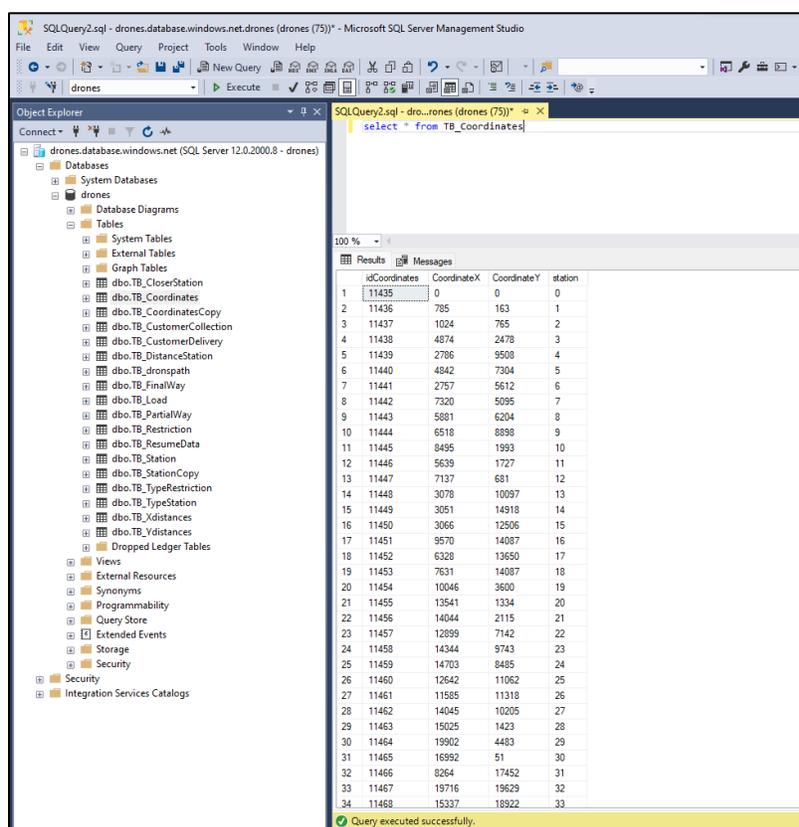
Nota. Esta tabla muestra las configuraciones utilizadas para probar el rendimiento de la heurística de Clarke & Wright y el VND (Variable Neighborhood Descent) conjuntas de acuerdo con lo planteado. Creado y adaptado por autoras del documento.

Las instancias planteadas constan de tres componentes (G, N_c, N_1) relacionando su ubicación por coordenadas en X y Y , las cuales podrán ser verificadas a detalle en el apéndice A. Estas instancias fueron probadas en el desarrollo del algoritmo de solución del problema VDRP el cual se programó en SQLServer 2022. El desarrollo se ejecutó en un equipo de cómputo portátil con propiedades de Windows 10 Pro, con procesador intel Pentium core Processor N3540 con 4 Gb de memoria ram y un sistema operativo de 64 bits.

Dentro de la programación realizada en SQLServer fueron creadas tablas que contienen los datos de entrada y datos sintetizados por el procedimiento planteado para el desarrollo del algoritmo. Cada tabla fue diseñada para el manejo de la información relevante dentro del modelo, de tal manera que se garantice su funcionamiento lógico, como se evidencia en la **figura 18**.

Figura 18

Visualización de tablas en SQLServer



The screenshot displays the Microsoft SQL Server Management Studio interface. On the left, the Object Explorer shows the 'drones' database structure, including various tables such as 'dbo.TB_CloserStation', 'dbo.TB_Coordinates', 'dbo.TB_CoordinatesCopy', 'dbo.TB_CustomerCollection', 'dbo.TB_CustomerDelivery', 'dbo.TB_DistanceStation', 'dbo.TB_dronspath', 'dbo.TB_FinalWay', 'dbo.TB_Load', 'dbo.TB_PartialWay', 'dbo.TB_Restriction', 'dbo.TB_ResumeData', 'dbo.TB_Station', 'dbo.TB_StationCopy', 'dbo.TB_TypeRestriction', 'dbo.TB_TypeStation', 'dbo.TB_Xdistances', and 'dbo.TB_Ydistances'. The main window shows a query window with the following SQL statement: `select * from TB_Coordinates`. The Results pane displays the following data:

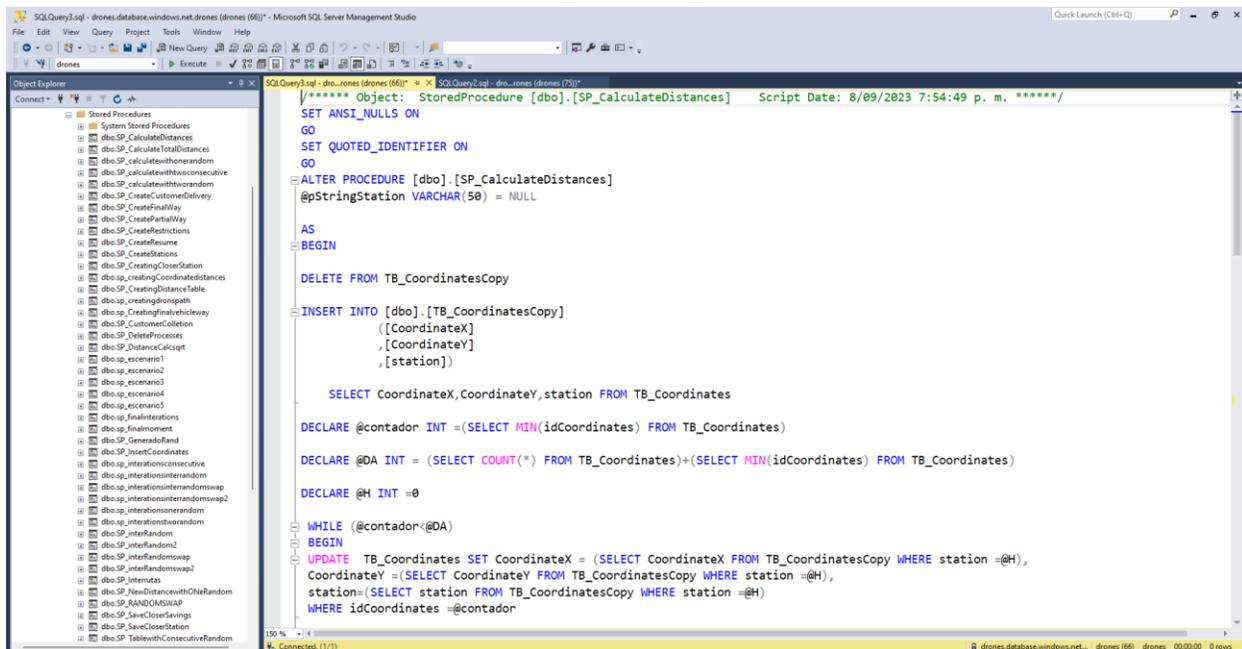
	idCoordinates	CoordinateX	CoordinateY	station
1	11435	0	0	0
2	11436	785	163	1
3	11437	1024	765	2
4	11438	4874	2478	3
5	11439	2786	9508	4
6	11440	4842	7304	5
7	11441	2757	5612	6
8	11442	7320	5095	7
9	11443	5881	6204	8
10	11444	6518	8898	9
11	11445	8495	1993	10
12	11446	5639	1727	11
13	11447	7137	681	12
14	11448	3078	10097	13
15	11449	3051	14918	14
16	11450	3066	12506	15
17	11451	9570	14087	16
18	11452	6328	13650	17
19	11453	7631	14087	18
20	11454	10046	3600	19
21	11455	13541	1334	20
22	11456	14044	2115	21
23	11457	12899	7142	22
24	11458	14344	9743	23
25	11459	14703	8485	24
26	11460	12642	11082	25
27	11461	11585	11318	26
28	11462	14045	10205	27
29	11463	15025	1423	28
30	11464	19902	4483	29
31	11465	16992	51	30
32	11466	8264	17452	31
33	11467	19716	19629	32
34	11468	15337	18922	33

