

Análisis de la respuesta dinámica de un material viscoelástico TPU impreso 3D para diferentes
llenados hexaédricos

Nicolás Andrey Chacón Ballesteros

Silvia Fernanda Meneses Gómez

Proyecto de Grado para optar al título de Ingeniero Mecánico

Director:

William Pinto Hernández

Dr. Ingeniería Mecánica

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

Escuela de Ingeniería Mecánica

Bucaramanga

2022

Dedicatoria

*A mis padres **Ofelia Ballesteros Vargas** y **Gilberto Chacón Muñoz** por su inmenso amor, su esmero constante en brindarme siempre lo mejor e infundirme las bases para alcanzar todas mis metas; esto y todo lo que alcance se lo debo a ustedes.*

*A mis hermanos **Oscar** y **Duvan** por siempre motivarme a creer en mí, aconsejarme en cada decisión que tomo y constantemente respaldarme cuando es requerido.*

*A mi nona **Teresa Vargas** por brindarme su cariño desmesurado, sus palabras tiernas y nunca olvidarse de mí.*

A mis tíos y demás familiares que siempre me tienen presente y están prestos a brindarme su mayor colaboración.

*A mi novia **Angie Amado**, quien ha presenciado en múltiples ocasiones mis momentos de tristeza y felicidad, por ser mi lugar de sosiego, nunca abandonarme y enseñarme con intrepidez el valor del amor.*

*A mis amigos por brindarme momentos de alegría durante mi trayectoria universitaria; en especial agradezco a **Santiago, Sebastián, Franco e Ilia** que con el tiempo compartido se volvieron como hermanos y me impulsaron a ir tras metas más ambiciosas.*

*A mi compañera de tesis y gran amiga **Silvia Fernanda Meneses** quien apareció cuando más la necesitaba, el tiempo demostró que somos un gran equipo y juntos cumplimos este objetivo.*

Nicolás

Dedicatoria

*Primero agradecer a **Dios** por haberme dado la vida, por acompañarme a lo largo de mi carrera, por darme sabiduría y fortaleza para alcanzar todos mis objetivos.*

*A mi mamá **Sandra Roció Gómez Ortiz** gracias por su paciencia y todas las palabras de aliento en cada momento de enojo, tristeza o desesperación, gracias por ser mi amiga y consejera incondicional, y por ser la persona que guía mis pasos día a día.*

*A mi papá **José Ramón Meneses Quintero** por enseñarme que con esfuerzo, trabajo y constancia todo se consigue. Que soy fuerte y que cada día puedo ser mejor.*

*A mi Hermano mayor **José Ramón Meneses Gómez** por ser esa persona que me anima a soñar, a vivir y a disfrutar cada logro cumplido por lo pequeño que sea.*

*A mi hermano **Javier Alexander Meneses Gómez**, mi colega, por ser el principal cimiento de mi vida profesional, por ser ese espejo en el cual me quiero reflejar.*

*A **Nicolás Andrey Chacón** por ser mi compañero y amigo en toda mi carrera, por siempre impulsarme a ser mejor y a tener altas expectativas en la vida; los sueños si se cumplen y nosotros cumplimos este juntos.*

Silvia Fernanda Meneses Gómez

Agradecimientos

Queremos agradecer enormemente a nuestro director de proyecto de grado y amigo, el ingeniero William Pinto Hernández, por creer en nosotros, por apoyarnos y asesorarnos en cada momento. Sin su orientación y gran paciencia no hubiese sido posible culminar esta etapa.

Al personal del Laboratorio de ensayos mecánicos y al ingeniero Diego Fernando Villegas Bermúdez, por su colaboración y disposición.

A la Universidad Industrial de Santander y escuela de Ingeniería Mecánica por siempre brindarnos lo mejor en calidad de educación, abriéndonos las puertas a diversas oportunidades de aquí en adelante

Nicolas y Silvia

Contenido

	Pág.
Introducción	13
1. Objetivos	14
1.1 Objetivo General	14
1.2 Objetivos Específicos.....	14
2. Justificación	15
3. Marco Teórico.....	16
3.1 Estado del Arte.....	16
3.1.1 Antecedentes Internacionales.....	17
3.1.2 Antecedentes Regionales	20
3.2 Referentes Teóricos	20
3.2.1 Amortiguamiento	20
3.2.1.1 Tipos de Amortiguamiento.	21
3.2.2 Elastómero Termoplástico (TPE)	22
3.2.2.1 Poliuretano Termoplástico (TPU).....	22
3.2.3 Impresión 3D	22
3.2.3.1 Fused Filament Fabrication (FFF).	23
3.2.3.1.1 Impresoras de tipo FFF según su extrusor.	24
3.2.4 Viscoelasticidad	26
3.2.5 Análisis Mecánico Dinámico (DMA).....	26
3.2.5.1 Métodos de Modelado de Materiales Viscoelásticos.....	29

3.2.5.1.1 Modelo de Maxwell.....	29
3.2.5.1.2 Modelo de Kelvin-Voigt.....	30
3.2.5.1.3 Modelo Generalizado de Maxwell.....	31
3.2.6 Método de Prony.....	32
4. Metodología.....	33
4.1 Diseño de probetas, elección del material a emplear e impresión.....	33
4.1.1 Diseño de probetas.....	33
4.1.2 Disposición del material a emplear.....	37
4.1.3 Impresión de las probetas.....	38
4.2 Disposición de probetas en el equipo y realización del ensayo DMA.....	42
4.3 Análisis de resultados experimentales.....	43
4.3.1 Análisis del efecto de la precarga en los resultados.....	43
4.3.2 Análisis del cambio de estructura del espécimen en los resultados.....	48
4.4 Ajuste de datos a partir de las Series de Prony.....	50
5. Conclusiones.....	55
6. Comentarios.....	56
Referencias Bibliográficas.....	57
Apéndices.....	61

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1. Modelo 3D (CAD software) y modelo procesado e impreso en capas (slicing software)	23
Figura 2. Impresora de extrusión directa e impresora tipo bowden.....	25
Figura 3. Respuesta de un polímero sometido una fuerza cíclica.....	27
Figura 4. Representación gráfica del modelo de Maxwell	29
Figura 5. Representación gráfica del modelo de Kelvin-Voigt	30
Figura 6. Representación gráfica del modelo de Maxwell generalizado	31
Figura 7. Croquis ilustrativo para modelado de ecuaciones	35
Figura 8. Fórmulas ingresadas en la herramienta “Ecuaciones” de SolidWorks para un espécimen $n_a=4$	36
Figura 9. Diseño probeta final con $n_a = 4$ con pestañas para realizar agarre	37
Figura 10. Flexión del filamento dentro del tubo guía del filamento (bowden), en la impresora Geeetech A10.....	38
Figura 11. Probetas defectuosas, evidenciando una mala calidad de impresión	39
Figura 12. Impresora Geeetech A10 (Extrusor Bowden) -izquierda- e Impresora Artillery X1 (Extrusor directo) -Derecha-.....	40
Figura 13. Probetas para ensayos a) $n_a= 3$, b) $n_a= 4$, c) $n_a= 5$, d) Maciza.....	41
Figura 14. Montaje de espécimen en MTS $n_a= 3$ (izquierda) y $n_a= 5$ (derecha).....	43
Figura 15. Módulo elástico -E'- vs frecuencia a 10 N de precarga	44
Figura 16. Módulo elástico -E'- vs frecuencia a 25 N de precarga	45

Figura 17. Amortiguamiento $-\tan(\delta)$ - vs frecuencia a 10 N de precarga	46
Figura 18. Amortiguamiento $-\tan(\delta)$ - vs frecuencia a 25 N de precarga	47
Figura 19. Módulo de pérdida $-E''$ - vs frecuencia a 10 N de precarga	49
Figura 20. Ajuste del módulo de almacenamiento $-E'$ - vs frecuencia a 10 N de precarga mediante el método de series de Prony	52
Figura 21. Ajuste del módulo de pérdida $-E''$ - vs frecuencia a 10 N de precarga mediante el método de series de Prony	53
Figura 22. Gráfica resultante del ajuste de $\tan(\delta)$ mediante el método de series de Prony	54

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. Parámetros para calcular los módulos elásticos (E') y pérdida (E'').	28
Tabla 2. Parámetros para el modelo de Maxwell.....	30
Tabla 3. Pesos de las probetas y porcentaje de peso con respecto a la probeta maciza.....	37
Tabla 4. Parámetros de impresión para todas las probetas	40
Tabla 5. Peso de las probetas impresas y porcentaje real respecto a la probeta maciza.....	42
Tabla 6. Valores tabulados Módulo elástico $-E'$ - vs frecuencia a 10 N de precarga.....	45
Tabla 7. Valores tabulados Módulo elástico $-E'$ - vs frecuencia a 25 N de precarga.....	46
Tabla 8. Valores tabulados Amortiguamiento $-\tan(\delta)$ - vs frecuencia a 10 N de precarga.....	47
Tabla 9. Valores tabulados Amortiguamiento $-\tan(\delta)$ - vs frecuencia a 25 N de precarga.....	48
Tabla 10. Valores tabulados Módulo de pérdida $-E''$ - vs frecuencia a 10 N de precarga	49
Tabla 11. Valores máximos de $\tan(\delta)$ y respectiva frecuencia	50
Tabla 12. Parámetros las series de prony iterados mediante MATLAB con $n=1$ (un único núcleo de relajación).....	51
Tabla 13. Valoress Módulo viscoso máximo vs frecuencia del modelo de series de prony.....	53
Tabla 14. Valores Amortiguamiento máximo vs frecuencia del modelo de series de prony	54

Lista de Apéndices

	Pág.
Apéndice A. Gráficas para precargas de 15N, 20N y 25N	61
Apéndice B. Explicación del script realizado en MATLAB	68

Resumen

Título: Análisis de la respuesta dinámica de un material viscoelástico TPU impreso 3D para diferentes llenados hexaédricos*

Autor: Nicolás Andrey Chacón Ballesteros, Silvia Fernanda Meneses Gómez**

Palabras clave: Viscoelasticidad, amortiguamiento pasivo, módulo elástico, módulo de pérdida, ensayos dinámicos, series de Prony.

Descripción:

El uso de materiales viscoelásticos como amortiguamiento pasivo ha sido de gran utilidad por sus propiedades para disipar energía; los elastómeros termoplásticos además de sus propiedades viscoelásticas permiten ser moldeados, posibilitando la fabricación de piezas mediante una variedad de procesos de manufactura entre ellos la tecnología de impresión 3D por la cual se pueden obtener infinidad de arreglos y calidad en la terminación de piezas.

En este trabajo se recurrió a ensayos dinámicos mecánicos de tracción para determinar y comparar los módulos elástico, pérdida y capacidad de amortiguamiento de probetas elaboradas con un material TPU NinjaFlex™ con diferentes llenados hexaédricos cuyo parámetro de orificios al ancho son $n_a=3$, $n_a=4$, $n_a=5$ y maciza; a su vez, se evaluó el efecto de la precarga en la respuesta de cada una de ellas donde se contempló una alteración no deseada en los resultados.

Se encontró que las probetas a mayor llenado hexaédrico son más rígidas y absorben mayor cantidad de energía, sin embargo, el potencial de amortiguamiento si es variable y depende la alteración estructural propuesta en un rango de frecuencias de 0.5 a 10 Hz. Finalmente, las propiedades se ajustaron de acuerdo con el modelo de series de Prony mediante software Matlab hallando que la probeta de llenado $n_a=3$ presentó el máximo desempeño en cuanto potencial de amortiguamiento.

* Proyecto de Grado

** Facultad de ingenierías físico-mecánicas. Escuela de ingeniería mecánica. Director: William Pinto Hernandez. PhD. en Ingeniería Mecánica

Abstract

Title: Analysis of the dynamic response of 3D printed TPY viscoelastic material for different hexahedral fillings*

Authors: Nicolás Andrey Chacón Ballesteros, Silvia Fernanda Meneses Gómez**

Keywords: Viscoelastic, Passive damping, Elastic modulus, Loss modulus, Dynamic tests, Prony series.

Description:

The use of viscoelastic materials as passive damping has been very useful due to their properties to dissipate energy; Thermoplastic elastomers, in addition to their viscoelastic properties, allow them to be molded, allowing the manufacture of parts through a variety of manufacturing processes, including 3D printing technology, through which infinite arrangements and quality in the completion of parts can be obtained.

In this work, dynamic mechanical tensile tests were used to determine and compare the elastic modulus, loss and damping capacity of specimens with different hexahedral fillings whose parameter of holes to the width are $n_a=3$, $n_a=4$, $n_a=5$ and solid. , made with a NinjaFlex™ TPU material; in turn, the effect of the preload on the response of each of them was evaluated, where an undesired alteration in the results was contemplated.

It was found that the specimens with greater hexahedral filling are more rigid and absorb a greater amount of energy, however, the damping potential is variable and depends on the proposed structural alteration in a range of frequencies from 0.5 to 10 Hz. Finally, the properties were adjusted according to the Prony series model using Matlab software, finding that the $n_a=3$ filling specimen presented the maximum performance in terms of damping potential..

* Bachelor Thesis

** Faculty of Physical-Mechanical Engineering. School of Mechanical Engineering. Director: Dr. William Pinto Hernandez

Introducción

Un material viscoelástico es aquel material que presenta deformaciones elásticas y se comporta como un fluido viscoso cuando se aplica una fuerza externa (Chakraborty & Ratna, 2020) ; esta propiedad ha sido aprovechada en diversas aplicaciones en la ingeniería, se pueden encontrar sistemas que abarcan desde fuselajes en un avión los cuales poseen un marco amortiguante hecho de material viscoelástico como principal recurso para disipar energía vibratoria (Gröhlich et al., 2019) hasta recubrimientos para tuberías en sistemas de tubería submarina (riser) que son comúnmente usados en la industria Oil & gas offshore; en estas últimas el revestimiento es imprescindible ya que el fenómeno de vibraciones inducidas por vórtices conducen a daños por fatigas y por lo tanto reducción en la vida útil de la estructura (Borges et al., 2014). Con el fin de atenuar las vibraciones un material viscoelástico es dispuesto a lo largo de toda la tubería para proveer amortiguamiento y algunos autores sugieren que esto conduce a problemas de peso y de enormes gastos de material (Ishikawa et al., 2020), a su vez, esto supone mayor gasto de dinero.

En relación al tema, un cambio estructural contribuiría a la resolución de este tipo de problemas; por ello, se plantea un estudio donde es preciso el uso de tecnología de impresión 3D para conformar probetas con geometrías de diferente llenado a las cuales se le evaluará el comportamiento disipativo del material mediante ensayos DMA (Dynamic Mechanical Analysis), posteriormente, por medio del modelo de series de Prony se examinará si se ven afectadas las propiedades de almacenamiento y disipación de la energía respecto a un llenado macizo. Finalmente se evaluarán los potenciales de amortiguamiento de cada probeta y se realizará una comparación entre ellas.

1. Objetivos

1.1 Objetivo General

Analizar la respuesta dinámica de un material viscoelástico TPU impreso 3D con llenado hexaédrico variando su longitud característica, esto con el fin de contribuir con la misión del programa de ingeniería mecánica de la Universidad Industrial de Santander de divulgar conocimiento fortaleciendo su crecimiento científico y tecnológico.

