

CONSTRUCCIÓN Y ANÁLISIS DE UNA REJILLA DE
DIFRACCIÓN USANDO TÉCNICAS DE MICROSCOPIA DE
FUERZA ATÓMICA (AFM)

CAROLINA MENDOZA LUNA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
Bucaramanga
2012

CONSTRUCCIÓN Y ANÁLISIS DE UNA REJILLA DE
DIFRACCIÓN USANDO TÉCNICAS DE MICROSCOPIA DE
FUERZA ATÓMICA (AFM)

CAROLINA MENDOZA LUNA

Trabajo de grado para optar al título de físico

Director

ARTURO PLATA GÓMEZ., Ph.D

Codirectores

JADER ENRIQUE GUERRERO, Ph.D

CARLOS ALBERTO CHACÓN ÁVILA, Físico.

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA DE FÍSICA

Bucaramanga

2012

AGRADECIMIENTOS

A mis padres que me han formado y alentado a seguir mis sueños.

A mi hermano por su apoyo incondicional.

Al Dr. Arturo Plata, deseo expresar no solo mi agradecimiento sino mi admiración y respeto, gracias por su apoyo, confianza, enseñanzas y por su valiosa amistad.

A los integrantes del Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales: a los Profesores: Jaime Meneses, Jader Guerrero, María del Carmen, Rafael Torres, por sus enseñanzas. A mis compañeros Cristian Acevedo, Carlos Osorio, Vladimir, Juan José, Lina, Cristian Ariza, Johana, Diego, Alexander, Carlos Ricardo, Edwin Mendoza por su amistad, apoyo, consejos y por todos los buenos momentos. Un excelente grupo de trabajo.

A la Familia Mendoza, porque siempre puedo contar con ellos.

A mi primo Nelson Gualdrón.

A mis amigos Alfredo, Laura Chaparro, Martha, Laura Lara, Dary, Elber.

A mis amigos del Marín: Olga, Sol Alejandra, Carlos Godoy, Viviana Gelvez.

Gracias a la persona que me ha brindado apoyo, consejo y siempre la palabra precisa, la persona que me ha acompañado en los momentos más difíciles y la razón de los momentos más felices: Carlos Alberto Chacón.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	14
1. NANOLITOGRAFÍA USANDO UN MICROSCOPIO DE FUERZA ATÓMICA ..	16
1.1. MICROSCOPIO DE FUERZA ATÓMICA.....	16
1.2. PRINCIPIO DE OPERACIÓN	16
1.3. MODOS AFM.....	18
1.3.1. Modo Contacto	19
1.3.2. Modo Tapping.....	20
1.3.3. Modo no Contacto	20
1.4. PUNTAS AFM.....	21
1.5. RAYADO MECÁNICO.....	23
1.5.1. Teoría de Hertz.....	24
2. REJILLA DE DIFRACCIÓN	27
2.1. LA APROXIMACIÓN DE FRESNEL Y FRAUNHOFER.....	27
2.2. REJILLA DE DIFRACCIÓN.....	31
2.3. EFICIENCIA DE DIFRACCIÓN.....	33
3. CONSTRUCCIÓN DE LA REJILLA DE DIFRACCIÓN	34
3.1. PROCESO DE NANOLITOGRAFÍA	34
3.1.1. Software de Nanolitografía	35
3.1.2. Análisis Experimental de los Parámetros que Influyen en la Nanolitografía	36

3.1.2.1. Características de la Punta	37
3.1.2.2. Velocidad de Escaneo.....	45
3.1.2.3. Z Scanner (ΔZ)	48
3.1.3. Sustrato.....	50
4. CARACTERIZACIÓN	52
4.1. ANÁLISIS DE SUPERFICIE	52
4.2. EFICIENCIA DE DIFRACCIÓN.....	61
4.2.1. Montaje Experimental.....	61
4.2.2. Resultados	62
CONCLUSIONES	65
TRABAJOS FUTUROS.....	68
BIBLIOGRAFÍA	70
ANEXOS.....	72

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: principio de funcionamiento del AFM.....	17
Figura 2: diagrama de los componentes del hardware y caminos de la señal para la operación del AFM.....	18
Figura 3: curva de fuerza interatómica versus distancia.....	21
Figura 4: ley de hooke aplicada al movimiento de una punta AFM.....	22
Figura 5: esquema del contacto entre la punta y la superficie de la muestra.	24
Figura 6: geometría de la difracción.....	28
Figura 7: a) rejilla de trasmisión, b) esquema de una rejilla difracción de trasmisión que muestra el orden m-ésimo difractado.....	32
Figura 8: Microscopio de Fuerza Atómica, marca Veeco, di CP-II.....	35
Figura 9: punta de silicio MPP-11123	37
Figura 10: <i>cantilever</i> de silicio MPP-11123.....	38
Figura 11: disposición de los seis cantilevers.	39
Figura 12: punta de nitruro de silicio MLCT.	39
Figura 13: <i>cantilevers</i> de nitruro de silicio.....	40
Figura 14: líneas trazadas con la punta MLCT, b) corte trasversal.....	41
Figura 15: a) imagen AFM de líneas trazadas con la punta de silicio, b) corte trasversal.	42
Figura 16: gráfica de profundidad promedio en función de la velocidad de escaneo.	46
Figura17: a) imagen 2D de la huella dejada al escanear a una velocidad de 5µm/s, b) corte trasversal que muestra la profundidad es cercana a 1µm.....	48
Figura 18: gráfica de profundidad promedio en función de la posición relativa punta muestra.....	50

Figura 19: imagen AFM de la rejilla 1. a) imagen 2D, b) imagen 3D, c) corte trasversal. Área escaneada $30\mu\text{m} \times 30\mu\text{m}$	54
Figura 20: rejilla 1. a) imagen 2D, b) imagen 3D, c) corte trasversal.	55
Figura 21: imagen de un área de $10\mu\text{m} \times 10\mu\text{m}$ de rejilla 2 obtenida en modo contacto. a) imagen 2D, b) imagen 3D, c) corte trasversal	58
Figura 22: imagen de 3×3 de la rejilla 2 obtenida en modo contacto. a) imagen 2D, b) imagen 3D, c) corte trasversal.	59
Figura 23: montaje óptico.	61
Figura 24: esquema para la medición de la separación entre rendijas.	63
Figura 25: esquema de la deformación de dos sólidos en contacto	74

LISTA DE TABLAS

Tabla 1: especificaciones de la punta MPP-11123.....	37
Tabla 2: especificaciones <i>cantilever</i> de silicio.....	38
Tabla 3: disposición de los seis <i>cantilevers</i> de Si ₄ N ₃	39
Tabla 4: descripción de la punta de nitruro de silicio MLCT	39
Tabla 5: característica del cantilever (F) de nitruro de silicio.....	40
Tabla 6: profundidad promedio y ancho promedio para el proceso de nanolitografía usando la punta de nitruro de silicio.	43
Tabla 7: profundidad promedio y ancho promedio para el proceso de nanolitografía usando la punta de silicio.....	44
Tabla 8: dimensiones de la huella dejada al variar la velocidad de escaneo..	46
Tabla 9: dimensiones de la huella dejada al variar la posición relativa de la punta y la muestra. Velocidad de escaneo 2µm/s.	49
Tabla 10: propiedades del policarbonato.	51
Tabla 11: dimensiones de la rejilla 1.....	56
Tabla 12: dimensiones de la rejilla 2.	60
Tabla 13: medida experimental de la separación entre rendijas..	63
Tabla 14: eficiencia de difracción para las dos rejillas.....	64

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A: TEORÍA DE HERTZ.....	72
-------------------------------	----

RESUMEN

TÍTULO: CONSTRUCCIÓN Y ANÁLISIS DE UNA REJILLA DE DIFRACCIÓN USANDO TÉCNICAS DE MICROSCOPIA DE FUERZA ATÓMICA¹

AUTOR: MENDOZA LUNA, Carolina.²

PALABRAS CLAVES: rejilla de difracción, eficiencia de difracción, nanolitografía, microscopio de fuerza atómica (AFM).

RESUMEN:

Las rejillas de difracción son elementos ópticos que permiten manipular el frente de onda mediante alteraciones periódicas en la fase, la amplitud o ambas. Estos elementos tienen una gran aplicabilidad en diferentes campos como las comunicaciones, la espectroscopia, optoelectrónica, etc. debido a que han ido reemplazando diferentes elementos refractivos en dispositivos cada vez más pequeños surgiendo así la necesidad de explorar técnicas novedosas de fabricación que ofrezcan absoluto control y fidelidad del diseño.

El microscopio de fuerza atómica (AFM) es actualmente empleado como herramienta en nanolitografía debido a su versatilidad operacional y simplicidad. Una interesante técnica de nanolitografía basada en AFM es el rayado mecánico, técnica mediante la cual una punta remueve material de la superficie de la muestra, produciendo el patrón deseado con un ancho de línea cercano a los 100 nm. Este método de nanolitografía se considera una técnica directa que puede ser implementada en materiales semiconductores, metales y aislantes.

En este trabajo, se construyen y se analizan dos rejillas de difracción, aplicando la técnica de rayado directo y la caracterización de la superficie usando un Microscopio de Fuerza Atómica.

Durante este proceso se estudian los parámetros que influyen en el proceso de nanolitografía tales como la velocidad de escaneo, la posición relativa de la punta y la muestra y las características propias de la punta utilizada. Se realiza un análisis topográfico de la rejilla resultante, usando el microscopio de fuerza atómica y finalmente se evalúa la rejilla de difracción construida, mediante el análisis de los patrones de difracción producidos y la cuantificación de la eficiencia de difracción.

¹ Trabajo de Grado

² Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Director: PhD. Arturo Plata Gómez. Codirectores: Dr. Jader Enrique Guerrero, Físico Carlos Alberto Chacón

ABSTRACT

TITLE: CONSTRUCTION AND ANALYSIS OF A DIFFRACTION GRATING USING ATOMIC FORCE MICROSCOPY TECHNIQUES³

AUTHOR: MENDOZA LUNA, Carolina.⁴

KEY WORDS: diffraction grating, diffraction efficiency, nanolithography, Atomic Force Microscope (AFM).

ABSTRACT

The diffraction gratings are optical elements for manipulating the wavefront through periodic disturbances in the phase, amplitude or both. These elements have a wide applicability in different fields such as communications, spectroscopy, optoelectronics, etc.. Because they have been replacing different refractive elements into increasingly smaller thus resulting in the need to explore new techniques of manufacture that provide complete control and design fidelity

The atomic force microscope (AFM) is currently employed as a tool for nanolithography because of its versatility and operational simplicity. An interesting technique nanolithography AFM is based on mechanical scratching, technique by which a tip removes material from the sample surface, producing the desired pattern with a line width near 100 nm. This method is considered a nanolithography technique that can be implemented directly on semiconductor materials, metals and insulators.

In this paper, we construct and analyze two diffraction gratings, using the technique of direct scratching and surface characterization using an Atomic Force Microscope.

During this process we study the parameters influencing the process of nanolithography such as scanning speed, the relative position of the tip and the sample and the characteristics of the tip used. Topographic analysis is performed resulting grid, using the atomic force microscope and finally evaluating the diffraction grating constructed by analysis of the diffraction patterns produced and quantification of the diffraction efficiency.

³ Degree Project.

⁴ Faculty of Sciences. School of Physics. Director: PhD. Arturo Plata Gómez. Codirectors: Dr, Jader Enrique Guerreo, Physicist Carlos Alberto Chacón

INTRODUCCIÓN

Las rejillas de difracción son usadas en fotolitografía óptica, comunicaciones ópticas y son la base de la mayoría de análisis espectroscópicos; este tipo de dispositivos han ido reemplazando progresivamente la óptica convencional en una variedad de productos, allí radica su importancia.

La fabricación y comportamiento de rejillas de estructuras de tamaño micrométrico hechos de polímeros han sido estudiados por algún tiempo utilizando diferentes técnicas de fabricación [1]; tales como la técnica *Reactive ion etching* mediante la cual es posible reducir el daño de la superficie y alcanzar perfiles profundos, *Laser-beam writing* es una técnica rápida, usada para crear estructuras de relieves binarios y continuos con dimensiones de estructuras por debajo de 1 μm y profundidad de perfil por encima de 40 μm , pero este proceso es más bien complejo si el objetivo es generar estructuras precisas; las técnicas de fotolitografía, *microcontact printing*, y *scanning electrochemical microlithography* pueden ser empleadas para la fabricación de microestructuras, pero estas no logran llegar a la escala nanométrica [3].

Más recientemente, la introducción comercial de las técnicas de nanofabricación de litografía por escaneo de sonda (SPL, por sus siglas en inglés) provee nuevas formas de fabricación de elementos ópticos difractivos con alta precisión; el desafío es alcanzar un ancho de línea inferior a los 100 nm con espaciamiento y dimensiones controlables sobre grandes áreas de sustratos, los patrones con ancho de línea y espaciamiento de unas pocas decenas de nanómetros son también de gran interés en optoelectrónica y plasmones, dado que la realización

de modelos directos en materiales a escala nano genera un sin número de posibilidades [1].

La alta precisión requerida por una rejilla de difracción conlleva a que el método de fabricación deba ser cuidadosamente controlado, las técnicas SPL ofrecen total control en el posicionamiento de la punta y mediante la técnica de rayado mecánico es posible obtener la mayor resolución entre las técnicas SPL ya que las dimensiones de los patrones obtenidos dependen del tamaño de la punta cuya geometría es fija contrario a lo que sucede en otras técnicas donde la generación de patrones está gobernada por campos eléctricos o por haces que se esparcen disminuyendo su precisión [2, 4].

1. NANOLITOGRAFÍA USANDO UN MICROSCOPIO DE FUERZA ATÓMICA

1.1. MICROSCOPIO DE FUERZA ATÓMICA

El microscopio de fuerza atómica (AFM) es una herramienta poderosa para la producción directa de dispositivos en diferentes tipos de sustratos. En este capítulo se da una idea general sobre los modos de operación del Microscopio de Fuerza Atómica. Y se describe una de las técnicas de fabricación en la cual la punta del AFM es usada para la manipulación de la superficie.

1.2. PRINCIPIO DE OPERACIÓN

Cuando una punta, integrada al final de un *cantilever*, es llevada a una distancia, del orden de la separación interatómica, de una superficie, se desarrollan potenciales entre los átomos de la punta y los átomos de la superficie; este es el principio usado por el AFM para obtener imágenes de alta resolución. Como la punta viaja a lo largo de la superficie, los potenciales interatómicos forzarán al *cantilever* a moverse hacia arriba y hacia abajo con la superficie (figura 1). Por lo tanto, midiendo la deflexión del *cantilever*, las características topográficas pueden

ser mapeadas. El AFM puede ser operado en dos modos principales: con control de retroalimentación y sin control de retroalimentación. Si la retroalimentación electrónica está habilitada, entonces el piezo posicionador el cual mueve la muestra (o la punta) hacia arriba y hacia abajo, puede responder a cualquier cambio en la fuerza, el cual detecta y modifica la separación punta-muestra para restaurar la fuerza a un valor predeterminado. Este modo de operación es conocido como fuerza constante, y permite obtener una imagen topográfica fiable. Si la retroalimentación electrónica se deshabilita, entonces se dice que el microscopio es operado en modo altura constante; este es particularmente útil para obtener imágenes de muestras muy planas a alta resolución, esta imagen remueve las variaciones lentas en la topografía pero realzara los bordes de los elementos en la superficie [4, 5].

