

**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN CONTROLADOR
PREDICTIVO BASADO EN PLC, PARA EL BANCO DE
PRÁCTICAS DE SISTEMAS DE CONTROL MUESTREADO DEL
LABORATORIO DE AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL.**

**CARLOS JHOAN AGUILAR GALVIS
JHON ALEXANDER VALENCIA HERNÁNDEZ**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA
2017**

**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN CONTROLADOR
PREDICTIVO BASADO EN PLC, PARA EL BANCO DE
PRÁCTICAS DE SISTEMAS DE CONTROL MUESTREADO DEL
LABORATORIO DE AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL.**

**CARLOS JHOAN AGUILAR GALVIS
JHON ALEXANDER VALENCIA HERNÁNDEZ**

**Trabajo presentado como requisito para optar al título de
Ingeniero Mecánico**

Director:

**JORGE ENRIQUE MENESES FLÓREZ
M.S.c en Ingeniería Mecánica**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA
2017**

DEDICATORIAS

A Dios por ser esa fuerza espiritual desde el primer día de esta travesía. A mis padres, porque son mi principal motivo de lucha, y porque son quienes han entregado una parte de su vida para que esto pueda ser posible. A mí hermana, porque día noche fue testiga del esfuerzo. Con una sonrisa era capaz de hacerme olvidar los malos momentos. A Poncho y a Javi, porque en los momentos difíciles han estado motivándome y siempre han estado prestos a tenderme la mano sin esperar nada a cambio. Gracias por la valiosa amistad. A Natalia Ramírez, porque desde que comenzó ésta experiencia vivió conmigo cada momento, tanto los buenos como los malos, y siempre con su cariño y su gran amistad estuvo apoyándome hasta el último día. A Karen Urrego, que en el comienzo de la carrera pudo compartir conmigo gran parte de su tiempo, en el cual me hizo ver claramente mis fortalezas y mis debilidades y su apoyo siempre fue incondicional. A César Herrera, compañero que se convirtió como en un hermano más, y que hasta el día de hoy siempre estuvo presente para apoyarme y ayudarme en todo lo que llegué a necesitar. A Julio Galvis, porque fue la persona que me motivó a emprender este largo viaje, y porque además se convirtió en mi guía y referencia. Gracias por el apoyo. A Jhon Valencia, amigo de toda la vida. me llena de orgullo poder terminar este proceso de la manera en que se hizo. Vamos a compartir otra ceremonia más, y quizás la más importante de todas. A todos los compañeros del laboratorio, una verdadera familia. Grandes personas y grandes amigos. Fieles testigos de lo difícil que fue terminar esto, siempre brindando el apoyo y las recochas que no podían faltar.

Carlos Jhoan Aguilar Galvis

DEDICATORIAS

A mis padres Bertha y Jose Antonio, cuya enorme dedicación y empeño basados en la confianza que han depositado en mí, han logrado impulsarme durante toda la vida y lo seguirán haciendo hasta que mi luz se apague. A mi hermana Leidy, que con su constante compañía siempre ha permitido que sienta que no he estado solo. A todos los profesores que alguna vez me hayan guiado con su palabra y recomendaciones; en especial a nuestro director de proyecto Jorge Meneses. A Angie Orduz, la amiga que más he querido y querré por su apoyo psicológico en cualquier circunstancia y entorno. A Laura Valbuena, cuyas palabras de apoyo en uno de los momentos más críticos de todos lograron hacer mella en las inseguridades que más me inquietaban y quitaban el sueño. A los compañeros de carrera que siempre han estado por ahí, pendientes y a la espera de lo que podrían hacer para colaborarme, especialmente a Carlos Aguilar, compañero de proyecto y de clases durante 14 largos años; ha sido un honor haber terminado esta etapa montados en el mismo tren.

Jhon Alexander Valencia Hernández

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	18
1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	19
1.1. IDENTIFICACIÓN DEL PROBLEMA	19
1.2. JUSTIFICACIÓN	20
2. OBJETIVOS	21
2.1. OBJETIVO GENERAL	21
2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	21
3. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO	23
3.1. SOBRE EL CONTROL.....	23
3.2. CONTROL PREDICTIVO	26
3.3. ESTRATEGIA DE UN CONTROLADOR PREDICTIVO BASADO EN MO- DELO (MPC)	27
3.4. PLANTEAMIENTO DEL CÓDIGO DEL CONTROLADOR MPC A IMPL- MENTAR	34
3.5. PROCESO DE IMPLEMENTACIÓN DEL MPC	34
3.5.1. Descripción De La Planta SISO	35
3.5.1.1. Condiciones de operación de la planta	38
3.5.2. Descripción De La Planta MIMO.....	39
3.5.3. Proceso para el banco SISO	40
3.5.4. Proceso para el banco MIMO	41
4. DISEÑO GENERAL DE LA FUNCIÓN	43

4.1. USO DE HYBRID TOOLBOX EN MATLAB	43
4.2. FUNCIÓN DE CONTROL MPC	47
4.3. DOCUMENTACIÓN DE LA FUNCIÓN	50
4.3.1. Para uso con banco SISO	50
4.3.2. Para uso con banco MIMO	53
4.3.3. Para uso en cualquier otro escenario	54
5. IMPLEMENTACIÓN DEL MPC EXPLÍCITO	56
5.1. SISTEMA DE CONTROL DE POSICIÓN ANGULAR (SISO).....	56
5.1.1. Caracterización De La Planta	56
5.1.2. Modelado Del Sistema	60
5.1.3. MPC Explícito Para El Sistema De Control De Posición Angular	65
5.1.4. Implementación del MPC explícito con modelo único y con GAIN SCHE- DULING.....	66
5.1.4.1. Variación de los parámetros de control de un MPC.....	73
5.1.5. Análisis de la variación de parámetros del MPC explícito aplicado en el sistema SISO.....	81
5.2. SISTEMA DE CONTROL DE TEMPERATURA Y VELOCIDAD MIMO	83
5.2.1. Caracterización Del Sistema	83
5.2.2. Modelado De La Planta	84
5.2.3. MPC Explícito Para El Sistema De Control De Temperatura Y Velocidad .	87
6. CONCLUSIONES	93
7. RECOMENDACIONES	95
BIBLIOGRAFÍA	96
ANEXOS	97

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Planta de producción de leche	23
Figura 2. Control de lazo abierto	25
Figura 3. Control de lazo cerrado	25
Figura 4. Ejemplo control predictivo básico	27
Figura 5. Representación control predictivo básico	27
Figura 6. Lazo de control de un sistema con MPC	28
Figura 7. Estructura básica del MPC	28
Figura 8. Planteamiento de control para el banco en su construcción.	32
Figura 9. Planteamiento de control con el MPC a implementar	32
Figura 10. Planteamiento de control con el MPC a implementar	33
Figura 11. Esquema del código de control creado	34
Figura 12. Sistema de control de posición angular	35
Figura 13. Sistema de control de posición angular	37
Figura 14. Sistema de control de temperatura y velocidad	39
Figura 15. Esquema gráfico de los componentes del sistema MIMO	40
Figura 16. Proceso de implementación del MPC en el banco SISO	41
Figura 17. Proceso de implementación del MPC en el banco MIMO	42
Figura 18. Generación de regiones de control	44
Figura 19. Simulink PLC Coder	46
Figura 20. FUNCIÓN MPC	49
Figura 21. Generador de código SCL para MPC	51
Figura 22. Tabla de variables para el controlador SISO	52
Figura 23. Importación de fuentes externas TIA Portal	53
Figura 24. Generador de código SCL para MPC	54
Figura 25. Tabla de variables para el controlador MIMO	55

Figura 26.	Respuesta del sistema SISO ante las entradas escalón	57
Figura 27.	Entradas escalón aplicadas	58
Figura 28.	Comportamientos en la salida	58
Figura 29.	Variación del área de impacto a medida que aumenta el ángulo de inclinación	59
Figura 30.	Salida del sistema para el escalón 30 % – 50 %	60
Figura 31.	Salida del sistema para el escalón 50 % – 70 %	61
Figura 32.	Salida del sistema para el escalón 70 % – 100 %	61
Figura 33.	Ajuste de parámetros para la función de transferencia	62
Figura 34.	Modelo obtenido frente a la salida real del primer modelo	64
Figura 35.	Ubicación geométrica del Polo del primer modelo	64
Figura 36.	Regiones de control	67
Figura 37.	Controlador para referencia $W = 15^\circ$	68
Figura 38.	Controlador para referencia $W = 30^\circ$	68
Figura 39.	Controlador para referencia $W = 42^\circ$	69
Figura 40.	Referencia ascendente. $W = 12^\circ$ a $W = 39^\circ$	70
Figura 41.	Referencia ascendente. $W = 51^\circ$ a $W = 39^\circ$	71
Figura 42.	Perturbación menor a la referencia. $W = 13^\circ$	71
Figura 43.	Perturbación mayor a la referencia. $W = 12^\circ$	72
Figura 44.	Perturbación menor y mayor a la referencia. $W = 39^\circ$	72
Figura 45.	Seguimiento de referencias senosoidales.	73
Figura 46.	Curva con los parámetros de referencia.	74
Figura 47.	$S = 0,1; T = 15; N = 6; N_{cy}=5; N_u=1; \text{Regiones}=6; \text{Hiperplanos}=18.$	74
Figura 48.	$S = 0,5; T = 15; N = 6; N_{cy}=5; N_u=1; \text{Regiones}=6; \text{Hiperplanos}=18.$	75
Figura 49.	$S = 3; T = 15; N = 6; N_{cy}=5; N_u=1; \text{Regiones}=6; \text{Hiperplanos}=18.$	75

Figura 50. $S = 10; T = 15; N = 6; N_{cy}=5; N_u=1; \text{Regiones}=6; \text{Hiperplanos}=18.$	76
Figura 51. $S = 1; T = 1; N = 6; N_{cy} = 5; N_u = 1; \text{Regiones}=6; \text{Hiperplanos}=18.$	76
Figura 52. $S = 1; T = 10; N = 6; N_{cy} = 5; N_u = 1; \text{Regiones}=6; \text{Hiperplanos}=18.$	77
Figura 53. $S = 1; T = 20; N = 6; N_{cy} = 5; N_u = 1; \text{Regiones}=6; \text{Hiperplanos}=18.$	77
Figura 54. $S = 1; T = 15; N = 4; N_{cy} = 3; N_u = 1; \text{Regiones}=6; \text{Hiperplanos}=18$	78
Figura 55. $S = 1; T = 15; N = 8; N_{cy} = 3; N_u = 1; \text{Regiones}=6; \text{Hiperplanos}=18$	78
Figura 56. $S = 1; T = 15; N = 10; N_{cy} = 3; N_u = 1; \text{Regiones}=6; \text{Hiperplanos}=18$	79
Figura 57. $S = 1; T = 15; N = 6; N_{cy} = 5; N_u=2; \text{Regiones}=15; \text{Hiperplanos}=54.$	79
Figura 58. $S = 1; T = 15; N = 6; N_{cy} = 5; N_u=3; \text{Regiones}=30; \text{Hiperplanos}=121.$	80
Figura 59. Respuesta de la velocidad ante señales del motor	85
Figura 60. Respuesta de la temperatura ante señales del motor	85
Figura 61. Respuesta de la velocidad ante señales de la resistencia	86
Figura 62. Respuesta de la temperatura ante señales de la resistencia	86
Figura 63. Control MIMO 1	90
Figura 64. Control MIMO 2.....	90
Figura 65. Control MIMO 3.....	91
Figura 66. Control MIMO 4.....	91
Figura 67. Estrategia del Control Predictivo	103
Figura 68. Respuesta ante el escalón	105

Figura 69. Respuesta libre y forzada	107
Figura 70. Estructura básica del MPC	110
Figura 71. Problema de optimización. Interpretación gráfica	113
Figura 72. Problema de optimización tras cambio de variable.	115
Figura 73. Regiones del controlador predictivo explícito.	118

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Parámetros de los tres componentes de la salida del sistema.....	59
Tabla 2. Parámetros de funcionamiento de los controladores aplicando GAIN SCHEDULING	69

LISTA DE ANEXOS

	pág.
Anexo A: Código MATLAB generador de controlador SISO	97
Anexo B: Código MATLAB generador de controlador MIMO	99
Anexo C: CONTROL PREDICTIVO BASADO EN MODELO	101
Anexo D: ESTIMACIÓN DE ESTADO	120

RESUMEN

TÍTULO: DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN CONTROLADOR PREDICTIVO BASADO EN PLC, PARA EL BANCO DE PRÁCTICAS DE SISTEMAS DE CONTROL MUESTREADO DEL LABORATORIO DE AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL.*

AUTORES: CARLOS JHOAN AGUILAR GALVIS

JHON ALEXANDER VALENCIA HERNÁNDEZ**

PALABRAS CLAVE: Control Predictivo, Control explícito, Controlador Predictivo basado en Modelo, Control Robusto, Controlador Lógico Programable

DESCRIPCIÓN:

El objetivo de este proyecto es crear una función de control para implementar un controlador predictivo basado en modelo (MPC) a través de un autómata programable (PLC) para el banco de sistemas muestreados del Laboratorio de Automatización Industrial, que trabaja con un túnel de viento. Esto con el fin de incentivar el estudio de estrategias de control robustas en la escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad Industrial de Santander.

La implementación se plantea de tal modo que abarque desde la toma de datos de la respuesta de un sistema ante una entrada escalón utilizando los bloques de datos (DB) del PLC como mecanismos de adquisición y almacenamiento de información, para posteriormente realizar el modelamiento de la planta mediante herramientas de identificación como el System Identification Toolbox (IDENT) de MATLAB. Obtenido el modelo del proceso, se indica cómo mediante la herramienta Hybrid Toolbox de MATLAB se adquieren los parámetros de funcionamiento de un MPC explícito multiparamétrico, los cuales son cargados al código de ejecución del PLC.

*Trabajo de grado

**Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Director: MSc. Ing. Jorge Enrique Meneses Flórez.

ABSTRACT

TITLE: DESIGN AND IMPLEMENTATION OF A PREDICTIVE CONTROL BASED ON PLC, FOR THE TEST BED SAMPLED SYSTEMS CONTROL IN INDUSTRIAL AUTOMATION LABORATORY .*

AUTHORS: CARLOS JHOAN AGUILAR GALVIS

JHON ALEXANDER VALENCIA HERNÁNDEZ**

KEYWORDS: Predictive Control, Explicit Control, Model Predictive Control, Robust Control, Programmable Logic Controller

DESCRIPTION:

The main objective of the project is to create a control function to implement a Model predictive control (MPC) controller through Programmable Logic Controller (PLC) for the plant of sampling systems of the Automation Laboratory, which work with a wind tunnel. Pursuing with this, to encourage the study of robust control techniques in the School of Mechanical Engineering of the Universidad Industrial de Santander.

The implementation is planned in order to go from the data acquisition of the system answer to a step input using the Data Blocks (DB) of the PLC as a sampling and information storage tool, to subsequently design the plant model with MATLAB's System Identification Toolbox (IDENT) as identification tool. Then, the Hybrid Toolbox of MATLAB is used with the plant model to get the working parameters as a multiparametric MPC, which can be uploaded to the controller code. A Structured Programming language (SCL) is used for the PLC coding.

*Degree Work

**Faculty of Physical-mechanical Engineering. mechanical Engineering School. Director: MSc. Jorge Enrique Meneses Flórez.

INTRODUCCIÓN

La automatización de procesos industriales conlleva una serie de retos que el profesional de control debe abordar de la manera más eficiente y a la vez práctica posible. El abanico de opciones para afrontar toda una serie de retos asociados a esta situación se han venido presentando y actualizando a lo largo de los últimos años.

En medio de todas las opciones *de facto* en los controladores industriales, resulta de especial interés que el estudiante de ingeniería explore las capacidades y debilidades de nuevas teorías de control que han surgido a la vez que la capacidad de cómputo se ha incrementado dando paso a nuevas posibilidades en este campo.

Se propone entonces, un medio por el cual el estudiante pueda experimentar con uno de estos enfoques de control moderno; el control predictivo en aras de contribuir con el objetivo institucional de la Universidad Industrial de Santander de formar profesionales íntegros que aporten al desarrollo regional.

1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

1.1. IDENTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

El desarrollo industrial ha sido el resultado de una alta competencia emprendida por todas las empresas en su puja por posicionarse en lo más alto de la pirámide económica. El alto grado de impacto positivo de una empresa en la industria se mide hoy día por la capacidad tecnológica que disponga para llevar a cabo su función industrial. En la actualidad, la principal característica que se referencia para calificar el grado de competitividad de una empresa es el nivel de automatización con que cuenta la planta.

La automatización industrial ha sido fundamentada gracias a las técnicas de control utilizadas para mantener la operatividad de una planta. Antiguamente, la implementación de sistemas de control tales como: On-Off, PID y Fuzzy fueron una constante de acuerdo a la complejidad de control que se requería a nivel industrial. A su vez, dentro de un marco académico, es frecuente la profundización teórica de este tipo de sistemas de control, lo que haría pensar que dentro de la industria no se da cabida a otro tipo de estrategias, lo que hace que se creen competencias limitadas cuando en realidad los altos requerimientos operativos de las empresas para ampliar su capacidad han permitido un avance continuo en las técnicas de control. A medida que se desea fortalecer la economía en las industrias, estas crecen y necesitan aumentar su capacidad, lo que a su vez genera una necesidad mayor en la automatización para garantizar su operatividad, pero también para no sacrificar la eficiencia global de la planta. Esto ha hecho que muchos sistemas de control no respondan de manera efectiva en términos de estabilidad y robustez. Muchas veces se opta por añadir más unidades de control a las ya existentes, resultando un sinnúmero de subsistemas de control dentro de un control general. Todo esto no beneficia a la competitividad de la empresa. Para ello se ha dado paso a una nueva línea de estrategias conocidas como Técnicas de control moderno, que han vinculado en un solo

código de control toda la operación de la planta, sin importar la cantidad de parámetros que se deban manipular o controlar. Esta serie de estrategias deberían estar dentro del equipo de herramientas con las que cuenta el ingeniero de automatización de una línea dada; por lo que los estudiantes necesitan contar con esta serie de habilidades en el rango de sus conocimientos, con tal de poder afrontar los problemas que encontrará en la vida laboral o como medio de mejora para incrementar la productividad y eficiencia de la nombrada línea.

1.2. JUSTIFICACIÓN

Desde la segunda mitad del siglo pasado, nuevos paradigmas en la ingeniería de control se han venido presentando, constituyendo lo que se conoce como teorías modernas de control. Varios de estos modelos son aplicados hoy en día en la manipulación de variables sobre los sistemas industriales, impidiendo así que se omita su consideración en los estudios de la academia. En el desarrollo académico de la Ingeniería Mecánica en la Universidad Industrial de Santander, se ha evidenciado el desenfoco de nuevas competencias establecidas en la industria para el desarrollo de procesos más versátiles y eficientes, por lo que es necesario fortalecer campos de estudio dentro de los cuales se presenta un avance continuo en la generación de información como lo es en la Ingeniería de Control. Por lo tanto, se busca acercar a docentes y a alumnos al conocimiento de nuevas técnicas de control mediante sistemas físicos que basen su operación en la implementación de dichas estrategias.

2. OBJETIVOS

2.1. OBJETIVO GENERAL

Apoyar la labor institucional en la promoción de adquisición de habilidades para el desarrollo de técnicas y destrezas con la aplicación de herramientas modernas en la práctica de la ingeniería; fomentando el estudio de nuevas estrategias de control acordes con los requerimientos impuestos por la alta competencia entre los procesos industriales.

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Crear el algoritmo de la función FB de control:
 - Identificar valores de entrada y a optimizar en la función de costo.
 - Seleccionar y/o diseñar del método numérico a usar en la optimización.
 - Generar el pseudocódigo de la función FB.
- Traducir el pseudocódigo a lenguaje SCL para su implementación en PLC Siemens S7-300.
- Mejorar el algoritmo dadas las restricciones de hardware impuestas por el PLC:
 - Depurar la función en tiempo de ejecución.
 - Identificar aspectos a mejorar para disminuir tiempo de cálculo.
 - Comprobar que se deja suficiente memoria para los procesos de usuario.
- Generar los archivos de documentación
 - Redactar de manera clara para los estudiantes teoría relativa al control predictivo
 - Crear la documentación como tal de la función creada.

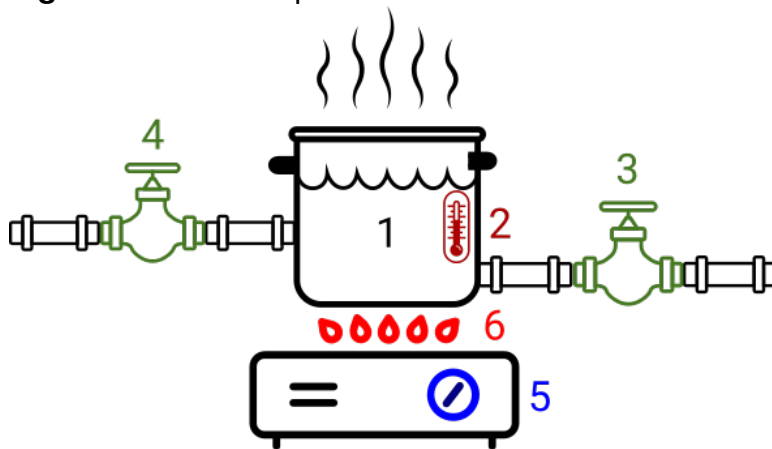
- Probar el producto con un banco de control tanto SISO como MIMO

3. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

3.1. SOBRE EL CONTROL

En la figura 1 se muestra un escenario en el que se puede ejemplificar de manera sencilla lo que es el control de un proceso, como muestra antes de dar una definición formal de en qué consiste el control como tal.

Figura 1. Planta de producción de leche



La situación es sencillamente la siguiente: Se tiene un recipiente en el que se quiere procesar leche con tal de que se eliminen micro organismos patógenos que puedan dañar la salud de los consumidores de los productos lácteos que resulten de tratar luego aquella leche.

La idea es así: En un recipiente 1 se tiene leche que se debe calentar a más de 95° y a menos de 105° ¹, ya que a menor temperatura no se pueden acabar los microorganismos que se buscan erradicar de la leche; y cuando se supera el rango de temperatura ocurre que se rompen las moléculas químicas que componen gran parte de su contenido nutricional, lo que la convertiría simplemente en agua con sabor.

¹Valores asignados tentativamente con la mera intención de que sirva de ejemplo académico, al igual que las demás condiciones que se den en el mismo caso de análisis

La temperatura de la leche, es medida con el elemento **2**, un termómetro que se encarga de mostrar visualmente qué tan caliente se encuentra el contenido del recipiente y así saber que se cumplen las limitaciones con tal de obtener bien el producto; esto se hace principalmente variando la llama **6** que estará calentando el recipiente a medida que la válvula (llave) **5** sea abierta, válvula que por cierto ha de mantenerse siempre a más de un octavo de vuelta abierta porque de lo contrario la llama resultante sería muy débil y cualquier viento podría consumirla y por ende no podría llevarse a cabo el calentamiento.

Por último, se pide que la producción de leche sea de por lo menos de un litro cada minuto; por lo que las válvulas **4** y **5** tendrán que manipularse para poder dar al menos la demanda mínima de leche dadas todas las condiciones expuestas. Evidentemente la condición existente se suple con tener la válvula **3** abierta para que haya producción y con una altura suficiente del líquido² que se provee solamente al manipular adecuadamente la válvula **4**.

El problema de satisfacer todas las condiciones operativamente es en sí ya un problema de control con restricciones³ que ha de ser solucionado en aras de obtener un sistema funcional.

De manera general, puede verse que: El control puede hacerse de dos maneras; en lazo abierto como se muestra en la figura 2 o en lazo cerrado, como se muestra en la figura 3.

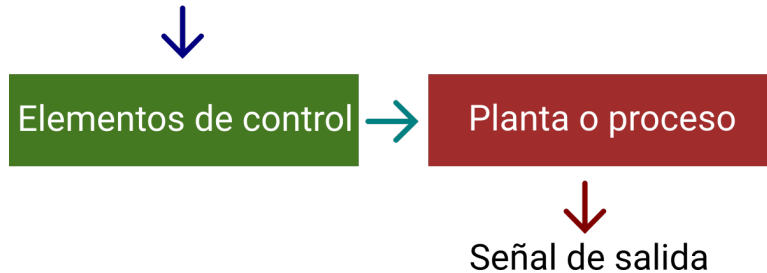
Lazo abierto En este enfoque, una señal de entrada (las órdenes de control) se imparten directamente en los elementos de control del sistema (en el caso del ejemplo; los elementos de control son las 3 válvulas que al cambiarse sus aperturas, afectan directamente el comportamiento de la temperatura del recipiente o de la cantidad de leche producida; que son los dos parámetros a controlar) para posteriormente alterar el comportamiento de la planta o proceso (el conjunto

²Esto porque entre más alto esté el nivel de un fluido dentro de un recipiente, la salida por un orificio inferior será más rápida al contar con más contenido ejerciendo presión sobre el mismo

³Una restricción es una condición limitante de un sistema de control

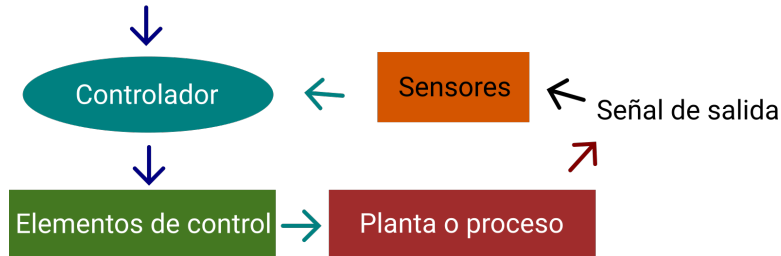
tubería de salida y recipiente con leche calentándose; en la planta o proceso las variables a controlar se encuentran ubicadas.) Esta señal podría ser fija o manipulada directamente por un operario que se encuentre alerta y de manera manual la varíe.

Figura 2. Control de lazo abierto
Señal de entrada



La señal de salida se constituye entonces por el estado de la planta (temperatura y velocidad de producción láctea.)

Figura 3. Control de lazo cerrado
Señal de entrada



Lazo cerrado Se le llama cerrado porque el flujo de información se cierra debido a que hay una retroalimentación de esta, en donde un controlador, dada una señal de entrada⁴ y también el estado real de la planta dado por la señal de salida. De esta manera el controlador tiene la información suficiente para ir verificando por medio de cambios de la señal de control que efectivamente la referencia deseada se está logrando alcanzar (y si el tipo de controlador puede lidiar

⁴Estado de la planta o proceso que se desea; tal como producción de leche y temperatura por ejemplo

con restricciones, hacerse cargo también de estas para no permitir que se incumplan; como es el caso del controlador predictivo)

3.2. CONTROL PREDICTIVO

El control predictivo nace a partir de una formalización del control natural que una persona realiza sobre un sistema. Se introducirá un ejemplo para representar esta idea:

José es un conductor de taxi que lleva más de 10 años con su vehículo; sabe de primera mano cómo se comporta y conoce cada uno de sus pequeños detalles más sobresalientes que lo caracterizan sobre los demás taxis que hay.

Si José tiene que ir de un lugar A a un B en un tiempo determinado y cumpliendo las reglas de tránsito 4; él sabe como debe manejar su vehículo porque lo conoce, como se puede apreciar al saber qué ocurrirá cuando presiona de una manera u otra tanto el acelerador como el freno, si vira a la izquierda o a la derecha el timón con determinada fuerza y qué pasa al cambiar de marchas con la suficiente precisión práctica.⁵ Esto se puede apreciar por el hecho de que al aparecer un semáforo que está a punto de pasar a rojo⁵; él sabe cómo debe frenar apropiadamente con tal de que pueda estar el taxi detenido antes de pasar la señal de parada.

Lo que ocurre en este caso; es que José tiene una abstracción del comportamiento de su vehículo cargada en su mente; la que hace posible la predicción del comportamiento del mismo cada vez que lo maneja. La idea del control predictivo es formalizar este conocimiento a través de relaciones matemáticas que permitan sobreponerse a los límites naturales que se imponen sobre el controlador (José)⁶, de tal manera que pueda ejecutarse de forma automática.

⁵El vehículo no será totalmente predecible dado que las fallas que ocurren espontáneamente no pueden ser predichas en la práctica.

