

**ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL PRECIO SPOT DE LA ENERGÍA EN
COLOMBIA**

LADY JOHANNA GONZÁLEZ CABALLERO
MARIA MARGARITA MEZA RIOS

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
ESCUELA DE ESTUDIOS INDUSTRIALES Y EMPRESARIALES
INGENIERÍA INDUSTRIAL
BUCARAMANGA

2011

**ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL PRECIO SPOT DE LA ENERGIA EN
COLOMBIA**

LADY JOHANNA GONZÁLEZ CABALLERO
MARIA MARGARITA MEZA RIOS

Proyecto de Grado para optar al Título de
Ingeniero Industrial

Director

Carlos Enrique Vecino Arenas

Ph. D. Université de Montreal HEC-Montreal,

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
ESCUELA DE ESTUDIOS INDUSTRIALES Y EMPRESARIALES
INGENIERÍA INDUSTRIAL
BUCARAMANGA

2011

A Dios, quien me ha acompañado en cada paso de mi vida, a mis padres Waldino y Myriam quienes con su esfuerzo me lo dieron todo para lograr mis sueños, a mi hermano mi compañero desde la infancia y a Leo, quien me enseñó a luchar por mis sueños y que siempre se puede ser mejor.

Johanna González C.

A Dios, a mi familia y a mis amigos, por caminar a mi lado y ayudarme a construir el camino.

Margarita Meza R.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	17
1. ESPECIFICACIONES DEL PROYECTO	19
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	19
1.2 OBJETIVOS.....	21
1.2.1 Objetivo general.	21
1.2.2 Objetivos específicos.	21
2. MARCO TEÓRICO	23
2.1 DESCRIPCIÓN DE LOS MERCADOS DE ENERGIA ELÉCTRICA	23
2.1.1 Generalidades	23
2.1.2 Mercado de Energía Mayorista “MEM”: Colombia.....	27
2.1.3 Latinoamérica (Chile).	32
2.1.4 California.	36
2.1.5 Pennsylvania, Jersey y Maryland “PJM”.	40
2.1.6 Nord Pool	42
2.1.7 España.	46
2.2 SERIES DE TIEMPO, MODELOS DE PREDICCIÓN y MÉTODOS DE ESTIMACIÓN.....	50
2.2.1 Generalidades	50
2.2.2 Modelos de predicción.	56
2.2.3 Métodos de estimación.	61
3. ANTECEDENTES: MODELOS DE ANÁLISIS Y PREDICCIÓN PARA EL COMPORTAMIENTO DEL PRECIO SPOT DE LA ENERGÍA	64
3.1 EVIDENCIA INTERNACIONAL	64

3.2	EVIDENCIA DEL MERCADO DE ENERGÍA MAYORISTA “MEM”	67
4.	ANÁLISIS DEL PRECIO SPOT DE LA ENERGÍA	70
4.1	DATOS Y METODOLOGÍA	70
4.2	ANÁLISIS DE REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	71
4.2.1	Mercados de energía.	71
4.2.2	Modelos de predicción.	72
4.2.3	Resultados	73
4.3	ANÁLISIS GRÁFICO Y TRATAMIENTO ESTADÍSTICO.....	74
4.3.1	Análisis descriptivo e inferencial.....	74
4.3.2	Definición horizonte de tiempo a modelar	77
4.3.3	Evaluación de factores de influencia	78
5.	MODELADO DE DATOS	80
5.1	PRUEBAS DE ESTACIONARIEDAD	80
5.2	IDENTIFICACIÓN, ESTIMACIÓN Y VERIFICACIÓN DEL MODELO	82
5.2.1	Modelo diario.....	82
5.2.2	Modelo horario	89
6.	PRONÓSTICO Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	93
7.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	97
	REFERENCIAS	100
	ANEXOS	98

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 01. Modelos de mercado de energía eléctrica	27
Figura 02. Esquema del mercado eléctrico colombiano	28
Figura 03. Formación del precio de bolsa.....	31
Figura 04. Esquema del mercado eléctrico chileno	34
Figura 05. Estructura mercado eléctrico español.....	47
Figura 06. Precio <i>spot</i> horario 1995-2009.....	75
Figura 07. Primera diferencia precio <i>spot</i> diario.....	81
Figura 08. Retorno horario y diario por hora 01/01/2005-30/06/2009	82
Figura 09. Correlograma precio <i>spot</i> diario 1 ^{ra} diferencia 2005-2009.....	83
Figura 10. Modelo ARIMA precio <i>spot</i> diario	84
Figura 11. Modelo GARCH precio <i>spot</i> diario	85
Figura 12. Modelo GARCH-Dummy precio <i>spot</i> diario	86
Figura 13. Correlograma residuos estandarizados GARCH-Dummy.....	86
Figura 14. Modelo ARMAX precio <i>spot</i> diario	88
Figura 15. Correlograma residuos estandarizados ARMAX precio horario.....	89
Figura 16. Correlograma precio <i>spot</i> horario alto <i>yt</i> * 2005-2009.....	91
Figura 17. Modelo ARMAX precio <i>spot</i> horario alto	92
Figura 18. Correlograma residuos estandarizados ARMAX precio horario.....	92
Figura 19. Pronóstico precio <i>spot</i> diario.....	93
Figura 20. Pronóstico ARMAX precio <i>spot</i> diario 07/2009-12/2010	93
Figura 21. Pronóstico precio <i>spot</i> horario alto.....	94
Figura 22. Pronóstico ARMAX precio <i>spot</i> horario alto 07/2009-12/2010.....	94

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 01. Capacidad efectiva neta (MW) – Dic. 31 de 2009.....	29
Tabla 02. Potencia total instalada según tipo de combustible –Dic. 31 de 2009 ...	35
Tabla 03. Generación total instalada por tipo de recurso PJM 2009.....	41
Tabla 04. Capacidad instalada por tipo de recurso en MW-2008	44
Tabla 05. Balance de potencia a 31/12/2009. Sistema eléctrico español	48
Tabla 06. Modelos de regresión dinámica	57
Tabla 07. Modelos ARMA y ARIMA	58
Tabla 08. Modelos ARCH y GARCH.....	61
Tabla 09. Índice de variación precio <i>spot</i> (σ/μ) %.....	75
Tabla 10. Correlación precio Vs variables hídricas	77
Tabla 11. Regresión simple precio <i>spot</i> diario Vs v.explicativa	87

LISTA DE ANEXOS

	pág.
Anexo A. Cuadro comparativo mercados de energía eléctrica.....	104
Anexo B. Modelos de predicción del precio spot de la energía eléctrica: Evidencia internacional y nacional.....	105
Anexo C. Análisis descriptivo e inferencial de la precio spot 1995-2009.....	107
Anexo D. Evaluación de factores de influencia.....	120
Anexo E. Análisis de estacionariedad.....	129
Anexo F. Análisis del porcentaje de error medio absoluto “MAPE” 2005-2010...	135
Anexo G. Análisis del comportamiento del precio spot de la energía en Colombia (borrador artículo).....	137

RESUMEN

TITULO: ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL PRECIO SPOT DE LA ENERGIA EN COLOMBIA*

AUTOR: MEZA R, Margarita y GONZALEZ C, Johanna.**

PALABRAS CLAVES: Mercado de energía eléctrica, serie de tiempo, precio spot energía, ARIMA, GARCH, ARMAX, porcentaje de error absoluto MAPE.

DESCRIPCIÓN:

Este trabajo de investigación explora el Mercado de Energía Mayorista de Colombia y su posición con respecto a otros mercados de energía eléctrica en Latinoamérica y el mundo. Identifica sus características como un mercado competitivo y el proceso de formación de la serie de precio spot de la energía.

A su vez revisa las diferentes metodologías empleadas para el modelado y pronóstico del precio spot de cada uno de los mercados estudiados, reconociendo los elementos a tener en cuenta en la elaboración de un modelo de predicción para dicha serie.

Elabora un análisis descriptivo de la serie de precio spot de la energía en Colombia desde los inicios del mercado mayorista, en 1995 hasta mediados del 2009 y sugiere, plantea y desarrolla dos modelos de pronóstico ARMAX-GARCH, uno para la serie de precio spot diaria y otro para la serie de precio de las horas de mayor demanda del día, obteniendo predicciones satisfactorias con respecto al porcentaje de error absoluto del modelo simple o ingenuo.

Finalmente, analiza los porcentajes de error obtenidos para un periodo muestral y extra muestral respectivamente, identificando las fases o épocas de mayor o menor error del modelo (años, meses, días, estaciones, fenómenos climáticos y eventos), que se traducen en debilidades o fortalezas del mismo y posteriormente en posibles puntos de mejora.

*Proyecto de Grado.

**Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales.
Director: Phd. Carlos Enrique Vecino Arenas.

SUMMARY

TITULO: ANALYSIS OF THE ENERGY SPOT PRICE IN COLOMBIA*

AUTOR: MEZA R, Margarita y GONZALEZ C, Johanna.**

KEY WORDS: Electricity energy market, time series, energy spot price, ARIMA, GARCH, ARMAX, mean absolute error percent.

DESCRIPTION:

This research explores the Wholesale Energy Market in Colombia and its relative position to others electricity markets in Latin America and the world. It identifies its competitive characteristics and the formation process of the spot price series of energy.

At the same time it reviews some methodologies used to model and forecast spot price series for each of the markets studied, recognizing the important elements to develop a predictive model for this series.

It make a descriptive analysis of spot price series of energy in Colombia since the beginning of the wholesale market in 1995 until 2009 and It raises and develops two predictive models ARMAX-GARCH, the first one for the daily spot price and the second one for the peak hour prices. Those models get satisfactory predictions about the mean absolute error percent in the naive model.

Finally, It analyze the error percent obtained for a sample period and extra sample period respectively. It identifies the phases or time periods when the model error is higher or lower (years, months, days, seasons, weather and events) than the others time period studied because those times are weaknesses or strengths of the model and later they can be possible areas for improvement.

*Work Degree.

**Faculty of Physics and Mechanical Engineering. Industrial and Business Studies Department. Directed by Phd. Carlos Enrique Vecino Arenas.

TABLA DE CUMPLIMIENTO DE OBJETIVOS

OBJETIVO	NUMERAL
GENERAL	
Examinar los diferentes métodos y modelos empleados para el análisis y la predicción del precio spot de la energía en Colombia, a partir de una revisión bibliográfica nacional e internacional.	3.1 y 3.2 Modelos de análisis y predicción para el comportamiento del precio spot de la energía: Evidencia Internacional y Nacional.
ESPECIFICOS	
Describir el funcionamiento del mercado de energía colombiano y su posición respecto a los mercados latinoamericanos más desarrollados.	2.1 Descripción de los mercados de energía eléctrica.
Estudiar los modelos de predicción del precio spot de la energía, empleados en el mercado internacional.	3.1 Modelos de análisis y predicción para el comportamiento del precio spot de la energía: Evidencia Internacional.
Recopilar los diferentes métodos para el análisis y modelamiento de la serie de precios spot de la energía en Colombia, desarrollados en estudios previos.	3.2 Modelos de análisis y predicción para el comportamiento del precio spot de la energía: Evidencia Nacional.
Analizar y comparar los resultados de las investigaciones examinadas en la revisión bibliográfica.	4.2 Análisis de la revisión bibliográfica.
Analizar estadísticamente los factores de incidencia sobre el precio de la energía en Colombia.	4.3 Análisis gráfico y tratamiento estadístico.
Sugerir el mejor modelo de ajuste para la serie de precio spot de la energía en Colombia, a partir de la revisión bibliográfica y del análisis de los factores de influencia.	4.2.3 Resultados y 5. Modelado de datos.

Modelar la serie de precio spot de la energía en Colombia, a través del modelo sugerido en el punto anterior.	5. Modelado de datos.
Pronosticar el precio de la energía en bolsa, para un periodo de tiempo determinado, a partir del modelo generado en este estudio.	6. Pronóstico y análisis de resultados.
Elaborar un artículo investigativo con los resultados y conclusiones de este proyecto.	Se adjunta un borrador del artículo, elaborado en colaboración con el director de este proyecto Carlos Enrique Vecino Arenas. Anexo G.

INTRODUCCIÓN

El sector eléctrico ha sido objeto de numerosos cambios a través de los años, entre los cuales se destaca el proceso de liberalización del mercado con el fin de mejorar la eficiencia del sistema y el servicio a los consumidores finales. Dada esta apertura a un modelo competitivo se hace necesario el desarrollo e implementación de herramientas de análisis, que permitan tomar decisiones acertadas y ágiles hacia la maximización de beneficios, de cada uno de los agentes que intervienen en el mercado.

Entre las herramientas de análisis necesarias se destacan los modelos de pronóstico, a partir de los cuales los productores, comercializadores y consumidores de energía, pueden analizar el comportamiento histórico del precio de la electricidad, prever fluctuaciones futuras y elaborar estrategias que mejoren su posición en el mercado.

Entonces, con el fin de ofrecer una herramienta para el análisis del mercado eléctrico colombiano, este trabajo de investigación se concentra en: revisar las características del mercado nacional e internacional, analizar los estudios de predicción existentes para Colombia y el mundo, identificar los elementos que intervienen en la formación del precio de la energía y construir un nuevo o mejor modelo para el pronóstico del precio *spot* de la energía en Colombia.

En ese orden de ideas este documento se divide en siete capítulos a saber. En el Capítulo 1 se define el problema y los objetivos del presente trabajo de investigación. Los Capítulos 2 y 3 exponen los fundamentos teóricos requeridos, así como la descripción de los principales mercados de energía eléctrica en Latinoamérica y el mundo y la revisión bibliográfica nacional e internacional sobre las diferentes metodologías para modelar y pronosticar el precio *spot* de la energía. El Capítulo 4 presenta un análisis de la información incluida en los

Capítulos 2 y 3 y un examen de la serie de precio spot de la energía en Colombia, identificando los elementos más importantes a tener cuenta para el modelado de dicha serie. Los Capítulos 5 y 6 se concentran en la construcción y verificación de un modelo para la predicción del precio spot diario y otro para los precios de las horas de mayor demanda del día, su respectivo pronóstico y análisis de porcentaje de error. Finalmente, el Capítulo 7 resume las principales conclusiones y recomendaciones de este trabajo de investigación.

1. ESPECIFICACIONES DEL PROYECTO

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Con el nacimiento de la globalización, entendida como el desarrollo de los mercados de libre competencia, los tratados de intercambio comercial, la tecnología y los medios de comunicación, se ha hecho necesario para las compañías la construcción de herramientas de análisis que les permita estudiar su entorno (variables macro y microeconómicas), prever el futuro, tomar decisiones y elaborar estrategias en pro de la competitividad, eficiencia y generación de valor en el mercado. En este contexto surgen los pronósticos o modelos de predicción, sobre los cuales se orientan decisiones de corto, mediano y largo plazo. *“Para pronosticar una variable se debe construir un modelo y estimar sus parámetros usando datos históricos, es decir, logrando una caracterización estadística de los enlaces entre el presente y el pasado¹”*.

Un mercado que no ha sido ajeno al proceso de apertura y en el cual se han elaborado numerosos estudios de modelación y pronóstico, sobre el precio *spot*² de sus productos, es el mercado de energía eléctrica (en adelante mercado de energía). Algunos modelos de regresión lineal y dinámica, función de transferencia y redes neuronales han sido probados para la serie de precio *spot* de la energía (en adelante precio *spot-e*) en los mercados de California, Pennsylvania-Jersey-Maryland “PJM”, España, Finlandia-Suecia-Noruega-Dinamarca “Nordpool” y Chile, encontrando que el precio *spot-e* está caracterizado por una alta volatilidad, media y varianza no constante, factores de estacionalidad y gran dependencia de variables climáticas. Igualmente, son ciertas las diferencias en los errores de predicción entre una bolsa y otra para un mismo modelo, causadas por las

¹BOTERO Sergio y CANO Jovan. Análisis de series de tiempo para la predicción de los precios de la energía en la bolsa de Colombia. En Cuadernos de Economía. Vol.27.no.48 Bogotá Enero/Junio 2008.

²Precio actual de un activo transado en una bolsa de valores.

características particulares de cada mercado³; razón suficiente para afirmar que no es apropiado usar un único modelo para analizar el comportamiento del precio *spot-e* en cualquier parte del mundo.

Asimismo, se han explorado varios métodos de análisis y predicción en Colombia, sin encontrar un modelo que agrupe el comportamiento histórico de la serie, las variables de influencia sobre el precio y los factores estacionales, particulares del mercado colombiano.

Desde esta perspectiva, *“existen diferentes modelos que podrían ser adecuados para representar la dinámica de cada serie, pero no existen suficientes evidencias empíricas o teóricas que permitan seleccionar a priori alguno de ellos, por lo que dicha selección sólo puede realizarse a partir de los resultados del modelado de la serie en estudio”*⁴. Entonces, teniendo en cuenta el inicio del mercado de productos derivados de energía en Colombia, se hace necesaria una investigación que: i) resuma, compare y analice los modelos previos y su desempeño con respecto al mercado en el que fueron aplicados y ii) observe y evalúe el comportamiento del activo subyacente, sobre el cual se van a transar los productos derivados, en la búsqueda de un mejor o nuevo modelo, que represente satisfactoriamente las fluctuaciones del precio *spot-e* en Colombia.

De este modo, los agentes generadores y comercializadores del Mercado de Energía Mayorista “MEM”, pueden tener una herramienta matemática de análisis para la elaboración de estrategias de cobertura (minimización del riesgo asociado a la compra-venta de energía) que maximice la utilidad de su negocio.

³Características de oferta, demanda, distribución de fuentes de energía y regulación.

⁴VELÁSQUEZ, Juan.; DYNER, Isaac. y SOUZA, Reinaldo. Modelado del precio spot de la electricidad en Brasil usando una red neuronal autoregresiva. En Ingeniare, Revista chilena de ingeniería. Vol. 16. No 3 Chile Diciembre 2008.

“En otros términos, conocer con certeza un valor o el intervalo de valores posibles del precio de la energía en bolsa para meses futuros, implica para los agentes del mercado la reformulación de muchas de sus estrategias de compra o venta de energía⁵”.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo general.

Examinar los diferentes métodos y modelos empleados para el análisis y la predicción del precio *spot* de la energía en Colombia, a partir de una revisión bibliográfica nacional e internacional.

1.2.2 Objetivos específicos.

- Describir el funcionamiento del mercado de energía colombiano y su posición respecto a los mercados Latinoamericanos más desarrollados.
- Estudiar los modelos de predicción del precio *spot* de la energía empleados en el mercado internacional.
- Recopilar los diferentes métodos para el análisis y modelamiento de la serie de precio *spot* de la energía en Colombia, desarrollados en estudios previos.
- Analizar y comparar los resultados de las investigaciones examinadas en la revisión bibliográfica.

⁵BOTERO Sergio y CANO Jovan. Análisis de series de tiempo para la predicción de los precios de la energía en la bolsa de Colombia. En Cuadernos de Economía. Vol.27.no.48 Bogotá Enero/Junio 2008.

- Analizar estadísticamente los factores de incidencia sobre el precio de la energía en Colombia (periodos invierno-verano, efectos calendario, fenómeno Niño-Niña, precio medio de contratos, nivel de embalse ofertable, entre otros).
- Sugerir el mejor modelo de ajuste para la serie de precio *spot* de la energía en Colombia, a partir de la revisión bibliográfica y del análisis de los factores de influencia.
- Modelar la serie de precio *spot* de la energía en Colombia a través del modelo sugerido en el punto anterior.
- Pronosticar el precio de la energía en bolsa, para un periodo de tiempo determinado, a partir del modelo generado en este estudio.
- Elaborar un artículo investigativo con los resultados y conclusiones de este proyecto.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 DESCRIPCIÓN DE LOS MERCADOS DE ENERGIA ELÉCTRICA

2.1.1 Generalidades.

2.1.1.1 Definición

Hay dos puntos de vista desde los cuales se puede abordar la definición de un mercado de energía, el primero de ellos y el más habitual es desde la teoría económica, en la cual se entiende un mercado como el espacio físico o virtual en el cual concurren compradores y vendedores, demandantes y oferentes para intercambiar bienes y/o servicios a un precio determinado⁶. Se define entonces el mercado eléctrico como el espacio donde se encuentran los agentes generadores –transportadores, distribuidores, comercializadores– y consumidores de energía para su compra-venta⁷.

La segunda, pero no menos importante perspectiva, desde la cual se aborda la definición de un mercado de energía en este trabajo de investigación, es desde la teoría econométrica, con base en la cual el mercado de energía es la población objeto de estudio y el comportamiento de su precio *spot*, es la relación entre algunos elementos de dicha población, que se pretende explicar a través de un modelo econométrico⁸.

⁶Dicho precio depende del tipo de mercado, por ejemplo en un mercado de monopolio el precio de intercambio es fijado por la empresa oferente mientras que en un mercado competitivo se habla de un precio de equilibrio, bajo el cual la cantidad ofrecida es igual a la cantidad demanda.

⁷Los agentes generadores, transportadores, distribuidores y consumidores son comunes para todos los mercados de energía, pero la manera como se realiza el intercambio de este commodity entre ellos varía de un mercado a otro, según su clasificación y organización, las cuales serán detalladas en secciones posteriores. La existencia del agente comercializador responde a una forma de compra-venta de energía, para algunos mercados.

⁸Ver definición de un modelo econométrico en el numeral 2.2.1.2

2.1.1.2 Agentes del mercado

- *Generadores*: producen electricidad a través de cualquiera de las siguientes fuentes de energía: hidráulica, térmica, eólica, solar, nuclear u otras fuentes renovables o amigables con el medio ambiente.
- *Transmisores*: transportan la energía eléctrica desde las centrales de generación hasta los distribuidores regionales o locales a altos niveles de tensión⁹.
- *Distribuidores*: se encargan del transporte de la energía con cobertura regional y/o local, a niveles de tensión menores con respecto a los transportadores. Entregan la energía al usuario final cuando no existe el agente comercializador en el mercado.
- *Comercializadores*: actúan como intermediarios entre los usuarios finales de la energía y los agentes generadores, obteniendo sus utilidades de la compra-venta de energía.
- *Consumidores o usuarios finales*: son quienes finalmente le dan uso a la electricidad. De acuerdo con el nivel de su demanda¹⁰ pueden participar en el mercado mayorista, siendo nombrados como usuarios no regulados, cualificados o industriales.

2.1.1.3 Clasificación y organización del mercado eléctrico

Desde la década de los ochenta la necesidad de distribución de la energía como servicio público, la creciente demanda insatisfecha de electricidad y los altos precios de la misma, hicieron evidente la ineficiencia del sistema de monopolio, que imperaba hasta entonces en el sector, motivando a lado y lado del océano la

⁹Los niveles de tensión a los cuales se transporta la energía y diferencia a los transmisores de los distribuidores están definidos en forma particular para cada mercado, siendo los niveles de tensión $\geq 220 MW$ y $< 220 MW$ los correspondientes a los agentes transmisores y distribuidores del mercado colombiano.

¹⁰El nivel de demanda a partir del cual un usuario final puede participar en el mercado mayorista es definido, en forma independiente, por cada país, regulador u operador de mercado.

introducción del concepto de competencia en el sector, aunque con grandes diferencias en sus objetivos y características, provocadas por las condiciones de regulación, infraestructura, administración y fuente primaria de generación, particulares a cada país o mercado. De este modo y en su orden Chile, Inglaterra & Gales, Noruega y Colombia se erigen como los pioneros en la reestructuración del mercado de energía eléctrica hacia la liberalización.

A partir de este punto se reconocen tres modelos generales de organización de los mercados de energía eléctrica: monopsonio, competencia mayorista y elección para todos los consumidores. El primero de ellos conocido como *monopsonio* introduce la competencia en el primer nivel o actividad del sector: la generación. Se basa en un comprador único quien adquiere la energía que necesita de los generadores, de tal forma que solo existe competencia entre éstos y los consumidores finales permanecen cautivos.

El siguiente es el *modelo de competencia mayorista*, donde existe pugna en dos niveles de la cadena productiva: la generación y la comercialización. Los generadores compiten entre ellos y los comercializadores pueden elegir libremente su proveedor a través de un mercado organizado conocido como Bolsa de Energía o *Pool*. Se incluyen entonces dos conceptos muy importantes: la bolsa de energía y el operador de mercado "OM".

La bolsa de energía, administrada por el OM, es el vehículo a través del cual los generadores y/o los comercializadores presentan sus ofertas de compra-venta. El OM coteja las ofertas de cada una de las partes y con base en el triple concepto de transparencia, equilibrio y optimización del mercado establece el precio *spot-e*. Alrededor de este precio pueden existir dos mercados, uno físico que hace referencia a la adquisición y despacho de la energía como tal y otro financiero donde se transan contratos de cobertura sobre el precio de intercambio de la energía, mas no sobre el servicio mismo.

Adicionalmente y teniendo en cuenta la variabilidad –volatilidad– diaria y/u horaria del precio *spot-e*, los generadores y comercializadores pueden efectuar contratos (largo plazo) de compra-venta por fuera de la bolsa–mercado over the counter “OTC”–como herramienta para la gestión del riesgo de mercado¹¹.

Por su parte, el intercambio de energía entre comercializadores y usuarios finales, conocido como mercado minorista –*retail*–sigue siendo un monopolio local, con una tarifa normalizada por el regulador del mercado.

En el último de los modelos existe *libertad de elección para todos los consumidores*, es decir que la competencia se introduce hasta el último eslabón de la cadena: el usuario final, quien tiene la libertad de escoger y cambiar su proveedor de electricidad de acuerdo con la oferta disponible y la regulación vigente, estableciendo de este modo un precio de mercado para la compra-venta de energía al por menor.

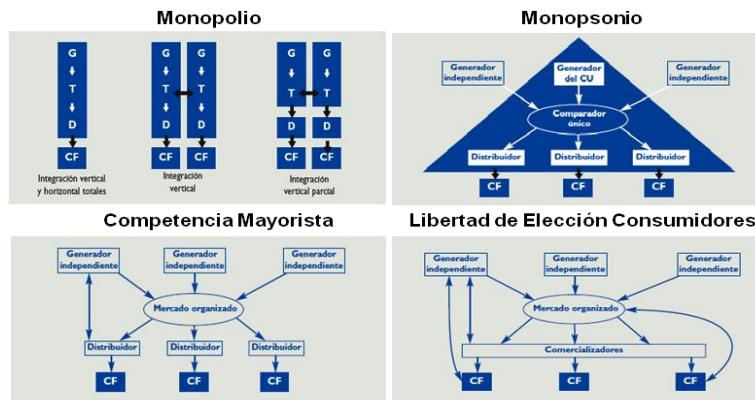
Es importante resaltar que las condiciones de cada país o región sumadas a las particularidades del mercado eléctrico (en el cual la demanda y la oferta deben ser iguales en el tiempo, pues la energía no puede ser almacenada) y la gran sensibilidad de éste a factores estacionales, le agregan características específicas a cada uno de estos modelos, encontrando los principales aportes y diferencias en la forma de despacho (centralizado o descentralizado) y en el sistema de regulación (instituciones y mecanismos de regulación).

Finalmente y en cuanto a la forma de despacho y regulación del mercado eléctrico, surgen dos instituciones indispensables para su funcionamiento: el operador del sistema “OS” y el regulador, quienes ofrecen dos tipos de garantías

¹¹Riesgo comercial asociado a la variabilidad de los precios de los productos.

para la marcha del sistema eléctrico, la primera de tipo físico y social y la segunda de tipo legal, económico y político. El OS garantiza la confiabilidad y seguridad del sistema antes, durante y después del despacho de la energía, en tanto que el regulador es responsable de una competencia transparente y equitativa para todos los agentes del mercado.

Figura 1. Modelos de mercado de energía eléctrica



Fuente: Fernández, J. "Análisis y Evaluación de Mercados Liberalizados a Escala Internacional" tesis para optar por el título de Master en gestión técnica y económica en el sector eléctrico, Madrid, Universidad Pontificia Comillas, 2002.

2.1.2 Mercado de Energía Mayorista "MEM": Colombia.

Origen

La restructuración y modernización del sector eléctrico colombiano, a mediados de los años noventa, es consecuencia directa de tres factores fundamentales:

- La ola de procesos de liberalización que se efectuaban alrededor del mundo, cuya bandera era la obtención de un mercado favorable para el consumidor final.
- La ineficiencia del mercado energético colombiano, de carácter monopólico y estatal, en términos de cobertura y costos.

- Y la necesidad de atraer capital privado y extranjero para la adquisición de tecnología y recuperación económica de las compañías existentes.

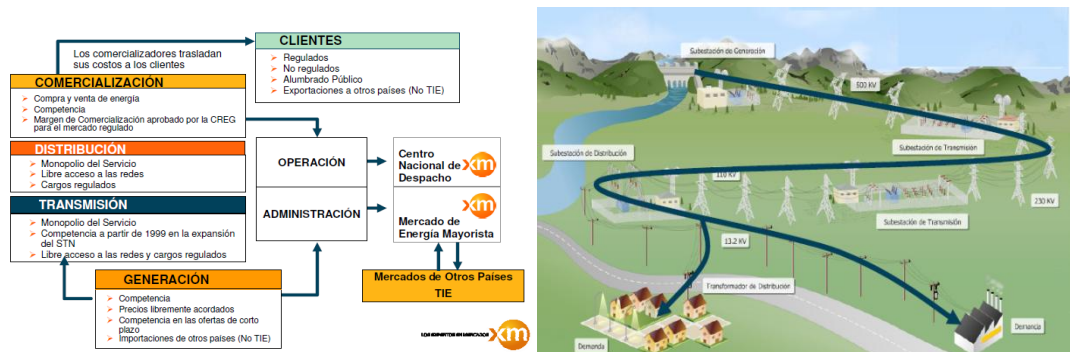
Sobre este escenario, la Ley 142 y 143 de 1994 define el marco legal para el desarrollo de un mercado de competencia, en el que se permite la participación del sector privado y la formación de un mercado organizado de energía. Adicionalmente, crean la Comisión de Regulación de Energía y Gas “CREG” para regular, vigilar y controlar el funcionamiento del mercado.

De este modo, el 20 de Julio de 1995 nace oficialmente el Mercado de Energía Mayorista “MEM”, con la apertura de la Bolsa de Energía y XM Compañía de Expertos en Mercados S.A, como operador del mercado.

Características generales

El mercado eléctrico colombiano se define como un mercado de competencia mayorista, con desintegración vertical de sus actividades y capacidad de elección para los usuarios finales no regulados¹², en tanto que las actividades relacionadas con el transporte de la energía siguen siendo monopolios estatales y regionales.

Figura 2. Esquema del mercado eléctrico colombiano



Fuente: XM Compañía de Expertos de Mercado S.A Octubre 2010

¹²En el mercado colombiano los usuarios no regulados son aquellas personas naturales o jurídicas cuya demanda es $\geq 0.1 MW$ o cuyo consumo mensual supera los $55 MWh$.

Su red de transporte y operación está integrada por el Sistema de Interconexión Nacional “SIN”, el cual a su vez está conformado por los sistemas de transmisión nacional y regional “STN”, “STR” y el sistema de distribución local “SDL”, con un nivel de tensión específico, para cada uno de ellos.

La oferta de energía está compuesta principalmente por centrales hidráulicas y térmicas, a gas y a carbón.

Tabla 1. Capacidad efectiva neta (MW) – Dic. 31 de 2009

Térmica	MW	%	Menores	MW	%
Gas	2,757.0	20.4	Hidráulica	472.0	3.5
Carbón	984.0	7.3	Térmica	83.4.0	0.6
Fuel-Oil	434.0	3.2	Eólica	18.4.0	0.2
Combustóleo	187.0	1.4	Cogeneradores	35.0	4.3
<i>Total</i>	<i>4,343.0</i>	<i>32.2</i>	<i>Total</i>	<i>608.8</i>	<i>4.6</i>
Hidráulica	8,525.0	63.2			
Total	13,495.8 MW			100%	

Fuente: XM Compañía de Expertos de Mercado S.A 2010

Estructura

- *Bolsa de energía*: sistema de información a través del cual los generadores y comercializadores que participan en el MEM¹³ realizan intercambios comerciales de energía. Los generadores venden su capacidad de producción no contratada y los comercializadores compran la demanda de energía, no satisfecha a través de contratos.
- *Operador del sistema y del mercado-XM*: se encarga de administrar el sistema y el mercado a través de las siguientes dependencias:

¹³En la bolsa de energía colombiana participan bajo un despacho centralizado y en forma obligatoria: los generadores con capacidad ≥ 20 MW y en forma voluntaria: los generadores con capacidad ≥ 10 MW y < 20 MW.

- ✓ Consejo Nacional de Despacho “CND”: “planea, supervisa y controla la operación integrada de los recursos de generación, interconexión y transmisión del SIN”¹⁴. Recibe las ofertas de generación, fija el precio *spot* horario y establece el programa de despacho.
 - ✓ Administrador del Sistema de Intercambios Comerciales “ASIC”: registra, liquida, factura y cobra todas las transacciones producto de los contratos de largo plazo y del mercado *spot*.
 - ✓ Liquidador y Administrador de Cuentas “LAC”: liquida y factura todas las cuentas relacionadas con el uso de las redes del SIN.
- *Regulador-CREG*: es la entidad adscrita al Ministerio de Minas y Energía encargada de elaborar y emitir la regulación del sector eléctrico colombiano.

Modelo de mercado

- *Mercado over the counter-contratos bilaterales*: acuerdos comerciales que realizan generadores, comercializadores y usuarios no regulados por fuera de la bolsa, para atender parcial o totalmente su demanda de energía. La adjudicación de estos contratos está dada por convocatoria pública u oferta mercantil y el precio del mismo es fijado entre las partes. La administración de estos contratos es efectuada por el ASIC.
- *Mercado spot-day ahead*: diariamente los generadores presentan al CND una oferta de precio para las veinticuatro horas del día¹⁵, expresada en \$/MWh¹⁶, junto con la disponibilidad de sus unidades de generación, en MW. El CND recopila y organiza las ofertas en orden de mérito¹⁷ hasta cubrir la demanda

¹⁴XM Compañía de Expertos de Mercados S.A

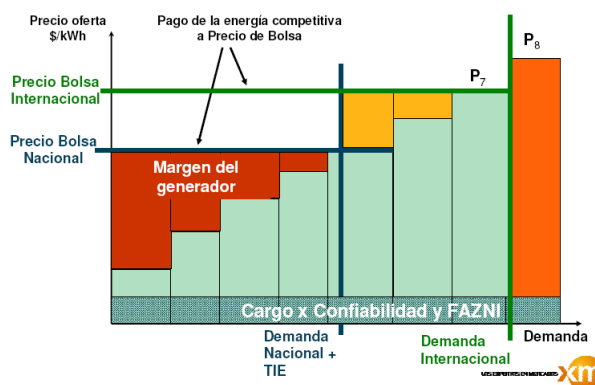
¹⁵Resolución CREG 026 de 2001 y 004 de 2003.

¹⁶“Dicho precio debe reflejar los costos variables de generación en los que esperan incurrir, más una componente de riesgo”. Resolución CREG 055 de 1999.

¹⁷Las unidades son llamadas a operar en base a su oferta, siendo las más baratas las llamadas a producir primero hasta que la producción sea suficiente para satisfacer la demanda en cada momento del tiempo.

horaria esperada para el día siguiente. El precio de oferta del último recurso de generación, empleado para cubrir la demanda horaria, es el precio de bolsa, bajo el cual el ASIC liquida todas las transacciones del mercado *spot*. Todos los generadores cuyo precio de oferta sea menor o igual al precio de bolsa, son programados por el CND para el despacho de energía del día siguiente. Durante el día de operación, el programa de despacho está sujeto a ajustes¹⁸ que son reportados y asignados por el CND, a los generadores correspondientes, sin efectuar ninguna transacción adicional a través de la bolsa.

Figura 3. Formación del precio de bolsa



Fuente: XM Compañía de Expertos de Mercado S.A 2010

- *Mercado financiero-derivados de energía*: contratos de futuros de liquidación financiera cuyo activo subyacente es el precio *spot* horario. Estos contratos estandarizados pueden ser comprados o vendidos a través DERIVEX SA (empresa filial de XM Compañía de Expertos de Mercados y de la Bolsa de Valores de Colombia “BVC”) por los agentes generadores o comercializadores, como herramienta de cobertura para el riesgo de mercado enfrentado por la

¹⁸Re-despachos generados por salidas de unidades, aumento de disponibilidad de generación o modificaciones en la configuración de la red, entre otros.

volatilidad del precio *spot* y/o por agentes inversionistas que desean realizar apuestas sobre el mercado eléctrico colombiano¹⁹.

2.1.3 Latinoamérica (Chile).

El sector eléctrico latinoamericano se encuentra en una época de grandes cambios, provocados en su mayoría por el crecimiento poblacional que a su vez implica un incremento de la demanda, tanto residencial como industrial y la necesidad de diversificación de los tipos de energía final.

Es difícil establecer un patrón de comportamiento entre los distintos sistemas eléctricos latinoamericanos, ya que existen grandes diferencias en la capacidad y recursos de generación, así como en sus respectivos sistemas precios y transporte para suplir las necesidades del recurso.

Una característica común en los sistemas eléctricos latinoamericanos es el predominio de la generación hidráulica en países como Brasil, Colombia, Paraguay, Uruguay y Venezuela, debido al gran componente hídrico con el cual cuentan estos países, desplazando a un segundo plano las fuentes de generación térmica y nuclear.

La estructura de los mercados eléctricos varía dependiendo del grado de liberalización, se observan países en que la actividad es potestad del estado como en México, Paraguay, Venezuela y Ecuador y también mercados liberalizados donde las actividades de generación y comercialización no se encuentran monopolizadas como en Colombia, Perú, Chile, Argentina y Brasil.

Sin embargo, Colombia es el único país que establece sus precios basados en las ofertas de los agentes que participan en el mercado y no en base a sus costos de

¹⁹El mercado de derivados de energía en Colombia fue formalizado en mayo del 2008 con la constitución de DERIVEX S.A. El cinco de octubre del 2010 se realizó el primer contrato a futuro sobre energía eléctrica.

generación. En Argentina existe un *pool* que casa ofertas y demandas horarias de los participantes, pero no existe libertad total para los generadores, pues estos deben declarar sus costos variables por unidad de generación trimestralmente, de esta forma se crea la oferta y se establece un precio *spot* fijo para el mismo periodo de tiempo. En Brasil se maneja un modelo de precios nodales en donde se incluyen los costos variables del sistema y existen múltiples empresas de generación aunque la mayoría son estatales, departamentales y municipales. En Perú existe un *pool* de generadores y el precio *spot* se calcula a través de costos variables auditados más un elemento de potencia.

Finalmente, Chile fue el primer país latinoamericano en implementar un esquema de mercado *spot* con precios marginales, el cual, por constituir un punto de referencia para la región, será descrito a continuación.

Origen

Antes de la reforma de 1982 el mercado eléctrico chileno se encontraba monopolizado, no existían procedimientos ni criterios para determinar precios, razón por la cual las compañías generadoras presentaban tarifas inferiores a sus costos originándoles serios problemas financieros. Frente a esta situación, la necesidad de inyección de capital privado y búsqueda de eficiencia en el mercado era inminente. Aparece entonces el proceso de liberalización del mercado como solución a sus problemas.