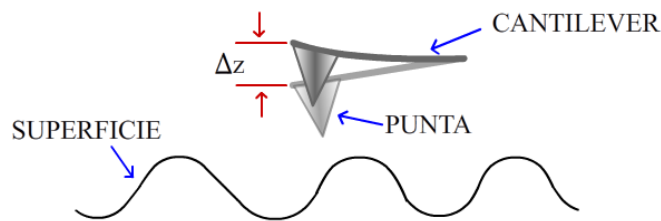


Figura 1: principio de funcionamiento del AFM. *Fuente: autor.*

Un diagrama esquemático que muestra algunos de los elementos esenciales de un microscopio de fuerza atómica está dado en la figura 2. Las fuerzas atómicas entre la muestra y la punta son medidas usando un laser focalizado sobre el *cantilever* y es reflejado sobre un detector para monitorear el movimiento del *cantilever*. El anillo de realimentación negativo mueve la muestra hacia arriba y hacia abajo mediante un tubo piezoeléctrico para mantener la fuerza de interacción a un nivel preseleccionado (Fuerza de referencia). Una imagen tridimensional puede finalmente construirse registrando el movimiento del *cantilever* en la dirección Z como función de las posiciones X y Y de la muestra.

Teóricamente para cualquier material el cual tenga cierta rigidez es siempre posible producir imágenes de superficies con resolución atómica ya que los últimos desarrollos en tecnología del laser han permitido que la deflexión del *cantilever* sea detectada por debajo de la escala del angstrom.

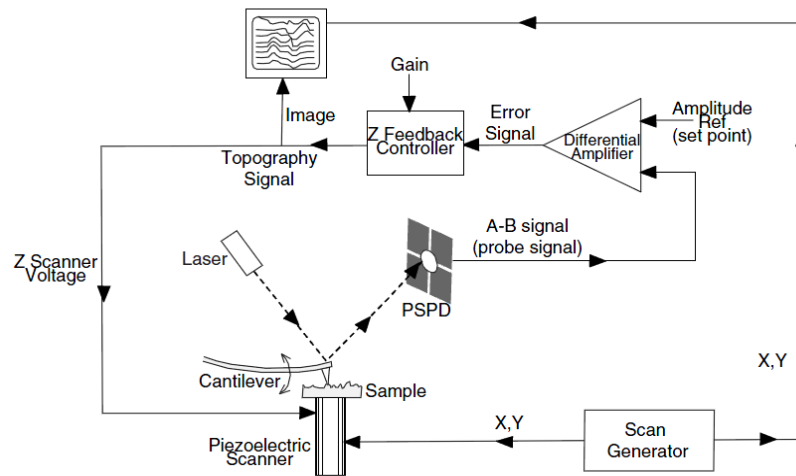


Figura 2: diagrama de los componentes del hardware y caminos de la señal para la operación del AFM. *Fuente: autor [5].*

1.3. MODOS AFM

Los modos de operación descritos anteriormente aplican para el “modo contacto”, pero la forma en la cual el contraste de la imagen es obtenido puede ser alcanzado en muchas maneras. Las tres clases principales de interacción son el modo contacto, el modo *tapping* y el modo no contacto. Pero el control de retroalimentación y los otros principios de operación son similares.

1.3.1. Modo Contacto

El modo contacto es el método más común de operación del AFM. Como el nombre sugiere, la punta y la muestra permanecen en contacto cercano mientras el escaneo es realizado. La palabra “contacto” hace referencia al régimen repulsivo de la curva de fuerza intermolecular (figura 3) [4, 5].

En modo contacto la deflexión del *cantilever* es censada y comparada con el valor de deflexión deseado, si la deflexión medida es diferente del valor preseleccionado se aplica un voltaje al piezo para aumentar o disminuir la distancia de la muestra relativa a la punta y así restaurar el valor deseado de deflexión. El voltaje que es aplicado al piezo es una medida de la altura de las estructuras de la superficie de la muestra y es mostrado como una función de la posición lateral de la muestra.

Es posible que se presenten algunos defectos en imágenes obtenidas en modo contacto, causados por excesivas fuerzas de rastreo aplicadas por la sonda a la muestra. Los efectos pueden ser reducidos minimizando la fuerza de escaneo, que puede ser controlada por el usuario durante la operación en medio ambiente. La magnitud de la fuerza depende de los detalles de la geometría de la sonda, pero es típicamente del orden de 100 nN. Hay que considerar también que bajo condiciones ambientales, la superficie de las muestras está cubierta por una película de gases absorbidos, consistente primariamente por vapor de agua y nitrógeno la cual tiene un espesor de 10-30 monocapas. Cuando la sonda toca esta película contaminante, un menisco se forma y el *cantilever* es halado por la tensión superficial hacia la superficie de la muestra. Esta fuerza del menisco y otras fuerzas atractivas como fuerzas capilares, fuerzas de Van der Waals, carga electrostática atrapada en semiconductores y aislantes pueden ser neutralizadas operando con la sonda y parte o toda la muestra inmersas en líquido. Todas estas fuerzas se combinan para definir una fuerza mínima normal que pueda ser aplicada controlablemente por la sonda a la muestra. Esta fuerza normal crea una

fuerza de fricción sustancial a medida que la sonda escanea sobre la muestra. En la práctica, estas fuerzas de fricción pueden dañar la muestra, desgastar la punta del *cantilever* y distorsionar los datos resultantes [4].

1.3.2. Modo Tapping

El modo *tapping* es el segundo modo más usado en AFM. Cuando es operado en aire u otros gases, el *cantilever* oscila a su frecuencia de resonancia (generalmente cientos de kHz) y se posiciona sobre la muestra de manera que solo dé ligeros golpecitos a la superficie durante una muy pequeña fracción de su periodo de oscilación [5]. Esto sigue siendo contacto con la muestra en el sentido que se definió anteriormente, pero el muy corto tiempo durante el cual éste contacto ocurre conlleva a que las fuerzas laterales sean drásticamente reducidas mientras la punta escanea la superficie. Cuando se toman imágenes de muestras pobremente inmovilizadas o suaves, el modo *tapping* puede ser una mejor elección que el modo contacto para realizar la imagen [5]. Usualmente las puntas para el modo *tapping* tienen *cantilevers* mucho más cortos que otros y su constante de rigidez puede estar en el rango de 1-100 N/m la constante de resorte permite a la punta oscilar mucho mejor en modo *tapping* y también provee una interacción punta-muestra más fuerte que en modo contacto.

1.3.3. Modo no Contacto

El modo no contacto es otro método que se puede emplear cuando se adquieren imágenes con AFM. El *cantilever* debe oscilar sobre la superficie de la muestra a tal distancia que no se encuentra en el régimen repulsivo de la curva de fuerza intermolecular. Este es un modo muy difícil de operar en condiciones ambiente con el AFM. La película delgada de contaminante de agua que se forma sobre la

superficie de la muestra forma un pequeño puente de capilaridad entre la punta y la muestra y causa que la punta entre en contacto. Incluso operando en líquidos y vacío la probabilidad de que la punta entre en contacto es extremadamente grande, y es probable que se obtenga la imagen en modo *tapping* en lugar de modo no contacto [5].

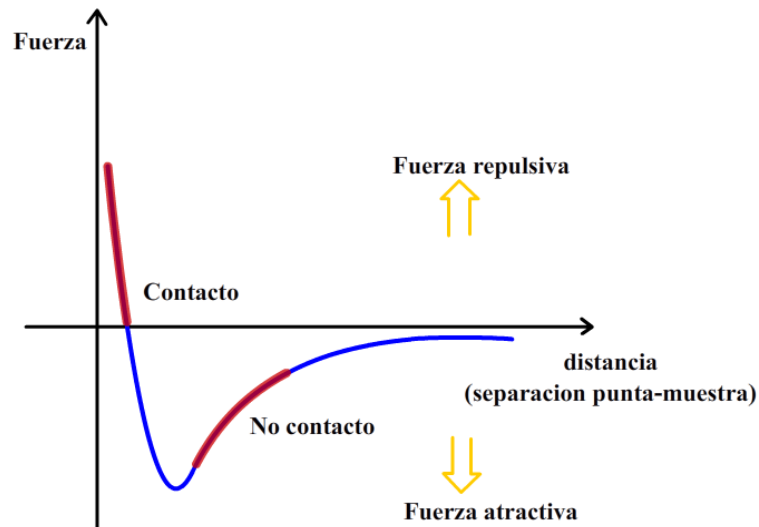


Figura 3: curva de fuerza interatómica versus distancia. *Fuente:* [5].

1.4. PUNTAS AFM

En una punta AFM convencional el *cantilever* está unido a una región de mayor volumen necesaria para la manipulación de las puntas con pinzas, normalmente todo el sistema está fabricado del mismo material, comúnmente silicio. En una representación más sencilla, el *cantilever* puede ser visto como un resorte con una constante de rigidez característica k (figura 4). En el modo contacto, una fuerza

de contacto F_c es aplicada entre la punta y la superficie de la muestra durante el escaneo con un cristal piezo-resistivo que realiza los movimientos en las direcciones X, y Y Z. A partir de la ley de Hooke y conociendo la constante de rigidez k del *cantilever* la fuerza F_c es calculada:

$$F_c = k\Delta z \quad (1)$$

donde Δz es la deflexión del *cantilever* fuera del equilibrio.

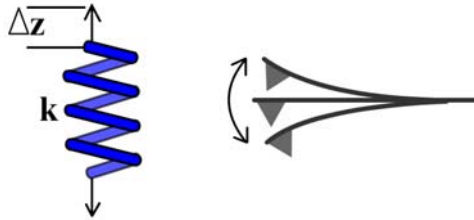


Figura 4: ley de Hooke aplicada al movimiento de una punta AFM. *Fuente: autor.*

El hecho de mantener F_c mínima y constante, reduce la probabilidad de daño en la muestra debido a la punta AFM, la cual es usualmente más dura que el sustrato. Cuando la fuerza constante del *cantilever* es exactamente conocida, el AFM puede ser usado para detectar fuerzas ultra bajas en el rango de 10^{-18} N ó menores.

Actualmente se fabrican una gran variedad de puntas AFM, con características definidas para ser usadas en diferentes experimentos usando el AFM, por ejemplo puntas de silicio estándar o de diamante (monocristal), puntas con nanotubos adheridos a ella, etc.

En el caso de nanolitografía, para cada técnica de escritura, se deben usar diferentes puntas. Por ejemplo, para nano-rayado, lo más recomendable es usar

puntas de diamante, porque son más duras, y pueden escribir varias estructuras manteniendo la calidad sin cambios en la punta.

1.5. RAYADO MECÁNICO

Es posible usar la punta de un AFM como herramienta nanolitográfica para tallar surcos en diferentes superficies, polímeros, conductores y semiconductores. Esta remoción de material es la más directa aproximación a la manipulación de superficies.

Para esta técnica es esencial usar una punta consistente de un material con dureza mucho mayor que la del sustrato. Aunque las puntas de diamante son comúnmente usadas para este tipo de operación es posible usar puntas de silicio, pero su tiempo de vida útil es limitado. Una punta AFM penetra la superficie y crea un hueco cuando se aplica una gran fuerza de contacto, de varios micro-Newtons. Esto generará una presión de varios GPa en el ápice de la punta debido al pequeño radio de la punta, el cual está alrededor de los 10 nm para puntas estándar comerciales.

Cuando la punta AFM escanea la superficie con tal alta fuerza de contacto se crean rendijas o líneas con cualquier geometría deseada en la superficie, con la gran ventaja que el pequeño radio de la punta permite que el ancho de una línea gravada alcance un valor por debajo de los 50 nm [4]. En principio el mínimo ancho de la huella depende solo de parámetros externos al experimento como el radio de la punta, el ángulo del ápice de la punta, la fuerza de contacto y el número de veces escribiendo la misma estructura con la punta.

La figura 5 muestra el modelo de deformación inducida por la punta a la superficie de polímero, donde el ápice de la punta es visto como una esfera con un radio R

aproximadamente, por tanto la teoría de Hertz puede ser usada para analizar la interacción entre la muestra de polímero y la punta, despreciando la influencia de la adhesión.

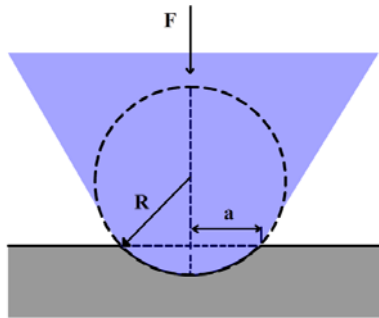


Figura 5: esquema del contacto entre la punta y la superficie de la muestra.

Fuente: autor.

1.5.1. Teoría de Hertz

Los efectos geométricos en las propiedades de la deformación elástica han sido considerados en la teoría Hertziana de deformación elástica. Esta teoría relaciona el área de contacto circular de una esfera con un plano (o de manera más general entre dos esferas) con las propiedades de deformación elástica de los materiales. En la teoría interacciones superficiales tales como interacciones Van der Waals de contacto cercano, o contacto adhesivo son despreciadas.

Una mejora a la teoría Hertziana fue suministrada por Jhonson et al. (alrededor de 1970) con la teoría JKR (Johnson, Kendall, Roberts). En la teoría JKR el contacto se considera adhesivo. Por tanto, la teoría correlaciona el área de contacto con las propiedades elásticas del material más la intensidad de interacción interfacial.

La teoría DMT la cual también considera las interacciones de Van der Waals fuera del régimen de contacto elástico, esta interacción da lugar a una carga adicional

fue desarrollada más adelante, en 1975, por Derjaguin, Muller y Toporov [8], esta teoría complementa el desarrollo de Hertz.

Mediante la teoría de Hertz se relaciona la presión máxima y el área de contacto en función de la fuerza aplicada.

La presión de contacto máxima P_{\max} entre la punta y la superficie de la muestra y el radio de contacto a son expresados como [9]:

$$P_{\max} = \left(\frac{6FE^{*2}}{\pi^3 R^2} \right)^{1/3} \quad (2)$$

$$a = \left(\frac{3FR}{4E^*} \right)^{1/3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{E^*} = \left[\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right] \quad (4)$$

Donde F es la carga normal. E_1 , ν_1 y E_2 , ν_2 son los módulos de Young y razones de Poisson de la punta (silicio) y la muestra (Policarbonato), respectivamente, que para este caso toman valores $E_1=169$ GPa, $\nu_1=0.3$, $E_2=2.4$ GPa, $\nu_2=0.3$, $R=8$ nm (radio de la punta).

Si se aplicara una fuerza del orden de los μN , por ejemplo $F = 1 \mu\text{N}$, lo cual, en este trabajo equivale a una posición relativa entre punta y muestra $\Delta Z = -0,025 \mu\text{m}$, la presión máxima ejercida por la punta sería equivalente a $P_{\text{max}} = 2,724 \text{ GPa}$. Este valor supera el límite de presión de Hertz de 102 MPa para el policarbonato [9], lo cual causa una deformación plástica en la superficie de policarbonato. De este resultado se infiere que cuando la superficie del polímero es sometida a cargas normales del orden de los μN esta sufre una deformación plástica.

2. REJILLA DE DIFRACCIÓN

2.1. LA APROXIMACIÓN DE FRESNEL Y FRAUNHOFER

El patrón de difracción producido por un elemento difractivo es generalmente estudiado usando las aproximaciones de Fresnel y Fraunhofer según la distancia a la que se encuentra el punto de observación. Estas aproximaciones se derivan del principio de Huygens-Fresnel que puede ser expresado en coordenadas rectangulares como [10]

$$U(P_0) = \frac{1}{j\lambda} \iint_{\Sigma} U(P_1) \frac{\exp(jkr_{01})}{r_{01}} \cos \theta \, ds \quad (5)$$

Donde θ es el ángulo entre la normal exterior \hat{n} y el vector r_{01} que apunta del punto P_0 a P_1 . El término $\cos \theta$ está exactamente dado por

$$\cos \theta = \frac{z}{r_{01}} \quad (6)$$

Como muestra la figura 6, se asume la apertura difractiva en el plano (x', y') , y es iluminada en una dirección z positiva. Calcularemos el campo ondulatorio a

través del plano (x, y) , el cual es paralelo al plano (x', y') y a una distancia normal z de este. El eje z atraviesa ambos planos en sus orígenes.