⁶Tales limitaciones son los cambios de ánimo, pérdida de cobertura completa de los sentidos como por ejemplo ceguera parcial o de audición e incluso variaciones en las respuestas que tenga ante determinados estímulos en la carretera; todos estos problemas que no son reproducibles en una máquina como un equipo de cómputo

Figura 4. Ejemplo control predictivo básico

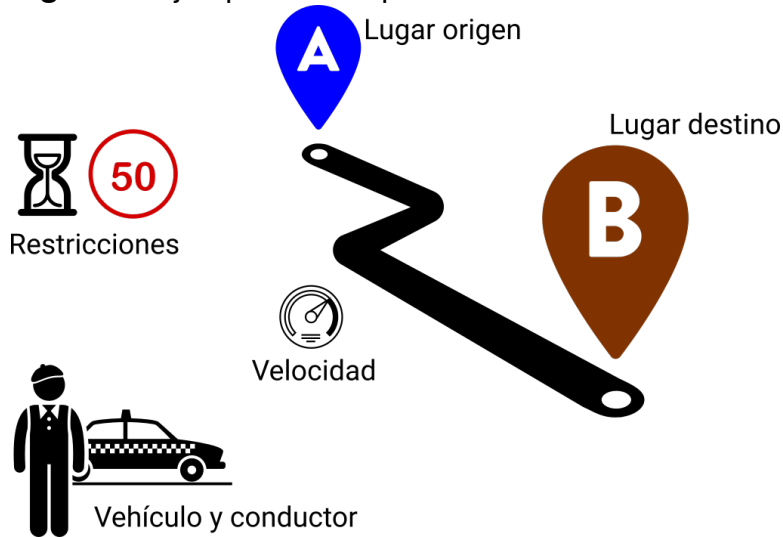
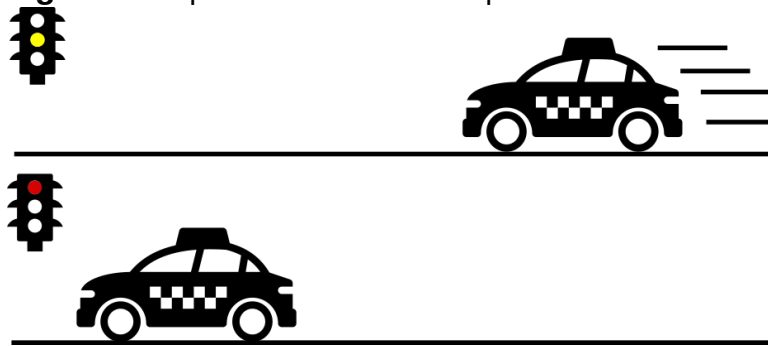


Figura 5. Representación control predictivo básico



3.3. ESTRATEGIA DE UN CONTROLADOR PREDICTIVO BASADO EN MODELO (MPC)

Utilizando el banco de sistemas muestreados del Laboratorio de Automatización Industrial se implementó un controlador predictivo basado en modelo (MPC) para ejercer control sobre un sistema tipo SISO (única entrada, única salida) y uno tipo MIMO (múltiples entradas, múltiples salidas).

Un MPC permite el control de procesos en lazo cerrado. La estructura general del lazo de control ejecutado por un MPC sobre una planta es la mostrada en la figura 6. Donde a diferencia de controladores clásicos, en los que se retroalimenta única-

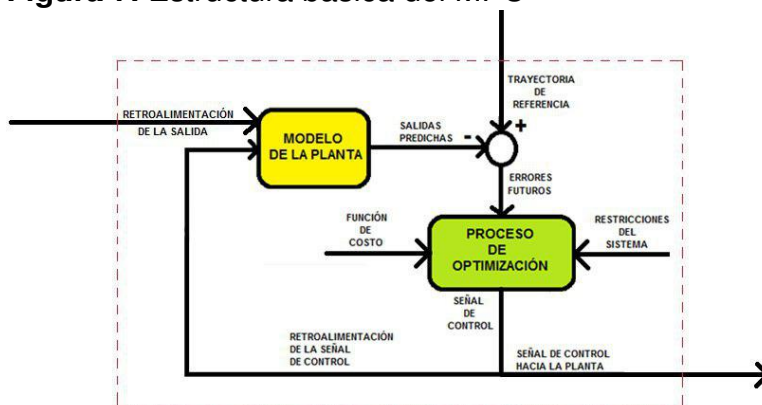
Figura 6. Lazo de control de un sistema con MPC



mente la salida para ser comparada con la señal de referencia (*Set-point*) y así determinar el error que es en definitiva el parámetro de entrada del controlador (Como en un controlador PID); en un MPC se retroalimenta la salida de la planta y la acción de control directamente al controlador.

Para comprender el conjunto de ideas que caracterizan un MPC, hay que primero identificar la estructura de su lazo interno, el cual se aprecia en la figura 7

Figura 7. Estructura básica del MPC



En un MPC se hace uso de un modelo del comportamiento dinámico de la planta para predecir las salidas del sistema en instantes futuros, de manera que se pueda comparar el progreso de las mismas con respecto a la trayectoria de referencia del proceso (*Set-point*), que es la que indica en definitiva cuál es el valor al que se quiere llevar la salida. Dicha comparación permite obtener los errores que se tendrían a futuro si el sistema mantuviera su operación conocida al instante, y aquí se resalta otra diferencia que presenta un MPC respecto a controladores clásicos (Como los

PID) donde el error es actual y es determinado al comparar la salida retroalimentada con la referencia. Los errores futuros en el MPC son usados para permitir un proceso de optimización. Pero ¿qué se optimiza? Pues bien, en este tipo de controlador el hecho de perseguir una referencia en la salida y de enviar una señal de control al sistema tiene un costo que se encuentra definido en lo que se conoce como la función de costo (o función objetivo) (VER ANEXO C), que es en definitiva lo que se quiere optimizar. Al igual que ocurre en la administración de recursos para un proyecto, donde se quieren cumplir los objetivos al menor costo, en un MPC se busca que perseguir una referencia cueste lo menos posible, es decir, que la función de costo tenga su menor valor. Este es un costo del proceso, que suma el conjunto de errores futuros y las acciones de control dirigidas al proceso. Aquí vuelve y se resalta otra característica importante de un MPC: Su estrategia de control se lleva a cabo bajo la optimización de un criterio. Cuando se habla de perseguir una referencia, se debe entender que en instantes futuros se quiere que el error sea igual a cero, es decir, que el valor en la salida coincida con el valor de referencia. Este objetivo es planteado para que sea cumplido en un número de instantes futuros, conocido como horizonte de predicción y para ello se quiere determinar la secuencia de acciones de control que permitan lograrlo. Dicha secuencia también se plantea sobre un número de instantes futuros, llamado *horizonte de control*, que normalmente es menor al *horizonte de predicción*. La secuencia de acciones de control en mención es el fin principal de la minimización de la función de costo y que responde la siguiente pregunta:

¿Cuáles acciones de control y en qué orden deben enviarse al sistema para que la salida del mismo en una cantidad estipulada de instantes futuros (horizonte de predicción) sea igual al valor de referencia (error de comparación entre las dos igual a cero) y que el costo de hacerlo sea el mínimo en cada instante de tiempo?

Como al sistema debe enviarse una acción de control, esta corresponde precisamente a la primera ubicada en el orden de la secuencia hallada, lo cual hace que

las demás acciones de control se descarten. Esta acción de control, aparte de ser enviada al sistema, se retroalimenta en el modelo de la planta para predecir nuevamente sus salidas a futuro y así calcular los nuevos errores futuros y repetir el proceso de optimización.

Como en todo proceso tanto físico como químico, se tienen limitaciones, ya sean de recursos disponibles, como lo es el hecho de que un motor gire entre un rango de velocidad o por criterios de seguridad que se estipulan. Por ejemplo, en un ciclo térmico no se quiere exceder determinada temperatura o presión, o en el control de nivel de tanques hay un tope máximo para que no se riegue el líquido vertido o que en un proceso químico se exceda determinada concentración, etc. Por tanto, se habla de que comúnmente se tienen restricciones tanto en los parámetros de entrada de la planta (variables manipuladas) como en los parámetros de salida (variables controladas), y justamente tanto el banco SISO como el MIMO sobre los que se quiere implementar un MPC presentan limitaciones advertidas desde su construcción. Precisamente, la estrategia del MPC permite involucrar las restricciones operativas del sistema dentro del mismo planteamiento del controlador, de modo tal que las acciones de control que se envían a la planta garanticen que en ningún momento se viole alguna de las mismas. Esto hace que la optimización se convierta en un procedimiento iterativo, ya que, no precisamente una señal óptima de control hallada permite asegurar que el sistema opere dentro de los límites impuestos, por lo que es probable que se deba recalcular la secuencia de control una gran cantidad de veces hasta que se tenga certeza de que a futuro todas las restricciones se cumplen y que es óptima dentro de los límites. Esta es una característica muy importante que se destaca en el MPC, ya que las restricciones son parte del planteamiento del mismo, mientras que en otros controladores estas son ajenas, lo que indica que por cuenta propia de la estrategia de control no es seguro que las restricciones se respeten. Pero, por otro lado, esto identifica una gran desventaja para los MPC, porque involucra un costo computacional elevado, y el hecho de considerar implementarlo en un PLC como se ha previsto para este proyecto, conlleva un

gran problema, especialmente cuando se trata de sistemas rápidos y precisamente tanto el SISO como el MIMO del banco presentan características para ser clasificados como tal, lo que puede hacer que se requieran tiempos de cálculo de la señal de control elevados y anularía cualquier oportunidad de implementación, porque la capacidad de procesamiento de los PLC's es muy limitada.

Por fortuna, este problema se ha podido solucionar. Como el gran inconveniente radica en el proceso de optimización iterativo (lo que se conoce como optimización Online), se ha desarrollado una alternativa para los controladores MPC, donde no se tiene que iterar para calcular la señal de control. Este tipo de controlador se conoce como MPC explícito, y el hecho de hallar la secuencia de control se reduce simplemente a una "tabla de búsqueda". En este tipo de MPC se evalúa en cada instante de muestreo lo que se conoce como el "estado del controlador", fijado en un vector de parámetros (ver anexos) que contiene: La referencia de la salida, la salida de la planta, y la señal de control inmediatamente anterior. Previamente mediante una herramienta de cálculo se evalúan, según las restricciones del sistema y bajo el criterio de optimización, todas las posibilidades del estado del controlador y con ello se determina un conjunto de regiones en la que cada una tiene una única ley de control. Las regiones tienen una caracterización poliédrica y son separadas por una serie de fronteras que reciben el nombre de hiperplanos que son quienes imponen la condición para ubicar cada estado en su región. Entonces, al evaluar el estado, se busca la región a la que pertenece, y en esa región existe una única ley de control explícita (de ahí que se llame MPC explícito) que es la óptima para todos los estados ubicados allí dentro, por tanto, se calcula la señal de control y se envía al sistema, eliminando por completo toda posibilidad a iterar (esto se conoce como optimización OFFLINE). Aprovechando estas características, para este proyecto se implementó un MPC explícito que elimina de alguna manera los riesgos existentes de carga computacional para el PLC.

Se ha decidido aplicar control predictivo en el banco de sistemas muestreados, porque resulta interesante que un MPC permite controlar sistemas tanto SISO como

MIMO utilizando el mismo planteamiento general del controlador. Cuando se construyó este proyecto se planteó una estrategia descentralizada para el MIMO utilizando un PID para cada lazo de control (ver figura 8), sin tener en cuenta que en sistemas dinámicos cada una de las salidas (variables controladas) se puede ver afectada por cada una de las entradas (variables manipuladas), y evidentemente como sucede para este banco donde se quiere controlar velocidad de flujo de aire y temperatura, cada salida se ve afectada de alguna manera por las entradas, porque velocidad y temperatura para los gases guardan relación. Con el MPC estos dos lazos de control se reemplazan por un único controlador donde la relación mencionada se respeta (ver figura 9)

Figura 8. Planteamiento de control para el banco en su construcción.

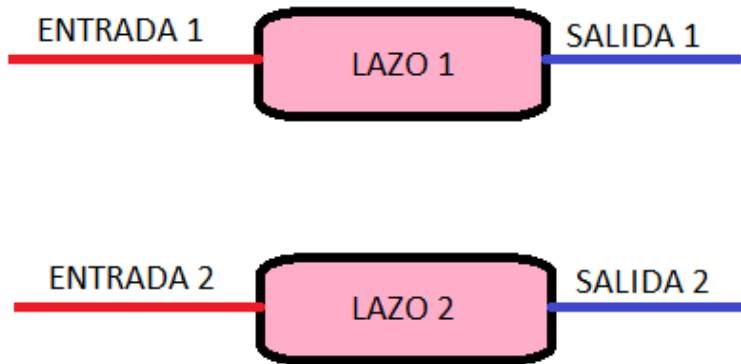
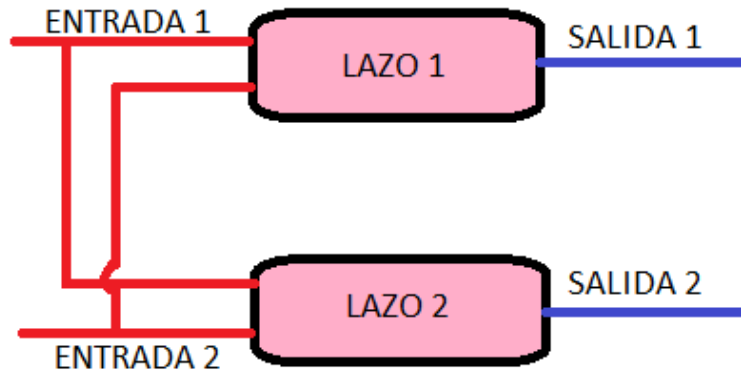


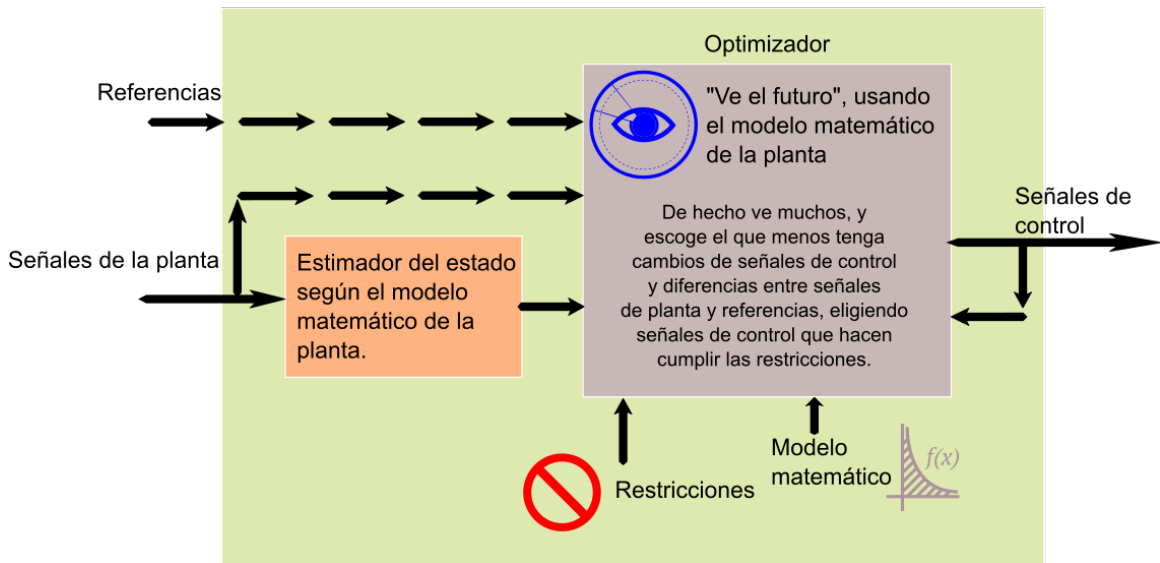
Figura 9. Planteamiento de control con el MPC a implementar



En definitiva, la estructura sobre el controlador PLC queda esquematizada en la

figura 10

Figura 10. Planteamiento de control con el MPC a implementar
Controlador MPC



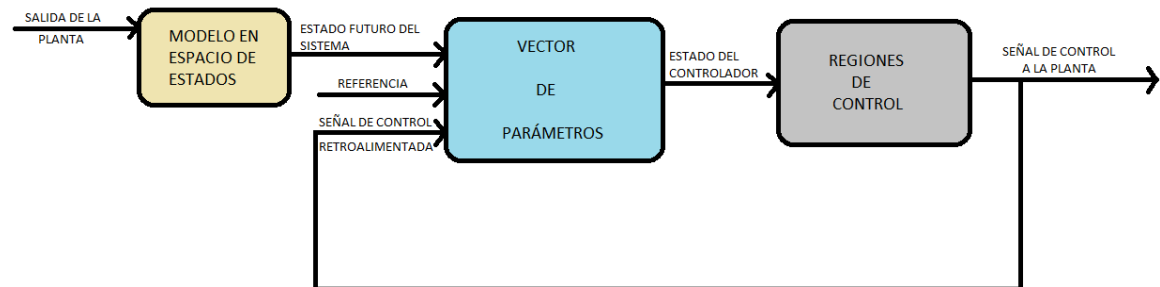
Así también se resalta la oportunidad de identificar las restricciones con las que cuenta cada uno de los bancos para poder involucrarlas en el controlador y que así se pueda controlar cada uno de los bancos dentro de las mismas y que los sistemas operen de manera segura.

En un MPC es fundamental el empleo de un modelo dinámico del sistema a controlar, por lo que se advierte la necesidad de obtener modelos de gran precisión, porque de lo contrario no se garantizaría un buen funcionamiento del controlador. Esto indica una desventaja frente a otros controladores, pero se encuentran a disposición sistemas de identificación que permiten modelar sistemas basados en la dinámica misma de la planta.

3.4. PLANTEAMIENTO DEL CÓDIGO DEL CONTROLADOR MPC A IMPLEMENTAR

El objetivo principal de este proyecto es crear en lenguaje de control estructurado (SCL), un código para un controlador MPC que pueda ser implementado en un PLC para el control del banco de sistemas muestreados (SISO y MIMO). La estrategia de control que abarca el código creado es la de un MPC explícito, por tanto, un esquema de engloba la idea del controlador creado es el que se aprecia en la figura 11

Figura 11. Esquema del código de control creado



Para obtener el estado del controlador es necesario indicar: el estado de la planta según el modelo, la señal de control inmediatamente anterior que fue enviada al sistema y el **Set-point** del proceso, para así encontrar la región en la que se puede ubicar el estado del controlador y determinar según la ley de control que se define en la región, la señal óptima que será enviada a la planta. Para estimar el estado de la planta según el modelo, es necesario retroalimentar la salida de la misma en cada instante de muestreo.

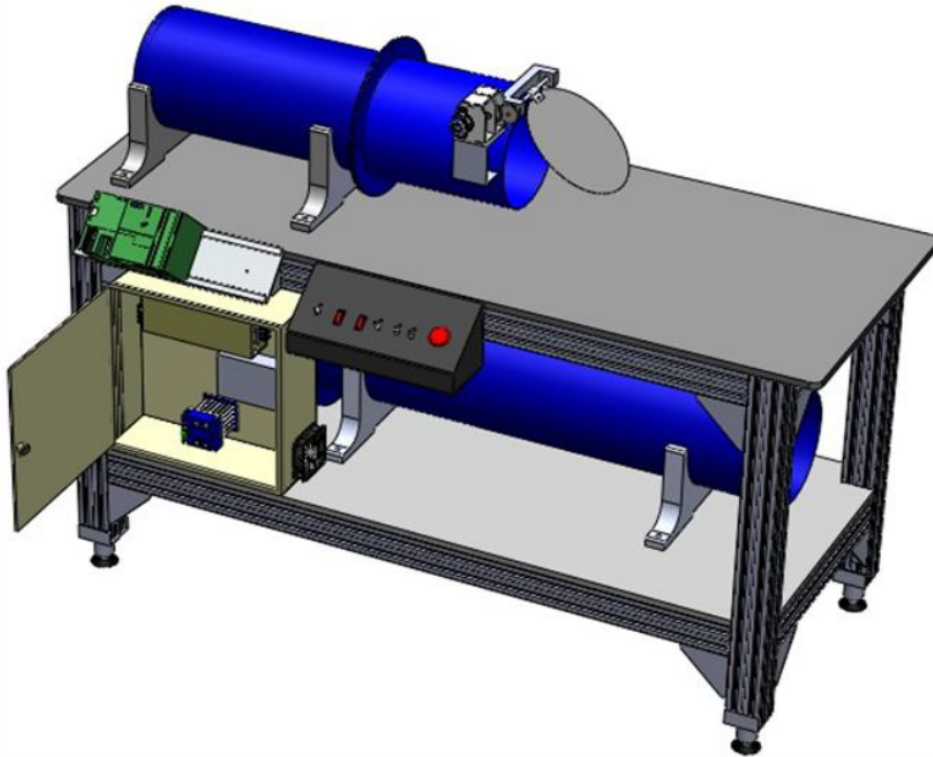
3.5. PROCESO DE IMPLEMENTACIÓN DEL MPC

Para controlar tanto el sistema SISO como MIMO del banco de sistemas muestreados hay que seguir un proceso, pero primero hay que describir cada uno de los bancos:

3.5.1. Descripción De La Planta SISO

El sistema de control de posición angular consta de un ducto principal que es fijo, en el que se encuentra un conjunto motor-hélice en uno de sus extremos y que tiene como función, inducir un determinado flujo de aire a través del mismo. A este ducto, se añade otro de longitud mucho más corta, llamado “módulo de la compuerta”⁷, y que lleva en su extremo más lejano una compuerta de geometría circular que puede girar libremente. Se puede apreciar en la Figura 12

Figura 12. Sistema de control de posición angular



Fuente: Objeto de aprendizaje para prácticas de sistemas de control muestreado, basado en controlador industrial (PLC).

El fin de esta disposición, es regular la posición angular de la compuerta, mediante la acción del flujo de aire que impacta la superficie de la compuerta y produce el giro.

⁷TARAZONA, Oscar y QUINTERO, Jeisson. *DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN OBJETO DE APRENDIZAJE PARA PRÁCTICAS DE SISTEMAS DE CONTROL MUESTREADO, BASADO EN CONTROLADOR INDUSTRIAL (PLC)*. 2012.

El giro producido es captado por medio de un sensor de posición (potenciómetro lineal). Como el eje del potenciómetro se encuentra unido mecánicamente al de la compuerta, un giro de ésta hace que el potenciómetro experimente un cambio en su resistencia, lo cual es traducido en un cambio de voltaje de 0-10VDC (voltaje de alimentación del potenciómetro). De esta forma se relaciona el giro de la compuerta con una señal eléctrica.

La señal eléctrica es realimentada al autómatas (PLC siemens S7-300) como salida de la planta. Con la realimentación del ángulo de la compuerta se obtiene el estado actual de la planta, que permite al controlador MPC explícito explorar la región que posee la señal de control óptima, para posteriormente ser enviada al sistema. La señal de control es enviada al variador de velocidad para modificar proporcionalmente a ésta, la velocidad de giro del motor. La variación de la velocidad de giro permite finalmente aumentar o disminuir el flujo de aire que impacta la superficie de la compuerta y de esta forma, llevarla a una posición angular lo más cerca posible del valor de referencia (Set-point).

Este sistema cuenta con un preactuador, que viene dado por el conjunto conformado por la tarjeta electrónica-variador de velocidad. El preactuador mencionado se justifica, ya que el rango de la señal de tensión de operación del variador de velocidad es de 0-3VDC y la señal proveniente del autómatas es un voltaje normalizado de 0-10VDC, por lo tanto, la tarjeta permite el escalado entre 0-10VDC a 0-3VDC (Modulación del ancho de pulso, PWM).

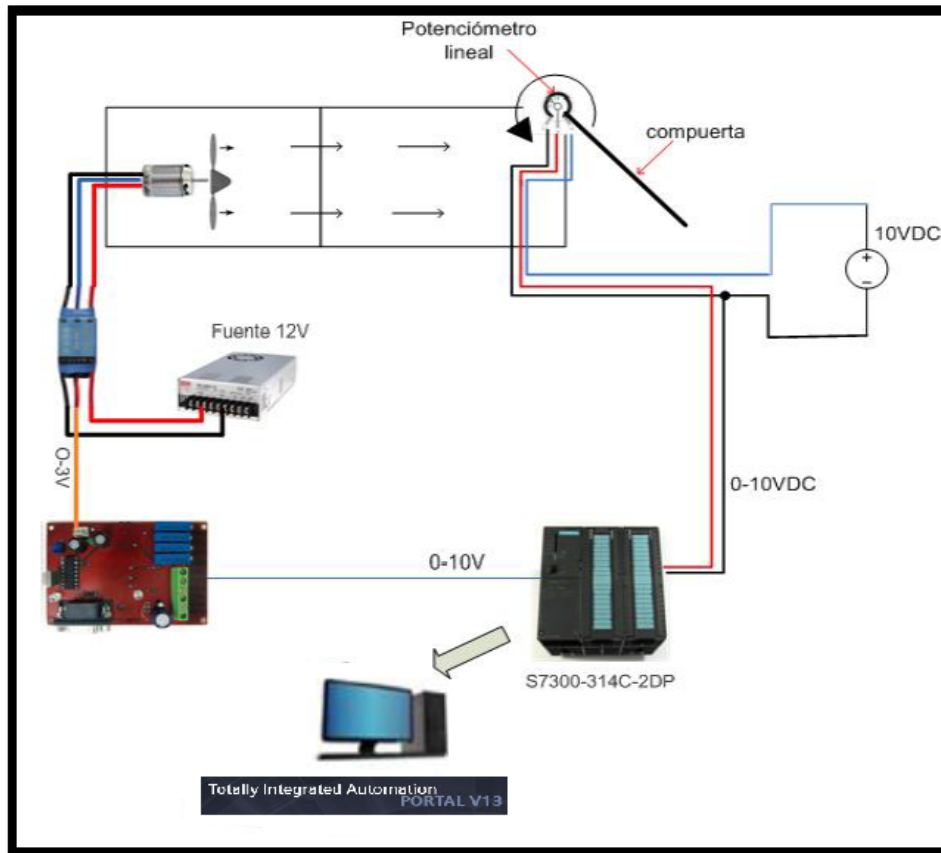
Un esquema de la configuración del lazo de control de posición angular se refleja en la figura 13

El banco de control de posición angular (SISO) está compuesto por los siguientes elementos:⁸

- Autómatas programables SIEMENS S7-300, con CPU 314C-2DP y fuente PS

⁸Para mayor información acerca de la estructura del banco, se puede acudir al proyecto de grado "Objeto de aprendizaje para prácticas de sistemas de control muestreado, basado en controlador industrial (PLC)"

Figura 13. Sistema de control de posición angular



Fuente: Objeto de aprendizaje para prácticas de sistemas de control muestreado, basado en controlador industrial (PLC).

307 de 40A.

- Computador con el software TIA PORTAL, versión 13.
- Cable MPI, PC adapter.
- Potenciómetro lineal de $10k\Omega$.
- Motor eléctrico *brushless* de marca TURNIGY de referencia SK3542-1250, manufacturada de la casa Hobby King.

3.5.1.1. Condiciones de operación de la planta

Como ya se mencionó, el banco cuenta con una salida y una entrada, es decir, con una variable manipulada (**VM**) y una variable controlada (**VC**).

Variable manipulada (VM) Para la planta, la variable manipulada (o entrada del sistema) es la señal en tensión proveniente del PLC, que tiene una normalización de tensión $0 - 10VDC$ (como valor nominal) y que es dirigida directamente a la tarjeta electrónica para realizar un escalado de $0 - 3VDC$ hacia el variador. Con esto, se permite la regulación de la velocidad de giro del motor, para inducir el flujo de aire necesario y así controlar el ángulo de inclinación de la compuerta.

Para efectos prácticos, esta señal se tomará como “porcentaje de marcha del motor”, por tanto, se tiene la siguiente relación lineal:

$0[V]$ del PLC \rightarrow menor velocidad de giro $\rightarrow 0\%$ de la marcha

$10[V]$ del PLC \rightarrow mayor velocidad de giro $\rightarrow 100\%$ de la marcha

Variable controlada (VC) Lo que se quiere controlar es el ángulo de inclinación de la compuerta. Dicha posición angular es medida por medio de un potenciómetro de posición, como ya se mencionó anteriormente. La compuerta está dispuesta para un rango de movimiento de $0 - 75[^\circ]$. En su mínima posición angular ($0[^\circ]$), la retroalimentación al PLC es una señal de $0VDC$ y en su máxima posición ($75[^\circ]$) $10VDC$, proveniente de la fuente de alimentación del potenciómetro. Por lo tanto, también se realiza una relación lineal entre el ángulo de inclinación y la tensión, como se muestra a continuación:

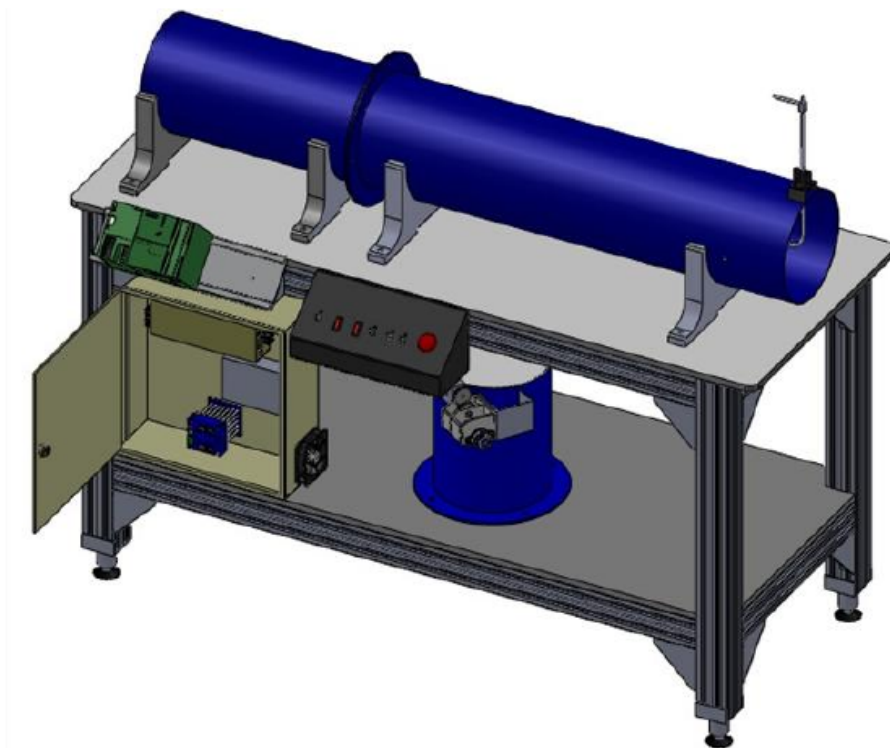
$0[V]$ al PLC \rightarrow Posición mínima $\rightarrow 0[^\circ]$

$10[V]$ al PLC \rightarrow Posición máxima $\rightarrow 75[^\circ]$

3.5.2. Descripción De La Planta MIMO

El sistema de control de temperatura y velocidad consta del mismo módulo fijo del sistema motor-hélice del banco SISO, y cuenta igualmente con un módulo fijo conformado por un ducto más extenso que el anterior; equipado con un par de resistencias eléctricas de $2kW$ cada una, una termocupla PT-100⁹ y un puerto para la conexión de un sensor de presión con el que luego se estimará la velocidad del viento interior.¹⁰ El esquema básico del montaje de este sistema se puede apreciar en la figura 14. Se puso a funcionar el controlador generado para seguir las siguientes referencias:

Figura 14. Sistema de control de temperatura y velocidad



Fuente: Objeto de aprendizaje para prácticas de sistemas de control muestreado, basado en controlador industrial (PLC).

