

**MÉTODO DE DISEÑO DE UN SECADOR DE CAFÉ POR CONVECCIÓN  
FORZADA UTILIZANDO SIMULACIÓN DINÁMICA**

**AMBAR ORIANA VALENCIA CARRILLO**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO QUÍMICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA QUÍMICA**

**BUCARAMANGA**

**2017**

**MÉTODO DE DISEÑO DE UN SECADOR DE CAFÉ POR CONVECCIÓN  
FORZADA UTILIZANDO SIMULACIÓN DINÁMICA**

**AMBAR ORIANA VALENCIA CARRILLO**

**Trabajo de grado para optar el título de Ingeniera Química**

**Director**

**Giovanni Morales Medina**

**Ingeniero Químico, Dr. Sc.**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER**

**FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO QUÍMICAS**

**ESCUELA DE INGENIERÍA QUÍMICA**

**BUCARAMANGA**

**2017**

## **AGRADECIMIENTOS**

La culminación de este proyecto fue posible gracias a muchas personas que de una u otra forma influyeron en mí, aportando a mi desarrollo personal y profesional, no solo durante mis años de formación académica si no a lo largo de toda mi vida, compartiendo tristezas y alegrías, triunfos y fracasos, que me convierten en lo que soy y me dan fuerzas para continuar el camino que escogí.

Agradezco a mi madre, Gloria Carrillo, por ser quien me enseñó a ver en los pequeños detalles lo asombroso que tiene la vida, por ser la fuerza que me impulsa a cumplir mis sueños y alcanzar la felicidad, siendo siempre una mejor persona, sin dejar de lado la ilusión de volar lejos, hasta el infinito.

A mi padre, Gerson Valencia, por impartirme la cultura del conocimiento, por estar siempre en el momento adecuado, y ser mi tranquilidad cuando la angustia estuvo presente.

A mis hermanos mayores Shaday, Lorena y William, por formar parte de una familia que me apoya, por ser mi ejemplo a seguir y por aportarme conocimientos desde cada una de sus áreas, que me permitieron crecer en el ámbito académico.

A mis amigos, Diana, Laura, Gabriel, Oscar, Margarita y Carolina, por hacer agradable mi paso por la universidad, convirtiéndola en un espacio lleno de memorias que recordaré siempre con alegría en el corazón.

Al profesor Giovanni Morales y todas aquellas personas que contribuyeron en la realización de este proyecto, por ser mis guías y regalarme los conocimientos necesarios para poder terminarlo satisfactoriamente.

A la Universidad Industrial de Santander, por permitirme cumplir mi sueño de formarme profesionalmente en tan prestigiosa institución.

## CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	14
1. MARCO TEÓRICO	16
1.1 PROCESO DE POST-COSECHA DEL CAFÉ	16
1.2 SECADO MECÁNICO	17
1.3 PRINCIPIOS DEL PROCESO DE SECADO	18
2 METODOLOGÍA	20
2.1 PRUEBAS EXPERIMENTALES	20
2.2 DESARROLLO DEL MODELO MATEMÁTICO	22
2.3 ALGORITMO DE SOLUCIÓN	22
3 RESULTADOS Y ANÁLISIS	23
3.1 PARÁMETROS DEL MODELO	23
3.2 VELOCIDAD DE SECADO	24
3.3 MODELO MATEMÁTICO	25
3.3.1 Balance de masa en el lecho	26
3.3.2 Balance de masa en el aire que entra al volumen de control	28
3.3.3 Balance de energía en el lecho	29
3.3.4 Balance de energía para el aire que entra al volumen de control	32
3.4 SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO	34

3.5 COMPARACIÓN CON OTROS MODELOS	37
3.6 COMPARACIÓN CON EXPERIMENTACIÓN REPORTADA EN LA LITERATURA	39
4 CONCLUSIONES	41
5 RECOMENDACIONES	42
CITAS BIBLIOGRÁFICAS	43
BIBLIOGRAFIA	46
ANEXOS	50

## LISTA DE TABLAS

	pág.
<b>Tabla 1.</b> Causas de los defectos del café durante el secado. ....	16
<b>Tabla 2.</b> Parámetros del café empleados, encontrados en el laboratorio.....	23
<b>Tabla 3.</b> Parámetros del café y del aire empleados, propuestos en la literatura. ..	23
<b>Tabla 4.</b> Comparación de tiempo final de secado para un lecho con volumen 0.15 m <sup>3</sup> , y cambios en el área transversal.....	37
<b>Tabla 5.</b> Comparación de parámetros calculados y reportados por Parra, Roa & Oliveros.....	37
<b>Tabla 6.</b> Tiempo de secado en horas para diferentes flujos reportados, usando las propiedades y condiciones propuestas en la literatura (tabla 2). ....	38
<b>Tabla 7.</b> Comparación de los tiempos de secado en horas para la densidad y el Cp del grano propuesto y reportado en la literatura, utilizando z=0.15 m, x final de 12%. ....	39

## LISTA DE FIGURAS

	pág.
<b>Figura 1.</b> Esquema de la metodología empleada.....	20
<b>Figura 2.</b> Velocidades de secado para los diferentes equipos y configuraciones.	24
<b>Figura 3.</b> Esquema del secador propuesto, a) Dimensiones del equipo, b) Volumen de control. ....	26
<b>Figura 4.</b> Perfiles solución del modelo propuesto, flujo de aire 1754 kg/h, $z=0.15$ m y $\Delta t=10$ min, a) Humedad del sólido, b) Humedad del aire, c) Temperatura del sólido, d) Temperatura del aire. ....	34
<b>Figura 5.</b> Comparación tiempo de secado para diferentes flujos de aire y $z=0.15$ m. ....	36
<b>Figura 6.</b> Humedad del café con respecto al tiempo, datos experimentales, modelo reportado en la literatura y modelo propuesto. ....	40

## LISTA DE ANEXOS

	<b>pág.</b>
<b>Anexo A.</b> Cálculo propiedades encontradas en el laboratorio .....	50
<b>Anexo B.</b> Cálculo del Cp para los granos de café.....	54
<b>Anexo C.</b> Cálculo de la velocidad de secado en el secador rotatorio y de bandejas .....	62
<b>Anexo D.</b> Discretización de variables tiempo y espacio .....	72
<b>Anexo E.</b> Código en MATLAB para la solución del sistema de ecuaciones .....	73
<b>Anexo F.</b> Calor específico del aire y del vapor de agua .....	78
<b>Anexo G.</b> Simulación con la mitad del intervalo .....	79
<b>Anexo H.</b> Influencia de las capas de sólido.....	79

## NOMENCLATURA

- $x$ : Humedad decimal en base húmeda del café.  
 $y$ : Humedad decimal en base húmeda del aire.  
 $t$ : Tiempo de secado [h].  
 $\varepsilon$ : Porosidad del lecho.  
 $A'_T$ : Área transversal del lecho [m].  
 $z$ : Altura del lecho [m].  
 $\rho_g$ : Densidad promedio de un grano de café [kg/m<sup>3</sup>].  
 $D_p$ : Diámetro de un grano de café [m].  
 $v_c$ : Volumen desplazado por el grano de café [m<sup>3</sup>].  
 $\phi$ : Esfericidad.  
 $A_L$ : Área de transferencia (área longitudinal de los poros dentro del lecho) [m<sup>2</sup>].  
 $N$ : Velocidad de secado [kg/m<sup>2</sup>h].  
 $x_s$ : Humedad del grano decimal en base seca.  
 $x_{es}$ : Humedad de equilibrio decimal en base seca.  
 $x_e$ : Humedad de equilibrio decimal del café en base húmeda.  
 $P_{vs}$ : Presión de vapor de saturación kPa.  
 $P_v$ : Presión de vapor parcial kPa.  
 $m, q, n$ : Coeficientes específicos ecuación de secado en capa delgada.  
 $\dot{m}_{agua}$ : Flujo másico de agua [kg/h].  
 $m_{ag}$ : Masa de agua [kg].  
 $\dot{m}_{aire}$ : Flujo másico de aire [kg/h].  
 $m_{aire}$ : Masa total de aire [kg].  
 $m_{aires}$ : Masa de aire seco [kg].  
 $\dot{m}_{aires}$ : Flujo másico de aire seco [kg/h].  
 $\rho_{aires}$ : Densidad promedio del aire seco [kg/m<sup>3</sup>].

$\lambda$ : Calor latente de vaporización del agua en el grano [kJ/kg].  
 $h$ : Coeficiente de transferencia de calor entre el aire y el grano en [kJ/hm<sup>2</sup>K].  
 $T_a$ : Temperatura del aire [K].  
 $T_s$ : Temperatura de los sólidos del lecho [K].  
 $q$ : Flujo de calor por unidad de área transferido por conducción [J/m<sup>2</sup>s].  
 $k$ : Coeficiente de conductividad térmica [kJ/mhK].  
 $h_s$ : Entalpía específica de los sólidos [kJ/kg].  
 $C_{psp}$ : Calor específico promedio del sólido [kJ/kgK].  
 $h_a$ : Entalpía específica del aire [kJ/kg].  
 $C_{pa}$ : Calor específico del aire [kJ/kgK].  
 $C_{pasp}$ : Calor específico promedio del aire seco [kJ/kgK].  
 $C_{pavp}$ : Calor específico promedio del agua como vapor [kJ/kgK].

## RESUMEN

**TITULO:** MÉTODO DE DISEÑO DE UN SECADOR DE CAFÉ POR CONVECCIÓN FORZADA UTILIZANDO SIMULACIÓN DINÁMICA.\*

**AUTOR:** AMBAR ORIANA VALENCIA CARRILLO.\*

**PALABRAS CLAVE:** CAFÉ, HUMEDAD, SECADO, SIMULACIÓN.

### DESCRIPCIÓN.

Para determinar la configuración más adecuada del secador a diseñar, se desarrollaron una serie de pruebas experimentales, en las que se tomaron datos de velocidad de secado a diferentes condiciones, y se determinaron propiedades físicas y térmicas de los granos que se cosechan en una finca ubicada en Piedecuesta, Santander. Los parámetros encontrados en el laboratorio se implementaron en un modelo matemático desarrollado con base en las operaciones de transferencia de masa y energía, que intervienen durante el secado, planteando los balances correspondientes para los sistemas involucrados en el proceso. Las ecuaciones del modelo se trataron matemáticamente por medio de la discretización de variables, y el sistema de ecuaciones no lineales obtenido se solucionó codificando un algoritmo en el software MATLAB, en el que se graficaron los perfiles de temperatura y humedad con respecto al tiempo y al espacio. Los resultados fueron comparados con datos reportados, tanto experimentales como provenientes de otras simulaciones, y se validó el modelo propuesto verificando la similitud entre el tiempo final de secado obtenido y el reportado en la literatura. Se realizaron simulaciones para diferentes condiciones y dimensiones del equipo, encontrando que la zona operativa más adecuada para el secador de baja capacidad (180 kg de café lavado), requeriría un flujo de aire de 1754 kg/h y un área transversal del lecho de 0.8 m<sup>2</sup>.

---

\* Trabajo de Grado

\*\* Facultad de Ingenierías Físicoquímicas. Escuela de Ingeniería Química. Director: Giovanni Morales Medina, Ingeniero Químico, Dr. Sc.

## ABSTRACT

**TITLE:** DESIGN METHOD OF A FORCE CONVECTION COFFEE DRYER USING DYNAMIC SIMULATION.\*

**AUTHOR:** AMBAR ORIANA VALENCIA CARRILLO. \*\*

**KEYWORDS:** COFEE, HUMIDITY, DRYING, SIMULATION.

### DESCRIPTION.

In order to determine the most suitable configuration of the dryer to be designed, a series of experimental tests were developed, in which drying rate data were taken at different conditions, and physical and thermal properties of the grains harvested in a homestead located in Piedecuesta, Santander. The parameters found in the laboratory were implemented in a mathematical model developed, based on mass and energy transfer operations that are given during the drying process, represented by the corresponding balances for the systems involved in the process. The equations of the model were mathematically treated through the discretization of variables, and the system of nonlinear equations obtained was solved by an encoded algorithm in the MATLAB software, in which the temperature and humidity profiles were plotted with respect to time and space. The results were compared with reported data, both experimental and from other simulations, and the proposed model was validated by verifying the similarity between the final drying time obtained and that reported in the literature. Simulations were performed for different conditions and dimensions of the equipment, finding that the most suitable operating area for the low capacity dryer (180 kg of washed coffee), would require an air flow of 1754 kg/h and a bed cross-sectional area of 0.8 m<sup>2</sup>.

---

\* Bachelor Thesis

\*\* Facultad de Ingenierías Físicoquímicas. Escuela de Ingeniería Química. Director: Giovanni Morales Medina, Ingeniero Químico, Dr. Sc.

## INTRODUCCIÓN

En Colombia, el 71% del café producido proviene de los cafeteros que viven en pequeñas fincas de no más de 2 hectáreas, y representan ca. 96% de los cultivadores [1], [2], convirtiéndose así en una vocación esencialmente familiar, que permite obtener un café de excelente calidad y casi artesanal [3]. También, el café es uno de los productos con mayor representación en la canasta agrícola colombiana [4]. Por su importancia económica, la tecnificación de este cultivo y de su proceso de post-cosecha se ha venido implementando en diversos aspectos, incluyendo el secado, el cual es muy importante para la conservación del grano evitando la proliferación de hongos que impactan negativamente sobre la calidad del café comercializado [5].

El precio interno de referencia para una carga (125 Kg) de café pergamino (seco) se encuentra alrededor de los \$865,875 para Bucaramanga según la FNC [6]. En el departamento de Santander se cuenta con ca. 6% de los caficultores del país [7], por lo cual es importante colaborar con la tecnificación de los procesos para la comercialización efectiva del café. Respecto al secado del grano, existe una amplia variedad de equipos secadores que pueden costar desde \$1'868.000 hasta \$186'000.000 [8], según la capacidad y la tecnología con la que cuentan. Considerando el precio de venta de la carga y los costos de los equipos secadores, el beneficio económico de la comercialización del café pergamino limita la tecnificación del proceso de secado. Una alternativa consiste en proporcionar valores para las variables de operación y dimensiones de los secadores, de modo que su construcción pueda ser realizada en diversos talleres sin experiencia previa en el área; con esto el costo de los equipos puede disminuir ya que se dependería menos de la heurística de los constructores.

Las herramientas informáticas se han implementado al proceso de post cosecha del café por medio de programación de modelos matemáticos para simular las condiciones y el tiempo de secado. Al respecto, CENICAFÉ cuenta con un software que permite simular el proceso según la clase de secador, con resultados cercanos a los obtenidos experimentalmente [9], [10]. Con esto, los software de simulación pueden ser utilizados para verificar los desempeños de posibles opciones de tamaños y distribuciones de equipos para el proceso de secado del café.

El presente trabajo propone un modelo matemático de simulación dinámica como herramienta para el diseño de secadores de café por convección forzada. El método tiene en cuenta las condiciones ambientales de la zona, y las propiedades físicas y térmicas del café que se siembra en la región, así como la visión de proporcionar un equipo accesible para el cultivador de baja producción. El modelo fue desarrollado a partir de consideraciones de transferencia de masa y balances de materia y energía para el café y el aire. Por medio de un algoritmo de solución codificado en MATLAB, las diferentes condiciones para el café y el aire fueron predichas según el tiempo de operación y las dimensiones del equipo, encontrando así, la zona operativa más adecuada para la clase de secador en análisis.

## 1. MARCO TEÓRICO

### 1.1 PROCESO DE POST-COSECHA DEL CAFÉ

La post-cosecha comprende todas las actividades realizadas después de la recolección del fruto maduro de la planta hasta la disposición final en las bodegas de la empresa comercializadora; i.e. la post-cosecha incluye despulpado, lavado y secado del café. Esta última etapa es de las más importantes, ya que la presencia del agua puede alterar drásticamente la calidad de los granos, permitiendo la acción metabólica de hongos y otros microorganismos. Por lo general, el café se almacena por semanas en las fincas y posteriormente en bodegas antes de ser trillado, tostado, empacado y transportado a su destino final; por esto, es necesario que durante ese tiempo se conserve su inocuidad, y esto se logra reduciendo el contenido de humedad [11].

Después del lavado, el café lleva un contenido de humedad de *ca.* 53% en base húmeda, por lo cual es usualmente sometido al proceso de secado natural al sol o secado mecánico, hasta un valor de humedad de *ca.* 12%, para evitar la degradación por acción de microorganismos [11]; en la tabla 1 se resumen los daños frecuentes que sufren los granos por una práctica deficiente en el secado. Los efectos dañinos irreversibles más importantes, ocurren a temperaturas mayores a 60 °C en el secado mecánico [12].

**Tabla 1.** Causas de los defectos del café durante el secado.

Falla en la etapa	Defecto en el grano
Falta de higiene en equipos y ambientes	Contaminado, mohoso, terroso
Cargas de secado altas y capas de grano gruesas	Decolorado, veteado, mohoso
Altas temperaturas en el secador, mayor a 50°C	Cristalizado
Prolongados tiempos de secado	Decolorado, veteado
Re humedecimiento y amontonamiento	Decolorado, veteado, mohoso

Fuente: FNC-CENICAFÉ, Manual del cafetero colombiano. Tomo III, 2013.

Una vez seco, la masa de café sufre una disminución del peso de 47.2% que, sumado a las condiciones climáticas de la época, la naturaleza del grano, y al tiempo prolongado necesario para el secado, hace de esta etapa una de las más complicadas y costosas de todo el proceso.

