

**MODELAMIENTO ESTADISTICO DE LAS SERIES DE TIEMPO DE LA
CUENCA SUPERIOR DEL RIO LEBRIJA**

**ZULMA KARINA AZA PEDRAZA
MARIA FERNANDA VARGAS SUAREZ**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICOMECANICAS
ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL
BUCARAMANGA**

2005

**MODELAMIENTO ESTADISTICO DE LAS SERIES DE TIEMPO DE LA
CUENCA SUPERIOR DEL RIO LEBRIJA**

**ZULMA KARINA AZA PEDRAZA
MARIA FERNANDA VARGAS SUAREZ**

**Trabajo de Grado para optar al título de
Ingeniero Civil**

**Director
JORGE GUZMAN JAIMES
Ingeniero Civil MSc**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICOMECANICAS
ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL
BUCARAMANGA
2005**

*A mis padres,
A mi abuela,
A mi hermano,
A mi novio.*

Maria Fernanda Vargas Suarez

*A Dios,
mis padres
y Sergio.*

Zulma Karina Aza

AGRADECIMIENTOS

Al **Ing. MSc Jorge Alberto Guzmán**, director del proyecto, por su respaldo, confianza, apoyo y colaboración oportuna.

Al IDEAM, Instituto de Hidrológica, Meteorología y Estudios Ambientales, quien suministró la información de las series hidrológicas de las estaciones de: Palonegro, Vivero Suratá, Berlín, Café Madrid y Puerto León.

Al Grupo en Predicción y Modelamiento Hydroclimático (GPH), por su gentil colaboración.

A todos nuestros familiares, que nos brindaron su apoyo incondicional para que de una u otra forma se culminara este proyecto.

Zulma Karina Aza Pedraza
Maria Fernanda Vargas Suárez

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	1
1 MARCO TEORICO	3
1.1 SERIES DE TIEMPO	3
1.2 RESOLUCION TEMPORAL	3
1.3 COMPONENTES DE LAS SERIES DE TIEMPO	4
1.3.1 COMPONENTE DETERMINISTICA (η)	4
1.3.2 LA COMPONENTE ESTOCASTICA (ξ_t)	7
1.4 HERRAMIENTAS PARA EL ANALISIS DE SERIES DE TIEMPO	8
1.5 TRATAMIENTO PRELIMINAR DE LOS DATOS	10
1.5.1 TEST PARAMETRICOS	12
1.5.2 TEST NO-PARAMÉTRICOS	14
1.6 SERIES DE FOURIER	17
1.6.1 PERIODOGRAMA	18
1.7 METODOLOGIA DE BOX & JENKINS	21
1.7.1 IDENTIFICACION	21
1.7.2 ESTIMACION	22
1.7.3 VALIDACION	27
1.7.4 PRONOSTICO	29
2 METODOLOGIA DE LLENADO DE DATOS Y MODELAMIENTO	30
2.1 LLENADO DE DATOS: TEMPERATURA ESTACION PALONEGRO	30
2.2 MODELAMIENTO: SERIE DE TEMPERATURA ESTACION PALONEGRO	36
3 ANALISIS DETERMINISTICO DE LAS SERIES DE TIEMPO HIDROLOGICAS	43
3.1 TEMPERATURA	43
3.2 PRESION	48
3.3 PRECIPITACION	51
3.4 HUMEDAD RELATIVA	53
3.5 BRILLO SOLAR	54
3.6 RECORRIDO DEL VIENTO	56
3.7 CAUDALES	57
4 ANALISIS DE RESULTADOS	61

4.1	ESTACION PALONEGRO	62
4.1.1	TEMPERATURA	62
4.1.2	PRECIPITACION	63
4.1.3	HUMEDAD RELATIVA	64
4.1.4	BRILLO SOLAR	65
4.1.5	RECORRIDO DEL VIENTO	66
4.2	ESTACION VIVERO SURATA	68
4.2.1	TEMPERATURA	69
4.2.2	PRECIPITACION	71
4.2.3	HUMEDAD RELATIVA	72
4.2.4	BRILLO SOLAR	73
4.2.5	RECORRIDO DEL VIENTO	73
4.3	ESTACION BERLIN	74
4.3.1	TEMPERATURA	75
4.3.2	PRECIPITACION	76
4.3.3	HUMEDAD RELATIVA	77
4.3.4	BRILLO SOLAR	78
4.3.5	RECORRIDO DEL VIENTO	79
4.4	ESTACION CAFE MADRID	80
4.5	ESTACION PUERTO LEON	82
4.6	SERIES DE TIEMPO GPH	83
4.6.1	TEMPERATURA	84
4.6.2	PRESION	85
5	CONCLUSIONES	87
	RECOMENDACIONES	89
	BIBLIOGRAFIA	90
	ANEXOS	93

LISTA DE TABLAS

Tabla 1	Transformaciones para la estabilidad de la varianza	15
Tabla 2	Transformaciones para la estabilidad de la varianza	16
Tabla 3	Lista de estaciones (Tomada de GPH 2005)	61
Tabla 4	Resumen de resultados Estación Palonegro	62
Tabla 5	Resumen de resultados Estación Vivero Suratá	69
Tabla 6	Resumen de resultados Estación Berlín	75
Tabla 7	Resumen de resultados Estación Café Madrid	81
Tabla 8	Resumen de resultados Estación Puerto León	82
Tabla 9	Resumen de resultados Series de Tiempo GPH	84

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Serie periódica de 100 datos con tendencia lineal creciente	5
Figura 2 Serie determinística de 1000 datos, ajuste componente cíclica	6
Figura 3 Serie determinística de 1000 datos, ajuste componente estacional	6
Figura 4 Serie de 100 datos con comportamiento irregular	7
Figura 5 Serie A (Box & Jenkins, 1976)	13
Figura 6 Serie A distribución normal	13
Figura 7 Test SNHT con el punto de cambio generado por SPELL-Stat	13
Figura 8 Serie Brillo Solar Berlín original Feb-96 A Dic-00	14
Figura 9 Test Punto de Cambio serie Brillo Solar Berlín	14
Figura 10 Periodograma Serie E (Box & Jenkins, 1976)	20
Figura 11 Serie Temperatura media mensual Palonegro	31
Figura 12 Lag Plot Temperatura media mensual Palonegro	32
Figura 13 Periodograma Temperatura media mensual Palonegro	32
Figura 14 Temperatura media mensual Palonegro vs Fourier 30 armónicos	33
Figura 15 Residuos Temperatura media mensual Palonegro	33
Figura 16 Residuos Temperatura media mensual Palonegro (1988-2000)	34
Figura 17 Correlograma Temperatura residual media mensual Palonegro	34
Figura 18 Correlograma parcial Temperatura residual media mensual Palonegro	35
Figura 19 Temperatura media mensual Palonegro (llenado de datos)	36
Figura 20 Temperatura media mensual Palonegro con llenado de Datos	36
Figura 21 Correlograma Temperatura media mensual Palonegro	37
Figura 22 Periodograma Temperatura media mensual Palonegro	37
Figura 23 Temperatura media mensual Palonegro vs Fourier 15 armónicos	38
Figura 24 Residuos Temperatura Media Mensual Palonegro	38
Figura 25 Correlograma Temperatura media mensual Palonegro	39

Figura 26 Correlograma parcial temperatura Palonegro	40
Figura 27 Temperatura media mensual Palonegro vs Serie Modelada	41
Figura 28 Temperatura comparación de resolución temporal	44
Figura 29 Temperatura media horaria B/manga vs Fourier 148 armónicos	45
Figura 30 Detalle de Temperatura media horaria vs Fourier 148 armónicos	45
Figura 31 Temperatura media diaria Bucaramanga vs Fourier 4 armónicos	46
Figura 32 Temperatura media mensual Bucaramanga	46
Figura 33 Temperatura media mensual Berlín vs Fourier con 30 armónicos	47
Figura 34 Temperatura media mensual Berlín vs valores mensuales SOI	48
Figura 35 Temperatura media mensual Berlín vs Valores Mensuales ENSO SST-3	48
Figura 36 Presión resolución temporal	49
Figura 37 Detalle serie de presión atmosférica media horaria Bucaramanga	50
Figura 38 Presión Atmosférica media diaria Bucaramanga	50
Figura 39 Presión Atmosférica media mensual Bucaramanga	51
Figura 40 Precipitación Vivero Suratá vs Fourier con 30 armónicos	52
Figura 41 Precipitación total mensual Vivero Suratá vs Valores mensuales ENSO SST 3	53
Figura 42 Humedad relativa Berlín vs Fourier con 30 armónicos	53
Figura 43 Periodograma de la serie de Brillo Solar total mensual de Vivero Suratá	54
Figura 44 Brillo Solar total mensual de Vivero Suratá vs Fourier con 15 armónicos	55
Figura 45 Brillo Solar total mensual de Vivero Suratá vs Fourier con 30 armónicos	55
Figura 46 Brillo Solar total mensual Vivero Suratá vs Valores mensuales ENSO SST-3	56
Figura 47 Recorrido del viento medio mensual Vivero Suratá vs Fourier con 30 armónicos	57

Figura 48 Caudales medios mensuales de Puerto León vs Fourier con 3 armónicos	58
Figura 49 Tendencia caudales medios mensuales de Puerto León vs Tendencia valores mensuales ENSO SST-3	58
Figura 50 Caudales medios mensuales Puerto León vs Fourier con 15 armónicos	59
Figura 51 Caudales medios mensuales Puerto León vs Fourier con 30 armónicos	59
Figura 52 Caudales medios mensuales Puerto León vs Valores mensuales ENSO SST-3	60
Figura 53 Temperatura media mensual Palonegro vs Serie Modelada	63
Figura 54 Precipitación total mensual Palonegro vs Serie Modelada	64
Figura 55 Humedad relativa media mensual Palonegro vs Serie Modelada	65
Figura 56 Brillo solar total mensual Palonegro vs Serie Modelada (1986-2000)	66
Figura 57 Periodograma recorrido del viento Palonegro sin Pronóstico	67
Figura 58 Correlograma de análisis recorrido Palonegro (Ene-96 a Dic-00)	68
Figura 59 Correlograma parcial recorrido Palonegro (Ene-96 a Dic-00)	68
Figura 60 Serie temperatura media mensual Vivero Suratá vs Serie modelada	70
Figura 61 Temperatura media mensual Vivero Suratá vs Serie modelada con retraso	70
Figura 62 Precipitación total mensual Vivero Suratá vs la Serie modelada	71
Figura 63 Humedad relativa media mensual vivero Suratá vs la Serie modelada	72
Figura 64 Brillo solar total mensual Vivero Suratá vs Serie modelada	73
Figura 65 Recorrido del viento total mensual vs Serie modelada	74
Figura 66 Temperatura media mensual Berlín vs Serie modelada	76
Figura 67 Precipitación total mensual Berlín vs Serie modelo	77
Figura 68 Humedad Relativa media mensual Berlín vs Serie modelada	78

Figura 69 Brillo Solar total mensual Berlín vs Serie modelada	79
Figura 70 Recorrido del viento total mensual Berlín vs Serie modelada	80
Figura 71 Caudales medios mensuales Café Madrid vs Serie modelada	81
Figura 72 Caudales medios mensuales Puerto León vs Serie modelada	83
Figura 73 Temperatura media diaria Bucaramanga vs Serie modelada con retraso	84
Figura 74 Presión Diaria B/manga vs Modelo con atraso	85

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A: EJEMPLO SERIES DE FOURIER	94
ANEXO B: EJEMPLO MODELOS AUTORREGRESIVOS	99
ANEXO C: EJEMPLO MODELOS MEDIAS MOVILES	102
ANEXO D: MODELO ARIMA (1, 1, 1)	105
ANEXO E: ENSO SST (El Niño Oscilación del Sur)	108
ANEXO F: SERIES ESTACION PALONEGRO	111
ANEXO G: SERIES ESTACION VIVERO SURATA	114
ANEXO H: SERIES ESTACION BERLÍN	117
ANEXO I: SERIES ESTACION CAFÉ MADRID	120
ANEXO J: SERIES ESTACION PUERTO LEON	121
ANEXO K: SERIES DE TIEMPO GPH	122

RESUMEN

TITULO:

MODELAMIENTO ESTADÍSTICO DE LAS SERIES DE TIEMPO DE LA CUENCA SUPERIOR DEL RIO LEBRIJA *

AUTORES:

Zulma Karina Aza Pedraza
María Fernanda Vargas Suárez **

PALABRAS CLAVES:

Series de tiempo hidrológicas, Cuenca superior del Río Lebrija, Metodología de Box & Jenkins, Series de Fourier, Pronóstico, Modelamiento.

DESCRIPCION:

El objetivo de la tesis fue la aplicación de modelos estadísticos para algunas series de tiempo hidrológicas de la Cuenca Superior del Río Lebrija (C.S.R.L) a efecto de poder detectar y remover la componente determinística así como la aplicación de metodología de Box & Jenkins para el modelamiento y llenado de datos.

El procesamiento de las series de tiempo consistió en el análisis desde la selección de la serie de tiempo, el tratamiento preliminar de los datos, análisis y extracción de la componente determinística, cálculo de la serie residual y la respectiva selección del modelo Box & Jenkins. Finalmente se llevo a cabo un proceso de calibración de cada modelo planteado que incluya tanto la componente determinística como la estocástica. Este procedimiento fue aplicado para series de tiempo hidrológicas de Temperatura, Precipitación, Brillo solar, Recorrido del Viento, Humedad Relativa, Caudales y Presión Atmosférica a efecto de llevar a cabo llenado de datos y modelamiento de las series de tiempo.

En este proyecto se comprobó que el periodograma y las series Fourier son herramientas adecuadas para la remoción de componentes determinísticas y para la detección de tendencias cíclicas de acuerdo a la resolución temporal de la serie de tiempo; así de esta manera se detectaron tendencias de tipo extra anual, anuales, estacionales, lunares y diarias, producto de los movimientos astronómicos, la zona de convergencia intertropical, y el fenómeno del niño.

La metodología de Box & Jenkins resultó adecuada para el modelamiento de los residuos tras ser removida la componente determinística; Esta metodología junto con las Series de Fourier conformaron un modelo general que en muchos casos represento adecuadamente las series analizadas

* Tesis

** Escuela de Ingeniería Civil, Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas.
Ing. MSc Jorge A. Guzmán

SUMMARY

TITLE:

STATISTICAL MODELLING OF TIME SERIES FOR THE UPPER PART OF THE LEBRIJA CATCHMENT *

AUTHORS:

Zulma Karina Aza Pedraza
Maria Fernanda Vargas Suárez **

KEYWORDS:

Hydrologic time series, Lebrija river's catchment, Box & Jenkins methodology, Fourier Series, Forecasting, hydrological modelling.

DESCRIPTION:

The purpose of this thesis was the application of statistical models in certain hydrological time series of the upper part of the Lebrija catchment in order to detect and remove the deterministic component. The Box & Jenkins' methodology was used for modelling and filling in of data.

The methodology followed was the selection of the time series, screening of the data, detection and extraction of the deterministic components, computation of the residuals and fitting the residual to the Box & Jenkins' model. At the end, the models were validated using the deterministic and stochastic components. This methodology was applied to the time series of temperature, precipitation, sun shine duration, wind trace, relative humidity, discharge, and atmospheric pressure. The models were used to fill in data and modelling the hydrological processes.

The calibration of the model using the deterministic and stochastic component was carried out. This processing was implemented for hydrological time series of Temperature, Precipitation, Sun Brightness, Wind Trace, Relative Humidity, Runoff and Atmospheric Pressure, and also in the filling in of the missing data.

It was found that the periodograma and the Fourier analysis are useful tools to detect and remove the deterministic component and the detection of the cyclical trends in the time series at different temporal resolution. The annual cycle, seasonality, lunar cycle and daily variation were detected. The influence of the ITCZ, ENSO and astronomical movements were the main reasons of these cycles.

The Box & Jenkins methodology was useful tool in modelling the residuals after the deterministic components were removed. This methodology along with the Fourier analysis was functional modelling techniques that can represent well most of the time series in the study.

* Tesis

** Civil Engineering Department. College of Physical Mechanical
Ing. MSc Jorge A. Guzmán

INTRODUCCIÓN

Este estudio se enfoca en el pronóstico para el llenado de datos y en la generación de series sintéticas (modelos) que describan las series de tiempo de temperatura, presión atmosférica, precipitación, recorrido del viento, humedad relativa, brillo solar y caudales de la Cuenca Superior del Río Lebrija, mediante la aplicación de Series de Fourier y la Metodología de Box & Jenkins, con su respectivo análisis y evaluación.

El análisis estadístico de las series de tiempo hidrológicas consiste en la descripción y el desarrollo de modelos que permitan comprender el comportamiento de las distintas variables hidrológicas bajo una visión matemática, justificada mediante la influencia de fenómenos físicos y variables macro-climáticas, entre otros. Dicho análisis es una componente primordial que junto a otros modelos, pueden llegar a conformar modelos hidrológicos de gran escala.

Las series de tiempo hidrológicas están conformadas por la componente determinística y por la componente estocástica. La primera puede ser removida aplicando las Series de Fourier; dicha componente comprende los fenómenos que generan el comportamiento periódico en ellas, el cual es motivo de análisis en las series de tiempo de las variables del estudio, ya que hacen parte importante de la comprensión del comportamiento hidroclimático en la CSRL. La componente estocástica puede ser descrita por medio de los modelos de Box & Jenkins, base importante para el llenado y complemento de los modelos de las distintas series.

En la primera parte del proyecto se presenta una introducción de definiciones básicas sobre series de tiempo, herramientas estadísticas, tratamiento preliminar de los datos y conceptos generales sobre las series de Fourier y la metodología de Box & Jenkins, con el fin de dar a conocer las bases con las cuales se desarrolla la tesis.

Luego se plantea la metodología implementada para el llenado de datos por medio del pronóstico generado a partir de las Series de Fourier y los modelos de Box & Jenkins; después, el proceso de modelamiento de las series hidrológicas siguiendo la metodología de Box & Jenkins hasta la generación de la expresión estadística que la describa.

El tercer capítulo analiza el comportamiento determinístico de las series de tiempo hidrológicas, considerando la interacción que poseen entre ellas, los fenómenos climáticos a gran escala y los movimientos astronómicos.

Presentadas las metodologías y los análisis determinísticos, se expone en el capítulo 4, la evaluación y el análisis de los modelos estadísticos de las series hidrológicas de la cuenca.

Finalmente este estudio suministrará una mejor calidad en las series de tiempo, proporcionando así mayor confiabilidad a la hora de implementar los datos en estudios de carácter hidrológico o del recurso hídrico en general.

Cabe resaltar que para la implementación de los pronósticos para llenado de datos y los modelos estadísticos, se utilizó el software SPELL-Stat.

1 MARCO TEORICO

El propósito de este capítulo es exponer los conceptos básicos estadísticos necesarios para comprender las características que identifican una serie de tiempo y las herramientas necesarias para su adecuado procesamiento. En el numeral 1.1 se define la serie de tiempo como tal, seguida por la definición de resolución temporal en numeral 1.2. Las componentes de las series de tiempo se encuentran en la sección 1.3 y las distintas herramientas de análisis en la sección 1.4. El tratamiento preliminar se cita en el numeral 1.5 y se finaliza con las Series de Fourier y la metodología de Box & Jenkins en las secciones 1.6 y 1.7 respectivamente.

1.1 SERIES DE TIEMPO

Es la secuencia de valores observados de una variable organizada en una estructura de tiempo con intervalos ya sean variables o constantes.

El presente documento denotará una serie de tiempo como la ocurrencia de una variable que depende del tiempo, organizada secuencialmente o mediante una marca de tiempo (referenciados a horarios y fechas exactas), así;

$$Z_t \quad (t = 1, 2, \dots, T) \quad (1.1)$$

1.2 RESOLUCIÓN TEMPORAL

Las series de tiempo pueden ser descritas en diferentes periodos de tiempo ya sean segundos, minutos, horas, días, meses, años, etc. De acuerdo con la resolución (escala de tiempo) que estas poseen, a mayor resolución se evidenciarán en más detalle las características estocásticas o determinísticas

que dan origen al comportamiento general de las series. De la misma manera, a menor resolución las series también pueden mostrar comportamientos tanto determinísticos como estocásticos que se hacían imperceptibles a mayor resolución, dando origen a una nueva serie de tiempo con características distintas a la original; por tal motivo, sería erróneo pretender comparar series hidrológicas de una misma variable con diferentes resoluciones para encontrar en ellas alguna similitud.

El análisis de la serie de tiempo se relaciona de varias maneras con el intervalo seleccionado del tiempo. Dependiendo del propósito del análisis, el intervalo de tiempo de las variables se debe elegir con precaución. (Guzmán et al, 2005).

1.3 COMPONENTES DE LAS SERIES DE TIEMPO

Las series de tiempo se dividen en dos componentes principales, de la siguiente manera:

$$z_t = \eta + \xi_t \quad (1.2)$$

Donde η es la componente determinística y ξ componente estocástica, las cuales se exponen a continuación:

1.3.1 Componente Determinística (η). Es la parte de la serie de tiempo que permite por medio de funciones matemáticas modelar y pronosticar su comportamiento; debido a que se evidencia un comportamiento periódico de ésta a lo largo del tiempo. Este tipo de comportamiento en las series de tiempo hidrológicas es influenciado por variaciones causadas por forzamientos externos periódicos tales como ciclos anuales y diurnos de insolaciones, asociados a los fenómenos astronómicos y en segunda instancia por la variaciones

debidas a la interacción no lineal y efectos de retroalimentación de los distintos subsistemas del sistema climático terrestre.(Poveda, 2004)

Por lo tanto la tendencia, la ciclicidad y la estacionalidad pueden ser incluidas de esta.

$$\eta = \mu_t + \psi_t + \gamma_t \quad (1.3)$$

1.3.1.1 La componente de tendencia (μ_t). Esta componente muestra el incremento o decremento de los datos con respecto al tiempo (Figura 1) (Guzmán et al, 2005); además la tendencia se considera el primer movimiento más relevante a largo plazo que tiene la serie de tiempo ya sea lineal, exponencial, logarítmica o alguna otra que su comportamiento sea similar a otro tipo de función algebraica. Sin embargo, la tendencia más común en las series hidrológicas es la lineal. Más adelante se muestran algunas formas para remover la tendencia en las series, puesto que los métodos de modelamiento a utilizar requieren que las series sean estacionarias.

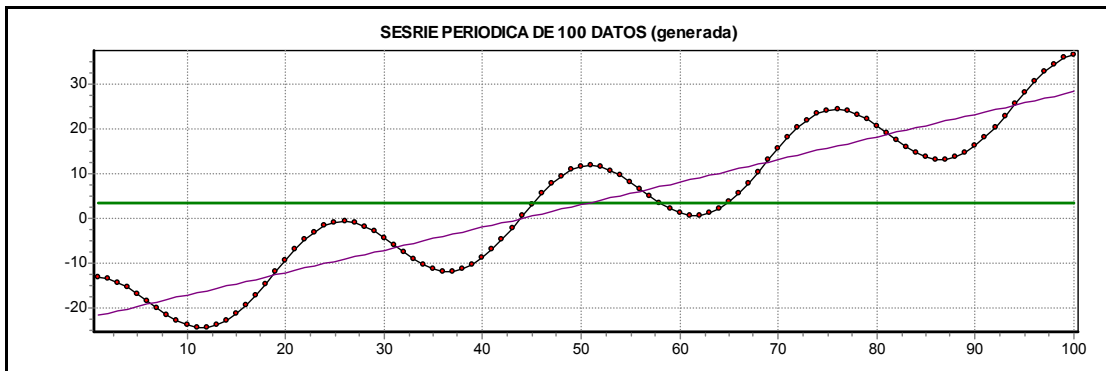


Figura 1 Serie periódica de 100 datos con tendencia lineal creciente

1.3.1.2 La componente cíclica (ψ_t): Indica oscilaciones alrededor de la tendencia en periodos de tiempo superiores a un año, generalmente comprendidos entre 3 y 8 años (Figura 2). (Otero 1993).

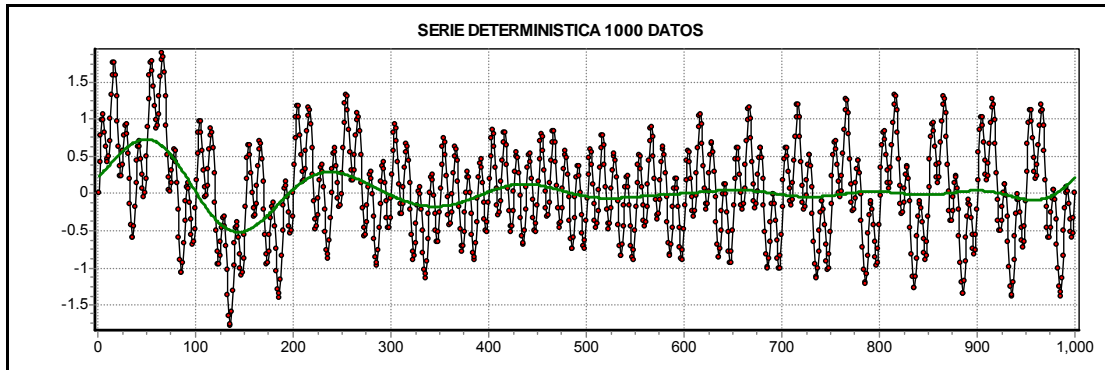


Figura 2 Serie determinística de 1000 datos, ajuste componente cíclica

1.3.1.3 La componente estacional (γ_t): Define la presencia de un comportamiento cíclico en los datos en intervalos de tiempos anuales o fracciones de año debido a ciclos astronómicos (Figura 3).

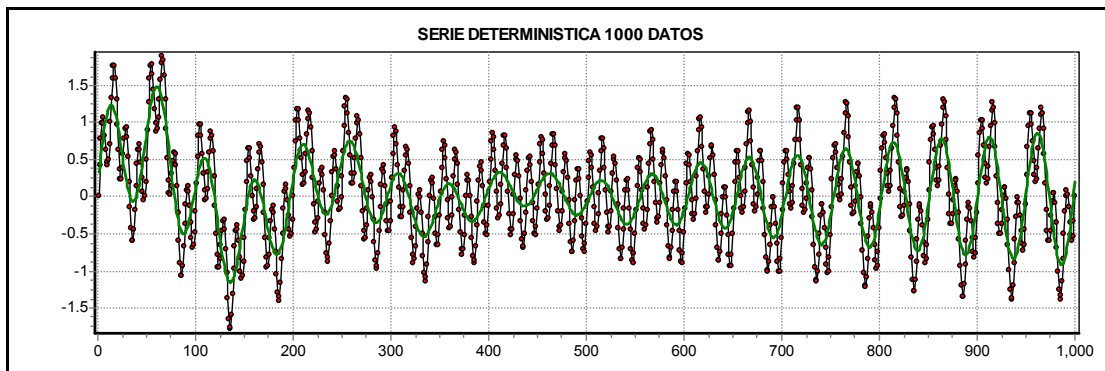


Figura 3 Serie determinística de 1000 datos, ajuste componente estacional

La Mayoría de las variaciones periódicas y estacionales en los registros hidrológicos son provocadas por fenómenos astronómicos que causan

comportamientos fluctuantes, a partir de movimientos como la rotación de la tierra sobre su propio eje, la translación de la luna alrededor de la tierra y la translación de la tierra alrededor del sol. Estos movimientos dan origen a los periodos diarios, mensuales y anuales ejerciendo una especial influencia en las series de tiempo de temperatura.

1.3.2 La componente Estocástica (ξ_t). Describe los eventos que no pueden ser estimados por una función matemática algebraica sino por una función matemática probabilística, causados por variables aleatorias sin ningún tipo de razón secuencial. Fenómenos como; turbulencia, vorticidad a gran escala, conversión de calor, opacidad atmosférica de las ondas entrantes y salientes de la radiación, procesos termodinámicos al azar, y otros procesos en los ambientales de la tierra, son responsables de las componentes estocásticas en serie de tiempo (Salas et al, 1980). Un ejemplo claro es la Figura 4 donde la componente estocástica hace que los valores de la serie sobresalgan del ciclo general.

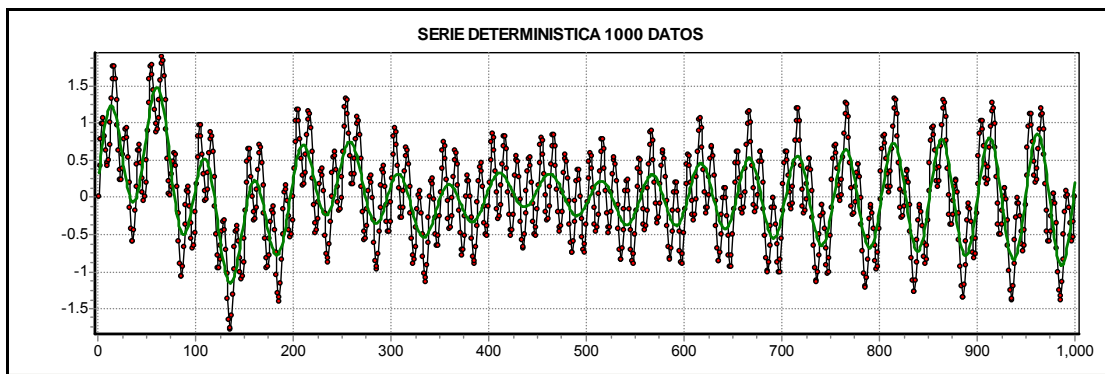


Figura 4 Serie de 100 datos con comportamiento irregular

Y así las series de tiempo univariadas se pueden describir mediante el modelo de descomposición aditivo (Harvey, A. et. al, 1993):

$$z_t = \mu_t + \psi_t + \gamma_t + \xi_t \quad \text{Para } t=1,2,\dots,T \quad (1.5)$$

1.4 HERRAMIENTAS PARA EL ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO

Las series de tiempo hidrológicas que se analizan en el presente estudio son univariadas, donde se lleva un registro en el tiempo de las observaciones de la variable en estudio que permite por si misma describir su comportamiento. Pero para poder llegar a una buena descripción es necesario caracterizar la serie por medio de herramientas estadísticas como las siguientes:

1.4.1 La media. Es la medida más común de localización o centro de un grupo de datos, es el valor esperado.

$$\bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N z_t \quad (1.6)$$

Donde N es el tamaño de la muestra, y z_t cada uno de los datos de la aserie.

1.4.2 La Varianza muestral. Mide la variabilidad en unidades originales de la variable de interés.

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (z_t - \bar{z})^2 \quad (1.7)$$

1.4.3 La desviación estándar. Es la raíz cuadrada de la varianza y da la medida de qué tanto se alejan los datos de la media.

$$s = \sqrt{s^2} \quad (1.8)$$

1.4.4 Autocovarianza: Es la medida del grado de auto-dependencia lineal de una serie de tiempo (Salas 1980).La autocovarianza C_k entre z_t y z_{t-k} puede ser determinada por:

$$c_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (z_t - \bar{z})(z_{t-k} - \bar{z}) \quad (1.9)$$

Donde k representa el intervalo entre el la pareja (z_t, z_{t-k}) a correlacionar, \bar{z} es la media de los datos, y N es el tamaño de la muestra.

1.4.5 Lag Plot. El lag plot se emplea para comprobar si una serie de tiempo es aleatoria o no. Los datos al azar no exhiben ninguna estructura identificable en el diagrama del retraso. Si la serie es no aleatoria el lag plot muestra una tendencia lineal (autorregresivos) o circular (periódicos) de los datos subyacentes.

El lag plot traduce algo así como gráfica de retrasos, un retraso es una dislocación fija del tiempo. Por ejemplo, dado un modelo $Z_1, Z_2, \dots, Z_n, Z_3$ y Z_5 tienen retraso de 3 a $5 - 3 = 2$. Los diagramas del retraso se pueden generar para cualquier retraso arbitrario, aunque el retraso lo más comúnmente posible usado es 1. Un diagrama del retraso 1 es un diagrama de los valores de Z_i contra el eje vertical Z_{i-1} : Z_i para todo i y el eje horizontal de: Z_{i-1} para todos i (Engineering statistics Handbook)

1.4.6 Función de autocorrelación muestral (γ_k): A partir de la autocovarianza para cualquier valor de k y la varianza que es igual a la autocovarianza cuando $k = 0$, se puede obtener la función de autocorrelación muestral, así:

$$\gamma_k = \frac{c_k}{c_0} \quad (1.10)$$

Sí reemplazamos con las formulas correspondientes se tiene que,

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (z_t - \bar{z})(z_{t+k} - \bar{z})}{\sum_{t=1}^N (z_t - \bar{z})^2} \quad (1.11)$$

Donde r_k es coeficiente de autocorrelación en un intervalo k . La gráfica de r_k Vs k es llamado correlograma; por medio de este se puede hallar la correlación lineal que existe entre una serie de tiempo y la misma serie en un intervalo mas tarde (Guzmán et al, 2005).

1.4.7 Función de autocorrelación parcial (ϕ_{kk}). Es una función que para cada instante t y entre cada k , toma un valor igual a la correlación entre z y z_{t-k} , ajustada por el efecto de los retardos intermedios $z_t, z_{t-1}, z_{t-2}, \dots, z_{t-k-1}$. Supóngase que se tiene una serie temporal generada por un proceso autoregresivo y se desea determinar el grado de parametrización p , entonces, se determinan $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \dots$ y dado que p es desconocido se plantean diferentes valores sucesivos que este pueda tomar, así se obtiene:

$$p = 1 \quad \phi_{11} = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \quad (1.12a)$$

$$p = 2 \quad \begin{bmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_0 & \gamma_1 \\ \gamma_1 & \gamma_0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix} \quad (1.12b)$$

$$p = 3 \quad \begin{bmatrix} \phi_{13} \\ \phi_{23} \\ \phi_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_0 & \gamma_1 & \gamma_2 \\ \gamma_1 & \gamma_0 & \gamma_1 \\ \gamma_2 & \gamma_1 & \gamma_0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \end{bmatrix} \quad (1.12c)$$

Se dice que $\phi_{kk} = 0$ para todo k Mayor que un p dado p^* , entonces, el orden del proceso es p^* .

1.5 TRATAMIENTO PRELIMINAR DE LOS DATOS

En el análisis de las series de tiempo, la primera verificación que se debe realizar es la detección de *no-homogeneidad e inconsistencia de los datos*, estas propiedades están directamente relacionadas con la no-estacionaridad

que presentan las series de tiempo sin ningún tipo de tratamiento. La no-homogeneidad de los datos se presenta cuando la serie exhibe un comportamiento no uniforme de ellos, como saltos en la media; mientras que la inconsistencia de los datos se muestra debido a la ocurrencia de errores sistemáticos; los cuales son los inducidos por el hombre o los relacionados con el aparato de medición: errores por cambio de localización del aparato o por calibración del mismo.

El “Screening of the data” o Tratamiento Preliminar de los datos, se encarga de la detección de la no-homogeneidad e inconsistencia de los datos, ya que es de suma importancia para la realización de análisis y modelamiento de las series de tiempo hidrológicas, efectuar un tratamiento preliminar de limpieza y filtrado de los datos para hacer que ellos se comporten de acuerdo a las características representativas de los modelos, como: (Guzmán et al, 2005).

- Los datos deben ser aleatorios e independientes.
- La tendencia debe presentar un comportamiento estable; no debe aumentar ni disminuir.
- La varianza y la media deben ser estables, a lo largo de todo el registro.
- No presentar estacionalidad (seasonal); un ciclo regular.

Las características anteriores son las principales propiedades de series estacionarias, las cuales se caracterizan por un equilibrio de sus propiedades estadísticas, y por ser el punto de partida para los análisis de la metodología de Box y Jenkins.

Existen diferentes test de acuerdo a las características de cada serie, para detectar los errores o saltos en los datos o presencia o ausencia de tendencia en la serie, entre los test más importantes en el análisis de series de tiempo hidrológicas se encuentran los siguientes.

- 1. Gráfica Preliminar de la Serie:** Graficar la serie en toda su extensión, para identificar previamente el comportamiento de la media, la varianza y la desviación estándar entre otras; con el fin de reconocer qué tipo de análisis requiere la serie, además se puede ubicar y eliminar los datos incoherentes presentes en la serie.
- 2. Test Paramétricos y no Paramétricos:** Las pruebas paramétricas son las que se pueden aplicar a las series a las cuales se les conoce de antemano la función de probabilidad que las describe; las no-paramétricas son las que se aplican a las series a las cuales no se les conoce la función de probabilidad. De acuerdo a esta premisa se analizan las series conforme a si se conoce o no, su distribución de probabilidad.

1.5.1 Test Paramétricos.

1.5.1.1 The Standard Normal Homogeneity Test (SNHT). Si la serie obedece a una distribución de probabilidad normal, se puede aplicar el test de SNHT (para un solo punto de cambio) que identifica el punto donde el cambio de la media es significativo, el cual se toma el más alto de la gráfica de los valores de SNHT (no- homogéneo).

Como ejemplo, en la Figura 5 se ilustra la serie A, Lecturas de concentración de Procesos Químicos tomadas cada 2 horas. (Box & Jenkins, 1976) y en la Figura 6 se ilustra la respectiva verificación de que la serie A, posee una distribución de probabilidad conocida e igual a la normal.