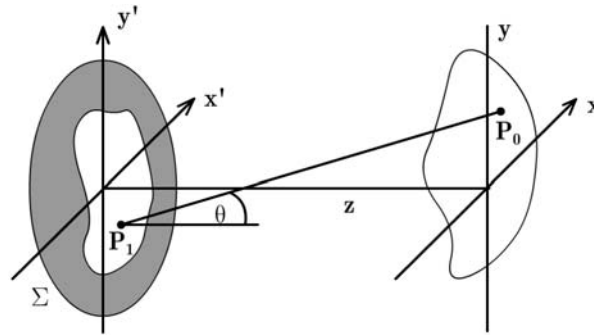


Figura 6: geometría de la difracción. Fuente: [10].

Por consiguiente el principio de Huygens-Fresnel puede ser escrito

$$U(x, y) = \frac{z}{j\lambda} \iint_{\Sigma} U(x', y') \frac{\exp(jkr_{01})}{r_{01}^2} dx' dy' \quad (7)$$

Donde la distancia r_{01} está dada exactamente por

$$r_{01} = \sqrt{z^2 + (x - x')^2 + (y - y')^2}. \quad (8)$$

Hay solo dos aproximaciones en el alcance de esta expresión. Una es la aproximación inherente en la teoría escalar. La segunda es la presunción que la distancia de observación está a muchas longitudes de onda de la apertura, $r_{01} \gg \lambda$.

Las aproximaciones para la distancia r_{01} entre P_1 y P_0 están basadas en la expansión binomial de la raíz cuadrada en la ecuación (8) dada por

$$\sqrt{1+b} = 1 + \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}b^2 + \dots \quad (9)$$

Donde b es un número menor que uno, el número de términos necesarios para una precisión dada depende de la magnitud de b . Entonces, usando sólo los primeros dos términos de la expansión (9), tenemos

$$r_{01} \approx z \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x-x'}{z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y-y'}{z} \right)^2 \right]. \quad (10)$$

Para el r_{01}^2 que aparece en el denominador de la ecuación (7), el error introducido despreciando todos los términos excepto z es, en general, aceptablemente pequeño. Sin embargo, para el r_{01} que aparece en el exponente, el error es mucho más crítico ya que el cambio de fase de una pequeña fracción de un radián puede cambiar el valor de la exponencial significativamente. Por esta razón se conservan ambos términos de la aproximación binomial en la exponencial. La expresión resultante para el campo en (x, y) por consiguiente se convierte

$$U(x, y) = \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} e^{j\frac{k}{2z}(x^2+y^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} \left\{ U(x', y') e^{j\frac{k}{2z}(x'^2+y'^2)} \right\} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda z}(xx'+yy')} dx' dy' \quad (11)$$

La cual se reconoce (aparte de los factores multiplicativos) como la transformada de Fourier del producto del campo complejo justo a la derecha de la apertura y un factor de fase exponencial.

El resultado (11), es conocido como la integral de difracción de Fresnel. Cuando ésta aproximación es válida, se dice que el observador está en la región de la difracción de Fresnel, o equivalentemente en el campo cercano de la apertura.

Se considera otra aproximación más rigurosa la cual, cuando es válida, gratamente simplifica los cálculos. Según la ecuación (11), en la región de difracción de Fresnel, la potencia del campo observado $U(x, y)$ puede ser encontrada de una transformación de Fourier del producto de la distribución de la abertura $U(x', y')$ y una función de fase cuadrática. Si a la fuerte aproximación de Fresnel se adiciona la aproximación (Fraunhofer),

$$z \gg \frac{k(x'^2 + y'^2)_{\max}}{2} \quad (12)$$

Esto se satisface cuando el factor de fase cuadrático bajo el signo de integral en la ecuación (11) es aproximadamente uno sobre toda la abertura, la potencia del campo observado puede ser encontrada directamente de la transformada de Fourier de la distribución de la abertura en sí misma. De esta manera en la región de difracción de Fraunhofer (o de forma equivalente, en el campo lejano) el campo observado es,

$$U(x, y) = \frac{e^{jkz} e^{j\frac{k}{2z}(x^2+y^2)}}{j\lambda z} \iint_{-\infty}^{\infty} U(x', y') \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda z}(xx' + yy')\right] dx' dy'. \quad (13)$$

aparte de los factores de fase multiplicativos que anteceden la integral, esta expresión es sencillamente la transformada de Fourier de la distribución de la abertura.

Los patrones de difracción de Fraunhofer pueden ser observados a distancias mucho más cercanas que las implicadas en la ecuación (12) con tal que la apertura sea iluminada por una onda esférica convergente hacia el observador, o si una lente positiva es correctamente situada entre el observador y la apertura.

2.2. REJILLA DE DIFRACCIÓN

Una rejilla de difracción es un conjunto de elementos difractores de una onda emergente, ya sean aberturas u obstáculos, que tienen el efecto de producir alteraciones periódicas en la fase, amplitud o ambas. Uno de los más simples de tales conjuntos es la configuración de rendijas múltiples. Al pasar a través del sistema, un frente de onda se encuentra con regiones opacas y transparentes alternadas, experimentando una modulación en amplitud, una configuración múltiple de rendijas se denomina rejilla de transmisión de amplitud. Otra forma más común de rejilla de transmisión se hace rayando o raspando unas hendiduras paralelas en la superficie de una lámina de cristal clara y plana. Cada hendidura actúa como una fuente de luz esparcida, formando un conjunto regular de fuentes lineales paralelas. Cuando la red es totalmente transparente, de tal manera que la modulación en amplitud sea despreciable, las variaciones regulares del espesor óptico a través de la red dan una modulación en fase obteniendo lo que se denomina rejilla de transmisión de fase (figura 7a).

Cuando la luz incide sobre la superficie de la rejilla esta es difractada por las rendijas. En efecto, cada rendija se convierte en una pequeña fuente de luz reflejada y/o transmitida. La utilidad de las rejillas se deriva del hecho que existe un único conjunto de ángulos donde la luz dispersada de todas las facetas está en fase. La distancia entre rendijas adyacentes y el ángulo de las ranuras afectan el patrón de difracción y la eficiencia de la rejilla.

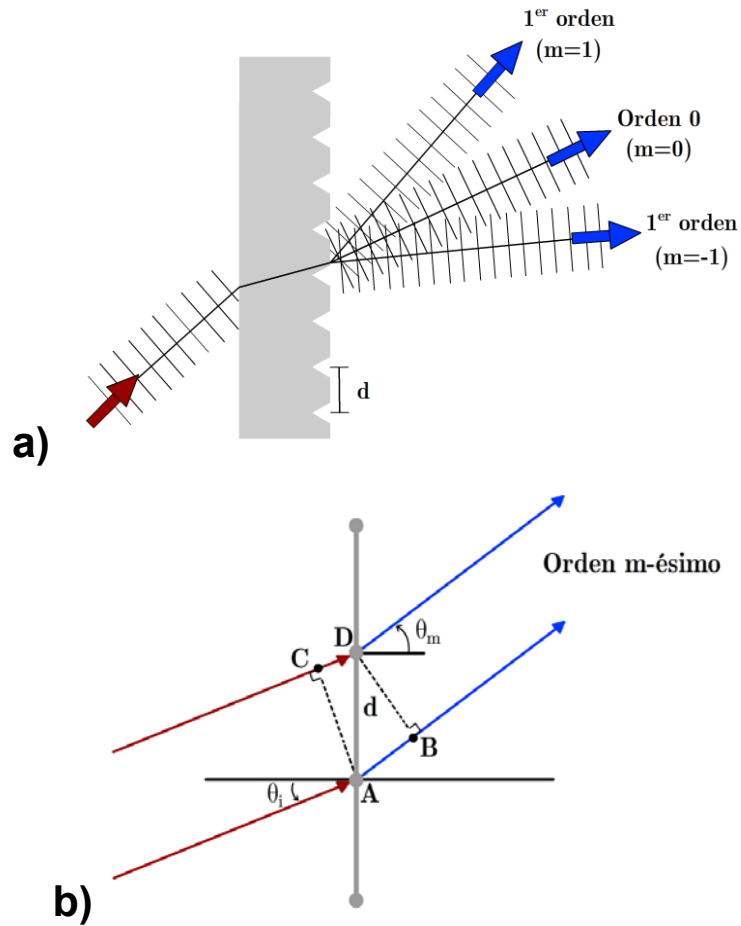


Figura 7: a) rejilla de trasmisión, b) esquema de una rejilla difracción de trasmisión que muestra el orden m-ésimo difractado. *Fuente:* [11].

De la figura 7b se observa que la diferencia de camino geométrico entre la luz difractada por rendijas sucesivas en una dirección θ_m está dado por [11, 12]:

$$AB - CD = d(\sin \theta_m - \sin \theta_i) \quad (14)$$

El principio de interferencia dicta que sólo cuando esta diferencia es igual a la longitud de onda de la luz, o un múltiplo entero de ella, la luz estará en fase. En todos los otros ángulos habrá interferencia destructiva entre las onditas originadas

en rendijas sucesivas. La propiedad de las rejillas de difractar la luz incidente en direcciones claramente distinguidas está expresada en una sencilla ecuación, llamada la ecuación de la rejilla:

$$d(\sin \theta_m - \sin \theta_i) = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (15)$$

Donde d es el espacio entre las rendijas, m es un entero llamado orden de difracción, y θ_m es el ángulo de difracción. Se asume que la onda incidente es monocromática y perfectamente colimada y que el plano de incidencia es perpendicular a las rendijas.

2.3. EFICIENCIA DE DIFRACCIÓN

La cantidad física que caracteriza cómo la potencia del campo incidente está distribuido entre los diferentes órdenes es llamada eficiencia de difracción. Está definida como la razón entre el flujo de energía de un orden particular en una dirección perpendicular a la superficie de la rejilla I_m y el correspondiente flujo de la onda incidente a través de la misma superficie I_i . Sin embargo, solo los órdenes propagados pueden llevar energía fuera de la rejilla, porque los órdenes evanescentes tienen una componente del vector de onda imaginaria en la dirección vertical. Las eficiencias de difracción η_m están asociadas a las amplitudes de los órdenes de difracción:

$$\eta_m = \frac{I_m}{I_i}. \quad (16)$$

Usualmente es suficiente medir la intensidad del haz incidente y la intensidad del orden difractado y tomar su razón [12].

3. CONSTRUCCIÓN DE LA REJILLA DE DIFRACCIÓN

3.1. PROCESO DE NANOLITOGRAFÍA

Para la construcción de la rejilla de difracción es necesario primero definir los parámetros óptimos para el proceso de nanolitografía. Son muchos los parámetros que influyen en el patrón resultante, ciertas características de la punta usada como la geometría, el material, la longitud del *cantilever*, etc, parámetros de escaneo como la velocidad, la fuerza aplicada y el número de veces que se escribe el mismo patrón en el mismo lugar. Es por esto que se realiza un análisis experimental previo, con el fin de definir estos parámetros y su influencia en el patrón resultante.

En esta sección se discuten los parámetros principales que son, las características de la punta, la velocidad de escaneo y la posición relativa entre la punta y la muestra, que está directamente relacionada con la fuerza aplicada. Para cuantificar la deformación sufrida por la muestra se mide el ancho y profundidad de las líneas realizadas.

A continuación se realiza una descripción del software que controla los cerámicos piezo-eléctricos encargados del posicionamiento en las direcciones X, Y, Z de la punta AFM y se muestran los resultados del análisis detallado de los parámetros más relevantes al momento de caracterizar la huella dejada por la punta AFM.

Los procesos de nanolitografía que serán descritos, se realizan con una punta nueva, y las imágenes se obtienen en modo contacto con una punta de silicio modelo MPP-31123 marca Veeco.

3.1.1. Software de Nanolitografía

El proceso de nanolitografía se realizó con un Microscopio de Fuerza Atómica di CP-II marca Veeco (figura 8). Se utilizó el software de nanolitografía “NANOLITHOGRAPHY 1.9” para CP-II.

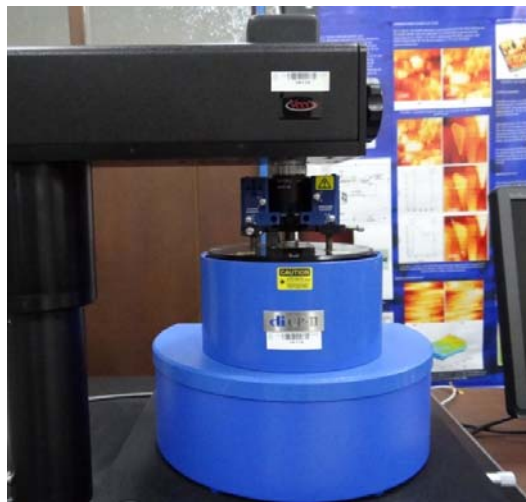


Figura 8: Microscopio de Fuerza Atómica, marca Veeco, di CP-II. *Fuente: autor.*

Hay tres tipos básicos de nanolitografía que pueden ser desarrollados con este software [6]: *z scanner-movement*, *voltaje-pulse*, y *set point nanolithography* (modo “carga constante”).

La técnica *Z-Scanner Movement*, también conocida como “rayado”, desplaza la punta una cantidad ΔZ negativa, es decir modifica la posición Z relativa entre la punta y la muestra hasta entrar en contacto con la superficie de la muestra a una posición predefinida.

La técnica *Voltage-pulse* consiste en aplicar pulsos de voltaje entre la punta y la muestra para modificar la superficie de la muestra ya que la aplicación de este voltaje produce una reacción química que genera el crecimiento de una delgada capa de óxido sobre una superficie de la muestra, localizada debajo de la punta AFM.

La tercera técnica es llamada *Set Point* o nanolitografía de carga constante, en esta técnica se establece un valor predeterminado para la fuerza aplicada al *cantilever* (set point (μN)) y así fijar la posición Z del escáner. Este es el modo típico usado para la nanolitografía *Dip Pen* [6].

En este trabajo se implementó la técnica *Z Scanner Movement*, para escribir estructuras en la dirección perpendicular a la dirección de escaneo, debido a que es una forma directa de manipular la superficie de la muestra.

3.1.2. Análisis Experimental de los Parámetros que Influyen en la Nanolitografía

Las características de la huella dejada por la punta dependen de diferentes parámetros, las propiedades de la punta AFM usada, la velocidad de escaneo, la distancia relativa entre la punta y la muestra.

Para determinar esta dependencia, se realiza un análisis experimental de tres de los parámetros que intervienen en el proceso de nanolitografía, características

propias de la punta, la velocidad de escaneo, la distancia relativa entre la punta y la muestra (ΔZ).

3.1.2.1. Características de la Punta

La geometría, el ancho y profundidad de la huella dejada depende directamente de las características de la punta usada, la geometría, el material, la constante de rigidez del *cantilever*, etc. Durante este trabajo se contó con dos tipos de punta, cada una con diferentes características descritas a continuación.

- **Punta de silicio:**

Se usó la punta montada modelo MPP-11123 conocida como RTESPA, puntas generalmente usadas para adquisición de imágenes de alta resolución en modo “*tapping*” las características de la punta y el *cantilever* se muestran en las tablas (1,2)

Tabla 1: especificaciones de la punta MPP-11123. Fuente :[13].

Punta de silicio		
	Geometría	Rotated Simétrica
	Altura de la punta (h)	15 - 20 μm
	Ángulo frontal (FA)	$15 \pm 2^\circ$
	Ángulo posterior (BA)	$25 \pm 2^\circ$
	Ángulo lateral (SA)	$17.5 \pm 2^\circ$
	Radio de la punta (Nom)	8 nm
	Radio de la punta (Max)	12 nm
	TSB (Nom)	15 μm

Figura 9: punta de silicio MPP-11123. Fuente: [13]

Tabla 2: especificaciones *cantilever* de silicio. Fuente [13].