1.2 Objetivos Específicos

Determinar el comportamiento mecánico por medio de ensayos DMA de un material viscoelástico fabricado por manufactura aditiva obtenido a partir de arreglos hexaédricos mediante una estimación por series de Prony.

Evaluar la influencia de la longitud característica de llenado de un patrón hexaédrico para un TPU impreso mediante tecnología 3D variando su medida entre un rango de $L= 0$ mm hasta $L= 20\%$ del ancho de la probeta y espesor de rejillas de 10%.

Evaluar el desempeño en cuanto a la capacidad de amortiguación en un material viscoelástico de llenado macizo respecto a uno con vaciados hexaédricos mediante verificación experimental y numérica.

2. Justificación

El uso de materiales en aplicaciones de amortiguamiento pasivo han sido bastante difundidos en las industrias debido a su ligereza y bajo costo. Es sustancial realizar estudios sobre este tipo de materiales y los diferentes esquemas alcanzables a partir de la manufactura aditiva, pues con esta tecnología se permiten obtener piezas con un sinnúmero de geometrías que contribuirá no sólo al conocimiento científico en el ámbito de estudio de polímeros, su comportamiento mecánico y posterior uso en aplicaciones que se requieran amortiguación pasiva de vibraciones, sino que su implementación con formas geométricas según su aplicación permitiría reducir el peso a estructuras compuestas, mejorar su calidad de amortiguamiento o en caso contrario no afectar sus propiedades - módulo elástico , módulo viscoso y potencial de amortiguamiento- considerablemente cuando se desee introducir algún otro material.

3. Marco Teórico

Para introducir la problemática presentada y contribuir con el progreso del proyecto propuesto, se exponen aportes investigativos en forma de artículos, revistas o libros relacionados al ámbito de estudio a desarrollar. Esta sección está dividida en dos partes, la primera, referente al estado del arte se exponen estudios precedentes con el fin de conocer qué se ha realizado tanto a nivel internacional como regional. En la segunda parte, se esclarecen conceptos teóricos que sustentan la materia a investigar.

3.1 Estado del Arte

Para introducir el tema, se realizó una búsqueda detallada de investigaciones que muestran la influencia de la modificación estructural mediante capa viscoelástica en sistemas mecánicos, así como la aplicación del DMA (Dynamic Mechanical Analysis) como estudio del comportamiento del material.

A nivel internacional se ha divulgado literatura mostrando la propiedad viscoelástica de los polímeros, unos estudian la implementación de este material en sistemas de ingeniería de campo mientras que otros estudian detalladamente el material y desarrollan modelos para caracterizarlo.

A nivel regional, pese a la poca investigación sobre el tema, en la facultad de ingeniería civil de la Universidad Santo Tomás (Bucaramanga) se estudió un tratamiento viscoelástico a estructuras donde se mostró la influencia en el esfuerzo cortante, considerando el factor geométrico, parámetro de cortante y espesor de la capa viscoelástica implementada. (Gil Peláez & Suárez, 2010), al mismo tiempo se encuentran investigaciones en la Universidad Industrial de

Santander donde se tratan materiales viscoelásticos en aplicaciones de amortiguación pasiva. (Pinto R & Laguna J,2020).

3.1.1 Antecedentes Internacionales

Una colaboración entre investigadores chinos y estadounidenses permitió el desarrollo de un “Análisis asintótico de las características dinámicas de flexión para una placa sándwich con núcleo de material amortiguante viscoelástico perforado periódicamente” (Zhou et al., 2014) en el cual se realizó la formulación y el modelo matemático del material compuesto, determinando la energía de deformación y energía cinética de cada capa de metal así como la de una sección del material viscoelástico definida por un contorno definido; Posteriormente se simplificó el modelo de una estructura periódica (las ranuras de estudio las cuales se encuentran uniformemente espaciadas) y así obtener las respectivas gráficas para su análisis. Se encontró que una placa perforada permite aumentar el factor de pérdida comparado con una maciza para trabajos por encima de cierta frecuencia, además incluyendo otros agentes como tasa de apertura - o cantidad de perforaciones– y espesor de capa viscoelástica es posible afectar el factor de pérdida considerablemente, sin embargo, se concluye que no necesariamente los cambios en estas variables se traducen en una respuesta directa o inversamente proporcional durante todo el dominio de análisis.

El estudio “Características de vibración y amortiguamiento de la red tipo Kagome con relleno de material viscoelástico” (Wang et al., 2018) presentó este arreglo para la aplicación a placas tipo sándwich de núcleo relleno con material viscoelástico (VMF). En él se usó el nylon un material termoplástico con densidades muy pequeñas que permiten la ligereza requerida en

aplicaciones referentes a la industria aeronáutica. Se concretó que no se evidencia una variación considerable en la frecuencia natural de la placa al realizar relleno del material viscoelástico - nylon-, además comparado a una placa convencional Kagome en una placa sólida viscoelástica se disminuyen los valores de la amplitud sin cambiar la frecuencia natural. Finalmente se propone un modelo de un ala realizado por diseño asistido por computadora (CAD) para aplicarlo a vehículos aéreos no tripulados (UAV) que gracias a su alta rigidez a pequeñas masas permite reducir la vibración.

El artículo titulado “Determinación de una serie de Prony para un material viscoelástico a partir de datos de deformación variables en el tiempo” (Chen, 2000) presentaron el modelo matemático de maxwell generalizado para cierto material, donde se utilizó el modelo de Prony para determinar el comportamiento de relajacion. De allí se definieron valores de deformación para observar el comportamiento del esfuerzo interno mediante carga y descarga. Se dio por terminado que este método representa una opción rigurosa para estimar el comportamiento del material para datos que presenten procesos tanto de carga única como múltiple, además, permite adaptarse a cambios en la carga donde se inhiba al material de entrar en relajación.

La realización de ensayos DMA se suele reforzar con modelos para adecuar sus resultados y evitar efectuar más ensayos, un ejemplo como el de la “ Evaluación de características viscoelásticas de materiales PTFE” (Tan & Stephens, 2019) mostró la medición de los módulos de relajación y de creep, así como las propiedades que determinan amortiguamiento – Módulo de almacenamiento y pérdida – mediante ensayos DMA, en los cuales a cada uno se le ajustó por series de Prony. El ajuste mostró resultados favorables en la obtención de los parámetros para materiales que presentaban viscoelasticidad lineal, sin embargo, apunta que para materiales no

lineales una aproximación mediante este método no sería la más precisa y a su vez, requerirá a la utilización métodos más complejos.

El amortiguamiento y la frecuencia natural son las características más importantes para evaluar el desempeño de las estructuras dinámicas. En el siguiente artículo “ Optimización topológicas de materiales viscoelásticos sobre amortiguamiento y frecuencia de macroestructura” (Liu et al., 2018) propone una optimización basada en la estructura evolutiva bidireccional (BESO), demostrando la mejor distribución de los materiales compuestos de celdas unitarias periódicas (PUC) mediante la homogeneización inversa. Se demuestra mediante el algoritmo propuesto el análisis de la macro y microestructura de los materiales con el fin de mejorar el diseño de las estructuras.

El comportamiento del material viscoelástico lineal depende de los parámetros de los tiempos de relajación y los módulos elásticos, en el siguiente artículo “Revisión de la identificación de modelos Maxwell generalizados a partir de resultados experimentales”(Jalocha et al., 2015) se propone determinar a partir del Análisis Mecánico Dinámico (DMA) dos técnicas para identificar una serie optima de tiempo de relajación a partir de la integración numérica, una de ellas que es de nuestro interés , consiste en definir a priori el tiempo característico de relajación por medio de las series de Prony persiguiendo la identificación sólo para los módulos elásticos de los diferentes elementos viscoelásticos. El comportamiento constitutivo de un material viscoelástico se representa a través del dominio del tiempo y frecuencia donde se relaciona la transformada de fourier de tensiones y deformaciones que se reemplaza por un espectro finito (Series de Prony) el cual denota el modelo generalizado de Maxwell.

3.1.2 Antecedentes Regionales

En la Universidad Santo Tomás se escribió el siguiente artículo “Amortiguamiento en estructuras de acero mediante tratamiento a cortante” (Gil Peláez & Suárez, 2010) donde se estudió el factor de pérdida en vigas y columnas tipo “W” con tratamiento a cortante aplicado a sus dos alas mediante un relleno viscoelástico de espesores cada uno entre una capa elástica. Mediante la realización de simulaciones numéricas realizadas con el programa ABAQUS se elaboraron curvas que demostraron que en estas configuraciones el cambio del espesor de relleno viscoelástico no necesariamente implica una relación directa o inversa en la disipación de energía.

En la Universidad Industrial de Santander se realizó la “Caracterización mecánica de un material elastómero termoplástico utilizado en la impresión 3D para el amortiguamiento pasivo de los sistemas mecánicos” (Pinto Florez & Laguna Beltran ,2020); en el cual se imprimieron probetas macizas de poliuretano termoplástico (TPU) con llenados en diferentes direcciones evaluando el efecto de las fibras , donde se encontró que las probetas cuyas fibras se encontraban en dirección de las fuerza presentaban un valor mayor respecto al módulo elástico y el módulo viscoso.

3.2 Referentes Teóricos

3.2.1 Amortiguamiento

Se refiere a la capacidad o eficiencia de un sistema u objeto de disipar energía, normalmente aludiendo a la transformación de energía cinética la cual se libera en forma de calor por causa de fricción, en un conjunto de elementos - por ejemplo, la fricción entre juntas de una

tubería - o en fluidos como el aceite presente en el sistema de suspensión de un carro el cual presenta una resistencia a fluir por las cámaras de un cilindro, entre otras.

Este parámetro resulta muy útil para el diseño en aplicaciones como estructuras en obras civiles, maquinaria rotativa o sistemas móviles en general para disminuir vibraciones ; el análisis de amortiguamiento de un sistema implica tener en cuenta todas las variables internas y de su entorno ya que estas juegan un papel fundamental para conservar su integridad.

3.2.1.1 Tipos de Amortiguamiento. Con el fin de reducir las vibraciones transmitidas en maquinaria se usan sistemas clasificados como activos o pasivos. La amortiguación activa refiere a sistemas de circuito cerrado con retroalimentación, que suelen contener actuadores controlados electrónicamente mediante sensores; por otra parte el amortiguamiento pasivo emplea aparatos mecánicos, fluidos o incluso materiales viscoelásticos para reducir los efectos vibratorios. (Collins, 2019)

Los materiales comúnmente usados para aplicaciones de amortiguación pasiva se denominan “viscoelásticos”, estos debido a sus propiedades, su facilidad de obtención y bajo costo son ideales en diversas prácticas como defensas delanteras y traseras de automóviles, discos duros para protección contra choques, cascos - la espuma de relleno en su interior- , colchonetas de lucha libre e incluso en suelas de zapatos para mitigar el impacto que recibe el cuerpo al correr (Kelly, 2013).

3.2.2 Elastómero Termoplástico (TPE)

Se refiere a una clase de material que presenta un comportamiento elástico similar al caucho (elastómero) pero con capacidad de calentarse y moldearse (Termoplástico); de esta manera al terminar cualquier tratamiento realizado este se enfría adquiriendo nuevamente su estructura y estabilidad; las ventajas de los TPE son que, a diferencia de los cauchos, permiten su reciclaje mediante temperatura y tampoco requieren igual cantidad de aditivos al transformarlos (*What Is TPE*, s. f.).

3.2.2.1 Poliuretano Termoplástico (TPU). Es un tipo de TPE que se destaca por sus aplicaciones de alto rendimiento; preferido frente a los demás dado que es generalmente más duro, posee mayor resistencia a la compresión, es más duradero y los resultados de impresión son más precisos; a su vez, es solicitado en industrias textiles, agroindustria, partes interiores y exteriores de automotores, vestimenta deportiva, entre otras (*Know Your Materials: TPE vs. TPU*, s. f.).

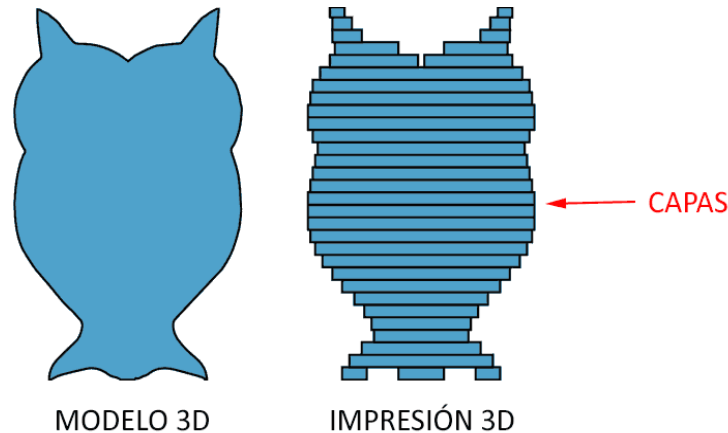
3.2.3 Impresión 3D

La impresión 3D también llamada manufactura aditiva, se trata de un proceso en el que se obtiene una pieza física tridimensional por medio de una impresora que lee un modelo digitalmente y lo imprime gracias al principio de “adición de material”. Este proceso tiene la capacidad de crear casi cualquier pieza en diversos tipos de materiales. Se diferencia de cualquier proceso de manufactura común pues la elaboración se lleva a cabo depositando finas y delgadas capas de

material; también, se pueden diseñar componentes evitando ensamblajes debido a las limitantes que presentan los procesos habituales. (*The Free Beginner's Guide*, 2016)

Figura 1.

Modelo 3D (CAD software) y modelo procesado e impreso en capas (slicing software)



Nota. Adaptado de: Llamas (2020), Cómo funciona una impresora 3D FFF, por <https://www.luisllamas.es/como-funciona-una-impresora-3d-fff/>

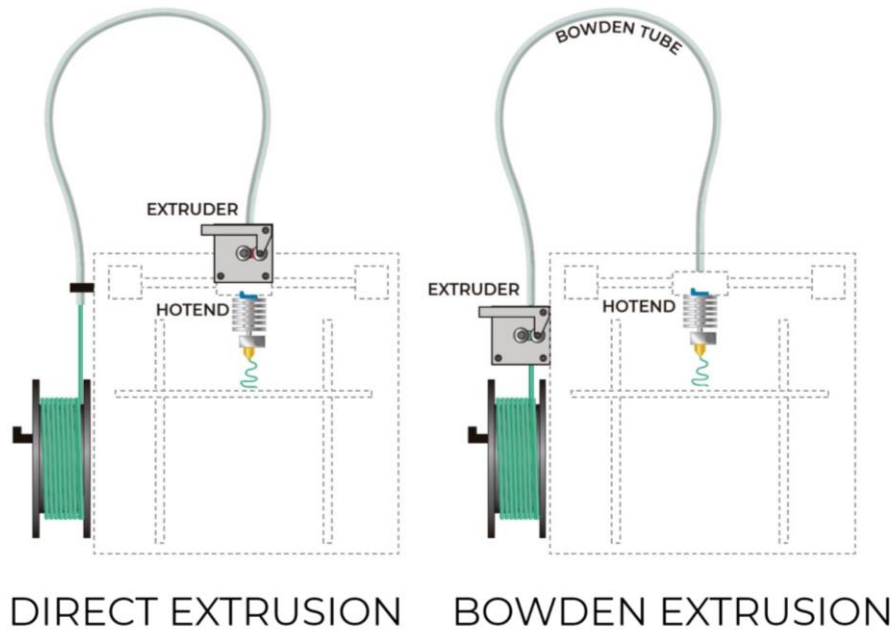
3.2.3.1 Fused Filament Fabrication (FFF). Es un proceso de impresión 3D que consiste en depositar capa por capa finas hebras de material fundido -normalmente termoplástico- sobre una placa por medio de un extrusor, estas pasan de un ambiente de alta temperatura a uno menor, permitiendo el endurecimiento y adhesión entre capas formando un sólido tridimensional (*The Free Beginner's Guide*, 2016); todos los datos y comandos que recibe la impresora son leídos mediante un programa capaz de alterar parámetros de impresión y transformarlos a código G, el cual compila funciones como: movimiento en todos los ejes, velocidades de avance, rotación, entre otras.

