

**METODOLOGÍA PARA LA DETECCIÓN DE FALLAS EN UNA
ESTRUCTURA ENTRAMADA METÁLICA EMPLEANDO LAS TÉCNICAS DE
ANÁLISIS MODAL Y UN ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE
DE PARTÍCULAS (PSO)**

**SERGIO EDUARDO GÓMEZ SILVA
JULIAN HERNANDO USCÁTEGUI ECHEVERRÍA**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA**

2016

**METODOLOGÍA PARA LA DETECCIÓN DE FALLAS EN UNA
ESTRUCTURA ENTRAMADA METÁLICA EMPLEANDO LAS TÉCNICAS DE
ANÁLISIS MODAL Y UN ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE
DE PARTÍCULAS (PSO)**

**SERGIO EDUARDO GÓMEZ SILVA
JULIAN HERNANDO USCÁTEGUI ECHEVERRÍA**

Trabajo de grado para optar por el título de Ingeniero Mecánico

**Director
HELLER GUILLERMO SÁNCHEZ ACEVEDO
PhD en Ingeniería Mecánica, Aplicada y Computacional**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA**

2016

DEDICATORIA

Primeramente a Dios, ya que sin él esto no hubiera sido posible.

A mis padres y a mi familia por su apoyo durante todo el proceso de pregrado, porque gracias a ellos he podido culminar un logro más en mi vida.

A mi hermano y hermana por sus ánimos y apoyo incondicional.

A mis amigos, porque a pesar de las adversidades nunca perdieron la fe en mí y siempre estuvieron presentes.

A todos mis profesores por su tiempo y el conocimiento que impartieron en mí durante el desarrollo de mi formación profesional.

Sergio Eduardo Gómez Silva

DEDICATORIA

Primeramente darle gracias a Dios y a la Virgen por protegerme y
acompañarme.

A mis padres, que sin el apoyo incondicional de ellos andar este camino nunca
hubiera sido posible.

A mí querida abuela que siempre ha sido y será el verdadero ejemplo de
entrega y disposición.

A mí amada novia que ha estado en los momentos más difíciles.

Julián Hernando Uscátegui Echeverría

AGRADECIMIENTOS

Al profesor Heller Guillermo Sánchez Acevedo por ser nuestro guía y mentor durante la planeación y el desarrollo de éste proyecto de grado.

Al ingeniero Gilberto Fontecha por su conocimiento transmitido y por facilitarnos los equipos del laboratorio de la Universidad Pontificia Bolivariana, seccional Bucaramanga, para el desarrollo de las pruebas experimentales.

SERGIO EDUARDO GÓMEZ SILVA
JULIAN HERNANDO USCÁTEGUI ECHEVERRÍA

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	19
1. OBJETIVOS DEL TRABAJO DE GRADO	20
OBJETIVO GENERAL	20
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	20
2. ANTECEDENTES TEÓRICOS	22
2.1. ANTECEDENTES INTERNACIONALES	22
2.2. ANTECEDENTES NACIONALES	23
3. MARCO TEÓRICO	25
3.1. ANÁLISIS MODAL	25
3.1.1 Grados de libertad.	27
3.1.2 Modelo de un grado de libertad.	27
3.1.3 Modelo de múltiples grados de libertad.	29
3.1.4 Matriz de rigidez.	30
3.1.5 Matriz de masa.	33
3.1.6 Modos de vibración.	33
3.1.7 Módulo de Young.	34
3.1.8 Relación de Poisson.	34
3.2. PRUEBA MODAL	34
3.3. FRECUENCIAS NATURALES Y FORMAS MODALES	35
3.4. MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS	36
3.5. OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS	36
3.5.1 Generalidades.	37
3.5.2 Fundamentos del movimiento de partículas.	37
3.5.3 El comportamiento social como método de optimización.	39
3.5.4 Operador velocidad y parámetros del algoritmo.	41

3.5.5 Factor de estrechamiento.	44
4. METODOLOGIA DEL ENSAYO	45
4.1. MONTAJE DEL ENSAYO	45
4.2. PLANEACIÓN DE LOS ENSAYOS	46
4.2.1 Ensamble de las matrices.	47
4.2.2 Inclusión del daño.	48
4.3. CARACTERIZACIÓN DINÁMICA DE LA ESTRUCTURA	49
4.4. VALIDACIÓN	49
4.5. DETECCIÓN DEL FALLO	50
5. APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA	53
5.1. DEFINICIÓN DEL CASO DE ESTUDIO	53
5.2. MODELO TEÓRICO DESARROLLADO EN MATLAB	55
5.2.1 Determinación de parámetros dinámicos.	58
5.2.2 Inclusión de ruido en las mediciones.	59
5.3. MODELO EN ELEMENTOS FINITOS	60
5.4. DISEÑO DEL MONTAJE EXPERIMENTAL	62
6. VALIDACIÓN	70
7. DETECCIÓN DEL FALLO Y OPTIMIZACIÓN	75
7.1. HERRAMIENTA PSO PARA MATLAB	77
7.1.1 Datos de entrada del algoritmo.	77
7.1.2 Funciones PSO.	77
7.1.3 Salidas del algoritmo.	78
7.1.4 Bucle iterativo. .	78
7.2. IMPLEMENTACIÓN DEL PSO	79
7.2.1 Tiempos de convergencia del algoritmo.	83
8. ANALISIS DE RESULTADOS	85

9. CONCLUSIONES	87
10. RECOMENDACIONES	89
BIBLIOGRAFÍA	90
ANEXOS	93

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Topología de la estructura	56
Tabla 2. Longitudes de cada barra	56
Tabla 3. Frecuencias naturales modelo teórico	59
Tabla 4. Características del material de las barras	60
Tabla 5. Frecuencias naturales modelo FEM	61
Tabla 6. Tarjeta de adquisición de señal dinámica	64
Tabla 7. Acelerómetro piezoeléctrico	64
Tabla 8. Sensor de fuerza	64
Tabla 9. Shaker	65
Tabla 10. USB Carrier	65
Tabla 11. Caracterización modal: frecuencias naturales	69
Tabla 12. Primera validación Ansys	71
Tabla 13. Segunda validación Ansys	72
Tabla 14. Validación modelo Matlab	73
Tabla 15. Tiempos de convergencia con 20 partículas	83
Tabla 16. Tiempos de convergencia con 100 partículas	83
Tabla 17. Tiempos de convergencia con 200 partículas	84

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Sistema masa-resorte	27
Figura 2. Sistema masa-resorte-amortiguador	28
Figura 3. Fuerzas internas en un elemento de armadura espacial	31
Figura 4. Modelos de comunicación básicos en PSO	39
Figura 5. Modelado del PSO según el movimiento de un enjambre de abejas	40
Figura 6. Representación gráfica del comportamiento de una partícula	42
Figura 7. Conexión de equipos	45
Figura 8. Ensamble de matrices de rigidez de cada elemento	47
Figura 9. Modelo conceptual de la estructura ensamblada	53
Figura 10. Vista frontal y lateral derecha respectivamente de la estructura	54
Figura 11. Vista en detalle del corte inducido en la barra superior	54
Figura 12. Topología de la estructura mediante MATLAB	57
Figura 13. Matriz global de masa y rigidez respectivamente	58
Figura 14. Matriz de forma moda y frecuencias naturales	58
Figura 15. Primeros modos de vibración de la estructura	62
Figura 16. Numeración de las barras	63
Figura 17. Tarjeta de adquisición de señal dinámica	66
Figura 18. Estructura soporte con bandas elásticas	66
Figura 19. Abrazadera metálica acelerómetro PCB 352C68	67
Figura 20. Abrazadera metálica sensor de fuerza PCB 208C02	67
Figura 21. FRF en magnitud y en fase respectivamente	68
Figura 22. Complementos real, imaginario y coherencia	68
Figura 23. Proceso de validación	70
Figura 24. Primer escenario de fallo	75
Figura 25. Interfaz gráfica del comportamiento de las partículas con 500 partículas	81
Figura 26. Interfaz gráfica del comportamiento de las partículas con 200 partículas	81

Figura 27. Diagrama de flujo de la optimización	82
Figura 28. Comparación Tiempo vs Iteraciones	84
Figura 29. Porcentaje de Daño real y Daño calculado PSO, con ruido y sin ruido, en escenario de daño grave, modo 6 de vibración	85
Figura 30. Porcentaje de Daño real y Daño calculado PSO, con ruido y sin ruido, en escenario de daño medio, modo 6 de vibración	86
Figura 31. Porcentaje de Daño real y Daño calculado PSO, con ruido y sin ruido, en escenario de daño leve, modo 6 de vibración	86

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo A. Código matriz de rigidez y de matriz de masa	93
Anexo B. Desarrollo del modelo FEM	97
Anexo C. Primeras 10 formas modales	99
Anexo D. Código PSO	100

RESUMEN

TÍTULO: METODOLOGÍA PARA LA DETECCIÓN DE FALLAS EN UNA ESTRUCTURA ENTRAMADA METÁLICA EMPLEANDO LAS TÉCNICAS DE ANÁLISIS MODAL Y UN ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS (PSO)¹

AUTORES: SERGIO EDUARDO GÓMEZ SILVA
JULIAN HERNANDO USCÁTEGUI ECHEVERRÍA²

PALABRAS CLAVES: CARACTERIZACIÓN DINÁMICA, MÉTODOS DE ELEMENTOS FINITOS, ANÁLISIS MODAL, ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN.

DESCRIPCIÓN:

Este trabajo de grado se desarrolló con la intención de incentivar la investigación en el campo de la inteligencia artificial y la detección de fallos en estructuras o elementos de máquinas, y por medio de técnicas de optimización metaheurísticas, se logre un paso más hacia adelante en estos temas para problemas futuros.

La estimación del daño en las estructuras es una línea de investigación muy amplia e importante que involucra muchos campos de la ingeniería, por lo tanto se desarrollan distintas metodologías que logren determinarlos. Por medio de este trabajo se pretende verificar la aplicabilidad de la técnica de búsqueda y optimización por enjambre de partículas (PSO) en varios escenarios, sin y con distintos fallos, evaluando los parámetros dinámicos obtenidos a partir de la creación de un modelo matemático en Matlab donde se tienen en cuenta dos variables de las propiedades estructurales, como la rigidez y la masa. A este modelo se le incluyeron unas perturbaciones para hacerlo más cercano al modelo real.

Estos modelos deben ser validados para aumentar su grado de confiabilidad, para ello se elaboró un modelo en Ansys donde se compararon las frecuencias de cada modo de la estructura. Posteriormente se construye el modelo real de dicha estructura y se realizan las medidas pertinentes de sus propiedades dinámicas por medio de un análisis modal experimental (EMA).

¹ Trabajo de grado.

² Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Director: PhD Heller Guillermo Sánchez Acevedo.

SUMMARY

TITLE: DAMAGE DETECTION METHODOLOGY IN METALLIC STRUCTURE BY USING EXPERIMENTAL MODAL ANALYSIS TECHNIQUES AND A PARTICLE SWARM OPTIMIZATION ALGORITHM (PSO)³

AUTHORS: SERGIO EDUARDO GÓMEZ SILVA
JULIAN HERNANDO USCÁTEGUI ECHEVERRÍA⁴

KEY WORDS: DYNAMIC CHARACTERIZATION, FINITE ELEMENT METHOD, MODAL ANALYSIS, OPTIMIZATION ALGORITHM.

DESCRIPTION:

This bachelor thesis was developed with the intention to pursue research in the field of artificial intelligence and detection of faults in structures or machine elements, using techniques of metaheuristics optimization is achieved a step forward in these topics for future problems.

Estimating the damage of the structures is a very important and line extensive research involving many fields of engineering, therefore, different methods that make to achieved are developed. Through this work aims to verify the applicability of the technique of search and optimization by particle swarm (PSO), in many scenarios, without and with any fault, where they are evaluated dynamic parameters obtained from creating a mathematical model in Matlab, where two variables into account the structural properties such as stiffness and mass. To this model many disturbances were included to make it closer to the real model.

These models must be validated to increase their degree of reliability, for it, a model in Ansys was developed, where the frequencies of each mode of the structure were compared each other. Later a real model of the structure was built and the required measures of his dynamic properties by experimental modal analysis (EMA) were made.

³ Bachelor thesis.

⁴ Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Director: PhD Heller Guillermo Sánchez Acevedo.

INTRODUCCIÓN

Los avances tecnológicos presentados hoy en día y la gran exigencia en los procesos industriales, conllevan a que la vida útil de muchos equipos o maquinarias de tipo mecánico, aeronáutico, obras civiles, entre otras, se vean afectadas por lo que los avances en los procesos de mantenimiento predictivo tengan que avanzar a pasos agigantados. Con esta necesidad han aparecido una gran cantidad de métodos de diagnóstico de fallas, claro está, cada uno de ellos con sus ventajas y desventajas, pero siempre con el fin de solucionar y prolongar la vida útil del equipo.

Por otra parte, existen métodos de detección de daños no destructivos (DDND) tales como inspección visual, inspección acústica, ultra sonido e incluso algunos métodos térmicos. Todos ellos realizan una detección de daño local y responden satisfactoriamente dependiendo del tipo de solicitud, presentando un único inconveniente, el cual es conocer con anterioridad la región donde se encuentra localizada la falla y que sea accesible. Es por ello que el enfoque que se busca es hacia procedimientos alternativos que permitan una mayor confiabilidad, exactitud y versatilidad.

1. OBJETIVOS DEL TRABAJO DE GRADO

OBJETIVO GENERAL

Implementar una metodología para la detección de fallas en una estructura entramada metálica de dos niveles compuesta por 20 barras con una altura de 65 [cm], ancho de 35 [cm], profundidad de 25 [cm], y un diámetro de 9.8 [mm]; representada por medio de la pérdida de rigidez en los elementos estructurales, empleando las técnicas de análisis modal y un algoritmo de optimización por enjambre de partículas (PSO).

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Implementar un modelo numérico de la estructura entramada metálica que permita realizar la simulación de la respuesta dinámica del sistema ante diferentes sollicitaciones.
- Implementar un algoritmo de optimización mediante PSO para ejecutar en la función objetivo la búsqueda del fallo debido a la pérdida de rigidez en los elementos que componen la estructura.
- Diseñar y construir el modelo físico de la estructura entramada metálica de dos niveles compuesta por 20 barras con una altura de 65 [cm], ancho de 35 [cm], profundidad de 25 [cm], y diámetro de cada barra 9.8 [mm].
- Caracterizar en frecuencias naturales y modos de vibración la estructura entramada metálica mediante las técnicas de análisis modal experimental.
- Validar la metodología de detección de fallos en estructuras entramadas metálicas mediante la contrastación teórico-experimental, fundamentada en

la comparación de las características modales de la estructura, con presencia de fallo.

2. ANTECEDENTES TEÓRICOS

2.1. ANTECEDENTES INTERNACIONALES

En este trabajo realizado por Sánchez, Marulanda y Flórez una técnica de identificación basada en vibraciones es usada para determinar la presencia de daños en una estructura metálica, usando la información de una estructura sin daño como referencia. Una estructura compleja es usada para contrastar los resultados obtenidos con esos reportes de técnicas previamente hechas específicamente sobre estructuras de un solo haz simulado. Además un modelo de elementos finitos de la estructura es desarrollado y validado como una herramienta de soporte y de estudio. Teórica y experimentalmente las técnicas de análisis modal fueron usadas como la principal herramienta para la identificación del daño.

En el trabajo de investigación realizado por Prion y Rezai mediante el uso de técnicas de medición vibratorias se buscó detectar y caracterizar los daños a estructuras durante temblores utilizando un martillo, donde se implementó el software SAP90 para simular el comportamiento teórico de la estructura. Este trabajo ilustra en cuanto al modo de frecuencia que presenta la estructura, ya que muestra ilustraciones del comportamiento de la estructura trabajada cuando llega a la frecuencia natural tanto con y sin daño, y su posterior comprobación con el modelo teórico

Para la fase de la toma de datos se tienen en cuenta la norma ISO 7626-1, la cual define los términos básicos y las especificaciones de la calibración de la prueba, las condiciones de montaje además de las mediciones físicas necesarias para la idoneidad de la prueba y la norma ISO 7626-5 especifica los procesos para medir la movilidad mecánica y otras funciones de frecuencia-respuesta de la estructura excitada por medio de las fuerzas impulsivas

generadas por el excitador. Los métodos de análisis de señal son interpretadas aplicando la transformada de Fourier.

El trabajo de investigación realizada por Mannan y Richardson donde el objetivo es la detección y localización de fallas en estructuras mediante mediciones de FRF, este trabajo ayuda entender que para los requerimientos en la industria actual no es suficiente la detección de la falla sino también la ubicación de la misma.

Un trabajo de investigación realizada Farrar y Doebling este trabajo se describe distintos métodos que miden respuestas vibratorias para detectar, localizar y caracterizar daños en estructuras de sistemas mecánicos. Se basa en la utilización de parámetros modales que son función de propiedades físicas de la estructura: masa, amortiguamiento y rigidez. Después los métodos que se describen son ordenados en diferentes criterios tales como el nivel de daño. El poder estudiar esta investigación nos permite conocer otros métodos que podían ser una alternativa, como los cambios de frecuencias naturales, el problema a la inversa, cambios de modo de frecuencias, medición dinámica de la flexibilidad, entre otros.

2.2. ANTECEDENTES NACIONALES

Otro trabajo que se tuvo en cuenta es el realizado por Barrera y Soto, quienes con su trabajo de grado presentado en la Universidad Industrial de Santander utilizaron el método de optimización de algoritmos genéticos (AG) para poder encontrar el comportamiento dinámico de la estructura. Este trabajo nos ayudará a orientarnos en cuanto al proceso de comparación de la efectividad del algoritmo de optimización a realizar. También se ha podido conocer los aspectos básicos a tener en cuenta en la realización de nuestro algoritmo de optimización como son la rigidez, la masa y el amortiguamiento. También cabe resaltar que las recomendaciones hechas por Barrera y Soto para próximas

investigaciones al final de su trabajo de grado, los cuales serán de mucha ayuda para encaminar el trabajo de grado de la mejor manera posible.

En este ámbito se puede resaltar el trabajo de Celis y Millán quienes con su trabajo de grado tenían como objetivo el hecho de poner a prueba el desempeño de dos diferentes algoritmos de optimización como lo es algoritmos genéticos (AG) y optimización por enjambre de partículas (PSO). Para la medir la estabilidad y precisión de los algoritmos se utiliza la desviación estándar de las funciones analíticas.

3. MARCO TEÓRICO

3.1. ANÁLISIS MODAL

El análisis modal es el proceso para determinar las características dinámicas inherentes de un sistema representadas en sus frecuencias naturales, factores de amortiguamiento y formas modales, y emplearlas para la formulación de un modelo matemático para su comportamiento dinámico. El modelo matemático formulado es conocido como modelo modal del sistema y la información acerca de sus características son los parámetros modales.

Todas las estructuras poseen frecuencias naturales y modos de vibración, que dependen básicamente de la masa y la rigidez de la estructura. En el diseño es necesario identificar estas frecuencias y conocer cómo afecta una fuerza externa la respuesta dinámica de la estructura.

Para el éxito del análisis modal, es indispensable un básico entendimiento de la estructura dinámica. Específicamente es importante tener una buena muestra de la relación entre la respuesta de la frecuencia y sus parámetros modales individuales.

Dentro de las aplicaciones más importantes del análisis modal se encuentran:

- Comprender como se comportan las estructuras bajo la acción de fuerzas dinámicas.
- Medir las propiedades de la estructura cuando se somete a una vibración para refinar y validar modelos analíticos. Cada vez se usan más los ensayos dinámicos combinados con los análisis de elementos finitos para mejorar los modelos analíticos a partir de los cuales se pueden identificar los parámetros de las secciones, módulos de Young, apoyos, entre otros.