Nota. Listado de tablas que se encuentran dentro de la programación realizada en SQLServer para la ejecución del algoritmo planteado. Tomado de la programación realizada en SQLServer por autoras del documento.

Los procedimientos planteados para dar cumplimiento al algoritmo de solución del VDRP, de acuerdo con el modelo matemático mencionado en el capítulo 5 del presente documento, fueron parametrizados acorde al lenguaje de programación de SQLServer y almacenados para ejecutar cada uno de los escenarios o instancias de estudio. Estos cubren desde la generación de las distancias entre coordenadas, pasando por el cálculo de los ahorros y generación de la ruta inicial hasta obtener de la ruta final una vez aplicado el VND. En la **figura 19** se puede ver un ejemplo del procedimiento para el cálculo de distancias.

Figura 19

Visualización de Procedimientos almacenados SQLServer



```

***** Object: StoredProcedure [dbo].[SP_CalculateDistances]   Script Date: 8/09/2023 7:54:49 p. m.   *****/
SET ANSI_NULLS ON
GO
SET QUOTED_IDENTIFIER ON
GO
ALTER PROCEDURE [dbo].[SP_CalculateDistances]
    @pStringStation VARCHAR(50) = NULL
AS
BEGIN
    DELETE FROM TB_CoordinatesCopy

    INSERT INTO [dbo].[TB_CoordinatesCopy]
        ([CoordinateX]
        ,[CoordinateY]
        ,[station])
    SELECT CoordinateX,CoordinateY,station FROM TB_Coordinates

    DECLARE @contador INT =(SELECT MIN(idCoordinates) FROM TB_Coordinates)

    DECLARE @DA INT = (SELECT COUNT(*) FROM TB_Coordinates)+(SELECT MIN(idCoordinates) FROM TB_Coordinates)

    DECLARE @H INT =0

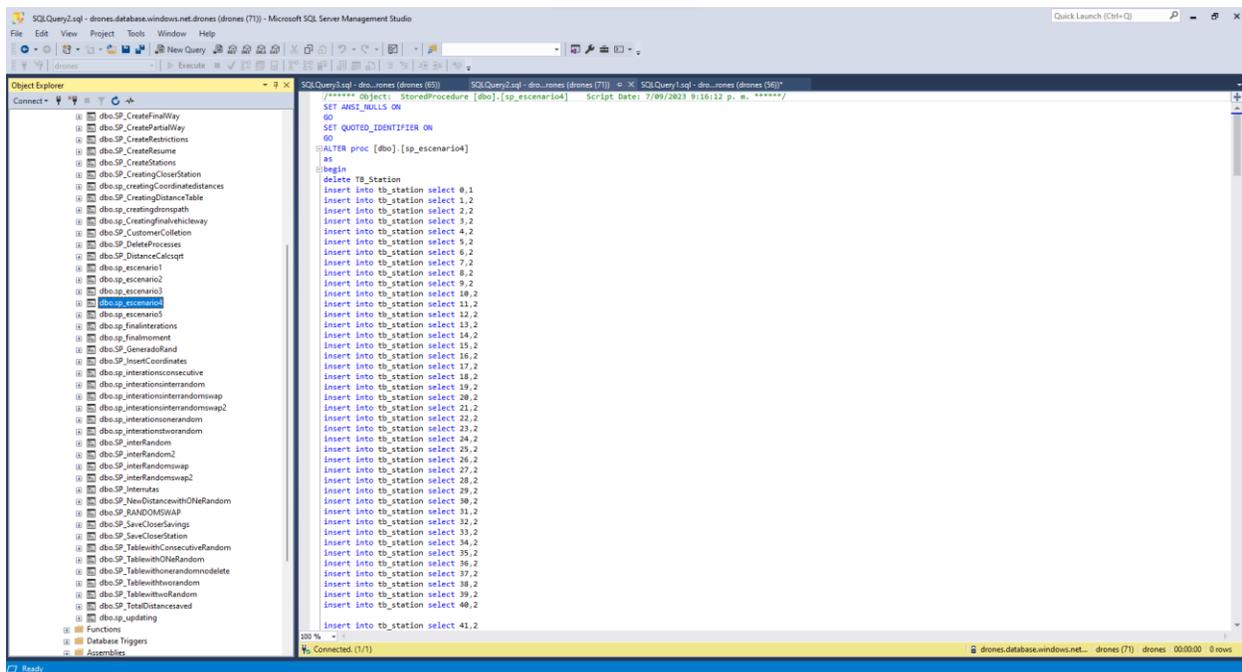
    WHILE (@contador<@DA)
    BEGIN
        UPDATE TB_Coordinates SET CoordinateX = (SELECT CoordinateX FROM TB_CoordinatesCopy WHERE station =@H),
        CoordinateY =(SELECT CoordinateY FROM TB_CoordinatesCopy WHERE station =@H),
        station=(SELECT station FROM TB_CoordinatesCopy WHERE station =@H)
        WHERE idCoordinates =@contador
    
```

Nota. Procedimientos almacenados “Stored Procedures” dentro de la programación realizada en SQLServer para el cumplimiento del modelo de acuerdo con el algoritmo de solución. Tomado de la programación realizada en SQLServer por autoras del documento.

Los cinco escenarios planteados fueron cargados en SQLServer con el fin de almacenar la información correspondiente a cada instancia y, de esta manera proporcionar una mayor facilidad cada vez que se quiera generar los resultados o realizar la verificación de información relacionada, tal como se evidencia en la **figura 20**.

Figura 20

Instancias de prueba “Escenarios” en SQLServer



Nota. Instancias de prueba “Escenarios” cargados dentro de la programación realizada en SQLServer. Tomado de la programación realizada en SQLServer por autoras del documento.

8. Experimentación y resultados

Como se ha descrito a lo largo del proyecto, el problema abordado es de tipo NP-Hard por lo que aun siendo pocas instancias de prueba mostrar el proceso y resultados en su totalidad es

extenso. Teniendo esto en cuenta, se presentan los resultados obtenidos en la instancia No. 4 (400.80.48), los demás se pueden observar a detalle en el apéndice A.