3.2.3.1.1 Impresoras de tipo FFF según su extrusor. Parámetros como la velocidad de desplazamiento y retracción de material son críticos y afectan directamente la calidad final de la pieza, estos se deben ajustar siempre de acuerdo al tipo de material a usar, sin embargo, en ocasiones estos parámetros no son los únicos pues la configuración física de la impresora no permite la correcta deposición de material, por esta razón, se consideran las siguientes configuraciones de impresora para seleccionar la más apropiada para materiales flexibles como el TPU:

Impresora Tipo Bowden: Este tipo de impresora posee un extrusor que se encuentra estático y empuja el filamento a través de un tubo hacia el bloque calentador (hotend) - ver figura 2-; la baja inercia del cabezal móvil debido a su ligereza permite manejar velocidades altas de impresión, sin embargo, dado que el filamento debe moverse a través de un tubo, los materiales flexibles tienden a atorarse. Otro inconveniente presente en este tipo de impresora es que requiere retracciones elevadas a causa de la distancia entre el extrusor y el bloque calentador, asimismo, el TPU al ser un material flexible también requiere retracciones mucho más altas de lo habitual.

Figura 2.

Impresora de extrusión directa e impresora tipo bowden



Nota. Adaptado de «Extrusión directa vs. tipo bowden», (2021), Recreus <https://recreus.com/es/noticias/aprende-con-recreus/extrusion-directa-vs-tipo-bowden>

Impresora de manejo directo: En esta impresora el extrusor es móvil y se desplaza junto al hotend. - ver figura 2-; su configuración permite manejar retracciones bajas y evitar el doblado del filamento, por lo que este puede fluir fácilmente minimizando drásticamente la probabilidad de obstrucciones, además, la configuración de impresión es más sencilla logrando piezas de calidad superior en ciertos materiales como el TPU; en contraparte, se sacrifica la velocidad de impresión pues el cabezal tendrá una inercia significativa.

3.2.4 Viscoelasticidad

Se refiere a la característica de materiales, generalmente polímeros de presentar un “comportamiento tanto elástico como viscoso cuando son sometidos a una fuerza externa” (Chakraborty & Ratna, 2020, p. 86); el material posee la capacidad de almacenar la energía y a medida que se genera la deformación se disipa, esto se debe al estiramiento de sus cadenas poliméricas y a su vez ofrece oposición cambio del movimiento, debido a la fricción interna entre ellas.

Estos cambios generados en su estructura microscópica son difíciles de observar físicamente, por lo cual se definen a partir del comportamiento fenomenológico y se relacionan a partir de modelos matemáticos.

3.2.5 Análisis Mecánico Dinámico (DMA)

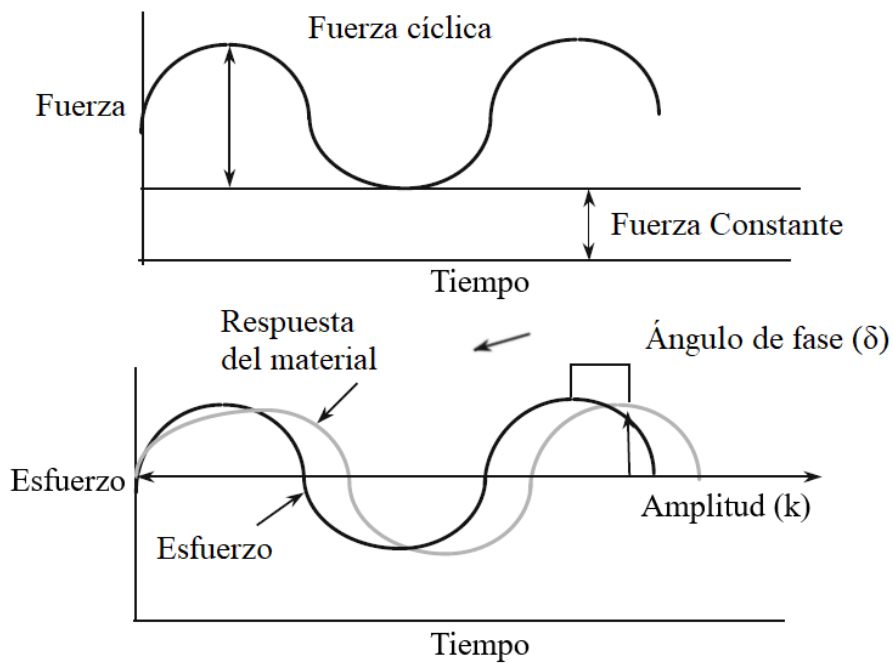
El Análisis Mecánico Dinámico (DMA) es una técnica que consiste en aplicar deformaciones periódicas de magnitud reducida a una probeta para analizar su respuesta con base en parámetros tales como tiempo, temperatura, frecuencia, esfuerzo, entre otros; con el fin de caracterizar las propiedades dinámicas de los materiales.

Desde una perspectiva más general el ensayo permite la medición de la rigidez y la capacidad de amortiguamiento, las cuales se asocian a la habilidad de almacenar energía elásticamente y la capacidad de la probeta de disipar energía mediante calor respectivamente; estas cualidades se explican hallando el módulo dinámico o complejo- E^* y G^* para tensión y cortante cada uno dependiendo del estudio, también, el parámetro tangente de pérdidas $-\tan(\delta)$.

Un patrón común como el que se muestra en la figura 3 es el que sigue un material viscoelástico, de este modo midiendo la deformación y la tensión del material es posible obtener el módulo de almacenamiento, módulo de pérdida y tangente de pérdidas.

Figura 3.

Respuesta de un polímero sometido una fuerza cíclica



Nota. Tomado de: Menard, K P. (2008) Dynamical mechanical analysis a practical introduction Taylor & Francis Group, LLC pag.72

El módulo elástico E' representa la capacidad de almacenamiento de energía o deformación reversible por unidad de volumen y el módulo viscoso E'' equivale a la capacidad de disipar energía por unidad de volumen que no se recupera.

Los criterios para calcular E' y E'' una vez realizado el ensayo DMA se encuentran en la norma ASTM D-4065 donde para tracción a una fuerza de amplitud constante y frecuencia variable

o constante se tienen las siguientes ecuaciones y en la tabla 1 se define cada termino correspondiente:

$$E' = \frac{NL\cos(\delta)}{bt\Delta L} \quad (1)$$

$$E'' = \frac{NL\sen(\delta)}{bt\Delta L} \quad (2)$$

Tabla 1.

Parámetros para calcular los módulos elásticos (E') y pérdida (E'').

<i>N</i>	Fuerza axial	<i>L</i>	Longitud entre abrazaderas
<i>δ</i>	Desfase	<i>t</i>	Espesor de probeta
<i>ΔL</i>	Cambio en longitud	<i>b</i>	Ancho probeta

La relación entre el módulo de pérdida y de almacenamiento se expresa como la tangente del ángulo de desfase $-\delta-$ entre las curvas periódicas de esfuerzo y respuesta del material mostrados en la figura 3 y definido en la ecuación 3; el $\tan(\delta)$ representa el potencial de amortiguamiento de un material de este modo entre mayor sea $\tan(\delta)$ mayor será su capacidad de amortiguar y viceversa.

$$\tan(\delta) = \frac{E''}{E'} \quad (3)$$

El módulo complejo E^* en la ecuación 4 se explica como la suma de una parte real en la que se ubica el módulo de almacenamiento $-E'$ y una parte imaginaria módulo de pérdida $-E''$.

$$E^* = E' + E''i \quad (4)$$

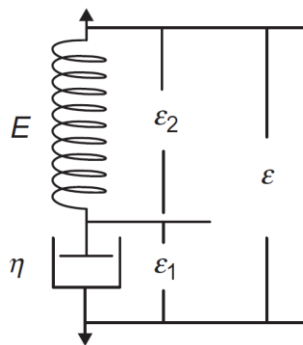
3.2.5.1 Métodos de Modelado de Materiales Viscoelásticos. A los materiales viscoelásticos generalmente se les alude a la conducta combinada de un resorte y un amortiguador lineales en los cuales la inercia del elemento es despreciable, entre estos modelos se hallan diversos montajes empezando con los convencionales como modelo de maxwell y Kelvin-Voigt, su conformación Maxwell generalizado y Kelvin-Voigt generalizado, hasta más complejos que se desarrollan mediante métodos numéricos.

3.2.5.1.1 Modelo de Maxwell. Considera que el material puede ser representado como un resorte con constante elástica E y amortiguador con viscosidad η , la figura 4 presenta estos dos componentes y sus respectivas deformaciones ε_1 y ε_2 al existir el mismo esfuerzo entre ellas. Estas son el principio para establecer el modelo matemático mostrado en la ecuación 5 donde cada parámetro es definido en la tabla 2.

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} \sigma \quad (5)$$

Figura 4.

Representación gráfica del modelo de Maxwell



Nota. Adaptado de Papanicolaou & Zaoutsos, (2019) The Maxwell model creep and creep-recovery response (p. 31), Creep and Fatigue in Polymer Matrix Composites

Tabla 2.

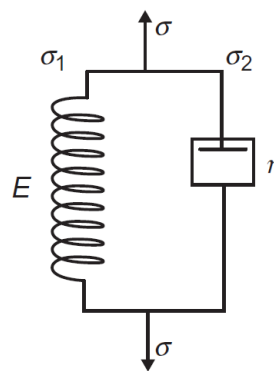
Parámetros para el modelo de Maxwell.

σ	Esfuerzo
η	Constante viscosa del material
E	Constante elástica del material
ε	Deformación

3.2.5.1.2 Modelo de Kelvin-Voigt. El modelo de Kelvin-Voigt consiste en la configuración en paralelo de un resorte de constante elástica E y un amortiguador con viscosidad η , la figura 5 representa los dos componentes con sus respectivos esfuerzos σ_1 y σ_2 .

Figura 5.

Representación gráfica del modelo de Kelvin-Voigt



Nota. Adaptado de Papanicolaou & Zaoutsos, (2019) The Voigt or Kelvin model (p. 33), Creep and Fatigue in Polymer Matrix Composites

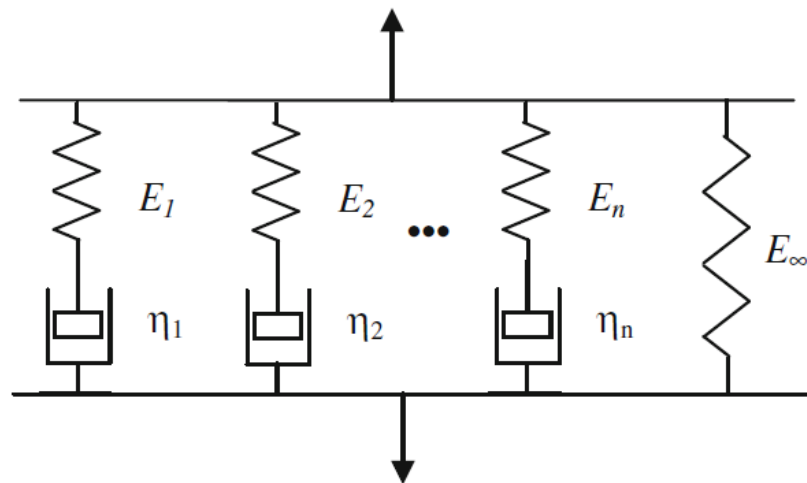
La ecuación 6 corresponde a la expresión para el modelo de Kelvin Voigt, considerando que el esfuerzo total es la suma de los esfuerzos de cada uno y que ambos presentan la misma deformación. Los parámetros de la ecuación 6 fueron presentados en la tabla 2.

$$\sigma = E\varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (6)$$

3.2.5.1.3 Modelo Generalizado de Maxwell. La generalización del modelo de maxwell se obtiene mediante la combinación de configuraciones simples de maxwell acomodadas en paralelo como se muestra en la figura 6.

Figura 6.

Representación gráfica del modelo de Maxwell generalizado



Nota. Adaptado de Gutierrez-Lemini, (2014) Generalized Maxwell-Wiechert model (p. 82), Engineering Viscoelasticity

La formulación matemática del modelo generalizado de maxwell equivale a las series finitas de prony que se considera a continuación- ecuación 7-.(Jalocha et al., 2015).

3.2.6 Método de Prony

La unión de diferentes variables en una misma ecuación tales como temperatura, presión, esfuerzo, deformación, entre otras, se define como ecuación constitutiva; en algunas ocasiones es necesario acudir a formas analíticas para hallar soluciones aproximadas a este tipo de ecuaciones, el ejemplo que se discute a continuación es el de Dirichlet-Prony.

La forma analítica de Prony consiste en series de sumas finitas de exponenciales decedentes de modo que añadiendo complementos a este permiten modelar la relajación así como la fluencia (Gutierrez-Lemini, 2014). Una forma para hallar el módulo de relajación por medio de series de Prony se muestra en la ecuación 7 donde los parámetros E_0 y E_1 son constantes que representan la rigidez del modelo para un tiempo prolongado y el módulo de elasticidad respectivamente, la constante sub τ_i representa el tiempo de relajación o relación entre la viscosidad y módulo elástico; a su vez, 'n' denota el número de pares en serie muelle-amortiguador del modelo generalizado de maxwell.

$$E(t) = E_0 + \sum_{i=1}^n E_i e^{-\frac{t}{\tau_i}} \quad (7)$$

Normalmente en el estudio de materiales viscoelásticos, se precisa expresar las propiedades en dominio de la frecuencia, para ello se usa la definición de transformada de laplace de modo que aplicándose a la ecuación (7) se descompone E^* y se obtienen las ecuaciones (8) y (9) que expresan el módulo de almacenamiento y pérdida respectivamente (Jalocha et al., 2015).

$$E'(\omega) = E_0 + \sum_{i=1}^n \frac{E_i \omega^2 \tau_i^2}{1 + \omega^2 \tau_i^2} \quad (8)$$

$$E''(\omega) = \sum_{i=1}^n \frac{E_i \omega \tau_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2} \quad (9)$$

La frecuencia a la cual el módulo de pérdida $-E''$ alcanzaría su máximo valor que a una frecuencia de $1/(2\pi\tau)$ [Hz] con un valor $E_1/2$ respectivamente.