- Desarrollar un modelo, ya que proporciona una descripción definitiva del comportamiento de una estructura que puede ser evaluada para ciertas especificaciones del diseño.
- Controlar la integridad de cierta estructura y su comportamiento, con el fin de detectar problemas y evitarlos. Es un campo de aplicación creciente ya que estructuras como puentes están sometidos a cargas cada vez mayores y que se ven deteriorados por el paso de los años.
- Comprobar el estado de las estructuras después de sufrir daños como por ejemplo los debidos a un terremoto.
- Ayudar en el diseño de todo tipo de estructuras (aviones, naves espaciales, coches, elementos deportivos) y hacer simulaciones en el desarrollo de prototipos.
- Predecir o simular la respuesta a excitaciones externas o cómo se comportará la estructura bajo otras condiciones de operación.
- Simular cambios en las características dinámicas, debido a modificaciones físicas, bien sea añadiendo una carga mayor o una rigidez para obtener una propiedad dinámica deseada.
- Estimar las fuerzas que actúan sobre la estructura.
- Hacer un análisis del ensamblaje de estructuras.

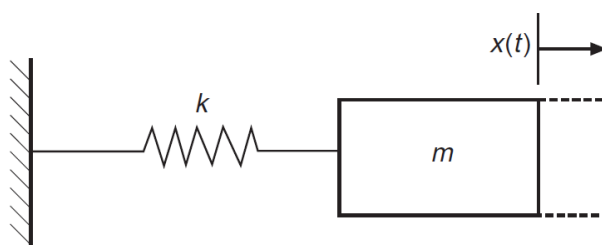
3.1.1 Grados de libertad. La noción de grado de libertad se ha tomado de uso corriente en el análisis estático de estructuras, principalmente a raíz del auge del cálculo matricial por medio de modelos de barras o elementos finitos. En este campo, un grado de libertad corresponde a cualquier movimiento posible de los nodos de los elementos en una dirección no restringida. Las estructuras reales poseen numerosos puntos que pueden moverse independientemente y con varios grados de libertad.

Para obtener la función de respuesta de frecuencia (FRF) de una estructura real, se debe medir la excitación y la respuesta entre dos puntos, pero dado que cualquier punto tiene la capacidad de movimiento en seis direcciones, se debe especificar previamente la dirección en las que se realizarán las medidas.

En resumidas palabras el grado de libertad es el punto de medida y de dirección de medida definido en una estructura. El índice i se utiliza para indicar la respuesta del DOF y j la excitación del DOF. Se puede utilizar adicionalmente los índices x , y y z para indicar la dirección.

3.1.2 Modelo de un grado de libertad. El sistema de un grado de libertad es el más sencillo para ilustrar muchos de los conceptos relacionados con las vibraciones. El sistema masa-resorte mostrado en la figura 1 es un ejemplo de ello, y se compone por una masa m y un muelle o resorte k .

Figura 1. Sistema masa-resorte



A partir de la segunda ley de Newton se deriva la siguiente ecuación:

$$m\ddot{x}(t) = -kx(t)$$

O

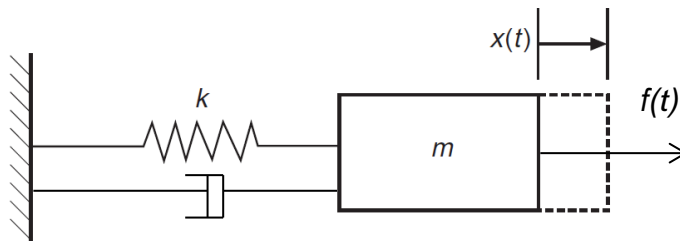
$$m\ddot{x} + kx = 0$$

Donde los puntos encima de la variable x , representan las derivadas con respecto del tiempo. La raíz cuadrada de la relación entre la rigidez y la masa se define como la frecuencia natural del sistema, representada por medio de la siguiente ecuación [7]:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}} \left[\frac{rad}{s} \right]$$

En caso de tener un sistema masa-resorte-amortiguador y una fuerza arbitraria $f(t)$ como se ilustra en la figura 2,

Figura 2. Sistema masa-resorte-amortiguador



La ecuación general que describiría el movimiento de este sistema de un grado de libertad sería la siguiente:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t)$$

Tomando la transformada de Laplace y considerando las condiciones iniciales, se da solución al desplazamiento vibracional:

$$X(s) = \frac{F(s)}{ms^2 + cs + k} + \frac{(ms + c)x(0) + mx'(0)}{ms^2 + cs + k}$$

Donde $X(s)$ y $F(s)$ son las transformadas de Laplace de las funciones $x(t)$ y $f(t)$ respectivamente. Para todas las condiciones cero, la ecuación se reduce a:

$$X(s) = \frac{F(s)}{ms^2 + cs + k} = G(s)F(s)$$

Esta es la típica ecuación de un sistema lineal dinámico donde $G(s)$ se conoce como la función de transferencia del sistema. La vibración en el dominio del tiempo $x(t)$ puede ser determinada por medio de la transformada inversa de Laplace $X(s)$.

3.1.3 Modelo de múltiples grados de libertad. Cuando los sistemas tienen múltiples grados de libertad, la ecuación de movimiento debe ser obtenida considerando el equilibrio dinámico sobre cada uno de los nodos que se considere en el modelo, esto configura unas matrices de rigidez, amortiguamiento y masa de la estructura. Las ecuaciones de movimiento que gobiernan a un sistema de N grados de libertad se pueden escribir en forma matricial de la siguiente manera:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\}$$

Donde $[M]$, $[C]$ y $[K]$ son matrices de dimensiones $N \times N$ de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente; $\{x(t)\}$ y $\{f(t)\}$ son vectores de dimensiones $N \times 1$ que recogen las variaciones temporales de los desplazamientos y de las fuerzas.

Cuando no existe amortiguamiento, la ecuación que gobierna el movimiento se puede escribir en forma matricial como:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\}$$

Primero se va a considerar el caso de respuesta libre, por lo que $f(t)$ es nulo. Se supone que la solución es de la forma $\{x(t)\} = \{X\}e^{i\omega t}$ donde $[X]$ es un vector compuesto por $N \times 1$ amplitudes independientes del tiempo.

Al sustituir esta condición en la ecuación de movimiento, se obtiene:

$$([K] - \omega^2[M])\{X\}e^{i\omega t} = \{0\}$$

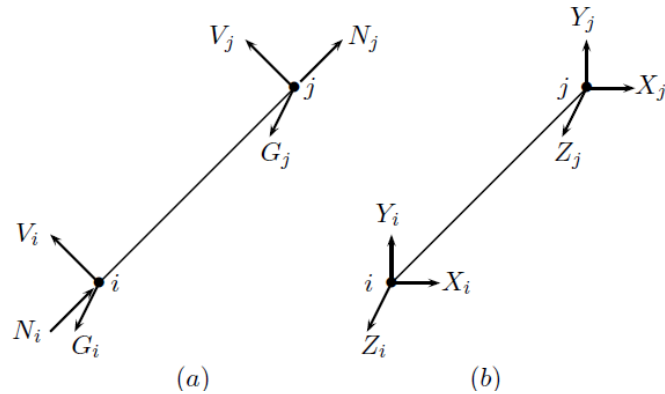
$$([K] - \omega^2[M])\{x(t)\} = \{0\}$$

Esta ecuación es un problema de eigenvalores, donde ω^2 es el eigenvalor y $\{X\}$ es el eigenvector, siendo el eigenvalor el cuadrado de la frecuencia y el eigenvector la forma modal.

Ahora se considera la respuesta forzada de este sistema. Se supone que la excitación es la siguiente: $\{f(t)\} = \{F\}e^{i\omega t}$ y que la solución es de la forma: $\{x(t)\} = \{X\}e^{i\omega t}$, donde $\{F\}$ y $\{X\}$ son vectores de $N \times 1$ amplitudes complejas independientes del tiempo. Introduciendo esto en la ecuación que gobierna el movimiento, se puede calcular la función de respuesta en frecuencia que es una matriz simétrica de orden $N \times N$. Esto se debe al hecho de que las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento que describen el sistema también lo son.

3.1.4 Matriz de rigidez. Teniendo en cuenta las deducciones anteriormente planteadas, en primer lugar, a las fuerzas N y V del sistema local se añade ahora una fuerza ortogonal de naturaleza cortante, que denotaremos por G . En el sistema local, las fuerzas correspondientes se denotan ahora por X , Y y Z . En la figura 3, se observan las fuerzas internas tanto en el sistema local como en el sistema global, respectivamente.

Figura 3. Fuerzas internas en un elemento de armadura espacial



Fuente: Hurtado, J. 'Análisis matricial de estructuras. Curso con MATLAB'

En consecuencia la ecuación que relaciona los dos sistemas de fuerzas es:

$$\begin{pmatrix} N \\ V \\ G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\phi_{XN} & \cos\phi_{YN} & \cos\phi_{ZN} \\ \cos\phi_{XV} & \cos\phi_{YV} & \cos\phi_{ZV} \\ \cos\phi_{XG} & \cos\phi_{YG} & \cos\phi_{ZG} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

Por su parte, la matriz de rigidez elemental en coordenadas locales, está dada por la siguiente ecuación:

$$k_e = \frac{E_e A_e}{l_e} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Mientras la matriz de transformación sería:

$$T_e = \begin{pmatrix} \cos\phi_{XN} & \cos\phi_{YN} & \cos\phi_{ZN} & 0 & 0 & 0 \\ \cos\phi_{XV} & \cos\phi_{YV} & \cos\phi_{ZV} & 0 & 0 & 0 \\ \cos\phi_{XG} & \cos\phi_{YG} & \cos\phi_{ZG} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\phi_{XN} & \cos\phi_{YN} & \cos\phi_{ZN} \\ 0 & 0 & 0 & \cos\phi_{XV} & \cos\phi_{YV} & \cos\phi_{ZV} \\ 0 & 0 & 0 & \cos\phi_{XG} & \cos\phi_{YG} & \cos\phi_{ZG} \end{pmatrix}$$

A partir de las ecuaciones (las dos últimas), resulta posible la aplicación de la siguiente ecuación para obtener la matriz de rigidez de la barra en el sistema de coordenadas globales:

$$K_e = T_e^T * k_e * T_e$$

Nótese que al realizar este producto los cosenos directores correspondientes a las fuerzas V y G resultan siempre multiplicados por cero, por lo cual el resultado final estará determinado exclusivamente por los cosenos $\text{Cos}\Phi_{XN}$, $\text{Cos}\Phi_{YN}$ y $\text{Cos}\Phi_{ZN}$. La matriz de rigidez es por consiguiente:

$$K_e = \frac{E_e A_e}{l_e} \begin{pmatrix} \eta^2 & \eta\mu & \eta\nu & -\eta^2 & -\eta\mu & -\eta\nu \\ \eta\mu & \mu^2 & \mu\nu & -\eta\mu & -\mu^2 & -\mu\nu \\ \eta\nu & \mu\nu & \nu^2 & -\eta\nu & -\mu\nu & -\nu^2 \\ -\eta^2 & -\eta\mu & -\eta\nu & \eta^2 & \eta\mu & \eta\nu \\ -\eta\mu & -\mu^2 & -\mu\nu & \eta\mu & \mu^2 & \mu\nu \\ -\eta\nu & -\mu\nu & -\nu^2 & \eta\nu & \mu\nu & \nu^2 \end{pmatrix}$$

Donde los cosenos directores se obtienen por medio de las siguientes expresiones:

$$\eta = \text{cos}\Phi_{XN} = \frac{x_j - x_i}{l_e}$$

$$\mu = \text{cos}\Phi_{YN} = \frac{y_j - y_i}{l_e}$$

$$\nu = \text{cos}\Phi_{ZN} = \frac{z_j - z_i}{l_e}$$

Siendo l_e , la longitud de cada elemento de la estructura.

Una vez calculadas las matrices de rigidez en coordenadas globales K_e para todas las barras, el proceso de ensamblaje de la matriz de rigidez de la

estructura K se realiza por el mismo procedimiento automático ya mencionado. Esto es, la matriz de rigidez K_e , de tamaño 6×6 se expande a una matriz ΔK_e de tamaño $n \times n$, donde n es el número de grados de libertad, igual a tres veces el número de nodos [10].

3.1.5 Matriz de masa. La matriz de masa concentrada, para un elemento uniforme de una cercha, es simplemente una matriz diagonal, en la cual los coeficientes correspondientes a desplazamientos lineales y de torsión son iguales a la mitad del total de la inercia del segmento de viga, mientras que los coeficientes correspondientes a las rotaciones de flexión se suponen iguales a cero.

3.1.6 Modos de vibración. Los modos de vibración son propiedades inherentes de las estructuras. Estos se determinan por las propiedades del material (masa, rigidez y amortiguamiento, la geometría y por las condiciones de frontera de la estructura). Cada modo se define por una frecuencia natural, un amortiguamiento modal y una forma modal. Cuando el sistema vibra con la frecuencia natural de un modo o cerca de ella, la forma modal general tiende a ser dominada por la forma modal de la resonancia.

Los modos se pueden obtener observando la parte imaginaria de los espectros de frecuencia para la fila o columna medida. En estas representaciones aparecen unos picos a ciertas frecuencias que coinciden con las frecuencias naturales del sistema; dichos picos contienen la información de la amplitud de cada uno de los modos de vibración. Uniendo las amplitudes de los picos que aparecen en una determinada frecuencia que se obtiene para la misma fila o columna medida, el resultado es la representación del modo de vibración asociado a dicha frecuencia natural.

Es fundamental para el cálculo de los modos de vibración de una estructura, no colocar el punto de medida sobre un nodo del modo que se desea medir; esto

se debe a que la parte imaginaria de la FRF no proporcionará ningún pico para la frecuencia asociada a ese modo.

3.1.7 Módulo de Young. También conocido como módulo de elasticidad (E). Es la pendiente de la curva esfuerzo-deformación en su región elástica. Una pendiente muy acentuada en la gráfica fuerza-distancia en la zona de equilibrio indica que se requieren grandes fuerzas para separar los átomos y hacer que el material se deforme elásticamente. Por tanto, el material tiene un módulo de elasticidad alto. Esta relación es la ley de Hooke y se expresa de la siguiente manera:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

3.1.8 Relación de Poisson. Relaciona la deformación elástica longitudinal producida por un esfuerzo simple a tensión o compresión, con la deformación lateral que ocurre simultáneamente. En general la relación de Poisson es de aproximadamente 0.3 y se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$\nu = \frac{-\varepsilon_{lateral}}{\varepsilon_{longitudinal}}$$

3.2. PRUEBA MODAL

La prueba modal es una técnica experimental utilizada para derivar el modelo modal de un sistema vibratorio lineal invariante en el tiempo. La base teórica de la técnica está asegurada al establecer la relación entre la respuesta de vibración en un lugar y excitación a la misma u otra ubicación como una función de la frecuencia de excitación. Esta relación, que es a menudo una función matemática compleja, se conoce como frecuencia función de respuesta, o FRF.

Las combinaciones de excitación y la respuesta a diferentes ubicaciones conducen a un conjunto completo de funciones de respuesta de frecuencia

(FRF) que pueden ser colectivamente representadas por una matriz de FRF del sistema. Esta matriz es generalmente simétrica, lo que refleja la reciprocidad estructural del sistema.

La práctica de la prueba modal consiste en medir las FRF o respuestas de impulso de una estructura. La medición de las FRF puede hacerse afirmando una medida de excitación en una ubicación de la estructura en ausencia de otras excitaciones y medir las respuestas de vibración en una o más ubicaciones. La excitación puede ser de una banda de frecuencia seleccionada, senoide escalonada, transitoria, ruido aleatorio o ruido blanco, y por lo general se mide mediante un transductor de fuerza en el punto de aplicación; mientras la respuesta es medida por acelerómetros. Ambas señales, tanto de excitación como de respuesta, entran dentro de un analizador que es el responsable del cálculo de los datos de FRF.

3.3. FRECUENCIAS NATURALES Y FORMAS MODALES

Si un sistema se deja vibrar libremente después de recibir una perturbación inicial, la frecuencia a la cual oscila sin fuerzas externas es conocida como su frecuencia natural. Un sistema vibratorio de N grados de libertad tiene, por lo general, N frecuencias naturales de vibración distintas.

Desde el punto de vista físico, un modo de vibración de una estructura es caracterizado por una frecuencia natural en el cual el movimiento predominante de la estructura es una forma de onda bien definida denominada forma modal. El movimiento general de una estructura, cuando es excitada, puede ser representado como una combinación lineal de los movimientos de cada uno de sus modos.

3.4. MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

El método de elementos finitos es un método de aproximación de problemas continuos, de tal forma que el continuo se divide en un número finito de partes llamadas “elementos”, cuyo comportamiento se especifica mediante un número finito de parámetros asociados a ciertos puntos característicos denominados “nodos”. Estos nodos son los puntos de unión de cada elemento con sus adyacentes.

El MEF, por tanto, se basa en transformar un cuerpo de naturaleza continúa en un modelo discreto aproximado, conociéndose ésta transformación como discretización del modelo; en donde el comportamiento en el interior de cada elemento queda definido a partir del comportamiento de los nodos mediante las adecuadas funciones de interpolación o funciones de forma.

3.5. OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS

Es un método que trata de imitar las actividades sociales de un colectivo a partir de la interacción de los individuos entre sí y con el entorno. Los orígenes de esta técnica se remontan al año de 1995 con el trabajo realizado por Kennedy y Eberhart, quienes introducen el término general partícula o agente para representar a los bancos de peces, pájaros, enjambres de abejas o cualquier otro tipo de individuo que presente un comportamiento social de grupo, es decir, la capacidad de separarse, reagruparse o encontrar alimento.

En base a su trabajo el fundamento teórico de este método es el movimiento de cada una de las partículas hacia un objetivo. Este método está condicionado por dos factores básicos: la memoria autobiográfica o nostalgia y la influencia social.

En síntesis el proceso evolutivo se reduce a mover cada partícula dentro del espacio de soluciones con una velocidad que variará de acuerdo a su velocidad actual, a la memoria de la partícula y a la información global que comparte el resto del enjambre, utilizando una función objetivo para cuantificar la calidad de cada partícula en función de la posición que esta ocupe.

3.5.1 Generalidades. Kennedy y Eberhart de acuerdo a su estudio sobre PSO, el movimiento de cada una de las partículas se sintetiza en el recuerdo que ellas presentan de la iteración inmediatamente anterior y con ello fijan un nuevo punto de seguimiento mejor o igual que el anterior pero nunca haciendo un retroceso en la meta que se desea. Esta memoria que presenta cada individuo se puede decir que es autobiográfica y va de la mano con el impulso que se tiene en el enjambre por seguir a quien tiene el mejor camino.

El hecho de ser una herramienta de extrema simplicidad de programación y la utilización de menos parámetros para la elaboración del algoritmo, crea cierta ventaja respecto a otras herramientas, ya que está basado en un concepto muy simple, y podría ser implementado en unas pocas líneas de código informático. La diferencia radica en que a cada solución potencial se le asigna una velocidad aleatoriamente, por lo tanto las partículas pueden recorrer todo el espacio del problema.

3.5.2 Fundamentos del movimiento de partículas. Para aplicaciones en el ámbito de la vida artificial se deben respetar cinco principios básicos de lo que se entiende como *swarm intelligence* o inteligencia de grupo: la proximidad, la calidad, la diversidad de respuesta, la estabilidad y la adaptabilidad.

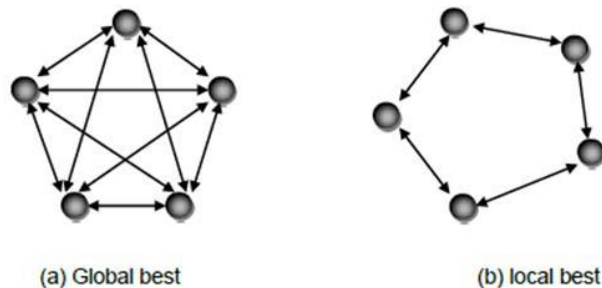
- Proximidad: la población debería ser capaz de realizar cálculos sencillos de espacio y tiempo, lo cual traduce en PSO a movimientos en N dimensiones llevadas a cabo durante una serie de intervalos de tiempo que coinciden con movimientos de la población a una determinada velocidad.