Cantilever de silicio		
	Geometría	Rectangular
	Material	Si (n) dopado con Antimonio 0.01-0.025Ωcm
	Número de <i>cantilevers</i>	1
	Espesor <i>cantilever</i> (Nom)	3.75 μm
	Recubrimiento posterior	Aluminio reflectivo
	Longitud	125 μm
	Ancho	35 μm
	Constante de rigidez (N/m)	Nom. 40, Min. 20 Max. 80

Figura 10: *cantilever* de silicio MPP-11123. Fuente: [13]

- **Punta de nitruro de silicio (Si_3N_4)**

La segunda punta usada es modelo MLCT marca Veeco, es una punta no montada de Si_3N_4 usada generalmente para la adquisición de imágenes en modo contacto o en modo *tapping* en fluidos y para la medición de fuerzas. El sistema consiste de un *microlever* que contiene seis *cantilevers* de una variedad de constantes de rigidez dispuestos como se muestra en la figura 11.

Tabla 3: disposición de los seis *cantilevers* de Si_4N_3 . Fuente: [14]


Cantilevers Si_3N_4			
	Cantilever	Forma	Constante de rigidez (N/m)
	A	Triangular	0.07
	B	Rectangular	0.02
	C	Triangular	0.01
	D	Triangular	0.03
	E	Triangular	0,1
	F	Triangular	0,6

Figura 11: disposición de los seis *cantilevers*. Fuente: [14]

Para la realización de las pruebas se trabajó con el *cantilever* F el cual tiene la mayor constante de rigidez. En las siguientes tablas se muestran las características de la punta y del *cantilever*.

Tabla 4: descripción de la punta de nitruro de silicio MLCT. Fuente: [14].

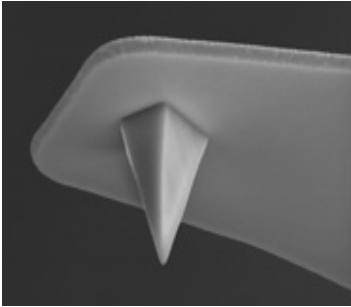
Punta de Si_3N_4		
	Geometría	Anisotrópica
	Altura de la punta (h)	2.5-8.0 μm
	Ángulo frontal (FA)	$15 \pm 2.5^\circ$
	Ángulo posterior (BA)	$25 \pm 2.5^\circ$
	Ángulo lateral (SA)	$17.5 \pm 2.5^\circ$
	Radio de la punta (Nom)	10 nm
	Radio de la punta (Max)	40 nm
	TSB (Nom)	4 μm

Figura 12: punta de nitruro de silicio MLCT. Fuente: [14].

Tabla 5: característica del cantilever (F) de nitruro de silicio. *Fuente:* [14].

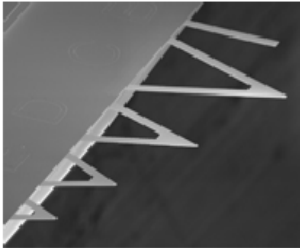
Cantilever (F)		
	Geometría	Triangular
	Material	Nitruro de silicio
	Número de cantilevers	6
	Espesor cantilever(Nom)	0.55 μm
	Espesor cantilever(RNG)	0.5-0.6 μm
	Recubrimiento posterior	Oro reflectivo
	Longitud	85 μm
	Ancho	18 μm
	Constante de rigidez (N/m)	Nom. 0.6, Min. 0.3 Max. 1.2

Figura 13: cantilevers de nitruro de silicio. *Fuente:* [14].

Los parámetros principales en los que difieren estas dos puntas son, el material del que están fabricados y la constante de rigidez; la punta de nitruro de silicio (Si_3N_4) tiene una dureza mayor que la punta de silicio lo cual influye en su tiempo de vida útil, y la constante de rigidez tiene valores de 0,6 N/m y 40 N/m para la punta de Si_3N_4 y silicio respectivamente, este parámetro está directamente relacionado con la fuerza aplicada (ecuación 1).

Para analizar el efecto de las características de la punta en la huella resultante, se realizaron dos procesos de nanolitografía, en los que se escribieron líneas en la dirección perpendicular a la dirección de escaneo, variando la posición relativa entre punta y muestra. Estos resultados se presentan en figuras 14 y 15 y en las tablas 6 y 7.

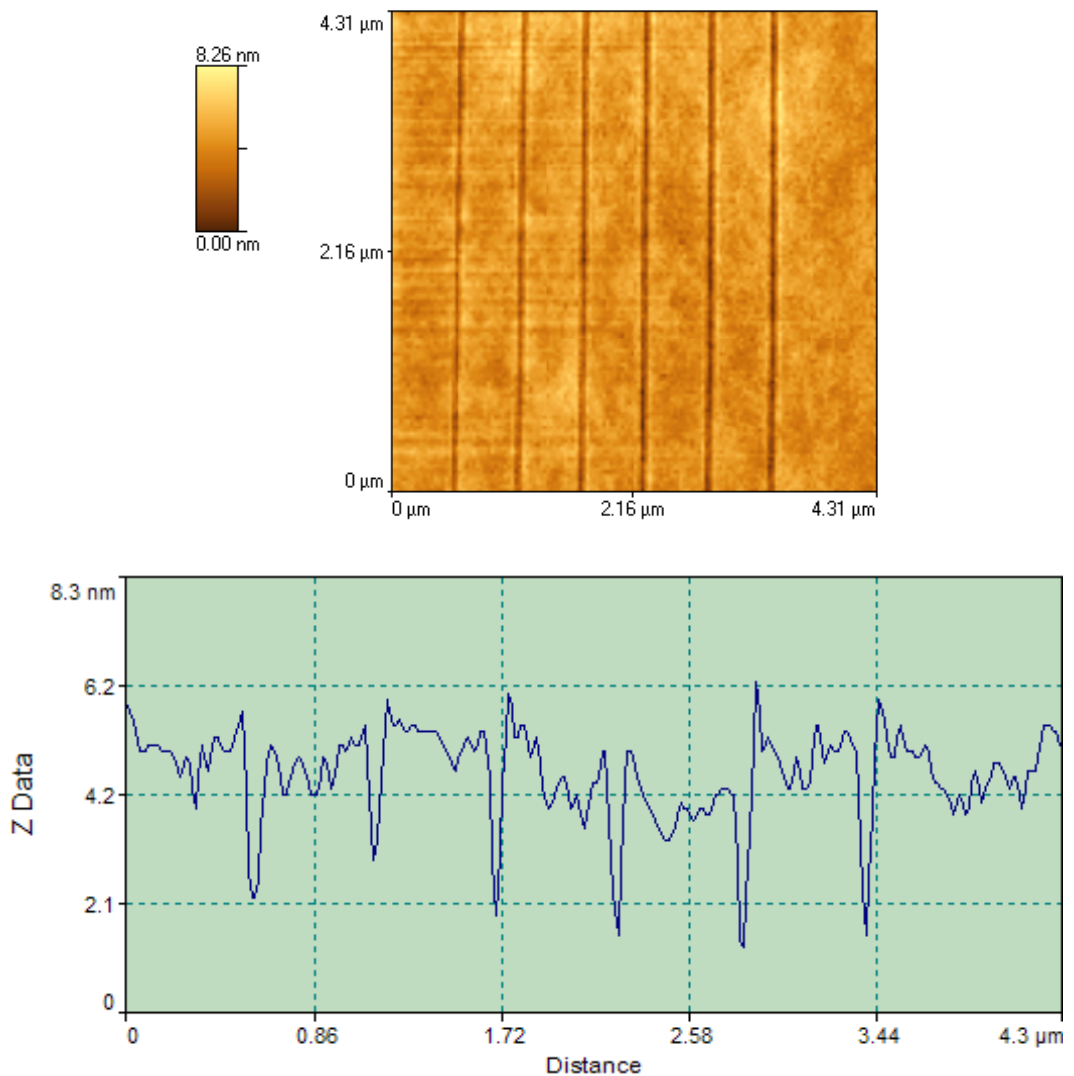


Figura 14: a) imagen AFM líneas trazadas con la punta de nitruro de silicio, b) corte trasversal. *Fuente: autor.*

La imagen 14a corresponde al resultado del proceso de nanolitografía realizado con la punta de nitruro de silicio con valores de posición relativa entre la punta y la muestra (ΔZ) de $-1,1 \mu\text{m}$, $-1,2 \mu\text{m}$, $-1,3 \mu\text{m}$, $-1,4 \mu\text{m}$, $-1,5 \mu\text{m}$, $-1,6 \mu\text{m}$, de izquierda a derecha, mediante el software de análisis de imágenes se obtiene un

corte trasversal (figura 14b) y es posible medir las dimensiones de la huella correspondiente a cada valor de ΔZ (tabla 6).

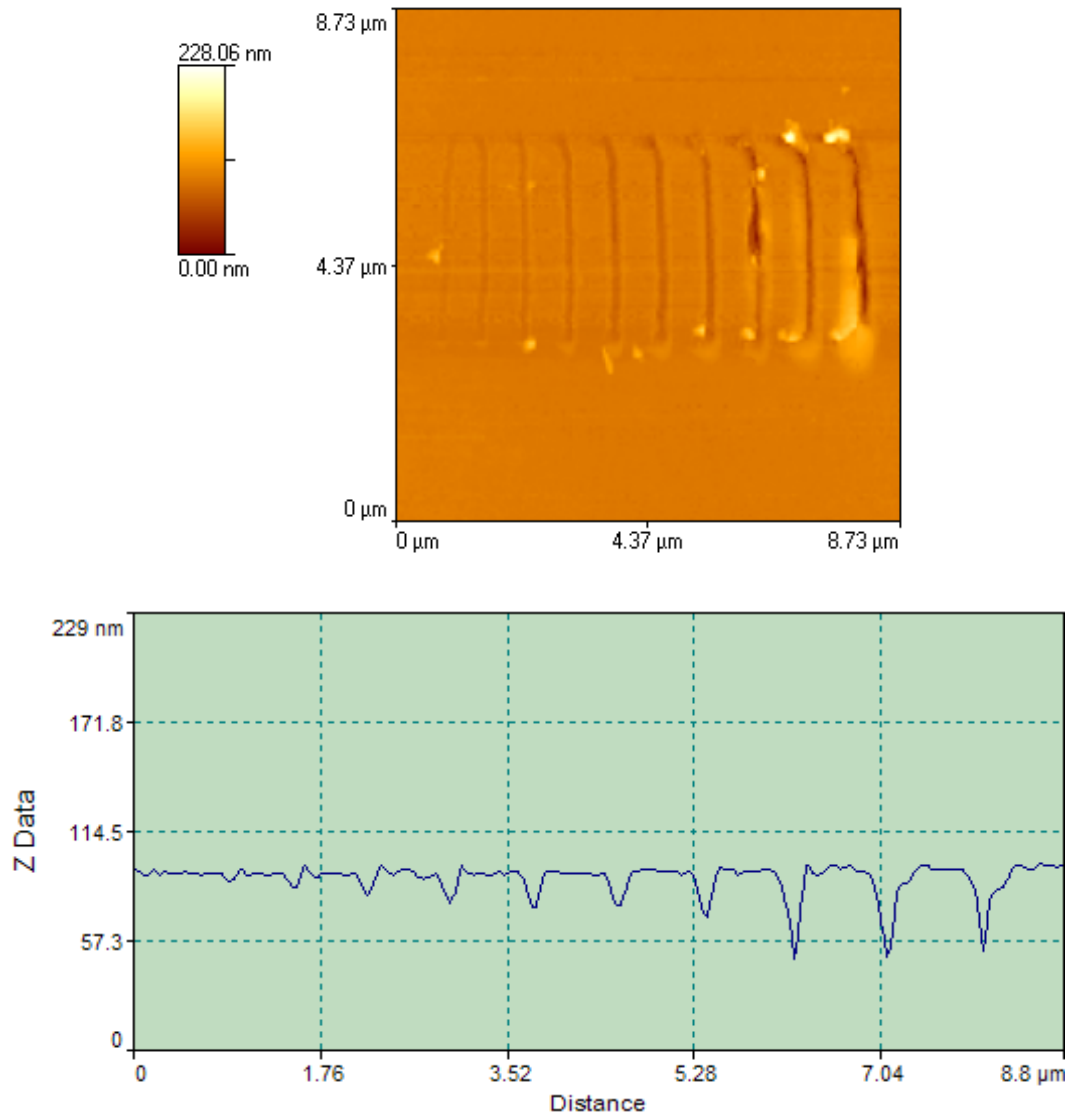


Figura 15: a) imagen AFM de líneas trazadas con la punta de silicio, b) corte trasversal. *Fuente: autor.*

La imagen 15a muestra el resultado del proceso de nanolitografía usando la punta de silicio en el cual se trazaron 10 líneas paralelas con diferente valor de ΔZ que

van desde $-0,7 \mu\text{m}$ hasta $-1,6 \mu\text{m}$. La imagen 15b corresponde un corte trasversal, esta imagen permite observar el perfil de la huella dejada y cuantificar sus dimensiones, hay que notar la diferencia de escala vertical de las imágenes 14b y 15b.

Tabla 6: profundidad promedio y ancho promedio para el proceso de nanolitografía usando la punta de nitruro de silicio. *Fuente: autor.*

Punta de Nitruro de silicio		
$\Delta Z (\mu\text{m})$	prof prom. (nm)	ancho prom. (μm)
-0,4	$2,4 \pm 0,8$	$0,09 \pm 0,02$
-0,5	$1,9 \pm 0,7$	$0,09 \pm 0,02$
-0,6	$2,6 \pm 0,8$	$0,09 \pm 0,01$
-0,7	$3,1 \pm 0,4$	$0,09 \pm 0,01$
-0,8	$3,4 \pm 0,6$	$0,09 \pm 0,01$
-0,9	$3,4 \pm 0,7$	$0,10 \pm 0,01$
-1	$3,8 \pm 0,3$	$0,10 \pm 0,01$
-1,1	$4,6 \pm 0,8$	$0,100 \pm 0,004$
-1,2	$4,6 \pm 0,4$	$0,098 \pm 0,004$
-1,3	$4,7 \pm 0,4$	$0,10 \pm 0,01$
-1,4	$4,5 \pm 0,8$	$0,09 \pm 0,01$
-1,5	$4,7 \pm 0,5$	$0,17 \pm 0,02$
-1,6	$4,7 \pm 0,3$	$0,10 \pm 0,01$
-1,7	$3,9 \pm 0,4$	$0,12 \pm 0,01$
-1,8	$4,2 \pm 0,9$	$0,14 \pm 0,01$
-1,9	$5,0 \pm 0,7$	$0,13 \pm 0,01$
-2	$5,1 \pm 0,6$	$0,13 \pm 0,01$
-2,1	$5,7 \pm 0,4$	$0,13 \pm 0,01$
-2,2	$5,7 \pm 1,0$	$0,13 \pm 0,01$
-2,3	$6,1 \pm 0,5$	$0,13 \pm 0,01$
-2,4	$6,6 \pm 0,4$	$0,13 \pm 0,01$
-2,5	$6,7 \pm 0,9$	$0,14 \pm 0,01$

Tabla 7: profundidad promedio y ancho promedio para el proceso de nanolitografía usando la punta de silicio. *Fuente: autor.*

ΔZ (μm)	Punta de Silicio	
	prof prom. (nm)	ancho prom. (μm)
-0,7	4 ± 1	$0,16 \pm 0,04$
-0,8	7 ± 1	$0,16 \pm 0,02$
-0,9	8 ± 1	$0,15 \pm 0,02$
-1,0	11 ± 2	$0,17 \pm 0,04$
-1,1	16 ± 5	$0,18 \pm 0,04$
-1,2	16 ± 3	$0,18 \pm 0,02$
-1,3	19 ± 2	$0,18 \pm 0,02$
-1,4	47 ± 25	$0,20 \pm 0,05$
-1,5	32 ± 6	$0,20 \pm 0,06$
-1,6	45 ± 11	$0,22 \pm 0,06$

Las tablas 6 y 7 muestran los valores del ancho y profundidad de la huella para cada una de las líneas trazadas, se calcularon los valores promedio de diferentes medidas realizadas en diferentes puntos de la muestra, se incluye también en esta tabla la desviación estándar para cada medida que, en este caso, representa la homogeneidad de la huella en cuanto a su ancho y profundidad, esta desviación estándar se calcula mediante la siguiente fórmula

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{(n-1)}} \quad (17)$$

donde x es el valor de la medida, \bar{x} el valor promedio y n el tamaño de la muestra.