4. Metodología

4.1 Diseño de probetas, elección del material a emplear e impresión

4.1.1 Diseño de probetas.

Se buscó disminuir el gasto de material en las probetas y por lo tanto, su peso modificando el tamaño de sus agujeros (más adelante se evaluará el comportamiento del modelo de series de prony de acuerdo a estos cambios), de modo que se propuso cada espécimen con agujeros hexaédricos pasantes y longitud característica variable en función porcentual al ancho entre $L=0\%$ a $L=20\%$, es decir, para el primer caso corresponde a un espécimen macizo y para los demás sus medidas corresponden a un valor menor o igual a 0,2 veces el ancho; a su vez, el espacio entre cada tetraedro (Espesor de rejillas) corresponde al 10% del ancho de la probeta. A continuación, se plantearon todas las ecuaciones para definir la longitud característica y obtener todas las configuraciones requeridas, presentado en la figura 7.

De acuerdo a las normas ASTM, (2004a) D4065 y ASTM, (2004b) D5026 para la realización del ensayo no se exige una dimensión fija para el espécimen, así que se propuso medidas convenientes en su diseño para facilitar su instalación, definiendo el ancho de la probeta (A_p) de modo que esta se pueda introducir entre los rodillos que la sujetan, por lo tanto:

$$A_p = 20 \text{ mm} \quad (10)$$

Posteriormente se plantean ecuaciones de proporción para obtener sus otras dimensiones, donde L_p corresponde al largo de la probeta y E_p a su espesor.

$$L_p = 4A_p \quad (11)$$

$$E_p = 0,1A_p \quad (12)$$

Ya establecidas las aristas principales se fijan las relaciones entre los agujeros teniendo en cuenta el croquis ilustrativo de la figura 7 y la consideración de diseño propuesta sobre el espesor de rejilla (E_r), entonces:

$$E_r = 0,1A_p \quad (13)$$

Se desarrolla una ecuación que permita relacionar la longitud característica de cada orificio (L_c) con E_r y A_p como se indica:

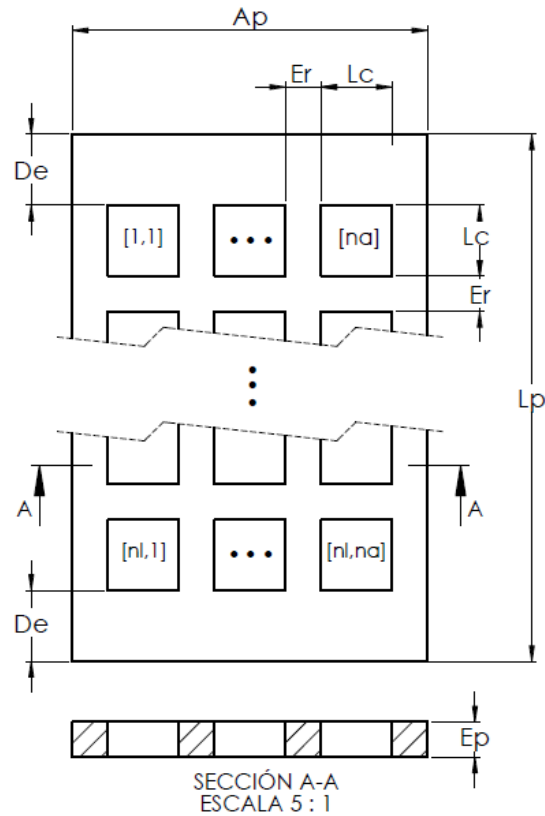
$$A_p = L_c(n_a) + (n_a + 1)E_r \quad (14)$$

donde n_a representa el número de orificios al ancho y despejando L_c se obtiene:

$$L_c = \frac{A_p - (n_a + 1)E_r}{n_a} \quad (15)$$

Figura 7.

Croquis ilustrativo para modelado de ecuaciones



De la ecuación 15 se tienen los datos suficientes para definir los orificios al ancho de la probeta; ahora, para definir los orificios al largo se declara la variable n_l , siendo esta función del ancho, resultando:

$$n_l = n_a \frac{L_p}{A_p} \quad (16)$$

Finalmente, las dimensiones de los extremos de la probeta hasta cada fila de agujeros (D_e) mostradas en la figura 7 se definen para centrar todos los orificios tetraédricos y obtener simetría; se escribió como función de las variables correspondientes al largo resultó:

$$D_e = \frac{L_p - (n_l L_c) - (n_l - 1)E_r}{2} \quad (17)$$

Se creó el croquis de la probeta mediante el programa CAD (Diseño Asistido por Computador) SolidWorks ingresando todas las relaciones en la herramienta “ecuaciones”, esta permitió atribuir una variable a cada dimensión u operación (Figura 8) que se van modificando de acuerdo a un solo parámetro y así obtener las distribuciones deseadas; en este caso, se precisó variar n_a pues corresponde a un número entero y está relacionado directamente con L_c , cuya modificación era de interés y de la cual se obtuvieron todas las configuraciones (Figura 9).

Por último, se agregó una pestaña a los extremos que sirve como área de sujeción o anclaje de aproximadamente 20 mm x 22 mm (Figura 9)

Figura 8.

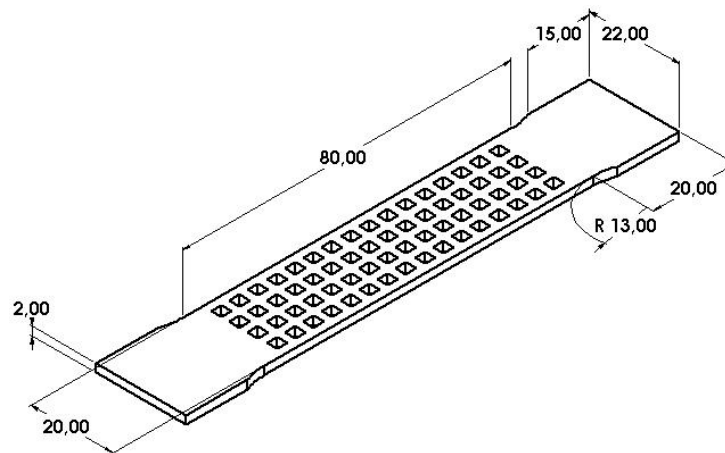
Fórmulas ingresadas en la herramienta “Ecuaciones” de SolidWorks para un espécimen $n_a=4$

Ecuaciones, variables globales y cotas

Nombre	Valor/Ecuación	Equivale a	Comentarios
Variables globales			
"Ap"	= 20mm	20mm	Ancho Probeta
"Lp"	= 4 * "Ap"	80mm	Largo Probeta
"Ep"	= 0.1 * "Ap"	2mm	Profundidad Probeta
"Er"	= "Ap" * 0.1	2mm	Espesor rejilla
"na"	= 4	4	Cant Orif Ancho
"Lc"	= ("Ap" - ("na" + 1) * "Er") / "na"	2.5	Longitud característica
"nl"	= "na" * ("Lp" / "Ap")	16mm	Cantidad Orif Largo
"De"	= ("Lp" - ("nl" * "Lc") - ("nl" - 1) * "Er") / 2	5mm	Distancia entre orificios
Agregar variable g...			
Operaciones			
Agregar supresión t...			
Ecuaciones			
"Lc@Orificio"	= "Lc"	2.5mm	
"D3@MatrizL2"	= "Lc" + "Er"	4.5mm	
"D1@MatrizL2"	= "na"	4	
"D4@MatrizL2"	= "Lc" + "Er"	4.5mm	
"D2@MatrizL2"	= "nl"	16	
"Ap@Sección Trar"	= "Ap"	20mm	
"Ep@Sección Trar"	= "Ep"	2mm	

Figura 9.

Diseño probeta final con $n_a = 4$ con pestañas para realizar agarre

**Tabla 3.**

Pesos de las probetas y porcentaje de peso con respecto a la probeta maciza.

Software		
Espécimen	Peso [g]	% (n_a /M)
$n_a=3$	4,54	76.7
$n_a=4$	4,96	83.8
$n_a=5$	5,31	89.7
Maciza	5,92	100

4.1.2 Disposición del material a emplear

Se dispuso de poliuretano termoplástico (TPU) NinjaFlex™ de la marca NinjaTek, la cual es especializada en fabricación de filamentos para impresión 3D ; según el fabricante es un material flexible con una densidad de 1.2g/cm^3 , se destaca su alta elongación que permite resistencia al impacto evitando desgaste o agrietamientos, asimismo, su composición permite ser usado como reductor de vibraciones. (*NinjaFlex 3D Printer Filament (85A)*, 2021)

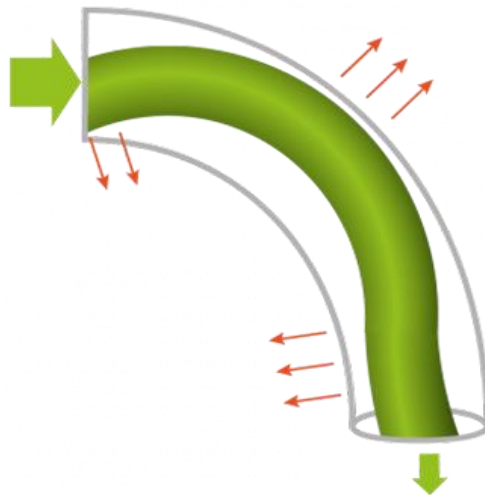
En cuanto a los parámetros de impresión, se recomienda que las temperaturas permanezcan entre un rango de 225 °C a 250°C, la temperatura de la placa a 50 °C y se sugiere pegamento en ella para la correcta adherencia de la pieza. (*NinjaFlex 3D Printer Filament (85A)*, 2021)

4.1.3 Impresión de las probetas

En primer lugar se buscó realizar la impresión haciendo uso de la impresora Geeetech A10 (Figura 12) disponible en la escuela de ingeniería mecánica, se realizaron varios intentos que resultaron en una mala calidad de impresión y en ocasiones obstrucción del material como lo muestra la figura 10 y figura 11 que representa esta situación .

Figura 10.

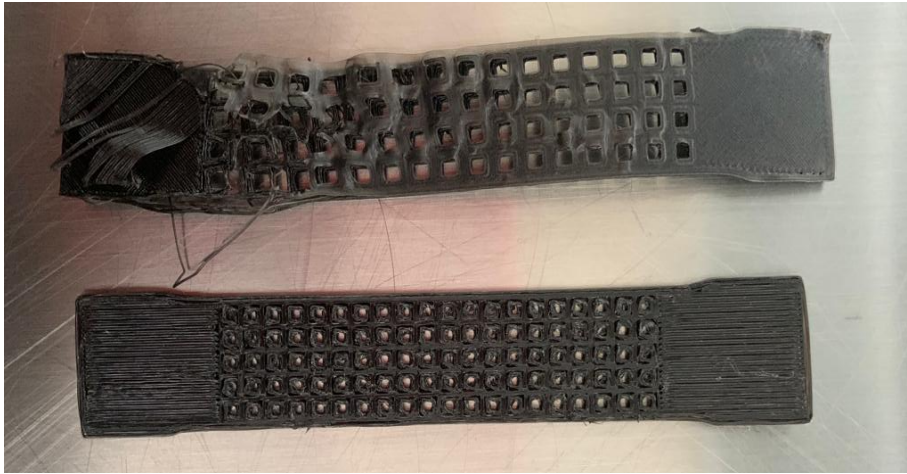
Flexión del filamento dentro del tubo guía del filamento (bowden), en la impresora Geeetech A10



Nota. Adaptado de (*Battling Bowden Tube Physics*, (s. f.) por E3D, s.f , E3D Online (<https://e3d-online.com/blogs/news/battling-bowden-tube-physics>))

Figura 11.

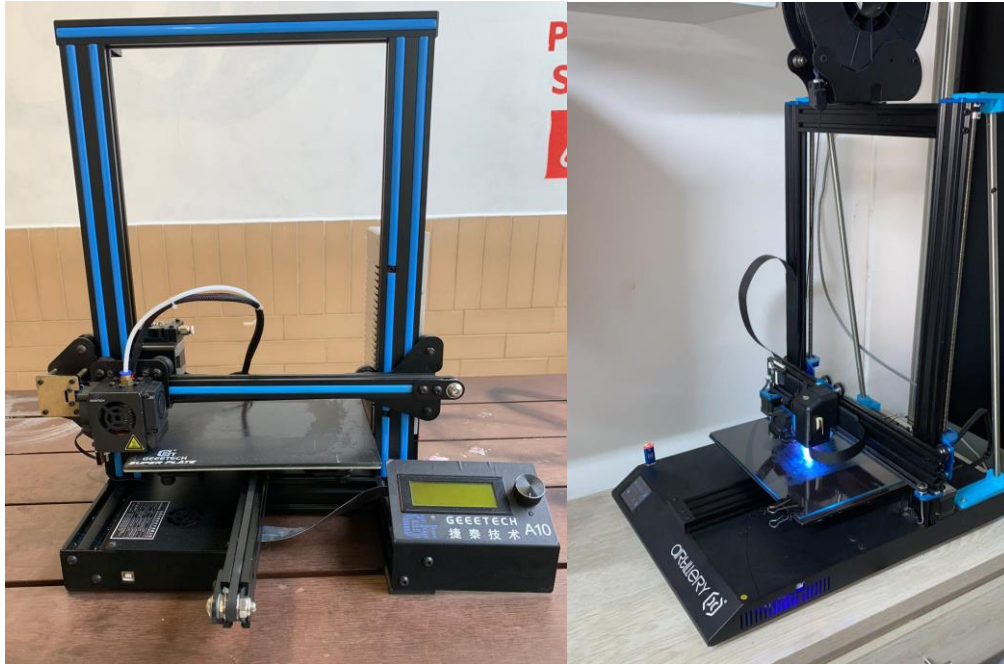
Probetas defectuosas, evidenciando una mala calidad de impresión



Por esta razón, se usó otro tipo de impresora con extrusor directo Artillery X1(figura 12). La cual ayudaría a que el material TPU no se flectara entregando mejores resultados en la impresión de los especímenes.

Figura 12.

Impresora Geeetech A10 (Extrusor Bowden) -izquierda- e Impresora Artillery XI (Extrusor directo) -Derecha-



El acabado de los ejemplares depende en gran medida de los parámetros de impresión, teniendo en cuenta lo anterior, se procedió a imprimir 16 unidades con valores de n_a 3, 4, 5 y maciza respectivamente teniendo en cuenta las indicaciones de diseño propuestas con los criterios mostrados en la tabla 4 y se obtuvieron las probetas mostradas en la figura 13.

Tabla 4.

Parámetros de impresión para todas las probetas

Parámetros de impresión			
Temperatura de Impresión (Extrusor)	250 °C	Temperatura de placa de impresión	60 °C
Densidad de relleno	100%	Patrón de relleno	Lineal
Altura de Capa (mm)	0.2	Número de capas	10

Parámetros de impresión			
Velocidad de impresión (mm/s)	20	Distancia de retracción	2 mm
Velocidad de retracción (mm/s)	25	Tipo de adherencia	Falda

Figura 13.