## **1.2 SECADO MECÁNICO**

Es la respuesta a los inconvenientes que acompañan el secado solar, como son las condiciones climáticas, ya que en muchas regiones cafeteras la temporada de cosecha coincide con la temporada de lluvias, alta humedad relativa, bajas temperaturas y poco brillo solar, por lo que aumentan los tiempos de secado y se compromete la calidad del café [13], así, aunque es especial para fincas con producciones mayores a 2500 kg [14], a veces resulta necesario utilizar estos equipos a bajas capacidades (94 kg) como complemento o única alternativa [13].

Los equipos establecidos para el secado de café, utilizan una fuente externa de calentamiento para aumentar la temperatura del aire de entrada hasta 50°C, evitando así el contacto directo con los granos, e impulsarlo por medio de un ventilador, casi siempre centrífugo a través del lecho o las capas de café, que deben tener una altura máxima de 35 cm [14]. Muchos de los secadores cuentan con compuertas de dirección de aire, diferentes opciones para el uso del combustible e incluso complementos para la agitación de los granos que permita tener un secado homogéneo del café.

El secador más popular utilizado entre los años 1960 y 1970 en el país, fue el secador tipo Guardiola, que se compone de un cilindro que gira con los granos en su interior. La característica principal de este equipo es que permite obtener uniformidad en el secado, sin embargo, presenta baja eficiencia energética, complejidad en el manejo y la construcción, alto costo y prolongado tiempo de secado [13].

Para solucionar los problemas anteriormente mencionados, se implementaron los secadores de capa fija, también llamados silos secadores, el tiempo de secado está comprendido entre 18 a 30 horas, y pueden construirse con materiales propios de las regiones cafeteras como ladrillos, bloques, cemento, entre otros. Este equipo cuenta con dos o más cámaras verticales de secado donde se deposita el café lavado, un túnel central distribuidor de aire y compuertas que permiten cambiar el sentido del aire, de este modo, se garantiza la uniformidad en el contenido de humedad de los granos [13].

A partir de este modelo, se han construido secadores con diferentes configuraciones de cámaras de secado (2 o 3 cámaras, horizontales o verticales) y pre secado, así como de cambio en las direcciones del aire para aumentar la uniformidad y disminuir el tiempo que tarda en secar el café hasta el 12% de humedad.

### **1.3 PRINCIPIOS DEL PROCESO DE SECADO**

Cuando un sólido se seca, ocurren dos procesos; se transmite calor para evaporar el líquido y se transmite masa en forma de líquido o vapor dentro del sólido y como vapor en la superficie [15]. La transferencia de masa se da cuando el sólido se expone a una corriente continua de gas que contiene una presión parcial dada de vapor de agua. El sólido perderá o ganará humedad por evaporación hasta que la presión de vapor del agua en el sólido sea igual a la presión parcial del vapor de agua en la corriente gaseosa, llegando así a un estado de equilibrio entre el gas y el sólido, en el que la humedad aún presente en el material recibe el nombre de humedad de equilibrio. Lo anterior implica, que una mayor exposición del sólido a la corriente gaseosa con iguales condiciones no provocará pérdidas adicionales de humedad en el material, si este ya ha llegado a su humedad de equilibrio. En lugar de eso, si el sólido se expone a un gas con menor humedad relativa, este perderá humedad hasta alcanzar de nuevo un valor de equilibrio con respecto a la presión parcial del vapor de agua en dicho gas [16].

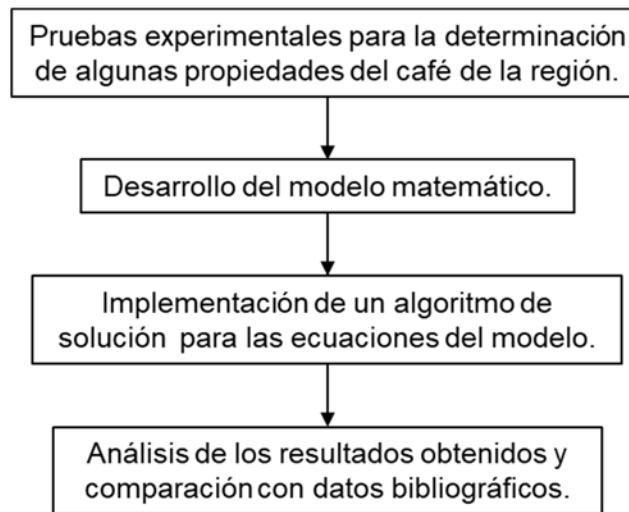
Los estudios de secado se pueden basar en el mecanismo interno de la circulación del líquido, que depende de la estructura del sólido y tiene que ver con mecanismos como la difusión, el flujo capilar, por gravedad, por gradientes de contracción y presión, o por una secuencia de vaporización y condensación. Así como también, pueden sentar bases en el efecto de las condiciones externas como temperatura, humedad, corriente de aire, velocidad de secado, agitación del sólido y contacto entre las superficies. Este último método tiene una mayor aplicabilidad inmediata en el diseño de los diferentes equipos [15], y es el utilizado a lo largo de este proyecto.

**1.3.1 Velocidad de secado** Durante el proceso de secado, el contenido de humedad del material disminuye con el tiempo hasta llegar a un valor en el que se mantiene constante (humedad de equilibrio). En una gráfica, esos datos representan la curva de contenido total de humedad cuya derivada es la velocidad de secado [17]. Generalmente, esta curva cuenta con dos partes principales, un periodo constante y un periodo de velocidad decreciente. En los primeros momentos del secado, el sólido se encuentra muy húmedo y la superficie está recubierta por una delgada capa de líquido que se evapora cuando se pone en contacto con aire relativamente seco, este periodo corresponde a la velocidad de secado constante del material, que se mantiene hasta que se alcanza un valor conocido como el contenido de humedad crítica. A partir de este valor, la capa de líquido superficial se ha reducido dando lugar al secado en el interior del grano, por medio de gradientes de concentración que existen entre las partes más profundas y la superficie, conociéndose como periodo de velocidad decreciente, cuyo comportamiento depende principalmente de la naturaleza del sólido y del mecanismo del flujo de la humedad interna [16], [17].

Los perfiles de velocidad de secado proporcionan información útil, como el tiempo que requiere secar una sustancia a partir de un contenido de humedad específico, que permite fijar horarios de secado y determinar el tamaño del equipo [16].

## 2 METODOLOGÍA

**Figura 1.** Esquema de la metodología empleada.



### 2.1 PRUEBAS EXPERIMENTALES

Las muestras de café se obtuvieron de una finca del municipio de Piedecuesta, área metropolitana de Bucaramanga, Santander, ubicada en el km 7 vía Curos-Málaga, donde se recogió el café, y se realizó el proceso de despulpado y lavado. Posteriormente se llevó al laboratorio para las pruebas respectivas de humedad, capacidad calorífica, comportamiento de la velocidad de secado bajo diferentes condiciones, esfericidad, densidad y porosidad del lecho. Los cálculos de estas propiedades se presentan en el anexo A.

**2.1.1 Calor específico** Se determinó por medio del Calorímetro de Barrido Diferencial DSC Q10, en base al calor específico del zafiro. Se utilizó el siguiente método en atmósfera de nitrógeno a 50 ml/min.

- Equilibrio a 25 °C
- Isotherma por 5 minutos
- Rampa de 20°C/min hasta 120°C
- Isotherma por 5 minutos

En el equipo se obtuvieron los valores de flujo de calor absorbido para las diferentes muestras, a las que luego se les midió la humedad por medio de una balanza AND A&D MX-50, y, usando las ecuaciones características se determinó el Cp de cada muestra, que luego se promediaron para incluirlos en el modelo, ver anexo B.

**2.1.2 Velocidad de secado** Se realizó una serie de 4 experimentos de secado de café, que se describen a continuación, en diferentes equipos y a diferentes condiciones, con el fin de identificar la configuración más apropiada para el diseño del secador. En todos los experimentos se tomaron datos de condiciones de operación, tiempo y peso de la muestra, que luego se transformaron en curva de humedad y velocidad de secado, ver anexo C.

- **Prueba 1.** Se utilizó el secador rotatorio para secar 49.69 g de café, que equivalen a 138 granos y un área de transferencia de 0,06458 m<sup>2</sup>, durante 721.66 min. Con un flujo de aire de 0.0021 m<sup>3</sup>/s a una temperatura de 50°C.
- **Prueba 2.** Se usó el secador de bandejas (S. Bandejas 1) con aire circulando en forma paralela a la muestra de café. La muestra pesó 141.96 g y contó con un área de secado de 0.03225 m<sup>2</sup>. El flujo de aire fue de 0.18 m<sup>3</sup>/s y la temperatura de 50°C.
- **Prueba 3.** Se mantuvo la configuración anterior y se aumentó el flujo de aire (S. Bandejas 2). La muestra fue de 190.72 g y el área de 0.03225 m<sup>2</sup>, con un flujo de aire de 0.215 m<sup>3</sup>/s a una temperatura de 50°C.

- **Prueba 4.** Se utilizó el secador de bandejas con flujo de aire transversal a la muestra de café (S. Bandejas 3), ésta pesó 221.69 g y tuvo un área de secado de 0.0322 m<sup>2</sup>. Se trabajó con un caudal de aire 0.199 m<sup>3</sup>/s a temperatura de 50°C

## **2.2 DESARROLLO DEL MODELO MATEMÁTICO**

Un método para diseñar el secador por medio de un modelo matemático fue desarrollado con base en balances de materia y energía, de modo que permitiera encontrar el tiempo de secado, el área del secador, y el flujo de aire requerido, describiendo el comportamiento de la humedad del café dentro del equipo.

El modelo matemático consideró los defectos ocasionados a los granos, que se listan en la tabla 1, para garantizar condiciones de secado apropiadas. Así, se escogió una temperatura de aire de entrada de 50°C [18], y la temperatura ambiente y humedad absoluta del aire se estimaron en 25°C y 0.0138 según la ubicación de la finca [19], [20]. El intervalo de tiempo se fijó en 10 min inicialmente y el de altura de capa como el diámetro aparente de un grano, haciendo iteraciones para 20 capas. Se realizaron simulaciones variando el número de capas, el flujo de aire, el área transversal y el intervalo de tiempo, también se compararon los resultados con otros modelos propuestos y datos experimentales reportados.

## **2.3 ALGORITMO DE SOLUCIÓN**

La solución del modelo matemático involucró una discretización de las variables tiempo y espacio, por el método de diferencias finitas progresivas usando el polinomio de Taylor para dos puntos, como se puede ver en el anexo D. Lo anterior, dio como resultado un sistema de ecuaciones no lineales cuya solución reporta las variables de temperatura y humedad para las dimensiones y el tiempo definidos. El algoritmo de solución fue codificado en el software MATLAB (ver anexo E).

### 3 RESULTADOS Y ANÁLISIS

#### 3.1 PARÁMETROS DEL MODELO

Por medio de experimentación en el laboratorio, con muestras de café propias de la zona, se encontraron los parámetros de la tabla 2, útiles en la solución del modelo propuesto.

**Tabla 2.** Parámetros del café empleados, encontrados en el laboratorio.

<i>Parámetro</i>	<i>Unidades</i>	<i>Valor</i>
Humedad inicial del café	-	0.5153
Diámetro de partícula (grano)	m	0.007256
Densidad del grano	kg/m <sup>3</sup>	1200
Fracción de vacío	-	0.433
Esfericidad	-	0.667
Calor específico del sólido promedio	kJ/kg*K	4.27

Las demás propiedades requeridas (tabla 3), se determinaron según las propuestas en la literatura.

**Tabla 3.** Parámetros del café y del aire empleados, propuestos en la literatura.

Parámetro	Unidades	Valor
Calor específico del aire	kJ/kg*K	1.0039
Calor específico del vapor de agua	kJ/kg*K	1.8739
Calor específico del aire seco	kJ/kg*K	1.007
Densidad el aire seco	kg/m <sup>3</sup>	1.1355
Presión d vapor de saturación	kPa	$0.0084T_a^2 - 4.8418T_a + 702.13$

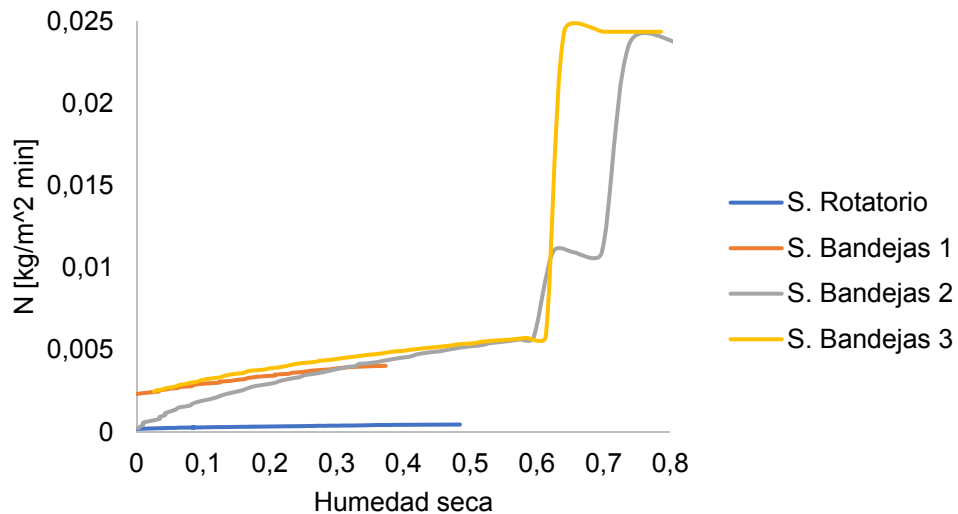
Presión de vapor parcial	kPa	131.229y
Humedad de equilibrio café pergamino	%	$(P_1HR + P_2HR^2 + P_3HR^3)Exp((Q_1HR + Q_2HR^2 + Q_3HR^3)Ta)$
Conductividad térmica del café	$\text{kJ/m}^*\text{h}*\text{K}$	0.8136
Calor latente de vaporización	$\text{kJ/kg}$	$(2502.4 - 2.4295T_s)[1 + 1.44408e^{(-21.5011(\frac{x}{1-x}))}]$
Coeficiente de transferencia de calor	$\text{kJ/h}*\text{m}^2 * \text{K}$	$0.2755 * 1.0039 * \left(\frac{\dot{m}_{\text{aire}}}{A_T \epsilon}\right) \left(\frac{2(0.003528) \left(\frac{\dot{m}_{\text{aire}}}{A_T \epsilon}\right)}{0.06175 + 0.000165T_a}\right)^{-0.34}$

Fuente: [9], [21]–[25]

### 3.2 VELOCIDAD DE SECADO

En la figura 2 se observan los perfiles de velocidad de secado para el café, en el secador rotatorio (S. Rotatorio) y en 3 configuraciones diferentes del secador de bandejas (S. Bandejas 1, 2 y 3).

**Figura 2.** Velocidades de secado para los diferentes equipos y configuraciones.



Se observa que el secador rotatorio presenta los valores más bajos de velocidad de secado (sin presentar las fases características), se ve baja eficiencia en la configuración utilizada, aunque es importante tener en cuenta que, cualquier comportamiento puede ser cuestionado por la prolongada edad del equipo en que se realizaron las pruebas.

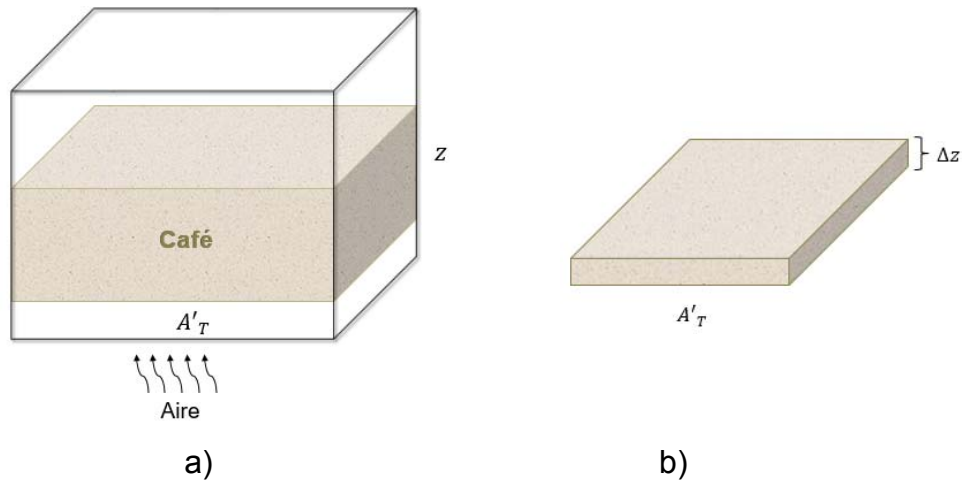
En el S. Bandejas 1, sólo se observa el periodo de velocidad decreciente, similar a las curvas de las otras configuraciones para el mismo secador, lo anterior debido a que el café que se puso a secar se encontraba ya por debajo del valor de humedad crítica. En el S. Bandejas 2, el comportamiento de la velocidad muestra valores más altos, y discrepancias en el periodo de velocidad constante producidos por alguna perturbación en las condiciones del equipo, sin embargo, la rapidez disminuye como se espera, a medida que disminuye el contenido de humedad en los granos.

El S. Bandejas 3 es la configuración más apropiada, ya que presenta los valores de velocidad más altos para el periodo de velocidad constante, durante un mayor rango de humedad, lo que implica que el secado será más rápido que en las otras configuraciones, además, el valor final de velocidad, aunque decrece, sigue siendo mayor que en la mayoría de pruebas.

### **3.3 MODELO MATEMÁTICO**

Los balances fueron planteados para la transferencia de agua entre el lecho de granos de café y el aire, teniendo en cuenta las siguientes consideraciones y la figura 3 a y b, donde se muestran las dimensiones del equipo y el volumen de control escogido.