En la **tabla 7**, se observan los datos generales de la instancia elegida mientras que las **tablas 8 y 9** contienen los demás datos de entrada como lo son las coordenadas X y Y de cada uno de los nodos estación y cliente (N_V y N_C) y los pesos de entrega y recogida (q_m y p_m) respectivamente.

Tabla 8

Datos generales instancia 400.80.48.

DATOS DE ENTRADA	
ÁREAS (G):	400 [km^2]
CLIENTES (N_C):	80 [Unid]
ESTACIONES (N_V):	48 [Unid]
DENSIDAD CLIENTES: [Unid/ km^2]	0,20
DENSIDAD ESTACIONES: [Unid/ km^2]	0,12

Nota. Esta tabla muestra los datos de entrada generales correspondientes a la instancia 400.80.48.

Tabla 9

Coordenadas de la instancia 400.80.48.

COORDENADAS								
N_1	X	Y	N_1	X	Y	N_1	X	Y
1	0,785 [Km]	0,163 [Km]	44	12,663 [Km]	15,590 [Km]	86	13,520 [Km]	3,263 [Km]
2	1,024 [Km]	0,766 [Km]	45	10,811 [Km]	19,134 [Km]	87	0,994 [Km]	12,753 [Km]
3	4,875 [Km]	2,478 [Km]	46	16,358 [Km]	16,002 [Km]	88	7,947 [Km]	17,435 [Km]
4	2,787 [Km]	9,509 [Km]	47	17,961 [Km]	19,117 [Km]	89	9,467 [Km]	18,282 [Km]
5	4,843 [Km]	7,304 [Km]	48	15,027 [Km]	18,864 [Km]	90	12,257 [Km]	2,791 [Km]
6	2,757 [Km]	5,612 [Km]	49	16,372 [Km]	7,350 [Km]	91	10,011 [Km]	5,004 [Km]
7	7,321 [Km]	5,096 [Km]	50	5,694 [Km]	7,431 [Km]	92	2,231 [Km]	10,555 [Km]
8	5,881 [Km]	6,205 [Km]	51	15,814 [Km]	19,905 [Km]	93	14,103 [Km]	8,168 [Km]
9	6,518 [Km]	8,898 [Km]	52	7,423 [Km]	19,960 [Km]	94	18,977 [Km]	1,656 [Km]
10	8,496 [Km]	1,993 [Km]	53	5,065 [Km]	3,099 [Km]	95	1,452 [Km]	4,765 [Km]
11	5,639 [Km]	1,727 [Km]	54	2,145 [Km]	15,245 [Km]	96	7,224 [Km]	13,808 [Km]
12	7,137 [Km]	0,681 [Km]	55	0,734 [Km]	18,455 [Km]	97	15,506 [Km]	2,717 [Km]
13	3,079 [Km]	10,097 [Km]	56	18,980 [Km]	15,680 [Km]	98	12,496 [Km]	3,864 [Km]
14	3,051 [Km]	14,918 [Km]	57	17,581 [Km]	16,649 [Km]	99	2,793 [Km]	8,532 [Km]
15	3,066 [Km]	12,507 [Km]	58	3,385 [Km]	6,891 [Km]	100	18,937 [Km]	17,860 [Km]
16	9,570 [Km]	14,088 [Km]	59	9,975 [Km]	13,909 [Km]	101	8,920 [Km]	2,672 [Km]

17	6,328 [Km]	13,650 [Km]	60	0,864 [Km]	1,568 [Km]	102	2,913 [Km]	16,584 [Km]
18	7,631 [Km]	14,088 [Km]	61	9,014 [Km]	7,640 [Km]	103	16,956 [Km]	0,550 [Km]
19	10,046 [Km]	3,600 [Km]	62	5,915 [Km]	1,397 [Km]	104	5,991 [Km]	8,640 [Km]
20	13,542 [Km]	1,334 [Km]	63	10,814 [Km]	10,890 [Km]	105	15,300 [Km]	2,016 [Km]
21	14,045 [Km]	2,116 [Km]	64	16,835 [Km]	5,159 [Km]	106	13,783 [Km]	10,035 [Km]
22	12,899 [Km]	7,142 [Km]	65	9,448 [Km]	15,699 [Km]	107	4,665 [Km]	13,446 [Km]
23	14,344 [Km]	9,743 [Km]	66	17,620 [Km]	2,372 [Km]	108	15,911 [Km]	18,085 [Km]
24	14,704 [Km]	8,486 [Km]	67	14,449 [Km]	10,493 [Km]	109	13,936 [Km]	2,935 [Km]
25	12,643 [Km]	11,063 [Km]	68	1,005 [Km]	13,559 [Km]	110	8,736 [Km]	8,230 [Km]
26	11,586 [Km]	11,318 [Km]	69	15,179 [Km]	8,895 [Km]	111	4,029 [Km]	4,911 [Km]
27	14,045 [Km]	10,205 [Km]	70	4,609 [Km]	0,041 [Km]	112	15,947 [Km]	9,409 [Km]
28	15,025 [Km]	1,424 [Km]	71	15,096 [Km]	9,450 [Km]	113	3,251 [Km]	16,398 [Km]
29	19,903 [Km]	4,483 [Km]	72	5,114 [Km]	19,857 [Km]	114	16,866 [Km]	10,598 [Km]
30	16,993 [Km]	0,051 [Km]	73	15,710 [Km]	19,192 [Km]	115	12,995 [Km]	10,239 [Km]
31	8,265 [Km]	17,452 [Km]	74	7,709 [Km]	1,752 [Km]	116	16,579 [Km]	2,940 [Km]
32	19,716 [Km]	19,630 [Km]	75	12,420 [Km]	8,041 [Km]	117	16,714 [Km]	4,729 [Km]
33	15,337 [Km]	18,922 [Km]	76	5,731 [Km]	10,483 [Km]	118	3,291 [Km]	10,038 [Km]
34	16,677 [Km]	11,525 [Km]	77	13,513 [Km]	9,659 [Km]	119	10,358 [Km]	8,288 [Km]
35	17,790 [Km]	14,537 [Km]	78	2,296 [Km]	16,190 [Km]	120	12,822 [Km]	1,519 [Km]
36	18,402 [Km]	12,423 [Km]	79	9,540 [Km]	6,660 [Km]	121	5,161 [Km]	12,370 [Km]
37	0,718 [Km]	15,148 [Km]	80	6,872 [Km]	11,683 [Km]	122	3,822 [Km]	6,250 [Km]
38	2,579 [Km]	19,429 [Km]	81	4,162 [Km]	18,641 [Km]	123	4,319 [Km]	18,760 [Km]
39	0,694 [Km]	17,953 [Km]	82	12,610 [Km]	18,165 [Km]	124	17,454 [Km]	19,499 [Km]
40	8,726 [Km]	15,162 [Km]	83	8,062 [Km]	4,533 [Km]	125	0,319 [Km]	2,268 [Km]
41	8,488 [Km]	18,466 [Km]	84	14,106 [Km]	6,058 [Km]	126	2,370 [Km]	12,856 [Km]
42	5,986 [Km]	16,665 [Km]	85	14,642 [Km]	1,335 [Km]	127	2,117 [Km]	14,118 [Km]
43	12,880 [Km]	16,677 [Km]				128	4,660 [Km]	18,476 [Km]

Nota. Esta tabla muestra los datos correspondientes a las coordenadas en X y en Y de la instancia de prueba 400.80.48. las cuales indican la ubicación de los nodos estaciones vehículos y nodos clientes.