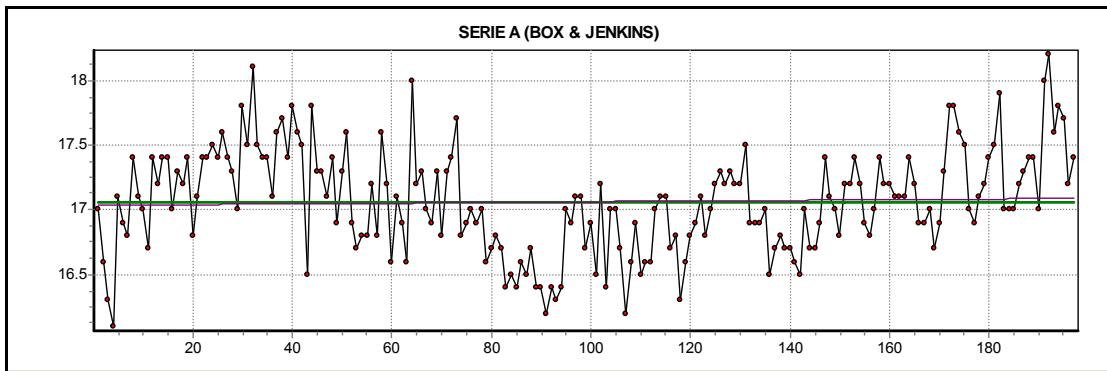


Figura 5 Serie A (Box & Jenkins, 1976)

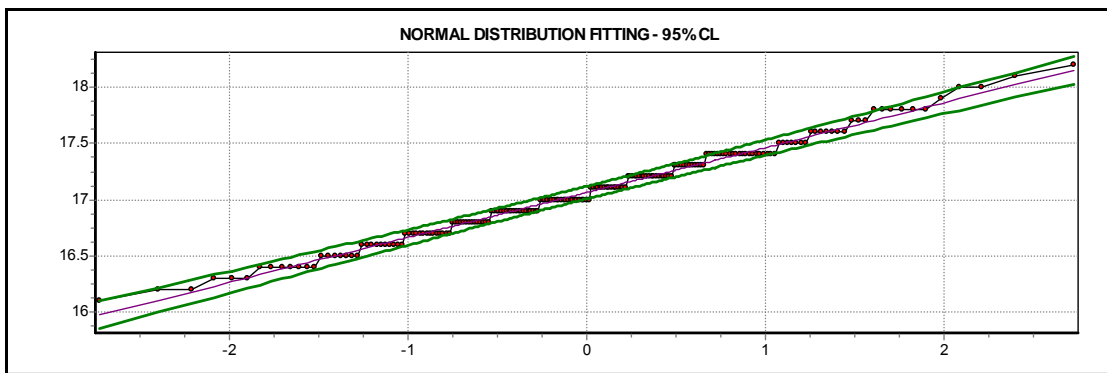


Figura 6 Serie A distribución normal

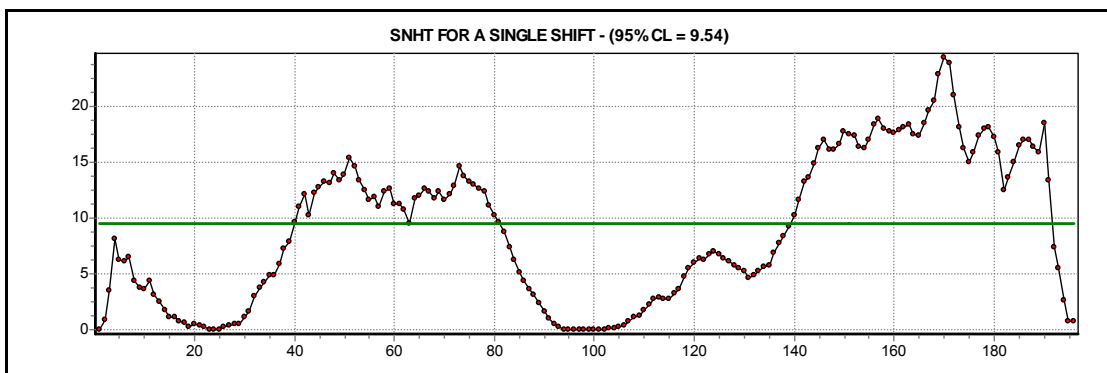


Figura 7 Test SNHT con el punto de cambio generado por SPELL-Stat

En la Figura 7 se visualiza que la serie A presenta 3 puntos de cambio relevantes en la serie.

1.5.2 Test No-Paramétricos

1.5.2.1 Test de Punto de Cambio de Pettitt. Si las series no poseen una distribución de probabilidad conocida es necesaria la aplicación del Test de Punto de Cambio (Pettitt 1979), el cual determina un punto donde se presenta un salto de datos, por ejemplo en la Figura 8 se ilustra la serie de Brillo del Sol de la Estación Berlín. La Figura 9 muestra el test de Punto de Cambio para la serie de Brillo de Berlín, denotando que no existe un punto de cambio como tal, debido a que ninguno de ellos tiene una probabilidad más alta que el límite que determina el test.

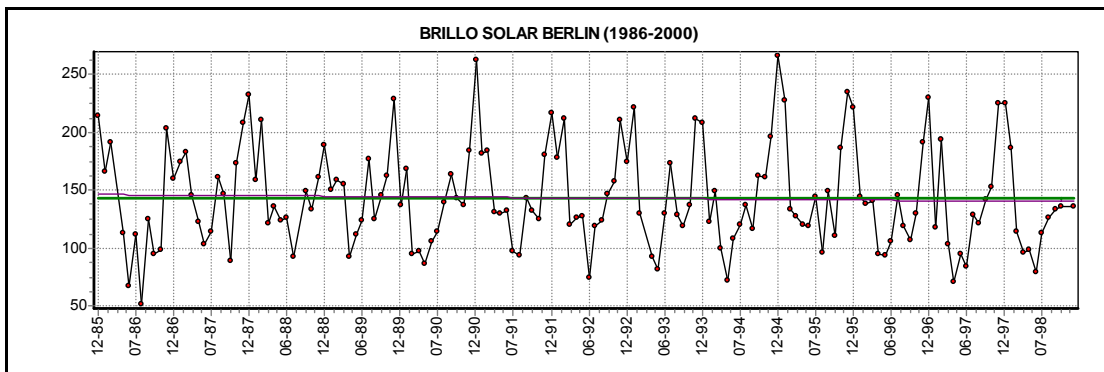


Figura 8 Serie Brillo Berlín original Feb-96 A Dic-00

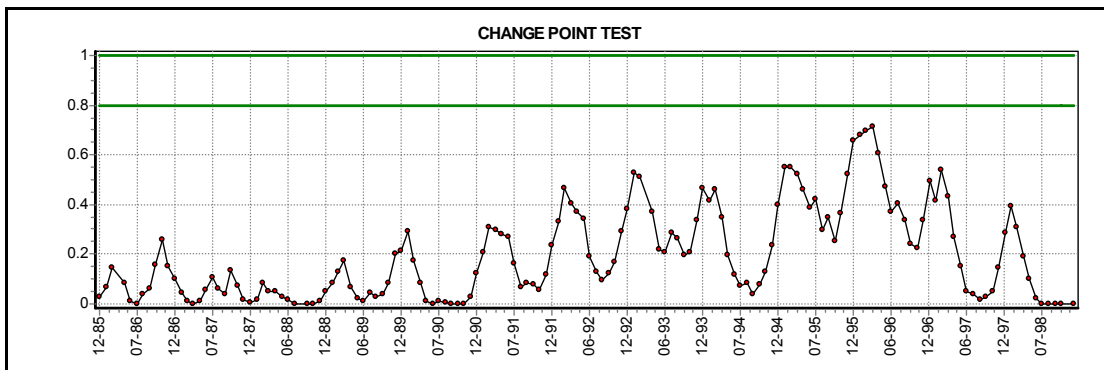


Figura 9 Test Punto de Cambio serie Brillo Berlín

1.5.2.2 Test para la presencia de Tendencia. Para detectar la presencia de tendencia en las series no-paramétricas se puede aplicar la prueba de

Sperman, la cual, con base en el coeficiente de correlación de rango R_{sp} (Guzmán et al, 2005) comparando con el test estadístico, t de student's. Si el R_{sp} está en el rango del 5% de confiabilidad $-Tt < R_{sp} < Tt$; no hay tendencia. Este análisis se puede realizar con el software SPELL-Stat.

Si la tendencia es significativa es necesario tratar de removerla de acuerdo al tipo de comportamiento que tenga la tendencia, y de acuerdo a ésta aplicar el correctivo necesario.

Tabla 1 Transformaciones para la estabilidad de la tendencia

Tendencia Lineal:	$X_t - X_{t-1} = \Delta X_t = Z_t$ $X_t(1-L) = \Delta$
Tendencia exponencial:	$\ln X_t - \ln X_{t-1} = Z_t$
Tendencia cuadrática:	$X_t - X_{t-1} = \Delta X_t = W_t$ $W_t - W_{t-1} = \Delta W_t = Z_t = \Delta^2 X_t$

1.5.2.3 Test para la Estabilidad de la Varianza. A la par de la detección de los fenómenos anteriores es necesario aplicar la prueba para la estabilidad de la varianza. Por medio del software SPELL-Stat es posible realizar este test que se basa en comparar la relación de las varianzas de dos muestras de igual tamaño mediante la distribución f con el 5% de confiabilidad. (Guzmán et al, 2005)

Si de acuerdo a la prueba de estabilidad de varianza, muestra que esta es significativa entonces es conveniente realizar las siguientes transformaciones según el grado de desestabilización.

Tabla 2 Transformaciones para la estabilidad de la varianza

Diferenciación finita:	Se dan varias diferenciaciones hasta lograr que la varianza sea constante.
Transformación logarítmica:	Se aplica cuando la varianza en la serie es proporcional al nivel medio de la misma.
Transformación con raíz cuadrada:	Aplicada cuando la varianza está poco desestabilizada.
Diferenciación finita:	Se dan varias diferenciaciones hasta lograr que la varianza sea constante.
Transformación logarítmica:	Se aplica cuando la varianza en la serie es proporcional al nivel medio de la misma.
Transformación con raíz cuadrada:	Aplicada cuando la varianza está poco desestabilizada.

1.5.2.4 Test para la Estabilidad de la Media. Las series estacionarias se caracterizan como ya se había mencionado por tener media constante; para detectar el estado de esta en la serie se utiliza la prueba para la estabilidad de la media (Guzmán et al, 2005). La estabilidad de la media es comparada con la función de distribución T de Student's, para caso de series no normales. Si $2.5% < T < 97.5%$; la media es estable con el 5% de confiabilidad

Finalmente después de detectar, analizar y corregir las anomalías de las series de tiempo, y volviéndola de esta manera estacionaria, las series quedan listas para iniciar su modelamiento según su comportamiento.

1.6 SERIES DE FOURIER

Las series de tiempo que presentan un comportamiento periódico en su mayor parte, pueden ser descritas a través de las transformadas de Fourier; las cuales son una descomposición sinusoidal de una función periódica dada en el dominio del tiempo o la frecuencia. Dichas transformadas también permiten generar predicción y llenado de datos a través de la ecuación matemática que genera este análisis; sin embargo, en el presente proyecto solo se encauzará en la implementación de los armónicos con el fin de describir en forma adecuada la componente determinística de se las series de tiempo hidrológicas.

Las Series de Fourier se representan mediante la siguiente formula propuesta por Yevjevich en 1971:

$$z_{\tau} = \bar{u} + \sum_{j=1}^h \left[A_j \cos\left(\frac{2\pi j \tau}{w}\right) + B_j \sin\left(\frac{2\pi j \tau}{w}\right) \right]; \quad \tau = 1, \dots, w \quad (1.13)$$

Donde:

\bar{u} la media de los datos.

A_j y B_j Representa los coeficientes de Fourier.

j Representa el armónico

h Representa el número total de armónicos

w Representa el número total de datos.

τ Es el número del intervalo

El total de armónicos depende del número total de datos w ; si w es par entonces el número de armónicos estará dado por $h = \frac{w}{2}$ y si w es impar entonces el total de armónicos estará dado por $h = \frac{(w-1)}{2}$.

La media de los datos, en la ecuación de Fourier, representa la tendencia y esta dada por:

$$\bar{u} = \frac{1}{w} \sum_{\tau=1}^w u_{\tau} \quad (1.14)$$

Los coeficientes A_j y B_j se obtienen a partir de todos los datos, aplicándolos en las siguientes ecuaciones:

$$A_j = \frac{2}{w} \sum_{\tau=1}^w u_{\tau} \cos\left(\frac{2\pi j \tau}{w}\right); \quad j = 1, 2, \dots, h \quad (1.15)$$

$$B_j = \frac{2}{w} \sum_{\tau=1}^w u_{\tau} \sin\left(\frac{2\pi j \tau}{w}\right); \quad j = 1, 2, \dots, h \quad (1.16)$$

Donde u_{τ} representa los datos de la serie y τ representa cada uno de los intervalos (Salas et al, 1980).

Así, para cada uno de los armónicos j , se calcula el valor de los coeficientes A_j y B_j teniendo en cuenta para cada armónico todos y cada uno de los valores de la serie.

1.6.1 Periodograma. El periodograma fue introducido por Schuster en 1898 y fue inicialmente usado para estimar la amplitud de la componente sinusoidal de la frecuencia incluida en el ruido. (Box y Jenkins, 1976).

Para Fourier el periodograma, es una herramienta gráfica para determinar el número de armónicos significativos para describir adecuadamente serie de

tiempo. Si se ajustara la función de Fourier para un caso dado con todos los armónicos, esta representaría exactamente la serie de datos, sin embargo la tarea de armar la ecuación resultante sería extremadamente tediosa sobre todo si se refiere a series hidrológicas donde la cantidad de datos es muy grande, por esto el uso del periodograma hace del modelamiento con Fourier una aplicación más práctica.

Para la construcción del periodograma es necesario determinar la función de periodograma $P(i)$ a partir de características estadísticas como la media y la varianza.

1.6.1.1 Desviación de la Media Cuadrada (MSD). La desviación media cuadrada es considerada en dos instancias; La primera $MSD(u)$ indica la variación de los datos respecto a su media. Es análoga a la varianza en términos estadísticos y es representada mediante la siguiente ecuación.

$$MSD(u) = \frac{1}{w} \sum_{\tau=1}^w (u_{\tau} - \bar{u})^2 \quad (1.17)$$

La $MSD(j)$ representa la variación de los datos ajustados respecto a la media \bar{u} de cada uno de los armónicos hasta el valor h anteriormente expuesto. La $MSD(j)$ se considera como la parte de la varianza de los datos que es contribuida por cada uno de los armónicos j . (Salas et al, 1980).

$$MSD(j) = \frac{1}{2} (A_j^2 + B_j^2) \quad j = 1, \dots, h \quad (1.18)$$

Los coeficientes A_j y B_j son los determinados por la metodología de Fourier para cada uno de los armónicos.

La función de periodograma acumulativo esta representada por la relación entre el $MSD(j)$ para cada uno de los armónicos (i) y de manera acumulativa hasta h , y el $MSD(u)$ de la siguiente manera:

$$P_i = \frac{\sum_{j=1}^i MSD(j)}{MSD(u)} \quad i = 1, \dots, h \quad (1.19)$$

Así cuando se tiene la suma de todos los valores de MSD (j); la función acumulada de periodograma es igual a 1, ya que el MSD (j) y el MSD (u) son iguales.

El periodograma acumulativo, esta conformado básicamente por dos segmentos:

1. **Primer segmento**, se caracteriza por un rápido incremento de $P(i)$ con respecto a i ; indicando dicho segmento la parte periódica que contienen las series de tiempo.
2. **Segundo segmento**, presenta un incremento lento, de baja pendiente hasta el valor de la función de periodograma acumulado igual a uno. Este segmento representa la parte residual o estocástica de la serie.

En la Figura 10, se puede ver los dos segmentos del periodograma y el punto de armónicos significativos igual a 8

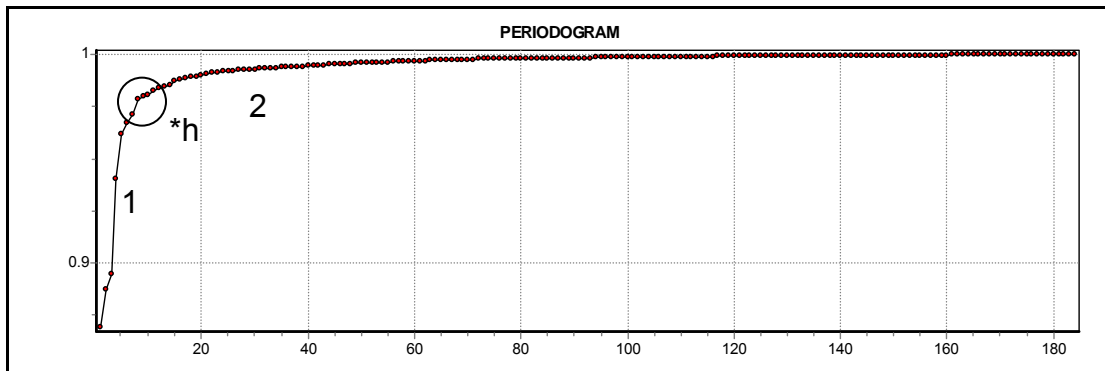


Figura 10 Periodograma Serie B (Box & Jenkins, 1976)

Con el número de armónicos significativos h^* seleccionados a partir del periodograma, se determina la función periódica de Fourier por medio de la siguiente ecuación:

$$\hat{v}_\tau = \bar{u} + \sum_{j=1}^{h^*} \left[A_j \cos\left(\frac{2\pi j \tau}{w}\right) + B_j \sin\left(\frac{2\pi j \tau}{w}\right) \right]; \quad \tau = 1, \dots, w \quad (1.20)$$

El número de armónicos h^* seleccionados del periodograma, pueden ser de orden secuencial $j = 1, 2, 3, \dots, h^*$ o sin orden secuencial $j = 1, 5, 4, \dots, h^*$ Siempre y cuando el número total de armónicos significativos sea h^* . (Salas, 1980). El ejemplo del ajuste de Fourier a una serie hidrológica se puede ver en el Anexo A

1.7 METODOLOGÍA DE BOX & JENKINS

El 1970 Box y Jenkins introdujeron un enfoque moderno al análisis de modelos lineales univariantes desarrollando su propia metodología para el análisis y pronóstico de series de temporales, la cual tiene en cuenta tres tipos de modelos: los autoregresivos AR (p), los de medias móviles MA (q) y el modelos mixto ARMA(p, q), los cuales se explicaran en detalle más adelante. La metodología Box y Jenkins comprende cuatro importantes pasos: la identificación, estimación, validación y pronóstico.

1.7.1 Identificación. Consiste en la especificación, por medio de las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial muestrales aplicadas a los datos, del tipo de modelo o modelos que mejor se ajustan a las características de las series en estudio. La implementación de dichas funciones para tal fin es debido a la alta influencia que poseen el tipo de modelo y la parametrización en su comportamiento.

Por ejemplo: Los modelos autoregresivos presentan función de autocorrelación parcial con un número finito de valores diferentes de cero.

Es decir en un modelo AR (2) solo se observara los dos primeros valores de su f.a.p diferentes de cero. (Otero 1993)

Sin embargo la identificación no es una tarea sencilla, ya que las series pueden presentar errores muestrales que alteraran en el comportamiento de las gráficas de f.a y f.a.p, provocando que el analista se vea en la necesidad de seleccionar mas de un modelo para la descripción de la serie. La selección de varios modelos, conduce a que solo después de estimarlos y compararlos con la serie original se pueda hacer una selección objetiva del modelo más representativo del estudio.

1.7.2 Estimación. Las series hidrológicas se caracterizan por ser la recolección de datos de un experimento único, lo que quiere decir que para realizar inferencias sobre dichos fenómenos en los que solo interviene una variable, normalmente se realizarían repetidas pruebas, pero en este caso no es posible, así que se asume que las series cumplen con características como:

- Determinación de la media poblacional a partir de la media muestral.
- Los datos a medida que se separan en el tiempo van perdiendo correlación.
- Y los procesos que siguen la distribución normal presentan independencia entre las observaciones más recientes y las antiguas.

A pesar de que esto, queda un inconveniente para la aplicación de los modelos, ya que las series de tiempo hidrológicas son no estacionarias, es decir:

- La serie presenta tendencia.
- La varianza no es constante.

- Y Presentan variaciones estacionales (seasonal)

Después de obtener la estacionariedad y suponiendo que los datos presentan una distribución normal e independiente con media cero y varianza constante, se pueden entonces, determinar los parámetros ϕ y θ para la aplicación de los modelos AR (p) (Auto Regresivos de orden p), MA (q) (Media Móvil de orden q), ARMA (p, q) ó ARIMA (p, d, q).

1.7.2.1 Tipos de Modelos lineales. Para la representación de las series de tiempo, se han desarrollado modelos lineales, como son los autoregresivos y de medias móviles, usados generalmente porque ofrecen practicidad en su utilización gracias a que poseen un número finito de parámetros. Los cuales se calculan con facilidad y proporcionan buen ajuste.

- **Modelos Autoregresivos AR (p):** De forma general los modelos autoregresivos pueden expresarse como:

$$z_t = \delta + \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \phi_3 z_{t-3} + \dots + \phi_p z_{t-p} + a_t \quad (1.21)$$

Donde $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ son un número finito de parámetros que aportan el peso correspondiente a cada uno de los datos anteriores en la serie de tiempo; a_t representa el ruido blanco y δ una constante. La ecuación (1.21) ilustra un proceso autoregresivo de orden p o simplificando, AR (p). Siendo los procesos AR (1) y AR (2) los más aplicados en la realidad.

Se dice que el **ruido blanco** es una sucesión de variables aleatorias con media cero e igual varianza, que además es independiente del tiempo. (Box & Jenkins, 1976) Se puede ver un ejemplo de este modelo en el Anexo B.

- **Modelos Autoregresivos de primer orden AR (1):** Este modelo se representa por medio de la siguiente expresión:

$$z_t = \delta + \phi_1 z_{t-1} + a_t \quad (1.22)$$

Donde ϕ_1 debe encontrarse en el intervalo $-1 < \phi_1 < 1$ para cumplir la condición de estacionaridad, es decir poseer esperanza y varianza constante en el tiempo. δ , puede o no tomar el valor de cero, dependiendo de si cada uno de los datos de la serie a modelar está diferenciado con respecto a la media, de ser así el valor de δ es cero, si no hay que calcularlo.

De la ecuación general para determinar los parámetros ϕ se obtiene la ecuación de ϕ_1 (Box & Jenkins, 1976):

$$\phi = \frac{\gamma_0}{\gamma_1} = \rho_1 \quad (1.23)$$

- **Modelo Autoregresivo de segundo orden AR (2):** La ecuación que describe el dicho modelo es:

$$z_t = \delta + \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + a_t \quad (1.24)$$

Para que cumpla con la propiedad de estacionaridad los valores de ϕ deben encontrarse entre $|\phi_2| < 1$, $\phi_1 + \phi_2 < 1$, y $\phi_1 - \phi_2 < 1$, en la expresión 1.24, a_t representa el ruido blanco y δ una constante. Los parámetros ϕ_1 y ϕ_2 pueden ser estimados a través de (Box & Jenkins, 1976):

$$\phi_1 = \frac{\rho_1(1 - \rho_2)}{1 - \rho_1^2} \quad (1.25a)$$

$$\phi_2 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{1 - \rho_1^2} \quad (1.25b)$$

- **Modelos de Medias Móviles MA (q):** La ecuación general para la representación de medias móviles es:

$$z_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (1.26)$$

Donde $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ representa un número finito de parámetros de medias móviles. θ_0 toma el valor de 1, a_t representa el ruido blanco y μ una constante que es análoga al δ autorregresivo. La ecuación (1.26) se conoce como un proceso autorregresivo de orden q o simplificando MA (q). Las medias móviles son débilmente estacionarias por lo que si se pretende ajustar un proceso autorregresivo estacionario debe cumplirse que los valores de θ_i deben disminuir a medida que i aumenta. Para validar lo anterior se puede observar (Otero, 1998). Por último los parámetros θ_0 deben cumplir la condición de estacionariedad para que la serie sea convergente; lo que implica que $|\theta| < 1$ ó $-1 < \theta < 1$. (Box & Jenkins, 1976) Se puede ver un ejemplo de este modelo en el anexo C.

- **Modelo de Medias Móviles de primer orden MA (1):** El proceso de MA (1) (Moving Average 1) se describe mediante la siguiente expresión:

$$z_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} \quad (1.27)$$

Las medias móviles con media nula deben cumplir con la propiedad de invertibilidad que se presenta cuando un MA (q) puede ser expresado como un AR (∞) (Box & Jenkins, 1976). El parámetro θ_1 se estima despejando la siguiente ecuación:

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1}{1 + \theta_1^2} \quad (1.28)$$

y debe cumplir con $|\theta_1| < 1$.

Según Box y Jenkins, 1976 el rango de soluciones de θ_1 esta dado entre $-0.5 < \rho < 0.5$ donde ρ representa el primer coeficiente de correlación.

- **Modelo de Medias Móviles de segundo orden MA (2):** El modelo MA (2) se representa la siguiente expresión:

$$z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} \quad (1.29)$$

Dicho proceso debe cumplir como se mencionó anteriormente con la propiedad de invertibilidad, por lo que los valores de θ_1 y θ_2 cumplen con (Box & Jenkins, 1976):

$$\begin{aligned} \theta_2 + \theta_1 &< 1 \\ \theta_2 - \theta_1 &< 1 \\ |\theta_2| &< 1 \end{aligned} \quad (1.30)$$

Y se pueden despejar de:

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1(1-\theta_2)}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} \quad (1.31a)$$

$$\rho_2 = \frac{-\theta_2}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} \quad (1.31b)$$

- **Modelos Mixtos ARMA (p, q):** Los modelos mixtos ARMA (p, q) se describen a partir de la ecuación:

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \dots + \phi_p z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (1.32)$$

Dichos modelos al ser una combinación de AR (p) y MA (q) deben cumplir con las condiciones de invertibilidad y estacionaridad. (Box & Jenkins, 1976)

Los Parámetros ϕ y θ de los modelos de ARMA se calculen mediante la siguiente ecuación general:

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \dots + \phi_p \rho_{k-p} + \rho_{za}(k) - \theta_1 \rho_{za}(k-1) - \theta_q \rho_{za}(k-q) \quad (1.33)$$

Donde ρ_{za} se define mediante (Box & Jenkins, 1976)

$$\rho_{za} = \frac{\gamma_{za}(k)}{\gamma_0} \quad (1.34)$$

$$\gamma_{za} = E[z_{t-k} a_t] \quad (1.35)$$

- **Modelo Autoregresivo de Medias Móviles ARMA (1, 1):** La ecuación representativa del modelo es:

$$z_t - \phi_1 z_{t-1} = a_t - \theta_1 a_{t-1} \quad (1.36)$$

Para cumplir con la estacionaridad e invertibilidad ϕ y θ deben estar entre $-1 < \phi_1 < 1$ y $-1 < \theta_1 < 1$ y sus valores se determinan así:

$$\rho_1 = \frac{(1 - \phi_1 \theta_1)(\phi_1 - \theta_1)}{1 + \theta_1^2 - 2\phi_1 \theta_1} \quad (1.37a)$$

$$\rho_2 = \phi_1 \theta_1 \quad (1.37b)$$

- **Modelos Mixtos ARIMA (p,d,q):** Debido a que las series hidrológicas por lo general son no estacionarias, se procede a realizar tantas diferenciaciones como sean necesarias para lograrlo, y si a este resultado puede aplicársele un modelo ARMA (p, q); se dice entonces que se ha obtenido un modelo Autoregresivo Integrado de Medias Móviles ARIMA (p, d, q).

1.7.3 Validación. Una vez estimado el modelo, para la serie de tiempo, se hace conveniente comparar el modelo Box & Jenkins; con los datos originales, por medio del cálculo de errores que determinen que tan adecuado resulta la aplicación del modelo a la serie de tiempo.

1.7.3.1 Root Mean Square Error (RMSE): El RMSE o error de la raíz cuadrática media, indica la calidad del ajuste de la serie con el modelo.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{I=1}^N (z_I - z_J)^2}{N}} \quad (1.38)$$

Donde:

z_i = Corresponde al valor modelado

z_j = Corresponde al valor Real

N = Numero total de datos

Si el RMSE tiene un valor relativamente bajo el ajuste del modelo frente a los datos originales es aceptable.

1.7.3.2 Coeficiente fitness: El coeficiente Fitness o de Ajuste es otro parámetro estimativo para la validación de los modelos, esta basado en el RMSE, y esta dado por la siguiente expresión:

$$CF = \frac{1000}{1 + RMSE} \quad (1.39)$$

Este coeficiente indica un modelo bien ajustado, mientras más cercano este el valor a 1000.

1.7.3.3 Coeficiente de nash & sutcliffe: Otra medida de validación de un modelo se puede realizar con el Coeficiente de Nash & Sutcliffe; el cual indica un modelo con buen ajuste en su forma, mientras más cercano este a 1, y un modelo deficiente mientras más se acerque a $-\infty$. Este coeficiente valida qué tan parecida es la forma del modelo respecto a la serie de datos original, por esto es más aplicada a modelos de ajuste autoregresivos.

La ecuación del coeficiente de Nash & Sutcliffe esta dada a continuación:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N [z_j - z_i]^2}{\sum_{i=1}^N [z_j - z_i]^2} \quad (1.43)$$

Donde:

z_i = Corresponde al valor modelado

z_j = Corresponde al valor Real

Con la implementación de errores a los modelos; se logra tener una certeza de que el modelo sea el adecuado para cada serie de tiempo.

1.7.4 Pronóstico. Teniendo el modelo validado, se puede utilizar éste, para el pronóstico de los datos siguientes de la serie o para el pronóstico de datos faltantes, como prolongación de los modelos Box & Jenkins.

2 METODOLOGIA DE LLENADO DE DATOS Y MODELAMIENTO

En el presente capítulo se describe en detalle la metodología implementada en la generación de datos a través del pronóstico para el llenado de datos faltantes en las series de tiempo hidrológicas y su respectivo modelamiento; para tal fin se tomará como ejemplo la variable de temperatura de la estación Palonegro perteneciente a la Cuenca Superior del Río Lebrija. En la sección 2.1 se encontrara lo concerniente al llenado de datos y el la sección 2.2 lo respectivo al modelamiento.

2.1 LLENADO DE DATOS: TEMPERATURA ESTACIÓN PALONEGRO

Esta serie de tiempo cuenta con registros de temperatura media mensual desde Enero de 1986 a Diciembre de 2000, posee un media aritmética 21.36 ° C, desviación 0.55, número de datos 179 y la ausencia de un dato Julio de 1988. Antes de proceder con el modelamiento debe realizarse primero el pronóstico para el llenado de los datos faltantes, y así obtener un modelo mejor ajustado a la serie de temperatura real.

Observación

Este paso consiste en observar la totalidad el la serie para determinar si existen inconsistencias en ella, de ser así se procede a realizar el “screening of the data” (ver capítulo 1), de lo contrario se ubican las fechas de los datos faltantes y se procede a seleccionar el periodo para análisis con mayor cantidad de datos antes o después del dato ausente; de manera que dicho sección permita realizar el pronóstico dándole el mayor número de características de la serie original. Al observar la serie de temperatura de

Palonegro (Figura 11) se observa que los datos parecen no poseer ninguna inconsistencia o no-homogeneidad, esto es debido a que la serie temperatura Palonegro fue suministrada por García y Otero, 2003 con previo tratamiento. Sin embargo se nota la presencia de una suave tendencia lineal y cíclica, las cuales deben ser tratadas para la aplicación de la metodología de Box & Jenkins.

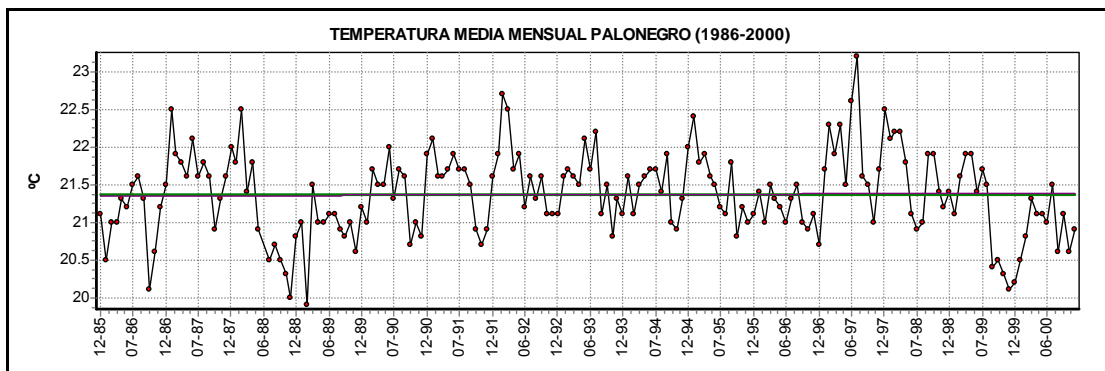


Figura 11 Serie Temperatura media mensual Palonegro

Ya observados los datos gráficamente y la serie completa en la tabla de de la serie de temperatura media mensual del Anexo E, se ubica el periodo de análisis con mayor cantidad de datos para la realización del pronóstico, en este caso corresponde al periodo comprendido entre Ago-88 y Dic-00.

Identificación de características oscilatorias

Para poder realizar el pronóstico para el llenado de los datos faltantes se debe encontrar las características de la serie correspondientes a tendencias cíclicas o estacionales, implementando herramientas tales como: el lag plot y el periodograma (ver capítulo 1).

La Figura 12 correspondiente al lag plot de la serie completa, muestra que se trata de una serie con una pequeña componente autorregresiva, comprobado a su vez por la grafica del periodograma visible en la Figura 13, que indica

que es necesaria la implementación de 15 armónicos para la remoción de la tendencia más representativa.

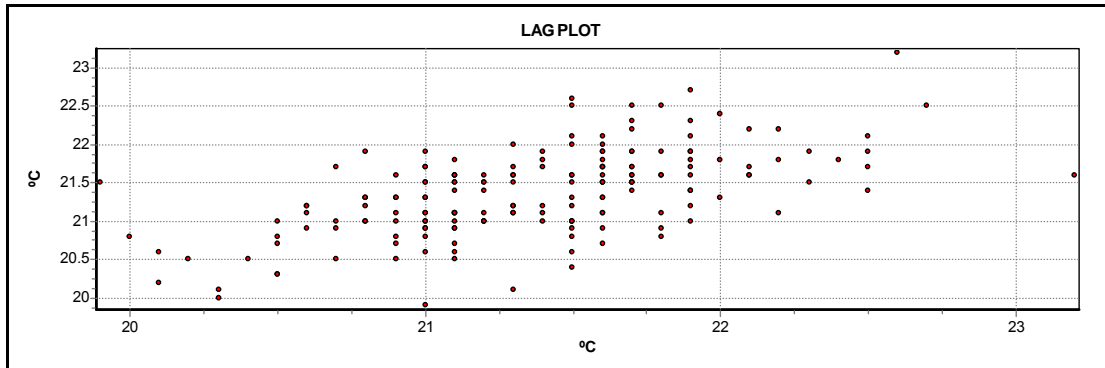


Figura 12 Lag Plot Temperatura media mensual Palonegro

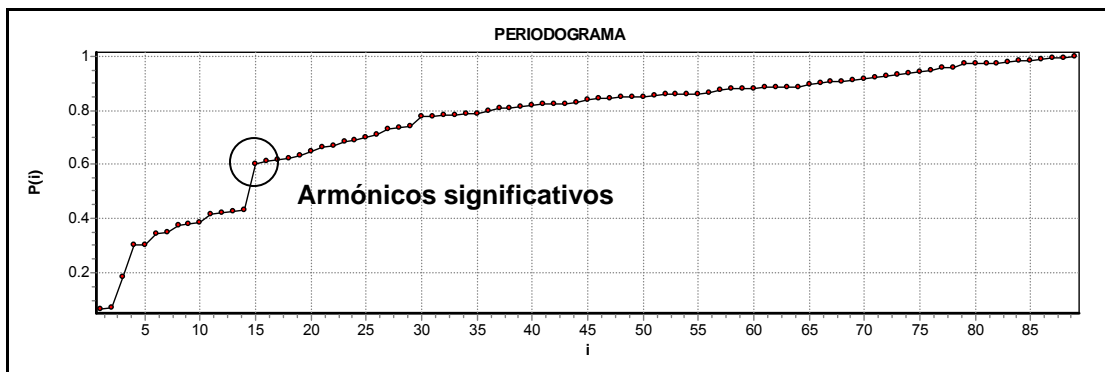


Figura 13 Periodograma Temperatura media mensual Palonegro

En este punto es importante aclarar que la utilización de las series de Fourier es útil solo en la medida que ayuda a describir y remover la tendencia cíclica y estacional Figura 14, para lo cual se debe aplicar a la serie completa; lastimosamente, Fourier tiene un comportamiento repetitivo por lo que si al terminar de describir la serie si se le pide estimar un valor posterior al último ajustado, dicho valor será igual al del primer ajuste de Fourier. Para el pronóstico debe dársele al dato faltante el peso que corresponde a las tendencias removidas con Fourier, por este motivo después de aplicarlo a toda la serie, se debe interpolar ó realizar una estimación por medias móviles

para calcular la tendencia aproximada para el dato ausente, en caso que la cantidad de datos faltantes consecutivos sean numerosos puede recurrirse una estimación promedio de los datos existentes en meses correspondientes al análisis.

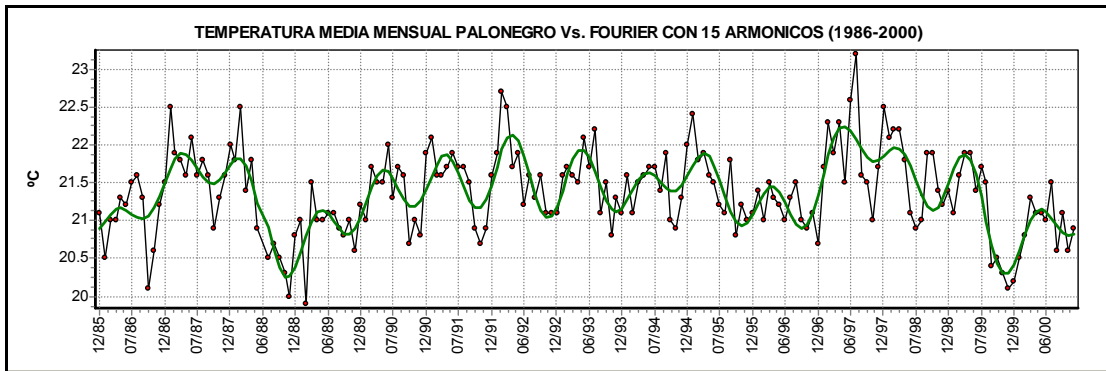


Figura 14 Temperatura media mensual Palonegro Vs. Fourier 15 armónicos

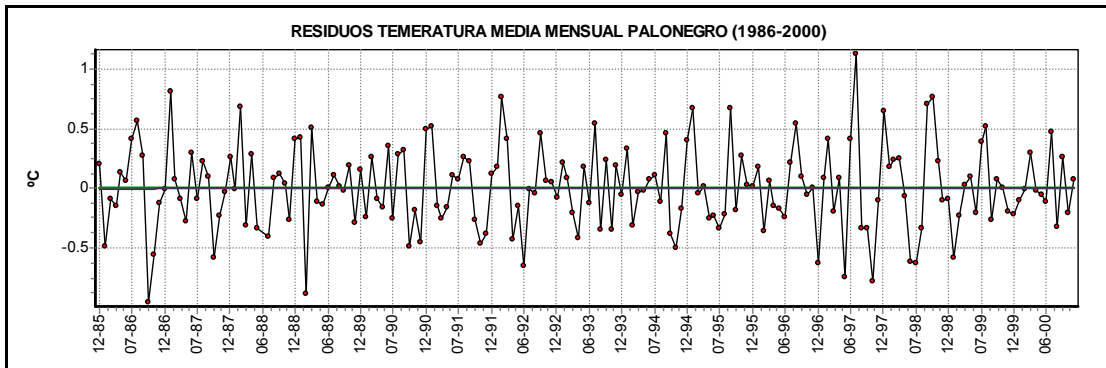


Figura 15 Residuos Temperatura media mensual Palonegro

Después de interpolar con Fourier se calculan los residuos de la serie en general (Figura 15) y posteriormente se separa el periodo de interés para el pronóstico, se estandariza, teniendo en cuenta sus parámetros estadísticos para este caso son media igual a cero y desviación igual a 0.35 y hecho esto se remueve la tendencia lineal si es significativa (Figura 16); ya que los modelos a aplicar de aquí en adelante son de Box & Jenkins y se desea disminuir al mínimo el error debido a la desviación de los datos.

