

**SELECCIÓN, IMPLEMENTACIÓN Y VALIDACIÓN DE
ALGORITMOS PARA EL CÁLCULO DE LA VELOCIDAD DE
PROPAGACIÓN DE ONDAS ACÚSTICAS EN GAS NATURAL Y
AIRE**

EDWIN FERNANDO ARGÜELLO JAIMES

WILSON ORLANDO RIVERA NOVA

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA ELECTRÓNICA Y
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA**

2010

**SELECCIÓN, IMPLEMENTACIÓN Y VALIDACIÓN DE
ALGORITMOS PARA EL CÁLCULO DE LA VELOCIDAD DE
PROPAGACIÓN DE ONDAS ACÚSTICAS EN GAS NATURAL Y
AIRE**

EDWIN FERNANDO ARGÜELLO JAIMES

WILSON ORLANDO RIVERA NOVA

Trabajo de Grado presentado como Requisito
para optar el Título de Ingeniero Electrónico

Director:

Msc. ALFREDO RAFAEL ACEVEDO PICÓN

Codirector:

Msc(c). JORGE ANDRES REYES VALDÉS

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA**

2010

DEDICATORIAS

*A Dios nuestro Señor quien es la luz que ilumina mi camino,
me brinda la sabiduría y la fuerza,
para escalar empinadas pendientes,
y me pone cada vez en un punto mucho más alto
que el ahora.*

*A mi madre María Cristina y a mi padre José Orlando,
quienes con su infinito apoyo, sus oraciones y amor,
permiten y ayudan a aterrizar mis anhelados sueños.*

*A mis hermanos Julián David y Cristian Leonardo,
por su comprensión, apoyo en mis luchas y fraternidad.*

*A mi abuela Dorisana,
por el abrigo y su apoyo desde lo intangible*

*A cada uno de mis amigos y compañeros,
por sus contribuciones, su apoyo y amistad.*

Wilson

A Dios por brindarme protección, por ser la guía en mi camino, por darme fortaleza en momentos difíciles y de esta forma lograr hacer realidad tan anhelado sueño.

A mis padres por su apoyo incondicional, por sus sabios consejos, por la enseñanza que me brindaron a lo largo de mi vida y por enseñarme el valor de la vida.

A mis hermanos por su comprensión y apoyo incondicional.

A mis amigos que siempre estuvieron apoyándome de manera incondicional, a aquellos que compartieron conmigo los momentos de alegría y tristeza, a aquellos que me dieron ánimo y consejos en momentos difíciles y a todos aquellos que me ayudaron a levantar en mis derrotas.

A todas aquellas personas que de alguna manera hicieron posible este nuevo triunfo en mi vida.

Edwin Fernando

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos principalmente a Dios por guiarnos por la senda y ser el eje principal de nuestro trabajo y de nuestras vidas.

A nuestros padres por las oportunidades brindadas y el apoyo incondicional.

A la Universidad industrial de Santander por otorgarnos las herramientas y los espacios para desarrollar nuestros saberes.

Al grupo de investigación CEMOS por el aval y sus asesorías.

A nuestro director, el profesor Alfredo Rafael Acevedo Picón por la oportunidad brindada y el apoyo otorgado durante la carrera y el desarrollo de este trabajo.

A nuestro codirector, el profesor Jorge Andrés Reyes Valdés por sus valiosos aportes, la paciencia, dedicación y disposición en el desarrollo de este trabajo.

A la Corporación CDT de Gas por el apoyo brindado en la realización de las pruebas experimentales de este proyecto.

A todos nuestros compañeros y amigos, por el apoyo mutuo y ayuda desinteresada durante las largas jornadas de estudio y de trabajo.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	21
1 SELECCIÓN DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS	23
1.1 SELECCIÓN DE LOS MODELOS PARA EL CÁLCULO DE LA VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN DE ONDAS ACÚSTICAS EN GAS NATURAL	23
1.1.1 Modelo No.1 Ecuación de estado de Starling y Sadvidge AGA8-DC92 y AGA 10.	25
1.1.2 Modelo No. 2: ecuación de estado de rango amplio para gases naturales y otras mezclas GERG-2004.	31
1.2 VELOCIDAD DE PROPAGACION DE ONDAS ACUSTICAS EN AIRE	39
1.2.1 Modelo Zuckerwar.	39
1.2.2 Cálculo de la velocidad del sonido.	39
1.2.3 Modelo Cramer.	47
2 ORGANIZACIÓN DEL EXPERIMENTO UTILIZANDO UN MEDIDOR ULTRASÓNICO DE TIEMPO DE TRÁNSITO	49
2.1 INSTRUMENTACIÓN UTILIZADA EN LAS PRUEBAS	50
2.1.1 Medidor ultrasónico de tiempo de tránsito (USM).	51

2.1.2	Medidores de presión.	53
2.1.3	Medidor de temperatura.	54
2.1.4	Cromatógrafo de gases.	56
2.2	PLANEACIÓN DEL EXPERIMENTO	57
2.2.1	Prueba bajo condiciones controladas y en ascenso.	57
2.2.2	Prueba bajo condiciones no controladas y en descenso.	58
3	<i>VALIDACIÓN DE LOS ALGORITMOS IMPLEMENTADOS EN MATLAB PARA EL CÁLCULO DE LA VELOCIDAD DEL SONIDO EN GAS NATURAL Y AIRE.</i>	61
3.1	TRATAMIENTO DE LOS DATOS	61
3.2	ANÁLISIS DE RESULTADOS PARA EL ALGORITMO AGA	63
3.2.1	Análisis de resultados con base en el error para la primera mezcla.	63
3.2.2	Análisis de resultados con base en el error para la segunda mezcla.	66
3.2.3	Análisis de resultados con base en las velocidades por trayectoria.	69
3.3	ANÁLISIS DE RESULTADOS PARA EL ALGORITMO GERG-2004	72
3.3.1	Análisis de resultados con base en el error para el gas natural vehicular (GNV).	73

3.4	ANÁLISIS DE RESULTADOS PARA LOS ALGORITMOS QUE CALCULAN LA VELOCIDAD DE ONDAS ACÚSTICAS EN EL AIRE	74
4	CONCLUSIONES Y OBSERVACIONES	79
5	RECOMENDACIONES	82
6	BIBLIOGRAFIA	83

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Simbología y descripción del método de caracterización detallada en AGA8 y AGA 10. [5], [6]	26
Tabla 2. Simbología y descripción del método GERG-2004 [4].....	32
Tabla 3. Simbología y descripción del método Zuckerwar	39
Tabla 4. Longitud y ángulo de las trayectorias del medidor ultrasónico.....	51
Tabla 5. Características de los medidores de presión utilizados en las pruebas [12].....	53
Tabla 6. Características del medidor de temperatura usado en las pruebas. [12] ...	54
Tabla 7. Características del cromatógrafo utilizado en las pruebas [12].....	56
Tabla 8. Longitud efectiva de las trayectorias.....	62
Tabla 9. Resultados para primera mezcla de gas natural en condiciones controladas.	63
Tabla 10. Resultados para la primera mezcla en condiciones no controladas.	65
Tabla 11. Resultados para el GNV en condiciones controladas.....	66
Tabla 12. Errores calculados para el GNV en condiciones no controladas.....	68
Tabla 14 Errores calculados para el GNV en condiciones controladas.....	73

Tabla 15. Datos registrados prueba para el aire..... 75

Tabla 16.Velocidades calculadas por los respectivos algoritmos para la trayectoria AB1..... 75

Tabla 17.Velocidades calculadas y errores de los respectivos algoritmos para la trayectoria AB2..... 77

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Enfoque de la incertidumbre de los factores de compresibilidad de gas natural, utilizando el método de caracterización detallada de conformidad con el reporte AGA No8. [4].....	24
Figura 2. Diagrama de prueba experimental.....	50
Figura 3. Imagen del medidor ultrasónico FLOWSIC600®	51
Figura 4. Ventana principal MEPAFLOW 600 CBM	52
Figura 5. Montaje procedimiento de calibración medidor de presión manométrica.....	53
Figura 6. Diagrama de calibración de la RTD.	55
Figura 7. Montaje para la calibración de la RTD.....	55
Figura 8. Instalación del cromatógrafo.	56
Figura 9. Montaje en condiciones controladas de temperatura	58
Figura 10. Montaje bajo condiciones no controladas de temperatura.....	60
Figura 11. Trayectoria AB en la estructura básica de los medidores ultrasónicos.....	61
Figura 12. Error relativo vs. Presión en condiciones controladas para la primera mezcla.....	64

Figura 13. Error relativo vs. Presión en condiciones no controladas para la primera mezcla.....	66
Figura 14. Error relativo vs. Presión en condiciones controladas para el GNV.....	67
Figura 15. Error relativo vs. Presión en condiciones no controladas para el GNV	69
Figura 16. Comparación de las velocidades del sonido W1 y AGA para la primera mezcla en condiciones controladas.....	70
Figura 17. Comparación de las velocidades del sonido W2 y AGA para la primera mezcla en condiciones controladas.....	71
Figura 18. Comparación de las velocidades W1 y AGA para el GNV en condiciones controladas.....	71
Figura 19. Comparación de las velocidades W1 y AGA para el GNV en condiciones controladas.....	72
Figura 20. Error relativo vs. Presión en condiciones no controladas para el GNV.....	74
Figura 21. Error relativo vs. Presión en condiciones no controladas para el aire en la trayectoria AB1.....	75
Figura 22. Velocidades calculadas por los algoritmos implementados	76

**Figura 23. Error relativo vs. Presión en condiciones controladas para el
aire para la trayectoria AB2..... 77**

Figura 24. Velocidades calculadas por los algoritmos implementados 78

RESUMEN EJECUTIVO DEL TRABAJO DE GRADO

Título:	Selección, implementación y validación de algoritmos para el cálculo de la velocidad de propagación de ondas acústicas en gas natural y aire.
Director	Msc. Alfredo Rafael Acevedo Picón, aacevedo@uis.edu.co
Autores:	Edwin Fernando Argüello Jaimes, efar_e3t@hotmail.com Wilson Orlando Rivera Nova, wilrock539@hotmail.com
Tipo de Investigación:	Trabajo de Investigación
Costo Total:	\$23'573.475
Plazo	4 meses
Posibles Entidades Interesadas en los Resultados	Grupo CEMOS y empresas relacionadas con la medición de gas natural

OBJETIVO GENERAL

- Seleccionar, implementar y validar algoritmos para el cálculo de la velocidad de propagación de ondas acústicas en gas natural y aire.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Seleccionar los modelos matemáticos para el cálculo de la velocidad de propagación de las ondas acústicas en gas natural y aire e implementarlos en una herramienta informática.
- Realizar un diseño de experimentos bajo condiciones estables de presión, temperatura y composición de gas natural.
- Validar el algoritmo comparando los resultados utilizando el medidor de flujo ultrasónico de tiempo de tránsito FLOWSIC600

RESUMEN

TITULO: IMPLEMENTACIÓN Y VALIDACIÓN DE ALGORITMOS PARA EL CÁLCULO DE LA VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN DE ONDAS ACÚSTICAS EN GAS NATURAL Y AIRE.*

AUTORES: ARGUELLO JAIMES, Edwin Fernando
RIVERA NOVA, Wilson Orlando**

PALABRAS CLAVES: medidor ultrasónico, AGA8, AGA9, AGA10, GERG-2004, velocidad del sonido, gas natural.

DESCRIPCION:

En los sistemas de transporte y almacenamiento de gas natural es imprescindible que los sistemas de mediciones otorguen una cuantificación precisa de la tasa de flujo volumétrico de un gas, a determinadas condiciones de composición, temperatura y presión. En este sentido, se implementa una herramienta capaz de calcular la velocidad del sonido en gas natural y aire, con base en la composición, en la temperatura y la presión de los mismos, teniendo en cuenta las propiedades termodinámicas del gas natural y del aire para el cálculo de la velocidad del sonido, a partir del estudio de fenómenos que afectan la medición de gases con tecnología ultrasónica y la evaluación a cero flujo de este tipo de medidores para la fase de gas. Las ecuaciones de estado (EOS) AGADC-8 su extensión en el cálculo de la velocidad del sonido mostrado en AGA10 y la ecuación GERG-2004, son implementadas a través de la herramienta informática Matlab y el lenguaje de programación C++. Además se presenta la selección e implementación del modelo de Zuckerwar y el modelo de Cramer en para el cálculo de la velocidad del sonido en el aire

Se desarrolla un diseño de experimento con el fin de validar los resultados dados por el algoritmo en Matlab del modelo AGA8 y AGA10. La validación de esta herramienta se hace a través del contraste de sus resultados con las mediciones tomadas con un medidor ultrasónico de tiempo de tránsito (USM) en la prueba de cero flujo, restringida a la región 1 del enfoque de la incertidumbre de los factores de compresibilidad de gas natural, utilizando el método de caracterización detallada de conformidad con AGA8.

* Proyecto de Grado

** Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas, Escuela de Ingeniería Eléctrica Electrónica y Telecomunicaciones, Director Msc Alfredo Rafael Acevedo Picón.

SUMMARY

TITLE: IMPLEMENTATION AND VALIDATION OF ALGORITHMS FOR THE CALCULATION OF THE VELOCITY OF PROPAGATION OF ACOUSTIC WAVES IN NATURAL GAS AND AIR.

AUTHORS: ARGUELLO JAIMES, Edwin Fernando
RIVERA NOVA, Wilson Orlando

KEYWORDS: ultrasonic meter, AGA8, AGA9, AGA10, GERG-2004, speed of sound, natural gas.

DESCRIPTION:

In systems of transport and storage of natural gas, is essential that measurement systems makes a precise quantification of volumetric flow rate of gas to certain conditions of composition, temperature and pressure. In this sense, the target of this work is the implementation of a tool capable of measuring the speed of sound in natural gas and air, based on the composition, temperature and pressure of the natural gas and air, taking into account the thermodynamic properties of natural gas and air for calculating the speed of sound from the study of phenomena that affect the measurement of gases with ultrasonic technology and it's for the zero test in this meters for the gas phase. The equations of state (EOS) AGADC-8 and its extension in the calculation of the speed of sound shown in the equation AGA10, and GERG-2004 model, are implemented through the software tool Matlab and C++ programming language. In also presents the selection and implementation of Zuckerwar and Cramer models for the calculation of the speed of sound in air

This work contains an experimental design to validate the results given by the algorithm in Matlab and AGA10- AGA8 model. The validation of this tool is through the contrast of their results with measurements taken with an ultrasonic gas flow meter (USM) in the zero flow verification (zero test), restricted to Region 1's approach to uncertainty factors compressibility of natural gas, using the detail characterization method in accordance with AGA8.

* Negree Project

** Engineer's Faculty Physical mechanics, High School Engineer Electric and Electronics and Telecommunications, Director Alfredo Rafael Acevedo Picón.

INTRODUCCIÓN

En los sistemas de transporte y almacenamiento de gas natural es imprescindible que los sistemas de mediciones otorguen una cuantificación precisa de la tasa de flujo volumétrico de un gas, a determinadas condiciones de composición, temperatura y presión. El incremento del uso de medidores ultrasónicos en los sistemas de medición de gas natural [1] es debido a las características de los mismos, entre las cuales se encuentran su alta exactitud (incertidumbre inferior a 0.3%), su rangeabilidad (50:1 o mas), su bajo mantenimiento entre otras.

Una de las grandes ventajas de estos dispositivos es la capacidad de auto diagnosticarse para verificar su correcto estado de funcionamiento, con lo cual se apoyan sobre software para hacer correcciones y discriminar si la medición tomada es la correcta. En este sentido, la implementación de una herramienta informática es importante en el análisis del desempeño de los medidores mencionados. Luego en este proyecto se implementa una herramienta software capaz de calcular la velocidad del sonido en gas natural y aire para la fase de gas, con base en la composición, en la temperatura y la presión de los mismos, teniendo en cuenta las propiedades termodinámicas del gas natural y del aire para el cálculo de la velocidad del sonido, a partir del estudio de fenómenos que afectan la medición de gases con tecnología ultrasónica y la evaluación a cero flujo de este tipo de medidores "*Dry Calibration*" [2].

Como objetos de este trabajo, se abordan aspectos relacionados con la selección de modelos matemáticos para el cálculo teórico de la velocidad de propagación de ondas acústicas en aplicaciones de medición de flujo cero de gases naturales y aire, determinados para la región 1 del enfoque de la incertidumbre de los factores de compresibilidad de gas natural, de conformidad con el reporte AGA8. También se hace una presentación de los modelos seleccionados, las ecuaciones registradas obedecen a cada una de las relaciones incluidas dentro de la implementación de los mismos.

Cada uno de los modelos matemáticos expuestos, son implementados en Matlab y para el caso específico del modelo según los reportes de la “*American Gas Association*” AGA8 y AGA10, su implementación en el lenguaje C++. Otro de los modelos presentados es el descrito en la ecuación de estado de rango amplio para gas natural y otras mezclas conocido como GERG-2004, descrita en la monografía de TM 15 2007 de la “*Groupe European de Recherches Gazieres*” (GERG).

Posteriormente se describe el diseño de experimentos empleado para la validación experimental del algoritmo implementado en gas natural según AGA8 y AGA10, a través de pruebas realizadas con un medidor ultrasónico de tiempo de tránsito, verificando que los resultados producto del error relativo entre la velocidad calculada por el algoritmo y la velocidad registrada en el medidor no sobrepasen el 2% del error relativo.

En el capítulo 3, se realiza la validación del algoritmo según la norma AGA8 y AGA10 implementado en Matlab, con base en el análisis de los resultados de las pruebas experimentales realizadas bajo condiciones controladas y no controladas de presión y temperatura.

Finalmente, se presentan las conclusiones del trabajo, así como las recomendaciones y la bibliografía que se utilizó para este proyecto en la modalidad de investigación.