Tabla 10

Pesos de entrega y recogida de la instancia 400.80.48.

PESOS					
N_c	PESO ENTREGA (q_m)	PESO RECOGIDA (p_m)	N_c	PESO ENTREGA (q_m)	PESO RECOGIDA (p_m)
49	0 [Kg]	5 [Kg]	89	5 [Kg]	5 [Kg]
50	2 [Kg]	1 [Kg]	90	6 [Kg]	3 [Kg]
51	0 [Kg]	6 [Kg]	91	5 [Kg]	3 [Kg]
52	3 [Kg]	5 [Kg]	92	2 [Kg]	4 [Kg]
53	4 [Kg]	1 [Kg]	93	2 [Kg]	1 [Kg]
54	4 [Kg]	4 [Kg]	94	3 [Kg]	0 [Kg]
55	0 [Kg]	3 [Kg]	95	5 [Kg]	5 [Kg]
56	5 [Kg]	2 [Kg]	96	1 [Kg]	6 [Kg]

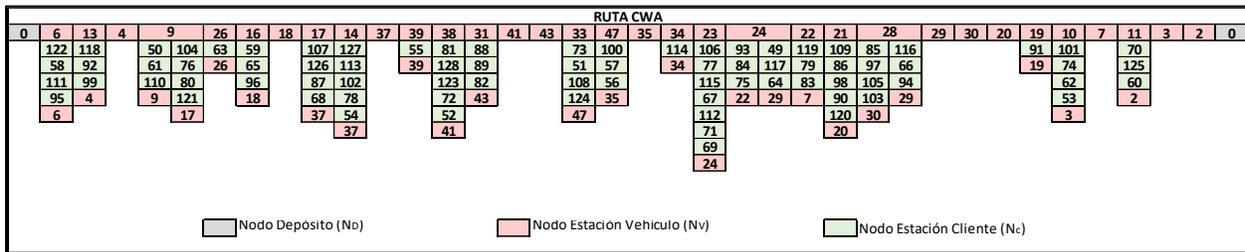
57	3 [Kg]	2 [Kg]	97	2 [Kg]	2 [Kg]
58	5 [Kg]	5 [Kg]	98	1 [Kg]	2 [Kg]
59	6 [Kg]	5 [Kg]	99	2 [Kg]	6 [Kg]
60	5 [Kg]	6 [Kg]	100	3 [Kg]	3 [Kg]
61	0 [Kg]	6 [Kg]	101	5 [Kg]	6 [Kg]
62	6 [Kg]	0 [Kg]	102	0 [Kg]	1 [Kg]
63	2 [Kg]	0 [Kg]	103	1 [Kg]	3 [Kg]
64	1 [Kg]	5 [Kg]	104	1 [Kg]	4 [Kg]
65	6 [Kg]	2 [Kg]	105	3 [Kg]	0 [Kg]
66	5 [Kg]	3 [Kg]	106	1 [Kg]	6 [Kg]
67	5 [Kg]	2 [Kg]	107	1 [Kg]	5 [Kg]
68	5 [Kg]	0 [Kg]	108	2 [Kg]	3 [Kg]
69	1 [Kg]	4 [Kg]	109	0 [Kg]	4 [Kg]
70	6 [Kg]	5 [Kg]	110	4 [Kg]	5 [Kg]
71	4 [Kg]	5 [Kg]	111	4 [Kg]	1 [Kg]
72	3 [Kg]	4 [Kg]	112	0 [Kg]	5 [Kg]
73	4 [Kg]	6 [Kg]	113	3 [Kg]	4 [Kg]
74	1 [Kg]	1 [Kg]	114	1 [Kg]	0 [Kg]
75	0 [Kg]	2 [Kg]	115	4 [Kg]	1 [Kg]
76	4 [Kg]	6 [Kg]	116	5 [Kg]	2 [Kg]
77	4 [Kg]	5 [Kg]	117	6 [Kg]	5 [Kg]
78	6 [Kg]	5 [Kg]	118	5 [Kg]	6 [Kg]
79	1 [Kg]	0 [Kg]	119	5 [Kg]	1 [Kg]
80	6 [Kg]	5 [Kg]	120	0 [Kg]	6 [Kg]
81	5 [Kg]	0 [Kg]	121	3 [Kg]	0 [Kg]
82	2 [Kg]	6 [Kg]	122	0 [Kg]	6 [Kg]
83	4 [Kg]	1 [Kg]	123	5 [Kg]	4 [Kg]
84	4 [Kg]	4 [Kg]	124	1 [Kg]	1 [Kg]
85	2 [Kg]	1 [Kg]	125	3 [Kg]	2 [Kg]
86	4 [Kg]	3 [Kg]	126	5 [Kg]	6 [Kg]
87	6 [Kg]	5 [Kg]	127	4 [Kg]	1 [Kg]
88	6 [Kg]	2 [Kg]	128	2 [Kg]	4 [Kg]

Nota. Esta tabla muestra los datos correspondientes a los pesos de entrega y recogida de los paquetes asignados para cada cliente de la instancia de prueba 400.80.48.

Por medio del algoritmo híbrido de Clarke and Wright se obtienen las rutas que serán trazadas por los drones y este a su vez descarta las estaciones de vehículo que no son útiles para la ruta multimodal ya que ningún dron inicia o termina en ellas su recorrido. Para la instancia seleccionada, se crearon 24 rutas como se observa en la siguiente:

Figura 21

Ruta inicial CWA



Nota. Ruta inicial generada con el CWA.

Lo anterior se considera como el recorrido inicial, siendo este el punto de partida para explorar mejoras mediante el algoritmo Variable Neighborhood Search (VNS).

El vehículo cumple su recorrido partiendo desde el depósito N_D visitando cada una de las estaciones de forma consecutiva tal y como lo indica el vector que se muestra en la **figura 22**. Como se indicó, esta ruta está compuesta por las estaciones (Nv) que se encuentran ubicadas de manera estratégica y están más cercanas a los clientes. A su vez, con la información contenida en la matriz de distancias se obtiene el recorrido total del vehículo en unidades de longitud (km).

Figura 22

Vector de la ruta del vehículo

RUTA VEHÍCULO																																	
0	6	13	4	9	16	18	17	14	37	39	38	31	41	43	33	47	35	34	23	24	22	21	28	29	30	20	19	10	7	11	3	2	0
DISTANCIA TOTAL RECORRIDA POR EL VEHÍCULO:										108,679 [Km]										COSTO TOTAL DEL RECORRIDO DEL VEHÍCULO:				1087 [u.m.]									

Nota. Ruta del vehículo con la distancia total recorrida por el vehículo y el costo total de la ruta del vehículo.