- Calidad: este principio trata de la capacidad de la población para responder a factores de calidad en el espacio de soluciones, lo que se consigue en PSO con la memoria de la partícula y con la historia o conocimiento social que comparten entre si todas las partículas.
- Diversidad de respuesta: se promueve está misma dentro de la población además de garantizar en el algoritmo de PSO, las diferentes tendencias marcadas por la memoria personal de cada partícula y por la historia de la mejor posición visitada por todo el conjunto.
- Estabilidad y adaptabilidad: la población solo cambia su comportamiento como grupo cuando se actualiza la mejor posición históricamente visitada por alguno de los miembros que lo integran, respetando así el principio de estabilidad. Por otro lado, la población debe ser de manera paralela adaptable, es decir, debe ser capaz de modificar su comportamiento y movimiento cuando hay alguna señal que así lo recomienda desde el punto de vista de ahorro computacional o de mejora de precisión. Esta premisa se consigue fácilmente en PSO, dado que la población en su conjunto cambia su rumbo cuando alguna de las partículas alcanza una solución global que mejora el resultado.

3.5.3 El comportamiento social como método de optimización. Para entender el funcionamiento del PSO como algoritmo de optimización, es necesario observar el comportamiento que exhibe un enjambre de abejas en su movimiento sobre un campo cubierto con diferentes concentraciones de flores. Sin ningún conocimiento previo del espacio de búsqueda, las abejas inician su movimiento desde posiciones y velocidades aleatorias. En su desplazamiento, el objetivo del enjambre se centra en encontrar el emplazamiento con la mayor densidad de flores.

Cada abeja tiene memoria y puede recordar la posición visitada con mayor densidad de flores y también conoce, por mecanismos de comunicación con sus congéneres, la localización donde otras encontraron una densidad de flores significativa, como en la figura 4:

Figura 4. Modelos de comunicación básicos en PSO

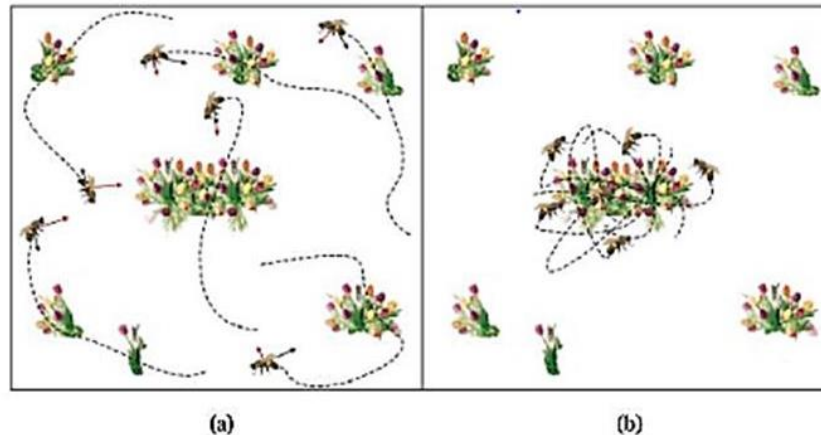


Fuente: BARRAGAN, K. & VANEGAS, D. 2010

Esta dupla de información es utilizada por la abeja para modificar continuamente su trayectoria, acelerando en ambas direcciones, además de volar hacia un punto espacial intermedio que dependerá de su posición actual y de cómo influyan sobre su decisión las denominadas nostalgias o memorias y cooperación o conocimiento social. De esta forma, las abejas se encuentran permanentemente sobrevolando el campo en busca de posiciones con mayor densidad de flores, redirigiendo en parte la trayectoria del enjambre cada vez que se encuentran configuraciones de mayor calidad. Con el transcurso del tiempo, una vez ha sido explorado el espacio de soluciones en su totalidad, el

conjunto del enjambre se encontrará volando alrededor de la zona con la mayor concentración de flores de todo el campo.

Figura 5. Modelado del PSO según el movimiento de un enjambre de abejas



Fuente: Pérez, J. 2007

En donde: (a) en su desplazamiento, las abejas son atraídas hacia las zonas de mayor concentración de flores encontradas individualmente por cada individuo (memoria) y por el conjunto del enjambre (cooperación). (b) Una vez que las abejas han sido atraídas a la zona con mayor concentración de flores, que equivalen en términos de PSO a la convergencia hacia una solución global, esta permanecen sobrevolando dicha zona con velocidades muy reducida.

El comportamiento social que exhiben estos y otros organismos se puede entender como un método de optimización en el que el espacio de búsqueda se puede extender a las N dimensiones del problema a optimizar, y donde cada partícula, se identifique como una posible solución potencial al problema, caracterizada por un vector velocidad y un vector posición, ambos en N dimensiones. El problema de la población se reduce a establecer la función objetivo que dicte como debe moverse cada partícula de la población en el espacio N-dimensional para mimetizar la inteligencia de estas comunidades y evitar a su vez caer en soluciones locales.

3.5.4 Operador velocidad y parámetros del algoritmo. Así como el algoritmo estudiado en el presente trabajo, el desplazamiento animal se define por la posición de los miembros y la velocidad en el espacio de búsqueda, donde todos los miembros son llamados partículas que en grupo son el enjambre o swarm.

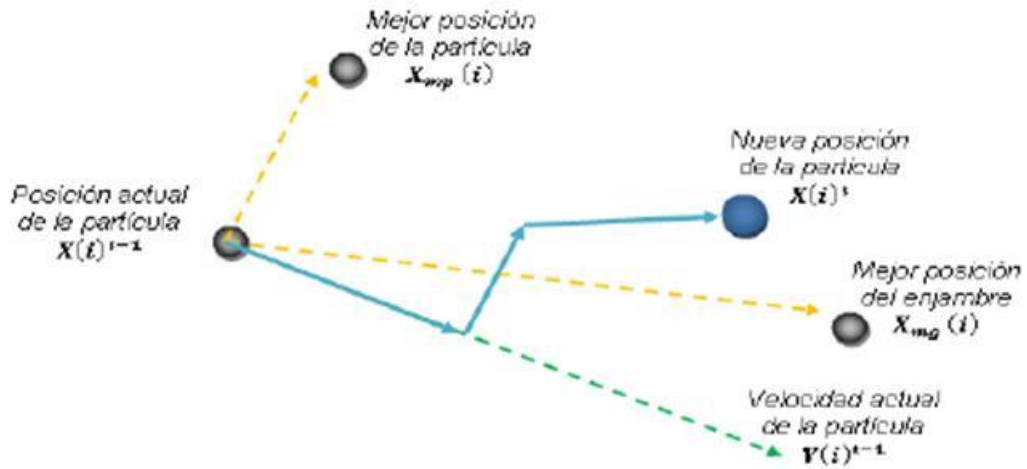
Cada partícula comunica las mejores posiciones a las demás y dinámicamente ajustan su posición y su velocidad con base en las buenas posiciones de cada iteración. La velocidad se define con el comportamiento histórico de las partículas del enjambre. Con lo dicho anteriormente, las partículas siempre tenderán a dirigirse hacia un mejor espacio de búsqueda siempre con la directriz de buscar la minimización de los mejores con base en la función objetivo aplicada. El proceso de búsqueda en lo que respecta a la posición y velocidad se define por las siguientes ecuaciones respectivamente:

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1}$$

$$v_i^{k+1} = w \cdot v_i^k + c_1 * rand_1 * (pbest_i - x_i^k) + c_2 * rand_2 * (gbest - x_i^k)$$

Donde c_1 y c_2 son contantes positivas, definidas como coeficientes de aceleración; w es el factor inercial; $rand_1$ y $rand_2$ son números aleatorios en el rango entre [0,1]; x_i representa la i -ésima partícula y $pbest_i$ la mejor posición previa de x_i ; $gbest$ es la posición de la mejor partícula de toda la población. Es de esta manera que se obtiene la velocidad para que se acerque a la mejor partícula $pbest$ y $gbest$.

Figura 6. Representación gráfica del comportamiento de una partícula



Fuente: BARRAGAN, K. & VANEGAS, D. 2010

La variación de estos parámetros puede optimizar mejor la búsqueda global y local durante el proceso de optimización. Las constantes de aceleración sirven para dos propósitos en el proceso: el primero de ellos es controlar la influencia relativa hacia *gbest* y *pbest* respectivamente; y el segundo, si los dos coeficientes de aceleración son cercanos a cero, se producirá una búsqueda fina en una región, mientras si los coeficientes son cercanos a uno, permitirá a la partícula la posibilidad de sobrepasar al *pbest* y *gbest*.

Visto de otra forma, si se presenta un incremento de c_2 sobre c_1 aumenta la influencia del valor *gbest*, lo cual resulta en una mayor exploración del espacio debido a que la partícula confía más en los resultados de la búsqueda del enjambre. Otra situación que podría presentarse sería el incremento de c_1 sobre c_2 , causando que la partícula se mueva en dirección más cercana a *pbest*, lo cual resulta en una mayor *explotación* del espacio [18], donde el término *explotación* se refiere a la habilidad que el algoritmo posee de concentrarse en una porción del espacio que sea promisorio con el fin de encontrar posiblemente el más óptimo.

En este método estudiado la tarea de lograr un aprovechamiento máximo del espacio de búsqueda recae en la velocidad de la partícula. Para lograr una velocidad óptima e impedir que las partículas escapen del espacio de búsqueda, se define un valor máximo $V_{m\acute{a}x}$. Si el valor de $V_{m\acute{a}x}$ es demasiado grande, las partículas pueden sobrepasar e ignorar continuamente la zona con la solución global; pero en el otro caso donde $V_{m\acute{a}x}$ toma valores extremadamente pequeños, las partículas explorarán el espacio de soluciones muy lentamente, quedando atrapados posiblemente en soluciones locales dando posiblemente una respuesta global errónea.

Con el fin de reducir el efecto de $V_{m\acute{a}x}$ y modular el control del alcance de la búsqueda, surgen versiones mejoradas del algoritmo donde se incorpora el concepto de peso inercial (w). El valor, variable en el tiempo, controla la influencia de la velocidad previa de la partícula sobre la velocidad actual. El valor del peso inercial contribuye a que la exploración global del espacio sea más fácil y eficiente, evitando que las partículas puedan atraparse en óptimos locales, mientras que un valor pequeño posibilita a realizar una búsqueda global.

Con el fin de mantener un equilibrio entre la exploración y la explotación, el rango de valores para w esta entre (0-1). Para regular la relación entre exploración y convergencia, por lo general este factor decrece linealmente desde $W_{m\acute{a}x}=0.9$ al inicio del proceso de optimización, hasta $W_{min}=0.4$ al final del proceso.

3.5.5 Factor de estrechamiento. El factor de estrechamiento K es calculado mediante los factores de aceleración c_1 y c_2 . La variante con factor de estrechamiento ofrece un mejor control de la velocidad y asegura la convergencia para problemas de optimización numérica con y sin restricciones. El uso de un factor de estrechamiento puede ser necesario para asegurar la convergencia de un algoritmo de enjambre de partículas. Un método simplificado de incorporar este factor sería el siguiente:

$$K = \frac{2}{|2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4\varphi}|}, \quad \text{donde } \varphi = c_1 + c_2 \quad \varphi > 4$$

Comúnmente cuando el factor de estrechamiento es usado, φ es ajustado a 4.1 y la constante de estrechamiento K es igual a 0.729.

El proceso se puede resumir en las siguientes etapas:

- **Parámetros de entrada:** la posición y la velocidad de las partículas están por fuera de los correspondientes límites, estos se ajustan a los valores establecidos como las constantes de aceleración e inercia.
- **Evaluación de la población actualizada:** la posición actualizada de las partículas es evaluada de acuerdo al valor de la función objetivo, la cual es el criterio para evaluar el proceso de estimación de los parámetros y representa el grado de cercanía entre la salida del sistema real comparada con la salida del modelo, cuyos parámetros se identifican usando PSO.
- **Verificación del cumplimiento de la condición de parada:** esta condición puede corresponder con el número de iteraciones o con el mínimo valor de la función objetivo. Si la condición de parada no ha sido cumplida, el proceso de actualización será repetido; de lo contrario, el proceso finaliza.
- **Resultados de salida:** la salida sería la mejor solución obtenida durante el proceso de optimización, es decir el mínimo global.

4. METODOLOGIA DEL ENSAYO

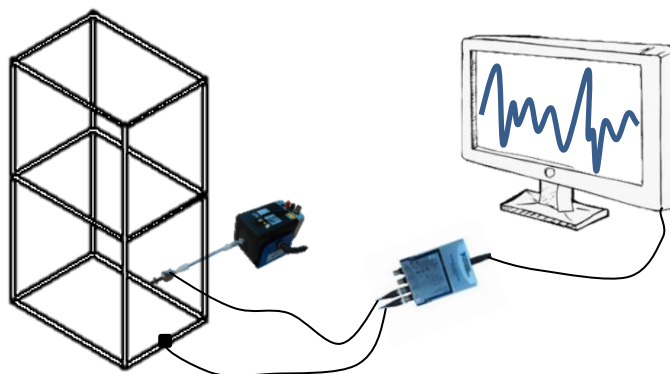
4.1. MONTAJE DEL ENSAYO

La toma de datos experimental se realiza según las especificaciones de la norma ISO 7626-2, excitando la estructura en un punto mediante el uso de un “Shaker” o excitador. Para la medición de la respuesta dinámica se utilizan acelerómetros, los cuales captan la aceleración de la estructura, arrojando la señal de salida en forma de voltaje, pasando posteriormente por un acondicionador de señales antes de ser procesada por el respectivo software.

Tanto las señales de excitación como las señales de respuesta, se miden mediante un módulo de adquisición de datos, compuesto por una tarjeta de adquisición. Cada tarjeta de adquisición cuenta con 4 puertos o canales de entrada, donde se permite la conexión únicamente de un elemento por puerto, ya sea del acelerómetro o del shaker.

La configuración del ensayo incluye un acelerómetro, un shaker, cables conectores, un módulo de adquisición de datos, una tarjeta de adquisición de datos y un computador con el respectivo software para el procesamiento de los datos obtenidos y el cálculo de la función de respuesta en frecuencia (FRF).

Figura 7. Conexión de equipos



4.2. PLANEACIÓN DE LOS ENSAYOS

Para el desarrollo del presente proyecto de investigación se siguieron dos líneas de trabajo: una de ellas es la consecución de los parámetros dinámicos para la detección de daños, en lo que concierne al modelo experimental y la fundamentación teórica; por otra parte la implementación computacional de un algoritmo de optimización para la búsqueda del daño en la estructura.

Este proceso inicia con una fundamentación teórica sobre la que se realiza una revisión bibliográfica acerca de diferentes metodologías de detección de daño, donde interviniera como factor importante la variación de parámetros dinámicos en la estructura, enfatizando que los trabajos escogidos traten de estructuras con presencia de algún tipo de daño en uno o más elementos que la componen. La bibliografía revisada incluye también la exploración de técnicas de optimización metaheurística para la búsqueda de daño, teniendo una mayor preferencia sobre *Particle Swarm Optimization* (PSO).

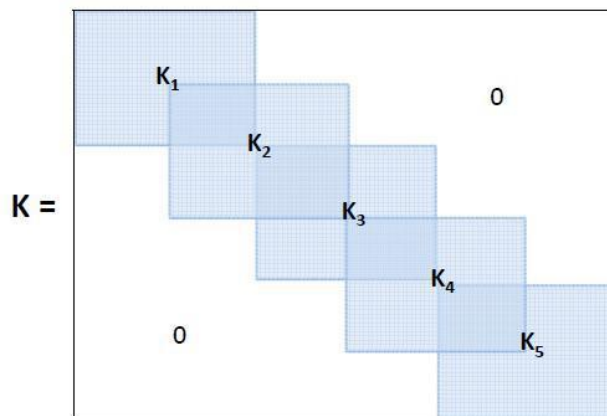
Lo que se pretende con esta técnica no destructiva es la detección de daño estructural que emplean medidas experimentales de vibración y que suponen el cambio en las propiedades estructurales, lo que conlleva a un cambio de las propiedades dinámicas como las frecuencias naturales y las formas de vibración. Las características dinámicas son propiedades globales que presentan pequeños cambios cuando se detecta un daño en una estructura; de esta manera, si los cambios en las características dinámicas pueden conocerse, será posible identificar los cambios estructurales que originaron las nuevas propiedades dinámicas.

Para la detección del daño se modela la estructura con base en parámetros dinámicos inherentes de la misma. Las propiedades estructurales a considerar son la rigidez y la masa, propiedades con las que es posible obtener las frecuencias naturales y las formas modales del modelo analítico, definiendo el problema de localización y estimación de la magnitud del daño como un

porcentaje de pérdida de rigidez. Por ello se busca una correlación adecuada entre los parámetros dinámicos en su estado inicial y con daño. El desarrollo del modelo estructural analítico se empleó el software MATLAB R2015a versión 8.5.0 de 64 bits.

4.2.1 Ensamble de las matrices. Las matrices de masa y rigidez de un sistema, es un ensamble de las matrices de cada elemento (ver figura 8). Para realizar este ensamble, se necesita saber que grados de libertad están asociados a cada elemento en la estructura. Por ejemplo, la matriz de rigidez de la viga será entonces un ensamble de las matrices de rigidez (cuya cantidad es el número de elementos), ubicadas en los grados de libertad correspondientes. La matriz de masa se construye de manera equivalente.

Figura 8. Ensamble de matrices de rigidez de cada elemento



Fuente: V. Meruane. 'Apunte dinámica estructural, ME706'

Es necesario tener en cuenta las siguientes consideraciones al momento de realizar el modelo analítico:

1. La estructura no presenta amortiguamiento.
2. El daño es detectado por medio de la pérdida de rigidez en algún elemento de la estructura.

3. Para el estudio de la estructura damnificada se introduce el daño en un elemento cualquiera en el algoritmo desarrollado en MATLAB, para posteriormente obtener las propiedades modales del modelo analítico.
4. La función objetivo empleada está basada en las formas modales y frecuencias naturales que son los datos a considerar para la posterior validación teórico-experimental.

Después de la realización del modelo en MATLAB, el paso a seguir es la evaluación del desempeño del mismo respecto al modelo experimental. Para ello se debe considerar:

1. El daño inducido en uno de los elementos de la estructura.
2. La función objetivo aplicada.
3. Número de modos de vibración tomados.
4. Detección del elemento que presenta una disminución en la rigidez.

4.2.2 Inclusión del daño. La variación en los parámetros dinámicos de una estructura están ligados en su mayoría a pérdidas de rigidez de determinado elemento. Para incluirle daño al modelo analítico se tiene en cuenta el Coeficiente de Reducción β . Este valor varía entre 0 y 0,6, donde 0 quiere decir que no hay presencia de daño y 0,6 es pérdida total del elemento, solo en estado lineal. Con este β se puede provocar una reducción en el módulo de elasticidad, que es uno de los factores para hallar el valor de la rigidez junto con el área y la longitud, de la siguiente forma:

$$E_D = E_S * (1 - \beta)$$

Donde E_D es el módulo de elasticidad reducido para provocar el daño y E_S es el módulo de elasticidad del material.

En el presenta trabajo de investigación se cuentan los daños en un rango desde 0% hasta el 60%, debido a que un porcentaje superior a este valor se

considera como daño inminente y que ya sería fácil de detectar a simple vista fácilmente.