1 SELECCIÓN DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS

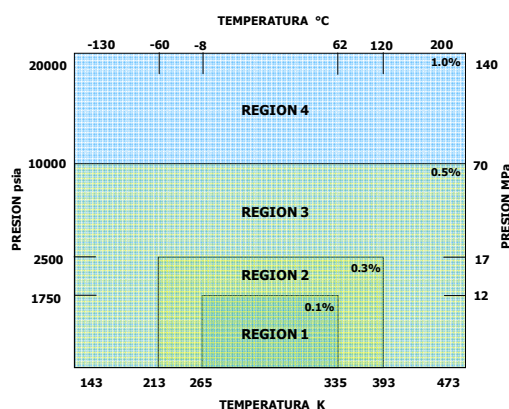
1.1 SELECCIÓN DE LOS MODELOS PARA EL CÁLCULO DE LA VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN DE ONDAS ACÚSTICAS EN GAS NATURAL

Diferentes tipos de ecuaciones de estado (EOS) son aplicadas en la industria de gas natural. El uso de cierta ecuación depende de la región donde se requieren calcular las propiedades termodinámicas del fluido. Para aplicaciones en tuberías, existen diversas ecuaciones con una alta precisión las cuales en su mayoría se restringen a determinada fase de los gases naturales. Para ciertas aplicaciones, ecuaciones simplificadas fueron desarrolladas por ejemplo en el modelo SGERG (Jaeschke y Humphreys en 1992), en donde sus ecuaciones usan las fracciones molares de los componentes de un gas natural específico en combinación con las propiedades físicas tales como la densidad y el valor calorífico superior, como variables de entrada en lugar de utilizar un completo análisis de composición molar. Para cálculos en fase líquida y fase de equilibrio, ecuaciones tales como las de Peng y Robinson (1976) muestran una baja precisión en la descripción de muchas de las propiedades termodinámicas comúnmente calculadas. Una descripción más precisa, por ejemplo la relación $p\rho T$ (presión p , la densidad ρ y la temperatura T) en la fase líquida, se logra a través de ecuaciones con limitados rangos de validez para la temperatura, la presión y la composición como es el caso del modelo de McCarty en 1982. Todos los modelos anteriores son generalmente aplicables solamente en rangos subcríticos, luego el resultado del uso de las ecuaciones individuales para diferentes regiones de los fluidos, crean inconsistencias en los cálculos cuando se mueven de una región a otra y cuando el gas está involucrado en más de una fase, por ejemplo cuando se realizan los cálculos de equilibrio de fase [4]. En las aplicaciones de transmisión y almacenamiento de los gases naturales, se requieren de estándares que en su mayoría se encuentran localizados dentro de “la región clásica” del gas natural, por ejemplo la fase de gas a temperaturas entre 250 K y 350 K con presiones de hasta 30 MPa, este rango es el de principal interés para el cálculo de las propiedades termodinámicas del gas. Actualmente los estándares internacionalmente aceptados para el cálculo del factor de

compresibilidad en esta región, se encuentran el ISO 12213 “*Natural Gas – Calculation of the Compression Factor*”, la ecuación de estado de Starling y Savidge descrita en AGA8-DC92 y su extensión hacia el cálculo de la velocidad del sonido descrita en el “*Speed of Sound in Natural Gas and Other Related Hydrocarbon Gases*” conocido como AGA10. La ecuación de estado de rango amplio de Kunz, Klimeck, Wagner y Jaeschke descrita en GERG 2004 esta validada para rangos amplios de presión, temperatura y composición, adicionalmente cubre la fase de gas, fase liquida, región supercrítica y estados de equilibrio vapor líquido.

Tras lo anterior, la selección de los modelos matemáticos se hizo teniendo en cuenta que estos estén en función de la composición, presión y temperatura del gas, para la región 1 del enfoque de la incertidumbre de los factores de compresibilidad de gas natural, de conformidad con el reporte AGA8 mostrado en la figura 1. Así como la posibilidad de implementación numérica y referencias de la validez de los resultados, luego el estudio parte de la revisión de AGADC-8, AGA10 y GERG 2004 para el gas natural. Los modelos seleccionados para calcular la velocidad del sonido en el aire son el modelo de Zuckerwar y el modelo Cramer.

Figura 1. Enfoque de la incertidumbre de los factores de compresibilidad de gas natural, utilizando el método de caracterización detallada de conformidad con el reporte AGA No8. [4]



Fuente: Reporte AGA No. 8

A continuación se describen cada uno de los modelos matemáticos seleccionados y utilizados, las ecuaciones que allí aparecen pertenecen a cada una de las relaciones matemáticas implementadas en los diferentes algoritmos.

1.1.1 Modelo No.1 Ecuación de estado de Starling y Sadvidge AGA8-DC92 y AGA 10. El rango de validación de la ecuación de estado AGA8-DC92 está limitado a la fase de gas. Básicamente, esta ecuación dispone del cálculo de las propiedades termodinámicas de los gases naturales consistentes en 21 componentes. El rango de validación cubre la fase de gas entre temperaturas de $143\text{ K} \leq T \leq 673\text{ K}$ y presiones de hasta 280 Mpa. Sin embargo, debido a la situación de los datos, una estimación bien fundada de la incertidumbre en la descripción de las propiedades termales de los gases naturales es factible en el rango de temperatura entre $250\text{ K} \leq T \leq 350\text{ K}$ a presiones de hasta 30 Mpa. La estructura de la ecuación de estado AGA8-DC92 está basada sobre polinomios de 58 términos en combinación con funciones exponenciales las cuales requieren de 860 parámetros diferentes. [4]

1.1.1.1 Cálculo de propiedades. Las propiedades como el factor de compresibilidad, el factor de supercompresibilidad y sus densidades pueden ser aplicadas directamente para calcular el volumen y el caudal de un gas. Estos cálculos pueden ser utilizados en otras condiciones donde la relación entre la temperatura, presión y volumen de un gas es importante. Las derivadas de las propiedades termodinámicas, las cuales son calculadas utilizando la información del modelo descrito en AGA8-DC92, conllevan al cálculo de propiedades tales como capacidad calorífica, entalpía, entropía, velocidad del sonido, factor de flujo crítico y las componentes de potencial químico descritas en AGA10.

1.1.1.2 Condición del gas. Para la medición y el cálculo de la velocidad del sonido en medios gaseosos (en particular para gas natural), es necesario que el gas se encuentre en una sola fase. Cabe destacar que el gas se ubique lejos de los puntos críticos o puntos de frontera de una región con otra según la figura 1. Sin embargo, los métodos de cálculo de y de medición pueden ser utilizados para temperaturas desde -130°C a 200°C a presiones que pueden llegar hasta los 138 MPa. [4]

1.1.1.3 Método de caracterización detallada. En el reporte AGA 8 se describe un de los métodos para el cálculo de la compresibilidad y sus densidades en lo referente a sistemas de transferencia de custodia de gas natural y otras aplicaciones de medición de gas. La velocidad del sonido está relacionada con la compresibilidad de un gas y puede ser calculada a partir de sus propiedades físicas fundamentales, las cuales están condensadas en el reporte AGA10. Las ecuaciones utilizadas en este método se describen a continuación.

Los símbolos y su descripción utilizados en el modelo se muestran en la tabla 1. Las tablas de cada uno de los parámetros se encuentran en los anexos.

Tabla 1. Simbología y descripción del método de caracterización detallada en AGA8 y AGA 10.

Símbolo	Descripción
Z	factor de compresibilidad
P	Presión
B	Segundo coeficiente virial
K	Parámetro del tamaño de la mezcla
D	Densidad reducida
C_n^*	coeficientes en función de la composición
T	temperatura absoluta
$a_n, b_n, c_n, k_n,$ $u_n, g_n,$ q_n, f_n, s_n, w_n	constantes (tabla 4 AGA8)
ρ	densidad molar (moles por unidad de volumen)

Símbolo	Descripción
K_i	parámetro de la mezcla de i-ésimo componente (tabla 5 AGA8)
K_{ij}	parámetro de interacción binaria para el tamaño (tabla 6 AGA8)
K_j	parámetro de la mezcla de j-ésimo componente (tabla 5 AGA8)
x_i	fracción molar del i-ésimo componente en la mezcla de gas
x_j	fracción molar del j-ésimo componente en la mezcla de gas
N	número de componentes de la mezcla
B_{nij}^*	coeficiente de caracterización binaria
E_{ij}	parámetro de binario de energía del segundo coeficiente virial
G_{ij}	parámetro de orientación binaria
Q_i	parámetro de cuadrupolo del i-ésimo componente (tabla 5 AGA8)
Q_j	parámetro de cuadrupolo del j-ésimo componente (tabla 5 AGA8)
F_i	parámetro de alta temperatura del i-ésimo componente (tabla 5 AGA8)
F_j	parámetro de alta temperatura del j-ésimo componente (tabla 5 AGA8)
S_i	parámetro dipolar del i-ésimo componente (tabla 5 AGA8)
S_j	parámetro dipolar del j-ésimo componente (tabla 5 AGA8)
W_i	parámetro de asociación del i-ésimo componente (tabla 5 AGA8)
W_j	parámetro de asociación del j-ésimo componente (tabla 5 AGA8)
E_{ij}	parámetro de interacción binaria de energía del segundo coeficiente virial
G_i	parámetro de orientación del i-ésimo componente (tabla 5 AGA8)
G_j	parámetro de orientación del j-ésimo componente (tabla 5 AGA8)
G_{ij}^*	parámetro de interacción binaria para la orientación (tabla 6 AGA8)
G	parámetro de orientación
Q	parámetro de cuadrupolo
U	parámetro de energía de la mezcla
F	parámetro de mezcla a alta temperatura
U_{ij}	parámetro de interacción binaria conforme a la energía
W	velocidad del sonido
C_p^0	constante de capacidad de presión calorífica para un gas ideal
C_v	constante de volumen de capacidad calorífica
R	constante de los gases ideales $8.314510 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$
M_r	masa molar de la mezcla
$\left(\frac{\partial Z}{\partial T}\right)_d$	primera derivada parcial del factor de compresibilidad Z con respecto a la temperatura T
$\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial T^2}\right)_d$	segunda derivada parcial del factor de compresibilidad Z con respecto a la temperatura T
$\left(\frac{\partial B}{\partial T}\right)_d$	primera derivada parcial del primer coeficiente virial B con respecto a la temperatura T
$\left(\frac{\partial^2 B}{\partial T^2}\right)_d$	segunda derivada parcial del primer coeficiente virial B con respecto a la temperatura T
$\left(\frac{\partial Z}{\partial \rho}\right)_T$	primera derivada parcial del factor de compresibilidad Z con respecto a la densidad ρ

Fuente: Reporte AGA No.8 y Reporte AGANo.10

La ecuación de estado para el factor de compresibilidad Z esta dado por la ecuación 1

$$BBZ = 1 + \frac{DB}{K^3} - D \sum_{n=13}^{18} C_n^* T^{-u_n} + \sum_{n=13}^{58} C_n^* T^{-u_n} (b_n - c_n k_n D^{k_n}) D^{b_n} * \exp(-c_n D^{k_n}) \quad (1)$$

La densidad reducida D se relaciona con la densidad molar d a través de la ecuación 1.

$$D = K^3 \rho \quad (2)$$

El parámetro del tamaño de la mezcla K es calculado usando la ecuación 2

$$K^5 = \left[\sum_{i=1}^N x_i K_i^{5/2} \right]^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N x_i x_j (K_{ij}^5 - 1) (K_i K_j)^{5/2} \quad (3)$$

El segundo coeficiente virial B esta dado por la ecuación 3 y el coeficiente de caracterización binaria por la ecuación 4

$$B = \sum_{n=1}^{18} a_n T^{-u_n} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j E_{ij}^{u_n} (K_i K_j)^{3/2} B_{nij}^* \quad (4)$$

$$B_{nij}^* = (G_{ij} + 1 - g_n)^{g_n} (Q_i Q_j + 1 - q_n)^{q_n} (F_i^{1/2} F_j^{1/2} + 1 - f_n)^{f_n} (S_i S_j + 1 - s_n)^{s_n} (W_i W_j + 1 - w_n)^{w_n} \quad (5)$$

El parámetro binario E_{ij} y G_{ij} son calculados respectivamente a través de las ecuaciones 6 y 7.

$$E_{ij} = E_{ij}^* (E_i E_j)^{1/2} \quad (6)$$

$$G_{ij} = \frac{G_{ij}^* (G_i + G_j)}{2} \quad (7)$$

Los coeficientes C_n^* están dados por la ecuación 8.

$$C_n^* = a_n (G + 1 - g_n)^{g_n} (Q^2 + 1 - q_n)^{q_n} (F + 1 - f_n)^{f_n} U^{u_n} \quad (8)$$

Los parámetros U, G, Q, y F son calculados mediante las ecuaciones 9, 10, 11 y 12.

$$U^5 = \left[\sum_{i=1}^N x_i E_i^{5/2} \right]^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N x_i x_j (U_{ij}^5 - 1) (E_i E_j)^{5/2} \quad (9)$$

$$G = \sum_{i=1}^N x_i G_i + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N x_i x_j (G_{ij}^* - 1)(G_i + G_j) \quad (10)$$

$$Q = \sum_{i=1}^N x_i Q_i \quad (11)$$

$$F = \sum_{i=1}^N x_i^2 F_i \quad (12)$$

La velocidad del sonido es calculada a través de la ecuación 13. [5]

$$W = \left[\left(\frac{c_p}{c_v} \right) \left(\frac{RT}{M_r} \right) \left(Z + \rho \left(\frac{\partial Z}{\partial \rho} \right)_T \right) \right]^{0.5} \quad (13)$$

La constante de volumen de capacidad calorífica se calcula a través de la ecuación 14.

$$c_v = c_p^o - R \left\{ 1 + T \int_0^\rho \left[\frac{T}{\rho} \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial T^2} \right)_\rho + \frac{2}{\rho} \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_\rho \right] d\rho \right\} \quad (14)$$

La constante de presión calorífica en términos de la compresibilidad del gas está dada por la ecuación 15.

$$c_p = c_v + R \frac{\left[Z + T \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_\rho \right]^2}{\left[Z + \rho \left(\frac{\partial Z}{\partial \rho} \right)_T \right]} \quad (15)$$

La constante de capacidad de presión calorífica para un gas ideal se determina a través de la ecuación 16.

$$C_p^o = B + C \left[\frac{D/T}{\sinh(D/T)} \right]^2 + E \left[\frac{F/T}{\cosh(F/T)} \right]^2 + G \left[\frac{H/T}{\sinh(H/T)} \right]^2 + I \left[\frac{J/T}{\cosh(J/T)} \right]^2 \quad (16)$$

La primera derivada parcial de Z con respecto a T se muestra en la ecuación 17.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_d &= \frac{D}{K^3} \left(\frac{\partial B}{\partial T} \right)_d + D \sum_{n=13}^{18} u_n C_n^* T^{-(u_n+1)} \\ &\quad - \sum_{n=13}^{58} u_n C_n^* T^{-(u_n+1)} (b_n - c_n k_n D^{k_n}) D^{b_n} * \exp(-c_n D^{k_n}) \quad (17) \end{aligned}$$

Donde la primera derivada del segundo coeficiente virial con respecto a la temperatura se determina por la ecuación 18.

$$\left(\frac{\partial B}{\partial T}\right)_d = - \sum_{n=1}^{18} u_n a_n T^{-(u_n+1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j E_{ij}^{u_n} (K_i K_j)^{3/2} B_{nij}^* \quad (18)$$

La segunda derivada parcial de Z con respecto a T se muestra en la ecuación 19.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial T^2}\right)_d &= \frac{D}{K^3} \left(\frac{\partial^2 B}{\partial T^2}\right)_d - D \sum_{n=13}^{18} u_n (u_n + 1) C_n^* T^{-(u_n+2)} \\ &+ \sum_{n=13}^{58} u_n (u_n + 1) C_n^* T^{-(u_n+2)} (b_n - c_n k_n D^{k_n}) D^{b_n} * \exp(-c_n D^{k_n}) \quad (19) \end{aligned}$$

Donde la segunda derivada del segundo coeficiente virial con respecto a la temperatura está dada por la ecuación 20.

$$\left(\frac{\partial^2 B}{\partial T^2}\right)_d = \sum_{n=1}^{18} u_n (u_n + 1) a_n T^{-(u_n+2)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j E_{ij}^{u_n} (K_i K_j)^{\frac{3}{2}} B_{nij}^* \quad (20)$$

La primera derivada parcial de Z con respecto a ρ se muestra a través de la ecuación 21.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial Z}{\partial \rho}\right)_T &= K^3 \left\{ \left[\frac{B}{K^3} - \sum_{n=13}^{18} C_n^* T^{-u_n} \right] + \sum_{n=13}^{58} C_n^* T^{-u_n} (-c_n k_n D^{(k_n-1)}) b_n D^{b_n} * \exp(-c_n D^{k_n}) \right. \\ &+ \sum_{n=13}^{58} C_n^* T^{-u_n} (b_n - c_n k_n D^{k_n}) b_n D^{(b_n-1)} * \exp(-c_n D^{k_n}) \\ &\left. - \sum_{n=13}^{58} C_n^* T^{-u_n} (b_n - c_n k_n D^{k_n}) D^{b_n} (-c_n k_n D^{(k_n-1)}) * \exp(-c_n D^{k_n}) \right\} \quad (21) \end{aligned}$$

1.1.1.4 Diagrama de flujo del modelo implementado en Matlab y el lenguaje C++. Posterior al estudio del método de caracterización detallada, se realizó la implementación del mismo a través de la herramienta software Matlab y del lenguaje de programación C++. La implementación se llevó a cabo según lo expuesto en el diagrama de flujo, el cual se encuentra con el código respectivo en los anexos. Como resultados de las implementaciones, los cálculos dados por los dos anteriores son iguales.

1.1.2 Modelo No. 2: ecuación de estado de rango amplio para gases naturales y otras mezclas GERG-2004. La ecuación de estado GERG-2004 permite la representación de las propiedades termodinámicas sobre un amplio rango de estados de los fluidos y está basada en ecuaciones de estado muy precisas para componentes puros en combinación con las temperaturas y densidades reducidas de la mezcla, las cuales dependen de la composición determinada por 18 componentes. El rango normal de validación cubre las temperaturas entre $90\text{ K} \leq T \leq 450\text{ K}$ y presiones hasta de 35 MPa para incertidumbres menores al 0.1%. Este rango corresponde al uso de la ecuación en aplicaciones técnicas por ejemplo en el transporte y el almacenamiento de gas natural, así como también en procesos con gas natural licuado. Sin embargo, el cálculo de las propiedades termodinámicas puede extenderse al rango que cubre las temperaturas entre $60\text{ K} \leq T \leq 700\text{ K}$ y presiones de hasta 70 MPa, con una incertidumbre que se hace dependiente de la fase en la que se encuentre el gas y el tipo de mezcla. La incertidumbre estimada está ubicada entre el 0.2% y 0.5%. [3]

1.1.2.1 Cálculo de propiedades. Similarmente como en el caso de AGA8-DC, las derivadas de las propiedades termodinámicas, conllevan al cálculo de propiedades tales como capacidad calorífica, entalpía, entropía, velocidad del sonido, energía libre de Gibbs, coeficiente de Joule Thompson, factor de flujo crítico, las componentes de potencial químico, entre otras.