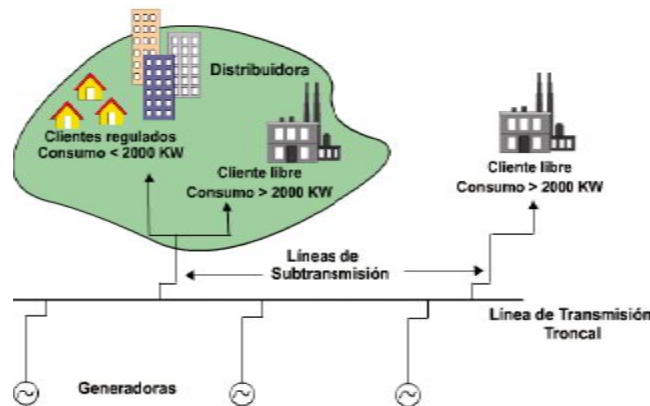
La Ley General de Servicios Eléctricos DFL1 de 1982 y el Decreto Supremo N°6 de 1985 abren paso a la formación de un mercado competitivo, con un sistema tarifario diferenciado, separación y desintegración de sus actividades y con un ente operador del mercado y del sistema, conocido como Centro de Despacho Económico de Carga "CDEC".

Características generales

Es un mercado de competencia mayorista de generadores, interconectado a través de cuatro sistemas eléctricos: Sistema Eléctrico del Norte Grande “SING”, Aysen, Magallanes y el Sistema Interconectado Central “SIC”, siendo este último el más grande de los cuatro.

Las transacciones de compra-venta de electricidad por parte de los generadores están dadas en tres direcciones, hacia: i) otros generadores, a través del mercado *spot* ii) los distribuidores, quienes además del transporte, tienen la función de vender la energía al usuario final²⁰ en el mercado regulado y/o iii) los consumidores libres, bajo un mercado no regulado.

Figura 4. Esquema del mercado eléctrico chileno



Fuente: Quezada, A. “Comité Equipamiento Eléctrico AIE, Charla Sorpresa, Mercado Eléctrico en Chile”, Universidad Tecnológica de Chile INACAP, Junio 2008.

El mercado eléctrico chileno es de carácter térmico con una capacidad instalada de casi el doble de su potencial hidráulico como lo muestra el siguiente cuadro.

²⁰En el mercado eléctrico chileno no existe el agente comercializador, razón por la cual el distribuidor asume algunas de sus funciones.

Tabla 2. Potencia total instalada según tipo de combustible –Dic. 31 de 2009

Tipo de recurso		SING	SIC	Aysén	Magallanes	Total MW	%
Hidráulica	Pesada	12.8	1,597.9	6.6	0.0	1,617.3	10.62
	Embalse	0.0	3,725.0	11.0	0.0	3,736.0	24.5
	<i>Total</i>	<i>12.8</i>	<i>5,322.9</i>	<i>17.6</i>	<i>0.0</i>	<i>5,353.3</i>	<i>35.12</i>
Térmica	Gas	2,111.7	2,733.2	0.0	84.5	4929.4	32.34
	Carbón	1,215.8	1,071.7	0.0	0.0	2287.5	15.0
	Petróleo	358.4	2,089.2	20.6	14.3	2482.5	16.29
	Otros	0.0	105.3	0.0	0.0	105.3	0.7
	<i>Total</i>	<i>3,685.9</i>	<i>5,999.4</i>	<i>20.6</i>	<i>98.8</i>	<i>9,804.7</i>	<i>64.33</i>
Eólica		0.0	81.8	2.0	0.0	83.8	0.55
Total Sistema MW		3,698.7	11,404.1	40.2	98.8	15,241.8	100

Fuente: Estadísticas de operación CDEC-SIC 2009.

Estructura

- *Operador del sistema y del mercado-CDEC*: controla el sistema de transmisión y asegura el despacho centralizado teniendo en cuenta la reducción conjunta de costos y la optimización de los embalses. Como operador del mercado fija el precio *spot* para las transacciones de compra-venta de energía entre generadores y establece el programa de operación.
- *Regulador-Comisión Nacional de Energía “CNE”*: estudia, elabora y supervisa planes, políticas y normas para el funcionamiento y desarrollo del sistema de energía, con el apoyo de la Superintendencia de Electricidad y Combustibles “SEC” y el Ministerio de Economía. Adicionalmente calcula el precio del mercado regulado, conocido como precio nudo y las tarifas de distribución eléctrica.

Modelo de mercado

- *Mercado regulado-contratos bilaterales*: es el mercado a través del cual los agentes generadores y distribuidores de energía efectúan contratos de compra-venta, valorados al precio de nudo. Este precio, fijado semestralmente por el CNE a partir del modelo de programación dinámica Gestión Óptima del Laja “GOL”, responde al costo marginal esperado del sistema en los 48 meses siguientes incluyendo los costos de falla.

- *Mercado spot*: este mercado de generadores es consecuencia de la existencia de un despacho obligatorio, en orden de mérito según costos de operación, independiente de la cantidad de energía contratada en el mercado regulado. Esta independencia conduce a que la energía contratada por un generador sea diferente a su producción, poniéndolo en una posición deficitaria o superavitaria bajo la cual debe comprar o vender energía a otros generadores, respectivamente. Luego, el precio *spot* calculado por el CDCE cada hora, corresponde al costo de operación del generador cuya producción permite igualar la oferta con la demanda.
- *Mercado libre*: comprende los contratos de compra-venta de energía firmados entre los generadores y los usuarios no regulados cuya potencia conectada es $\geq 2MW$, a un precio libre pactado entre las partes.

2.1.4 California.

Origen

El proceso de reestructuración de este mercado inició en 1996 tras la orden de la Federal Energy Regulatory Commission “FERC” de abrir el acceso a la redes de transmisión, crear una entidad independiente para operar el sistema y/o mercado eléctrico y compartir información de capacidad disponible y transporte a través de sistemas electrónicos, sentando de este modo las bases para el desarrollo del mercado mayorista de electricidad en Estados Unidos. Esta orden fue materializada en California a través de la *Electric Utility Industry Restructuring Act*, Assembly Bill 1890, del mismo año.

El poder, concentrado hasta entonces en tres empresas de capital privado (PG&E, SCE, SDG&E), fue dividido en tres sectores independientes, uno de generación, abierto y desregulado y otros dos de transporte (transmisión y distribución), que

actuarían como monopolios regulados. Asimismo, en la venta de energía hacia los consumidores finales, se permite la competencia de los distribuidores Utility Distribution Companies “UDC” con compañías privadas de comercialización minorista Energy Services Providers “ESP”.

Finalmente, en marzo de 1998 entra en funcionamiento el mercado mayorista con la creación de dos organismos sin ánimo de lucro: el operador del sistema independiente Independent System Operator “CAISO” para conducir y administrar la red, el sistema eléctrico y las transacciones comerciales en tiempo real, y el operador del mercado, California Power Exchange “CalPX” para manejar los intercambios de energía del día y la hora previa.

A finales del año 2000 el mercado entró en crisis, los precios mayoristas de la electricidad subieron, la energía empezó a escasear y las empresas enfrentaron graves problemas financieros. Para salir de la crisis la FERC y los organismos reguladores de California intervinieron el mercado y como resultado crearon planes de estabilización de tarifas, suprimieron el CalPX en el 2001 y permitieron a las compañías programar gran parte de sus transacciones a través de contratos bilaterales, entre otras acciones.

Características generales

Es un mercado de energía mayorista administrado por el operador independiente²¹“CAISO”, quien a su vez garantiza el acceso y la seguridad de la red de transmisión, la transparencia del sistema electrónico de intercambios comerciales y elabora el programa el despacho.

La red de transporte de energía y posterior entrega al usuario final está organizada bajo un esquema nodal, con más de 4000 nodos²² alrededor de todo el estado de

²¹Implica separación o independencia de la propiedad del sistema de transmisión.

²²Puntos de intercambio transmisión-distribución o distribución-consumo.

California. Los nodos cercanos son agrupados con fines comerciales bajo un precio promedio de compra-venta de energía, formando un *Trading Hub*.

La electricidad en California es generada por más de 1300 plantas, con una capacidad instalada total de 57,124 MW, para servir a casi 30 millones de personas. Las principales fuentes de generación son el gas natural y el petróleo, siendo predominante la primera por sus menores costos y niveles de contaminación ambiental.

Estructura

- *Operador del sistema y del mercado-CAISO*: supervisa, controla y opera la red de transmisión, realiza el balance de oferta y demanda de energía en tiempo real y administra el mercado a través de los Scheduling Coordinators “SCs”, actuando como una cámara de compensación sin intereses financieros.

Con respecto al balance de energía y operación del mercado, recibe y revisa los programas de despacho de los SCs, así como sus ofertas de suministro y demanda, estableciendo por orden de mérito las unidades de generación a programar (programa de despacho definitivo) y el precio de balance del mercado (igual a la oferta con la demanda) *Market Clearing Price*²³; ingresa estos dos últimos datos como variables del *Full Network Model*²⁴ “FNM” y calcula el *Locational Marginal Price*²⁵ “LMP”, como el precio horario final de intercambio de energía, en cada uno de los nodos del sistema eléctrico de California.

²³Precio de compensación del mercado: precio al cual son liquidadas las transacciones de compra-venta de energía en condiciones ideales de transporte, es decir, cuando no existen pérdidas o problemas de congestión.

²⁴Modelo matemático que simula el comportamiento óptimo de la red física y comercial del sistema eléctrico de California, bajo condiciones de oferta y demanda dadas.

²⁵Costo marginal (\$/MWh) de cubrir un incremento de demanda, en determinado nodo, de acuerdo con las restricciones de transmisión, las pérdidas y el rendimiento de los recursos del sistema. En condiciones ideales el LMP es igual al Market Clearing Price.

- *Scheduling coordinator*: agente intermediario del mercado a través del cual los generadores, distribuidores y demás entidades de producción y/o suministro de energía, realizan todas las transacciones de compra-venta de electricidad y servicios auxiliares en California. Elaboran y envían al CAISO las ofertas de generación y demanda de los diferentes agentes del mercado, las cuales reflejan sus precios de compra-venta, limitaciones y restricciones físicas, así como el programa de despacho requerido para cumplir con sus obligaciones y expectativas comerciales.
- *Regulador-FERC*: entidad federal que regula y establece las políticas del sistema y el mercado de energía de los Estados Unidos. Por otra parte la *California Energy Commission “CEC”* y *California Public Utilities Commission “CPUC”* son organismos estatales para el estudio, control, pronóstico y fiscalización del sistema y mercado eléctrico de California.

Modelo de mercado

- *Mercado OTC-contratos bilaterales*: obligaciones comerciales de compra-venta de energía establecidas entre diferentes agentes del mercado a través de los SCs, quienes administran los programas de despacho resultantes de los mismos.
- *Day ahead market “DAM”*: mercado a plazo donde se calculan los LMPs horarios de la energía y los servicios auxiliares (en cada nodo del sistema) para el día siguiente de operación, a partir de las ofertas y programas de despacho presentadas por los SCs al CAISO.
- *Mercado spot-real time market “RTM”*: corresponde al mercado *spot* o de contado, donde se transa energía suplementaria cada hora para compensar los cambios de último momento en la operación del sistema, a partir de las ofertas de los SCs y los pronósticos de demanda del CASIO. Bajo condiciones ideales

de transporte el precio de este mercado es el Market Clearing Price, de modo contrario es el LMP en cada nodo del sistema.

2.1.5 Pennsylvania, Jersey y Maryland “PJM”.

Origen

Al igual que en California el mercado eléctrico de PJM inició su camino formal hacia la liberalización en 1996 tras los cambios regulatorios de la FERC.

De este modo, el 1 de abril de 1997 empezó a funcionar el mercado de energía mayorista con PJM Interconnection “PJM-ISO” como operador independiente del sistema y del mercado. En el 2001 “PJM-ISO” se convirtió en la primera Organización Regional de Transmisión “RTO” del país, para operar el sistema de transmisión de varios estados y avanzar en el desarrollo de mercados competitivos de energía.

Características generales

Mercado de energía mayorista organizado alrededor de un RTO interestatal, con cobertura en los estados de Delaware, Illinois, Indiana, Kentucky, Maryland, Michigan, Nueva Jersey, Carolina del Norte, Ohio, Pensilvania, Tennessee, Virginia, Virginia Occidental y el Distrito de Columbia.

Sistema de transporte e interconexión nodal, organizado alrededor de tres *hubs*: *Western Hub*, *Eastern Hub* y *West Int Hub*.

Sus principales fuentes de energía son el gas y el carbón, respectivamente. El siguiente cuadro muestra la capacidad total instalada según la fuente de generación.

Tabla 3. Generación total instalada por tipo de recurso PJM 2009

Tipo de recurso		MW	%
Hidráulica		7,420.68	4.5
Térmica	Carbón	48,316.872	40.7
	Gas	67,115.928	29.3
	Petróleo	10,718.76	6.5
	<i>Total</i>	<i>126,151.56</i>	<i>76.5</i>
Nuclear		30,507.24	18.5
Renovables		824.52	0.5
Total		164,904	100.0

Fuente: Monitoring Analytics, reporte 2009

Estructura

- *Operador del sistema y del mercado PJM-ISO*: actúa como centro de control de las actividades asociadas a la programación, coordinación y pronóstico de las unidades de generación. Opera la red de transporte de energía y administra el mercado eléctrico de *PJM Interchange Energy Market*.
- *Regulador-FERC*: define las normas para el funcionamiento del sistema y el mercado de PJM.

Modelo de mercado

- *Mercado OTC-contratos bilaterales*: acuerdos bilaterales de compra-venta realizados entre agentes generadores y proveedores de energía.
- *Day ahead market*: se transa la energía y los servicios complementarios para el día siguiente a partir de las ofertas de generación y demanda enviadas por los diferentes agentes del mercado a PJM-ISO, quien elabora el programa de despacho en orden de merito y calcula, a través de un modelo de optimización, el precio LMP horario en cada nodo del sistema. El LMP de cada *hub*, corresponde al promedio ponderado de los LMPs de los nodos que lo conforman.

- *Mercado spot-real time market*: a través de este mercado PJM-ISO mantiene el equilibrio del sistema, ajustando cada cinco minutos la generación de energía a las necesidades de la red y a la demanda del mercado. PJM-ISO calcula el LMP a partir de un modelo de optimización y liquida cada hora las transacciones realizadas, como una desviación con respecto al precio y programa del mercado diario.
- *Mercado financiero-derivados de energía*: mercado de productos financieros estandarizados (futuros, opciones y swaps) cuyo activo subyacente es el precio *spot-e* en PJM, transados a través de la *New York Mercantile Exchange “NYMEX”* del *CME Group*²⁶.

2.1.6 Nord Pool

Origen

El proceso de integración de los países nórdicos comenzó a principios de los años noventa con la reestructuración del mercado eléctrico de Noruega y Suecia, quienes separaron las actividades de generación y comercialización de las de transporte, abrieron el acceso a la redes y crearon una entidad independiente para operar el sistema y otra para administrar el mercado. En 1996 Noruega y Suecia integraron sus mercados formando la primera bolsa de energía supranacional del mundo, llamada Nord Pool ASA.

Por su parte, Finlandia y Dinamarca iniciaron sus procesos de liberalización en 1995 y 1998 respectivamente y se unieron en ese orden al Nord Pool ASA en 1998 y 1999.

²⁶Es la bolsa de futuros de commodities más grande de los Estados Unidos, formada por Chicago Mercantile Exchange “CME”, Chicago Board of Trade “CBOT” y New York Mercantile Exchange “NYMEX”.

Finalmente en el 2002 se separaron las actividades del mercado *spot* en dos compañías independientes, Nord Pool Spot AS para administrar el mercado físico y el Nord Pool ASA para operar el mercado financiero.

Características generales

Mercado de energía mayorista supranacional con libertad de elección para todos los consumidores, integrado por Noruega, Suecia, Finlandia y Dinamarca. El intercambio de energía al por mayor es realizado entre agentes generadores, comercializadores y/o consumidores industriales a través de contratos bilaterales a largo plazo o de la Nordic Power Exchange “Nord Pool”; los consumidores residenciales pueden establecer contratos de suministro directamente con el comercializador de su preferencia.

El sistema, operado por una entidad independiente en cada uno de los países, está distribuido en zonas de precios u oferta, a través de las cuales se solucionan los problemas de congestión en el transporte de la energía. Noruega es dividida de tres a cinco zonas, según lo establezca el operador del sistema, Dinamarca está dividida en dos zonas, Eastern Denmark y Western Denmark, en tanto que Finlandia y Suecia no tienen divisiones internas.

En cuanto a la capacidad de generación, Suecia es el país con el mayor aporte energético del sistema al igual que el de mayor consumo, seguido por Noruega, Finlandia y Dinamarca. La generación hídrica está concentrada en el norte con Suecia y Noruega, mientras que el potencial térmico está agrupado hacia el sur, en Finlandia y Dinamarca. Éstas características de generación permiten que el sistema se complemente y pueda abastecerse en todas las épocas del año.

Tabla 4. Capacidad instalada por tipo de recurso en MW-2008

Tipo de recurso	Dinamarca	Finlandia	Noruega	Suecia	Total MW	%
Nuclear	0	2,646	0	8,938	11,584	12.24
Combustibles Fósiles	8,815	9,194	699	5,093	23,801	25.15
Hidroeléctrica	10	3,097	29,474	16,195	48,776	51.55
Biocombustible	297	1,946	104	2,652	4,999	5.28
Residuos	334	10	87	282	713	0.75
Eólica	3,163	143	425	1,021	4,752	5.02
Geotérmica	0	0	0	0	0	1.91
Total	12,618	17,036	30,789	34,181	94,624	100.00

Fuente: Nordel Annual Statistics 2008

Estructura

- *Operador del sistema*: conocido como Transmission System Operator “TSO”, garantiza la seguridad y estabilidad de la red de transmisión y establece los programas de despacho, de acuerdo con la información de precios enviada por el operador del mercado físico Nord Pool Spot AS. A continuación se nombra el TSO de los países integrantes del Nord Pool:
 - ✓ Noruega: Statnett SF
 - ✓ Suecia: SvenskaKraftnät
 - ✓ Finlandia: Fingrid
 - ✓ Dinamarca: Energinet.dk
- *Operador del mercado físico-Nord Pool Spot AS*: administra el mercado físico de los países miembros del Nord Pool. Recibe las ofertas de producción y consumo de los diferentes agentes del mercado, establece el precio de equilibrio del sistema y gestiona las congestiones de los sistemas de transmisión.
- *Operador del mercado financiero-Nord Pool ASA*: gestiona la compra-venta de productos derivados de electricidad con liquidación financiera, cuyo activo subyacente es el precio *spot-e*.

- *Regulador-Norwegian Water Resources and Energy Directorate “NVE”*: elabora y promulga las normas, leyes y políticas para el funcionamiento del Nord Pool. En cuanto a la regulación del sistema, existe una entidad responsable en cada uno de los países miembros de este mercado.

Modelo de mercado

- *Mercado OTC-contratos bilaterales*: acuerdos de largo plazo de compra-venta de energía, efectuados entre productores, comercializadores y usuarios finales.
- *Elspot-day ahead market*: mercado en el cual concurren todos los agentes que deseen comprar o vender energía para el día siguiente. Para tal fin, envían sus ofertas de precio horario (EUR/MWh) de producción y consumo al Nord Pool Spot AS, quien establece el precio del sistema a partir del punto de equilibrio de la curvas de oferta y demanda. Adicionalmente y teniendo en cuentas las restricciones de las redes de transmisión, establece el precio para las diferentes zonas de oferta del Nord Pool y finalmente envía esta información a los operadores del sistema, quienes determinan los programas de despacho correspondientes.
- *Elbas-intradaymarket*: se transan contratos estándar de compra-venta de energía una hora antes a la operación del sistema. A través de este mercado los participantes del Elspot pueden realizar ajustes a su balance de energía y/o incrementar su ganancia frente a la compra-venta de la misma.
- *Eltermin-derivados financieros*: mercado de productos financieros estandarizados (futuros, opciones y swaps) cuyo activo subyacente es el precio de la electricidad transada en el mercado Elspot. Su objetivo es brindar herramientas de cobertura para los generadores y comercializadores frente al riesgo de mercado que afronta su negocio.

- *Mercado minorista-retail*: mercado a través del cual los usuarios finales establecen contratos de suministro de energía, durante un tiempo determinado, a una tarifa libre pactada entre las partes. De este modo el precio de compra-venta de la energía al por menor está regido por las leyes de oferta y demanda del mercado.

2.1.7 España.

Origen

España sentó las bases de su mercado de energía mayorista a partir de la Ley del Sector Eléctrico “LSE” 54/1997, la cual establece la separación vertical de las actividades del sector, el libre acceso a las redes de transporte, la creación del operador de mercado y el comercializador y la participación paulatina del consumidor final en la elección de su proveedor de electricidad.

El nuevo modelo de mercado entra en funcionamiento el 1 de enero de 1998 con el Operador del Mercado Ibérico de Energía – Polo Español, S.A. “OMEL” como su administrador.

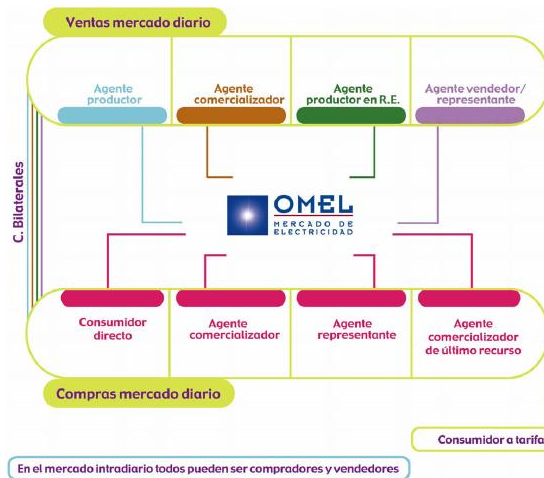
Desde el 2001 los diferentes gobiernos de España y Portugal han hecho sucesivos esfuerzos para la integración de su comercio eléctrico en el Mercado Ibérico de Electricidad “MIBEL”, compuesto por un mercado de contado y otro a plazo a cargo del polo español y portugués respectivamente. Sin embargo, sólo hasta mediados del 2006 entra en funcionamiento el mercado ibérico de derivados (a plazo) dirigido por el Operador del Mercado Ibérico de Energía – Polo Portugués S.A. “OMIP”, y finalmente en julio del 2007 OMEL toma la administración del mercado de contado (diario e intradiario) de energía en Portugal.

Características generales

Mercado de energía mayorista con libertad de elección para todos los consumidores, quienes contratan el suministro de electricidad a través del mercado organizado o de acuerdos bilaterales con los diferentes agentes generadores y/o comercializadores del mercado. Sin embargo, aquellos usuarios finales conectados a baja tensión y con potencia contratada menor o igual a diez Kw son atendidos por comercializadores de último recurso a una tarifa regulada.

El mercado y el sistema son administrados por dos entidades independientes, el Operador del Mercado Ibérico-Polo Español S.A “OMEL” y la Red Eléctrica de España S.A. “REE” quienes actúan como sociedades mercantiles que no compran ni venden electricidad, sólo se encargan de la gestión tanto económica como técnica de MIBEL respectivamente.

Figura 5. Estructura mercado eléctrico español



Fuente: Mercado de electricidad OMEL 2010

Tabla 5. Balance de potencia a 31/12/2009. Sistema eléctrico español

Tipo de recurso		Sistema	Sistema	Total MW	%
Régimen Ordinario	Hidráulica	16,657	1.0	16,658	16.83
	Nuclear	7,716	0.0	7,716	7.79
	Carbón	11,359	510	11,869	11.99
	Fuel/Gas	3,008	2,807	5,815	5.87
	Ciclo combinado	23,066	1,545	24,611	24.86
	<i>Total</i>	<i>61,806.</i>	<i>4,862</i>	<i>66,668</i>	<i>67.34</i>
Régimen Especial	Hidráulica	1,974	0.5	1,974	1.99
	Eólica	18,719	146	18,865	19.06
	Otras renovables	4,480	222	4,702	4.75
	No renovables	6,750	40.0	6,790	6.86
	<i>Total</i>	<i>31,924.</i>	<i>409</i>	<i>32,333</i>	<i>32.66</i>
Total		93,729	5,271	99,001	100.0

Fuente: Informe Sistema Eléctrico Español 2009. Red Eléctrica de España REE.

El mercado de energía español es primordialmente hidráulico, seguido por la generación a carbón, nuclear y a gas. Sin embargo, la creciente preocupación por la preservación del medio ambiente y el agotamiento de las fuentes de energía no renovables, ha promovido la creación de plantas de generación de baja potencia con un alto rendimiento energético, a partir de cogeneración u otras actividades no eléctricas, cuya fuente primaria de energía son los recursos renovables no consumibles, biomasa, biocarburante, o residuos no renovables. De este modo, coexisten dos regímenes de generación, uno ordinario correspondiente a la forma tradicional de producción de energía y un régimen especial para las nuevas alternativas de generación.

Estructura

- *Operador del sistema-REE*: opera el sistema de transmisión español y establece el programa de despacho a partir de la casación de ofertas realizada por OMEL y de los contratos bilaterales, garantizando el equilibrio entre la producción y el consumo de energía y la calidad del suministro eléctrico. Además gestiona las interconexiones internacionales con el operador del sistema de Portugal, Redes Energéticas Nacionais “REN”.

- *Operador del mercado de contado-OMEL*: coordina la compra-venta de energía al contado²⁷ a través del mercado organizado. Para tal fin, recibe las ofertas de generación y demanda de los agentes y realiza su casación partiendo de la oferta más barata hasta igualar la demanda en cada período de programación.
- *Operador del mercado a plazo-OMIP*: gestiona los contratos físicos y financieros de compra venta de energía a plazo de MIBEL.
- *Regulador-Comisión Nacional de Energía*: supervisa el funcionamiento de los sectores de electricidad e hidrocarburos garantizando competencia real, objetividad y transparencia.

Modelo de mercado

- *Mercado OTC-contratos bilaterales*: acuerdos bilaterales de compra-venta realizados entre vendedores y compradores de energía.
- *Mercado diario*: a través de este mercado se efectúa la compra-venta de energía y servicios auxiliares para cada hora del día siguiente. Todas las unidades de producción que se encuentren disponibles para ofertar están obligadas a participar enviando sus ofertas²⁸ de generación a OMEL, quien las casa con las ofertas de demanda horaria y fija el precio de mercado como el precio de la última unidad de producción, necesaria para satisfacer la demanda casada. Si existe congestión entre la interconexión de España y Portugal, OMEL separa los mercados, repite el proceso de casación y establece un precio independiente para cada país.

²⁷Implica un plazo máximo de un día, para su entrega física.

²⁸No están obligadas las unidades cuya generación se encuentre concertada bajo un contrato bilateral físico, tampoco aquellas unidades menores a 50 MW acogidas al RD 1538/1987 ni los productores en régimen especial. Las ofertas tanto de compra como de venta pueden ser simples o complejas. Las ofertas simples incluyen precio y cantidad de energía, las complejas pueden incluir las siguientes condiciones: gradiente de carga, ingresos, pagos mínimos, aceptación en la casación y energía máxima.

- *Mercado intradiario*: mercado de ajustes al programa viable del día en curso, estructurado en seis sesiones en las cuales los agentes que participaron en las sesiones del mercado diario o que suscribieron contratos bilaterales físicos para el periodo en cuestión, realizan múltiples ofertas por cada unidad de producción o de adquisición. Aplica el mismo proceso de casación de ofertas del mercado diario. Como resultado de este mercado el operador del sistema genera el programa horario final.
- *Mercado de derivados*: mercado a través del cual se negocian contratos de futuros, forward y swap físicos y/o financieros como herramientas de cobertura para el riesgo de mercado de los diferentes agentes de MIBEL.
- *Mercado minorista-retail*: los consumidores eligen libremente su proveedor de electricidad a través del mercado organizado o de acuerdos bilaterales con los agentes comercializadores del mercado.

2.2 SERIES DE TIEMPO, MODELOS DE PREDICCIÓN y MÉTODOS DE ESTIMACIÓN

2.2.1 Generalidades.

2.2.1.1 Series de tiempo, proceso estocástico: definición y características

Sea Y_t una variable aleatoria, se denomina proceso estocástico o de serie temporal al conjunto de valores u observaciones tomadas por Y_t , con $-\infty \leq t \leq \infty$, señalando el paso de los días, meses, años o cualquier otro espacio de tiempo:

$$Y_{-2}, Y_{-1}, Y_0, Y_1, Y_2 \quad (1)$$

Esta serie puede presentar diferentes tipos de comportamiento durante su observación, mostrando patrones gráficos que usualmente están asociados a: i) la evolución de la serie hacia un valor u horizonte específico (tendencia), ii) fluctuaciones periódicas ligadas a determinados fenómenos climáticos o de mercado (ciclos), iii) diferentes épocas del año (estacionalidad) y/o iv) variaciones irregulares, residuales o del azar (aleatoriedad).

Es entonces el proceso estocástico seguido por una variable cuantitativa, el objeto central de numerosos estudios econométricos y en particular el proceso estocástico seguido por el precio *spot-e* en Colombia, el objeto de este proyecto de investigación.

Para la aplicación empírica de dichos modelos econométricos, con propósitos de pronóstico, es importante que el proceso estocástico sea estacionario, es decir, en sentido estricto, que la trayectoria seguida por Y_t sea independiente e idénticamente distribuida (i.i.d) durante un prolongado periodo de observación, permitiendo captar la relación entre la serie y los diversos factores que ejercen influencia sobre la misma; de otro modo, determinados conjuntos de datos serían episodios particulares de la serie, cuyo comportamiento sería inadecuado generalizar y por ende pronosticar.

En una definición más práctica y amplia, un proceso estocástico es débilmente estacionario o estacionario en covarianza si cumple con las siguientes condiciones:

$$E(Y_t) = \mu \quad (2)$$

Media constante

$$VAR(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2 \quad (3)$$

Varianza constante

$$COV(Y_t, Y_{t+h}) = E[(Y_t - \mu), (Y_{t+h} - \mu)] \quad (4)$$

Covarianza independiente del tiempo

Este último enunciado implica que la covarianza²⁹ de Y_t y Y_{t+h} depende únicamente de la distancia temporal o rezago h que los separa y no del tiempo inicial t .

Cuando Y_t adolece de las características mencionadas, o en otras palabras es no estacionaria, estamos en presencia de una caminata aleatoria o proceso de raíz unitaria, donde el valor tomado por Y_t para cualquier momento de tiempo t , depende del valor de ésta en $t - 1$, más una variable aleatoria estacionaria con media cero y varianza constante σ^2 , conocida como término de ruido blanco. Formalmente:

$$Y_t = Y_{t-1} + e_t \quad (5)$$

Se interpreta esta ecuación como una regresión lineal de Y_t sobre su pasado inmediato, donde $\rho = 1$ es el coeficiente de regresión de Y_{t-1} ; particularmente, si el valor absoluto de $|\rho|$ es estadísticamente³⁰ igual o superior a la unidad, Y_t presenta una raíz unitaria como señal de una fuerte relación de dependencia de Y_t con

²⁹Se entiende por covarianza el grado de relación o dependencia lineal que existe entre dos variables así $COV(Y_t, X_t) = E[(X_t - \bar{X}), (Y_t - \bar{Y})]$.

³⁰La verificación de una igualdad estadística implica la realización de pruebas de hipótesis.

respecto a su pasado, en cuyo caso se viola el primer supuesto asintótico de Gauss-Markov de linealidad y dependencia débil³¹ para la estimación de modelos de regresión lineal. Entonces, ¿cómo identificar si Y_t es estacionaria? y ¿Cómo transformar un proceso de raíz unitaria en uno estacionario? Son los cuestionamientos que surgen y se resuelven a continuación.

Un proceso de raíz unitaria puede ser identificado a través de diversas pruebas estadísticas, entre las más populares se encuentran: i) el Correlograma, como representación gráfica de la Función de Auto Correlación Total (FAC) y Parcial (FACP) ii) los test de Dickey-Fuller (DF) y Dickey-Fuller Aumentado (DFA) y iii) la prueba de Phillips-Perron, cuya hipótesis nula se basa en la presencia de una raíz unitaria ($H_0: \rho = 1$) y el test de Kwiatwsky-Phillips-Schmidt-Shin donde, en oposición a las anteriores pruebas se intenta revisar la ausencia de una raíz unitaria ($H_0: \rho = 0$).

En ocasiones, con el objetivo de robustecer los supuestos tomados con respecto a una serie, se recomienda aplicar más de una prueba así como tomar varios niveles de confianza y realizar el test para diferentes tipos de caminata aleatoria o raíz unitaria³².

Una vez verificada la no estacionariedad de Y_t , ésta es identificada como un proceso integrado $I(d)$ de orden d , (donde d es un número entero $\geq 0, 1, 2, \dots, n$) según el número de diferencias que deben ser aplicadas a la serie original, para

³¹El uso de Mínimos Cuadrados Ordinarios como método de estimación de un modelo clásico de regresión lineal, está basado en seis supuestos de Gauss-Markov que serán mencionados en la sección 2.2.3. Los supuestos *asintóticos* son aplicados a muestras grandes, las cuales son objeto de este documento.

³²Existen tres tipos de caminata aleatoria a saber: i) Caminata aleatoria pura $Y_t = Y_{t-1} + e_t$ i) Caminata aleatoria con variaciones o intercepto $Y_t = \alpha + Y_{t-1} + e_t$ y iii) Caminata aleatoria con variaciones y tendencia $Y_t = \alpha + \beta_1 t + Y_{t-1} + e_t$.

convertirla en un proceso estacionario integrado de orden cero $I(0)$. En otras palabras, la solución a la no estacionariedad de una serie es diferenciar la misma, cuantas veces sea necesario para obtener como serie de trabajo ΔY_t .

Cuando las pruebas de raíz unitaria muestran que la serie es estacionaria en tendencia, bastará regresar Y_t sobre un componente del tiempo más una constante y un término de ruido blanco para transformar la serie original en un proceso estocástico estacionario.

$$Y_t = \alpha + \beta_1 t + e_t \quad (6)$$

Otra transformación que suele emplearse con frecuencia en las series de tiempo, es la aplicación del logaritmo de Y_t como medio para: restringir la serie a valores positivos, reducir el rango de variación de la variable³³ y/o para obtener una interpretación de la serie en términos económicos de elasticidad y semielasticidad³⁴.

2.2.1.2 Trabajo empírico

Existe un consenso entre los diversos autores de estudios econométricos sobre la metodología a seguir para la elaboración de un trabajo empírico cuyo objeto es el análisis del comportamiento de una serie de tiempo y su posterior pronóstico. Esta metodología está dividida en cuatro pasos básicos, a saber³⁵.

³³Como consecuencia de ese aspecto, las estimaciones de la serie son menos sensibles a valores extremos y/o atípicos (*outliers*).

³⁴Se entiende por elasticidad $-\log Y = \alpha + \beta_1 \log X + e_t$ – y semielasticidad $-\log Y = \alpha + \beta_1 X + e_t$ – el cambio porcentual de la variable dependiente cuando la variable independiente aumenta un uno por ciento y una unidad respectivamente.

³⁵Coincide con los cuatro pasos de la metodología Box-Jenkins para la elaboración de modelos ARIMA: Identificación, Estimación, Verificación y Pronóstico.

En el primero de estos pasos, conocido como identificación, – y partiendo de una revisión bibliográfica– es preciso dar respuesta a los siguientes interrogantes: ¿Cuáles son los elementos de influencia sobre la serie? ¿Cuál debería ser la forma funcional³⁶ de las variables? ¿Cómo se relaciona la serie consigo misma y con otros factores? y ¿Cómo estimar en forma óptima la relación de causalidad –si existe– entre las variables definidas? En este orden de ideas, el investigador debe identificar: i) las variables exógenas, endógenas y ficticias que pueden explicar el comportamiento de la serie central ii) el modelo econométrico que las relaciona y iii) el método de estimación a través del cual se puede evaluar dicha relación.

En este punto es importante resaltar la diferencia entre un modelo econométrico y un método de estimación. Mientras el modelo representa una relación de elementos en una población, el método es el medio a través del cual se cuantifica –estima– dicha relación, a partir de unos supuestos matemáticos³⁷ que deberán ser validados en una etapa posterior. En consecuencia el método es posterior al modelo y como tal serán explicados en los siguientes numerales.

La segunda etapa de este proceso consiste en aplicar el método de estimación, por medio de un software estadístico y/o econométrico, con el fin de asignar un valor a cada uno de los parámetros definidos en el modelo (intercepto, tendencias, pendientes y perturbación) con sus respectivos estadísticos de prueba y ajuste.

Los estadísticos de prueba y ajuste son la herramienta fundamental de la tercera fase en la elaboración de un trabajo empírico, donde además de verificar el

³⁶La forma funcional del modelo hace alusión a la manera como debe expresarse cada una de las variables en la ecuación: diferenciada, en logaritmo, con potencia y/o retardos.

³⁷Son las condiciones o características que deben cumplir las variables y la relación entre las mismas para que los estimadores obtenidos por un determinado método sean insesgados, consistentes y óptimos.

cumplimiento de los supuestos establecidos con respecto al método de estimación empleado, el investigador debe evaluar la significancia de los parámetros estimados, la correcta especificación funcional de las variables y el nivel de ajuste de los datos al modelo, para concluir si el modelo es válido u adecuado para el objeto para el cual fue diseñado: el pronóstico. En sentido contrario —si alguna de las evaluaciones realizadas en esta fase no son satisfactorias— el investigador debe regresar a la fase de identificación, haciendo de éste un proceso iterativo.

Una vez validado el modelo, sólo resta pronosticar el valor puntual o un intervalo de valores de la variable dependiente para un periodo de tiempo $t + 1$, el cual será la base para la elaboración de estrategias y toma de decisiones.

Cabe anotar que la elaboración de un trabajo empírico es un proceso sujeto a mejoramiento continuo y en la búsqueda de la optimización es pertinente realizar un análisis de sensibilidad con respecto al modelo planteado inicialmente y modificaciones que pudieran sugerir otros autores o el mercado mismo.

2.2.2 Modelos de predicción.

Regresión lineal

Sean Y_t y X_t procesos estocásticos temporales, se puede establecer una relación lineal de dependencia de la siguiente manera:

$$Y_t = \alpha + \beta_i X_{it} + e_t \quad (7)$$

Donde Y_t es una variable dependiente que busca ser explicada, estimada y/o pronosticada a partir de los valores fijos de una o más variables independientes X_{it} ,

más un término de error de ruido blanco e_t que representa la influencia de otros factores diferentes a X_{it} sobre Y_t . La constante α es el valor de Y_t cuando $X_{it} = 0$ y el coeficiente β_i corresponde al efecto directo de cambio de Y_t por cada variación de X_i en el tiempo t .

Luego, el valor de los parámetros de (7) puede ser hallado a través del método de estimación de Mínimos Cuadrados Ordinarios “MCO”, bajo el cual las variables deben cumplir ciertas condiciones o supuestos, para que el resultado de dicha estimación sea consistente, insesgada y óptima. Dichos supuestos serán explicados en detalle, para muestras grandes, en el numeral 2.2.3.

Regresión dinámica

La ecuación (7), conocida como modelo de regresión lineal múltiple, expresa una relación estática o contemporánea entre las variables, puesto que asume que un cambio de X_i en el tiempo t produce un cambio inmediato en el valor de Y . En contraste, un modelo de regresión dinámica intenta representar la dependencia de Y_t con respecto a variaciones pasadas de las variables independientes X_{it-n} y/o su pasado mismo Y_{t-p} , con n, p , números enteros $\geq 0, 1, 2 \dots \infty$ de la siguiente manera:

Tabla 6. Modelos de regresión dinámica

Clase de modelo	Representación
Retardos distribuidos RD	$Y_t = \alpha + \beta_i \sum_{i=0}^n X_{it-n} + e_t \quad (8)$
Autoregresivo AR(p)	$Y_t = \alpha + \beta_i \sum_{i=1}^p Y_{t-i} + e_t \quad (9)$

Autoregresivo con variable exógena ARX(p, n)	$Y_t = \alpha + \beta_i \sum_{i=1}^p Y_{t-i} + \theta_i \sum_{i=0}^n X_{it-n} + e_t \quad (10)$
--	---

Fuente: Elaboración propia

Donde p y n representan el número de retardos de la variable endógena Y_t y de la variable exógena X_t , respectivamente.