Probetas para ensayos a) $n_a=3$, b) $n_a=4$, c) $n_a=5$, d) Maciza

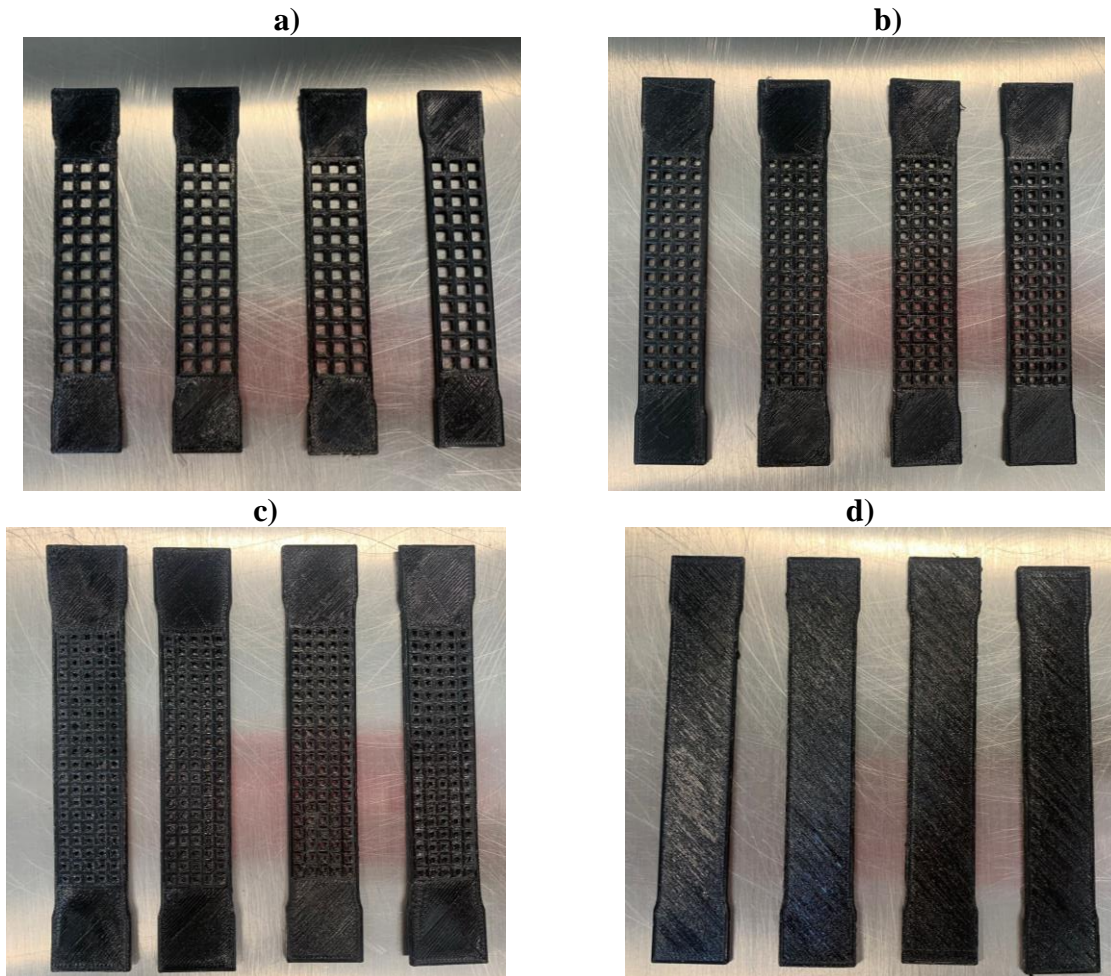


Tabla 5.

Peso de las probetas impresas y porcentaje real respecto a la probeta maciza

Impresión		
Espécimen	Peso [g]	% (n_a / M)
$n_a=3$	3,8	79.2
$n_a=4$	4,5	93.7
$n_a=5$	4,6	95.8
Maciza	4,8	100

4.2 Disposición de probetas en el equipo y realización del ensayo DMA

Se realizaron ensayos dinámicos a tensión según la norma ASTM D5026 en la máquina universal de ensayos (UTM) marca (Mechanical Testing Systems) MTS disponible en el laboratorio de ensayos mecánicos de la escuela de ingeniería mecánica, la cual por sus características y cabezales permite realizar gran variedad de experimentos incluidos el de interés.

En la figura 14 se muestra la sujeción la probeta a través de las pestañas destinadas para este fin con una presión de 500 psi a condiciones ambientales de 26°C y HR 71 % ; para asegurar la tensión de esta es necesario efectuar una precarga, por ello se replicaron ensayos variando esta magnitud y evaluar posteriormente su influencia en los resultados para cada espécimen de una misma configuración desde 10 N a 25 N con un paso de 5 N.

Se programó la máquina para obtener un movimiento oscilatorio sinusoidal con una amplitud de 1 mm. El rango de frecuencias para cada ensayo correspondió a valores de 0.5 Hz, 1 Hz, 3 Hz, 5 Hz, 7 Hz, 10 Hz con una frecuencia de muestreo de 1024 Hz durante 30 segundos con el fin de obtener mayor aproximación. De acuerdo a lo anterior se ejecutaron 96 ensayos en total obteniendo datos de tiempo, desplazamiento y fuerza.

Figura 14.

Montaje de espécimen en MTS $n_a=3$ (izquierda) y $n_a=5$ (derecha)

**4.3 Análisis de resultados experimentales**

A partir del ensayo dinámico realizado a las probetas por medio de la MTS, se obtienen datos de deformación y fuerza contra tiempo de las cuales se halló el desfase $-\delta-$ entre las curvas representadas en la figura 3 para calcular los módulos elástico $-E'-$ y pérdida $-E''-$ de acuerdo a la norma ASTM D-4065 con las ecuaciones 1 y 2; seguidamente se obtienen las gráficas correspondientes al ensayo expuestas más adelante.

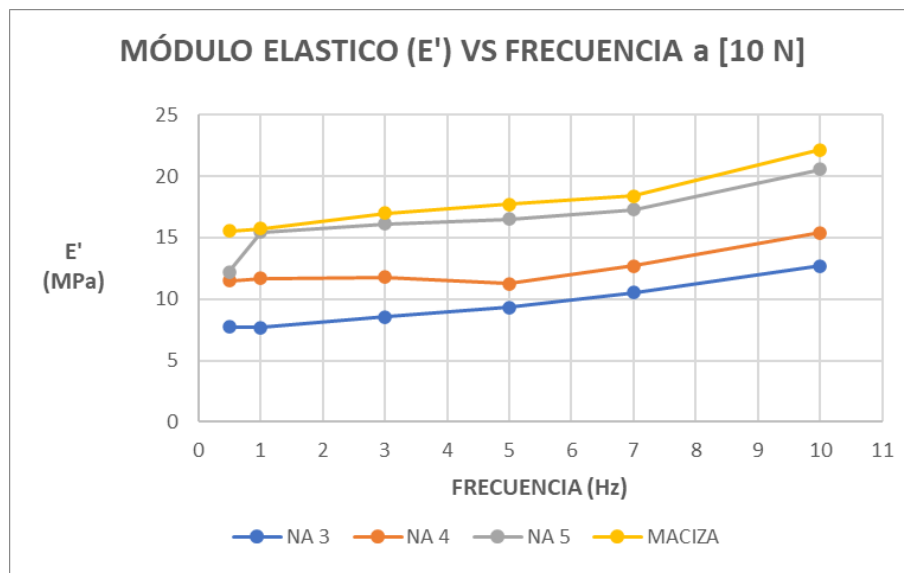
4.3.1 Análisis del efecto de la precarga en los resultados

Con el fin de comparar la influencia de la precarga, esta se varía y se observa la respuesta en E' , E'' y capacidad de amortiguamiento $-\tan(\delta)-$ para los cuatro diferentes tipos de espécimen.

La capacidad de almacenamiento de energía se ve gradualmente afectada por la variación en la precarga en el rango de frecuencias de estudio; para ejemplificar, a 10 N (Figura 15) la probeta na=4 varió desde 11.5 MPa a 15.4 MPa - incremento de 3.9 MPa - mientras que a 25 N (Figura 16) este mismo espécimen incrementó desde 9.5 MPa a 12.1 MPa - incremento de 2.6 Mpa - en las frecuencias comprendidas entre 0.5 a 10 Hz, mostrando que para menor precarga el incremento de la rigidez o E' es mayor debido al constante crecimiento de la curva en tanto que aumenta la frecuencia; esta ocurrencia se repitió para los demás especímenes y precargas respectivas¹, asimismo la probeta maciza a 25 N tuvo únicamente rata creciente entre 5 Hz - 10 Hz resultando en una alta dispersión respecto a los datos comparados.

Figura 15.

Módulo elástico - E' - vs frecuencia a 10 N de precarga



¹ Dicho comportamiento para las demás precargas experimentadas se pueden encontrar en el apéndice A.

Tabla 6.

Valores tabulados Módulo elástico $-E'$ - vs frecuencia a 10 N de precarga

Precarga [10N]				
Modulo Elástico [Mpa]				
Frecuencia [Hz]	$n_a=3$	$n_a=4$	$n_a=5$	Macizo
0.5	7,719	11,506	12,216	15,555
1.0	7,692	11,673	15,464	15,728
3.0	8,577	11,778	16,125	16,997
5.0	9,337	11,271	16,504	17,693
7.0	10,536	12,719	17,299	18,375
10.0	12,710	15,405	20,558	22,150

Ahora bien, comparando el valor de $\tan(\delta)$ se aprecia que para los especímenes sometidos a 10 N (Figura 17) el cambio en magnitud es gradual en contraste con los datos obtenidos a 25 N (Figura 18) que muestran cambios bruscos, es decir, dispersión sin mostrar alguna tendencia coherente para definir el comportamiento de las probetas.

Figura 16.

Módulo elástico $-E'$ - vs frecuencia a 25 N de precarga

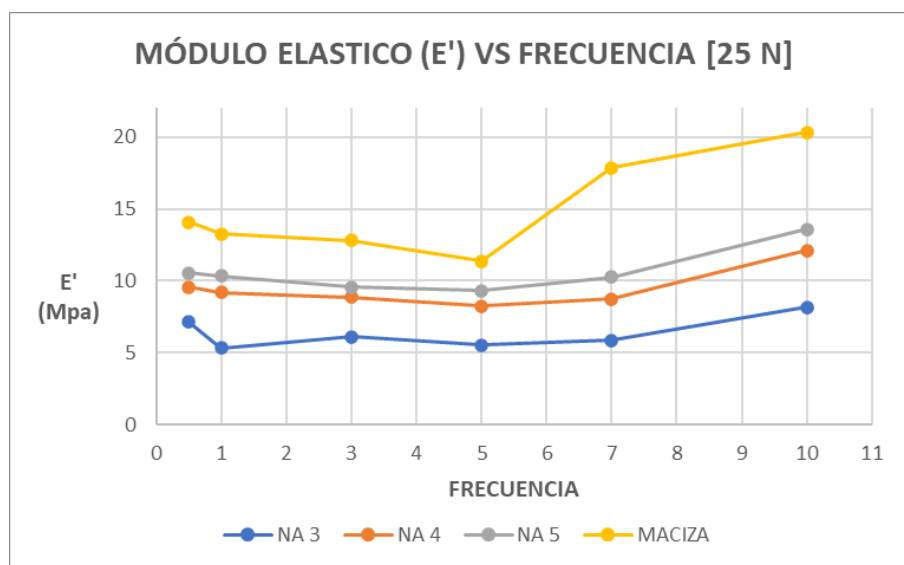


Tabla 7.

Valores tabulados Módulo elástico $-E'$ - vs frecuencia a 25 N de precarga

Precarga [25N]				
Modulo Elástico [Mpa]				
Frecuencia [Hz]	$n_a=3$	$n_a=4$	$n_a=5$	Macizo
0.5	7,142	9,559	10,559	14,085
1.0	5,341	9,199	10,347	13,280
3.0	6,121	8,846	9,575	12,826
5.0	5,547	8,237	9,321	11,388
7.0	5,845	8,724	10,266	17,861
10.0	8,166	12,105	13,583	20,342

Figura 17.

Amortiguamiento $-tan(\delta)$ - vs frecuencia a 10 N de precarga

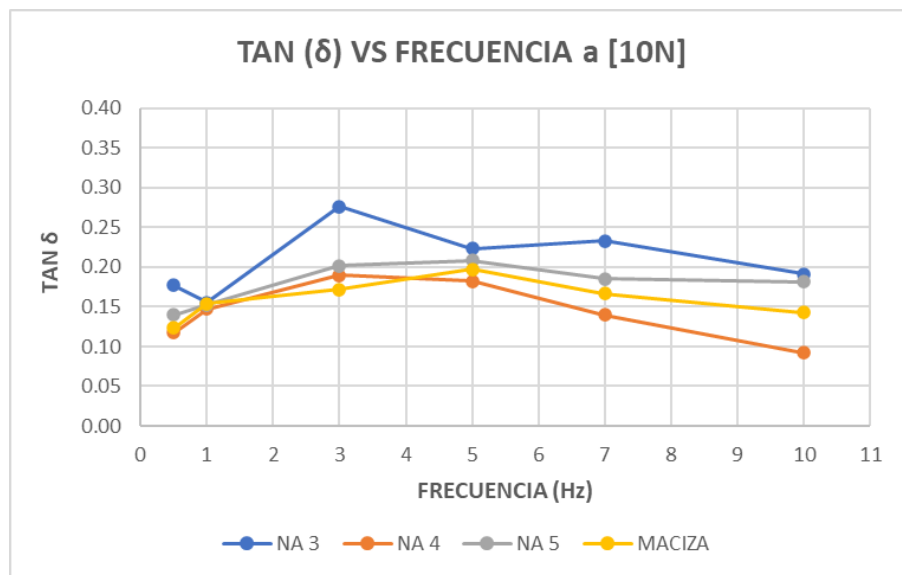


Tabla 8.

Valores tabulados Amortiguamiento $-tan(\delta)$ - vs frecuencia a 10 N de precarga

Precarga [10N]				
Tangente $[\delta]$				
Frecuencia [Hz]	$n_a=3$	$n_a=4$	$n_a=5$	Macizo
0.5	0.177	0.117	0.140	0.123
1.0	0.156	0.147	0.152	0.154
3.0	0.276	0.190	0.202	0.172
5.0	0.223	0.182	0.209	0.197
7.0	0.233	0.140	0.185	0.167
10.0	0.191	0.092	0.182	0.143

Figura 18.

Amortiguamiento $-tan(\delta)$ - vs frecuencia a 25 N de precarga

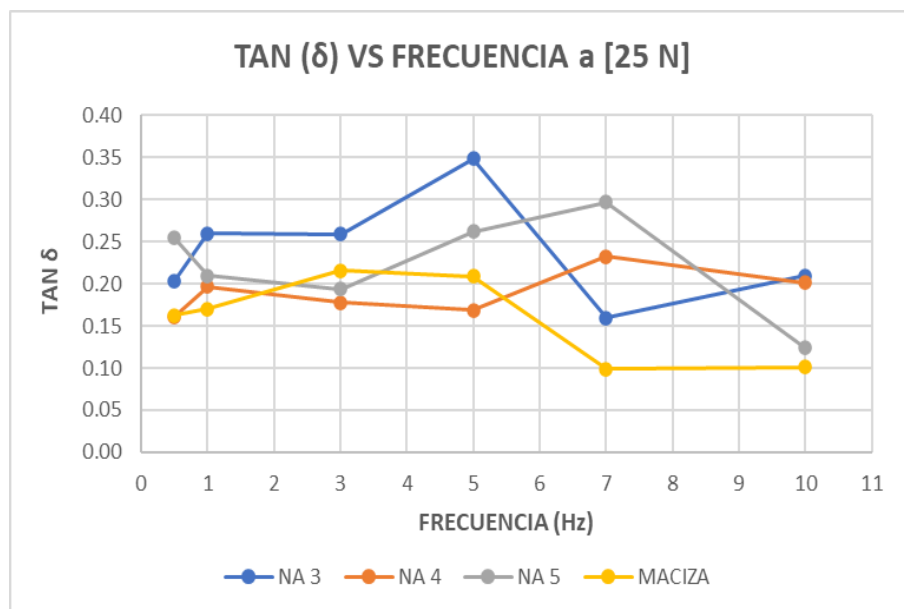


Tabla 9.