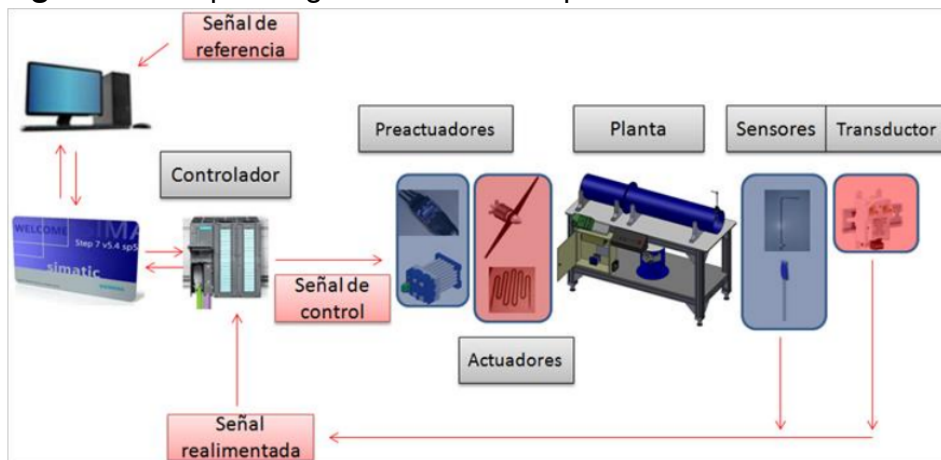
En la figura 15 se nota el esquema de los componentes del banco: el controlador:

⁹Elemento para sensar la temperatura interior del aire dentro del ducto

¹⁰Sensor de presión tipo Pitot que mediante un transmisor de presión diferencial transmite la señal asociada a la presión hacia el PLC

- envía una señal de control sobre un par de preactuadores; el regulador tipo PWM que controla el motor DC, el mismo del banco SISO debido a que pertenece al módulo fijo y el relé de estado sólido que mediante una señal de control tipo voltaje regula la potencia enviada a cada una de las dos resistencias.
- recibe dos señales provenientes de un transmisor de presión diferencial que varía su lectura a medida que la velocidad del viento que circula dentro del ducto varía debido a los cambios de densidad inducidos por el cambio de temperatura del aire y por la acción de circulación de aire dada por la hélice que se encuentra añadida al motor, y la de temperatura proveniente del sensor PT100 que se modifica cuando la potencia eléctrica es convertida en calor mediante las resistencias y dependiendo de qué tanto de este calor sea expulsado del ducto gracias a la acción de la hélice del motor.

Figura 15. Esquema gráfico de los componentes del sistema MIMO

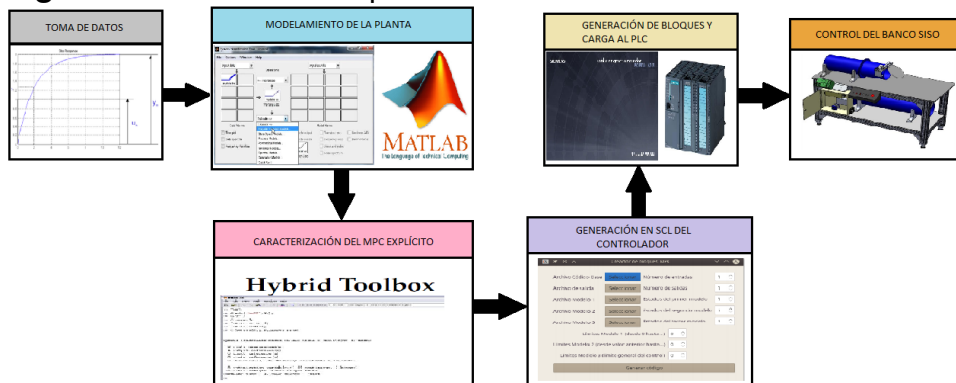


Fuente: Objeto de aprendizaje para prácticas de sistemas de control muestreado, basado en controlador industrial (PLC).

3.5.3. Proceso para el banco SISO

El proceso general que se sigue para controlar el sistema de control de posición angular mediante un MPC se esquematiza en la figura 16:

Figura 16. Proceso de implementación del MPC en el banco SISO

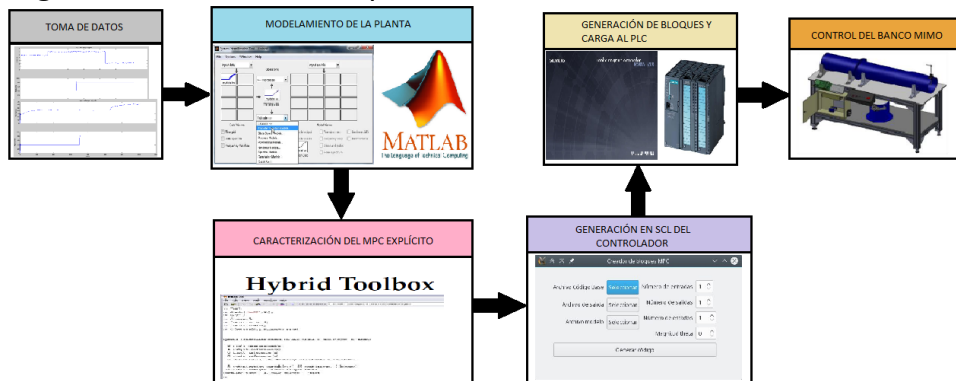


Lo primero a realizar es hacer una toma de datos de la dinámica de la planta mediante una entrada en escalón. Para ello se utilizó el PLC como herramienta de adquisición de datos, aprovechando que los bloques de datos (DB) tienen memoria. En un MPC es fundamental disponer de un modelo dinámico de la planta a controlar y para ello se hizo uso de una herramienta de MATLAB, *System Identification Toolbox (IDENT)* que permite modelar sistemas y sus parámetros de entrada para esto son precisamente los datos captados de la respuesta con la entrada en escalón al sistema. Una vez obtenido el modelo, se utiliza la herramienta de MATLAB, *Hybrid Toolbox*, con la que se puede caracterizar el MPC explícito. Con esta caracterización se obtienen las matrices que definen las regiones de control con sus respectivos hiperplanos. Las matrices, posteriormente son cargadas a un generador de código SCL que se desarrolló para el presente trabajo que contiene la estructura del controlador creado, lo que genera un archivo de texto que finalmente es cargado al TIA PORTAL para generar los bloques del programa creado que se podrá cargar al PLC y así disponer por completo el banco para controlar el ángulo de inclinación de la compuerta por medio de un MPC.

3.5.4. Proceso para el banco MIMO

El proceso general que se sigue para controlar el sistema de control de velocidad y temperatura de un flujo de aire mediante un MPC se esquematiza en la figura 17:

Figura 17. Proceso de implementación del MPC en el banco MIMO



Como se mencionó en el SISO, hay que hacer una toma de datos de la dinámica de la planta para realizar el respectivo modelamiento. Pero en el MIMO la toma de datos se hace con entradas en escalón aleatorias tanto en el motor como en la resistencia, porque se debe captar la relación tanto de la temperatura como de la velocidad con respecto a la variación de entrada en el motor y en la resistencia. Obtenidos los modelos, los cuales son estimados con filtro de Kalman debido al ruido existente en los sensores (especialmente en el transmisor de presión diferencial) se procede a utilizar la herramienta *Hybrid Toolbox* para caracterizar el controlador MPC explícito de lo que se obtienen las matrices que definen las regiones de control con sus respectivos hiperplanos. Así como en el SISO, estas matrices son cargadas a un generador de código SCL desarrollado igualmente para este trabajo, del que se genera el archivo de texto que sirve para generar los bloques en el TIA PORTAL y cargarlos al PLC para permitir el control del banco.

4. DISEÑO GENERAL DE LA FUNCIÓN

Debido a que la naturaleza del controlador es explícita; este se programa para que la carga de todos los datos provenientes de las regiones e hiperplanos se haga de manera sencilla y una vez se encuentren en la memoria del PLC, reste entonces la búsqueda de la región apropiada dado el vector de parámetros del sistema y el posterior cálculo de la regla de control apropiada para el instante de control.

4.1. USO DE HYBRID TOOLBOX EN MATLAB

Una vez obtenido el modelo de la planta en tiempo discreto en espacio de estados; se procede con los pasos representados en la figura 18.

Con las funciones *lincon* y *expcon* de la librería *Hybrid Toolbox*^{1 2} se generan respectivamente los controladores implícitos y explícitos configurados de manera tal que los horizontes de control N_u , de predicción N y las restricciones de los vectores columna y y u , dados los valores mínimos y máximos de salidas y entradas de la planta. Además; se han de configurar dos matrices de ponderación S y T que corresponden a las presentadas en la función de costo dada en 4.1, cuya optimización se da mediante el uso del algoritmo QPACT³.

$$\min \sum_{k=0}^{N-1} [y'(t+k|t) - W'(t)]S[y(t+k|t) - W(t)] + \Delta u'(t+k)T\Delta u(t+k) + \rho\epsilon^2 \quad (4.1)$$

Sujeta a las restricciones:

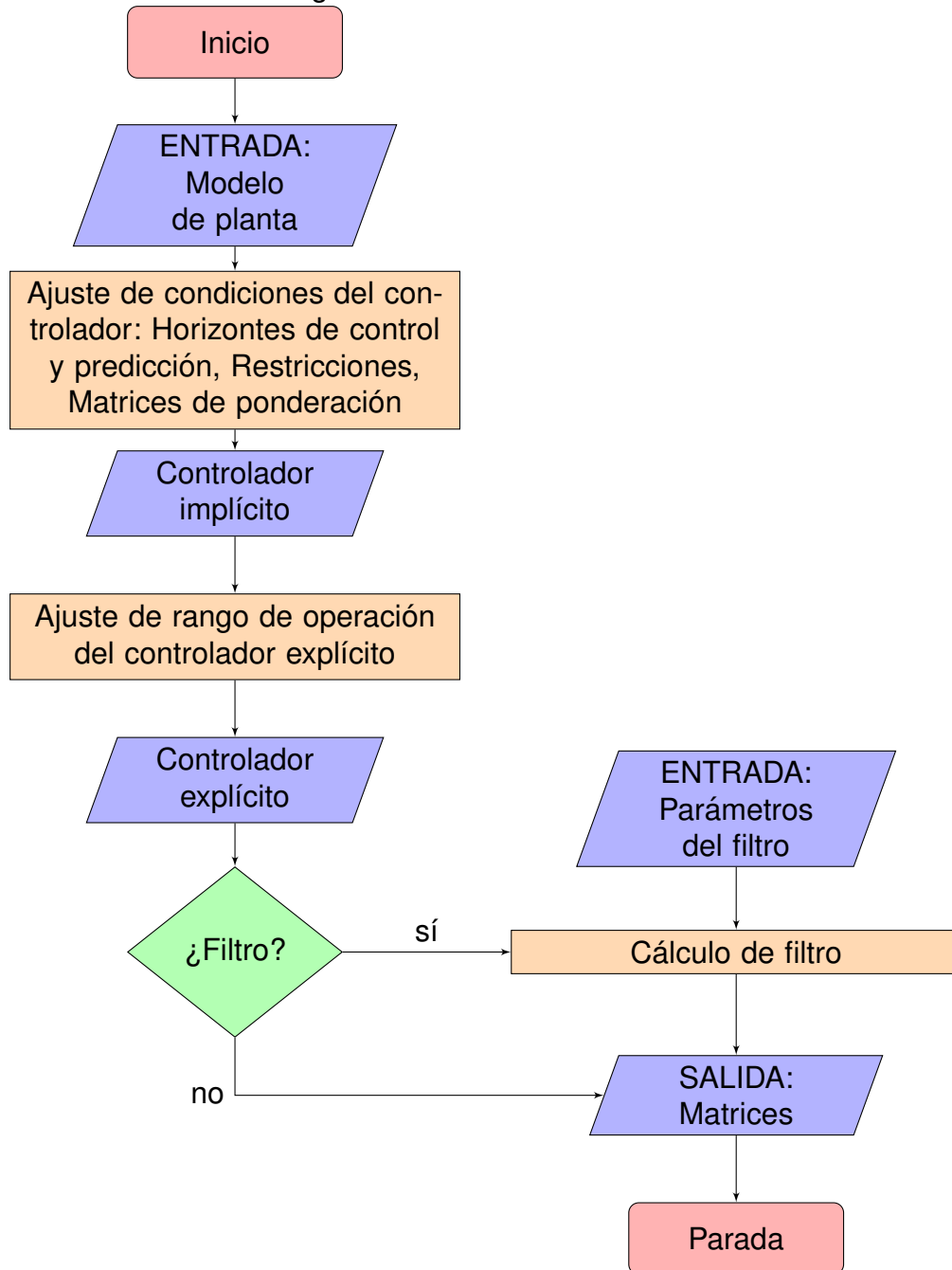
$$y_{min} - \epsilon \leq y(t+k|t) \leq y_{max} + \epsilon, k = 1, \dots, N_{cy}$$

¹TONDEL, P., JOHANSEN, T.A. y BEMPORAD, A. "An algorithm for multi-parametric quadratic programming and explicit MPC solutions". En: *Automatica* 39(3) (2003), págs. 3173-3178.

²Librería desarrollada por Alberto Bemporad, quien hizo parte del equipo de desarrollo de las herramientas para MPC de MATLAB

³DI CAIRANO, Stefano y BRAND, Matthew. "On a multiplicative update dual optimization algorithm for constrained linear MPC". En: *Decision and Control (CDC), 2013 IEEE 52nd Annual Conference on. IEEE. 2013*, págs. 1696-1701.

Figura 18. Generación de regiones de control



$$u_{min} \leq u(t+k) \leq u_{max}, k = 0, \dots, N_{cu}$$

$$\Delta u_{min} \leq \Delta u_{max}, k = 0, \dots, N_{cu}$$

$$u(t+k) = 0, k \geq N_u$$

$$x(t+k+1|t) = Ax(t+k|t) + B[u(t+k-1|t) + \Delta u(t+k)]$$

$$y(t+k|t) = Cx(t+k|t) + D[u(t+k-1|t) + \Delta u(t+k)]$$

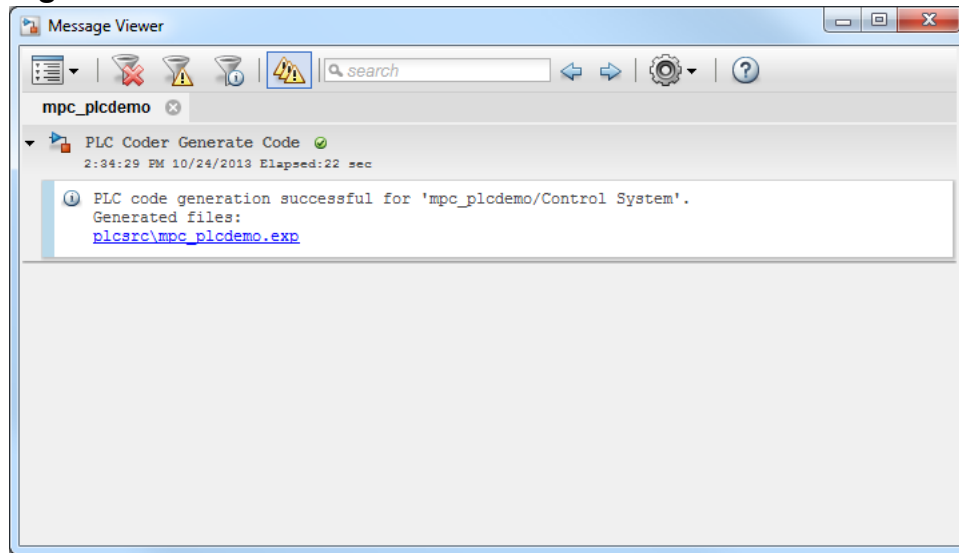
En el caso SISO, estas dos matrices son en realidad valores escalares; y la comprensión de esa función de coste que se busca minimizar lleva a un análisis que se verá en la sección de resultados con las repercusiones de modificar esos valores de ponderación.

Básicamente en esta ecuación 4.1 se aprecia el núcleo de un controlador predictivo el cual es un problema de dar con unas reglas de control dado un problema de optimización ponderado dependiendo de la planta (la variación de estas ponderaciones es el mismo proceso de **sintonización del controlador**) sujeto a unas restricciones que deben cumplirse. Puede entenderse a partir de este punto; que un controlador con un horizonte de predicción más elevado (y de control) resulta en uno que responderá mejor a la hora de ponerse en marcha, pero con un coste adicional: El tener que realizar más adiciones para dar con una serie de señales de control conllevará mayor tiempo de cálculo; así como mayor número de comprobaciones de restricciones en el caso de elevar el horizonte de control.

El problema de optimización dado en la ecuación 4.1 es lo que se conoce como un problema de programación cuadrática QP (Quadratic Programming) que ha de pasarse en cada iteración a un *solver* que determinará la señal de control apropiada que minimice el costo de la ecuación mientras cumple las restricciones del problema. El controlador implícito calcula sobre la marcha las señales de control apropiadas para ceñirse a las restricciones minimizando la función de costo ya considerada; este se calcula mediante la función *lincon* (controlador lineal). Sin embargo, dado a que un control *online* resulta tan demandante ha de considerarse una opción de optimización *offline*. Esto fue comprobado en etapas tempranas de la realización del proyecto mediante la herramienta *Simulink PLC Coder* de MATLAB (Figura 19) en

la que sobre un modelo de control simulado de la planta se generan las fuentes en formato de texto estructurado para su exportación al PLC y se observó que tardaba más de $150ms$ cada iteración, aún usando un método para resolución de problemas QP eficiente llamado `qpkwik`⁴ (no alcanzándose a observar todo el tiempo dado a que el bloque de cálculo de control tenía ese período máximo).

Figura 19. Simulink PLC Coder



Fuente: Sitio web Mathworks

Dado que este tiempo resulta inapropiado por la naturaleza de los sistemas a controlar (puesto que las variables más dinámicas a controlar no responderían apropiadamente con un retraso así de significativo), se concibe la idea de usar un controlador de tipo explícito que realice los cálculos de control de manera tal que se reduzca significativamente el tiempo de procesamiento.

Hybrid Toolbox contiene la función `expcon` para generar este tipo de controlador, que debe generarse en un rango de operación definido en el que se supone que luego operará. Este rango está constituido por los límites de la magnitud a controlar, la señal de control y el estado de la planta. La salida de esta función puede traducirse a una serie de matrices que serán cargadas posteriormente al PLC; F_{π_s} , G_{π_s} , H_{h_s} ,

⁴SCHMID, Claudia y BIEGLER, Lorenz T. "Quadratic programming methods for reduced hessian SQP". En: *Computers & chemical engineering* 18.9 (1994), págs. 817-832.

$K_{h1}, i1_{r1}, i2_{r1}$ donde π es la cantidad de regiones multiplicada por el número de salidas del controlador (entradas de la planta), h es el número de hiperplanos y s es la norma del vector de parámetros θ

4.2. FUNCIÓN DE CONTROL MPC

Una vez en el controlador, en cada llamado de la función periódica de control (como se ve en la figura 20); dado un vector de parámetros $\theta = [x, u_a, W]^T$ (siendo x el estado, u_a la señal de control anterior y W la referencia a seguir), existe una región i del controlador que posee reglas para responder a la condición presentada en tal vector de parámetros acorde a la optimización de la función de coste de la siguiente manera:

$$H_i \theta \leq K_i \longrightarrow \Delta u = F_i \theta + G_i \quad (4.2)$$

Donde:

$$F_i = F_{ii+1:ii+nu,:} | G_i = G_{ii+1:ii+nu,:} | H_i = H_{i1:i2i,:} | K_i = K_{i1:i2i,:} \quad (4.3)$$

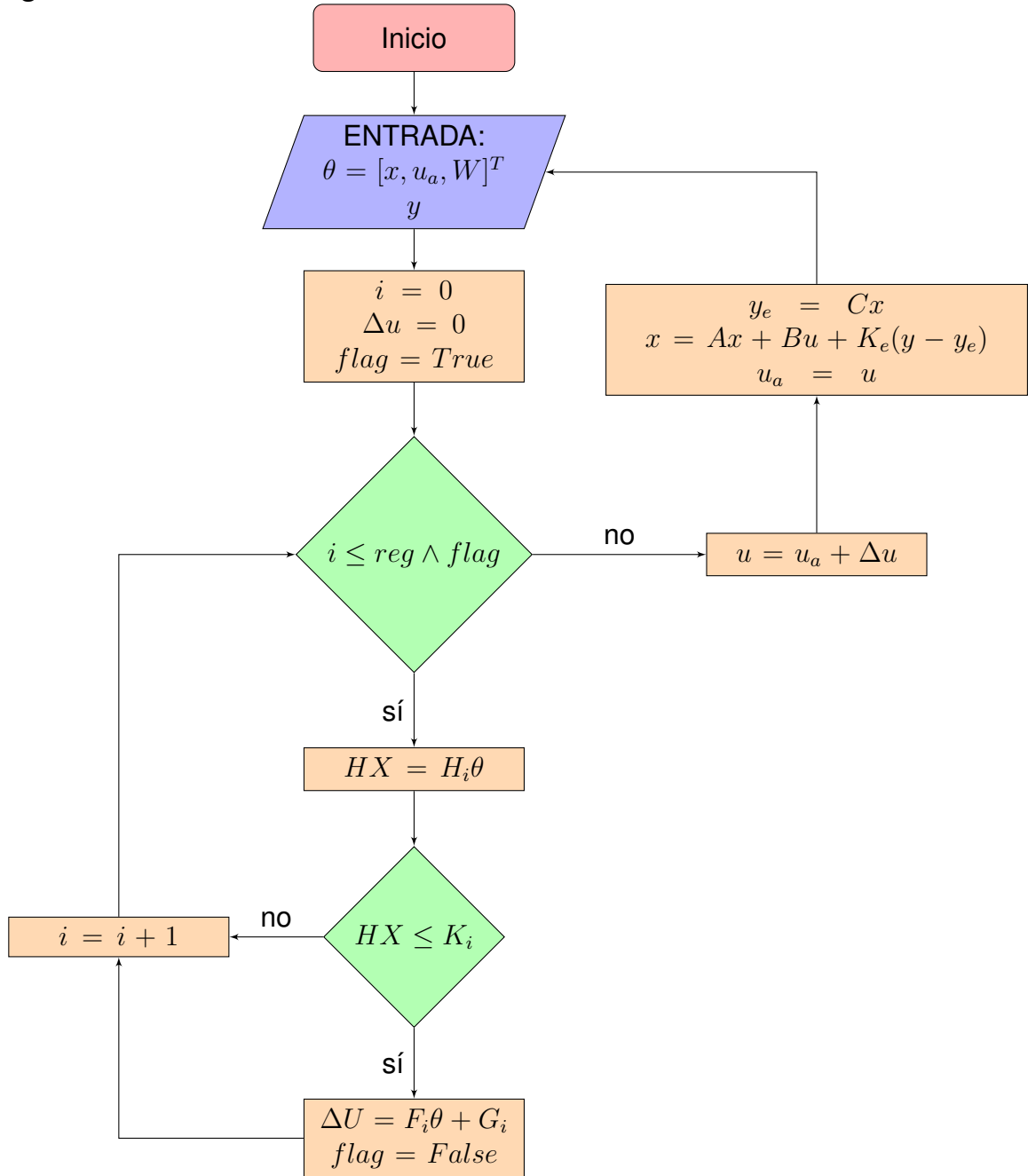
$$i1i = i1_i | i2i = i2_i | ii = n_u(i - 1) \quad (4.4)$$

Al realizar la acción de control se estima el estado (de ser necesario si la cantidad de variables de estado es mayor a las mensurables) usando un filtro de Kalman (representado por la matriz K_e , también útil cuando los sensores o la planta tienen suficiente ruido como para alterar el funcionamiento del controlador) para continuar con los ciclos de control.

Este filtro es estimado mediante la función *kalman* de MATLAB, cuyos parámetros son dos matrices Q y R que corresponden a las covarianzas de ruido de la planta y de los sensores; además de la planta en espacio de estados que se va a someter a

control.

Figura 20. FUNCIÓN MPC



4.3. DOCUMENTACIÓN DE LA FUNCIÓN

La estructura de los ficheros adjuntos es la siguiente: Dos archivos con extensiones .scl que corresponden a las fuentes externas que son usadas para cargarse en el software *TIA Portal* para la correspondiente generación de bloques de función que se compilarán y cargarán en el PLC.

Sin embargo, esos dos ficheros no se cargan directamente; puesto que dada la escalabilidad del código; cada modelo tendrá una estructura distinta ya que el hacer un código general requeriría de usar mucha memoria para poder requerir necesidades de modelos generales⁵, así que un generador de código toma como entradas un código base⁶, y un fichero de MATLAB tipo .mat con las matrices cargadas del controlador implícito.

4.3.1. Para uso con banco SISO

El fichero `control_codebase.scl` es la base del control SISO con *gain scheduling*⁷ en el que se deben reemplazar los valores correspondientes a los generados por el script de MATLAB para tal controlador⁸.

El generador tiene una interfaz gráfica como se muestra en la figura 21 en la que el usuario ha de especificar las localizaciones de los archivos generados por el script de MATLAB para cada uno de los tres rangos operativos del controlador, así como la del código base y el archivo de salida donde estará el archivo .scl con los valores reemplazados y las matrices cargadas. En la sección de límites se ajustan los rangos en los que el *gain scheduling* operará. Para que pueda ejecutarse el generador se necesita una instalación de Python 3.X con módulos de Qt5, NumPy y SciPy instalados en sus últimas versiones.

⁵Principalmente por el tamaño de las matrices, que no pueden declararse dinámicamente en programación de controladores

⁶Ya hay dos programas enteros escritos en modo plantilla, para las pruebas de SISO y MIMO

⁷Ver capítulo 5.1.5

⁸Ver Anexo A

Figura 21. Generador de código SCL para MPC

Creador de bloques MPC

Archivo Código Base	Seleccionar	Número de entradas	1
Archivo de salida	Seleccionar	Número de salidas	1
Archivo Modelo 1	Seleccionar	Estados del primer modelo	1
Archivo Modelo 2	Seleccionar	Estados del segundo modelo	1
Archivo Modelo 3	Seleccionar	Estados del tercer modelo	1

Límites Modelo 1 (desde 0 hasta...) 0

Límites Modelo 2 (desde valor anterior hasta...) 0

Límites Modelo 3 (límite general del control) 0

Generar código

Dada configuración se presenta para una CPU 314-C2DP con un módulo de entradas y salidas digitales adjunto a esta.

Los bloques que se generarán dadas las instrucciones contenidas en el archivo de salida de este generador son:⁹

FB MPC Contiene la función principal de control **MPC**

DB MPC_DB Es el bloque de datos cuya función FB asignada es la anterior. Contiene las matrices generadas por el script de MATLAB.

FB controlador Es la función FB que contiene la llamada del bloque **MPC**, en este se ejecutan las acciones de control asociadas con las salidas numéricas de tal bloque de función principal.

DB controlador Bloque de datos encargado de almacenar datos del bloque **controlador** para poder realizar acciones de visualización online desde una tabla de observación y forzado¹⁰.

⁹Los bloques repetidos y con numeraciones son aquellos que pertenecen a cada uno de los rangos operativos del MPC con Gain Scheduling

¹⁰Elemento del software TIA Portal para poder observar y asignar valores a variables en tiempo real

OB 100 Bloque de organización que contiene la rutina de inicialización del controlador para poder ajustar la primera ejecución de control y a su vez las demás.

OB 35 Bloque de organización que es llamado de manera cíclica por el PLC para realizar el control muestreado. En la configuración de hardware se le asigna el período de ejecución que ha de coincidir con el del tiempo del controlador generado en código del script MATLAB.

FC MenorIguar Bloque de función que se encarga de realizar la comprobación de que los elementos de un vector sean menores o iguales a otro. Es llamado por el bloque de control principal **MPC**.

FC MULT_M_SIMPLE y MULT_2 Bloque de función encargado de realizar las multiplicaciones matriciales requeridas por el control predictivo implícito. Figura 20

FC motorcontrol Bloque de función que pasa la señal de control al motor.