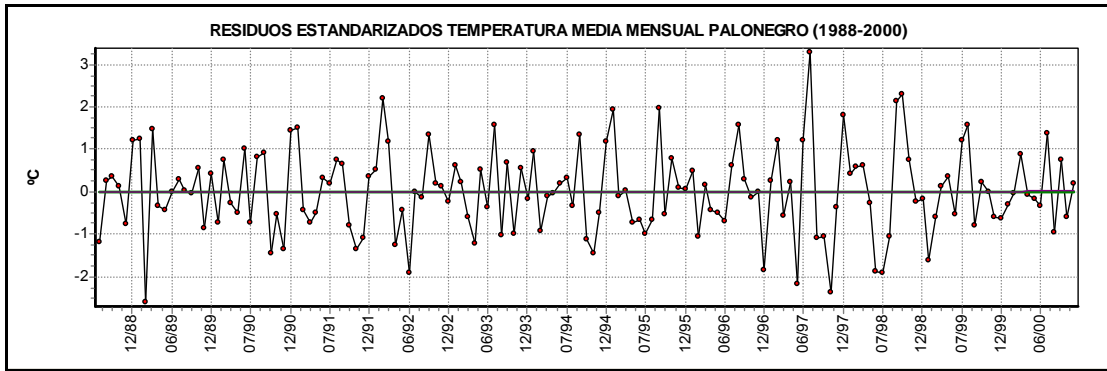


Figura 16 Residuos Temperatura media mensual Palonegro (1988-2000)

Selección del Modelo

Después de tener listo los residuos del periodo de análisis para el pronóstico se implementan herramientas como el correlograma (Figura 36) y el correlograma parcial (Figura 17) para observar el comportamiento de los datos a que tipo de modelo corresponde.

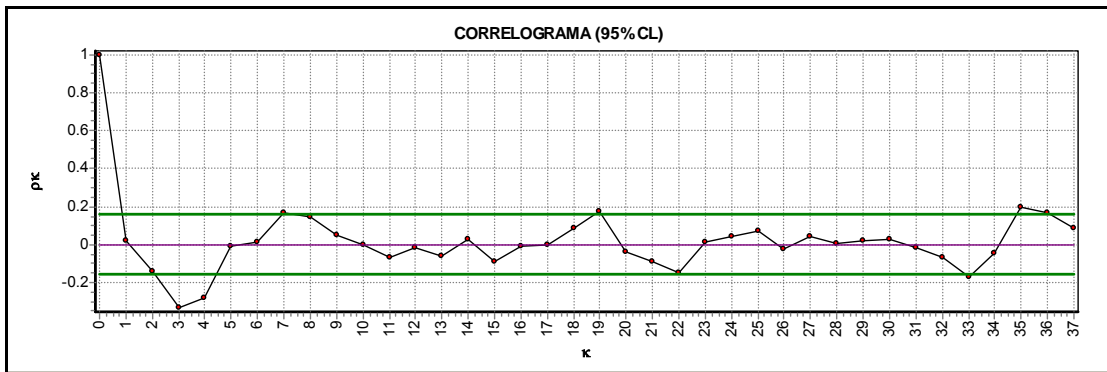


Figura 17 Correlograma Temperatura residual media mensual Palonegro

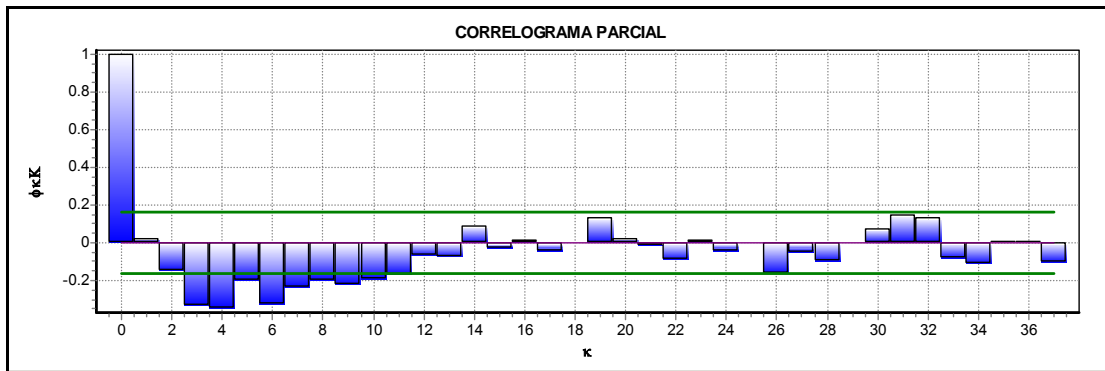


Figura 18 Correlograma parcial Temperatura residual media mensual Palonegro

Después de observar detenidamente las gráficas es claro que el modelo corresponde a un modelo de Medias Móviles, ya que el correlograma parcial muestra múltiples grados autorregresivos que se interpretan como la propiedad de invertibilidad (Capítulo 1) de un proceso de MA y el correlograma indica el grado de parametrización del modelo, como el primer valor del correlograma esta tan cercano a cero y el siguiente toma un valor negativo grande indica el grado del modelo va solo hasta el primer valor, es decir un MA (1).

Estimación y Llenado de datos

Seleccionado el modelo se determinan los coeficientes y la variación del ruido blanco a fin de generar los datos faltantes en una hoja de cálculo. Los resultados arrojaron para el MA (1) un $\theta_1 = -0.022$ y una desviación de ruido blanco $\sigma_a = 0.996$. Con los valores anteriores se puede realizar el pronóstico en el caso presente se realizó de adelante hacia atrás dado que el periodo de análisis tomado fue después del dato faltante. La comparación visual del resultado puede apreciarse Figura 19, el dato generado se encuentra señalado dentro de la circunferencia.

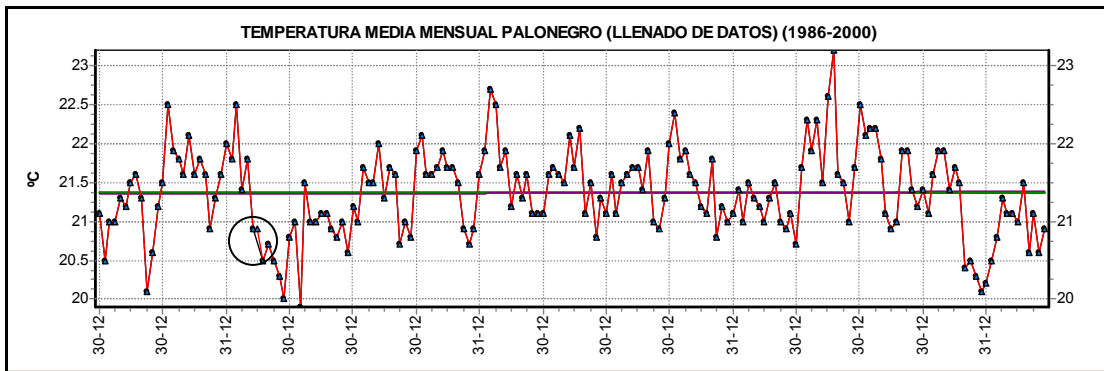


Figura 19 Temperatura media mensual Palonegro (llenado de datos)

El proceso de llenado de datos a partir del pronóstico se realizó de la misma manera para todas las series de la C.S.R.L trabajadas en este estudio, cuyos resultados pueden ser vistos en la sección de Anexos E, F, G, H, I y J.

2.2 MODELAMIENTO: SERIE DE TEMPERATURA ESTACIÓN PALONEGRO

El modelamiento de una serie de tiempo hidrológica se ejecuta luego de haber realizado el tratamiento preliminar de detección de no-homogeneidad e inconsistencia de los datos (capítulo 1) y luego de completar la serie con el pronóstico de los datos faltantes (Figura 20), procedimiento enunciado en el numeral anterior.

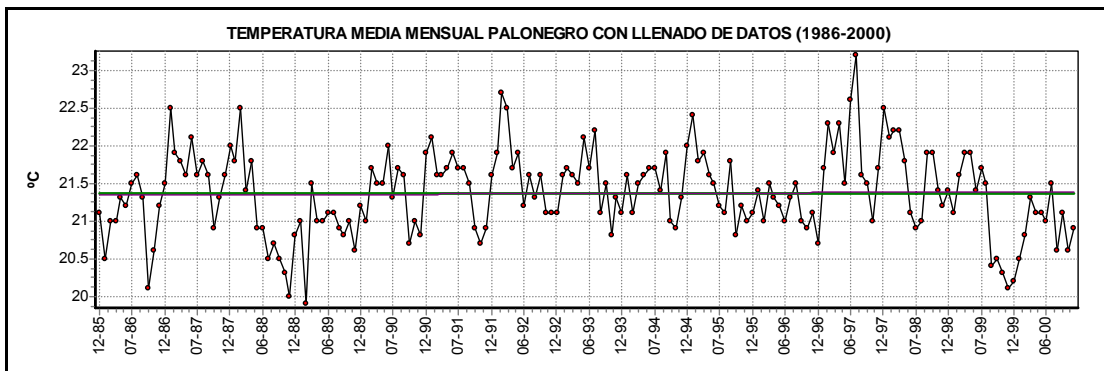


Figura 20 Temperatura media mensual Palonegro con llenado de Datos

Identificación de las características oscilatorias

A partir de la observación preliminar y del análisis de las herramientas estadísticas (el Lag Plot, el periodograma, el correlograma y el correlograma parcial), se selecciona el tipo de modelo que se puede aplicar para describir la serie de tiempo estudiada.

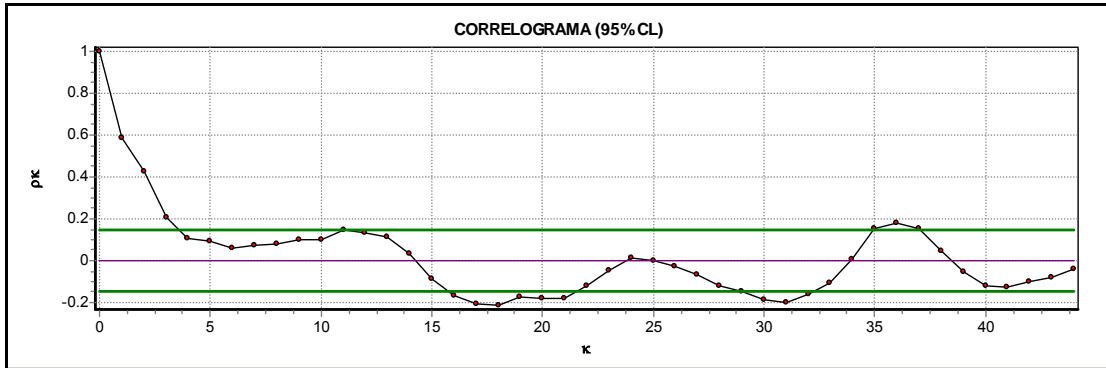


Figura 21 Correlograma Temperatura media mensual Palonegro

Al observar el correlograma de la serie en la Figura 21 se puede notar la presencia de una periodicidad definida, la cual es posible extraer por medio del análisis de Fourier y su respectivo periodograma (Figura 22), para remover los ciclos que evitan que la serie sea estacionaria, requisito para la aplicación de los modelos de Box & Jenkins.

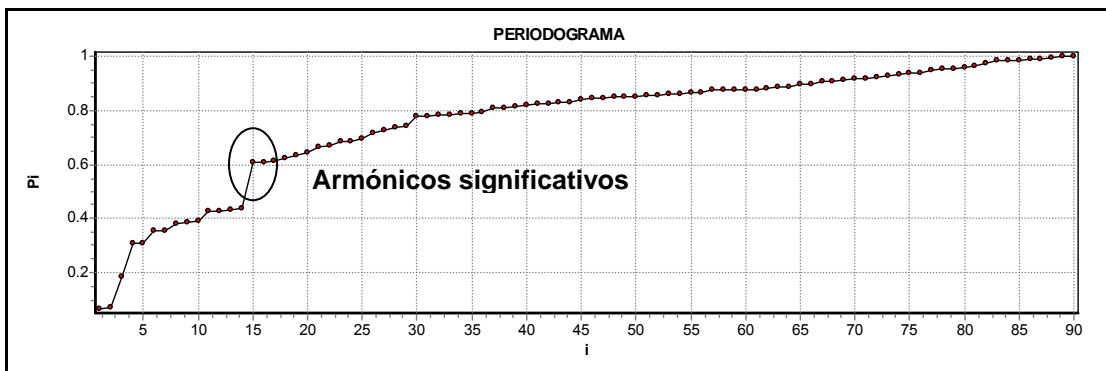


Figura 22 Periodograma Temperatura media mensual Palonegro

El periodograma muestra que la serie posee 3 ciclos, cada uno de ellos contenido en los anterior, el punto de cambio de la pendiente de fuerte a suave representa el número de armónicos crítico para el ajuste de Fourier, en este caso en particular se requiere remover una tendencia mas general de la serie identificada con 15 armónicos, que corresponde a las épocas húmedas y secas a lo largo de la serie. (Figura 23)

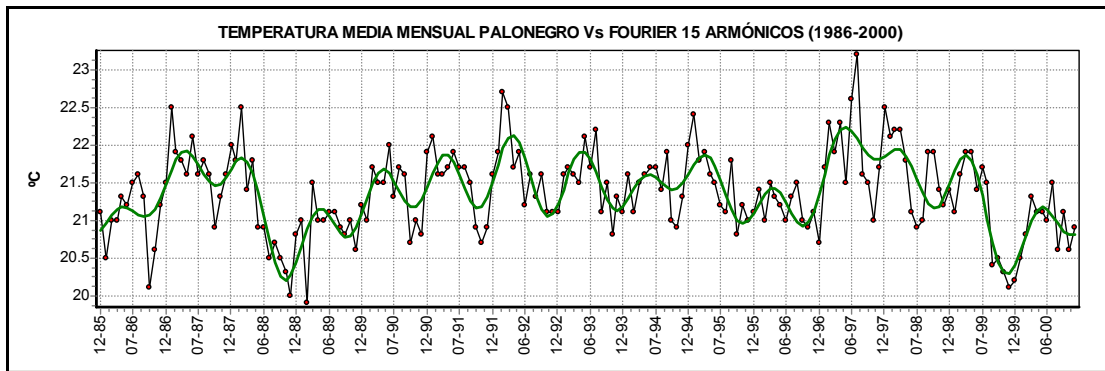


Figura 23 Temperatura media mensual Palonegro Vs. Fourier 15 armónicos

Al remover esta tendencia los residuos adquieren otro tipo de características, que deben ser analizadas para determinar que tratamiento sea más adecuado.

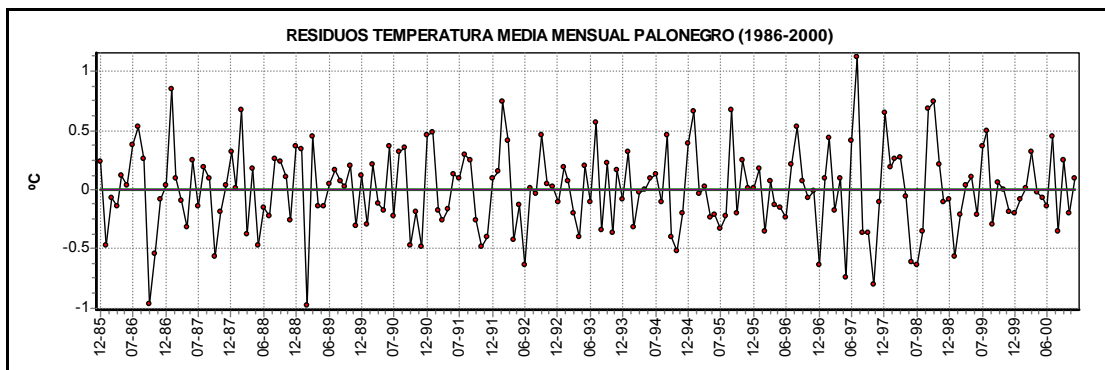


Figura 24 Residuos Temperatura Media Mensual Palonegro

El análisis de las causas del comportamiento determinístico, serán estudiadas con detenimiento en el capítulo 3.

Selección del modelo

Si se observan detenidamente los residuos en la Figura 24 se puede notar que la serie va adquiriendo cierta estabilidad, sus características estadísticas, sin embargo, aún se deben estandarizar y remover la tendencia lineal; a fin de disminuir los errores que pueden producirse por la desviación de los datos en la generación de ruido blanco en los modelos de Box & Jenkins.

Al apreciar el correlograma de la Figura 25 se puede encontrar que el comportamiento de los datos es esencialmente aleatorio, lo que debe ser confirmado por el correlograma parcial de la Figura 26.

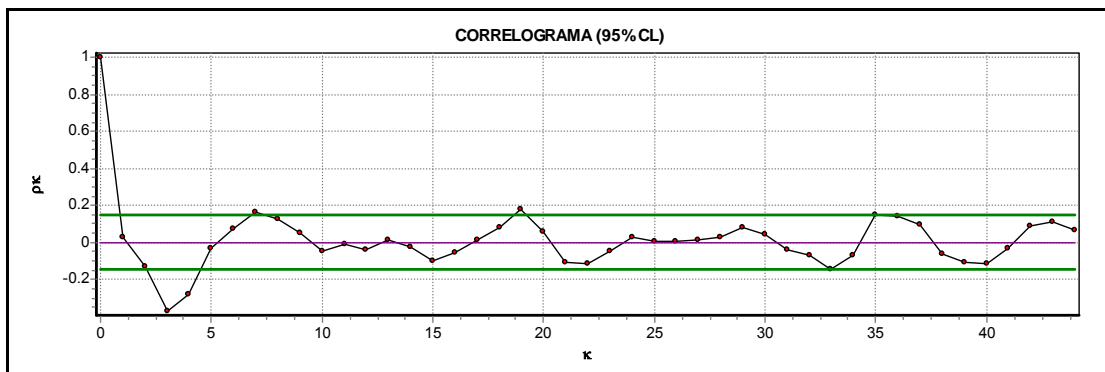


Figura 25 Correlograma Temperatura media mensual Palonegro

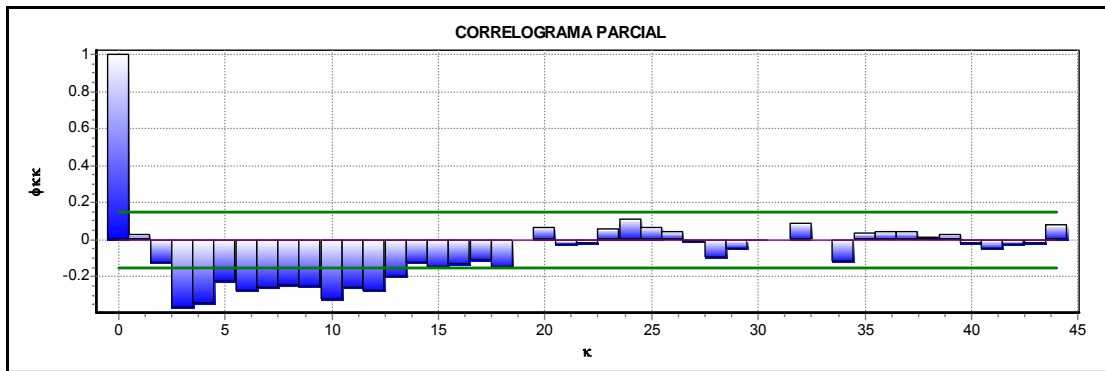


Figura 26 Correlograma parcial temperatura Palonegro

El correlograma parcial confirma la utilización de un modelo MA, debido a la gran cantidad de valores de correlación parcial inferiores a -0.4 (Propiedad de Invertibilidad del MA(q)). El correlograma nos indica entonces que el grado de parametrización del modelo es MA(1).

Estimación y aplicación del modelo

Ya seleccionado el modelo MA(1) se procede al cálculo de peso de θ_1 y la variación del ruido blanco a fin de generar la serie sintética. Para el caso los valores fueron $\theta_1 = -0.0278$ y un ruido blanco de desviación estándar igual a 0.9968, (parámetros calculados con la ayuda del software SPELL-Stat). El modelo MA (1) aplicado a los residuos de temperatura estandarizados, se indica mediante la siguiente ecuación:

$$z_t = a_t - (-0.0278) a_{t-1} \quad (3.1)$$

Ahora que se tiene el modelo de los residuos, es necesario devolverse en los pasos aplicados, para tener el modelo final, así la ecuación general del modelo esta dada por:

$$z_t = [a_t - (-0.0278) a_{t-1} + 0.008 * x - 0.007] * 0.347 + \sum_{j=1}^{15} \left[A_j \cos\left(\frac{2\pi j \tau}{180}\right) + B_j \text{Sen}\left(\frac{2\pi j \tau}{180}\right) \right]; \quad (3.2)$$

Donde:

x = representa el intervalo de datos para la tendencia. $X = 0,1,2,\dots(w-1)$

σ = desviación estándar de los residuos entre los datos y Fourier con 15 armónicos.

μ = media de los residuos entre los datos y Fourier con 15 armónicos.

J = Representa el armónico. $j = 1, 2,3,\dots,15$ (los armónicos para este modelo y los demás, se pueden encontrar en un anexo digital en la Biblioteca del GPH)

w = Número total de datos = 180

τ = Número de cada dato.

La comparación visual de la serie de temperatura de la estación Palonegro con el modelo calculado puede apreciarse en la Figura 27

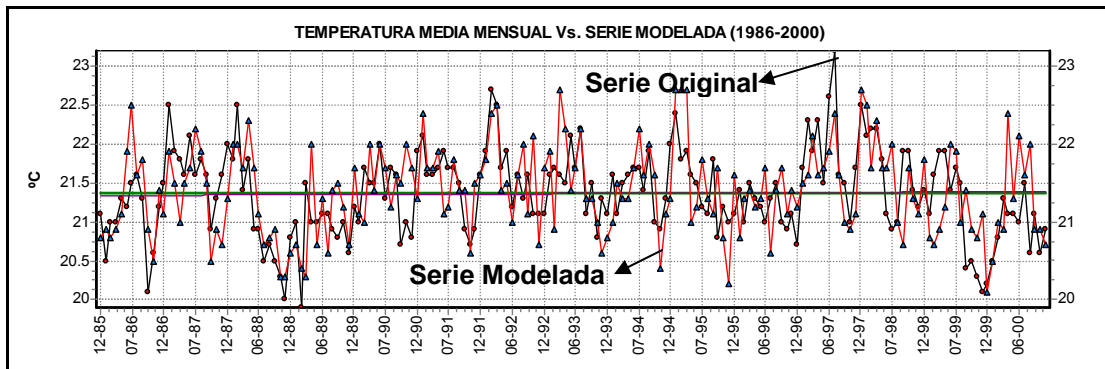


Figura 27 Temperatura media mensual Palonegro Vs. Serie Modelada

Los cálculos para el modelo se realizan en una hoja de cálculo, para así obtener el conjunto de datos que representen la serie de tiempo modelada.

La validación del modelo se lleva a cabo en dos partes, la primera comprende la descripción de la componente determinística a través del ajuste de Fourier o de modelos autorregresivos la evaluación de sus resultados para ello se trabajan tres errores el RSME, el coeficiente Fitness y el coeficiente de Nash & Sutcliffe; la segunda parte comprende la

componente estocástica que puede ser modelada a través de los procesos MA(q) y emplea las mismas herramientas de evaluación de la componente determinística, la cual se llevará a cabo en el capítulo 4: Análisis de Resultados.

Esta metodología se aplicó a todas las series de tiempo de la C.S.R.L, trabajadas en este estudio, cuyos resultados podrán ser vistos en detalle y analizados en el capítulo 4.

3 ANALISIS DETERMINISTICO DE LAS SERIES DE TIEMPO HIDROLOGICAS

Este capítulo pretende dar explicación al comportamiento determinístico generados por los distintos fenómenos macro-climáticos y de tipo astronómico, que poseen las distintas variables hidroclimáticas, implementando el uso del periodograma y las Series de Fourier para visualizar cuales y cuantas tendencias periódicas diferentes contienen las series de tiempo hidrológicas. El capítulo se dividirá en secciones correspondientes a cada variable analizada en el estudio, así: En la sección 3.1 se analizará la variable de Temperatura, 3.2 Presión Atmosférica, 3.2 Precipitación, 3.3 Humedad Relativa, 3.4 Brillo Solar y por último Recorrido del viento en la sección 3.5.

3.1 TEMPERATURA

La serie de temperatura de Bucaramanga cuenta con registros desde 14 de Enero de 2004 a las 0:00 horas hasta el 2 de Marzo de 2005 a las 7:40 horas con una resolución de 10 minutos.

Para visualizar didácticamente el comportamiento oscilatorio de la temperatura se decidió calcular la temperatura media horaria, media diaria y media mensual, y seleccionar como periodo de visualización el referente a los meses de Julio a Diciembre de 2004, periodo que no presentaba datos faltantes. La comparación de las diferentes resoluciones puede apreciarse en la Figura 28

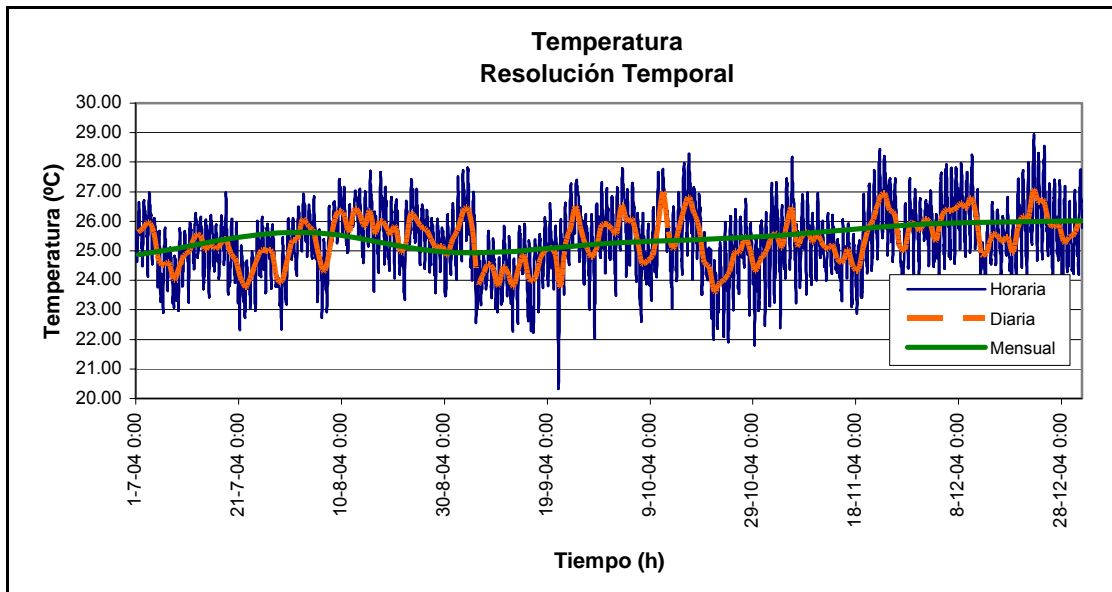


Figura 28 Temperatura comparación de resolución temporal

Resolución media horaria en la Figura 29 se puede ver un ciclo diario, se aprecia con más detalle en la Figura 30, correspondiente a la rotación de la tierra sobre su eje, así, en las horas de la noche y la madrugada se presentan las temperaturas mínimas mientras que en las horas de la mañana y de la tarde se observan los máximos de temperatura. La temperatura mínima varía de horario a medida que cambia de mes, por ejemplo en Julio las mínimas temperaturas se presentan entre las 6 a.m. y las 8 a.m., mientras que en agosto lo hacen entre las 3 a.m. y las 5 a.m. Las temperaturas más altas cumplen la misma condición así, en Julio las máximas temperaturas se dan entre 2 y 3 p.m. y en Agosto entre la 1 y 2 p.m.

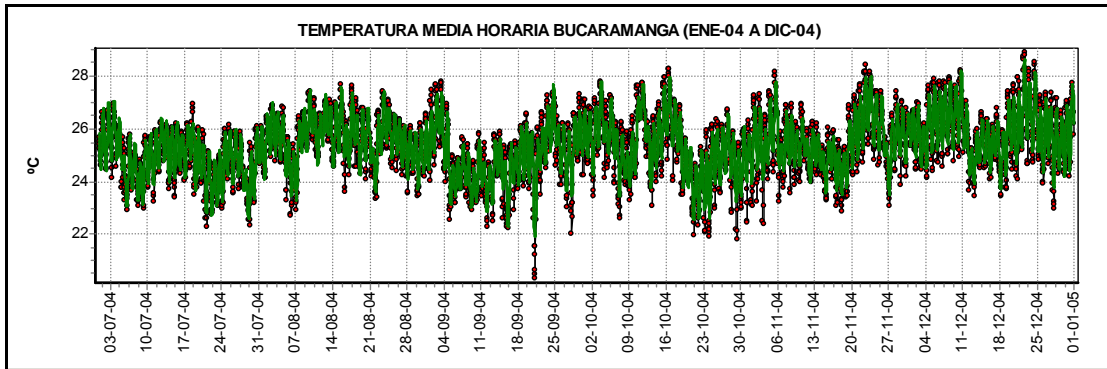


Figura 29 Temperatura media horaria B/manga Vs. Fourier 148 armónicos

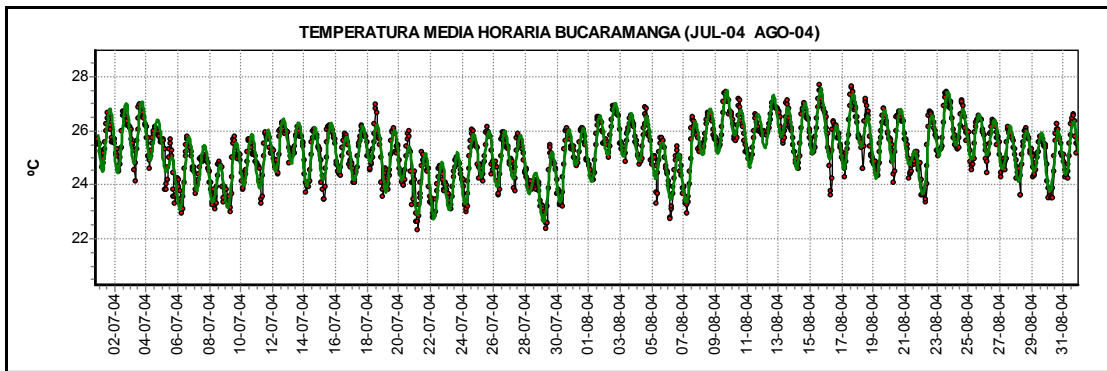


Figura 30 Detalle de Temperatura media horaria Vs. Fourier 148 armónicos

Resolución media diaria, la Figura 31 muestra que más o menos cada 6 semanas o 7 semanas existe un ciclo; la semana inicial o final del mes se presenta un decremento en la temperatura general y en las dos semanas de la mitad del mes hay un incremento en la temperatura esto debe obedecer al conocido ciclo lunar; que se presenta cada 28 días, las temperaturas bajas y altas coinciden con la luna nueva, cuando la luna está más lejos de la tierra, se intercala una luna nueva con altas temperaturas y la siguiente con bajas, mientras que los puntos de inflexión coinciden con la luna llena cuando esta se encuentra más cerca de la tierra.

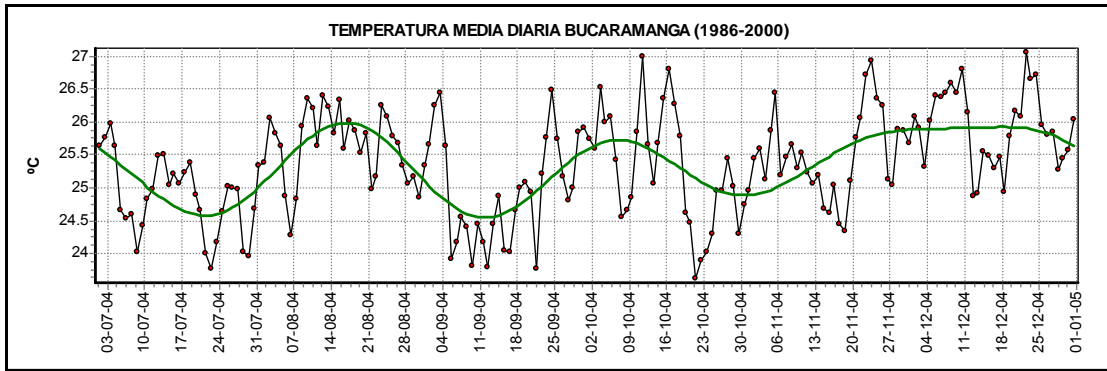


Figura 31 Temperatura media diaria Bucaramanga Vs. Fourier 4 armónicos

Resolución media mensual para la serie de temperatura media mensual de Bucaramanga; no se puede extraer mucho de la Figura 32 debido a la poca cantidad de datos, así que para hacer un análisis mensual se cambiará a la serie de temperatura media mensual de Palonegro; dicha serie de tiempo cuenta con registros desde Enero de 1986 a Diciembre de 2000 (Figura 33).

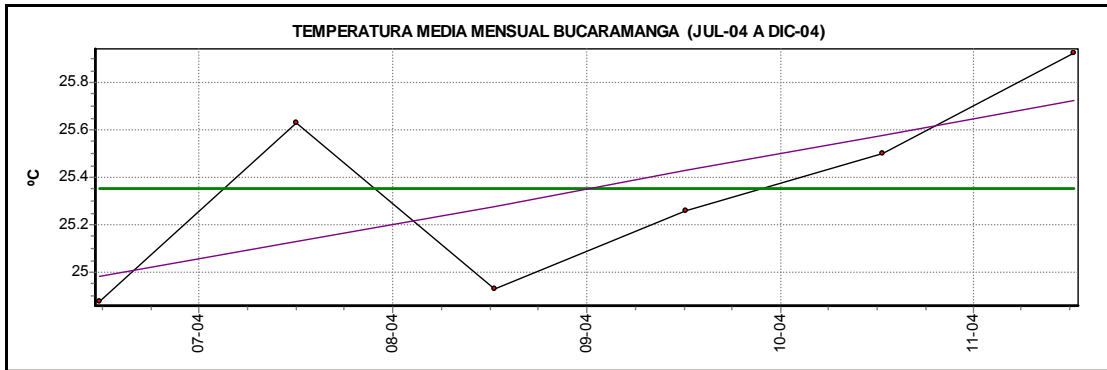


Figura 32 Temperatura media mensual Bucaramanga

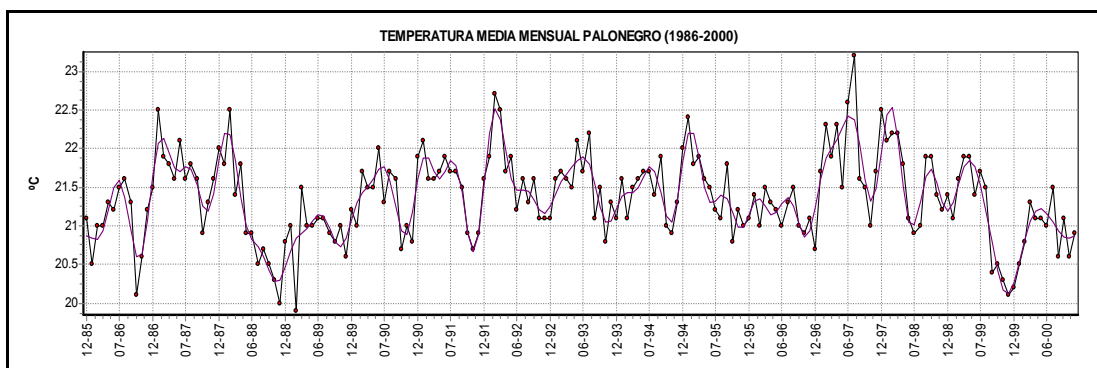


Figura 33 Temperatura media mensual Palonegro Vs. Fourier con 30 armónicos

En la Figura 33, se ilustra la temperatura media mensual de la estación de Berlín en 14 años, en la cual, se puede apreciar la tendencia periódica correspondiente a las estaciones húmedas y secas; por cada año se encuentran dos máximos que corresponden a dos estaciones secas, una de ellas más fuerte que la otra, igualmente sucede con las estaciones húmedas. Este comportamiento estacional es causado por la traslación de la tierra alrededor del sol. En esta región los meses de Julio-Agosto y Noviembre-Enero corresponden a los meses de épocas secas y los meses de Abril-Mayo y Septiembre Octubre a las épocas húmedas, formando así el ciclo estacional que determinan el comportamiento de la temperatura.

En la primera parte de la serie se observa un comportamiento de temperaturas, más elevado de lo normal. Haciendo la comparación de esta con el SOI (Figura 34) y el ENSO SST 3¹ (Figura 35) es notable que desde Octubre del 1986 hasta Octubre de 1987, la temperatura de Berlín es afectada por el fenómeno del niño (valores negativos de SOI y positivos de ENSO SST niño 3) de intensidad moderada. Así mismo en Diciembre de 1999 se presenta un dato de temperatura baja, encontrando en el SOI de la misma fecha el fenómeno del la niña, que se caracteriza por la presencia de lluvias intensas y disminución de la temperatura.