Con la punta de N3Si4 (figura 14a) se obtienen líneas paralelas y homogéneas de un ancho que oscila entre los 90 y 272 nm (tabla 6), pero estas líneas son muy superficiales, es decir, superan la rugosidad de la superficie por unos pocos

nanómetros. Por ejemplo, se obtiene una profundidad promedio de 6,715 nm para una posición relativa ΔZ de $-2.5 \mu\text{m}$ que corresponde al máximo valor encontrado.

Con la punta de silicio obtenemos líneas paralelas (tabla 7), con un ancho de línea mayor al obtenido con la punta de nitruro de silicio, en general superior a los 155 nm, la profundidad medida toma valores entre los 4,773 nm para un valor de ΔZ de $-0.7 \mu\text{m}$ y 45,387 nm para un ΔZ de $-1.6 \mu\text{m}$, es posible observar en la figura 15 que para valores decrecientes de la distancia relativa entre la punta y la muestra se presentan deformaciones de los surcos grabados y acumulación de material alrededor, estos daños en la muestra se ven reflejados también los valores de la desviación estándar que toma valores muy grandes para posiciones como $-1,4$ y $-1,6 \mu\text{m}$.

La diferencia de los valores medidos de profundidad proviene de la gran diferencia entre la constante de rigidez de las dos puntas, un valor nominal de $0,6 \text{ N/m}$ para la punta de nitruro de silicio y 40 N/m para la punta de silicio, este parámetro influye también en el ancho de la línea ya que entre menos penetre la punta en la superficie, más delgadas serán las líneas escritas.

En base a estas observaciones se ha escogido la punta de silicio para la fabricación de la rejilla de difracción ya que se obtiene una profundidad mayor.

3.1.2.2. Velocidad de Escaneo

Se realizó una prueba para analizar la dependencia de la deformación plástica sufrida por el sustrato con la velocidad de escaneo.

En esta prueba se escribieron siete líneas perpendiculares a la dirección de escaneo variando la velocidad de escaneo entre $5\mu\text{m/s}$ y $0.02\mu\text{m/s}$, el proceso de nanolitografía fue realizado con una punta de silicio MPP-11123 marca Veeco y la imagen fue adquirida en modo contacto usando una punta de silicio MPP-31123. Los resultados se muestran a continuación

Tabla 8: dimensiones de la huella dejada al variar la velocidad de escaneo.

Fuente: autor.

Velocidad ($\mu\text{m/s}$)	Profundidad promedio (nm)	ancho promedio (μm)
3	4 ± 1	$0,4 \pm 0,1$
2	$7,9 \pm 0,9$	$0,5 \pm 0,1$
1	9 ± 1	$0,5 \pm 0,1$
0,5	9 ± 1	$0,6 \pm 0,1$
0,05	14 ± 3	$0,7 \pm 0,1$
0,02	19 ± 4	$0,8 \pm 0,1$

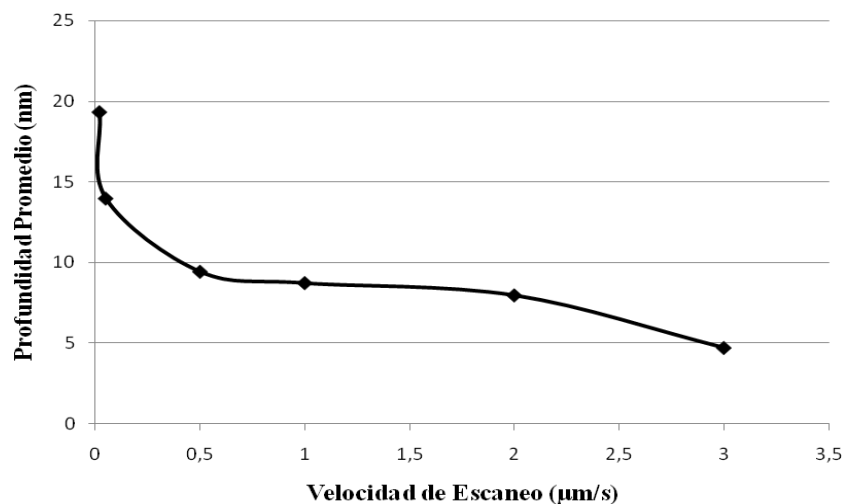
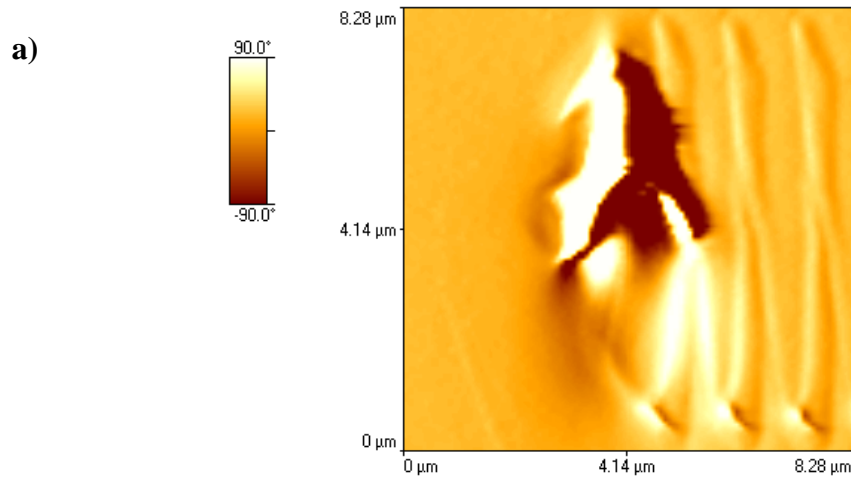


Figura 16: gráfica de profundidad promedio en función de la velocidad de escaneo. Fuente: autor.

De la gráfica de profundidad promedio en función de la velocidad de escaneo (figura 16) se puede deducir que hay una relación inversa entre ambos, para valores muy pequeños de velocidad, menores que $1 \mu\text{m/s}$, se aumenta notoriamente la profundidad de la huella luego decrece suavemente con el aumento de la velocidad, mayor a $1 \mu\text{m/s}$.

No se recomiendan velocidades mayores a $3 \mu\text{m/s}$ ya que aumenta el riesgo de daño en la superficie de la muestra como se observa en la figura 17, la cual muestra el resultado del proceso de nanolitografía realizado a una velocidad de $5 \mu\text{m/s}$, en este caso se ha producido una huella indeseada levantando gran cantidad de material dejando un hueco de alrededor de $1 \mu\text{m}$ de profundidad (figura 17b).



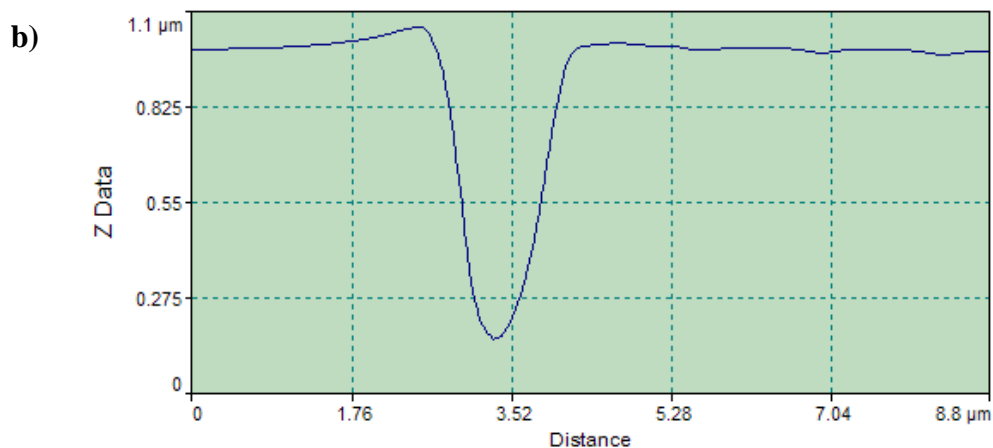


Figura17: a) imagen 2D de la huella dejada al escanear a una velocidad de $5\mu\text{m/s}$, b) corte transversal que muestra la profundidad es cercana a $1\mu\text{m}$. *Fuente: autor.*

Para la fabricación de la rejilla de difracción se ha escogido una velocidad de escaneo de $1\text{-}2\ \mu\text{m/s}$ ya que a esta velocidad obtenemos líneas homogéneas y un balance entre profundidad y tiempo de fabricación razonable, a pesar que para valores de velocidad inferiores a $1\ \mu\text{m/s}$ se obtiene una huella más profunda, esta pierde homogeneidad este comportamiento se ve reflejado en los valores de la desviación estándar calculados.

3.1.2.3. Z Scanner (ΔZ)

Se analizó la dependencia de las dimensiones de la huella dejada, ancho y profundidad, con la fuerza aplicada la cual a la vez depende directamente del valor ΔZ que se ha variado durante la prueba en un rango de valores que va desde $-0.7\ \mu\text{m}$ hasta $-1.4\ \mu\text{m}$, la prueba fue realizada a una velocidad de $2\ \mu\text{m/s}$, con la punta de silicio.

Tabla 9: dimensiones de la huella dejada al variar la posición relativa de la punta y la muestra. Velocidad de escaneo 2 μ m/s. Fuente: autor.

ΔZ (μ m)	Profundidad promedio(nm)	Ancho promedio (μ m)
-0,7	6 \pm 3	0,46 \pm 0,12
-0,8	7 \pm 2	0,50 \pm 0,08
-0,9	8 \pm 1	0,60 \pm 0,09
-1	10 \pm 1	0,62 \pm 0,09
-1,1	10 \pm 1	0,63 \pm 0,08
-1,2	9 \pm 2	0,64 \pm 0,07
-1,3	9 \pm 2	0,63 \pm 0,06
-1,4	9 \pm 1	0,62 \pm 0,10
-1,5	11 \pm 2	0,65 \pm 0,10
-1,6	12 \pm 3	0,62 \pm 0,05

A diferencia de los datos consignados en la tabla 2 la desviación estandar se mantiene dentro de un rango razonable, lo que indica que al realizar el proceso de nanolitografía a una velocidad de 2 μ m/s se evitan daños o indentaciones no deseadas en la muestra, es decir las líneas escritas tienen una profundidad homogénea .

Al utilizar la desviación estandar como un parámetro estadístico determinante, es posible concluir que los valores más convenientes de ΔZ para realizar el proceso de nanolitografía están en el intervalo de -0,9 a -1,4 μ m. El ancho de las líneas se mantiene entre los 461nm y 616 nm.

Gráfica de Profundidad promedio Vs. ΔZ

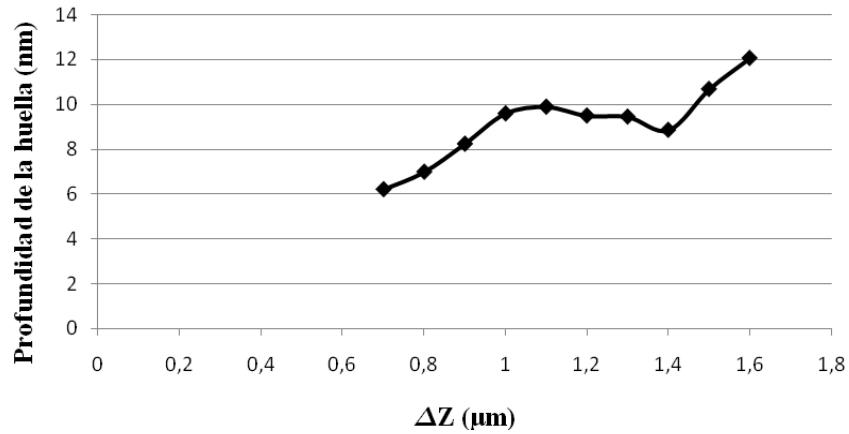


Figura 18: gráfica de profundidad promedio en función de la posición relativa punta muestra. *Fuente: autor.*

En la gráfica de profundidad promedio en función de la distancia relativa entre la punta y la muestra se observa un comportamiento, en general, creciente, lo que indica que a medida que la fuerza aplicada aumenta la huella dejada es de mayor profundidad, tal como era esperado. El intervalo de mayor crecimiento de la función va desde $1,4\mu\text{m}$ a $1,6\mu\text{m}$, es decir para valores de ΔZ comprendidos entre estos dos valores aumento de la profundidad promedio es mayor.

3.1.3. Sustrato

Los polímeros comprenden materiales que van desde los plásticos al caucho. Se trata de compuestos orgánicos, basados en carbono, hidrógeno y otros elementos

no metálicos, caracterizados por la gran longitud de las estructuras moleculares. Los polímeros poseen densidades bajas y extraordinaria flexibilidad.

El sustrato usado fue una pieza de policarbonato (PC), ya que cumple con las condiciones necesarias para el proceso de nanolitografía, es un material suave respecto al material de la punta AFM y posee una rugosidad RMS inferior a 1,5 nm.

Sus propiedades mecánicas principales son mostradas a continuación

Tabla 10: propiedades del policarbonato. *Fuente:[15]*

POLICARBONATO	
Índice de refracción	1,586
Módulo de Young (Mpa)	2380
Razón de Poisson	0,3
Dureza Rockwell M	75

4. CARACTERIZACIÓN

A partir de los resultados descritos en el capítulo anterior, se construyen dos rejillas de difracción usando una punta de silicio, a una velocidad de escaneo de 2 $\mu\text{m/s}$ y dos diferentes valores de posición relativa entre punta y muestra.

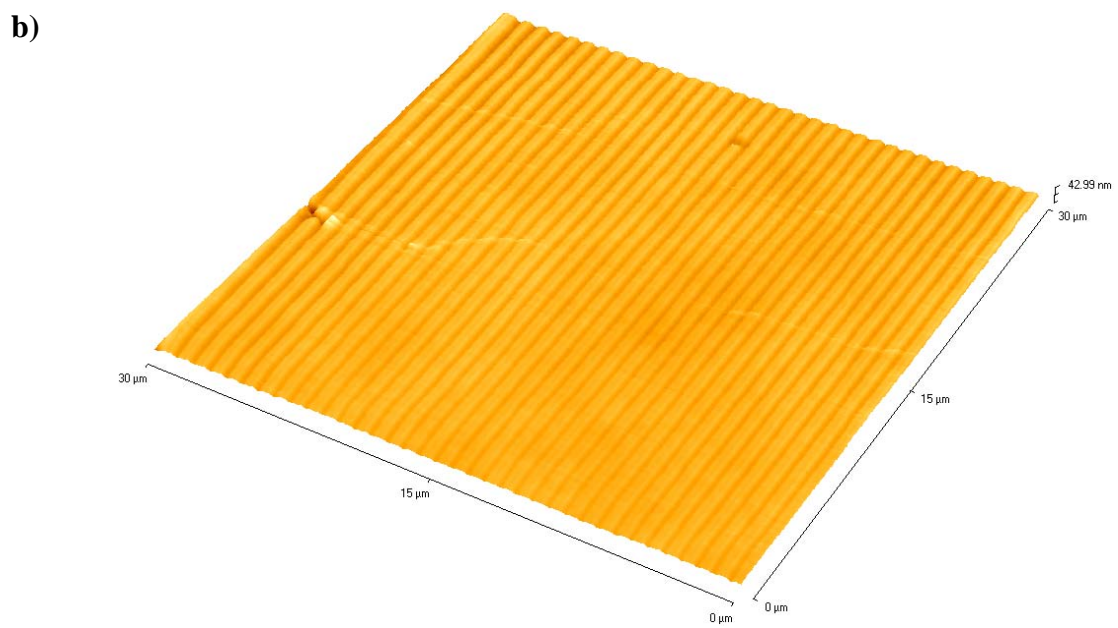
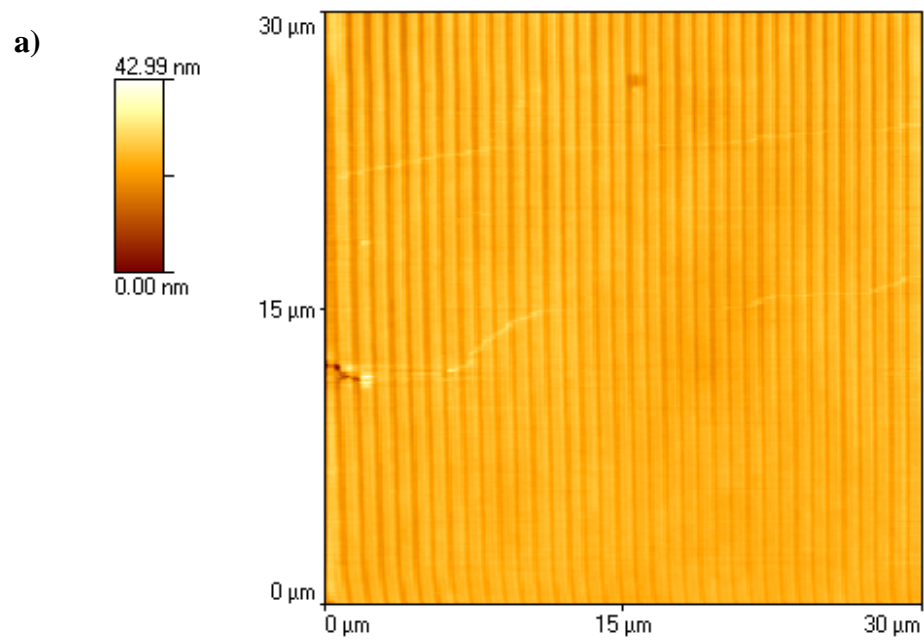
Mediante el uso del Microscopio de Fuerza Atómica operado en modo contacto se adquiere la información del estado de superficie de las rejillas fabricadas y se realiza un análisis tanto cualitativo como cuantitativo de las características principales de las rejillas

El análisis de las imágenes AFM se realizó usando el software SPMLab versión 6.02 para análisis de imágenes [7].