FC resiscontrol Bloque de función que pasa la señal de control a la resistencia.

Antes de realizar la carga del programa, ha de asegurarse que se tienen declaradas las variables usadas para su funcionamiento como se puede ver en la figura 22

Figura 22. Tabla de variables para el controlador SISO

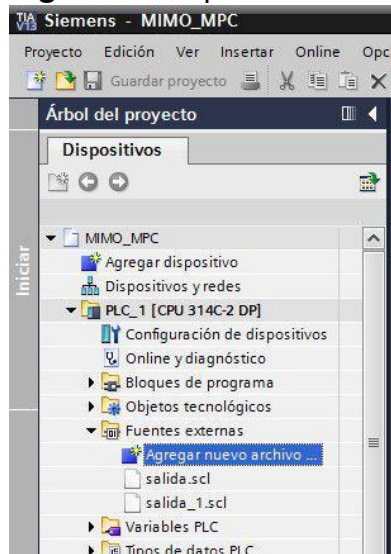
Tabla de variables estándar						
	Nombre	Tipo de datos	Dirección	Rema...	Visibl...	Acces...
1	 poten	Word	%IW752		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
2	 motor	Word	%QW752		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
3	 i	Int	%MW0		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
4	 angulo	Real	%MD2		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
5	 referencia	Real	%MD6		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
6	 tiempo	Time	%MD10		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
7	 tiempo2	Time	%MD14		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
8	 forzar	Bool	%Q124.3		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
9	 valor5	Byte	%IB0		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
10	 <Agrega...>				<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

La carga se realiza de la siguiente forma: En el panel izquierdo de la vista de proyecto del TIA Portal(ver Figura 23) se encuentra una sección de fuentes externas

en la lista de bloques del programa. En esta lista se agrega el archivo scl generado y posteriormente mediante click derecho sobre la nueva entrada que genera la interfaz de TIA Portal se selecciona la opción de **Generar bloques de programa**. De este modo ya se puede compilar y cargar el programa al PLC.

Nota importante: Como en este programa no se realiza estimación de estado (porque hay solo una variable de estado), se requiere que las líneas que contienen $X[0,0] := IN_VEC[0] / \text{xxxx}$; sean modificadas de manera tal que cada modelo tenga concordancia con cada controlador. Esto se lleva a cabo identificando en MATLAB mediante la secuencia $C \setminus y$ y reconociendo el número por el que debería dividirse (o multiplicarse) el valor de IN_VEC para obtener el estado, dependiendo claramente del rango de operación. Un tratamiento similar es requerido en el MIMO, pero solo para el primer estado; los demás son estimados.

Figura 23. Importación de fuentes externas TIA Portal



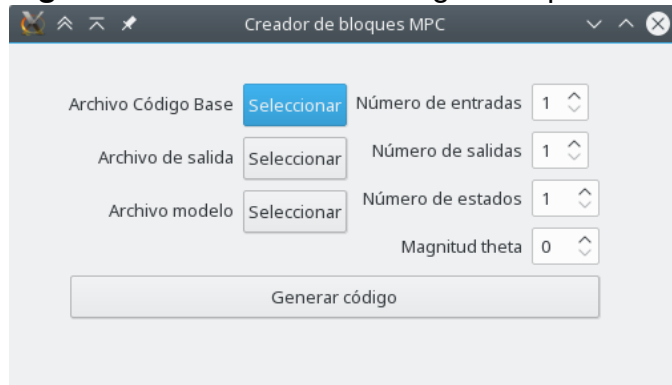
4.3.2. Para uso con banco MIMO

En este banco la idea de Gain Scheduling sería mucho más complicada (dado que se necesitaría trabajar rangos operativos para dos variables) por lo que se opta (por motivos de espacio en memoria) trabajar solamente con un modelo. En este, el

fichero `MIMO_codebase.sc1` contiene las directrices para reemplazar los parámetros operativos para generar el programa de control para el banco; y a su vez el script en MATLAB del Apéndice B es el encargado de generar las matrices que usará el generador para crear las funciones. Tanto para el SISO como para el MIMO, se recomienda primero realizar una simulación para verificar que tiene sentido antes de pasar al PLC y verificar su funcionamiento, naturalmente esta recomendación es válida entre mejor se tenga el modelo de comportamiento de la planta.

El generador de código es similar al anterior, como se puede apreciar en la figura 24; recibe parámetros similares pero para el caso MIMO.

Figura 24. Generador de código SCL para MPC



El programa se carga como se cargó en el banco anterior; teniendo en cuenta que la tabla que se muestra en la figura 25 debe estar cargada para una correcta importación.

El resto de estructura y explicación es idéntico al caso SISO mencionado en el caso anterior, salvo porque en el caso SISO no fue necesario programar un filtro Kalman dada la naturaleza del mismo¹¹

4.3.3. Para uso en cualquier otro escenario

En el archivo `MIMO_codebase.sc1` se pueden extraer los contenidos de solamente los bloques **MPC**, **MPC.DB**, así como las funciones **FC** que hacen parte de la función

¹¹Poco ruido y solo una variable de estado, por lo que no era necesario realizar estimaciones

Figura 25. Tabla de variables para el controlador MIMO

Tabla de variables estándar						
	Nombre	Tipo de datos	Dirección	Rema...	Visibl...	Acces...
1	motor	Word	%QW752		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
2	resis	Word	%QW754		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
3	pitot	Word	%IW754		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
4	pt100	Word	%IW760		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
5	valor1	Byte	%IB0		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
6	valor2	Byte	%IB1		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
7	i	Int	%MW0		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
8	temperatura	Real	%MD2		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
9	vel_aire	Real	%MD6		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
10	tiempo	Time	%MD10		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
11	referencia_V	Real	%MD14		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
12	referencia_T	Real	%MD18		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
13	presionpa	Real	%MD22		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
14	densidad	Real	%MD26		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
15	id	Int	%MW30		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
16	<Agregar>				<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

como tal; se reemplazan los valores que se encuentran entre los signos \$ y se le agregan los datos de las matrices tal y como los generadores lo hacen footnoteO ya bien desde la interfaz del TIA Portal, lo cual es más cómodo cuando se hace de modo manual.

De este modo, llamando a la función **MPC** con vectores de referencia y entrada ocupando solamente los valores necesitados para el controlador.

5. IMPLEMENTACIÓN DEL MPC EXPLÍCITO

Las pruebas llevadas a cabo para la comprobación de la función, son detalladas a continuación; dejando claro que en ningún momento se superó más del 73% de la memoria de usuario del PLC que es de $192kB^1$. Por este motivo, se deja suficiente espacio para las tareas que requiere el usuario para trabajar en funciones aparte.

5.1. SISTEMA DE CONTROL DE POSICIÓN ANGULAR (SISO)

5.1.1. Caracterización De La Planta

Como bien ya se ha mencionado, uno de los elementos básicos que requiere la implementación de un controlador predictivo, es un modelo del sistema. Así mismo, se resaltó que existen dos mecanismos para obtener el modelo de un sistema: de manera teórica, y empíricamente, por medio de sistemas de identificación². De manera práctica, se usó un método de modelamiento empírico, utilizando para ello la herramienta de MATLAB, *System Identification Toolbox (IDENT)*.

Un sistema de identificación exige una toma de datos donde se evidencie la relación que hay entre la entrada y la salida del sistema, es decir, entre el ángulo de la compuerta y el porcentaje de marcha del motor.

Para captar la dinámica del sistema, pueden emplearse métodos como: la entrada en escalón y la entrada en impulso. Normalmente, para sistemas lineales invariantes en el tiempo lo común es aplicar una entrada escalón y tomar la respuesta (comportamiento de la salida) hasta que el sistema se encuentre estable, básicamente es una prueba en lazo abierto.

Para una caracterización completa de la planta, es necesario aplicar señales escalón en la entrada para todo el rango de operación, es decir, escalones entre el 0%

¹Esto en el caso del controlador MIMO que requería dimensiones más extensas para su funcionamiento.

²NEILA, Olivia y col. "Control Predictivo Generalizado en un PLC Siemens Simatic S7-1200". En: *Actas de XXXVI Jornadas de Automática* (2015), págs. 983-988.

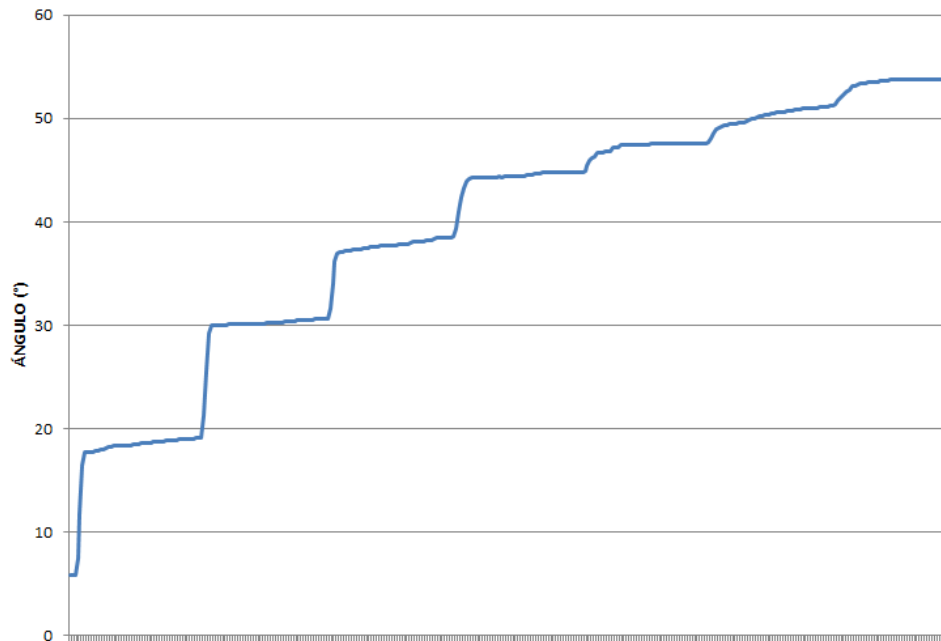
y 100 %.

El motor instalado en el banco no gira a porcentajes de marcha menores del 20 % aproximadamente, por tanto, se aplicaron escalones superiores al 30 %, con cambios de 10 unidades porcentuales, hasta enviar una señal de 100 %.

Para la adquisición de datos, se aprovechó que los bloques de datos (DB) del PLC poseen memoria, lo cual permite hacer tomas de datos y almacenarlos, para disponerlos posteriormente a un análisis.

Los datos obtenidos, con sus respectivas entradas escalón, se muestran en la figura 26

Figura 26. Respuesta del sistema SISO ante las entradas escalón



De la respuesta del sistema, se puede observar principalmente que el comportamiento no es uniforme en todo el rango. Se pueden identificar, por tanto, tres comportamientos diferentes, resaltados en la gráfica de las salidas registradas en la figura 28

Son evidentes los tres diferentes comportamientos en la salida, definidos de la siguiente manera:

Rango 1 $\rightarrow 5^\circ < \text{Ángulos} < 30^\circ$

Figura 27. Entradas escalón aplicadas

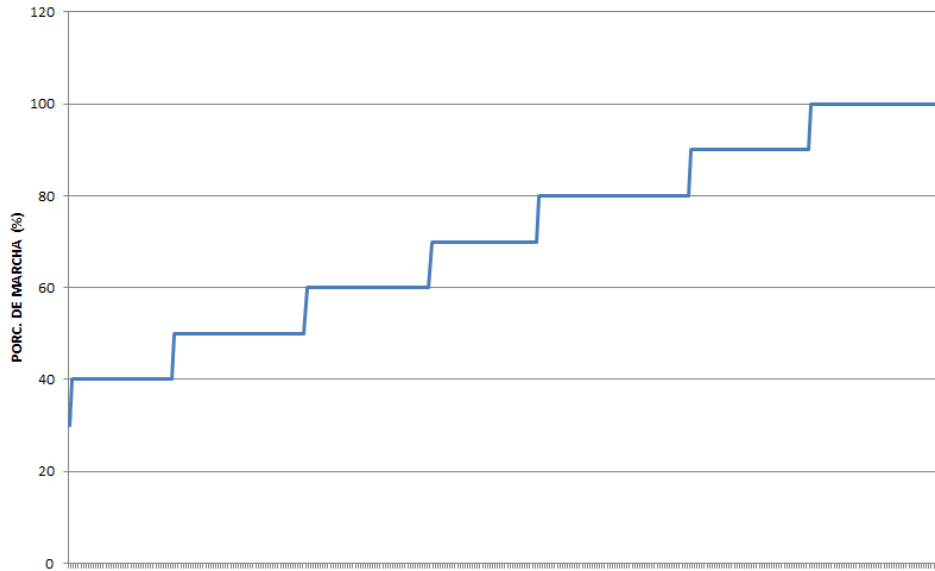
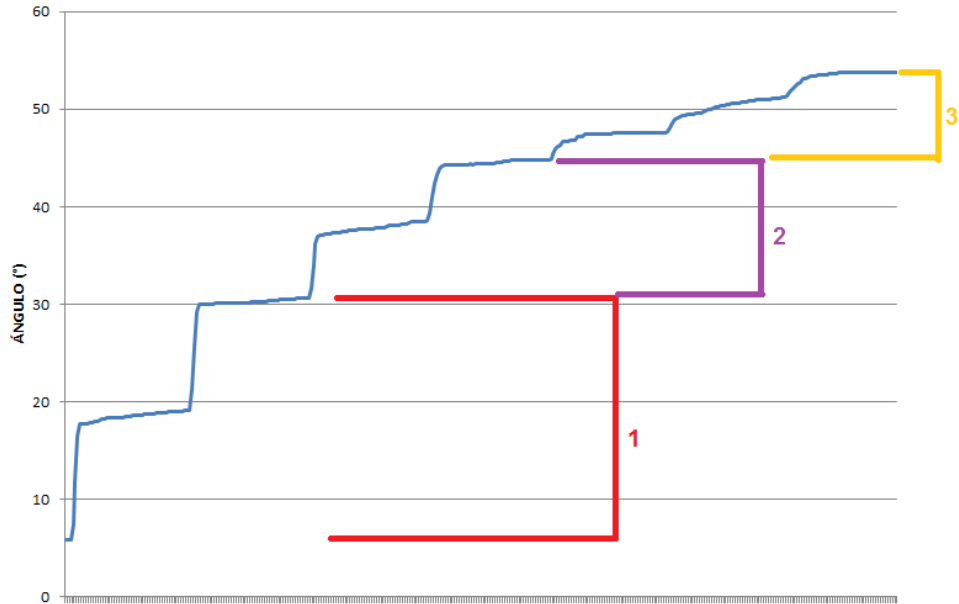


Figura 28. Comportamientos en la salida



Rango 2 $\rightarrow 30^\circ < \text{Ángulos} < 45^\circ$

Rango 3 $\rightarrow 45^\circ < \text{Ángulos} < 53^\circ$

Se puede ver que la compuerta alcanza un máximo ángulo de 53° (aproximadamente), por lo tanto, no se alcanzan los 75° para lo que está dispuesta la compuerta, esto se debe simplemente al funcionamiento del motor, ya que el flujo máximo inducido

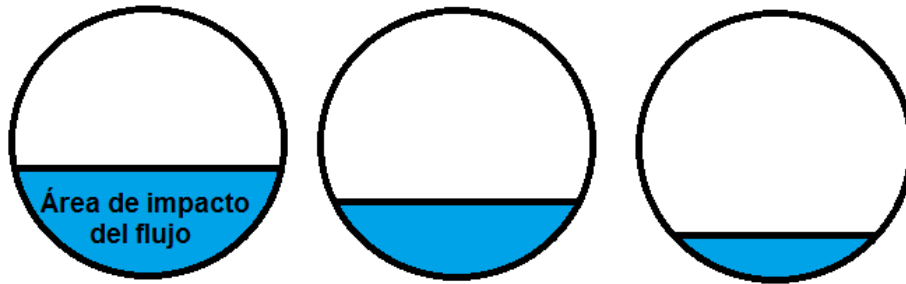
Tabla 1. Parámetros de los tres componentes de la salida del sistema

Modelo	Ángulo mínimo [°]	Ángulo máximo [°]	Escalón [%]
1	5	30	30-50
2	30	45	50-70
3	45	53	70-100

no lo permite.

La no uniformidad en la respuesta tiene un sentido físico. A medida que el ángulo de la compuerta crece, el área de impacto del flujo sobre la misma disminuye, por lo que se evidencia un comportamiento suave y compacto cuando los porcentajes de marcha del motor son altos. En la figura 29 se esquematiza la disminución del área de impacto con el aumento del ángulo:

Figura 29. Variación del área de impacto a medida que aumenta el ángulo de inclinación



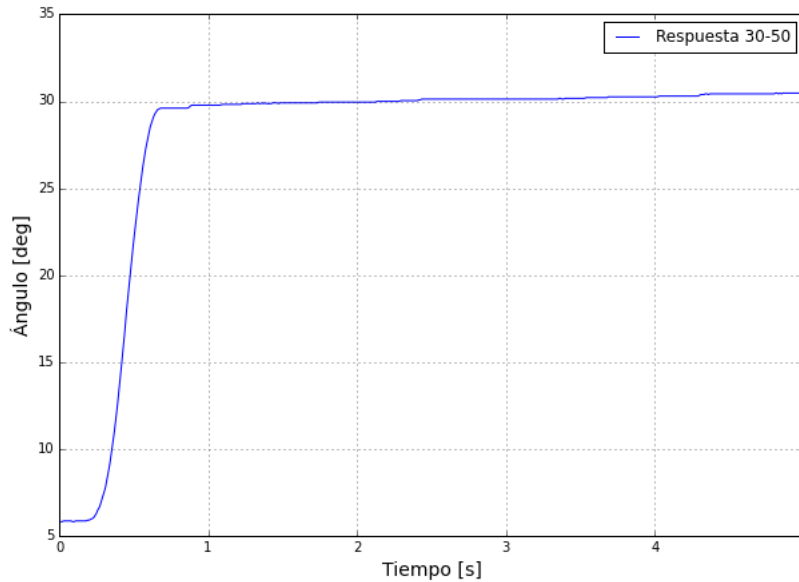
De la respuesta del sistema se puede suponer que, con un único modelo no es posible simular la planta en todo el rango de operación. Lo más probable es que se deba considerar más de un modelo, en una estrategia conocida como Gain Scheduling.³ Sin embargo, se controló la planta, utilizando tanto un único modelo en todo el rango, como varios modelos, aplicando GAIN SCHEDULING.

Al identificar los tres comportamientos presentes en la dinámica del sistema, se tomaron los datos adecuados para cada uno de los comportamientos, es decir, se tomaron datos para tres entradas en escalón diferentes, mostrados en la tabla 1:

³NEILA y col., "Control Predictivo Generalizado en un PLC Siemens Simatic S7-1200".

Las respuestas graficadas del sistema en cada uno de estos comportamientos se pueden visualizar en las figuras 30, 31 y 32.

Figura 30. Salida del sistema para el escalón 30% – 50%



5.1.2. Modelado Del Sistema

Como ya se mencionó anteriormente, el modelamiento del sistema se realizó por medio de sistemas de identificación, para lo cual se debe primero, hacer una adquisición de datos de la dinámica del sistema, donde se evidencie la relación entre la entrada y la salida del mismo. Hay que destacar antes que nada que, este tipo de modelamiento, a diferencia del teórico, no distingue la composición física del sistema, simplemente relaciona de manera directa cómo se comporta la salida frente a la entrada.

Los datos necesarios del comportamiento de la planta ya fueron mostrados en el ítem inmediatamente anterior, por lo que es posible obtener el modelo (o modelos) del proceso.

Figura 31. Salida del sistema para el escalón 50 % – 70 %

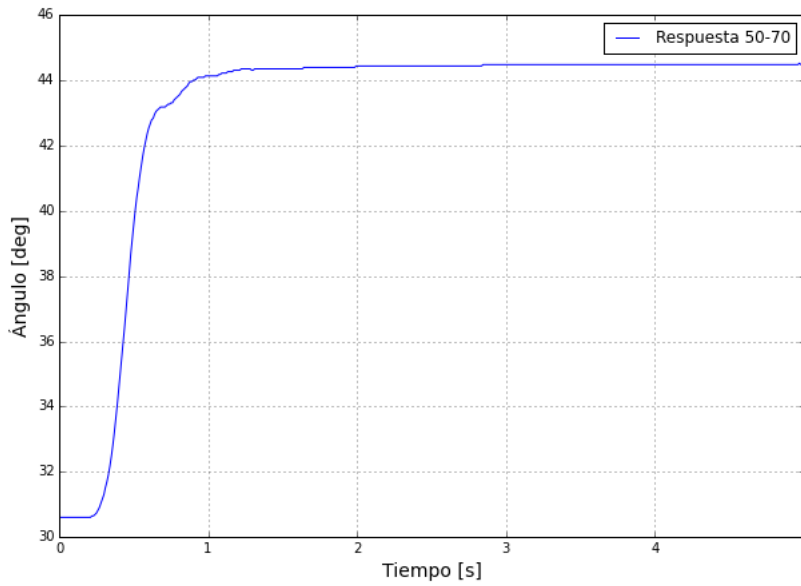
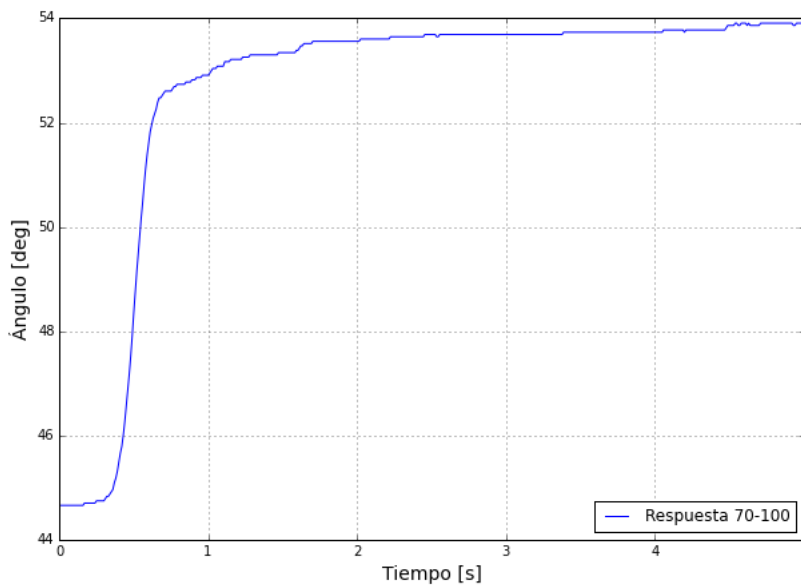


Figura 32. Salida del sistema para el escalón 70 % – 100 %

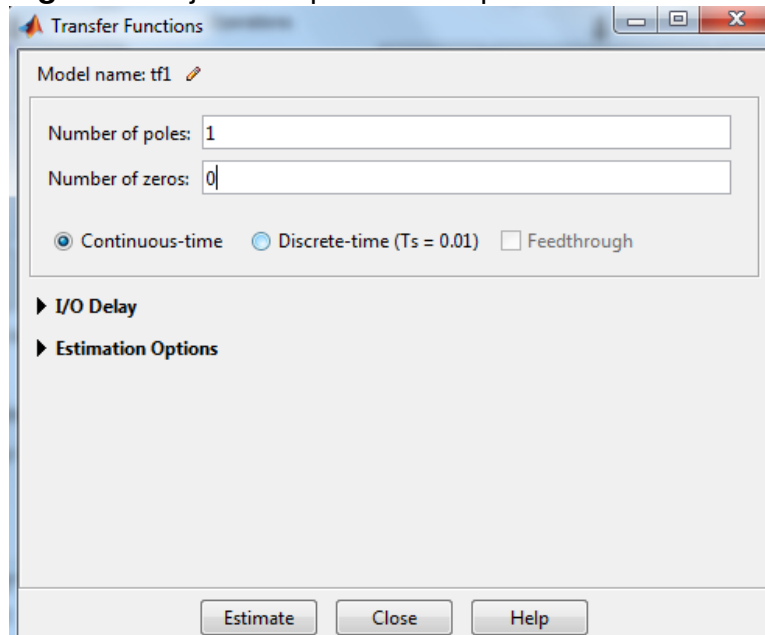


Para obtener los modelos de cada uno de los tres rangos del comportamiento en la salida, se usó la herramienta de MATLAB, *System Identification Toolbox (IDENT)*.

De esta herramienta, se puede obtener la función de transferencia que relaciona la salida con la entrada, así como la representación en espacio de estados del sistema. El IDENT exige como parámetros para el modelamiento, dos matrices: Una con los valores de la señal de entrada, que para el caso sería la respectiva entrada escalón, y otra con los valores del progreso de la salida. Así mismo permite trabajar en dominio del tiempo y en tiempo continuo.⁴

Cuando se le asignan las matrices con los datos de entrada y salida y se le indica que se quiere obtener la función de transferencia, se arroja la ventana de la Figura 33:

Figura 33. Ajuste de parámetros para la función de transferencia



Los parámetros de ajuste para obtener la función de transferencia son: el número de Polos y el número de Ceros con los que se modela el sistema, recordando que una función de transferencia se expresa de la siguiente forma:

$$H(s) = K \frac{(s - z_1) \dots (s - z_m)}{(s - p_1) \dots (s - p_n)}$$

⁴La discretización del modelo se hace previo a la implementación del MPC explícito, en el *Hybrid Toolbox*, por lo que aquí se obtuvo el modelo en tiempo continuo.

El sistema de control de posición angular se puede considerar según la respuesta de la salida ya vista, como un sistema de primer orden en el caso más sencillo. Los sistemas de primer orden presentan la formulación matemática siguiente:

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = Ku$$

Siendo K la ganancia del proceso y τ la constante de tiempo del sistema.

La función de transferencia sin considerar el retardo en la respuesta para este tipo de sistemas, se expresan generalmente como:

$$g(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Se puede ver que son modelos que presentan un Polo y uno o ningún Cero. De la toma de datos se puede ver que el sistema posee retardo en la respuesta, pero para el modelamiento se tomará como que el retardo es relativamente pequeño. Sin embargo, se advierte que esto incide en la precisión del modelo adquirido, como se verá más adelante.

Para los modelos de cada uno de los rangos se consideró entonces el caso más sencillo, sistemas con un Polo y ningún Cero.

Para el modelo del primer rango de comportamiento, con entrada escalón de 30 – 50 %, la función de transferencia obtenida por medio del IDENT es:

$$\frac{1,559}{s + 2,553}$$

Este modelo presenta un porcentaje de precisión frente a los datos reales de 68,59 % y su gráfica de comparación es la que se ve en la figura 34

La ubicación geométrica del Polo también hace parte de la información obtenida del IDENT, como se muestra en la figura 35

De acuerdo con la teoría de control⁵, para garantizar la estabilidad de un sistema,

⁵BOLTON, William y RAMÍREZ, Francisco José Rodríguez. *Ingeniería de control*. Marcombo, 2006.