**Figura 3.** Esquema del secador propuesto, a) Dimensiones del equipo, b) Volumen de control.



Consideraciones:

- El volumen de control es una capa delgada de café con dimensiones  $A'_T * \Delta z$  incluida dentro de un lecho uniforme, expuesto a una corriente transversal de aire caliente, como se ve en la figura 3.
- La velocidad del aire es constante y uniforme en el volumen de control.
- No hay intercambio de energía entre el sistema analizado y el ambiente.
- La temperatura del sólido y del aire en el lecho es uniforme en el volumen de control.
- Las humedades  $x$  y  $y$  se expresan en base húmeda.

**3.3.1 Balance de masa en el lecho** Según el principio de conservación de la materia, el balance de masa se expresa de la siguiente forma:

$$\left( \begin{matrix} \text{Velocidad de flujo} \\ \text{de masa de entrada} \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} \text{Velocidad de flujo} \\ \text{de masa de salida} \end{matrix} \right) = \left( \begin{matrix} \text{Velocidad de acumulación} \\ \text{de masa} \end{matrix} \right) \quad (1)$$

Para la velocidad de acumulación de masa, se utiliza la derivada del contenido de humedad con respecto al tiempo, en la masa de sólido dentro del volumen de control

$A'_T \Delta z$ , teniendo en cuenta la fracción de vacío  $\varepsilon$ , y multiplicando por la densidad del sólido para obtener unidades consistentes.

$$(1 - \varepsilon)A'_T \Delta z \rho_g \frac{dx}{dt} \quad (2)$$

Donde la densidad del sólido es  $\rho_g$  igual a la densidad promedio de un grano de café, obtenida experimentalmente, ver anexo A.

Considerando que la transferencia de masa se da en el área longitudinal de los poros del lecho  $A_L$ , que se aproximan a cilindros vacíos con área transversal  $A_T$  y altura  $\Delta z$ , el valor de dicha área de transferencia se expresa como el volumen de partículas presentes en el lecho por la relación de la superficie y el volumen de cada una de las partículas [17]. Los granos de café se aproximan a una esfera y la relación superficie-volumen se obtiene de la siguiente manera:

$$\left( \frac{6}{\phi D_p} \right) \quad (3)$$

En la ecuación anterior,  $D_p$  es el diámetro del grano de café (partícula del lecho) aproximándolo a una esfera, que se obtiene experimentalmente [22], ver anexo A.

Debido a que los granos no son esféricos, se utiliza la esfericidad  $\phi$  como factor de corrección, que se puede determinar mediante el método de Mohsenin [26] como se ve en el anexo A. Con todo lo anterior, el área de transferencia es:

$$A_L = A'_T \Delta z (1 - \varepsilon) \left( \frac{6}{\phi D_p} \right) \quad (4)$$

En el volumen de control, no hay agua entrando al sólido, así que sólo se considera la velocidad a la que el agua se evapora del sólido  $N$ , a través del área de transferencia  $A_L$ .

$$-NA'_T \Delta z (1 - \varepsilon) \left( \frac{\dot{m}}{\phi D_p} \right) \quad (5)$$

El balance de masa para el volumen de control es:

$$-NA'_T \Delta z (1 - \varepsilon) \left( \frac{\dot{m}}{\phi D_p} \right) = A'_T \Delta z \rho_g (1 - \varepsilon) \frac{dx}{dt} \quad (6)$$

$$-N \left( \frac{\dot{m}}{\phi D_p} \right) = \rho_g \frac{dx}{dt} \quad (7)$$

Como complemento para la descripción del comportamiento de la humedad en el café, se implementó la ecuación de secado en capa delgada descrita por Roa, cuyos coeficientes se encontraron por medio del método dinámico por López & Ospina en 1990. Estos valores son válidos para contenidos de humedad desde 55% bh hasta la humedad de equilibrio, y rangos de temperatura entre 10 y 70 °C [9].

$$\frac{dx}{dt} = \left[ -mq \left( \frac{x}{1-x} - \frac{x_e}{1-x_e} \right) (P_{vs} - P_v)^n t^{q-1} \right] * (1-x)^2 \quad (8)$$

Esta ecuación considera una masa de granos dispuesta en un secador, y sometida a la acción de aire forzado a través del espacio entre granos, con un espesor de capa aproximado a la altura de un grano de café [27].

Reemplazando la ecuación de capa delgada en el balance de masa del sólido se obtiene

$$N \left( \frac{\dot{m}}{\phi D_p} \right) = -\rho_g (1-x)^2 \left[ -mq \left( \frac{x}{1-x} - \frac{x_e}{1-x_e} \right) (P_{vs} - P_v)^n t^{q-1} \right] \quad (9)$$

**3.3.2 Balance de masa en el aire que entra al volumen de control** Según el balance general de masa, se tuvo en cuenta el flujo de agua  $\dot{m}_a$  que entra y sale del volumen de control, además del término de transferencia de agua del sólido al aire

por el proceso de secado, multiplicado por el área en que se da esta transferencia. El término de acumulación se expresa como el cambio de la masa de agua en el tiempo:

$$\dot{m}_{agua|z=z_0} - \dot{m}_{agua|z=z_0+\Delta z} + NA_L = \frac{dm_{ag}}{dt} \quad (10)$$

La masa de agua se relaciona con la humedad del aire por medio de

$$m_{agua} = \frac{y \cdot m_{aires}}{1-y} \quad (11)$$

Reemplazando, el balance para el agua presente en el aire es:

$$-d \left( \frac{y \cdot \dot{m}_{aires}}{1-y} \right) + NA'_T \Delta z (1 - \varepsilon) \left( \frac{6}{\phi D_p} \right) = m_{aires} \frac{d \left( \frac{y}{1-y} \right)}{dt} \quad (12)$$

La masa de aire seco puede expresarse como el producto de la densidad por el volumen de la siguiente manera:

$$m_{aires} = \rho_{aires} A'_T \Delta z \varepsilon \quad (13)$$

Que, aplicando la regla de la cadena para las derivadas y reemplazando se obtiene:

$$- \left( \frac{\dot{m}_{aires}}{A'_T} \right) \left( \frac{1}{(1-y)^2} \frac{\partial y}{\partial z} \right) + N(1 - \varepsilon) \left( \frac{6}{\phi D_p} \right) = \rho_{aires} \varepsilon \frac{1}{(1-y)^2} \frac{\partial y}{\partial t} \quad (14)$$

Reemplazando la velocidad de secado y simplificando, se encuentra la ecuación de balance de masa en el aire que atraviesa el lecho:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{(1-y)^2 (1-x)(1-\varepsilon) \rho_g m q (P_{vs} - P_v)^n t^{q-1}}{\rho_{aires} \varepsilon} \left( \frac{x}{1-x} - \frac{x_e}{1-x_e} \right) - \frac{\dot{m}_{aires}}{\rho_{aires} \varepsilon A'_T} \frac{\partial y}{\partial z} \quad (15)$$

**3.3.3 Balance de energía en el lecho** El balance general de energía puede describirse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} & \left( \begin{array}{l} \text{Velocidad de entrada de} \\ \text{energía interna por convección} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{l} \text{Velocidad de salida de} \\ \text{energía interna por convección} \end{array} \right) + \\ & \left( \begin{array}{l} \text{Velocidad de adición} \\ \text{de energía como calor} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{l} \text{Velocidad de adición} \\ \text{de energía como trabajo} \end{array} \right) = \\ & \left( \begin{array}{l} \text{Velocidad de acumulación} \\ \text{de energía interna} \end{array} \right) \quad (16) \end{aligned}$$

El término de energía interna (U), se reemplaza por la definición de entalpía despreciando el término PV, ya que su variación es mínima comparada con la variación en H ( $H = U + PV$ ) [28]. En este trabajo se utiliza la entalpía específica para los balances de energía.

No se presenta entrada de energía por flujo de agua al lecho de café, en cuanto a la salida, se tiene en cuenta la energía transferida por la desorción de agua desde el café,  $N\lambda$  [16], donde  $\lambda$  es el calor latente de vaporización del agua en el grano con unidades de  $kJ/kg$ , en el área de transferencia  $A_L$ .

El siguiente término, es el intercambio de calor por convección entre el aire y el sólido, a través de  $A_L$ , que se expresa con la ley de enfriamiento de Newton como sigue:

$$A_L h(T_a - T_s) \quad (17)$$

Donde  $T_a$  es la temperatura del aire,  $T_s$  la del sólido y  $h$  el coeficiente de transferencia de calor expresado en  $kJ/hm^2K$ .

El calor transferido por conducción dentro de los granos, en cada una de las capas delgadas, se expresa mediante la ley de Fourier, donde se considera un flujo de energía térmica por unidad de área  $q \left[ \frac{kJ}{m^2h} \right]$ , que atraviesa el área transversal de las partículas de café en el lecho  $A'_T(1 - \varepsilon)$ . El calor por unidad de área transferido, es proporcional al gradiente de temperaturas en el sólido a lo largo de  $z$  [29]:

$$q = -k \left( \frac{\partial T_s}{\partial z} \right) \quad (18)$$

En el balance, el calor que se transfiere por conducción entra y sale de cada una de las capas según:

$$A'_T(1 - \varepsilon)q|_{z0} - A'_T(1 - \varepsilon)q|_{z0+\Delta z} \quad (19)$$

Incluyendo el término de acumulación de energía interna en el volumen de control, y reemplazando el área de transferencia, el balance completo de energía es:

$$A'_T \Delta z (1 - \varepsilon) \left( \frac{6}{\phi D_p} \right) h(T_a - T_s) - N \lambda A'_T \Delta z (1 - \varepsilon) \left( \frac{6}{\phi D_p} \right) + A'_T (1 - \varepsilon) dq = A'_T \Delta z (1 - \varepsilon) \rho_g \frac{dh_s}{dt} \quad (20)$$

$$\left( \frac{6}{\phi D_p} \right) h(T_a - T_s) - N \lambda \left( \frac{6}{\phi D_p} \right) + \frac{\partial q}{\partial z} = \rho_g \frac{\partial h_s}{\partial t} \quad (21)$$

El análisis de las entalpías se dificulta por lo que se buscó expresar el balance en términos de temperatura teniendo en cuenta que  $\Delta H = C_{ps} \Delta T$  por calentamiento a presión contante sin cambio de fase [24], que simplificando se puede escribir como  $h_s = C_{ps} T_s$ , donde  $C_{ps}$  es el calor específico del sólido. También, se reemplaza el término de calor por conducción, usando la ley de Fourier de la siguiente manera:

$$\left( \frac{6}{\phi D_p} \right) h(T_a - T_s) - N \lambda \left( \frac{6}{\phi D_p} \right) - k \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} = \rho_s C_{psp} \frac{\partial T_s}{\partial t} \quad (22)$$

Reemplazando el término de velocidad de secado, y simplificando se llega a:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{6h(T_a - T_s)}{\phi D_p \rho_g C_{psp}} - \frac{\lambda(1-x)^2 m q (P_{vs} - P_v)^{n_t} t^{q-1}}{C_{psp}} \left( \frac{x}{1-x} - \frac{x_e}{1-x_e} \right) - \frac{k}{\rho_g C_{psp}} \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} \quad (23)$$

### 3.3.4 Balance de energía para el aire que entra al volumen de control

Se incluyen los términos de entrada y salida de energía por conducción y la transferencia de energía por secado:

$$\dot{m}_{aire}h_a|_{z=z_0} - \dot{m}_{aire}h_a|_{z=z_0+\Delta z} + N\lambda A_L \quad (24)$$

Agregando la energía que se transfiere como calor por convección, la acumulación de energía interna, y reemplazando  $A_L$ , el balance para el aire queda como sigue:

$$-d\dot{m}_{aire}h_a + N\lambda A'_T\Delta z(1 - \varepsilon)\left(\frac{6}{\phi D_p}\right) - A'_T\Delta z(1 - \varepsilon)\left(\frac{6}{\phi D_p}\right)h(T_a - T_s) = \frac{d\dot{m}_{aire}h_a}{dt} \quad (25)$$

Debido al proceso de secado, el flujo másico de aire  $\dot{m}_{aire}$  varía con el tiempo y la longitud del lecho, ya que absorbe agua y por consiguiente se hace mayor a medida que atraviesa los granos y aumenta el tiempo de la operación. El flujo de aire  $\dot{m}_{aire}$ , así como la masa de aire  $m_{aire}$ , se puede descomponer de la siguiente manera:

$$\dot{m}_{aire} = \dot{m}_{aires} + \dot{m}_{agua} \quad m_{aire} = m_{aires} + m_{agua} \quad (26)$$

$$\dot{m}_{aire} = \dot{m}_{aires}\left(1 + \left(\frac{y}{1-y}\right)\right) \quad m_{aire} = m_{aires}\left(1 + \left(\frac{y}{1-y}\right)\right) \quad (27)$$

Reemplazando en el balance general, con el término de masa de aire seco y simplificando:

$$-\left(\frac{\dot{m}_{aires}}{A'_T}\right)\left[\frac{\partial}{\partial z} h_a\left(1 + \left(\frac{y}{1-y}\right)\right)\right] + N\lambda(1 - \varepsilon)\left(\frac{6}{\phi D_p}\right) - (1 - \varepsilon)\left(\frac{6}{\phi D_p}\right)h(T_a - T_s) = \rho_{aires}\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}\left[h_a\left(1 + \left(\frac{y}{1-y}\right)\right)\right] \quad (28)$$

El término de acumulación, así como el de cambio de entalpía por entrada y salida de aire, se puede trabajar matemáticamente como sigue:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[ h_a \left( 1 + \left( \frac{y}{1-y} \right) \right) \right] &= \frac{\partial h_a}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \left( h_a \left( \frac{y}{1-y} \right) \right) = \frac{\partial h_a}{\partial t} + \left( \frac{y}{1-y} \right) \frac{\partial h_a}{\partial t} + h_a \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{y}{1-y} \right) = \\ & \left[ 1 + \left( \frac{y}{1-y} \right) \right] \frac{\partial h_a}{\partial t} + h_a \left( \frac{1}{(1-y)^2} \right) \frac{\partial y}{\partial t} \end{aligned} \quad (29)$$

Se requiere la utilización de temperaturas en lugar de entalpías, por esto, el término de entalpía puede reemplazarse por el calor específico multiplicado por la temperatura, sin embargo, el Cp del aire es una contribución entre el Cp del aire seco promedio y del vapor de agua promedio presente en dicho aire.

$$C_{pa} = (1 - y)C_{pasp} + yC_{pavp} \quad (30)$$

$$h_a = \left( (1 - y)C_{pasp} + yC_{pavp} \right) T_a = C_{pasp}T_a - yC_{pasp}T_a + yC_{pavp}T_a \quad (31)$$

Donde  $C_{pasp}$  y  $C_{pavp}$  corresponden al calor específico del aire seco y del agua como vapor promedio respectivamente, ver anexo F. Reemplazando y simplificando:

$$\begin{aligned} \left[ \left( 1 + \left( \frac{y}{1-y} \right) \right) (C_{pasp}(1 - y) + C_{pavp}y) \frac{\partial T_a}{\partial t} \right] + \left[ \left( 1 + \left( \frac{y}{1-y} \right) \right) (T_a(C_{pavp} - C_{pasp})) \right] + \\ \left( (1 - y)C_{pasp} + yC_{pavp} \right) T_a \left( \frac{1}{(1-y)^2} \right) \frac{\partial y}{\partial t} \end{aligned} \quad (32)$$

Incluyendo en la ecuación de balance de energía, agregando el término de velocidad de secado, reduciendo paréntesis y simplificando  $1 + \left( \frac{y}{1-y} \right) = \left( \frac{1}{1-y} \right)$ , el balance se completa de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} - \left( \frac{\dot{m}_{aires}}{A_T'} \right) \left[ \left( \frac{1}{1-y} \right) (C_{pasp}(1 - y) + C_{pavp}y) \frac{\partial T_a}{\partial z} + \left( \left( \frac{1}{1-y} \right) (T_a(C_{pavp} - C_{pasp})) \right) + \left( (1 - \right. \right. \\ \left. \left. y)C_{pasp} + yC_{pavp} \right) T_a \left( \frac{1}{(1-y)^2} \right) \frac{\partial y}{\partial z} \right] - \lambda(1 - \varepsilon)\rho_g(1 - x)^2 \left[ -mq \left( \frac{x}{1-x} - \frac{x_e}{1-x_e} \right) (P_{vs} - \right. \end{aligned}$$

$$P_v)^n t^{q-1}] - (1 - \varepsilon) \left( \frac{6}{\phi D_p} \right) h (T_a - T_s) = \rho_{aires} \varepsilon \left[ \left( \frac{1}{1-y} \right) (C_{pasp}(1-y) + C_{pavp}y) \frac{\partial T_a}{\partial t} + \left( \frac{1}{1-y} \right) (T_a (C_{pavp} - C_{pasp})) + ((1-y)C_{pasp} + yC_{pavp}) T_a \left( \frac{1}{(1-y)^2} \right) \frac{\partial y}{\partial t} \right] \quad (33)$$

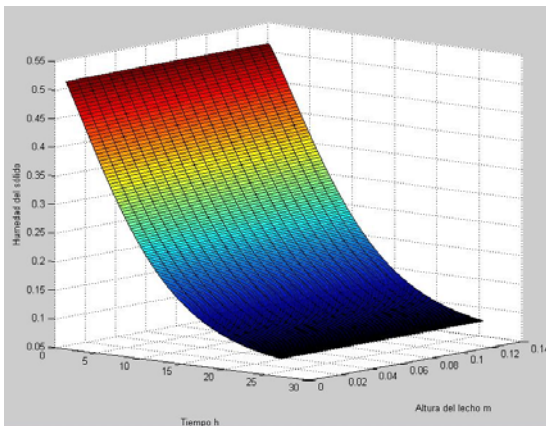
Simplificando la ecuación se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_a}{\partial t} = & \left( \frac{-(C_{pavp} - C_{pasp})T_a}{(C_{pasp}(1-y) + C_{pavp}y)} - \frac{T_a}{1-y} \right) \frac{\partial y}{\partial t} - \frac{\dot{m}_{aires}}{\rho_{aires} \varepsilon A_T} \frac{\partial T_a}{\partial z} - \\ & \frac{((C_{pavp} - C_{pasp})(1-y) + (C_{pasp}(1-y) + C_{pavp}y)\dot{m}_{aires}T_a)}{(1-y)\rho_{aires}\varepsilon(C_{pasp}(1-y) + C_{pavp}y)} \frac{\partial y}{\partial z} + \\ & \frac{((1-y)(1-\varepsilon)\lambda\rho_g(1-x)^2mq(P_{vs}-P_v)^n t^{q-1})}{\rho_{aires}\varepsilon(C_{pasp}(1-y) + C_{pavp}y)} \left( \frac{x}{1-x} - \frac{x_e}{1-x_e} \right) - \frac{(6(1-y)(1-\varepsilon)h(T_a-T_s))}{\phi D_p \rho_{aires} \varepsilon (C_{pasp}(1-y) + C_{pavp}y)} \end{aligned} \quad (34)$$

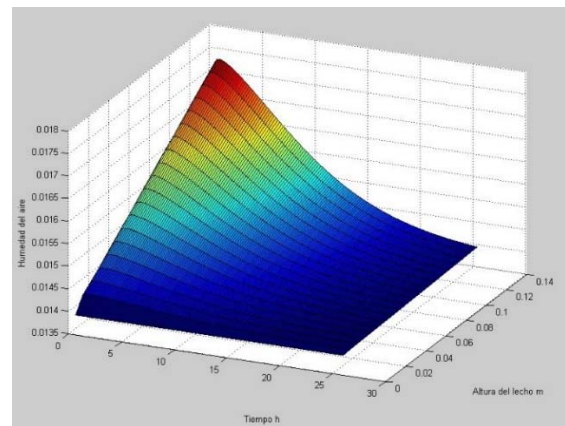
### 3.4 SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

A continuación, en la figura 4 se muestran los resultados encontrados para cada una de las variables con respecto al tiempo y al espacio.