1.1.2.2 Condición del gas. GERG-2004 es válida para amplios rangos de temperatura, presión y composición y cubre la fase de gas, la fase de líquido, la región supercrítica y los estados de equilibrio vapor líquido.

1.1.2.3 Método de cálculo de la velocidad del sonido y del factor de compresibilidad. Los símbolos y su descripción utilizados en el modelo se muestran en la tabla 2.

Tabla 2. Simbología y descripción del método GERG-2004.

Símbolo	Descripción
Z	factor de compresibilidad
T	temperatura absoluta
W	velocidad del sonido
P	densidad molar (moles por unidad de volumen)
Δ	densidad reducida de la mezcla
T	temperatura inversa reducida de la mezcla
$\rho_r(x)$	función reducida de la densidad reducida de la mezcla
$T_r(x)$	función del inverso de la temperatura reducida de la mezcla
x_i	fracción molar del i-ésimo componente en la mezcla de gas
x_j	fracción molar del j-ésimo componente en la mezcla de gas
$\beta_{T,ij}, \gamma_{T,ij}$ $\beta_{v,ij}, \gamma_{v,ij}$	parámetros binarios de las funciones reducidas para la densidad y la temperatura (tabla A3.8)
$\rho_{c,i}$	densidad crítica i-ésimo componente (tabla A 3.5)
$\rho_{c,j}$	densidad crítica j-ésimo componente (tabla A 3.5)
$n_{oi,k}^o, c_{oi,k}$ $d_{oi,k}, t_{oi,k}, \vartheta_{oi,k}^o$	parámetros i-ésimo componente (tablas A 3.1, A 3.2, A 3.3 y A 3.4)
$n_{ij,k}, d_{ij,k}, t_{ij,k}$ $\eta_{ij,k}, \varepsilon_{ij,k}, \beta_{ij,k}$ $\gamma_{ij,k}$	Parámetros i-ésimo componente (tablas A 3.7)
F_{ij}	Parámetros diferentes de cero para la parte residual α^f de la energía libre reducida de Helmholtz.
$\alpha_{\delta\delta}^r$	segunda derivada del factor adimensional α^f de la energía libre de Helmholtz con respecto a δ
$\alpha_{\tau\tau}^o$	segunda derivada del factor adimensional α^o de la energía libre de Helmholtz con respecto a τ
$T_{c,i}$	temperatura crítica i-ésimo componente (tabla A 3.5)

Símbolo	Descripción
$T_{c,j}$	temperatura crítica j-ésimo componente (tabla A 3.5)
α_{δ}^r	primera derivada del factor adimensional α^f de la energía libre de Helmholtz con respecto a δ
$\alpha_{\delta\tau}^r$	derivada del factor adimensional α^f de la energía libre de Helmholtz con respecto a δ y τ
$\alpha_{\tau\tau}^r$	Segunda derivada del factor adimensional α^f de la energía libre de Helmholtz con respecto a τ
$\left(\frac{\partial^2 \alpha_{oi}^o}{\partial (T_{c,i}/T)^2}\right)_{\rho}$	segunda derivada de la energía libre de Helmholtz α_{oi}^o para el gas ideal con respecto a $T_{c,i}/T$
$\left(\frac{\partial \alpha_{oi}^r}{\partial \delta}\right)_{\tau}$	derivada de la parte residual del factor adimensional de la energía libre de Helmholtz α_{oi}^f con respecto a la densidad reducida de la mezcla δ
$\left(\frac{\partial \alpha_{ij}^r}{\partial \delta}\right)_{\tau}$	derivada de la función α_{ij}^f con respecto la densidad reducida de la mezcla δ
$\left(\frac{\partial^2 \alpha_{oi}^r}{\partial \delta \partial \tau}\right)_{\tau}$	segunda derivada de la parte residual del factor adimensional de la energía libre de Helmholtz α_{oi}^f con respecto a δ y τ
$\left(\frac{\partial^2 \alpha_{ij}^r}{\partial \delta \partial \tau}\right)_{\tau}$	segunda derivada de la función α_{ij}^f con respecto a δ y τ
R	constante molar del gas 8.314472 J.mol ⁻¹ .K ⁻¹
R*	Constante molar obsoleta del gas 8.324510 J.mol ⁻¹ .K ⁻¹
M _r	masa molar de la mezcla
$\left(\frac{\partial^2 \alpha_{oi}^r}{\partial \tau^2}\right)_{\tau}$	segunda derivada de la parte residual del factor adimensional de la energía libre de Helmholtz α_{oi}^f con respecto a τ

Fuente: *GERG Technical Monograph 15*

Este modelo se basa en la aproximación de un fluido múltiple explícito a través de la energía libre reducida de Helmholtz, dada por la ecuación 22.

$$\alpha(\delta, \tau, x) = \alpha^o(\rho, T, x) + \alpha^r(\delta, \tau, x) \quad (22)$$

Donde α^o representa las propiedades para la mezcla de un gas ideal a una densidad ρ , una temperatura T y una composición x acorde a la ecuación 23.

$$\alpha^o(\rho, T, x) = \sum_{i=1}^N x_i [\alpha_{oi}^o(\rho, T) + \ln x_i] \quad (23)$$

La parte residual α^f de la energía libre reducida de Helmholtz de la mezcla se da a través de la ecuación 24.

$$\alpha^r(\delta, \tau, x) = \sum_{i=1}^N x_i \alpha_{oi}^o(\delta, \tau) + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N x_i x_j F_{ij} \alpha_{ij}^r(\delta, \tau) \quad (24)$$

Donde δ es la densidad reducida de la mezcla y τ es la temperatura inversa reducida de la mezcla como se muestran en las ecuaciones 25 y 26 respectivamente.

$$\delta = \frac{\rho}{\rho_r(x)} \quad (25)$$

$$\tau = \frac{T_r(x)}{T} \quad (26)$$

Para la ecuación 25, se tiene que la función reducida de la densidad reducida de la mezcla $\rho_r(x)$ se determina a través de la ecuación 27.

$$\frac{1}{\rho_r(x)} = \sum_{i=1}^N x_i^2 \frac{1}{\rho_{c,i}} + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N 2x_i x_j \beta_{v,ij} \gamma_{v,ij} \left(\frac{x_i + x_j}{\beta_{v,ij}^2 x_i + x_j} \right) \frac{1}{8} \left(\frac{1}{\rho_{c,i}^{1/3}} + \frac{1}{\rho_{c,i}^{1/3}} \right)^3 \quad (27)$$

Análogamente, para la ecuación 26 se tiene que la función del inverso de la temperatura reducida de la mezcla $T_r(x)$ se muestra en la ecuación 28.

$$T_r(x) = \sum_{i=1}^N x_i^2 T_{c,i} + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N 2x_i x_j \beta_{T,ij} \gamma_{T,ij} \left(\frac{x_i + x_j}{\beta_{T,ij}^2 x_i + x_j} \right) (T_{c,i} T_{c,j})^{\frac{1}{2}} \quad (28)$$

El factor de compresibilidad esta dado por la relación descrita en la ecuación 29.

$$Z = 1 + \delta \alpha_{\delta}^r \quad (29)$$

La velocidad del sonido se determina a través de la ecuación 30.

$$W = \left\{ \left(\frac{RT}{M} \right) \left[1 + 2\delta \alpha_{\delta}^r + \delta^2 \alpha_{\delta\delta}^r - \frac{(1 + \delta \alpha_{\delta}^r - \delta \tau \alpha_{\delta\tau}^r)^2}{\tau^2 (\alpha_{\tau\tau}^o + \alpha_{\tau\tau}^r)} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (30)$$

Los cálculos de cada una de las constantes necesitarías para determinar la velocidad del sonido en el gas natural se describen a continuación en función de sus derivadas y constantes tomados de las tablas (ver anexos).

La segunda derivada del factor adimensional α^o de la energía libre de Helmholtz con respecto a τ , $\alpha_{\tau\tau}^o$, se muestra en la ecuación 31

$$\alpha_{\tau\tau}^o = \sum_{i=1}^N x_i \left(\frac{T_{c,i}}{T_r} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 \alpha_{oi}^o}{\partial (T_{c,i}/T)^2} \right)_\rho \quad (31)$$

La segunda derivada de la energía libre de Helmholtz α_{oi}^o , para el gas ideal con respecto a $T_{c,i}/T$ utilizada en la ecuación 31 se calcula por medio de la ecuación 32.

$$\left(\frac{\partial^2 \alpha_{oi}^o}{\partial (T_{c,i}/T)^2} \right)_\rho = \frac{R^*}{R} \left[-n_{oi,3}^o \left(\frac{T}{T_{c,i}} \right)^2 - \sum_{k=4,6} n_{oi,k}^o \frac{(\vartheta_{oi,k}^o)^2}{\left(\sinh \left(\vartheta_{oi,k}^o \frac{T_{c,i}}{T} \right) \right)^2} - \sum_{k=5,7} n_{oi,k}^o \frac{(\vartheta_{oi,k}^o)^2}{\left(\cosh \left(\vartheta_{oi,k}^o \frac{T_{c,i}}{T} \right) \right)^2} \right] \quad (32)$$

La primera derivada del factor adimensional α^r de la energía libre de Helmholtz con respecto a δ , α_{δ}^r , se muestra en la ecuación 33.

$$\alpha_{\delta}^r = \sum_{i=1}^N x_i \left(\frac{\partial \alpha_{oi}^r}{\partial \delta} \right)_\tau + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N x_i x_j F_{ij} \left(\frac{\partial \alpha_{ij}^r}{\partial \delta} \right)_\tau \quad (33)$$

La derivada de la parte residual del factor adimensional de la energía libre de Helmholtz α_{oi}^r con respecto a δ , se calcula a través de la ecuación 34.

$$\left(\frac{\partial \alpha_{oi}^r}{\partial \delta} \right)_\tau = \sum_{k=1}^{K_{Pol,i}} n_{oi,k} d_{oi,k} \delta^{d_{oi,k}-1} \tau^{t_{oi,k}} + \sum_{k=K_{Pol,i}+1}^{K_{Pol,i}+K_{Exp,i}} n_{oi,k} \delta^{d_{oi,k}-1} (d_{oi,k} - c_{oi,k} \delta^{c_{oi,k}}) \tau^{t_{oi,k}} \exp(-\delta^{c_{oi,k}}) \quad (34)$$

La derivada de la función α_{ij}^r con respecto la densidad reducida de la mezcla δ , se muestra en la ecuación 35.

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial \alpha_{ij}^r}{\partial \delta}\right)_\tau &= \sum_{k=1}^{K_{Pol,ij}} n_{ij,k} d_{ij,k} \delta^{d_{ij,k}-1} \tau^{t_{ij,k}} \\
&+ \sum_{k=K_{Pol,ij}+1}^{K_{Pol,ij}+K_{Exp,ij}} n_{ij,k} \delta^{d_{ij,k}} \tau^{t_{ij,k}} \exp\left(-\eta_{ij,k}(\delta - \varepsilon_{ij,k})^2 - \beta_{ij,k}(\delta - \gamma_{ij,k})\right) \left[\frac{d_{ij,k}}{\delta} \right. \\
&\left. - 2\eta_{ij,k}(\delta - \varepsilon_{ij,k}) - \beta_{ij,k}\right] \quad (35)
\end{aligned}$$

La segunda derivada del factor adimensional α^r de la energía libre de Helmholtz con respecto a δ , $\alpha_{\delta\delta}^r$, se describe a través de la ecuación 36.

$$\alpha_{\delta\delta}^r = \sum_{i=1}^N x_i \left(\frac{\partial^2 \alpha_{oi}^r}{\partial \delta^2}\right)_\tau + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N x_i x_j F_{ij} \left(\frac{\partial^2 \alpha_{ij}^r}{\partial \delta^2}\right)_\tau \quad (36)$$

La segunda derivada de la parte residual del factor adimensional de la energía libre de Helmholtz α_{oi}^r con respecto a δ se calcula en la ecuación 37.

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial^2 \alpha_{oi}^r}{\partial \delta^2}\right)_\tau &= \sum_{k=1}^{K_{Pol,i}} n_{oi,k} d_{oi,k} (d_{oi,k} - 1) \delta^{d_{oi,k}-2} \tau^{t_{oi,k}} \\
&+ \sum_{k=K_{Pol,i}+1}^{K_{Pol,i}+K_{Exp,i}} n_{oi,k} \delta^{d_{oi,k}-2} \left((d_{oi,k} - c_{oi,k} \delta^{c_{oi,k}})(d_{oi,k} - c_{oi,k} \delta^{c_{oi,k}}) \right. \\
&\left. - c_{oi,k}^2 \delta^{c_{oi,k}}\right) \tau^{t_{oi,k}} \exp(-\delta^{c_{oi,k}}) \quad (37)
\end{aligned}$$

La segunda derivada de la función α_{ij}^r con respecto la densidad reducida de la mezcla δ , se muestra en la ecuación 38.

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial^2 \alpha_{ij}^r}{\partial \delta^2}\right)_\tau &= \sum_{k=1}^{K_{Pol,ij}} n_{ij,k} d_{ij,k} (d_{ij,k} - 1) \delta^{d_{ij,k}-2} \tau^{t_{ij,k}} \\
&+ \sum_{k=K_{Pol,ij}+1}^{K_{Pol,ij}+K_{Exp,ij}} n_{ij,k} \delta^{d_{ij,k}} \tau^{t_{ij,k}} \exp\left(-\eta_{ij,k}(\delta - \varepsilon_{ij,k})^2\right. \\
&\left. - \beta_{ij,k}(\delta - \gamma_{ij,k})\right) \left[\left(\frac{d_{ij,k}}{\delta} - 2\eta_{ij,k}(\delta - \varepsilon_{ij,k}) - \beta_{ij,k}\right)^2 - \frac{d_{ij,k}}{\delta^2} - 2\eta_{ij,k} \right] \quad (38)
\end{aligned}$$

La derivada del factor adimensional α^r de la energía libre de Helmholtz con respecto a δ y τ , se calcula según la ecuación 39.

$$\alpha_{\delta\tau}^r = \sum_{i=1}^N x_i \left(\frac{\partial^2 \alpha_{oi}^r}{\partial \delta \partial \tau}\right)_\tau + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N x_i x_j F_{ij} \left(\frac{\partial^2 \alpha_{ij}^r}{\partial \delta \partial \tau}\right)_\tau \quad (39)$$

La segunda derivada de la parte residual del factor adimensional de la energía libre de Helmholtz α_{oi}^r , con respecto a δ y τ se determina a través de la ecuación 40.

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial^2 \alpha_{oi}^r}{\partial \delta \partial \tau}\right)_\tau &= \sum_{k=1}^{K_{Pol,i}} n_{oi,k} d_{oi,k} t_{oi,k} \delta^{d_{oi,k}-1} \tau^{t_{oi,k}-1} \\
&+ \sum_{k=K_{Pol,i}+1}^{K_{Pol,i}+K_{Exp,i}} n_{oi,k} t_{oi,k} \delta^{d_{oi,k}-1} (d_{oi,k} - c_{oi,k} \delta^{c_{oi,k}}) \tau^{t_{oi,k}} \exp(-\delta^{c_{oi,k}}) \quad (40)
\end{aligned}$$

La segunda derivada de la función α_{ij}^r con respecto a δ y τ , se muestra en la ecuación 41.

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial^2 \alpha_{ij}^r}{\partial \delta \partial \tau}\right)_\tau &= \sum_{k=1}^{K_{Pol,ij}} n_{ij,k} d_{ij,k} t_{ij,k} \delta^{d_{ij,k}-1} \tau^{t_{ij,k}-1} \\
&+ \sum_{k=K_{Pol,ij}+1}^{K_{Pol,ij}+K_{Exp,ij}} n_{ij,k} t_{ij,k} \delta^{d_{ij,k}} \tau^{t_{ij,k}-1} \exp\left(-\eta_{ij,k}(\delta - \varepsilon_{ij,k})^2\right. \\
&\left. - \beta_{ij,k}(\delta - \gamma_{ij,k})\right) \left[\frac{d_{ij,k}}{\delta} - 2\eta_{ij,k}(\delta - \varepsilon_{ij,k}) - \beta_{ij,k} \right] \quad (41)
\end{aligned}$$

La segunda derivada del factor adimensional α^r , de la energía libre de Helmholtz con respecto a la temperatura inversa reducida de la mezcla τ se muestra en la ecuación 42.

$$\alpha_{\tau\tau}^r = \sum_{i=1}^N x_i \left(\frac{\partial^2 \alpha_{oi}^r}{\partial \tau^2} \right)_{\tau} + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N x_i x_j F_{ij} \left(\frac{\partial^2 \alpha_{ij}^r}{\partial \tau^2} \right)_{\tau} \quad (42)$$

La derivada de la parte residual del factor adimensional de la energía libre de Helmholtz α_{oi}^r , con respecto a τ se describe en la ecuación 43.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 \alpha_{oi}^r}{\partial \tau^2} \right)_{\delta} &= \sum_{k=1}^{K_{Pol,i}} n_{oi,k} t_{oi,k} (t_{oi,k} - 1) \delta^{d_{oi,k}} \tau^{t_{oi,k}-2} \\ &+ \sum_{k=K_{Pol,i}+1}^{K_{Pol,i}+K_{Exp,i}} n_{oi,k} t_{oi,k} (t_{oi,k} - 1) \delta^{d_{oi,k}} \tau^{t_{oi,k}-2} \exp(-\delta^{c_{oi,k}}) \end{aligned} \quad (43)$$

La segunda derivada de la función α_{ij}^r con respecto a δ y τ , se muestra en la ecuación 44.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 \alpha_{ij}^r}{\partial \tau^2} \right)_{\tau} &= \sum_{k=1}^{K_{Pol,ij}} n_{ij,k} t_{ij,k} (t_{ij,k} - 1) \delta^{d_{ij,k}} \tau^{t_{ij,k}-2} \\ &+ \sum_{k=K_{Pol,ij}+1}^{K_{Pol,ij}+K_{Exp,ij}} n_{ij,k} t_{ij,k} (t_{ij,k} - 1) \delta^{d_{ij,k}} \tau^{t_{ij,k}-2} \exp\left(-\eta_{ij,k}(\delta - \varepsilon_{ij,k})^2\right) \\ &- \beta_{ij,k}(\delta - \gamma_{ij,k}) \end{aligned} \quad (44)$$

1.1.2.4 Diagrama de flujo del modelo implementado en Matlab. Posterior al estudio de la ecuación de estado GERG-2004, se realizó la implementación del mismo a través de la herramienta software Matlab. El diagrama de flujo y el código utilizado se encuentra en los anexos.