Figura 34. Modelo obtenido frente a la salida real del primer modelo

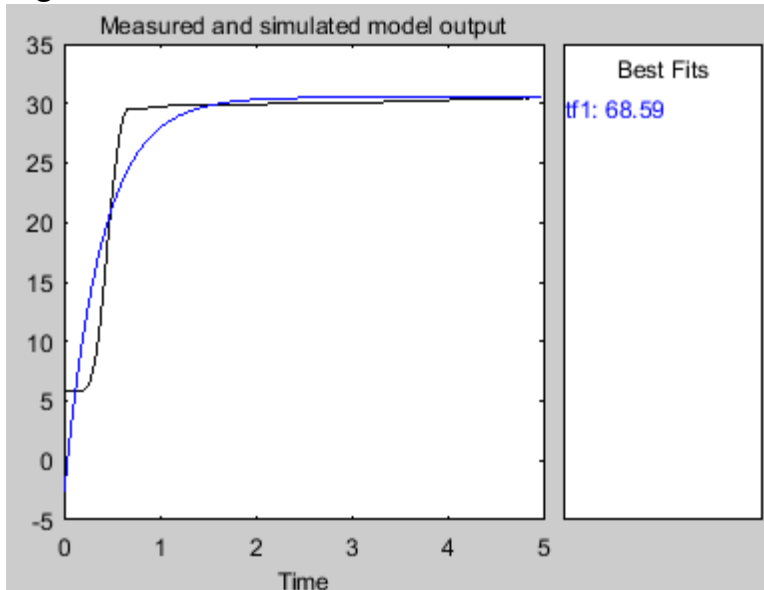
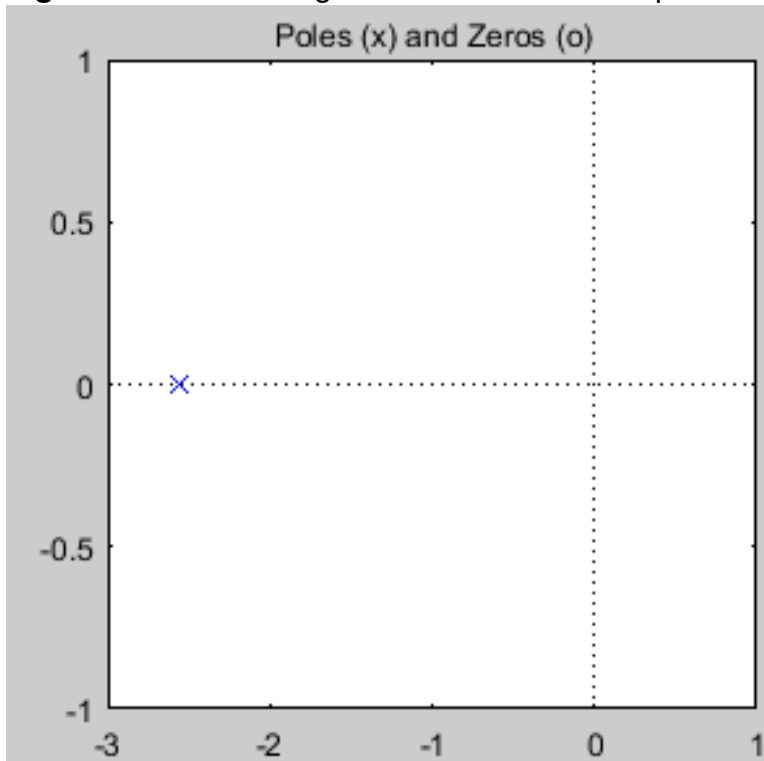


Figura 35. Ubicación geométrica del Polo del primer modelo



los polos deben estar ubicados en el semiplano izquierdo como es evidente que ocurre con el modelo obtenido según la figura 35. Llevando ahora el modelo a la

representación en espacio de estados, se tiene que las matrices A , B , C y D (las cuales son escalares por ser un sistema de un único estado) son: $A = -2,553$, $B = 1$, $C = 1,559$ y $D = 0$

La función de transferencia para el segundo modelo (escalón 50 – 70 %) considerando así mismo un Polo y ningún Cero, obtenida por el IDENT, es la siguiente:

$$\frac{1,549}{s + 2,427}$$

La representación en espacio de estados en tiempo continuo arroja los siguientes escalares para $A = -2,427$, $B = 1$, $C = 1,549$ y $D = 0$

Para el tercer modelo (escalón 70 – 100 %), la función de transferencia, también con un Polo y ningún Cero, es la siguiente:

$$\frac{0,9652}{s + 1,802}$$

La representación en espacio de estados en tiempo continuo arroja los siguientes escalares para $A = -1,802$, $B = 1$, $C = 0,9652$ y $D = 0$

5.1.3. MPC Explícito Para El Sistema De Control De Posición Angular

Para este sistema, las respectivas restricciones son:

$$0^\circ \leq y \leq 53^\circ$$

$$0\% \leq u \leq 100\%$$

$$-100\% \leq \Delta u \leq 100\%$$

Para la transformación de un MPC implícito a uno explícito se exige que las restricciones sean: el estado del sistema, la salida y la entrada.

Como ya se vio, la relación entre la salida y el estado es:

$$y(k) = Cx(k)$$

Las restricciones para la salida ($y(k)$) ya se mencionan anteriormente.

El límite mayor en la salida se obtiene cuando el estado toma su mayor valor. Lo mismo sucede cuando el ángulo es mínimo. Por tanto, ya se tienen las restricciones del estado. Las restricciones en la entrada también ya fueron indicadas.

5.1.4. Implementación del MPC explícito con modelo único y con GAIN SCHEDULING

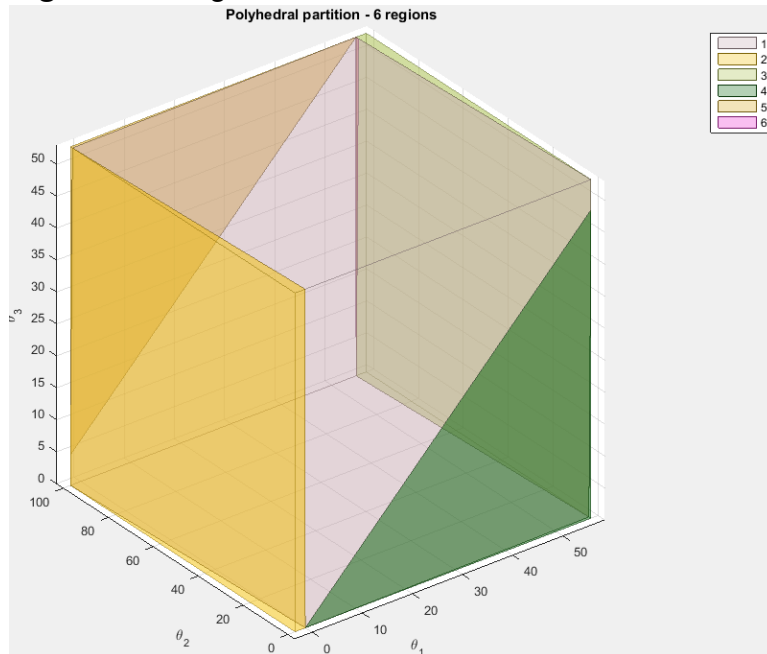
Como se vio en la caracterización de la planta, el sistema no es uniforme en la salida para todo el rango de operación del motor, por lo que es probable que un solo modelo no resulte adecuado para el correcto funcionamiento del control. Por tanto se hizo la implementación del controlador, tanto utilizando un único modelo para describir la planta en todo el rango de salida, como la aplicación de la técnica de GAIN SCHEDULING donde se utilización más de un modelo del proceso para hacer una descripción más completa.

MPC Explícito con único modelo Se utilizó el modelo del segundo rango de comportamiento (escalón 50 – 70 %) con los siguientes parámetros del controlador:

- Horizonte de predicción $N = 6$
- Horizonte de restricción $N_{cy} = 5$
- Horizonte de control $N_u = 1$
- Ponderación en el seguimiento de la referencia $S = 1$
- Ponderación en el esfuerzo $T = 15$

Se generaron **6** regiones y **18** hiperplanos en el espacio del estado de parámetros θ . Las regiones generadas se muestran en la figura 36

Figura 36. Regiones de control



Se puso a funcionar el controlador generado para seguir las siguientes referencias:

- $W = 15^\circ$
- $W = 30^\circ$
- $W = 42^\circ$

En las figuras 37, 38 y 39 se puede evidenciar así mismo el progreso tanto de la salida como de la señal de control.

Se ve que para ángulos menores a 30° y mayores a 40° el comportamiento del controlador no es adecuado, lo que lleva a utilizar la técnica de GAIN SCHEDULING para verificar si es necesario utilizar más de un modelo para describir la planta completamente.

MPC explícito con GAIN SCHEDULING La estrategia de GAIN SCHEDULING⁶ permite implementar un sistema de control, utilizando varios modelos para descri-

⁶NEILA y col., "Control Predictivo Generalizado en un PLC Siemens Simatic S7-1200".

Figura 37. Controlador para referencia $W = 15^\circ$

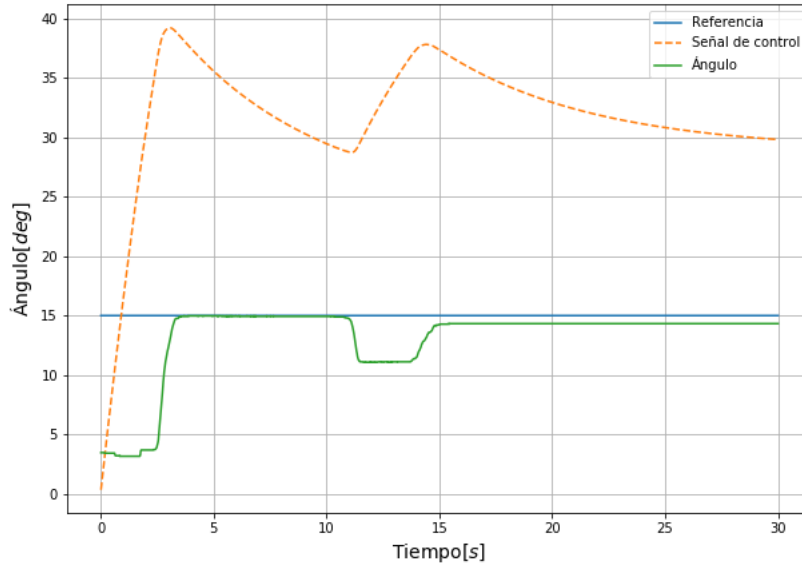
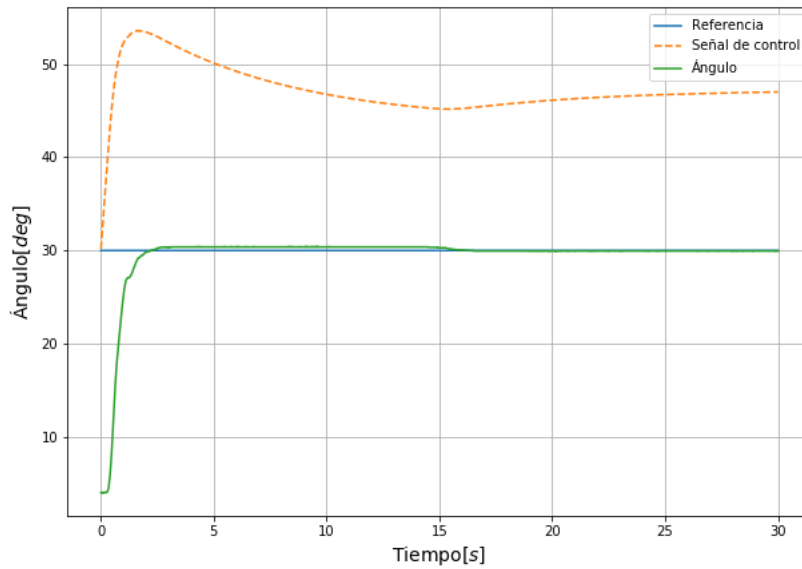


Figura 38. Controlador para referencia $W = 30^\circ$



bir una planta en su totalidad.

Como ya se vio, en el desarrollo de la salida del sistema se distinguen tres

Figura 39. Controlador para referencia $W = 42^\circ$

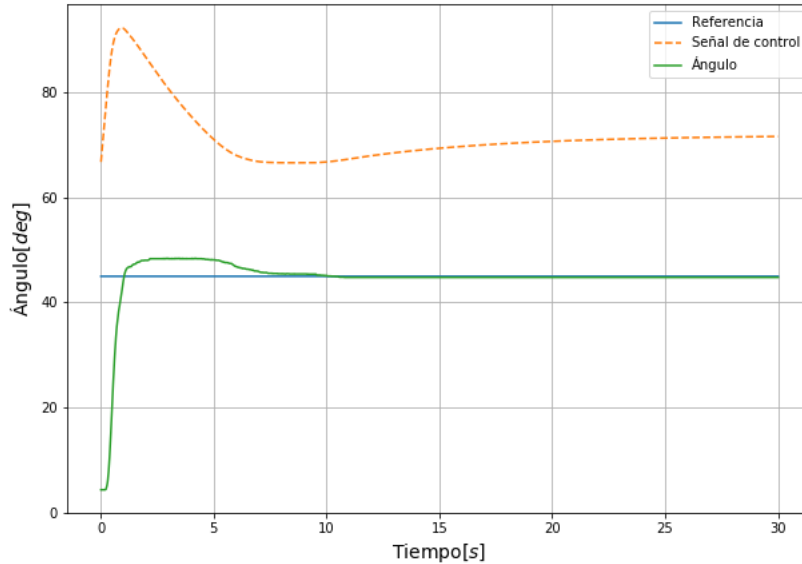


Tabla 2. Parámetros de funcionamiento de los controladores aplicando GAIN SCHEDULING

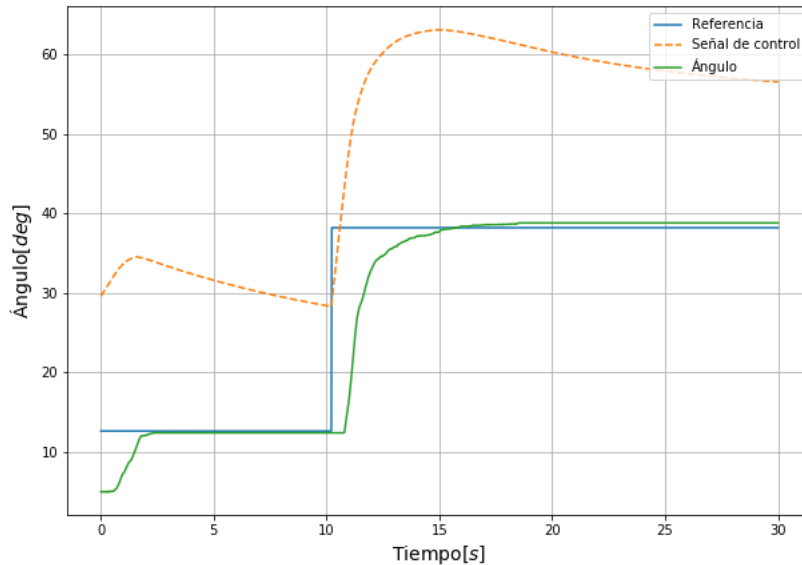
Modelo	Ref. de operación	S	T	N	N_{cy}	N_u	Regiones	Hiperplanos
1	$0^\circ \leq ang \leq 25^\circ$	1	25	6	5	1	6	18
2	$25^\circ \leq ang \leq 40^\circ$	1	15	6	5	1	6	18
3	$40^\circ \leq ang \leq 53^\circ$	1	9	6	5	1	6	18

comportamientos distintos a medida que el ángulo crece, por tanto, se utilizaron tres modelos distintos que ya fueron mencionados en el ítem inmediatamente anterior. Cada modelo será utilizado en un controlador único con parámetros diferentes, de acuerdo con el rango de operación para el que se adecuará su funcionamiento. Así mismo, hay que mencionar que cada uno de los tres controladores tiene las mismas restricciones generales del sistema, solo que, individualmente desempeñan un mejor funcionamiento en rangos diferentes. A continuación, se muestra una tabla donde se indican las condiciones y ajustes de cada controlador con su respectivo modelo:

Se hicieron las siguientes pruebas del funcionamiento del controlador bajo la

técnica de GAIN SCHEDULING, de las cuales se muestran las respectivas gráficas (Figuras 40 y 41) del desarrollo de la salida con el respectivo progreso de la señal de entrada

Figura 40. Referencia ascendente. $W = 12^\circ$ a $W = 39^\circ$



Así mismo se puso a prueba el controlador a la presencia de perturbaciones en la salida para verificar su respuesta ante la presencia de las mismas. Esto, utilizando el controlador con GAIN SCHEDULING, como se ve en las figuras 42, 43 y 44

Por último, aprovechando la estrategia de GAIN SCHEDULING, se introdujo una referencia sinusoidal, y la respuesta del sistema se visualiza en la figura 45

La duración del ciclo más largo de cálculo de la señal óptima de control es de $2ms$, por lo que es evidente que un MPC explícito alivia de gran manera la carga computacional. Obviamente este tiempo crece en la medida en que aumenta el número de regiones. Para este caso, el tiempo de cálculo de la señal de entrada no representa ningún inconveniente.

Figura 41. Referencia ascendente. $W = 51^\circ$ a $W = 39^\circ$

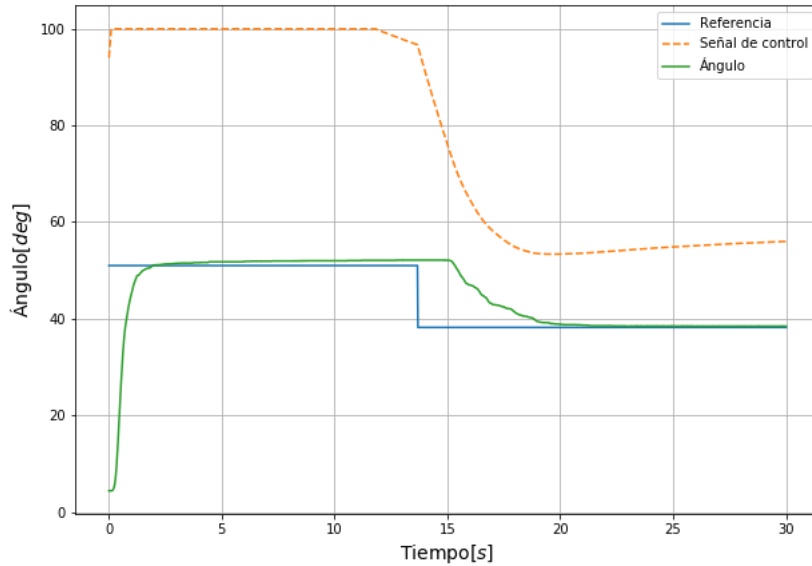
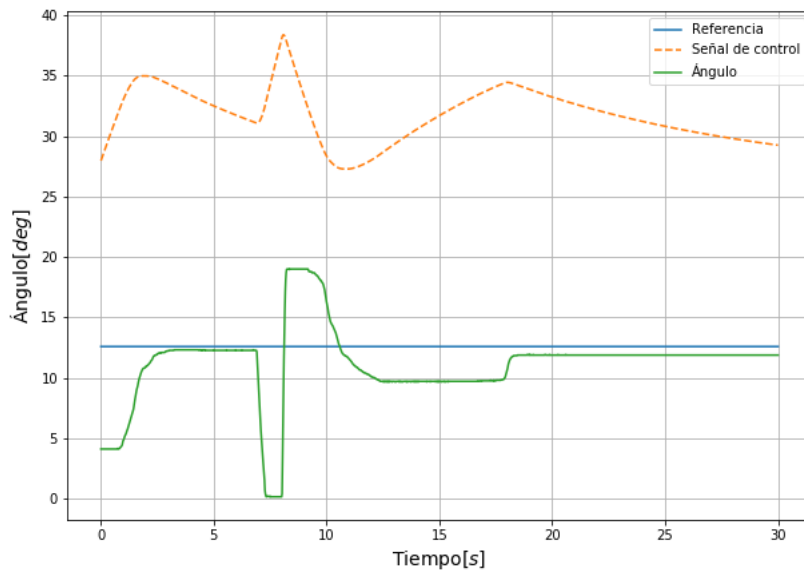


Figura 42. Perturbación menor a la referencia. $W = 13^\circ$



Para la sintonización de un MPC es necesario observar cómo se comporta el sistema cuando se varían los parámetros de control, esto es, cuando se varían

Figura 43. Perturbación mayor a la referencia. $W = 12^\circ$

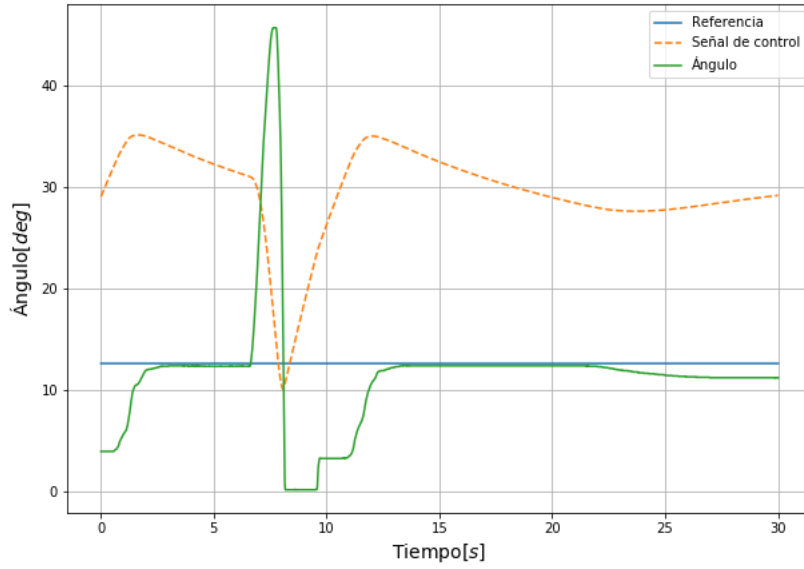
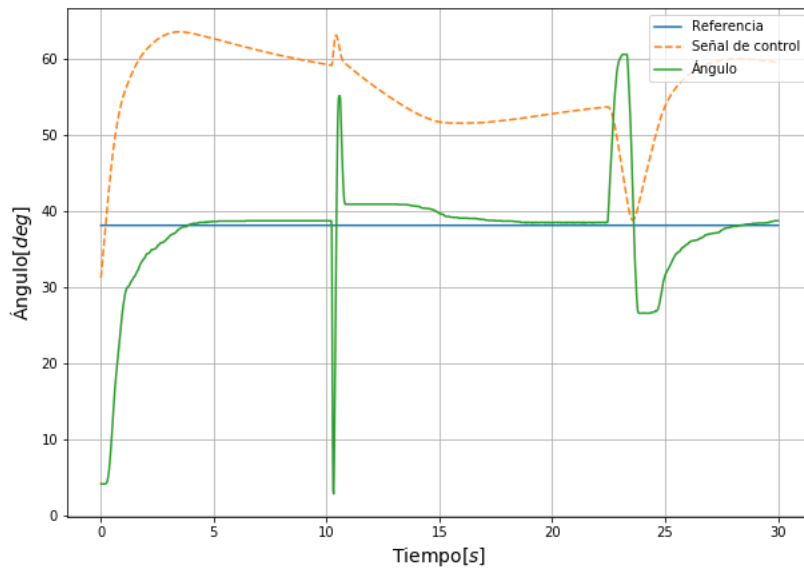
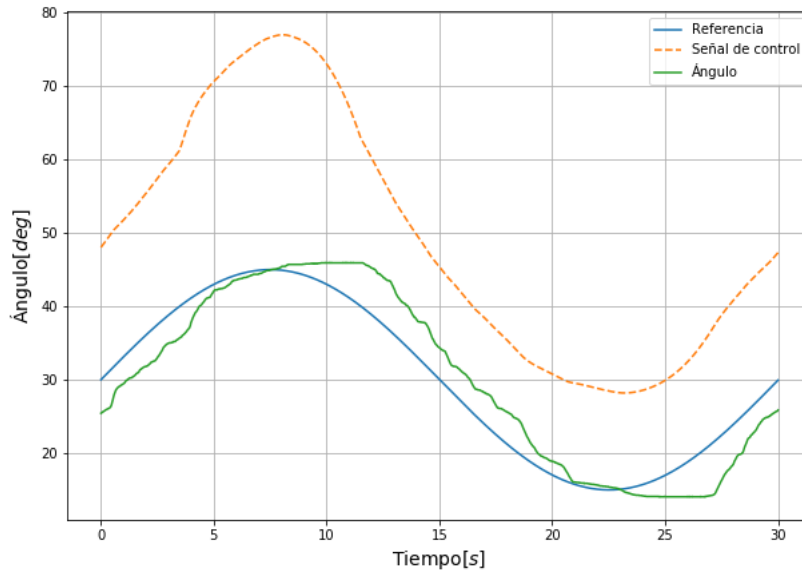


Figura 44. Perturbación menor y mayor a la referencia. $W = 39^\circ$



S, T, N y Nu .

Figura 45. Seguimiento de referencias senosoidales.



5.1.4.1. Variación de los parámetros de control de un MPC

Utilizando el segundo modelo (escalón 50 – 70%) como caracterización del sistema, se captó el comportamiento en la señal de control y en la salida con la variación en los parámetros de sintonización.

Los parámetros de referencia son:

$$N = 6$$

$$N_{cy} = 5$$

$$N_u = 1$$

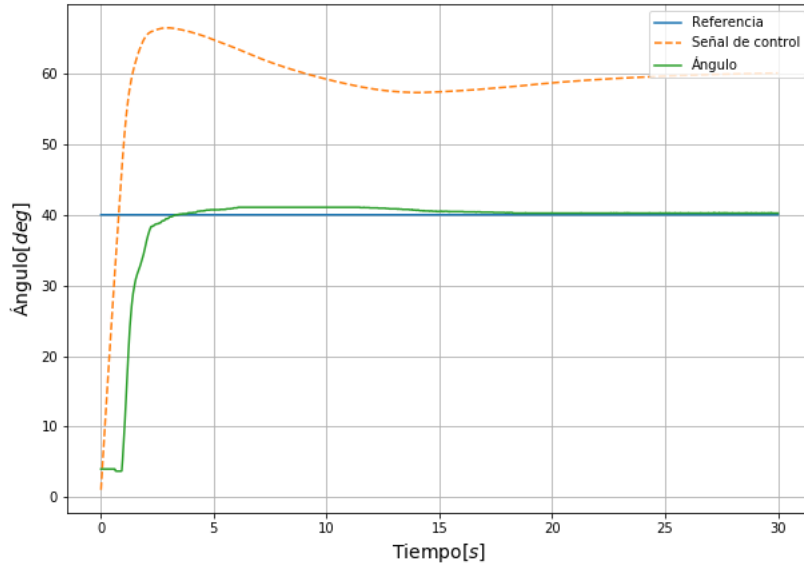
$$S = 1$$

$$T = 15$$

Este control genera 6 regiones y 18 hiperplanos.

Con esos parámetros y con referencia de $W = 40^\circ$, la gráfica del sistema es la de la figura 46

Figura 46. Curva con los parámetros de referencia.



Variación de S Las variaciones realizadas de S con sus respectivas curvas obtenidas se muestran en las figuras 47, 48, 49 y 50

Figura 47. $S = 0,1$; $T = 15$; $N = 6$; $N_{cy}=5$; $N_u=1$; Regiones=6; Hiperplanos=18.

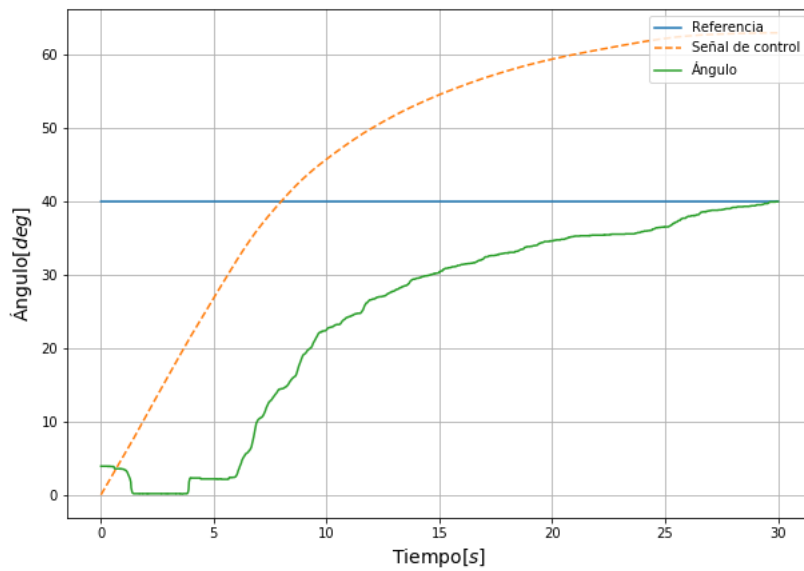


Figura 48. $S = 0,5$; $T = 15$; $N = 6$; $N_{cy}=5$; $N_u=1$; Regiones=6; Hiperplanos=18.

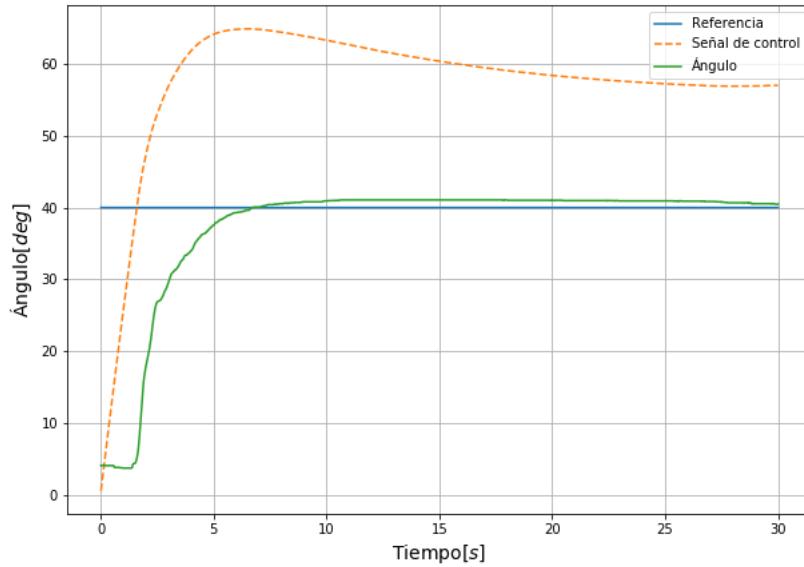
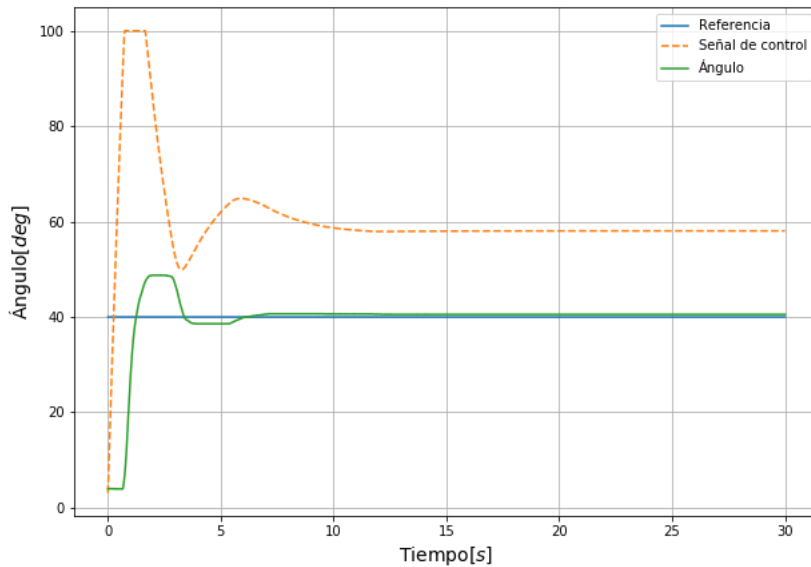


Figura 49. $S = 3$; $T = 15$; $N = 6$; $N_{cy}=5$; $N_u=1$; Regiones=6; Hiperplanos=18.