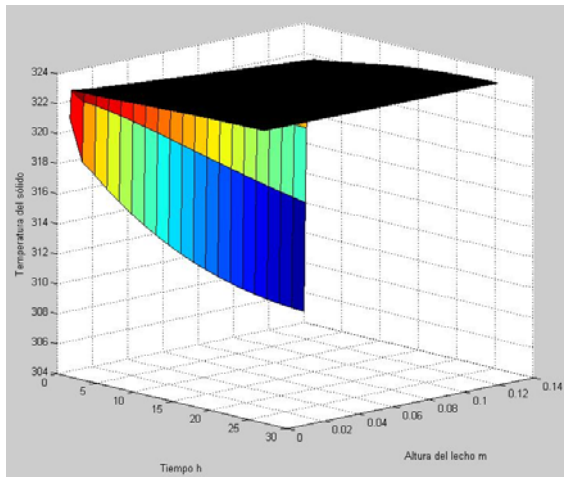
**Figura 4.** Perfiles solución del modelo propuesto, flujo de aire 1754 kg/h,  $z=0.15$  m y  $\Delta t=10$  min, a) Humedad del sólido, b) Humedad del aire, c) Temperatura del sólido, d) Temperatura del aire.



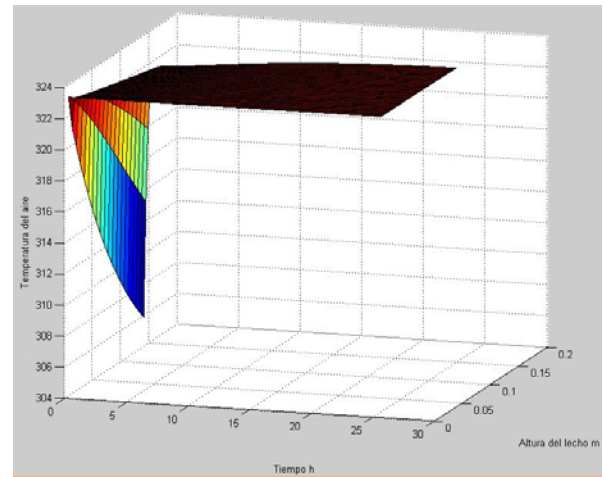
a)



b)



c)



d)

Como se observa en la figura 4 (a), la humedad del sólido aumenta ligeramente con el incremento de  $z$ , secándose primero las capas inferiores debido al contacto con el aire a la temperatura inicial, y disminuyendo gradualmente con el aumento del tiempo –inicialmente rápido y luego más lento hasta mantenerse casi constante cerca al valor de humedad de equilibrio–. Esta es la tendencia esperada según el proceso de secado [17].

Según la figura 4 (b), la humedad del aire aumenta con las capas de sólido, implicando mayor absorción de agua a medida que traspasa el lecho de café. Sin embargo, el perfil con el tiempo disminuye ya que la transferencia de masa no es constante; es alta al inicio, pero se hace menor con el tiempo, indicando disminución en la velocidad de secado –representándose en la poca absorción de agua en el aire que ha salido del lecho–.

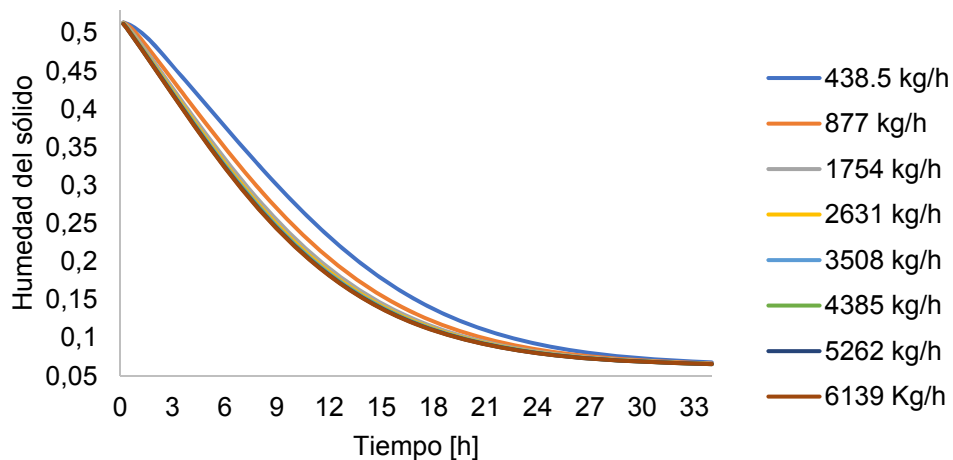
La temperatura del café se ve en la figura 4 (c), aumenta rápidamente en las primeras horas, permaneciendo casi constante en un valor cercano a la temperatura del aire de entrada. Con respecto a la altura del lecho, como se esperaba, las capas inferiores adquieren temperaturas más altas, dado a su contacto con aire fresco a

50°C, mientras que las capas superiores presentan menor transferencia de energía, debido a la disminución del gradiente de temperatura.

Para la temperatura del aire, en la figura 4 (d), se observa una mínima disminución con respecto al aumento de capas de café en z; sin embargo, con respecto al tiempo, se absorbe menos agua, y la temperatura del aire disminuye en menor cantidad, hasta mantenerse casi estable en un valor muy cercano al de entrada. Con esto se llega al equilibrio térmico en 33 horas.

En cuanto al aire, las simulaciones consideraron diferentes cantidades de flujo; se determinó, teniendo en cuenta una tolerancia de 5%, un flujo de máximo 1754 kg/h a partir del cual, el tiempo final de secado se mantiene casi constante para la misma altura y área transversal del lecho (figura 5).

**Figura 5.** Comparación tiempo de secado para diferentes flujos de aire y z=0.15 m.



Para analizar la influencia del tamaño de paso en el tiempo, en la solución del modelo por diferencias finitas, se efectuaron simulaciones con la mitad del paso reportando errores de menos de 0.5% (ver anexo G), por lo cual se determinó continuar con el tamaño de paso para el avance en el tiempo de simulación (10 min). También se realizaron simulaciones variando el número de capas y se observó que el aumento de éstas no cambia la tendencia, pero si implica incremento proporcional

en el tiempo final de secado, ver anexo H. Asimismo, se analizó el comportamiento del proceso para cambios en el área transversal del lecho, manteniendo constante tanto el volumen de café a secar como las demás condiciones; según la tabla 4 presenta más eficiencia el secado en áreas menores, compensando este cambio con aumento en la altura del lecho, ya que los tiempos finales de secado disminuyen.

**Tabla 4.** Comparación de tiempo final de secado para un lecho con volumen  $0.15 \text{ m}^3$ , y cambios en el área transversal

Dimensiones [m]		Tiempo [h]
At	z	
0.8	0.18	17.34
1	0.15	17.51
1.5	0.1	17.68
2	0.075	17.85
3	0.05	18.19

### 3.5 COMPARACIÓN CON OTROS MODELOS

Con el objetivo de verificar la validez de los resultados, se comparó con el modelo desarrollado por Parra, Roa & Oliveros, quienes reportan condiciones (tabla 5) y tiempo final de secado (tabla 6), para un secador de capa fija y flujo transversal de aire.

**Tabla 5.** Comparación de parámetros calculados y reportados por Parra, Roa & Oliveros.

Parámetro	Reportado	Calculado
X inicial bh %	55	51.53
X final bh %	11	12
Ts inicial °C	21	25
At $\text{m}^2$	1	1
Espesor capa m	0.1	0.1
T. ambiente °C	21	25
T. aire °C	50	50

Ha aire	0.0148	0.0138
Densidad aparente café kg/m <sup>3</sup>	$365.884 + 2.7067x_s$	680.4
Cp café kJ/kg*K	$1.2556 + 5.7859x_s$	4.27
Calor latente vaporización kJ/kg	$(2502.4 - 2.4295T_s)[1 + 1.44408e^{(-21.5011(\frac{x}{1-x}))}]$	
Coef. Transferencia de calor kJ/hm <sup>2</sup> K	$AC_{pa}G_a \left(\frac{2r_oG_a}{C + DT}\right)^B$	

En primer lugar, se resolvió el modelo propuesto con las condiciones y propiedades reportadas en la literatura, los resultados se muestran en la tabla 6.

**Tabla 6.** Tiempo de secado en horas para diferentes flujos, usando las propiedades y condiciones reportadas en la literatura (tabla 5).

Flujo [kg/h]	Reportado en la literatura	Modelo Propuesto
655.2	21.9	19.89
1310.4	20.5	19.21
1965.6	20	19.04
2620.8	19.9	18.87

Según la tabla 6, el modelo propuesto predice un tiempo de secado menor, aunque cercano al reportado en la literatura para todos los flujos, la tendencia coincide disminuyendo el tiempo mientras se aumenta el flujo de aire, presentando también un valor de flujo a partir del cual no hay mayor disminución del tiempo.

También se resolvió el modelo con los valores de densidad y Cp del café que utilizan Parra, Roa & Oliveros, en comparación con los calculados en el laboratorio, con el fin de verificar la importancia de dichas propiedades en el proceso. Los resultados se muestran en la tabla 7.

**Tabla 7.** Comparación de los tiempos de secado en horas para la densidad y el Cp del grano propuesto y reportado en la literatura, utilizando  $z=0.15$  m,  $x$  final de 12%.

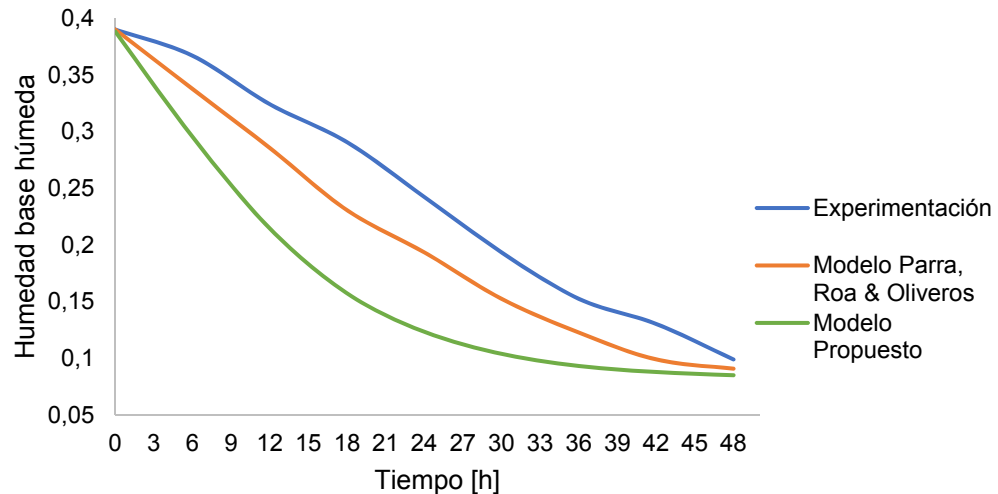
Flujo [kg/h]	Modelo con parámetros reportados literatura	Modelo con parámetros calculados
438.5	18.36	19.89
877	17.51	18.19
1754	17	17.51
2631	16.83	17.17
3508	16.83	17
4385	16.83	17
5262	16.83	16.83
6139	16.66	16.83

Según la tabla 7, el tiempo de secado varía poco con las propiedades y la tendencia no cambia, lo que permite asegurar que, el proceso se ve ligeramente afectado por las características del café de la región.

### **3.6 COMPARACIÓN CON EXPERIMENTACIÓN REPORTADA EN LA LITERATURA**

Los resultados del cambio de humedad con el tiempo, utilizando las condiciones reportadas para la experimentación y el modelo propuesto por Parra, Roa & Oliveros (lecho de 0.15 m, flujo de aire de 498 kg/h, humedad inicial de 39% y temperatura del aire de 39.5 °C [9]) se muestran en la figura 6.

**Figura 6.** Humedad del café con respecto al tiempo, datos experimentales, modelo reportado en la literatura y modelo propuesto.



Según la figura 6, las tendencias obtenidas por el modelo propuesto en el presente documento y el modelo de PRO reproducen la tendencia de los datos experimentales. Las diferencias cuantitativas radican principalmente en las variaciones de las condiciones ambientales, las cuales no son consideradas en los resultados de la simulación del presente trabajo, ya que no están correctamente especificadas en la literatura, de modo que se resalta su importancia observando que dicho cambio afecta considerablemente el comportamiento del proceso de secado del café. Por la tendencia en los resultados, el modelo de PRO debe considerar algunas variaciones en dichas condiciones. En los modelos de simulación, aunque las curvas de resultados se alejan de los datos reportados, los valores de humedad son cercanos para el tiempo de simulación final.

Las comparaciones de los resultados generados en el presente proyecto de grado validan el modelo propuesto y la solución del mismo codificado en MATLAB. Con esto, la simulación desarrollada constituye una herramienta para la definición de las dimensiones y condiciones operacionales para los secadores de flujo transversal y convección forzada.

## 4 CONCLUSIONES

- El modelo matemático propuesto y el código de solución implementado en MATLAB para el análisis del secado del café por convección forzada, reportó valores comparables con el modelo PRO reportado en la literatura y con resultados experimentales. Con esto, el modelo matemático es adecuado para predecir los tiempos finales de secado para una cantidad de café determinada.
- El modelo matemático propuesto y su solución permiten el análisis de la influencia de las dimensiones del equipo, el flujo de aire y el comportamiento de las variables involucradas en el proceso de secado.
- Para un volumen de  $0.15 \text{ m}^3$  de café lavado, se determinó un flujo de aire adecuado de  $1754 \text{ kg/h}$ , utilizando un área transversal pequeña ( $0.8 \text{ m}^2$ ) para aumentar la eficiencia, obteniendo así los menores tiempos de secado.

## **5 RECOMENDACIONES**

Se recomienda para futuros trabajos considerar la variación de las condiciones ambientales, de modo que se disminuya el error entre los datos experimentales y los obtenidos mediante el modelo matemático. También, considerar solución al problema de homogeneidad del secado para lechos con alturas mayores a la propuesta en este proyecto.

## CITAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] FEDERACION NACIONAL DE CAFETEROS. La politica cafetera 2010-2014. En: Ensayos sobre Economía Cafetera, 2015, no. 30, p. 11–35.
- [2] ASOCIACIÓN NACIONAL DE EXPORTADORES DE CAFÉ DE COLOMBIA. ASOEXPORT. Productividad. [En línea]. 2013. (Recuperado en Octubre de 2017) Disponible en: <http://www.asoexport.org/productividad-productividad>.
- [3] FEDERACIÓN NACIONAL DE CAFETEROS DE COLOMBIA. CAFÉ DE COLOMBIA. La gente del Café. [En línea]. (Recuperado en octubre de 2017) 2010. Disponible en: [http://www.cafedecolombia.com/particulares/es/la\\_tierra\\_del\\_cafe/la\\_gente\\_del\\_cafe/](http://www.cafedecolombia.com/particulares/es/la_tierra_del_cafe/la_gente_del_cafe/).
- [4] FNC-CENICAFÉ. Manual del cafetero colombiano. Tomo I. Legis, 2013.p.23-63
- [5] HENAO CUELLAR, J.D; PERDOMO CENTENO, L.A y CUELLAR PEREZ, L.E. Designing of an Equipment for Mechanical Drying of Coffee and its Evaluation Beginning with the Construction of a 1: 5 Model Scale. En: Ingeniería y Región, vol. 6., p. 69–76.
- [6] FEDERACIÓN NACIONAL DE CAFETEROS DE COLOMBIA. Precio interno de referencia Tabla de precios.[Reporte]. Bogotá, Colombia, 2017.
- [7] ASOCIACIÓN NACIONAL DE EXPORTADORES DE CAFÉ. ASOEXPORT. Periodos de Cosecha. [En línea]. 2013. (Recuperado en Octubre de 2017). Disponible en: [http://www.asoexport.org/periodos\\_cosecha\\_cafe.html](http://www.asoexport.org/periodos_cosecha_cafe.html).
- [8] J.M ESTRADA S.A. Precios secadoras de café. [Reporte]. La Estrella, Anquioquia, 2017.
- [9] PARRA CORONADO, A; ROA MEJÍA, G y OLIVEROS TASCÓN, C.E. SECAFÉ Parte I: Modelamiento y simulación matemática en el secado mecánico de café pergamino. En: *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, 2008, vol. 12., no. 571., p. 415–427.
- [10] PARRA CORONADO, A; ROA MEJÍA, G y OLIVEROS TASCÓN, C.E. SECAFÉ Parte II: Recomendaciones para el manejo eficiente de los secadores mecánicos de café pergamino. En: *Revista Brasileira de*

Engenharia Agrícola e Ambiental, 2008, vol. 12., no. 571., p. 428–434.