1.2 VELOCIDAD DE PROPAGACION DE ONDAS ACUSTICAS EN AIRE

1.2.1 Modelo Zuckerwar. Este modelo presenta el cálculo de la velocidad de ondas acústicas en aire en función de la concentración de dióxido de carbono, vapor de agua, temperatura, presión y frecuencia, con el apoyo de los parámetros de calor específico y coeficientes viriales. [6]

1.2.1.1 Condiciones. Los rangos de este modelo dados por validación experimental encontrada en la literatura, se encuentran en que para la temperatura se ubican entre $233 \text{ K} \leq T \leq 603 \text{ K}$, presión entre $0 \text{ psia} \leq P \leq 1469.5948 \text{ psia}$, y porcentaje de humedad entre 0 y el 100%. Además cuenta con un parámetro adicional de entrada que es la frecuencia de la onda acústica cuyo rango se encuentra entre los 0 y 100 kHz.

1.2.2 Cálculo de la velocidad del sonido. Los símbolos y su descripción utilizados en las ecuaciones de estado se muestran en la tabla 3.

Tabla 3. Simbología y descripción del método Zuckerwar

Símbolo	Descripción
a_d, a_h	Constante, coeficiente virial para el aire seco y vapor de agua
a_0, \dots, a_3	Constante ,calor específico ideal a presión constante
B_{dd}, B_{hh}	Segundo coeficiente virial del aire seco y vapor de agua
b_d, b_h	Constante, coeficiente virial B del aire y vapor de agua
C_{ddd}, C_{hhh}	Tercer coeficiente virial aire seco y vapor de agua
C_N	Vibración calor específico del nitrógeno
C_X	Vibración calor específico del oxígeno
C_p^o	Calor específico ideal del aire a presión atmosférica constante
C_{pd}^o, C_{ph}^o	Calor específico ideal del aire y vapor de agua a presión constante

Símbolo	Descripción
$C_{\infty d}, C_{\infty h}$	Limite alta temperatura de C_{dd}, C_{hh}
C_d, C_h	Constante, coeficiente virial B del aire y vapor de agua
$d_d, d_h, e_d, e_h, f_d, f_h$	Constante, coeficiente virial C del aire y vapor de agua
f	Segundo coeficiente virial presión acústica
F	Frecuencia acústica
Fe	Factor de fugacidad
f_N	Relación tiempo vibracional del nitrógeno
f_X	Relación tiempo vibracional del oxígeno
G	Tercer coeficiente virial presión acústica
g_d, g_h	Constante, coeficiente virial B del aire y vapor de agua
h_r	Humedad relativa
K_c	Corrección del calor específico de la velocidad del sonido
K_{dd}, K_{hh}	Densidad acústica Segundo coeficiente virial del aire seco y vapor de agua
K_r	Relación de corrección de la velocidad del sonido
K_v	Corrección virial de la velocidad del sonido
L_{Bdd}, L_{Bhh}	Constantes, tercer coeficiente virial de densidad acústica para aire seco y vapor de agua ,componente virial B
L_{cd}, L_{ch}	Constantes, tercer coeficiente virial de densidad acústica para aire seco y vapor de agua ,componente virial C
M	Masa molar de aire atmosférico
M_c	Masa molar de monóxido de carbono
M_{cf}	Masa molar libre de monóxido de carbono aire seco
M_d	Masa molar de aire seco
M_h	Masa molar de vapor de agua
M_i	Masa molar del iesimo componente
P	Presión
P_{sv}	Presión de vapor saturado
P_0^*	Presión de referencia para relación de frecuencias 1 atm
T_0	Temperatura de referencia para relación de frecuencias 1 atm
W	Velocidad del sonido de aire atmosférico (Real)
Ws	Velocidad del sonido simple del aire
X_a	Fracción molar que se remueve o se adiciona de una mezcla
x_d	Fracción molar del aire seco
x_h	Fracción molar de vapor de agua
x_i	Fracción molar del iesimo componente
X_N, X_X	Fracción molar del oxígeno y del Nitrógeno
r_0	Variación del calor específico ideal para el aire atmosférico
r_s	Variación del calor específico simple para el aire atmosférico
γ_{od}	Variación del calor específico ideal para el aire seco
γ_{oh}	Variación del calor específico ideal para el vapor de agua
ϵ_N	Relación nitrógeno
ϵ_X	Relación oxígeno

Fuente: *Handbook of Sound in Real Gases*

Según este modelo la relación que describe el comportamiento de la velocidad del sonido en el aire se muestra en la ecuación 45.

$$W^2 = W_s^2(1 + K_c)(1 + K_v)(1 + K_r) \quad (45)$$

Donde el término simple de la velocidad del sonido W_s está dado por la ecuación 46.

$$W_s^2 = \frac{\gamma_s RT}{M} \quad (46)$$

La relación para calcular la masa molar se muestra en la ecuación 47.

$$M = M_d(1 - x_h) + M_h(x_h) \quad (47)$$

La masa molar del aire seco M_d se calcula a través de la ecuación 48.

$$M_d = \sum M_i x_i \quad (48)$$

La masa molar del vapor de agua es $M_h=18.01528$ (gr/mol).

La fracción molar de vapor de agua se calcula según la ecuación 49. [7]

$$x_h = hfe \frac{P_{vs}}{P} \quad (49)$$

La presión de vapor saturado se halla mediante la ecuación 50.

$$P_{vs} = P_0 e^{(AT^2+BT+C+DT^{-1})} \quad (50)$$

Donde P_0 es la presión de referencia (1 Pa), $A=1.237884*10^{-5}K^{-2}$, $B=-1.9121316*10^{-2}K^{-1}$, $C=33.93711047$ y $D=-6.3431645*10^3K$.

El factor de fugacidad se calcula a través de la ecuación 51.

$$fe = \alpha + \beta P + \gamma T^2 \quad (51)$$

Para lo cual $\alpha=1.00062$, $\beta=3.14*10^{-8} Pa^{-1}$ y $\gamma=5.6*10^{-7}K^{-2}$ [X]

El cálculo del factor de corrección referido al calor específico K_c se determina por la ecuación 52.

$$K_c = \frac{r_0}{r_s} - 1 \quad (52)$$

La variación del calor específico ideal para el aire atmosférico esta dado por la ecuación 53.

$$r_0 = 1 + [c_{pd}^0 x_d + c_{ph}^0 x_h - 1]^{-1} \quad (53)$$

El calor específico se calcula a través de la relación dada en la ecuación 54, es de aclarar que los subíndices d y h denotan para el aire seco y vapor de agua respectivamente.

$$\frac{C_p^0}{R} = a_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3 \quad (54)$$

En la anterior ecuación lo valores a_0 , a_1 , a_2 , a_3 para cada uno de los calores específicos se encuentran resumidos en la tabla 2 del modelo Zuckerwar en los anexos.

La variación del calor específico simple para el aire atmosférico esta dado por la ecuación 55.

$$r_s = 1 + \left[\left(\frac{7}{2} \right) x_d \left(\frac{8}{2} \right) x_h - 1 \right]^{-1} \quad (55)$$

El cálculo del factor de corrección virial K_v se obtiene con la ecuación 56.

$$K_v = FP + GP^2 \quad (56)$$

El segundo coeficiente virial de presión acústica se obtiene a través de la ecuación 57.

$$F = \frac{K_{dd}(1 - x_h)^2 + K_{hh}x_h^2}{RT} \quad (57)$$

En el cual los coeficientes viriales acústicos para el aire seco K_{dd} y el vapor de agua K_{hh} son respectivamente calculados en las ecuaciones 58 y 59 respectivamente.

$$K_{dd} = 2B_{dd} + 2(\gamma_{od} - 1)T \frac{dB_{dd}}{dT} + \frac{(\gamma_{od} - 1)^2}{\gamma_{od}} T^2 \frac{d^2 B_{dd}}{dT^2} \quad (58)$$

$$K_{hh} = 2B_{hh} + 2(\gamma_{oh} - 1)T \frac{dB_{hh}}{dT} + \frac{(\gamma_{oh} - 1)^2}{\gamma_{oh}} T^2 \frac{d^2 B_{hh}}{dT^2} \quad (59)$$

En las anteriores ecuaciones los coeficientes viriales B_{dd} y B_{hh} son calculados a y través de las ecuaciones 60 y 61. Así como también sus respectivas derivadas usadas en los cálculos de los anteriores coeficientes en las ecuaciones 62, 63, 64 y 65.

$$B_{dd} = a_d - b_d e^{\left(\frac{c_d}{T}\right)} \quad (60)$$

$$B_{hh} = a_h - b_h e^{\left(\frac{c_h}{T}\right)} \quad (61)$$

Para la ecuación 60, $a_d=152.2$ (cm³/mol), $b_d =111.36$ (cm³/mol) y $c_d=108.1$ K para el rango de temperaturas entre 230 y 650 K.

Para la ecuación 61, $a_h=31.5$ (cm³/mol), $b_h=13.6$ (cm³/mol) y $c_h=1375.3$ K para el rango de temperaturas entre 423 y 1173 K.

$$\frac{dB_{dd}}{dT} = (b_d) \left(\frac{c_d}{T^2}\right) e^{\frac{cd}{T}} \quad (62)$$

$$\frac{d^2B_{dd}}{dT^2} = \left(-e^{\frac{cd}{T}}\right) \left(b_d \frac{2c_d}{T^3}\right) - \left(b_d \frac{c_d}{T^2}\right) \left(\frac{c_d}{T^2}\right) e^{\frac{cd}{T}} \quad (63)$$

$$\frac{dB_{hh}}{dT} = (b_h) \left(\frac{c_h}{T^2}\right) e^{\frac{ch}{T}} \quad (64)$$

$$\frac{d^2B_{hh}}{dT^2} = \left(-e^{\frac{ch}{T}}\right) \left(b_h \frac{2c_h}{T^3}\right) - \left(b_h \frac{c_h}{T^2}\right) \left(\frac{c_h}{T^2}\right) e^{\frac{ch}{T}} \quad (65)$$

La variación del calor específico en aire seco y en vapor de agua son calculados ppor las ecuaciones 66 y 67 respectivamente.

$$\gamma_{od} = 1 + \left[\left[\frac{c_{pd}^0 x_d}{R} \right] - 1 \right]^{-1} \quad (66)$$

$$\gamma_{oh} = 1 + \left[\left[\frac{c_{ph}^0 x_h}{R} \right] - 1 \right]^{-1} \quad (67)$$

El cálculo del tercer coeficiente virial de presión acústica G , se calcula a través de la ecuación 68.

$$G = \frac{[L_{BBd}(1-x_h)^2 + L_{BBh}x_h^2]^2 \frac{(\gamma_o - 1)}{\gamma_o} + L_{Cd}(1-x_h)^3 + L_{Ch}x_h^3}{(RT)^2} - \frac{[B_{dd}(1-x_h)^2 + B_{hh}x_h^2]^2 K_{dd}(1-x_h)^2 + K_{hh}x_h^2}{(RT)^2} \quad (68)$$

Los segundos coeficientes viriales en función de la densidad se calculan en las ecuaciones 69 y 70.

$$L_{BBd} = B_{dd} + 2(\gamma_{od} - 1)T \frac{dB_{dd}}{dT} + (\gamma_{od} - 1)T^2 \frac{d^2B_{dd}}{dT^2} \quad (69)$$

$$L_{BBh} = B_{hh} + 2(\gamma_{oh} - 1)T \frac{dB_{hh}}{dT} + (\gamma_{oh} - 1)T^2 \frac{d^2B_{hh}}{dT^2} \quad (70)$$

La densidad de los terceros coeficientes viriales en función de la temperatura se calculan a través de las ecuaciones 71 y 72.

$$L_{cd} = \left(\frac{1 + 2\gamma_{od}}{\gamma_{od}} \right) C_{ddd} + \left(\frac{\gamma_{od}^2 - 1}{\gamma_{od}} \right) T \frac{dC_{ddd}}{dT} + \frac{(\gamma_{od} - 1)^2}{2\gamma_{od}} T^2 \frac{d^2C_{ddd}}{dT^2} \quad (71)$$

$$L_{ch} = \left(\frac{1 + 2\gamma_{oh}}{\gamma_{oh}} \right) C_{hhh} + \left(\frac{\gamma_{oh}^2 - 1}{\gamma_{oh}} \right) T \frac{dC_{hhh}}{dT} + \frac{(\gamma_{oh} - 1)^2}{2\gamma_{oh}} T^2 \frac{d^2C_{hhh}}{dT^2} \quad (72)$$

Los terceros coeficientes viriales C_{ddd} y C_{hhh} , con sus respectivas derivadas utilizadas en las anteriores expresiones, se calculan en las ecuaciones 73, 74, 75, 76, 77 y 78.

$$C_{ddd} = \left[d_d - e_d e^{\frac{f_d}{T}} \right] e^{-g_d T} + C_{\infty d} \quad (73)$$

$$C_{hhh} = \left[d_h - e_h e^{\frac{f_h}{T}} \right] e^{-g_h T} + C_{\infty h} \quad (74)$$

$$\frac{dC_{ddd}}{dT} = -g_d \left(d_d - e_d e^{\frac{f_d}{T}} \right) e^{-g_d T} + \left(\frac{e_d f_d}{T^2} e_d e^{\frac{f_d}{T}} \right) e^{-g_d T} \quad (75)$$

$$\frac{d^2 C_{ddd}}{dT^2} = \frac{-e^{-g_d T} \left[\left(2g_d e_d f_d e^{\frac{f_d}{T}} \right) T^2 + g_d^2 \left(e_d e^{\frac{f_d}{T}} - d_d \right) T^4 + \left(2e_d f_d e^{\frac{f_d}{T}} \right) T + e_d f_d^2 \left(\frac{f_d}{T} \right) \right]}{T^4} \quad (76)$$

$$\frac{dC_{hhh}}{dT} = -g_h \left(d_h - e_h e^{\frac{f_h}{T}} \right) e^{-g_h T} + \frac{f_h}{T^2} e^{-g_h T} e_h e^{\frac{f_h}{T}} \quad (77)$$

$$\frac{d^2 C_{hhh}}{dT^2} = \frac{-e^{-g_h T} \left[\left(2g_h e_h f_h e^{\frac{f_h}{T}} \right) T^2 + g_h^2 \left(e_h e^{\frac{f_h}{T}} - d_h \right) T^4 + \left(2e_h f_h e^{\frac{f_h}{T}} \right) T + e_h f_h^2 \left(\frac{f_h}{T} \right) \right]}{T^4} \quad (78)$$

El tercer coeficiente de corrección K_r en función de la frecuencia se obtiene con la ecuación 79.

$$Kr = \frac{\epsilon_x}{1 - \epsilon_x} \left[\frac{(f/f_x)^2}{1 + (f/f_x)^2} \right] + \frac{\epsilon_N}{1 - \epsilon_N} \left[\frac{(f/f_N)^2}{1 + (f/f_N)^2} \right] \quad (79)$$

En la anterior expresión, la relación de tiempo vibracional del oxígeno y el nitrógeno se calcula con la ecuación 80.

$$\epsilon_x = \frac{x_X C_X}{(C_p^0 - x_X C_X - x_N C_N)(C_p^0 - R)} \quad (80)$$

Donde el calor específico del oxígeno y del nitrógeno están dados por las ecuaciones 81 y 82 respectivamente.

$$C_X = R \left(\frac{2239.1}{T} \right)^2 \frac{e^{\left(-\frac{2239.1}{T} \right)}}{\left[1 - e^{\left(-\frac{2239.1}{T} \right)} \right]^2} \quad (81)$$

$$C_N = R \left(\frac{3352.0}{T} \right)^2 \frac{e^{\left(-\frac{3352.0}{T} \right)}}{\left[1 - e^{\left(-\frac{3352.0}{T} \right)} \right]^2} \quad (82)$$

La relación del calor específico vibracional el nitrógeno y el oxígeno es dada por la ecuación 83.

$$\epsilon_N = \frac{x_N C_N}{(C_p^0 - x_X C_X - x_N C_N)(C_p^0 - R)} \quad (83)$$

Las relaciones de frecuencia del oxígeno y el nitrógeno se muestran en las ecuaciones 84 y 85 respectivamente.

$$f_x = \left(\frac{P}{P_0^*}\right) \left[a_x(1) + a_x(2)x_h + \frac{a_x(3) + x_h}{a_x(4) + x_h} \right] \quad (84)$$

$$f_N = \left(\frac{P}{P_0^*}\right) \left(\frac{T_0}{T}\right) [a_N(1) + a_N(2)x_h] \quad (85)$$

Donde los coeficientes $a_x(1)$...hasta $a_x(4)$ están dados por las ecuaciones 86,87,88 y 89.

$$a_x(1) = 2.131 * 10^5 e^{(-60.40T^{-1/3})} \quad (86)$$

$$a_x(2) = 4.04 * 10^6 \text{ Hz} \quad (87)$$

$$a_x(3) = 16.46 e^{(-75.19T^{-\frac{1}{3}})} \quad (88)$$

$$a_x(4) = 3.91 * 10^{-3} \text{ Hz} \quad (89)$$

Los coeficientes $a_N(1)$ y $a_N(2)$ están dados por las ecuaciones 90 y 91.

$$a_N(1) = 6.614 * 10^4 e^{(-58.90T^{-\frac{1}{3}})} \quad (90)$$

$$a_N(2) = 2.8 * 10^4 e^{\left\{-4.170 \left[\left(\frac{T}{T_0}\right)^{-\frac{1}{3}} - 1 \right] \right\}} \quad (91)$$

1.2.2.1 Diagrama de flujo del modelo implementado en Matlab. Posterior al estudio del método de Zuckerwar, se realizó la implementación del mismo a través de la herramienta software Matlab, el diagrama de flujo y el código implementado se encuentran en los anexos.