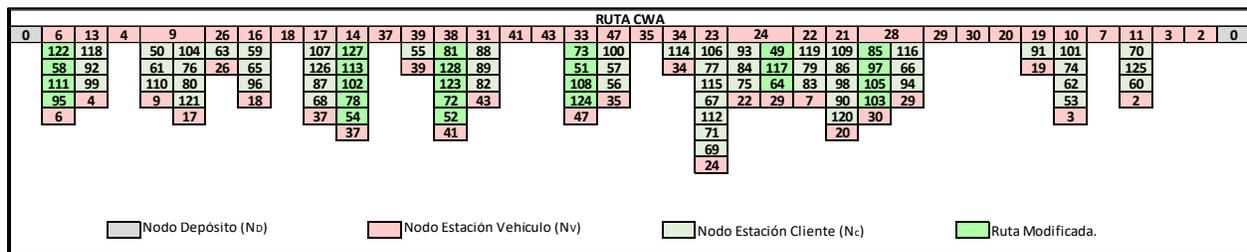
A partir de la solución inicial hallada por medio del algoritmo HCWA y teniendo en cuenta el diagrama de flujo de la **figura 10**, se procede a realizar la exploración de las diferentes estructuras de entorno. Se realizó una iteración por cada ruta de dron, es decir, las 24 rutas de la solución inicial fueron probadas con $K = 1$ y $K = 2$ hasta que se encontrara una mejora. Con lo

anterior se generaron 6 modificaciones las cuales disminuyeron la distancia recorrida y por lo tanto el costo total de la operación.

De acuerdo con los cambios mencionados se genera una nueva ruta de vehículo y drones la cual se observa a detalle en la **figura 20**.

Figura 23

Ruta final VND



Nota. Ruta final generada con el VND luego de aplicar el CWA.

En la **tabla 11**, se consolidan los cambios que se presentaron en las 24 rutas de drones, en esta se observan distancias totales y costos totales antes y después de la aplicación del VND, los porcentajes de mejora de cada una y el valor de K en el que esta se genera, la ruta que más cambio significativo tuvo fue la No. 8 la cual tiene un porcentaje del 11,606%, el porcentaje total de optimización en costo fue de 1,5612%

Tabla 11

Consolidado de resultados rutas de drones

No. RUTA	RUTA DE LOS DRONES CON CWA (Ne)						RUTA DE LOS DRONES CON VND (Nc)						MOVIMIENTO DEMEJORA (K)	DISTANCIA TOTAL POR RUTA DRON (CWA) [Km]	DISTANCIA TOTAL POR RUTA DRON (VND) [Km]	COSTO POR RUTA DRON (CWA) [u.m.]	COSTO POR RUTA DRON (VND) [u.m.]	% DE MEJORA (F.O.)						
1	28	116	66	94	29		28	116	66	94	29	-	7,865	7,865	39,325	39,325	0,000%							
2	24	49	117	64	29		24	49	64	117	29	2-OPT	8,247	7,901	41,235	39,505	4,195%							
3	9	104	76	80	121	17	9	104	76	80	121	17	-	7,678	7,678	38,39	38,39	0,000%						
4	9	50	61	110	9		9	50	61	110	9	-	7,976	7,976	39,88	39,88	0,000%							
5	22	119	79	83	7		22	119	79	83	7	-	8,13	8,13	40,65	40,65	0,000%							
6	38	81	128	123	72	52	41	38	81	123	128	72	52	41	2-OPT	8,238	8,011	41,19	40,055	2,756%				
7	21	109	86	98	90	120	20	21	109	86	98	90	120	20	-	5,778	5,778	28,89	28,89	0,000%				
8	14	127	113	102	78	54	37	14	113	102	78	54	127	37	2-OPT	7,281	6,436	36,405	32,18	11,606%				
9	17	107	126	87	68	37		17	107	126	87	68	37	-	7,847	7,847	39,235	39,235	0,000%					
10	6	122	58	111	95	6		6	95	111	122	58	6	3-OPT	8,238	7,693	41,19	38,465	6,616%					
11	11	70	125	60	2			11	70	125	60	2	-	8,514	8,514	42,57	42,57	0,000%						
12	23	106	77	115	67	112	71	69	24	23	106	77	115	67	112	71	69	24	-	7,237	7,237	36,185	36,185	0,000%
13	47	100	57	56	35			47	100	57	56	35	-	6,762	6,762	33,81	33,81	0,000%						
14	28	85	97	105	103	30		28	85	105	97	103	30	2-OPT	5,464	5,176	27,32	25,88	5,271%					
15	33	73	51	108	124	47		33	51	73	108	124	47	2-OPT	5,732	5,665	28,66	28,325	1,169%					
16	24	93	84	75	22			24	93	84	75	22	-	6,412	6,412	32,06	32,06	0,000%						
17	10	101	74	62	53	3		10	101	74	62	53	3	-	6,701	6,701	33,505	33,505	0,000%					
18	13	118	92	99	4			13	118	92	99	4	-	4,477	4,477	22,385	22,385	0,000%						
19	31	88	89	82	43			31	88	89	82	43	-	6,713	6,713	33,565	33,565	0,000%						
20	16	59	65	96	18			16	59	65	96	18	-	5,719	5,719	28,595	28,595	0,000%						
21	26	63	26					26	63	26			-	1,765	1,765	8,825	8,825	0,000%						
22	19	91	19					19	91	19			-	2,808	2,808	14,04	14,04	0,000%						
23	39	55	39					39	55	39			-	1,005	1,005	5,025	5,025	0,000%						
24	34	114	34					34	114	34			-	1,892	1,892	9,46	9,46	0,000%						
														148,479 [Km]	146,161 [Km]	742,395 [u.m.]	730,805 [u.m.]	1,5612%						

Nota. Esta tabla muestra los datos de los resultados de manera consolidada por cada ruta de dron de acuerdo con las rutas de la instancia de prueba 400.80.48.

Tabla 12

Consolidado de resultados ruta inicial y final

RUTA INICIAL			RUTA FINAL		
COSTO RUTA VEHÍCULO [u.m.]	COSTO RUTAS DRONES [u.m.]	COSTO TOTAL DEL RECORRIDO (F.O.)	COSTO RUTA VEHÍCULO [u.m.]	COSTO RUTAS DRONES [u.m.]	COSTO TOTAL DEL RECORRIDO (F.O.)
1087	742,395	1829,395	1087	730,805	1817,595

Nota. Esta tabla muestra los de la función objetivo planteada de acuerdo con el ruteo final de la instancia de prueba 400.80.48.

En la **tabla 12**, se muestran los resultados de la función objetivo del modelo matemático, la cual proporciona el costo total en unidades monetarias del recorrido necesario para servir a todos los clientes y que el vehículo con los drones vuelva al depósito.

Como se indicó al iniciar este capítulo se dieron a conocer los resultados detallados de solamente una instancia probada, a continuación, en la **tabla 12**, se muestra el consolidado de los resultados de todos los escenarios contemplados, sus tiempos de ejecución (stored procedures) y los porcentajes de mejora.