- [11] GUTIERREZ FLOREZ, Jhony Mauricio; SANZ URIBE, Juan Rodrigo; OIVEROS TASCÓN, Carlos Eugenio y OROZCO HINCAPIÉ, Carlos Alberto. Ventiladores para secadores de café. [Avance tecnológico]. Chinchiná: FNC-Cenicafé, 2012.
- [12] MAGEM, J.B. INGENIERÍA SIN FRONTERAS. Secador solar de café. 2012
- [13] FNC-CENICAFÉ. Manual del cafetero colombiano. Tomo III. Legis, 2013.p.10
- [14] GUTIÉRREZ, J y COPETE, H. Hacia la mejora del secado mecánico del café en Colombia. En: Tecnológicas, 2009, vol. 23., no. 23., p. 109–132.
- [15] PERRY, Robeth.H. y CHLTON, Cecil. H. Sistemas gas-sólido. En Manual del Ingeniero Químico. Volumen III. Segunda Ed. Naucalpan, Estado de México: McGraw-Hill, 1973, p.5-10.
- [16] TREYBAL, Roberth E. Operaciones De Transferencia De Masa, Segunda Ed., vol. 53. Ciudad de México: McGraw-Hill, 1988.
- [17] MCCABE, Warren L.; SMITH, Julián C., y HARRIOTT, Peter. Operaciones unitarias en Ingeniería Química, Séptima ed. Ciudad de México: McGraw-Hill Interamericana, 2007.
- [18] BUITRAGO BERMUDEZ, Oscar; OSPINA M, Julio E M, y ALVAREZ G, José, Implementación del secado mecánico de café en carros secadores. En: Ingeniería e Investigación, 1991, p. 3–9.
- [19] Worldmeteo. El tiempo en Piedecuesta. [En línea]. Colombia. 2017. (Recuperado en Septiembre de 2017). Disponible en: <https://www.worldmeteo.info/es/america-del-sur/colombia/piedecuesta/tiempo-180707/>.
- [20] FDSTAR. METEOCAST. Pronóstico del tiempo para Piedecuesta. [En línea]. 2009: (Recuperado en Octubre de 2017). Disponible en: <http://es.meteocast.net/forecast/co/piedecuesta/>.
- [21] CENGEL, Yunus A. y BOLES, Michael E. Termodinámica. Séptima ed. Ciudad de México: McGraw-Hill, 2012.p.834-841.
- [22] LEVENSPIEL, O. Flujo de fluidos e intercambio de calor. Barcelona: Reverté S.A., 1993.p.121-192.

- [23] CORONEL TORO, J. F. y PÉREZ-LOMBARD, L. Colección de Tablas, Gráficas y Ecuaciones de Transmisión de Calor. Sevilla, 2016.
- [24] SMITH, J. M; VAN NESS, H. C. y ABBOTT, M. M. Introducción a la termodinámica en Ingeniería Química. Séptima ed. Ciudad de México: McGraw-Hill Interamericana, 2007.
- [25] DELGADO, Fernando Gordillo y VELA, J Aicardo Ortega. Correlación Entre Parámetros Térmicos de Café de Diferente Origen. En: Revista Colombiana de Física, 2009, vol. 41., no. 1., p. 168–171.
- [26] GONZALEZ SUSATAMA, Luís Carlos. Construcción de una planta piloto para secado de café por lecho fluidizado. Tesis de MAGíster en Ingeniería Agrícola. Bogotá, Colombia. Universidad Nacional de Colombia, 2014, 127 p.
- [27] ARGUELLO BERMUDEZ, Robiel Ignacio y SÁNCHEZ CUADROS, Edgar Alonso. Diseño y construcción de un silo secador de granos de café con la utilización de un quemador dual de combustible (Gas Acpm). Tesis de grado Ingeniero Mecánico. Bucaramanga, Colombia. Universidad Industrial de Santander, 2005, 170 p.
- [28] MARTINELLO, Miriam Alejandra. Modelado del secado de granos en lecho fijo a bajas temperaturas de aire. Tesis de Doctorado en Ingeniería. La Plata, Argentina. Universidad Nacional de La Plata, 2015, 181 p.
- [29] HOLMAN, J. Heat Transfer, Décima Edición. New York: McGraw-Hill, 2010,p. 1-2.

## BIBLIOGRAFIA

Asociación Nacional de Exportadores de Café de Colombia, Asoexport, Productividad. (2013). <http://www.asoexport.org/productividad-productividad> (accessed October 8, 2017).

Asociación Nacional de Exportadores de Café, Asoexport, Periodos Cosech. (2013). [http://www.asoexport.org/periodos\\_cosecha\\_cafe.html](http://www.asoexport.org/periodos_cosecha_cafe.html) (accessed October 8, 2017).

CENGEL, Yulus M.E. Boles, Termodinámica, Séptima ed, McGraw-Hill, Ciudad de México, 2012.

CRUZ, Deimar; LOPEZ, Edgar ; PASCUAL, Luis Felipe; M. Battaglia, Guía técnica de construcción y funcionamiento de secadoras solares tipo domo, J. Agric. Environ. Int. Dev. 104 (2010) 125–138.

DELGADO, Fernando, Gordillo; ORTEGA VELA, Aicardo j; F.Z. Rincón, Correlación Entre Parámetros Térmicos de Café de Diferente Origen, Rev. Colomb. Física. 41 (2009) 168–171.

Federacion Nacional de Cafeteros, La politica cafetera 2010-2014, Ensayos Sobre Econ. Cafe. (2015) 11–35. <https://www.federaciondecafeteros.org/static/files/EEC30.pdf>.

FDSTAR, Meteocast, Pronóstico Del Tiempo Para Piedecuesta. (2009). <http://es.meteocast.net/forecast/co/piedecuesta/> (accessed October 12, 2017).

Federación Nacional de Cafeteros de Colombia, Café de Colombia, La Gente Del Café. (2010).

[http://www.cafedecolombia.com/particulares/es/la\\_tierra\\_del\\_cafe/la\\_gente\\_del\\_cafe/](http://www.cafedecolombia.com/particulares/es/la_tierra_del_cafe/la_gente_del_cafe/) (accessed October 8, 2017).

FNC-CENICAFÉ, Manual del cafetero colombiano. Tomo I, Legis, 2013.

Federación Nacional de Cafeteros de Colombia, PRECIO INTERNO DE REFERENCIA Tabla de precios, Bogotá, Colombia, 2017.  
[https://www.federaciondecafeteros.org/static/files/precio\\_cafe.pdf](https://www.federaciondecafeteros.org/static/files/precio_cafe.pdf)

FNC-CENICAFÉ, Manual del cafetero colombiano. Tomo III, 2013.

HENAO CUELLAR, Jose Duban; L.A. PERDOMO CENTENO, L.E. CUELLAR PEREZ, Diseño de un Equipo para Secado Mecánico de Café y su Evaluación a Partir de la Construcción de un Modelo a Escala Designing of an Equipment for Mechanical Drying of Coffee and its Evaluation Beginning with the Construction of a 1 : 5 Model Scale, Ing. Y Región. 6 (n.d.) 69–76.

J.M Estrada S.A, Precios secadoras de café, La Estrella, Anquioquia, 2017.

J. Montilla-Pérez, J. Arcila-Pulgarín, M. Aristizábal-Loaiza, E.C. Montoya-Restrepo, G.I. Puerta-Quintero, C.E. Oliveros-Tascón, G. Cadena -Gómez, Propiedades Físicas y Factores de Conversión del Café en el Proceso de Beneficio, Av. Técnicos Cenicafé. 370 (2008).

J. Mauricio, G. Flórez, J. Rodrigo, S. Uribe, Ventiladores para secadores de café, FNC-Cenicafé, Chinchiná, 2012.

J.B. Magem, Secador solar de café, n.d. [http://esf-cat.org/wp-content/uploads/2016/03/Informe\\_secador\\_solar\\_de\\_café.pdf](http://esf-cat.org/wp-content/uploads/2016/03/Informe_secador_solar_de_café.pdf).

J.F. CORONEL TORO, L. PÉREZ-LOMBARD, Colección de Tablas, Gráficas y Ecuaciones de Transmisión de Calor, Sevilla, 2016.

J.. Holman, Heat Transfer, Décima Edi, McGraw-Hill, New York, 2010

J. Gutiérrez, H. Copete, Hacia la mejora del secado mecánico del café en Colombia, Tecnológicas. 23 (2009) 109–132.

J.M. Smith, H.C. Van Ness, M.M. Abbott, Introducción a la termodinámica en Ingeniería Química, Séptima ed, McGraw-Hill Interamericana, Ciudad de México, 2007.

L.C. Gonzalez Susatama, Construcción de una planta piloto para secado de café por lecho fluidizado, Universidad Nacional de Colombia, 2014. <http://www.bdigital.unal.edu.co/46805/>.

M.A. MARTINELLO, Modelado del secado de granos en lecho fijo a bajas temperaturas de aire, Universidad Nacional de La Plata, 2015.

O. Levenspiel, Flujo de fluidos e intercambio de calor, Reverté S.A., Barcelona, 1993. doi:10.1017/CBO9781107415324.004.

O. Buitrago Bermudez, J.E. Ospina M, J. Alvarez G, Implementación del secado mecánico de café en carros secadores, Ing. E Investig. (1991) 3–9. file:///C:/Users/User/Downloads/Dialnet-

ImplementacionDelSecadoMecanicoDeCafeEnCarrosSecad-4902849 (1).pdf.

PARRA-CORONADO Alfonso, ROA-MEJÍA, Gonzalo, OLIVEROS-TASCÓN Carlos E, SECAFÉ Parte I : Modelamiento y simulación matemática en el secado mecánico de café pergamino SECAFÉ Part I : Modeling and mathematical simulation in the mechanical drying of parchment coffee, Rev. Bras. Eng. Agrícola E Ambient. 12 (2008) 415–427.

PARRA, CONRADO, Alfonso; ROA, MEJIA, Gonzalo; OLIVEROS, Carlos, E., SECAFÉ Parte II: Recomendaciones para el manejo eficiente de los secadores mecánicos de café pergamino, Rev. Bras. Eng. Agric. E Ambient. 12 (2008) 428–434. doi:10.1590/S1415-43662008000400014

R.H. PERRY, C.H. CHLTON, Sistemas gas-sólido, in: Man. Del Ing. Químico. Vol. III, Segunda Ed, McGraw-Hill, Naucalpan, Estado de México, 1973: p. p.5-10.

R.E. TREYBAL, Operaciones De Transferencia De Masa, Segunda Ed, McGraw-Hill, Ciudad de México, 1988. doi:10.1017/CBO9781107415324.004.

R. Ignacio, A. Bermudez, E. Alonso, S. Cuadros, Diseño Y Construcción De Un Silo Secador De Granos De Café Con La Utilización De Un Quemador Dual De Combustible (Gas Acpm), Universidad Industrial de Santander, 2005.

W.L. McCabe, J.C. Smith, P. Harriott, Operaciones unitarias en Ingeniería Química, Séptima ed, McGraw-Hill Interamericana, Ciudad de México, 2007.

Worldmeteo, Worldmeteo, El Tiempo En Piedecuesta, Colomb. (2017). <https://www.worldmeteo.info/es/america-del-sur/colombia/piedecuesta/tiempo-180707/> (accessed September 24, 2017).

## ANEXOS

### ANEXO A. Cálculo propiedades encontradas en el laboratorio

– Esfericidad

Se escogieron 10 granos de café al azar y se midió por medio de un calibrador electrónico el largo, ancho y alto de cada uno, como se muestra en la tabla A 1.

**Tabla A 1.** Medidas para el largo, ancho y alto de 10 granos de café

Muestra	Dimensión [mm]		
	Largo (a)	Ancho (b)	Alto (c)
1	14.17	8.81	5.56
2	13.25	8.93	5.56
3	12.21	8.42	5.29
4	12.57	9.53	6.14
5	11.48	8.08	5.23
6	12.73	9.04	5.4
7	13.64	9.56	5.44
8	13.29	9.01	6.02
9	14.13	9.49	6.35
10	12.7	8.46	5.31
Prom	13.017	8.933	5.63

El cálculo de la esfericidad se realizó como se muestra a continuación:

$$\phi = \frac{[abc]^{\frac{1}{3}}}{a} = \frac{[13.017 * 8.933 * 5.63]^{\frac{1}{3}}}{13.017} = 0.667$$

– Densidad del grano

Se utilizaron granos con diferente humedad para realizar las pruebas, se usó como solvente etanol (garantizando así el hundimiento del grano) para determinar el volumen real de las partículas. Se midió un volumen de etanol de 4 ml, y agregándole los granos de café, se llevó hasta 6 ml, una vez alcanzado este volumen se determinó el peso de los granos de café agregados. Las pruebas se realizaron 5 veces, y se determinó la densidad en cada una, como se ve en la tabla A 2, luego se obtuvo un promedio de dichos valores.

**Tabla A 2.** Masa de café agregada a 4 ml de etanol para completar un volumen de 6 ml y densidad calculada

Prueba	Peso café [g]	Densidad [g/cm <sup>3</sup> ]
1	2.3997	1.1998
2	2.4499	1.2249
3	2.3683	1.1841
4	2.3965	1.1967
5	2.3987	1.1993
Prom		1.200

$$\rho_g = 1.2 \frac{g}{cm^3} = 1200 \text{ kg/m}^3$$

– Porosidad o Fracción de vacío

Se experimentó con café húmedo y se especificó un volumen de lecho de 300 ml, luego se llenó con agua hasta 400 ml y se retiró el café, midiendo el volumen de agua remanente. El valor de porosidad se encontró por medio de la ecuación que relaciona los volúmenes del lecho y de las partículas.

**Tabla A 3.** Volúmenes medidos a un lecho de granos para el cálculo de la fracción de vacío.

Volumen [ml]	
Lecho de partículas	300
Lecho con agua	400
Agua agregada	230
Partículas	170

Cálculo porosidad:

$$\varepsilon = \frac{V_{lecho} - V_{particulas}}{V_{Lecho}} = \frac{300 - 170}{300}$$

$$\varepsilon = 0.433$$

– Diámetro de partícula

Se realizaron 3 pruebas, en las que se introdujo un grano de café en una probeta de 10 ml con etanol y se obtuvo el valor del volumen desplazado, como se muestra en la tabla A 4.

**Tabla A 4.** Condiciones iniciales para determinar la humedad total inicial del café en la estufa de aire recirculante

Prueba	Volumen inicial [ml]	Volumen final [ml]	Volumen desplazado [ml]
1	5	5.2	0.2
2	5.05	5.25	0.2
3	5	5.2	0.2

El diámetro de partícula se obtiene por medio de:

$$d_p = \left( \frac{6 * v_c}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$d_p = 0.7256 \text{ cm} = 0.007256 \text{ m}$$

$$r_p = 0.003528 \text{ m}$$

– Humedad inicial

Se utilizó una estufa de aire recirculante, en la que se puso a secar una pequeña muestra con las condiciones de la tabla A 5. Con el peso de la muestra inicial y la final, totalmente seca, se calculó el contenido total de humedad.

**Tabla A 5.** Condiciones iniciales para determinar la humedad total inicial del café en la estufa de aire recirculante

Peso plato [g]	36.36
Peso inicial con muestra [g]	38.98
Peso inicial muestra [g]	2.62
Intervalo tiempo [min]	40
T estufa [°C]	130

**Tabla A 6.** Peso de la muestra en los diferentes tiempos, cálculo de la humedad seca

Tiempo [min]	Peso muestra [g]	Humedad seca	Humedad [%]
0	2.62	1.063	51.53
40	1.43	0.126	11.19
80	1.31	0.031	3.05

120	1.3	0.024	2.31
160	1.27	0.000	0.00
200	1.27	0.000	0.00

Cálculo de la humedad en base húmeda total:

$$\text{Fracción masa seca} = \frac{\text{Peso muestra totalmente seca}}{\text{Peso inicial de la muestra}} = \frac{1.27}{2.62} = 0.485$$

$$x_{total} = \frac{\text{peso de agua evaporada}}{\text{peso inicial de la muestra}} = \frac{2.62 - 1.27}{2.62} = 0.5153$$

### ANEXO B. Cálculo del Cp para los granos de café

Los valores de flujo de calor absorbido por las diferentes muestras y registrados por el equipo de DSC, se trataron matemáticamente según la siguiente ecuación que permite obtener Cp en base a una muestra patrón de zafiro previamente obtenida.

$$\frac{C_p}{C'_p} = \left(\frac{y}{y'}\right) * \left(\frac{m'}{m}\right)$$

$$C_p = \left(\frac{y}{y'}\right) * \left(\frac{m'}{m}\right) * C'_p$$

Donde:

$C_p$ : Calor específico de la muestra de café [J/KgK].