1.2.3 Modelo Cramer. Este modelo describe el cálculo numérico de la velocidad del sonido, en función de la temperatura, presión, humedad y concentración de dióxido de carbono. La simbología utilizada es la misma del modelo anterior.

1.2.3.1 Condiciones. Los parámetros anteriormente mencionados son calculados a través de relaciones termodinámicas para el rango de temperaturas entre los 273 y 303 K.

La velocidad del sonido está dada por la ecuación 92.

$$W_0^2 = \frac{\gamma P}{\rho} \quad (92)$$

Según Cramer, la relación de calor específico γ se calcula a través de la ecuación 93. [8]

$$\begin{aligned} \gamma(t, P, x_w, x_{CO_2}) = & a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + (a_3 + a_4 + a_5 t^2)x_v + (a_6 + a_7 t + a_8 t^2)P \\ & + (a_9 + a_{10} t + a_{11} t^2)x_c + a_{12} x_v^2 + a_{13} p^2 + a_{14} x_c^2 + a_{15} x_v P x_c \end{aligned} \quad (93)$$

Los coeficientes de γ se describen en los anexos.

La densidad del aire se determina a través de la ecuación 94.

$$\rho = \left(\frac{PM}{ZRT} \right) \quad (94)$$

La masa molar del aire se calcula a partir de la composición del aire con la ecuación 95.

$$Ma = [X_i M_i + 12.011(x_{CO_2} - 0.0004)] * 10^{-3} \quad (95)$$

La masa molar total está dada por la ecuación 96, donde $M_v=0.01801528$

$$M = M_a \left[1 - X_v \left(1 - \frac{M_v}{M_a} \right) \right] \quad (96) \quad [9]$$

Donde X_v se calcula con las ecuaciones 52, 53 y 54

La expresión para el cálculo del factor de compresibilidad se obtiene a partir de de la ecuación 97.

$$Z = 1 - \frac{P}{T} [a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + (b_0 + b_1 t)x_v + (c_0 + c_1 t)x_v^2] + \frac{P^2}{T^2} (d + ex_v^2) \quad (97) \quad [8]$$

Los coeficientes de la anterior expresión se encuentran en los anexos.

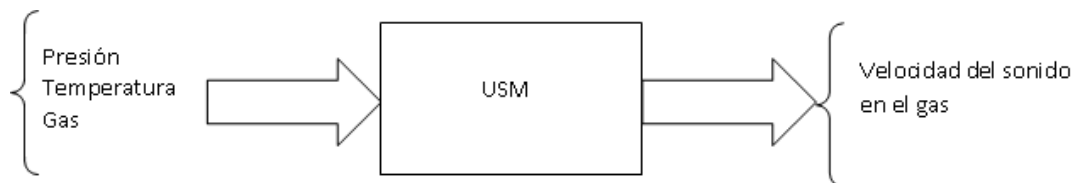
1.2.3.2 Diagrama de flujo del modelo implementado en Matlab. Posterior al estudio del método de Cramer, se realizó la implementación del mismo a través de la herramienta software Matlab, la implementación se llevó a cabo según lo expuesto en el diagrama de flujo y el código utilizado ubicado en los anexos.

2 ORGANIZACIÓN DEL EXPERIMENTO UTILIZANDO UN MEDIDOR ULTRASÓNICO DE TIEMPO DE TRÁNSITO

La organización del experimento a flujo cero que permite la validación de algoritmos para el cálculo de la velocidad de ondas acústicas en gas natural utilizando un medidor ultrasónico de tiempo de tránsito, consiste en realizar pruebas para determinar la velocidad del sonido en un gas natural, confinado en un medidor ultrasónico de tiempo de tránsito (USM) bajo condiciones de flujo cero, variando la presión y la temperatura.

Esta prueba se realiza generalmente para verificar los tiempos de tránsito de los USM a presiones de referencia, con el USM purgado de aire y presurizado con un gas de referencia que determina el fabricante. En algunos casos el aire a presión atmosférica y condiciones ambientales de temperatura, puede ser usado como referencia si el USM se desempeña bajo tales condiciones. Las propiedades acústicas del gas deben ser previamente conocidas. La importancia de la prueba radica en los datos de velocidad que se obtienen experimentalmente, los cuales posteriormente serán contrastados con los resultados que arrojen los algoritmos programados en Matlab y el algoritmo programado en lenguaje C, para su posterior validación. Teniendo en cuenta que el instrumento principal que se utiliza (USM) es un equipo nuevo, de muy buena precisión y se encuentra calibrado, así como también la instrumentación secundaria se encuentra calibrada, es posible determinar las condiciones de confiabilidad para validar los algoritmos, teniendo en cuenta que el rango para la validación de los mismos debe ser menor al 2% del error relativo (el error relativo se calcula entre el resultado experimental y el cálculo arrojado por el algoritmo). En la figura 2 se muestra el diagrama de la prueba experimental llevada a cabo en este trabajo, donde se inyecta gas a determinada presión al USM y se leen los datos de temperatura, posteriormente se leen las velocidades del sonido en el gas.

Figura 2. Diagrama de prueba experimental



Fuente: Los autores

Los factores que intervienen en la velocidad del sonido en el gas son:

Presión del gas.

Temperatura del gas.

Composición del gas.

Por tratarse de flujo cero se debe considerar estabilidad del gas.

Distancia entre los transductores (4 trayectorias con 4 distancias diferentes).

Las variables de respuesta son:

Velocidad del sonido

Tiempos de tránsito AB y BA para las 4 trayectorias.

2.1 INSTRUMENTACIÓN UTILIZADA EN LAS PRUEBAS

La instrumentación empleada para las pruebas está compuesta por el dispositivo primario, en este caso un medidor ultrasónico de tiempo de tránsito. La instrumentación secundaria está compuesta por medidores de presión manométrica y absoluta, así como también un medidor de temperatura que utiliza una RTD de 3 hilos en conjunto con un indicador digital.

Todos los instrumentos de medición utilizados fueron revisados con el fin de corroborar si se encontraban dentro de clase para tener buena trazabilidad sobre las respectivas mediciones. Cabe resaltar que los laboratorios donde se realizó la calibración de presión y temperatura están certificados por la norma internacional ISO 17025, la cual estipula los requisitos generales para la competencia de los laboratorios de ensayo y calibración.

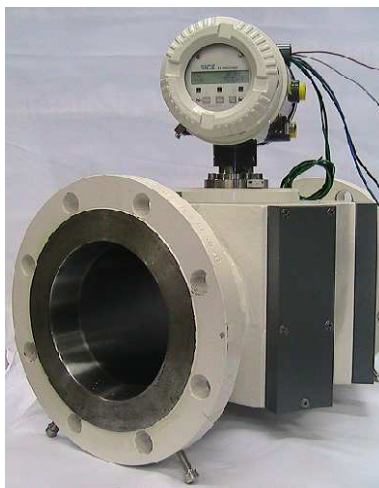
2.1.1 Medidor ultrasónico de tiempo de tránsito (USM). El USM empleado en las pruebas es un FLOWSIC600[®] de seis pulgadas de diámetro fabricado por SICK MAIHAK Inc. El medidor cuenta con cuatro trayectorias acústicas sin reflexión, capacidad de funcionamiento con aire a baja presión y alcance de caudal de 32 a 3000 m³/h. [10] Otras las características del medidor que se requieren para comparar los datos experimentales con los datos calculados por el algoritmo, se encuentran la distancia y el ángulo de trayectoria acústica. Los datos correspondientes a estos parámetros para el medidor adquirido se presentan en la tabla 4 [11]' La imagen del USM empleado se observa en la figura 3.

Tabla 4. Longitud y ángulo de las trayectorias del medidor ultrasónico

Trayectoria	Angulo [Rad]	Longitud [m]
1	1,04465	0,17460
2	1,04535	0,23401
3	1,04537	0,23402
4	1,04477	0,17463

Fuente: *SICK MAIHAK Inc*

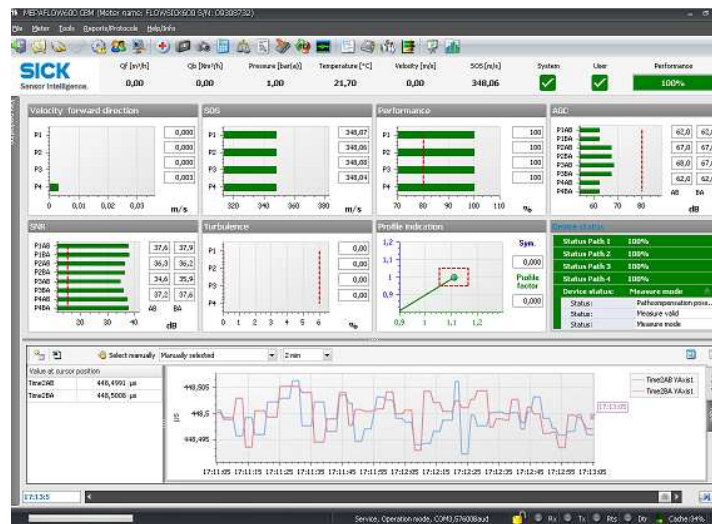
Figura 3. Imagen del medidor ultrasónico FLOWSIC600[®].



Fuente: Corporación CDT de Gas.

2.1.1.1 Software de configuración y adquisición de Datos. Con el fin de adquirir los tiempos de tránsito, además de conocer y ajustar parámetros de configuración y operación de medidor ultrasónico, se utiliza el software MEPAFLOW600 CBM®. Algunas de las funcionalidades utilizadas en este son el monitoreo y registro de parámetros como los tiempos de tránsito y velocidad del sonido obtenida en cada uno de las trayectorias acústicas. La imagen de la interfaz gráfica del software y empleada para la revisión de los datos capturados se muestra en la figura 4.

Figura 4. Ventana principal MEPAFLOW 600 CBM



Fuente: SICK MAIHAK Inc

2.1.1.2 Normatividad internacional de medición de flujo volumétrico de gas natural con USM. Dentro de los estándares por los cuales se rigen los medidores ultrasónicos se encuentra el “Transmission Measurement Committee Report No 9” de AGA titulado “Measurements of Gas by Multipath Ultrasonic Meters”, donde presentan información sobre la cual deben operar estos instrumentos.

2.1.2 Medidores de presión. Algunas de las características de los medidores de presión manométrica y absoluta empleados en las pruebas se muestran en la tabla 5.

Tabla 5. Características de los medidores de presión utilizados en las pruebas

Magnitud	Instrumento	Parámetros	
Presión	Celda de Presión	Tipo	Manométrica
		Marca	Presys
		Modelo	PC 507
		Señal de Salida	Indicación Digital
		Intervalo de Medición	0 a 500 psi
Presión Atmosférica	Barómetro Digital	Tipo	Barómetro
		Marca	Honeywell
		Modelo	HPB 200
		Señal de Salida	Serial RS-232
		Intervalo de Medición	500-1200 [mbara]

Fuente: Corporación CDT de Gas

El procedimiento de calibración manométrica obedece a pruebas de presión estática realizadas con una balanza de peso muerto. El montaje del procedimiento se muestra en la figura 5.

Figura 5. Montaje procedimiento de calibración medidor de presión manométrica.



Fuente: Los autores.

Los medidores de presión manométrica y absoluta empleados en las pruebas se encontraban dentro de clase, razón por la cual no se requirió realizar la corrección a través del diagrama de calibración sobre los mismos.

2.1.3 Medidor de temperatura. El equipo empleado para la medición de temperatura estaba conformado por una RTD con su respectivo indicador (Multicalibrador). Algunas características de ellos se muestran en la tabla 6.

Tabla 6. Características del medidor de temperatura usado en las pruebas. [12]

Magnitud	Instrumento	Parámetros	
Temperatura	RTD	Tipo	PT100 (3 hilos)
		Señal de Salida	Resistencia [Ω]
	Multicalibrador	Tipo	Indicador RTD
		Marca	Presys
		Modelo	Isocal MCS-10
		Señal de Salida	Indicación Digital
		Intervalo de Medición	-100 a 850 [$^{\circ}\text{C}$]

Fuente: Corporación CDT de Gas.

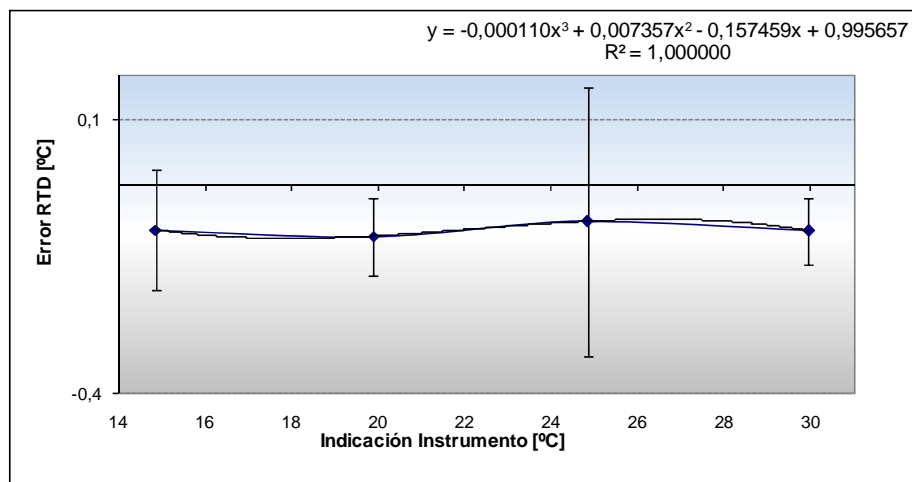
2.1.3.1 Calibración de la RTD. El medidor de temperatura empleado utiliza una RTD PT100, sobre la cual se realizó el diagrama de calibración correspondiente. Los instrumentos utilizados en la calibración de la RTD se encuentran el bloque seco, el multicalibrador y el supertermómetro. El procedimiento empleado para determinar la curva de calibración de la RTD es el siguiente:

- Realización del montaje: se realizó la conexión de la RTD al multicalibrador y al supertermómetro, posteriormente se introduce la RTD en se introduce en el pozo.

- Se ajustó la programación del pozo para que se produzcan las diferentes temperaturas sobre las cuales se traza la curva de calibración. El incremento de la temperatura fue de 5 °C en el rango desde 15 a 25 °C,

El diagrama de calibración se muestra en la figura 6, donde la función que aparece en la parte superior derecha de la imagen corresponde a la función del factor de corrección.

Figura 6. Diagrama de calibración de la RTD.



Fuente: Los autores

Figura 7. Montaje para la calibración de la RTD.



Fuente: Los autores

2.1.4 Cromatógrafo de gases. El análisis por cromatografía de gases se realizó para conocer la composición de los gases usados en las pruebas. Las características y la imagen del cromatógrafo de gases utilizado se muestran en la tabla 7 y la figura 8 respectivamente.

Tabla 7. Características del cromatógrafo utilizado en las pruebas

Marca del Cromatógrafo	<i>SRI GC</i>	Modelo	<i>Multiple Gas Analyzer #2 + sulfur GC system</i>
Nombre	Cantidad	Descripción	Observaciones
Detectores	3	TCD	Detector universal
		FID	Solo hidrocarburos
		FPD/FID	Compuestos de sulfuro, de fosforo e hidrocarburos
Columnas	3	Empacada	MoleSieve, Long: 6 pies, Diam: 1/8 pulg.
		Empacada	Hayesep D, Long: 6 pies, Diam: 1/8 pulg.
		Capilar	MXT – 1, Long: 60 metros, Diam: 0,53 mm.
Válvula para muestreo de gas	1	Válvula eléctrica	Válvula de 10 puertos, que opera electrónicamente con el sistema de adquisición de datos.
Hornos	2	Para válvula termostada	Permite ser ajustada, desde la temperatura ambiente hasta 175°C.
		Para Columnas	Configurado para controlar automáticamente la temperatura hasta 400°C ± 0,1°C

Fuente: Corporación CDT de Gas.

Figura 8. Instalación del cromatógrafo.



Fuente: Corporacion CDT de Gas

2.2 PLANEACIÓN DEL EXPERIMENTO

La planeación del experimento se divide en dos fases, la primera es la realización de las pruebas bajo condiciones controladas de presión y de temperatura. La segunda consiste en la realización de las pruebas en ambientes no controlados de temperatura (intemperie), para dos diferentes mezclas de gas natural.

2.2.1 Prueba bajo condiciones controladas y en ascenso. La prueba en ascenso consiste en ir aumentando de forma gradual la presión del gas confinado dentro del USM, durante la cual se registran los datos de presión y de temperatura necesarios.

El desarrollo de la prueba se describe a continuación:

- Realización del montaje de las bridas, válvulas y ductos para cargar el gas en el medidor ultrasónico y evitar fugas.
- Con un cilindro de pruebas se toma una muestra del gas que se va a utilizar, al cual posteriormente se le realiza la cromatografía para conocer la composición del gas.
- Realización de la purga del medidor ultrasónico, con el fin de extraer el aire que haya quedado en interior del mismo después de haberlo sellado.
- El medidor es confinado en un cuarto bajo condiciones de temperatura controlada por el espacio de 14 horas, con el fin de llevar la temperatura del medidor a 19 C°
- Registro los datos de las condiciones iniciales de temperatura del medidor después de permanecer 14 horas en un ambiente de temperatura controlada.
- Cargar el medidor ultrasónico con el gas de prueba hasta llevarlo a una presión de 50 psi, registrando los datos de presión atmosférica, presión del gas, temperatura del cuerpo del medidor, temperatura del gas y temperatura ambiente.
- Antes de realizar la primera medición, se requiere esperar un tiempo prudencial con el fin de lograr que el gas confinado dentro del USM se estabilice, es decir, la temperatura y la presión del gas deben permanecer estables. Con lo anterior no se presentará flujo interno de gas.
- Realización de tres corridas para la toma de datos, con intervalos de 5 minutos entre las mismas y una duración de 2 minutos para cada una. Los datos

registrados son la temperatura ambiente, temperatura del cuerpo del medidor, temperatura del gas, presión atmosférica y presión del gas.