Tabla 13

Consolidado de resultados todas las instancias de prueba

INSTANCIA	DISTANCIA TOTAL CWA (km)	DISTANCIA TOTAL VND (km)	COSTO TOTAL CWA (u.m.)	COSTO TOTAL VND (u.m.)	NÚMERO DE RUTAS MEJORADAS	PORCENTAJE DE MEJORA (%)	STORED PROCEDURES	
							Sp_escenario	Sp_finalmoment
25.6.3	16,526	16,526	111,757	111,757	0	0,000%	2 segundos	1 segundo
100.25.12	89,254	89,011	628,845	627,630	1	0,193%	25 segundos	9 segundos
225.50.27	157,968	156,249	1140,116	1131,521	2	0,754%	4 minutos 21 segundos	1 minuto 1 segundo
400.80.48	148,479	146,161	742,395	730,805	6	1,561%	27 minutos 48 segundos	8 minutos 8 segundos
625.100.75	421,171	420,188	3167,686	3162,771	3	0,155%	1 hora 29 minutos 50 segundos	26 minutos 18 segundos

Nota. Esta tabla muestra los resultados de la función objetivo para cada una de las instancias de prueba planteadas.

9. Conclusiones

El sistema de nave nodriza, es decir, la integración vehículo - dron para tareas de entrega y recogida de paquetes, es un sistema poco estudiado y, por lo tanto, se tiene aún muchas expectativas del alcance que pueda llegar a tener, en el contexto del ruteo de vehículos, se dice que es y seguirá siendo de interés para próximas investigaciones teniendo en cuenta que es demasiado prometedor en lo que a eficiencia se trata.

Según los hallazgos en la literatura, el modelo matemático planteado que adopta el sistema de nave nodriza disminuye notablemente los costos de operación en comparación con el escenario tradicional que actualmente se utiliza, en el que el vehículo es el único que realiza las visitas a todos los clientes y cuyos costos, en todos los casos, son mayores que los de los drones.

El modelo matemático permite cumplir a satisfacción con la tarea de entregas y recogidas de paquetes, y aunque este fue planteado bajo las condiciones y restricciones de las variables que influyen en la creación de una ruta considerando la operación de cada tipo de vehículo, se encuentra lejano a la realidad teniendo en cuenta la cantidad de supuestos que se proponen y los factores directos e indirectos que conlleva implementar el sistema mencionado.

Las dos metaheurísticas utilizadas, el algoritmo híbrido de Clarke & Wright y el VND (Variable Neighborhood Descent) generan soluciones factibles en las instancias grandes y óptimas en el caso de los problemas pequeños.

En ese sentido, la implementación del método de ahorros garantiza una ruta inicial factible dando cumplimiento al objetivo por la disminución en los costos de operación. Sin embargo, la aplicación de movimientos inter e intra rutas (2-opt, 3-opt, or-opt, intercambio 1-0, intercambio 1-1 e intercambio 1-2) contribuyen a la búsqueda de una mejora en el recorrido final.

Las modificaciones que se presentan en la ruta inicial dependen totalmente de la variedad y cantidad de estructuras de vecindario que se utilicen. En rutas donde la cantidad de clientes a servir es grande se generan la mayor cantidad de cambios; por lo regular, estos se presentan en estructuras intra-ruta, las cuales disminuyen la distancia recorrida manteniendo constante el número de drones utilizados en esta. Las áreas de servicio con alta concentración de clientes requieren drones con gran capacidad de carga útil mientras que los drones de largo alcance son más adecuados en áreas de servicio con un número reducido de clientes.

10. Recomendaciones

Para futuras investigaciones se recomienda:

Realizar el planteamiento del problema como un sistema de nave nodriza multi-vehículo y no solamente con uno, como se realizó en este documento; además de considerar los tiempos de alistamiento tanto en el depósito como en cada estación.

Tener en cuenta algunas variables que influyen significativamente en el funcionamiento de los drones, como lo son duración de la batería, velocidad del vuelo y tiempos de espera en las estaciones de vehículo. En este sentido, se recomienda tener presentes variables directas e indirectas propias del ejercicio.

Investigar sobre la posible utilización de otros esquemas híbridos para solucionar el problema, ya sea para la generación de la solución inicial utilizando una búsqueda tabú o Greedy Randomized Adaptive Search Procedures (GRASP) y realizando la mejora mediante alguna otra variación del Variable Neighborhood Search como puede ser el Reduced VNS (RVNS) o el Basic VNS (BVNS).

Para mejorar el funcionamiento del modelo matemático en términos del tiempo de ejecución, se recomienda contemplar el uso de nuevas plataformas con tecnologías avanzadas que contribuyan a la generación de la solución de manera más eficiente. Lo anterior, teniendo en cuenta que el tipo de modelo planteado es complejo por su gran tamaño, lo que lo convierte en un limitante para su rápida ejecución.

Por último, sería enriquecedor para la investigación explorar otras estructuras de vecindario diferentes a las mencionadas, ya que el número de combinaciones posibles es considerable.

Aunado a lo anterior, realizar un mayor número de iteraciones en su aplicación podría generar mejores soluciones que las que se lograron obtener.

Referencias Bibliográficas

- Avellar, Gustavo S. C., Guilherme A. S. Pereira, Luciano C. A. Pimenta, and Paulo Iscold. 2015. “Multi-UAV Routing for Area Coverage and Remote Sensing with Minimum Time.” *Sensors* 2015, Vol. 15, Pages 27783-27803 15 (11): 27783–803. <https://doi.org/10.3390/S151127783>.
- Belen, Melian, Jose Perez, and Marcos Moreno Vega. 2003. “Metaheuristics: A Global View.” *Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*. <https://sci2s.ugr.es/sites/default/files/files/Teaching/GraduatesCourses/Metaheuristics/Bibliography/metaheuristics-vision-global.pdf>.
- Bouman, Paul, Niels Agatz, and Marie Schmidt. 2018. “Dynamic Programming Approaches for the Traveling Salesman Problem with Drone.” *Networks* 72 (4): 528–42. <https://doi.org/10.1002/NET.21864>.
- “Capítulo 4 Búsqueda Local y Variantes 4.1 Introducción.” n.d. Accessed May 26, 2023.
- Castañeda Barrios, Mónica Liliana. 2009. “Aplicación de La Metaheurística Búsqueda Tabú al Problema de La Ruta Más Corta Para Una Empresa Distribuidora de Harina de Trigo.” Universidad Pontificia Bolivariana de Bucaramanga. https://repository.upb.edu.co/bitstream/handle/20.500.11912/587/digital_18066.pdf.
- Cavalcanti Costa, Joao Guilherme. 2019. “The Vehicle Routing Problem with Drones.” UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. https://teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde-29082019-091040/publico/JoaoGuilhermeCavalcantiCosta_revisada.pdf.
- Cazaurang, Franck, Kelly Cohen, and Manish Kumar. 2020. *Multi-Rotor Platform-Based UAV Systems*. ISTE Press - Elsevier. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/C2017-0-00161-1>.