$y$ : Diferencia entre el flujo de calor registrado de la muestra de café y el flujo registrado de la cápsula vacía a la misma temperatura [J/s].

$y'$ : Diferencia entre el flujo de calor registrado del zafiro y el flujo registrado de la cápsula vacía a la misma temperatura [J/s].

$m$ : Masa de la muestra de café [g].

$m'$ : Masa del zafiro [g].

$C'_p$ : Calor específico del zafiro [J/KgK].

En las tablas B 2 y 3, se muestran los valores de calor absorbido por las muestras patrón y las 3 muestras diferentes de café respectivamente, con los cuales se determinó el calor específico para cada una de las temperaturas, por medio de la ecuación anteriormente mencionada, en las tablas B 4, 5 y 6.

**Tabla B 1.** Masa de las diferentes muestras que se ingresaron al equipo de DSC

Muestra	Peso [g]
1	7.5
2	8.4
3	11.6

**Tabla B 2.** Datos de calor absorbido para la cápsula vacía y la muestra de zafiro

Tiempo [min]	Temperatura [°C]	Flujo de calor [W]	
		Cápsula vacía	Zafiro
5.38	30	0.001368	-0.0073788
5.63	35	0.001069	-0.01148874
5.89	40	0.0009625	-0.0128742
6.14	45	0.0008892	-0.01346244
6.39	50	0.0008378	-0.01379784
6.64	55	0.0008053	-0.01404036
6.89	60	0.0007846	-0.01424934

7.14	65	0.000771	-0.01442478
7.39	70	0.0007625	-0.01457958
7.64	75	0.0007577	-0.01477308
7.88	80	0.0007553	-0.01494336
8.13	85	0.0007544	-0.01508784
8.38	90	0.0007537	-0.01523232
8.63	95	0.0007528	-0.01538712
8.88	100	0.0007514	-0.01553934
9.13	105	0.0007497	-0.01569414
9.38	110	0.0007479	-0.01584636
9.63	115	0.000746	-0.0159831
9.88	120	0.0007434	-0.01612242

**Tabla B 3.** Datos de calor absorbido para las tres muestras de café

Tiempo [min]	Temperatura [°C]	Flujo de calor [W]		
		Muestra 1	Muestra 2	Muestra 3
0.05	25	0.0002328	0.000175224	5.0715E-05
5.38	30	-0.0069375	-0.008652	-0.00677092
5.65	35	-0.01008	-0.0128772	-0.0145116
5.9	40	-0.0115875	-0.014952	-0.0183048
6.15	45	-0.0124425	-0.0160524	-0.0202652
6.41	50	-0.0131475	-0.016842	-0.0215296
6.66	55	-0.0137625	-0.0176232	-0.0225968
6.91	60	-0.014445	-0.0184968	-0.023722

7.16	65	-0.0151425	-0.0195384	-0.0250328
7.41	70	-0.0159525	-0.02079	-0.0266452
7.66	75	-0.016875	-0.0223104	-0.0286288
7.91	80	-0.0179025	-0.0242172	-0.0312272
8.16	85	-0.0189825	-0.026586	-0.0344404
8.41	90	-0.02001	-0.0295512	-0.0382104
8.66	95	-0.02088	-0.0330372	-0.043384
8.91	100	-0.0215625	-0.037002	-0.051446
9.16	105	-0.02202	-0.0410592	-0.0656792
9.41	110	-0.0230625	-0.04557	-0.0784856
9.66	115	-0.022905	-0.0490308	-0.0904684

**Tabla B 4.** Valores calculados de Cp para la Muestra 1 de café

Temperatura		Y	Y'	Cp Zafiro	Cp Café
[°C]	[K]	[J/s]	[J/s]	[J/KgK]	[J/KgK]
30	303.15	-0.0083055	-0.0087468	800.04	2613.282347
35	308.15	-0.011149	-0.01255774	810.25	2474.595365
40	313.15	-0.01255	-0.0138367	820.29	2559.390813
45	318.15	-0.0133317	-0.01435164	830.15	2652.756578
50	323.15	-0.0139853	-0.01463564	839.83	2760.64264
55	328.15	-0.0145678	-0.01484566	849.34	2867.055355
60	333.15	-0.0152296	-0.01503394	858.69	2992.328714
65	338.15	-0.0159135	-0.01519578	867.87	3126.470072
70	343.15	-0.016715	-0.01534208	876.88	3286.417867
75	348.15	-0.0176327	-0.01553078	885.74	3459.324814

80	353.15	-0.0186578	-0.01569866	894.44	3656.870296
85	358.15	-0.0197369	-0.01584224	902.99	3869.948934
90	363.15	-0.0207637	-0.01598602	911.39	4072.189676
95	368.15	-0.0216328	-0.01613992	919.64	4240.229244
100	373.15	-0.0223139	-0.01629074	927.75	4371.440817
105	378.15	-0.0227697	-0.01644384	935.72	4457.150476
110	383.15	-0.0238104	-0.01659426	943.55	4657.25785
115	388.15	-0.023651	-0.0167291	951.24	4626.207289

**Tabla B 5.** Valores calculados de Cp para la Muestra 2 de café

Temperatura		Y	Y'	Cp Zafiro	Cp Café
[°C]	[K]	[J/s]	[J/s]	[J/KgK]	[J/KgK]
30	303.15	-0.01002	-0.0087468	800.04	2814.95
35	308.15	-0.0139462	-0.01255774	810.25	2763.80
40	313.15	-0.0159145	-0.0138367	820.29	2897.80
45	318.15	-0.0169416	-0.01435164	830.15	3009.87
50	323.15	-0.0176798	-0.01463564	839.83	3116.00
55	328.15	-0.0184285	-0.01484566	849.34	3238.28
60	333.15	-0.0192814	-0.01503394	858.69	3382.53
65	338.15	-0.0203094	-0.01519578	867.87	3562.60
70	343.15	-0.0215525	-0.01534208	876.88	3783.52
75	348.15	-0.0230681	-0.01553078	885.74	4040.79
80	353.15	-0.0249725	-0.01569866	894.44	4370.12
85	358.15	-0.0273404	-0.01584224	902.99	4786.45
90	363.15	-0.0303049	-0.01598602	911.39	5306.62

95	368.15	-0.03379	-0.01613992	919.64	5913.53
100	373.15	-0.0377534	-0.01629074	927.75	6603.70
105	378.15	-0.0418089	-0.01644384	935.72	7307.20
110	383.15	-0.0463179	-0.01659426	943.55	8088.99
115	388.15	-0.0497768	-0.0167291	951.24	8693.30

**Tabla B 6.** Valores calculados de Cp para la Muestra 3 de café

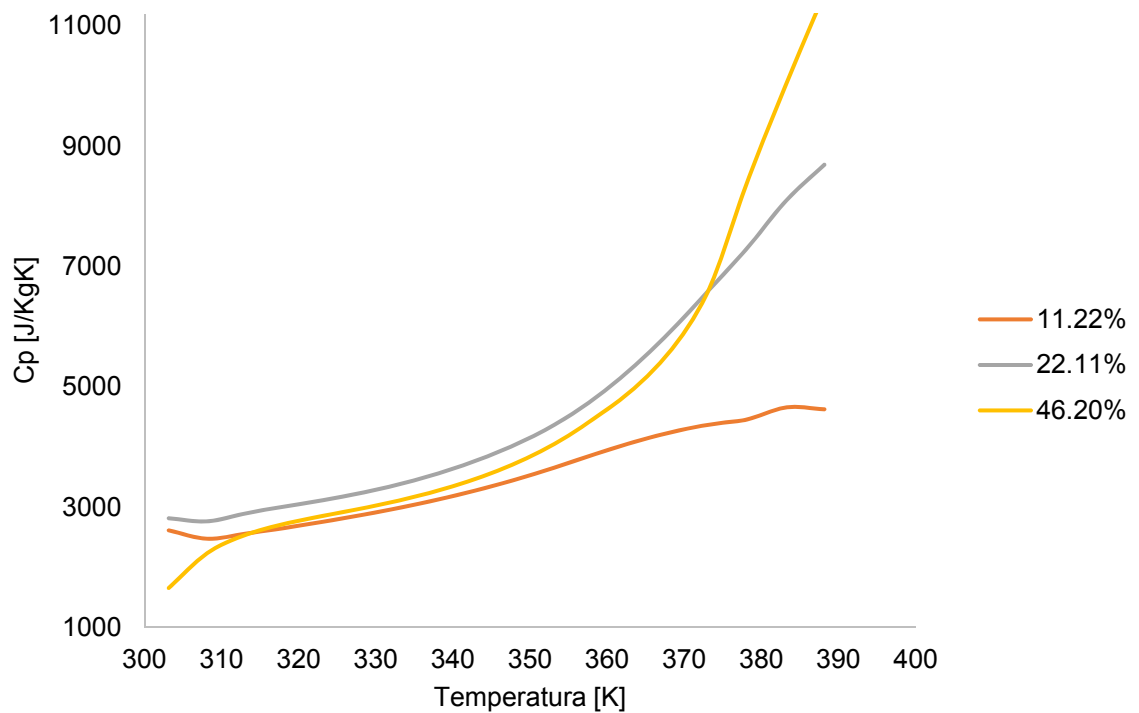
Temperatura		Y	Y'	Cp Zafiro	Cp Café
[°C]	[K]	[J/s]	[J/s]	[J/KgK]	[J/KgK]
30	303.15	-0.00813892	-0.0087468	800.04	1655.73
35	308.15	-0.0155806	-0.01255774	810.25	2235.92
40	313.15	-0.0192673	-0.0138367	820.29	2540.49
45	318.15	-0.0211544	-0.01435164	830.15	2721.55
50	323.15	-0.0223674	-0.01463564	839.83	2854.68
55	328.15	-0.0234021	-0.01484566	849.34	2977.83
60	333.15	-0.0245066	-0.01503394	858.69	3113.20
65	338.15	-0.0258038	-0.01519578	867.87	3277.75
70	343.15	-0.0274077	-0.01534208	876.88	3484.11
75	348.15	-0.0293865	-0.01553078	885.74	3727.55
80	353.15	-0.0319825	-0.01569866	894.44	4052.89
85	358.15	-0.0351948	-0.01584224	902.99	4461.78
90	363.15	-0.0389641	-0.01598602	911.39	4940.73
95	368.15	-0.0441368	-0.01613992	919.64	5593.46
100	373.15	-0.0521974	-0.01629074	927.75	6611.52
105	378.15	-0.0664289	-0.01644384	935.72	8407.37

110	383.15	-0.0792335	-0.01659426	943.55	10020.18
115	388.15	-0.0912144	-0.0167291	951.24	11535.66

**Tabla B 7.** Humedades determinadas por medio de la balanza AND A&D MX-50, para las 3 muestras de café

Muestra	Humedad [%]
1	11.22
2	22.11
3	46.2

**Figura B 1.** Calor específico encontrado para las tres muestras de café



En la figura B 1, se ve que el café con mayor humedad presenta los valores más grandes de  $C_p$  para temperaturas mayores de  $100^\circ\text{C}$ , y los valores más pequeños, para temperaturas menores a  $40^\circ\text{C}$ , en otras palabras, muestra los cambios más grandes en los valores de  $C_p$ . La razón de los cambios drásticos se puede relacionar con la cantidad de moléculas de agua presentes, que es razonablemente mayor que en las otras muestras y mientras se evaporan crean vacancias en la estructura atómica del sólido. También tiene que ver el tiempo que ha transcurrido desde el momento del lavado del café, hasta que se realizó el experimento, que es menor que en las otras muestras y tal vez por ello presente mayor facilidad en la evaporación de agua, así como en la absorción de calor.

El café con menor humedad, presenta el valor más cercano al calor específico del café seco, ya que contiene un porcentaje de agua bajo, y requiere menos energía para aumentar su temperatura. La muestra con humedad de 22.11%, muestra variaciones en los valores de  $C_p$  más amplias que el café seco, pero más moderadas que el café húmedo. Con lo anterior, es evidente que el valor de  $C_p$  varía en gran porcentaje con la temperatura y la humedad del grano, por lo anterior se decidió tomar promedio de los  $C_p$  con respecto a las humedades y a las temperaturas como se ve en la tabla B 8.

**Tabla B 8.** Cálculo del promedio de los valores de  $C_p$  para el grano de café

Temperatura K	Cp a diferentes humedades [J/kgK]			Prom [J/kgK]	Prom [kJ/kgK]
	x=11.22 %	x=22.11%	x=46.2%		
303.15	2613.28	2814.95	1655.73	2361.32	2.361
308.15	2474.60	2763.80	2235.92	2491.44	2.491
313.15	2559.39	2897.80	2540.49	2665.89	2.666
318.15	2652.76	3009.87	2721.55	2794.73	2.795
323.15	2760.64	3116.00	2854.68	2910.44	2.910

328.15	2867.06	3238.28	2977.83	3027.72	3.028
333.15	2992.33	3382.53	3113.20	3162.69	3.163
338.15	3126.47	3562.60	3277.75	3322.27	3.322
343.15	3286.42	3783.52	3484.11	3518.02	3.518
348.15	3459.32	4040.79	3727.55	3742.56	3.743
353.15	3656.87	4370.12	4052.89	4026.63	4.027
358.15	3869.95	4786.45	4461.78	4372.72	4.373
363.15	4072.19	5306.62	4940.73	4773.18	4.773
368.15	4240.23	5913.53	5593.46	5249.07	5.249
373.15	4371.44	6603.70	6611.52	5862.22	5.862
378.15	4457.15	7307.20	8407.37	6723.91	6.724
383.15	4657.26	8088.99	10020.18	7588.81	7.589
388.15	4626.21	8693.30	11535.66	8285.05	8.285
PROMEDIO					4.271

### ANEXO C. Cálculo de la velocidad de secado en el secador rotatorio y de bandejas

#### Descripción de los equipos

##### Secador Rotatorio

El secador rotatorio disponible en el laboratorio, cuenta con un cilindro ligeramente inclinado que gira mientras el material avanza a través de él. El cilindro posee aletas en el interior que permiten la remoción de los granos elevándolos y dejándolos caer a través del aire caliente que circula. Estas

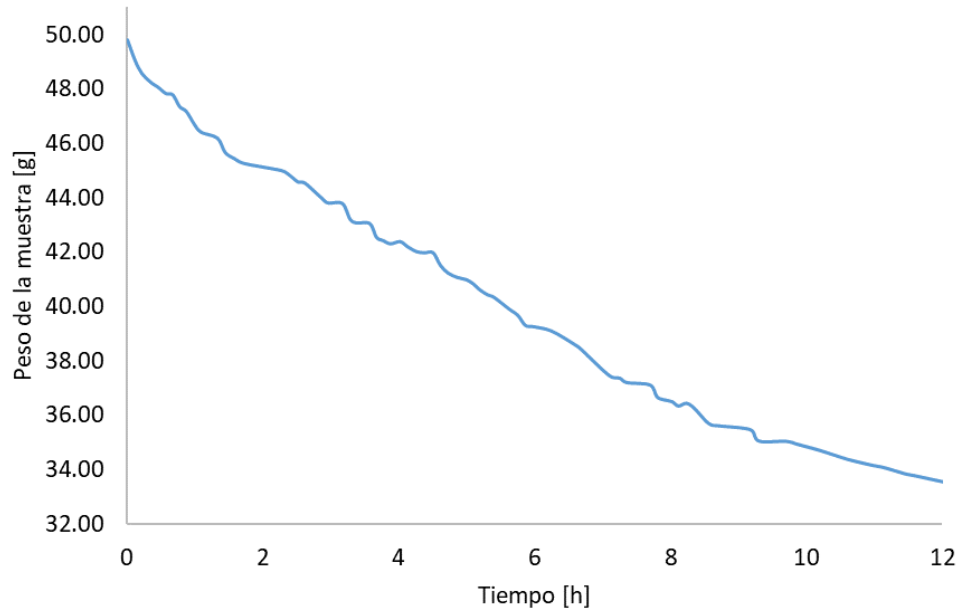
aletas se encuentran extendidas continuamente por el secador y la disposición es de una aleta radial recta sin labio (Nieto & Rojas, 1966). El giro del cilindro se lleva a cabo por medio de una cadena accionada por un trinquete. El equipo cuenta también con un sistema de dosificación de la alimentación, que consiste en un tornillo con hendiduras que gira dentro de un pequeño tubo, y permite que los granos lleguen al interior del cilindro y se pongan en contacto con el aire, impulsado por un ventilador centrífugo, que se ha calentado previamente por medio de una resistencia eléctrica.

Las condiciones de operación y los resultados se muestran en la tabla C 1, figura C 1 y 2.