¹ La justificación del ENSO SST-3 para C.S.R.L se muestra en el Anexo E

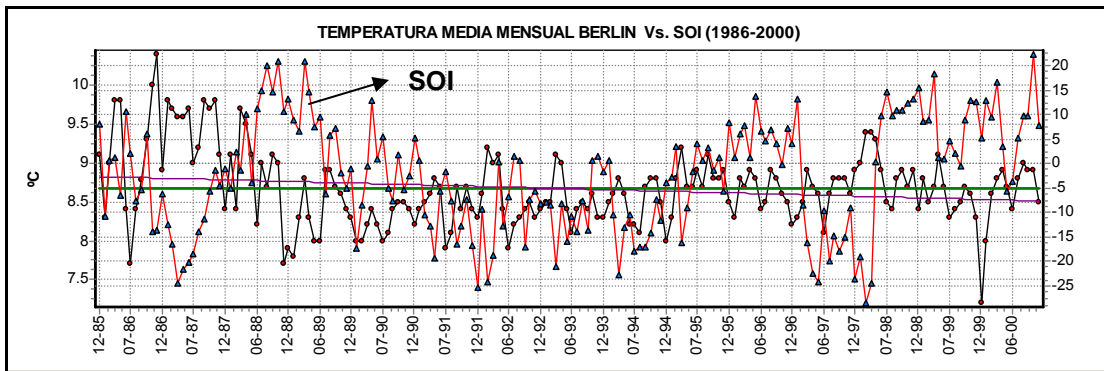


Figura 34 Temperatura media mensual Berlín vs valores mensuales SOI

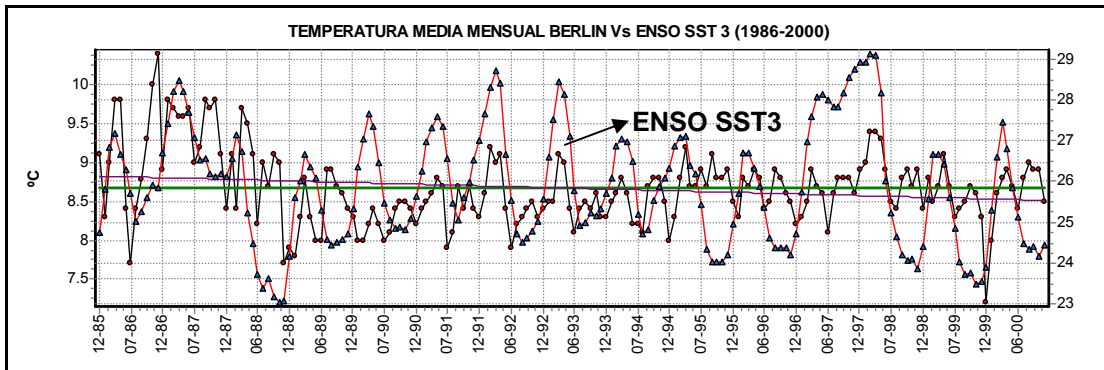


Figura 35 Temperatura media mensual Berlín Vs. Valores Mensuales ENSO SST-3

3.2 PRESIÓN

La serie de tiempo de presión atmosférica de Bucaramanga posee una resolución temporal de 10 minutos con registros desde el 14 de Enero de 2004 a las 0:00 horas hasta el 2 de Marzo de 2005 a las 7:40 horas.

Al igual que en la serie de temperatura de Bucaramanga se realizó una comparación de las distintas resoluciones (horaria, diaria y mensual) en el periodo de Julio a Diciembre de 2004 que puede observarse en la Figura 36.

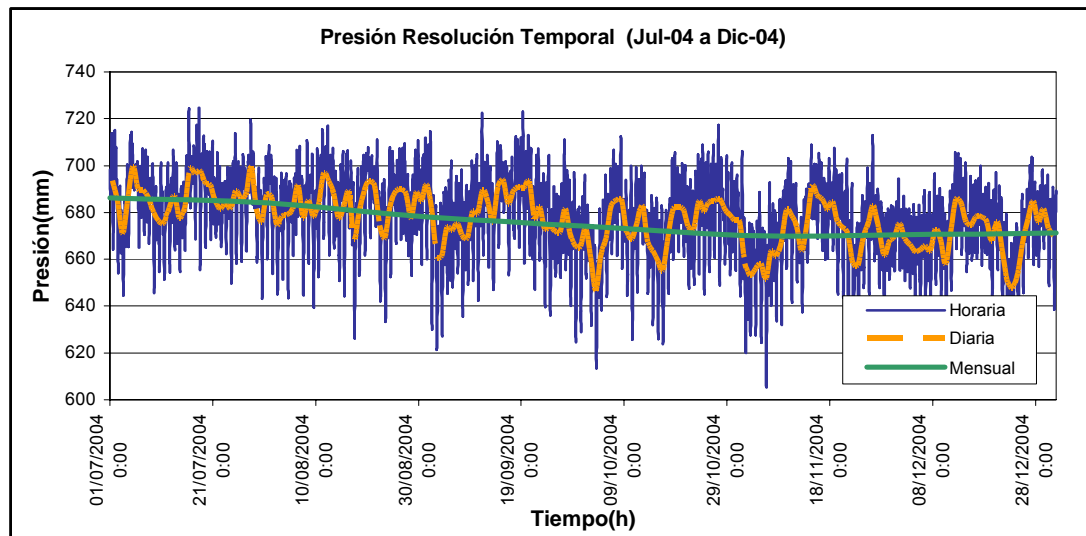


Figura 36 Presión resolución temporal

Si se comparan las Figuras 28 y 36 se puede observar que el comportamiento de la presión atmosférica es opuesto al de la temperatura, es decir, a mayor temperatura menor presión, ya que a altas temperaturas, el aire se calienta, se hace liviano, asciende y origina baja presión. Ocasionando una alta relación entre ellas, de manera que las características determinísticas de la temperatura se presentan de igual forma en la presión. Sin embargo de los dos procesos, la presión es menos sensible, registra menos fluctuaciones en el tiempo que la temperatura.

Resolución media horaria, en la Figura 37 se observa la presencia de un ciclo diario, en el cual a la 1 o 2 p.m. se presenta un mínimo en la presión atmosférica, este comportamiento junto con dos máximos uno en la mañana y otro en la noche, corresponden a los efectos de día noche.

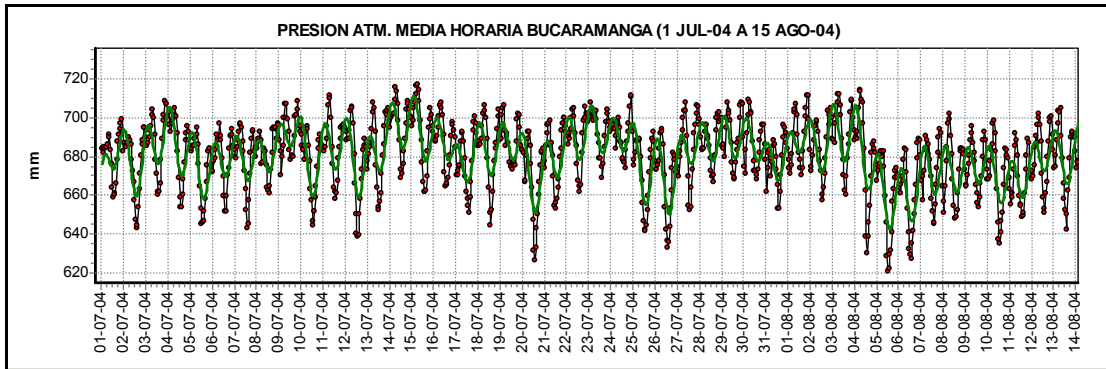


Figura 37 Detalle serie de presión atmosférica media horaria Bucaramanga

Resolución media diaria, en la Figura 38 se puede observar el reflejo del ciclo lunar, una oscilación presentada cada mes donde la presión atmosférica aumenta y disminuye de forma general.

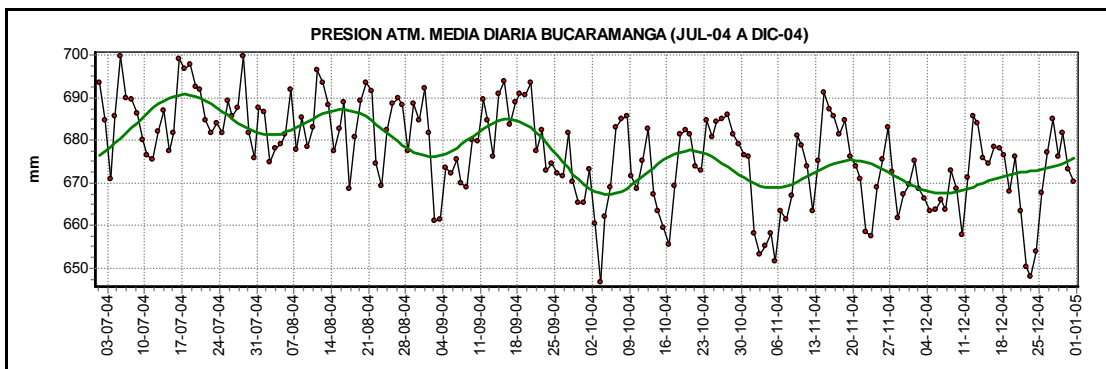


Figura 38 Presión Atmosférica media diaria Bucaramanga

Resolución media mensual, de la Figura 39 solo se puede concluir que la presión atmosférica tiende a disminuir en del mes Julio a Diciembre, esto puede obedecer al cambio de estación húmeda, sin embargo debido a los pocos registros no se puede observar ningún comportamiento determinista en esta serie.

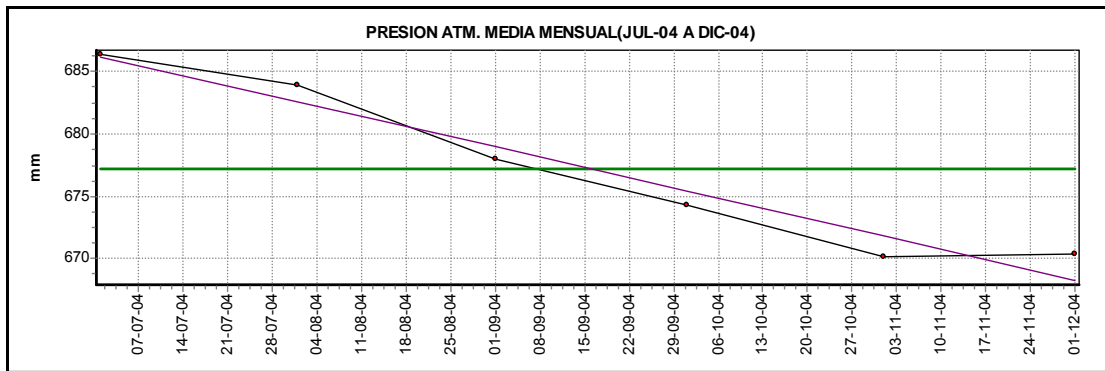


Figura 39 Presión Atmosférica media mensual Bucaramanga

3.3 PRECIPITACIÓN

La serie de tiempo de precipitación de la estación de Vivero Suratá posee una resolución temporal total mensual con registros desde Enero de 1986 a Diciembre de 2000. A continuación se presentará su respectivo análisis

El comportamiento determinístico de la variable de precipitación es uno de los más difíciles de analizar debido a la alta inferencia de los efectos climáticos locales, mas específicamente los efectos orográficos, que se presentan en el macizo andino colombiano, por la presencia de sus cordilleras. Este tipo de fenómenos intervienen en el comportamiento estacional de la precipitación; debido a los movimientos de la tierra alrededor del sol.

También el comportamiento de la precipitación depende del tipo de resolución que se posee, así con una resolución diaria, percibir una clase de periodicidad es bastante difícil puesto a nivel diario no se conoce un patrón de comportamiento de las diferentes variables que intervienen en el proceso de precipitación. Con una resolución mensual ya se puede apreciar parte de la componente determinística, ya que los valores medios mensuales

obedecen a un comportamiento según la estación climática en la que se encuentren.

Por medio del periodograma se detectó la presencia en un ciclo, que visualizado con ayuda de las series de Fourier (Figura 40), representa la variabilidad de la precipitación.

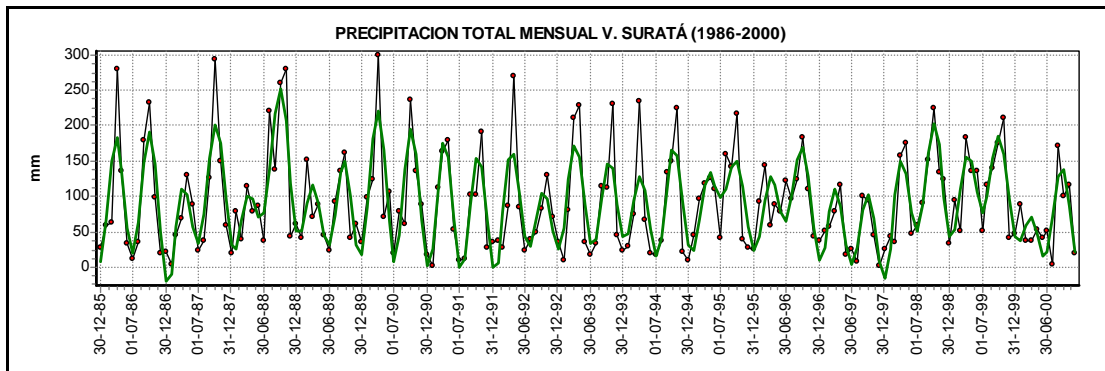


Figura 40 Precipitación Vivero Suratá Vs. Fourier con 30 armónicos

Los ciclos representados en la Figura 40, describen adecuadamente la tendencia estacional de las estaciones húmedas y secas; en los meses de Abril y Octubre comprenden el tiempo de fuertes precipitaciones en la zona, mientras que Julio, Diciembre y Enero representan la temporada seca con bajas precipitaciones. En la Figura 102 existe una notoria disminución de la precipitación comprendida en el año de 1997 a 1998 este puede ser debido a la acción de un fenómeno del niño que se presentó en dicha temporada.

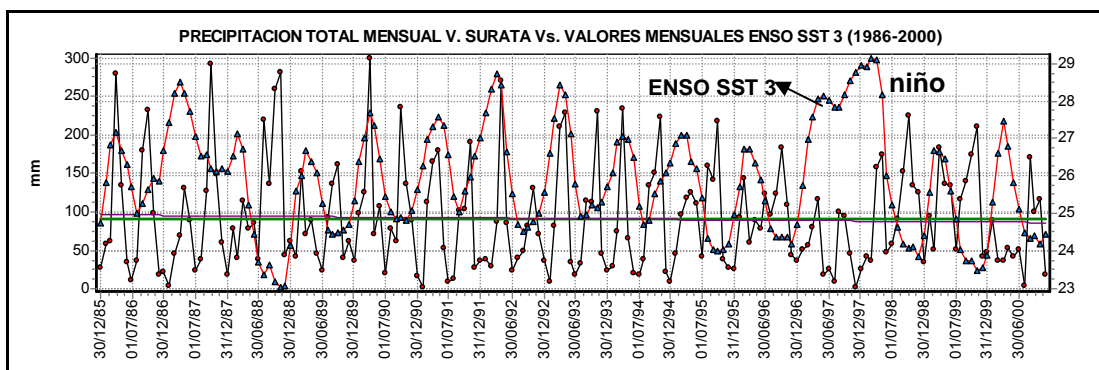


Figura 41 Precipitación total mensual Vivero Suratá Vs. Valores mensures ENSO SST 3

3.4 HUMEDAD RELATIVA

La serie de tiempo de Humedad Relativa de Berlín posee una resolución temporal media mensual con registros desde Enero de 1986 a Diciembre de 2000. A continuación se presentará su respectivo análisis

Según el periodograma la Humedad Relativa posee un ciclo principal que se puede apreciar en la Figura 42 con ayuda de las Series de Fourier.

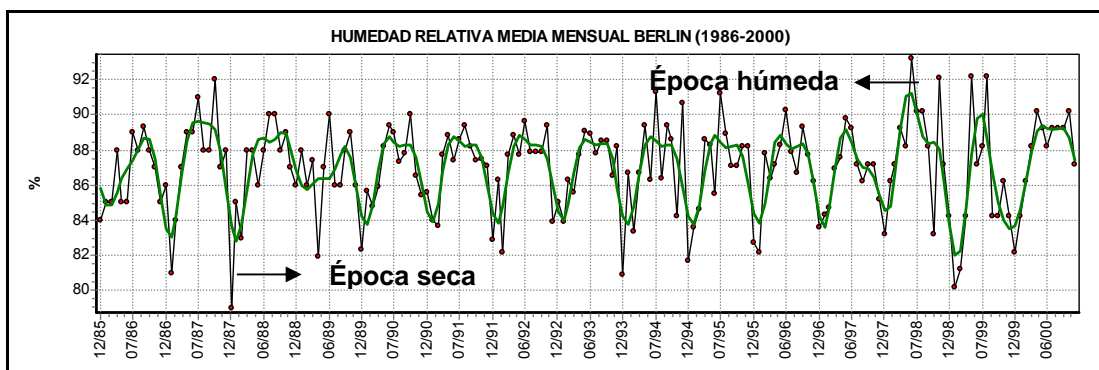


Figura 42 Humedad relativa Berlín Vs. Fourier con 30 armónicos

En la Figura 42 se observa el comportamiento de la tendencia estacional de la Humedad Relativa a lo largo del tiempo; en los meses secos: Diciembre-Enero y Julio y Agosto; se observan valores bajos de humedad y en los

meses húmedos: Abril-Mayo y Septiembre, se observan valores altos de humedad relativa. Esta se define como la razón entre el contenido efectivo de vapor de agua en la atmósfera y la cantidad de vapor de agua que saturaría el aire a la misma temperatura, se encuentra altamente relacionada con la temperatura, así si la temperatura atmosférica aumenta y no se producen cambios en el contenido de vapor, la humedad relativa disminuye. Este comportamiento es el más general de la serie, pero en ocasiones ocurren eventos locales o globales de origen estocástico que perturban la tendencia determinística de los datos.

3.5 BRILLO SOLAR

Los registros de brillo solar de la estación Vivero Suratá van desde Enero de 1986 hasta Diciembre de 2000 con datos totales mensuales.

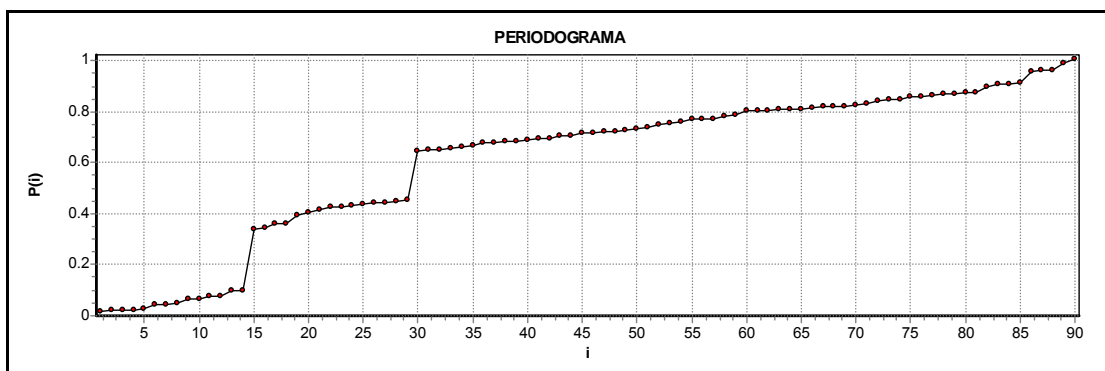


Figura 43 Periodograma de la serie de Brillo Solar total mensual de Vivero Suratá

En la serie de tiempo de brillo solar en el periodograma (Figura 43) se puede observar la presencia de dos periodicidades, la primera corresponde a un ciclo anual, donde existe un máximo en la mitad del año (Figura 44), sin embargo no corresponde a ningún fenómeno astronómico o macro-climático; graficando el segundo periodo (Figura 45) se observa que corresponde a una acentuación del primer ciclo y este es debido a la tendencia estacional

causada por la traslación de la tierra alrededor del sol y a la influencia de la Zona de Convergencia Intertropical (ZCIT), presentando estaciones húmedas y secas.

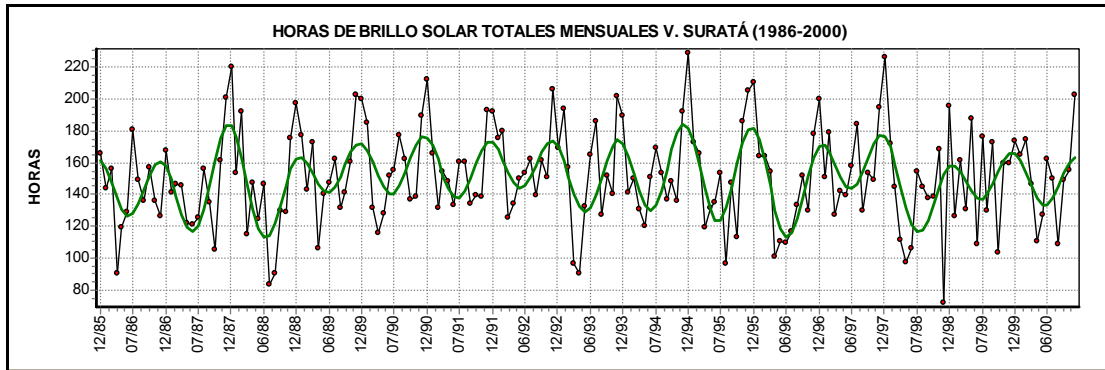


Figura 44 Brillo Solar total mensual de Vivero Suratá Vs. Fourier con 15 armónicos

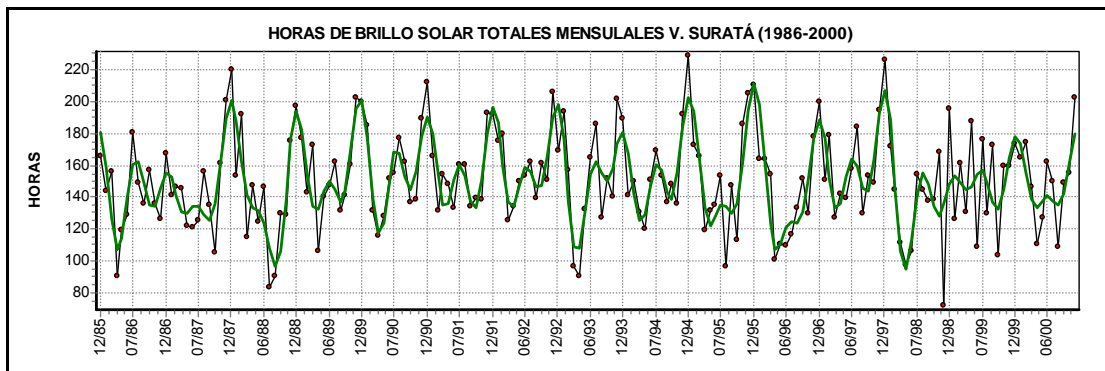


Figura 45 Brillo Solar total mensual de Vivero Suratá Vs. Fourier con 30 armónicos

En la Figura 45, la tendencia estacional de la serie esta representada por sus valores altos en los meses de Junio-Julio y Diciembre-Enero, épocas correspondientes a la época seca de la zona. Y por valores bajos en las épocas de húmedas: Septiembre-Octubre y Marzo-Abril-Mayo.

La Figura 46, muestra la correlación entre la serie de brillo solar y la temperatura del Océano Pacífico, en el área del ENSO SST-3, en la cual se evidencia que el comportamiento general del brillo solar coincide en sus

puntos altos con los fenómenos del Niño en el ENSO, especialmente en los años 1997-1998. Así el fenómeno del niño en la zona, también influye de cierta manera en el comportamiento del brillo solar.

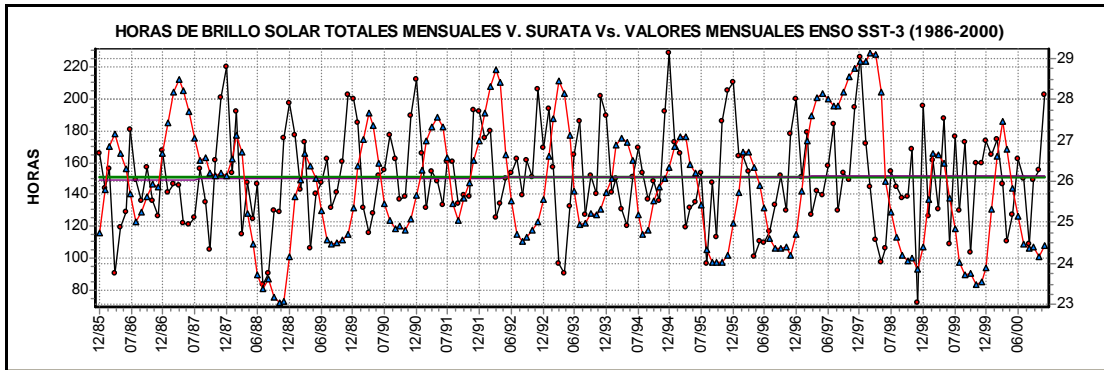


Figura 46 Brillo Solar total mensual Vivero Suratá Vs. Valores mensuales ENSO SST-3

3.6 RECORRIDO DEL VIENTO

La serie de recorrido del viento de la estación Vivero Suratá con una resolución temporal en kilómetros medios mensuales y registros desde enero de 1986 hasta Diciembre de 2000.

El recorrido del viento está directamente relacionado con la temperatura debido a que al producirse variaciones en ésta, el aire más caliente asciende sobre las masas de aire más denso y frío. Los vientos se hacen más intensos y fríos en las épocas secas ya que la tierra está sometida a un calentamiento, y, moderados o bajos, un poco mas calientes, en las épocas húmedas; lo anterior implica que el recorrido del viento, también es sensible a los movimientos de la tierra respecto al sol, como otras series de tiempo hidrológicas (<http://www.portalciencia.net/meteovie.html>).

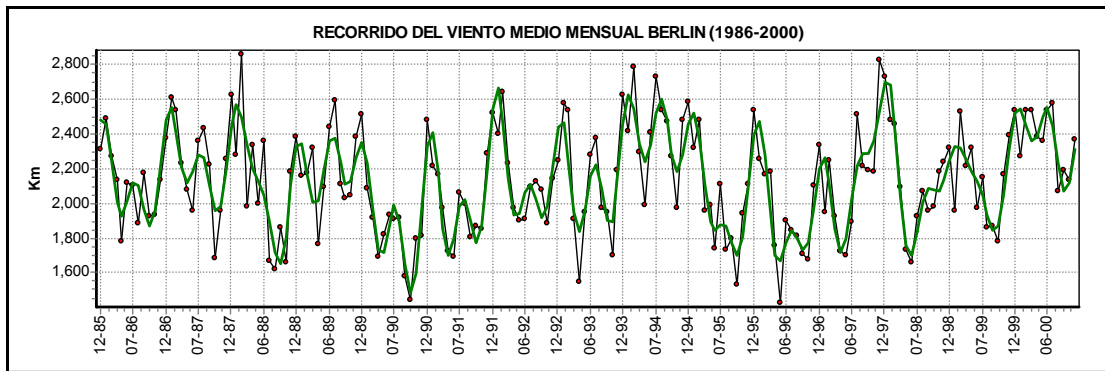


Figura 47 Recorrido del viento medio mensual Vivero Suratá Vs. Fourier con 30 armónicos

La Figura 47 presenta características estacionales, siendo la época seca, Diciembre-Enero y Julio-Agosto los de mayor registro de recorrido del viento, en tanto que en la época húmeda: Mayo-Junio y Octubre-Noviembre, presentan los valores más bajos de la serie de recorrido del viento. También se puede notar que en las dos épocas secas del año existe una más fuerte que la otra, Diciembre-Enero los más intensos; de la misma manera, en las épocas húmedas, Septiembre-Octubre se caracterizan por ser los más fuertes.

3.7 CAUDALES

La variable de caudales se estudiada a través de la serie media mensual de caudales del Río Zulia de la estación Puerto León con registros desde Enero de 1986 hasta Diciembre de 2000.

La serie de caudales refleja la existencia de 3 tendencias. El primer cambio en el periodograma corresponde a una tendencia cíclica con un periodo entre 4 y 5 años (Figura 48), la cual pertenece a un origen macro-climático referente el ENSO SST-3 (Niño 3), se comprobó a través de las gráficas de las tendencias tanto de los caudales como del ENSO SST-3 (Figura 49).

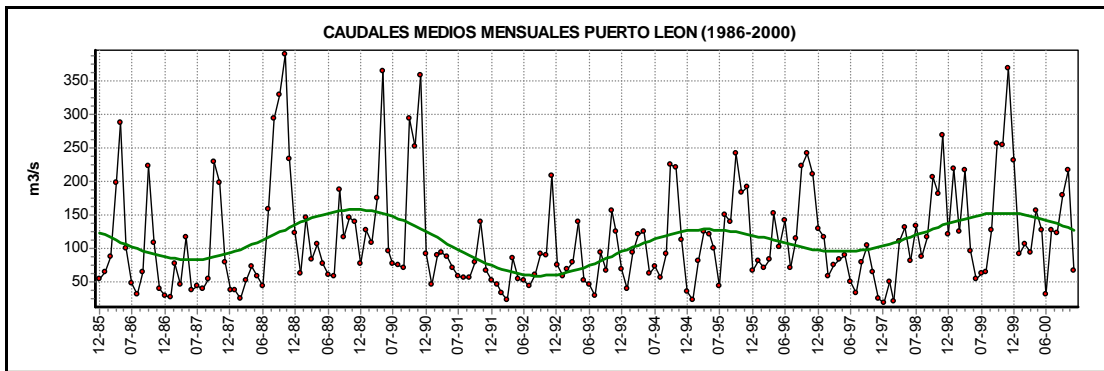


Figura 48 Caudales medios mensuales de Puerto León Vs. Fourier con 3 armónicos

La Figura de comparación 49 muestra que cuando en el Pacífico se presenta un aumento en la temperatura, unos meses después se presentan bajos caudales, reflejo de pequeñas sequías en la zona.

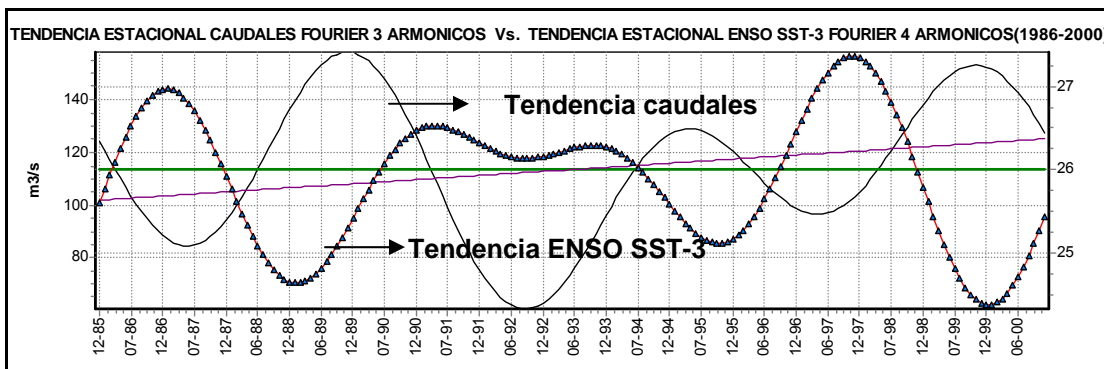


Figura 49 Tendencia caudales medios mensuales de Puerto León Vs. Tendencia valores mensuales ENSO SST-3

El segundo cambio en el se refiere a un ciclo anual (Figura 50) con indicios de estaciones húmedas y secas, sin embargo no tiene relación con ningún comportamiento astronómico o macro-climático.

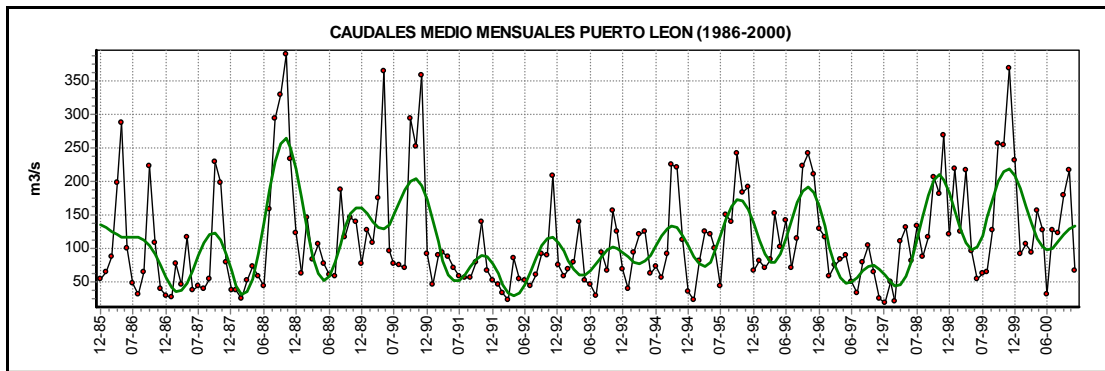


Figura 50 Caudales medios mensuales Puerto León Vs. Fourier con 15 armónicos

Por último, la tercera tendencia corresponde a un comportamiento estacional muy similar a los explicados en las variables anteriores y causadas por los mismos fenómenos.

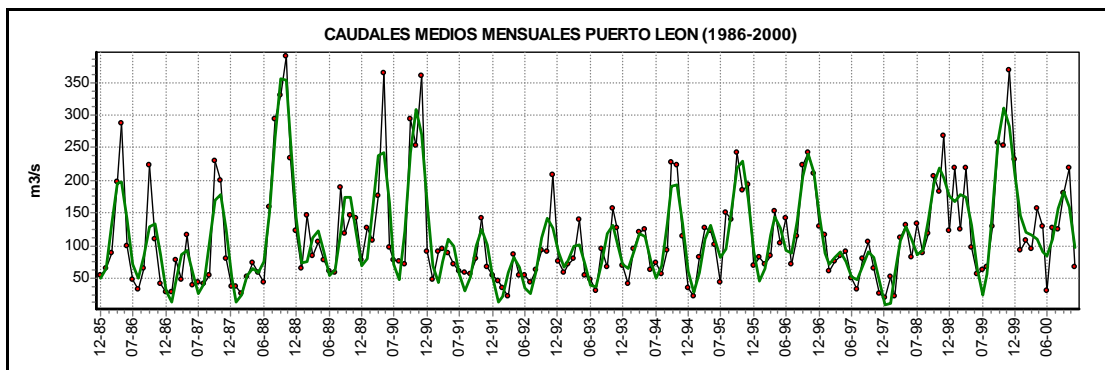


Figura 51 Caudales medios mensuales Puerto León Vs. Fourier con 30 armónicos

Algunos eventos puntuales presentes en la serie de tiempo de caudales pueden ser explicados a través de la relación con los fenómenos del Niño, correspondientes a al ENSO SST-3, en los que se observa una respuesta directa a las sequías de 1986 a 1987, de 1991 a 1992 y la de 1997 a 1998 donde los caudales corresponden a los mínimos de la serie. Esto se puede apreciar en la Figura 52.

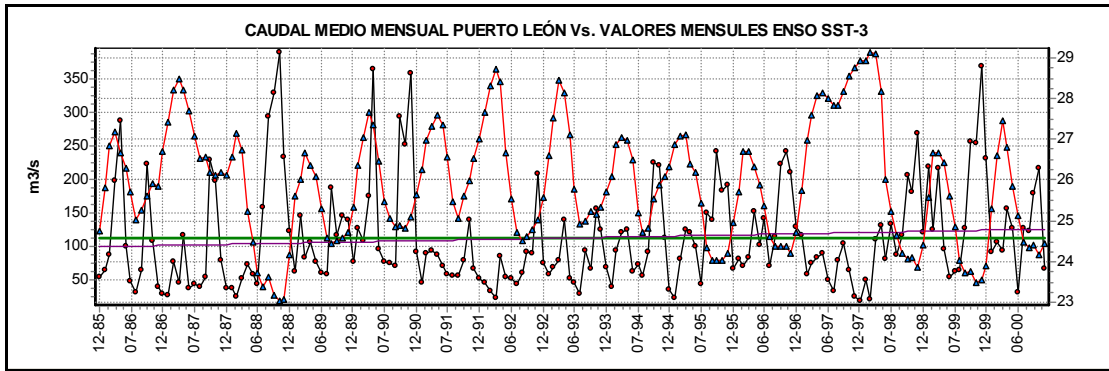


Figura 52 Caudales medios mensuales Puerto León Vs. Valores mensuales ENSO SST-3

4 ANALISIS DE RESULTADOS

Este capítulo recopila los resultados del modelamiento y validación de las series de tiempo de las variables hidrológicas organizadas en una estación por cada uno de los numerales.

Inicialmente se procede a la búsqueda y recopilación de algunas series históricas como temperatura, presión atmosférica, precipitación, humedad relativa, brillo solar, recorrido del viento y caudales suministradas por el IDEAM pertenecientes a la Cuenca Superior del Río Lebrija (C.S.R.L); cuenca conformada por la unión del Río de Oro y el Río Suratá, se trata de las estaciones Vivero Suratá, Palonegro, Berlín y Café Madrid; también se trabaja con la recopilación de datos realizada por el GPH. La ubicación de dichas estaciones puede observarse en la Tabla 3. Además se incluye la estación de Puerto León como análisis adicional para los caudales, aunque ésta no se encuentra incluida en la cuenca, permite comparar los resultados con los de la estación de Café Madrid.

Tabla 3 Lista de estaciones (Tomada de GPH 2005)

NOMBRE – ESTAC,	LATIT,	LONG,	ELEVAC,	FECHA- INST	TE	ESTE	NORTE	FUENTE	MUNICIPIO
VIVERO SURATÁ	07°21' N	73°00' W	1725	01-Sep-68	CO	1120400	1306100	RÍO SURATÁ	SURATÁ
BERLÍN	07°11' N	72°52' W	3214	01-May-68	PM	113300	1286700	RÍO JORDÁN	TONA
PALONEGRO	07°08' N	73°11' W	1189	01-Ago-74	SP	1098742,9	1279868,9	RÍO DE ORO	LEBRIJA
CAFÉ MADRID	07°17' N	73°08' W	600	01-Dic-68	LG	1104647,8	1296958,5	RÍO LEBRIJA	GIRÓN

4.1 ESTACIÓN PALONEGRO

Las variables temperatura y humedad relativa poseen una resolución temporal media mensual, en tanto que, las series de tiempo de precipitación, recorrido del viento y brillo solar presentan valores totales mensuales. Todos los valores se registran desde Enero de 1986 hasta Diciembre de 2000.