- Costa, Jasel J, Victor F Suarez-Chilma, and William A Sarache. 2018. “Una Solucion al Enrutamiento de Vehiculos En Ciudades Montañosas Considerando Aspectos Ambientales y Economicos.” Universidad Nacional de Colombia. <https://scielo.conicyt.cl/pdf/infotec/v29n3/0718-0764-infotec-29-03-00003.pdf>.
- Cruz Chávez, Marco Antonio, Pedro Moreno Bernal, and Jesus del Carmen Peralta Abarca. 2014. “Aplicación de La Teoría de La Complejidad En Optimización Combinatoria .” <file:///C:/Users/57311/Downloads/Dialnet-AplicacionDeLaTeoriaDeLaComplejidadEnOptimizacionC-4733827.pdf>.
- Dantzig, G. B., and J. H. Ramser. 1959. “The Truck Dispatching Problem.” *Management Science* 6 (1): 80–91. <https://doi.org/10.1287/mnsc.6.1.80>.
- Dong, Wenbo, Kang Zhou, Huaqing Qi, Cheng He, and Jun Zhang. 2018. “A Tissue P System Based Evolutionary Algorithm for Multi-Objective VRPTW.” *Swarm and Evolutionary Computation* 39 (April): 310–22. <https://doi.org/10.1016/J.SWEVO.2017.11.001>.
- Dorling, Kevin, Jordan Heinrichs, Geoffrey G. Messier, and Sebastian Magierowski. 2017. “Vehicle Routing Problems for Drone Delivery.” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems* 47 (1): 70–85. <https://doi.org/10.1109/TSMC.2016.2582745>.
- Elshaer, Raafat, and Hadeer Awad. 2020. “A Taxonomic Review of Metaheuristic Algorithms for Solving the Vehicle Routing Problem and Its Variants.” *Computers & Industrial Engineering* 140 (February): 106242. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.106242>.
- Erdoğan, Sevgi, and Elise Miller-Hooks. 2012. “A Green Vehicle Routing Problem.” *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 48 (1): 100–114. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2011.08.001>.

- Fargeas, Jonathan Las, Pierre Kabamba, and Anouck Girard. 2015. "Cooperative Surveillance and Pursuit Using Unmanned Aerial Vehicles and Unattended Ground Sensors." *Sensors* 2015, Vol. 15, Pages 1365-1388 15 (1): 1365–88. <https://doi.org/10.3390/S150101365>.
- Fukasawa, Ricardo, Humberto Longo, Jens Lysgaard, Marcus Poggi de Aragão, Marcelo Reis, Eduardo Uchoa, and Renato F. Werneck. 2005. "Robust Branch-and-Cut-and-Price for the Capacitated Vehicle Routing Problem." *Mathematical Programming* 2005 106:3 106 (3): 491–511. <https://doi.org/10.1007/S10107-005-0644-X>.
- "Gasto En Investigación y Desarrollo (% Del PIB) | Datos." n.d. Accessed May 25, 2023. <https://data.worldbank.org/indicator/GB.XPD.RSDV.GD.ZS>.
- Goksal, Fatma Pinar, Ismail Karaoglan, and Fulya Altiparmak. 2013. "A Hybrid Discrete Particle Swarm Optimization for Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery." *Computers and Industrial Engineering* 65 (1): 39–53. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2012.01.005>.
- Grocholsky, Ben, James Keller, Vijay Kumar, and George Pappas. 2006. "Cooperative Air and Ground Surveillance." *IEEE Robotics and Automation Magazine* 13 (3): 16–26. <https://doi.org/10.1109/MRA.2006.1678135>.
- Ham, Andy M. 2018. "Integrated Scheduling of M-Truck, m-Drone, and m-Depot Constrained by Time-Window, Drop-Pickup, and m-Visit Using Constraint Programming." *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 91 (June): 1–14. <https://doi.org/10.1016/J.TRC.2018.03.025>.
- Hansen, Pierre, and Nenad Mladenović. n.d. "Variable Neighborhood Search Methods." In *Encyclopedia of Optimization*, 3975–89. Boston, MA: Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-74759-0_694.

- Hansen, Pierre, Nenad Mladenović, and Jose Andres Perez Moreno. 2003. “Busqueda de Entorno Variable.” *Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*.
https://www.researchgate.net/publication/220071821_Busqueda_de_Entorno_Variable.
- Ha, Quang Minh, Yves Deville, Quang Dung Pham, and Minh Hoàng Hà. 2018. “On the Min-Cost Traveling Salesman Problem with Drone.” *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 86 (January): 597–621. <https://doi.org/10.1016/J.TRC.2017.11.015>.
- Hernandez Armenta, Mauricio. 2017. “La Nave Nodrizza Con La Que Mercedes Benz Cambiara Las Entregas.” 2017. <https://www.mecalux.com.co/blog/drones-logistica>.
- Jiménez Romero, Jhon Alexander, and Jeamy Sebastián Tarazona Jiménez. 2020. “Un Algoritmo ALNS Para El Problema de Ruteo de Vehículos Con Drones En La Distribución de Última Milla.” Universidad Industrial de Santander.
<http://tangara.uis.edu.co/biblioweb/tesis/2020/178770.pdf>.
- Karak, Aline, and Khaled Abdelghany. 2019. “The Hybrid Vehicle-Drone Routing Problem for Pick-up and Delivery Services.” *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 102 (May): 427–49. <https://doi.org/10.1016/J.TRC.2019.03.021>.
- Karimi-Mamaghan, Maryam, Mehrdad Mohammadi, Patrick Meyer, Amir Mohammad Karimi-Mamaghan, and El Ghazali Talbi. 2022. “Machine Learning at the Service of Meta-Heuristics for Solving Combinatorial Optimization Problems: A State-of-the-Art.” *European Journal of Operational Research* 296 (2): 393–422. <https://doi.org/10.1016/J.EJOR.2021.04.032>.
- Kim, Sungwoo, and Ilkyeong Moon. 2019. “Traveling Salesman Problem With a Drone Station.” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems* 49 (1): 42–52.
<https://doi.org/10.1109/TSMC.2018.2867496>.

- Li, Hongqi, Haotian Wang, Jun Chen, and Ming Bai. 2020. "Two-Echelon Vehicle Routing Problem with Time Windows and Mobile Satellites." *Transportation Research Part B: Methodological* 138 (August): 179–201. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2020.05.010>.
- López Potosme, Rudy Alberto. n.d. "Algunos Problemas Clásicos de Optimización Combinatoria: Una Propuesta Metodológica." <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcgclefindmkaj/viewer.html?pdfurl=https%3A%2F%2Fpositorio.unan.edu.ni%2F8853%2F1%2FArt%25C3%25ADculo-Rudy%2520Alberto%2520L%25C3%25B3pez%2520Potosme.pdf&clen=758627&chunk=true>.
- Manoj Pokharel. 2020. "Computational Complexity Theory (P,NP,NP-Complete and NP-Hard Problems)." *Central Department of Computer Science and IT, Tribhuvan University*, June, 4–7.
- Matt McFarland. 2017. "Los Conductores de UPS Pueden Etiquetar Las Entregas En Equipo Con Drones." *CNN BUSINESS*. 2017. <https://money.cnn.com/2017/02/21/technology/ups-drone-delivery/index.html>.
- McFarland, Matt. 2016. "Esta Furgoneta Mercedes-Benz Llevará Una Flota de Robots de Reparto." *CNN BUSINESS*. September 7, 2016. <https://money.cnn.com/2016/09/07/technology/starship-robot-mercedes-benz/index.html>.
- Mecalux News. 2020. "Los Drones Despegan En El Sector Logístico." 2020. <https://www.mecalux.com.co/blog/drones-logistica>.
- Montes Orozco, Edwin. 2017. "Metaheurísticas Para El Problema de Ruteo de Vehículos Con Ventanas de Tiempo (VRP-TW)." *Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco*. <https://core.ac.uk/download/pdf/151561056.pdf>.