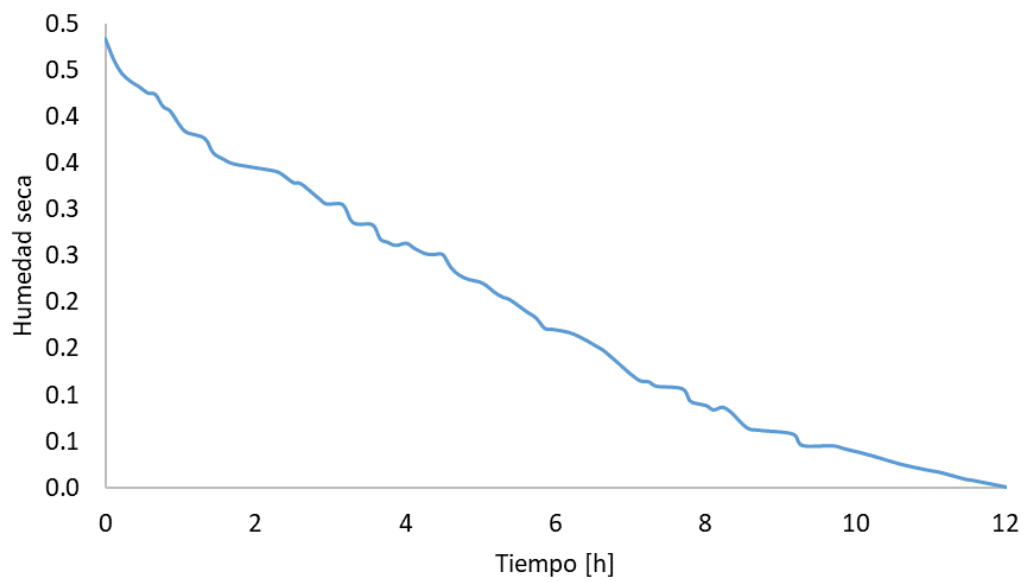
**Tabla C 1.** Condiciones de operación del secador rotatorio

Variable	Unidades	Valor
T aire entrada	°C	45-55
T aire salida	°C	47-49
Peso inicial de la muestra (g)	g	49.69
Velocidad dosificación	rpm	11
Velocidad cilindro	rpm	7
Humedad total inicial	%	40.05
Peso sólido totalmente seco	g	29.79
Velocidad del aire	m/s	1.71
Área transversal (m <sup>2</sup> )	m <sup>2</sup>	0.001256
Flujo de aire (m <sup>3</sup> /s)	m <sup>3</sup> /s	0.002148
Número de granos	-	138
Área de transferencia m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	0.06458

**Figura C 1.** Peso de la muestra en gramos con respecto al tiempo en horas, para el secador rotatorio



**Figura C 2.** Humedad seca con respecto al tiempo en horas, para el secador rotatorio



### Secador de bandejas

Este equipo cuenta con un grupo de 3 bandejas o platos sobre los cuales se coloca el sólido a secar y que pueden ubicarse según se necesite para secado tangencial o transversal. El flujo de aire es impulsado por medio de un compresor que cuenta con 6 posiciones de flujo, y luego es dirigido hacia un banco de tubos aleteados dentro de los que circula vapor proveniente de la caldera, que precalienta el aire hasta una temperatura específica. Se cuenta con una serie de termómetros ubicados en la entrada y salida del aire, y en los tubos de intercambio de calor, que permiten obtener temperaturas de bulbo seco y húmedo para el aire y el condensado. El grupo de bandejas se encuentra sujeto a una balanza que mide la pérdida de peso de la muestra, permitiendo así, tomar datos de los gramos de agua perdidos durante la operación.

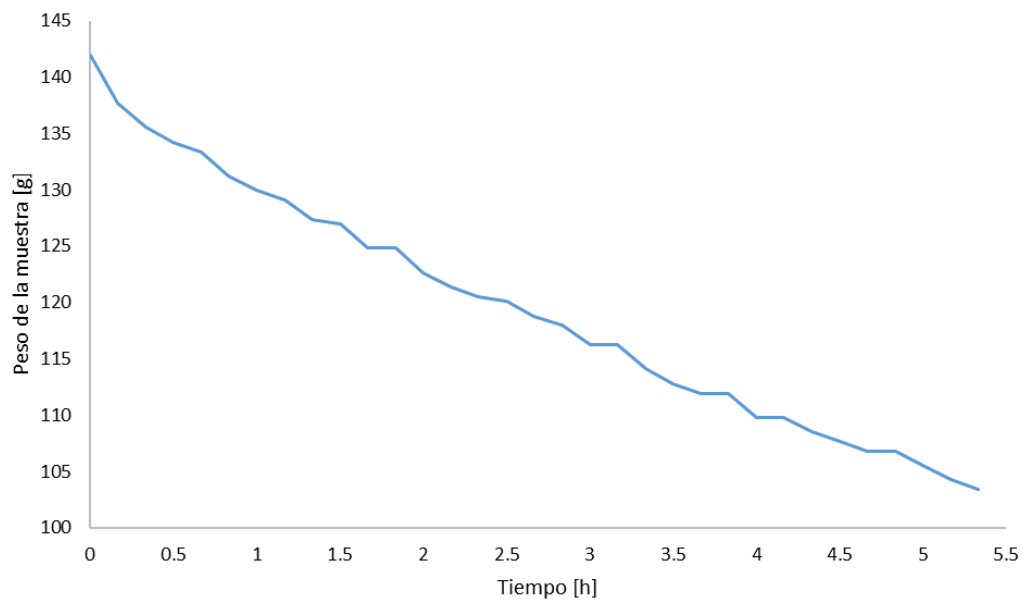
– Secador de bandejas Prueba 1

**Tabla C 2.** Condiciones de operación del secador de bandejas para la prueba 1

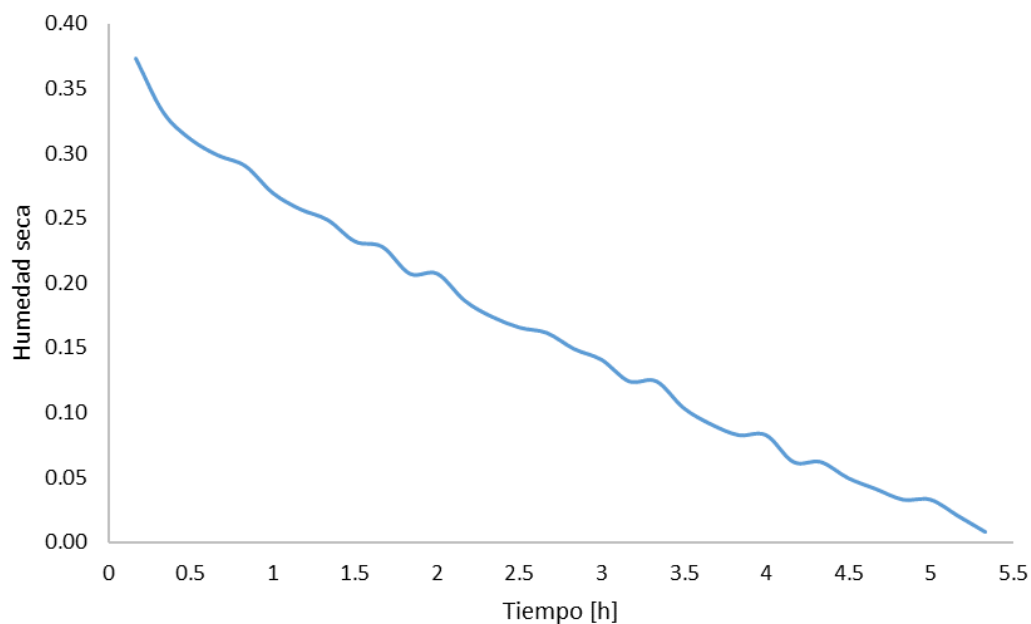
Variable	Unidades	Valor
Peso malla y café inicial	g	439.49
Peso malla	g	297.53
Peso café inicial	g	141.96
Peso café totalmente seco	g	86.72
Peso malla y café final	g	400.91
Peso café final	g	103.38
Condensado	ml	58575
Peso vidrio reloj	g	36.36
Peso café	g	2.39

Fracción masa seca	-	0.61
Humedad total húmeda	%	38.91
Humedad total seca	-	0.64
Área de entrada	m <sup>2</sup>	0.0325
Velocidad de entrada	m/s	5.54
Velocidad de salida	m/s	6.98
Caudal de aire	m <sup>3</sup> /s	0.18005
Peso de equilibrio	g	103.38
Masa de agua en equilibrio	g	16.66
Humedad de equilibrio seca	-	0.19
Humedad de equilibrio húmeda	%	16.11
Humedad total en base seca	-	0.64

**Figura C 3.** Peso de la muestra en gramos con respecto al tiempo en horas, para la prueba 1 en el secador de bandejas



**Figura C 4.** Humedad seca con respecto al tiempo en horas, para la prueba 1 en el secador de bandejas



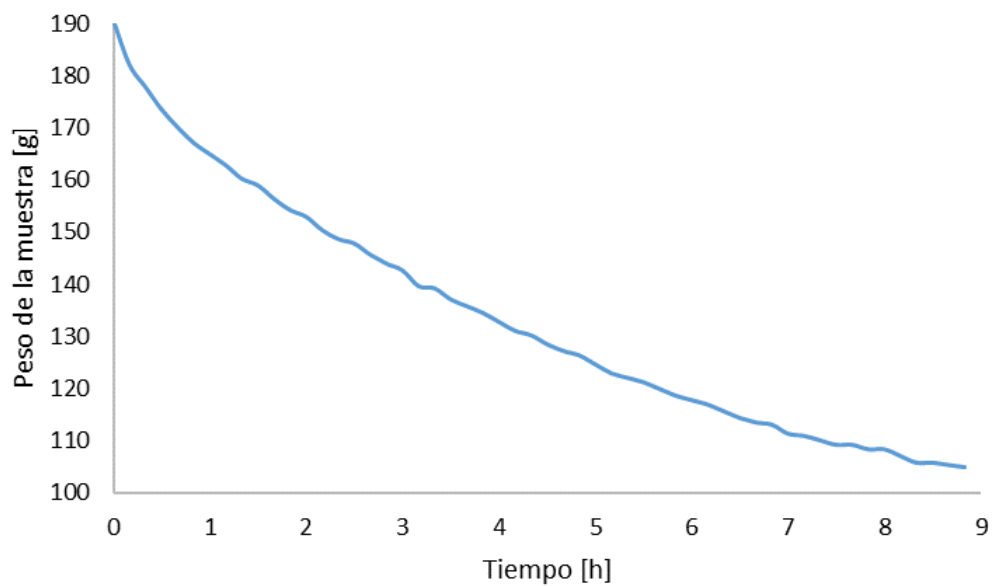
– Secador de bandejas Prueba 2

**Tabla C 3.** Condiciones de operación del secador de bandejas para la prueba 2

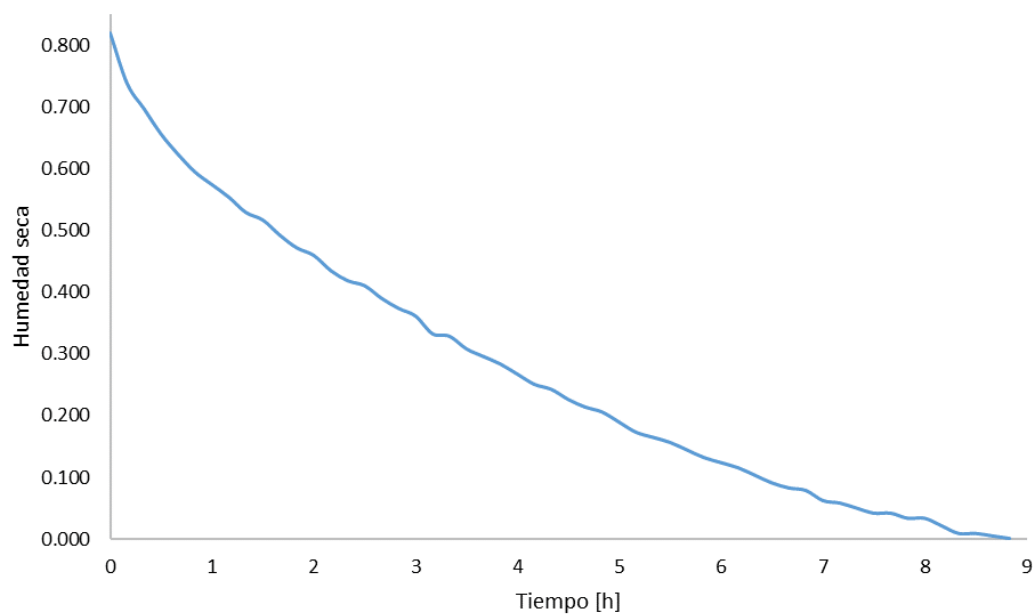
Variable	Unidades	Valor
Peso malla y café inicial	g	487.32
Peso malla	g	296.6
Peso café inicial	g	190.72
Peso café totalmente seco	g	92.80
Peso malla y café final	g	401.39
Peso café final	g	104.79
Condensado	ml	98820
Peso vidrio reloj	g	36.38

Peso café	g	3.35
Fracción masa seca	-	0.49
Humedad total húmeda	%	51.34
Humedad total seca	-	1.06
Área de entrada	m <sup>2</sup>	0.0325
Velocidad de entrada	m/s	6.61
Velocidad de salida	m/s	6.86
Caudal de aire	m <sup>3</sup> /s	0.214825
Peso de equilibrio	g	104.79
Masa de agua en equilibrio	g	11.99
Humedad de equilibrio seca	-	0.13
Humedad de equilibrio húmeda	%	11.44
Humedad total en base seca	-	1.06

**Figura C 5.** Peso de la muestra en gramos con respecto al tiempo en horas, para la prueba 2 en el secador de bandejas



**Figura C 6.** Humedad seca con respecto al tiempo en horas, para la prueba 2 en el secador de bandejas

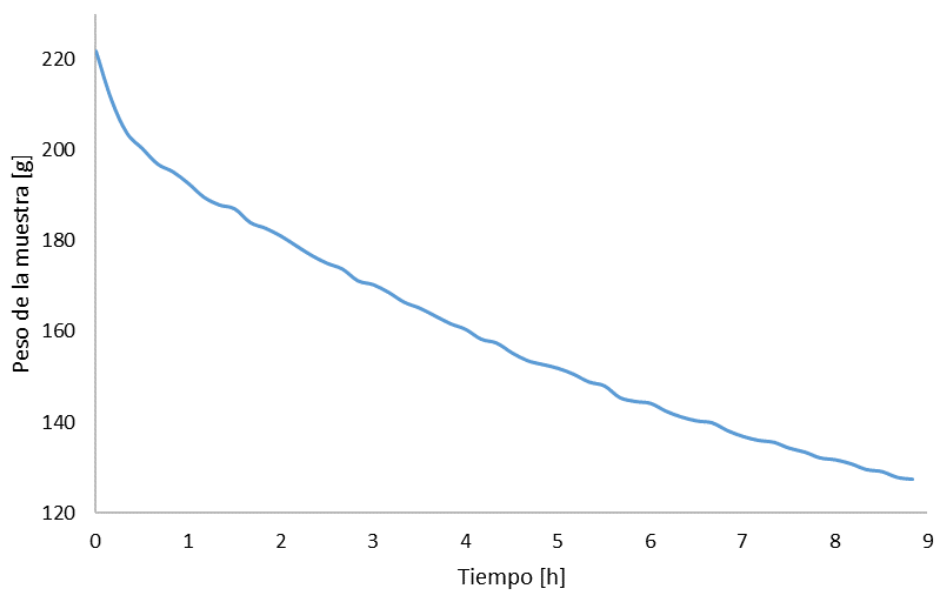


– Secador de bandejas Prueba 3

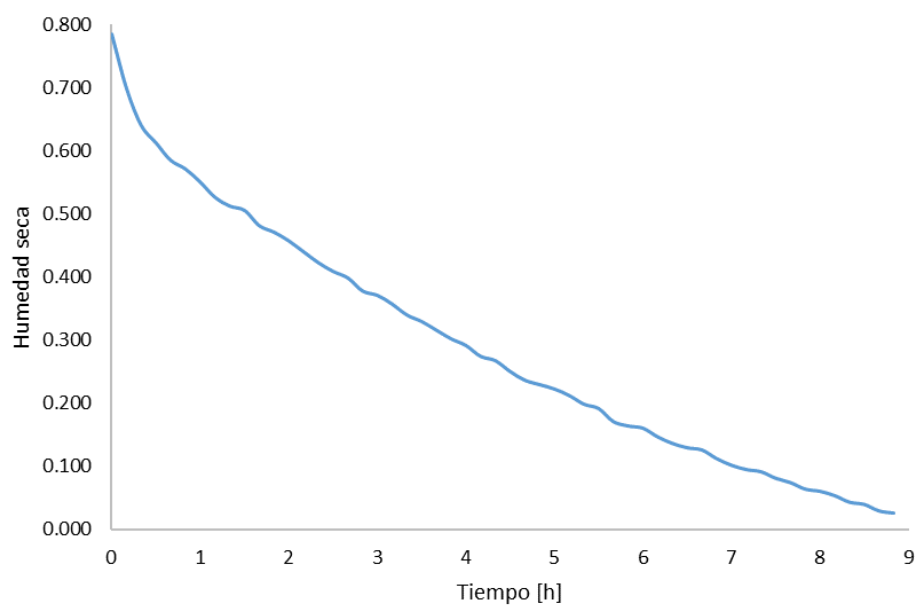
**Tabla C 4.** Condiciones de operación del secador de bandejas para la prueba 3

Variable	Unidades	Valor
Peso malla y café inicial	g	254.32
Peso malla	g	32.63
Peso café inicial	g	221.69
Peso café totalmente seco	g	107.46
Peso malla y café final	g	156.77
Peso café final	g	124.14
Condensado	ml	100305
Peso vidrio reloj	g	36.36
Peso café	g	2.62
Fracción masa seca	-	0.48
Humedad total húmeda	%	51.53
Humedad total seca	-	1.06
Área de entrada	m <sup>2</sup>	0.0322
Velocidad de entrada	m/s	6.18
Velocidad de salida	m/s	8.71
Caudal de aire	m <sup>3</sup> /s	0.198996
Peso de equilibrio	g	124.14
Masa de agua en equilibrio	g	16.68
Humedad de equilibrio seca	-	0.16
Humedad de equilibrio húmeda	%	13.44
Humedad total en base seca	-	1.06

**Figura C 7.** Peso de la muestra en gramos con respecto al tiempo en horas, para la prueba 3 en el secador de bandejas



**Figura C 8.** Humedad seca con respecto al tiempo en horas, para la prueba 3 en el secador de bandejas



## ANEXO D. Discretización de variables tiempo y espacio

Se realizó la discretización de  $t$  y  $z$ , por medio del método de diferencias finitas progresivas, utilizando el polinomio de Taylor para dos puntos. A continuación, se muestran las ecuaciones del modelo propuesto para una capa delgada de granos.