Tabla 4 Resumen de resultados Estación Palonegro

Variable	Modelo	Ecuación	Figura	Componente determinística			Componente estocástica	
				RMSE	Coef. Fitness	Coef. Nash & S	RMSE	Coef. Fitness
Temperatura	F(15)+ MA(1)	4.1	53	0.35	741.90	0.60	1.38	419.90
Precipitación	F(30)+ MA(1)	4.2	54	42.45	23.01	0.43	1.20	454.70
Humedad Relativa	F(30)+ MA(1)	4.3	55	1.47	405.21	0.82	1.34	427.30
Brillo Solar	F(30)+ MA(1)	4.4	56	17.50	54.04	0.61	1.44	410.10
Recorrido del Viento	No se ajusta a ningún modelo							

4.1.1 Temperatura. La ecuación 4.1 corresponde al resultado final del modelamiento a partir de la cual se genera la serie sintética con la que se compara la serie de tiempo de temperatura Palonegro después del llenado de datos (Figura 53)

$$z_t = \left[a_t - (-0.0278) a_{t-1} + 0.008 * x - 0.007 \right] * 0.347 + \sum_{j=1}^{15} \left[A_j \cos \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) + B_j \text{Seno} \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) \right]; \quad (4.1)$$

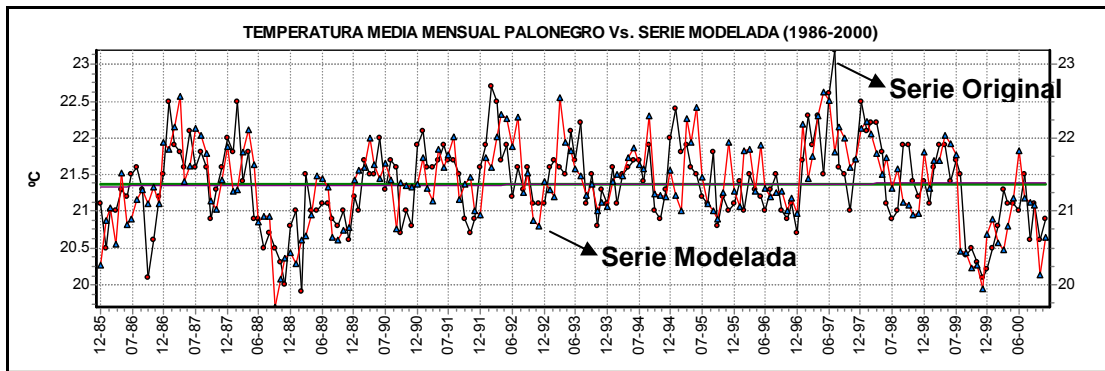


Figura 53 Temperatura media mensual Palonegro Vs. Serie Modelada

Para el caso de la temperatura de Palonegro los resultados de la validación fueron: el RSME 0.35 y con un coeficiente Fitness de 741.96 indicando un alto porcentaje de componente determinística ajustado a satisfacción; el coeficiente de Nash & Sutcliffe fue de 0.60, lo que quiere decir que la forma de Fourier no es tan semejante a la de la serie original; por otra parte, el ajuste de medias móviles arrojó un coeficiente Fitness de 419.92, el cual evalúa el ajuste de cada uno de los puntos del modelo respecto a la serie original, lo que indica que la componente estocástica es un bajo porcentaje en la serie; la forma del MA (1) no es igual o semejante a la forma de los residuos dado que los aleatorios pueden ser cualquier número que cumpla con media cero y varianza, el resultado del fue RMSE de 1.38

4.1.2 Precipitación. La precipitación de Palonegro puede ser descrita mediante la ecuación 4.2 y la Figura 54 muestra la comparación entre la serie original y el modelo ajustado.

$$z_t = \left[a_t - (0.378)a_{t-1} + 0.001 * x - 0.00001 \right] * 42.5242 + \sum_{j=1}^{30} \left[A_j \cos \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) + B_j \sin \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) \right]; \quad (4.2)$$

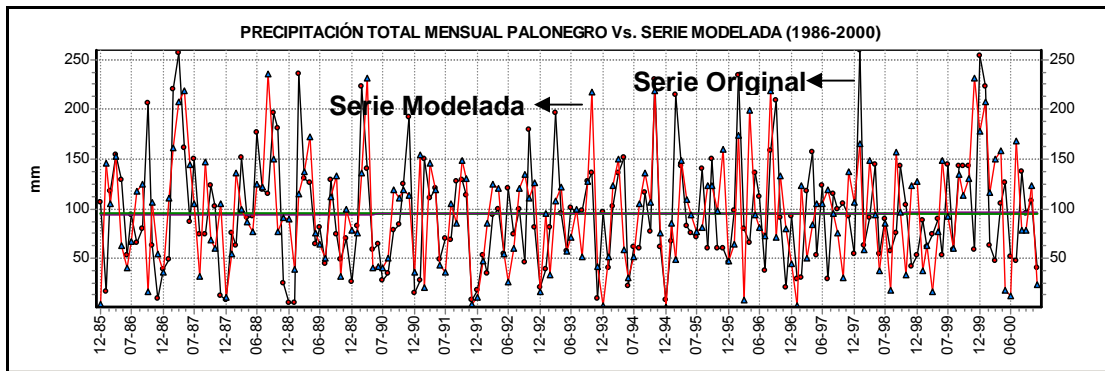


Figura 54 Precipitación total mensual Palonegro Vs. Serie Modelada

La precipitación es una de las series más complejas de modelar, dado que poseen un porcentaje determinístico muy pequeño dejando el peso más grande al comportamiento estocástico; por esta razón, al realizar el ajuste de Fourier los resultados son malos, en este caso el RMSE para Fourier fue de 42.45 y el coeficiente Fitness de 23.01, un modelo determinístico muy pobre; sin embargo, en cuanto a la componente estocástica modelada a través del proceso MA(1) se encontraron resultados de RMSE de 1.2 y coeficiente Fitness de 454.75, mucho mejor comparado con el ajuste de Fourier y con otros modelos MA(q) aplicados a diversas series de este estudio.

4.1.3 Humedad Relativa. Para la humedad relativa la ecuación 4.3 fue el resultado del modelamiento, y con la Figura 55 se puede observar el comportamiento del modelo respecto a la serie de humedad relativa inicial.

$$z_t = \left[a_t - (0.6522) a_{t-1} + 0.018 * x - 0.00002 \right] * 1.47 + \sum_{j=1}^{30} \left[A_j \cos \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) + B_j \sin \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) \right]; \quad (4.3)$$

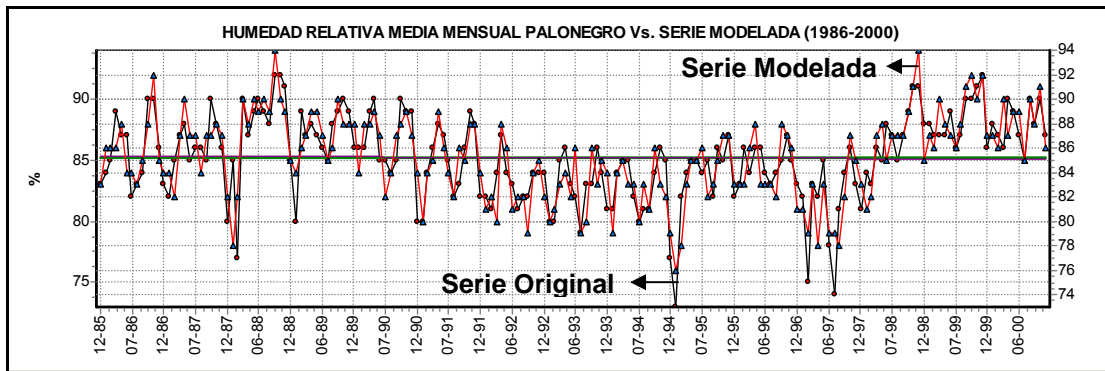


Figura 55 Humedad Relativa media mensual Palonegro Vs. Serie Modelada

Los resultados de la validación muestran que el ajuste de Fourier es bueno con un coeficiente de Nash & Sutcliffe de 0.82, un buen ajuste de forma pero con medianos resultados en el RSME de 1.47 y un coeficiente Fitness de 405.21 que indican un ajuste que representa aproximadamente un 40% del dato total. Por otro lado, verificando el ajuste del MA(1) se muestran resultados semejantes a los de Fourier; por ejemplo, el RMSE es de 1.34 y el coeficiente Fitness es de 427.32, los dos ajustes son medianamente buenos; dado que el proceso MA (1) posee un comportamiento aleatorio no predecible en forma.

4.1.4 Brillo Solar. Mediante la ecuación 4.4 se puede originar una serie sintética que describa el brillo solar total mensual en la estación de Palonegro, el resultado del modelo se observa en la Figura 56

$$z_t = \left[a_t - (0.8454) a_{t-1} - 0.00004 x + 0.004 \right] * 17.5531 + \sum_{j=1}^{30} \left[A_j \cos \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) + B_j \sin \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) \right]; \quad (4.4)$$

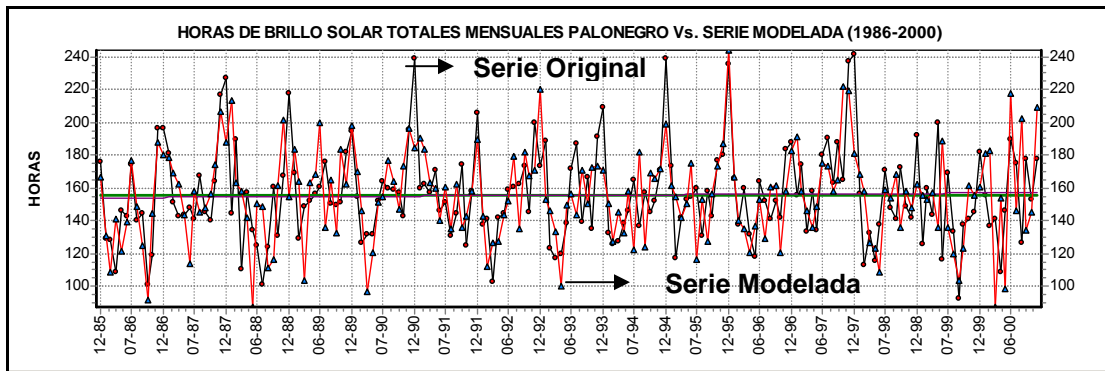


Figura 56 Brillo solar total mensual Palonegro Vs. Serie Modelada (1986-2000)

Los resultados de la validación mostraron que para Fourier el RMSE fue de 17.50 y el coeficiente Fitness de 54.08; es decir; que Fourier no es representativo o es un bajo porcentaje de la totalidad de los valores de brillo; sin embargo, el coeficiente de Nash & Sutcliffe fue de 0.61, que no es tan malo, lo que implica que la forma del modelo es semejante a la serie real. Por otra parte la componente estocástica MA(1) presenta un RMSE de 1.44 y un coeficiente Fitness de 410.10 significa que el modelo MA(1) es aceptable.

4.1.5 Recorrido del Viento

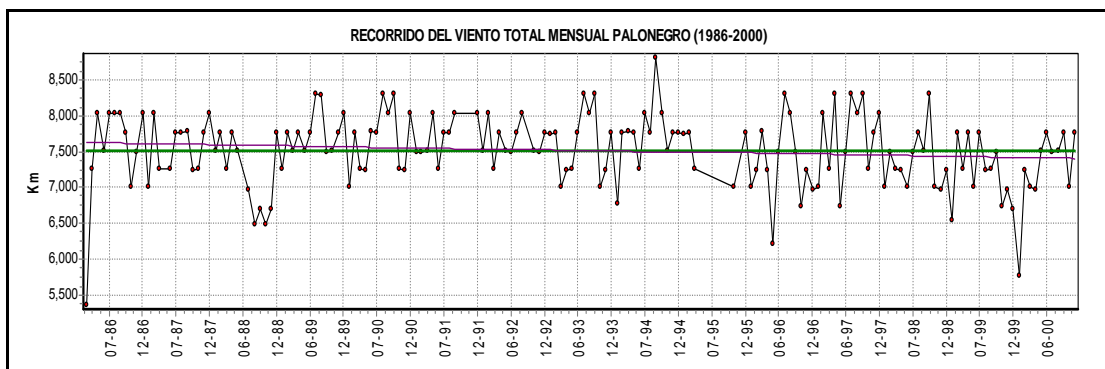


Figura 57 Recorrido del Viento Total mensual Palonegro (1986-2000) sin pronóstico

Para la serie de recorrido del viento de Palonegro (Figura 57) no se pudo obtener un modelo, ya que en la implementación del periodograma de la

Figura 58, se evidencia la independencia de los datos dada la ausencia de cambios significativos de pendiente (no existencia de periodicidad), lo que indica que la implementación de Fourier para el modelamiento del recorrido no es adecuada.

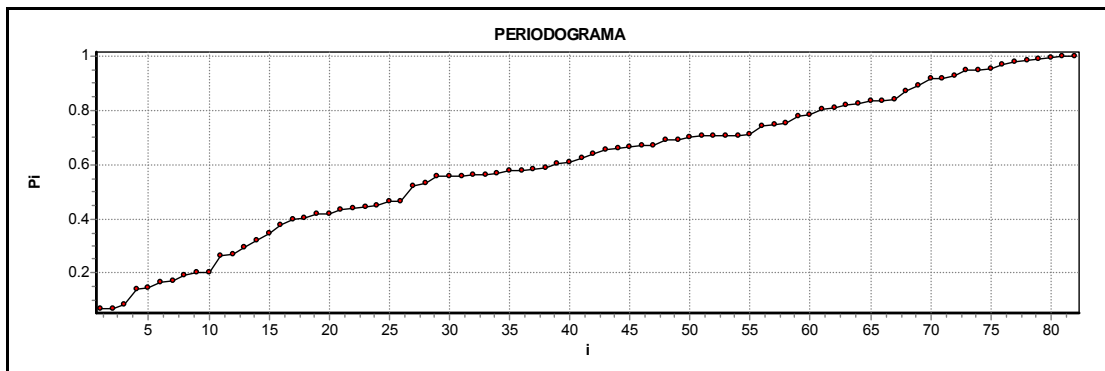


Figura 58 Periodograma recorrido del viento Palonegro sin Pronóstico

Las Figuras 59 y 60 no dicen nada respecto a la serie, al parecer se necesita un modelo diferente a los trabajados en esta Tesis para describirla, el correlograma nos muestra al igual que el periodograma que los datos son aleatorios e independientes y se esperaría que el correlograma parcial indicara un modelo de medias móviles; sin embargo, no tiene el comportamiento característico de dicho modelo. Otra opción sería que se tratara de un modelo ARMA; sin embargo, no muestra tendencia oscilatoria decreciente significativa en ninguna de las dos Figuras, características que identifican los modelos ARMA. Se descarta un modelo ARIMA en primera instancia porque estos solo se aplican en series que presentan estacionalidades o ciclos y en esta serie no existe evidencia de ellos.

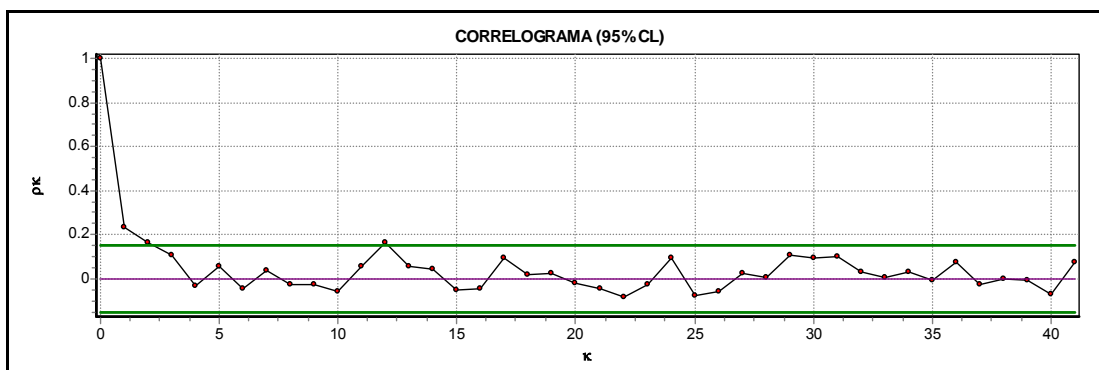


Figura 59 Correlograma de análisis recorrido Palonegro (Ene-96 a Dic-00)

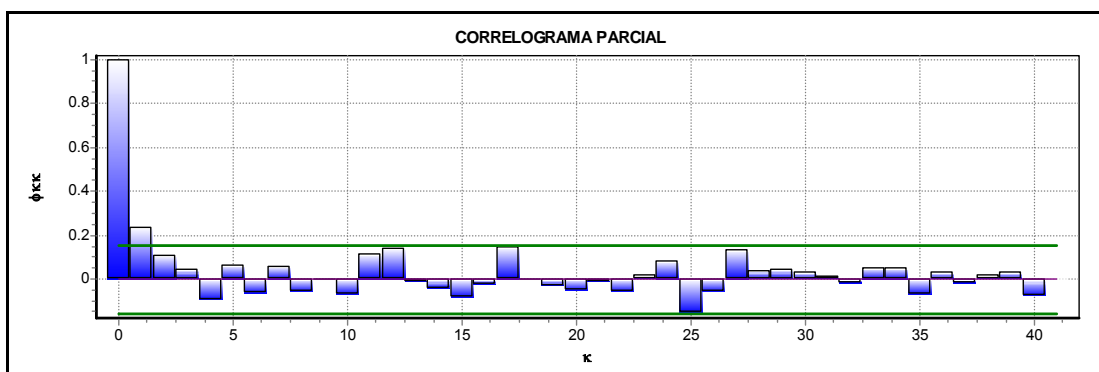


Figura 60 Correlograma parcial recorrido Palonegro (Ene-96 a Dic-00)

4.2 ESTACIÓN VIVERO SURATÁ

Las variables temperatura, humedad relativa y recorrido del viento poseen una resolución temporal media mensual, en tanto que las series de tiempo de precipitación y brillo solar presentan valores totales mensuales. Todos los registros se encuentran desde Enero de 1986 a Diciembre de 2000.

Tabla 5 Resumen resultados Estación Vivero Suratá

Variable	Modelo	Ecuación	Figura	Componente determinística			Componente estocástica	
				RMSE	Coef. Fitness	Coef. Nash & S	RMSE	Coef. Fitness
Temperatura	AR(3)	4.5	62	0.38	725.14	0.32		
Precipitación	F(30)+MA(1)	4.6	63	39.19	24.88	0.88	1.37	421.28
Humedad Relativa	F(30)+MA(1)	4.7	64	1.24	446.04	0.71	1.4	416.09
Brillo Solar	F(30)+MA(2)	4.8	65	17.76	53.31	0.64	1.28	437.86
Recorrido del viento	F(30)+MA(1)	4.9	66	146.70	6.77	0.76	14.18	65.86

4.2.1 Temperatura. En el proceso de modelamiento se observa mediante la Ecuación 4.5 y la Figura 60 que permite comparar la serie de temperatura con su respectivo modelo.

$$z_t = \left[\left[0.502z_{t-1} + 0.291z_{t-2} - 0.098z_{t-3} - 0.00065x + 0.058 \right] * 0.46 \right] - 18.427 \quad (4.5)$$

La serie de temperatura de Vivero Suratá original, obtuvo los siguientes resultados de validación: un RMSE 0.5 y un coeficiente Fitness de 665.90, los dos resultados reflejan un buen modelo; sin embargo, el coeficiente de forma Nash & Sutcliffe de -0.19 indica que la forma del modelo y la serie original (Figura 60) no se asemejan. Los anteriores son resultados contradictorios pero siempre que no se trabaje con Fourier la forma del modelo va a depender de los modelos autoregresivos, de los pesos anteriores y de una aleatoriedad correspondiente al término del ruido blanco.

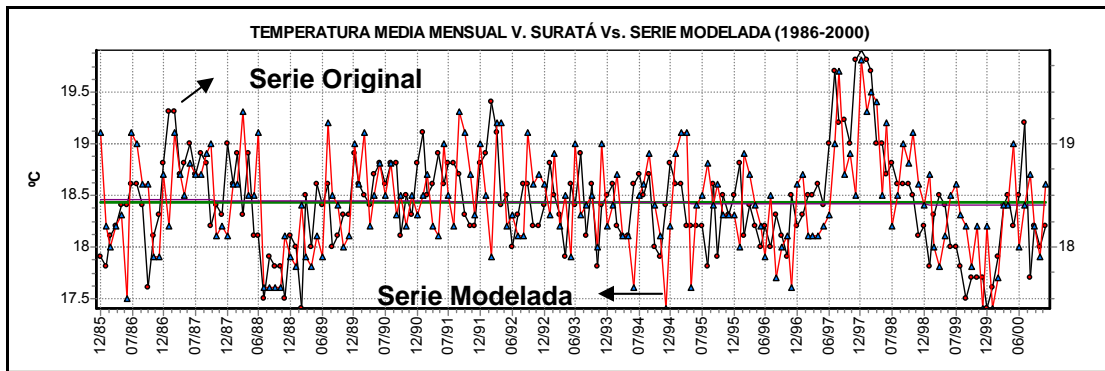


Figura 61 Serie temperatura media mensual Vivero Suratá Vs. Serie modelada

Es interesante al ver detenidamente la Figura 61 que a pesar de que el ajuste es bueno, se nota que los picos están desplazados un intervalo adelante, así que para ver cual es el mejoramiento del modelo y cuantificar su mejoría, se aplicó un retraso a la gráfica de un intervalo de tiempo cuyo resultado se ve en la Figura 62. Los errores se ven afectados positivamente, en este caso el RMSE fue de 0.38 y el coeficiente Fitness de 725.14, hasta el coeficiente de Nash & Sutcliffe mejoró un poco, paso de -0.19 a 0.32.

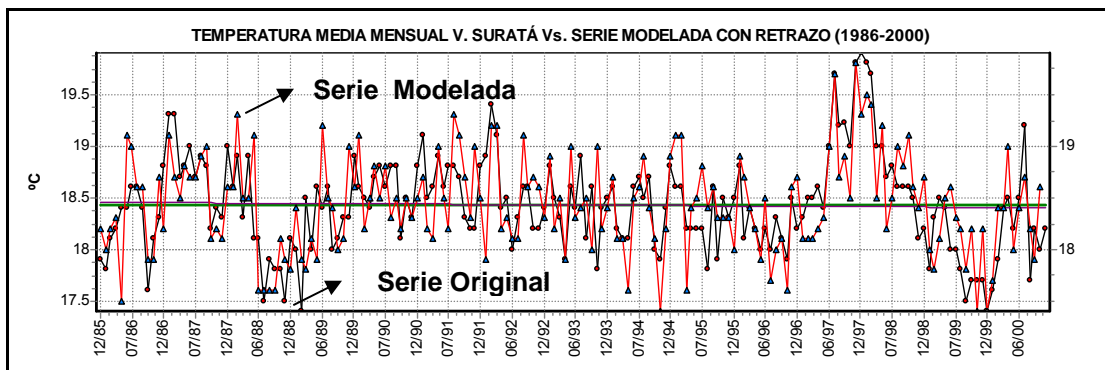


Figura 62 Temperatura media mensual Vivero Suratá Vs. Serie modelada con retraso

4.2.2 Precipitación. La Ecuación 4.6 corresponde a la expresión que describe la serie de tiempo de precipitación total mensual de Vivero Suratá y el resultado visual puede encontrarse en la Figura 63, que muestra la comparación del modelo ajustado y la serie real.

$$z_t = \left[a_t - (0.5403) a_{t-1} + 0.00002 x - 0.002 \right] * 39.2972 + \sum_{j=1}^{30} \left[A_j \text{Cos} \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) + B_j \text{Sen} \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) \right]; \quad (4.6)$$

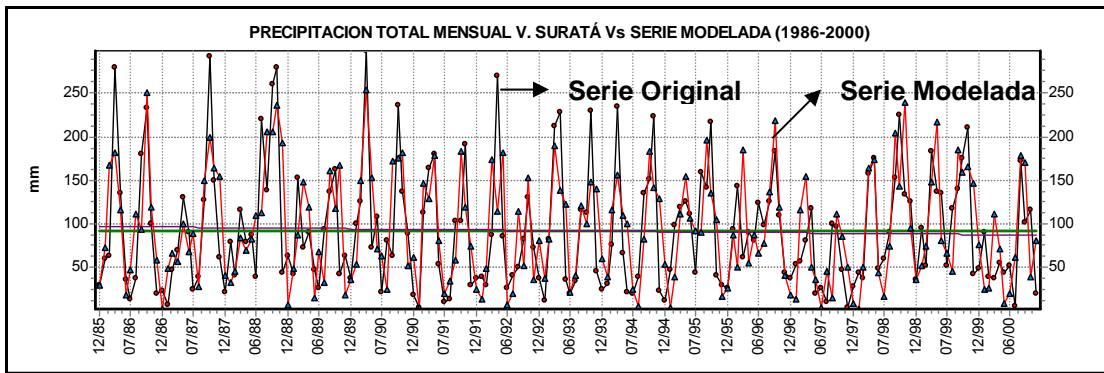


Figura 63 Precipitación total mensual Vivero Suratá Vs. la Serie modelada

La validación a partir del coeficiente de Nash & Sutcliffe para la componente determinística es muy bueno 0.88 pero el RSME y el coeficiente Fitness de 39.19 y 24.88, son muy malos, lo que podría indicar que el porcentaje de la componente estocástica es alta, por lo que Fourier no alcanza a describir con tanta precisión la serie en general. Por otra parte, la componente estocástica representada por el modelo MA(1) posee mejores resultados de RSME y coeficiente Fitness; 1.37 y 421.28 respectivamente que pueden variar dependiendo de qué tan cercanos sean los aleatorios a los residuos obtenidos con Fourier.

4.2.3 Humedad Relativa. El resultado final del modelo se encuentra en la ecuación 4.7 y la Figura 64.

$$z_t = \left[a_t - (0.7967) a_{t-1} - 0.004 x + 0.00004 \right] * 1.2428 + \sum_{j=1}^{30} \left[A_j \text{Cos} \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) + B_j \text{Sen} \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) \right]; \quad (4.7)$$

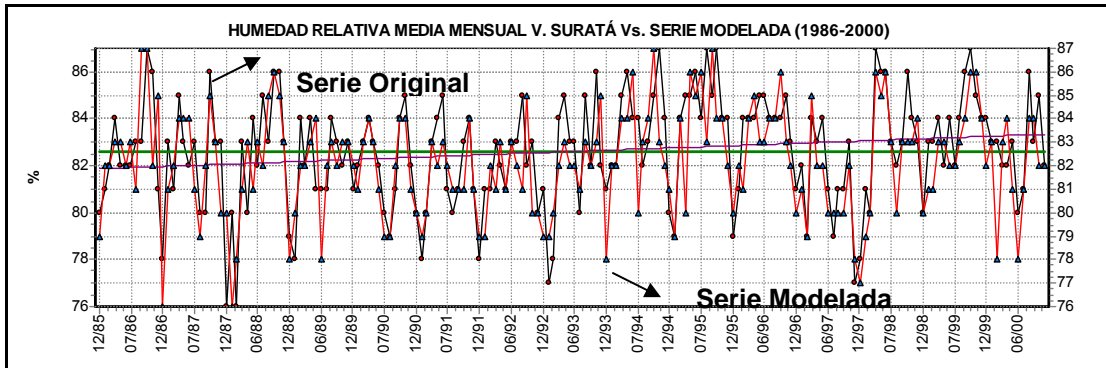


Figura 64 Humedad relativa media mensual vivero Suratá Vs. la Serie modelada

Al observar la comparación de la serie original y el modelo , se evidencia un buen ajuste; sin embargo, al analizar por ejemplo el ajuste de Fourier se obtiene un coeficiente de Nash & Sutcliffe 0.71 que es relativamente bueno, ya que con Fourier solo se pretende modelar el comportamiento determinístico que representa un porcentaje del valor total de la humedad. Los valores del RSME y coeficiente Fitness son 1.24 y 446.04 respectivamente, acordes con el resultado de Nash. Para el ajuste de medias móviles, hay que aclarar antes de todo que dicho modelo corresponde a comportamientos aleatorios por lo que el coeficiente Fitness fue de 1.4 y el RMSE de 416.09, que son resultados medianamente buenos para un ajuste aleatorio.

4.2.4 Brillo Solar. La ecuación 4.8 corresponde al modelo que describe el comportamiento del brillo solar y la Figura 65 muestra la comparación del modelo con la serie original.

$$z_t = \left[a_t - (1.2262)a_{t-1} - (0.098) * a_{t-2} + 0.00031 * x - 0.027 \right] * 17.8 + \sum_{j=1}^{30} \left[A_j \text{Cos} \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) + B_j \text{Sen} \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) \right]; \quad (4.8)$$

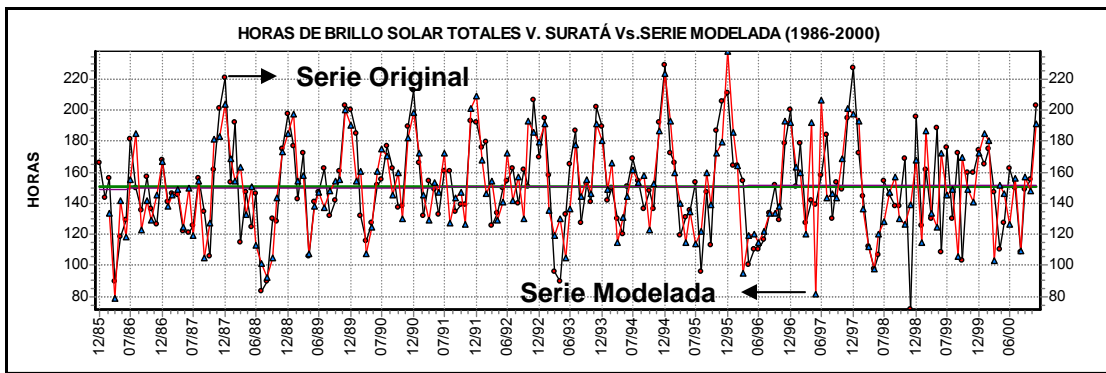


Figura 65 Brillo solar total mensual Vivero Suratá Vs. Serie modelada

La validación del modelo se realizó en dos etapas: la primera en el ajuste del modelo de Fourier y la segunda en el modelo de medias móviles. En el ajuste de Fourier se obtuvo con coeficiente de Nash & Sutcliffe de 0.64, el cual se considera aceptable, debido a que Fourier es un ajuste de la componente determinística, mientras que para el modelo de medias móviles de orden 2, se obtuvo un coeficiente de ajuste de 437.86.

4.2.5 Recorrido del Viento. A continuación se puede observar la Figura 66 donde se comparan las series de recorrido del viento modelada y real. La Ecuación 4.9 es el resultado del modelamiento.

$$z_t = \left[a_t - (0.426765) a_{t-1} + 0.00034 * x - 0.031 \right] * 152.257 + \sum_{j=1}^{30} \left[A_j \cos \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) + B_j \text{Seno} \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) \right]; \quad (4.9)$$

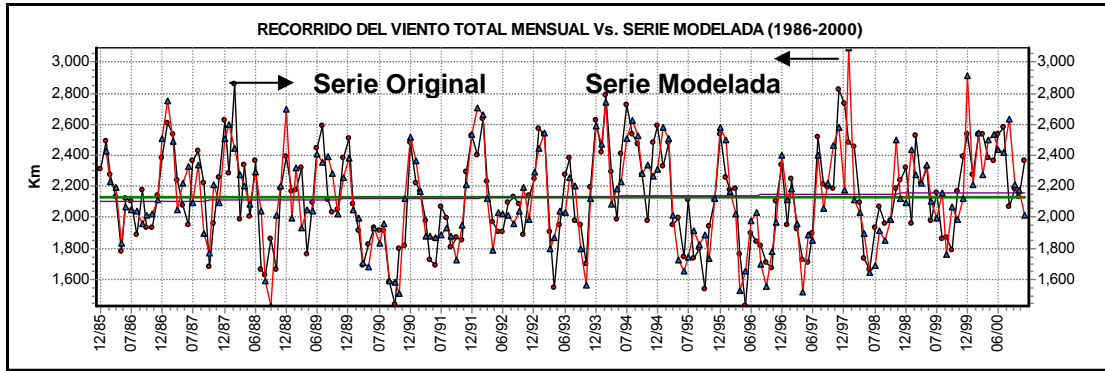


Figura 66 Recorrido del viento total mensual Vs. Serie modelada

Para la validación del modelo se analizaron los errores de RMSE, coeficiente de ajuste y coeficiente de Nash & Sutcliffe, los cuales para la componente determinística, el coeficiente de Nash & Sutcliffe resultó igual a 0.76, proporcionando un buen índice de forma de los datos, mientras que para el la componente estocástica el coeficiente de Ajuste (Fitness) es de 65.86 siendo bastante malo, indicando un ajuste regular en su componente estocástica.

4.3 ESTACIÓN BERLÍN

Las variables: temperatura, humedad relativa, y recorrido del viento poseen una resolución temporal media mensual, en tanto que, las series de tiempo de precipitación y brillo solar presentan valores totales mensuales. Los registros existentes son de Enero de 1986 a Diciembre de 2000.

Tabla 6 Resumen resultados Estación Berlín

Variable	Modelo	Ecuación	Figura	Componente determinística			Componente estocástica	
				RMSE	Coef. Fitness	Coef. Nash & S	RMSE	Coef. Fitness
Temperatura	F(30)+ MA(1)	4.10	67	0.21	826.74	0.81	1.47	404.90
Precipitación	F(30)+ MA(1)	4.11	68	26.15	36.84	0.60	1.22	451.40
Humedad Relativa	F(15)+ MA(2)	4.12	69	1.8	352.9	0.46	1.3	435.57
Brillo Solar	F(15)+ MA(1)	4.13	70	27.1	35.58	0.58	1.48	403.05
Recorrido del Viento	F(30)+ MA(1)	4.14	71	1108.62	0.9	0.80	1.33	429.90

4.3.1 Temperatura. La Ecuación 4.10 corresponde al resultado final del modelamiento a partir de la cual se generó la serie sintética con la cual se comparó la serie de tiempo de temperatura Berlín después del llenado de datos (Figura 67).

$$z_t = \left[a_t - (0.654386) a_{t-1} - 0.00028 * x - 0.025 \right] * 0.21 + \sum_{j=1}^{30} \left[A_j \cos \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) + B_j \sin \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) \right]; \quad (4.10)$$

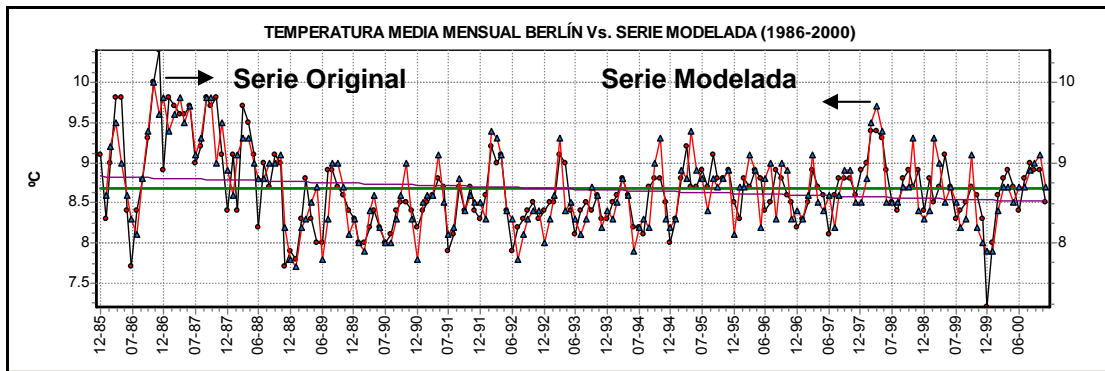


Figura 67 Temperatura media mensual Berlín Vs. Serie modelada

La validación del modelo se realiza en dos etapas: la primera de ellas en el ajuste de Fourier para representar la parte determinística, se observan coeficientes de Nash & Sutcliffe y Fitness de 0.81 y 826.74 respectivamente, los cuales indican un ajuste aceptable de forma y aceptable en cuanto al ajuste de cada uno de los puntos. La segunda etapa modelada con un MA, registra un coeficiente Fitness de 404.9 lo cual indica un bajo porcentaje de componente estocástica en la serie de tiempo.

4.3.2 Precipitación. La precipitación de Palonegro puede ser descrita mediante la ecuación 4.11 y la Figura 68 muestra la comparación entre la serie original y el modelo ajustado.

$$z_t = \left[a_t - (-0.48384) a_{t-1} - 0.00005 * x - 0.008 \right] * 26.545 + \sum_{j=1}^{30} \left[A_j \cos \left(\frac{2\pi j \tau}{w} \right) + B_j \sin \left(\frac{2\pi j \tau}{w} \right) \right]; \quad (4.11)$$

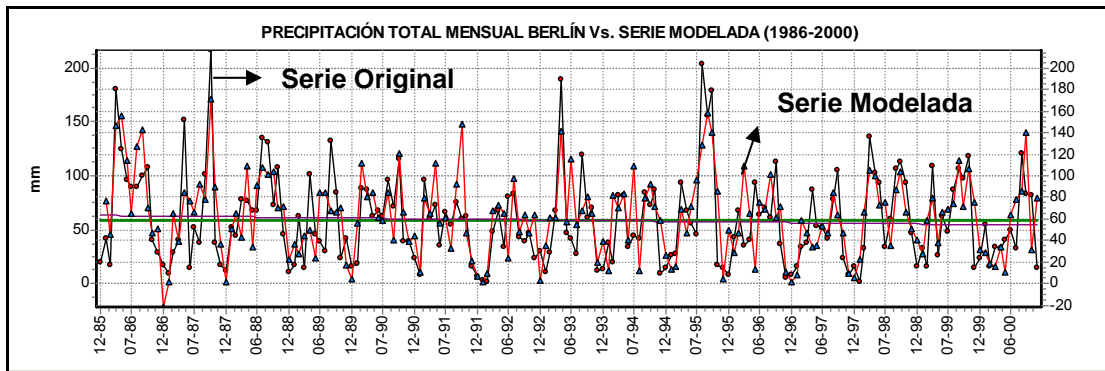


Figura 68 Precipitación total mensual Berlín Vs. Serie modelo

Para la validación del modelo de la precipitación de Berlín se tuvieron en cuenta las dos componentes de la serie. La parte determinística por medio del ajuste de Fourier, arroja un coeficiente de Nash & Sutcliffe de 0.60, indicando que el ajuste de Fourier con 30 armónicos, proporciona una forma más o menos aproximada a la serie real. También presenta un coeficiente Fitness de 36.83, que corresponde a un ajuste malo, pues evalúa el ajuste punto por punto. Para la aplicación de Fourier es difícil obtener un excelente resultado ya que cuando se define el número de armónicos significativos para dicho ajuste, Fourier representa solo un porcentaje bajo de la serie total en este caso. Por otra parte, la componente estocástica de la serie, modelada por un MA (1), arroja un coeficiente de Fitness de 451.4, indicando que el modelo MA (1) tienen un ajuste regular, dado al peso que los aleatorios tienen en este tipo de modelos.