Después de introducir el daño en el modelo, según se considere cual debe ser la magnitud en la respectiva barra, se recalculan las propiedades tanto la matriz de rigidez y la matriz de masa, para generar posteriormente los nuevos eigenvalores y eigenvectores o las frecuencias naturales y las formas modales con ayuda del software MATLAB.

4.3. CARACTERIZACIÓN DINÁMICA DE LA ESTRUCTURA

Consiste en obtener la respuesta dinámica de la estructura, filtrando la señal de excitación a través de la misma, consiguiendo las variaciones de las magnitudes de análisis respecto del tiempo. El análisis es practicado a un modelo de la estructura que pretende brindar una serie de relaciones entre acciones y respuesta que describe un modelo matemático del problema.

Con este proceso se logra identificar las distintas formas modales experimentales y las descritas en el modelo teórico. El proceso de caracterización tiene como objetivo: primero, determinar si los datos medidos experimentalmente son suficientes para describir en su totalidad el modelo teórico; segundo, identificar los diferentes rangos de frecuencias que incluyen modos identificables para el posterior proceso de validación; por último, facilitar el proceso de validación del modelo teórico planteado.

4.4. VALIDACIÓN

La validación del modelo de elementos finitos se realiza generalmente mediante la comparación de los datos numéricos con las frecuencias naturales y las formas de los modos adquiridos según la prueba modal, debido a la

existencia de discrepancias muy significativas entre las predicciones numéricas y los resultados experimentales. La estructura del modelo en elementos finitos es una disposición discreta en términos de la masa, la rigidez y el amortiguamiento, con un orden del modelo generalmente bien definido y algo mayor que el número de modos en las frecuencias del rango de interés.

La teoría de la validación de modelos supone que los causantes del desacuerdo matemático entre el modelo en elementos finitos y los datos experimentales, son los errores en los que incurre el modelo.

Con la validación se busca corregir ciertos parámetros inexactos en el modelo, con el fin de mejorar las predicciones y los resultados de la prueba. El propósito del ajuste es mejorar los parámetros de masa, rigidez y amortiguamiento del modelo numérico.

4.5. DETECCIÓN DEL FALLO

Un factor muy influyente en la calidad de las medidas está en la conexión de los sensores, de forma tal, que esta debe de ser perfecta y hacer un buen contacto con la estructura para que se puedan tomar las lecturas. La toma de medidas debe ejecutarse manteniendo iguales las condiciones, la ubicación de los sensores y el tiempo entre una medición y otra con el fin de que los datos obtenidos se puedan comparar entre sí.

Con los datos obtenidos de las mediciones, se realiza su interpretación usando técnicas de análisis que permitan conocer el estado de la estructura. Este análisis se hace con base al espectro obtenido de la señal de vibración. El espectro está conformado por una gráfica cuyo eje horizontal corresponde a la frecuencia y el eje vertical a cualquiera de los siguientes parámetros: desplazamiento, velocidad o aceleración. Aunque la gráfica de estos tres

parámetros son equivalentes entre sí, en alguna de ellas resulta más sencillo hacer su interpretación.

Medir la respuesta de vibración permite determinar la integridad de la estructura, detectando la presencia de fallos que alteran las propiedades de rigidez y de masa de la misma, manifestados en el cambio de sus parámetros modales (frecuencias naturales, modos de forma y amortiguamientos) repercutiendo en su respuesta dinámica. Los cambios en los parámetros modales pueden no ser los mismos para cada modo ya que los cambios dependen de la naturaleza, ubicación y la gravedad de los daños. Este efecto ofrece la posibilidad de utilizar los datos de prueba dinámica para detectar, localizar y cuantificar el daño.

Se establece en el sistema la presencia de un daño, con el fin de generar cambios que afecten su desempeño. Para definir la existencia del fallo, es necesario comparar el estado actual de la estructura con respecto a un estado inicial, considerado como el estado sano, realizando estudios periódicos con el fin de monitorear los respectivos cambios en sus parámetros modales. Si en los resultados de los estudio se encuentran valores de las frecuencias naturales por debajo de los niveles normales o iniciales, se infiere que la estructura perdió rigidez durante ese lapso de tiempo; en caso contrario, si los valores de frecuencias naturales son mayores a los niveles iniciales, es un indicativo de que la estructura posee soportes más rígidos.

Se plantea con la siguiente metodología la realización de un proceso de validación de modelos con la contrastación de los resultados experimentales y teóricos. Lo ensayos experimentales se realizan sobre un modelo físico que sería la estructura sana y luego se procede con el desarrollo del modelo teórico mediante elementos finitos en el software Matlab, realizando un ensayo modal experimental. Los datos obtenidos de las dos pruebas deben ser archivados para futuros estudios del monitoreo en los cambios de los parámetros modales de la estructura, con el fin de diagnosticar su condición.

Una vez finalizada esta etapa se procede a inducir un fallo en la estructura. En este caso se representa mediante un corte en una de las barras superiores y se realiza nuevamente un análisis modal para determinar la condición actual de la misma. La nueva información obtenida deberá ser archivada y documentada, para posteriormente realizar la respectiva comparación de las FRF medidas inicialmente y las actuales.

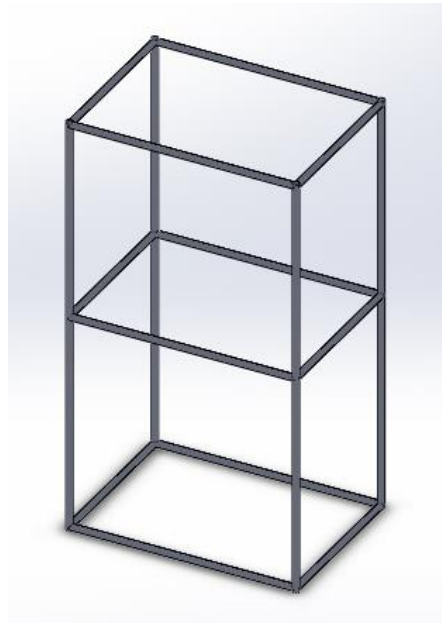
En caso de existir grandes cambios entre las frecuencias naturales iniciales, las actuales y las nuevas FRF, se puede concluir que la estructura ha estado expuesta a cambios drásticos, considerados como catastróficos; por ejemplo, la rotura de alguna de las barras que la conforman o inclusive la pérdida total de alguno de sus miembros. Si los cambios son mínimos, es decir inferiores al 5%, se puede asumir que los cambios en la estructura no necesariamente indican que está en riesgo o presenta alguna falla; sería necesario para una frecuencia natural cambiar en aproximadamente un 5% debido a los daños para ser detectada con confianza.

5. APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA

5.1. DEFINICIÓN DEL CASO DE ESTUDIO

El caso a analizar está basado en el tipo de estructura mostrado en la figura 9, que servirá como ejemplo de aplicación de la metodología. Primero se muestra un diseño conceptual de la misma, luego el modelo en elementos finitos y finalmente el montaje experimental.

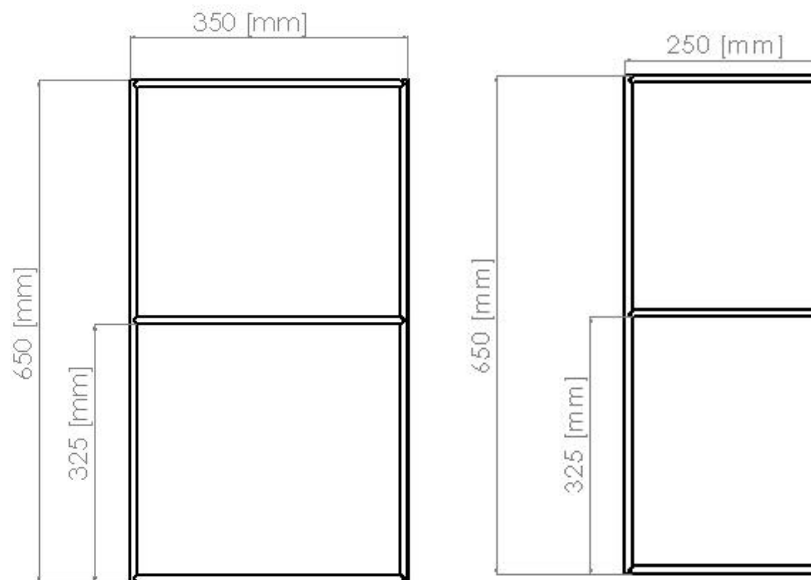
Figura 9. Modelo conceptual de la estructura ensamblada



La estructura está compuesta por 20 barras de acero AISI SAE 1020 con un diámetro de 9,8 [mm] soldadas entre sí. Tiene forma simétrica y un tamaño medio con dimensiones de 350 [mm] x 250 [mm] y una altura de 650 [mm] (ver figura 10). Al estar las barras soldadas entre sí, se facilita el modelado de la estructura por el método de elementos finitos, suponiendo un modelo continuo de la misma como si fuera una sola pieza.

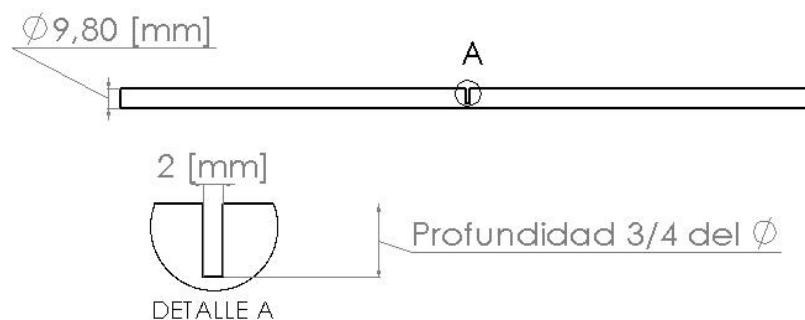
De las 20 barras que componen la estructura, 8 de ellas son verticales (en el eje Z) y miden 325 [mm] cada una; 12 de ellas son horizontales: 6 en el eje X con una longitud de 250 [mm] y 6 en el eje Y con una longitud de 350 [mm].

Figura 10. Vista frontal y lateral derecha respectivamente de la estructura



Se plantea generar 3 escenarios diferentes para la toma de datos induciendo una falla y variando su severidad. En el primer escenario se realiza un corte en el centro de la barra superior con una profundidad de $\frac{1}{4}$ del diámetro de la misma; en el segundo escenario se profundiza el mismo corte hasta $\frac{1}{2}$ del diámetro de la barra; por último, en el tercer escenario, se profundiza aún más el corte hasta llegar a un valor de $\frac{3}{4}$ del diámetro de la barra (ver figura 11).

Figura 11. Vista en detalle del corte inducido en la barra superior



5.2. MODELO TEÓRICO DESARROLLADO EN MATLAB

Con la ayuda de una fuerte herramienta computacional como lo es el software MATLAB se hace posible realizar la programación requerida para la deducción tanto de parámetros estructurales y dinámicos, facilitando en gran manera el trabajo de cálculo, ya que permite plasmar todos los cálculos estudiados en el material bibliográfico, necesarios para la creación de las matrices de manera rápida y sencilla, evitando así que se convierta en un trabajo tedioso.

Los archivos referentes a la caracterización de la estructura contienen principalmente: la topología de la estructura o la ubicación de cada nodo y barra, propiedades del material como el módulo de elasticidad, la densidad, el área de la sección transversal y la longitud de cada elemento de la estructura. Todas estas características son la base para generar el modelo analítico de la misma.

Al ingresar la posición de cada nodo de la estructura, se define el número de nodos (*nno*) de la cual está compuesta; para este caso particular, el número de nodos es 20. Después de haber ubicado la posición de cada nodo se prosigue a ubicar cada barra dependiendo de donde estén ubicados los nodos que referencian determinada barra (ver tabla 1).

El siguiente paso en la programación, es la designación de la longitud de cada barra (ver tabla 2). Se debe definir la longitud de cada barra debido a que la estructura no es del todo simétrica conforme el modelo conceptual. De igual forma se introduce la topología, la cual indica que numeración recibe cada barra teniendo en cuenta la ubicación de esta, como se muestra en la figura 12. Una vez definidas las dimensiones y la posición de cada barra se dibuja la estructura con su respectiva numeración para tener una mayor visualización.

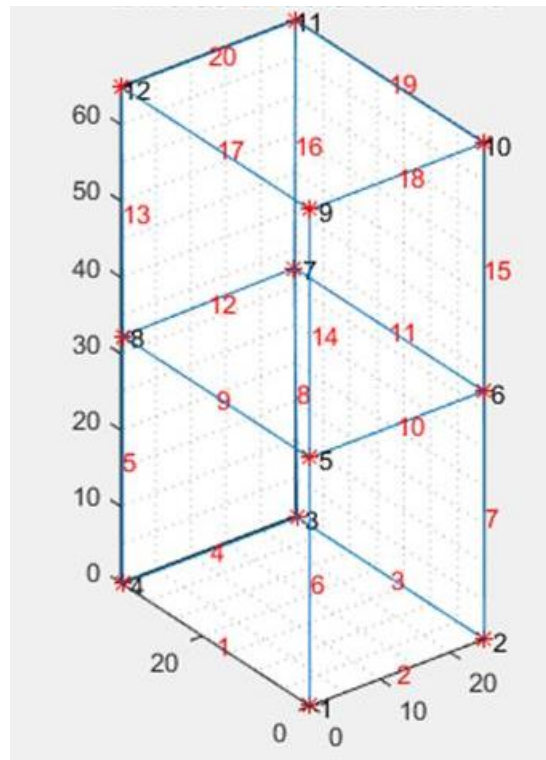
Tabla 1. Topología de la estructura

Elemento	Nodo inicial	Nodo Final
1	1	4
2	1	2
3	2	3
4	3	4
5	4	8
6	1	5
7	2	6
8	3	7
9	5	8
10	5	6
11	6	7
12	7	8
13	8	12
14	5	9
15	6	10
16	7	11
17	9	12
18	9	10
19	10	11
20	11	12

Tabla 2. Longitudes de cada barra

Elemento	Longitud (cm)
1	34,9
2	24,7
3	34,8
4	25,1
5	32,5
6	32,5
7	32,5
8	32,5
9	34,8
10	24,8
11	35,2
12	24,8
13	32,5
14	32,5
15	32,5
16	32,5
17	35
18	24,8
19	35
20	25

Figura 12. Topología de la estructura mediante MATLAB

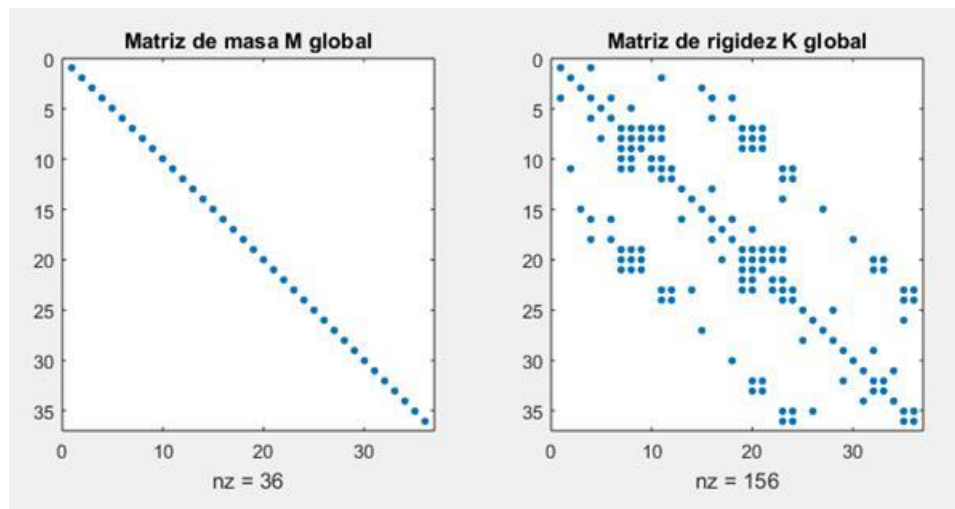


Una vez realizada esta primera etapa de programación, se procede a con la obtención de las matrices de rigidez y de masa.

Para la matriz de rigidez se tienen en cuenta factores como el área de la sección transversal, el módulo de elasticidad y la longitud de cada barra. Hay que tener en cuenta que la matriz de rigidez se realizó considerándola como tipo cercha, es decir, que solo intervienen fuerzas axiales en cada una de las barras. Se procede con el respectivo cálculo de rigidez de cada barra y de la matriz de rigidez global, utilizando las ecuaciones planteadas en la sección 3.1.4.

Similar procedimiento se realiza para crear la matriz de masa. Para diseñar esta matriz se basó en el método de Archer, el cual es un procedimiento para crear una matriz de masa concentrada y que tiene como factores principales la densidad, el área y la longitud de cada barra. Cabe notar que esta matriz posee una configuración de forma diagonal (ver figura 13).

Figura 13. Matriz global de masa y rigidez respectivamente



5.2.1 Determinación de parámetros dinámicos. Los parámetros dinámicos se obtienen mediante las matrices de rigidez y de masa. Gracias a la siguiente función de Matlab $[Phi, Omega] = eig(K, M)$, es posible conseguir las frecuencias naturales y las formas modales (ver figura 14).

Figura 14. Matriz de forma moda y frecuencias naturales

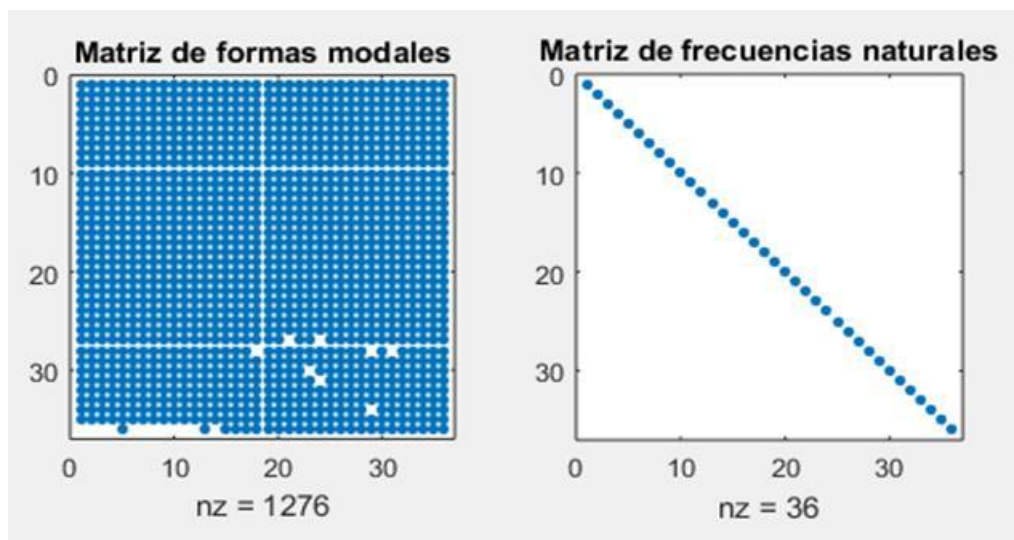


Tabla 3. Frecuencias naturales modelo teórico

Modo	Frecuencia (Hz)	Modo	Frecuencia (Hz)	Modo	Frecuencia (Hz)
1	0	13	174,4868	25	279,36921
2	45,6453	14	185,4868	26	279,37173
3	65,67734	15	195,3012	27	299,16823
4	73,8647	16	196,9885	28	299,16842
5	80,97388	17	211,53926	29	299,1767
6	83,2647	18	211,54285	30	299,20204
7	83,7354	19	211,54401	31	387,37245
8	93,8464	20	211,5444	32	388,91894
9	98,3736	21	276,19481	33	390,48034
10	110,6474	22	277,79402	34	392,05484
11	139,8468	23	277,79404	35	392,05538
12	163,466	24	278,59224	36	392,10908

5.2.2 Inclusión de ruido en las mediciones. Para buscar un modelo matemático con mucha coherencia respecto de un modelo real, se modela el primero incluyendo pequeñas perturbaciones en las frecuencia naturales y formas modales para suplir errores humanos o de equipos inherentes de una toma de datos. Estas perturbaciones se introducen en el modelo matemático mediante las siguientes ecuaciones.

$$f_r = f * (1 + \text{rand}(-1,1) * \text{Ruidof})$$

$$\emptyset_r = \emptyset * (1 + \text{rand}(-1,1) * \text{Ruido}\emptyset)$$

Donde f y \emptyset corresponden a las frecuencias naturales y a las formas modales originales, respectivamente; f_r y \emptyset_r corresponden a los valores con la inclusión del ruido; Ruidof y $\text{Ruido}\emptyset$ son los porcentajes de ruido incluidos en el modelo. Farrar y Cone, comentan que usualmente las frecuencias naturales y formas modales son contaminadas por ruido con un error promedio de $\pm 0.15\%$ para Ruidof y $\pm 3.0\%$ para $\text{Ruido}\emptyset$.