### – Balance de masa en el sólido

$$\frac{x_{\Delta t, \Delta z} - x_{0, \Delta z}}{\Delta t} = \left[ -mq \left( \frac{x}{1-x} - \frac{x_e}{1-x_e} \right) (P_{vs} - P_v)^n t^{q-1} \right] * (1-x)^2$$

### – Balance de masa en el aire

$$\frac{y_{\Delta t, \Delta z} - y_{0, \Delta z}}{\Delta t} = \frac{(1-y)^2(1-x)(1-\varepsilon)\rho_g mq (P_{vs} - P_v)^n t^{q-1}}{\rho_{aires} \varepsilon} \left( \frac{x}{1-x} - \frac{x_e}{1-x_e} \right) - \frac{\dot{m}_{aires}}{\rho_{aires} \varepsilon A'_T} \frac{y_{z+\Delta z} - y_{\Delta t, 0}}{\Delta z}$$

### – Balance de energía en el sólido

$$\begin{aligned} \frac{T_{s\Delta t, \Delta z} - T_{s0, \Delta z}}{\Delta t} = & \frac{6h(T_a - T_s)}{\phi D_p \rho_g C_{psp}} - \frac{\lambda(1-x)^2 mq (P_{vs} - P_v)^n t^{q-1}}{C_{psp}} \left( \frac{x}{1-x} - \frac{x_e}{1-x_e} \right) \\ & - \frac{k}{\rho_g C_{psp}} \frac{T_{s\Delta t, 2\Delta z} - 2T_{s\Delta t, \Delta z} + T_{s\Delta t, 0}}{\Delta z^2} \end{aligned}$$

### – Balance de energía en el aire

$$\begin{aligned} \frac{T_{a\Delta t, \Delta z} - T_{a0, \Delta z}}{\Delta t} = & \left( \frac{-(C_{pavp} - C_{pasp})T_a}{(C_{pasp}(1-y) + C_{pavp}y)} - \frac{T_a}{1-y} \right) \frac{y_{\Delta t, \Delta z} - y_{0, \Delta z}}{\Delta t} - \frac{\dot{m}_{aires}}{\rho_{aires} \varepsilon A'_T} \frac{T_{a\Delta t, \Delta z} - T_{a\Delta t, 0}}{\Delta z} \\ & - \frac{((C_{pavp} - C_{pasp})(1-y) + (C_{pasp}(1-y) + C_{pavp}y))\dot{m}_{aires}T_a}{(1-y)\rho_{aires} \varepsilon (C_{pasp}(1-y) + C_{pavp}y)} \frac{y_{z+\Delta z} - y_{\Delta t, 0}}{\Delta z} \\ & + \frac{\left( \frac{(1-y)(1-\varepsilon)\lambda}{\rho_g(1-x)^2 mq (P_{vs} - P_v)^n t^{q-1}} \right)}{\rho_{aires} \varepsilon (C_{pasp}(1-y) + C_{pavp}y)} \left( \frac{x}{1-x} - \frac{x_e}{1-x_e} \right) \\ & - \frac{(6(1-y)(1-\varepsilon)h(T_a - T_s))}{\phi D_p \rho_{aires} \varepsilon (C_{pasp}(1-y) + C_{pavp}y)} \end{aligned}$$

## ANEXO E. Código en MATLAB para la solución del sistema de ecuaciones

El código se compone de un fichero función, en el que se encuentran incluidas todas las variables del modelo correspondientes al número de capas ( $\Delta z$ ) que se analizaron, y las propiedades físicas y térmicas del café y el aire. Este fichero es llamado desde un script en el que están las condiciones iniciales del modelo, y se codificó un ciclo for que permita la iteración de la solución del sistema de ecuaciones para los diferentes tiempos. Dentro del ciclo aparecen las condiciones iniciales del modelo y las necesarias para las iteraciones del sistema, que cambian conforme transcurre el tiempo. Los resultados se guardan en una matriz, a partir de la cual se extraen para obtener las superficies graficadas en función del tiempo y la altura del lecho de café, para la humedad y temperatura de los granos y del aire. Se codificó un sistema que permitiera cambios en las propiedades del café, las condiciones ambientales, el número de iteraciones en el tiempo y el número de capas a solucionar. Se muestra a continuación, el código para 2 capas y 150 iteraciones en el tiempo.

### – Fichero función

```
%Definición de las ecuaciones del modelo en el espacio (2z)

function F=funsist2(x)

global x01 y01 Ts01 Ta01 x02 y02 Ts02 Ta02 r

%Propiedades
Hr=0.18; %0.29 condiciones exp;0.17 literatura, 0.18 condiciones
propuestas
t=0.17;
E=0.433;
z=0.007256;
dg=1200; %647.29 literatura;
Cpsp=4.27; %3.89 literatura;
Dp=0.007256;
rp=0.003528;
Fi=0.667;
```

```

xes=((61.030848*Hr-108.37141*Hr^2+74.461059*Hr^3)*exp((-
0.03049*Hr+0.070114*Hr^2-0.035177*Hr^3)*50))/100; %Temperatura del
aire de secado
xe=xes/(1+xes);
maire=1754; %Flujo
maires=maire*(1-0.0138); %0.008); %0.012 y condiciones experimentales
%0.0138 y condiciones propuestas; %0.0148 y condiciones literatura
daires=1.1355;
k=0.8136;
Cpa=1.0039;
Cpasp=1.007;
Cpavp=1.8739;
m=0.0143;
q=1.06439;
n=0.87898;
At=1;
A=0.2755;
B=-0.34;
C=0.06175;
D=0.000165;

%Sistema de ecuaciones

F(1)=-((x(1)-x01)/t)+(-m*q*(x(1)/(1-x(1))-(xe/(1-
xe)))*((abs(0.0084*x(4)^2-4.8418*x(4)+702.13-
131.229*x(2)))^n)*(r*t)^(q-1))*(1-x(1))^2;

F(2)=-((x(2)-y01)/t)+(((1-x(2))^2*(1-x(1))*(1-
E)*dg*m*q*((abs(0.0084*x(4)^2-4.8418*x(4)+702.13-
131.229*x(2)))^n)*(r*t)^(q-1))/(daires*E))*(x(1)/(1-x(1))-(xe/(1-
xe)))-(maires/(daires*E*At))*((x(2)-y01)/z);

F(3)=-((x(3)-Ts01)/t)+((6*(x(4)-
x(3))*(A*Cpa*(maire/(At*E))*((2*rp*(maire/(At*E)))/(C+D*x(4)))^B)))/((
Fi*Dp*dg*(Cpsp))-((2502.4-2.4295*x(3))*(1+1.44408*exp(-
21.5011*(x(1)/(1-x(1))))*(1-x(1))^2*m*q*((abs(0.0084*x(4)^2-
4.8418*x(4)+702.13-131.229*x(2)))^n)*(r*t)^(q-1))/(Cpsp))*(x(1)/(1-
x(1))-(xe/(1-xe)))-(k/(dg*(Cpsp))*((x(7)-2*x(3)+Ts01)/(z^2)));

F(4)=-((x(4)-Ta01)/t)+(((-(Cpavp-Cpasp)*x(4))/(Cpasp*(1-
x(2))+Cpavp*x(2)))-(x(4)/(1-x(2))))*(x(2)-y01)/t)-
(maires/(daires*E*At))*((x(4)-Ta01)/z)-(((Cpavp-Cpasp)*(1-
x(2))+Cpasp*(1-x(2))+Cpavp*x(2))*maires*x(4))/((1-
x(2))*daires*E*(Cpasp*(1-x(2))+Cpavp*x(2)))*((x(2)-y01)/z)+(((1-
x(2))*(1-E)*dg*(1-x(1))^2*m*q*((abs(0.0084*x(4)^2-4.8418*x(4)+702.13-
131.229*x(2)))^n)*(r*t)^(q-1))*((2502.4-2.4295*x(3))*(1+1.44408*exp(-
21.5011*(x(1)/(1-x(1)))))))/(daires*E*(Cpasp*(1-
x(2))+Cpavp*x(2)))*((x(1)/(1-x(1)))-(xe/(1-xe)))-((6*(1-x(2))*(1-
E)*x(4)-
x(3))*(A*Cpa*(maire/(At*E))*((2*rp*(maire/(At*E)))/(C+D*x(4)))^B)))/((
Fi*Dp*daires*E*(Cpasp*(1-x(2))+Cpavp*x(2))));

```

```

F(5)=-((x(5)-x02)/t)+(-m*q*(x(5)/(1-x(5))-(xe/(1-
xe)))*((abs(0.0084*x(8)^2-4.8418*x(8)+702.13-
131.229*x(6)))^n)*(r*t)^(q-1))*(1-x(5))^2;

F(6)=-((x(6)-y02)/t)+(((1-x(6))^2*(1-x(5))*(1-
E)*dg*m*q*((abs(0.0084*x(8)^2-4.8418*x(8)+702.13-
131.229*x(6)))^n)*(r*t)^(q-1))/(daires*E))*(x(5)/(1-x(5))-(xe/(1-
xe)))-(maires/(daires*E*At))*((x(6)-x(2))/z);

F(7)=-((x(7)-Ts02)/t)+((6*(x(8)-
x(7))*(A*Cpa*(maire/(At*E))*((2*rp*(maire/(At*E)))/(C+D*x(8)))^B)))/(
Fi*Dp*dg*(Cpsp))-(((2502.4-2.4295*x(7))*(1+1.44408*exp(-
21.5011*(x(5)/(1-x(5)))))*(1-x(5))^2*m*q*((abs(0.0084*x(8)^2-
4.8418*x(8)+702.13-131.229*x(6)))^n)*(r*t)^(q-1))/(Cpsp))*(x(5)/(1-
x(5))-(xe/(1-xe)))-(k/(dg*(Cpsp))*((x(11)-2*x(7)+x(3))/(z^2)));

F(8)=-((x(8)-Ta02)/t)+(((-(Cpavp-Cpasp)*x(8))/(Cpasp*(1-
x(6))+Cpavp*x(6)))-(x(8)/(1-x(6))))*(x(6)-y02)/t)-
(maires/(daires*E*At))*((x(8)-x(4))/z)-(((Cpavp-Cpasp)*(1-
x(6))+Cpasp*(1-x(6))+Cpavp*x(6))*maires*x(8))/((1-
x(6))*daires*E*(Cpasp*(1-x(6))+Cpavp*x(6)))*((x(6)-x(2))/z)+(((1-
x(6))*(1-E)*dg*(1-x(5))^2*m*q*((abs(0.0084*x(8)^2-4.8418*x(8)+702.13-
131.229*x(6)))^n)*(r*t)^(q-1))*((2502.4-2.4295*x(7))*(1+1.44408*exp(-
21.5011*(x(5)/(1-x(5)))))))/(daires*E*(Cpasp*(1-
x(6))+Cpavp*x(6)))*((x(5)/(1-x(5)))-(xe/(1-xe)))-((6*(1-x(6))*(1-
E)*x(8)-
x(7))*(A*Cpa*(maire/(At*E))*((2*rp*(maire/(At*E)))/(C+D*x(8)))^B)))/(
Fi*Dp*daires*E*(Cpasp*(1-x(6))+Cpavp*x(6)));

F(9)=-((x(9)-x03)/t)+(-m*q*(x(9)/(1-x(9))-(xe/(1-
xe)))*((abs(0.0084*x(12)^2-4.8418*x(12)+702.13-
131.229*x(10)))^n)*(r*t)^(q-1))*(1-x(9))^2;
end

```

## - Script

```

%Llamado de rutina para resolver el sistema para 2 capas de z

global x01 y01 Ts01 Ta01 x02 y02 Ts02 Ta02 r

fun=@funsist23;

xa=0.5153;
ya=0.0138;% 0.012 Humedad h para hr=0.29 para 39°C, 0.0148 para
hr=0.17 50 °C, 0.0138 hr=0.18 50°C
Tsa=298.15;
Taa=323.15;

%Vector de condiciones iniciales

```

```

x0=[xa,0.0138,298.15,323.15,xa,0.01381,297.15,322.15];

%Cambio en las condiciones
%y=0.008=x0=[xa,0.008,298.15,312.15,xa,0.0081,297.15,311.15];
%y=0.022=[xa,0.022,294.15,312.15,xa,0.0221,293.15,311.15];
%y=0.0138=x0=[xa,0.0138,298.15,323.15,xa,0.01381,297.15,322.15];
%y=0.0148=x0=[xa,0.0148,294.15,312.15,xa,0.01481,293.15,311.15];

k=20; %Capas de z resueltas
n=k*4; %Número de ecuaciones

%Valores iniciales para z=0 y t=0
x01=xa;
y01=ya;
Ts01=Tsa;
Ta01=Taa;
x02=xa;
y02=ya;
Ts02=Tsa;
Ta02=Taa;
r=1;

%Solución sistema de ecuaciones tiempo 1
x0=fsolve(fun,x0);
x0(2)=ya;
x0(4)=Taa;
O=[x0];

for i=2:150
    r=i;
    x01=x0(1);
    y01=x0(2);
    Ts01=x0(3);
    Ta01=x0(4);
    x02=x0(5);
    y02=x0(6);
    Ts02=x0(7);
    Ta02=x0(8);

    x=x0;
    x0=fsolve(fun,x);
    x0(2)=ya;
    x0(4)=Taa;
    O=[O,x0]; %El vector O se ha definido antes, si no, va a guardar
    todos los O anteriores más los nuevos.
end

l=i*n;

%Graficando en 3D
figure(1);
subplot(2,2,1);

```

```

xsol=[0(1:n:1);0(5:n:1)];%Matriz con los valores de x para los 2 z
(filas) y los t (columnas)
[t,z]=meshgrid(0:0.17:0.17*(i-1),0.007:0.007:0.007*k); %Generación del
mallado rectangular
surf(t,z,xsol);
view(30,10);
xlabel('Tiempo h');
ylabel('Altura del lecho m');
zlabel('Humedad del sólido');
xlswrite('Resultados modelo.xlsx',xsol,'hoja2');

figure(1);
subplot(2,2,2);
ysol=[0(2:n:1);0(6:n:1)]; %Matriz con los valores de y para los 2 z
(filas) y los t (columnas)
[t,z]=meshgrid(0:0.17:0.17*(i-1),0.007:0.007:0.007*k); %Generación del
mallado rectangular
surf(t,z,ysol);
view(50,50);
xlabel('Tiempo h');
ylabel('Altura del lecho m');
zlabel('Humedad del aire');
xlswrite('Resultados modelo.xlsx',ysol,'hoja3');

figure(1);
subplot(2,2,3);
Tssol=[0(3:n:1);0(7:n:1)]; %Matriz con los valores de Ts para los 2 z
(filas) y los t (columnas)
[t,z]=meshgrid(0:0.17:0.17*(i-1),0.007:0.007:0.007*k); %Generación del
mallado rectangular
surf(t,z,Tssol);
view(100,50);
xlabel('Tiempo h');
ylabel('Altura del lecho m');
zlabel('Temperatura del sólido');
xlswrite('Resultados modelo.xlsx',Tssol,'hoja4');

figure(1);
subplot(2,2,4);
Tasol=[0(4:n:1);0(8:n:1)]; %Matriz con los valores de Ta para los 2 z
(filas) y los t (columnas)
[t,z]=meshgrid(0:0.17:0.17*(i-1),0.007:0.007:0.007*k); %Generación del
mallado rectangular
surf(t,z,Tasol);
view(10,30);
xlabel('Tiempo h');
ylabel('Altura del lecho m');
zlabel('Temperatura del aire');
xlswrite('Resultados modelo.xlsx',Tasol,'hoja5');

```

## ANEXO F. Calor específico del aire y del vapor de agua

### – Calor específico del aire

**Tabla F 1.** Calores específicos del aire para diferentes temperaturas

Temperatura K	Cp [kJ/kmolK]	Cp [kJ/kgK]
293.15	29.0498	1.0017
303.15	29.0928	1.0032
313.15	29.1365	1.0047
323.15	29.1807	1.0062
Prom		1.004

### – Calor específico del vapor de agua

**Tabla F 2.** Calores específicos del vapor de agua para diferentes temperaturas

Temperatura K	Cp [kJ/kmolK]	Cp [kJ/kgK]
293.15	33.6198	1.8678
303.15	33.6923	1.8718
313.15	33.7664	1.8759
323.15	33.8418	1.8801
Prom		1.874

## ANEXO G. Simulación con cambios en el intervalo temporal

**Tabla G 1.** Humedad del sólido para simulación con  $t=0.17$  y  $t=0.085$ , para 20 capas de z

Tiempo [h]	Intervalo de tiempo		% Error
	0.17	0.085	
0	0.3887	0.3894	0.1811
6	0.3048	0.3048	0.0019
12	0.2302	0.2291	0.4512
18	0.1753	0.1751	0.1128
24	0.1411	0.1409	0.1489
30	0.1205	0.1201	0.3323

## ANEXO H. Influencia de las capas de sólido en la resolución del modelo

**Figura H 1.** Humedad del sólido con respecto al tiempo para la capa de sólido número 1, 10 y 20