- Terminada las respectivas corridas a 50 psi, se procede nuevamente a inyectar gas hasta alcanzar una presión de 100 psi. Consecuentemente se repite el paso anterior y se repite este mismo procedimiento para que la presión del gas llegue a 150, 200 y 240 psi.
- Terminada la prueba se procede a llevar el USM para dejarlo a temperatura ambiente durante 14 horas, con el fin de que todo el sistema se estabilice a este valor de temperatura.
- Por último, se procede a extraer los datos recopilados por el medidor ultrasónico en cada una de las corridas, para así compararlos con los datos arrojados por el algoritmo (velocidad del sonido y tiempos de tránsito) para su posterior análisis.

En la figura 9, se muestra el montaje en el laboratorio donde se desarrollaron a cabo las pruebas a condiciones controladas de temperatura.

Figura 9. Montaje en condiciones controladas de temperatura



Fuente: Los autores.

2.2.2 Prueba bajo condiciones no controladas y en descenso. La prueba en descenso consiste en ir disminuyendo de forma gradual la presión del gas confinado

dentro del USM, registrando los datos de presión y de temperatura necesarios. Al encontrarse el instrumento en un ambiente no controlado puede dificultar el desarrollo de la prueba, dado que dependiendo de la hora y de las condiciones climáticas, la temperatura ambiente puede aumentar o disminuir, luego puede tardar más tiempo que el gas logre estabilizarse entre cada intervalo de despresurización del gas.

El desarrollo de la prueba se describe a continuación:

- Transcurrido el tiempo de estabilización se toman los datos iniciales de temperatura y presión. Los cuales deben mantener una presión del gas cercana a la de la última inyección de gas hecha en la fase anterior. En este caso una presión cercana a 240 psi.
- Posteriormente se realizan las tres corridas para la presión de 240 psi con intervalos de 2 minutos entre las mismas y una duración de 2 minutos para cada una, la toma de datos se remite al registro de temperatura ambiente, temperatura del cuerpo del medidor, temperatura del gas, presión atmosférica y presión del gas
- Terminada las respectivas corridas a 240 psi, se procede reducir la presión del gas hasta alcanzar una presión de 200 psi. Consecuentemente se repite el paso anterior y se repite este mismo procedimiento para que la presión del gas llegue a 150, 100 y 50 psi.
- Por último, se procede a extraer los datos recopilados por el medidor ultrasónico en cada una de las corridas, para así compararlos con los datos arrojados por el algoritmo (velocidad del sonido y tiempos de tránsito) para su posterior análisis.

En la figura 10, se muestra la imagen del montaje en la ubicación donde se desarrollaron las pruebas a condiciones no controladas de temperatura.

Figura 10. Montaje bajo condiciones no controladas de temperatura.



Fuente: Los autores

Para la prueba con la segunda mezcla de gas correspondiente a gas natural vehicular, es necesario purgar el cilindro de pruebas para recoger la muestra. El mismo procedimiento se debe realizar al USM para que no quede aire u otra composición de gas diferente al que se va a analizar, pues de lo contrario se presentarán lecturas que no corresponden al gas de prueba.

3 VALIDACIÓN DE LOS ALGORITMOS IMPLEMENTADOS EN MATLAB PARA EL CÁLCULO DE LA VELOCIDAD DEL SONIDO EN GAS NATURAL Y AIRE

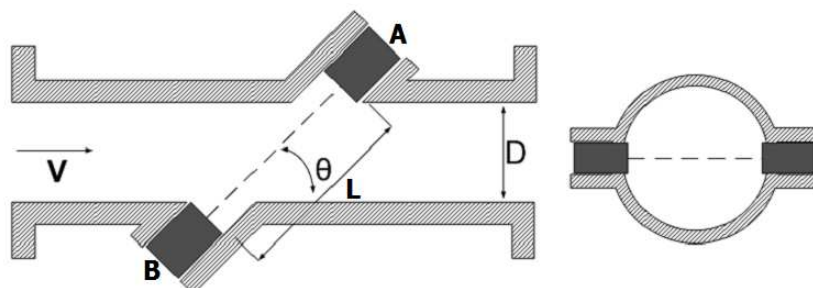
3.1 TRATAMIENTO DE LOS DATOS

Posterior al desarrollo de las pruebas, en esta etapa se verifican los datos tomados en cada una de las corridas. Se procede a realizar cada una de las correcciones frente a la temperatura y las presiones. Consecuentemente se realiza la comparación entre la velocidad calculada por el algoritmo y la velocidad medida en el USM a través de la relación de los tiempos de tránsito tomados por el mismo. La velocidad calculada a través de estos tiempos es determinada por la ecuación 98 para un medio estático (caudal=0).

$$W_i = \frac{L}{2} \left(\frac{1}{t_{AB}} + \frac{1}{t_{BA}} \right) \quad (98)$$

En donde W_i es la velocidad del sonido, t_{AB} es la trayectoria de la onda acústica desde el transductor A hasta el transductor B, t_{BA} es la misma trayectoria pero en dirección contraria y L es la longitud efectiva de la trayectoria. En la figura 11, se muestra la forma básica en la cual opera el USM. Dos transductores se encuentran montados en las posiciones A y B respectivamente, desde éstos se emiten y reciben las ondas ultrasónicas. [12]

Figura 11. Trayectoria AB en la estructura básica de los medidores ultrasónicos



Fuente: SICK MAIHAK Inc

Para efectos del presente análisis, se tomaron dos de las trayectorias, en las cuales físicamente difiere la distancia de ellas. Las distancias efectivas entre los transductores se presentan en la tabla 8.

Tabla 8. Longitud efectiva de las trayectorias

Trayectoria	Longitud [m]
AB1	0,09668452
AB2	0,156095374

Fuente: *SICK MAIHAK Inc*

Los datos de presión del gas se tomaron con el medidor de presión manométrica, luego la presión real del gas se determina a través de la ecuación 99.

$$Presion\ GAS = P_{INST} + P_{ATM} \quad (99)$$

Donde la presión de entrada al algoritmo es Presión GAS, P_{INST} es la presión manométrica (medida por el instrumento) y P_{ATM} es la presión atmosférica.

Los datos de temperatura medidos corresponden a la temperatura del gas, estos son corregidos a través de la curva de calibración trazada para la RTD. La temperatura corregida corresponde a temperatura GAS, la cual es el parámetro de entrada al algoritmo.

Los datos de la composición arrojados por la cromatografía deben sumar el 100%, de lo contrario se requiere realizar la normalización de los mismos, para posteriormente ingresarlos al algoritmo. Los resultados de las cromatografías de cada una de las mezclas se encuentran en los anexos.

Finalmente se calcula el error para validar los datos calculados por el algoritmo, el error relativo es calculado a través de la ecuación 100.

$$Error\ relativo = \frac{v_{OSALG} - W_i}{W_i} \times 100\% \quad (100)$$

3.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS PARA EL ALGORITMO AGA

Para la validación del algoritmo, es necesario que los resultados del error relativo calculados no superen el 2%. Luego para las dos mezclas de gas sobre las cuales se trataron sus propiedades acústicas, se tienen los siguientes resultados frente al tratamiento del error y el comportamiento de las velocidades medidas y calculadas.

3.2.1 Análisis de resultados con base en el error para la primera mezcla.

Para la primera mezcla de gas en condiciones de controladas de temperatura, las velocidades del sonido calculadas por el algoritmo implementado con la norma AGA10 (AGA), así como también las velocidades determinadas a través de los tiempos de tránsito para la trayectoria AB1 (W1) y para la trayectoria AB2 (W2), se muestran junto con las presiones y temperaturas respectivas a cada corrida en la tabla 9 de resultados para la primera mezcla de gas natural en condiciones controladas de temperatura.

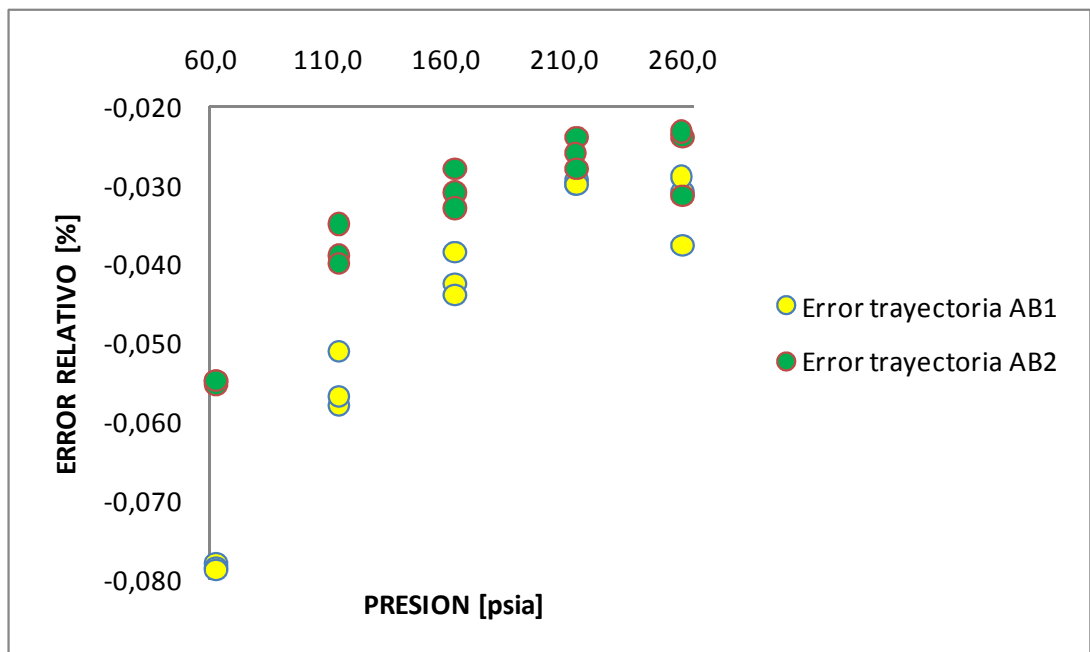
Tabla 9. Resultados para primera mezcla de gas natural en condiciones controladas.

Presión [psia]	Temperatura [K]	W1 [m/s]	W2 [m/s]	AGA [m/s]
62,9915	293,797	433,4073	433,3114	433,0689
62,9715	293,743	433,3727	433,2709	433,0312
62,9430	293,675	433,3303	433,2280	432,9867
114,7805	293,539	432,1414	432,0737	431,9202
114,7410	293,444	432,1041	432,0234	431,8529
114,7160	293,380	432,0573	431,9812	431,8072
163,9630	293,240	430,9909	430,9456	430,7597
163,9215	293,150	430,9435	430,8937	430,7597
163,9045	293,091	430,9087	430,8594	430,7163
215,2675	293,016	429,9106	429,8888	429,7838
215,2205	292,957	429,8696	429,8541	429,7398
215,4590	292,902	429,8267	429,8160	429,6950
260,0785	292,737	429,0030	428,9763	428,8461
260,0640	292,737	428,9797	428,9532	428,8467
260,0410	292,732	428,9694	428,9432	428,8431

Fuente: Los autores

Para la primera mezcla compuesta por metano y nitrógeno, se muestra en la figura 12, el comportamiento del error en función de la presión a las temperaturas descritas en la tabla anterior. Se observa que la variación del error es más amplia en la trayectoria AB1. Lo anterior es debido a que la trayectoria AB1 es más corta que la trayectoria AB2 (distancia entre los transductores), dado que físicamente es más complicado realizar la medición a distancias más pequeñas, luego los tiempos de tránsito son más pequeños y presentan una incertidumbre más amplia.

Figura 12. Error relativo vs. Presión en condiciones controladas para la primera mezcla.



Fuente: Los autores.

En la anterior figura, se observa que se presenta una tendencia del error para cada trayectoria, claramente es notable que la tendencia en el error es más amplia en la trayectoria AB1 que en la trayectoria AB2 por las razones anteriormente mencionadas. Así mismo, también es notable que el error en esta prueba sea mayor a bajas presiones.

Revisando los resultados para la prueba desarrollada a esta misma composición de gas bajo condiciones no controladas de temperatura, los resultados del error relativo para

cada una de las trayectorias son mayores al compararlos con los de la anterior prueba. En la tabla 10 se muestran los resultados de las velocidades calculados por el algoritmo AGA, las velocidades por trayectoria W1 y W2, así como también las temperaturas y las presiones leídas para cada corrida.

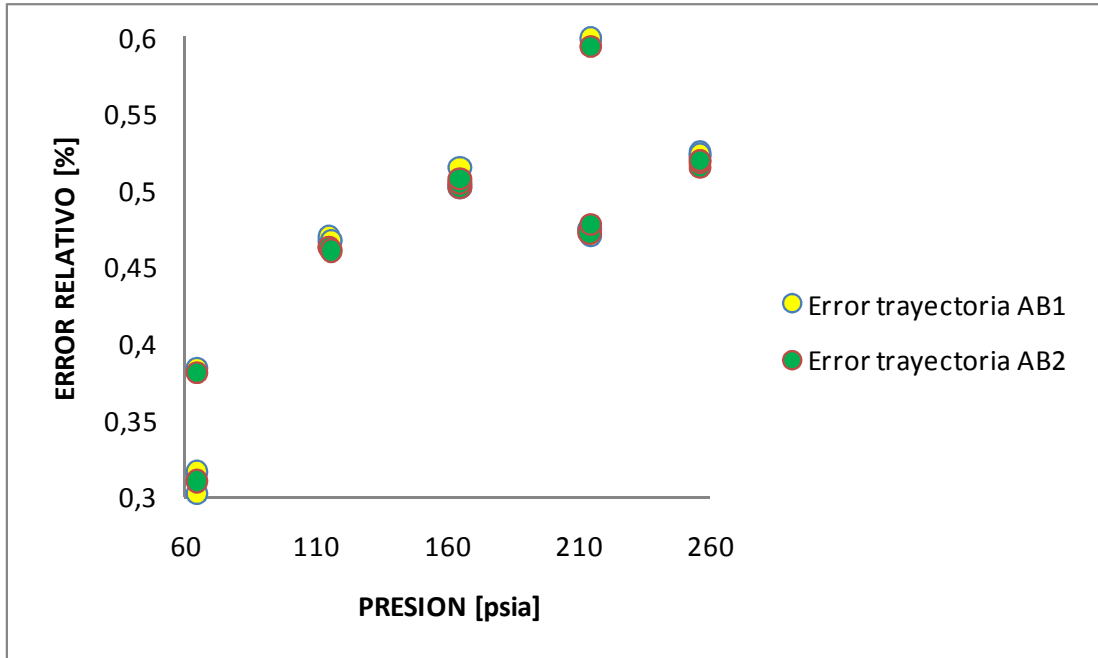
Tabla 10. Resultados para la primera mezcla en condiciones no controladas.

Presión [psia]	Temperatura [K]	W1 [m/s]	W2 [m/s]	AGA [m/s]
256,136	296,8485	429,7500	429,7840	432,0179
256,171	297,0423	429,8843	429,9135	432,1628
256,231	297,2014	430,0099	430,0287	432,2812
214,056	297,7634	431,2527	431,2656	433,3228
214,196	298,0222	431,4606	431,4284	433,5109
214,291	298,2512	431,0730	431,0971	433,6776
164,621	298,6896	432,5700	432,5657	434,7589
164,751	298,8491	432,6770	432,6652	434,8713
164,756	298,9788	432,7635	432,7462	434,9643
115,096	299,5577	434,1205	434,1421	436,1697
115,126	299,6876	434,2004	434,2303	436,2602
115,956	299,8175	434,2977	434,3307	436,3501
64,816	300,3877	436,2389	436,2609	437,5815
64,881	300,5913	436,3171	436,3449	437,7195
64,921	300,67	436,1148	436,1291	437,8125

Fuente: Los autores

En la figura 13, se muestra la gráfica del error relativo Vs presión, de la prueba en condiciones no controladas de temperatura.

Figura 13. Error relativo vs. Presión en condiciones no controladas para la primera mezcla.



Fuente: Los autores.

En la anterior imagen, se muestra que en la medición cercana a los 215 psia, se presenta una medición fuera de la tendencia en una de las corridas. También es notable que las lecturas posteriores a 50 psia, presenten un error más cercano a cero debido a que la variación de temperatura en el gas fue menor, luego la estabilización de la temperatura manifiesta una reducción en las variaciones del tiempo de tránsito de la señal acústica aplicada.

3.2.2 Análisis de resultados con base en el error para la segunda mezcla.

La segunda mezcla es la correspondiente a gas natural vehicular (GNV), las velocidades W1, W2 y AGA en condiciones controladas para cada corrida, se muestran junto con las temperaturas y las presiones en la tabla 11.

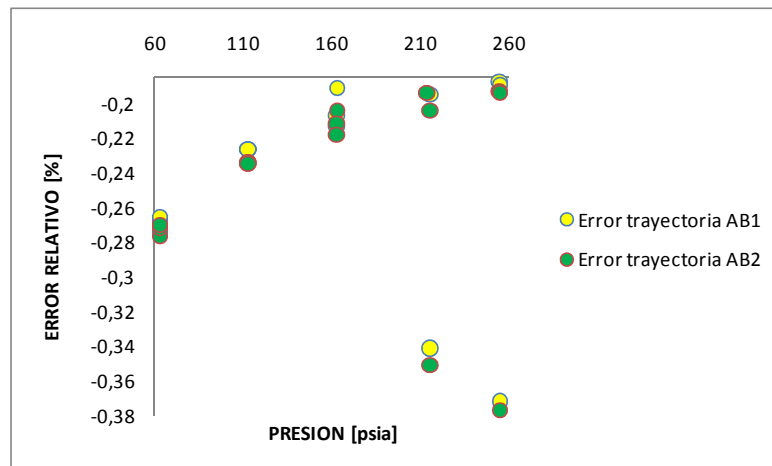
Tabla 11. Resultados para el GNV en condiciones controladas.