Los parámetros de los modelos (8), (9) y (10) pueden ser estimados en forma consistente e insesgada a través de MCO, en tanto que las variables explicativas no estén correlacionadas con el término de error³⁸. En caso contrario y una vez verificado el cumplimiento de los demás supuestos asintóticos de Gauss-Markov, los modelos deberán estimarse aplicando Variables Instrumentales “VI” o Mínimos Cuadrados en dos Etapas “MC2E”, entre otros.

ARMA y ARIMA³⁹

La variable dependiente Y_t también puede ser explicada en términos del promedio móvil presente y pasado de su perturbación más una constante α y/o sus valores pasados, de la siguiente manera:

Tabla 7. Modelos ARMA y ARIMA

Clase de modelo	Representación
Media Móvil MA(q)	$Y_t = \alpha + e_t - \theta_i \sum_{i=1}^q e_{t-i} \quad (11)$
Autoregresivo y de media móvil ARMA(p, q)	$Y_t = \alpha + \beta_i \sum_{i=1}^p Y_{t-i} + e_t - \theta_i \sum_{i=1}^q e_{t-i} \quad (12)$

³⁸Es claro que la variable endógena retardada presenta correlación con la perturbación del modelo, produciendo un sesgo en la estimación por MCO, sin embargo para muestras grandes dicho sesgo es despreciable.

³⁹Desarrollado por Box y Jenkins en 1970.

Autoregresivo y de media móvil con variable exógena ARMAX(p, q, n)	$Y_t = \alpha + \beta_i \sum_{i=1}^p Y_{t-i} + \delta_i \sum_{i=0}^n X_{t-i} + e_t - \theta_i \sum_{i=1}^q e_{t-i} \quad (13)$
--	--

Fuente: Elaboración propia.

Donde p y q son números enteros $\geq 0, 1, 2 \dots \infty$ que representan el orden del modelo o el número de retardos de la variable endógena Y_t y del término de error e_t respectivamente.

Cuando la serie temporal ha sido integrada, en forma previa a la elaboración del modelo con el objeto de convertirla en un proceso estocástico estacionario, se le agrega al modelo la partícula $I(d)$ para indicar el orden de integración de la variable dependiente Y_t . De este modo se obtiene un modelo ARIMA (p, d, q) o ARIMAX (p, d, q, n).

Por otra parte, cuando se identifican comportamientos autoregresivos y de media móvil estacionales⁴⁰, el modelo será ARIMA (p, d, q)*(P, D, Q) donde l representa el periodo estacional (mes, trimestre, año) y P, D y Q son números enteros $\geq 0, 1, 2l, 3l \dots \infty$, que indican el orden autoregresivo, integrado y de media móvil estacional del modelo.

En términos generales y en especial cuando el número de rezagos es muy alto, este modelo es expresado de la siguiente manera:

$$\varphi_p(B)Y_t = \alpha + \theta_q(B)e_t \quad (14)$$

⁴⁰Comportamiento que se repiten periódicamente (cada mes, trimestre o año por ejemplo) y que puede ser identificado a partir de la función AC y ACP de la serie de tiempo, así como el orden autoregresivo y de media móvil regular.

$$\varphi_p(B)\varphi_p(B^l)Y_t = \alpha + \theta_q(B)\theta_q(B^l)e_t \quad (15)$$

Donde $\varphi_p(B)$, $\varphi_p(B^l)$, $\theta_q(B)$ y $\theta_q(B^l)$ son los operadores de rezago regulares y estacionales de la variable dependiente Y_t y de la perturbación e_t , respectivamente.

Luego, los parámetros de (14) y (15) pueden ser estimados a través de algoritmos de optimización no lineales que buscan minimizar la suma de los residuos al cuadrado o maximizar la función de verosimilitud⁴¹ del modelo.

ARCH y GARCH⁴²

Uno de los supuestos básicos para la identificación y estimación de cualquiera de los modelos ya expuestos es la homocedasticidad, bajo la cual se asume que la varianza de los residuos del modelo es constante a través del tiempo, en caso contrario la serie presenta heterocedasticidad y el investigador debe buscar alternativas para la corrección o modelación de la misma.

Entre las alternativas de corrección se encuentra la aplicación de mínimos cuadrados generalizados “MCG”⁴³ en lugar de MCO (cuando se conoce la forma de la heterocedasticidad) o la estimación de errores robustos a la heterocedasticidad, como los planteados por White⁴⁴.

⁴¹El método de estimación de máxima verosimilitud consiste en encontrar los valores de los parámetros que maximizan la probabilidad de obtener la muestra observada.

⁴²Desarrollado por Engle en 1982 y Bollerslev en 1986, respectivamente.

⁴³Se divide ambos lados de la ecuación por la varianza heterocedástica σ_t^2 y se aplica MCO sobre la ecuación transformada. Este método también se puede aplicar cuando los residuos están autocorrelacionados, multiplicando a ambos lados de la ecuación por el coeficiente de correlación residual

⁴⁴Este tipo de errores se pueden calcular en Eviews a partir de la estimación con MCO, en la pestaña Options/Heteroskedasticity/White, donde también se puede encontrar la estimación de errores robustos a la heterocedasticidad y la autocorrelación como Newey-West.

Tabla 8. Modelos ARCH y GARCH

Clase de modelo	Representación
Heterocedasticidad condicional autoregresiva ARCH(q)	$\sigma_t^2 = \alpha + \theta_i \sum_{i=1}^q e_{t-i}^2 \quad (16)$
Heterocedasticidad condicional autoregresiva generalizada GARCH(p, q)	$\sigma_t^2 = \alpha + \beta_i \sum_{i=1}^p \sigma_{t-i}^2 + \theta_i \sum_{i=1}^q e_{t-i}^2 \quad (17)$

Fuente: Elaboración propia.

Sin embargo, cuando el problema de la heterocedasticidad es considerable y es de utilidad pronosticar la incertidumbre del modelo, la mejor alternativa es modelar la varianza del mismo con las ecuaciones de la Tabla 8.

Donde la varianza del error del modelo es una función del tiempo, explicada en términos de sí misma p periodos pasados y de los residuos al cuadrado rezagados q espacios de tiempo.

Al igual que en los modelos ARIMA, (16) y (17) pueden ser estimadas con eficiencia a partir de algoritmos de optimización no lineales. Posterior a este proceso el investigador puede pronosticar, además de la media esperada de la serie de tiempo objeto de estudio, la volatilidad de la misma para un periodo de tiempo $t + 1$.

2.2.3 Métodos de estimación.

Mínimos cuadrados ordinarios “MCO”

El objetivo del método de mínimos cuadrados es estimar el valor de los parámetros de una ecuación de regresión lineal, a partir de la minimización de la suma de los errores al cuadrado del modelo planteado.

Sin embargo, para que dicha estimación sea consistente, insesgada y eficiente o en otras palabras, para que la ecuación estimada represente de la mejor manera posible la realidad del proceso estocástico modelado, la serie de tiempo, las variables explicativas y el término de error deben cumplir los siguientes supuestos:

- a) *Linealidad y dependencia débil*: los parámetros de la ecuación son lineales y las variables y_t y x_t son estacionarias y débilmente dependientes⁴⁵.
- b) *Media condicionada igual a cero*: la media esperada del error, dados los valores contemporáneos de la(s) variable(s) explicativas, es igual a cero. El error e_t esta incorrelacionado con x_t .
- c) *Ausencia de colinealidad perfecta*: ninguna variable independiente es constante o una combinación lineal perfecta de las demás. En ausencia de este supuesto se dice que existe multicolinealidad o que las variables independientes están perfectamente correlacionadas.
- d) *Homocedasticidad*: la varianza del error, dados los valores de la(s) variable(s) explicativas, es constante a través del tiempo. En ausencia de este supuesto existe heterocedasticidad.
- e) *Ausencia de correlación serial*: no existe correlación entre los términos de error de dos periodos de tiempo distintos.
- f) *Normalidad*: los términos de error e_t están independiente e idénticamente distribuidos según una distribución normal $N(0, \sigma^2)$.

⁴⁵Una serie de tiempo es débilmente dependiente si la correlación entre y_t y y_{t+h} se aproxima rápidamente a cero, a medida que h tiende a infinito.

Estos seis supuestos, conocidos como los supuestos asintóticos del modelo lineal clásico de Gauss-Markov garantizan que los estimadores MCO sean óptimos, de modo contrario es necesario revisar la especificación del modelo planteado o usar otro método de estimación más robusto.

3. ANTECEDENTES: MODELOS DE ANÁLISIS Y PREDICCIÓN PARA EL COMPORTAMIENTO DEL PRECIO SPOT DE LA ENERGÍA

3.1 EVIDENCIA INTERNACIONAL

Los diferentes estudios realizados a nivel internacional, identifican a la serie de precio *spot-e* como un proceso estocástico no estacionario altamente volátil, con periodos estacionales del día y la semana anterior y gran influencia de variables exógenas como la demanda, las condiciones hidrológicas y los precios de los combustibles.

Schwartz y Lucia (2000) por ejemplo, modelan a través de un proceso estocástico de dos componentes el promedio diario de la serie de precio del Elspot, con una muestra de 7 años a partir de 1993. El primer componente del modelo responde a los factores predecibles o determinísticos que ejercen influencia sobre el precio como los días de la semana y los meses del año, representados por variables dummy; el segundo elemento del modelo es un proceso de difusión continuo, donde el precio sigue un proceso de reversión a la media con velocidad de ajuste k . Aplican métodos de mínimos cuadrados no lineales para estimar los parámetros del modelo y pronostican el precio de la energía para el día siguiente, con errores medios de predicción del 5% y 1% para la forma nivel y logarítmica del modelo, respectivamente.

Por su parte, Contreras y otros (2002) estudian la serie de precio horario de los mercados de España y California durante el año 2000, la cual tiene un claro comportamiento estacional diario y semanal. Plantean dos modelos de ajuste con la demanda como variable exógena: i) regresión dinámica y ii) función de

transferencia⁴⁶. Para el primero de estos modelos identifican un proceso autoregresivo de tres horas, con un componente estacional hasta de ocho días previos, tanto para el precio como la demanda; mientras que para la función de transferencia describen un comportamiento de la demanda igual al del modelo de regresión dinámica y factores autoregresivos y de promedio móvil diarios y semanales para la función del término de error.

Estiman los parámetros del modelo a través de la maximización de la función de verosimilitud y predicen el precio horario de la energía para determinadas semanas del año, obteniendo un porcentaje de error diario promedio del 5% y 3% para España y California respectivamente.

Nogales y otros (2003) nuevamente analizan la serie de precio horario de los mercados de España y California durante el año 2000. Plantean un modelo ARIMA, encontrando procesos autoregresivos de hasta cinco y dos horas respectivamente, así como factores estacionales de los días y las semanas previas y dependencia del promedio móvil de hasta tres semanas anteriores al tiempo t de predicción, para ambos mercados.

Estiman los parámetros del modelo a través de la función de máxima verosimilitud y predicen el precio horario de la energía para determinadas semanas del año, obteniendo un porcentaje de error diario promedio del 10% y 5% para España y California respectivamente.

Finalmente, amplían el estudio para la última semana de cada mes y adicionan la serie de demanda y de disponibilidad de unidades hídricas de producción como variables exógenas, sin encontrar un cambio significativo en los porcentajes de error, con excepción de los meses de enero y abril donde el factor hídrico ejerce una gran influencia sobre el precio de la electricidad en el mercado Español.

⁴⁶Modelo matemático bajo el cual la respuesta de un sistema o output se relaciona con una señal de entrada o input a través de una función de transferencia, la cual se interpreta como el cociente entre el promedio móvil y la parte autoregresiva de la misma, más un término de error que a su vez puede ser modelado como un proceso ARIMA.

Roncoroni y Geman (2006) analizan el precio diario promedio de los tres mercados interestatales más importantes de Estados Unidos: California-Oregon-Border “COB”, Pennsylvania-New Jersey-Maryland “PJM” y East Center Area Reliability coordination agreement “ECAR”. Con un total de 750 datos, correspondientes a los años de 1997, 1998 y 1999, proponen un modelo de ajuste de salto difusión, donde el precio *spot-e* responde a la única solución de una ecuación diferencial compuesta por tres elementos fundamentales: una tendencia estacional predecible, un proceso de reversión a la media y un componente de salto (picos inesperados, que reflejan los imbalances temporales entre la oferta y la demanda del sistema), caracterizado por su tiempo de ocurrencia, tamaño y dirección. Los parámetros del modelo son estimados a través de diversos algoritmos de optimización, cuyo objetivo es encontrar la función de máxima verosimilitud.

Finalmente, Velázquez y otros (2008) modelan la serie de precio mensual del mercado mayorista brasileño, a través de una red neuronal⁴⁷ autoregresiva AR-NN, la cual integra un modelo lineal autoregresivo de primer orden con variables exógenas (energía afluente y la almacenada) y un perceptrón multicapa⁴⁸ (una sola capa oculta), encontrando un error ligeramente inferior frente a los errores de predicción proporcionados por un modelo autoregresivo ARX o por uno de red neuronal NN por separado. Estiman los diferentes parámetros del modelo a través de un algoritmo de optimización que busca maximizar el logaritmo de la función de verosimilitud de los errores del modelo.

⁴⁷Sistema artificial que pretende representar el comportamiento de aprendizaje del cerebro humano; empleado para modelar relaciones complejas no lineales.

⁴⁸Clase de red neuronal artificial que consta de varias capas de neuronas, clasificadas en capas de entrada, ocultas y de salida.

3.2 EVIDENCIA DEL MERCADO DE ENERGÍA MAYORISTA “MEM”

La serie de precio *spot-e* colombiana ha mostrado desde sus inicios una alta volatilidad, marcada por factores externos de tipo político, social, económico y especialmente climático, que producen cambios estructurales en el proceso generador de la misma y aumentan a su vez la complejidad en el trabajo de modelación. A continuación se presentan algunos modelos propuestos, con resultados aceptables, para la serie de tiempo en cuestión.

Cano y Botero (2008) analizan la serie de precio promedio mensual, desde 1995 hasta mediados del 2007, identificando los fenómenos climáticos, eventos externos y demás factores del sistema que ejercen influencia sobre el precio *spot-e*. De este modo plantean y prueban dos tipos de modelos a saber: i) modelo autoregresivo de segundo orden AR(2) y ii) modelo de estacionalidad (variable *dummy* mes), tendencia y promedio móvil de primer orden MA(1). El primero de ellos, estimado a través de MCO, muestra un coeficiente de determinación R^2 cercano al 75%, sin embargo los autores concluyen que no es pertinente usar el modelo para pronosticar el precio *spot* puesto que los residuos del mismo no cumplen el supuesto de ruido blanco. El segundo modelo es aplicado en dos espacios de tiempo distintos, de 1998 a julio del 2000 y de junio del 2001 a junio del 2007 (el periodo excluido está marcado por intervenciones del estado y eventos adversos sobre el sistema eléctrico colombiano que generaron datos atípicos en la serie de tiempo). Los parámetros del modelo son estimados a través del sistema de ecuaciones de Yule-Walker⁴⁹ para ambos rangos de tiempo, mostrando resultados estadísticos satisfactorios: i) parámetros significativos ii) coeficientes de determinación superiores al 90% y iii) residuos ruido blanco. Una vez verificada la validez del modelo, pronostican el precio *spot-e* para Julio y Agosto del 2007 obteniendo un porcentaje medio de error del 1%.

⁴⁹Sistema de p ecuaciones con p incógnitas, que relaciona las p primeras autocorrelaciones con los parámetros del proceso.

Este porcentaje de error, cuatro puntos porcentuales menor al error del modelo simple o ingenuo, justifica la implementación del modelo planteado, sin embargo el dato de precio mensual no favorece la toma de decisiones ágiles que requiere el mercado diario colombiano.

Igualmente, Gil y Maya (2008) modelan la media y la volatilidad de la serie de precio *spot* horaria, entre 1999 y 2006, a partir del modelo estocástico de difusión continua empleado por Schwartz y Lucia para el mercado de Nordpool. La parte determinística del modelo está integrada por múltiples variables *dummy* que representan factores de influencia macro climáticos (invierno-verano, niño-niña), estacionales (día de la semana, mes del año) y del mercado (demanda baja, media y alta), en tanto que el componente estocástico del modelo es un proceso autoregresivo del día anterior AR (24). La estimación de los parámetros del modelo muestra que todas las variables incluidas en el mismo son estadísticamente significativas, sin embargo no se incluye el ejercicio de pronóstico en este trabajo de investigación. Con respecto a la volatilidad del precio, observan que la mejor representación de la misma se alcanza con un modelo EGARCH (1,1).

Por su parte, Grajales (2009) diseña un sistema de inferencia neurodifuso⁵⁰ a partir del precio *spot* de la energía del día anterior, del aporte de los ríos y el nivel de los embalses. El proceso de entrenamiento, validación y chequeo de la red es realizado para el periodo comprendido entre el 2000 y el 2007, en tanto que el pronóstico es realizado únicamente para catorce precios observados, sin un ejercicio estadístico formal que permita verificar el poder de predicción del modelo.

⁵⁰Modelo de regresión no lineal que permite modelar las relaciones existentes entre una variable dependiente y un conjunto de variables independientes a partir de un sistema de reglas heurísticas. Un sistema de inferencia de neurodifusa está compuesto por variables de entrada y de salida, un conjunto de reglas difusas y un sistema de inferencia.

Finalmente, Lira y otros (2009) plantean y prueban cinco diferentes modelos de pronóstico para cada uno de los tres rangos de precio intradiario, asociado al nivel de demanda baja, media y alta del día. Tres de los cinco modelos planteados son regresiones dinámicas lineales con variables exógenas y retardos estacionales, los otros dos son una red neuronal y una simulación de inferencia neurodifusa, basada en las leyes de Takagi-Sugeno⁵¹.

Los datos de alimentación de los modelos corresponden al periodo comprendido entre junio de 1998 y noviembre del 2003, en tanto que la serie de precios obtenida entre el 2003 y el 2005 se emplea para la verificación de los mismos. Se observan los menores errores promedio de predicción (4,5 a 5,5%) en el modelo autoregresivo AR (3) con variables exógenas y el modelo de inferencia neurodifusa. Sin embargo, teniendo en cuenta la semejanza de los errores de predicción, la complejidad computacional requerida para el modelo TKS y el principio de parsimonia de Occam⁵² concluyen que el modelo autoregresivo lineal es la mejor opción para pronosticar el precio *spot-e* en Colombia.

Por otra parte, comparando el error de pronóstico mencionado con el del modelo simple, el modelo planteado sólo es efectivo para el rango de precio alto, puesto que para los otros dos rangos el error obtenido con este último es superior en al menos dos puntos porcentuales. Adicionalmente, hay que tener en cuenta que el periodo de validación del modelo corresponde a un periodo de relativa estabilidad del mercado y no permite inferir el poder del mismo, en el pronóstico de etapas muy volátiles como las presentadas durante 2008 y 2009.

⁵¹Conjunto de reglas específicas para formar los conjuntos borrosos de un sistema de inferencia neurodifusa.

⁵²“Cuando dos o más explicaciones se ofrecen para un fenómeno, la explicación completamás simple es preferible; es decir, no deben multiplicarse las entidades sin necesidad” Guillermo de Occam (1280-139).

4. ANÁLISIS DEL PRECIO SPOT DE LA ENERGÍA

4.1 DATOS Y METODOLOGÍA

Se obtuvieron para este trabajo las siguientes observaciones, extraídas de la base de datos NEON⁵³ y de los informes estadísticos de la Unidad de Planeación Minero Energética “UPME”:

- Precio *spot-e* diario y horario(COP\$/Kwh)
- Demanda SIN diaria y horaria(Kwh)
- Precio promedio contratos diario(COP\$/Kwh)
- Aporte ríos diario(Kwh)
- Nivel de embalse diario(Kwh)
- Disponibilidad hídrica diaria(Kw)
- Disponibilidad térmica diaria(Kw)
- Precio mensual combustible oil 2(\$COP/Gal)⁵⁴

Estas series de tiempo serán divididas en dos grupos de trabajo:

- Datos de estudio y tratamiento: de 20/07/1995 a 30/06/2009 y
- Datos de validación: de 01/07/2009 a 31/12/2010

La metodología a seguir para la elaboración de este trabajo de investigación es la siguiente:

- Estudio del marco teórico y conceptual.

⁵³Disponible en la página web de XM Compañía de Expertos en Mercados www.xm.com.co

⁵⁴Precio de referencia mensual para el costo máximo del combustible empleado en la generación de energía eléctrica, según artículo 5, resolución CREG 26 de 2009.

- Selección de variables y aspectos a tener en cuenta en el análisis del comportamiento de la serie de precio *spot-e* colombiana.
- Consulta, organización y registro de datos.
- Análisis descriptivo e inferencial de la serie de precio.
- Determinación del horizonte de tiempo a modelar.
- Evaluación de variables y factores de influencia sobre la serie de precio.
- Análisis de estacionariedad.
- Identificación del modelo.
- Estimación de parámetros.
- Verificación del modelo.
- Pronóstico de la serie.
- Conclusiones y recomendaciones.

4.2 ANÁLISIS DE REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

4.2.1 Mercados de energía.

A partir del análisis y comparación de los mercados descritos en el numeral 2.1 (anexo A), se establecen las siguientes diferencias u observaciones a tener en cuenta, con respecto al mercado colombiano:

- A diferencia de otros mercados el MEM es principalmente hidráulico, lo cual lo hace muy sensible a eventos climáticos poco controlables o predecibles, que deben ser considerados en el proceso de modelamiento y pronóstico del precio *spot-e*.
- La capacidad instalada es suficiente para abastecer la demanda local, lo cual pone al MEM en una posición propicia para realizar exportaciones de energía a mercados vecinos.

- El proceso de casación de ofertas es realizado con base en pronósticos de demanda horaria en lugar de demanda ofertada por comercializadores, lo cual hace menos eficiente el proceso de formación del precio *spot-e*, a diferencia de los mercados competitivos completos.
- Las necesidades de mayor o menor generación durante el día de operación (por fuera de mérito) o desviaciones al programa de despacho, son gestionadas a través de redespachos y no de un mercado en tiempo real.

En síntesis, aunque el MEM es un ejemplo de liberalización en Latinoamérica, aún es un mercado en proceso de transición hacia una competencia perfecta y total, como lo demuestra la poca participación de la demanda en la formación del precio *spot*, la inexistencia de un mercado en tiempo real y el sostenimiento de la regulación en el mercado minorista. Esta situación genera un precio muy vulnerable a múltiples eventos externos, expuesto a intervenciones del regulador y por ende a cambios estructurales⁵⁵ en su proceso de formación. Tales hechos deben ser tenidos cuenta en cualquier ensayo de modelación y pronóstico de la serie.

4.2.2 Modelos de predicción.

Con respecto al análisis y comparación (anexo B) de los diferentes modelos de pronóstico y métodos de estimación, empleados a nivel nacional e internacional, se anotan los siguientes aspectos:

- El horizonte de tiempo de estudio es más corto en la medida que la magnitud (hora, día, mes) de la serie aumenta. Es decir que los periodos de trabajo de las series horarias son más cortos que los de las series mensuales, por ejemplo.

⁵⁵Se interpreta como un cambio en el proceso de formación de la serie de tiempo, reflejado en la variación de los parámetros estimados de un modelo de regresión a lo largo del tiempo o más allá del periodo muestral.

- Es claro el comportamiento estacional (diario y semanal) de la serie de precios de energía en general, lo cual es tomado en cuenta en los modelos de pronóstico a través de variables dummy o de componentes autoregresivos y/o de media móvil estacionales.
- La forma funcional más usada es el logaritmo de la serie de precio horaria, teniendo en cuenta que su primera diferencia regular o estacional es suficiente para transformar la serie en un proceso estacionario.
- Debido a los múltiples problemas de heterocedasticidad y autocorrelación que presenta la serie, se prefieren los algoritmos de optimización no lineales basados en la minimización de los residuos al cuadrado o la maximización de la función de verosimilitud, sobre los métodos de estimación lineales.
- Se resalta la importancia de la demanda como variable exógena en la mayoría de los modelos, la de las variables hídricas y las que representan fenómenos o periodos climáticos en sistemas de predominio hidráulico.
- La serie de precio colombiana puede ser dividida en tres rangos de precio distinto, de acuerdo con el nivel de demanda intradiario en precio bajo, medio o alto, para facilitar el estudio y modelación de la misma.
- Existe un claro proceso autoregresivo del día y la semana anterior en la serie de precio *spot-e* colombiana.
- En la mayoría de los trabajos hacen a alusión al principio de parsimonia, bajo el cual en condiciones de pronóstico estadísticamente iguales se debe elegir el modelo más sencillo.

4.2.3 Resultados.

Con base en el marco teórico de este trabajo de investigación y en el numeral 4.2.1 y 4.2.2, se sugiere para la serie de precio *spot-e* colombiana el análisis de las siguientes variables y aspectos:

- Variables exógenas: demanda SIN, aporte de ríos, nivel de embalse, disponibilidad hídrica y térmica, precio de contratos, precio de referencia combustible.
- Variables dummy: demanda baja-media-alta, estación climática invierno-verano, fenómeno climático niño-neutral-niña, día de la semana hábil-sábado-festivo y mes del año.
- Retorno logarítmico para la serie de precio horaria y primera diferencia para la serie diaria.
- Se sugiere iniciar el modelamiento de la serie de precio *spot* diaria y horaria bajo el esquema ARIMA, continuar con un modelo GARCH y revisar la inclusión de variables dummy y exógenas hasta llegar a un modelo ARMAX. De este modo se puedan comparar los resultados obtenidos para cada uno de estos modelos, con un modelo de referencia simple o ingenuo⁵⁶.
- Se resalta la conveniencia de probar el comportamiento de los modelos horarios con la demanda como variable exógena o dummy y la opción de elaborar un modelo para cada uno de los tres rangos de precio intradiarios, asociados al nivel de demanda.

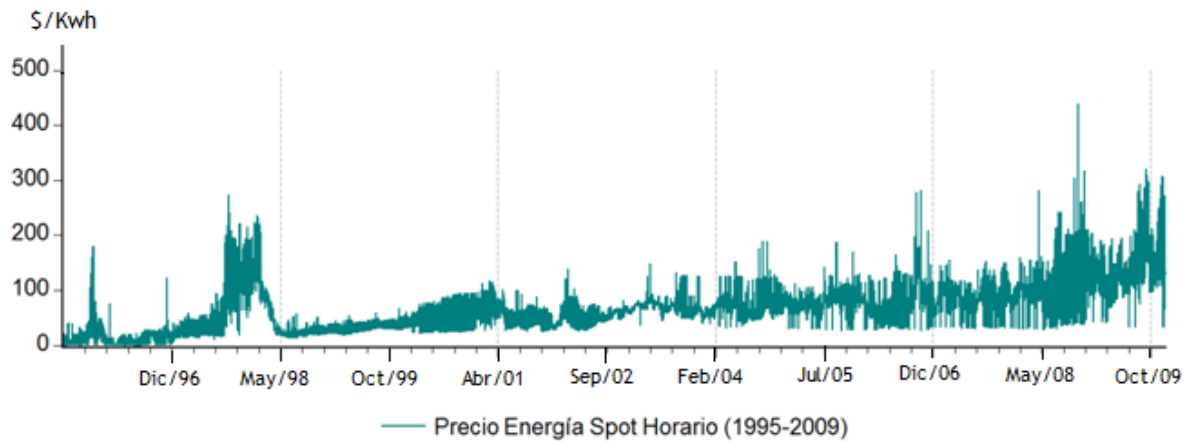
4.3 ANÁLISIS GRÁFICO Y TRATAMIENTO ESTADÍSTICO

4.3.1 Análisis descriptivo e inferencial.

Se realizó un análisis descriptivo e inferencial de la serie de precio horaria desde 1995 hasta 2009, identificando datos y comportamientos atípicos, sus causas, la influencia de eventos externos sobre la serie y los periodos de estabilidad (anexo C). Las principales observaciones y conclusiones de este análisis se enumeran a continuación:

⁵⁶Modelo de pronóstico bajo el cual el precio de un activo en el tiempo $t + 1$ es igual al valor real del mismo en el tiempo t , es decir que el pronóstico del precio *spot* de la energía mañana será igual al precio *spot* de la energía hoy.

Figura 6. Precio *spot* horario 1995-2009



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 9. Índice de variación precio *spot* (σ/μ) %

Año	Índice Variación(σ/μ)%	Año	Índice Variación (σ/μ)%
1995	149.9	2003	16.36
1996	122.29	2004	19.97
1997	87.40	2005	20.64
1998	95.31	2006	39.89
1999	21.28	2007	22.33
2000	35.18	2008	37.94
2001	38.09	2009	33.07
2002	24.58	2010	45.25

Fuente: Elaboración propia.

- Durante el primer año de funcionamiento de la bolsa se observan precios muy bajos y constantes, con excepción de los meses de noviembre y diciembre donde se refleja el patrón de comportamiento de los agentes, frente al inicio del verano o la escasez del recurso hídrico.
- Los cuatro primeros años siguen un proceso excesivamente volátil, como lo muestra el índice de variación del precio respecto a su media (Tabla 9), cercano y superior al 100%. Esta situación es generada por el ejercicio de aprendizaje del mercado y por la inmadurez del mismo para enfrentar los efectos de los fenómenos climáticos del niño y la niña de 1997-1998.

- En 1999 el índice de variación del precio respecto a su media sufre una gran caída causada por la recesión económica de ese año, representada en un PIB y un crecimiento de la demanda de energía negativos.
- Después de la crisis de 1999 la media del precio y su volatilidad aumentan, entre otras cosas motivada por los atentados sufridos en la infraestructura de transmisión durante el año 2000 y la escasez del recurso hídrico de los dos años siguientes.
- La escasez en el suministro de gas durante el 2003-2004 produjo los mayores niveles de generación hidráulica (85% de cubrimiento). Esta situación podría asociarse a la disminución del precio de la energía durante estos años.
- Se observan dos cambios importantes en el comportamiento (tendencia) del precio de la energía, en febrero del 2004 y mayo del 2008. Dichos cambios pueden tener su origen en una reforma regulatoria y representar un cambio estructural en el proceso de formación del precio *spot-e* en Colombia. Esta hipótesis deberá ser analizada a partir de test estadísticos en los modelos planteados.
- En mayo del 2008 se introduce el cargo por confiabilidad y el precio de escasez, lo cual parece generar un cambio en la volatilidad del precio de la energía.
- El precio de escasez fue superado por el precio *spot* horario en tres ocasiones durante octubre del 2009.
- En el segundo semestre del 2009 el Ministerio de Minas y Energía y la CREG expiden un conjunto de resoluciones y medidas que pretenden intervenir el mercado para disminuir el precio *spot-e*, cuyo incremento refleja la escasez del recurso hídrico y del suministro de gas, así como la incertidumbre de los agentes frente a eventos futuros.
- Los datos de inflación desde el inicio de la bolsa hasta mediados de 1999 oscilan entre el 15 y el 20%, mientras que a partir del año 2000 dicho índice permanece en el orden de una cifra, con una tendencia clara a la baja.
- Por último, es claro que el precio de la energía en Colombia es más volátil durante la segunda mitad del año, especialmente en los meses de noviembre y

diciembre y que los picos de precio se presentan en su mayoría entre las 18 y 20 horas del día.

Como resultado de este análisis se concluye que la serie de precio puede ser modelada a partir del año 2000 (donde se observa el inicio de un relativo periodo de estabilidad frente al comportamiento presentado por la serie en años anteriores), teniendo en cuenta los periodos estacionales de la serie y las variables climáticas que la afectan, así como las intervenciones del regulador y los posibles cambios estructurales.

4.3.2 Definición horizonte de tiempo a modelar.

Con el objetivo de verificar el periodo de estudio de la serie, se realizó un análisis de correlación con dos de las variables de mayor influencia sobre la misma: el aporte de los ríos y el nivel del embalse.

Tabla 10. Correlación precio Vs variables hídricas

1998-2009	Precio	Nivel embalse	Aporte ríos
Precio	1.000000	0.039197	-0.107496
Nivel embalse	0.039197	1.000000	0.146018
Aporte ríos	-0.107496	0.146018	1.000000
2000-2009	Precio	Nivel embalse	Aporte ríos
Precio	1.000000	-0.102284	-0.136397
Nivel embalse	-0.136397	1.000000	0.162492
Aporte ríos	-0.102284	0.162492	1.000000

Fuente: Elaboración propia.

Durante el primer periodo de evaluación 1998-2009 se reconoce una relación incoherente entre las variables analizadas, puesto que contrario a lo observado en el análisis del anterior aparte y a lo estudiado en el marco teórico de este trabajo de investigación, el coeficiente de correlación entre el precio y el nivel del embalse

es positivo, mientras que en el periodo 2000-2009 se advierte una relación inversa entre el precio y las variables hídricas y una relación directa entre estas últimas.

Esta situación demuestra que el comportamiento atípico de la serie antes del año 2000 puede afectar las relaciones naturales de la serie con sus variables de influencia y por ende viciar cualquier ensayo de modelado que se realice con datos anteriores al año 2000.

En síntesis y teniendo en cuenta las conclusiones del numeral anterior, la serie de precio *spot-e* será estudiada a partir de enero del 2000 hasta mediados del año 2009, cuando inicia la intervención regulatoria del mercado.

4.3.3 Evaluación de factores de influencia.

Se realizó un análisis gráfico y de correlación de la serie de precio spot, con las posibles variables explicativas (numeral 4.2.3), obteniendo las siguientes consideraciones (anexo D):

- Como se esperaba, existe una relación lineal inversa entre el precio *spot-e* y las variables hídricas y de disponibilidad, puesto que dichas variables son de oferta y al disminuir producen un incremento del precio. Adicionalmente, la disminución de las variables hídricas y de disponibilidad hidráulica también generan un incremento en el precio, por el respaldo que debe realizar la generación térmica, más costosa que la hídrica, durante su escasez.
- Por otra parte, se observa una correlación negativa más fuerte con el aporte de los ríos que con el nivel del embalse, lo cual indica que los precios aumentan cuando las lluvias disminuyen (especialmente en diciembre) aunque los embalses estén llenos, puesto que los generadores cobran el costo de oportunidad de vender en ese momento el agua, que escaseará en mayor medida durante los siguientes meses.

- El precio medio de los contratos y la demanda son las variables de mayor correlación con el precio (40-50%), seguidas de las variables hídricas (20-30%) y de disponibilidad respectivamente (5-15%). El precio de referencia del combustible también muestra un alto coeficiente de correlación con respecto al precio *spot-e*, sin embargo este dato debe ser analizado con prudencia, puesto que la tendencia creciente del precio del combustible puede viciar el coeficiente y no necesariamente representar un factor explicativo del precio de la energía.
- A partir del histograma de frecuencia del precio *spot-e* en cada una de las horas del día, se establecen tres rangos de precio asociados al nivel de demanda intradiario. Se obtienen tres series con una desviación estándar y en especial un índice de variación del precio respecto a su media, menor que los de la serie original, lo cual podría facilitar el trabajo de modelación y pronóstico de la misma.
 - a) Precio bajo de 0 a 7 horas: rango de media (77-88\$COP/Kwh)
 - b) Precio medio de 8 a 5 horas, 21 y 22 horas: rango de media (89-100\$COP/Kwh)
 - c) Precio alto 18,19 y 20 horas: rango de media (101-117\$COP/Kwh)
- Se aprecia una disminución generalizada de los precios durante los fines de semana (sábado y domingo), el invierno y los periodos climáticos neutrales y un incremento de los mismos y su volatilidad durante el verano, el fenómeno del Niño, los meses de febrero, octubre y diciembre.

5. MODELADO DE DATOS

5.1 PRUEBAS DE ESTACIONARIEDAD

Se realizaron las correspondientes pruebas de raíz unitaria a la serie de tiempo diaria y horaria desde el año 2000 hasta el 2009, así como a sus primeras diferencias y a su forma logarítmica, encontrando que:

- La serie original diaria y horaria no es estacionaria, contrario al comportamiento mostrado por ésta en primera diferencia regular y retorno logarítmico, respectivamente.
- Los test de DF, DFA, PPS y KPS muestran resultados incoherentes o contradictorios para el periodo de tiempo estudiado⁵⁷, lo cual dificulta la definición de la estacionariedad de la serie. Esta situación puede ser producto de cambios estructurales en el comportamiento del precio, tal y como se presume desde el análisis del numeral 4.3.1.

En consecuencia y con el objetivo de verificar la hipótesis de uno o varios cambios estructurales en la serie de precio *spot-e* colombiana entre el año 2000 y 2009, se realizó el contraste CUSUMQ⁵⁸ sobre un modelo de regresión dinámica, elaborado a priori para la serie de precio diaria y horaria. Este contraste muestra dos puntos de ruptura importantes, a finales del año 2003-principios del 2004 y mediados del 2008, como evidencia de cambios drásticos y permanentes en el comportamiento del precio.

⁵⁷Dado que las pruebas de raíz unitaria aplicadas y expuestas en este trabajo de investigación se basan en una hipótesis nula que no considera cambios estructurales, en presencia de una serie con puntos de ruptura, el análisis realizado a partir de las mismas podría perder validez.

⁵⁸Contraste de constancia de los parámetros basado en la sumatoria acumulada de los cuadrados de los residuos recursivos; Brown, Durbin y Evans (1975).

Tratar de corregir o representar estos cambios a través de variables dummy encierra una gran dificultad en la medida que no se conoce con exactitud el punto de ruptura. Por esta razón se decide trabajar con la serie de precio *spot* a partir del año 2005, para evitar los cambios del primer periodo señalado e intentar identificar la variación puntual del segundo.

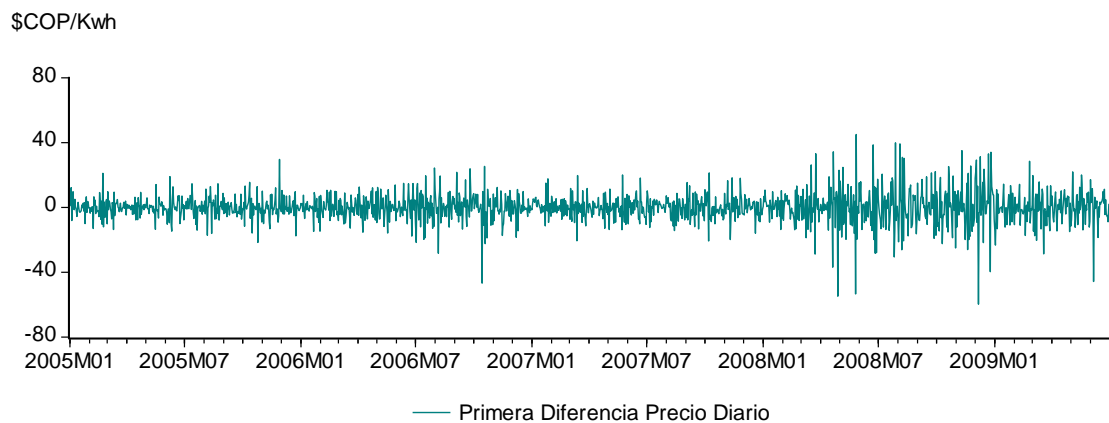
Se repiten las pruebas de estacionariedad para la serie de precio *spot* diaria y horaria así como para las demás variables exógenas seleccionadas, durante el periodo comprendido entre el año 2005 y 2009.