4.3.3 Humedad Relativa. La Ecuación 4.12 representa el modelo obtenido para la humedad relativa media mensual de Berlín, que junto con la Figura 69 muestran los resultados del proceso de modelamiento.

$$z_t = \left[a_t - (0.318)a_{t-1} - (0.2184)a_{t-2} + 0.0002 * x - 0.017 \right] * 1.8379 + \sum_{j=1}^{15} \left[A_j \cos \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) + B_j \sin \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) \right]; \quad (4.12)$$

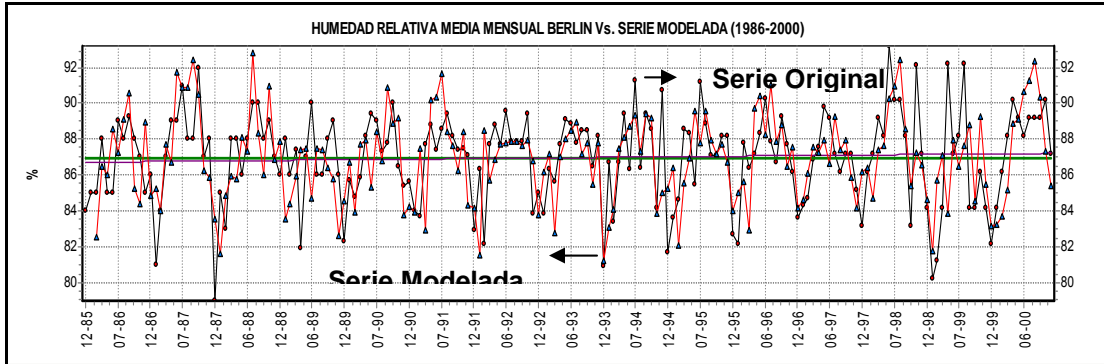


Figura 69 Humedad Relativa media mensual Berlín Vs. Serie modelada

Para la componente determinística se obtuvo un coeficiente de Nash & Sutcliffe de 0.46 y un coeficiente Fitness de 352.9, el primero de ellos indica un bajo ajuste de forma del modelo, y el Fitness muestra que los datos tiene un bajo ajuste respecto a los datos originales. La componente estocástica modelada a través de un modelo MA (1) arrojó un coeficiente Fitness de 435.57, indicando un ajuste regular de los valores del modelo son cada uno de los datos de la serie.

4.3.4 Brillo Solar. La expresión matemática de este modelo esta dada de la ecuación 4.13 y la Figura 70 muestra la comparación entre la serie original y la modelada.

$$z_t = \left[a_t - (0.093)a_{t-1} - 0.0002 * x - 0.016 \right] * 27.1772 + \sum_{j=1}^{15} \left[A_j \cos \left(\frac{2\pi j \tau}{w} \right) + B_j \sin \left(\frac{2\pi j \tau}{w} \right) \right]; \quad (4.13)$$

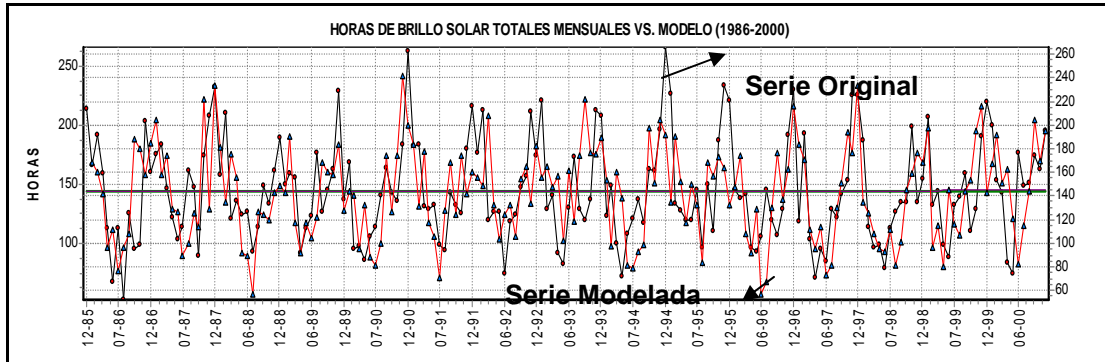


Figura 70 Brillo Solar total mensual Berlín Vs. Serie modelada

La componente determinística ajustada por Fourier arrojó los siguientes coeficientes: un Nash & Sutcliffe de 0.58 y un Fitness de 35.58. El primer de ellos indica un ajuste regular de la forma del modelo respecto a la forma de la serie original. El coeficiente Fitness muestra un bajo ajuste de los datos, debido que el análisis de Fourier toma por medio de los armónicos significativos sólo un porcentaje de la componente determinística total, como se ha mencionado en los análisis de series anteriores. La validación estocástica modelada por un proceso MA mostró un coeficiente Fitness de 403.05, indicando como en análisis anteriores el mal ajuste de la forma del modelo debido a la presencia de aleatorios.

4.3.5 Recorrido del Viento.

$$z_t = \left[a_t - (0.58017) a_{t-1} + 0.00003 * x - 0.002 \right] * 1111.7195 + \sum_{j=1}^{30} \left[A_j \cos \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) + B_j \sin \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) \right]; \quad (4.12)$$

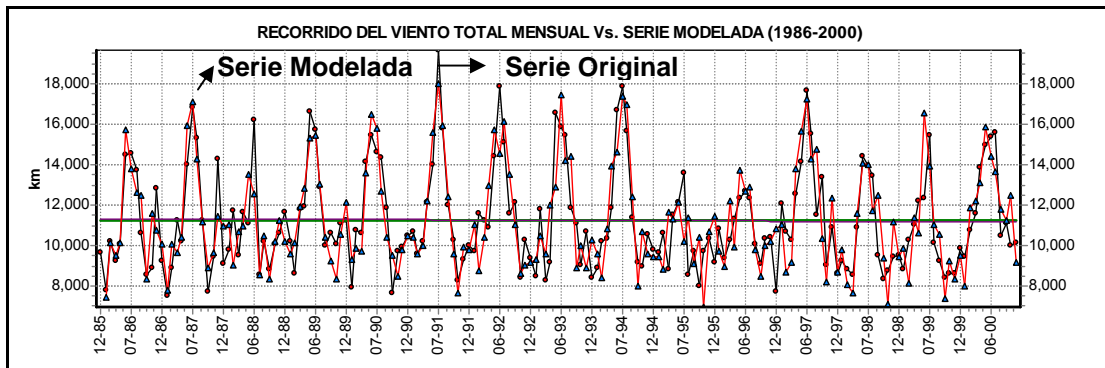


Figura 71 Recorrido del viento total mensual Berlín Vs. Serie modelada

La validación del modelo determinístico fue evaluada por los coeficientes de Nash & Sutcliffe y Fitness iguales a 0.80 y 0.90, donde el primero de ellos indica un buen ajuste de forma, gracias a un Fourier representativo, mientras que el coeficiente Fitness demuestra que el ajuste no es bueno; este valor puede ser debido a que la mayoría de los valores de recorrido se encuentran por debajo de la media haciendo que la desviación de los datos que están por encima sea muy alta disparando los errores a valores incoherentes; por esta razón no se considera como un coeficiente de validación representativo de este modelo. El modelo MA que representa la componente estocástica esta validada por el coeficiente Fitness de 429.9 respectivamente, debido al comportamiento que este modelo tiene por la utilización de números aleatorios.

4.4 ESTACIÓN CAFÉ MADRID

Para la estación Café Madrid se analizaron los caudales medios mensuales del Río de Oro desde enero de 1986 hasta Diciembre de 2000.

Tabla 7 Resumen de resultados Estación Café Madrid

Variable	Modelo	Ecuación	Figura	Componente determinística			Componente estocástica	
				RMSE	Coef. Fitness	Coef. Nash & S	RMSE	Coef. Fitness
Caudales	F(30)+MA(1)	4.13	72	3.14	241.34	0.78	1.41	414.6

La ecuación correspondiente al modelo es la 4.13 y la Figura 72 expone el modelo.

$$z_t = [a_t - (0.33866) a_{t-1}] * 3.1483 + \sum_{j=1}^{30} \left[A_j \cos \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) + B_j \sin \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) \right]; \quad (4.13)$$

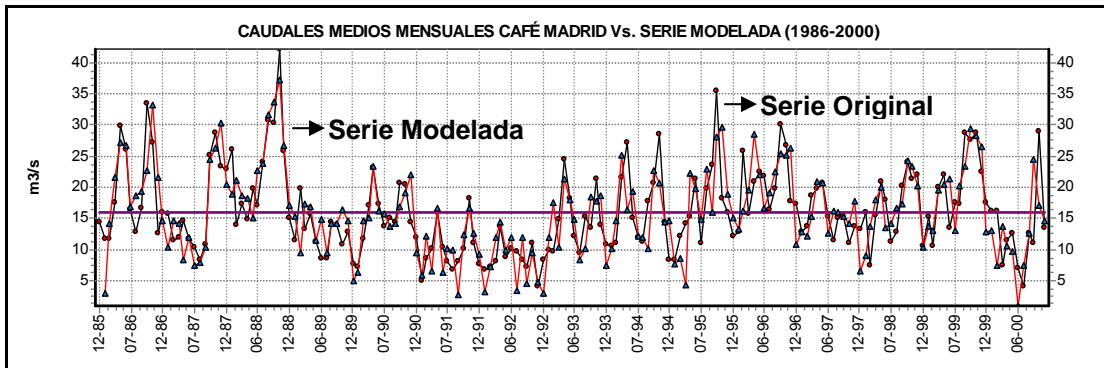


Figura 72 Caudales medios mensuales Café Madrid Vs. Serie modelada

La validación del Modelo se realizó analizando el RMSE, el Coeficiente de ajuste y el coeficiente de Nash & Sutcliffe, en dos etapas del modelo: La primera para la parte determinística y la segunda para la parte estocástica. En la primera de ellas, el ajuste de Fourier por ser un proceso de características autorregresivas, los coeficientes de ajuste y el coeficiente de Nash & Sutcliffe iguales a 241.34 y 0.78 respectivamente, donde el primero representa un bajo ajuste de los datos modelados por Fourier respecto a los originales mientras el Nash & Sutcliffe indica una buena forma del modelo de

Fourier respecto a la original. Para la componente estocástica se presentó un Coeficiente de Ajuste de 414.6, el cual indica un ajuste regular de los residuos de la serie.

4.5 ESTACIÓN PUERTO LEÓN

En la estación de Puerto León se analizó la serie de tiempo correspondiente a caudales medios mensuales desde enero de 1986 hasta Diciembre de 2000.

Tabla 8 Resumen de resultados Estación Puerto León

Variable	Modelo	Ecuación	Figura	Componente determinística			Componente estocástica	
				RMSE	Coef. Fitness	Coef. Nash & S	RMSE	Coef. Fitness
Caudales	F(30)+MA(1)	4.14	73	34.39	28.26	0.8	76.35	12.93

La ecuación 4.14 correspondiente al modelo se encuentra a continuación y en seguida a esta la Figura 73 donde se expone el modelo.

$$z_t = \left[a_t - (0.5971) a_{t-1} - 0.00002 x + 0.002 \right] * 0.4512 + \sum_{j=1}^{30} \left[A_j \cos \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) + B_j \sin \left(\frac{2\pi j \tau}{180} \right) \right]; \quad (4.14)$$

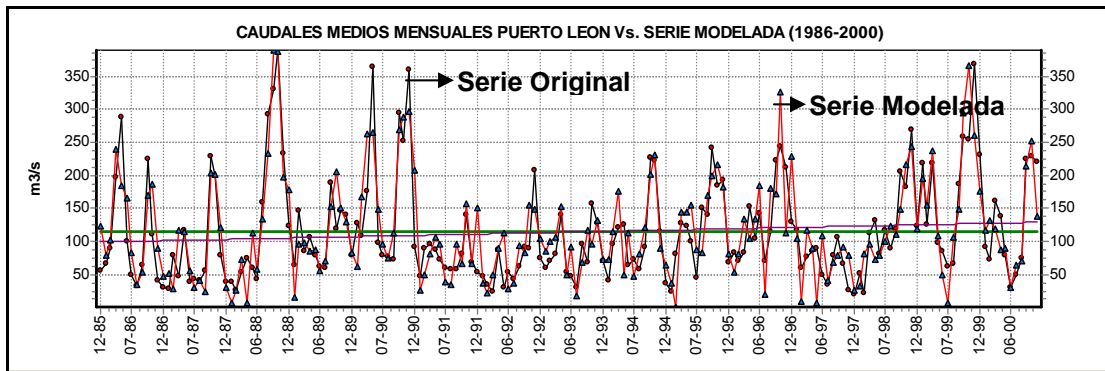


Figura 73 Caudales medios mensuales Puerto León Vs. Serie modelada

Después de generar el modelo y calcular los resultados mostraron un RMSE 34.39 para Fourier y 76.35 para el MA (1) se observan altos errores en el modelo; de la misma manera, los coeficiente Fitness fueron 28.26 y 12.93 para las componentes determinística y estocástica respectivamente. Por ultimo el coeficiente de Nash & Sutcliffe para Fourier fue de 0.80 bueno lo que quiere decir que Fourier describe altamente la forma determinística de los caudales mientras que para el proceso. Lo que indica que tanto el RMSE como el Fitness no son recomendables para la evaluaron de este modelo.

4.6 SERIES DE TIEMPO GPH

Las series de temperatura y presión atmosférica cuentan con registros desde 14 de Enero de 2004 a las 0:00 horas hasta el 2 de Marzo de 2005 a las 7:40 horas y una resolución de 10 minutos, existen datos ausentes desde el 2 de Mayo de 2004 a la 9:00 horas hasta el 30 de Mayo de 2004, más o menos 4039 datos faltantes, así que para realizar un pronóstico menos largo y más razonable se decidió trabajar en una resolución diaria; calculada con ayuda del software SPELL-Stat.

Tabla 9 Resumen de resultados Series de Tiempo GPH

Variable	Modelo	Ecuación	Figura	Componente determinística		
				RMSE	Coef. Fitness	Coef. Nash & S
Temperatura	AR(3)	4.15	74	0.2	729.74	0.8
Presión	AR(3)	4.16	75	0.483	581.41	0.72

4.6.1 Temperatura. Se puede apreciar en la Figura 74 la serie de temperatura diaria de Bucaramanga modelada con la aplicación de un retraso, y la Ecuación 4.15 respectiva del modelo.

$$z_t = \left[\left[a_t + (1.091)z_{t-1} + (-0.333)z_{t-2} + (0.124)z_{t-3} \right] * 1.201 \right] - 25.74 - 0.00164 * x + 0.339 \quad (4.15)$$

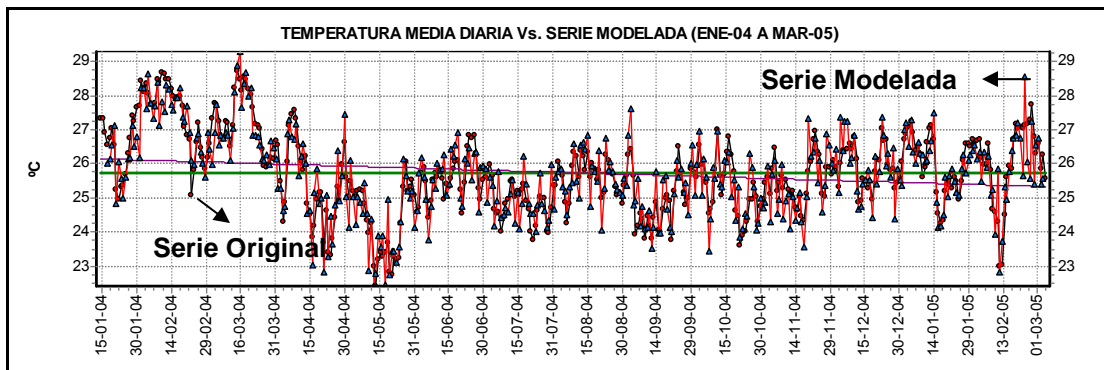


Figura 74 Temperatura media diaria Bucaramanga Vs. Serie modelada con retraso

La validación indica buenos resultados, el RMSE fue de 0.58 y coeficiente de Fitness de 631.28, extrañamente para resultados vistos en otros modelo el

coeficiente de Nash & Sutcliffe fue de 0.75 comparado con el RMSE y el coeficiente Fitness, que por lo general cuando estos son altos el Nash & Sutcliffe es bajo. Como se había notado anteriormente, parece que al realizar los modelos autoregresivos estos muestran un adelanto en un intervalo de tiempo así que se aplicó un retraso en un intervalo, el resultado del filtro fue un RMSE de 0.42 y un coeficiente Fitness de 729.64 que implican una buena mejora en el ajuste, el coeficiente de Nash & Sutcliffe mejoró a 0.8 indicando una mejor coincidencia en la forma.

4.6.2 Presión. La Figura 75 muestra el modelo de la serie de presión comparando la serie original con el pronóstico, esta se ajusta mediante la Ecuación 4.16.

$$z_t = [a_t + (0.8572)z_{t-1} + (-0.232572)z_{t-2} + (0.070235)z_{t-3}] * 10.9755 - 0.06424 * x + 693.305 \quad (4.16)$$

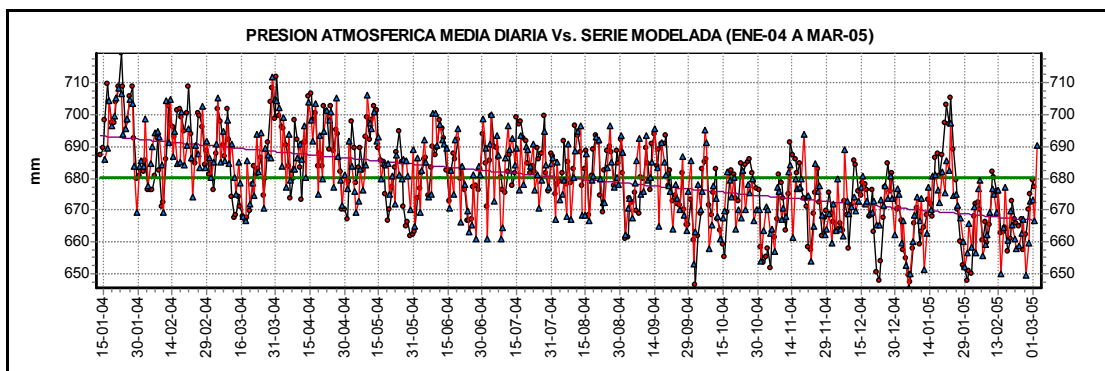


Figura 75 Presión Diaria B/manga Vs. Modelo con atraso

El modelo que se observa en la Figura 75 corresponde a la serie de presión de Bucaramanga, si se observa detenidamente, se nota que éste se encuentra corrido de la serie original en un intervalo de tiempo adelante, por lo que se desplazó dicho modelo un intervalo hacia atrás obteniendo un mejor resultado. Para validar este procedimiento se compararon los

coeficientes de ajuste del modelo inicial con el modelo desplazado y de acuerdo a los coeficientes de Fitness y Nash & Sutcliffe, el modelo desplazado presenta un valor de 581.42 y 0.720 respectivamente, los cuales son mejores frente a los coeficientes iniciales de 527.134 y 0.201.

5 CONCLUSIONES

- A partir de la combinación de Series de Fourier y Modelos de Box & Jenkins, se modelaron las series de tiempo de la temperatura, recorrido del viento, humedad relativa, brillo y precipitación correspondientes a las estaciones de Berlín, Palonegro y Vivero Suratá, además de los caudales medios mensuales de las estaciones de las estaciones de Puerto León y Café Madrid, obteniendo resultados aceptables.
- Se comprobó que el periodograma es una herramienta efectiva en la detección y remoción de la componente determinística de las series de tiempo estudiadas, dado que los residuos obtenidos en la diferenciación de Serie de Fourier con la serie original; presentaban en todos los casos un comportamiento estocástico.
- Se observó que el remanente oscilatorio debido a la implementación de las Series de Fourier con todos sus armónicos, es debido a que la serie promedio generada con Fourier oscila entre los punto originales de la serie. (Véase Figura A.8, Anexo A).
- En el análisis determinístico que se realizó a las series de tiempo hidrológicas estudiadas en este proyecto se logró detectar en una resolución temporal mensual, tendencias anuales, extra-anuales y estacionales, con una resolución temporal diaria, tendencias lunares y con una resolución horaria, tendencias diarias.
- En la serie de tiempo de Temperatura media diaria de Bucaramanga se detectó dos tipos de tendencia periódica según la resolución, las cuales corresponden al ciclo astronómico diario y al ciclo lunar, observando en

este último que tanto los máximos como los mínimos de la tendencia mensual corresponden a la luna nueva y los puntos de inflexión a la luna llena, sin embargo es necesario validar este hecho con otras series de tiempo de mayor número de registros. El análisis estadístico realizado explica claramente el fenómeno físico que da origen al comportamiento determinístico.

- En las series de tiempo de caudales medios mensuales se detectó la presencia de un ciclo extra anual de 3 a 4 años debidos la influencia del fenómeno del niño visualizada por medio de la serie de valores medios mensuales del ENSO SST-3. Por lo tanto, este fenómeno debe ser considerado en estudios relacionados con la planeación del recurso hídrico en nuestra cuenca.
- El comportamiento determinístico en general obedece principalmente a fenómenos climáticos definidos por la estacionalidad (períodos húmedos y secos) de la Zona de Convergencia Intertropical (ZCIT), por los movimientos astronómicos y además por los fenómenos de escala macro como el fenómeno del niño, en las series de tiempo de temperatura, recorrido del viento, humedad relativa, brillo y precipitación correspondientes a las estaciones de Berlín, Palonegro y Vivero Suratá.
- La deconvolución en los modelos ARIMA genera aumento infinito de la varianza que hace que estos modelos no sean adecuados para la generación de series sintéticas en el modelamiento de las series de tiempo hidrológicas trabajadas en este proyecto de grado, sin embargo pueden ser empleados en el pronóstico de datos faltantes teniendo en cuenta el grado de parametrización del ARIMA. Por lo tanto, dicho comportamiento debe ser tenido en cuenta para la aplicación de los modelos ARIMA en otro tipo de series.

RECOMENDACIONES

- El estudio muestra que los modelos aplicados requieren un proceso de validación que evalúe el modelo en un contexto general, para tener mayor certeza de que el modelo funcione o no, por esto se hace conveniente buscar mejores métodos de validación para los modelos.
- Para las variables de recorrido del viento y precipitación es necesario investigar otros tipos de modelos que ayuden a su correcto modelamiento.
- Para estudios futuros se recomienda realizar el análisis de series de tiempo con registros de tiempo más amplios y en diferentes resoluciones temporales.

BIBLIOGRAFIA

Box G. P. y Jenkins G. M. (1976) Time Series Analysis forecasting and control. Editorial Holden-day. U.S.A.

Garcia, S. y Otero. 2005. Estimación de la Evapotranspiración Real de la Cuenca Superior del Rio Lebrija (C.S.R.L) Universidad Industrial de Santander. Colombia.

GPH, 2004. Informe de Avance Convenio Interinstitucional UIS-AMB Cuenca Experimental de Rio Sucio "CERS" Tona, Santander. Grupo en Predicción y Modelamiento Hidroclimático, Escuela de Ingeniería Civil, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.

Guzmán, J. A, Chu M. L. (2005), SPELL-Stat . Hydrological Time Series Analysis. Software. www.ghp-uis.info

Guzmán, J. A, Chu M. L. y Gómez S. (2005), Introduction to Hydrological Time Series Analysis, Grupo en Predicción y Modelamiento Hidroclimático, Escuela de Ingeniería Civil, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.

Harvey, A. C. y Shephard, N. (1993). Structural Time Series Model. Handbook of Statistics, Vol. 11, 261-301.

IDEAM, 2002. Efectos naturales y socioeconómicos del Fenómeno El Niño en Colombia, Republica de Colombia, Ministerio del Medio Ambiente, Instituto de Hidrológica y Meteorología y Estudios Ambientales. Santa Fé de Bogotá, Colombia.

Montgomery, D. C. y Runge, J. C. (1996) Probabilidad y estadística aplicada a la ingeniería. Editorial Mc. Graw Hill. Mexico.

Nash, I, E and Sutcliffe. (1970) River flow forecasting through conceptual models, Part I, Journal of Hydrology, Vol 10, 282-290.

Otero. J, 1993 Econometría: Series Temporales y Predicción. Editorial AC. Madrid España.

Poveda, G. 2004 La Hidroclimatología en Colombia: Una síntesis desde la Escala Interde-cadal hasta la escala diaria. Rev Acad. Colombia. Volumen XXVIII, número 107.

Poveda. G, Mesa, O, Carvajal, L y Smith R. Definición de estrategias para generación eléctrica en el Largo Plazo, Estudio Hidrometeorológico. Informe Final. Universidad Nacional de Medellín. 1996

Salas, J. D. Delleur, J. W. Yevjevich, V. y Lane, W. L. (1980). Applied Modeling of Hydrologic Time Series. Water Resources Publications. Littleton, Colorado. USA. Capítulos 3, 4 y 6.

Shahin, M., Van Oorschot, H.J.L, De Lange, S. J. (1993) Statistical Analysis in Water Resources Engineering. A. A. Balkema. Rotterdam. The Netherlands.

Zhou, Y. (2000) Hydrogeostatistics. Unesco IHE lecture notes. HH327/00/1. The Netherlands.

Disponible en Internet:

www.pfeg.noaa.gov/products/PFEL/modeled/indices/NOIx/data/noix_smoothed.gif

www.cdc.noaa.gov/people/klaus.wolter/MEI/

<ftp://ftp.ncep.noaa.gov/pub/cpc/wd52dg/data/indices/sstoi.indices>

<http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>

ANEXOS

ANEXO A: EJEMPLO SERIES DE FOURIER

Para ver la aplicación de Fourier podemos observar la siguiente serie de tiempo hidrológica correspondiente a los caudales de medios mensuales del río Zulia en la Figura A.1

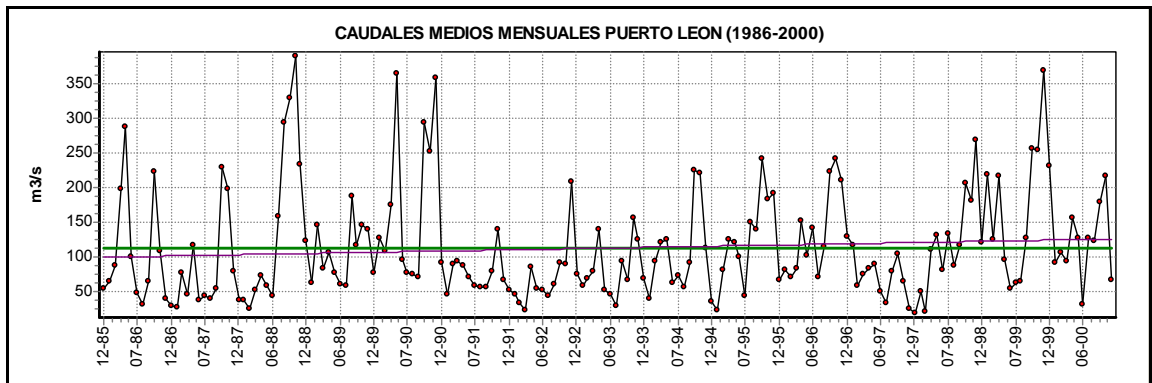


Figura A.1 Caudales de Río Zulia desde Ene de 1986 a Dic de 2000.

Como se puede observar en el periodograma de la Figura A.2 se presentan 3 periodos diferentes en la serie, en los armónicos 2, 5 y 30.

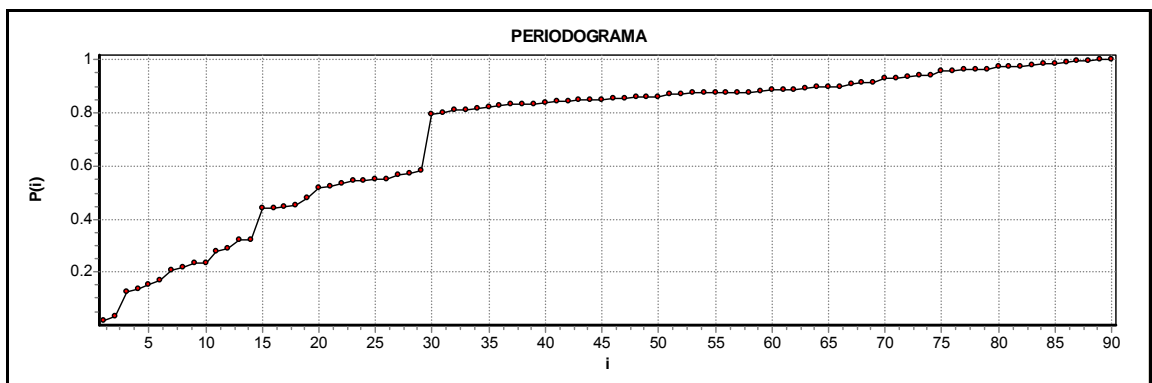


Figura A.2 Periodograma de los caudales del Río Zulia.

Para percibir los diferentes ciclos se pueden realizar ajustes diferentes con cada uno de los armónicos en los que se presenta cambio de pendiente como en las Figuras A.3, A.4 y A.5.

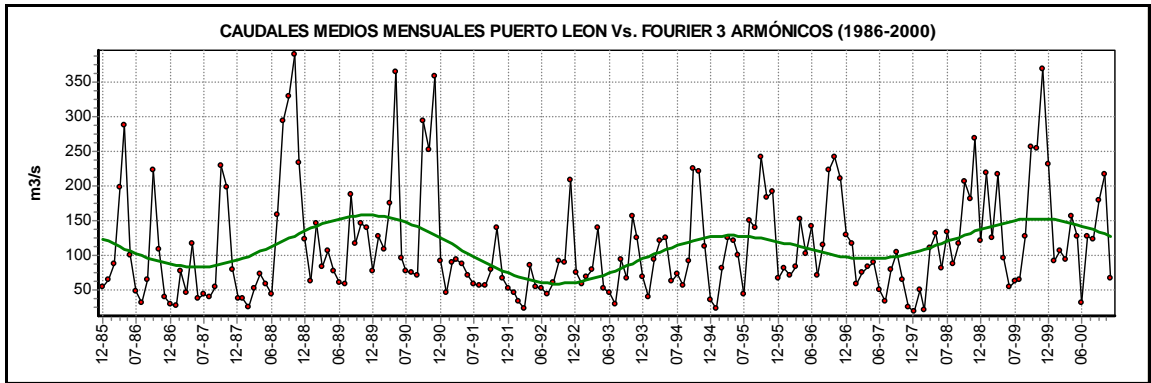


Figura A.3 Caudales del Río Zulia representada con 3 armónicos.

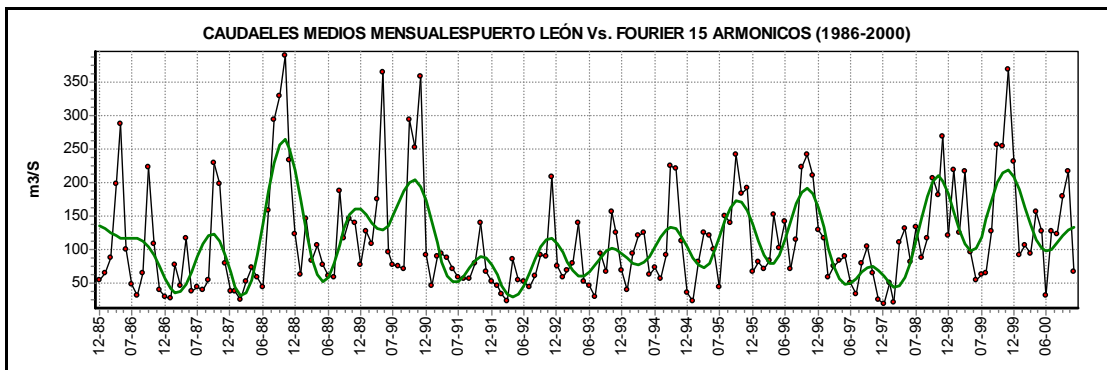


Figura A.4 Caudales del Río Zulia representada con 15 armónicos.

Después de representar la serie con los distintos armónicos se puede observar como en la Figura A.5 con la selección del número de armónicos adecuados se puede tener un buen ajuste de Fourier sin necesidad de implementarlos todos. En el caso de ajustar la serie con todos los armónicos, sería el mostrado en la Figura A.6.

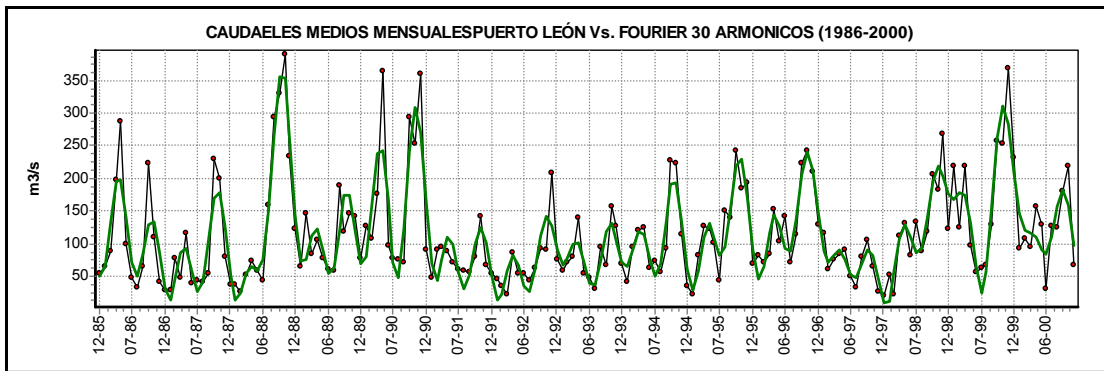


Figura A.5 Caudales del Río Zulia representada con 30 armónicos.

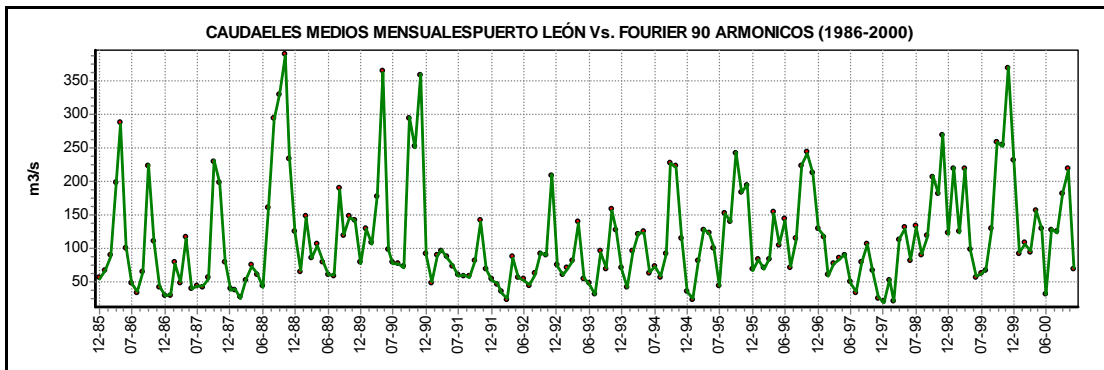


Figura A.6 Caudales del Río Zulia representada con 90 armónicos.

Aparentemente el ajuste de Fourier en la Figura A.6 es perfecto, pero al momento de analizar los residuos del dicho ajuste, se evidencia una oscilación inducida (Figura A.7) que no debería existir.

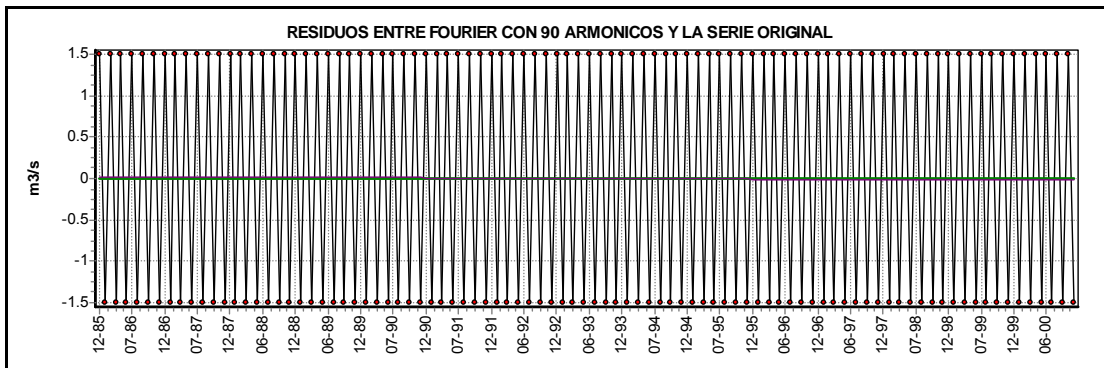


Figura A.7 Residuos Caudales del Río Zulia con 90 armónicos.

En el estudio después de observar detenidamente diferentes series de tiempo con variaciones en el número de armónicos para el ajuste de Fourier, se cree que la oscilación resultante de los residuos, es debida al hecho de forzar a la función de Fourier a describir cada uno de los puntos de la serie, por lo que esta se comporta como una ajuste promedio de todos los puntos pasando en medio de ellos (línea verde) (Figura A.8), así que al restar el ajuste a la serie original se remueve oscilación media de la serie, los valores que a se encuentran alrededor de ella van entonces a oscilar en torno del eje del tiempo como se puede observar en la Figura A.9 haciendo creer que Fourier indujo un nuevo ciclo.