- Moreno, • J M, and J A Moreno. 1996. “Optimización Heurística y Redes Neuronales. Paraninfo.”
- Moya Pedro. 2017. “Drones Repartidores Que Despegan Desde El Camión Para Entregarte Paquetes.” February 22, 2017. https://www.elespanol.com/omicrono/tecnologia/20170222/drones-repartidores-despegan-camion-entregarte-paquetes/195731220_0.html.
- Murray, Chase C., and Amanda G. Chu. 2015. “The Flying Sidekick Traveling Salesman Problem: Optimization of Drone-Assisted Parcel Delivery.” *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 54 (May): 86–109. <https://doi.org/10.1016/J.TRC.2015.03.005>.
- Nguyen, Viet Phuong, Christian Prins, and Caroline Prodhon. 2012. “Solving the Two-Echelon Location Routing Problem by a GRASP Reinforced by a Learning Process and Path Relinking.” *European Journal of Operational Research* 216 (1): 113–26. <https://doi.org/10.1016/J.EJOR.2011.07.030>.
- Nuñez Stöberg, Alejandro Esteban. 2019. “Modelo de Dimensionamiento de Flota de Drones Para La Distribución de Productos Sanguíneos En Santiago de Chile.” UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA. <https://repositorio.usm.cl/bitstream/handle/11673/49145/3560903501190UTFSM.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.
- OECD. n.d. “Gross Domestic Spending on R&D.” <https://data.oecd.org/rd/gross-domestic-spending-on-r-d.htm>.
- Olivera, Alfredo. 2004. “Heurísticas Para Problemas de Ruteo de Vehículos.” <https://www.colibri.udelar.edu.uy/jspui/bitstream/20.500.12008/3508/1/TR0408.pdf>.
- Palik, Matyas, and Máté Nagy. 2019. “BRIEF HISTORY OF UAV DEVELOPMENT.” *RTK (REPÜLÉSTUDOMÁNYI KÖZLEMÉNYEK)*, 12. <https://doi.org/10.32560/rk.2019.1.13>.

- Poikonen, Stefan, Xingyin Wang, and Bruce Golden. 2017. "The Vehicle Routing Problem with Drones: Extended Models and Connections." *Networks* 70 (1): 34–43. <https://doi.org/10.1002/NET.21746>.
- QuadMinds. 2021. "¿Cómo Reducir Los Tiempos de Entrega de Tus Pedidos a Cliente?" 2021. <https://www.quadminds.com/blog/tiempos-de-entrega/>.
- Ramesh, Sharda, and Stefan VoB. 2008. *THE VEHICLE ROUTING PROBLEM : LATEST ADVANCES AND NEW CHALLENGES*. Edited by Bruce Golden, S Raghavan, and Edwuard Wasil. Springer.
- Revista NUVE. 2020. "Ranking Investigacion Cientifica Por Paises." 2020. <https://www.revistanuve.com/ranking-investigacion-cientifica-por-paises-2/>.
- Rocha Medina, Linda Bibiana, Elsa Cristina Gonzalez La Rotta, and Javier Arturo Orjuela Castro. 2011. "Una Revisión al Estado Del Arte Del Problema de Ruteo de Vehículos: Evolución Histórica y Métodos de Solución." *ResearchGate*. https://www.researchgate.net/figure/Figura-12-Heuristica-del-algoritmo-de-los-ahorros-de-Clarke-y-Wright_fig11_305807773.
- Rocha, Valeria, and Javier Salaberry. 2019. "Un Método de Resolución Para El Problemas de Ruteo de Vehículos Con Múltiples Depósitos." Universidad de la República de Montevideo. <https://www.colibri.udelar.edu.uy/jspui/bitstream/20.500.12008/20533/1/tg-Rocha-Salaberry.pdf>.
- Shetty, Vijay K., Moises Sudit, and Rakesh Nagi. 2008. "Priority-Based Assignment and Routing of a Fleet of Unmanned Combat Aerial Vehicles." *Computers & Operations Research* 35 (6): 1813–28. <https://doi.org/10.1016/J.COR.2006.09.013>.

- Taha, Hamdy A, Georgey John, and M Tech. 2012. *INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES*. Edited by GABRIELA LOPEZ BALLESTEROS and BERNARDO GUTIERREZ HERNANDEZ. NOVENA. MEXICO. https://www.academia.edu/34227970/_Taha_Investigacion_De_Operaciones_9na_Edicion.
- Torres Pérez, Isis, Alejandro Rosete Suárez, Carlos Alberto Cruz Corona, and José Luis Verdegay Galdeano. 2013. “(PDF) Aplicación de La Soft Computing al Problema de Ruteo de Camiones y Remolques.” 2013. https://www.researchgate.net/publication/316990596_Aplicacion_de_la_Soft_Computing_a_l_Problema_de_Ruteo_de_Camiones_y_Remolques.
- Toth, Paolo, and Daniele Vigo. 2014. *VEHICLE ROUTING: Problems, Methods and Applications*. Second Edition. SIAM.
- Vidal, Thibaut, Teodor Gabriel Crainic, Michel Gendreau, and Christian Prins. 2013. “Heuristics for Multi-Attribute Vehicle Routing Problems: A Survey and Synthesis.” *European Journal of Operational Research* 231 (1): 1–21. <https://doi.org/10.1016/J.EJOR.2013.02.053>.
- Wang, Xingyin, Stefan Poikonen, and Bruce Golden. 2016. “The Vehicle Routing Problem with Drones: Several Worst-Case Results.” *Optimization Letters* 2016 11:4 11 (4): 679–97. <https://doi.org/10.1007/S11590-016-1035-3>.
- Wang, Zheng, and Jiu Biing Sheu. 2019. “Vehicle Routing Problem with Drones.” *Transportation Research Part B: Methodological* 122 (April): 350–64. <https://doi.org/10.1016/J.TRB.2019.03.005>.
- “World Internet Users Statistics and 2021 World Population Stats.” n.d. Accessed September 11, 2021. <https://www.internetworldstats.com/stats.htm>.

Apéndices

Los apéndices se encuentran adjuntos y puede visualizarlos en la base de datos de la biblioteca
UIS

Apéndice A. Instancias de prueba y resultados (Excel).

Apéndice B. Programación en lenguaje SQLServer.

Apéndice C. Artículo Publicable.