Finalmente se toman como series de trabajo, para el precio y sus respectivas variables de influencia, las siguientes diferencias:

- Precio diario: primera diferencia regular $y_t^* = y_t - y_{t-1}$ (18)
- Precio horario: retorno horario $y_t^* = \ln(y_t) - \ln(y_{t-1}) = \ln\left(\frac{y_t}{y_{t-1}}\right)$ (19)
- retorno diario por hora $y_t^* = \ln(y_t) - \ln(y_{t-24}) = \ln\left(\frac{y_t}{y_{t-24}}\right)$ (20)

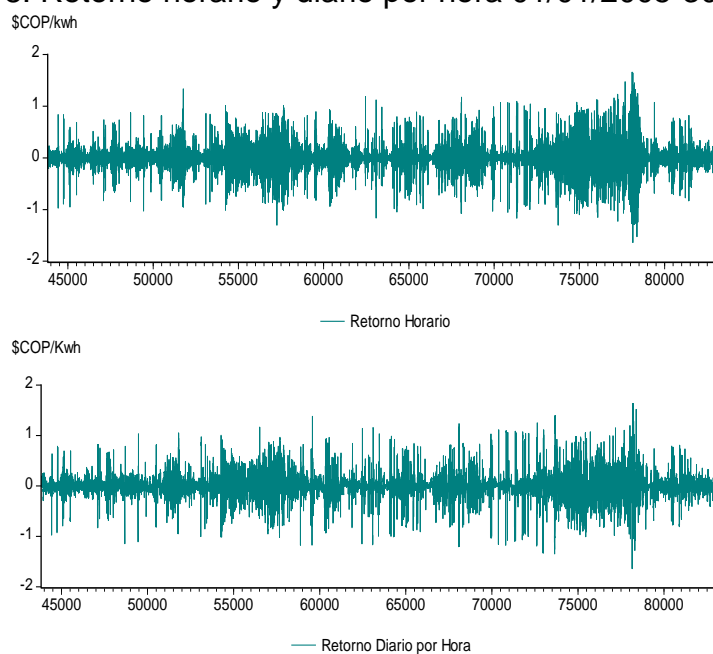
Las tablas, gráficas, ecuaciones y resultados de las pruebas aquí mencionadas son descritos con mayor detalle en el anexo E.

Figura 7. Primera diferencia precio diario



Fuente: Elaboración propia

Figura 8. Retorno horario y diario por hora 01/01/2005-30/06/2009



Fuente: Elaboración propia

5.2 IDENTIFICACIÓN, ESTIMACIÓN Y VERIFICACIÓN DEL MODELO

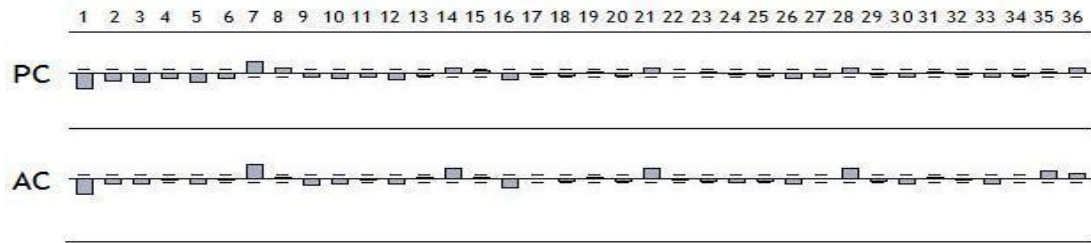
5.2.1 Modelo diario.

ARIMA

El primer paso para la identificación de un modelo ARIMA es la inspección de la función de autocorrelación total y parcial de la serie de precio estacionaria, es decir la primera diferencia de la serie de precio diaria a partir de la cual se pueden establecer los componentes autoregresivos (FACP) y de media móvil (FAC) del precio diario.

Se observa un componente autoregresivo significativo hasta el rezago siete y componentes de media móvil estacionales cada siete días, es decir que el precio *spot-e* diario depende de los precios de la semana anterior y de los promedios móviles de los residuos del mismo día, hasta dos o tres semanas atrás.

Figura9. Correlograma precio *spot* diario 1^{ra} diferencia 2005-2009



Fuente: Elaboración propia.

La relevancia de los elementos ARMA observados, en la explicación del precio *spot-e* diario, es evaluada a través del software Eviews-5 bajo un proceso iterativo hasta encontrar los mejores valores de los siguientes criterios de decisión:

- Parámetros significativos: $0 < \beta, \theta < 1$
- R^2 y R^2 ajustado: valores cercanos a la unidad (1).
- Akaike y Schwarz info criterion⁵⁹: < valor de estos criterios.
- Residuos: ruido blanco.

De este modo, el modelo ARIMA que mejor se ajusta a la serie de precio *spot-e* diaria es el siguiente:

$$Y_t^* = Y_t - Y_{t-1} = \beta_i \sum_{i=1}^7 Y_{t-i}^* + e_t - \theta_i \sum_{i=1}^2 e_{t-7i} - \theta_3 e_{t-1} \text{ ARIMA}(7,1,1) * (0,0,14) \quad (21)$$

Sin embargo, el correlograma de los residuos $(y_t - \bar{y}_t)$ y $(y_t - \bar{y}_t)^2$ muestra la presencia de autocorrelación y heterocedasticidad respectivamente, indicando la inconsistencia del modelo para el ejercicio de pronóstico.

⁵⁹Criterios de selección de modelos cuyo principal objetivo es penalizar la inclusión de regresoras no significativas para un modelo estimado.

Figura 10. Modelo ARIMA precio *spot* diario

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.050912	0.009900	-5.142567	0.0000
AR(2)	-0.058990	0.009970	-5.916840	0.0000
AR(3)	-0.053651	0.009873	-5.433987	0.0000
AR(4)	-0.055671	0.009879	-5.635102	0.0000
AR(5)	-0.056055	0.009970	-5.622546	0.0000
AR(6)	-0.048025	0.009763	-4.918947	0.0000
AR(7)	0.938090	0.011477	81.73437	0.0000
MA(1)	-0.236233	0.026716	-8.842359	0.0000
SMA(7)	-0.861769	0.026328	-32.73191	0.0000
SMA(14)	-0.088386	0.025294	-3.494358	0.0005
R-squared	0.172888	Mean dependent var	0.029903	
Adjusted R-squared	0.168327	S.D. dependent var	8.940282	
S.E. of regression	8.153190	Akaike info criterion	7.040767	
Sum squared resid	108486.4	Schwarz criterion	7.073676	
Log likelihood	-5770.470	Durbin-Watson stat	1.993577	

Fuente: Elaboración propia.

GARCH

La mejor herramienta para la corrección de la heterocedasticidad es el modelamiento de la volatilidad de la serie de precio a través de la aplicación de un modelo GARCH, el cual puede ser identificado a través del correlograma de los residuos al cuadrado del modelo ARIMA planteado en el anterior aparte.

Nuevamente se repiten los pasos del modelo anterior, identificación, estimación y verificación de parámetros, hasta encontrar que el mejor ajuste de la serie de precio *spot-e* diaria se logra con el siguiente planteamiento.

$$Y_t^* = Y_t - Y_{t-1} = \beta_i \sum_{i=1}^7 Y_{t-i}^* + e_t - \theta_i \sum_{i=1}^2 e_{t-7i} - \theta_3 e_{t-1} \quad ARIMA(7,1,1) * (0,0,14) \quad (21)$$

$$\sigma_t^2 = \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \theta_1 e_{t-1}^2 \quad GARCH(1,1) \quad (22)$$

En esta ocasión los residuos del modelo estimado, tanto $(y_t - \bar{y}_t)$ como $(y_t - \bar{y}_t)^2$ no son significativos. Este hecho representa que se ha solucionado con éxito la autocorrelación y heterocedasticidad de la serie y que el modelo planteado es adecuado para pronosticar. Sin embargo, en aras de mejorar el ajuste del modelo y de reducir los errores de pronóstico del mismo, se agregaron a la ecuación las variables dummy analizadas con anterioridad en este trabajo de investigación.

Figura 11. Modelo GARCH precio *spot* diario

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.064212	0.008079	-7.947613	0.0000
AR(2)	-0.069469	0.008198	-8.473544	0.0000
AR(3)	-0.063756	0.008436	-7.557213	0.0000
AR(4)	-0.068534	0.008343	-8.214209	0.0000
AR(5)	-0.064770	0.008083	-8.012967	0.0000
AR(6)	-0.059774	0.008449	-7.074352	0.0000
AR(7)	0.922109	0.010645	86.62332	0.0000
MA(1)	-0.225932	0.027737	-8.145632	0.0000
SMA(7)	-0.861825	0.028230	-30.52842	0.0000
SMA(14)	-0.083729	0.026629	-3.144216	0.0017
Variance Equation				
C	0.881921	0.181742	4.852586	0.0000
RESID(-1)*2	0.069397	0.008052	8.618867	0.0000
GARCH(-1)	0.918918	0.008007	114.7658	0.0000
R-squared	0.170698	Mean dependent var	0.029903	
Adjusted R-squared	0.164589	S.D. dependent var	8.940282	
S.E. of regression	8.171491	Akaike info criterion	6.849516	
Sum squared resid	108773.7	Schwarz criterion	6.892298	
Log likelihood	-5610.453	Durbin-Watson stat	1.985285	

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente se identifica y estima, a través del algoritmo de optimización Marquardt de Eviews-5, el siguiente modelo:

$$Y_t^* = Y_t - Y_{t-1} = \alpha_1 \text{Invierno} + \alpha_2 \text{Oct} + \alpha_3 \text{Dic} + \alpha_4 \text{Lunes} + \alpha_5 \text{Sabado} + \alpha_6 \text{Festivo} +$$

$$\beta_i \sum_{i=1}^7 Y_{t-i}^* + e_t - \theta_i \sum_{i=1}^2 e_{t-7i} - \theta_3 e_{t-1} \text{ ARIMA}(7,1,1) * (0,0,14) \quad (23)$$

$$\sigma_t^2 = \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \theta_1 e_{t-1}^2 \text{ GARCH}(1,1) \quad (22)$$

Una vez más se verifica el comportamiento de los residuos del modelo estimado, comprobando que son ruido blanco y que por ende el modelo compuesto por las ecuaciones (22) y (23) puede ser empleado para pronosticar el precio *spot* diario.

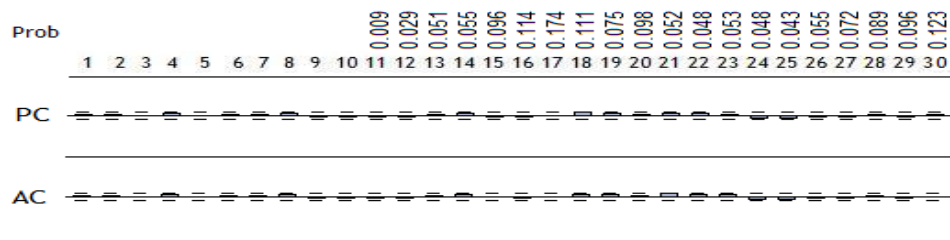
Figura 12. Modelo GARCH-Dummy precio *spot*

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
INVIERNO	0.285341	0.094503	3.019397	0.0025
OCT	-0.766671	0.276056	-2.777227	0.0055
DIC	0.696535	0.254608	2.735714	0.0062
LUNES	4.774325	0.786899	6.067269	0.0000
SABADO	-2.592313	0.747757	-3.466786	0.0005
FESTIVO	-2.529131	0.445812	-5.673086	0.0000
AR(1)	-0.064844	0.011267	-5.755056	0.0000
AR(2)	-0.086318	0.011820	-7.302547	0.0000
AR(3)	-0.062000	0.011280	-5.496535	0.0000
AR(4)	-0.077143	0.010830	-7.123103	0.0000
AR(5)	-0.072586	0.011511	-6.305847	0.0000
AR(6)	-0.053738	0.011121	-4.832243	0.0000
AR(7)	0.887547	0.017862	49.69044	0.0000
MA(1)	-0.218782	0.029332	-7.458725	0.0000
SMA(7)	-0.845591	0.030733	-27.51417	0.0000
SMA(14)	-0.082055	0.026490	-3.097559	0.0020
Variance Equation				
C	0.959014	0.184613	5.194723	0.0000
RESID(-1)^2	0.069956	0.008129	8.606244	0.0000
GARCH(-1)	0.916262	0.008047	113.8658	0.0000
R-squared	0.194104	Mean dependent var	0.029903	
Adjusted R-squared	0.185166	S.D. dependent var	8.940282	
S.E. of regression	8.070228	Akaike info criterion	6.830593	
Sum squared resid	105703.7	Schwarz criterion	6.893120	
Log likelihood	-5588.917	Durbin-Watson stat	1.988008	

diario

Fuente: Elaboración propia.

Figura 13. Correlograma residuos estandarizados GARCH-Dummy



Fuente: Elaboración propia.

ARMAX

Después de haber obtenido un modelo adecuado para la predicción del precio *spot* diario, a través de la metodología GARCH, el siguiente paso es evaluar el

comportamiento del mismo frente a variables adicionales del mercado que puedan explicar en mayor grado la media del precio *spot* de la energía en Colombia.

Para tal fin se evaluó, a través de un modelo de regresión lineal simple (precio Vs v.explicativa), el número de retardos que podrían influir en la explicación del comportamiento del precio *spot-e* diario de cada una de las variables expuestas arriba, teniendo en cuenta los mismos criterios de decisión que se aplicaron en la elaboración del modelo ARIMA.

Tabla 11.Regresión simple precio *spot* diario Vs v.explicativa

Variable	Contratos	Demanda	A. Ríos	N. Embalse	D. Hídrica	D. Térmica
No. Retardos	Inmediato	5	1 a 5	Inmediato	Inmediato	Inmediato
R^2	35.2%	6.1%	2.6%	1.3%	1.3%	0.27%
Akaike Info	6.78	7.16	7.19	7.20	7.20	7.21
Schwarz Info	6.78	7.18	7.21	7.20	7.20	7.22

Fuente: Elaboración propia.

Se observa con claridad que la variable más representativa es el precio medio de los contratos seguida de lejos de la demanda, el aporte de los ríos, el nivel del embalse y la disponibilidad hídrica y térmica, respectivamente. De este modo y teniendo en cuenta las características de autocorrelación y heterocedasticidad de la serie de precio *spot* se identificó, a través del software Eviews-5 y bajo un proceso iterativo, el siguiente modelo ARMAX.

$$Y_t^* = Y_t - Y_{t-1} = \alpha_1 Oct + \alpha_2 Dic + \alpha_3 Lunes + \alpha_4 Sabado + \alpha_5 Festivo + \delta_1 Contratos_t^*$$

$$\beta_i \sum_{i=1}^7 Y_{t-i}^* + e_t - \theta_i \sum_{i=1}^2 e_{t-7i} - \theta_3 e_{t-1} \text{ ARIMA}(7,1,1) * (0,0,14)(24)$$

$$\sigma_t^2 = \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \theta_1 e_{t-1}^2 \text{ GARCH}(1,1) \quad (22)$$

$$Contratos_t^* = Contratos_t - Contratos_{t-1}$$

Contrario a lo que podría pensarse y pese al notable aumento del precio *spot* de la energía durante periodos climáticos extremos, ni las variables hídricas ni las variables dummy estacionales resultan significativas, bajo esta metodología, para explicar el comportamiento del precio *spot*-e diario en Colombia, cuyo mejor argumento resulta ser su pasado mismo y el precio medio de los contratos del mismo día que se intenta predecir.

Figura 14. Modelo ARMAX precio *spot*

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
OCT	-0.689073	0.260648	-2.643692	0.0082
LUNES	4.948462	0.944074	5.241605	0.0000
SABADO	-2.140131	0.873377	-2.450410	0.0143
FESTIVO	-2.458207	0.462935	-5.310054	0.0000
D1_CONTRATOS	5.014093	0.087990	56.98475	0.0000
AR(1)	-0.045989	0.009304	-4.942856	0.0000
AR(2)	-0.044034	0.009171	-4.801737	0.0000
AR(3)	-0.034304	0.008440	-4.064598	0.0000
AR(4)	-0.048556	0.008665	-5.603450	0.0000
AR(5)	-0.039812	0.008721	-4.565112	0.0000
AR(6)	-0.037483	0.008128	-4.611712	0.0000
AR(7)	0.926127	0.012711	72.86113	0.0000
MA(1)	-0.254983	0.030598	-8.333413	0.0000
SMA(7)	-0.878507	0.016995	-51.69170	0.0000
SMA(14)	-0.012071	4.18E-05	-289.0836	0.0000
Variance Equation				
C	2.291435	0.272453	8.410386	0.0000
RESID(-1)^2	0.200985	0.021398	9.392792	0.0000
GARCH(-1)	0.763348	0.021280	35.87213	0.0000
R-squared	0.457081	Mean dependent var	0.029903	
Adjusted R-squared	0.451398	S.D. dependent var	8.940282	
S.E. of regression	6.621859	Akaike info criterion	6.277157	
Sum squared resid	71210.80	Schwarz criterion	6.336394	
Log likelihood	-5135.546	Durbin-Watson stat	1.873349	

diario

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente y como requisito indispensable para el uso del modelo planteado como herramienta de predicción, se evalúa la validez del mismo a través del examen de sus residuos, los cuales deben comportarse como ruido blanco.

Figura 15. Correlograma residuos estandarizados ARMAX precio diario

Residuos Estandarizados			Residuos Estandarizados Cuadrados		
AC	PC	Prob	AC	PC	Prob
		1			1
		2			2
		3			3
		4			4
		5			5
		6			6
		7			7
		8			8
		9			9
		10			10
		11 0.004			11 0.081
		12 0.013			12 0.148
		13 0.021			13 0.275
		14 0.044			14 0.395
		15 0.077			15 0.524
		16 0.109			16 0.644
		17 0.146			17 0.711
		18 0.116			18 0.717
		19 0.118			19 0.739
		20 0.125			20 0.811
		21 0.131			21 0.738
		22 0.173			22 0.779
		23 0.226			23 0.824
		24 0.228			24 0.858
		25 0.181			25 0.808
		26 0.231			26 0.808
		27 0.283			27 0.826
		28 0.340			28 0.152
		29 0.390			29 0.193
		30 0.453			30 0.238

Fuente: Elaboración propia.

Como se observa en la gráfica anterior los residuos del modelo planteado en (24) y (22) se comportan como ruido blanco y por tanto dicho modelo es adecuado para pronosticar.

5.2.2 Modelo horario.

Siguiendo el esquema del numeral anterior, se trabajó con la serie estacionaria del precio *spot-e* horario (retorno horario y retorno diario por hora), para el periodo de tiempo inicialmente establecido (ene-2005/jun-2009) y para periodos inferiores a éste (año, semestre y mes), sin encontrar resultados satisfactorios para ninguno de los escenarios planteados. Difícilmente se obtienen residuos con características de ruido blanco y por ende, en todos los casos el error de pronóstico promedio obtenido con el modelo simple de referencia es inferior, en al menos un punto porcentual, al generado por cualquiera de los modelos ARIMA, GARCH o ARMAX.

Esta situación se explica por el alto grado de autocorrelación de la serie, la cual no es posible representar, en forma suficiente, por las metodologías de trabajo aquí expuestas, sumado al comportamiento particular del mercado durante los dos últimos años de estudio.

Bajo este contexto se concluye que, para pronosticar el precio *spot*-e horario se prefiere el modelo de referencia simple cuyo error de pronóstico promedio oscila entre el 5 y 7%, para los periodos de tiempo estudiados.

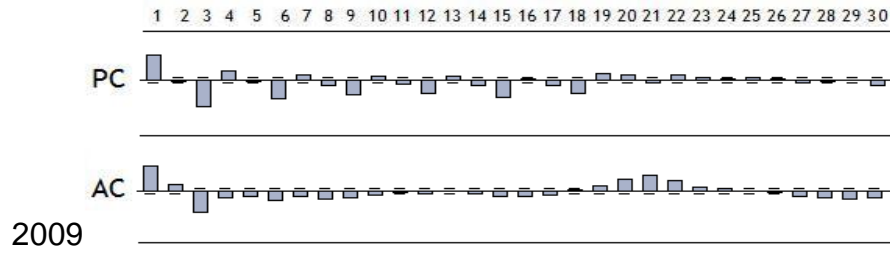
Por otra parte y con el fin de ampliar las alternativas de pronóstico, la serie de precio *spot* horaria es dividida en tres series de precio (bajo, medio y alto) asociadas al nivel de demanda intradiario, tal y como se menciona en el numeral 4.3.3. Estas series fueron estudiadas con los mismos criterios y procedimientos de las secciones anteriores: análisis de estacionariedad, identificación, verificación y pronóstico, encontrando que para las series de precio bajo y medio se prefiere nuevamente el modelo de referencia simple para su pronóstico, mientras que para la serie de precio alto se identifica un modelo de ajuste ARMAX, que se describe a continuación.

ARMAX

A partir de la inspección de la función de autocorrelación total y parcial (FAC y FACP) de la serie de precio *spot* horario alto se determinó que la tercera diferencia estacional es la más adecuada para transformar esta serie en estacionaria y a continuación se identifican los componentes autoregresivos y de media móvil que representan la serie.

$$y_t^* = \ln(y_t) - \ln(y_{t-3}) = \ln\left(\frac{y_t}{y_{t-3}}\right) \quad (25)$$

Figura 16. Correlograma precio *spot* horario alto y_t^* 2005-



Fuente: Elaboración propia

La mejor representación de la serie se obtiene con el factor autoregresivo de uno (tres horas), seis y ocho días atrás, así como un componente de media móvil del mismo día y de dos semanas anteriores, $ARIMA(3,0,3) * (0,3,42)$.

Así mismo se identifica un modelo $GARCH(1,1)$ para la desviación estándar de la serie de precio horario alto y la importancia de las variables dummy: Hora_18, Hora_19, lunes, martes, sábado, domingo y octubre para la explicación de su media.

A continuación, después de evaluar el número de retardos de las diferentes variables explicativas frente al precio *spot* horario alto se estimó, a través del algoritmo de optimización Marquardt de Eviews-5, el siguiente modelo:

$$Y_t^* = \alpha_1 Hora_{19} + \alpha_2 Lunes + \alpha_3 Domingo + \alpha_4 Oct + \delta_1 Contratos_t^* + \delta_i \sum_{i=2}^5 Rios_{t-3i}^* +$$

$$\delta_6 Demanda_t^* + \beta_i \sum_{i=1}^3 Y_{t-i}^* + \beta_4 Y_{t-18}^* + \beta_5 Y_{t-27}^* + e_t - \theta_i \sum_{i=1}^2 e_{t-21i} - \theta_3 e_{t-3} \quad (26)$$

$$\sigma_t^2 = \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \theta_1 e_{t-1}^2 \quad (27)$$

$$X_t^* = X_t - X_{t-3}$$

Figura 17. Modelo ARMAX precio *spot* horario alto

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
HORA_19	-0.000906	0.000271	-3.344035	0.0008
LUNES	-0.023279	0.003951	-5.891440	0.0000
DOMINGO	0.025994	0.004448	5.844560	0.0000
OCT	-0.006789	0.001759	-3.859834	0.0001
D_CONTRATOS	2.474415	0.136799	18.08798	0.0000
D_DEMANDA	0.602864	0.024639	24.46778	0.0000
D_RIOS(-6)	-0.028559	0.007107	-4.018631	0.0001
D_RIOS(-9)	-0.036479	0.006836	-5.336442	0.0000
D_RIOS(-12)	-0.024606	0.006590	-3.734062	0.0002
D_RIOS(-15)	-0.018428	0.007172	-2.569474	0.0102
D_DISPOH	-0.647853	0.066592	-9.728661	0.0000
AR(1)	0.361447	0.013689	26.40452	0.0000
AR(2)	0.152220	0.015957	9.539279	0.0000
AR(3)	0.211358	0.016564	12.76044	0.0000
AR(18)	0.041335	0.010186	4.057900	0.0000
AR(24)	-0.043494	0.009389	-4.632594	0.0000
MA(3)	-0.904541	0.007069	-127.9634	0.0000
SMA(21)	0.045588	0.013313	3.424373	0.0006
SMA(42)	0.048339	0.008455	5.716943	0.0000

Variance Equation				
C	0.000226	2.04E-05	11.05851	0.0000
RESID(-1)^2	0.156709	0.007474	20.96607	0.0000
GARCH(-1)	0.847409	0.005370	157.8070	0.0000

R-squared	0.463807	Mean dependent var	0.000377
Adjusted R-squared	0.461511	S.D. dependent var	0.204229
S.E. of regression	0.149867	Akaike info criterion	-1.509709
Sum squared resid	110.1442	Schwarz criterion	-1.480669
Log likelihood	3740.413	Durbin-Watson stat	2.058279

Fuente: Elaboración propia

La inspección de los residuos del modelo integrado por (26) y (27) da como resultado un comportamiento de ruido blanco, por lo que se concluye que dicho modelo es apropiado para pronosticar el precio *spot* de las horas de mayor demanda durante el día.

Figura 18. Correlograma residuos estandarizados ARMAX precio horario

Residuos Estandarizados			Residuos Estandarizados Cuadrados		
AC	PC	Prob	AC	PC	Prob
		1			1
		2			2
		3			3
		4			4
		5			5
		6			6
		7			7
		8			8
		9			9
		10 0.008			10 0.070
		11 0.024			11 0.166
		12 0.033			12 0.222
		13 0.046			13 0.266
		14 0.029			14 0.383
		15 0.018			15 0.494
		16 0.007			16 0.609
		17 0.011			17 0.648
		18 0.018			18 0.658
		19 0.017			19 0.726
		20 0.027			20 0.756
		21 0.027			21 0.796
		22 0.024			22 0.852
		23 0.029			23 0.890
		24 0.042			24 0.007
		25 0.059			25 0.011
		26 0.077			26 0.016
		27 0.102			27 0.021
		28 0.130			28 0.030
		29 0.129			29 0.038
		30 0.164			30 0.051

Fuente: Elaboración propia

6. PRONÓSTICO Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

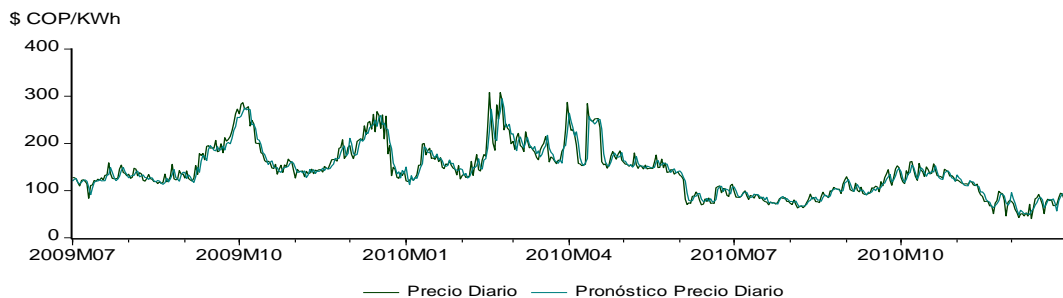
Se pronostica el precio *spot* diario y horario alto a través de la herramienta *Forecast* de Eviews-5, para dos periodos de tiempo distinto, de 01/01/2005 a 30/06/2009 y de 01/07/2009 a 31/12/2010, obteniendo los siguientes resultados.

Figura 19. Pronóstico precio *spot* diario

PRONOSTICO GARCH		PRONOSTICO ARMAX	
Forecast: PRECIO_ORIF	Actual: PRECIO_ORIF	Forecast: PRECIO_ORIF	Actual: PRECIO_ORIF
Forecast sample: 1/01/2005 6/30/2009	Included observations: 1642	Forecast sample: 7/01/2009 12/31/2010	Included observations: 549
Root Mean Squared Error	8.023401	Root Mean Squared Error	16.84056
Mean Absolute Error	5.690712	Mean Absolute Error	11.03107
Mean Abs. Percent Error	7.145445	Mean Abs. Percent Error	8.108476
Theil Inequality Coefficient	0.045958	Theil Inequality Coefficient	0.056102
Bias Proportion	0.001343	Bias Proportion	0.000170
Variance Proportion	0.043603	Variance Proportion	0.054913
Covariance Proportion	0.955054	Covariance Proportion	0.944917
Forecast: PRECIO_ORIF	Actual: PRECIO_ORIF	Forecast: PRECIO_ORIF	Actual: PRECIO_ORIF
Forecast sample: 1/01/2005 6/30/2009	Included observations: 1642	Forecast sample: 7/01/2009 12/31/2010	Included observations: 549
Root Mean Squared Error	6.585464	Root Mean Squared Error	14.88733
Mean Absolute Error	4.312546	Mean Absolute Error	9.845253
Mean Abs. Percent Error	5.090616	Mean Abs. Percent Error	7.081270
Theil Inequality Coefficient	0.037630	Theil Inequality Coefficient	0.049540
Bias Proportion	0.000518	Bias Proportion	0.000024
Variance Proportion	0.007468	Variance Proportion	0.019512
Covariance Proportion	0.992013	Covariance Proportion	0.980464

Fuente: Elaboración propia

Figura 20. Pronóstico ARMAX precio *spot-e* diario 07/2009-12/2010



Fuente: Elaboración propia

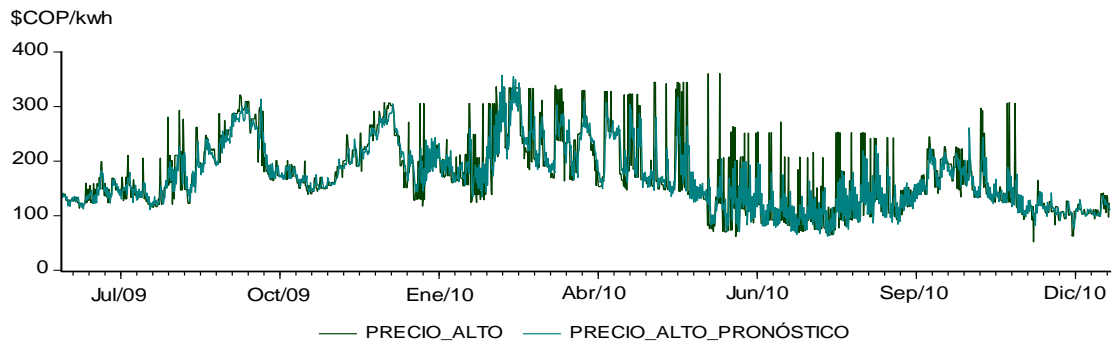
Figura 21. Pronóstico precio *spot* horario alto

PRONOSTICO ARMAX

Forecast: PRECIO_ALT Actual: PRECIO_ALTO Forecast sample: 5482 10407 Included observations: 4926		Forecast: PRECIO_ALT Actual: PRECIO_ALTO Forecast sample: 10408 12054 Included observations: 1647	
Root Mean Squared Error	17.85867	Root Mean Squared Error	35.15717
Mean Absolute Error	10.39154	Mean Absolute Error	22.11943
Mean Abs. Percent Error	9.845334	Mean Abs. Percent Error	12.78149
Theil Inequality Coefficient	0.083316	Theil Inequality Coefficient	0.095814
Bias Proportion	0.003567	Bias Proportion	0.006014
Variance Proportion	0.070571	Variance Proportion	0.072673
Covariance Proportion	0.925862	Covariance Proportion	0.921313

Fuente: Elaboración propia

Figura 22. Pronóstico ARMAX precio *spot*-ealto horario 07/2009-12/2010



Fuente: Elaboración propia

Los indicadores de pronóstico presentados en los gráficos anteriores se evalúan a partir de los siguientes criterios:

- Raíz error cuadrático medio “RSME” $\left(\frac{\$}{kwh}\right)$: < valor de estos criterios.

$$= \sqrt{\sum_{t=t+1}^n (\hat{y}_t - y_t)^2 / n} \quad (28)$$

- Error medio absoluto “MAE” $\left(\frac{\$}{kwh}\right)$: < valor de estos criterios.

$$= \sum_{t=t+1}^n |\hat{y}_t - y_t| / n \quad (29)$$

- Porcentaje de error absoluto “MAPE”(%) : < *MAPE* modelo simple.

$$= 100 * \sum_{t=t+1}^n |(\hat{y}_t - y_t) / y_t| / n \quad (30)$$

- Coeficiente Theil: cercano a 0.

$$= \sqrt{\frac{\sum_{t=t+1}^n (\hat{y}_t - y_t)^2 / n}{\left[\frac{\sqrt{\sum_{t=t+1}^n \hat{y}_t^2}}{n} + \frac{\sqrt{\sum_{t=t+1}^n y_t^2}}{n} \right]}} \quad (31)$$

Teniendo en cuenta los resultados de la figura 19, los criterios de evaluación mencionados y el MAPE del modelo simple valorado en 7.7 y 8.19% para el periodo muestral y extra muestral respectivamente, se advierte una reducción del error para los mismos periodos, con el modelo ARMAX planteado en este trabajo de investigación.

Por otra parte, el pronóstico muestral y extra muestral realizado con el modelo ARMAX para el precio *spot* de las horas de mayor demanda durante el día, ofrece una reducción del MAPE con respecto al modelo simple de tres puntos porcentuales para los periodos de tiempo en estudio.

Hasta este punto se obtuvo, a través de modelos ARMAX, un pronóstico para el precio promedio diario de la energía y otro para el precio *spot* de las horas de mayor demanda del día, dejando la predicción del precio de las horas de demanda baja y media en poder del modelo simple, a partir del cual se alcanzó un MAPE de 4.21 y 4.04% para el periodo muestral y extra muestral, respectivamente.

Finalmente y a partir de un análisis del comportamiento del MAPE de los modelos de pronóstico aquí presentados (anexo F), se anotan las siguientes observaciones:

- Los mayores errores de pronóstico, en ambos modelos ARMAX (diario y horario), se presentan durante el 2008 y 2010 así como en sus respectivos homólogos simples o ingenuos. Estos años corresponden a los periodos de mayores lluvias o fenómeno de la Niña, donde se presenta la mayor volatilidad del precio *spot-e*, sin embargo la inclusión de variables dummy que representen

estos años o el fenómeno climático, no resultan significativas para la explicación del mismo.

Con respecto al 2008 y en relación a la existencia de un posible cambio estructural durante este año, se evaluó la inclusión de una variable dummy que lo representara sin encontrar resultados satisfactorios, posiblemente por el desconocimiento del momento exacto de dicho cambio.

- En oposición, los años con mejores o menores errores de pronóstico son 2005 - 2006 y 2005-2009 en el modelo ARMAX diario y horario, respectivamente.
- Los menores errores de pronóstico se alcanzan durante los cinco primeros meses del año y los mayores de junio en adelante. Sin embargo, es en el segundo semestre cuando los modelos ARMAX aquí planteados, alcanzan su mejor comportamiento frente a su correspondiente modelo simple e ingenuo.
- En armonía con el punto anterior, el error de pronóstico es ligeramente superior durante el invierno (mayo-noviembre) con respecto a la estación de verano (diciembre-abril), definida por la CREG.
- Mientras que con el modelo diario los mayores errores de pronóstico se obtienen los días sábado, domingo y lunes, con el modelo horario alto los menores errores se logran los días viernes, sábado y domingo.
- Existe una relación en ambos modelos ARMAX entre los errores de pronóstico superiores al 10% y las fallas del SIN o de las diferentes unidades de generación, entre otros eventos.
- Se observa una mejora o ventaja de los modelos ARMAX, frente a sus correspondientes modelos ingenuos, puesto que disminuyen considerablemente el porcentaje de errores superiores al 20% y a su vez incrementan el porcentaje de errores inferiores al 10%.
- En cuanto al pronóstico simple del precio de las horas de demanda baja y media se observa que los mayores errores de predicción se presentan en las horas 0, 22 y 23 con casi el doble del error promedio de las demás horas del día, mientras que los menores errores corresponden a los días viernes, sábado y domingo.

7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

A pesar de haber sido uno de los pioneros en el proceso de liberalización y de encontrarse un paso adelante de los demás países latinoamericanos, el MEM aún es un mercado en proceso de transición hacia una competencia perfecta y total, como lo demuestra la poca participación de la demanda en la formación del precio *spot*, la inexistencia de un mercado en tiempo real y el sostenimiento de la regulación en el mercado minorista. Esta situación genera un precio muy vulnerable a múltiples eventos externos, expuesto a intervenciones del regulador y por ende a cambios estructurales en su proceso de formación.

Tanto a nivel nacional como internacional se han explorado diferentes métodos para la predicción del precio *spot* de la energía, desde modelos ARIMA hasta redes neuronales, identificando a partir de todos ellos la alta volatilidad del precio bajo estudio y la necesidad de incluir factores estacionales y variables exógenas que permitan mejorar la calidad del pronóstico. Sin embargo, al realizar estas predicciones en casi ninguna de las investigaciones revisadas se establece un patrón de referencia o factor de comparación que permita establecer la real aptitud del modelo para el ejercicio de pronóstico y por ende la justificación de la implementación del mismo.

La serie de precio *spot-e* colombiana es una serie altamente volátil, caracterizada por su sensibilidad frente a los cambios en los factores climáticos y otros eventos del SIN (atentados, fallas, resoluciones), que ha madurado a través de los años mostrando una mejor capacidad de equilibrio frente a los mismos. Sin embargo, las condiciones climáticas extremas de los dos últimos años, que han llevado al precio *spot* a romper las barreras del precio de escasez, demuestran que en su orden el país, el sistema y el mercado no se encuentran preparados para sortear adecuadamente estas situaciones y mantener la estabilidad del precio *spot* de la energía.

Gracias a la regulación del comercio minorista de energía, los precios elevados del mercado mayorista no se trasladan al consumidor final, por esta razón, antes de realizar una apertura total del sistema es necesario garantizar la cobertura de la demanda y en seguida la estabilidad del precio *spot* frente a eventos externos.

Se identifican dos cambios estructurales en la serie de precio *spot* en el años 2004 y 2008, los cuales requieren ser estudiados más a fondo para encontrar sus causas y su punto exacto de incidencia y de esta manera poder incluirlos en posteriores estudios de modelamiento.

A causa de la alta volatilidad del precio, difícilmente el modelo ARIMA logra la mejor representación del precio *spot-e*, es necesario además modelar su desviación estándar a través de modelos GARCH e incluir variables exógenas que amplíen la explicación del mismo, formando modelos de regresión dinámica y ARMAX. Particularmente en el caso colombiano, la mejor representación del precio *spot* diario se alcanza con un modelo $ARIMAX(7,1,1,1) * (0,0,14)$, $GARCH(1,1)$; para el precio *spot-e* horario medio y bajo se prefiere el modelo simple o ingenuo y para la serie *spot* formada por los precios de las horas de mayor demanda se tiene un modelo $ARIMAX(3,0,3,3) * (0,3,42)$, $GARCH(1,1)$.

Para los dos modelos aquí planteados se encuentra que la variable de influencia más significativa es el precio medio de los contratos, observando que a su vez este puede ser explicado por la expectativa futura del precio *spot-e*, por lo cual se recomienda para estudios posteriores la evaluación de causalidad entre estas dos variables y la elaboración de un modelo de Vector Autoregresivo “VAR” que represente en forma adecuada dicha relación.

Por otra parte y en cuanto al comportamiento mostrado por el precio de las horas 0, 21, 22 y 23, donde se presenta el mayor error de pronóstico con el modelo

simple, se recomienda agruparlo con el de las horas de mayor demanda 18, 19 y 20 para elaborar un único modelo que pueda explicar los movimientos de este bloque de horas nocturnas.

Finalmente, teniendo en cuenta los múltiples saltos que presenta la serie de precio *spot-e* a lo largo del tiempo, se recomienda realizar un estudio detallado de los mismos y plantear un modelo de salto difusión que pueda representarlos en forma adecuada y mejorar el pronóstico de la serie en cuestión.

REFERENCIAS

BOTERO, Sergio y CANO, Jovan Alfonso. Estado del arte en la estimación de los precios de la energía en el mercado spot. En: Revista Energética. Medellín, Julio 2007, no. 37, p. 23-30.

BOTERO, Sergio y CANO, Jovan Alfonso. Análisis de series de tiempo para la predicción de los precios de la energía en la bolsa de Colombia. En: Cuadernos de Economía. Bogotá 2008, vol. 27 no. 48, p. 173-208.