4.1. ANÁLISIS DE SUPERFICIE

Luego de realizar el proceso de nanolitografía se realizó un análisis del estado de superficie de la rejilla resultante, tomando imágenes en modo contacto usando una punta de silicio modelo MPP-31123, las imágenes obtenidas se muestran a continuación

- **Rejilla1:** Velocidad de escaneo 2 $\mu\text{m/s}$, posición relativa (ΔZ) -1.0 μm



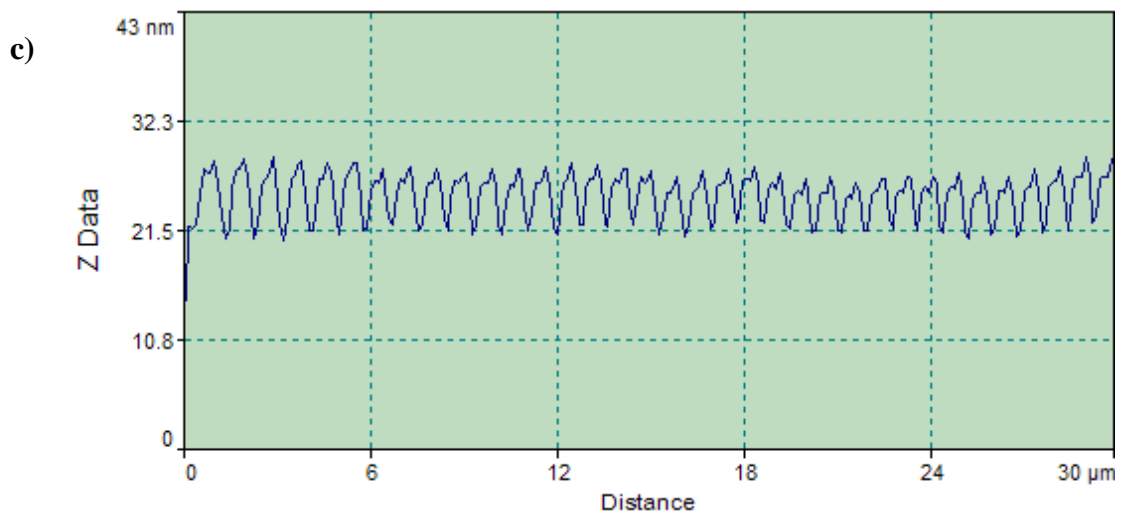
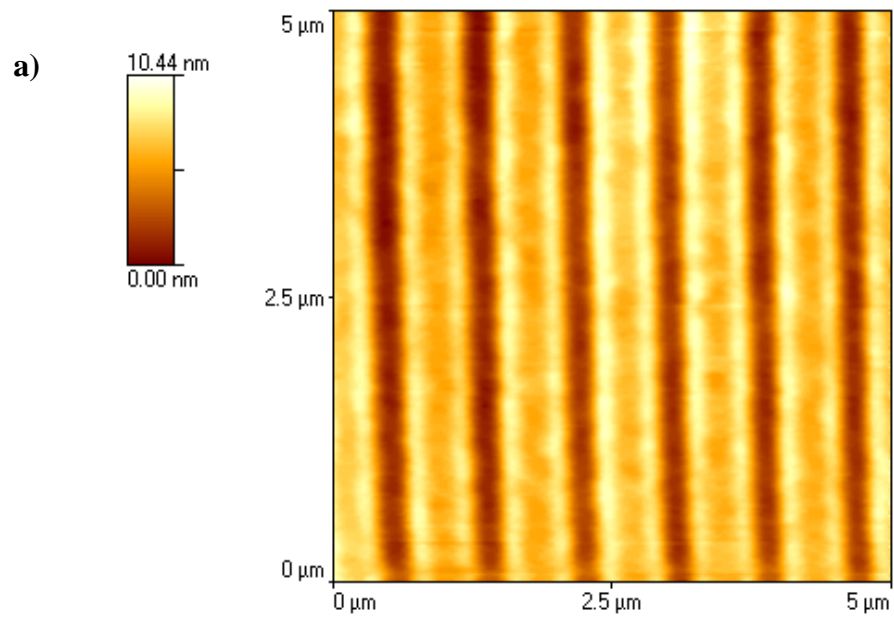


Figura 19: imagen AFM de la rejilla 1. **a)** imagen 2D, **b)** imagen 3D, **c)** corte transversal. Área escaneada 30 μm x 30 μm . Fuente: autor.



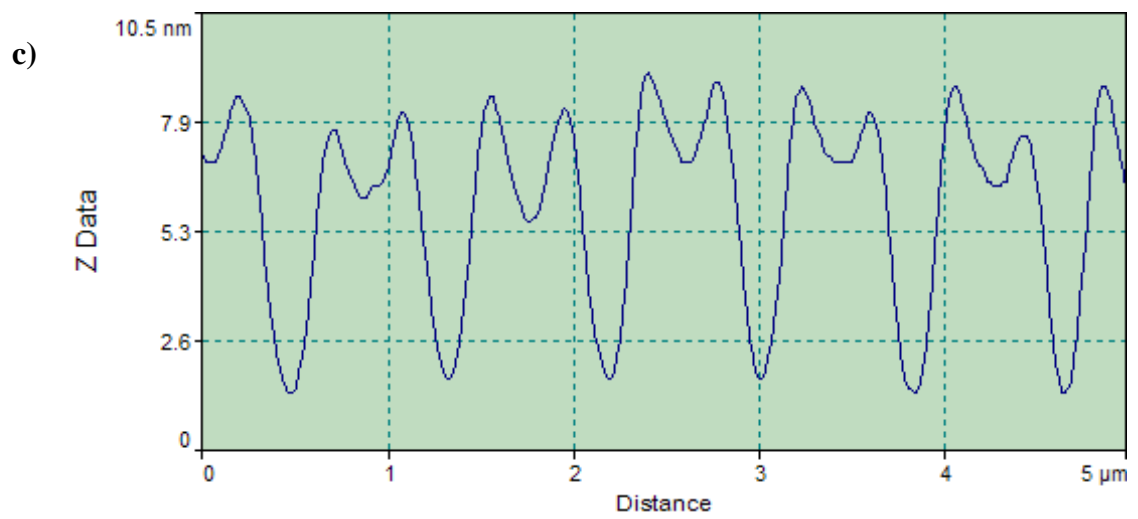
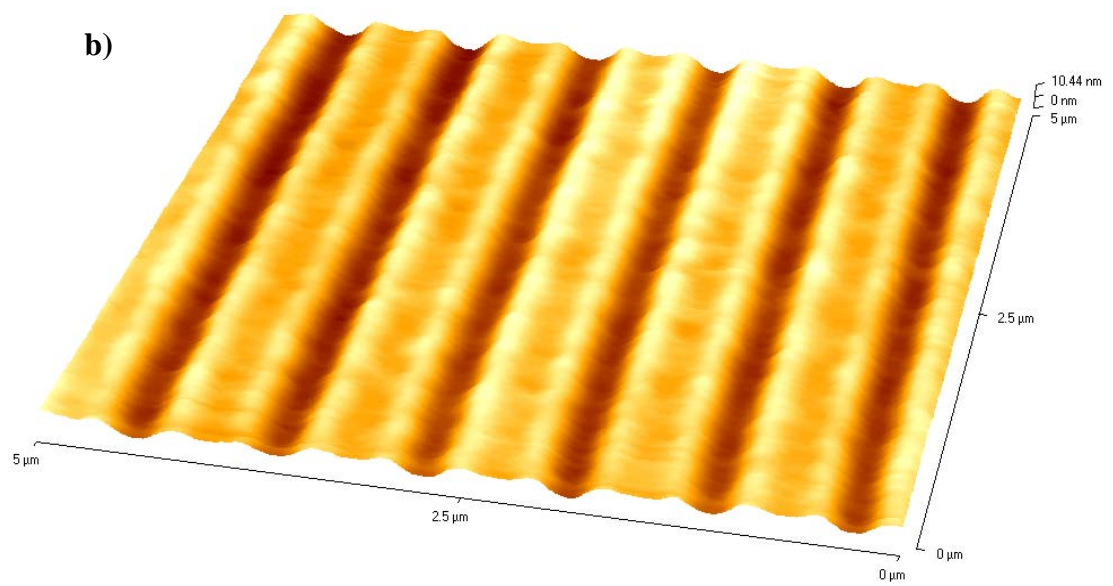


Figura 20: rejilla 1. **a)** imagen 2D, **b)** imagen 3D, **c)** corte trasversal. *Fuente:* autor.

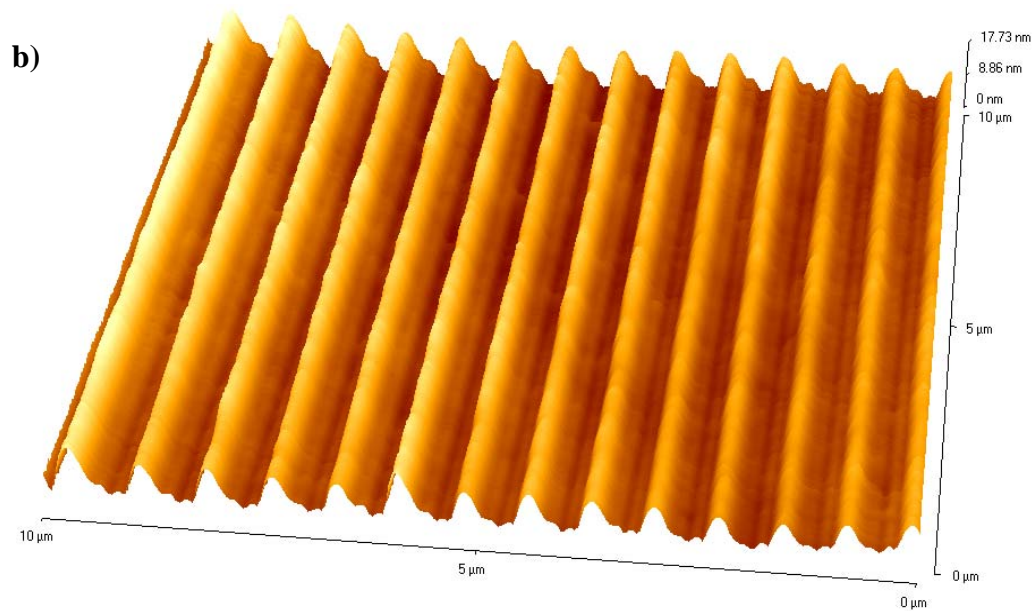
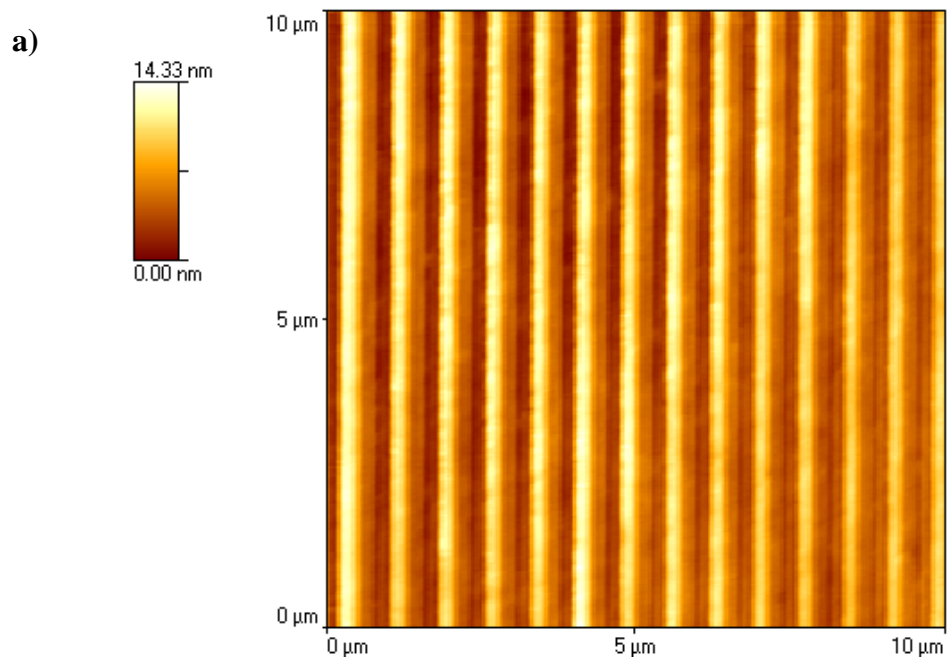
Tabla 11: dimensiones de la rejilla 1. *Fuente: autor.*

REJILLA 1		
Profundidad Promedio (nm)	Ancho Promedio (μm)	Separación rendijas (μm)
6,0 \pm 0,8	0,40 \pm 0,05	0,82 \pm 0,01

Al analizar la información topográfica de la rejilla construida se deben resaltar ciertos parámetros relevantes, la fidelidad de escritura de los objetos diseñados, ya que vemos que las líneas son totalmente paralelas y guardan homogeneidad a lo largo de ellas, con daños mínimos en la superficie; es posible observar también que se evidencia cierto desgaste en la punta duran el proceso de nanolitografía, en la figura 19 c, ya que se presenta una ligera disminución en la altura del perfil transversal de esta rejilla construida. Es posible concluir entonces que cuando en el proceso de nanolitografía se requiere que la punta recorra una gran distancia, es necesario tener en cuenta el desgaste de la punta, este inconveniente puede ser resuelto mediante el uso de una punta de diamante cuyo tiempo de vida supera en gran medida el de la punta de silicio usada en este trabajo.

En el perfil transversal tomado de la imagen 2D de 5 μm x 5 μm (figura 20c) se observa una acumulación de material en los extremos de las rendijas, es decir durante el rayado hay un desplazamiento de material hacia los bordes.

- **Rejilla 2:** Velocidad de escaneo 2 $\mu\text{m/s}$, posición relativa (ΔZ) -1.2 μm .