Variación de T Las variaciones realizadas de T con sus respectivas curvas obtenidas fueron las que se ven en las figuras 51, 52 y 53

Figura 50. $S = 10; T = 15; N = 6; N_{cy}=5; N_u=1; \text{Regiones}=6; \text{Hiperplanos}=18.$

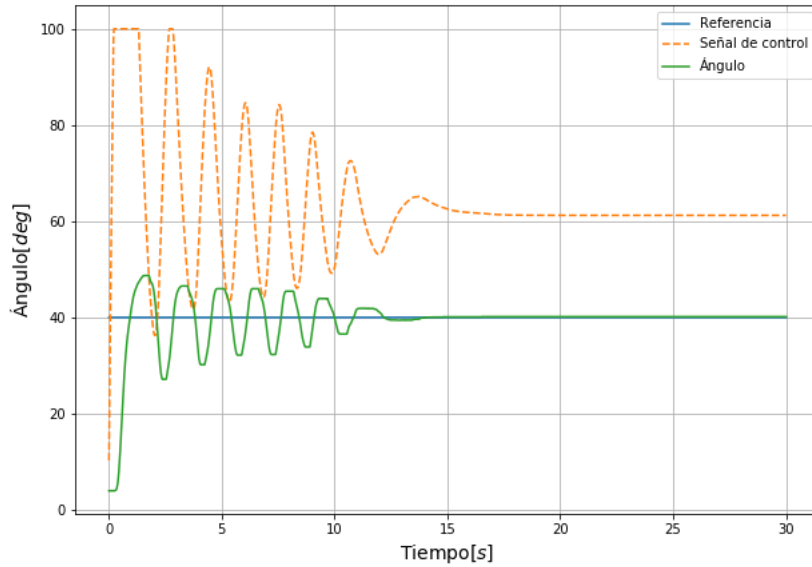
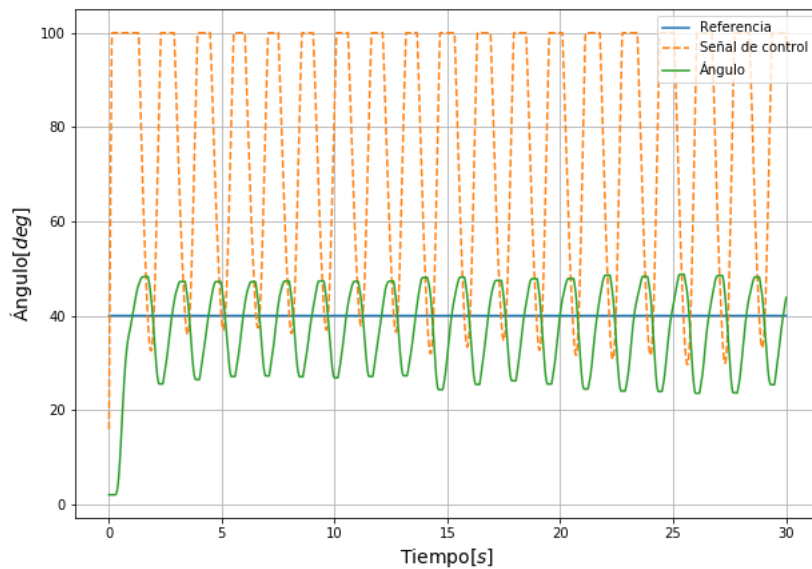


Figura 51. $S = 1; T = 1; N = 6; N_{cy} = 5; N_u = 1; \text{Regiones}=6; \text{Hiperplanos}=18.$



Variación de N Las variaciones realizadas de N con sus respectivas curvas obtenidas fueron las que se pueden apreciar en las figuras 54, 55 y 56

Figura 52. $S = 1$; $T = 10$; $N = 6$; $N_{cy} = 5$; $N_u = 1$; Regiones=6; Hiperplanos=18.

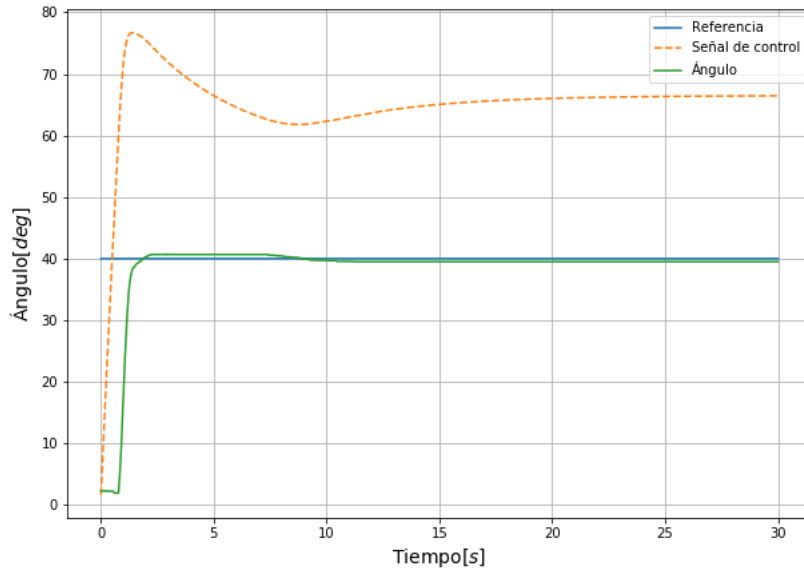
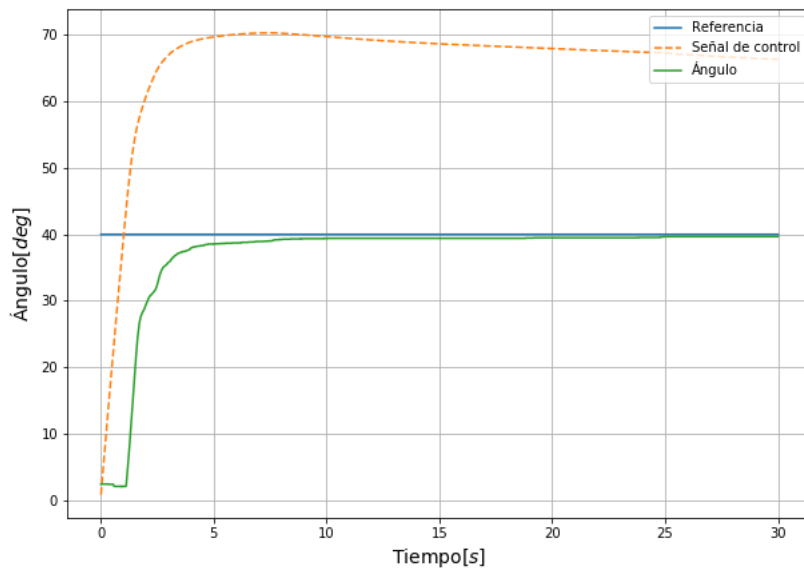


Figura 53. $S = 1$; $T = 20$; $N = 6$; $N_{cy} = 5$; $N_u = 1$; Regiones=6; Hiperplanos=18.



Variación de N_u Las variaciones realizadas de N_u con sus respectivas curvas obtenidas fueron las que se ven en las figuras 57 y 58

Figura 54. $S = 1$; $T = 15$; $N = 4$; $N_{cy} = 3$; $N_u = 1$; Regiones=6; Hiperplanos=18

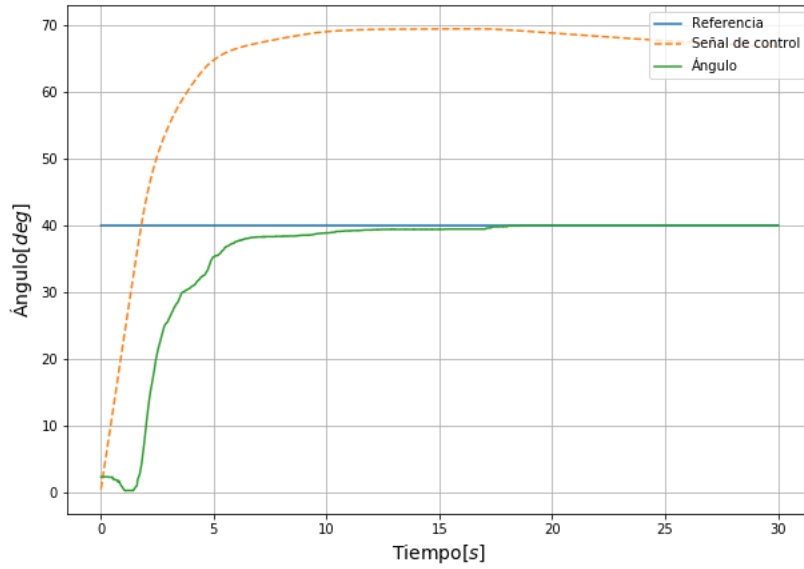


Figura 55. $S = 1$; $T = 15$; $N = 8$; $N_{cy} = 3$; $N_u = 1$; Regiones=6; Hiperplanos=18

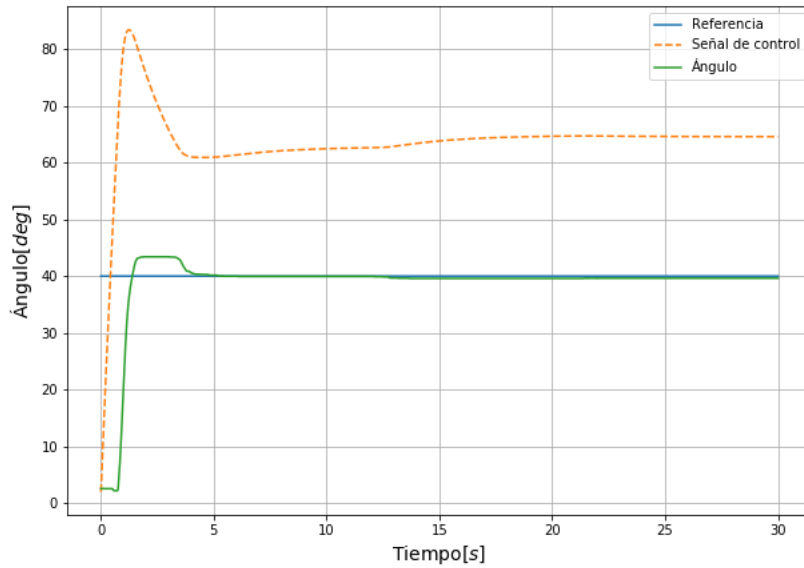


Figura 56. $S = 1$; $T = 15$; $N = 10$; $N_{cy} = 3$; $N_u = 1$; Regiones=6; Hiperplanos=18

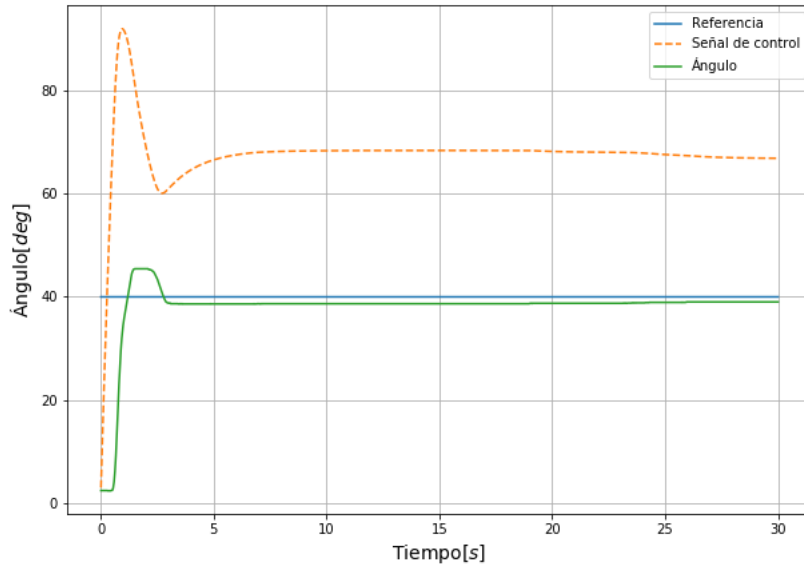


Figura 57. $S = 1$; $T = 15$; $N = 6$; $N_{cy} = 5$; $N_u = 2$; Regiones=15; Hiperplanos=54.

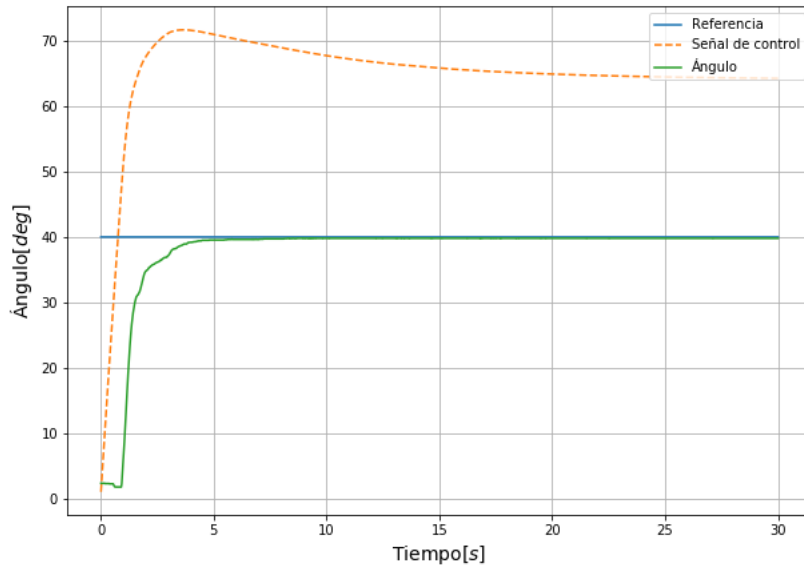
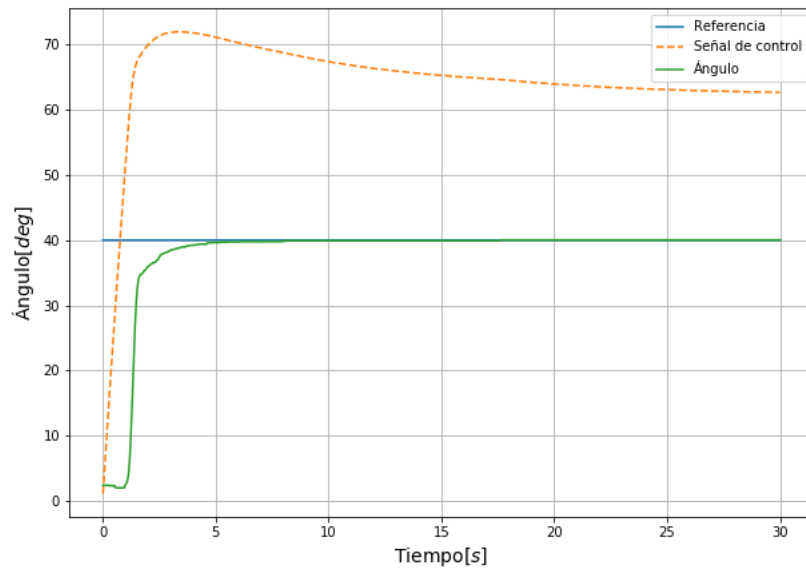


Figura 58. $S = 1$; $T = 15$; $N = 6$; $N_{cy} = 5$; $N_u=3$; Regiones=30; Hiperplanos=121.



5.1.5. Análisis de la variación de parámetros del MPC explícito aplicado en el sistema SISO

De los resultados obtenidos de un MPC implementado en el sistema de control de posición angular, se puede afirmar lo siguiente:

- Definir la planta con un único modelo conlleva a un controlador con dificultades para presentar un funcionamiento adecuado en todo el rango de salida, lo que se lograría corregir aplicando GAIN SCHEDULING, utilizando los modelos adecuados para cada rango de comportamiento diferenciados en la caracterización de la planta.
- Se deben obtener modelos más precisos para describir la planta, ya que los utilizados presentan porcentajes de precisión menores a 75 %. Quizás con modelos con porcentajes de precisión superiores a 85 %, mejoraría la predicción del controlador. Incluso, se debería considerar el retardo presente en el sistema para obtener cada uno de los modelos, o probar con modelos de orden superior.
- Valores grandes de la ponderación del error en la salida (**S**) hacen que el sistema presente oscilaciones hasta que se estabiliza en la referencia. Lo contrario sucede cuando **S** tiene valores pequeños, ya que el control es suave y no se presenta oscilaciones en la salida, pero puede demorarse en alcanzar la referencia, incluso hay la posibilidad de que no lo consiga. Esto se debe a que **S** es directamente proporcional a la señal de control como se puede observar en la función objetivo (ecuación 4.1).
- Valores grandes en la ponderación del esfuerzo de control (**T**), permiten controladores suaves, sin oscilaciones y que logran la referencia. Valores pequeños del mismo, llevan a controladores agresivos que presentan oscilaciones permanentes sin que se logre la estabilidad en la referencia. Esto se debe básicamente, a que **T** es inversamente proporcional a la

señal de control (ecuación 4.1). Así mismo es evidente que, el hecho de seguir la referencia es característica estricta de **S** y no de **T**, ya que como se vio con $T = 1$ (Figura 51), la salida no se establece en la referencia y la oscilación se prolonga.

- Cuando los valores del horizonte de predicción (**N**) son relativamente grandes, el sistema responde más rápido, pero puede llegar a presentar overshoot. Cuando son pequeños, el sistema responde suave y demora en asentarse en la referencia, pero no presenta overshoot. Aunque no se vio una variación en la cantidad de regiones de control, el horizonte de predicción influye en el aumento de las mismas.
- Cuando se aumenta el horizonte de control (**Nu**) el sistema presenta un comportamiento adecuado, sin overshoot y estableciéndose rápidamente en la referencia, pero se percibe un aumento considerable en el número de regiones de control (y por ende en la cantidad de hiperplanos). Esto puede llevar a dos inconvenientes fundamentales: El primero es, que al utilizar valores de Nu elevados genere tantas regiones que requiera de una memoria de almacenamiento elevada, lo que sacrifica su aplicabilidad. Y el segundo es que, al generar un gran número de las mismas, el tiempo computacional utilizado en encontrar la región adecuada también incrementaría.
- Por último, se destaca que el controlador persigue referencias variantes en el tiempo, evidenciado con los repentinos cambios de la señal de referencia en escalón y sinusoidal.

5.2. SISTEMA DE CONTROL DE TEMPERATURA Y VELOCIDAD MIMO

5.2.1. Caracterización Del Sistema

Variables manipuladas (VM) Se componen de la misma relación lineal vista en el banco SISO del motor de corriente continua en la que la salida del PLC asociada a el canal analógico de la tarjeta reguladora (preactuador de la hélice añadida al motor) varía desde 0% – 100% al ir entre 0V y 10V.

Así tal cual, la señal analógica dirigida hacia el relé de estado sólido (preactuador de las resistencias) varía igualmente en voltaje de 0V a 10V resultando en una potencia dirigida entre 0kW a 4kW en total sobre ls dos resistencias. Sin embargo, por comodidad de seguir la convención; se toma que esta salida va entre un 0% y un 100% de rango de operación del par de resistencias.

Variables controladas (VC) Por el lado del sensor PT100 no hay problema al tratar la señal de entrada; dado que el PLC puede configurarse para entender fácilmente las medidas de temperatura de sensores de este tipo; sin embargo para la velocidad se necesita hacer cierto tratamiento especial para poder estimarse adecuadamente a partir de la relación de Bernoulli para un fluido incompresible; donde la diferencia entre las presiones total y estática está dada por una proporcionalidad directa al cuadrado de la velocidad del fluido en cuestión:

$$P_t - P_0 = \frac{\rho V^2}{2}$$
$$V = \sqrt{\frac{2(P_t - P_0)}{\rho}}$$

Donde:

$$P_t - P_0 = \text{Presión dinámica}(Pa)$$

$$V = \text{Velocidad del fluido}(m/s)$$

$$P_t = \text{Presión total}(Pa)$$

$$P_0 = \text{Presión estática}(Pa)$$

$$\rho = \text{Densidad del fluido}(kg/m^3)$$

A su vez, la densidad del aire puede ser estimada dada la temperatura y presión local de la siguiente manera:

$$\rho = \frac{PM_a}{RT_a}$$

Donde:

$$P = \text{Presión atmosférica local}[Pa] = 90657[Pa]$$

$$M_a = \text{Masa molar del aire seco} = 28,97[kg/kmol]$$

$$R = \text{constante universal de los gases} = 8,314[kJ/kmolK]$$

$$T = \text{temperatura absoluta}[K]$$

5.2.2. Modelado De La Planta

La planta se estimuló con diversas variaciones en las señales de entrada con tal de recoger su comportamiento⁷; para una vez así poder analizar esta información en la herramienta *Ident* de MATLAB y obtener el modelo estimado en espacio de estados de la misma.

⁷*Grosso modo*, la idea tras esta toma de datos fue la misma de la que se tomó en la captura de datos en el banco SISO; Se variaban las señales de control en lazo cerrado de la planta, y en un bloque DB se iban registrando a medida que el tiempo transcurriera, la toma de datos para su posterior lectura y graficación

En las gráficas 59, 60, 61 y 62 pueden observarse estos comportamientos tras aplicar un filtro sencillo dada la gran cantidad de ruido asociada originalmente con las estimaciones de velocidad.

Figura 59. Respuesta de la velocidad ante señales del motor

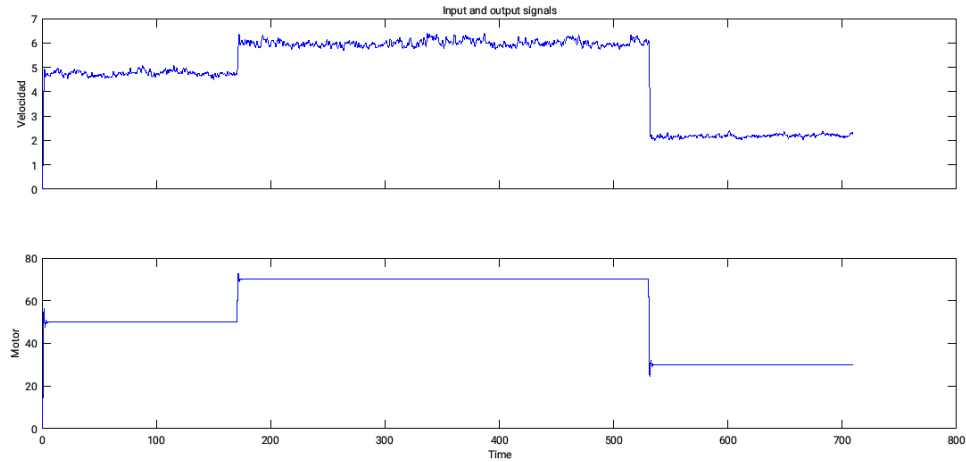
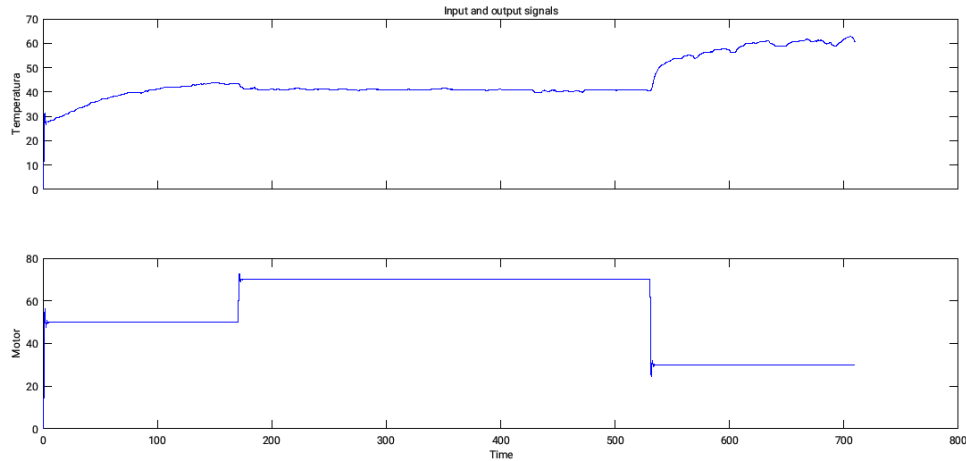


Figura 60. Respuesta de la temperatura ante señales del motor



Tras el análisis de este set de datos; y con una parametrización de 4 estados (dado que son 4 funciones de transferencia asociados de un polo cada una de estas⁸ se obtuvo un modelo en espacio de estados continuo de la siguiente naturaleza:

⁸Las correspondientes a las 4 gráficas mostradas

Figura 61. Respuesta de la velocidad ante señales de la resistencia

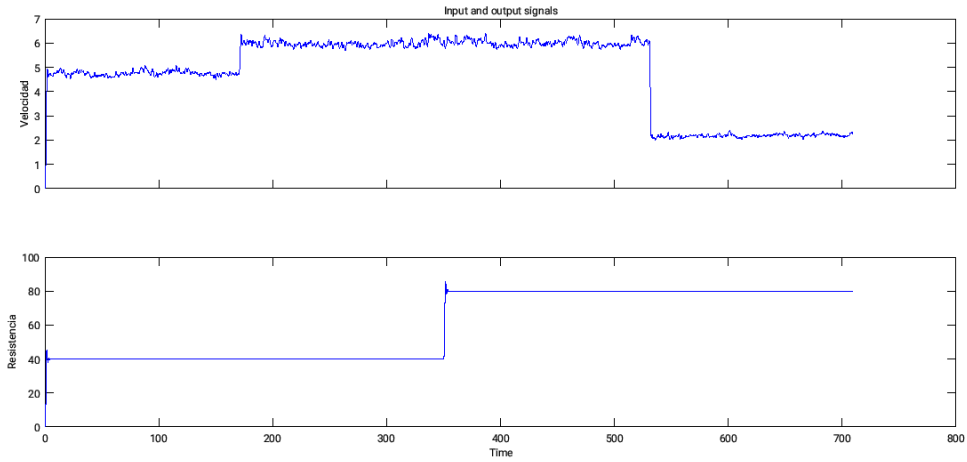
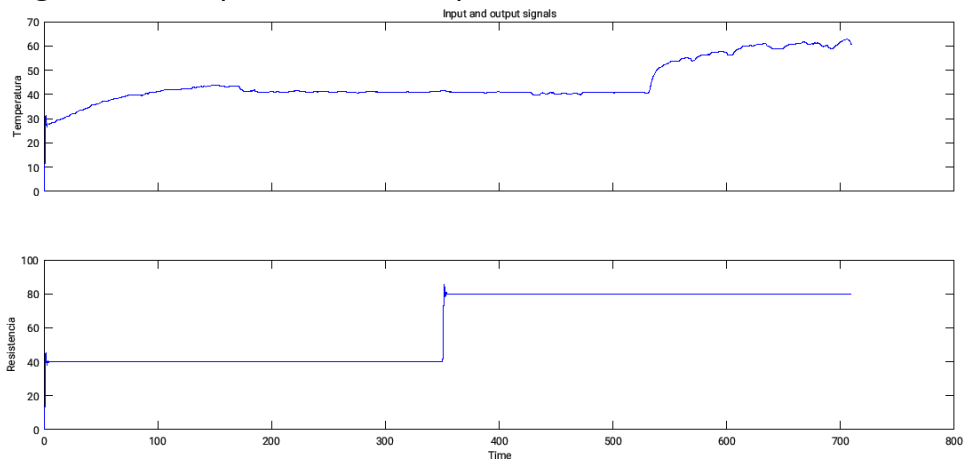


Figura 62. Respuesta de la temperatura ante señales de la resistencia



$$A = \begin{vmatrix} -4,15E - 3 & 14,2E - 3 & -0,0357 & 0,0033 \\ 0,00953 & -0,04751 & 0,05652 & -0,9028 \\ 0,04153 & -0,01394 & -2,007 & -0,6353 \\ 0,03554 & 0,3689 & 0,09423 & -3,388 \end{vmatrix}$$

$$B = \begin{vmatrix} -0,0003933 & -0,0005743 \\ -0,01436 & -0,001384 \\ -0,03621 & -0,03417 \\ -0,05248 & -0,007277 \end{vmatrix}$$

$$C = \begin{vmatrix} 0,3653 & -19,04 & -0,04746 & 0,5972 \\ -802,6 & -5,082 & 1,146 & -0,003362 \end{vmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

5.2.3. MPC Explícito Para El Sistema De Control De Temperatura Y Velocidad

En la prueba de este controlador se lidió con dos problemas que no hicieron aparición en las pruebas con el montaje SISO.

El primero de ellos fue el hecho de que el sensor de presión con el que se estima la velocidad genera una cantidad de ruido más que apreciable, por lo que a la hora de determinar el modelo de la planta y cuando se intentó ejecutar el controlador por primera vez, este retornaba valores sin sentido porque la región del controlador no se encontraba dadas las perturbaciones introducidas por la velocidad.

El segundo, y no menos grave; era el hecho de que se generó un modelo con cuatro variables de estado donde solamente se podían medir dos. Desde un principio se estimaron los estados de una manera muy simple (dado un vector y se había estimado x con la operación $x = C \setminus y$ de MATLAB) que generaba problemas claros al perder rumbo tras pocas llamadas del bloque de función; desencadenando la salida de control en valores infinitos que desbordaban claramente el espacio asignado para tales valores reales.