BOWERMAN, B.L. y O'connell, RT. ARIMA models by time series forecasting. 2 ed. Boston. Duxbury Press. 1993.

BOX, George E. y JENKINS, Gwilym M. Time series analysis; forecasting and control. San Francisco, California. Holden-Day Inc. 1976.

CAISO website. Disponible en: www.caiso.com.

Centro de Despacho Económico de Carga CDEC- SIC/ SING. Disponible en: https://www.cdec-sic.cl/index_es.php y <http://cdec2.cdec-sing.cl/portal>.

CONTRERAS, Javier; ESPINOLA, Rosario; NOGALES, Francisco y CONEJO, Antonio. ARIMA models to predict next-day electricity prices. En: IEEE Transactions on Power Systems. Agosto 2003, vol. 18 no. 3, p. 1014-1020.

CREG website. Disponible en: www.creg.gov.co.

Derivex S.A. website. Disponible en: www.derivex.com.co.

FERNANDEZ PÉREZ, José Carlos. Análisis y evaluación de mercados eléctricos liberalizados a escala internacional. Tesis de Máster en Gestión Técnica y Económica en el Sector Eléctrico. Madrid, España. Universidad Pontificia Comillas. Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI). Instituto de Postgrado y Formación Continua, 2002.

FERNANDEZ PÉREZ, José Carlos. Experiencias Internacionales en mercados eléctricos liberalizados. En: Anales de Mecánica y Electricidad. Marzo-Abril 2003. p. 70-76.

GEMAN, Héltette y RONCORONI, Andrea. Understanding the fine structure of electricity prices. En: Journal of Business. 2006, vol. 79 no. 6.

GIL ZAPATA, Martha María y MAYA OCHOA, Cecilia. Modelación de la volatilidad de los precios de la energía eléctrica en Colombia. En: Revista de Ingenierías Universidad de Medellín. Enero-Junio 2008, vol. 7 no. 12, p. 87-114.

GRAJALES BEDOYA, Duván. Modelación del precio de la energía en Colombia usando un modelo de inferencia neurodifuso (ANFIS). En: Revista Soluciones de Postgrado EIA. Enero 2009, no. 3, p. 25-38.

GUAJARATI, Damodar N. Econometría. 4ed. Mexico, D.F. McGraw-Hill. 2004.

LIRA, F; MUÑOZ, C; NÚÑEZ, F y CIPRIANO, A. Short-term forecasting of electricity prices in the Colombian electricity market. En: IET Generation, Transmission y Distribution. 2009, vol. 3, p. 980-986.

LONDOÑO HERNANDEZ, Sandra Milena y MONCADA LOZAN, Carlos Arturo. Revisión de herramientas aplicadas al modelamiento de mercados de

electricidad.En: Revista Ingeniería e Investigación. Diciembre 2009, vol. 29 no. 3, p. 67-73.

MIBEL website. Disponible en: www.mercadoibericoenergia.org.

MILLÁN, Jaime. La segunda generación de bolsas de energía: lecciones para América Latina. Disponible en: <http://idbdocs.iadb.org/wsdocs>.

NOGALES, Francisco; CONTRERAS, Javier; CONEJO, Antonio y ESPINOLA, Rosario. Forecasting next-day electricity prices by time series models.En: IEEE Transactions on Power Systems. Mayo 2002, vol. 17 no. 2, p. 342-348.

Nordpool Spot website. Disponible en: www.nordpoolspot.com.

OMEL website. Disponible en: www.omel.es.

OTERO, José M. Econometría: series temporales y predicción. Madrid, España. Editorial AC. 1993.

PEREZ LOPEZ, Cesar. Econometría avanzada técnicas y herramientas. Madrid, España. Prentice-Hall. 2008.

PJM ISO website. Disponible en: www.pjm.com.

SAN ROMÁN PULIDO, Antonio y PÉREZ GARCÍA, Julián. Modelos Econométricos. Guía para la elaboración de modelos econométricos con Eviews. [s.l.] Ediciones Pirámide.

SCHWARTZ, Eduardo S. y LUCIA, Julio J. Electricity prices and power derivatives: evidence from the Nordic Power Exchange. En: Review of Derivates Research. Junio 2000, vol. 5 no. 1, p. 5-50.

VELÁZQUEZ, Juan; DYNER, Isaac y SOUZA, Reinaldo. Modelado del precio spot de la electricidad en Brasil usando una red neuronal autoregresiva. En: Revista Chilena de Ingeniería. Diciembre 2008, vol. 16 no. 3, p. 394-403.

XM Compañía de Expertos de Mercado S.A. ESP website. Disponible en: www.xm.com.co.

WOOLDRIDGE, Jeffrey M. Introducción a la Econometría. Un enfoque moderno. 2 ed. Madrid, España. Paraninfo, S.A. 2006.

ANEXO A

Cuadro comparativo mercados de energía eléctrica

		Colombia	Chile	California	PJM	Nord Pool	España
Capacidad		13,496 MW	15,242 MW	57,124 MW	164,904 MW	94,624 MW	93,729 MW
Población		45,656,937	17,094,275	30,000,000	51,000,000	50,000,000	47,021,031
Fuente	Hidráulico	66.7%	35.1%	9.0%	4.5%	51.6%	16.8%
	Térmico	32.8%	64.3%	39.0%	76.5%	25.2%	42.8%
	Nuclear	0.0%	0.0%	15.0%	18.5%	12.2%	7.8%
	Renovables	0.2%	0.6%	7.0%	0.5%	13.0%	23.8%
	Otros	0.3%	0.0%	30.0%	0.0%	0.0%	8.9%
O. Sistema		XM	CDEC	CAISO	PJM-ISO	uno en cada país	REE
Modelo de mercado		Competencia mayorista	Pool generadores	Competencia mayorista	Competencia mayorista	Elección consumidores	Elección consumidores
Año de inicio		1995	1982	1998	1997	1996	1998
O. Mercado		XM	CDEC	CAISO	PJM-ISO	Nord Pool Spot AS	OMEL
O. Derivados		DERIVEX	-----	-----	CME	Nord Pool ASA	OMIP
Mercados		OTC Diario-spot Derivados financieros	Regulado Diario-spot Libre	OTC DAM RTM-spot	OTC DAM RTM-spot Derivados financieros	OTC DAM -Elspot RTM-Elbas Derivados financieros-Eltermin Minorista-retail	OTC Diario-spot Intradiario Derivados físicos y financieros. Minorista-retail
Participación		Obligatoria Capacidad>20 MW Voluntaria Capacidad<20 MW	Obligatoria	Voluntaria	Voluntaria	Voluntaria	Obligatoria
Ofertas		Q y P	Costo operación	Q y P	Q y P	Q y P	Simple o compleja
Demanda		Esperada	Esperada	Oferta Q y P	Oferta Q y P	Oferta Q y P	Oferta simple/compleja
Precio Spot		Marginal horario	Marginal horario	Marginal-nodal horario	Marginal-nodal horario	Marginal-zonal horario	Marginal-zonal horario

ANEXO B

Modelos de predicción del precio spot de la energía eléctrica: Evidencia internacional y nacional

Proyecto	Serie	Mercado	Modelo	Estimación	Variables	Predicción
Electricity prices and power derivatives evidence from the Nordic Power Exchange 2000	Diaria Nivel y log-precio	Nordpool	Función determinística más proceso de reversión a la media con media de largo plazo igual a cero y velocidad	MCO no lineal	*Día Hábil *Mes	MAPE % : 4.98/ 1.176
Forecasting next-day electricity prices by time series models 2002	Horario Log-precio	España	Regresión dinámica- ARX	Algoritmo optimización máxima verosimilitud	*Demanda	MAPE%: 5.07/ 5.11
			Función de transferencia			MAPE %: 5.17/ 4.94
		California	Regresión dinámica- ARX			MAPE%: 2.95%
			Función de transferencia			MAPE% 2.97%
ARIMA models to predict next-day electricity prices 2003	Horario Log-precio	España	ARIMA	Algoritmo optimización máxima verosimilitud	*Demanda *Disponibilidad Hidráulica	MAPE% 10.39/ 10.56
		California			*Demanda	MAPE%: 5.01/ 5.21
Understanding the fine structure of electricity prices 2006	Diario Log-precio	COB PJM ECAR	Modelo estocástico de reversión a la media, con media determinística y un componente de salto.	Algoritmo optimización máxima verosimilitud	-----	-----
Modelado del precio spot de la electricidad en Brasil usando una red neuronal autoregresiva 2008	Mensual Log-precio	Brasil	Red neuronal autoregresiva ARX-NN	Perceptrón multicapa-contraste verosimilitud	*Embalse Agregado *Afluente al Embalse	MAE: 0.4254

Proyecto	Serie	Datos	Modelo	Estimación	Variables	Predicción
Análisis de series de tiempo para la predicción de los precios de la energía en la bolsa colombiana. 2008	Mensual corriente	Ene 96/Jun 07	Modelo autoregresivo AR(2)	MCO	-----	R^2 : 74%
		Abr 98/Jun 07	Modelo de estacionalidad, tendencia y media móvil MA(1)	Sistema de ecuaciones Yule-Walker	*Mes *Tendencia	R^2 : 98,67%
		May 98/Jul 00				R^2 : 99,77%
		Jun 01/Jun 07				MAPE %: 1.921
Modelación de la volatilidad de los precios de la energía eléctrica en Colombia 2008	Horario D(1) D(Log,1)	Dic 99/Nov 06	Función determinística más proceso de reversión a la media con media de largo plazo igual a cero y velocidad de ajuste k; AR(24)	-----	*Demanda alta-baja *Día *Niño- niña *Mes	β_i/α_i : significativos
Modelación del precio de la energía en Colombia usando un modelo de inferencia neurodifuso ANFIS 2009	Diario	2000 a 2007	Modelo de inferencia neurodifuso ANFIS, reglas de Takagi-Sugeno	-----	*AR(1) *Nivel embalse *Aporte ríos	50 parámetros:32 lineales y 18 de conjuntos difusos y8 reglas. Ajuste gráfico aceptable
Previsión a corto plazo de los precios de la electricidad en el mercado eléctrico colombiano 2009	Tres series de precio: bajo, medio y alto USD/MWhD(1)	Identificación Jun 98/Nov 03	ARMAX(3,3,1)	RLS	*Demanda *Precio oil *Nivel embalse *Aporte ríos	MAPE% 6/ 4.8/ 5.6
			PARMAX (3,3,1)		*Todas las anteriores *Día	MAPE% 6.4/ 5.3/ 6.7
		Validación Nov 03/Nov05	ARX (3,0,1)	Filtro Kalman	*Todas las anteriores	MAPE% 6/ 4.7 /6.1
		Red Neuronal	Algoritmo de propagación hacia atrás -	*Todas las anteriores	MAPE% 6.1/ 4.9/ 6.1	
		TSK	-----	*Todas las anteriores	MAPE% 6/ 4.8/ 5.4	

ANEXO C

Análisis descriptivo e inferencial de la serie de precio spot 1995-2009

Observaciones

1995

- Se observan precios muy bajos y constantes con excepción de noviembre y diciembre, donde el precio se alcanza un valor máximo de 179 \$/Kwh.
- Gran variación entre los diferentes precios horarios; desviación estándar anual superior a la media; coeficiente de variación 149.9%.

1996

- El precio presenta un comportamiento relativamente estable, con un rango de precios entre 0 \$/Kwh y 50 \$/Kwh para las horas con menor y mayor demanda respectivamente.
- La serie presenta dos picos, uno el 29 de febrero a las 18 horas por 80 \$/Kwh y otro el 28 de noviembre a las 19 horas por 122.67 \$/Kwh.
- Desviación estándar ligeramente mayor a su media. La media es la tercera parte de la media del año anterior. Coeficiente de variación 122.29%.

1997

- Comportamiento estable hasta finales de agosto, cuando inicia una tendencia de crecimiento del precio, altamente volátil y sostenida hasta los primeros meses del siguiente año.
- Los mayores picos de precio se alcanzan el 18 de Septiembre a las 19 horas (273 \$/Kwh) y el 19 de Septiembre a las 11 y 20 horas del día (230 \$/Kwh).
- Disminuye la desviación estándar con respecto a la media, sin embargo la media crece en un 800%. Coeficiente de variación 87.40%.

1998

- Inicia el año con precios altos y muy variables hasta finales de febrero cuando inicia un periodo de descenso. A principios de mayo inicia un periodo de estabilización. El resto del año el precio se mantiene estable.
- Continúa la disminución de la desviación estándar con respecto a la media. La media disminuye casi 20 \$/Kwh. Coeficiente de variación 95.31%.

1999

- Se observa un patrón de comportamiento estable, sin grandes diferencias entre precios horarios, no hay picos ni valles significativos.
- La desviación estándar disminuye considerablemente en relación con los años anteriores y la media es casi la mitad de la media del año anterior. Coeficiente de variación 21.28%

2000

- Se mantiene la tendencia estable del año anterior hasta finales de marzo, cuando el precio crece levemente con mayor variación entre las horas de menor y mayor demanda.
- La desviación estándar es dos veces la del año anterior, pero sigue siendo menor con respecto a la media actual y de otros años. La media está 15 \$/Kwh por encima de la media del año anterior. Coeficiente de variación 35.18%.

2001

- Inicia el año con precios al alza y variaciones significativas entre horas de menor y mayor demanda hasta principios del mes de mayo, cuando el precio empieza a descender para mantenerse entre 30 \$/Kwh y 70 \$/Kwh durante el resto del año. Finaliza el año con precios a la baja.
- Se observa un aumento de 3 y 7 puntos porcentuales en la desviación estándar y en la media, con relación al año anterior. Coeficiente de variación 38.09%.

2002

- El año inicia con precios bajos, sin embargo estos se incrementan hacia finales de enero y presentan variaciones significativas hasta mayo, cuando los precios descienden gradualmente para mantenerse relativamente constantes durante el resto del año.
- Se observa una disminución de 4 y 7 puntos porcentuales en la media y en la desviación estándar respectivamente, en comparación con el año anterior. Coeficiente de variación 24.58%.

2003

- El precio promedio de la energía fue de 66.28 \$/Kwh, con promedios mensuales entre 52.38 \$/Kwh (diciembre) y 79.99 \$/Kwh. El máximo precio horario fue 148 \$/Kwh, durante la hora 19 el 1 de abril y el mínimo precio se presentó entre las horas 0 a 4 el 14 de febrero, con 37.01 \$/Kwh.
- La volatilidad promedio anual disminuyó ligeramente, mientras que el valor de la media aumentó casi un 50%, lo cual hace que la relación desviación media sea significativamente menor con respecto al año anterior. Coeficiente de variación 16.36%. Septiembre es el mes más volátil.

2004

- El precio de la energía se mostró más volátil a partir de finales de febrero y principios del mes de marzo. Coeficiente de variación 19.97%.
- La diferencia de precio entre las horas de mayor y menor demanda se hace mayor con respecto a años anteriores.
- Tanto el coeficiente de asimetría como el de curtosis se incrementan en aproximadamente el 50% de su promedio histórico, mostrando un posible cambio en el comportamiento de la serie.

2005

- Para el año 2005, el precio promedio anual de la energía fue 74.35 \$/Kwh, con promedios mensuales que fluctuaron entre 56.71 \$/Kwh y 87.72 \$/Kwh. El máximo precio horario fue 186.75 \$/Kwh, durante la hora 19 de los días 9 y 10 de septiembre; el precio mínimo se presentó durante las horas 0 a 4 y en la hora 23 del 4 de octubre, con 27.58 \$/Kwh.
- La volatilidad del precio *spot-e* continúa con la tendencia creciente del 2004. Coeficiente de variación 20.64%.
- Disminución significativa de los precios durante el mes de noviembre.

2006

- El precio *spot-e* promedio fue 73.79 \$/Kwh. Junio se caracterizó por ser el mes con el precio promedio mensual más bajo 53.4 \$/Kwh. El máximo valor se presentó a las 19 horas del 18 de octubre con un valor de 281.2 \$/Kwh.

- Se observan grandes picos de precios de septiembre a octubre debido en parte a que el comienzo de la segunda mitad del año fue deficitario en aportes, lo cual hacía suponer la presencia del fenómeno del Niño.
- La volatilidad del precio aumenta casi al doble con respecto al año anterior, mientras que su media permanece igual. Coeficiente de variación 39.89%.

2007

- El precio *spot-e* promedio fue 83.77 \$/Kwh, lo que representó un incremento de 14.7% frente a 2006. Noviembre se caracterizó por ser el mes con el precio promedio más bajo 63.61 \$/Kwh, mientras que febrero fue el mes con el mayor precio promedio del año.
- La desviación estándar del precio *spot-e* y el rango de variación entre los precios de mayor y menor demanda disminuyen nuevamente. Coeficiente de variación 22.33%.

2008

- El precio *spot-e* promedio aumentó ligeramente, en tanto que su desviación estándar incrementó casi un 50% con precios pico de 438.84 \$/Kwh, durante el mes de noviembre.
- Se observa una tendencia creciente de la volatilidad durante del segundo semestre del año. Coeficiente de variación 37.94%.
- Adicionalmente y al igual que en el 2004, los coeficientes de asimetría y curtosis, del histograma de distribución del precio *spot-e*, presentan un cambio abrupto que podría representar una variación en el comportamiento histórico de la serie.

2009

- El precio *spot-e* creció un 56%, al pasar de 87.87 \$/Kwh en 2008 a 139.57 \$/Kwh en 2009.
- El precio de bolsa horario superó al precio de escasez, en dos períodos horarios.
- En los períodos de mayor aporte hídrico el precio promedio diario tiende a permanecer por debajo de 150 \$/Kwh, mientras que en los períodos de menor aporte hídrico el precio alcanzó los máximos valores del año.

- Por otro lado, la volatilidad del precio *spot-e* estuvo 13 \$/Kwh por debajo de la desviación estándar promedio del año anterior. Coeficiente de variación 33.07%.

Hechos

1995

- El comportamiento de los agentes del mercado durante el último mes del año, refleja la escasez del agua como fuente de generación.

1996

- Se permite a los agentes privados generar energía eléctrica.
- El sector industrial tuvo que asumir el sobre costo por concepto de compra de energía eléctrica.
- El Ministerio de Minas y Energía a través de la UPME y del INEA, implementó el Plan Nacional de Uso Racional de la Energía (PlaNURE).

1997

- Se venden a inversionistas privados las centrales Chivor, Betania, Tasajero, Termo Cartagena y el 65% de EPSA.
- Se reestructura la Empresa de Energía de Bogotá EEB en una casa matriz y dos filiales, las empresas de generación y comercialización EMGESA y de distribución y comercialización CODENSA.
- El calentamiento del Pacífico Sur produjo a finales de 1997 y principios de 1998 una sequía de características de intensidad fuerte.
- El mecanismo de definición de precios de corto plazo se puso a prueba. Se exigió al máximo la capacidad de respaldo de la generación térmica que alcanzó a generar el 49% de la demanda. Se identificaron limitaciones en el suministro de gas natural pero fueron cubiertas por la utilización de Fuel Oil como combustible alternativo.
- La hidrología alcanzó el 39% de la media histórica del mes de febrero. Esta condición produjo los precios de bolsa más altos durante la operación del mercado.

1998

- La SSPD interviene las electrificadoras de la Costa Atlántica y nombra liquidador.

- Se reestructuran las electrificadoras de la Costa Atlántica y CORELCA en una empresa de generación y comercialización de energía con el mismo nombre CORELCA, de transmisión TRANSELCA y de distribución y comercialización ELECTRICARIBE y ELECTROCOSTA. El 65% de estas dos empresas de distribución es vendido a inversionistas privados. ISA en concurso adquiere el 65% de TRANSELCA.
- El fenómeno del Niño fue seguido del fenómeno opuesto: La Niña. Los bajos caudales de principios de 1998 fueron compensados con los altos caudales durante el resto del año.

1999

- El promedio anual de aporte hídrico fue del 109% del promedio histórico. Los niveles de embalse se recuperaron y la utilización de estas reservas fue mínima durante el verano de este año.
- Según información del DANE el PIB de los años 1998 y 1999 fue del 0.56% y -4.2% respectivamente. Una recesión económica que produjo a su vez un efecto importante sobre la demanda de energía eléctrica, la cual presentó crecimientos de 0.22% y -4.9% para los mismos años.
- La reducción de demanda tuvo varias implicaciones en el mercado, asociadas con el desajuste entre la demanda y la capacidad instalada. La reserva de potencia creció al 61% en 1998 con un valor máximo del 69% en el año 2001, como consecuencia de la entrada de proyectos que habían iniciado su construcción con anterioridad.
- Al finalizar 1999 el STN tenía 7.947 km de circuitos, incluyendo solo líneas de transmisión y subestaciones del STN a 230 y 500 Kw.
- Las inversiones en infraestructura alcanzaron los 276.611 millones de pesos en 20 proyectos del STN.
- Por otra parte, entre enero de 1999 y mayo de 2000, ISA registró un sinnúmero de atentados a la infraestructura del STN y SDL, que representaron pérdidas para el sector eléctrico y para la economía nacional, debido a la demanda no atendida de electricidad. Se invirtieron 4.2 millones de dólares en reparaciones.

- La Resolución CREG 074 de 1999 que determina la asignación de 100% de restricciones a los comercializadores, desencadena el incremento en las ofertas de algunos generadores con generación de seguridad.

2000

- Se suspenden los procesos de venta de ISAGEN e ISA a inversionistas estratégicos.
- Se derribaron 448 torres de energía, lo cual obligó la operación de generadores fuera de mérito para sostener las condiciones de seguridad de la operación de la red.
- La indisponibilidad de líneas produce islas en el sistema; algunas de estas islas solo pueden ser atendidas por uno o dos generadores, es decir, sin competencia para atender la demanda se incrementan los precios de oferta y con esto los valores de las restricciones.

2001

- ISA coloca el 24% de sus acciones en poder del público mediante dos procesos de oferta en la Bolsa de Valores.
- La generación térmica no fue inferior al 11% en el 2000 y al 17% en el 2001, por efectos de la generación de seguridad requerida para mantener en operación el sistema, ante los atentados a la red de transmisión.
- El incremento de los precios de oferta como efecto de la Resolución CREG 034 de 2001 que interviene los precios de generación de seguridad, es un ejemplo de cambio de estrategia por efectos regulatorios.
- La Resolución CREG 027 de 2001 que suspende la permanencia por siete días del precio de plantas fuera de mérito, tiene por efecto en algunos generadores, disminuir los precios de oferta, dando como resultado una libertad de precio que cuando no existía se compensaba con aumento del precio.
- La Resolución CREG 026 de 2001 que determina el cambio de formato a oferta única diaria, tiene por efecto disminuir el precio de oferta, en algunos generadores térmicos para ser despachados en más horas y algunos hidráulicos para competir con las plantas térmicas.

2002

- Se superó la demanda de energía del año 1998, lo que equivale a un período de 4 años de atraso en el crecimiento del sector.

2003

- La generación hidráulica presentó su máximo nivel en el año 2003, alcanzando el 86% de cubrimiento de la demanda del mes de julio.
- En marzo se puso en funcionamiento el esquema de Transacciones Internacionales de Energía de Corto Plazo TIE, con el Ecuador. El impacto que las transacciones TIE tiene sobre el precio de bolsa promedio mensual se estimó como un incremento máximo de 4.8% en el mes de septiembre y valor mínimo de 0.30% en el mes de mayo de 2003.
- La Resolución CREG 004 de 2003 que establece la regulación aplicable a las TIE, tiene por efecto incrementar los precios de oferta de algunos generadores.

2005

- De acuerdo con el IDEAM, el calentamiento anómalo de las aguas del Atlántico a mediados del 2005, explicó la reducción de precipitaciones y caudales sobre la región oriental de Colombia durante esa época del año, especialmente durante los meses de julio y agosto. En los últimos cuatro años del índice ENSO ha sido ligeramente positivo (El Niño) y durante 2005 se observó la transición hacia valores negativos (La Niña).
- A finales del año, el país dispuso de 4,187 GPC de reservas comerciales, lo que significa una relación reservas/producción de 22 años.
- El número de atentados a la infraestructura eléctrica del país aumentó 124% con respecto a los ocurridos en el 2004, no obstante la demanda no atendida fue sólo del 0.15% de la demanda de energía del SIN.

2006

- Se cambia el Cargo por Capacidad por el Cargo por Confiabilidad, mediante la resolución CREG 071 de 2006. Se pasa de remunerar la capacidad instalada y disponible en el sistema, a la capacidad firme con garantías a la demanda de esta firmeza. Este nuevo esquema pretende introducir mecanismos orientados a mercado mediante la implementación de una

subasta de un producto denominado Energía Firme⁶⁰. Para lo anterior el regulador definió un Precio de Escasez⁶¹ a partir del cual los generadores con obligaciones de Energía Firme cubren la demanda. A cambio de la remuneración, los generadores adquieren la obligación de entregar su Energía Firme asignada, a un Precio de Escasez definido por el regulador.

- El número de atentados a la infraestructura eléctrica del país aumentó el 31.7% con respecto a los ocurridos en el 2005; la demanda no atendida fue del 0.03% de la demanda de energía del SIN en dicho año.
- Resolución 112: por la cual se adoptan normas para promover la competencia en el MEM. Se definen las funciones del Promotor de las subastas de Energía Firme.
- A partir del 01/12/2006 se elimina la intervención del precio de oferta de los recursos hidroeléctricos cuyo embalse se encontrara por debajo del nivel denominado Mínimo Operativo Superior por lo que el embalse ofertable⁶², a partir de la fecha en mención, es igual al Volumen útil diario.

2007

- Los ríos asociados al SIN presentaron aportes que alcanzaron un nivel agregado de 104.7% de los valores medios históricos, puesto que a finales de este año nace, crece y se madura el fenómeno de La Niña.
- Se registró una gran disminución en el número de atentados a la infraestructura eléctrica del país.
- Resolución 102 y 111: Por la cual se adoptan reglas y procedimientos para la Subasta de Asignación de Obligaciones de Energía Firme del cargo por confiabilidad en el MEM que se abrirá el 6 de mayo de 2008.

2008

⁶⁰La Obligación de Energía Firme se definió como el “Vínculo resultante de la Subasta o del mecanismo que haga sus veces, que impone a un generador el deber de generar, de acuerdo con el Despacho Ideal, una cantidad diaria de energía durante el Período de Vigencia de la Obligación, cuando el Precio de Bolsa supere el Precio de Escasez”.

⁶¹El precio de escasez representa los costos variables de una planta térmica marginal, a través del cual se reflejan los precios internacionales de combustibles y su posible impacto sobre los costos de las plantas térmicas en el sistema colombiano.

⁶²Es el margen resultante de restar del nivel actual del embalse agregado, el nivel establecido como reserva (Mínimo Operativo Superior). El embalse ofertable mide la cantidad de energía hidráulica del país, disponible para transar en el MEM.

- La generación de energía aumentó en 1.2%, donde la producción con tecnología hidráulica aumentó 3.77% y desplazó parte de la tecnología térmica que disminuyó su generación total en 14.7%.
- El aumento de la generación hidráulica corresponde principalmente al efecto del fenómeno de La Niña (aportes hídricos con un valor de 119% del promedio histórico), sumado al incremento de los costos de generación térmica a causa del comportamiento de los precios de combustibles durante 2008.
- El 6 de mayo se dio inicio a la primera subasta de Energía Firme de Colombia⁶³, que garantiza una energía firme de 65.87 Twh año a partir de 2012. Una segunda asignación se realizó en junio 13 de 2008, para plantas de generación que entrarán en operación progresivamente desde diciembre de 2014 hasta 2019:
- Existe una desaceleración económica del país, lo cual se reflejó en la disminución del consumo de energía de la industria manufacturera. En contrapeso, la actividad de Minas y Canteras, aumentó su consumo de energía principalmente en las sub - actividades para la extracción de Petróleo, Gas, Hierro y Carbón).
- Se observó un efecto de los precios de combustibles y la TRM sobre los costos variables de generación térmica en pesos por kilovatio y la variación del precio de bolsa durante los períodos de cambios de estación hidrológica.

2009

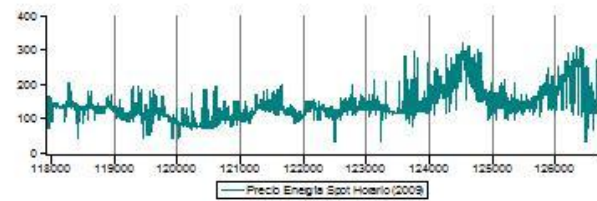
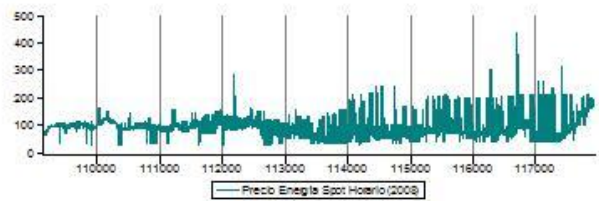
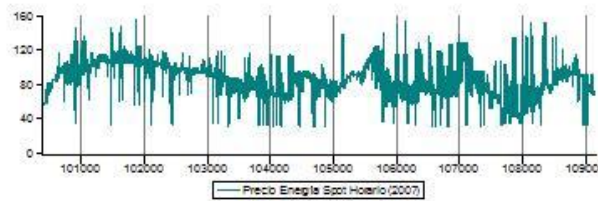
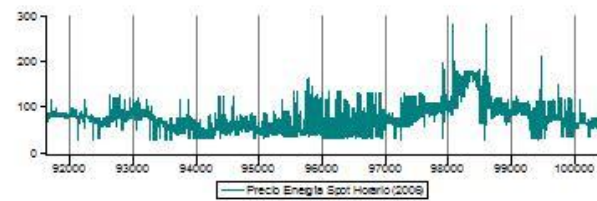
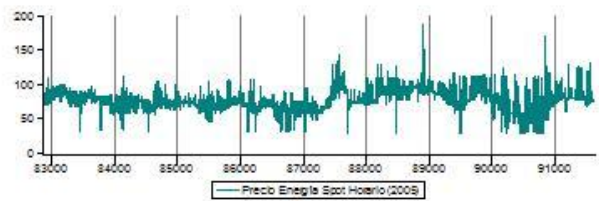
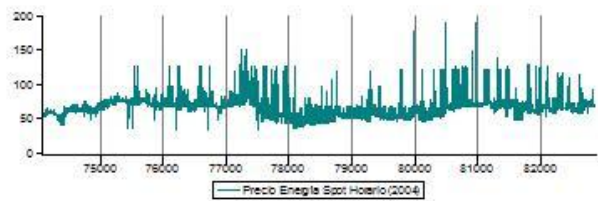
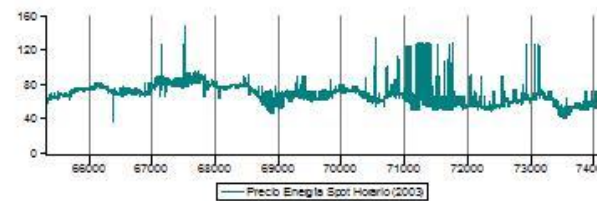
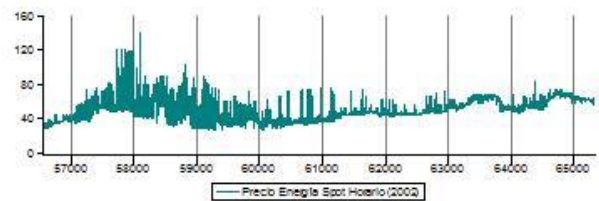
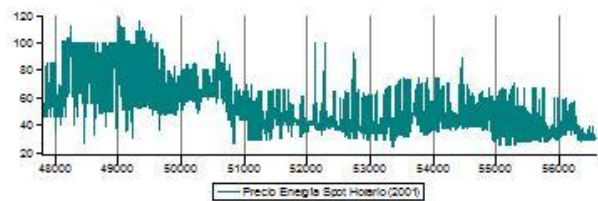
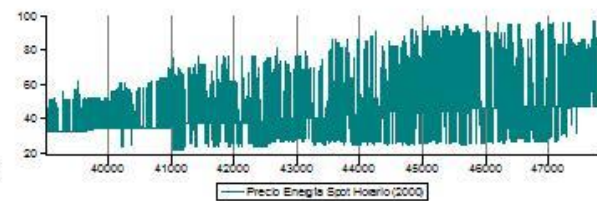
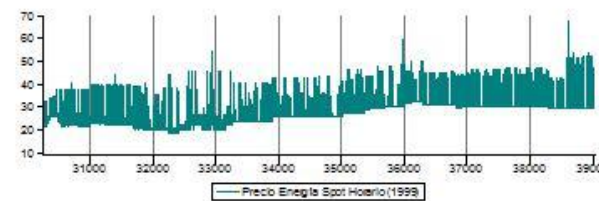
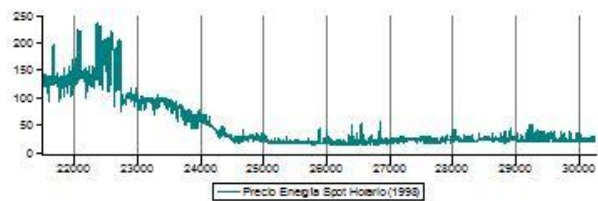
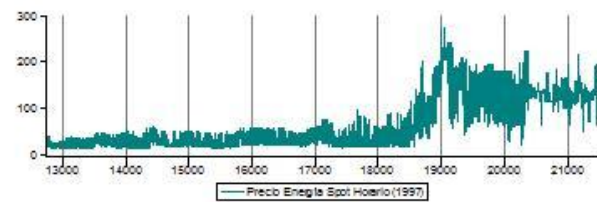
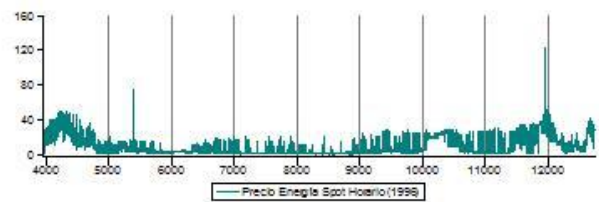
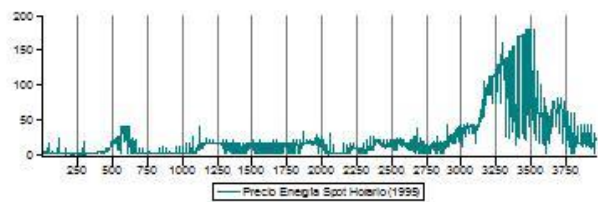
- La producción de energía creció en 0.8 % y la máxima demanda en 2.9%; cifras inferiores al crecimiento registrado en años previos, debido a los efectos de la crisis financiera internacional.
- El clima se caracterizó por la transición desde La Niña (2008-09) a El Niño (2009-10). El déficit de aportes energéticos para 2009 fue cercano al 11%., sin embargo, los aportes energéticos “en exceso” durante la primera parte

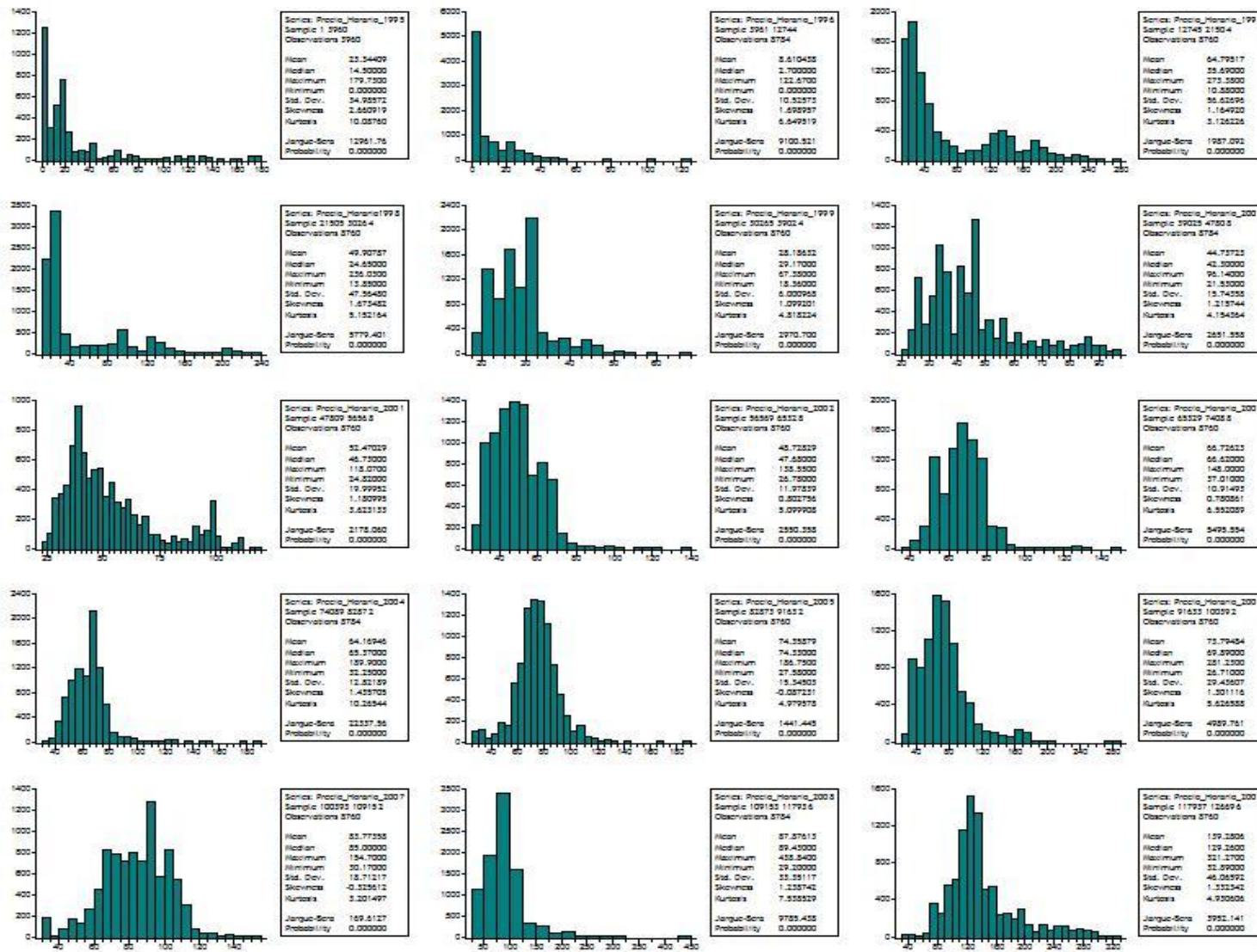
⁶³A través de las subastas de obligaciones de Energía Firme, toda la demanda doméstica en Colombia contrata un precio máximo para su atención en el futuro. El producto transado en este mercado son obligaciones de energía firme, con precio de ejercicio denominado precio de escasez y prima denominada cargo por confiabilidad.

del año permitieron atenuar el impacto de ocho meses consecutivos deficitarios en aportes (88.8% de la media histórica).

- El mayor consumo de gas para generación y las limitaciones en el transporte del mismo, conllevaron a dificultades en el abastecimiento de la demanda, que obligó al Ministerio de Minas y Energía a decretar racionamiento programado de gas de forma indefinida a finales de septiembre.
- Desde octubre se observa una reducción de las exportaciones internacionales, como parte de las acciones ejecutadas para enfrentar la drástica disminución del recurso hídrico debida al evento El Niño.
- Resolución CREG 006, 015 y 063: expide normas para el manejo de información orientadas a promover y preservar la libre competencia en el MEM.
- Resolución CREG 127: suspende temporal y parcialmente la aplicación de las normas sobre manejo confidencial de la información de que tratan las resoluciones CREG 006 y 015 de 2009.
- Resolución CREG 159: modifica la Resolución CREG-127 de 2009.
- Resolución CREG 051, 076 y 089: modifica el esquema de ofertas de precios, el Despacho Ideal y las reglas para determinar el precio de Bolsa en el MEM.
- Resolución CREG 137: dicta normas transitorias sobre funcionamiento del MEM.