Valores tabulados Amortiguamiento -tan (δ)- vs frecuencia a 25 N de precarga.

Precarga [25N]				
TANGENTE [δ]				
Frecuencia [Hz]	n_a=3	n_a=4	n_a=5	Macizo
0.5	0.203	0.161	0.254	0.163
1.0	0.259	0.196	0.209	0.170
3.0	0.259	0.178	0.194	0.216
5.0	0.349	0.168	0.262	0.209
7.0	0.159	0.232	0.297	0.099
10.0	0.210	0.201	0.124	0.101

Debido a la dispersión ya mencionada, es conveniente analizar las probetas y su cambio en la configuración correspondiente a los sometidos a una menor precarga, esto es 10 N.

4.3.2 Análisis del cambio de estructura del espécimen en los resultados

Para esta fase, únicamente se examinaron las diferentes probetas sometidas a 10 N de precarga en el estudio de E' , $\tan(\delta)$ y E'' .²

De los valores graficados en el anterior numeral (figura 15) se contempló que la magnitud del módulo elástico en la probeta maciza siempre es mayor comparada con todas las probetas, aunque la probeta n_a=5 tiene magnitudes cercanas a la maciza permanece siempre menor, esto significa que existe una prevalencia de mayor rigidez a menor longitud característica del tetraedro o mayor densidad de relleno.

Por otra parte, la figura 19 muestra el comportamiento de módulo de pérdida E'' donde se puede observar que el espécimen macizo es mayor solamente comparado con n_a=3 y n_a=4 para

² Se tendrán en cuenta algunas gráficas del numeral anterior

todo el rango de frecuencia estudiada, pero sus magnitudes son mayores y cercanas de $n_a=5$ a estas condiciones excepto en las frecuencias 3 Hz, 7 Hz y 10 Hz donde es menor.

Figura 19.

Módulo de pérdida -E''- vs frecuencia a 10 N de precarga

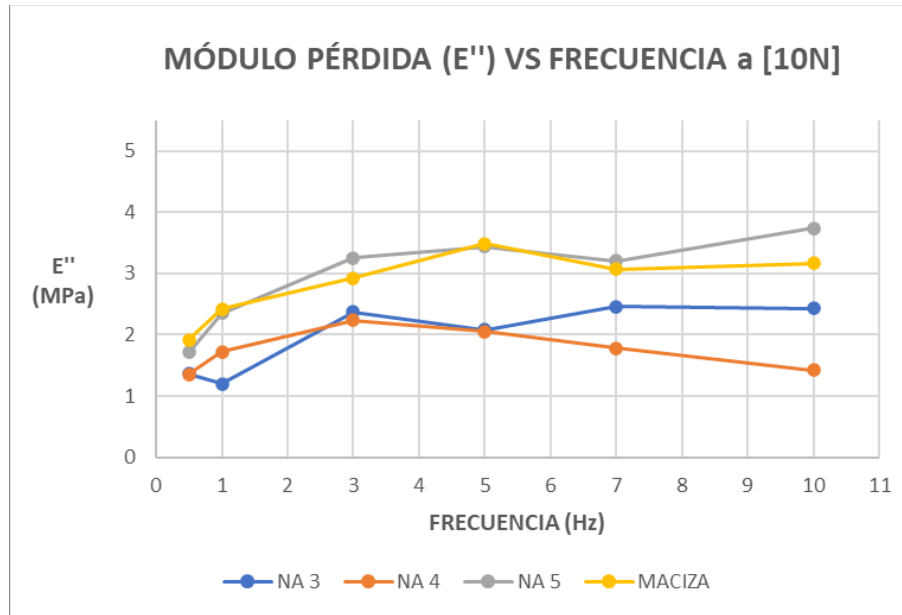


Tabla 10.

Valores tabulados Módulo de pérdida -E''- vs frecuencia a 10 N de precarga

Precarga [10N]				
Módulo de Perdida [Mpa]				
Frecuencia [Hz]	$n_a=3$	$n_a=4$	$n_a=5$	Macizo
0.5	1,365	1,351	1,709	1,918
1.0	1,197	1,718	2,356	2,425
3.0	2,369	2,240	3,257	2,920
5.0	2,082	2,053	3,442	3,489
7.0	2,457	1,776	3,203	3,069
10.0	2,434	1,422	3,735	3,164

También ocurre algo semejante con $n_a=4$ donde E'' es de menor magnitud que $n_a=3$ para todas las frecuencias excepto a 1 Hz; de este modo se nota un leve contraste respecto al comportamiento que se obtuvo en el análisis de rigidez manifestando que el módulo de pérdida depende en cierta medida de la densidad de la probeta pero no en el mismo grado que E' .

En último lugar respecto al desempeño en amortiguamiento (Figura 17) se observa que los valores máximos del factor de pérdida - $\tan(\delta)$ - se obtuvieron de la siguiente forma: los especímenes de menor relleno $n_a=3$ (0.276) y $n_a=4$ (0.190) a 3 Hz, los más densos $n_a=5$ (0.208) y maciza (0.197) a 5 Hz indicados en la tabla 11. Para todas las frecuencias $n_a=3$ presenta los mayores valores de amortiguación con relación a los demás especímenes; además se aprecia que $n_a=5$ tiene mejor desempeño respecto al espécimen macizo (salvo a 1 Hz donde la diferencia mínima) mientras que $n_a=4$ es mayor que la maciza únicamente a 3Hz. Los valores de frecuencia a pesar de no ser exactos tienden a aumentar entre mayor densidad de relleno.

Tabla 11.

Valores máximos de $\tan(\delta)$ y respectiva frecuencia

Especímen	$\tan(\delta)$ MAX	Frecuencia [Hz]
$n_a=3$	0.276	3
$n_a=4$	0.190	3
$n_a=5$	0.208	5
Macizo	0.197	5

4.4 Ajuste de datos a partir de las Series de Prony

Se elaboró un script con el software Matlab que fue alimentado con los cálculos realizados en Excel de los módulos E' , E'' y $\tan(\delta)$; usando el método de mínimos cuadrados no lineales con el algoritmo de Levenberg-Marquard de la función (lsqnonlin) y considerando un criterio de parada

asociada al error con $1e^{-6}$ se hallaron los parámetros de las series de Prony representados por las ecuaciones 8 y 9, según el rango de frecuencia usando $n=1$ sumandos, es decir, un único núcleo de relajación del modelo generalizado de Maxwell, los resultados se muestran en la tabla 12.

Tabla 12.

Parámetros las series de prony iterados mediante MATLAB con $n=1$ (un único núcleo de relajación)

Espécimen	E_0 [Mpa]	E_1 [Mpa]	τ_1[s]
$n_a=3$	7.5748	5.5402	0.0273
$n_a=4$	11.0636	4.3122	0.0249
$n_a=5$	13.6291	7.6836	0.0294
Macizo	15.3306	7.3383	0.0269

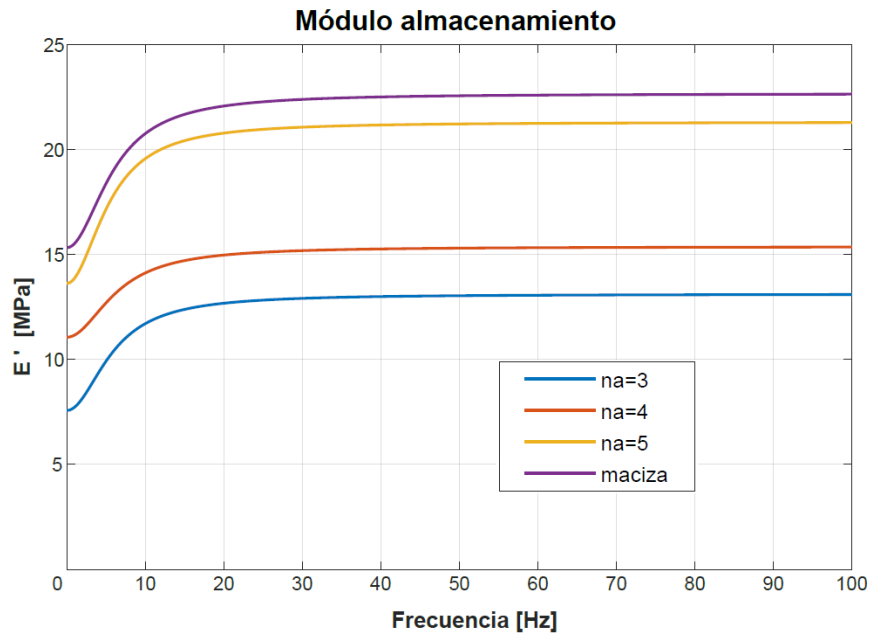
La tabla 12 compila los resultados del script donde se ve reflejado que a mayor cantidad de material aumenta la rigidez estática, esto es E_0 , demostrando que estas dos variables son directamente proporcionales, esto era de esperarse dado que a medida que el material es “más macizo” presenta mayor oposición a la deformación, es decir, mayor rigidez; asimismo, se observa que τ_1 se encuentra entre los 0,0249 y 0,0294 segundos aproximadamente y permanece casi constante.

Según el modelo para E' que se presenta en la figura 20, muestra el comportamiento creciente del módulo iniciando en E_0 y su valor cuando llega al equilibrio el cual corresponde a E_0+E_1 a frecuencias muy altas.³

³ Revisar anexos para confirmar el valor de los módulos calculados con el script

Figura 20.

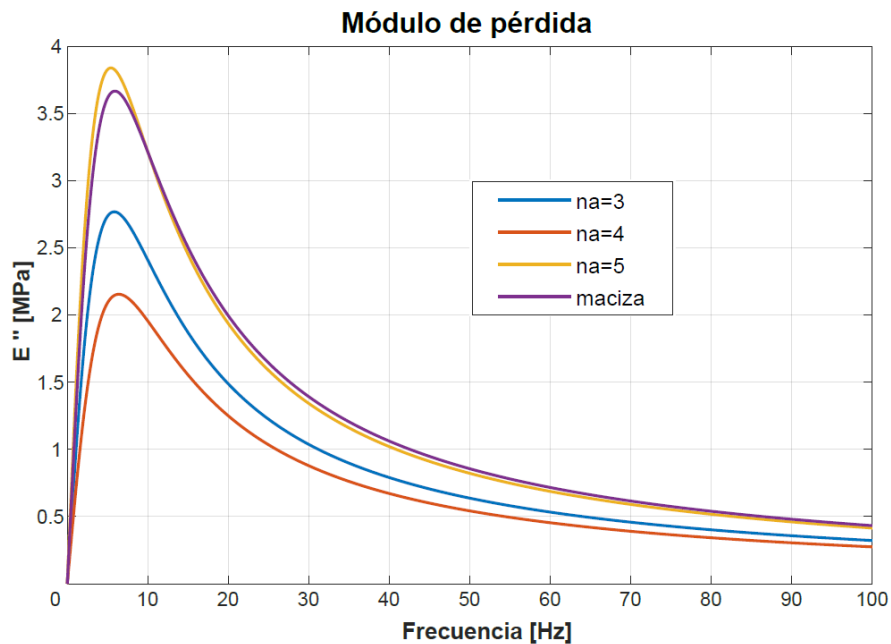
Ajuste del módulo de almacenamiento -E'- vs frecuencia a 10 N de precarga mediante el método de series de Prony



La figura 21 y tabla 13 muestran que la probeta $n_a=5$ se destaca siendo de mayor magnitud que las demás con 3.85 Mpa a 5.4 Hz, mientras que la probeta $n_a=4$ presentó el menor valor con 2.1 Mpa a 6.4 Hz, de este modo se puede notar nuevamente la tendencia ya mencionada: a menor densidad de relleno, menor E'' y viceversa.

Figura 21.

Ajuste del módulo de pérdida -E''- vs frecuencia a 10 N de precarga mediante el método de series de Prony

**Tabla 13.**

Valores Módulo viscoso máximo vs frecuencia del modelo de series de prony

Espécimen	E'' _{Max} [MPa]	Frecuencia [Hz]
n _a =3	2.77006	5.8
n _a =4	2.1561	6.4
n _a =5	3.84179	5.4
Macizo	3.66914	5.9

En última instancia analizando el factor de pérdida, la probeta n_a=3 se muestra como la que más destaca en proporción respecto a las demás (Figura 22 y tabla 14) teniendo un valor máximo de tangente de pérdida de 0.278 a una frecuencia 4.4 Hz. El comportamiento del amortiguamiento

para cada espécimen mostró que la probeta maciza no es la que mejor amortigua, con una magnitud $\tan(\delta)$ de 0.1968.

El cambio de estructura con llenado hexaédrico permite en ciertos casos obtener una mayor razón de amortiguamiento en el caso de $n_a=5$ con un valor de $\tan(\delta)$ 0.2254 y ya mencionado $n_a=3$; si se compara el espécimen $n_a=4$ se observa que es la que menos amortigua con $\tan(\delta)$ de 0.1653.

Figura 22.

Gráfica resultante del ajuste de $\tan(\delta)$ mediante el método de series de Prony

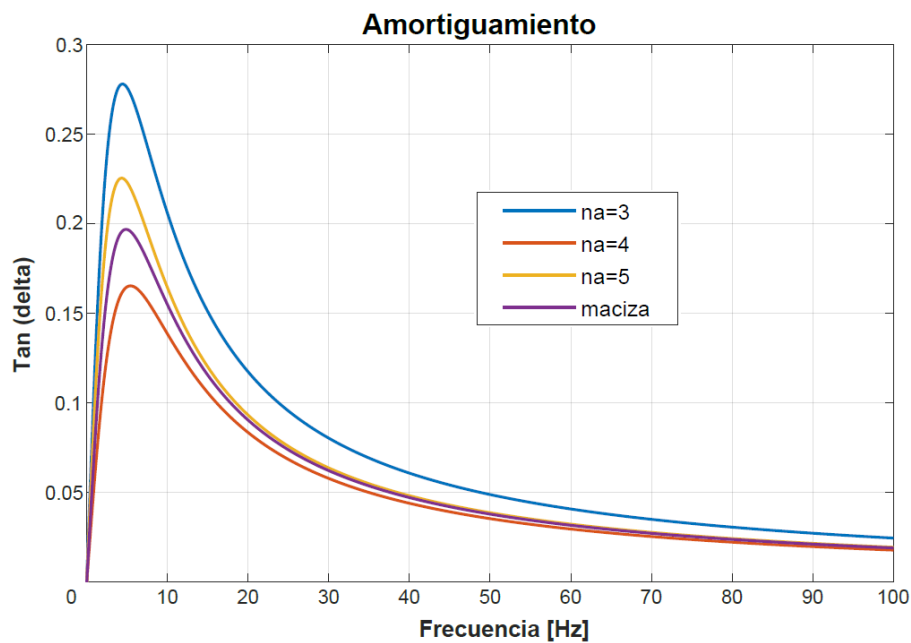


Tabla 14.