Estos dos se corregían realizando una estimación del estado usando un filtrado tipo Kalman tal y como se ve en la figura 20 en donde se nota que mediante la matriz K_e el controlador penaliza el error de la medición de un modo sobre la estimación del estado con respecto a la estimación del vector y derivada desde la señal de control anterior U_a ; es decir la respuesta al anterior pulso de control.

Para las prueba MIMO, hay que tener en cuenta una consideración especial con los valores de las ponderaciones; que bien ya no son valores escalares; entender el

significado de la minimización de la ecuación matricial 4.1 hace entender el por qué de usar determinados valores o no en las matrices de ponderación.

La ecuación 4.1 para el caso MIMO, escalarmente queda de la siguiente manera:

$$\min \delta_V^2 S_V + \delta_T^2 S_T + \Delta u_M^2 T_M + \Delta u_R^2 T_R + \rho \epsilon^2 \quad (5.1)$$

Donde:

$$S = \begin{vmatrix} S_V & 0 \\ 0 & S_T \end{vmatrix}$$

$$T = \begin{vmatrix} T_M & 0 \\ 0 & T_R \end{vmatrix}$$

$$\delta_V = V - W_V \text{ Error de velocidad}$$

$$\delta_T = T - W_T \text{ Error de temperatura}$$

$$\Delta u_M = u_M(k) - u_M(k-1) \text{ Incremento en señal de control del motor}$$

$$\Delta u_R = u_R(k) - u_R(k-1) \text{ Incremento en señal de control de la resistencia}$$

Se usaron las restricciones y condiciones:

- $N = 5$
- $N = 1$
- $N_{cy} = 1$
- $u_{min} = 0, 0$
- $u_{max} = 100, 100$
- $\Delta u_{min} = -100, -100$
- $\Delta u_{max} = 100, 100$
- $y_{min} = 0[m/s], 25[^\circ C]$

- $y_{max} = 7,5[m/s], 65[°C]$
- Siempre se generaron 33 regiones

En una primera prueba se usaron valores de $S = [5, 0; 0, 10]$ y $T = [10, 0; 0, 10]$ resultando en un comportamiento como se describe en la gráfica 63; en esta se ve cómo el filtro usado funciona bien con la referencia de la velocidad resultando en una buena estimación de esta (sin embargo la respuesta del motor tiende a ser muy periódica). Con respecto a la temperatura; el controlador estima la temperatura con un offset considerable, resultando en una oscilación deida principalmente al oscilar de la señal del motor (ya que disminuye la cantidad de aire que se ventila y se acumula más energía térmica en el conducto a medida que pasa el tiempo, para luego al subir esta velocidad se retira esa cantidad de calor extra y la temperatura se eleva). En la gráfica 64 los valores se modificaron a $S = [15, 0; 0, 20]$ y $T = [10, 0; 0, 15]$ y se puede observar que en esa respuesta las mediciones variaron más en amplitud debido a que aunque los parámetros en T son mayores, los que contiene S también lo son y, de acuerdo con la ecuación 4.1, la señal de control son más agresivas intentando seguir la referencia y se manifiesta esto en la diferencia de respuesta.

En las dos pruebas, la señal de control inicial para el motor se debía ajustar a un valor relativamente alto (20 %) porque de lo contrario el motor no arrancarían bien ya que al comienzo esta disminuye para luego aumentar y llegar a estado de régimen (se ve especialmente en la figura 64 en donde casi llega a apagarse el mismo debido al bajo PWM que recibe el preactuador).

Por este motivo, se prueban otros dos controladores que tienen como restricción la salida de control de motor como mínimo en 20 %, los resultados de estas dos pruebas se visualizan en 65 y 66. En las dos figuras la matriz de ponderación S era $S = [10, 0; 0, 15]$ pero en 65 la matriz T era $T = [20, 0; 0, 20]$ y en 66 era $T = [40, 0; 0, 20]$. Nótese que al ir incrementando T_M la variación de la temperatura cada vez es menor. Esto es debido a que la fuerza con la que se cambian las señales de control del motor disminuyen, lo que se traduce en variaciones de velocidad menos notorias y a

Figura 63. Control MIMO 1

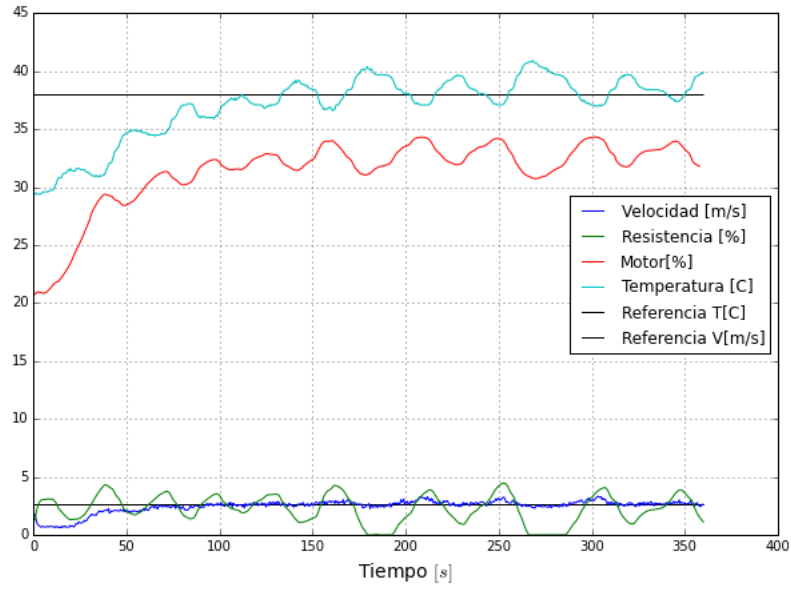
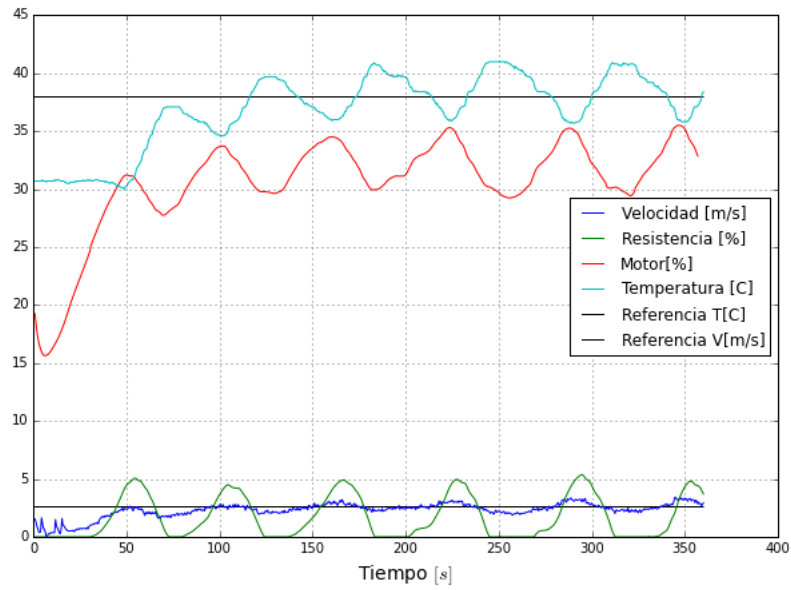


Figura 64. Control MIMO 2



su vez; al remover cada vez más cantidades similares de calor desde la resistencia, el sistema no tiene que variar tanto la temperatura sensada.

Figura 65. Control MIMO 3

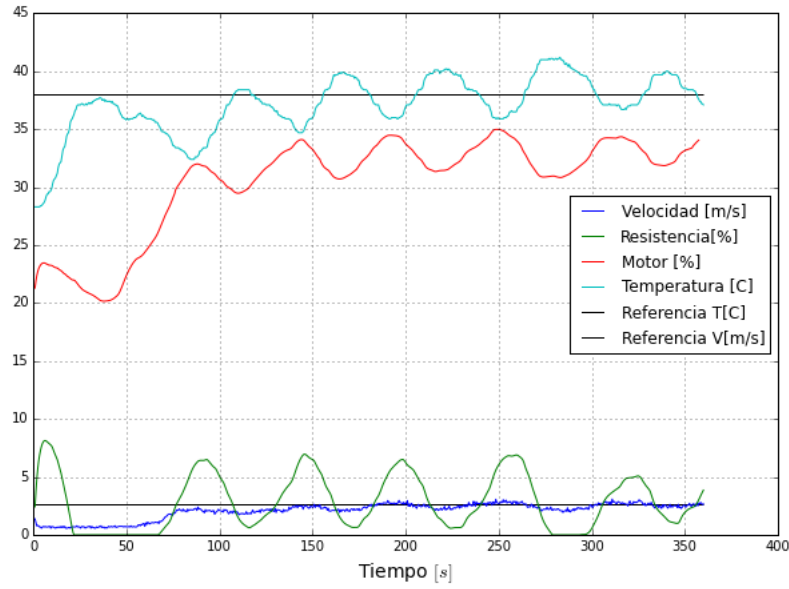
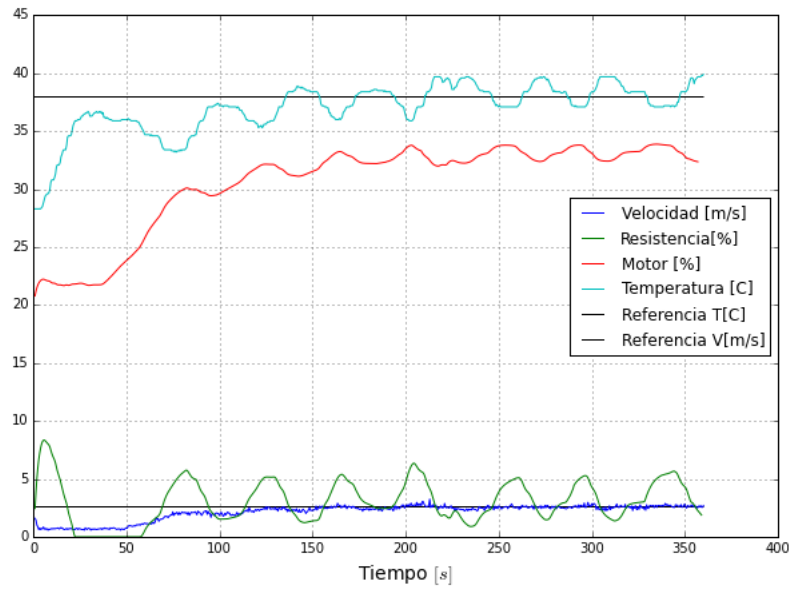


Figura 66. Control MIMO 4



De este modo, y de la mano con la ecuación 5.1 se puede analizar de qué manera los parámetros ponderadores afectan la acción de control y respuesta resultante.

Dado que por lo menos hay 4 parámetros para modificar a la hora de sintonizar el controlador y sin una teoría de sintonización precisa⁹

El tiempo de ejecución en estas pruebas de cada ciclo fue máximo de $14ms$, una cantidad de tiempo apreciable para ser un controlador predictivo, debido principalmente a que no muchas regiones eran llamadas en el bucle de búsqueda. Para llevar a cabo una búsqueda rápida se implementó una búsqueda enfocada en regiones comunes; dado que hay varias de estas que ocupan prácticamente todo el espacio de búsqueda básica, por lo que las regiones que vimos en la práctica se usaban más, fueron las que se les dieron más prioridad.¹⁰

⁹Dado que al contrario que controladores tradicionales; esta teoría de control moderna no está muy documentada en este aspecto.

¹⁰En las recomendaciones se dan indicaciones de cómo esto podría mejorar.

6. CONCLUSIONES

- Mediante un enfoque práctico; se generó una estructura funcional para pruebas y estudio de teoría de Control Predictivo basado en modelo, el cual se espera sirva de soporte en la formación académica de estudiantes en la rama de Ingeniería de Control y automatización.
- Dadas las restricciones impuestas por hardware, el proceso de optimización online no era una opción viable, por lo cual se necesitó optar por un controlador de tipo implícito que calculara las leyes de control basado en un enfoque operativo *offline* que consultara en unas tablas de búsqueda las salidas de control apropiadas, usando una librería muy práctica para este fin comentada en el capítulo de diseño de la función de control.
- Se generó una base de programación fundamentada en lenguaje de texto estructurado SCL con su respectiva documentación para su implementación no solamente en los bancos de prueba donde se llevaron a cabo las comprobaciones de usabilidad, sino también para cualquier tipo de planta que pueda operarse con un control con las características apropiadas para el uso del tipo de estrategias basadas en modelo como lo es el MPC.
- Se lograron establecer criterios generales para la sintonización de controladores MPC usando las variaciones de los factores de ponderación de la función de costo y las respectivas respuestas del sistema controlador-planta ante estos cambios.
- Como era de esperarse, se encontró que la sintonización de un modelo MIMO es más complicada que en SISO dado que las matrices de ponderación de la función de costo van tomando más valores a medida que se incrementan las variables medidas y las controladas. Esto se debe a que el enfoque centralizado que se le da al controlador tiene que tomar en cuenta las repercusiones

interconectadas de cada una de las señales de entrada de la planta hacia las señales de salida que se intentan controlar.

7. RECOMENDACIONES

A lo largo de la ejecución del proyecto se han logrado apreciar varios aspectos que han de considerarse para la continuación de prácticas de control predictivo, las que son:

- Dado que el control MPC es basado en modelo; se necesita de uno bueno del mismo para poder obtener buenas predicciones del comportamiento de la planta y así realizar optimizaciones con el sentido suficiente para operar las acciones de control. Especialmente cuando se tratan de modelos de múltiples entradas y salidas; ya que su estimación es más complicada por motivos evidentes. Esta precisión variará de la mano con la magnitud del horizonte de predicción puesto que los errores son acumulativos sobre la función de costo principal.
- En el caso de las plantas que se controlaron en la realización de este proyecto, no hubo problema con la búsqueda de las acciones de control en las regiones puesto que la mayoría de veces siempre se buscó en la primera de estas. Sin embargo; un algoritmo de búsqueda de árbol binaria es recomendado para una búsqueda rápida en casos de plantas que requieran recurrentemente de búsquedas intrincadas en muchas regiones.
- La implementación de los filtros de Kalman se recomienda ha de ser mejor documentada en lo concerniente a la obtención de las matrices de ganancia que se aplicarán sobre las señales de salida de las plantas a controlar; ya que en el transcurso del proyecto, su obtención se llevó a cabo con muchas dificultades mediante una estrategia de prueba y error.

BIBLIOGRAFÍA

- BEMPORAD, Alberto y col. "The explicit linear quadratic regulator for constrained systems". En: *Automatica* 38.1 (2002), págs. 3-20.
- BOLTON, William y RAMÍREZ, Francisco José Rodríguez. *Ingeniería de control*. Marcombo, 2006.
- CAMACHO, Eduardo F. y BORDONS, Carlos, eds. *Model predictive control*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1999.
- DI CAIRANO, Stefano y BRAND, Matthew. "On a multiplicative update dual optimization algorithm for constrained linear MPC". En: *Decision and Control (CDC), 2013 IEEE 52nd Annual Conference on*. IEEE. 2013, págs. 1696-1701.
- NEILA, Olivia y col. "Control Predictivo Generalizado en un PLC Siemens Simatic S7-1200". En: *Actas de XXXVI Jornadas de Automática* (2015), págs. 983-988.
- PÉREZ SOLER, EMILIO y col. "CONTROL PREDICTIVO SUJETO A RESTRICCIONES POLIÉDRICAS NO CONVEXAS: SOLUCIÓN EXPLÍCITA Y ESTABILIDAD". Tesis doct. Universidad Politécnica de Valencia, 2011.
- SCHMID, Claudia y BIEGLER, Lorenz T. "Quadratic programming methods for reduced hessian SQP". En: *Computers & chemical engineering* 18.9 (1994), págs. 817-832.
- TARAZONA, Oscar y QUINTERO, Jeisson. *DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN OBJETO DE APRENDIZAJE PARA PRÁCTICAS DE SISTEMAS DE CONTROL MUESTREADO, BASADO EN CONTROLADOR INDUSTRIAL (PLC)*. 2012.
- TATJEWSKI, Piotr. "Disturbance modeling and state estimation for offset-free predictive control with state-space process models". En: *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science* 24.2 (2014), pág. 313.
- TONDEL, P., JOHANSEN, T.A. y BEMPORAD, A. "An algorithm for multi-parametric quadratic programming and explicit MPC solutions". En: *Automatica* 39(3) (2003), págs. 3173-3178.

ANEXOS

ANEXO A: Código MATLAB generador de controlador SISO

```
clc;clear;

%Carga del modelo, uno para cada rango de operacion del gain scheduling
%Este modelo debe estar en tiempo continuo, o discretizado con el tiempo
%de muestreo igual al que se le asignar al controlador para su operacion
load('tf1.mat');

[A, B, C, D] = tf2ss(tf1.Numerator, tf1.Denominator);
sys = ss(A, B, C, D);
model = c2d(sys, 0.02); % Tiempo de muestreado de 20 ms

%Limites del controlador
limits.umin = 0; limits.umax = 100;
limits.dumin = -100; limits.dumax = 100;
limits.ymin = 0; limits.ymax = 52;

%Valores de ponderacion S y T
cost = struct('S', 1, 'T', 10);
cost.rho = Inf;

moves = 1; Nu = moves; N = 7; Ncy = 7;
interval = struct('Nu', Nu, 'N', N, 'Ncy', Ncy);

%Generacin del controlador implicito
Cimp = lincon(model, 'track', cost, interval, limits);
ranges.xmin = [0;0];
ranges.xmax = C\52;
range.umin = limits.umin; range.umax = limits.umax;
range.refymin = 0; range.refymax = 52;
options.join = 0;

%Generacion del controlador explicito
Cexp = expcon(Cimp, range, options);
H = Cexp.H; K = Cexp.K; F = Cexp.F; G = Cexp.G;
```

```
i2 = Cexp.i2; i1 = Cexp.i1;  
%Guardado de las matrices del controlador  
%Cambiar el nombre con _1, _2 y _3 dependiendo del rango de operacin  
save('matricesMIMO_1.mat', 'F', 'G', 'H', 'K', 'i1', 'i2')
```

ANEXO B: Código MATLAB generador de controlador MIMO

```
clc;clear;

load('ss2.mat') %Carga de espacio de estados
A = ss2.A; B = ss2.B; C = ss2.C; D = ss2.D;

% Restricciones del controlador
velmin = 0;velmax = 7; tempmin = 25; tempmax = 65;
sys = ss(A, B, C, D);
model = c2d(sys, 0.1); % Tiempo de muestreado de 100 ms

%Restricciones de control
limits.umin = [0;0]; limits.umax = [100;100];
limits.dumin = [-100;-100]; limits.dumax = [100;100];
limits.ymin = [velmin;tempmin]; limits.ymax = [velmax;tempmax];

%Matrices de ponderacin
cost = struct('S',[10 0;0 15], 'T',[15 0;0 20]);
cost.rho = Inf;

moves = 1; Nu = moves; N = 5; Ncy = 1;
interval = struct('Nu', Nu, 'N', N, 'Ncy', Ncy);

%Generacin del controlador implcito
Cimp = lincon(model, 'track', cost, interval, limits);
ranges.xmin = C\[velmin;tempmin];
ranges.xmax = C\[velmax;tempmax];
range.umin = limits.umin; range.umax = limits.umax;
range.refymin = [velmin;tempmin]; range.refymax = [velmax;tempmax];
options.join = 0;

%Generacin del controlador explcito
Cexp = expcon(Cimp, range, options);

%Extraccin de las matrices
H = Cexp.H; K = Cexp.K; F = Cexp.F; G = Cexp.G;
i2 = Cexp.i2; i1 = Cexp.i1;
```

```
dt = 0.1;
A = Cexp.model.A; B = Cexp.model.B; C = Cexp.model.C; D = Cexp.model.D;
Plant = ss(A,B,C,D,0.1,'inputname',{ 'u' 'w'},'outputname',{ 'y1', 'y2'});
% Parmetros del filtro de Kalman
Q = 0.05*[0 0; 0 1.2];
R = 0.0010*[1 0; 0 1];
[kalmf,L,~,Ke,Z] = kalman(Plant,Q,R);
%Guardado de las matrices para la carga en el generador de cdigo
%Se necesitan mas que en MIMO por el filtrado y estimacion
save('matricesMIMO_1.mat', 'A', 'B', 'C','D', 'F', 'G', 'H', 'K', 'i1',
     'i2', 'Ke')
```

ANEXO C: CONTROL PREDICTIVO BASADO EN MODELO

El Control Predictivo Basado en Modelo (MPC), constituye un campo muy amplio de métodos de control desarrollados en torno a ciertas ideas comunes e integra diversas disciplinas como control óptimo, control estocástico, control de procesos con tiempos muertos, control multivariable o control con restricciones¹. Las ideas que comparten en común todo controlador predictivo son:

- Uso de un modelo para la predicción de la salida en un intervalo de tiempo futuro.
- Cálculo del conjunto de señales de control óptimo minimizando cierta función objetivo.
- Uso de una estrategia deslizante.

Ventajas Y Desventajas Del MPC

Los controladores predictivos han tenido un notable éxito en el campo de la industria, así como en la comunidad investigadora. Esto se debe a las técnicas de control, no exentas, por otro lado, de desventajas.

Entre las ventajas del MPC se pueden destacar:

- Formulación en el dominio del tiempo, flexible, abierta e intuitiva.
- Permite tratar con sistemas lineales invariantes en el tiempo, sistemas no lineales, sistemas SISO y MIMO utilizando la misma estrategia del controlador.
- La ley de control responde a criterios óptimos.
- Permite la incorporación de restricciones en la síntesis del controlador.

¹CAMACHO, Eduardo F. y BORDONS, Carlos, eds. *Model predictive control*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1999.

De todas estas ventajas, sin duda la más importante es la posibilidad de incorporar restricciones en el cálculo de las actuaciones, aspecto que las técnicas clásicas de control no permiten. Entre las desventajas de esta técnica de control se pueden citar las siguientes:

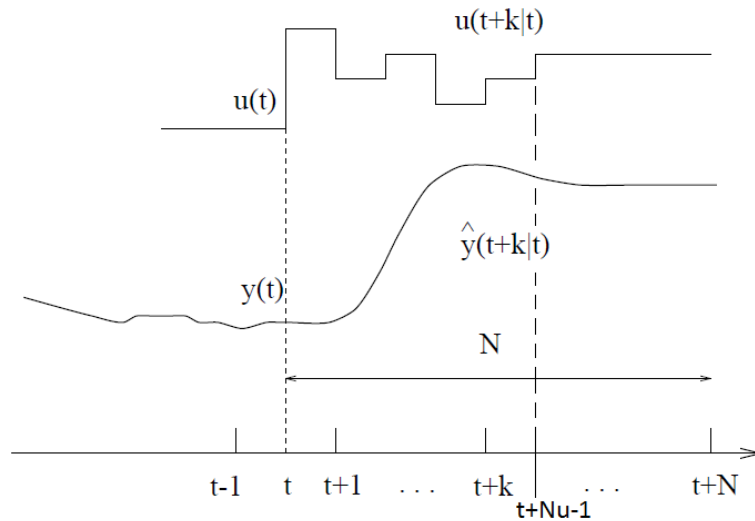
- Requiere el conocimiento de un modelo dinámico del sistema suficientemente preciso.
- Requiere un algoritmo de optimización, por lo que es necesario el uso de un procesador.
- Requiere un alto coste computacional, lo que hace difícil su aplicación a sistemas rápidos.
- Resulta compleja la consideración de incertidumbres.

Estrategia De Los Controladores MPC

La metodología de todos los controladores pertenecientes a la familia del MPC se caracteriza por la estrategia siguiente.

1. En cada instante de tiempo t y haciendo uso del modelo del proceso se predicen las futuras salidas para un determinado horizonte N , llamado horizonte de predicción. Estas salidas predichas $\hat{y}(t+k|t)$ para $k = 1 \dots N$ dependen de los valores conocidos hasta el instante t (entradas y salidas pasadas) y de la secuencia de señales de control futuras $\hat{u}(t+k|t)$, $k = 0 \dots N_u - 1$, donde N_u es conocido como el horizonte de control. Estas señales de control futuras son las que se pretenden calcular y enviar al sistema.
2. El conjunto de señales de control futuras se calcula optimizando un determinado criterio en el que se pretende mantener el proceso lo más próximo posible a la trayectoria de referencia $w(t+k)$. Este criterio suele tomar la forma de una función cuadrática de los errores entre la salida predicha y la trayectoria de

Figura 67. Estrategia del Control Predictivo



Fuente: Control Predictivo: Metodología, tecnología y nuevas perspectivas

referencia, así como el esfuerzo de control. Si el criterio es cuadrático, modelo lineal y no existen restricciones se puede obtener una solución explícita, en otro caso se debe usar un método iterativo de optimización.

3. La señal de control $\hat{u}(t|t)$ (la primera calculada en la secuencia sobre el horizonte de control N_u) es enviada al proceso mientras que las siguientes señales de control son desechadas, puesto que en el siguiente instante de muestreo ya se conoce $y(t+1)$ y se repite el paso 1 con este nuevo valor y todas las secuencias son actualizadas. Se calcula, por tanto $\hat{u}(t+1|t+1)$ (que en principio será diferente al $\hat{u}(t+1|t)$ al disponer de nueva información), haciendo uso del concepto de horizonte deslizante.

Elementos Básicos

Todos los controladores predictivos poseen elementos comunes y para cada uno de estos elementos se pueden elegir diversas opciones, dando lugar a distintos algoritmos. Estos elementos son:

- Modelo de predicción

- Función objetivo
- Obtención de la ley de control

Modelo de predicción

Lo más elemental para implementar un controlador predictivo es contar con un modelo del sistema; un diseño completo debe incluir los mecanismos necesarios para la obtención del mejor modelo posible, el cual debe ser lo suficientemente completo para capturar al máximo la dinámica del proceso y debe ser capaz de permitir el cálculo de las predicciones a la vez que sea intuitivo y permita un análisis teórico. El uso del modelo del proceso viene determinado por la necesidad del cálculo de la salida predicha en instantes futuros $\hat{y}(t + k|t)$.

El modelo del sistema se puede obtener ya sea por medios teóricos, utilizando balances de energía, mecánica de fluidos, transferencia de calor, etc., así como por medio de sistemas de identificación como el *IDENT de MATLAB*, en el cual la planta trabaja en lazo abierto para así captar la relación entre las entradas y las salidas del proceso.

Uno de los métodos empleados para obtener la dinámica del sistema es la Respuesta ante el escalón, en el cual la entrada es una entrada escalón y la salida en algún determinado instante de tiempo se estabiliza (como sucede para sistemas lineales invariantes en el tiempo). Así se puede ver en la figura 68

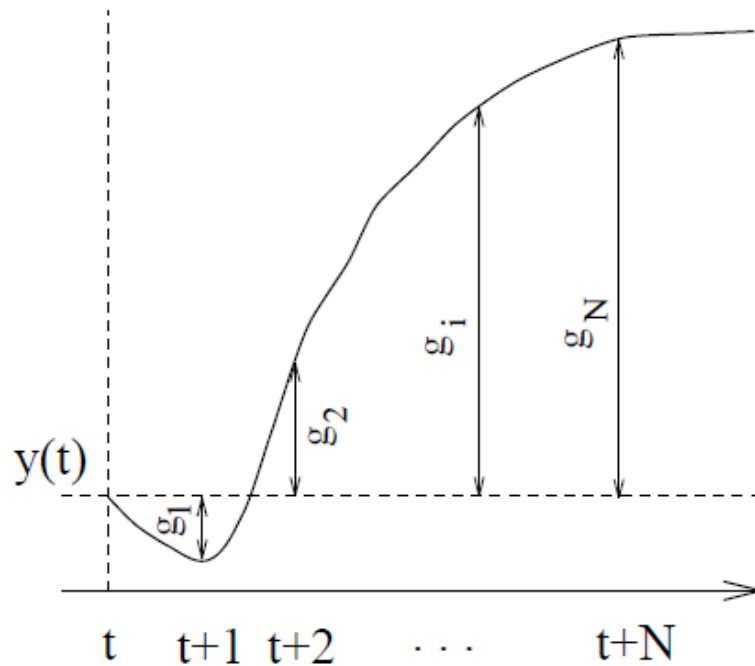
Analíticamente, se puede expresar la relación entre la salida y la entrada para una respuesta ante el escalón, de la siguiente forma:

$$y(t) = \sum_{i=1}^N g_i * \Delta u(t - i) = G(z^{-1}) * (1 - z^{-1})u(t)$$

Donde g_i son los valores muestreados ante la entrada escalón

Esta expresión es muy útil también para obtener la función de transferencia, que se encarga directamente de representar la relación entre la entrada y la salida, expre-

Figura 68. Respuesta ante el escalón



Fuente: Control Predictivo: Metodología, tecnología y nuevas perspectivas

sada de la siguiente manera:

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t)$$

Por lo tanto, la predicción vendrá dada por:

$$\hat{y}(t+k|t) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(t+k|t)$$

Normalmente, en base a la función de transferencia es posible representar el modelo del sistema en espacio de estados que resulta muchos más general y útil cuando se tiene un sistema MIMO. Su representación viene dada de la siguiente manera:

$$x(t) = Ax(t-1) + Bu(t-1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Siendo x el estado y A, B, C y D las matrices del sistema, de entrada y de salida respectivamente.