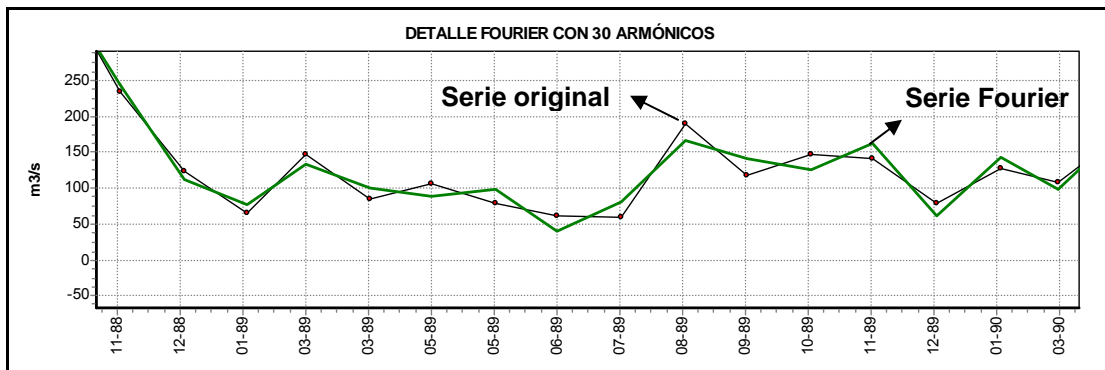


Figura A.8 Detalle fragmento caudales Río Zulia con ajuste de 90 armónicos

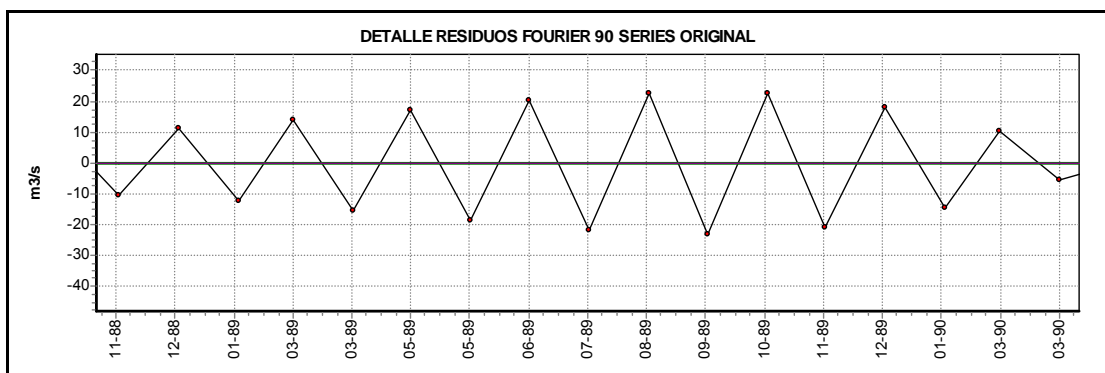


Figura A.9 Detalle fragmento residuos Río Zulia con ajuste de 90 armónicos

Es por esto que una vez ajustada la serie por medio del análisis de Fourier es conveniente determinar los errores de los parámetros ajustados con los parámetros originales, como la media, la varianza. El grado de error puede estar influenciado preliminarmente por el tamaño de los datos, obteniéndose errores grandes cuando se tienen poblaciones muestrales pequeñas; seguidamente, En el análisis de los residuos de la función ajustada, en su correlación se debe observar la baja dependencia de los datos entre si, que indique que en estos residuos, exista presencia estocástica o si presenta remanentes determinísticos, con el fin de evaluar si el ajuste de Fourier es adecuado para analizar la parte Determinística.

ANEXO B: EJEMPLO MODELOS AUTORREGRESIVOS

Los modelos autoregresivos ajustan adecuadamente series que poseen alta autocorrelación como se puede ver en serie de temperatura media mensual de Palonegro que va desde Enero de 1986 a Diciembre de 2000.

La Figura B.1 muestra la serie de temperatura media mensual de la Estación de Palonegro y la Figura B.2 muestra su respectivo correlograma generado por SPELL-Stat.

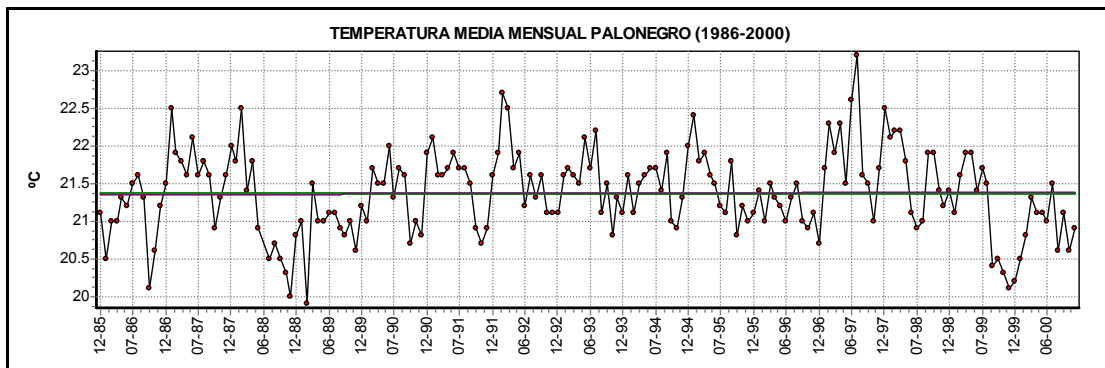


Figura B.1 Serie temperatura media mensual de Palonegro Ene-86 a Dic-00

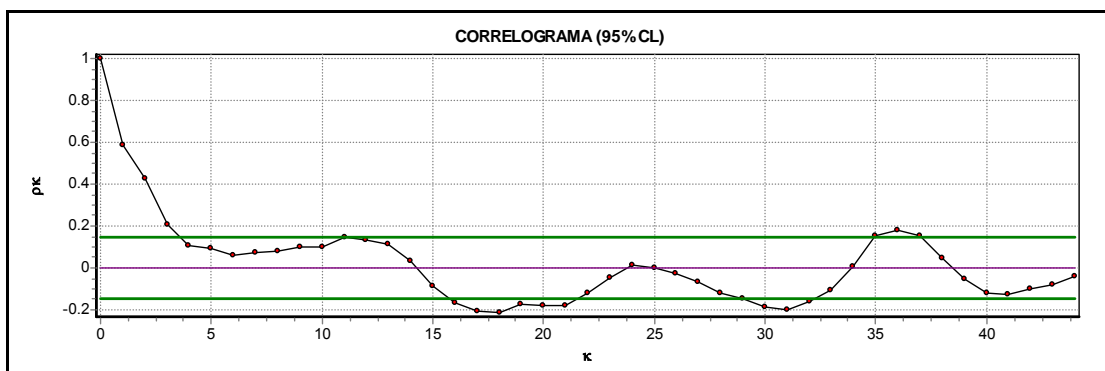


Figura B.2 Correlograma Temperatura media mensual Palonegro Ene-86 a Dic-00.

El correlograma en este tipo de modelos se caracteriza por tener valores de correlación por fuera de los límites de confianza (líneas verdes en el diagrama), mientras que el correlograma parcial (Figura B.3) posee un número finito de valores que se truncan en el punto donde estos comienzan a oscilar alrededor de cero; estos valores iniciales indican el grado de parametrización del modelo.

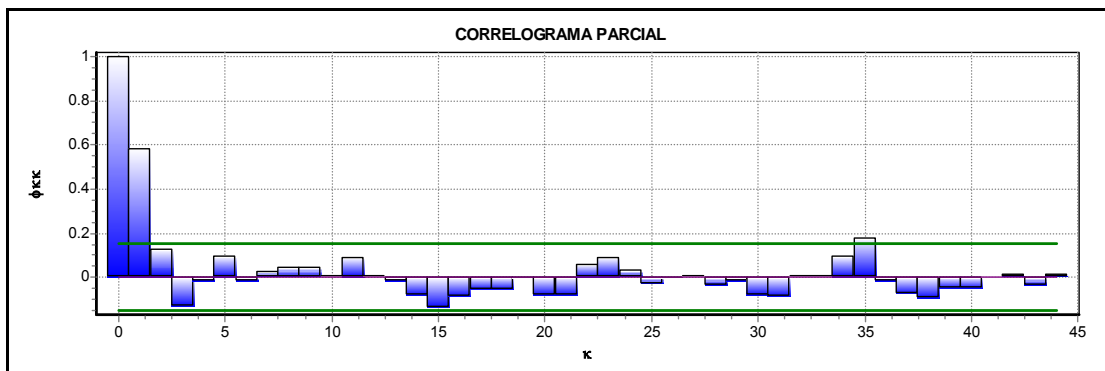


Figura B.3 Correlograma parcial temperatura media mensual Palonegro.

Según las dos gráficas anteriores se puede deducir que un modelo AR(3) describiría con buena aproximación la serie de temperatura. (Figura B.4)

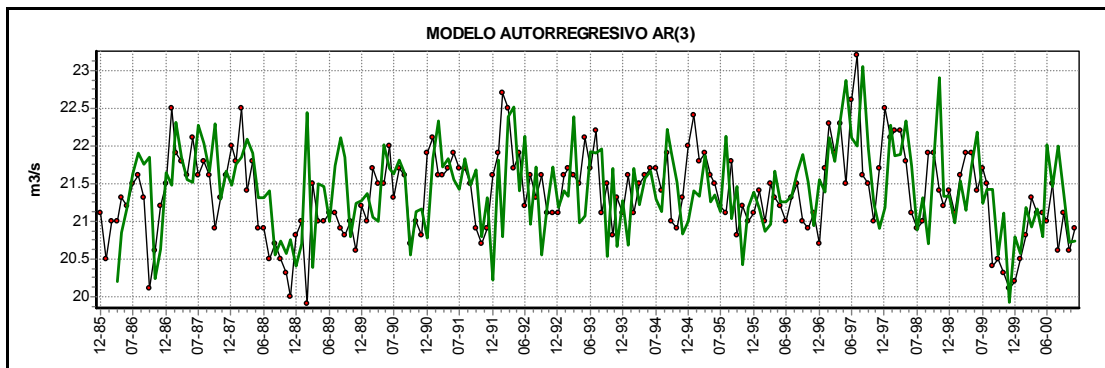


Figura B.4 Temperatura media mensual Palonegro Modelada con AR (3).

Por medio del software SPELL-Stat se determinaron los coeficientes del modelo y su coeficiente de ajuste (Figura B.5), los resultados son:

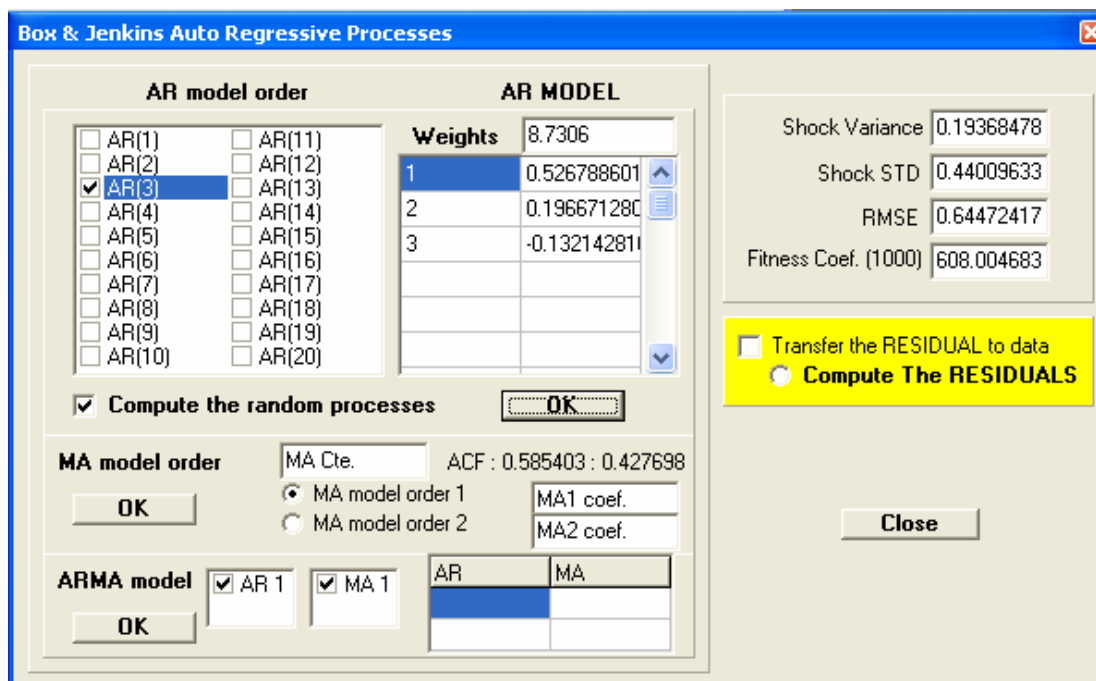


Figura B.5 Resultados de SPELL-Stat para un modelo AR (3).

Resultados:

$$\delta = 8.7306,$$

$$\phi_1 = 0.526788601,$$

$$\phi_2 = 0.196671280,$$

$$\phi_3 = -0.1321428,$$

Coefficiente de ajuste = 608.004683.

ANEXO C: EJEMPLO MODELO DE MEDIAS MÓVILES

Las medias móviles son modelos que sirven para ajustar series con valores no correlacionados por ejemplo el residuo de la serie de tiempo de Humedad Relativa media mensual de Palonegro, después de remover la componente determinística con un Fourier de 30 armónicos. (Figura C.1)

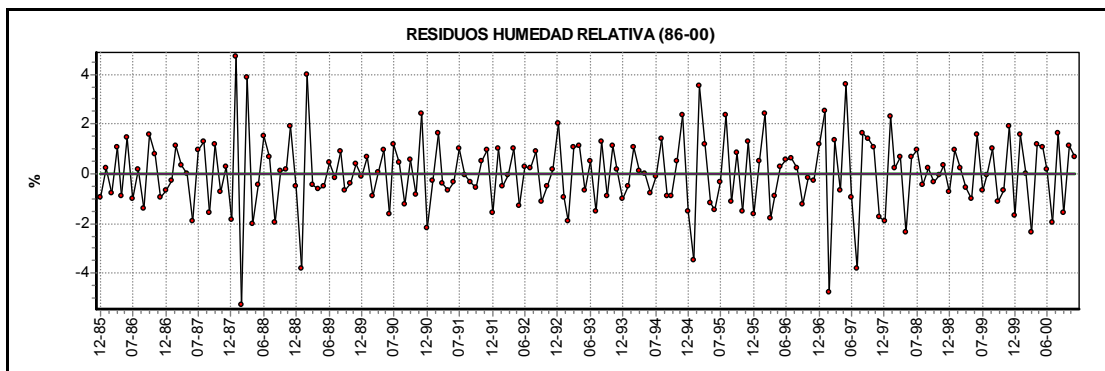


Figura C.1 Residuos humedad relativa Palonegro con Fourier 30 armónicos

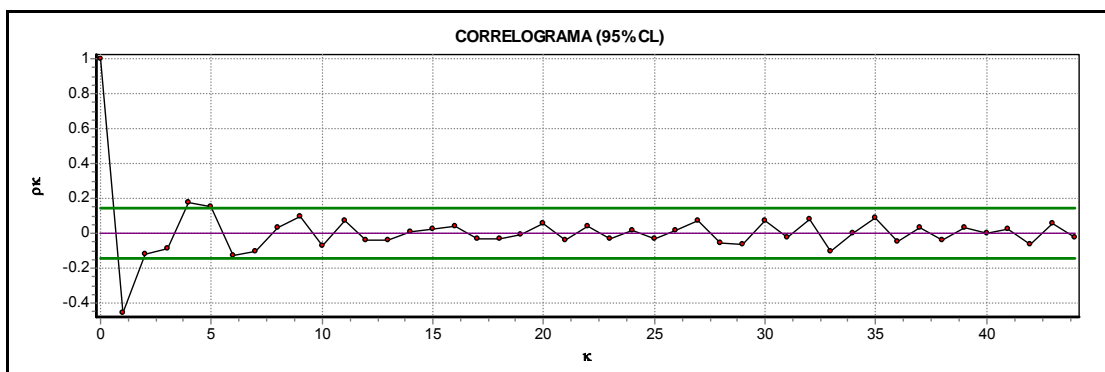


Figura C.2 Correlograma humedad relativa Palonegro

Aquí el correlograma (Figura C.2) indica la baja correlación entre los datos a partir del punto 2 estos comienzan a oscilar alrededor de cero lo que indica que es puede ser una serie con tendencia estocástica, por otra parte el correlograma parcial confirma que el modelo a emplear es un MA ya que posee un numero considerable de valores de ϕ_{kk} diferentes de cero.

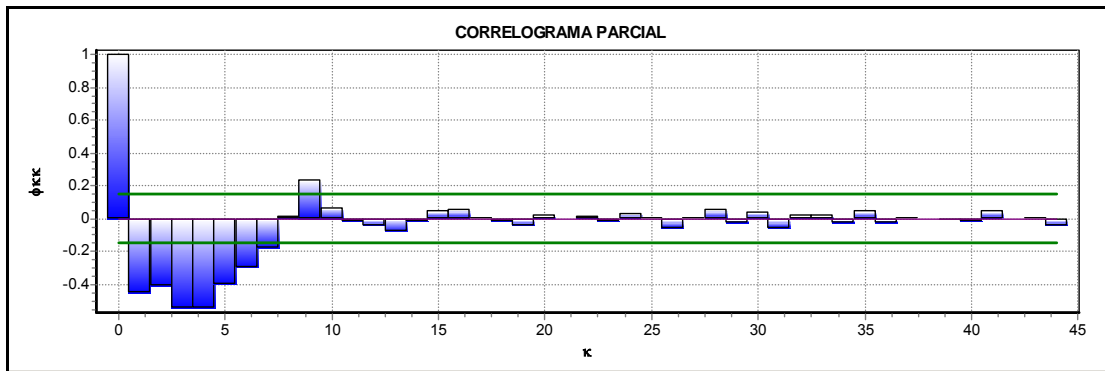


Figura C.3 Correlograma parcial humedad relativa Palonegro

Después de analizar las gráficas de correlograma (Figura C.2) y correlograma parcial (Figura C.3) se infiere que el modelo es un MA (1). El ajuste finalmente quedaría de la siguiente manera (Figura C.4):

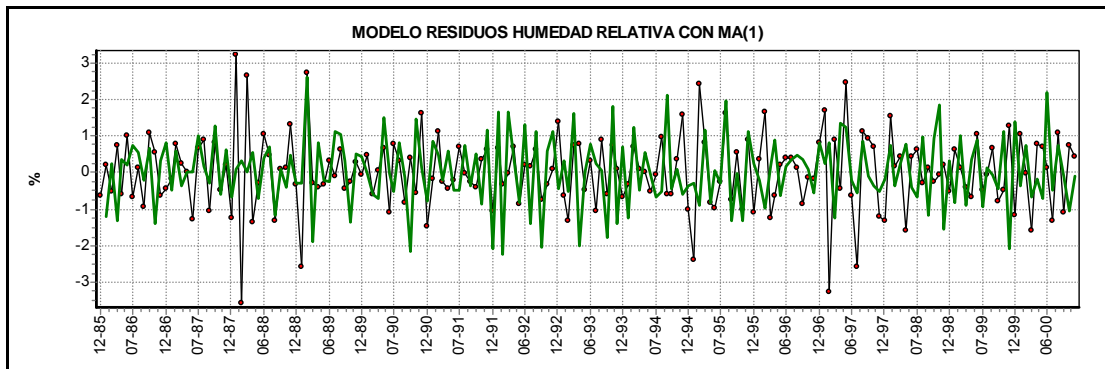


Figura C.4 Modelo MA(1) Residuos del Humedad Relativa Palonegro.

El coeficiente θ_1 y el de ajuste son calculados a través de SPELL-Stat (Figura C.5)

Resultados:

$$\theta_1 = 0.652241$$

Coefficiente de ajuste = 441.68

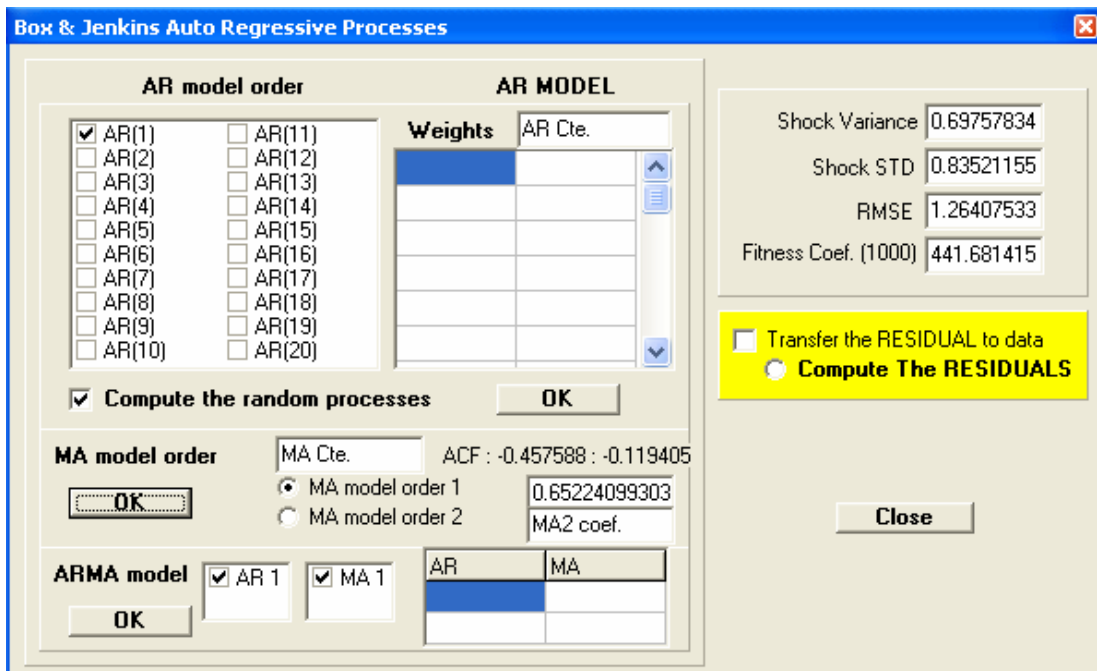


Figura C.5 Resultados de SPELL-Stat para un modelo MA(1).

ANEXO D: MODELO ARIMA(1, 1, 1)

Los modelos ARIMA (Autorregresive Integrate Moving Average) son utilizados cuando las series poseen alguna clase de estacionalidad y es necesario la aplicación de una diferenciación para removerla. Adicionalmente a esta diferenciación se le aplica un modelo ARMA, formando así el modelo ARIMA.

Para el ejemplo se tomará la serie de Recorrido del Viento total mensual en la estación de Palonegro (Figura D.1) a la cual para remover su estacionalidad se aplicó una diferenciación semestral (Figura D.2)

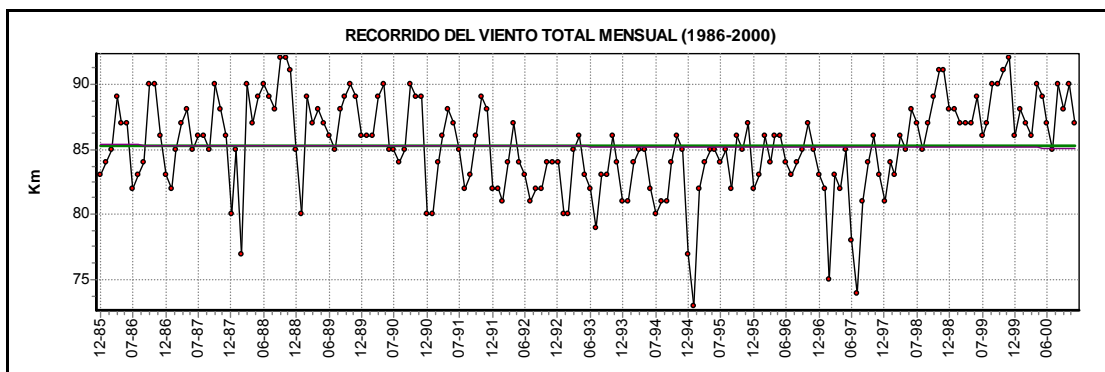


Figura D.1 Recorrido del Viento total mensual Palonegro (1986-2000)

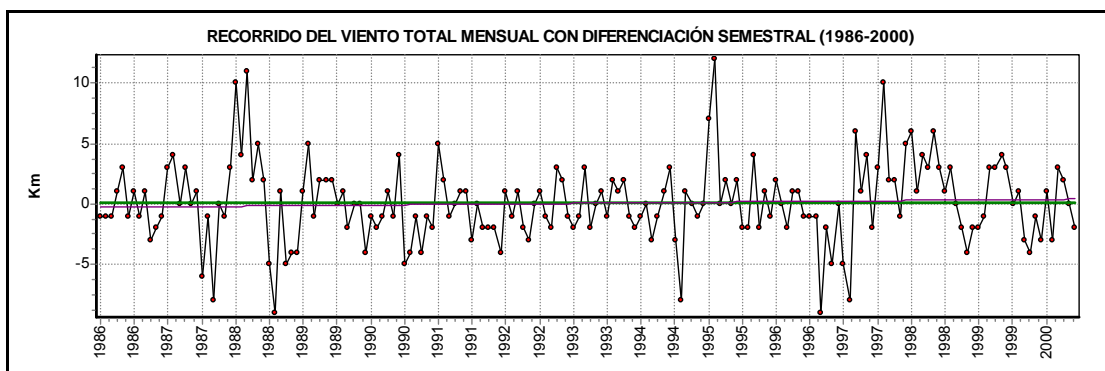


Figura D.2 Recorrido del Viento total mensual con diferenciación de 6 meses

A esta serie debidamente estandarizada se le analizan los respectivos correlograma (Figura D.3) y el correlograma parcial (Figura D.4), los cuales evidencian que es posible la aplicación de un modelo ARMA(1,1).

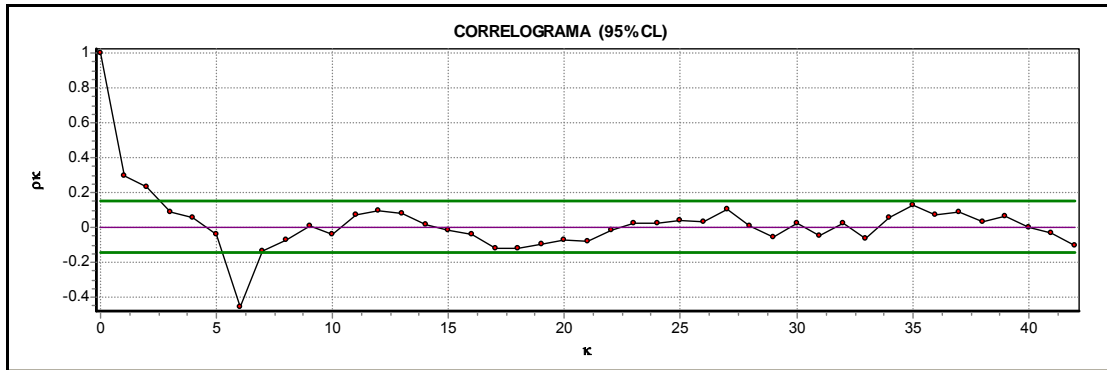


Figura D.3 Correlograma serie con diferenciación semestral

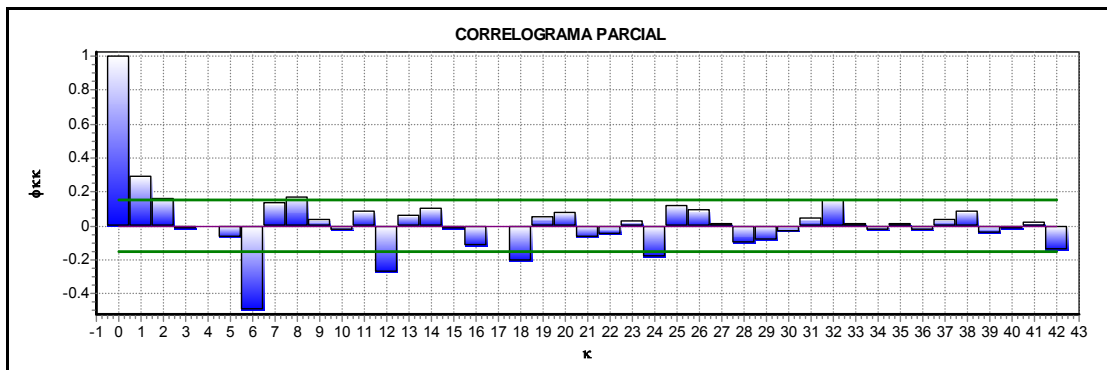


Figura D.4 Correlograma Parcial serie con diferenciación semestral

Así obtenido el modelo de la serie diferenciada, se debe realizar la deconvolución para obtener el modelo de la serie original, siendo este el punto crítico donde el proceso inverso a la diferenciación genera un aumento infinito de la varianza en el modelo final, quedando demostrado en la Figura D.5.

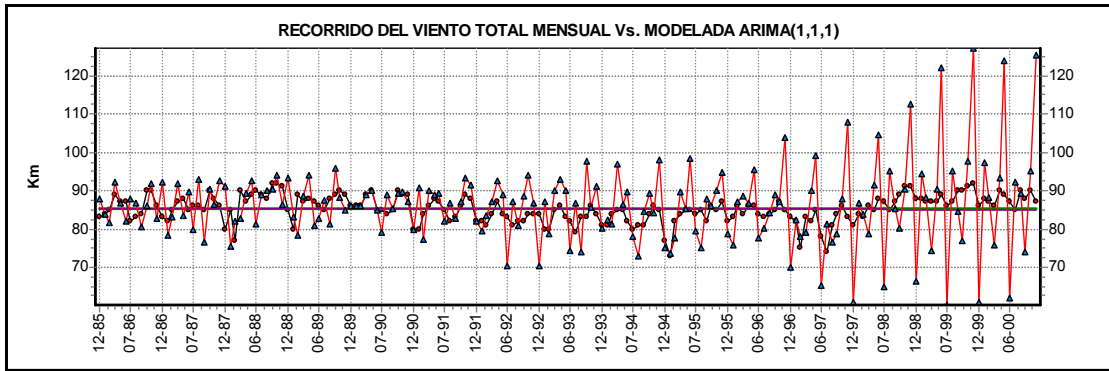


Figura D.5 Recorrido del Viento total mensual Vs. Serie Modelada ARIMA

ANEXO E: ENSO SST (El niño Oscilación del Sur)

El ENSO es una variable macro-climática que se presenta en el océano pacífico por el aumento de la temperatura de la superficie del mar; este fenómeno está asociado con el debilitamiento de los vientos alisios y el desplazamiento de los centros de convecciones del oeste al centro de el océano pacífico tropical. Dependiendo de la magnitud del fenómeno de calentamiento de las aguas; este da lugar al desencadenamiento de fases extremas del ENSO, generando así la fase cálida (*el niño*) reflejadas en sequías y la fase fría (*la niña*), reflejada en inundaciones y lluvias intensas. (Poveda, et al, 1996).

El ENSO es un fenómeno regularmente periódico con ocurrencia promedio de cuatro años, pero generalmente varía entre 2 y 7 años, según la literatura. Estos ciclos se pueden evidenciar en las series de SST ENSO (temperatura de la superficie del mar) y la SOI (Índice de Oscilación del Sur).

El ENSO SST es el índice del valor promedio la temperatura de la superficie del mar. Este valor es considerado a modo de número experimental como índice ecuatorial del este del pacífico y se toma como el valor del ENSO. (http://www.jisao.washington.edu/data_sets/globalssstenso/old/)

El índice del ENSO indica las zonas del pacífico donde se mide la temperatura del mar y de acuerdo a esta depende la afectación del fenómeno en distintos lugares del mundo. Obsérvese las Figuras E.1 y E.2 (Datos tomados de <http://ftp.ncep.noaa.gov/pub/cpc/wd52dg/data/indices/sstoi.indices>) donde se encuentran la recopilación histórica del Niño 4 y Niño 3.

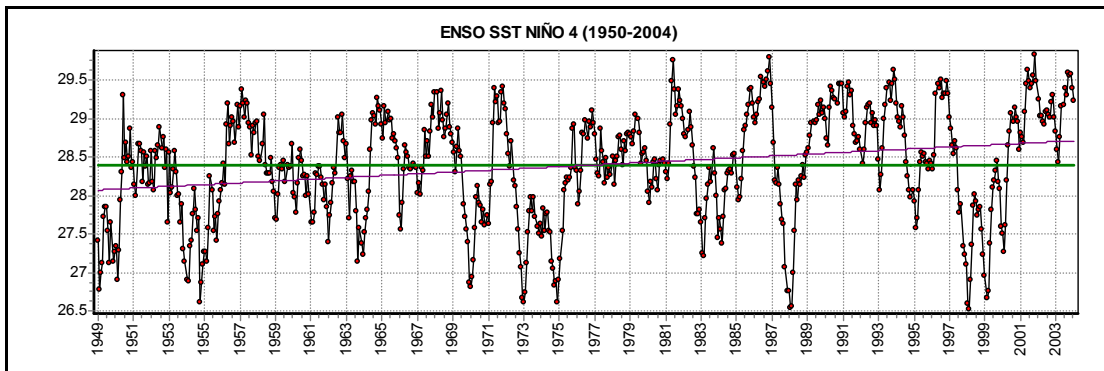


Figura E.1 Valores Mensuales Global Enso SST niño 4

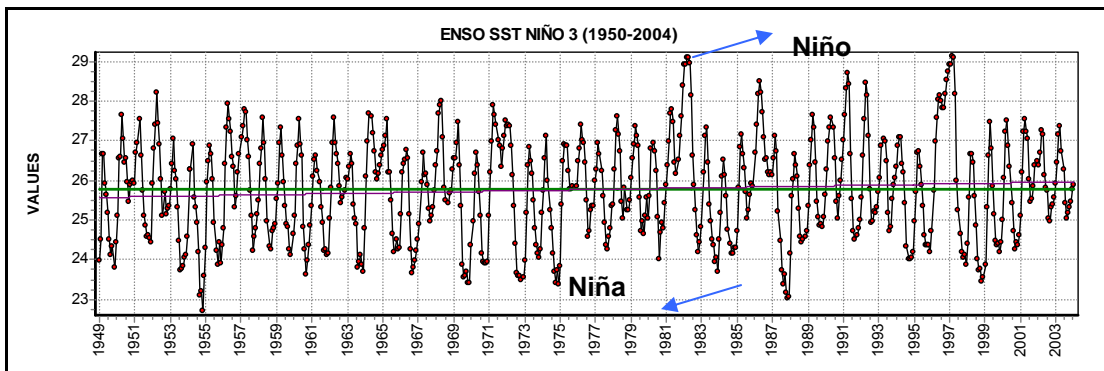


Figura E.2 Valores Mensuales Global Enso SST niño 3

Según Poveda 1998 para la región Andina Colombiana se encontró que el niño 4, posee Mayor correlación en diferentes variables climáticas tomadas en una estación en Boyacá, sin embargo, al comparar las series de tiempo de las estaciones de la C.S.R.L con el ENSO SST Niño 4 no se encontró una buena comparación visual que relacionara los eventos ocurridos en la cuenca con dicho fenómeno. En la s Figura E.3 y E.4 se podrán observar las superposiciones de las series de precipitación de las estaciones de Berlín y Cachirí con el ENSO SST-3, estas series coinciden más en las fechas de los eventos de niño y niña, haciendo un poco más fiable la comparación de las variables de la cuenca con el ENSO SST de esta zona.