Presión [psia]	Temperatura [K]	W1 [m/s]	W2 [m/s]	AGA [m/s]
63,4030	293,7480	439,9751	439,9882	438,7695
63,3925	293,7729	439,9670	439,9839	438,7872
63,3865	293,7729	439,9605	439,9779	438,7873
112,6950	293,7381	437,6886	438,7165	437,6886
112,7000	293,7281	438,6780	438,7119	438,6780
112,7050	293,7232	438,6741	438,7086	437,6776
163,1050	293,8176	437,5399	437,5975	436,7023
162,5895	293,7629	437,5708	437,5909	436,6622
162,5790	293,7530	437,5644	437,5849	436,6300
215,5080	292,9371	436,4685	436,5116	434,9764
213,4880	293,7779	436,4607	436,5022	435,6543
215,4725	293,7629	436,4548	436,4953	435,6022
254,6195	293,7679	435,6767	435,7016	435,6767
254,9185	292,7230	435,6677	435,6893	435,6677
254,6680	293,7331	435,6598	435,6799	434,8332

Fuente: Los autores

La variación del error relativo de esta prueba se muestra en la figura 14.

Figura 14. Error relativo vs. Presión en condiciones controladas para el GNV.



Fuente: Los autores

Al igual que en el caso para la primera mezcla de gas, el error de una de las trayectorias es mayor que en la otra. También es observable que el error tiene una tendencia a disminuir frente al aumento de la presión. En una de las corridas cercanas a los 210 y 250 psi, se presentan mediciones y cálculos fuera de tendencia.

Los resultados de las velocidades para esta prueba desarrollada a esta composición de gas, bajo condiciones no controladas de temperatura, se muestran en la tabla 12.

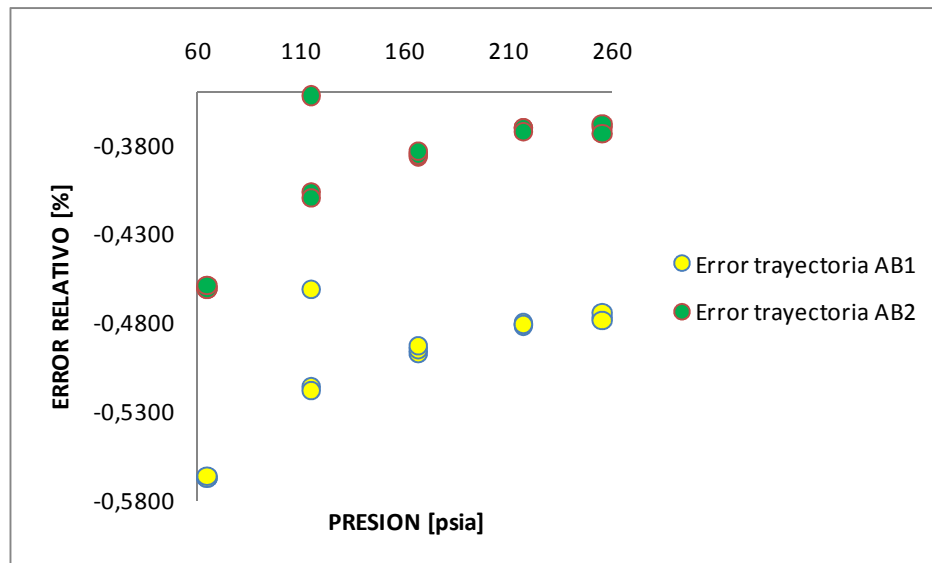
Tabla 12. Resultados para el GNV en condiciones no controladas.

Presión [psia]	Temperatura [K]	W1 [m/s]	W2 [m/s]	AGA [m/s]
255,281	302,64008	442,3199	442,3608	441,5825
255,286	302,67039	442,3307	442,3781	441,6061
255,286	302,65523	442,3391	442,3901	441,5947
217,2345	302,76639	443,0471	443,0722	442,2908
217,245	302,79266	443,0624	443,0911	442,3099
217,2605	302,80683	443,0763	443,1104	442,3201
166,3955	302,85738	444,0472	444,0734	443,2187
166,396	302,81000	444,0577	444,0850	443,2369
166,3955	302,90289	444,0633	444,0947	443,2514
114,877	302,90795	445,0899	445,1223	444,1738
114,8875	302,90289	445,0943	445,1284	444,1701
114,8925	302,93324	445,1030	445,1368	444,4316
64,9105	302,97876	446,3031	446,3462	445,1565
64,92	302,97876	446,3058	446,3460	445,1563
64,92	302,97876	446,2985	446,3424	445,1563

Fuente: Los autores

La variación del error frente a la presión se muestra en la figura 15. Como en el caso del primer gas, se observa que los errores para cada trayectoria son similares para cada una de las corridas de datos.

Figura 15. Error relativo vs. Presión en condiciones no controladas para el GNV



Fuente: los autores.

En la anterior figura se muestra nuevamente que el error a bajas presiones más amplio, así mismo se manifiesta una tendencia a disminuir el error conforme aumenta la presión. También existen mediciones y cálculos fuera de tendencia para una de las corridas efectuadas a 112 psia aproximadamente.

En el capítulo anterior se realizó la implementación del algoritmo AGA con Matlab y con el lenguaje C++, de lo cual se comprobó que los valores calculados por cada uno de ellos son iguales. Luego como efecto del análisis de resultados, las implementaciones del algoritmo del modelo AGA utilizando Matlab y lenguaje C++, han sido validadas dado que los resultados del error relativo no superan el 2%.

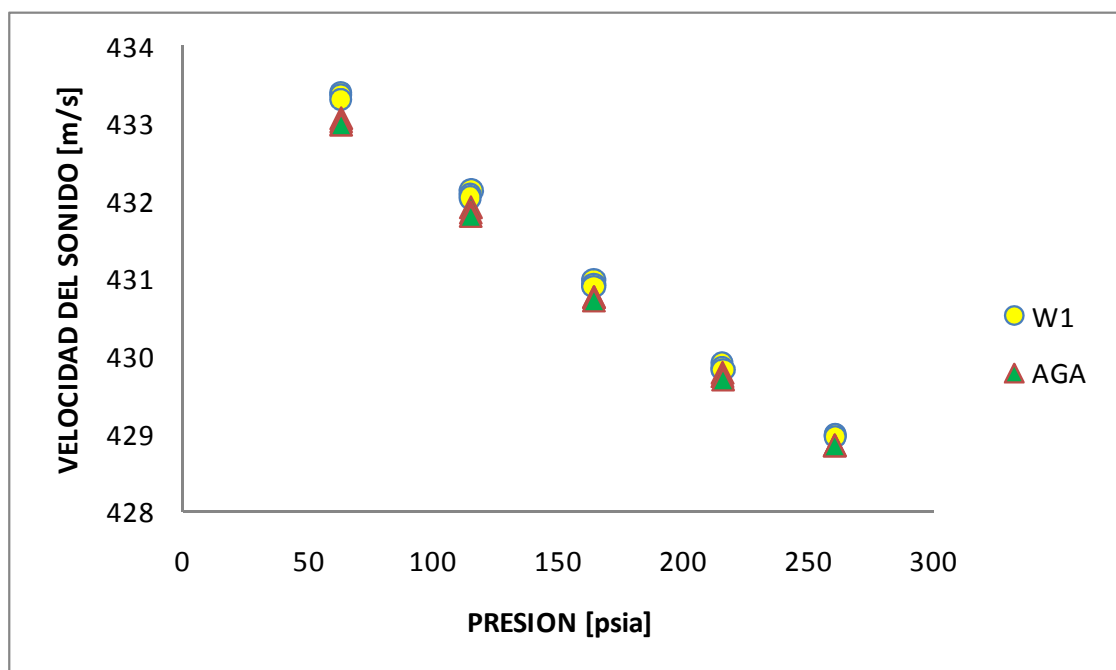
3.2.3 Análisis de resultados con base en las velocidades por trayectoria.

En el siguiente análisis se hace una comparación de las velocidades del sonido medidas en condiciones controladas por el USM para cada una de las mezclas en dos de las trayectorias del medidor en condiciones controladas. Las velocidades del sonido W1 y

W2, calculadas a través de los tiempos de tránsito tomados con el USM y las velocidades del sonido calculadas con el algoritmo elaborado con el modelo AGA, se tomaron de las tablas 9 y 11 para la primera y segunda mezcla de gas respectivamente.

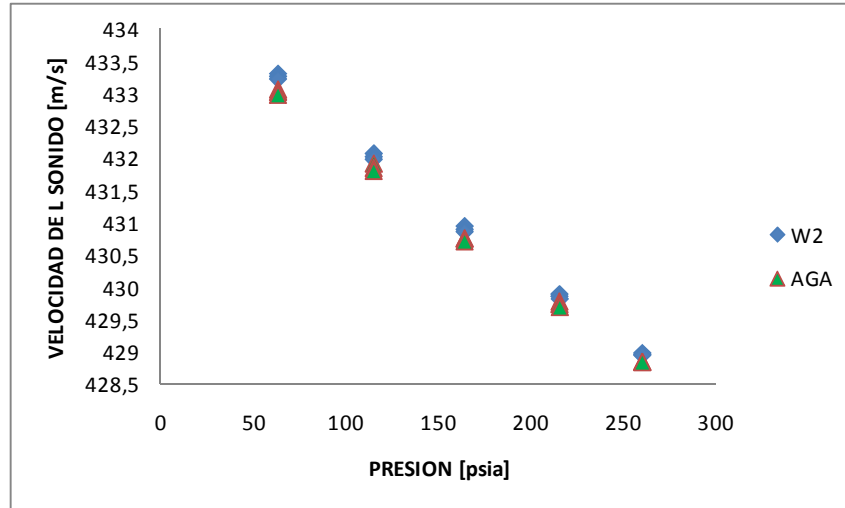
Para la primera mezcla, en la figura 16 se muestra una comparación entre las velocidades ya mencionadas para la primera trayectoria AB1, se visualiza que las velocidades calculadas a través de los tiempos de tránsito y por el algoritmo son muy similares, con una clara tendencia a disminuir la velocidad frente al aumento de la presión cuyo comportamiento trata de ser lineal dado que la temperatura permaneció prácticamente constante. En las figuras 16 y 17 se muestran las velocidades del sonido junto con sus respectivas presiones, estas últimas también son las encontradas en las tablas 9 y 11.

Figura 16. Comparación de las velocidades del sonido W1 y AGA para la primera mezcla en condiciones controladas.



Fuente: Los autores

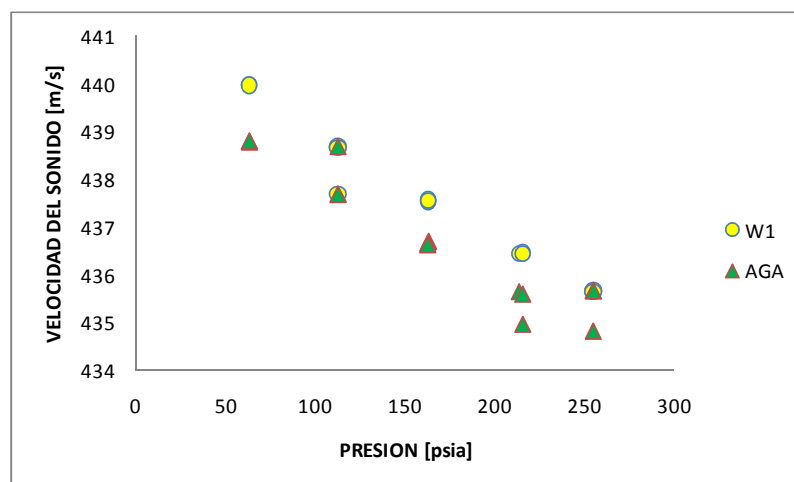
Figura 17. Comparación de las velocidades del sonido W2 y AGA para la primera mezcla en condiciones controladas.



Fuente: Los autores.

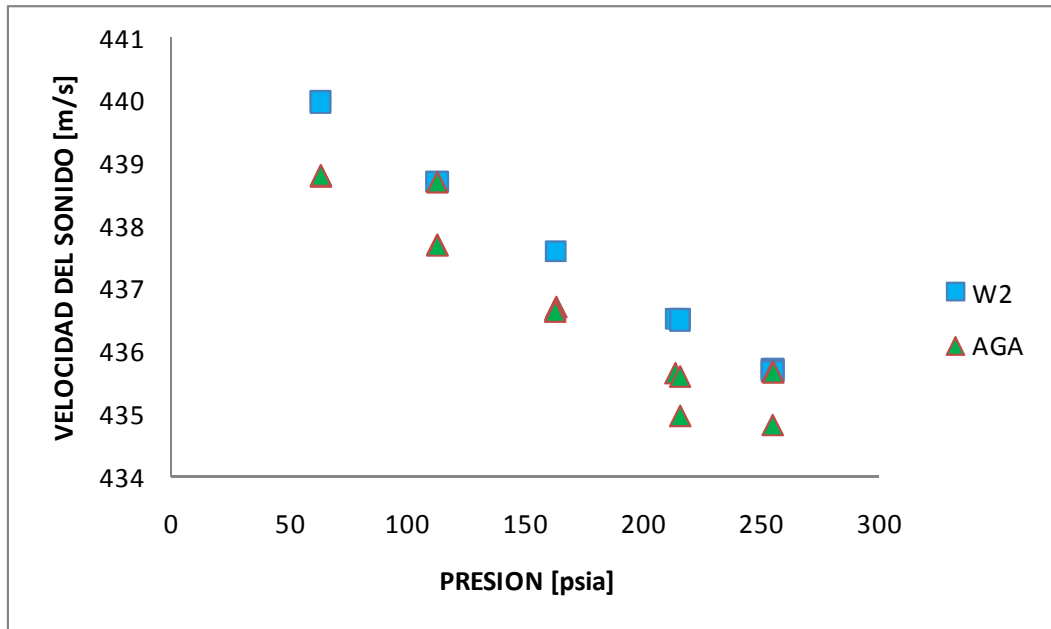
Para la segunda composición de gas (GNV), en la figura 18 se muestra cada una de las velocidades para la trayectoria AB1 y en la figura 19 para la trayectoria AB2. Al igual que en el caso anterior cada una de las tendencias trata de comportarse de manera lineal y decreciendo en relación al aumento de la presión.

Figura 18. Comparación de las velocidades W1 y AGA para el GNV en condiciones controladas.



Fuente: Los autores.

Figura 19. Comparación de las velocidades W1 y AGA para el GNV en condiciones controladas.



Fuente: Los autores

En las anteriores pruebas el error de la trayectoria AB1 es mayor que en la trayectoria AB2 ya que la distancia entre los transductores es más pequeña, luego la diferencia en el error es debida a limitaciones físicas en los transductores.

3.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS PARA EL ALGORITMO GERG-2004

Análogamente como en el caso del algoritmo AGA, la validación del algoritmo GERG-2004 se hizo teniendo en cuenta que los resultados del error relativo, no superen el 2%. En este caso se partió por analizar primero la mezcla de gas natural correspondiente a gas natural vehicular (GNV), con lo cual, se tienen los siguientes resultados frente al tratamiento del error relativo y el comportamiento de las velocidades del sonido.

3.3.1 Análisis de resultados con base en el error para el gas natural vehicular (GNV). Para esta mezcla de gas en condiciones de controladas de temperatura, las velocidades W1, W2 y GERG calculadas para cada una de las corridas junto con las presiones y temperaturas respectivas, se encuentran enlistadas en la tabla 14.

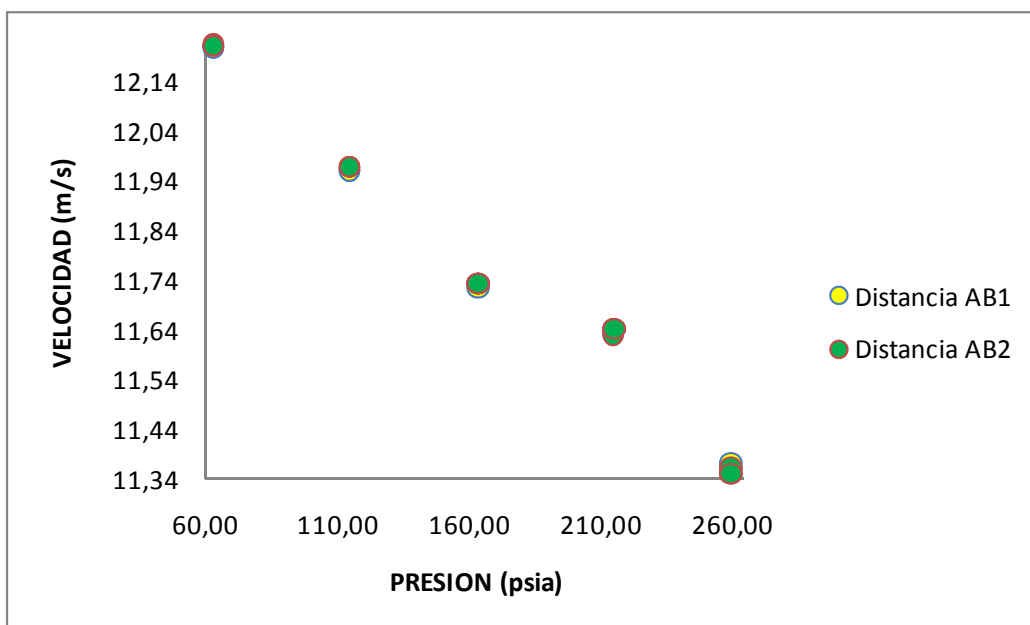
Tabla 13 Resultados calculados para el GNV en condiciones controladas

Presión [psia]	Temperatura [K]	W1 [m/s]	W2 [m/s]	GERG [m/s]
62,99	293,7480	439,9751	439,9882	376,2266
62,97	293,7729	439,9670	439,9839	376,2425
62,94	293,7729	439,9605	439,9779	376,2425
114,78	293,7381	437,6886	438,7165	376,1860
114,74	293,7281	438,6780	438,7119	376,1797
114,72	293,7232	438,6741	438,7086	376,1765
163,96	293,8176	437,5399	437,5975	376,2025
164,00	293,7629	437,5708	437,5909	376,1674
163,90	293,7530	437,5644	437,5849	376,1602
215,27	292,9371	436,4685	436,5116	376,1290
215,22	293,7779	436,4607	436,5022	375,6000
215,46	293,7629	436,4548	436,4953	376,1418
260,08	293,7679	435,6767	435,7016	376,1069
260,06	292,7230	435,6677	435,6893	375,4346
260,04	293,7331	435,6598	435,6799	376,0846

Fuente: Los autores

En la figura 20, se observa el resultado del error relativo para cada una de las trayectorias. El error relativo es muy grande al realizarse una comparación con los errores relativos conseguidos con el algoritmo AGA.