Una característica típica de la mayoría de los controladores MPC es el empleo de los conceptos de *Respuesta libre* y *Respuesta forzada*. La idea es expresar la secuencia de acciones como la suma de dos señales:

$$u(t) = u_f(t) + u_c(t)$$

La señal $u_f(t)$ corresponde a las entradas pasadas (anteriores al instante de tiempo actual, t) y en el futuro se mantiene constante e igual al último valor de la variable manipulada. Es decir:

$$u_f(t - j) = u(t - j) \text{ Para } j = 1, 2, \dots$$

$$u_f(t + j) = u(t - 1) \text{ Para } j = 0, 1, 2, \dots$$

La señal $u_c(t)$ vale cero en el pasado y corresponde a las señales de control en los instantes futuros:

$$u_c(t - j) = 0 \text{ Para } j = 1, 2, \dots$$

$$u_c(t + j) = u(t + 1) - u(t - 1) \text{ Para } j = 0, 1, 2, \dots$$

La predicción de la secuencia de salida la conforman dos partes: Una de ellas es la *Respuesta libre* $\hat{y}_f(t)$, que corresponde a la predicción de la salida cuando la variable manipulada se hace igual a $u_f(t)$, y la otra, la *Respuesta forzada* $\hat{y}_c(t)$, que corresponde a la predicción de la salida cuando la señal de control es $u_c(t)$. La respuesta libre corresponde a la evolución del proceso debido a su estado actual (incluido por tanto el efecto de acciones pasadas), mientras que, la respuesta forzada es la

debida a las acciones de control futuras.

Por tanto, se tiene que la predicción de la salida presenta la siguiente expresión:

$$\hat{y}(t) = \hat{y}_c(t) + \hat{y}_f(t)$$

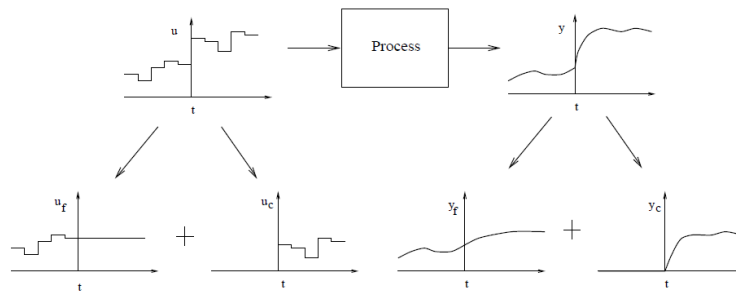
Que también puede ser escrita como una función de la señal de control:

$$\hat{y}(t) = Gu + f$$

Donde G es la matriz de coeficientes del modelo ante la respuesta en escalón unitario u es la matriz que contiene la secuencia de señales futuras, y f es la matriz que guarda las salidas tanto actuales como pasadas

Gráficamente se ve en la figura 69

Figura 69. Respuesta libre y forzada



Fuente: Control Predictivo: Metodología, tecnología y nuevas perspectivas

Función objetivo

También conocida como la función de coste, en general lo que busca es que la salida futura persiga la trayectoria de referencia en el horizonte de predicción, al mismo tiempo que se puede penalizar el esfuerzo de control requerido para hacerlo. En algunos casos se penaliza directamente el estado, por lo que dicha función tiene diversos criterios de penalización, según el algoritmo MPC que se plantee. El criterio de penalización puede ser lineal o de coste cuadrático. La expresión general para

la función objetivo de coste cuadrático, que penalice el error entre la predicción de la salida y la referencia, y el esfuerzo de la señal de control, tiene la siguiente expresión:

$$J(N, Nu) = \sum_{j=1}^N \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2$$

N Es el horizonte de predicción, que se puede entender como los instantes límites en que se desea que la salida (o salidas en el caso de un sistema MIMO) persiga(n) la referencia.

N_u Es el horizonte de control, que indica los instantes límites en los que se quiere calcular la secuencia de la señal de control. Suele ser menor al horizonte de predicción.

$\delta(j)$ La secuencia de ponderación del error entre la predicción de la salida y la trayectoria de referencia. Normalmente es un valor constante en el horizonte de predicción. Si toma un valor muy pequeño persigue la referencia de una manera suave, incluso si es demasiado pequeño, puede ser incluso que no alcance la referencia. En el caso contrario se tendría un controlador agresivo, en el que puede darse el caso de presentar oscilaciones en la salida hasta que termine alcanzado la referencia.

$\lambda(j)$ La secuencia de ponderación en las acciones de control. Normalmente toma un valor constante en el horizonte de control. Un valor muy pequeño del mismo trae consigo un comportamiento agresivo del controlador, en el que pueden presentarse oscilaciones prolongadas sin que finalmente alcance la señal de referencia.

Obtención de la ley de control

Para obtener la secuencia de control $u(t+k|t)$ será necesario minimizar la función de coste J , es decir, se requiere hallar la secuencia óptima de las acciones de control.

Para ello se calculan los valores de las salidas predichas $\hat{y}(t+k|t)$ en función de valores pasados de entradas y salidas y de señales de control futuras. Haciendo uso del modelo que se haya elegido y sustituyendo en la función de coste, se obtiene una expresión cuya minimización conduce a los valores buscados.

Para el caso en que se tiene un criterio cuadrático, modelo lineal y en el cual no existen restricciones, la secuencia de control tiene una solución analítica que tiene la siguiente expresión:

$$\Delta u = -(G^T \delta G + \lambda I)^{-1} (f - w)^T \delta G$$

Pero en la práctica, todos los procesos están sujetos a restricciones. Los actuadores tienen un campo limitado de acción, así como una determinada velocidad de cambio (*slew rate*). Razones constructivas, de seguridad o medioambientales o bien los propios alcances de los sensores pueden causar límites en las variables de proceso, tales como, niveles de depósito, temperatura de flujo, presiones máximas, ángulo de una compuerta, etc. Por tanto, se hace necesario realizar la optimización de la función de coste de modo tal que con la secuencia de control no se violen dichas restricciones.

Normalmente se consideran límites en la amplitud y el *slew rate* de la señal de control y límites en las salidas:

$$u_{min} \leq u(t) \leq u_{max} \forall t \quad (1)$$

$$\Delta u_{min} \leq u(t) - u(t-1) \leq \Delta u_{max} \forall t \quad (2)$$

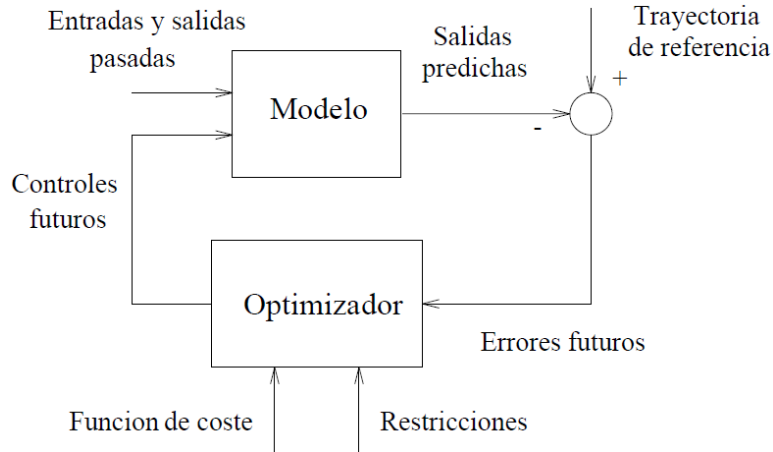
$$y_{min} \leq y(t) \leq y_{max} \forall t \quad (3)$$

Toda restricción debe tener la forma: $Au \leq B$

Tomando en cuenta esos aspectos, la estructura de un controlador predictivo se ve

en la figura 70

Figura 70. Estructura básica del MPC



Fuente: Control Predictivo: Metodología, tecnología y nuevas perspectivas

En definitiva, un controlador predictivo tiene la siguiente formulación general:

$$\min J(N, Nu) = \sum_{j=1}^N \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{Nu} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (4)$$

Donde:

$$x(t) = Ax(t-1) + Bu(t-1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Sujeto a las restricciones de las ecuaciones 1, 2 y 3.

Según la formulación general de un controlador predictivo, se puede deducir que básicamente el problema de optimización de la función de coste es un proceso iterativo ONLINE en el cual se calcula la señal de control óptima implícitamente, de manera que no se violen las restricciones de proceso. Para sistemas rápidos, esto puede representar un problema de gran importancia, ya que dicho proceso iterativo puede requerir un tiempo considerable de cálculo, de ahí la desventaja que se le identifica a los controladores predictivos, la carga computacional. De alguna forma, esto ha desfavorecido la aplicabilidad de los controladores predictivos en una cantidad considerable de procesos donde se espera que un autómata ejecute el sistema

de control, a pesar de las características que resaltan muy a favor y por encima de otros controladores clásicos.

Por fortuna, en la última década la comunidad investigadora, ha desarrollado un sin número de algoritmos que han disminuido la carga computacional, permitiendo procesos iterativos ONLINE más sencillos, favoreciendo su aplicabilidad. Pero, entre tantos métodos de optimización desarrollados y factibles en aplicación, el que definitivamente garantiza un mínimo de requerimiento de carga computacional es el MPC explícito con Programación cuadrática multiparamétrica (mpQP), del cual se enfatiza a continuación.

MPC Explícito Con Programación Cuadrática Multiparamétrica

La programación cuadrática multiparamétrica (mpQP), es un medio alternativo para la implementación de algoritmos de control predictivo por la cual se crea una solución explícita del controlador, haciendo así posible la implementación en un autómatas, como un PLC, por ejemplo. La eficacia de este enfoque es debida a dos principales factores:

- La aplicación ONLINE se reduce a una tabla de consulta, lo cual se convierte en una optimización OFFLINE.
- La estructura de la estrategia de control es transparente, a diferencia que cuando se utiliza una optimización ONLINE.

Un problema mpQP se plantea como un problema de minimización de la siguiente función objetivo:²

$$\min \frac{1}{2} u^T H u + \theta^T C_{\theta} u \quad (5)$$

²NEILA y col., "Control Predictivo Generalizado en un PLC Siemens Simatic S7-1200".

Sujeta a un grupo de restricciones, formuladas de la siguiente manera:

$$Au \leq b + S_{\theta}\theta \quad (6)$$

Donde θ es el vector de parámetros (de ahí el nombre de programación multiparamétrica) y se expresa de la siguiente manera:

$$\theta = [x, u(t-1), Ref]^T$$

Donde x es el estado actual del sistema, $u(t-1)$ es la señal de control anterior, Ref la señal de referencia del controlador y u es la solución óptima de la ecuación 5.

H es la matriz Hessiana de la ecuación 5 y junto con C_{θ} , se encargan de penalizar los esfuerzos en la señal de control y el seguimiento de la referencia en la salida.

El problema mpQP puede ser reescrito como un conjunto de funciones que describen un control óptimo *afín a trozos* (PWA), donde se divide el espacio el de estados del parámetro θ en varias regiones convexas y poliédricas, donde cada una tiene una única ley de control³, representada como:

$$\Delta u(t) = f(\theta(t))$$

Geometría de la mpQP

El problema mpQP planteado en las ecuaciones 5 y 6, puede interpretarse fácilmente desde un punto de vista geométrico en el espacio de las acciones de control u ⁴. Para ello, se considera la ecuación de las curvas de nivel de la función objetivo, es decir, el conjunto de valores de u para los que el índice de coste toma un cierto valor

³BEMPORAD, Alberto y col. "The explicit linear quadratic regulator for constrained systems". En: *Automatica* 38.1 (2002), págs. 3-20.

⁴PÉREZ SOLER, EMILIO y col. "CONTROL PREDICTIVO SUJETO A RESTRICCIONES POLIÉDRICAS NO CONVEXAS: SOLUCIÓN EXPLÍCITA Y ESTABILIDAD". Tesis doct. Universidad Politécnica de Valencia, 2011.

constante c :

$$\frac{1}{2}u^T H u + \theta^T C_\theta u = c \quad (7)$$

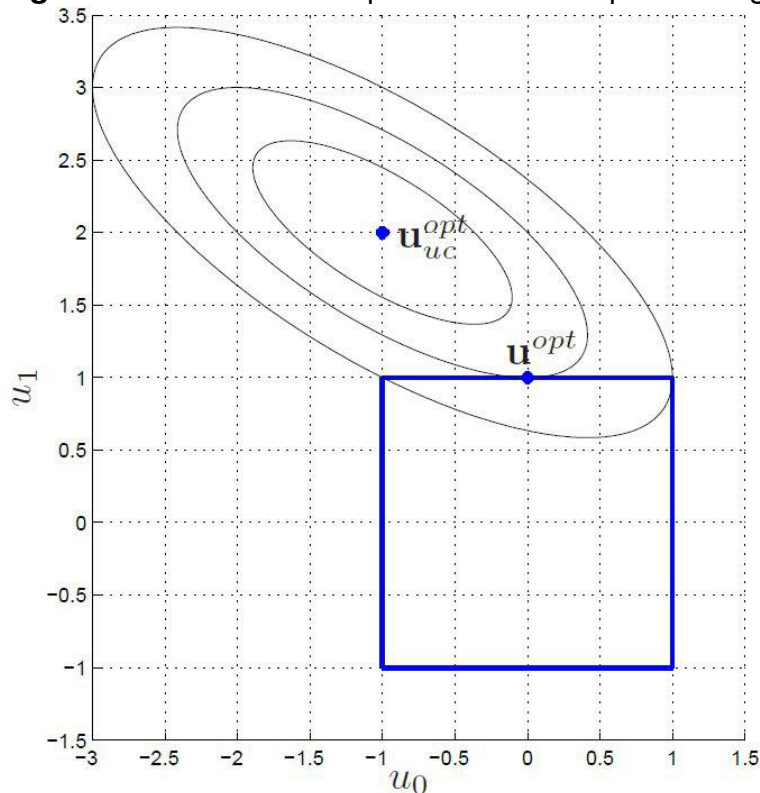
La ecuación 7 define una hipercuadrática en R^{M_m} , cuya forma depende del Hessiano (\mathbf{H}). Para este caso, \mathbf{H} es definida positiva, por lo que las curvas de nivel son en realidad hiperelipsoides con centro en el óptimo **sin restricciones** $u_{uc}^{opt} = -H^{-1}C_\theta\theta$.

El proceso de optimización puede ser entendido de la siguiente forma:

Encontrar el punto en el que el menor hiperelipsoide con centro en u_{uc}^{opt} intersecta al espacio de restricciones definido por la ecuación 6.

Se ejemplifica gráficamente en la figura 71

Figura 71. Problema de optimización. Interpretación gráfica



Fuente: Control Predictivo sujeto a restricciones convexas poliédricas no convexas: Solución explícita y estabilidad.

El problema puede simplificarse realizando un cambio de coordenadas de la siguiente

te forma:

$$\tilde{u} = H^{\frac{1}{2}}u \quad (8)$$

Sustituyendo la ecuación 8 en las ecuaciones 5 y 6 respectivamente, el problema de optimización toma la siguiente formulación:

$$\min(J = \frac{1}{2}\tilde{u}^T \tilde{u} + \tilde{u}^T H^{-\frac{1}{2}}C_{\theta}\theta) \quad (9)$$

Sujeto a:

$$\tilde{A}\tilde{u} \leq b + S_{\theta}\theta \quad (10)$$

Donde:

$$\tilde{A} = AH^{-\frac{1}{2}}$$

La razón por la cual se hace este cambio de coordenadas es que el nuevo Hessiano es la matriz identidad y, por lo tanto, las curvas de nivel expresadas en la ecuación 7 ahora son hiperesferas, en lugar de hiperelipsoides. Así, resolver el problema de optimización en este caso equivaldrá a:

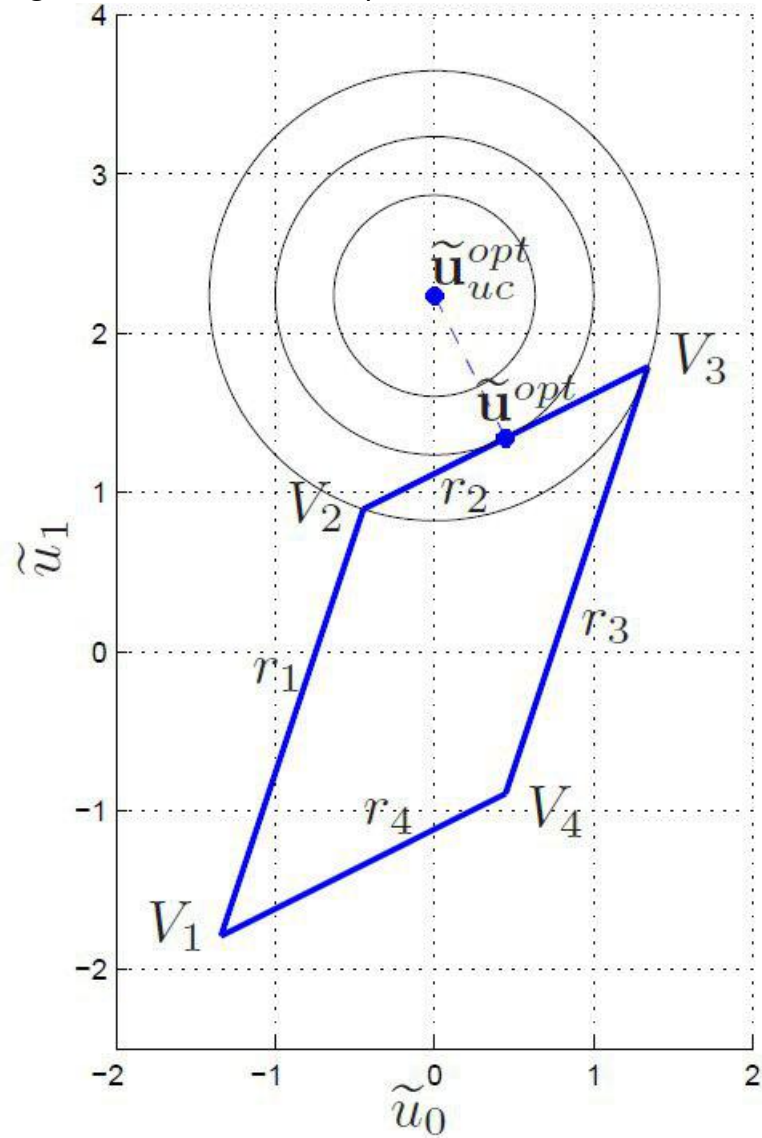
Encontrar el punto dentro del espacio de restricciones más próximo en distancia *Euclídea* al óptimo sin restricciones u_{uc}^{opt} , o así mismo dicho, obtener la proyección de u_{uc}^{opt} sobre el espacio de restricciones.

Las curvas de niveles se muestran en la gráfica 72

Para resolver el problema propuesto, siempre es cierta una de las dos siguientes alternativas:

- El óptimo u_{uc}^{opt} satisface todas las restricciones (ecuación 10). En este caso, es evidente que $\tilde{u}^{opt} = u_{uc}^{opt}$
- El óptimo u_{uc}^{opt} no satisface todas las restricciones (ecuación 10). En este caso, el óptimo \tilde{u}^{opt} será un punto en la frontera del espacio definido por dichas

Figura 72. Problema de optimización tras cambio de variable.



Fuente: Control Predictivo sujeto a restricciones convexas poliédricas no convexas: Solución explícita y estabilidad.

restricciones. Es decir, para el valor óptimo, algunas de las restricciones no serán desigualdades estrictas, sino que serán igualdades. Se dice que estas restricciones se encuentran **activas**. Por lo que se les conoce como *Restricciones activas*.

Para los dos casos mencionados anteriormente, se pretende obtener la caracteriza-

ción explícita, entendiendo como tal dos cosas:

- El óptimo solución del problema expresado como una función explícita de θ , y
- La región del espacio θ en la que es válida dicha solución.

Analizando el primer caso, es evidente que la caracterización puede obtenerse de manera directa, puesto que el óptimo sin restricciones viene expresado en función de θ y la región en la que es válido dicho óptimo puede obtenerse a partir de las restricciones (ecuación 10):

$$\begin{cases} \tilde{u}_{uc}^{opt} = -H^{-\frac{1}{2}}C_{\theta}\theta \\ -\tilde{A}H^{-\frac{1}{2}}C_{\theta}\theta \leq b + S_{\theta}\theta \end{cases}$$

Para analizar el segundo caso, cuando \tilde{u}_{uc}^{opt} no satisface la ecuación 10, se tiene en cuenta que debe haber una o varias restricciones activas para la solución. Por lo tanto se pueden definir dos conjuntos de restricciones: Un conjunto que contenga las restricciones que cumplen con la desigualdad estrictamente (o *Restricciones inactivas*), conocido como *conjunto inactivo* y, otro que contenga las que cumplen con la igualdad estrictamente (o *Restricciones activas*), llamado *conjunto activo*.

El conjunto activo $l = l_1, l_2, \dots, l_{N_p}$ contiene las filas de la matriz \tilde{A} que son igualdades, y no desigualdades estrictas, donde N_p es el número de restricciones activas. Se define entonces \tilde{A}_l como la submatriz de \tilde{A} que sólo contiene esas filas. De manera complementaria, se tiene el *conjunto inactivo* $s = s_1, s_2, \dots, s_{g-N_p}$ que posee aquellas restricciones que cumplen estrictamente la desigualdad. De la definición de ambos conjuntos, se deduce:

$$\tilde{A}_l \tilde{u}^{opt} \leq b_l + S_{\theta_l} \theta \quad (11)$$

$$\tilde{A}_s \tilde{u}^{opt} \leq b_s + S_{\theta_s} \theta \quad (12)$$

Como ya se definió, el óptimo es aquel punto que satisfaciendo las restricciones, está más cercano en distancia Euclídea a la solución sin restricciones. Por tanto, la solución vendrá dada al intersectar la cara activa (ecuación 11) con el hiperplano perpendicular a ésta que pasa por \tilde{u}_{uc}^{opt} . Se tiene entonces⁵ que dicha solución se puede expresar como:

$$\tilde{u}^{opt}(\theta) = \tilde{A}_l^+(b_l + S_{\theta l}\theta) + [I - \tilde{A}_l^+\tilde{A}_l]\tilde{u}_{uc}^{opt} \quad (13)$$

Donde $\tilde{A}_l^+ = \tilde{A}_l^T[\tilde{A}_l\tilde{A}_l^T]^{-1}$ es la pseudoinversa de la matriz \tilde{A}_l . Dicha expresión es válida únicamente si el número de filas de \tilde{A}_l es menor o igual al número de columnas. No obstante, esta condición se cumplirá siempre puesto que no es posible tener más restricciones activas que variables tiene el problema de optimización. Sustituyendo la expresión del óptimo sin restricciones se obtiene una expresión explícita del valor óptimo:

$$\tilde{u}^{opt}(\theta) = \tilde{A}_l^+(b_l + S_{\theta l}\theta) + [I - \tilde{A}_l^+\tilde{A}_l]H^{-\frac{1}{2}}C_{\theta}\theta \quad (14)$$

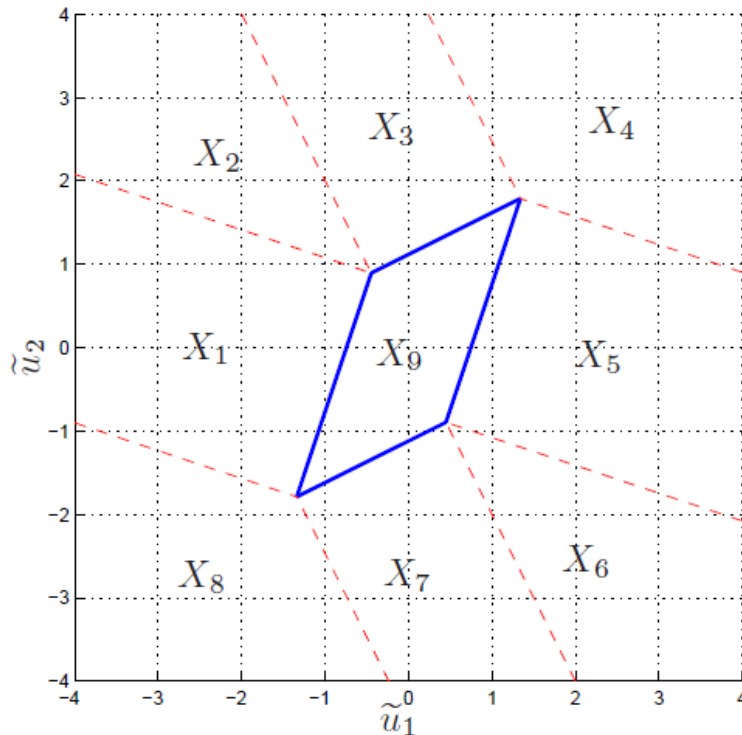
Para obtener el óptimo en las coordenadas originales, basta con deshacer el cambio de variable:

$$u^{opt}(\theta) = H^{-\frac{1}{2}}\tilde{u}^{opt}(\theta) \quad (15)$$

En definitiva, evaluar el óptimo teniendo en cuenta el cumplimiento de las restricciones, lleva a formar regiones para las cuales se tiene una ley de control única que es la óptima para cada región. Dichas regiones se separan por hiperplanos, que son las fronteras que delimitan y que indican en cual región se puede encontrar una solución óptima de acuerdo al estado del proceso. Dichas regiones se esquematizan en la figura 73.

⁵PÉREZ SOLER, "CONTROL PREDICTIVO SUJETO A RESTRICCIONES POLIÉDRICAS NO CONVEXAS: SOLUCIÓN EXPLÍCITA Y ESTABILIDAD".

Figura 73. Regiones del controlador predictivo explícito.



Fuente: Control Predictivo sujeto a restricciones convexas poliédricas no convexas: Solución explícita y estabilidad.

Sintetizando el problema, Alberto Bemporad⁶ determina el siguiente teorema:

La solución explícita al problema de optimización de un MPC es una función definida a tramos (PWA), donde se divide el espacio de estados del parámetro θ en varias regiones convexas, poliedros, donde en cada una se cumple una única ley de control representadas como:

$$\Delta u = f(\theta(t))$$

⁶BEMPORAD y col., "The explicit linear quadratic regulator for constrained systems".

$$\Delta u(t) = \begin{cases} F_1\theta + g_1, & \text{si } \theta(t) \in \Theta_1 \\ F_2\theta + g_2, & \text{si } \theta(t) \in \Theta_2 \\ F_{N_p}\theta + g_{N_p}, & \text{si } \theta(t) \in \Theta_{N_p} \end{cases}$$

La división en poliedros se define como $P = \Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_{N_p}$, donde el conjunto de poliedros están definidos según la siguiente inecuación lineal (**hiperplanos**):

$$\Theta_i = [\theta(t) | H_i\theta(t) \leq K_i]$$

$$i = 1, 2, \dots, N_p$$

H_i y K_i son matrices que definen los respectivos hiperplanos.

La señal de control dirigida al sistema en definitiva será:

$$u(t) = u(t-1) + \Delta u(t) \quad (16)$$

Para la implementación de un mpQP, se encuentran disponibles herramientas de software para uso libre. Alberto Bemporad ha desarrollado el HYBRID TOOLBOX como herramienta de MATLAB, del cual se pueden obtener la caracterización de las regiones del controlador, así como la de los hiperplanos.

Básicamente, esta herramienta convierte un controlador implícito en uno explícito y así se podría resolver el problema de la carga computacional, ya que como se mencionó anteriormente, la optimización ONLINE se convierte en una OFFLINE, percibiéndose como una tabla de búsqueda, donde simplemente se lee el estado de la planta, la salida anterior y la referencia, para así obtener en qué región se encuentra el vector de parámetros, de lo cual podemos obtener el cambio de la señal de control.

ANEXO D: ESTIMACIÓN DE ESTADO

Dado que se está tratando con un controlador basado en estado (y a la naturaleza altamente ruidosa del conjunto planta/sensor de una de las variables medidas en el banco MIMO de prueba de la función), cada uno de los estados en ejecución ha de ser estimado para cuando se tengan más variables de estado que variables observables en el sistema.

Las perturbaciones juegan un rol de relevancia debido a que su incorrecta manipulación puede conllevar a malinterpretaciones del estado dada la evolución que este toma a lo largo del tiempo; por lo que ha de considerarse algo para su tratamiento. En⁷ se tiene una aproximación para realizar estimaciones de estado mediante una matriz que hace la labor de filtro al ir realizando una disminución de los errores en la misma de manera tal que sea apropiado realizar la ejecución de la función de control (que de lo contrario, en el caso MIMO, por ejemplo; no se es posible llevar a cabo sin tal filtrado)

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + K_{obs}[y(k) - C\hat{x}(k)] \quad (17)$$

En donde $\hat{x}(k+1)$ describe el estado estimado para el siguiente instante de ejecución, $\hat{x}(k)$ es la estimación actual y K_{obs} es la matriz de ganancia del observador (que se llama posteriormente como K_e en la figura 20 para no confundirse con la matriz K del controlador implícito). Ha de notarse en la ecuación 17 que esta matriz de ganancia es multiplicada por el error de la respuesta actual del sistema $y(k)$ y su anterior estimación $\hat{y}(k) = C\hat{x}(k)$.

⁷TATJEWSKI, Piotr. "Disturbance modeling and state estimation for offset-free predictive control with state-space process models". En: *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science* 24.2 (2014), pág. 313.