5.3. MODELO EN ELEMENTOS FINITOS

Mediante el software Ansys se realiza la respectiva simulación de la estructura para predecir cómo funcionará y reaccionará bajo un entorno real. Esta herramienta funciona bajo la teoría de elementos finitos para estructuras y volúmenes finitos para fluidos, contando con una plataforma didáctica facilitando su uso.

Se desarrolla un modelo CAD de la estructura según las especificaciones geométricas dadas en la sección anterior y las propiedades respectivas del material (ver tabla 4).

Tabla 4. Características del material de las barras

Propiedades del material AISI SAE 1020	
Diámetro (\emptyset)	9.8 [<i>mm</i>]
Densidad (ρ)	7850 [<i>Kg/m³</i>]
Módulo de Young (E)	2.1E11 [<i>Pa</i>]
Número de Poisson (ν)	0.3

Al momento de desarrollar la simulación se elige el tipo de elemento con el cual se realizará; para éste caso el escogido es Solid 187. Este es de orden 3D y se adapta bien a las mallas de modelado irregular, contando con las propiedades necesarias para simular el comportamiento dinámico del modelo.

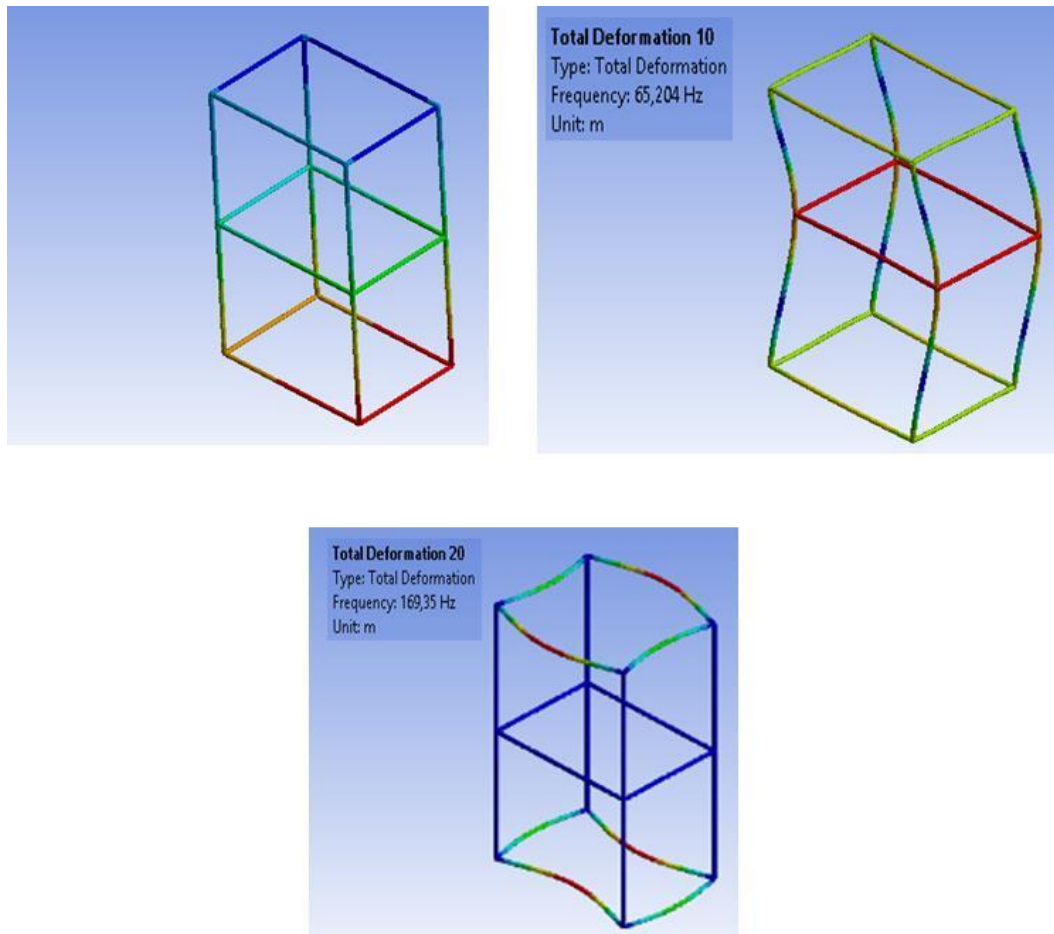
A partir de estas condiciones se obtiene el comportamiento dinámico del modelo FEM y se calculan las 36 frecuencias naturales (ver tabla 5) con sus formas modales asociadas.

Tabla 5. Frecuencias naturales modelo FEM

Modo	Frecuencia (Hz)	Modo	Frecuencia (Hz)	Modo	Frecuencia (Hz)
1	0,0007	13	203,52	25	309,63
2	49,452	14	205,37	26	316,17
3	64,939	15	217,5	27	321,41
4	81,514	16	218,35	28	339,04
5	84,057	17	221,95	29	340,12
6	88,455	18	236,98	30	351,11
7	90,499	19	240,08	31	387,44
8	100,45	20	242,27	32	387,98
9	107,03	21	286,63	33	390,09
10	127,47	22	290,44	34	390,59
11	144,32	23	296,32	35	404,85
12	176,53	24	298,8	36	405,44

Para una mejor visualización, se muestra en la figura 15 el comportamiento de la estructura, logrando observarse algunos cambios de deformación según los primeros modos de vibración.

Figura 15. Primeros modos de vibración de la estructura

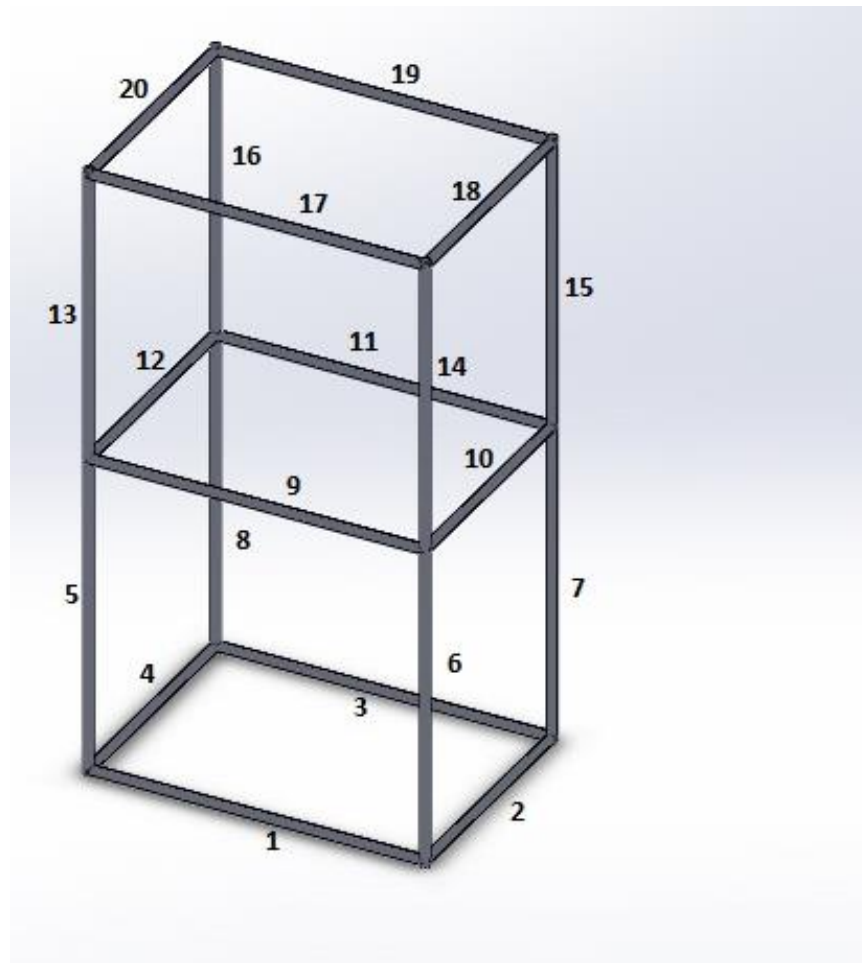


5.4. DISEÑO DEL MONTAJE EXPERIMENTAL

En esta sección se describirá la disposición y características de la instalación experimental. El diseño de la estructura se realizó considerando las dimensiones usadas en el modelo de elementos finitos y para las cuales se pueden obtener mediciones con los instrumentos disponibles.

En la figura 16, se muestra el sistema de ejes utilizado como referencia en las mediciones y la numeración de cada una de las barras, a las cuales se hace referencia al presentar los resultados. En todas las mediciones se utilizó un acelerómetro para registrar la respuesta de la estructura en los ejes X y Y.

Figura 16. Numeración de las barras



El equipo de adquisición de datos empleado consta de una tarjeta de adquisición de señal dinámica NI 9233 de National Instruments con 4 canales analógicos (ver tabla 6), un acelerómetro piezoeléctrico PCB 352C68 de PCB PIEZOTRONICS (ver tabla 7), un sensor de fuerza PCB 208C02 de PCB PIEZOTRONICS (ver tabla 8), un shaker K2007E01 (ver tabla 9) y un Carrier NI USB-9162 de National Instruments (ver tabla 10).

Tabla 6. Tarjeta de adquisición de señal dinámica

Especificaciones tarjeta de adquisición dinámica NI 9233	
No. de canales analógicos	4
Velocidad de muestreo	50 [<i>kS/s</i>]
Resolución ADC	24 [<i>bits</i>]
Rango dinámico	102 [<i>dB</i>]
Rango de entrada	±5 [<i>V</i>]

Tabla 7. Acelerómetro piezoeléctrico

Especificaciones acelerómetro piezoeléctrico PCB 352C68	
Sensibilidad	100 [<i>mV/g</i>]
Rango de medida	±50 [<i>g pk</i>]
Resolución de ancho de banda	0.00016 [<i>g rms</i>]
Rango de frecuencia	0.5 a 10000 [<i>Hz</i>]
Peso	2 [<i>gm</i>]

Tabla 8. Sensor de fuerza

Especificaciones sensor de fuerza PCB 208C02	
Sensibilidad	50 [<i>mV/g</i>]
Rango de medida	100 [<i>lb</i>]
Respuesta de baja frecuencia	0.001 [<i>Hz</i>]
Límite de frecuencia superior	36000 [<i>Hz</i>]
Rango de temperatura	-65 a 250 [<i>°F</i>]

Tabla 9. Shaker

Especificaciones shaker K2007E01	
Rango de frecuencia	DC-9 [<i>kHz</i>]
Corriente máxima	8 [<i>A</i>]
Aceleración sin carga	79 [<i>g Pk</i>]
Aceleración con carga útil máxima	3.3[<i>g Pk</i>]
Resistencia nominal en DC	37 [Ω]

Tabla 10. USB Carrier

Especificaciones carrier NI USB-9162	
Corriente consumida	500 [<i>mA</i>]
Especificaciones USB	2.0 Hi speed
Peso	101 [<i>g</i>]

El software empleado en la adquisición de datos es Labview, junto con el Toolkit de sonido y vibraciones, que viene como un complemento del mismo. Para instalar los componentes del sistema de adquisición de datos, se debe conectar el USB Carrier, junto con la tarjeta de adquisición dinámica, a un computador con el respectivo software que se encargará de procesar la información. La tarjeta dispone de 4 canales (ver figura 17), donde se pueden conectar los acelerómetros y el Shaker mediante cables conectores; por tanto se dispone de 3 canales de medición de respuesta y 1 canal de medición del impulso.

En cuanto al montaje de la estructura, según la norma ISO 7626-2, es necesario simular la condición de vibraciones libres. Para esto se implementó una estructura de soporte, de tal manera que la estructura a estudiar quedara suspendida por medio de bandas elásticas (ver figura 18).

El montaje del acelerómetro PCB 352C68 (ver figura 19) y del sensor de fuerza PCB 208C02 (ver figura 20) se realiza por medio de abrazaderas metálicas, fijados de tal manera que impidan un movimiento relativo de los mismos con respecto a la estructura, garantizando la toma de datos lo más precisa posible. La masa de las abrazaderas metálicas es mínima, por lo que se pueden despreciar con respecto a la masa de la estructura.

Figura 17. Tarjeta de adquisición de señal dinámica



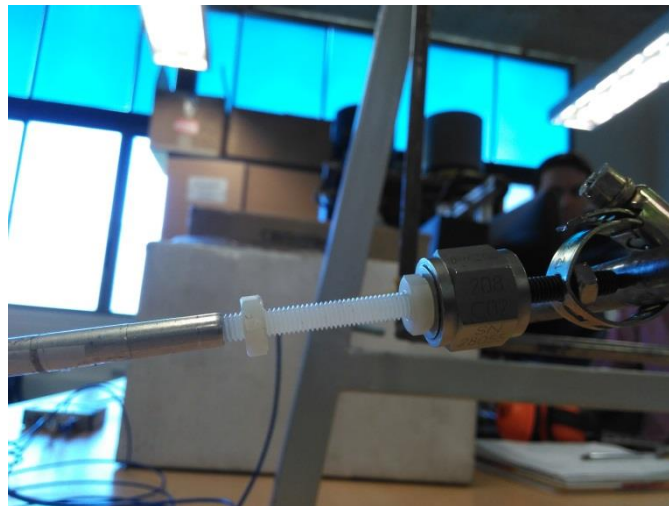
Figura 18. Estructura soporte con bandas elásticas



Figura 19. Abrazadera metálica acelerómetro PCB 352C68



Figura 20. Abrazadera metálica sensor de fuerza PCB 208C02



Es importante tener en cuenta al momento de realizar las pruebas con el Shaker, el uso de una señal que maneje todas las frecuencias. Para ello se recomienda el ruido blanco o “White Noise”, que se caracteriza por el hecho de que sus valores de señal en dos tiempos diferentes no guardan correlación estadística.

Primeramente, se realiza la caracterización dinámica de la estructura, con el fin de obtener los parámetros modales de forma experimental. La toma de datos en cada barra se realiza hasta los 1000 [Hz] en un promedio de 60 segundos,

dando como resultado las funciones de respuesta en frecuencia (FRF, por sus siglas en inglés) tanto en magnitud como en fase; y los complementos reales, imaginarios y de coherencia. A manera de ejemplo, se expone a continuación el ensayo realizado en la barra número 17 de la estructura (ver figura 21 y 22).

Figura 21. FRF en magnitud y en fase respectivamente

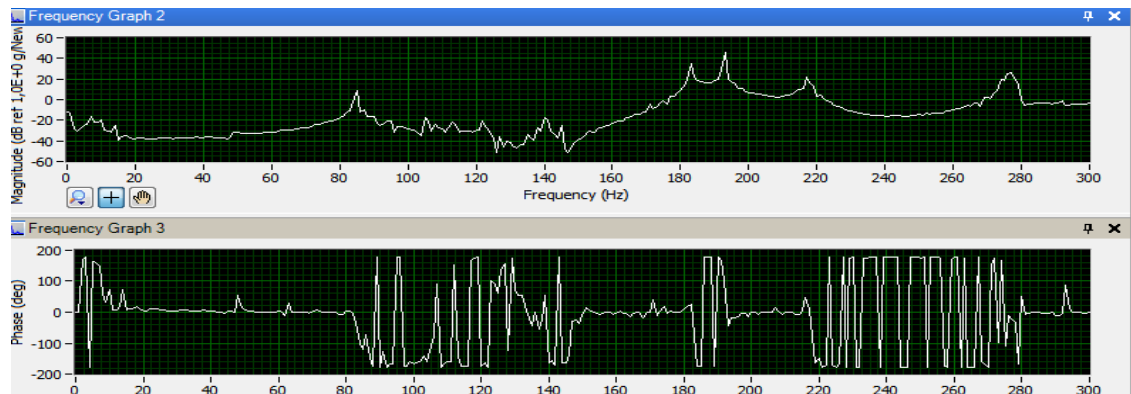
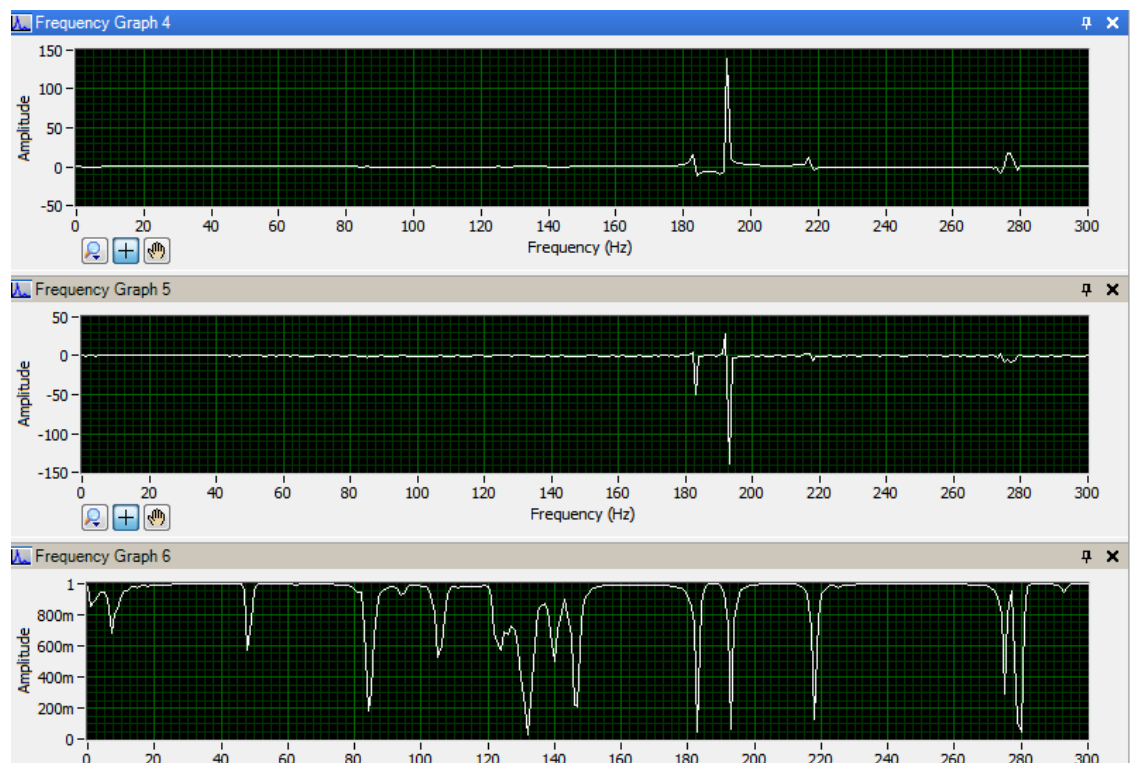


Figura 22. Complementos real, imaginario y coherencia



En primer lugar, se realizaron ensayos para obtener los valores de las frecuencias naturales empleando únicamente la lectura de las FRF. Con el fin

de lograr una descripción completa de la estructura, se buscaron las primeras 36 frecuencias naturales, que identificadas en el modelo teórico abarcaban aproximadamente entre el rango de 40 a 391 [Hz]. Este primer paso, brinda una idea acerca de la correspondencia de los modos hallados experimentalmente con los hallados en el modelo teórico (ver tabla 11).