Figura 20. Error relativo vs. Presión en condiciones no controladas para el GNV.



Fuente: Los autores.

Según lo anterior, basados en las pruebas experimentales se afirma que el algoritmo implementado en Matlab con el modelo GERG-2004 no cumple con el error relativo, pues el error relativo es mayor al 2% propuesto en el plan. Luego no es posible su validación.

3.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS PARA LOS ALGORITMOS QUE CALCULAN LA VELOCIDAD DE ONDAS ACÚSTICAS EN EL AIRE

La prueba desarrollada para la validación de los algoritmos implementados para calcular la velocidad del sonido en el aire difiere de la estipulada en la organización del experimento para gas natural, dado que se realizaron tres de corridas para presión en vacío en condiciones de temperatura controladas. Los datos de presión, temperatura y humedad relativa del aire están registrados durante la prueba se muestran en la tabla 15.

Tabla 14. Datos registrados prueba para el aire.

Presión [psia]	Temperatura [K]	Humedad relativa [%]
13,097	291,13	47,064
13,097	291,09	46,94
13,098	291,06	46,84

Fuente: Los autores

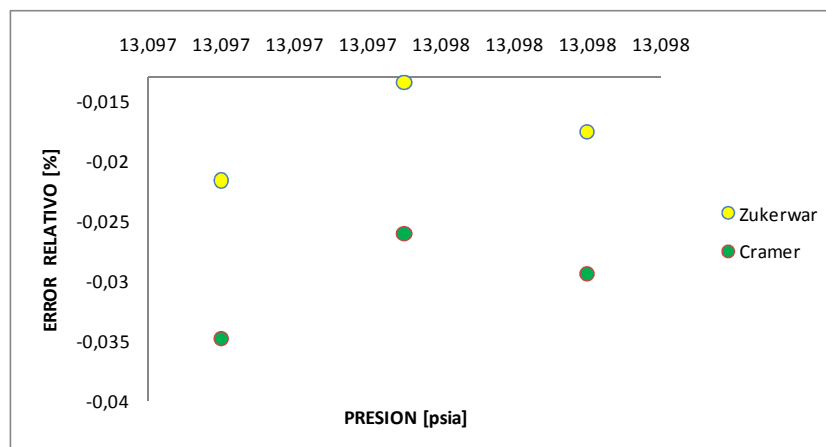
Los resultados de los cálculos de las velocidades del sonido a partir de los tiempos de tránsito tomados con el USM (TAB1 Y TBA1), para cada una de las corridas por los modelos Zuckerwar y Cramer para la trayectoria AB1, se muestran en la tabla 16. La comparación del error relativo entre estos algoritmos se presenta en la figura 21.

Tabla 15. Velocidades calculadas por los respectivos algoritmos para la trayectoria AB1

TAB1 [μ s]	TBA1 [μ s]	W1 [m/s]	Zuckerwar [m/s]	Cramer [m/s]
0,00027973	0,00028414	342,946	342,8722	342,826
0,00027974	0,00028422	342,891	342,8457	342,800
0,00027973	0,00028425	342,881	342,8213	342,780

Fuente: Los autores

Figura 21. Error relativo vs. Presión en condiciones no controladas para el aire en la trayectoria AB1.

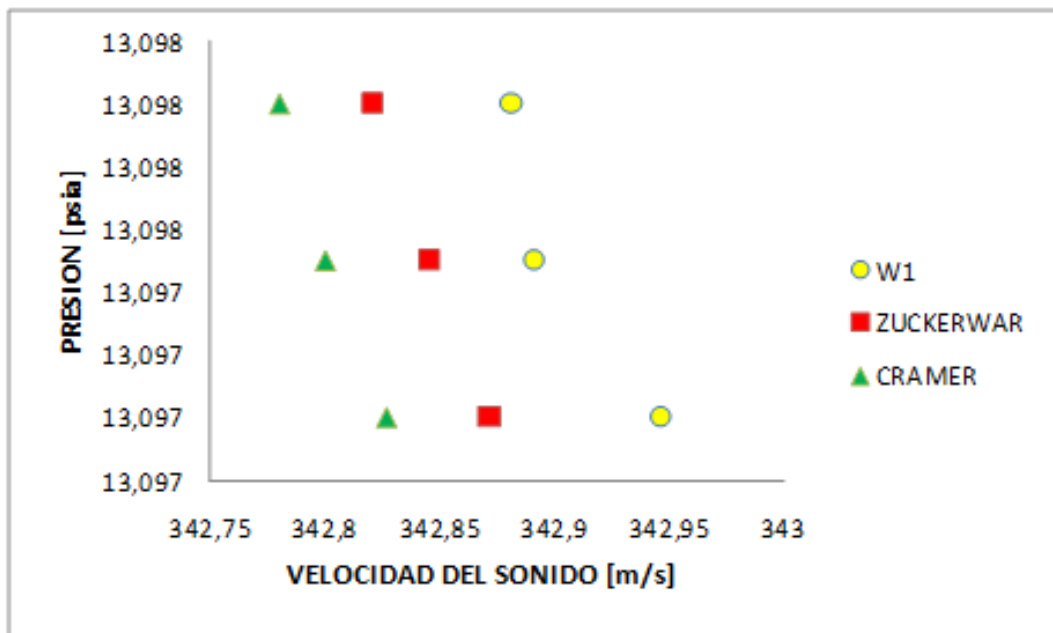


Fuente: Los autores

Claramente es notable que el error relativo en algoritmo implementado con el modelo de Zuckerwar es menor, dado que uno de los parámetros de entrada para el cálculo es la frecuencia de la señal acústica. La frecuencia de los pulsos acústicos en el USM es de 208 kHz, la cual es mayor a al rango de frecuencia de trabajo de este modelo, para efectos del cálculo de la velocidad se tomo el límite superior de este rango que corresponde a 100 kHz.

Realizando la comparación entre las velocidades, en la figura 22 se muestran los valores calculados de la velocidad por los algoritmos implementados y la velocidad calculada a través de los tiempos de tránsito medidos en el USM.

Figura 22. Velocidades calculadas por los algoritmos implementados



Fuente: Los autores.

Análogamente para la trayectoria AB2, los resultados de los cálculos de las velocidades y errores calculados se muestran la tabla 17.

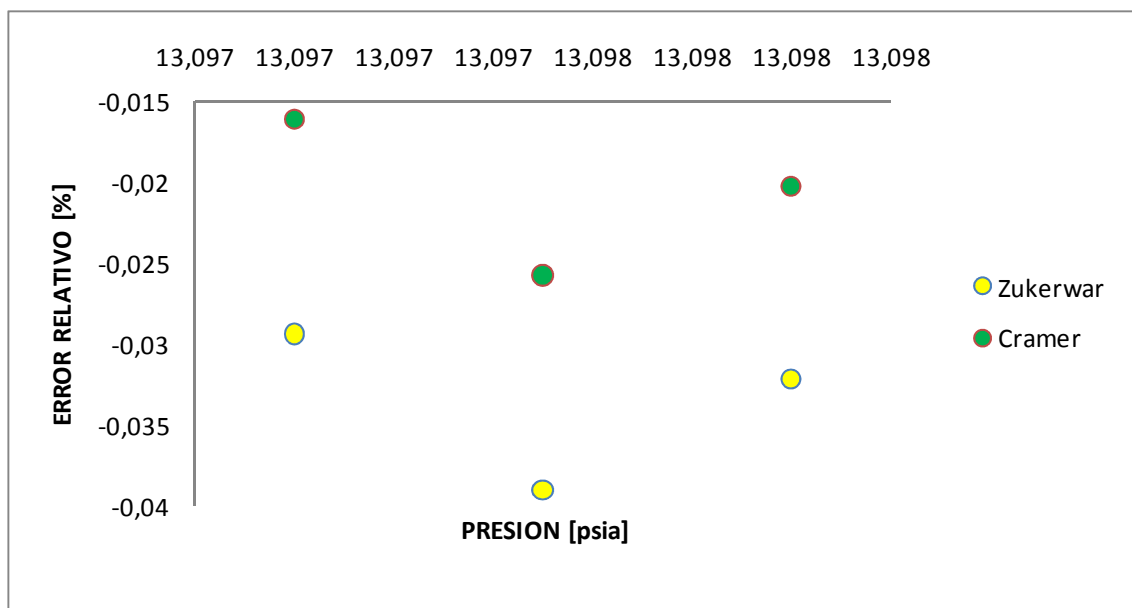
Tabla 16. Velocidades calculadas y errores de los respectivos algoritmos para la trayectoria AB2

TAB2 [μ s]	TBA2 [μ s]	W1 [m/s]	Zuckerwar [m/s]	Cramer [m/s]
0,00045153	0,00045931	342,771	342,8722	342,8268
0,00045161	0,00045939	342,711	342,8457	342,8004
0,00045161	0,00045940	342,710	342,8213	342,7805

Fuente: Los autores

La comparación entre los errores relativos para cada uno de los algoritmos en la trayectoria AB2 se muestra en la figura 22.

Figura 23. Error relativo vs. Presión en condiciones controladas para el aire para la trayectoria AB2.

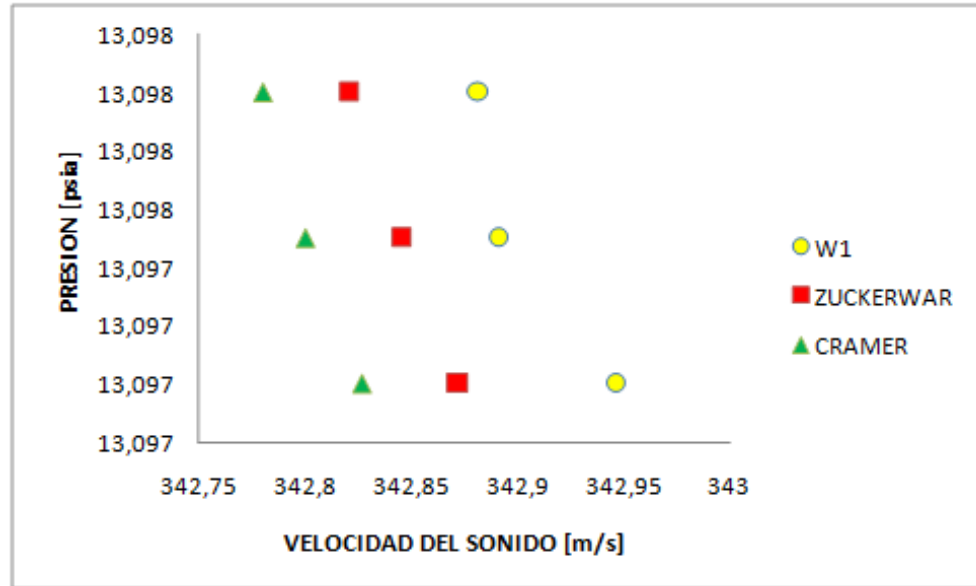


Fuente: Los autores.

Es notable que el error relativo es ligeramente menor en el algoritmo implementado con el método de Zuckerman, dado que se tiene en cuenta el factor por corrección de frecuencia del pulso acústico.

De la misma manera la comparación de las velocidades se observa en la figura 24.

Figura 24. Velocidades calculadas por los algoritmos implementados



Fuente: Los autores

Según los resultados anteriores resultados del análisis, las implementaciones de los algoritmos de los modelos Zuckerman y Cramer utilizando Matlab, han sido validadas dado que los resultados del error no superan el 2%.

4 CONCLUSIONES Y OBSERVACIONES

En los sistemas de transporte y almacenamiento de gas natural demandan que los sistemas de mediciones obtengan una cuantificación precisa de la tasa de flujo volumétrico de un gas, a determinadas condiciones de composición, temperatura y presión, luego el incremento del uso de medidores ultrasónicos en los sistemas de medición de gas natural es debido a las características de los mismos, por ende, la importancia de este proyecto en la implementación de modelos matemáticos que permitan calcular la velocidad del sonido en gas natural.

En el proceso de selección de los modelos matemáticos para el gas natural, se verificó que todos los modelos seleccionados calcularan la velocidad del sonido con base a la presión, temperatura y composición del gas. La selección de los modelos matemáticos para el aire, se verificó que todos los modelos seleccionados calcularan la velocidad del sonido con base al porcentaje de vapor de agua, sin embargo, en la selección los modelos se extendieron también hacia el cálculo de la velocidad dependiendo del porcentaje de dióxido de carbono. En el caso particular del modelo de Zuckerwar el cálculo se extiende también teniendo en cuenta la frecuencia de operación del instrumento de medición.

En este trabajo se verificó la aplicabilidad del modelo AGA8 y su extensión para el cálculo de la velocidad del sonido en AGA10, utilizados en el cálculo de la propagación de ondas acústicas en gas natural. Los errores calculados se encuentran por debajo del 1% dentro de la región estipulada para las pruebas, lo cual cumple el objetivo de validación de los algoritmos al estar por debajo del 2% propuesto.

La organización del experimento se realizó de tal forma que se pudiesen comparar las variaciones del error relativo en condiciones controladas y no controladas.

En las pruebas experimentales los errores a bajas presiones son mayores ya que en el proceso de la purga no se logró sacar todo el aire contenido en el USM, luego al variar la medición de los tiempos de tránsito la velocidad también varía, ya que la composición del gas confinado dentro del USM no es solo gas natural. A presiones más altas el efecto no es notorio ya que la cantidad de gas dentro del USM es mayor, por ende, la componente de aire dentro de la mezcla es menos representativa.

La variación del error relativo en cada una de las corridas es debido a que la temperatura y la presión cambiaban mientras se tomaban las lecturas de los instrumentos, luego los valores de la temperatura y de presión ingresados al algoritmo son el valor medio de los valores registrados durante las respectivas corridas.

Los modelos del cálculo para la propagación de ondas acústicas en aire se compararon con pruebas experimentales encontradas en la literatura, sobre las cuales los porcentajes de error con cada uno de los algoritmos implementados son menores al 2% del error relativo. Luego para la parte del cálculo de la velocidad de las ondas acústicas en el aire también se cumple el objetivo trazado en el plan del proyecto

.
Los resultados arrojados por el algoritmo elaborado con base a la ecuación de estado GERG-2004, no fueron satisfactorios pues la falta de claridad del modelo matemático y de pruebas que lo soporten para la fase de gas no se encontraban. Partiendo del hecho de que existen gran variedad de ecuaciones de estado para calcular las propiedades termodinámicas de los gases, pero solo dos modelos calculan las propiedades acústicas del gas natural. Luego los resultados dados por la implementación en Matlab del modelo GERG-2004 diferían en gran medida de los cálculos efectuados con el algoritmo implementado a través del modelo de AGA. Así mismo, se realizaron comparaciones con datos del factor de compresibilidad para algunas mezclas de gases encontrados en la literatura y el error sobre este fue cercano al 10%.

Los algoritmos implementados en este trabajo son una herramienta capaz de brindar información a partir del estudio de fenómenos que afectan la medición de gases con tecnología ultrasónica y la evaluación a flujo cero de este tipo de medidores para la fase de gas. Estas pruebas se encuentran estipuladas en la normatividad internacional que rige los esquemas de operación de estos medidores entre ellas el *“Measurement of Gas by Multipath Ultrasonic Meters AGA Report No. 9”*.

Este proyecto es una contribución al proyecto de maestría “Modelado de la Propagación de Ondas Ultrasónicas en una Tubería de Gas”, el cual busca generar un modelo que permita la simulación de las ondas ultrasónicas en una tubería dentro de la cual fluye gas, en diferentes condiciones de composición, presión, temperatura y caudal de gas

5 RECOMENDACIONES

El estudio de este trabajo en el cálculo de la velocidad de las ondas acústicas en gas natural podría extenderse a otros campos donde la medición de gases es importante, por ejemplo en procesos de combustión o en procesos médicos para el monitoreo de anestésicos u otros propósitos.

Mejorar la implementación en Matlab de la ecuación de estado GERG-2004, a fin de que dicha implementación no presente fallos en el cálculo. Actualmente se ha desarrollado el modelo GERG-2008 que aún está bajo estudio para su acreditación por parte de la ISO. Esta ecuación de estado calcula las mismas propiedades termodinámicas y acústicas de los gases naturales, con la diferencia que el modelo se ha planteado para una mezcla de 21 componentes.

Implementar el hardware acorde para realizar un computador de flujo, en el cual se tengan en cuenta los algoritmos implementados.

6 BIBLIOGRAFIA

- [1] L.C. Linnworth, Yi Liu, "Ultrasonic Flow Meters: Half Century progress report", Elsevier, 2006.
- [2] "Measurements of Gas by Multipath Ultrasonic Meters", AGA Transmission Measurement Committee Report No 9, 2nd edition, American Gas Association, 2007.
- [3] "The GERG-2004 Wide Range Equation of State for Natural Gases and Other Mixtures", GERG Technical Monograph 15, Groupe Europeen de Recherches Gazieres, 2007.
- [4] Straling K.E, Savidge J.L, "Compressibility Factors of Natural Gas and Other Related Hydrocarbon Gases", AGA Transmission Measurement Committee Report No 8, 2nd edition, American Gas Association: Virginia, 1992.
- [5] "Speed of Sound in Natural Gas and Other Related Hydrocarbon Gases", AGA Transmission Measurement Committee Report No 10, American Gas Association: Washington, 2003.
- [6] "Handbook of Sound in Real Gases", Allan J. Zukerwar, Volumen III, 2002.
- [7] A. Picard, R. S. Davis, M. Glaser y K. Fujii, "Revised formula for the density of moist air (CIPM-2007)", 2008.
- [8] Owen Cramer, "The variation of the specific heat ratio and the speed of sound in air with temperature, pressure, humidity, and CO₂ concentration", 1992.
- [9] Estimación de la incertidumbre en la determinación de la densidad del aire, Centro Nacional de Metrología CENAM, 2001.
- [10] SICK MAIHAK Inc. "FLOWSIC600 Operating Instruction", 2008.

[11] SICK MAIHAK Inc. "FLOWSIC600 S/N 09308732 Parameter Report", 2009.

[12] Corporación CDT de Gas, Metrología aplicada a transferencia de custodia de gas.