Año	Demanda Gwh	% Var	% Var Anual PIB	Aporte Rios Gwh	% Var Anual IPC
1998	42,624	0	0	36,315	16.7
1999	40,669	-4.59	-4.32	43,959	9.23
2000	41,355	1.69	2.92	44,233	8.75
2001	43,236	4.55	2.20	36,956	7.65
2002	44,853	3.74	2.50	40,684	6.99
2003	46,919	4.61	4.60	41,909	6.49
2004	48,618	3.62	4.70	48,662	5.50
2005	50,592	4.06	5.70	44,934	4.85
2006	52,494	3.76	6.90	51,124	4.48
2007	53,792	2.47	7.50	49,067	5.69
2008	54,433	1.19	2.50	57,389	7.67
2009	56,123	3.10	1.50	43,152	2.00

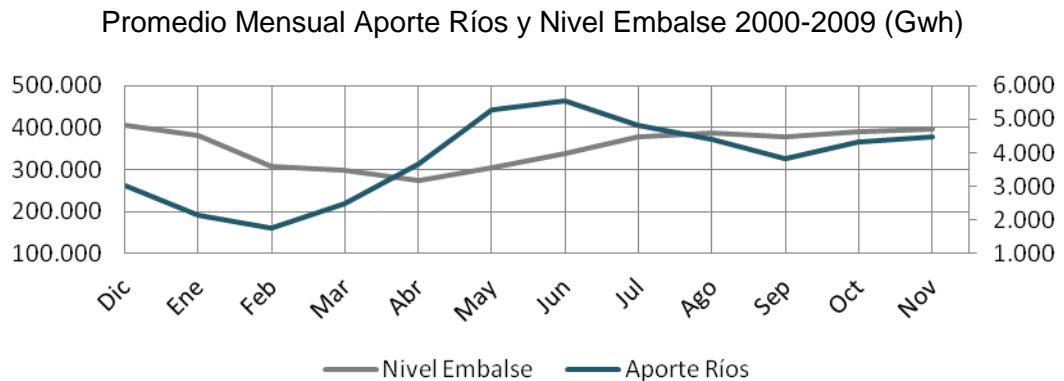




ANEXO D

Evaluación de factores de influencia

Variables hídricas



- Como se esperaba existe una relación lineal positiva entre el aporte de los ríos y el nivel del embalse, del 16%. El retardo del nivel del embalse (aproximadamente tres meses) con respecto al aporte de los ríos, representa la capacidad de almacenamiento del recurso hídrico en los embalses, la cual permite respaldar la generación de energía, durante el verano.
- Por otra parte, los embalses presentan sus niveles más altos durante los últimos meses del año (octubre, noviembre y diciembre) los cuales han sido llenados durante la temporada de invierno y están listos para respaldar a los generadores durante el verano que inicia el primero de diciembre de cada año. Del mismo modo los niveles más bajos de los embalses se presentan en marzo, abril y mayo cuando inicia la temporada de invierno.
- En cuanto al aporte de los ríos se verifica su coincidencia con las estaciones climáticas definidas por la CREG para Colombia⁶⁴.
- Con respecto a la relación de las variables hídricas con el precio *spot-e*, se observa una correlación negativa más fuerte con el aporte de los ríos que con el

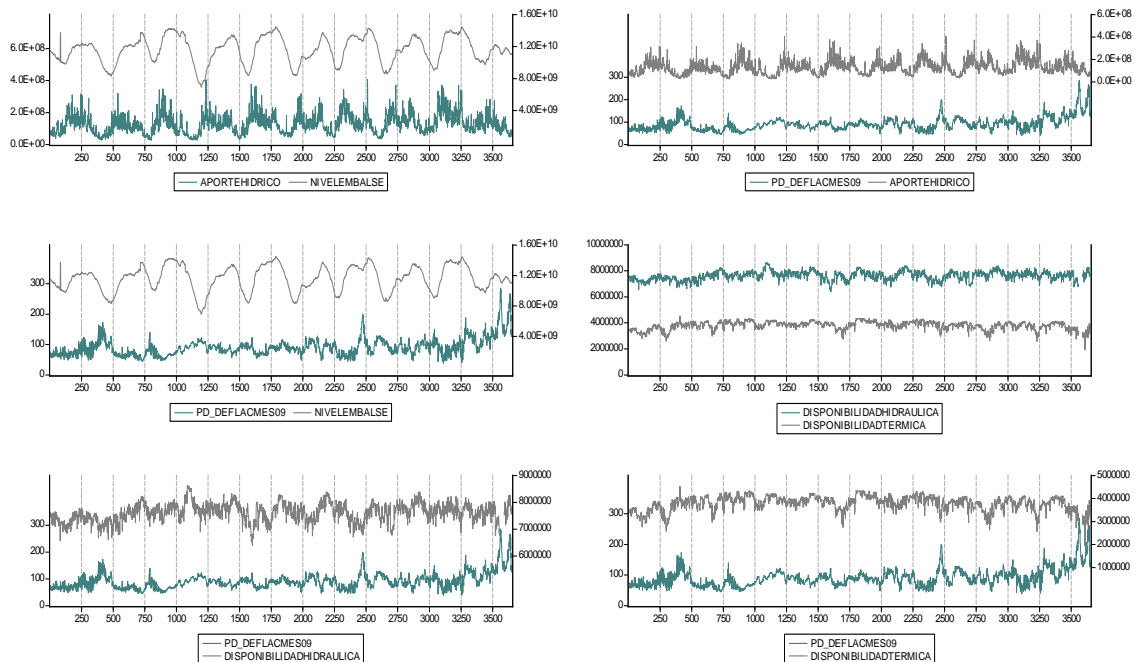
⁶⁴Estación invierno: 1 de mayo a 30 de noviembre, estación verano: 1 de diciembre a 30 de abril. Resolución CREG 98 de 1996.

nivel del embalse, lo cual indica que los precios aumentan cuando las lluvias disminuyen (especialmente en diciembre) aunque los embalses estén llenos, puesto que los generadores cobran el costo de oportunidad de vender en ese momento el agua, que escaseará en mayor medida durante los siguientes meses.

Variables de disponibilidad

- Gráficamente no se percibe ninguna relación directa o inversa entre la disponibilidad térmica y la hídrica, puesto que estas variables dependen de factores internos del generador como la capacidad instalada, el nivel de contratación, los mantenimientos programados y/o las fallas de las unidades de generación. Se observa que la disponibilidad hidráulica es, durante la mayor parte del tiempo, el doble de la térmica, lo cual se explica por la distribución 60-30 del sistema eléctrico del país.

Variables hídricas y de disponibilidad Vs Precio *spot-e* diario



- Como se presume por las leyes de oferta y demanda, bajo la cual a menor oferta mayor precio, se observa una correlación negativa entre las variables de disponibilidad térmica e hidráulica con respecto al precio *spot-e*.
- El incremento del precio *spot-e* durante el periodo de escasez de aguase explica en términos económicos por dos hechos: el primero la disminución de la oferta o bien ofertado (fuente de energía hidráulica) y el segundo el aumento del costo de la oferta, puesto que las unidades térmicas, más caras que las hidráulicas, deben salir a respaldar la generación de energía.

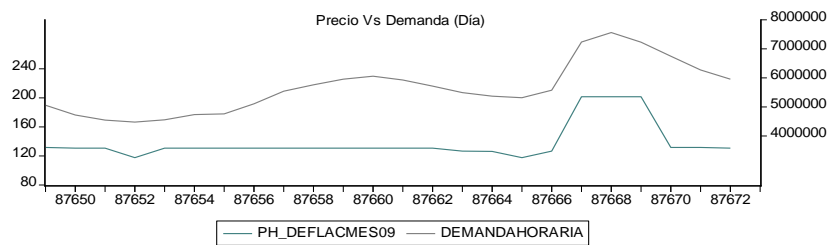
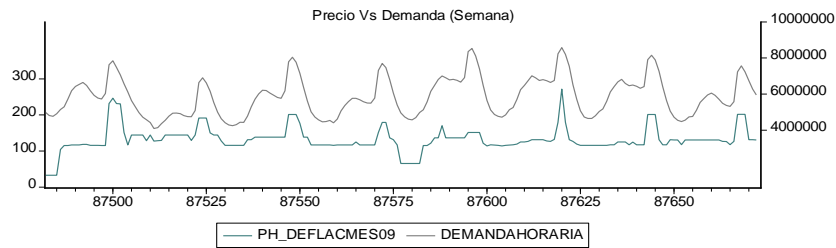
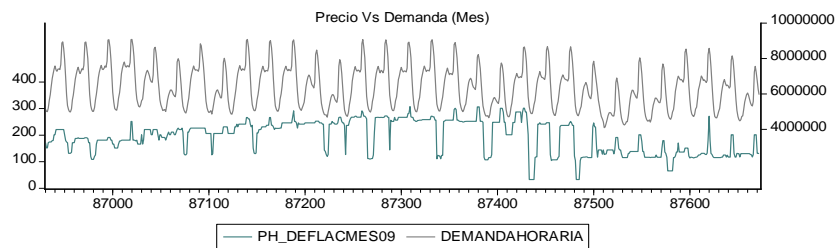
Variable demanda

- Existe una relación lineal directa entre el precio *spot-e* y la demanda del SIN, con un coeficiente de correlación del 46%. Es decir que esta variable puede explicargran parte del comportamiento del precio de la energía.
- La gráfica de demanda muestra un patrón de comportamiento intradiario que puede ser clasificado en tres rangos:
 - a) Demanda baja: las primeras horas del día
 - b) Demanda media: la jornada laboral
 - c) Demanda alta: las 18, 19 y 20 horas del día.
- A partir del histograma de frecuencia del precio *spot-e* en cada una de las horas del día, se establecen tres rangos de precio asociados al nivel de demanda intradiario de la siguiente manera:
 - a) Precio bajo de 0 a 7 horas: rango de media (77-88\$COP/Kwh)
 - b) Precio medio de 8 a 5 horas, 21 y 22 horas: rango de media (89-100\$COP/Kwh)
 - c) Precio alto 18,19 y 20 horas: rango de media (101-117\$COP/Kwh)
- Al dividir la serie de precio *spot-e* en los tres rangos de precio mencionados en el punto anterior, se obtienen tres series con una desviación estándar y en especial un índice de variación del precio respecto a su media, menor que los de la serie original, lo cual podría facilitar el trabajo de modelación y pronóstico de la misma.

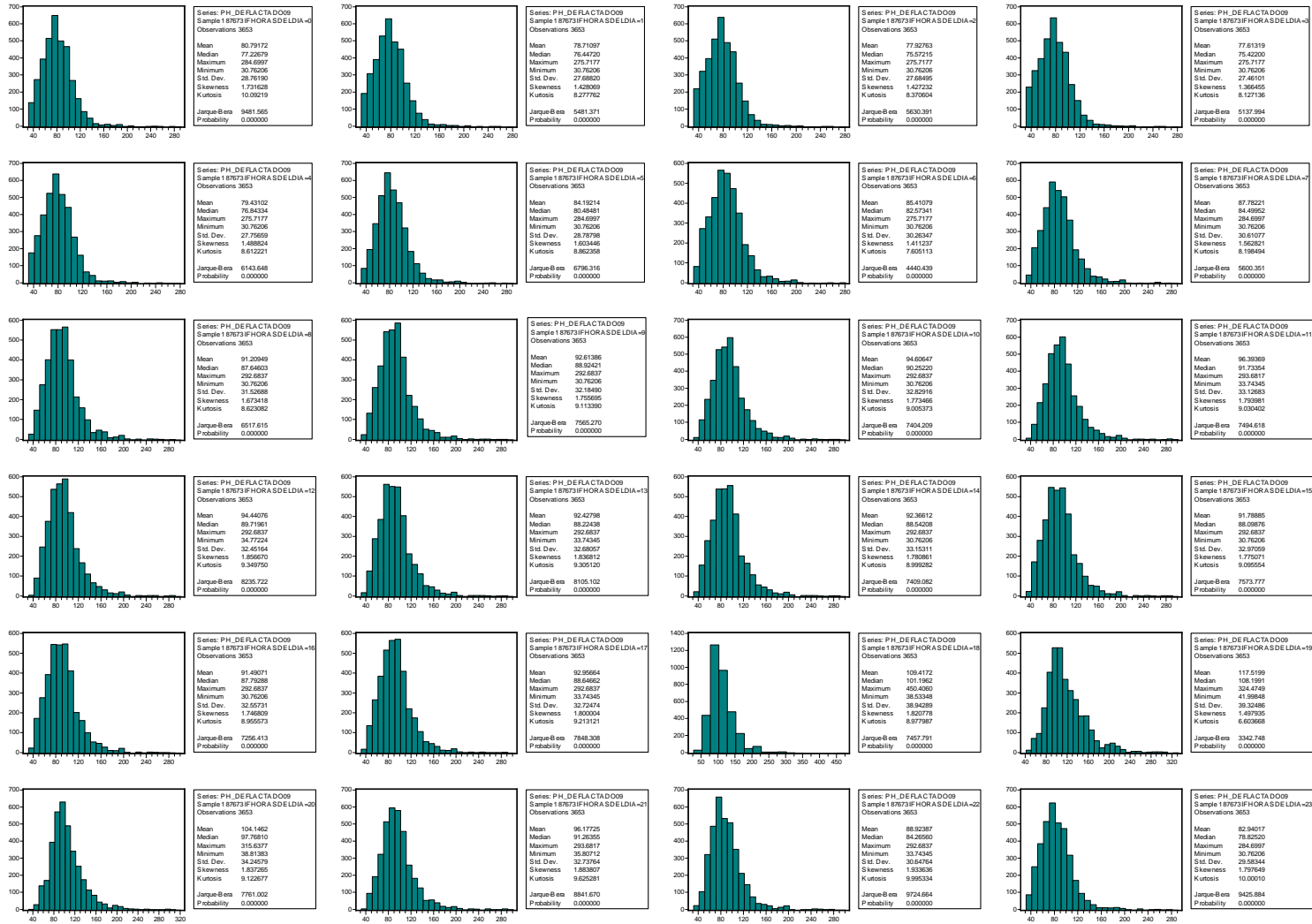
Precio Spot-e

Característica	D. Baja	D. Media	D. Alta	Original
Media	81.64	92.94	110.36	90.88
Desviación Estándar	28.95	32.53	37.97	33.24
Índice Variación (σ/μ)%	35.46%	35.00%	34.41%	36.58%

- Se aprecia una ligera disminución de la demanda durante los fines de semana (sábado y domingo), lo cual se traduce en precios más bajos con respecto a los días hábiles.



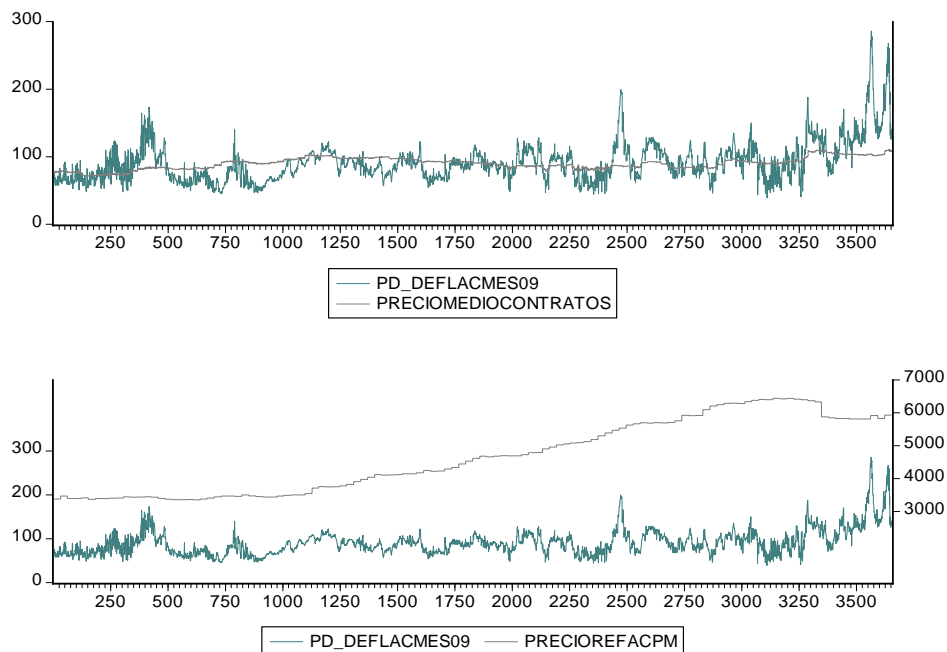
Correlación Variables	Precio Diario	Aporte Ríos	Nivel Embalse	Disponibilidad. Hídrica	Disponibilidad. Térmica	Precio. Contratos	Precio. ACPM
Precio Diario	1.00	-0.27	-0.20	-0.09	-0.12	0.46	0.37
Aporte Ríos		1.00	0.16	-0.07	-0.13	-0.15	0.21
Nivel Embalse			1.00	0.26	-0.11	-0.03	0.12
D. Hídrica				1.00	0.24	0.29	0.16
D. Térmica					1.00	0.22	-0.09
Precio						1.00	0.31
Precio ACPM							1.00



Variables precio contratos y combustible

- Al igual que la demanda, el precio medio de los contratos muestra una fuerte relación lineal directa con el precio *spot-e*, con un coeficiente de correlación del 47%. Es decir que estas variables podrían explicar gran parte del comportamiento del precio de la energía en Colombia.
- El comportamiento del precio promedio de los contratos es muy similar al de la media del precio *spot-e*, lo cual puede indicar que ésta variable determina en gran parte el precio de corto plazo de la energía en Colombia.
- El precio de referencia del combustible también muestra un alto coeficiente de correlación con respecto al precio *spot-e*, sin embargo este dato debe ser analizado con prudencia, puesto que la tendencia creciente del precio del combustible puede viciar el coeficiente y no necesariamente representar un factor explicativo del precio de la energía.

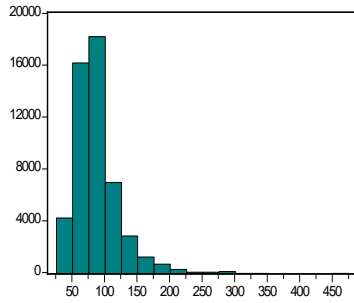
Variables precio contratos y combustible Vs precio *spot-e* diario



Variables dummy

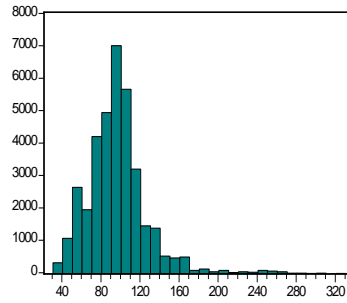
- Estación invierno vs verano: debido a la escasez del recurso hídrico la media del precio en verano es 10% mayor que durante el invierno. En contraste, los precios en invierno son 11% más volátiles que durante el verano
- Fenómeno niño, niña vs neutral: los precios y volatilidades más altas (el doble de la volatilidad de los otros periodos climáticos) se presentan durante el fenómeno del niño. Por otra parte y contrario a lo que podría esperarse, los precios durante el fenómeno de la niña son mayores que en los periodos climáticos neutrales, esta situación podría explicarse por la influencia de otros factores, diferentes a los climáticos, sobre el precio de la energía.
- Días hábiles, sábados vs festivos (domingo y feriado): el precio de la energía es ligeramente menor durante los sábados y festivos con respecto a los días hábiles de la semana. La volatilidad de los precios es similar para los tres grupos de días.
- Meses del año: durante febrero y octubre se observan los precios de energía más altos, el primero por ser el mes más crítico del verano y el segundo por la incertidumbre que genera el final del invierno, donde hay que reservar la mayor cantidad de agua posible; luego se puede hablar del costo de oportunidad que cobran los generadores hidráulicos en esta época. Se esperaría que los coeficientes de regresión de estas variables fuesen significativos en el modelo. La volatilidad del precio *spot-e* aumenta casi el 50% entre septiembre y diciembre, con respecto a los meses anteriores.

Precio en Invierno



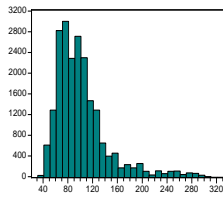
Series:	PH_DEFLACMES09
Sample:	1 87673 IF ESTACION=2
Observations:	51360
Mean:	87.22316
Median:	80.99999
Maximum:	450.4060
Minimum:	30.76206
Std. Dev.:	34.35994
Skewness:	1.880311
Kurtosis:	9.209895
Jarque-Bera:	112788.9
Probability:	0.000000

Precio en Verano



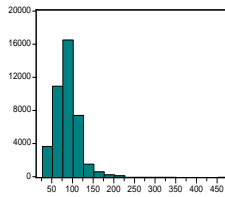
Series:	PH_DEFLACMES09
Sample:	1 87673 IF ESTACION=1
Observations:	36312
Mean:	96.06824
Median:	94.26894
Maximum:	324.3747
Minimum:	31.25633
Std. Dev.:	30.87283
Skewness:	1.563429
Kurtosis:	8.982942
Jarque-Bera:	68951.71
Probability:	0.000000

Precio en Niño



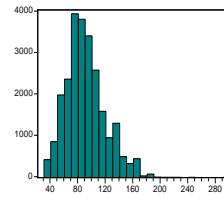
Series:	PH_DEFLACMES09
Sample:	1 87673 IF TEMPERATURA=3
Observations:	21256
Mean:	100.9396
Median:	92.37945
Maximum:	320.6278
Minimum:	32.89000
Std. Dev.:	43.57277
Skewness:	1.857698
Kurtosis:	7.317418
Jarque-Bera:	28734.80
Probability:	0.000000

Precio Neutral



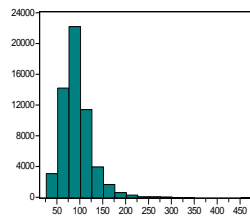
Series:	PH_DEFLACMES09
Sample:	1 87673 IF TEMPERATURA=1
Observations:	41672
Mean:	85.81834
Median:	84.83188
Maximum:	450.4060
Minimum:	31.07730
Std. Dev.:	28.42601
Skewness:	1.176159
Kurtosis:	6.980435
Jarque-Bera:	37118.06
Probability:	0.000000

Precio en Niña



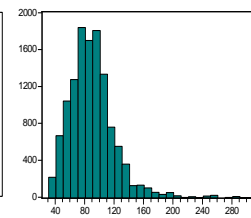
Series:	PH_DEFLACMES09
Sample:	1 87673 IF TEMPERATURA=2
Observations:	24744
Mean:	90.78982
Median:	87.15316
Maximum:	296.4852
Minimum:	30.76206
Std. Dev.:	28.19152
Skewness:	0.640049
Kurtosis:	3.491083
Jarque-Bera:	1938.090
Probability:	0.000000

Precio Día Hábil



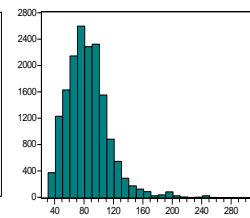
Series:	PH_DEFLACMES09
Sample:	1 87673 IF DIA=1
Observations:	58657
Mean:	92.79247
Median:	88.34066
Maximum:	450.4060
Minimum:	30.76206
Std. Dev.:	33.92005
Skewness:	1.715796
Kurtosis:	8.744376
Jarque-Bera:	109428.7
Probability:	0.000000

Precio Día Sábado



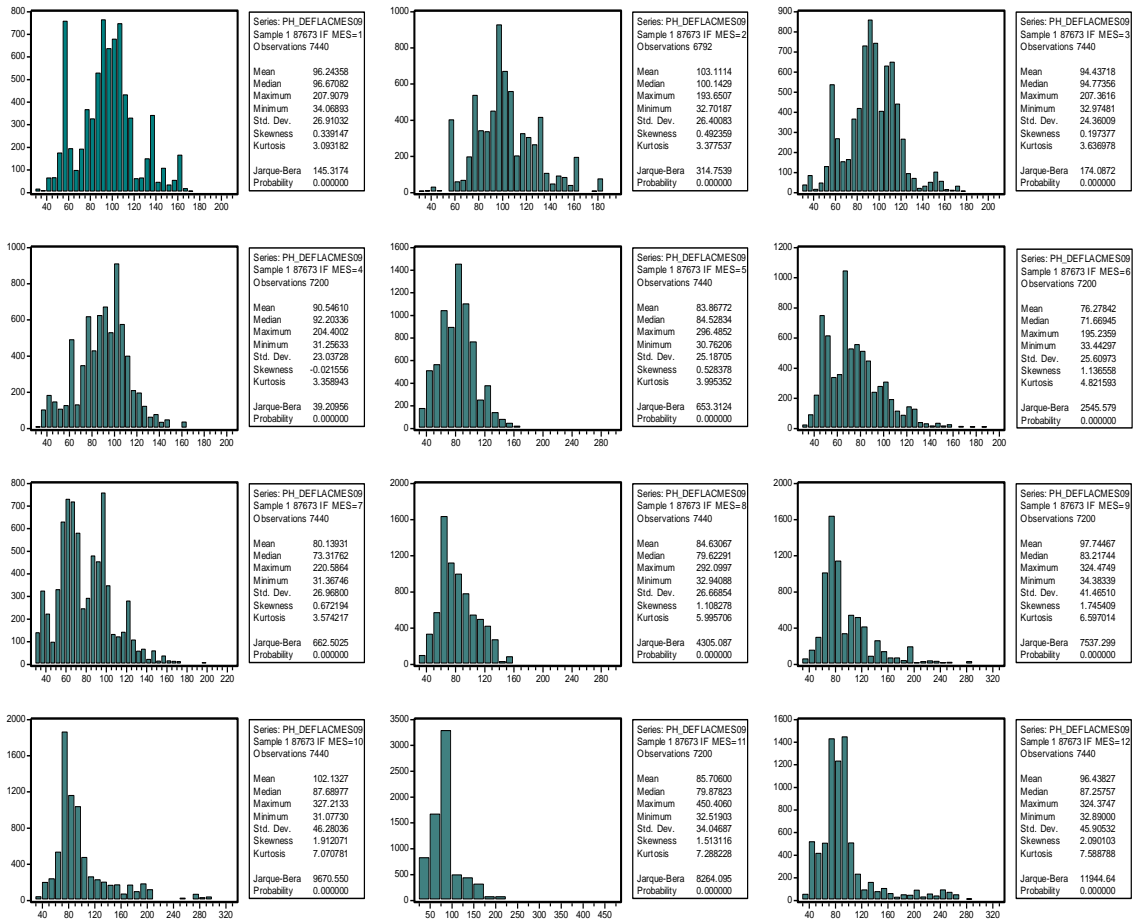
Series:	PH_DEFLACMES09
Sample:	1 87673 IF DIA=2
Observations:	12312
Mean:	89.80322
Median:	86.67640
Maximum:	306.4600
Minimum:	30.76206
Std. Dev.:	32.24101
Skewness:	1.639793
Kurtosis:	8.894884
Jarque-Bera:	23344.24
Probability:	0.000000

Precio Día Festivo



Series:	PH_DEFLACMES09
Sample:	1 87673 IF DIA=3
Observations:	16703
Mean:	84.99229
Median:	81.53944
Maximum:	301.4600
Minimum:	30.76206
Std. Dev.:	30.77204
Skewness:	1.635948
Kurtosis:	8.874264
Jarque-Bera:	31465.86
Probability:	0.000000





ANEXO E

Análisis de estacionariedad

Tal y como se mencionó en el numeral 2.2.1.1 el primer paso para modelar una serie de tiempo es comprobar la estacionariedad de la misma, en ese sentido se realizaron las correspondientes pruebas de raíz unitaria a la serie de tiempo diaria y horaria, así como a sus primeras diferencias y a su forma logarítmica, obteniendo los siguientes resultados:

A partir de la inspección gráfica de la serie y de la función de autocorrelación, se concluye que la serie original diaria y horaria no es estacionaria, contrario al comportamiento mostrado por ésta en primera diferencia regular y retorno logarítmico, respectivamente.

Correlograma serie diaria en nivel y primera diferencia

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.944	0.944	3258.2	0.000			1 -0.268	-0.268	263.36	0.000
		2 0.918	0.246	6339.7	0.000			2 -0.042	-0.123	269.80	0.000
		3 0.897	0.107	9279.9	0.000			3 -0.044	-0.098	276.85	0.000
		4 0.880	0.087	12115.	0.000			4 -0.019	-0.072	278.19	0.000
		5 0.866	0.062	14860.	0.000			5 -0.017	-0.061	279.30	0.000
		6 0.853	0.048	17526.	0.000			6 -0.046	-0.090	287.00	0.000
		7 0.846	0.079	20145.	0.000			7 0.179	0.141	404.47	0.000
		8 0.818	-0.148	22599.	0.000			8 -0.003	0.086	404.50	0.000
		9 0.791	-0.106	24889.	0.000			9 -0.076	-0.032	425.86	0.000
		10 0.771	0.016	27069.	0.000			10 -0.028	-0.041	428.80	0.000
		11 0.754	0.013	29154.	0.000			11 -0.038	-0.063	434.05	0.000
		12 0.742	0.049	31171.	0.000			12 -0.054	-0.103	444.64	0.000
		13 0.735	0.084	33150.	0.000			13 -0.000	-0.063	444.64	0.000
		14 0.728	0.052	35094.	0.000			14 0.118	0.054	496.01	0.000
		15 0.708	-0.070	36932.	0.000			15 0.025	0.052	498.23	0.000
		16 0.684	-0.064	38651.	0.000			16 -0.079	-0.032	521.22	0.000
		17 0.671	0.027	40303.	0.000			17 -0.020	-0.028	522.72	0.000
		18 0.659	0.018	41897.	0.000			18 -0.036	-0.048	527.47	0.000
		19 0.651	0.040	43456.	0.000			19 -0.028	-0.050	530.36	0.000
		20 0.647	0.041	44993.	0.000			20 0.022	-0.015	532.12	0.000
		21 0.640	0.004	46497.	0.000			21 0.139	0.099	603.21	0.000
		22 0.618	-0.106	47900.	0.000			22 -0.013	0.029	603.82	0.000
		23 0.597	-0.039	49209.	0.000			23 -0.051	-0.010	613.54	0.000
		24 0.582	0.002	50455.	0.000			24 -0.013	-0.000	614.16	0.000
		25 0.568	-0.007	51644.	0.000			25 -0.036	-0.028	618.87	0.000
		26 0.559	0.021	52796.	0.000			26 -0.045	-0.058	626.33	0.000
		27 0.555	0.050	53930.	0.000			27 0.005	-0.049	626.42	0.000
		28 0.551	0.046	55048.	0.000			28 0.126	0.044	684.75	0.000
		29 0.533	-0.049	56092.	0.000			29 -0.027	-0.011	687.46	0.000
		30 0.517	0.006	57078.	0.000			30 -0.047	-0.024	695.45	0.000

Correlograma retorno horario, diferencia regular-estacional y retorno diario por hora

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.084	-0.084	622.11	0.000		1	-0.300	-0.300	7913.9	0.000		1	0.628	0.628	34589	0.000	
2	-0.103	-0.111	1554.2	0.000		2	-0.060	-0.165	8228.5	0.000		2	0.480	0.141	54771	0.000	
3	-0.079	-0.100	2097.1	0.000		3	-0.052	-0.138	8464.6	0.000		3	0.376	0.048	67167	0.000	
4	-0.060	-0.092	2414.8	0.000		4	-0.025	-0.114	8521.4	0.000		4	0.311	0.042	75637	0.000	
5	-0.067	-0.108	2813.8	0.000		5	-0.029	-0.112	8593.2	0.000		5	0.265	0.033	81773	0.000	
6	-0.050	-0.102	3034.8	0.000		6	-0.002	-0.087	8593.6	0.000		6	0.240	0.042	86806	0.000	
7	-0.024	-0.085	3085.6	0.000		7	-0.012	-0.085	8606.6	0.000		7	0.216	0.026	90898	0.000	
8	0.011	-0.051	3095.3	0.000		8	0.023	-0.044	8652.8	0.000		8	0.202	0.030	94460	0.000	
9	-0.014	-0.070	3113.0	0.000		9	-0.001	-0.038	8652.9	0.000		9	0.170	-0.007	96995	0.000	
10	0.004	-0.050	3114.5	0.000		10	-0.009	-0.044	8660.8	0.000		10	0.139	-0.011	98689	0.000	
11	-0.000	-0.050	3114.5	0.000		11	0.000	-0.035	8660.8	0.000		11	0.115	-0.004	99851	0.000	
12	-0.036	-0.084	3229.8	0.000		12	-0.008	-0.039	8666.4	0.000		12	0.091	-0.011	100576	0.000	
13	-0.002	-0.055	3230.3	0.000		13	-0.002	-0.035	8666.8	0.000		13	0.073	-0.006	101042	0.000	
14	0.009	-0.043	3236.9	0.000		14	0.004	-0.025	8668.5	0.000		14	0.056	-0.009	101319	0.000	
15	-0.016	-0.065	3259.5	0.000		15	0.000	-0.022	8668.5	0.000		15	0.036	-0.018	101435	0.000	
16	-0.003	-0.054	3260.3	0.000		16	-0.012	-0.035	8680.6	0.000		16	0.016	-0.021	101458	0.000	
17	-0.016	-0.070	3282.1	0.000		17	0.008	-0.021	8685.6	0.000		17	0.005	-0.008	101460	0.000	
18	-0.053	-0.118	3529.5	0.000		18	-0.006	-0.027	8689.3	0.000		18	-0.012	-0.020	101473	0.000	
19	-0.047	-0.135	3727.0	0.000		19	0.017	-0.004	8713.6	0.000		19	-0.025	-0.015	101526	0.000	
20	-0.046	-0.163	3912.8	0.000		20	0.010	0.008	8722.0	0.000		20	-0.049	-0.038	101740	0.000	
21	-0.047	-0.205	4105.0	0.000		21	0.020	0.030	8756.0	0.000		21	-0.081	-0.051	102319	0.000	
22	-0.070	-0.293	4529.5	0.000		22	0.018	0.050	8785.7	0.000		22	-0.128	-0.078	103752	0.000	
23	0.097	-0.198	5353.6	0.000		23	0.157	0.239	10951.1	0.000		23	-0.188	-0.104	106856	0.000	
24	0.422	0.243	20976.0	0.000		24	-0.446	-0.345	28389.0	0.000		24	-0.365	-0.314	118556	0.000	
25	0.082	0.130	21561.0	0.000		25	0.132	-0.107	29909.0	0.000		25	-0.211	0.274	122453	0.000	
26	-0.067	0.035	21959.0	0.000		26	0.023	-0.066	29956.0	0.000		26	-0.154	0.057	124540	0.000	
27	-0.050	0.032	22180.0	0.000		27	0.020	-0.063	29992.0	0.000		27	-0.115	0.022	125697	0.000	
28	-0.045	0.030	22357.0	0.000		28	0.017	-0.045	30016.0	0.000		28	-0.091	0.022	126416	0.000	
29	-0.054	0.023	22617.0	0.000		29	0.005	-0.058	30018.0	0.000		29	-0.079	0.008	126957	0.000	
30	-0.045	0.013	22795.0	0.000		30	0.011	-0.033	30029.0	0.000		30	-0.070	0.022	127389	0.000	
31	-0.018	0.008	22825.0	0.000		31	-0.009	-0.057	30036.0	0.000		31	-0.070	0.000	127817	0.000	
32	-0.002	-0.007	22825.0	0.000		32	-0.006	-0.032	30040.0	0.000		32	-0.063	0.026	128162	0.000	
33	-0.011	-0.018	22837.0	0.000		33	0.004	-0.023	30041.0	0.000		33	-0.051	0.002	128387	0.000	
34	0.011	-0.006	22846.0	0.000		34	0.006	-0.024	30044.0	0.000		34	-0.041	-0.006	128538	0.000	
35	0.001	-0.004	22846.0	0.000		35	0.003	-0.015	30045.0	0.000		35	-0.037	-0.005	128658	0.000	
36	-0.027	-0.015	22910.0	0.000		36	0.005	-0.020	30047.0	0.000		36	-0.035	-0.013	128763	0.000	
37	-0.002	-0.011	22911.0	0.000		37	-0.002	-0.022	30048.0	0.000		37	-0.036	-0.008	128875	0.000	
38	0.008	-0.008	22916.0	0.000		38	0.001	-0.014	30048.0	0.000		38	-0.035	-0.006	128984	0.000	
39	-0.018	-0.021	22946.0	0.000		39	-0.006	-0.022	30052.0	0.000		39	-0.036	-0.013	129096	0.000	
40	-0.003	-0.011	22947.0	0.000		40	0.002	-0.025	30052.0	0.000		40	-0.031	-0.006	129180	0.000	
41	-0.016	-0.012	22970.0	0.000		41	-0.003	-0.020	30053.0	0.000		41	-0.028	-0.002	129251	0.000	
42	-0.049	-0.027	23178.0	0.000		42	0.002	-0.026	30053.0	0.000		42	-0.024	-0.006	129300	0.000	
43	-0.047	-0.038	23369.0	0.000		43	-0.003	-0.015	30054.0	0.000		43	-0.020	0.000	129336	0.000	
44	-0.043	-0.053	23532.0	0.000		44	0.003	-0.005	30054.0	0.000		44	-0.015	-0.010	129356	0.000	
45	-0.038	-0.060	23656.0	0.000		45	0.017	0.032	30080.0	0.000		45	-0.012	-0.020	129367	0.000	
46	-0.057	-0.116	23944.0	0.000		46	-0.003	0.029	30080.0	0.000		46	-0.021	-0.058	129405	0.000	
47	0.096	-0.108	24761.0	0.000		47	0.004	0.157	30082.0	0.000		47	-0.028	-0.058	129475	0.000	
48	0.359	0.108	36088.0	0.000		48	-0.030	-0.212	30163.0	0.000		48	-0.039	-0.193	129605	0.000	
49	0.095	0.068	36887.0	0.000		49	0.016	-0.047	30187.0	0.000		49	-0.026	0.177	129665	0.000	
50	-0.058	0.016	37187.0	0.000		50	-0.010	-0.049	30195.0	0.000		50	-0.026	0.019	129725	0.000	
51	-0.045	0.018	37366.0	0.000		51	0.010	-0.034	30203.0	0.000		51	-0.019	0.023	129756	0.000	
52	-0.049	0.007	37574.0	0.000		52	-0.006	-0.028	30206.0	0.000		52	-0.019	0.009	129787	0.000	
53	-0.047	0.015	37768.0	0.000		53	0.006	-0.038	30209.0	0.000		53	-0.015	0.004	129805	0.000	
54	-0.052	-0.007	38009.0	0.000		54	-0.014	-0.035	30225.0	0.000		54	-0.014	0.015	129824	0.000	
55	-0.002	0.020	38010.0	0.000		55	0.024	-0.025	30274.0	0.000		55	-0.004	0.013	129825	0.000	
56	-0.008	0.001	38015.0	0.000		56	-0.008	-0.021	30280.0	0.000		56	-0.012	0.004	129837	0.000	
57	-0.013	-0.011	38030.0	0.000		57	-0.001	-0.015	30280.0	0.000		57	-0.013	0.000	129851	0.000	
58	0.010	-0.006	38038.0	0.000		58	-0.003	-0.018	30281.0	0.000		58	-0.013	-0.005	129865	0.000	
59	0.000	-0.009	38038.0	0.000		59	-0.005	-0.019	30283.0	0.000		59	-0.011	-0.002	129876	0.000	
60	-0.023	-0.012	38087.0	0.000		60	0.004	-0.015	30285.0	0.000		60	-0.006	-0.001	129879	0.000	
61	0.001	-0.006	38087.0	0.000		61	0.005	-0.010	30287.0	0.000		61	-0.003	-0.004	129880	0.000	
62	0.006	-0.005	38090.0	0.000		62	-0.002	-0.008	30287.0	0.000		62	-0.005	-0.009	129882	0.000	
63	-0.013	-0.006	38105.0	0.000		63	0.007	-0.007	30292.0	0.000		63	-0.005	-0.011	129885	0.000	
64	-0.006	-0.004	38108.0	0.000		64	-0.009	-0.022	30300.0	0.000		64	-0.011	-0.012	129896	0.000	
65	-0.014	0.001	38124.0	0.000		65	0.002	-0.016	30301.0	0.000		65	-0.010	0.003	129904	0.000	
66	-0.046	-0.007	38313.0	0.000		66	0.002	-0.018	30301.0	0.000		66	-0.011	-0.002	129914	0.000	
67	-0.043	-0.007	38472.0	0.000		67	0.005	-0.003	30303.0	0.000		67	-0.013	-0.001	129928	0.000	
68	-0.044	-0.023	38638.0	0.000		68	0.003	0.006	30304.0	0.000		68	-0.019	-0.015	129960	0.000	
69	-0.048	-0.048	38842.0	0.000		69	-0.015	0.016	30325.0	0.000		69	-0.027	-0.024	130023	0.000	
70	-0.042	-0.065	38995.0	0.000		70	0.018	0.035	30352.0	0.000		70	-0.023	-0.035	130071	0.000	
71	0.091	-0.078	39723.0	0.000		71	-0.007	0.118	30356.0	0.000		71	-0.033	-0.056	130167	0.000	
72	0.332	0.071	49395.0	0.000		72	-0.017	-0.165	30383.0	0.000		72	-0.038	-0.143	130293	0.000	

Por otra parte, el correlograma de la serie horaria presenta picos cada veinticuatro datos (horas) hasta después de la primera semana (rezago 168), lo cual sugiere un proceso estacional, que también debe ser analizado para la transformación de la serie. Se evaluó entonces el correlograma de la serie horaria en las siguientes diferencias logarítmicas:

$$\bullet y_t^* = \ln(y_t) - \ln(y_{t-1}) = \ln\left(\frac{y_t}{y_{t-1}}\right)$$

primera diferencia regular o retorno horario

$$\bullet y_t^* = \ln(y_t) - \ln(y_{t-1}) - \ln(y_{t-24}) + \ln(y_{t-25})$$

diferencia regular y estacional

$$\bullet y_t^* = \ln(y_t) - \ln(y_{t-24}) = \ln\left(\frac{y_t}{y_{t-24}}\right)$$

diferencia estacional veinticuatro o retorno diario por hora

Encontrando que el mejor ajuste se puede lograr con el retorno horario o con el retorno diario por hora.