Tabla 11. Caracterización modal: frecuencias naturales

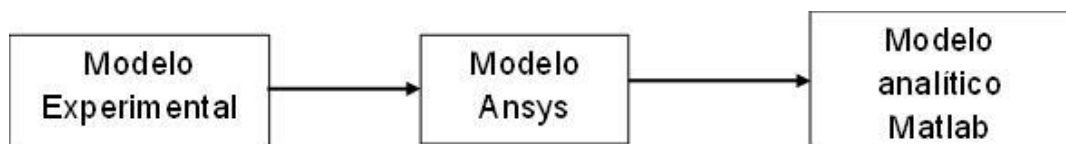
Modo	Frecuencia (Hz)	Modo	Frecuencia (Hz)	Modo	Frecuencia (Hz)
1	0	13	176	25	300
2	50	14	184	26	305
3	62	15	195	27	307
4	74	16	196	28	321
5	83	17	213	29	323
6	84	18	220	30	328
7	85	19	227	31	374
8	89	20	231	32	378
9	98	21	274	33	380
10	115	22	277	34	388
11	130	23	277	35	390
12	163	24	295	36	414

6. VALIDACIÓN

En este capítulo se lleva a cabo un proceso para validar el modelo teórico con el modelo experimental, teniendo como referencia el modelo hecho en el software Ansys, el cual se hizo con todas las características del material y con las medidas de la estructura real para mejorar su grado de confiabilidad. Es indudable que al momento de realizar la comparación pueden llegar a existir algunas discrepancias en los resultados, debidas en algunos casos, a la anisotropía o la no linealidad del material, además de las diferencias en la magnitud de la rigidez aportada por los diferentes niveles de ajuste que el software de elementos finitos no asume.

Como parámetro de comparación se escogieron las frecuencias naturales de cada modelo donde se tuvieron en cuenta las primeros 36 formas modales de la estructura. El primer paso a seguir en este proceso es la validación del modelo hecho en Ansys con el modelo experimental, tomando en cuenta los datos obtenidos en el laboratorio de vibraciones de la Universidad Pontificia Bolivariana (UPB). Para este primer paso se hizo una comparación de los datos buscando el porcentaje de error en cada uno de los modos de vibración. Una vez validado el modelo en Ansys, pasamos a validar el modelo analítico, con el anteriormente nombrado (ver figura 23).

Figura 23. Proceso de validación



Para que existiera una gran exactitud entre los modelos se procuró modular de alguna forma el módulo de Young y el módulo de Poisson de la estructura, claro está, fueron pequeños cambios para que no afectaran demasiado las propiedades del modelo. Estas cantidades físicas se modifican hasta lograr

igualar los parámetros modales del modelo en Ansys y los demás modelos. Como se mencionó anteriormente el criterio de comparación directa es la magnitud de las frecuencias naturales. En la medida en que los criterios de comparación muestren mayor similitud entre los resultados teóricos y experimentales, el modelo será de mayor confiabilidad.

Como se muestra en la figura 23, primero se procede con la validación del modelo en elementos finitos desarrollado en el software Ansys. Esto se ilustra en la tabla 12, donde se comparan las frecuencias obtenidas en los primeros 12 modos del modelo, con las obtenidas de forma experimental en los mismos modos.

Tabla 12. Primera validación Ansys

Modo	Frecuencias Ansys (Hz)	Frecuencias experimentales (Hz)	Porcentaje de error [%]
1	0,0007	0	
2	49,452	50	1,11
3	64,939	62	4,53
4	81,514	74	9,22
5	84,057	83	1,26
6	88,455	84	5,04
7	90,499	85	6,08
8	100,45	89	11,4
9	107,03	98	8,44
10	127,47	115	9,78
11	144,32	130	9,92
12	176,53	163	7,66
13	203,52	176	13,52
14	205,37	184	10,41
15	217,5	195	10,34
16	218,35	196	10,24
17	221,95	213	4,03
18	236,98	220	7,17
19	240,08	227	5,45
20	242,27	231	4,65

Se observan diferencias entre los valores de hasta casi el 10%, por lo que se opta en variar iterativamente los parámetros del módulo de elasticidad y de la relación de poisson hasta llegar a valores de 176 [Gpa] y 0.29, respectivamente. A continuación, se ilustra en la tabla 13 los nuevos valores con sus respectivos errores.

Tabla 13. Segunda validación Ansys

Modo	Frecuencias Ansys (Hz)	Frecuencias experimentales (Hz)	Porcentaje de error [%]
1	0,0009	0	
2	49,687	50	5,06
3	59,285	62	4,58
4	74,419	74	0,56
5	76,746	83	5,54
6	80,764	84	4,01
7	82,637	85	2,86
8	92,057	89	3,32
9	98,228	98	0,23
10	116,5	115	1,29
11	131,93	130	1,46
12	161,16	163	1,14
13	187,33	176	6,05
14	187,49	184	1,86
15	199,33	195	2,17
16	199,35	196	1,68
17	202,63	213	5,12
18	218,08	220	0,88
19	220,45	227	2,97
20	222,4	231	3,87

Se puede observar que la diferencia máxima de error entre los valores de frecuencias llega hasta el 5.5%, con una reducción del módulo de elasticidad del 16%. Estos nuevos resultados se asemejan aún más al comportamiento real de la estructura, por lo que servirán para el proceso de validación siguiente.

Posterior a ello se procede con la validación del modelo teórico realizado en Matlab con el modelo ya validado de Ansys (según la figura 23), esto con el fin de poder realizar la optimización de la búsqueda del fallo al momento de implementar el algoritmo de PSO.

En la tabla 14 se comparan los valores de las frecuencias de los primeros 12 modos tanto del modelo desarrollado en Ansys, como los del modelo teórico desarrollado en Matlab.

Tabla 14. Validación modelo Matlab

Modo	Frecuencias Ansys (Hz)	Frecuencias Matlab (Hz)	Porcentaje de error [%]
1	0,0009	0	
2	49,687	45,6453	0,09
3	59,285	65,67734	3,88
4	74,419	73,8647	0,75
5	76,746	80,97388	5,22
6	80,764	83,2647	3
7	82,637	83,7354	1,31
8	92,057	93,8464	1,91
9	98,228	98,3736	0,15
10	116,5	110,6474	5,29
11	131,93	139,8468	0,69
12	161,16	163,466	1,41
13	187,33	178,486	4,95
14	187,49	185,486	1,08
15	199,33	195,301	2,06
16	199,35	196,988	1,2
17	202,63	211,539	4,21
18	218,08	211,542	3,09
19	220,45	211,544	4,21
20	222,4	211,544	5,13

Como se logra apreciar en la tabla 14, el valor máximo de porcentaje de error entre ambos modelos se encuentra alrededor del 5%, por lo cual sería

aceptable el uso de éstos valores para la realización de la respectiva optimización.

7. DETECCIÓN DEL FALLO Y OPTIMIZACIÓN

Una vez realizada la caracterización dinámica y la validación de los modelos, se induce el primer escenario de fallo en la estructura localizado en la barra número 17, con un corte en el centro de $\frac{1}{4}$ del valor de su diámetro (ver figura 23) y se repite el proceso de toma de datos. Este proceso es reiterativo con los escenarios de fallo restantes.

Figura 24. Primer escenario de fallo



Conociendo los parámetros modales de la estructura sin daño y los escenarios de daño inducidos sobre la misma, es posible realizar el proceso de búsqueda del fallo según los cambios en las magnitudes de las frecuencias. Es por esto que una manera de localizar una falla puede ser definida por un porcentaje de pérdida de rigidez en la estructura, que seguidamente genera variaciones en las formas modales y frecuencias naturales.

El proceso de optimización busca correlacionar tanto el comportamiento dinámico experimental de la estructura con el modelo analítico creado para la estructura y así encontrar las pequeñas variaciones entre estos dos modelos, es decir, un proceso de minimización. Para la optimización de los dos modelos pueden utilizarse técnicas denominadas metaheurísticas, como lo son las Redes Neuronales Artificiales, Simulated Annealing, Particle Swarm Optimization, entre otras; siendo herramientas importantes para la solución de

problemas altamente no lineales como aquellos que presentan múltiples óptimos locales.

Como se mencionó anteriormente, para el proceso de detección de daño es necesario la utilización de una función objetivo que permita comparar los datos medibles y analíticos. Moslem y Nafaspour, presentaron un método para la localización y cuantificación de daños, por medio de posibles áreas damnificadas, las cuales ayudan a disminuir el tamaño del espacio de búsqueda. Estas áreas son determinadas a partir del cálculo del vector de fuerza residual y la compatibilización entre grados de libertad analíticos y experimentales. Por esto se ha escogido una ecuación que para la resolución del problema de daño se considera una reducción del módulo de elasticidad, el cual conlleva a una reducción de las formas modales y las frecuencias naturales, definida como:

$$F = \sum_{f=1}^r W_{wf} \left[1 - \left(\frac{W_{mf}}{W_{af}} \right) \right] + \sum_{f=1}^r \sum_{f=1}^s W_{\phi_{ft}} (\phi_{mft} - \phi_{atf})$$

En donde el subíndice m se refiere a los datos que fueron medidos o experimentales y el subíndice a para aquellos obtenidos a partir del modelo analítico. Otros factores como W_j y ϕ_j , corresponden j -ésima frecuencia natural y forma modal, respetivamente. Los términos W son factores de peso para cada una de las características dinámicas, los cuales se consideran de igual magnitud en el presente trabajo de investigación. El término r es el número de formas modales utilizadas para la comparación y el término s es el número de componentes del vector de la j -ésima forma modal.

7.1. HERRAMIENTA PSO PARA MATLAB

7.1.1 Datos de entrada del algoritmo. Inicialmente el programa empieza colocando los límites superiores e inferiores de las coordenadas donde va a empezar el cumulo de partículas. Lo siguiente es definir el número de partículas del enjambre, el número de máximas iteraciones, las constantes de aceleración mínima y máxima.

7.1.2 Funciones PSO. Las funciones de PSO utilizadas en el desarrollo fueron: *la población inicial, función de adaptación y velocidad.*

- Población inicial: En esta función se trabajan tres variables de entrada que son el número de partículas, los límites máximo y mínimo de la población. Se realiza se utiliza el comando “for” para generar la posición de cada partícula entre el valor máximo y mínimo creando una población X.
- Función de adaptación: Esta función se crea para saber cuál individuo se acerca más al mínimo, es decir, el más cercano al valor mínimo de la función es el que tenga mejor función de adaptación. Las variables a ingresar serán la función objetivo seleccionada para minimizar, la población inicial que se trabajó anteriormente y el número de partículas. En esta función se busca evaluar la posición de cada partícula para encontrar el menor valor de la población.
- Velocidad: La velocidad inicial es definida por la variable “V”, la cual tiene una función llamada velocidad. En este fragmento del código representa la velocidad de la partícula la cual se define de forma aleatoria. Entre las variables que se tuvieron en cuenta para el desarrollo de esta función velocidad fueron el número de partículas N_p , tamaño de las coordenadas n , y la velocidad inicial d , donde esta última se define entre dos valores 0 y 1 que representan velocidad inicial cero y velocidad aleatoria,

respectivamente. Con $d=0$ se busca que el modelo sea lo más parecido al comportamiento grupal en la vida real de un individuo.

7.1.3 Salidas del algoritmo. Las salidas que se obtienen de ésta herramienta son dos: *Gbest* y *Pbest*.

- *Pbest*: es la matriz de todas las posiciones de las partículas, es decir, un historial de cada una de las partículas teniendo en cuenta cual fue la mejor posición que las partículas tuvieron en el pasado. En la primera iteración la mejor posición de las partículas es ella misma, la matriz de las partículas X .
- *Gbest*: Es la mejor posición histórica que han tenido los individuos. Lo que hace esta función es extraer la posición del líder del cumulo de partículas, es decir, toma la posición de *Pbest*.

7.1.4 Bucle iterativo. Si bien pareciera que lo explicado a continuación ya se ha dicho, lo cierto es que este bucle realiza las iteraciones características del algoritmo PSO. Lo explicado en las funciones anteriormente vistas señalan los valores iniciales claves para el desarrollo de las iteraciones. Esta parte de la implantación del PSO, será explicada con detalle a continuación.

- *Calcular*: En esta función las variables de salida son la velocidad inercial, la primera constante donde esta constante le da prelación al conocimiento propio $C1$ y la segunda constante le da prelación al conocimiento grupal $C2$. Las variables de entrada para esta función vienen definidas por los factores de inercia máximo y mínimo, las constantes de aceleración máximo y mínimo, el número máximo de iteraciones y el número de la iteración inicial.
- *CalVelocidad*: En esta parte del bucle iterativo se busca calcular las velocidades basados en la experiencia personal y grupal de las partículas. Teniendo como variables de entrada la velocidad inicial, las constantes de

conocimiento grupal y personal, el mejor individuo y la mejor población de partículas, el número de partículas, la posición de las partículas.

- *Pmejores*: Esta función tiene en cuenta variables de entrada como la función a optimizar f , el historial de las mejores posiciones del cumulo de partículas $Pbest$, la población X , la evaluación de la mejor posición de la partícula líder FO , y el número de partículas Np . Lo que se quiere con esta función es buscar la posición de la mejor partícula en la población para después ser evaluada en la función de adaptación para saber si es o no la mejor posición global hasta donde se llevan las iteraciones. Después de ser hallada de se nombra como $FObest$.
- *Gmejor*: Esta función evaluará lo mejor de la función objetivo ya que evalúa los valores del mejor global, las mejores posiciones de ese mejor global para así entregarnos el mínimo global o la mejor partícula de todas la población hasta donde se llevan a cabo las iteraciones. Cabe recordar que si no se encuentra la mejor partícula comparada con la que se tiene en la mejor partícula $Gbest$, en la iteración inmediatamente anterior se sigue en la búsqueda en la siguiente iteración hasta que el número de iteración haya finalizado.

7.2. IMPLEMENTACIÓN DEL PSO

Para el desarrollo de la búsqueda del fallo, se optó por implementar un algoritmo de optimización basado en PSO (*Particle Swarm Optimization*). La metodología que se implementó es la de ingresar un valor cualquiera del módulo de elasticidad, el cual ira variando dependiendo del número de iteraciones. Posteriormente se crean las matrices de rigidez y de masa para, en un siguiente paso, a partir de eso dos parámetros estructurales, se obtienen los parámetros dinámicos de la estructura, frecuencias y formas modales. Después estos parámetros deben ser comparados con los valores obtenidos de forma

experimental, mediante la función objetivo escogida para este trabajo. Este algoritmo permite que si se llega el valor más óptimo del módulo de elasticidad, es decir, si el error en la comparación de la función objetivo es menor a 0.1 este detenga las iteraciones. Ver figura 27.

Esta función objetivo tiene la tendencia a llegar a cero, por lo que busca minimizar el error. Esto implica que cuando existe poca diferencia entre los valores de las frecuencias naturales y las formas modales, el valor de la función objetivo es muy cercano a cero. Así mismo, si existen valores con diferencia notable, provoca un valor cualquiera no tan cercano al cero, dándonos cuenta de que ahí puede estar el elemento con presencia de daño.

También en esta parte se introducen todos los parámetros del PSO, explicados en la sección 2.5.4 y 2.5.5. Entre el valor de los parámetros se toma la función objetivo, previamente ya mencionada, los límites inferiores y superiores de las coordenada entre -10 y 10, respectivamente, una población de 200 partículas, un número de iteraciones de 1000, las constantes de aceleración mínima y máxima de 0.6 y 4.7, respectivamente, dos factores de inercia mínimo y máximo de 0.4 y 0.6 y un factor de estrechamiento de 0.729. Al ejecutar el algoritmo PSO muestra una interfaz gráfica donde se puede ver el comportamiento de las partículas (ver figura 24).

Figura 25. Interfaz gráfica del comportamiento de las partículas con 500 partículas

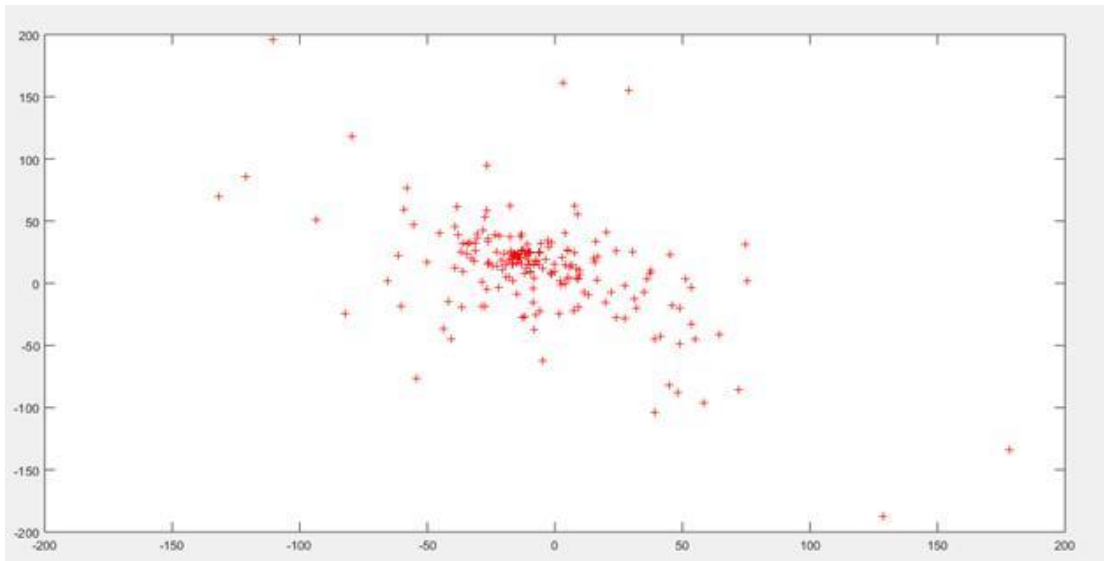


Figura 26. Interfaz gráfica del comportamiento de las partículas con 200 partículas