Valores Amortiguamiento máximo vs frecuencia del modelo de prony

Espécimen	Tan (δ)	Frecuencia [Hz]
$n_a=3$	0.277917	4.4
$n_a=4$	0.16531	5.4
$n_a=5$	0.225409	4.3
Macizo	0.196816	4.9

Finalmente en la figura 22 se muestra el comportamiento de la razón de amortiguamiento descrito por el modelo de series de Prony como función de la frecuencia donde se observa que a medida que aumenta la frecuencia disminuye dicho factor, indicando que el comportamiento disipativo del TPU es útil para aplicaciones que requieran disipación de vibración para pequeñas frecuencias.

5. Conclusiones

Del presente proyecto de investigación se puede concluir lo siguiente:

La precarga es un factor a tener en cuenta en un ensayo pues en esta investigación reveló que afecta la dispersión de los datos y por lo tanto el error; a medida que aumenta la precarga aumenta la dispersión; por lo tanto, se sugieren precargas máximo de 10N (incluso menores) de manera que se asegure que las probetas siempre permanezcan a tensión.

Partiendo que a mayor longitud característica menor densidad de llenado de la probeta, se descubrió que esta variable afecta la rigidez, módulo viscoso y capacidad de amortiguamiento revelando que un patrón de llenado menos denso puede mejorar las capacidades mecánicas de un material; en este sentido, a pesar que la rigidez y el módulo viscoso disminuyen, la relación entre ellos (amortiguamiento) aumenta lo cual es conveniente en condiciones de disipación de energía como en el caso de sistemas de amortiguación pasiva.

El ajuste demostró coherencia respecto a la rigidez de las probetas, pues se encontró que la probeta es más rígida si su longitud característica es menor.

Se encontraron los parámetros del modelo de series de Prony con un único núcleo de relajación ($n=1$); E_0 y E_1 aumentaron a menor longitud característica (mayor densidad de relleno) mientras que τ_1 permanece aproximadamente constante debido a que los tiempos de relajación son los mismos independientemente de la configuración de la probeta; una vez calibrado el modelo se hallaron las frecuencias a las cuales cada espécimen presentó el máximo amortiguamiento, evidenciando que la probeta de patrón de llenado $n_a=3$ fue la que tuvo el mejor desempeño en cuanto a tangente de pérdida indicando que implementar una retícula en configuración hexaédrica permite mejorar las condiciones de amortiguamiento y disminuir el peso (para $n_a=3$ fue del 23% aproximadamente).

6. Comentarios

Debido a la naturaleza viscoelástica del TPU, es necesario aguardar un tiempo prudente para alcanzar la relajación y después realizar el ensayo.

A consecuencia de las propiedades higroscópicas del TPU es necesario mantenerlo en constante secado tanto antes como después de la impresión y de esta manera no se afecten los resultados del ensayo.

Es posible que las inconsistencias presentadas respecto a las probetas $n_a=4$ y $n_a=5$ se deban a una carencia de secado o que el rango de frecuencias tomado no fuese el suficiente, por esto, se recomienda realizar el ensayo con una máquina que presente menor inercia y así permita un dominio de frecuencias más amplio.

Referencias Bibliográficas

- 3D Printing Industry. (2016, mayo 23). *The Free Beginner's Guide*.
<https://3dprintingindustry.com/3d-printing-basics-free-beginners-guide/>
- ASTM. (2004a). *Standard Practice for Plastics: Dynamic Mechanical Properties: Determination and Report of Procedures* (N.º D4065).
- ASTM. (2004b). *Standard Test Method for Plastics: Dynamic Mechanical Properties: In Flexure (Dual Cantilever Beam)* (D5418).
- Battling Bowden Tube Physics*. (s. f.). E3D Online. Recuperado 16 de febrero de 2022, de
<https://e3d-online.com/blogs/news/battling-bowden-tube-physics>
- Borges, F. C. L., Roitman, N., Magluta, C., Castello, D. A., & Franciss, R. (2014). A concept to reduce vibrations in steel catenary risers by the use of viscoelastic materials. *Ocean Engineering*, 77, 1–11. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2013.12.004>
- Chakraborty, B. C., & Ratna, D. (2020). Polymers for Vibration Damping Applications. In *Elsevier*. <https://doi.org/10.1016/c2018-0-05116-6>
- Chen, T. (2000). Determining Viscoelastic Strain Data a Prony Material Series for a From Time Varying. *Nasa*, May, 26.
- Collins, D. (2019, mayo 22). *Vibration damping: What's the difference between passive and active?* <https://www.motioncontroltips.com/vibration-damping-whats-the-difference-between-passive-and-active-methods/>
- Drozdov, A. D. (2011). Cyclic viscoelastoplasticity and low-cycle fatigue of polymer composites. *International Journal of Solids and Structures*, 48(13), 2026–2040.
<https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2011.03.009>

Extrusión directa vs. tipo bowden. (2021, agosto 30). *Recreus*.

<https://recreus.com/es/noticias/aprende-con-recreus/extrusion-directa-vs-tipo-bowden>

Fast Radius. (s. f.). Know your materials: TPE vs. TPU. Recuperado 7 de febrero de 2022, de

<https://www.fastradius.com/resources/know-your-materials-tpe-vs-tpu/>

Filament2Print. (2020, junio 17). *Sistemas de extrusión directa y bowden*.

https://filament2print.com/es/blog/94_extrusion-directa-bowden.html

Gil Peláez, J. J., & Suárez, L. E. (2010). Amortiguamiento en Estructuras de Acero Mediante

Tratamiento a Cortante. *Iteckne*, 7(1), 34–45. <https://doi.org/10.15332/iteckne.v7i1.346>

Gröhlich, M., Böswald, M., & Winter, R. (2019). Vibration damping capabilities of treatments

with frequency and temperature dependent viscoelastic material properties. *23rd*

International Congress on Acoustics, September, 4273–4280.

Gutierrez-Lemini, D. (2014). Engineering viscoelasticity. In *Engineering Viscoelasticity*.

<https://doi.org/10.1007/978-1-4614-8139-3>

HEXPOL TPE. (s. f.). *What is TPE* Recuperado 5 de febrero de 2022, de

<https://www.hexpol.com/tpe/resources/tpe-academy/what-is-tpe/>

Ishikawa, S., Tanaka, K., Yano, D., & Kijimoto, S. (2020). Design of a disc-shaped viscoelastic

damping material attached to a cylindrical pipe as a dynamic absorber or Houde damper.

Journal of Sound and Vibration, 475, 115272. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2020.115272>

Jalocha, D., Constantinescu, A., & Neviere, R. (2015). Revisiting the identification of generalized

Maxwell models from experimental results. *International journal of solids and structures*,

67-68, 169-181.

Kelly, P. (2013). Solid mechanics part I: An introduction to solid mechanics. *A Creative Commons*

Attributions, Mountain View, CA, 94042.

- Liu, Q., Ruan, D., & Huang, X. (2018). Topology optimization of viscoelastic materials on damping and frequency of macrostructures. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 337, 305-323.
- Luis. (2020, enero 23). *Cómo funciona una impresora 3D FFF*. Luis Llamas. <https://www.luisllamas.es/como-funciona-una-impresora-3d-fff/>
- Menard, K P. (2008) *Dynamical mechanical analysis a practical introduction* Taylor & Francis Group, LLC
- Menard, K. (2008). *Dynamic Mechanical Analysis* (2nd ed.). CRC Press.
- NinjaTek. (2021, febrero 18). *NinjaFlex 3D Printer Filament (85A)*. <https://ninjatek.com/shop/ninjaflex/>
- Papanicolaou, G. C., & Zaoutsos, S. P. (2019). Viscoelastic constitutive modeling of creep and stress relaxation in polymers and polymer matrix composites. In *Creep and Fatigue in Polymer Matrix Composites* (2nd ed.). Elsevier Ltd. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-102601-4.00001-1>
- Pinto, R. A., & Laguna, J. A. (2020). Caracterización mecánica de un material elastómero termoplástico utilizado en la impresión 3D para el amortiguamiento pasivo de los sistemas mecánicos (thesis). Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga.
- Song, H., Liang, Z., Chen, Z., & Rahman, S. S. (2020). Numerical Modelling of Hydraulic Fracture Propagation in Poro-Viscoelastic Formation. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.petrol.2020.107640>
- Tan, B., & Stephens, L. S. (2019). Evaluation of viscoelastic characteristics of PTFE-Based materials. *Tribology International*, 140(March), 105870. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2019.105870>

Wang, R., Shang, J., Li, X., Luo, Z., & Wu, W. (2018). Vibration and damping characteristics of 3D printed Kagome lattice with viscoelastic material filling. *Scientific Reports*, 8(1), 1–13.

<https://doi.org/10.1038/s41598-018-27963-4>

Zhou, X. Q., Yu, D. Y., Shao, X. Y., Wang, S., & Tian, Y. H. (2014). Asymptotic analysis on flexural dynamic characteristics for a sandwich plate with periodically perforated viscoelastic damping material core. *Composite Structures*, 119, 487–504.

<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.09.017>

Apéndices

Apéndice A. Gráficas para precargas de 15N, 20N y 25N

Figura 1.

Módulo elástico $-E'$ - vs frecuencia a 15 N de precarga

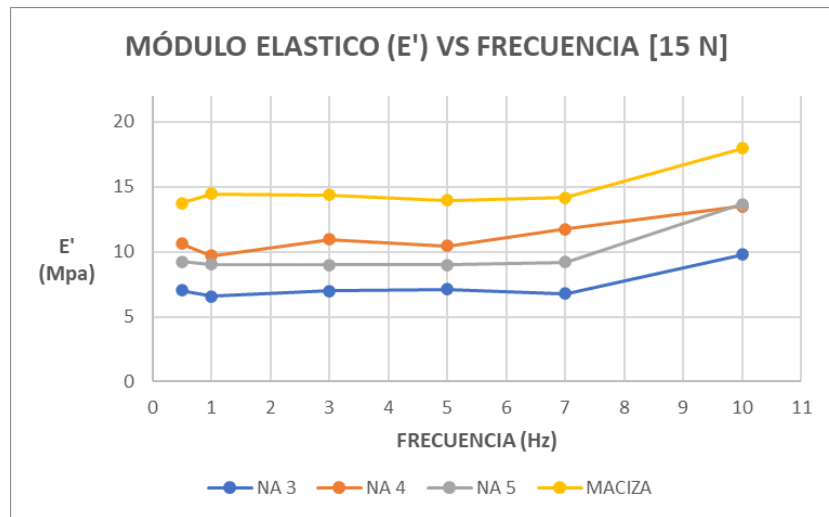


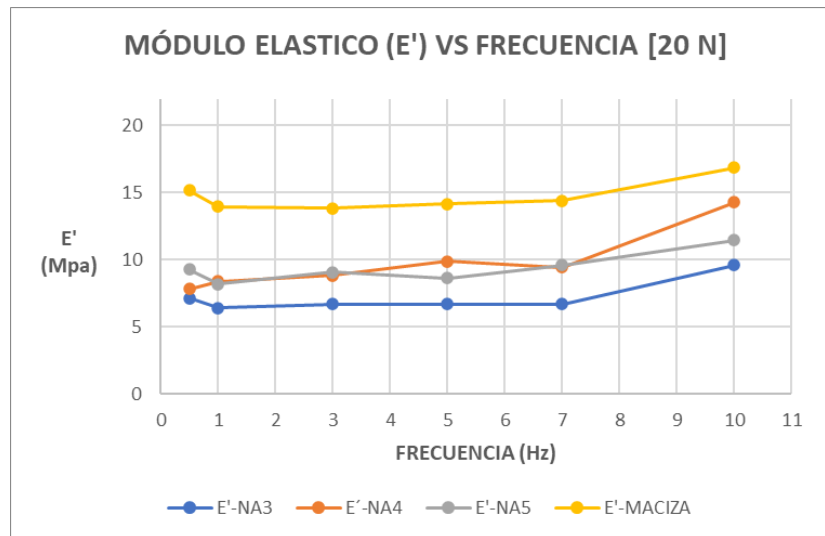
Tabla 1.

Valores tabulados *Módulo elástico $-E'$ - vs frecuencia a 15 N de precarga*

Precarga [15N]				
Modulo Elástico [Mpa]				
Frecuencia [Hz]	$n_a=3$	$n_a=4$	$n_a=5$	Macizo
0.5	7,009	10,640	9,250	13,745
1.0	6,551	9,689	9,043	14,444
3.0	6,991	10,948	9,000	14,395
5.0	7,125	10,449	8,980	13,965
7.0	6,770	11,748	9,206	14,164
10.0	9,803	13,521	13,665	17,964

Figura 2.

Módulo elástico -E'- vs frecuencia a 20 N de precarga

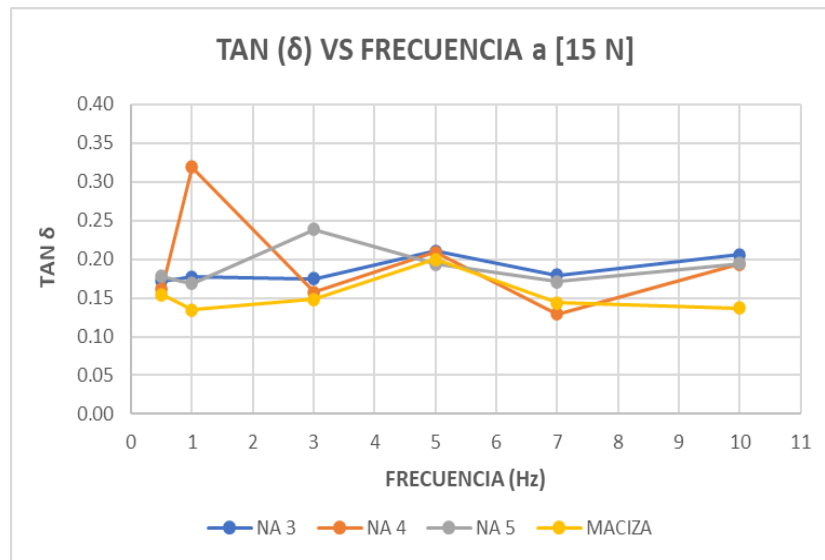
**Tabla 2.**

Valores tabulados *Módulo elástico -E'- vs frecuencia a 20 N de precarga*

Precarga [20N]				
Modulo Elástico [Mpa]				
Frecuencia [Hz]	n_a=3	n_a=4	n_a=5	Macizo
0.5	7,144	7,851	9,297	15,158
1.0	6,401	8,400	8,199	13,984
3.0	6,706	8,826	9,090	13,848
5.0	6,701	9,898	8,650	14,158
7.0	6,699	9,464	9,599	14,393
10.0	9,591	14,301	11,465	16,888

Figura 3

Amortiguamiento -tan (δ)- vs frecuencia a 15 N de precarga

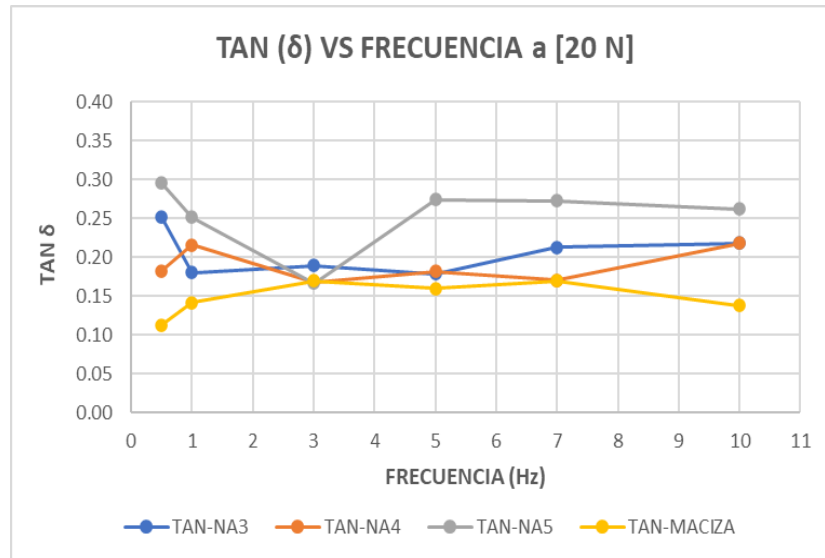
**Tabla 3.**

Valores tabulados Amortiguamiento -tan (δ)- vs frecuencia a 15 N de precarga

Precarga [15N]				
Tangente δ				
Frecuencia [Hz]	$n_a=3$	$n_a=4$	$n_a=5$	Macizo
0.5	0.171	0.161	0.178	0.154
1.0	0.177	0.318	0.169	0.135
3.0	0.175	0.158	0.239	0.148
5.0	0.210	0.209	0.193	0.200
7.0	0.179	0.129	0.171	0.144
10.0	0.206	0.194	0.194	0.137

Figura 4.