Pruebas de raíz unitaria 2000-2009

Correlograma	Pruebas de Raíz Unitaria	Dickey-Fuller		ADF			Phillips-Perron			KPSS	
		Intercepto	Tendencia e intercepto	Intercepto	Tendencia e intercepto	Ninguna	Intercepto	Tendencia e intercepto	Ninguna	Intercepto	Tendencia e intercepto
Precio Diario											
Serie no estacionaria	Estadístico	-2.3102	-6.9195	-4.8112	-7.1020	-1.1638	-8.5115	-14.6070	-1.3110	4.6499	0.1011
	1% level	-2.5656	-3.4800	-3.4320	-3.9606	-2.5656	-3.4320	-3.9606	-2.5656	0.7390	0.2160
	5% level	-1.9409	-2.8900	-2.8621	-3.4111	-1.9409	-2.8621	-3.4111	-1.9409	0.4630	0.1460
	10% level	-1.6166	-2.5700	-2.5671	-3.1273	-1.6166	-2.5671	-3.1273	-1.6166	0.3470	0.1190
Primera Diferencia Precio Diario											
Serie estacionaria	Estadístico	-21.5778	-21.2559	-21.5752	-21.5721	-21.5752	-90.3906	-90.3766	-90.3761	0.0071	0.0072
	1% level	-2.5656	-3.4800	-3.4320	-3.9606	-2.5656	-3.4320	-3.9606	-2.5656	0.7390	0.2160
	5% level	-1.9409	-2.8900	-2.8621	-3.4111	-1.9409	-2.8621	-3.4111	-1.9409	0.4630	0.1460
	10% level	-1.6166	-2.5700	-2.5671	-3.1273	-1.6166	-2.5671	-3.1273	-1.6166	0.3470	0.1190
Logaritmo Precio Horario											
Serie no estacionaria	Estadístico	-2.2628	-5.2764	-3.6553	-5.4130	-0.1985	-87.8193	-139.8504	-2.5518	21.3116	0.2963
	1% level	-2.5650	-3.4800	-3.4303	-3.9581	-2.5650	-3.4303	-3.9581	-2.5650	0.7390	0.2160
	5% level	-1.9408	-2.8900	-2.8614	-3.4099	-1.9408	-2.8614	-3.4099	-1.9408	0.4630	0.1460
	10% level	-1.6167	-2.5700	-2.5667	-3.1266	-1.6167	-2.5667	-3.1266	-1.6167	0.3470	0.1190
Retorno Horario											
Serie estacionaria	Estadístico	-0.1157	-4.2496	-34.3269	-34.3269	-34.3263	-1875.1070	-1875.1100	1874.7446	0.0111	0.0081
	1% level	-2.5650	-3.4800	-3.4303	-3.9581	-2.5650	-3.4303	-3.9581	-2.5650	0.7390	0.2160
	5% level	-1.9408	-2.8900	-2.8614	-3.4099	-1.9408	-2.8614	-3.4099	-1.9408	0.4630	0.1460
	10% level	-1.6167	-2.5700	-2.5667	-3.1266	-1.6167	-2.5667	-3.1266	-1.6167	0.3470	0.1190
Retorno Diario por Hora											
Serie estacionaria	Estadístico	-1.6501	-3.4344	-26.6020	-26.6019	-26.6012	-124.4700	-124.4782	-124.4811	0.0047	0.0047
	1% level	-2.5650	-3.4800	-3.4303	-3.9581	-2.5650	-3.4303	-3.9581	-2.5650	0.7390	0.2160
	5% level	-1.9408	-2.8900	-2.8614	-3.4099	-1.9408	-2.8614	-3.4099	-1.9408	0.4630	0.1460
	10% level	-1.6167	-2.5700	-2.5667	-3.1266	-1.6167	-2.5667	-3.1266	-1.6167	0.3470	0.1190

Serie No Estacionaria

Sin embargo, al aplicar los test de DF, DFA, PPS y KPS se identifica cierta incoherencia o contradicción en los resultados de las mismas, puesto que no permiten establecer claramente la estacionariedad de la serie. Esta situación puede ser producto de cambios estructurales en el comportamiento del precio,

durante el periodo de tiempo estudiado, tal y como se presume desde el análisis gráfico, bibliográfico y descriptivo del numeral 4.3.1.

Dado que los cambios estructurales afectan el modelamiento de la serie, es preciso tenerlos en cuenta en la elaboración del modelo, ya sea representados como una variable dummy o reduciendo el horizonte de tiempo de estudio, a los datos posteriores a un punto de ruptura.

En consecuencia y con el objetivo de verificar la hipótesis de uno o varios cambios estructurales en la serie de precio *spot-e* colombiana entre el año 2000 y el 2009, se realizó el contraste CUSUMQ sobre el siguiente modelo de regresión dinámica, elaborado a priori para la serie de precio diaria y horaria:

$$y_{dt}^* = \beta_1 y_{t-1}^* + \theta_1 d + \theta_2 c + \theta_3 ar + \theta_4 ne + \theta_5 dh + \theta_6 dt + \theta_7 pacpm(x)$$

$$y_{ht}^* = \beta_1 y_{t-1}^* + \theta_1 d + \theta_2 c + \theta_3 ar + \theta_4 ne + \theta_5 dh + \theta_6 dt + \theta_7 pacpm(x)$$

$$y_{dt}^* = \text{precio_spot_diario}_t - \text{precio_spot_diario}_{t-1}$$

$$y_{ht}^* = \text{Log}(\text{precio_spot_horario}_t) - \text{Log}(\text{precio_spot_horario}_{t-1})$$

$$d = \text{demanda comercial (Kwh)}$$

$$c = \text{precio medio contratos (\$/kwh)}$$

$$ar = \text{aportes ríos (Kwh)}$$

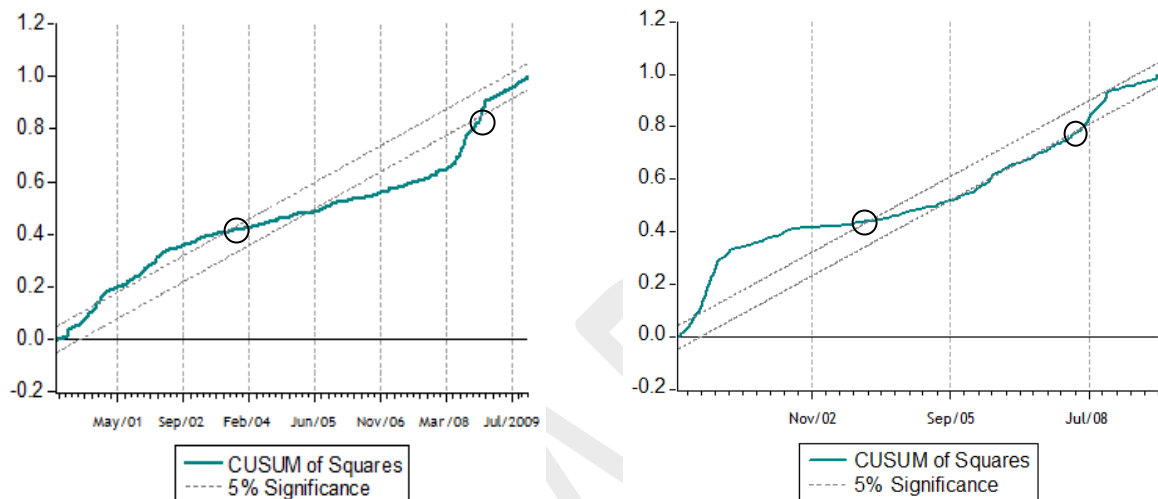
$$ne = \text{nivel embalse (Kwh)}$$

$$dh = \text{disponibilidad hídrica (Kw)}$$

$$dt = \text{disponibilidad térmica (Kw)}$$

$$pacpm = \text{precio referencia combustible (\$/gal)}$$

En cada una de las gráficas se identifican dos puntos de interés: i) finales del año 2003-principios del 2004 y ii) mediados del 2008, donde se observan cambios representativos en el comportamiento de la suma de los residuos al cuadrado del modelo planteado. En otras palabras, durante estos periodos el precio *spot-e* sufre un cambio drástico y permanente, provocado por un evento externo.



Tratar de corregir o representar estos cambios a través de variables dummy encierra una gran dificultad, en la medida que no se conoce con exactitud el punto de ruptura. Por esta razón se decide trabajar con la serie de precio *spot-e* a partir del año 2005, para evitar los cambios del primer periodo señalado e intentar identificar la variación puntual del segundo.

Se repiten las pruebas de estacionariedad para la serie de precio *spot-e* diaria y horaria así como para las demás variables exógenas seleccionadas, durante el periodo comprendido entre el año 2005 y 2009.

Finalmente se toma la primera diferencia regular como serie de trabajo de los precios diarios y sus variables de influencia; así como los retornos horario y diario por hora de la serie horaria y sus respectivas variables exógenas.

Correlograma	Pruebas de Raiz Unitaria	Dickey-Fuller		ADF			Phillips-Perron			KPSS	
		Intercepto	Tendencia e intercepto	Intercepto	Tendencia e intercepto	Ninguna	Intercepto	Tendencia e intercepto	Ninguna	Intercepto	Tendencia e Intercepto
Precio Diario											
Serie no estacionaria	Estadístico	-3.4209	-5.2459	-4.1941	-5.4492	-1.2317	-5.3808	-7.4741	-1.1864	2.4383	0.4465
	1% level	-2.5650	-3.4800	-3.4303	-3.9581	-2.5650	-3.4303	-3.9581	-2.5650	0.7390	0.2160
	5% level	-1.9408	-2.8900	-2.8614	-3.4099	-1.9408	-2.8614	-3.4099	-1.9408	0.4630	0.1460
	10% level	-1.6167	-2.5700	-2.5667	-3.1266	-1.6167	-2.5667	-3.1266	-1.6167	0.3470	0.1190
Primera Diferencia Precio Diario											
Serie estacionaria	Estadístico	-14.0344	-12.8272	-14.0845	-14.0810	-14.0865	-60.0890	-60.0787	-60.0965	0.0131	0.0094
	1% level	-2.5650	-3.4800	-3.4303	-3.9581	-2.5650	-3.4303	-3.9581	-2.5650	0.7390	0.2160
	5% level	-1.9408	-2.8900	-2.8614	-3.4099	-1.9408	-2.8614	-3.4099	-1.9408	0.4630	0.1460
	10% level	-1.6167	-2.5700	-2.5667	-3.1266	-1.6167	-2.5667	-3.1266	-1.6167	0.3470	0.1190
Logaritmo Precio Horario											
Serie no estacionaria	Estadístico	-3.3734	-4.0114	-3.6605	-4.1379	-0.0680	-55.8317	-48.0596	-1.7078	4.8706	0.4269
	1% level	-2.5650	-3.4800	-3.4303	-3.9581	-2.5650	-3.4303	-3.9581	-2.5650	0.7390	0.2160
	5% level	-1.9408	-2.8900	-2.8614	-3.4099	-1.9408	-2.8614	-3.4099	-1.9408	0.4630	0.1460
	10% level	-1.6167	-2.5700	-2.5667	-3.1266	-1.6167	-2.5667	-3.1266	-1.6167	0.3470	0.1190
Retorno Horario											
Serie estacionaria	Estadístico	-23.0240	-23.0256	-23.0243	-23.0255	-23.0240	-1029.28	-1030.08	-1029.37	0.0167	0.0131
	1% level	-2.5650	-3.4800	-3.4303	-3.9581	-2.5650	-3.4303	-3.9581	-2.5650	0.7390	0.2160
	5% level	-1.9408	-2.8900	-2.8614	-3.4099	-1.9408	-2.8614	-3.4099	-1.9408	0.4630	0.1460
	10% level	-1.6167	-2.5700	-2.5667	-3.1266	-1.6167	-2.5667	-3.1266	-1.6167	0.3470	0.1190
Retorno Diario por Hora											
Serie estacionaria	Estadístico	-4.1576	-6.4782	-16.8940	-16.8949	-16.8938	-87.6390	-87.6370	-87.6405	0.0077	0.0062
	1% level	-2.5650	-3.4800	-3.4303	-3.9581	-2.5650	-3.4303	-3.9581	-2.5650	0.7390	0.2160
	5% level	-1.9408	-2.8900	-2.8614	-3.4099	-1.9408	-2.8614	-3.4099	-1.9408	0.4630	0.1460
	10% level	-1.6167	-2.5700	-2.5667	-3.1266	-1.6167	-2.5667	-3.1266	-1.6167	0.3470	0.1190

Serie No Estacionaria



BORRADOR

ANEXO F

Análisis del porcentaje de error medio absoluto “MAPE” 2005-2010

Característica	MAPE Modelo Diario (%)			MAPE Modelo Horario Alto (%)		
	SIMPLE	GARCH	ARMAX	SIMPLE	GARCH	ARMAX
2005	5.68	5.44	3.54	8.92	7.38	7.13
2006	8.32	7.53	3.74	14.01	10.61	10.24
2007	5.81	5.65	4.55	8.72	7.81	7.55
2008	11.77	10.63	8.39	22.24	16.08	15.52
2009	6.58	6.26	5.84	7.86	7.37	7.29
2010	8.74	8.79	7.48	19.38	16.08	15.74
Enero	4.96	5.08	4.73	6.05	6.60	6.79
Febrero	6.47	5.92	4.67	8.42	7.20	7.10
Marzo	7.22	6.89	4.93	8.68	7.90	7.65
Abril	7.07	6.77	4.76	11.29	9.37	8.85
Mayo	7.92	7.21	4.74	10.56	9.92	9.61
Junio	9.20	9.27	6.16	18.92	13.00	12.66
Julio	8.75	8.32	5.50	19.04	13.44	12.79
Agosto	8.73	8.03	5.89	20.64	13.52	13.06
Septiembre	7.06	6.95	6.00	16.11	12.39	11.94
Octubre	7.58	6.87	5.74	12.54	10.67	10.43
Noviembre	9.01	8.11	6.08	17.45	14.38	14.12
Diciembre	9.76	9.13	7.81	12.45	12.18	11.83
Domingo	9.04	8.50	5.66	7.58	10.78	10.33
Lunes	9.82	8.03	6.27	14.43	11.48	11.16
Martes	7.71	7.16	5.67	16.61	11.55	11.25
Miércoles	6.73	6.49	5.04	17.56	11.15	10.76
Jueves	6.74	6.49	5.24	14.77	10.55	10.37
Viernes	6.89	7.13	5.27	12.78	10.22	9.99
Sábado	7.80	7.90	5.97	10.95	10.52	10.23
Invierno	8.30	7.80	5.75	16.45	12.46	12.07
Verano	7.13	6.80	5.37	9.38	8.67	8.47
Atentado	18.84	16.45	6.54	11.69	10.99	9.90
Falla	15.15	16.16	11.35	15.04	14.96	14.52
Falla y Resolución	14.77	15.39	12.89	3.80	6.70	6.66
Otros	19.73	17.98	11.86	15.33	13.85	13.70
Resolución	11.86	10.95	9.14	16.84	12.93	12.60
Sin novedad	7.39	6.95	5.31	13.44	10.74	10.44
Hora 18	-	-	-	12.61	11.99	11.55
Hora 19	-	-	-	10.02	11.35	11.19
Hora 20	-	-	-	17.95	9.33	9.00
Total	7.82	7.39	5.59	13.53	10.89	10.58

	% Error Modelo Diario			% Error Modelo Horario Alto		
	SIMPLE	GARCH	ARMAX	SIMPLE	GARCH	ARMAX
Menor a 10%	73.39	75.76	84.44	65.46	64.70	65.53
Entre 10 y 20%	18.90	18.76	12.64	13.34	19.88	20.07
Mayor a 20%	7.71	5.48	2.92	21.19	15.41	14.41
Total	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

MAPE Modelo Simple Horario Bajo-Medio (%)

Característica	MAPE	Característica	MAPE	Característica	MAPE
Hora 00	12.76	Hora 16	1.48	Sábado	3.75
Hora 01	4.51	Hora 17	2.24	Domingo	3.34
Hora 02	2.53	Hora 21	5.08	Enero	2.17
Hora 03	1.65	Hora 22	10.98	Febrero	2.65
Hora 04	3.28	Hora 23	10.17	Marzo	3.68
Hora 05	5.97	2005	2.86	Abril	3.72
Hora 06	2.93	2006	5.42	Mayo	3.90
Hora 07	3.31	2007	3.40	Junio	5.09
Hora 08	4.32	2008	6.03	Julio	5.86
Hora 09	2.46	2009	3.16	Agosto	4.58
Hora 10	2.57	2010	4.12	Septiembre	3.69
Hora 11	2.03	Lunes	4.43	Octubre	4.69
Hora 12	3.23	Martes	4.89	Noviembre	5.74
Hora 13	2.47	Miércoles	4.31	Diciembre	4.15
Hora 14	2.10	Jueves	4.37	Invierno	4.62
Hora 15	1.38	Viernes	4.07	Verano	3.52
				Total	4.16

BORRADOR

ANEXO G

ARTÍCULO: ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL PRECIO SPOT DE LA ENERGÍA EN COLOMBIA (Borrador)

*María Margarita Meza Ríos y Lady Johanna González Caballero⁶⁵
Carlos Enrique Vecino Arenas⁶⁶,
Octubre 2011*

RESUMEN

Este trabajo de investigación explora el Mercado de Energía Mayorista de Colombia “MEM” y su posición con respecto a otros mercados de energía eléctrica en Latinoamérica y el mundo. Identifica sus características como un mercado competitivo y el proceso de formación de la serie de precio spot de la energía. A su vez revisa las diferentes metodologías empleadas para el modelado y pronóstico de la serie de precio spot de cada uno de los mercados estudiados, reconociendo los elementos a tener en cuenta en la elaboración de un modelo de predicción para dicha serie.

Con base en la información anterior, sugiere, plantea y desarrolla dos modelos de pronóstico ARMAX-GARCH, uno para la serie de precio spot diaria y otro para la serie de precio de las horas de mayor demanda del día, obteniendo predicciones satisfactorias con respecto al porcentaje de error absoluto del modelo simple o ingenuo.

Palabras claves: Mercado de energía eléctrica, serie de tiempo, precio spot energía, ARIMA, GARCH, ARMAX, porcentaje de error absoluto.

INTRODUCCIÓN

Un mercado en el cual se han elaborado estudios de modelación y pronóstico, sobre el precio spot de sus productos, es el mercado de energía eléctrica, algunos modelos de regresión lineal y dinámica, función de transferencia y redes neuronales han sido probados en los mercados de California, Pennsylvania-Jersey-Maryland “PJM”, España, Finlandia-Suecia-Noruega-Dinamarca “Nordpool” y Chile, encontrando que el precio spot de la energía (en adelante spot-e) está caracterizado por una alta volatilidad, media y varianza no constante, factores de estacionalidad y gran dependencia de variables climáticas. Igualmente, son ciertas las diferencias en los errores de predicción entre una bolsa y otra para un mismo modelo, causadas por las características particulares de cada mercado; razón suficiente para afirmar que no es apropiado usar un único modelo para analizar el comportamiento del precio spot-e en cualquier parte del mundo.

Asimismo, se han explorado algunos métodos de análisis y predicción en Colombia, sin encontrar un modelo que agrupe el comportamiento histórico de la serie, las variables de influencia sobre el precio y los factores estacionales particulares del mercado colombiano.

Entonces, teniendo en cuenta el inicio del mercado de productos derivados de energía en Colombia, este trabajo de investigación se concentra en revisar los modelos previos y su desempeño con respecto al mercado en el que fueron aplicados y evaluar el comportamiento del activo subyacente, sobre el cual se van a transar los productos derivados, en la búsqueda de un mejor o nuevo modelo, que represente satisfactoriamente las fluctuaciones del precio spot-e en Colombia.

De este modo, los agentes generadores y comercializadores del “MEM”, pueden tener una herramienta matemática de análisis para la elaboración de estrategias de cobertura (minimización del riesgo asociado a la compra-venta de energía) que maximice la utilidad de su negocio.

⁶⁵Estudiantes de Ingeniería Industrial y miembros del grupo de investigación FINANCE, Universidad Industrial de Santander.

⁶⁶Ph. D. Université de Montreal HEC-Montreal, Director de la Escuela de Estudios Industriales y Empresariales y el grupo de investigación FINANCE, Universidad Industrial de Santander.

1. MERCADOS DE ENERGÍA ELÉCTRICA

Desde la década de los ochenta la necesidad de distribución de la energía como servicio público, la creciente demanda insatisfecha de electricidad y los altos precios de la misma, hicieron evidente la ineficiencia del sistema de monopolio, que imperaba hasta entonces en el sector, motivando la introducción del concepto de competencia en el mismo. De este modo y en su orden Chile, Inglaterra & Gales, Noruega y Colombia se erigen como los pioneros en la reestructuración del mercado de energía eléctrica hacia la liberalización.

A partir de este punto se reconocen tres modelos de organización de los mercados de energía eléctrica: monopsonio, competencia mayorista y elección para todos los consumidores. El primero de ellos conocido como *monopsonio* introduce la competencia en el primer nivel del sector: la generación. Se basa en un comprador único quien adquiere la energía que necesita de los generadores, de tal forma que solo existe competencia entre éstos y los consumidores finales permanecen cautivos.

El siguiente es el *modelo de competencia mayorista*, donde existe pugna en dos niveles de la cadena productiva: la generación y la comercialización. Los generadores compiten entre ellos y los comercializadores pueden elegir libremente su proveedor a través de un mercado organizado conocido como Bolsa de Energía o Pool. Se incluyen entonces dos conceptos muy importantes: la bolsa de energía y el operador de mercado "OM".

La bolsa de energía, administrada por el OM, es el vehículo a través del cual los generadores y/o los comercializadores presentan sus ofertas de compra-venta. El OM coteja las ofertas de cada una de las partes y con base en el triple concepto de transparencia, equilibrio y optimización del mercado establece el precio spot. Alrededor de este precio pueden existir dos mercados: uno físico que hace referencia a la adquisición y despacho de la energía como tal y otro financiero donde se transan contratos de cobertura sobre el precio de intercambio de la energía, mas no sobre el servicio mismo.

Adicionalmente y teniendo en cuenta la volatilidad diaria y/u horaria del precio spot, los generadores y comercializadores pueden efectuar contratos (largo plazo) de compra-

venta por fuera de la bolsa—mercado over the counter "OTC"—como herramienta para la gestión del riesgo de mercado.

Por su parte, el intercambio de energía entre comercializadores y usuarios finales, conocido como mercado minorista sigue siendo un monopolio local, con una tarifa normalizada por el regulador del mercado.

En el último de los modelos existe *libertad de elección para todos los consumidores*, es decir que la competencia se introduce hasta el último eslabón de la cadena: el usuario final, quien tiene la libertad de escoger y cambiar su proveedor de electricidad de acuerdo con la oferta disponible y la regulación vigente, estableciendo de este modo un precio de mercado para la compra-venta de energía al por menor.

Finalmente y en cuanto a la forma de despacho y regulación del mercado eléctrico, surgen dos instituciones indispensables para su funcionamiento: el operador del sistema "OS" y el regulador, quienes ofrecen dos tipos de garantías para la marcha del sistema eléctrico, la primera de tipo físico y social y la segunda de tipo legal, económico y político. El OS garantiza la confiabilidad y seguridad del sistema antes, durante y después del despacho de la energía, en tanto que el regulador es responsable de una competencia transparente y equitativa para todos los agentes del mercado.

Teniendo clara la estructura general de los mercados eléctricos es posible entender y comparar los diferentes mercados de energía donde se han elaborado estudios de modelación y pronóstico sobre su serie de precio, permitiendo conocer el proceso de formación de la misma e identificar las características particulares de cada país que deben ser tenidas en cuenta en el ejercicio de modelado. De este modo se obtiene el cuadro comparativo de la Tabla 1 y la siguiente conclusión:

Aunque el Mercado de Energía Mayorista de Colombia es un ejemplo de liberalización en

Latinoamérica, aún es un mercado en proceso de transición hacia una competencia perfecta y total, como lo demuestra la poca participación de la demanda en la formación del precio spot, la inexistencia de un mercado en tiempo real y el sostenimiento de la regulación en el mercado minorista. Esta situación genera un precio spot-e muy

vulnerable a múltiples eventos externos, expuesto a intervenciones del regulador y por ende a cambios estructurales en su proceso de formación; tales hechos deben ser tenidos cuenta en cualquier ensayo de modelación y pronóstico de la serie.

Tabla 1. Cuadro comparativo mercados de energía eléctrica

	Chile	Colombia	California	PJM	Nord Pool	España
Capacidad mw	15,242	13,496	57,124	164,904	94,624	93,729
Población	17,094,275	45,656,937	30,000,000	51,000,000	50,000,000	47,021,031
Fuente	Térmica	Hidráulica	Térmica		Hidráulica	Térmica
Inicio	1982	1995	1998	1997	1996	1998
Clase	Pool G	Competencia mayorista			Elección consumidores	
Operador Sistema	CDEC	XM	CAISO	PJM-ISO	cada/país	REE
Operador Mercado					Nord Pool Spot AS	OMEL
Operador Derivados	-----	DERIVEX	-----	CME	NordPool ASA	OMIP
Mercado	Regulado, Diario y Libre	OTC, Diario y DF	OTC, DAM y RTM	OTC, DAM, RTM y DF	OTC, DAM, RTM, DF y Retail	OTC, DAM, RTM, DFF y Retail
Participación	Obligatoria	Obligatoria Capacidad > 20 mw	Voluntaria			Obligatoria
Oferta	Costo Operación	Q y P				Simple o Compleja
Demanda	Esperada		Oferta Q y P			
P. Spot	Marginal horario		Marginal nodal horario		Marginal zonal horario	

Fuente: Elaboración propia

*Nota: Pool G: pool generadores
 OTC: over the counter
 Q y P: cantidad y precio

DAM: day ahead market
 RTM: real time market
 Diario: mercado spot

DF: derivados financieros
 DFF: derivados físicos y financieros

2. EVIDENCIA EMPÍRICA INTERNACIONAL

Los diferentes estudios realizados a nivel internacional, identifican a la serie de precio spot de la energía como un proceso estocástico no estacionario altamente volátil, con periodos estacionales del día y la semana anterior y gran influencia de variables exógenas como la demanda, las condiciones hidrológicas y los precios de los combustibles.

Schwartz y Lucia (2000), por ejemplo, modelan a través de un proceso estocástico de dos componentes el precio diario del mercado spot nórdico (Nord Pool-Elspot), con una muestra de siete años a partir de 1993. El primer componente del modelo responde a los factores predecibles o determinísticos que ejercen influencia sobre el precio como los días de la semana y los meses del año y el segundo es un proceso de difusión continuo, donde el precio sigue un proceso de reversión a la media con velocidad de ajuste

k. Aplican métodos de mínimos cuadrados no lineales para estimar los parámetros del modelo y pronostican el precio de la energía para el día siguiente, con errores medios de predicción del 5% y 1% para la forma nivel y logarítmica del modelo, respectivamente. Por su parte, Contreras y otros (2002) estudian el precio horario de los mercados de España y California y plantean dos modelos de ajuste, con la demanda como variable exógena:

- i. Regresión dinámica

$$\varphi_p(B)Y_t = \alpha + W_d(B)X_t + e_t \quad (1)$$

- ii. Función de transferencia.

$$Y_t = \alpha + W_d(B)X_t + \frac{\theta(B)}{\varphi(B)}e_t \quad (2)$$

Para el primero de estos modelos identifican un proceso autoregresivo de tres horas, con un componente estacional hasta de ocho días previos, tanto para el precio como la demanda.

Con la función de transferencia describen un comportamiento de la demanda igual al del modelo de regresión dinámica y factores

autoregresivos y de promedio móvil diario y semanal para la función del término de error.

Estiman los parámetros del modelo a través de la función de máxima verosimilitud y predicen el precio horario de la energía para determinadas semanas del año, obteniendo un porcentaje de error diario promedio del 5% y 3% para España y California respectivamente.

Nogales y otros (2003) nuevamente analizan el precio horario de los mercados de España y California durante el año 2000, a través de un modelo ARIMA, encontrando procesos autoregresivos de hasta cinco y dos horas respectivamente, así como factores estacionales de los días y las semanas previas y dependencia del promedio móvil de

hasta tres semanas anteriores al tiempo *t* de predicción, para ambos mercados.

$$\varphi_p(B)Y_t = \alpha + \theta_q(B)e_t \quad (3)$$

ARMA (p,d,q)

$$\varphi_p(B)\varphi_P(B^1)Y_t = \alpha + \theta_q(B)\theta_Q(B^1)e_t \quad (4) \text{ARMA}(p, d, q) * (P, D, Q) \text{ estacional}$$

Estiman los parámetros del modelo a través de la función de máxima verosimilitud y obtienen pronósticos con un porcentaje de error diario promedio del 10% y 5% para España y California respectivamente. Luego le adicionan al modelo la demanda y la disponibilidad de unidades hídricas de producción, sin encontrar un cambio significativo en los porcentajes de error, con excepción de los meses de enero y abril donde el factor hídrico ejerce gran influencia sobre el precio de la electricidad en el mercado Español.

Roncoroni y Geman (2006) analizan el precio diario tres mercados interestatales de Estados Unidos: California-Oregon-Border "COB", Pennsylvania-New Jersey-Maryland "PJM" y East Center Area Reliability coordination agreement "ECAR". Proponen un modelo de ajuste de salto difusión, donde el precio spot responde a la única solución de una ecuación diferencial compuesta por tres elementos fundamentales: una tendencia estacional predecible, un proceso de reversión a la media y un componente de salto (picos inesperados, que reflejan los

imbalances temporales entre la oferta y la demanda del sistema), caracterizado por su tiempo de ocurrencia, tamaño y dirección. Los parámetros del modelo son estimados a través de diversos algoritmos de optimización, cuyo objetivo es encontrar la función de máxima verosimilitud.

Finalmente, Velázquez y otros (2008) modelan la serie de precio mensual del mercado mayorista brasileño, a través de una red neuronal autoregresiva AR-NN, la cual integra un modelo lineal autoregresivo de primer orden con variables exógenas (energía afluente y la almacenada) y un perceptrón multicapa (una sola capa oculta), encontrando un error ligeramente inferior frente a los errores de predicción proporcionados por un modelo autoregresivo ARX o por uno de red neuronal NN por separado.

3. EVIDENCIA EMPÍRICA DEL MERCADO DE ENERGÍA MAYORISTA “MEM”

El precio spot de la energía en Colombia ha mostrado desde sus inicios una alta volatilidad, marcada por factores externos de tipo político, social, económico y especialmente climático, que producen cambios estructurales en el proceso generador de la misma y aumentan a su vez la complejidad en el trabajo de modelación. A continuación se presentan algunos modelos propuestos, con resultados aceptables, para la serie de tiempo en cuestión.

Cano y Botero (2008) analizan el precio promedio mensual, desde 1995 hasta mediados del 2007, identificando los fenómenos climáticos, eventos externos y demás factores del sistema que ejercen influencia sobre el precio. De este modo plantean un modelo de estacionalidad (mensual), tendencia y promedio móvil de primer orden MA (1) y lo aplican en dos espacios de tiempo distintos, de 1998 a julio del 2000 y de junio del 2001 a junio del 2007. Estiman los parámetros del modelo a través del sistema de ecuaciones de Yule-Walker y pronostican el precio spot para Julio y Agosto del 2007 obteniendo un porcentaje medio de error del 1%. Este porcentaje de error, cuatro puntos porcentuales menor al error del modelo simple o ingenuo, justifica la

implementación del modelo planteado, sin embargo el dato de precio mensual no favorece la toma de decisiones ágiles que requiere el mercado diario colombiano.

Igualmente, Gil y Maya (2008) modelan la media y la volatilidad de la serie de precio spot horaria, entre 1999 y 2006, a partir del modelo empleado por Schwartz y Lucia para el Nordpool. La parte determinística del modelo está integrada por múltiples variables *dummy* que representan factores de influencia macro climáticos (invierno-verano, niño-niña), estacionales (día de la semana, mes del año) y del mercado (demanda baja, media y alta), en tanto que el componente estocástico del modelo es un proceso autoregresivo del día anterior AR (24). La estimación de los parámetros del modelo muestra que todas las variables incluidas en el mismo son estadísticamente significativas, sin embargo no se incluye el ejercicio de pronóstico en este trabajo de investigación. Con respecto a la volatilidad del precio, observan que la mejor representación de la misma se alcanza con un modelo EGARCH (1,1) con una distribución del error generalizada.

$$\sigma_t^2 = \alpha + \beta_j \sum_{i=1}^p \sigma_{t-i}^2 + \theta_j \sum_{i=1}^q e_{t-i}^2 \quad (5)$$

GARCH (p, q)

Por su parte, Grajales (2009) diseña un sistema de inferencia neurodifuso a partir del precio spot del día anterior, del aporte de los ríos y el nivel de los embalses. El proceso de entrenamiento, validación y chequeo de la red es realizado para el periodo comprendido entre el 2000 y el 2007, en tanto que el pronóstico es realizado únicamente para 14 precios observados, sin un ejercicio estadístico formal que permita verificar el poder de predicción del modelo.

Por último, Lira y otros (2009) plantean y prueban cinco diferentes modelos de pronóstico para tres rangos de precio intradiario, asociado al nivel de demanda baja, media y alta del día. Tres de los cinco modelos planteados son regresiones dinámicas lineales con variables exógenas (demanda, precio oil, nivel embalse, aporte ríos, precio gas) y retardos estacionales, los

otros dos son una red neuronal y una simulación de inferencia neurodifusa, basada en las leyes de Takagi-Sugeno "TKS".

Los menores errores de predicción (4,5 a 5,5%) se observan en el modelo autoregresivo AR (3) con variables exógenas y el modelo de inferencia neurodifusa. Sin embargo, teniendo en cuenta la semejanza de los errores de predicción, la complejidad computacional requerida para el modelo TKS y el principio de parsimonia de Occam concluyen que el modelo autoregresivo lineal es la mejor opción para pronosticar el precio spot de la energía en Colombia.

Por otra parte, comparando el error de pronóstico mencionado con el del modelo simple, el modelo planteado sólo es efectivo para el rango de precio alto, puesto que para los otros dos rangos el error obtenido con este último es superior en al menos dos puntos porcentuales.

Adicionalmente, hay que tener en cuenta que el periodo de validación del modelo, entre diciembre del 2003 y noviembre del 2005, corresponde a un periodo de relativa estabilidad del mercado y no permite inferir el

poder del mismo, en el pronóstico de etapas muy volátiles como las presentadas durante 2008 y 2009.

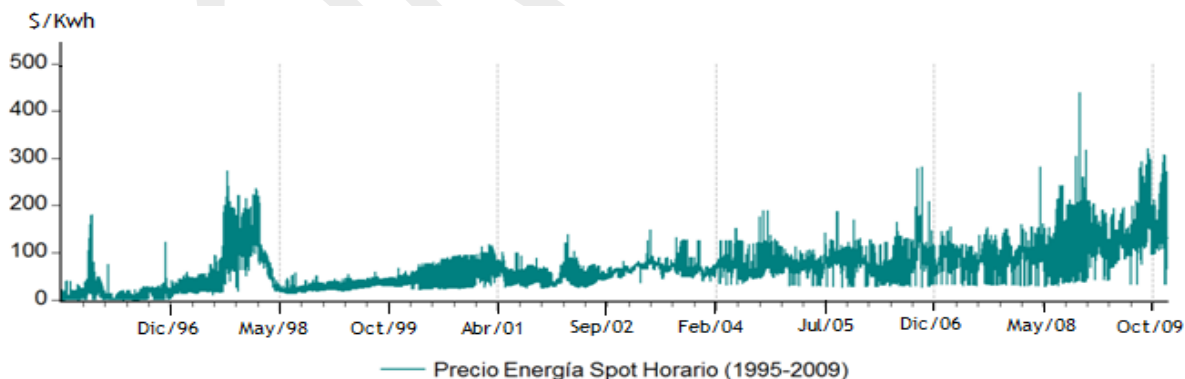
4. ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL PRECIO SPOT DE LA ENERGÍA

Análisis descriptivo

Se realizó un análisis descriptivo de la serie de precio horaria desde 1995 hasta 2009, identificando datos y comportamientos atípicos, sus causas, la influencia de eventos externos sobre la serie y los periodos de estabilidad. Las principales observaciones y conclusiones de este análisis se enumeran a continuación:

Los cuatro primeros años de funcionamiento de la bolsa siguen un proceso excesivamente volátil, como lo muestra el índice de variación del precio respecto a su media (Tabla 1), cercano y superior al 100%. Esta situación es generada por el ejercicio de aprendizaje del mercado y por la inmadurez del mismo para enfrentar los efectos de los fenómenos climáticos del niño y la niña de 1997-1998.

Figura 1. Precio spot-e horario 1995-2009



En 1999 el índice de variación del precio respecto a su media sufre una gran caída causada por la recesión económica de ese año, representada en un PIB y un crecimiento de la demanda de energía negativos.

Después de la crisis de 1999 la media del precio y su volatilidad aumentan, entre otras cosas motivada por los atentados sufridos en la infraestructura de transmisión durante el año 2000 y la escasez del recurso hídrico de los dos años siguientes.