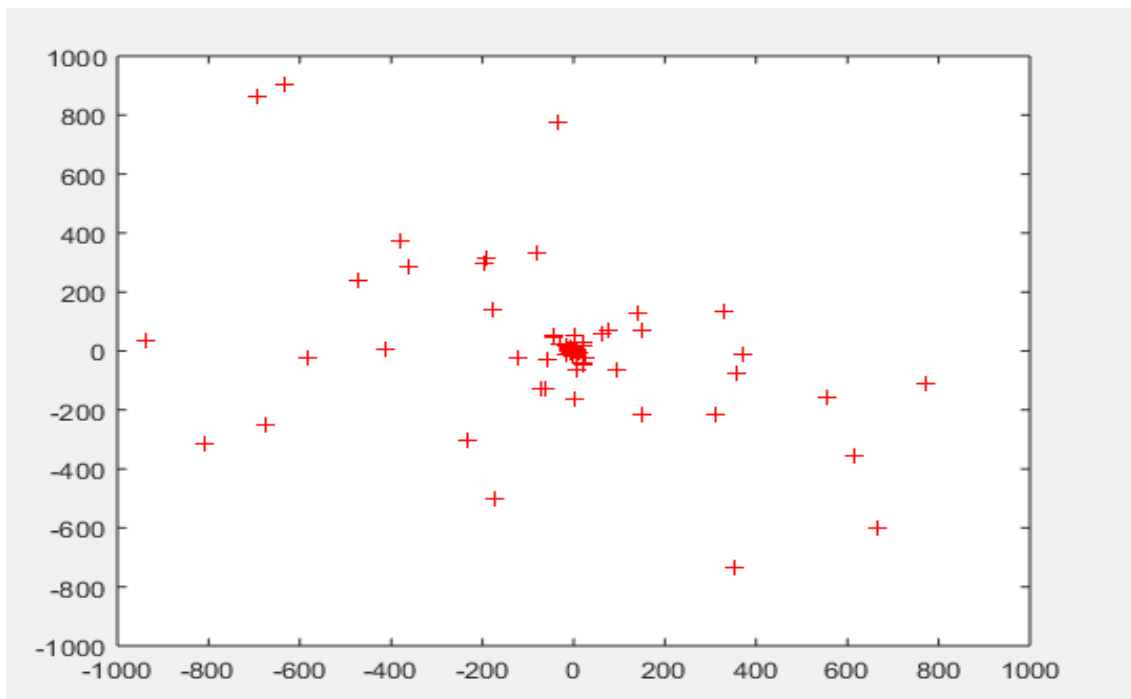
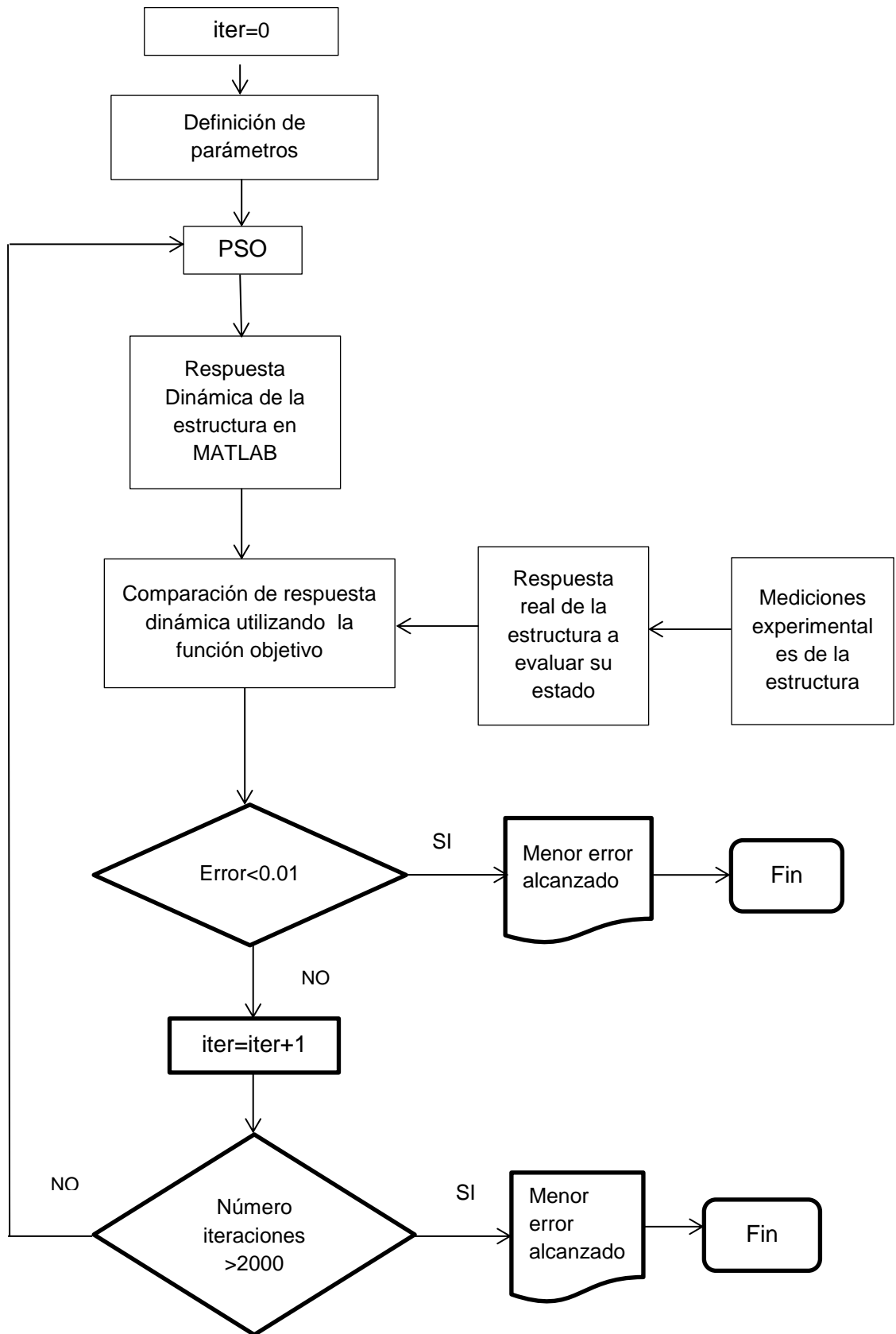


Figura 27. Diagrama de flujo de la optimización



7.2.1 Tiempos de convergencia del algoritmo. Los tiempos de convergencia son un aspecto importante que se observa de un algoritmo. Su rapidez en su exactitud en su respuesta junto con su velocidad algo a tener en cuenta para futuros trabajos. Es por ello que en esta parte se pone a prueba el algoritmo PSO en este aspecto. Se hicieron tres pruebas en donde se tienen en cuenta el número de partículas y el número de iteraciones, donde se mide el tiempo que toma el algoritmo en hacer todo el número de las iteraciones.

Tabla 15. Tiempos de convergencia con 20 partículas

N° de partículas=20				
N° Iteraciones	Tiempos de Convergencia (s)			
	Toma 1	Toma 2	Toma 3	Promedio
10	1,40	1,08	1,20	1,23
50	6,63	6,44	5,91	6,33
100	11,62	11,48	11,67	11,59
200	26,68	25,46	25,91	26,02
500	64,90	62,94	63,57	63,80
1000	126,07	124,02	125,21	125,10

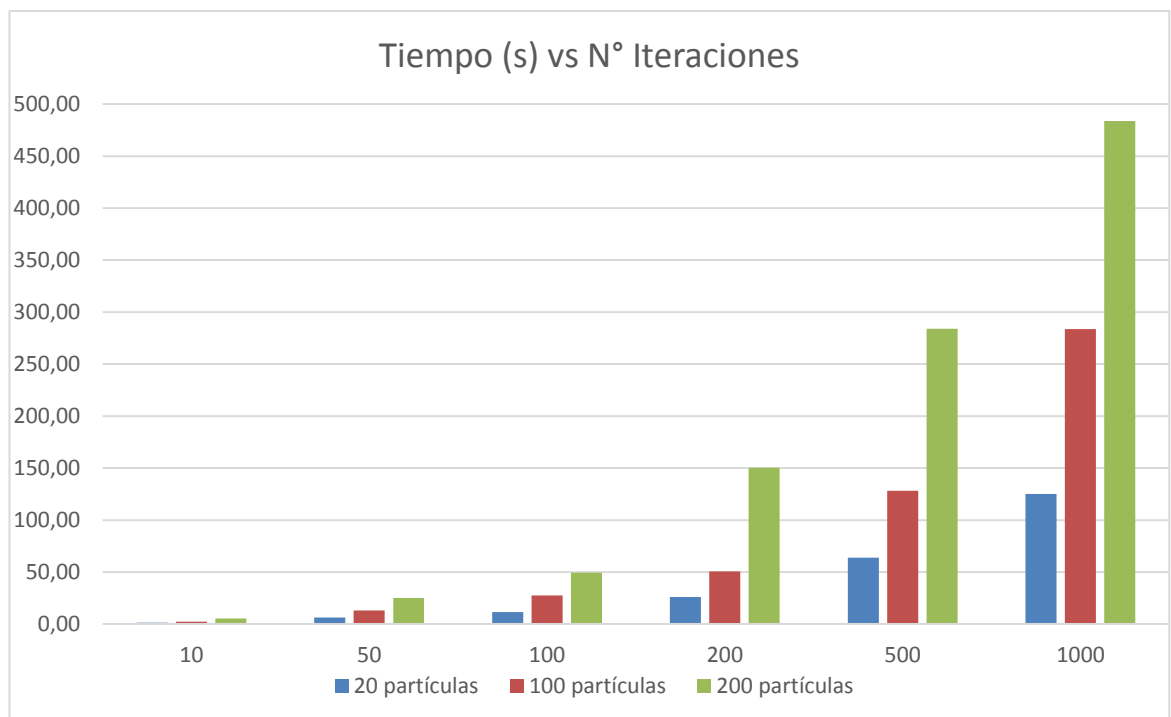
Tabla 16. Tiempos de convergencia con 100 partículas

N° de partículas=100				
N° Iteraciones	Tiempos de Convergencia (s)			
	Toma 1	Toma 2	Toma 3	Promedio
10	2,07	2,29	2,26	2,21
50	13,05	13,10	13,34	13,16
100	27,93	27,33	26,95	27,40
200	50,80	50,40	51,02	50,74
500	129,90	125,39	129,46	128,25
1000	275,65	279,45	287,63	283,54

Tabla 17. Tiempos de convergencia con 200 partículas

N° de partículas=200				
N° Iteraciones	Tiempos de Convergencia (s)			
	Toma 1	Toma 2	Toma 3	Promedio
10	6,01	5,45	4,68	5,38
50	25,71	24,70	24,55	24,99
100	51,91	48,12	48,31	49,45
200	151,06	150,95	148,87	150,29
500	283,14	285,26	283,39	283,93
1000	484,91	486,64	479,32	483,62

Figura 28. Comparación Tiempo vs Iteraciones



8. ANALISIS DE RESULTADOS

En esta parte se busca comparar los diferentes resultados obtenidos en cuanto a daño real y el daño calculado mediante PSO, considerando este último la inclusión de ruido del 0.15%. Se mostrarán los resultados en diferentes escenarios de daño como lo es daño grave, medio y leve.

Figura 29. Porcentaje de Daño real y Daño calculado PSO, con ruido y sin ruido, en escenario de daño grave, modo 6 de vibración

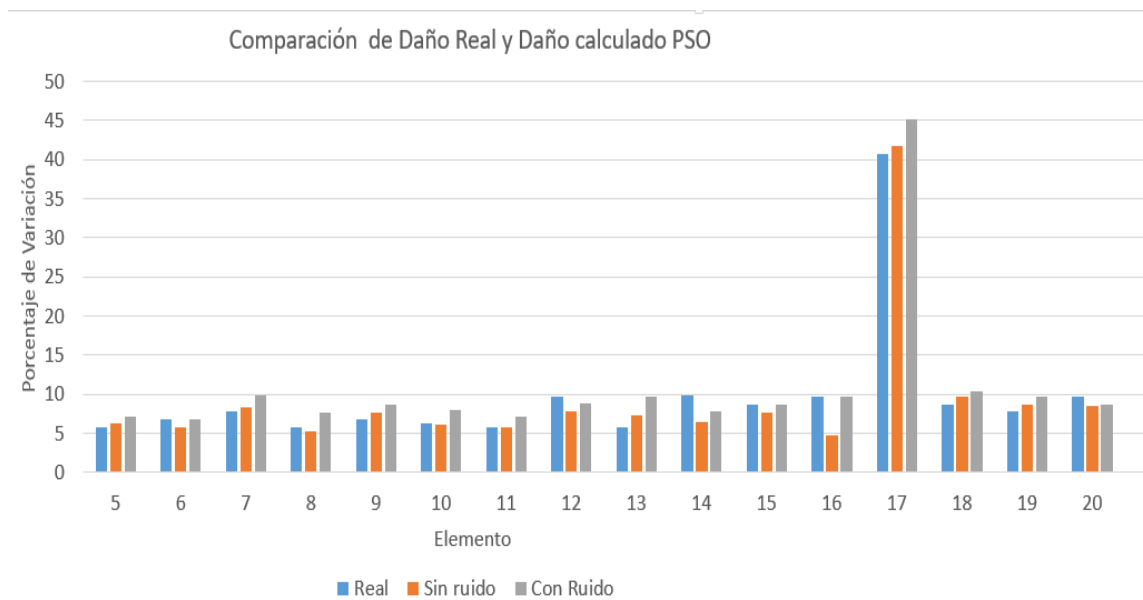


Figura 30. Porcentaje de Daño real y Daño calculado PSO, con ruido y sin ruido, en escenario de daño medio, modo 6 de vibración

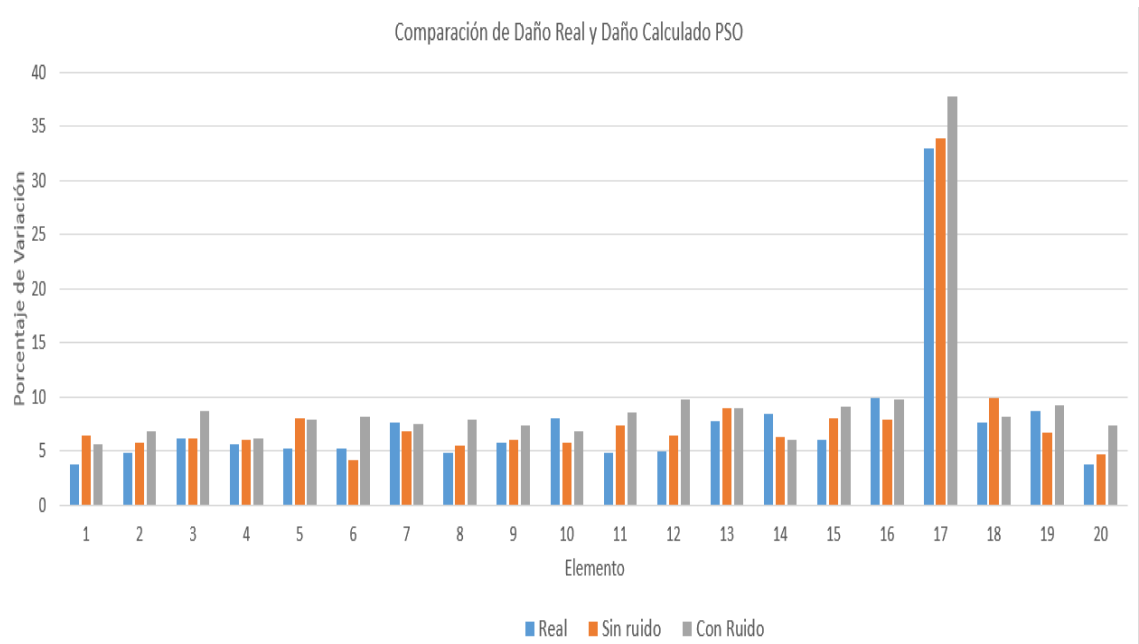
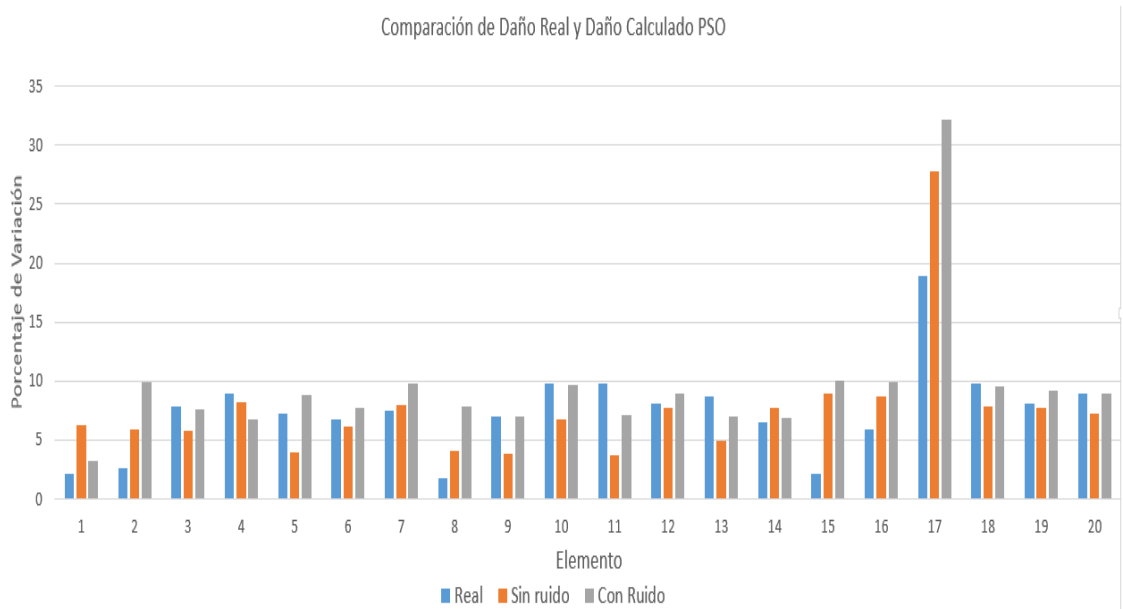


Figura 31. Porcentaje de Daño real y Daño calculado PSO, con ruido y sin ruido, en escenario de daño leve, modo 6 de vibración



9. CONCLUSIONES

- La implementación del modelo analítico, logra dar a conocer una aproximación del comportamiento dinámico de la estructura, sirviendo como guía para un análisis futuro ante diferentes solicitaciones. Cabe recalcar la necesidad de validar los datos del modelo para obtener una mayor confiabilidad de las deducciones.
- Como es observado, a pesar de no tener una extensión considerable del daño, la metodología logra detectar fallos en algún elemento de la estructura. Aunque la estructura del presente trabajo posee dimensiones no mayores a un metro de altura, las expectativas son grandes para estructuras de mayor tamaño, debido al hecho de que el daño se concentra de forma más localizada en algunas regiones del espacio de la misma.
- La desventaja de la implementación de esta metodología es que no está definido cuál es la cantidad de modos de vibración que deban ser utilizados para la obtención de resultados, de tal forma que se pueda generar mayor confiabilidad en función del escenario del daño ensayado.
- En la técnica de PSO, la cantidad de información y el valor cuantitativo que se ingresa al algoritmo es un factor decisivo para tener un desempeño favorable. Aunque como se mencionaba anteriormente, no existe un método para saber cuántos modos utilizar, ya que esta cantidad se encuentra limitada por el número de modos que puedan ser medidos experimentalmente.
- Como puede observarse, a pesar del daño no ser tan considerable, la metodología es capaz de detectar el daño incluso bajo condiciones con presencia de ruido.

- Por otro lado si consideramos valores superiores de ruido respecto al promedio, como los mencionados anteriormente, y si el daño es demasiado mínimo para un elemento podría caer en una errónea interpretación o “falso positivo” del verdadero daño de la estructura.
- Los tiempos de procesamiento dependen del tipo de estructura analizada, de la posición inicial de las partículas y del número de iteraciones del algoritmo. En la medida en el que el número de elementos de la estructura aumenta, el tiempo consumido por la metodología se puede tornar bastante considerable.
- Los resultados obtenidos por el algoritmo PSO son satisfactorios ya que realiza una buena optimización en cualquiera de los casos de agrupación de miembros propuestos. La convergencia del algoritmo en búsqueda de la partícula óptima, se vio reflejada en cada paso de su ejecución.
- En el algoritmo PSO, se nota que al aumentar el tamaño del enjambre es posible que en las primeras posiciones generadas aleatoriamente por el programa, se encuentre la mejor partícula para la detección del daño en la estructura. Esto se debe a un comportamiento normal en PSO, debido a que hay más candidatos posibles para ser la mejor partícula, haciendo que converja mucho más rápido.

10. RECOMENDACIONES

- Realizar las pruebas en una estructura con ausencia total de alguno de sus elementos y observar la variación en su respuesta dinámica.
- Determinar un nuevo planteamiento del problema para estructuras más complejas a la trabajada en este proyecto, ya sea añadiéndole más elementos con ángulos entre 0° y 90° .
- Se recomienda el uso de otro tipo de algoritmo como el algoritmo de búsqueda armónica (Harmony Search Algorithm), con el fin de comparar los nuevos resultados obtenidos con los de éste trabajo, analizando cual posee un mejor comportamiento.
- Implementar la metodología planteada sobre una estructura que se encuentre en funcionamiento, expuesta a diversas condiciones de uso y factores ambientales, con el fin de observar la variación real en su comportamiento dinámico.
- Se recomienda la búsqueda de otro tipo de función objetivo, para así tener un punto de comparación y elegir para futuros ensayos aquella que brinde mayor seguridad según las solicitudes requeridas.