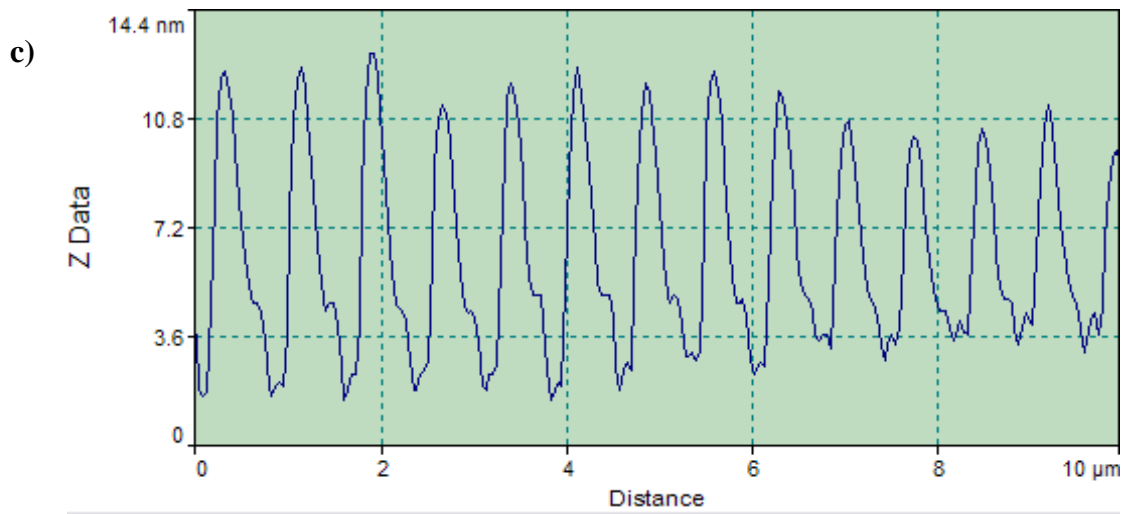
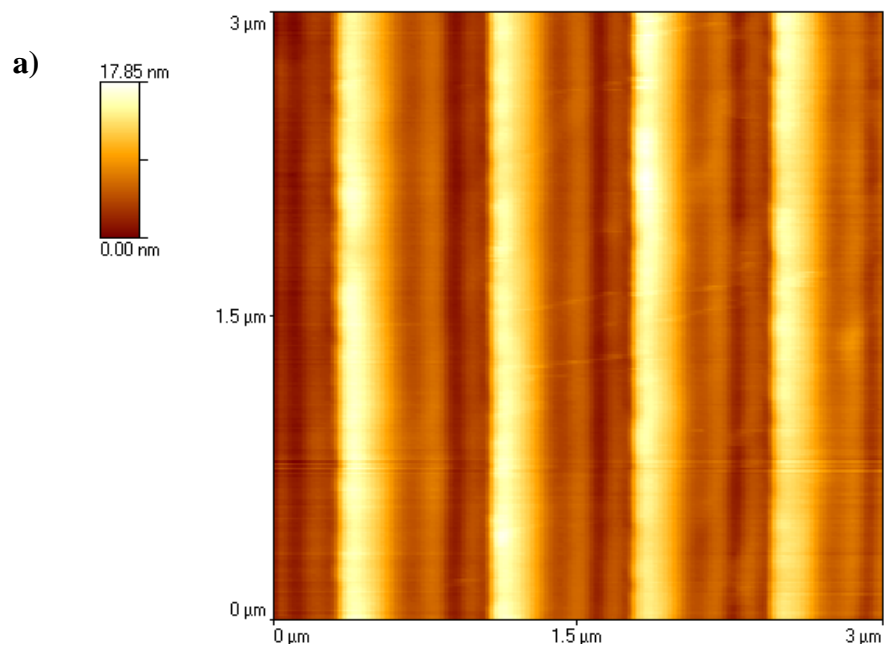


Figura 21: imagen de un área de $10\mu\text{m}\times 10\mu\text{m}$ de rejilla 2 obtenida en modo contacto. **a)** imagen 2D, **b)** imagen 3D, **c)** corte transversal. *Fuente: autor.*



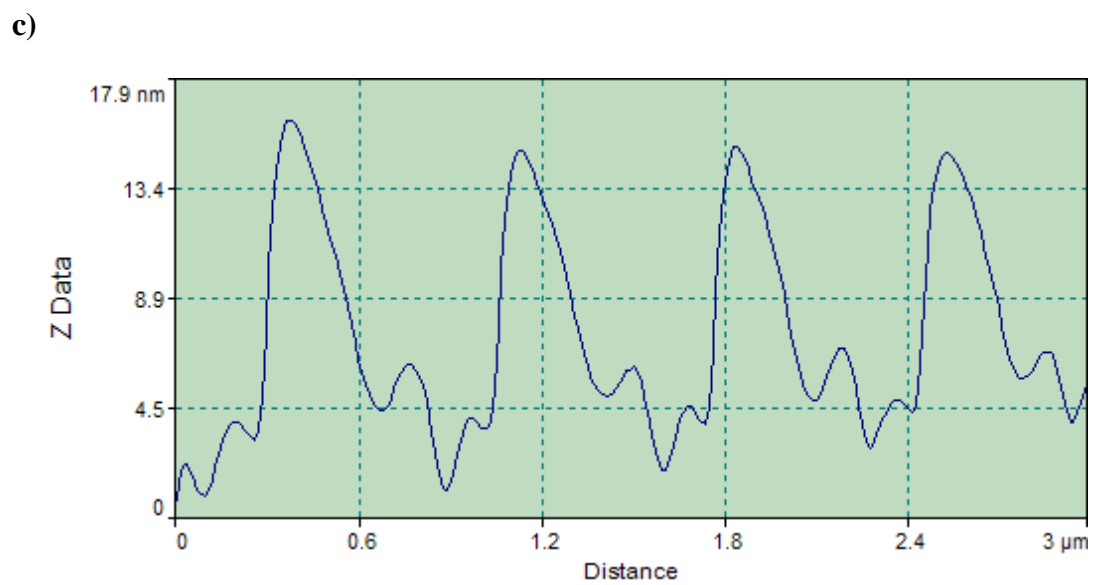
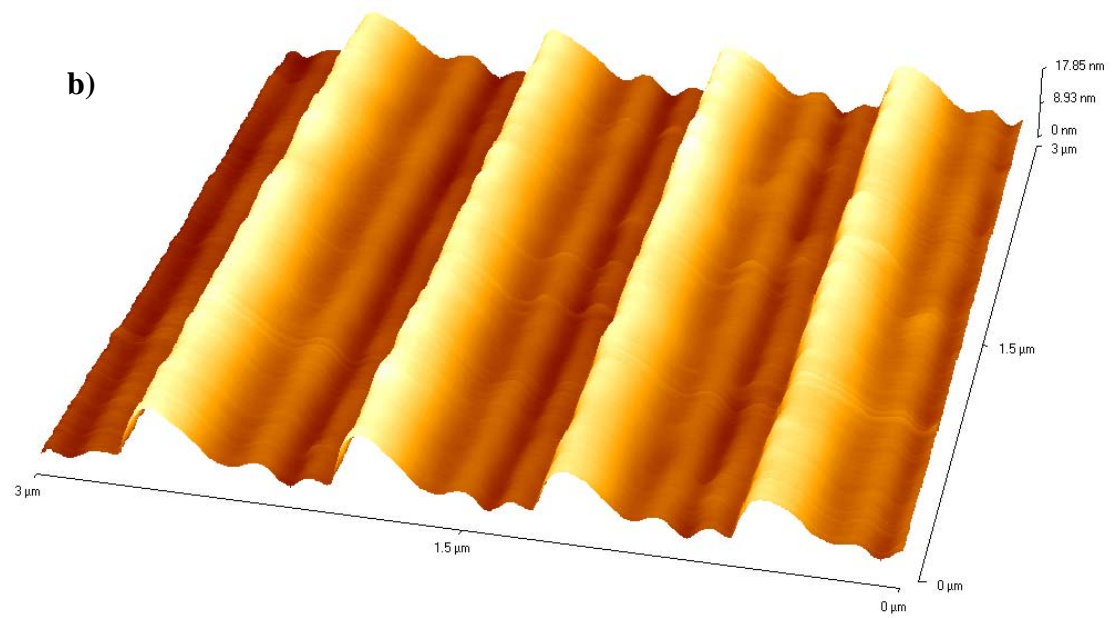


Figura 22: imagen de 3x3 de la rejilla 2 obtenida en modo contacto. **a)** imagen 2D, **b)** imagen 3D, **c)** corte trasversal. *Fuente: autor.*

Tabla 12: dimensiones de la rejilla 2. *Fuente: autor.*

REJILLA 2		
Profundidad Promedio (nm)	Ancho Promedio (μm)	Separación rendijas (μm)
12,4 \pm 0,9	0,71 \pm 0,04	0,72 \pm 0,02

En las figuras 21 y 22 se muestran imágenes AFM de diferentes dimensiones con la información topográfica de la rejilla 2. La diferencia entre la rejilla 1 y la rejilla 2 es el valor de la posición relativa entre la punta y la muestra, de $-1.0 \mu\text{m}$ para la rejilla 1 y de $-1,2 \mu\text{m}$ para la rejilla 2.

Se observan grandes cambios en los perfiles de estas dos rejillas construidas; en la rejilla 2 se observa que el perfil toma una forma casi sinusoidal debido a la acumulación de material producida por la indentación de la punta en la superficie, a partir de esta observación podemos decir que hay una relación entre la fuerza aplicada y el perfil formado, aquí la separación promedio de las rendijas es de $0,7 \mu\text{m}$.

Nuevamente se han obtenido líneas paralelas y de ancho homogéneo. En este caso observamos un cambio en las alturas de las crestas formadas, a medida que se lleva a cabo el proceso de nanolitografía estas alturas disminuyen (figura 21c) lo que indica que hubo un desgaste en la punta.

4.2. EFICIENCIA DE DIFRACCIÓN

Para evaluar el comportamiento de las rejillas de difracción construidas se implementó un montaje óptico que permite observar los patrones de difracción producidos y medir la eficiencia de difracción.

4.2.1. Montaje Experimental

El montaje óptico mostrado en la figura 23 consta de un láser rojo ($\lambda = 633 \text{ nm}$), un objetivo de 40x, pinhole, una lente convergente de 15 cm de focal, dos espejos para redireccionar el haz; para la medición de la intensidad tanto del haz incidente como de los órdenes de difracción se usa un fotodetector marca Newport 1918-c.

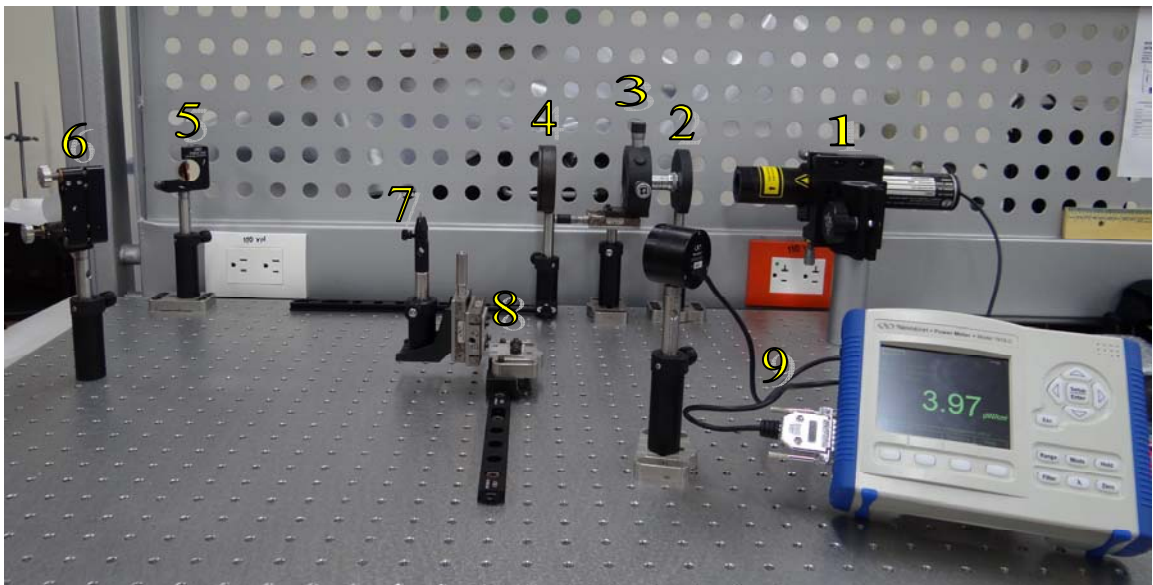


Figura 23: montaje óptico. 1) Laser, 2) objetivo, 3) pinhole, 4) lente convergente, 5) espejo, 6) espejo, 7) rejilla de difracción, 8) sistema de desplazamiento, 9) fotodetector. *Fuente: autor.*

El montaje experimental consiste de un láser rojo de 633 nm de longitud de onda, se realiza un filtrado espacial, mediante los dos espejo se redirecciona el haz hacia la rejilla de difracción, se utilizan dos desplazamientos micrométricos que permiten dos grados de libertad para el posicionamiento de la rejilla; finalmente se observa el patrón de difracción en una pantalla. Para la medición de la intensidad de los haces incidente y difractado se reemplaza la pantalla por un fotodetector.

Al realizar el filtrado espacial se obtiene un haz homogéneo con un frente de onda plano, este haz, que es redireccionado por los espejos, incide en la rejilla de forma perpendicular a la superficie, esta configuración permite la observación del primer orden de difracción del patrón generado por cada una de las rejillas.

4.2.2. Resultados

Se midió la distancia de separación entre rejilla y pantalla y la distancia a la que se encontró el primer orden de difracción, mediante la ecuación de la rejilla (ecuación 15) y teniendo en cuenta que el haz incide en dirección normal a la superficie de la rejilla, se calculó la separación entre rendijas. A partir de relaciones trigonométricas se calcula el ángulo que forma el haz difractado con el eje central (figura 24).

Estos resultados se consignan en la tabla 13.

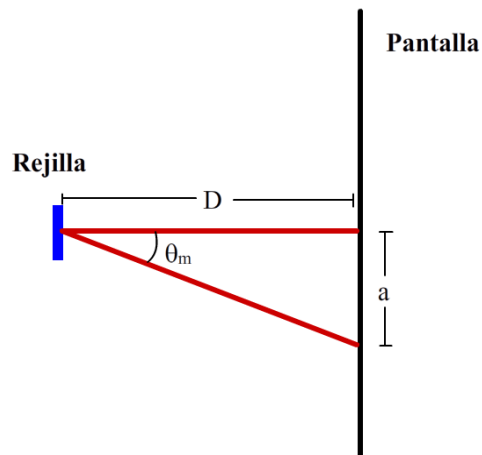


Figura 24: esquema para la medición de la separación entre rendijas. *Fuente: autor.*

Tabla 13: medida experimental de la separación entre rendijas. *Fuente: autor.*

REJILLA	D(cm)	a(cm)	θ_m (grados)	d(μm)
1	17,5	21,9	57,08	0,81
2	14,0	20,5	61,85	0,77

Con este procedimiento se ha comprobado la separación entre las rendijas para las dos rejillas construidas. El porcentaje de error entre el valor medido usando el Microscopio de Fuerza Atómica y el montaje óptico es de 0,98% y 5,80% para las rejillas 1 y 2, respectivamente.

Para medir la eficiencia de difracción se debe tener en cuenta que la rejilla se ilumina con una onda plana cuyo frente de onda tiene un tamaño mayor que el área de la rejilla construida; para encontrar la intensidad de la luz que incide en la

rejilla se mide la intensidad por unidad de área y se calcula la intensidad correspondiente al área de interés, en este caso el área de la rejilla es $3844 \mu\text{m}^2$.