Se observan dos cambios importantes en el comportamiento del precio de la energía, en febrero del 2004 y mayo del 2008. Dichos cambios pueden tener su origen en una reforma regulatoria y representar un cambio estructural en el proceso de formación del precio spot. Esta hipótesis deberá ser analizada a partir de test estadísticos en los modelos planteados.

En mayo del 2008 se introduce el cargo por confiabilidad y el precio de escasez, lo cual parece generar un cambio en la volatilidad del precio de la energía.

El precio de escasez fue superado por el precio spot horario en tres ocasiones durante octubre del 2009.

En el segundo semestre del 2009 el Ministerio de Minas y Energía y la CREG expiden un conjunto de resoluciones y medidas que pretenden intervenir el mercado para disminuir el precio spot, cuyo incremento refleja la escasez del recurso hídrico y del suministro de gas, así como la incertidumbre de los agentes frente a eventos futuros.

Por último, es claro que el precio de la energía en Colombia es más volátil durante la segunda mitad del año, especialmente en los meses de noviembre y diciembre y que los picos de precio se presentan en su mayoría entre las 18 y 20 horas del día.

Como resultado de este análisis se concluye que la serie de precio spot será estudiada a partir de enero del 2000 hasta mediados del año 2009, cuando inicia la intervención regulatoria del mercado.

Tabla 1. Índice de variación precio *spot-e*

Año	(σ/μ)%	Año	(σ/μ)%	Año	(σ/μ)%
1995	149.9	2000	35.18	2005	20.64

1996	122.29	2001	38.09	2006	39.89
1997	87.40	2002	24.58	2007	22.33
1998	95.31	2003	16.36	2008	37.94
1999	21.28	2004	19.97	2009	33.07

Fuente: Elaboración propia

Evaluación de factores de influencia

Como se espera, existe una relación lineal inversa entre el precio spoty las variables hídricas y de disponibilidad, puesto que dichas variables son de oferta y al disminuir producen un incremento del precio. Adicionalmente, la disminución de las variables hídricas y de disponibilidad hidráulica también generan un incremento en el precio, por el respaldo que debe realizar la generación térmica, más costosa que la hídrica, durante su escasez.

Por otra parte, se observa una correlación negativa más fuerte con el aporte de los ríos que con el nivel del embalse, lo cual indica que los precios aumentan cuando las lluvias disminuyen (especialmente en diciembre) aunque los embalses estén llenos, puesto que los generadores cobran el costo de oportunidad de vender en ese momento el agua, que escaseará en mayor medida durante los siguientes meses.

El precio medio de los contratos y la demanda son las variables de mayor correlación con el precio (40-50%), seguidas de las variables hídricas (20-30%) y de disponibilidad respectivamente (5-15%).

A partir del histograma de frecuencia del precio spot en cada una de las horas del día, se establecen tres rangos de precio asociados al nivel de demanda intradiario de la siguiente manera:

- Bajo de 0 a 7 horas: rango de media (77-88 \$COP/Kwh)
- Medio de 8 a 5 horas, 21 y 22 horas: rango de media (89-100\$COP/Kwh)
- Alto 18,19 y 20 horas: rango de media (101-117\$COP/Kwh)

Se obtienen tres series con una desviación estándar y en especial un índice de variación del precio respecto a su media, menor que los de la serie original, lo cual podría facilitar el trabajo de modelación y pronóstico de la misma.

Se aprecia una disminución generalizada de los precios durante los fines de semana (sábado y domingo), el invierno y los periodos climáticos neutrales y un incremento de los mismos y su volatilidad durante el verano, el fenómeno del Niño, los meses de febrero, octubre y diciembre.

5. MODELADO DE DATOS

El primer paso para modelar una serie de tiempo es comprobar la estacionariedad de la misma, en ese sentido se realizaron las correspondientes pruebas de raíz unitaria a la serie de tiempo diaria y horaria desde el año 2000 hasta el 2009, así como a sus primeras diferencias y a su forma logarítmica, encontrando que la serie original diaria y horaria no es estacionaria, contrario al comportamiento mostrado por ésta en primera diferencia regular y retorno logarítmico, respectivamente.

Por otra parte los test de DF, DFA, PPS y KPS muestran resultados incoherentes o contradictorios para el periodo de tiempo estudiado, lo cual dificulta la definición de la estacionariedad de la serie. Esta situación puede ser producto de cambios estructurales en el comportamiento del precio, tal y como se presume desde el análisis descriptivo gráfico y bibliográfico de la serie.

En consecuencia y con el objetivo de verificar la hipótesis de uno o varios cambios

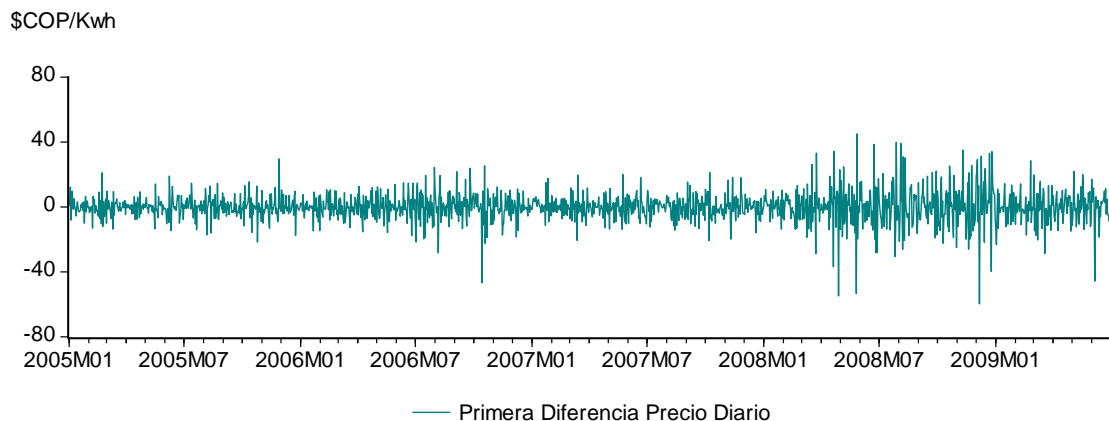
estructurales en la serie de precio spot colombiana entre el año 2000 y 2009, se realizó el contraste CUSUMQ sobre un modelo de regresión dinámica, elaborado a priori para la serie de precio diaria y horaria. Este contraste muestra dos puntos de ruptura importantes, a finales del año 2003-principios del 2004 y mediados del 2008, como evidencia de cambios drásticos y permanentes en el comportamiento del precio spot de la energía.

Tratar de corregir o representar estos cambios a través de variables dummy encierra una gran dificultad en la medida que no se conoce con exactitud el punto de ruptura. Por esta razón se decide trabajar con la serie de precio a partir del año 2005, para evitar los cambios del primer periodo señalado e intentar identificar la variación puntual del segundo.

Se repiten las pruebas de estacionariedad para la serie de precio diaria y horaria así como para las variables exógenas, durante el periodo comprendido entre el año 2005 y 2009.

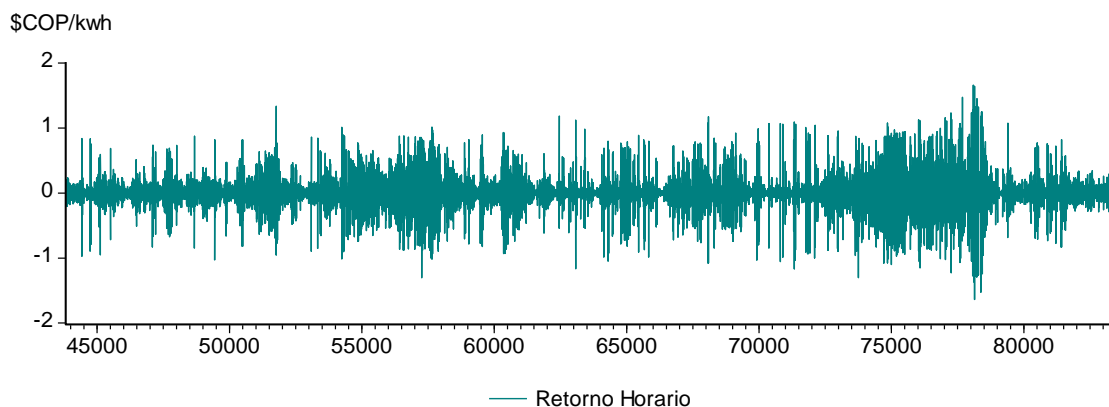
Finalmente se toma la primera diferencia regular como serie de trabajo de los precios diarios y sus variables de influencia, así como el retorno horario de la serie horaria y sus respectivas variables exógenas.

Figura 2. Primera diferencia precio diario



Fuente: Elaboración propia

Figura 3. Retorno horario

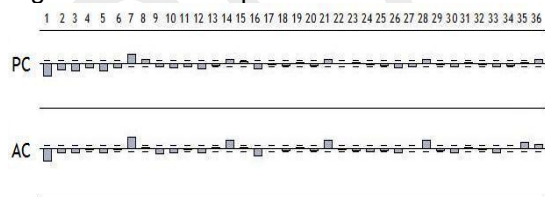


Fuente: Elaboración propia

Modelo Diario

A partir de la inspección de la función de autocorrelación total y parcial de la primera diferencia de la serie de precio diaria, se identifica un componente autoregresivo (FACP) significativo hasta el rezago siete y componentes de media móvil (FAC) estacionales cada siete días, es decir que el precio spotdiario depende de los precios de la semana anterior y de los promedios móviles de los residuos del mismo día, hasta dos o tres semanas atrás.

Figura 4. Diferencia precio diario 2005-2009



Fuente: Elaboración propia

Adicionalmente, se modela la volatilidad de la serie a través de un modelo GARCH, para resolver los problemas de heterocedasticidad de la misma y se agregan variables dummy que puedan mejorar el ajuste del modelo.

La relevancia de estos elementos (ARIMA, GARCH y variables dummy), en la explicación del precio spotdiario, es evaluada

a través del software Eviews-5 bajo un proceso iterativo. Finalmente se identifica y estima, a través del algoritmo de optimización Marquardt de Eviews-5, el siguiente modelo:

$$ARIMA(7,1,1) * (0,0,14) GARCH(1,1)$$

$$Y_t^* = Y_t - Y_{t-1} = \alpha_1 \text{Invierno} + \alpha_2 \text{Oct} + \alpha_3 \text{Dic} +$$

$$\alpha_4 \text{Lunes} + \alpha_5 \text{Sábado} + \alpha_6 \text{Festivo} +$$

$$\beta_1 \sum_{i=1}^7 Y_{t-i}^* + e_t - \theta_1 \sum_{i=1}^2 e_{t-i} - \theta_3 e_{t-1} \quad (6)$$

$$\sigma_t^2 = \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \theta_1 e_{t-1}^2 \quad (7)$$

Los residuos del modelo estimado, $(y_t - \hat{y}_t)$ y

$(y_t - \hat{y}_t)^2$ no son significativos, lo cual significa se ha solucionado con éxito la autocorrelación y heterocedasticidad de la serie y que el modelo planteado es adecuado para pronosticar. Sin embargo, en aras de mejorar el ajuste del modelo y de reducir los errores de pronóstico del mismo, se agregaron a la ecuación variables adicionales del mercado que puedan explicar en mayor grado la media del precio spotde la energía en Colombia.

Figura 5. Modelo GARCH precio spot diario

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
INVIERNO	0.285341	0.094503	3.019397	0.0025
OCT	-0.766671	0.276056	-2.777227	0.0055
DIC	0.696535	0.254608	2.735714	0.0062
LUNES	4.774325	0.786899	6.067269	0.0000
SABADO	-2.592313	0.747757	-3.466786	0.0005
FESTIVO	-2.529131	0.445812	-5.673086	0.0000
AR(1)	-0.064844	0.011267	-5.755056	0.0000
AR(2)	-0.086318	0.011820	-7.302547	0.0000
AR(3)	-0.062000	0.011280	-5.496535	0.0000
AR(4)	-0.077143	0.010830	-7.123103	0.0000
AR(5)	-0.072586	0.011511	-6.305847	0.0000
AR(6)	-0.053738	0.011121	-4.832243	0.0000
AR(7)	0.887547	0.017862	49.69044	0.0000
MA(1)	-0.218782	0.029332	-7.458725	0.0000
SMA(7)	-0.845591	0.030733	-27.51417	0.0000
SMA(14)	-0.082055	0.026490	-3.097559	0.0020

Variance Equation				
C	0.959014	0.184613	5.194723	0.0000
RESID(-1)*2	0.069956	0.008129	8.606244	0.0000
GARCH(-1)	0.916262	0.008047	113.8658	0.0000

R-squared	0.194104	Mean dependent var	0.029903
Adjusted R-squared	0.185166	S.D. dependent var	8.940282
S.E. of regression	8.070228	Akaike info criterion	6.830593
Sum squared resid	105703.7	Schwarz criterion	6.893120
Log likelihood	-558.917	Durbin-Watson stat	1.988008

Fuente: Elaboración propia.

De este modo y teniendo en cuenta las características de autocorrelación y heterocedasticidad de la serie de precio spot se identificó, a través del software Eviews-5 y bajo un proceso iterativo, el siguiente modelo ARMAX.

$$ARIMAX(7,1,1,1) * (0,0,14) GARCH(1,1)$$

$$Y_t^* = Y_t - Y_{t-1} = \alpha_1 Oct + \alpha_2 Dic + \alpha_3 Lunes + \alpha_4 Sábado + \alpha_5 Festivo + \delta_1 Contratos_t^*$$

$$\beta_i \sum_{i=1}^7 Y_{t-i}^* + \epsilon_t - \theta_1 \sum_{i=1}^2 \epsilon_{t-i} - \theta_3 \epsilon_{t-1} \quad (8)$$

$$\sigma_t^2 = \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \theta_1 \epsilon_{t-1}^2 \quad (7)$$

$$Contratos_t^* = Contratos_t - Contratos_{t-1}$$

Contrario a lo que podría pensarse y pese al notable aumento del precio spot durante periodos climáticos extremos, ni las variables hídricas ni las variables dummy estacionales resultan significativas, bajo esta metodología, para explicar el comportamiento del precio spot diario en Colombia, cuyo mejor argumento resulta ser su pasado mismo y el precio medio de los contratos del mismo día que se intenta predecir.

Figura 6. Modelo ARMAX precio spot diario

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
OCT	-0.689073	0.260648	-2.643692	0.0082
LUNES	4.948462	0.944074	5.241605	0.0000
SABADO	-2.140131	0.873377	-2.450410	0.0143
FESTIVO	-2.458207	0.462935	-5.310054	0.0000
D1_CONTRATOS	5.014093	0.087990	56.98475	0.0000
AR(1)	-0.045989	0.009304	-4.942856	0.0000
AR(2)	-0.044034	0.009171	-4.801737	0.0000
AR(3)	-0.034304	0.008440	-4.064598	0.0000
AR(4)	-0.048556	0.008665	-5.603450	0.0000
AR(5)	-0.039812	0.008721	-4.565112	0.0000
AR(6)	-0.037483	0.008128	-4.611712	0.0000
AR(7)	0.926127	0.012711	72.86113	0.0000
MA(1)	-0.254983	0.030598	-8.33413	0.0000
SMA(7)	-0.878507	0.016995	-51.69170	0.0000
SMA(14)	-0.012071	4.18E-05	-289.0836	0.0000

Variance Equation				
C	2.291435	0.272453	8.410386	0.0000
RESID(-1)*2	0.200985	0.021398	9.392792	0.0000
GARCH(-1)	0.763348	0.021280	35.87213	0.0000

R-squared	0.457081	Mean dependent var	0.029903
Adjusted R-squared	0.451398	S.D. dependent var	8.940282
S.E. of regression	6.621859	Akaike info criterion	6.277157
Sum squared resid	71210.80	Schwarz criterion	6.336394
Log likelihood	-5135.546	Durbin-Watson stat	1.873349

Fuente: Elaboración propia.

Los residuos del modelo planteado en (7) y (8) se comportan como ruido blanco y por tanto dicho modelo es adecuado para pronosticar.

Modelo horario

Siguiendo el esquema del numeral anterior, se trabajó con la serie estacionaria del precio spot horario para el periodo de tiempo inicialmente establecido (ene-2005/jun-2009) y para periodos inferiores a éste (año, semestre y mes), sin encontrar resultados satisfactorios para ninguno de los escenarios planteados; difícilmente se obtienen residuos con características de ruido blanco y por ende, en todos los casos el error de pronóstico promedio obtenido por el modelo simple de referencia es inferior, en al menos un punto porcentual, al generado por cualquiera de los modelos ARIMA, GARCH o ARMAX. Esta situación se explica por el alto grado de autocorrelación de la serie, la cual no es posible representar, en forma suficiente, por las metodologías de trabajo aquí expuestas, sumado al comportamiento particular del mercado durante los dos últimos años de estudio.

Bajo este contexto se concluye que, para pronosticar el precio spot horario se prefiere el modelo simple cuyo error de pronóstico promedio oscila entre el 5 y 7%, para el periodo de tiempo estudiado.

Por otra parte y con el fin de ampliar las alternativas de pronóstico, la serie de precio horaria es dividida en tres series de precio (bajo, medio y alto) asociadas al nivel de demanda intradiario. Estas series fueron estudiadas con los mismos criterios y procedimientos de las secciones anteriores: análisis de estacionariedad, identificación, verificación y pronóstico, encontrando que para las series de precio bajo y medio se prefiere nuevamente el modelo simple para su pronóstico, mientras que para la serie de precio alto se identifica un modelo de ajuste ARMAX, que se describe a continuación.

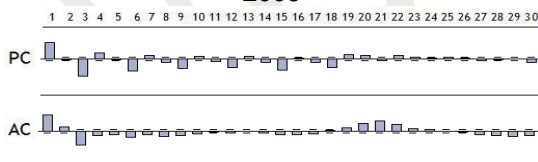
A partir de la inspección de la función de autocorrelación total y parcial de la serie de precio spot alto se determinó que la tercera diferencia estacional es la más adecuada para transformar esta serie en estacionaria y a continuación se identifican los componentes autoregresivos y de media móvil que representan la serie.

$$y_t^* = \ln(y_t) - \ln(y_{t-3}) = \ln\left(\frac{y_t}{y_{t-3}}\right) \quad (9)$$

La mejor representación de la serie se obtiene con el factor autoregresivo de uno (tres horas), seis y ocho días atrás, así como un componente de media móvil del mismo día y de dos semanas anteriores,

ARIMA(3,0,3) * (0,3,42).

Figura 7. Correlograma precio spothorario alto y_t^* 2005-2009



Fuente: Elaboración propia

Así mismo se identifica un modelo **GARCH(1,1)** para la desviación estándar de la serie de precio spot alto y la importancia de las variables dummy: Hora_18, Hora_19, lunes, martes, sábado, domingo y octubre para la explicación de su media.

A continuación y después de evaluar el número de retardos de las diferentes

variables explicativas frente al precio spot alto, se estimó a través del algoritmo de optimización Marquardt de Eviews-5, el siguiente modelo:

$$Y_t^* = \alpha_1 \text{Hora}_{19} + \alpha_2 \text{Lunes} + \alpha_3 \text{Domingo} + \alpha_4 \text{Oct} + \delta_1 \text{Contratos}_t^* + \delta_2 \sum_{i=2}^5 \text{Rios}_{t-3i}^* + \delta_6 \text{Demanda}_t^* + \beta_1 \sum_{i=1}^3 Y_{t-i}^* + \beta_4 Y_{t-18}^* + \beta_5 Y_{t-27}^* + e_t - \theta_1 \sum_{i=1}^2 e_{t-21i} - \theta_3 e_{t-3} \quad (10)$$

$$\sigma_t^2 = \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \theta_1 e_{t-1}^2 \quad (11)$$

$$X_t^* = X_t - X_{t-3}$$

La inspección de los residuos del modelo integrado por (10) y (11) da como resultado un comportamiento de ruido blanco, por lo que se concluye que dicho modelo es apropiado para pronosticar el precio spot de las horas de mayor demanda durante el día.

Figura 8. ARMAX precio spot horario alto

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
HORA_19	-0.000906	0.000271	-3.344035	0.0008
LUNES	-0.023279	0.003951	-5.891440	0.0000
DOMINGO	0.025994	0.004448	5.844560	0.0000
OCT	-0.006789	0.001759	-3.859834	0.0001
D_CONTRATOS	2.474415	0.136799	18.08798	0.0000
D_DEMANDA	0.602864	0.024639	24.46778	0.0000
D_RIOS(-6)	-0.028559	0.007107	-4.018631	0.0001
D_RIOS(-9)	-0.036479	0.006836	-5.336442	0.0000
D_RIOS(-12)	-0.024606	0.006590	-3.734062	0.0002
D_RIOS(-15)	-0.018428	0.007172	-2.569474	0.0102
D_DISPOH	-0.647853	0.066592	-9.728661	0.0000
AR(1)	0.361447	0.013689	26.40452	0.0000
AR(2)	0.152220	0.015957	9.539279	0.0000
AR(3)	0.211358	0.016554	12.76044	0.0000
AR(18)	0.041335	0.010186	4.057900	0.0000
AR(24)	-0.043494	0.009389	-4.632594	0.0000
MA(3)	-0.904541	0.007069	-127.9634	0.0000
SMA(21)	0.045568	0.013313	3.424373	0.0006
SMA(42)	0.048339	0.008455	5.716943	0.0000

Variance Equation				
C	0.000226	2.04E-05	11.05851	0.0000
RESID(-1)^2	0.156709	0.007474	20.96607	0.0000
GARCH(-1)	0.847409	0.005370	157.8070	0.0000

R-squared	0.463807	Mean dependent var	0.000377
Adjusted R-squared	0.461511	S.D. dependent var	0.204229
S.E. of regression	0.149867	Akaike info criterion	-1.509709
Sum squared resid	110.1442	Schwarz criterion	-1.480669
Log likelihood	3740.413	Durbin-Watson stat	2.058279

Fuente: Elaboración propia

6. PRONÓSTICO Y ANÁLISIS DE ERROR

Se pronostica el precio diario y el precio horario alto a través de la herramienta *Forecast* de Eviews-5, para dos periodos de tiempo distinto, de 01/01/2005 a 30/06/2009 y de 01/07/2009 a 31/12/2010, obteniendo los resultados de las figuras 9 y 10.

Teniendo en cuenta los resultados de la figura 9 y el porcentaje medio de error absoluto MAPE del modelo simple valorado en 7.7 y 8.19% para el periodo muestral y extra muestral respectivamente, se advierte una reducción del error para los mismos

periodos, con el modelo ARMAX planteado en este trabajo de investigación.

Figura 9. Pronóstico precio spot diario

PRONOSTICO GARCH		PRONOSTICO ARMAX	
Forecast: PRECIO_ORIF	Forecast: PRECIO_ORIF	Forecast: PRECIO_ORIF	Forecast: PRECIO_ORIF
Actual: PRECIO_ORIGINAL	Actual: PRECIO_ORIGINAL	Actual: PRECIO_ORIGINAL	Actual: PRECIO_ORIGINAL
Forecast sample: 1/01/2005 6/30/2009	Forecast sample: 7/01/2009 12/31/2010	Forecast sample: 1/01/2005 6/30/2009	Forecast sample: 7/01/2009 12/31/2010
Included observations: 1642	Included observations: 549	Included observations: 1642	Included observations: 549
Root Mean Squared Error 8.023401	Root Mean Squared Error 16.84056	Root Mean Squared Error 6.585464	Root Mean Squared Error 14.88733
Mean Absolute Error 5.690712	Mean Absolute Error 11.03107	Mean Absolute Error 4.312546	Mean Absolute Error 9.845253
Mean Abs. Percent Error 7.145445	Mean Abs. Percent Error 8.108476	Mean Abs. Percent Error 5.090616	Mean Abs. Percent Error 7.081270
Theil Inequality Coefficient 0.045958	Theil Inequality Coefficient 0.056102	Theil Inequality Coefficient 0.037630	Theil Inequality Coefficient 0.049540
Bias Proportion 0.001343	Bias Proportion 0.000170	Bias Proportion 0.000518	Bias Proportion 0.000024
Variance Proportion 0.043603	Variance Proportion 0.054913	Variance Proportion 0.007468	Variance Proportion 0.019512
Covariance Proportion 0.955054	Covariance Proportion 0.944917	Covariance Proportion 0.992013	Covariance Proportion 0.980464

Fuente: Elaboración propia

Figura 10. Pronóstico precio spot alto horario

PRONOSTICO ARMAX		PRONOSTICO ARMAX	
Forecast: PRECIO_ALTIF	Forecast: PRECIO_ALTIF	Forecast: PRECIO_ALTIF	Forecast: PRECIO_ALTIF
Actual: PRECIO_ALTO	Actual: PRECIO_ALTO	Actual: PRECIO_ALTO	Actual: PRECIO_ALTO
Forecast sample: 5482 10407	Forecast sample: 10408 12054	Forecast sample: 5482 10407	Forecast sample: 10408 12054
Included observations: 4926	Included observations: 1647	Included observations: 4926	Included observations: 1647
Root Mean Squared Error 17.85867	Root Mean Squared Error 35.15717	Root Mean Squared Error 17.85867	Root Mean Squared Error 35.15717
Mean Absolute Error 10.39154	Mean Absolute Error 22.11943	Mean Absolute Error 10.39154	Mean Absolute Error 22.11943
Mean Abs. Percent Error 9.845334	Mean Abs. Percent Error 12.78149	Mean Abs. Percent Error 9.845334	Mean Abs. Percent Error 12.78149
Theil Inequality Coefficient 0.083316	Theil Inequality Coefficient 0.095814	Theil Inequality Coefficient 0.083316	Theil Inequality Coefficient 0.095814
Bias Proportion 0.003567	Bias Proportion 0.006014	Bias Proportion 0.003567	Bias Proportion 0.006014
Variance Proportion 0.070571	Variance Proportion 0.072673	Variance Proportion 0.070571	Variance Proportion 0.072673
Covariance Proportion 0.925862	Covariance Proportion 0.921313	Covariance Proportion 0.925862	Covariance Proportion 0.921313

Fuente: Elaboración propia

Por otra parte, el pronóstico muestral y extra muestral realizado con el modelo ARMAX para el precio spot de las horas de mayor demanda durante el día, ofrece una reducción del MAPE con respecto al modelo simple de tres puntos porcentuales para los periodos de tiempo en estudio.

Hasta este punto se obtuvo, a través de modelos ARMAX, un pronóstico para el precio promedio diario de la energía y otro para el precio spot de las horas de mayor demanda del día, dejando la predicción del precio de las horas de demanda baja y media en poder del modelo simple, a partir del cual se alcanzó un MAPE de 4.21 y 4.04% para el periodo muestral y extra muestral, respectivamente.

Finalmente y a partir de un análisis del comportamiento del MAPE de los modelos de pronóstico aquí presentados, se anotan las siguientes observaciones:

Los mayores errores de pronóstico, en ambos modelos ARMAX (diario y horario), se presentan durante el 2008 y 2010 así como en sus respectivos homólogos simples o ingenuos. Estos años corresponden a los periodos de mayores lluvias o fenómeno de la Niña, donde se presenta la mayor volatilidad del precio spot, sin embargo la inclusión de variables dummy que representen estos años o el fenómeno climático, no resultan significativas para la explicación del mismo. Con respecto al 2008 y en relación a la existencia de un posible cambio estructural durante este año, se evaluó la inclusión de una variable dummy que lo representara sin encontrar resultados satisfactorios, posiblemente por el desconocimiento del momento exacto de dicho cambio.

En oposición, los años con mejores o menores errores de pronóstico son 2005 - 2006 y 2005-2009 en el modelo ARMAX diario y horario, respectivamente.

Los menores errores de pronóstico se alcanzan durante los cinco primeros meses del año y los mayores de junio en adelante. Sin embargo, es en el segundo semestre cuando los modelos ARMAX, aquí planteados, alcanzan su mejor comportamiento frente a su correspondiente modelo simple e ingenuo.

En armonía con el punto anterior, el error de pronóstico es ligeramente superior durante el invierno (mayo -noviembre) con respecto a la estación de verano (diciembre-abril), definida por la CREG.

Mientras que con el modelo diario los mayores errores de pronóstico se obtienen los días sábado, domingo y lunes, con el modelo horario alto los menores errores se logran los días viernes, sábado y domingo.

Existe una relación en ambos modelos ARMAX entre los errores de pronóstico superiores al 10% y las fallas del SIN o de las diferentes unidades de generación, entre otros eventos.

Se observa una mejora o ventaja de los modelos ARMAX, frente a sus correspondientes modelos ingenuos, puesto

que disminuyen considerablemente el porcentaje de errores superiores al 20% y a su vez incrementan el porcentaje de errores inferiores al 10%.

En cuanto al pronóstico simple del precio de las horas de demanda baja y media se

observa que los mayores errores de predicción se presentan en las horas 0, 22 y 23 con casi el doble del error promedio de las demás horas del día, mientras que los menores errores corresponden a los días viernes, sábado y domingo.

Figura 11. Pronóstico ARMAX precio spot diario 07/2009-12/2010

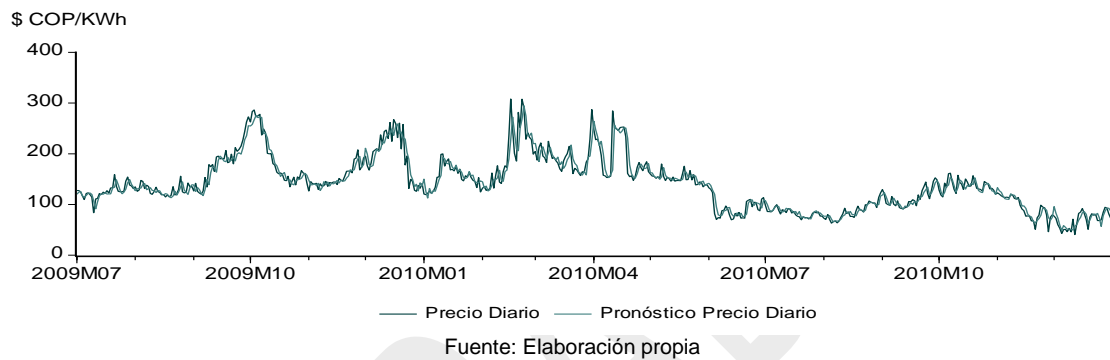
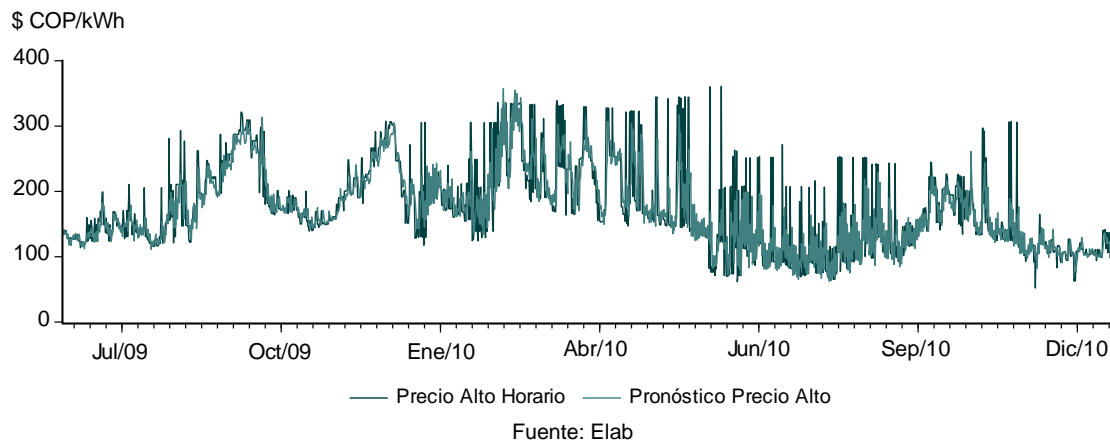


Figura 12. Pronóstico ARMAX precio spot horario alto 07/2009-12/2010



7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El precio spot de la energía en Colombia es una serie altamente volátil, caracterizada por su sensibilidad frente a los cambios en los factores climáticos y otros eventos del SIN (atentados, fallas, resoluciones), que ha madurado a través de los años mostrando una mejor capacidad de equilibrio frente a los mismos. Sin embargo, las condiciones climáticas extremas de los dos últimos años, que han llevado al precio spot a romper las barreras del precio de escasez, demuestran que en su orden el país, el sistema y el mercado no se encuentran preparados para sortear adecuadamente estas situaciones y mantener la estabilidad del precio.

Gracias a la regulación del comercio minorista de energía, los precios elevados del mercado mayorista no se trasladan al consumidor final, por esta razón, antes de realizar una apertura total del sistema es necesario garantizar la cobertura de la demanda y en seguida la estabilidad del precio spot frente a eventos externos.

Adicionalmente se identifican dos cambios estructurales en la serie de precio (2004 y 2008) que requieren ser estudiados más a fondo para encontrar sus causas y su punto exacto de incidencia y de esta manera poder incluirlos en posteriores estudios de modelamiento.

A causa de la alta volatilidad del precio, difícilmente el modelo ARIMA logra la mejor representación del precio spot, es necesario modelar su desviación estándar a través de modelos GARCH e incluir variables exógenas que amplíen la explicación del mismo, formando modelos de regresión dinámica y ARMAX. Particularmente en el caso colombiano, la mejor representación del precio spot diario se alcanza con un modelo

ARIMAX(7,1,1,1) * (0,0,14), GARCH(1,1). Para el precio spot horario medio y bajo se prefiere el modelo simple o ingenuo y para la serie spot formada por los precios de las horas de mayor demanda se tiene un modelo

ARIMAX(3,0,3,3) * (0,3,42), GARCH(1,1).

Para los dos modelos aquí planteados, se encuentra que la variable de influencia más

significativa es el precio medio de los contratos, observando que a su vez este puede ser explicado por la expectativa futura del precio spot, por lo cual se recomienda para estudios posteriores la evaluación de causalidad entre estas dos variables y la elaboración de un modelo de Vector Autoregresivo "VAR" que represente en forma adecuada dicha relación.

Por otra parte y en cuanto al comportamiento mostrado por el precio de las horas 0, 21, 22 y 23, donde se presenta el mayor error de pronóstico con el modelo simple, se recomienda agruparlo con el de las horas de mayor demanda 18, 19 y 20 para elaborar un único modelo que pueda explicar los movimientos de este bloque de horas nocturnas.

Finalmente teniendo en cuenta los múltiples saltos que presenta la serie de precio spot a lo largo del tiempo, se recomienda realizar un estudio detallado de los mismos y plantear un modelo de salto difusión que pueda representarlos en forma adecuada y mejorar el pronóstico de la serie en cuestión.

REFERENCIAS

BOTERO, Sergio y CANO, Jovan Alfonso. Estado del arte en la estimación de los precios de la energía en el mercado spot. En: Revista Energética. Medellín, Julio 2007, no. 37, p. 23-30.

BOTERO, Sergio y CANO, Jovan Alfonso. Análisis de series de tiempo para la predicción de los precios de la energía en la bolsa de Colombia. En: Cuadernos de Economía. Bogotá 2008, vol. 27 no. 48, p. 173-208.

BOWERMAN, B.L. y O'connell, RT. ARIMA models by time series forecasting. 2 ed. Boston. Duxbury Press. 1993.

BOX, George E. y JENKINS, Gwilym M. Time series analysis; forecasting and control. San Francisco, California. Holden-Day Inc. 1976.

CAISO website. Disponible en: www.caiso.com.

Centro de Despacho Económico de Carga CDEC- SIC/ SING. Disponible en: https://www.cdec-sic.cl/index_es.php y <http://cdec2.cdec-sing.cl/portal>.

CONTRERAS, Javier; ESPINOLA, Rosario; NOGALES, Francisco y CONEJO, Antonio. ARIMA models to predict next-day electricity prices. En: IEEE Transactions on Power Systems. Agosto 2003, vol. 18 no. 3, p. 1014-1020.

CREG website. Disponible en: www.creg.gov.co.

Derivex S.A. website. Disponible en: www.derivex.com.co.

FERNANDEZ PÉREZ, José Carlos. Análisis y evaluación de mercados eléctricos liberalizados a escala internacional. Tesis de Máster en Gestión Técnica y Económica en el Sector Eléctrico. Madrid, España. Universidad Pontificia Comillas. Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI). Instituto de Postgrado y Formación Continua, 2002.

FERNANDEZ PÉREZ, José Carlos. Experiencias Internacionales en mercados eléctricos liberalizados. En: Anales de Mecánica y Electricidad. Marzo-Abril 2003. p. 70-76.

GEMAN, Héltette y RONCORONI, Andrea. Understanding the fine structure of electricity prices. En: Journal off Business. 2006, vol. 79 no. 6.

GIL ZAPATA, Martha María y MAYA OCHOA, Cecilia. Modelación de la volatilidad de los precios de la energía eléctrica en Colombia. En: Revista de Ingenierías Universidad de Medellín. Enero-Junio 2008, vol. 7 no. 12, p. 87-114.

GRAJALES BEDOYA, Duván. Modelación del precio de la energía en Colombia usando un modelo de inferencia neurodifuso (ANFIS). En: Revista Soluciones de Postgrado EIA. Enero 2009, no. 3, p. 25-38.

GUJARATI, Damodar N. Econometría. 4ed. Mexico, D.F. McGraw-Hill. 2004.

LIRA, F; MUÑOZ, C; NÚÑEZ, F y CIPRIANO, A. Short-term forecasting of electricity prices in the Colombian electricity market. En: IET Generation, Transmission y Distribution. 2009, vol. 3, p. 980-986.

LONDOÑO HERNANDEZ, Sandra Milena y MONCADA LOZAN, Carlos Arturo. Revisión

de herramientas aplicadas al modelamiento de mercados de electricidad. En: Revista Ingeniería e Investigación. Diciembre 2009, vol. 29 no. 3, p. 67-73.

MIBEL website. Disponible en: www.mercadoibericoenergia.org.

MILLÁN, Jaime. La segunda generación de bolsas de energía: lecciones para América Latina. Disponible en: <http://idbdocs.iadb.org/wsdocs>.

NOGALES, Francisco; CONTRERAS, Javier; CONEJO, Antonio y ESPINOLA, Rosario. Forecasting next-day electricity prices by time series models. En: IEEE Transactions on Power Systems. Mayo 2002, vol. 17 no. 2, p. 342-348.

Nordpool Spot website. Disponible en: www.nordpoolspot.com.

OMEL website. Disponible en: www.omel.es.

OTERO, José M. Econometría: series temporales y predicción. Madrid, España. Editorial AC. 1993.

PEREZ LOPEZ, Cesar. Econometría avanzada técnicas y herramientas. Madrid, España. Prentice-Hall. 2008.

PJM ISO website. Disponible en: www.pjm.com.

SAN ROMÁN PULIDO, Antonio y PÉREZ GARCÍA, Julián. Modelos Econométricos. Guía para la elaboración de modelos econométricos con Eviews. [s.l.] Ediciones Pirámide.

SCHWARTZ, Eduardo S. y LUCIA, Julio J. Electricity prices and power derivatives: evidence from the Nordic Power Exchange. En: Review of Derivates Research. Junio 2000, vol. 5 no. 1, p. 5-50.

VELÁZQUEZ, Juan; DYNER, Isaac y SOUZA, Reinaldo. Modelado del precio spot de la electricidad en Brasil usando una red neuronal autoregresiva. En: Revista Chilena de Ingeniería. Diciembre 2008, vol. 16 no. 3, p. 394-403.

XM Compañía de Expertos de Mercado S.A. ESP website. Disponible en: www.xm.com.co.

WOOLDRIDGE, Jeffrey M. Introducción a la
Econometría. Un enfoque moderno. 2 ed.
Madrid, España. Paraninfo, S.A. 2006

BORRADOR