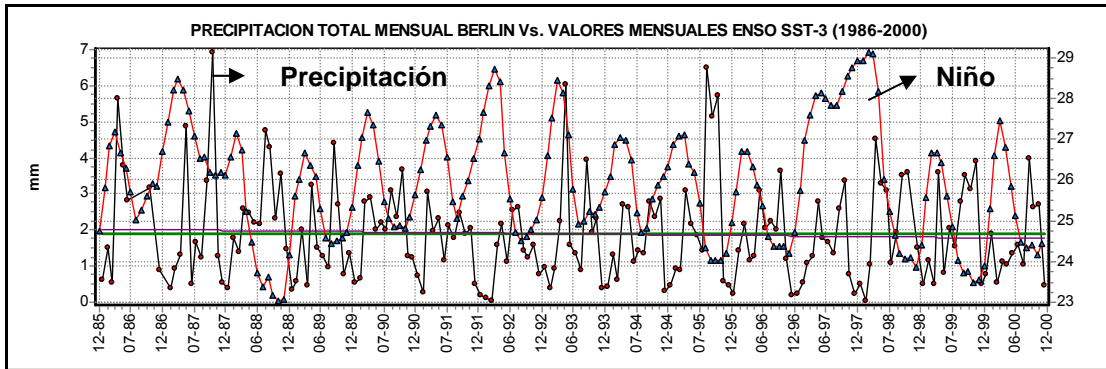


Figura E.3 Precipitación total mensual Berlín Vs. Valores Mensuales ENSO SST3

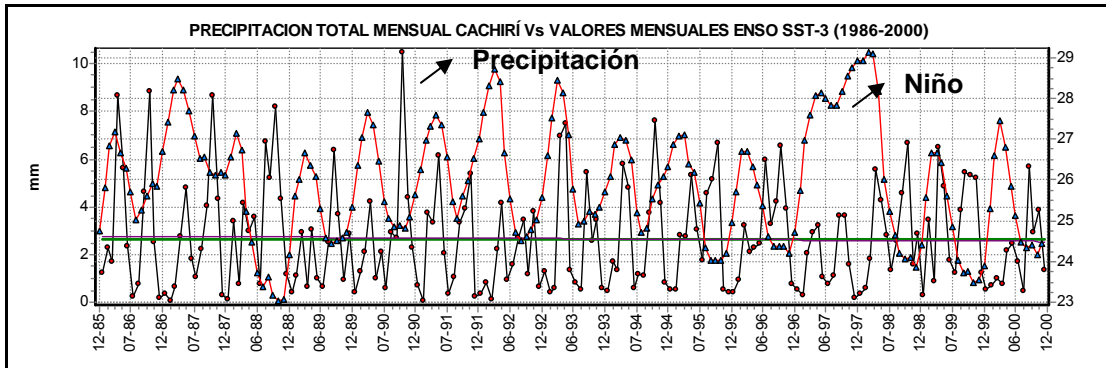


Figura E.4 Precipitación total mensual Cachirí Vs. Valores Mensuales ENSO SST3

ANEXO F: SERIES ESTACIÓN PALONEGRO

TEMPERATURA MEDIA MENSUAL (°C)												
ESTACION PALONEGRO												
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1986	21.1	20.5	21.0	21.0	21.3	21.2	21.5	21.6	21.3	20.1	20.6	21.2
1987	21.5	22.5	21.9	21.8	21.6	22.1	21.6	21.8	21.6	20.9	21.3	21.6
1988	22.0	21.8	22.5	21.4	21.8	20.9	20.9*	20.5	20.7	20.5	20.3	20.0
1989	20.8	21.0	19.9	21.5	21.0	21.0	21.1	21.1	20.9	20.8	21.0	20.6
1990	21.2	21.0	21.7	21.5	21.5	22.0	21.3	21.7	21.6	20.7	21.0	20.8
1991	21.9	22.1	21.6	21.6	21.7	21.9	21.7	21.7	21.5	20.9	20.7	20.9
1992	21.6	21.9	22.7	22.5	21.7	21.9	21.2	21.6	21.3	21.6	21.1	21.1
1993	21.1	21.6	21.7	21.6	21.5	22.1	21.7	22.2	21.1	21.5	20.8	21.3
1994	21.1	21.6	21.1	21.5	21.6	21.7	21.7	21.4	21.9	21.0	20.9	21.3
1995	22.0	22.4	21.8	21.9	21.6	21.5	21.2	21.1	21.8	20.8	21.2	21.0
1996	21.1	21.4	21.0	21.5	21.3	21.2	21.0	21.3	21.5	21.0	20.9	21.1
1997	20.7	21.7	22.3	21.9	22.3	21.5	22.6	23.2	21.6	21.5	21.0	21.7
1998	22.5	22.1	22.2	22.2	21.8	21.1	20.9	21.0	21.9	21.9	21.4	21.2
1999	21.4	21.1	21.6	21.9	21.9	21.4	21.7	21.5	20.4	20.5	20.3	20.1
2000	20.2	20.5	20.8	21.3	21.1	21.1	21.0	21.5	20.6	21.1	20.6	20.9

PRECIPITACIÓN TOTAL MENSUAL (mm)												
ESTACIÓN PALONEGRO												
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1986	107.0	17.1	117.3	154.5	128.6	53.1	94.2	66.4	79.5	206.4	62.7	9.0
1987	39.7	49.6	220.6	256.6	160.9	86.8	149.8	74.8	74.1	123.3	102.0	12.8
1988	8.2	86.9*	62.5	150.9	91.0	92.5	176.2*	119.4	115.4	196.5	181.1	24.8
1989	4.8	5.4	235.2	130.6	125.7	63.8	80.8	44.1	128.4	73.7	48.8	70.6
1990	25.8	82.3	223.2	140.8	58.8	64.1	27.8	35.4	78.5	83.3	124.7	192.1
1991	15.6	28.5	149.6	111.3	120.0	49.5	69.8	68.1	126.8	129.1	114.1	8.2
1992	18.6	53.2	34.4	94.2	99.0	54.7	120.1	74.4	98.9	45.5	180.0	81.4
1993	20.7	39.1	81.5	196.0	94.7	57.6	101.2	96.5	98.2	127.4	135.6	10.2
1994	96.0	40.7	102.2	135.5	151.0	21.8	62.0	60.5	116.4	77.0	230.1	61.7
1995	8.5	67.7	213.8	142.8	83.2	75.3	71.9	139.7	60.3	150.1	60.0	60.2
1996	45.6	97.4	234.6	79.2	66.2	136.0	112.7	37.0	159.0	209.1	91.6	20.7
1997	92.4	29.9	30.8	117.3	157.2	53.0	123.0	29.6	115.0	99.9	104.5	92.9
1998	54.8	259.4	63.6	91.7	144.2	54.1	89.8	57.8	75.8	143.3	103.8	42.3
1999	53.7	88.2	61.6	74.8	90.2	53.5	144.3	58.9	142.8	142.5	142.3	58.7
2000	253.1	223.1	63.0	48.1	104.7	125.6	51.5	48.0	136.8	95.6	107.7	40.2

* Datos pronosticados

(HUMEDAD RELATIVA MEDIA MENSUAL (%))												
ESTACION PALONEGRO												
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1986	83	84	85	89	87	87	82	83	84	90	90	86
1987	83	82	85	87	88	85	86	86	85	90	88	86
1988	80	85	77	90	87	89	90*	89	88	92	92	91
1989	85	80	89	87	88	87	86	85	88	89	90	89
1990	86	86	86	89	90	85	85	84	85	90	89	89
1991	80	80	84	86	88	87	85	82	83	86	89	88
1992	82	82	81	84	87	84	83	81	82	82	84	84
1993	84	80	80	85	86	83	82	79	83	83	86	84
1994	81	81	84	85	85	82	80	81	81	84	86	85
1995	77	73	82	84	85	85	84	85	82	86	85	87
1996	82	83	86	84	86	86	84	83	84	85	87	85
1997	83	82	75	83	82	85	78	74	81	84	86	83
1998	81	84	83	86	85	88	87	85	87	89	91	91
1999	88	88	87	87	87	89	86	87	90	90	91	92
2000	86	88	87	86	90	89	87	85	90	88	90	87
2001	85	75	82	83	86	83	83	78	83	85	89	88

HORAS DE BRILLO SOLAR TOTAL MENSUAL												
ESTACION PALONEGRO												
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1986	176.2	128.9	128.7	108.9	146.0	142.7	174.4	140.1	144.5	101.4	118.8	196.4
1987	196.4	180.8	151.7	142.6	143.5	148.1	141.0	167.7	145.2	140.1	163.8	217.4
1988	227.0	144.6	189.7	110.7	156.9	134.2	124.7*	101.3	123.9	160.9	131.3	167.5
1989	217.6	169.2	129.3	148.8	152.1	156.3	160.8	176.4	150.8	149.5	151.5	182.3
1990	194.5	154.9	126.5	131.4	131.9	152.4	164.5	159.5	159.0	157.2	142.6	195.7
1991	238.8	159.8	162.4	157.4	171.2	146.3	151.4	131.1	144.4	174.1	124.5	158.0
1992	206.0	137.8	141.4	103.0	141.9	144.6	158.9	160.7	162.7	173.5	145.5	200.3
1993	173.8	188.8	123.1	117.5	119.4	138.4	171.4	187.3	139.0	166.5	135.5	191.8
1994	209.3	132.7	126.0	127.5	138.6	146.1	164.7	136.5	157.1	145.8	152.3	171.2
1995	238.8	173.7	117.6	141.7	153.2	154.4	160.2	130.8	157.9	142.8	176.6	180.3
1996	235.6	165.7	138.1	159.9	131.9	118.5	164.0	151.8	141.5	152.4	141.6	183.5
1997	188.3	155.9	174.1	133.6	158.4	134.4	180.7	190.8	163.6	187.9	165.1	237.1
1998	241.6	156.1	113.2	132.8	115.9	137.5	170.8	147.9	141.5	172.9	149.0	141.7
1999	192.3	125.6	159.5	143.4	199.7	116.4	169.5	133.3	92.5	137.3	141.0	145.6
2000	182.4	155.8	137.1	141.0	108.9	145.9	189.3	175.5	126.9	177.4	153.1	178.2

* Datos pronosticados

RECORRIDO TOTAL MENSUAL DEL VIENTO (km)												
ESTACION PALONEGRO												
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1986			5357	7258	8035	7517	8035	8035	8035	7767	6998	7500
1987	8035	7016	8035	7258		7258	7767	7767	7776	7232	7258	7767
1988	8035	7517	7767	7258	7767	7517		6964	6480	6696	6480	6696
1989	7767	7258	7767	7517	7767	7517	7767	8303	8294	7500	7517	7767
1990	8035	7016	7767	7258	7232	7776	7767	8303	8035	8303	7258	7232
1991	8035	7500	7500	7517	8035	7258	7767	7767	8035			
1992	8035	7517	8035	7258	7767	7517	7500	7767	8035		7517	7500
1993	7767	7741	7767	6998	7232	7258	7767	8303	8035	8303	6998	7232
1994	7767	6774	7767	7776	7767	7258	8035	7767	8813	8035	7517	7767
1995	7767	7741	7767	7258							6998	
1996	7767	7016	7232	7776	7232	6221	7500	8303	8035	7500	6739	7232
1997	6964	7016	8035	7258	8303	6739	7500	8303	8035	8303	7258	7767
1998	8035	7016	7500	7258	7232	6998	7500	7767	7517	8303	6998	6964
1999	7232	6532	7767	7258	7767	6998	7767	7232	7258	7500	6739	6964
2000	6696	5763	7232	6998	6964	7517	7767	7500	7517	7767	6998	7767

ANEXO G: SERIES ESTACIÓN VIVERO SURATÁ

TEMPERATURA MEDIA MENSUAL (°C)												
ESTACIÓN VIVERO SURATÁ												
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1986	17.9	17.8	18.1	18.2	18.4	18.4	18.6	18.6	18.4	17.6	18.1	18.3
1987	18.8	19.3	19.3	18.7	18.8	19.0	18.7	18.9	18.8	18.2	18.4	18.3
1988	19.0	18.6	18.9	18.3	18.9	18.1	18.1	17.5	17.9	17.8	17.8	17.5
1989	18.1	18.0	17.4	18.5	18.0	18.6	18.4	18.6	18.0	18.1	18.3	18.3
1990	18.9	18.6	18.5	18.4	18.7	18.8	18.6	18.8	18.8	18.1	18.5	18.3
1991	18.8	19.1	18.5	18.6	18.9	18.6	18.8	18.8	18.7	18.3	18.2	18.2
1992	18.8	18.9	19.4	19.1	18.4	18.5	18.0	18.3	18.6	18.6	18.2	18.2
1993	18.4	18.8	18.5	18.3	17.9	18.6	18.4	18.9	18.1	18.6	17.8	18.4
1994	18.5	18.6	18.2	18.1	18.1	18.6	18.7	18.5	18.7	18.0	17.9	18.4
1995	18.8	18.6	18.6	18.2	18.2	18.2	18.2	17.8	18.6	17.9	18.5	18.3
1996	18.5	18.8	18.1	18.4	18.2	18.0	18.2	18.0	18.3	18.1	17.9	18.5
1997	18.2	18.3	18.5	18.5	18.6	18.4	19.0	19.7	19.2	19.23	19.0	19.8
1998	19.9	19.8	19.7	19.0	19.0	18.7	18.8	18.6	18.6	18.6	18.5	18.1
1999	18.2	17.8	18.3	18.5	18.4	18.0	18.0	17.8	17.5	17.7	17.7	17.7
2000	17.4	17.6	17.9	18.4	18.5	18.2	18.5	19.2	17.7	18.2	18.0	18.2

PRECIPITACIÓN TOTAL MENSUAL (mm)												
ESTACIÓN VIVERO SURATÁ												
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1986	28.6	58.6	62.6	280.0	135.5	34.9	12.4	36.4	179.3	232.4	99.0	19.6
1987	22.8	5.4	45.8	68.9	130.2	89.2	23.8	38.8	127.1	292.4	149.2	60.5
1988	19.8	78.2	39.9	115.4	78.5	86.5	38.7	220.2	137.3	260.0	280.3	43.6
1989	61.8	42.2	152.5	71.6	89.5	45.8	24.6	92.4	136.9	161.5	41.3	62.4
1990	36.2	99.2	125.0	299.1	72.0	107.5	20.9	79.4	61.9	235.7	136.2	88.8
1991	17.6	3.5	112.8	164.5	179.6	53.4	9.8	13.0	102.8	103.2	191.0	28.3
1992	36.3	38.7	29.0	87.0	269.6	85.0	25.1	40.2	50.3	82.2	130.7	72.0
1993	36.3	10.8	81.5	211.4	228.7	35.4	18.1	33.3	115.0	112.6	230.1	45.4
1994	23.5	30.2	75.5	234.5	66.4	20.9	18.2	38.3	134.6	150.6	223.9	22.3
1995	10.7	46.0	97.3	118.8	125.9	111.0	42.3	159.4	141.1	217.1	39.6	28.2
1996	25.8	93.7	143.7	60.5	89.1	79.3	123.1	97.2	124.5	183.3	109.7	43.4
1997	37.1	52.4	56.7	79.9	116.9	18.6	25.7	9.3	100.2	95.4	45.9	2.7
1998	27.0	43.1	36.6	157.9	174.6	48.6	59.1	90.4	152.2	224.7	133.8	125.0
1999	34.9	94.7	51.5	183.5	136.9	135.5	51.8	117.0	139.4	174.9	210.2	41.7
2000	47.3	89.5	37.8	37*	53.7	42.7	51.5	5.2	171.5	100.6	115.8	19.4

* Datos pronosticados

HUMEDAD RELATIVA MEDIA MENSUAL (%)												
ESTACIÓN VIVERO SURATÁ												
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1986	80	81	82	84	82	82	82	83	83	87	86	81
1987	78	83*	81*	85	83	82	83	80	80	86	83	83
1988	76	80	76	83	80	84	82	85	83	86	86	83
1989	79	78	84	82	84	81	81	81	84	83	82	83
1990	81	82	83	84	83	82	80	79	81	84	85	82
1991	80	78	80	83	84	85	81	80	81	83	84	81
1992	78	81	81	83	82	81	83	83	85	82	83	80
1993	81	77	78	84	85	83	83	80	85	82	86	82
1994	81	82	82	85	86	84	84	82	83	85	87	84
1995	80	79	84	85	85	86	84	87	85	87	84	84
1996	79	81	84	84	84	85	85	84	84	84	85	83
1997	81	82	79	84	83	84	81	79	81	81	83	77
1998	78	81	80	87	86	86	83	82	83	86	84	83
1999	80	83	83	84	82	84	82	84	86	87	85	84
2000	84	83	83	82	82	83	80	81	86	83	85	82

HORAS DE BRILLO SOLAR TOTAL MENSUAL												
ESTACION VIVERO SURATA												
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1986	165.5	143.5*	156.0	90.0	118.8	129.2	181.0	149.4	135.8	156.7*	136*	126.5
1987	167.6	141.2	146.5	145.7	121.6*	120.9	125.6	156.4	134.7	105.4	161.2	200.9
1988	220.4	153.6	192.3	114.9	147.3	124.8	146.2	83.2	89.9	130.0	128.5	175.1
1989	197.5	176.9	142.8	172.6	105.8	140.4	147.2	162.7	131.9	141.6	160.4	203.1
1990	200.1	184.8*	131.4	116.0	127.7	152.0	155.5	177.0	162.6	137.2	138.3	189.4
1991	212.2	165.5	131.6	154.4	148.5	133.0	160.1	160.9	134.3	139.2	138.6	192.9
1992	192.3	175.7	179.7	125.5	133.7	150.2	153.9	162.4	139.6	161.5	150.9	206.4
1993	169.7	194.2	157.4	96.1	89.9	132.8	165.1	186.2	127.1	152.1	140.4	201.6
1994	189.1	141.4	149.9	130.4	120.2	151.1	169.0	153.9	136.4	147.9	136.1	192.1
1995	229.1	172.6	165.6	119.0	131.2	135.2	153.8	96.2	147.1	113.2	186.4	205.2
1996	211.0	163.7	164.2	154.4	100.6	110.3	109.9*	116.4*	133.2	151.3	129.3	178.5
1997	200.0	151.0	178.8	126.9	141.8	139.4	157.8	183.9	130.0	153.3	149.2	194.6
1998	226.8	172.0	144.3	111.7	97.6	106.4	154.5	145.1	137.8	138.3	168.7	71.7
1999	195.4	125.9	161.0	130.2	188.2	108.9	176.2	130.1	172.6	103.1	159.7	171.9
2000	174.1	165.0	174.7	146.7*	110.6	127.4	162.5	150.2	108.8	149.1	155.1	202.6

* Datos pronosticados

RECORRIDO TOTAL MENSUAL DEL VIENTO (km)												
ESTACIÓN VIVERO SURATÁ												
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1986	2312*	2489*	2273*	2132*	1777*	2117*	2100*	1883*	2177*	1929*	1930*	2135*
1987	2378*	2611*	2539*	2234*	2075*	1953*	2364	2429	2223	1682	1959	2252
1988	2629	2281	2859	1985	2340	2002	2362	1665	1623	1859	1658	2184
1989	2387	2163	2172	2319	1764	2092	2441	2592	2111	2029	2048	2386
1990	2510	2083	1916	1691	1819	1935	1913	1914	1582	1440	1799	1813
1991	2484	2216	2166	1978	1724	1689	2063	1997	1808	1869	1852	2288
1992	2523	2397	2638	2228	1972	1901	1908	2093	2129	2081	1889	2139
1993	2246	2575	2537	1908	1544	1947	2276	2378	1977	1950	1701	2191
1994	2628	2415	2787	2294	1988	2406	2729	2535	2473	2271	1978	2478
1995	2587	2324	2482	1954	1992	1740	2111	1736	1799	1533	1943	2114
1996	2534	2252	2171	2181	1757	1427	1899	1845	1816	1706	1673	2102
1997	2335	1950	2249	1924	1722	1702	1897	2515	2212	2195	2181	2825
1998	2734	2480	2455	2092	1735	1662	1929	2068	1956	1981	2181	2242
1999	2319	1958	2529	2219	2319	1973	2154	1860	1866	1785	2169	2389
2000	2534	2270	2539	2536	2385	2360	2536	2577	2067	2188	2132	2366

* Datos pronosticados

ANEXO H: SERIES ESTACIÓN BERLÍN

TEMPERATURA MEDIA MENSUAL (°C)												
ESTACION BERLÍN												
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1986	9.1	8.3	9.0	9.8	9.8	8.4	7.7	8.4	8.78*	9.3	10.0	10.4
1987	8.9	9.8	9.7	9.6	9.6	9.7	9.0	9.2	9.8	9.7	9.8	9.1
1988	8.4	9.1	8.4	9.7	9.5	9.1	8.2	9.0	8.7	9.1	9.0	7.7
1989	7.9	7.8	8.3	8.8	8.3	8.0	8.0	8.9	8.9	8.7	8.6	8.4
1990	8.3	8.0	8.0	8.2	8.4	8.2	8.0	8.1	8.4	8.5	8.5	8.4
1991	8.2	8.4	8.5	8.6	8.8	8.7	7.9	8.1	8.7	8.4	8.7	8.4
1992	8.3	8.6	9.2	9.0	9.1	8.4	7.9	8.2	8.3	8.4	8.5	8.3
1993	8.4	8.5	8.5	9.1	9.0	8.4	8.1	8.4	8.5	8.4	8.6	8.3
1994	8.3	8.5	8.6	8.8	8.6	8.2	8.2	8.1	8.7	8.8	8.8	8.5
1995	8.0	8.3	8.8	9.2	8.7	8.7	8.9	8.7	9.1	8.8	8.8	8.9
1996	8.5	8.3	8.8	8.7	8.9	8.8	8.4	8.5	8.9	8.8	8.6	8.5
1997	8.2	8.3	8.5	8.9	8.7	8.6	8.1	8.6	8.8	8.8	8.8	8.6
1998	8.9	9.0	9.4	9.4	9.3	8.9	8.5	8.4	8.8	8.9	9.0*	8.9
1999	8.4	8.8	8.5	8.7	9.1	8.7	8.3	8.4	8.5	8.7	8.6	8.3
2000	7.2	8.0	8.6	8.8	8.9	8.7	8.4	8.8	9.0	8.9	8.9	8.5

PRECIPITACIÓN TOTAL MENSUAL (mm)												
ESTACIÓN BERLÍN												
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1986	19.6	42.4	17.6	179.9	125.2	95.8	89.9*	89.2*	100.4*	107.9	40.7*	28.7
1987	17.4*	10.0	28.6	40.3	152.0	14.7	52.4	38.1	101.8	216.4	38.0	16.6
1988	12.0	52.3	43.8	77.9	77.3	67.2	67.1	134.8	130.4	72.5	107.3	45.8
1989	11.1	17.0	62.9	14.3	101.0	45.8	39.4	29.6	132.8	84.5	23.7	41.9
1990	16.4	18.6	87.8	87.3	62.6	67.2	62.9	96.1	71.0	114.9	38.7	39.0
1991	23.6	8.3	96.1	59.8	72.5	35.4	66.3	55.2	75.5	59.3	61.9	15.5
1992	6.5	3.3	1.3	48.5	67.1	34.2	80.1	82.6	43.5	38.7	47.5	24.2
1993	30.6	10.5	29.1	67.5	189.5	47.3	41.8	27.6	118.9	60.6	70.7	12.6
1994	13.7	37.3	19.6	81.6	82.4	33.6	44.4	41.7	83.9	73.4	87.1	9.9
1995	14.2	26.1	27.8	93.8	68.2	56.2	45.2	203.5	156.0	179.1	17.6	14.3
1996	7.7	42.5	67.6	34.9	40.3	93.8	63.9	70.8	61.5	113.3	36.0	6.1
1997	7.8	15.7	33.9	38.5	86.9	53.0	51.8	42.0	78.6	105.0	23.8	7.8
1998	15.9	1.5	33.1	136.5	102.5	93.1	33.6	60.0	106.2	112.8	93.2*	46.6
1999	15.7	32.5	16.0	108.7	25.9	62.2	48.1	87.4	107.0	97.6	118.3	15.2
2000	23.5	55.1	16.4	34.1	32.1	41.1	49.4	33.0	120.2	82.8	81.9	14.4

* Datos pronosticados

HUMEDAD RELATIVA MEDIA MENSUAL (%)												
ESTACION BERLÍN												
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1986	84	85	85	88	85	85	89	88	89.34*	88	87	85
1987	86	81	84	87	89	89	91	88	88	92	87	88
1988	79	85	83	88	88	86	88	90	90	88	89	87
1989	86	88	86	87.3*	81.9*	87	90	86	86	88	89	86
1990	1*	85.7*	84.7*	85.8*	88.2*	89.4*	89*	87.3*	87.8*	89*	86.5*	85.3*
1991	85.6*	84*	83.6*	87.7*	88.7*	87.4*	88.6*	89.3*	88.2*	87.4*	87.5*	87.1*
1992	82.9*	86.2*	82.2*	87.7*	88.7*	87.7*	89.6*	87.9*	87.9*	87.9*	89.3*	83.8*
1993	85*	83.8*	86.2*	85.6*	87.7*	89.1*	88.9*	87.8*	88.5*	88.5*	86.5*	88.2*
1994	80.8*	86.6*	83.3*	86.7*	89.4*	86.2*	91.3*	86.4*	89.4*	88.5*	84.2*	90.7*
1995	81.7*	83.5*	84.6*	88.6*	88.3*	85.5*	91.2*	88.9*	87.1*	87.1*	88.2*	88.2*
1996	82.6*	82.2*	87.8*	86.4*	87.2*	88.3*	90.3*	87.9*	86.7*	89.3*	87.6*	86.2*
1997	83.6*	84.3*	84.6*	86.9*	87.64*	89.8*	89.2	87.2	86.2	87.2	87.2	85.2
1998	83.2	86.2	87.2	89.2	88.2	93.2	90.2	90.2	88.2	83.2	92.1*	87.2
1999	84.2	80.2	81.2	84.2	92.2	87.2	88.2	92.2	84.2	84.2	86.2	84.2
2000	82.2	84.2	86.2	88.2	90.2	89.2	88.2	89.2	89.2	89.2	90.2	87.2

HORAS DE BRILLO SOLAR TOTAL MENSUAL												
ESTACION BERLÍN												
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1986	214.4	166.1	191.7	159.1*	112.4	67.3	111.8	51.6	124.6	94.5	98.5	203.3
1987	160.0	174.8	182.8	145.7	122.0	103.0	114.2	160.9	147.1	89.3	173.5	207.9
1988	232.3	158.4	210.4	120.9	136.3	124.0	126.5	92.9	113.7*	148.5	133.4	160.7
1989	188.5	150.3	158.7	154.5	92.1	111.9	123.3	176.3	125.5	145.1	162.5	228.5
1990	137.1	168.0	94.8	96.8	86.0	105.9	113.9	140.0	164.0	142.6	136.4	184.2
1991	262.4	181.8	184.2	131.1	129.2	132.0	97.6	94.0	143.2	132.4	125.2	180.3
1992	215.9	177.4	211.6	119.6	126.6	127.0	74.2	118.4	123.7	147.0	157.2	210.5
1993	173.7	221.3	129.2	140.5*	92.1	82.2	130.2	172.8	128.8	118.5	136.5	211.8
1994	207.5	123.1	148.7	100.2	72.2	108.3	120.6	137.4	116.5	162.1	161.2	195.5
1995	265.7	227.1	133.0	127.8	120.3	118.8	144.8	96.4	149.5	110.4	186.8	234.2
1996	221.0	144.8	137.7	140.9	95.5	93.1	106.3	145.3	119.1	107.2	129.2	191.2
1997	229.6	118.0	193.4	103.3	70.8	95.1	83.8	128.6	121.6	142.0	153.0	225.0
1998	225.3	186.6	114.0	96.0	98.3	79.3	112.5	126.4	133.9	135.2	199*	135.3
1999	154.4*	206.6*	132.3*	144*	98.1*	87.7*	131.6*	139.2*	159.3*	109.6*	128.8*	189.9*
2000	219.4*	199.7*	153*	143.4*	83.5*	73.6*	177*	148.6*	151*	173.9*	163.3*	195.4*

* Datos pronosticados

RECORRIDO TOTAL MENSUAL DEL VIENTO (km)												
ESTACION BERLÍN												
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1986	9648	7745	10184	9194	10055	14458	14529*	13705*	10613*	8552	8840	12810*
1987	9221*	7471	8880	11229	10197	14003	16788	15260	11219	7723	9405	14255
1988	9067	9739	11708	9494	11618	11071	16200	8497	10182	8835	10066	10621
1989	11613	10196	8589	11769	11908	16623	15692	12904	9984	10610	10035	11054
1990	11236	7923	10739	10629	14121	15455	14601	14306	11867	7636	9705	9906
1991	10468	10663	9587	10183	12100	14012	19645	15772	12010	10238	8273	9269
1992	9983	9668	11566	11241	10899	14395	17849	15077	11588	12091	8386	10251
1993	9342	8437	11801	8258	9165	16515	15850	15448	11836	11086	8983	10653
1994	8416	8898	10197	10343	11821	16672	17851	15649	11376	9144	8914	10498
1995	9737	9626	10600	8769	11504	12133	13582	8552	9712	7943	9725	10314
1996	9118	10772	9329	10249	11284	12320	12668	12347	10033	9076	10352	10425
1997	7717	12022	10683	10273	12561	14110	17670	15486	11470	13385	9040	10898
1998	8616	9219	8801	8544	10896	14411	13909	13397	9513	8328	8712*	9422
1999	9494	8774	10253	11028	12162	12337	15448	10092	9234	8365	8572	9929
2000	9834	9414	10718	11588	13877	14954	15396	15585	10472	11058	9953	10144

* Datos pronosticados

ANEXO I: SERIES ESTACIÓN CAFÉ MADRID

CAUDAL MEDIO MENSUAL (m3/s)												
ESTACIÓN CAFÉ MADRID												
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1986	14.5	11.7	11.8	17.5	29.9	26.1	16.4	12.8	16.6	33.6	27.3	12.7
1987	15.9	15.7	11.6	11.9	14.7	11.6	10.4	8.5	10.9	25.2	28.7	23.3
1988	22.9	26.1	13.9	17.4	15.0	19.8	17.2	24.1	30.8	30.4	42.2	25.9
1989	15.1	11.6	19.7	13.3	15.9	11.2	8.6	8.6	14.3	14.0	10.8	13.0
1990	7.7	7.2	11.8	17.1	23.2	17.3	13.8	15.0	14.4	20.6	20.6	14.4
1991	11.9	5.0	8.6	10.2	16.0	10.5	8.2	6.9	8.3	10.3	18.3	11.13
1992	7.8	6.8	7.2	8.1	13.8	8.8	10.1	9.7	8.3	7.2	11.1	4.1
1993	8.4	10.0	9.7	15.0	24.6	18.2	12.2	9.6	15.3	13.6	21.3	14.0
1994	10.9	10.7	11.1	21.6	27.1	15.0	11.9	11.3	17.9	20.7	28.5	14.4
1995	8.3	8.5	12.1	14.1	15.4	21.3	11.2	19.8	23.5	35.4	18.2	16.0
1996	12.3	12.8	25.8	15.8	20.8	22.5	21.9	16.5	19.7	30.1	26.7	17.7
1997	17.3	12.8	13.9	18.6	19.7	20.6	15.3	11.5	15.0	15.32	11.1	13.8
1998	13.4	15.9	7.5	15.5*	21.0	18.0	11.4	12.9	20.3	24.2	21.4	22.0
1999	10.7	15.4	10.7	20.0	22.0	13.5	17.6	17.3	28.7	27.6	28.7	22.5
2000	17.6	16.3	16.2	7.4	11.5	12.6	7.0	4.2	12.6	11.2	29.1	13.6

* Datos pronosticados

ANEXO J: SERIES ESTACIÓN PUERTO LEÓN

CAUDAL MEDIO MENSUAL (m3/s)												
ESTACIÓN PUERTO LEÓN												
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1986	54.9	65.7	88.7	197.7	287.8	99.9	48.5	32.7	64.8	223.9	110.2	41.2
1987	29.6	28.9	78.8	47.5	116.7	38.6	43.9	41.6	55.3	229.0	198.7	79.4
1988	38.4	38.1	26.7	52.4	74.6	59.8	43.8	159.3	293.3	329.7	389.9	234.2
1989	123.8	64.3	146.8	84.3	106.3	78.6	61.0	58.8	189.2	118.1	147.2	141.0
1990	78.7	128.0	108.4	176.7	364.4	96.9	77.9	76.2	72.4	293.8	252.5	359.4
1991	91.6	47.2	90.0	95.5	87.6	72.2	60.2	57.6	57.4	80.2	141.2	67.89
1992	53.4	46.1	34.4	23.2	86.6*	55*	53.7	43.8	62.2	92.0	89.9	208.3
1993	75.0	59.5	70.6	80.0	139.6	54.1	47.3	30.3	95.6	68.3	157.2	126.5
1994	69.8	40.7	95.6	121.6	125.2	63.1	73.2	56.6	92.4	226.6	222.2	114.0
1995	35.9	23.3	81.5	126.9	122.3	100.6	44.1	151.4	140.3	241.5	183.9	193.3
1996	68.4	82.5	70.9	83.5	153.4	104.0	142.9	71.0	114.7	222.7	243.1	211.5
1997	129.6	117.1	59.9	76.1	84.3	90.1	50.1	33.6	79.4	105.3	65.7	25.6
1998	19.8	52.0	21.4	111.8	131.1	81.3	133.2*	89.4	118.5	205.9	182.1	268.7
1999	122.6	218.7	125.0	217.9	96.9	55.8*	62.7	66.6	128.2*	257.7	254.1	369.1
2000	231.6	92.3	108.1*	94.2*	156.8*	128.46*	31.6*	127.2*	124.8*	180.9*	218.2*	68.3*

* Datos pronosticados

ANEXO K: SERIES DE TIEMPO GPH

TEMPERATURA MEDIA DIARIA (°C)															
AREA METROPOLITANA DE BUCARAMANGA															
DIA	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	ENE	FEB	MAR
1		27.3	26.2	26.6	25.6	24.6	25.6	25.4	25.7	25.7	25.4	26.1	26.7	26.5	26.6
2		27.3	26.6	25.5	25.0	24.7	25.8	26.1	26.2	25.6	25.6	25.9	26.9	26.7	25.8
3		26.9	27.3	24.3	25.5*	25.7	26.0	25.8	26.4	26.5	25.1	25.3	27.1	26.7	26.3
4		26.5	27.8	24.9	25.2*	25.9	25.6	25.6	25.6	26.0	25.9	26.0	27.2	26.2	25.6
5		26.7	27.7	26.1	25*	25.5	24.7	24.9	23.9	26.1	26.5	26.4	26.9	26.0	
6		27.1	27.2	27.1	25.2*	24.4	24.5	24.3	24.2	25.4	25.2	26.4	26.4	26.0	
7		26.6	26.8	27.4	25.2*	24.9	24.6	24.8	24.6	24.6	25.5	26.4	26.5	26.6	
8		25.3	26.7	27.6	25.2*	25.5	24.0	25.9	24.4	24.7	25.7	26.6	26.3	25.8	
9		25.0	27.2	27.3	24.8*	25.7	24.4	26.3	23.8	24.9	25.3	26.4	25.6	24.7	
10		25.3	27.2	26.5	24.3*	25.6	24.8	26.2	24.4	25.8	25.5	26.8	25.9	24.6	
11		25.3	26.5	26.0	23.9*	25.8	25.0	25.6	24.2	27.0	25.2	26.1	26.7	24.3	
12		25.7	27.1	25.8	24.2*	25.5	25.5	26.4	23.8	25.7	25.1	24.9	27.0	23.0	
13		26.3	28.2	26.2	23*	25.0	25.5	26.2	24.4	25.1	25.2	24.9	27.1	23.1	
14	27.3	26.7	28.7	24.8	22.4*	25.4	25.0	25.8	24.9	25.7	24.7	25.6	26.7	24.5	
15	27.3	27.4	28.5	24.5	23*	25.3	25.2	26.3	24.1	26.4	24.6	25.5	25.2	25.6	
16	26.9	27.2	28.2	23.8	23.4*	25.6	25.1	25.6	24.0	26.8	25.0	25.3	24.5	25.9	
17	26.5	27.6	28.5	24.2	23.3*	25.9	25.2	26.0	24.7	26.3	24.5	25.5	24.3	25.8	
18	26.7	27.7	28.5	25.0	23.4*	26.1	25.4	25.9	25.0	25.8	24.3	24.9	24.3	26.7	
19	27.1	27.7	28.2	25.1	23.7*	26.1	24.9	25.5	25.1	24.6	25.1	25.8	25.2	27.2	
20	26.6	27.1	28.0	25.1	22.8*	25.3	24.6	25.8	24.9	24.5	25.8	26.2	25.4	27.0	
21	25.3	26.8	27.7	23.7	22.7*	24.5	24.0	25.0	23.8	23.6	26.1	26.1	25.5	27.1	
22	25.0	26.7	27.2	24.6	23.3*	25.5	23.8	25.2	25.2	23.9	26.7	27.1	25.3	27.0	
23	25.3	25.1	27.1	23.4	23.1*	26.5	24.2	26.3	25.8	24.0	26.9	26.7	25.6	27.1	
24	25.3	25.8	27.0	23.3	23.2*	26.9	24.6	26.1	26.5	24.3	26.4	26.7	25.5	27.2	
25	25.7	26.6	26.4	23.8	24.3*	26.7	25.0	25.8	25.8	25.0	26.3	26.0	25.0	27.3	
26	26.3	27.2	25.9	24.4	25.3*	26.8	25.0	25.7	25.2	24.9	25.1	25.8	25.5	27.7	
27	26.7	26.5	25.9	25.3	26*	26.3	25.0	25.3	24.8	25.4	25.0	25.9	26.1	26.8	
28	27.4	26.2	26.0	24.9	25.2*	25.3	24.0	25.1	25.0	25.0	25.9	25.3	26.6	26.3	
29	27.2	25.8	26.2	26.0	25.3*	25.0	24.0	25.2	25.8	24.3	25.9	25.5	26.6		
30	27.6		26.1	26.6	25.5	25.5	24.7	24.8	25.9	24.7	25.7	25.6	26.5		
31	27.7		26.7		25.1		25.4	25.3		24.9		26.0	26.7		

* Datos pronosticados

PRESIÓN ATMOSFERICA MEDIA DIARIA (mm)															
AREA METROPOLITANA DE BUCARAMANGA															
DIA	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	ENE	FEB	MAR
1		682.4	688.5	711.8	670.2	663.2	693.6	686.6	681.8	673.0	658.2	675.3	670.5	650.9	679.6
2		682.1	681.0	699.7	666.9	673.7	684.8	674.9	661.2	660.5	653.3	668.8	666.5	650.0	677.3
3		685.4	684.3	696.2	679.1*	676.7	670.9	678.2	661.4	646.7	655.3	666.3	657.5	668.0	683.0
4		676.3	676.5	695.7	697.7*	681.7	685.6	679.1	673.6	662.0	658.1	663.3	654.9	672.1	679.8
5		676.1	687.8	690.1	689.4*	685.8	699.7	681.5	672.3	669.0	651.6	663.8	649.7	672.5	
6		676.1	701.7	684.0	678.4*	686.5	690.0	691.8	675.4	682.9	663.3	665.9	647.4	670.3	
7		680.5	697.8	673.6	683.3*	674.6	689.6	677.9	669.9	685.0	661.5	663.6	657.9	660.3	
8		692.7	690.3	680.0	689.4*	683.2	686.4	685.2	669.1	685.7	667.1	673.0	665.9	666.4	
9		682.5	686.8	698.3	682.4*	690.0	680.0	678.3	680.2	671.5	681.1	668.6	670.8	659.8	
10		671.0	701.5	691.9	692.9*	687.1	676.4	683.0	679.6	668.6	678.7	657.7	659.4	665.5	
11		672.3	692.0	683.5	699.1*	689.4	675.3	696.3	689.5	675.3	673.9	671.4	663.2	682.0	
12		686.1	674.2	673.1	691.9*	698.1	682.0	693.5	684.7	682.7	663.5	685.6	664.3	680.1	
13		702.7	667.4	691.2	698.2*	695.4	687.0	688.2	676.1	667.3	675.0	684.1	668.5	675.7	
14	687.3	696.8	668.5	691.1	702.3*	692.6	677.6	677.6	690.8	663.5	691.2	675.9	673.0	675.6	
15	689.4	696.2	673.9	705.7	701.4*	682.3	681.7	682.7	693.8	659.3	687.3	674.5	672.0	662.9	
16	698.3	692.8	671.0	706.5	689.5*	672.7	698.9	688.8	683.8	655.5	685.7	678.4	668.1	663.3	
17	709.5	701.1	668.0	698.0	685.7*	682.3	696.7	668.6	688.8	669.4	681.4	678.2	686.6	664.6	
18	704.1	701.6	666.5	700.6	685.2*	687.9	697.7	680.6	690.9	681.5	684.5	676.4	687.7	656.9	
19	697.3	698.9	667.6	683.8	674.9*	686.1	692.6	689.2	690.7	682.3	676.2	668.0	680.6	660.9	
20	697.2	694.6	669.6	687.6	666.6*	691.9	691.7	693.6	693.3	681.3	673.8	676.1	687.4	672.7	
21	704.0	700.5	678.2	683.8	669.9*	679.8	684.5	691.4	677.5	673.8	670.8	663.3	697.2	666.9	
22	708.9	708.7	683.9	702.4	677.1*	683.1	681.6	674.5	682.3	672.9	658.4	650.3	703.2	666.0	
23	719.2	693.9	681.3	700.6	683.3*	676.3	683.8	669.2	672.7	684.7	657.4	647.8	696.9	665.0	
24	708.8	685.5	682.8	688.8	688.3*	666.7	681.8	682.4	674.3	680.6	668.9	653.9	705.4	667.2	
25	695.2	684.7	686.2	702.4	694.6*	666.5	689.2	688.5	672.1	684.3	675.5	667.6	688.9	657.7	
26	697.9	700.5	674.4	688.6	685.1*	667.3	685.8	690.0	671.5	684.8	682.9	677.2	679.3	662.5	
27	705.8	699.3	679.7	695.3	671.1*	677.3	687.6	688.1	681.6	685.9	672.4	684.8	670.0	670.1	
28	708.8	695.9	691.1	694.0	664.9*	677.6	699.6	677.5	670.4	681.5	661.6	676.0	660.2	675.0	
29	692.4	684.1	703.9	681.8	666.3*	676.1	681.6	688.5	665.5	679.0	667.5	681.7	652.5		
30	679.9		708.4	670.3	661.8	683.1	675.7	684.8	665.5	676.6	669.6	673.0	651.7		
31	680.7		698.8		662.3		687.5	692.0		676.2		670.1	647.8		

* Datos pronosticados