Debido a que no toda la luz incidente se trasmite, se calcula la cantidad de luz que atraviesa el material y que contribuiría al patrón de difracción, mediante el coeficiente de transmisión del material.

Para incidencia normal el coeficiente de transmisión tiene la forma [11]

$$T = \frac{4\eta_1\eta_2}{(\eta_1 + \eta_2)^2} \quad (18)$$

Donde η_1 y η_2 son los índices de refracción del aire y del policarbonato respectivamente (tabla 9).

Con el fotodetector se cuantifica la intensidad del haz difractado y se calcula la razón entre estas intensidades para encontrar la eficiencia de difracción (ecuación 16). Los datos obtenidos se consignan en la siguiente tabla

Tabla 14: eficiencia de difracción para las dos rejillas. *Fuente: autor.*

REJILLA	I_i (10^{-8} W)	I_m (10^{-9} W)	η (%)
1	5,124	8,387	16,36
2	5,124	9,986	19,49

La eficiencia de difracción calculada difiere para las dos rejillas en un 3,13% este aumento de la eficiencia de difracción puede adjudicarse a la diferencia entre las profundidades de las rendijas en cada una de las rejillas fabricadas. Ya que existe una relación entre la eficiencia de difracción y la profundidad de las rendijas, a medida que la profundidad aumenta también aumenta la eficiencia de difracción [12].

CONCLUSIONES

Se realizó un estudio experimental de tres de los parámetros que influyen en el proceso de nanolitografía empleando la técnica de rayado mecánico con un AFM, estos parámetros son: las características propias de la punta AFM, la velocidad de escaneo y la posición relativa entre la punta y la muestra. De los resultados obtenidos es importante destacar ciertos resultados específicos:

- Con la punta de nitruro de silicio (MLCT) se obtienen líneas homogéneas de un ancho aproximado de 100 nm, aunque con una profundidad pequeña.
- Las características de la punta que más influyen en el proceso de nanolitografía es la constante de rigidez del *cantilever* y la dureza de la punta. A mayor constante de rigidez la fuerza aplicada es mayor, esto lo podemos ver a través de la ley de Hooke, y una punta más dura tiene un tiempo de vida útil mayor.
- Existe una relación inversa entre las dimensiones de la huella dejada por la punta AFM con la velocidad de escaneo; a menor velocidad de escaneo mayor será la profundidad y el ancho de la línea. Para velocidades pequeñas como 0.05 $\mu\text{m/s}$ y 0.02 $\mu\text{m/s}$ la profundidad de la huella aumenta en un 400% aproximadamente en comparación con los valores encontrados cuando se usa una velocidad de 3 $\mu\text{m/s}$. Para valores de velocidad de escaneo de 4 $\mu\text{m/s}$ ó mayores se incrementa el riesgo de daño del sustrato.
- La dependencia de las dimensiones de la huella con la posición relativa punta-muestra (ΔZ) es inversa, a medida que la posición relativa ΔZ

disminuye las dimensiones de la rendija aumentan, en especial la profundidad. Se encontró que un valor óptimo de ΔZ está alrededor de - $1\mu\text{m}$, para la punta de silicio.

Se realizó un análisis del estado de superficie, extrayendo la información topográfica de las rejillas construidas operando un Microscopio de Fuerza Atómica en modo contacto, el cual nos permite obtener imágenes tridimensionales de la superficie. A partir de estas imágenes se realiza un análisis cualitativo general de las rejillas y también un análisis cuantitativo midiendo los parámetros de interés: el ancho y profundidad de las rendijas y la separación entre ellas.

- Mediante una inspección de las imágenes topográficas obtenidas se comprueba que el sistema de control de movimiento del Microscopio de Fuerza Atómica garantiza la fidelidad de reproducción del diseño del patrón deseado
- Del análisis topográfico se encuentra que el tiempo de vida útil de la punta AFM empleada, afecta la homogeneidad de la rejilla, ya que a medida que se realiza el proceso de nanolitografía la punta sufre cierto desgaste y cambios en su forma, estos cambios se ven reflejados en los perfiles transversales de la rejilla los cuales presentan variaciones en la profundidad de las rendijas, al comparar el punto donde se inicia el proceso de nanolitografía y el punto donde termina.

Se realizó un montaje óptico que permite la observación del patrón de difracción generado por cada una de las rejillas construidas, este montaje permite la medición de la intensidad de la luz incidente y la luz difractada; dos cantidades

que permiten cuantificar la eficiencia de difracción. De esta parte del trabajo se encontraron los siguientes resultados:

- El montaje óptico permite el cálculo experimental de la separación entre rendijas de las dos rejillas fabricadas. Esto se logra midiendo la distancia de separación entre la rejilla y el plano de observación del patrón y la distancia a la que se encuentra el orden de difracción, usando la ecuación de la rejilla se calcula la separación “d” entre rendijas.
- La eficiencia de difracción encontrada es de 16,36% y 19,49%, para la rejilla 1 y 2 respectivamente. Teniendo en cuenta que hay una relación entre la eficiencia de difracción y la profundidad de las rendijas, es posible mejorar esta eficiencia imprimiendo líneas más profundas con una punta de diamante, también se recomienda analizar el comportamiento de la eficiencia en función de ángulo de incidencia de la luz.

TRABAJOS FUTUROS

- Realizar un análisis teórico y experimental de la deformación plástica sufrida por el sustrato en el proceso de nanolitografía y extrapolar este estudio a diferentes materiales.
- Crear estructuras con diferente geometría y analizar las fuerzas entre la punta y la superficie de la muestra que entran en juego cuando la punta se mueven en dirección paralela a la dirección de escaneo.
- Un parámetro importante al realizar estructuras de grandes dimensiones es el tiempo de vida de la punta utilizada, por esta razón es necesario realizar un estudio del desgaste sufrido por la punta durante el proceso de nanolitografía.
- Al variar la fuerza aplicada en la fabricación de las dos rejillas estudiadas en este trabajo se encontró una variación en el perfil transversal debido a la cantidad de material que se desplaza. Con base a esta observación se recomienda analizar el desplazamiento de material durante el proceso de nanolitografía y su relación entre la fuerza aplicada y la separación entre líneas, con el fin de reproducir el perfil deseado.

- Realizar un análisis teórico del fenómeno de difracción que permita conocer a fondo el efecto que tiene la geometría de las rendijas en el patrón de difracción producido y que permita mejorar la eficiencia de difracción.
- Diseñar un montaje óptico que permita un estudio más profundo del comportamiento de la rejilla, teniendo en cuenta la polarización de la luz, el ángulo de incidencia de la luz y diferentes longitudes de onda.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Lo-Ming Fok, Yun-Hui Liu, and Wen J. Li, *Prototyping of Beam Shaping Diffraction Gratings by AFM Nanoscale Patterning*, IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATION SCIENCE AND ENGINEERING, VOL. 7, NO. 1, JANUARY 2010.
- [2] Yang Sun, YongdaYan, ZhenjiangHu, XuesenZhao, JiucunYan, *3D polymer nanostructures fabrication by AFM tip-based single scanning with a harder cantilever*, Tribology International, Volume 47, March 2012
- [3] Bharat Bhushan (Ed.), *Handbook Springer of Nanotechnology*, 3rd revised and extended edition, USA: Springer, 2010.
- [4] Zheng Cui, *Nanofabrication Principles, Capabilities and Limits*, New York: Springer, 2008.
- [5] *di CPII User's Guide Part I: Basic Imaging Techniques*, Santa Barbara, California: Veeco Metrology Group.
- [6] *diNanolithography V. 1.8* for CPII Operation & Reference Guide*, Santa Bárbara, California: Veeco Metrology Group, 2005.
- [7] SPMLab Reference Manual, Version 5.01, Santa Bárbara, California: Veeco Metrology Group, 2004.
- [8] Hans-Jürgen Butt, Michael Kappl, *Surface and Interfacial Forces*, Alemania: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2010.

- [9] K.L. Johnson, *Contact Mechanics*, New York: Cambridge University Press, 1985.
- [10] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, Second Edition, New York: McGraw-Hill, 1996.
- [11] E. Hecht, *Óptica*, Tercera Edición, Madrid: Addison Wesley Iberoamericana, 2000.
- [12] E. G. Loewen, E. Ppov, *Diffraction gratings and applications*, New York: Marcel Dekker, Inc., 1997.
- [13] Descripción del producto MPP-11123 disponible en:
<http://www.brukerafmprobes.com/Product.aspx?ProductID=3324>
- [14] Descripción del producto MLCT disponible en:
<http://www.brukerafmprobes.com/Product.aspx?ProductID=3444>
- [15] James E Mark, *POLIMER DATA HANDBOOK*, USA: Oxford University Press, 1999

ANEXOS

ANEXO A

TEORÍA DE HERTZ

En esta sección se aborda el problema del contacto elástico entre dos cuerpos, describiendo la solución analítica dada por Hertz para superficies de revolución e incluyendo los resultados obtenidos por otros autores como Love, Boussinesq y Cerrati. Se estudia el contacto elástico entre un sólido esférico de radio R y un plano. No obstante, el análisis efectuado es también válido para el contacto entre dos superficies de revolución de radios de curvatura R_1 y R_2 , en cuyo caso el parámetro R que aparece en las expresiones representa un radio de curvatura efectivo, dado por la expresión

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (17)$$

En este análisis se supone que no hay fricción y que la carga aplicada es normal a las dos superficies y, por tanto, no existe deslizamiento relativo entre ellas.

Considérese el contacto entre un sólido plano ($R_1 \rightarrow \infty$), de módulo elástico E_1 y coeficiente de Poisson ν_1 , y otro esférico de radio R y constantes elástica E_2 y ν_2 , sobre el que se aplica una carga P (figura 25).

Para el cálculo de las deformaciones locales Hertz se considera que los dos cuerpos podían tratarse como sólidos elásticos semi-infinitos sometidos a presiones distribuidas sobre la superficie circular de contacto. Para que esta simplificación pueda aceptarse, se deben cumplir las siguientes condiciones:

1. El área de contacto debe ser pequeña en comparación con las dimensiones de ambos cuerpos, para ignorar los efectos debidos a las superficies libres.
2. El área de contacto, debe ser menor que el radio R . de este modo se puede considerar que la superficie de contacto es plana y que las deformaciones son muy pequeñas, exclusivamente elásticas.

Esta aproximación permite utilizar los métodos de resolución de problemas de contorno válidos para semi-espacios elásticos.

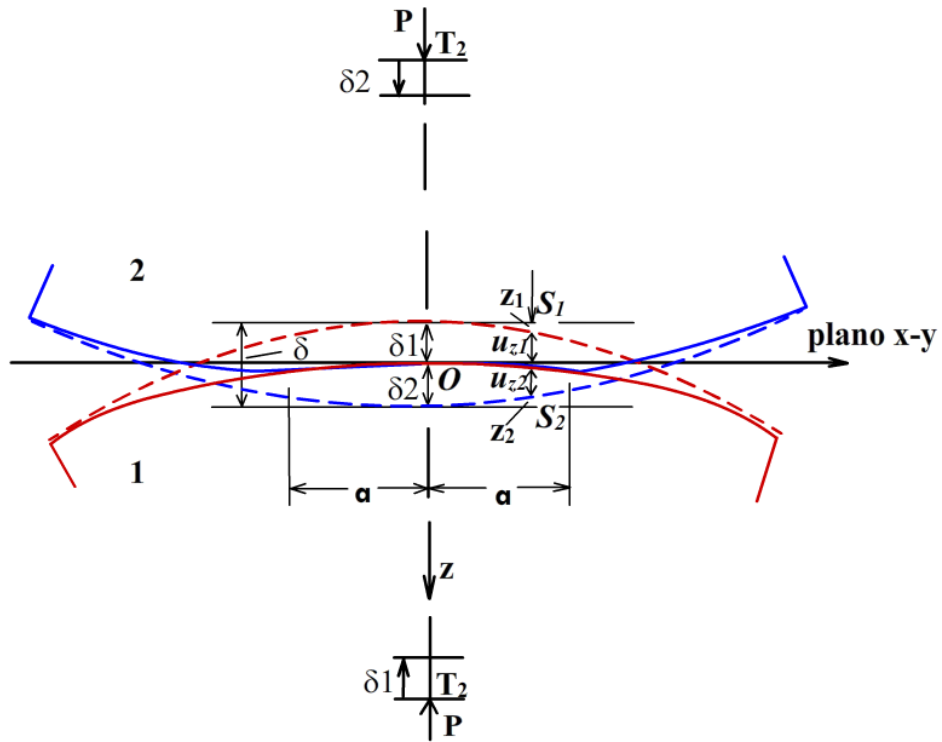


Figura 25: esquema de la deformación de dos sólidos en contacto. Fuente:[9].

La condición de contorno para los desplazamientos se obtiene a partir de la configuración geométrica (figura 25)

$$u_{z1} + u_{z2} = \delta - h \quad (18)$$

Donde u_{z1} y u_{z2} son los desplazamientos, respecto a las superficies sin deformar, de puntos de la superficie plana y esférica, respectivamente, que ese encuentran en contacto a una distancia r del eje de carga. El desplazamiento del centro de la esfera se denota por δ , mientras que h es la distancia entre las superficies sin deformar a la distancia r del eje al inicio del contacto. Dado que $h = r^2 / 2R$ se obtiene

$$u_{z1} + u_{z2} = \delta - \frac{r^2}{2R} \quad (19)$$

Por analogías con soluciones de potencial electrostático, Hertz comprueba que una distribución de presiones elíptica genera desplazamientos compatibles con la ecuación 19. Esta distribución de presiones puede expresarse matemáticamente como

$$p(r) = \begin{cases} p_{m\acute{a}x} \sqrt{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2}, & r \leq a \\ 0, & r > a \end{cases} \quad (20)$$

Donde $p_{m\acute{a}x}$ es la presión máxima, localizada en el eje de carga, y a el radio de contacto. Conviene resaltar que cualquier otra distribución de presiones no satisface la condición. El desplazamiento está dado por

$$u_z = \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \iint_S p dS \quad (21)$$

esta expresión proviene de la solución de Boussinesq correspondiente a un semiespacio sometido a una carga puntual y el principio de superposición. La integral se extiende a toda la superficie de contacto, S. A partir de esta expresión se obtienen los desplazamientos para cada sólido de revolución

$$u_{z_i} = \frac{1 - \nu_i^2}{E_i} \frac{\pi P_{m\acute{a}x}}{4a} (2a^2 - r^2) \quad (22)$$

Para $r \leq a$ y siendo E_i y ν_i el módulo de Young y el coeficiente de Poisson del cuerpo considerado. Sustituyendo los desplazamientos u_{z_1} y u_{z_2} calculados de esta forma en la ecuación 19 se obtiene

$$\frac{\pi P_{m\acute{a}x}}{4aE^*} (2a^2 - r^2) = \delta - \frac{r^2}{2R} \quad (23)$$

Donde E^* es el módulo efectivo que está definido como

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu^2}{E} + \frac{1-\nu'^2}{E'} \quad (24)$$

Puesto que tiene que verificarse para cualquier r , igualando términos se obtiene

$$\begin{cases} a = \frac{\pi R}{2E^*} P_{m\acute{a}x} \\ \delta = \frac{\pi a}{2E^*} P_{m\acute{a}x} \end{cases} \quad (25)$$

Teniendo en cuenta además que la carga total está relacionada con la presión de la siguiente forma

$$P = \int_0^a p(r) 2\pi r dr = \frac{2}{3} P_{m\acute{a}x} \pi a^2 \quad (26)$$

Se obtienen finalmente las expresiones del radio de contacto “ a ”, el desplazamiento δ y la presión máxima en función de la carga aplicada

$$a = \left(\frac{3PR}{4E^*} \right)^{1/3} \quad (27)$$

$$\delta = \frac{a^2}{R} = \left(\frac{9P^2}{16RE^{*2}} \right)^{1/3} \quad (28)$$

$$P_{\max} = \left(\frac{6FE^{*2}}{\pi^3 R^2} \right)^{1/3} \quad (29)$$