Amortiguamiento -tan (δ)- vs frecuencia a 20 N de precarga

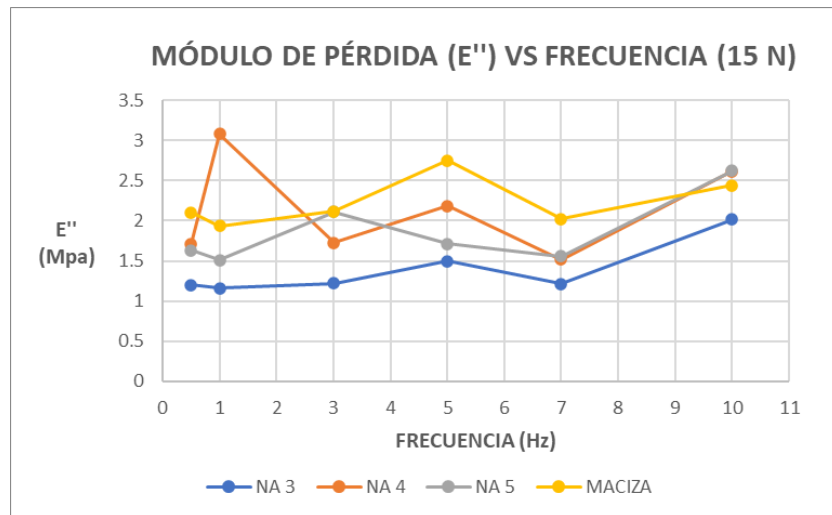
**Tabla 4.**

Valores tabulados Amortiguamiento -tan (δ)- vs frecuencia a 20 N de precarga

Precarga [20N]				
Tangente δ				
Frecuencia [Hz]	$n_a=3$	$n_a=4$	$n_a=5$	Macizo
0.5	0.251	0.182	0.295	0.112
1.0	0.180	0.215	0.252	0.141
3.0	0.189	0.168	0.166	0.170
5.0	0.178	0.182	0.274	0.160
7.0	0.213	0.170	0.272	0.169
10.0	0.218	0.218	0.262	0.138

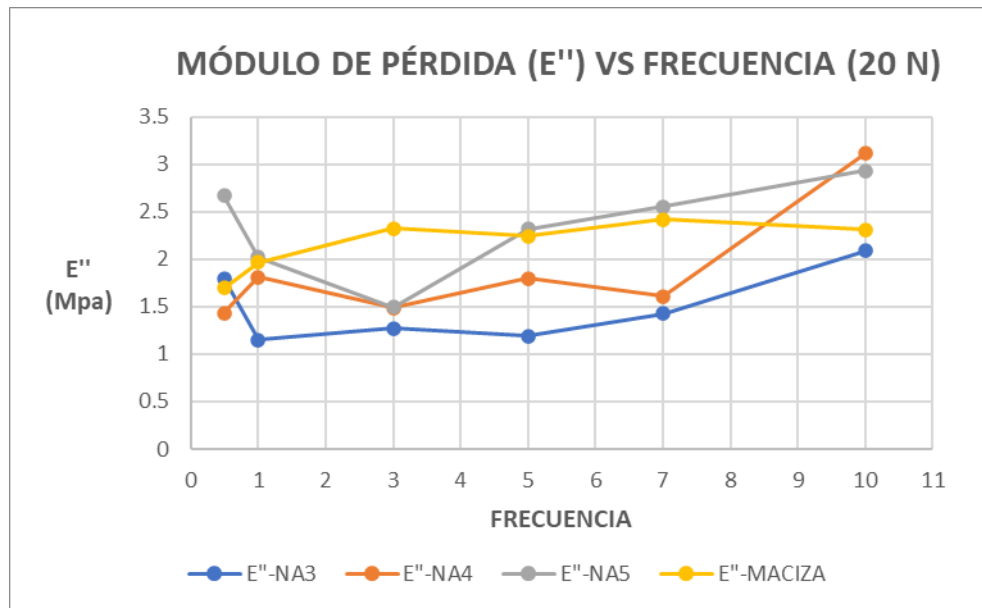
Figura 5.

Módulo de pérdida -E''- vs frecuencia a 15 N de precarga

**Tabla 5.**

Valores tabulados *Módulo de pérdida -E''- vs frecuencia a 15 N de precarga*

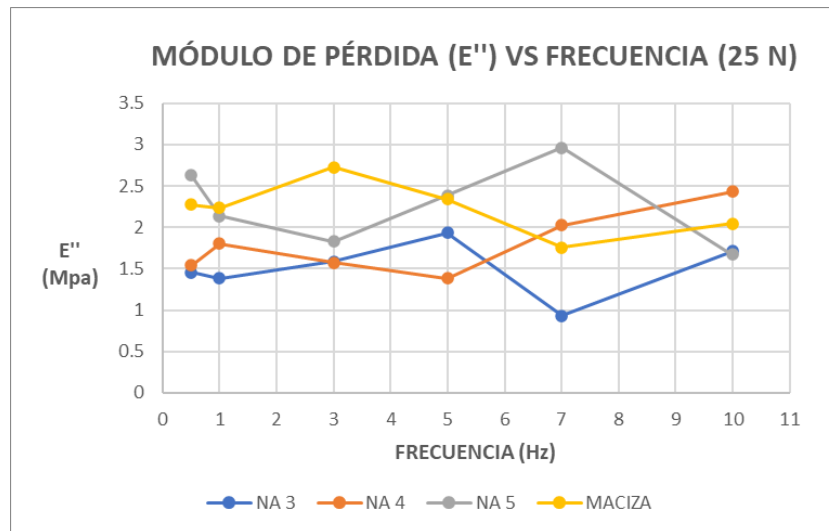
Precarga [15N]				
Modulo de Perdida [Mpa]				
Frecuencia [Hz]	n_a=3	n_a=4	n_a=5	Macizo
0.5	1,201	1,712	1,629	2,106
1.0	1,161	3,084	1,511	1,936
3.0	1,221	1,725	2,108	2,121
5.0	1,497	2,182	1,716	2,755
7.0	1,212	1,519	1,558	2,025
10.0	2,018	2,618	2,622	2,439

Figura 6.*Módulo de pérdida -E''- vs frecuencia a 20 N de precarga***Tabla 6.***Valores tabulados Módulo de pérdida -E''- vs frecuencia a 20 N de precarga*

Precarga [20N]				
Modulo de Perdida [Mpa]				
Frecuencia [Hz]	n _a =3	n _a =4	n _a =5	Macizo
0.5	1,796	1,432	2,666	1,695
1.0	1,151	1,809	2,020	1,965
3.0	1,270	1,485	1,495	2,326
5.0	1,194	1,798	2,315	2,240
7.0	1,426	1,610	2,552	2,415
10.0	2,089	3,116	2,933	2,308

Figura 7.

Módulo de pérdida -E''- vs frecuencia a 25 N de precarga

**Tabla 7.**

Valores tabulados *Módulo de pérdida -E''- vs frecuencia a 25 N de precarga*

Precarga [25N]				
Módulo de Pérdida [Mpa]				
Frecuencia [Hz]	n _a =3	n _a =4	n _a =5	Macizo
0.5	1,453	1,542	2,627	2,272
1.0	1,384	1,805	2,136	2,237
3.0	1,586	1,574	1,830	2,724
5.0	1,933	1,386	2,388	2,342
7.0	932	2,025	2,963	1,759
10.0	1,713	2,432	1,675	2,047

Apéndice B. Explicación del script realizado en MATLAB

El ajuste matemático se realizó mediante el software Matlab con el fin de calibrar las curvas graficadas y observar fácilmente el comportamiento ideal de los módulos a mayores frecuencias. De los datos experimentales se desarrolló un script diferente para cada espécimen a precarga 10N como se explica a continuación:

Se definieron dos vectores de entrada: uno de frecuencia (rad/s) y otro vector que contiene los datos experimentales (tanto la parte real $-E'$ como imaginaria $-E''$) presentado en las ecuaciones 18 y 19:

$$\omega = [0.5 \ 1 \ 3 \ 5 \ 7 \ 10] \cdot 2\pi \quad (18)$$

$$E_0 = [E_{Exp\text{real}}, E_{Exp\text{imag}}] \quad (19)$$

Los valores en E_0 corresponden a magnitudes en el orden de Pa, sin embargo, la diferencia entre las incógnitas ' τ_i ' y ' E_i ' -en decimales y en millones respectivamente- generan fallos de iteración de manera que se operó el vector con los módulos E' y E'' como número entero de menor orden -dividido en $1e6$ -, por ende, se interpretaron los resultados como magnitudes en MPa como se ejemplifica en la ecuación 20 que compila los seis valores respectivos de cada módulo para una probeta maciza con precarga 10 N.

$$E_0 = [15554611.92 \quad 15728032.77 \quad 16997347.18 \quad 17693097.82 \quad 18375243.52 \quad (20) \\ 22150183.48 \quad 1918420.326 \quad 2424946.423 \quad 2920412.017 \quad 3489033.048 \\ 3069265.871 \quad 3164338.945] / 1e6$$

Se empleó dos veces la misma función a partir de las ecuaciones 8 y 9 las cuales tenían diferentes cometidos, la primera 'fun' -ecuación 21- se usó con el objetivo de definir el error entre

las ecuaciones y los datos experimentales para cada 'x' iterado; en segundo lugar 'funm' (ecuación 22 -en el caso de la probeta maciza-) se determinó como la función teórica con el fin de graficar el modelo matemático una vez halladas las incógnitas. Ahora bien, se fijó un vector de valores iniciales -concediendo al script un punto de partida para iterar- de los módulos E_0 , E_1 y el tiempo de relajación ' τ_i ' ejemplificado en la ecuación 23 que corresponden a los parámetros $x(1)$, $x(2)$ y $x(3)$ respectivamente de las ecuaciones 21 y 22.

$$\text{fun} = @(x) [(x(1) + (x(2)*(w.^2)*(x(3)^2))./(1 + (w.^2)*(x(3)^2))) , \\ ((x(2)*w*x(3))./(1 + (w.^2)*(x(3)^2)))] - E2; \% \text{ERROR} \quad (21)$$

$$\text{funm} = @(x)[(x(1) + (x(2)*(w.^2)*(x(3)^2))./(1 + (w.^2)*(x(3)^2))) , \\ ((x(2)*w*x(3))./(1 + (w.^2)*(x(3)^2)))] ; \% E' , E'' \quad (22)$$

$$X0 = [7 \quad 5 \quad 0.0105] \quad (23)$$

Para las secuencia de comandos, se utilizó la función 'Lsqnonlin' la cual aplica el método de mínimos cuadrados no lineales permitiendo encontrar el conjunto de parámetros (E_0 , E_1 ... E_n y τ_1 ... τ_n) del modelo de series de Prony -ecuaciones 7 y 8- más óptimo utilizando los datos experimentales calculados - E' , E'' - y su respectiva frecuencia.

A continuación, se muestra el script para el espécimen macizo a precarga de 10 N, que incluye otras funciones para obtener las gráficas y las opciones requeridas para el comando 'Lsqnonlin':

```
clc,clear,close all;

w=[0.5 1 3 5 7 10]*2*pi; %FRECUENCIA

E0=[15554611.92 15728032.77 16997347.18 17693097.82 18375243.52 22150183.48
1918420.326 2424946.423 2920412.017 3489033.048 3069265.871 3164338.945]/1e6;

%MÓDULOS

fun= @(x) [( x(1) + (x(2)*(w.^2)*(x(3)^2))./(1+ (w.^2)*(x(3)^2)) ) ,
((x(2)*w*x(3))./(1+ (w.^2)*(x(3)^2))) ] - E0; % ERROR

funm= @(x)[( x(1) + (x(2)*(w.^2)*(x(3)^2))./(1+ (w.^2)*(x(3)^2)) ) ,
((x(2)*w*x(3))./(1+ (w.^2)*(x(3)^2))) ]; % E' , E''

X0 = [7 5 0.0105 ]; % VALORES DE x(1) .. x(n) DE PARTIDA

options = optimoptions(@lsqnonlin,'Algorithm','trust-region-reflective');
options = optimoptions('lsqnonlin','Display','iter');

[x,RESNORM,RESIDUAL,EXITFLAG] = lsqnonlin(fun,X0,[],[],options)

salida = funm(x); %FUNCIÓN A GRAFICAR

subplot(1,3,1);
plot(w/(2*pi),E0(1:6),w/(2*pi),salida(1:6)); % PLOT E'
ylim ([0,18])
title('Módulo almacenamiento')
xlabel(' Hz')
ylabel("MPa")
```

```
legend('Experimental', 'Modelo')
grid on

subplot(1,3,2);
plot(w/(2*pi),E0(7:12),w/(2*pi),salida(7:12)); %PLOT E''
ylim ([0,4])
xlabel('Hz')
ylabel("MPa")
title('Módulo perdida')
legend('Experimental', 'Modelo')
grid on

subplot(1,3,3);
plot(w/(2*pi),E0(7:12)./E0(1:6),w/(2*pi),salida(7:12)./salida(1:6)); % PLOT
TAN  $\delta$ 
% ylim ([0,1])
xlabel('Hz')
ylabel("tan (delta) ")
title('Amortiguamiento')
legend('Experimental', 'Modelo')
grid on
```

Finalmente se repitió el proceso para cada arreglo y se agruparon en un solo script donde se permite comparar las gráficas de E' , E'' y $\tan(\delta)$ de cada espécimen; además, se extrapolaron las gráficas resultantes hasta un valor de 100 Hz.