BIBLIOGRAFÍA

- SANCHEZ, H. G., MARULANDA D. M, FLOREZ, E. 'Application of Vibration Based Damage Identification Techniques on Metallic Structures', Advanced Materials Research, Vol. 875, No.5, pp. 875– 879, 2014.
- PRION, H.G.L. y REZAI, M. 'Damage detection by modal testing', Proceedings-spie the international society for optical engineering, Vol. 2, pp. 1430-1436, 1996.
- MANNAN, M.A., RICHARDSON, M.H. 'Detection and location of structural cracks using FRF measurements', IMAC VIII conference, pp. 1-6, 1990.
- FARRAR, C., DOEBLING, S. 'An overview of modal-based damage identification methods', Shock and vibration digest, Vol. 30, pp. 91-105, 1998.
- BARRERA, R., SOTO, O. 'Detección de daños en estructuras utilizando la técnica de optimización algoritmos genéticos', Universidad Industrial de Santander, 2010.
- CELIS, C. 'Evaluación del desempeño de algoritmos de evolución paramétrica para optimización', Universidad Industrial de Santander, 2009.
- HE, J., FU, Z-F. Modal Analysis. Butterworth-Heinemann, 2001.
- PACKARD, H. 'The fundamentals of modal testing. Application note', pp. 2, 1997.

- HURTADO, J. 'Introducción a la dinámica de estructuras', Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales, 2000.
- HURTADO, J. 'Análisis matricial de estructuras: curso con MATLAB', Universidad Nacional de Colombia, pp. 52-54, 2013.
- PAZ, M. 'Structural Dynamics: theory and computation'. 3era ed. Louisville, Universidad de Lousville, pp. 221, 1992.
- RAMIREZ, D., GOMEZ. I. 'Detección de daño en estructuras utilizando la técnica de optimización', Revista Ingeniería y desarrollo, Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia, pp. 28, 2010.
- ASKELAND, D.R. Ciencia e ingeniería de los materiales. 3ra ed. International Thomson.
- RAOS, S.S. Mechanical vibration. 5 ed. Prentice Hall, 2010.
- FRIAS, V. 'Aportaciones al estudio de las máquinas eléctricas de flujo axial mediante la aplicación de los elementos finitos. Tesis doctoral', Departamento de Ingeniería Eléctrica. UPC, pp. 111, 2004.
- KENNEDY, J., EBERHART, R. 'Particle Swarm Optimization', IEEE, 1995.
- EBERHART, R., SHI, Y. 'Particle swarm optimization: developments, applications and resources', Congress on Evolutionary Computation, 2001.
- XU, S., RAHMAT, Y. 'Boundary conditions in particle swarm optimization revisited', IEEE Trans. Antennas Popogat, Vol. 55, No.3, pp. 760-765, 2007.

- CAGNINA, L. 'Optimización Mono y Multiobjetivo a través de una Heurística de Inteligencia Colectiva'. Doctorado en Ciencias de la Computación, Universidad Nacional de San Luis, Argentina, 2010.
- CLERC, M. 'The swarm and the queen: towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization', *Evolutionary Computation*, Vol. 3, pp. 1951-1957, 1999.
- MOTTERSHEAD, J.E., FRISWELL, M.I. 'Model updating un structural dynamics: a survey', *Journal of Sound and Vibration*, 167(2), pp. 347-375, 1993.
- SALAWU, O.S. 'Detection of structural damage through changes in frequency: a review', *Engineering Structures*, Vol. 19, No. 9, pp. 718-723, 1997.
- ZOU, Y., TONG, L., and STEVEN, G.P. 'Vibration-based model-dependent damage (delamination) identification and health monitoring for composite structures — a review', *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 230, No. 2, pp. 357-378, 2000.
- CHEN, B., NAGARAJIAH, S. 'Flexibility-based structural damage identification using Gauss-Newton method', Vol. 6529, pp.125, 2007.
- MOSLEM, K. & NAFASPOUR, R. 'Structural Damage Detection by Genetic Algorithms', *AIAA Journal*, Vol. 40, No. 7, pp. 1395-1401, 2002.

ANEXOS

Anexo A. Código matriz de rigidez y de matriz de masa

```
clear, clc, close all % borro la memoria, la pantalla y cierro los graficos

%% defino las constantes
X = 1; Y = 2; Z=3;

%% defino las variables

A = 75.42e-6;          % m^2 del área transversal de las barras
rhoe = 7870;          % kg/m^3 densidad del material
E = 1.86e+11;         % Pa módulo de elasticidad del material

%% Posicion (x,y) de cada nodo en cm

xnod = [0 0 0;24.9 0 0; 24.9 34.8 0;0 34.9 0;0 0 32.5;24.8 0 32.5;24.8 35.2 32.5;0 34.8 32.5;0 0
65;24.8 0 65;24.8 35 65;0 35 65; ];
nno = size(xnod,1); % número de nodos

%% LaG: local a global: matriz que relaciona gdl's locales y globales

LaG = [1 4 % fila = barra
1 2 % col1 = gdl global asociado a gdl local 1,
2 3 % col2 = gdl global asociado a gdl local
3 4 % (se lee la barra en la fila x va del nodo i al nodo j)
4 8
1 5
2 6
3 7
5 8
5 6
6 7
7 8
8 12
5 9
6 10
7 11
9 12
9 10 % Barra con que presenta el daño
10 11
11 12];

nbar = size(LaG,1); % número de elementos finitos (número de barras)

%Longitud de cada barra
long=[34.9e-2
24.9e-2
34.8e-2
25.1e-2
```

```

32.5e-2
32.5e-2
32.5e-2
32.5e-2
34.8e-2
24.8e-2
35.2e-2
24.8e-2
32.5e-2
32.5e-2
32.5e-2
32.5e-2
35e-2
24.8e-2
35e-2
25e-2];

```

```

%% gdl: grados de libertad
ngdl = 3*nno; % número de grados de libertad
% fila = nodo
% col1 = gdl en direccion x
% col2 = gdl en direccion y
% col3 = gdl en direccion z
gdl = [(1:3:ngdl)' (2:3:ngdl)' (3:3:ngdl)']; % nodos vs grados de libertad

```

```

%% Se dibuja la estructura junto con su numeración
figure;
hold on;
box on
view(3)
for e = 1:nbar
    line(xnod(LaG(e,:),X), xnod(LaG(e,:),Y) , xnod(LaG(e,:),Z));

    % Calculo la posicion del centro de gravedad del triangulo
    cgx = (xnod(LaG(e,1),X) + xnod(LaG(e,2),X))/2;
    cgy = (xnod(LaG(e,1),Y) + xnod(LaG(e,2),Y))/2;
    cgz = (xnod(LaG(e,1),Z) + xnod(LaG(e,2),Z))/2;
    h = text(cgx, cgy, cgz, num2str(e)); set(h,'Color', [1 0 0]);
end
axis equal
grid minor
plot3(xnod(:,X), xnod(:,Y), xnod(:,Z), 'r*');
text(xnod(:,X), xnod(:,Y), xnod(:,Z), num2str((1:nno)));
title('Numeración de la estructura');

```

```

%% ensamblo la matriz de rigidez global
K = zeros(ngdl); % separo memoria
co=zeros(ngdl,1);
se=zeros(ngdl,1);
Taxial = cell(nbar,1);
T = cell(nbar,1);

```

```

for e = 1:nbar % para cada barra
    idx = [ gdl(LaG(e,1,:),:) gdl(LaG(e,2,:),:) ]; % saco los 6 gdl de la barra

```

```

% Se crea la matriz transpuesta tomando la estructura de tipo cercha

```

```

x1 = xnod(LaG(e,1), X); x2 = xnod(LaG(e,2), X);
y1 = xnod(LaG(e,1), Y); y2 = xnod(LaG(e,2), Y);
z1 = xnod(LaG(e,1), Z); z2 = xnod(LaG(e,2), Z);

L = sqrt((x2-x1)^2 + (y2-y1)^2 + (z2-z1)^2);
l = (x2-x1)/L;
m = (y2-y1)/L;
n = (z2-z1)/L;

eta = (x2-x1)/L;
mu = (y2-y1)/L;
nu = (z2-z1)/L;

TR{e}= [eta^2 eta*mu eta*nu -eta^2 -eta*mu -eta*nu;...
eta*mu mu^2 mu*nu -eta*mu -mu^2 -mu*nu;...
eta*nu mu*nu nu^2 -eta*nu -mu*nu -nu^2;...
-eta^2 -eta*mu -eta*nu eta^2 eta*mu eta*nu;...
-eta*mu -mu^2 -mu*nu eta*mu mu^2 mu*nu;...
-eta*nu -mu*nu -nu^2 eta*nu mu*nu nu^2];

%Inclusión del daño en la barra No 17 de la estructura

if e==17
    E=E*(1-0.05);
end

% Cálculo de la rigidez de cada barra
kbar(e) = A*E/long(e);

Taxial{e} = kbar(e)*[ -l -m -n l m n ];

% K(idx,idx) = K(idx,idx) + kbar(e)*[TT -TT; -TT TT];
% K(idx,idx) = K(idx,idx) + T{e}*kbar(e)*T{e};

K(idx,idx) = K(idx,idx) + kbar(e)*TR{e}; %Ensamble de la matriz de rigidez

end

%% ensamble la matriz de masa global
T = cell(nbar,1); % separo la memoria
M = zeros(ngdl);

for e = 1:nbar % para cada barra
    idx = [ gdl(LaG(e,1),:) gdl(LaG(e,2),:) ]; % saco los 6 gdl de la barra

% Se crea la matriz transpuesta tomando la estructura de tipo cercha

x1 = xnod(LaG(e,1), X); x2 = xnod(LaG(e,2), X); %
y1 = xnod(LaG(e,1), Y); y2 = xnod(LaG(e,2), Y);
z1 = xnod(LaG(e,1), Z); z2 = xnod(LaG(e,2), Z);

L = sqrt((x2-x1)^2 + (y2-y1)^2 + (z2-z1)^2);

```

```

eta = (x2-x1)/L;
mu = (y2-y1)/L;
nu = (z2-z1)/L;

TR{e}= [eta^2 eta*mu eta*nu -eta^2 -eta*mu -eta*nu;...
eta*mu mu^2 mu*nu -eta*mu -mu^2 -mu*nu;...
eta*nu mu*nu nu^2 -eta*nu -mu*nu -nu^2;...
-eta^2 -eta*mu -eta*nu eta^2 eta*mu eta*nu;...
-eta*mu -mu^2 -mu*nu eta*mu mu^2 mu*nu;...
-eta*nu -mu*nu -nu^2 eta*nu mu*nu nu^2];

%Matriz de masa concentrada para cada barra de la estructura
mbar{e} = (rhoe*A*long(e)/2)*...
[ 1 0 0 0 0 0
0 1 0 0 0 0
0 0 1 0 0 0
0 0 0 1 0 0
0 0 0 0 1 0
0 0 0 0 0 1];

% M(idx,idx) = M(idx,idx) + mbar(e)*[TT -TT; -TT TT]; % sumo a M global
% M(idx,idx) = M(idx,idx) + T{e}'*mbar{e}*T{e};

%Ensamble de la matriz de masa
M(idx,idx) = M(idx,idx) + mbar{e}*TR{e};
M = diag(diag(M));
end

%Se crea una visualización de la estructura
figure
subplot(1,2,1); spy(M); title('Matriz de masa M global');
subplot(1,2,2); spy(K); title('Matriz de rigidez K global');

%% grados de libertad del desplazamiento conocidos (c) y desconocidos (d)
c = [gdl(1,X) gdl(1,Y) gdl(1,Z) gdl(2,X) gdl(2,Y) gdl(2,Z) gdl(3,X) gdl(3,Y) gdl(3,Z) gdl(4,X)
gdl(4,Y) gdl(4,Z) gdl(7,X) gdl(7,Y) gdl(7,Z) gdl(8,X) ]; d = setdiff(1:ngdl,c);
ac = [0; 0; 0 ]; % desplaz. conocidos para gdl(1,X) gdl(1,Y) gdl(2,Y)

%% **** * ANALISIS ESTATICO * ****
% extraigo las submatrices y especifico las cantidades conocidas
Mcc = M(c,c); Mcd = M(c,d); Kcc = K(c,c); Kcd = K(c,d);
Mdc = M(d,c); Mdd = M(d,d); Kdc = K(d,c); Kdd = K(d,d);

%Se crean los parámetros dinámicos de la estructura
[Phi, Omega2] = eig(K,M); % autovectores y autovalores
Omega = sqrt(diag(Omega2)); % frecuencias angulares
[Omega, I] = sort(Omega); % ordena las frecuencias
T = 2*pi./Omega; % seg - periodo de vibración
Phi = Phi(:,I); % ordena los modos segun el orden de las frecuencias
Phi = Phi./repmat(sqrt(diag(Phi'*M*Phi)'),size(Phi,1),1);

figure
subplot(1,2,1); spy(Phi); title('Matriz de formas modales');
subplot(1,2,2); spy(Omega2); title('Matriz de frecuencias naturales');

```

Anexo B. Desarrollo del modelo FEM

Configuración de las propiedades del acero.

Properties of Outline Row 3: Structural Steel				
	A	B	C	D E
1	Property	Value	Unit	
2	Density	7870	kg m ⁻³	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
3	Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion			<input type="checkbox"/>
4	Coefficient of Thermal Expansion	1,2E-05	C ⁻¹	<input type="checkbox"/>
5	Reference Temperature	22	C	<input type="checkbox"/>
6	Isotropic Elasticity			<input type="checkbox"/>
7	Derive from	Young's Modulus...		
8	Young's Modulus	1,86E+11	Pa	<input type="checkbox"/>
9	Poisson's Ratio	0,29		<input type="checkbox"/>
10	Bulk Modulus	1,4762E+11	Pa	<input type="checkbox"/>
11	Shear Modulus	7,2093E+10	Pa	<input type="checkbox"/>

Detalles geométricos.

Details of "Geometry"	
<input type="checkbox"/> Definition	
<input type="checkbox"/> Bounding Box	
Length X	0,35 m
Length Y	0,65 m
Length Z	0,25 m
<input type="checkbox"/> Properties	
<input type="checkbox"/> Volume	4,6764e-004 m ³
<input type="checkbox"/> Mass	3,6803 kg
Scale Factor Va...	1,
<input type="checkbox"/> Statistics	
Bodies	1
Active Bodies	1
Nodes	1092
Elements	550
Mesh Metric	None
<input type="checkbox"/> Basic Geometry Options	
Parameters	Yes
Parameter Key	DS
Attributes	No
Named Selecti...	No
Material Prope...	No
<input type="checkbox"/> Advanced Geometry Options	

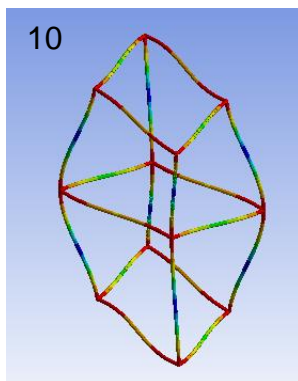
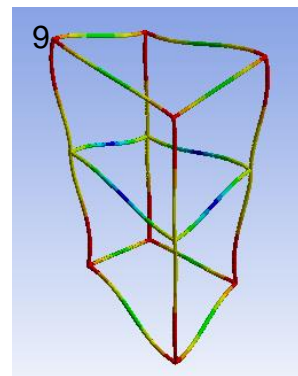
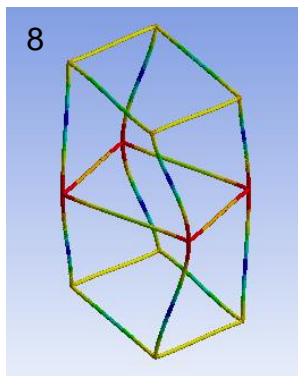
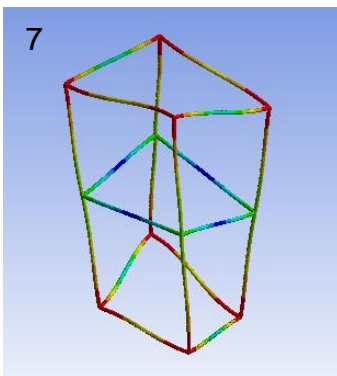
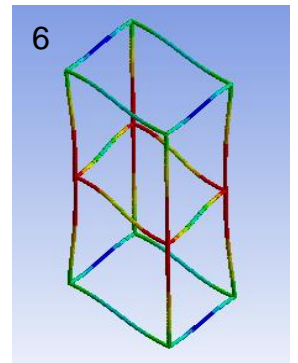
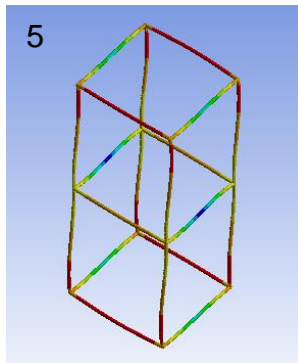
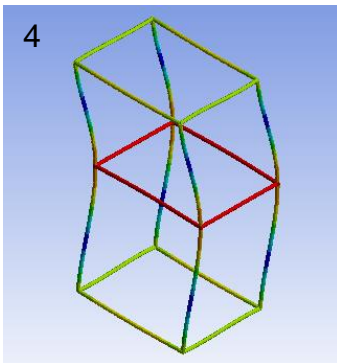
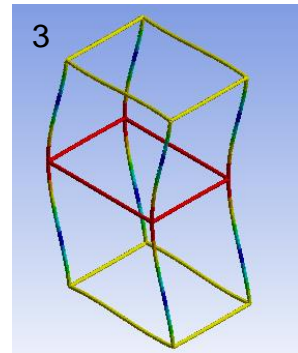
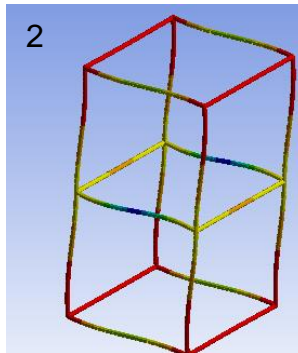
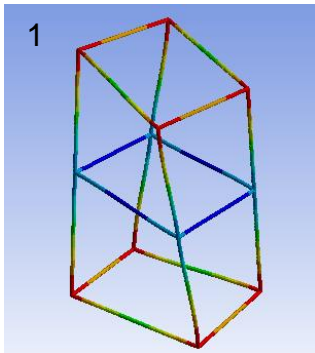
Detalles del mallado.

Details of "Mesh"	
<input type="checkbox"/>	Sizing
Use Advanced Size Fun...	Off
Relevance Center	Fine
<input type="checkbox"/> Element Size	Default
Initial Size Seed	Active Assembly
Smoothing	Medium
Transition	Fast
Span Angle Center	Coarse
Minimum Edge Length	0,250 m
<input type="checkbox"/>	Inflation
Use Automatic Inflation	None
Inflation Option	Smooth Transition
<input type="checkbox"/> Transition Ratio	0,272
<input type="checkbox"/> Maximum Layers	5
<input type="checkbox"/> Growth Rate	1,2
Inflation Algorithm	Pre
View Advanced Options	No
<input type="checkbox"/>	Patch Conforming Options
Triangle Surface Mesher	Program Controlled
<input type="checkbox"/>	Patch Independent Options
Topology Checking	Yes
<input type="checkbox"/>	Advanced
<input type="checkbox"/>	Defeaturing
<input type="checkbox"/>	Statistics
<input type="checkbox"/> Nodes	1092
<input type="checkbox"/> Elements	550
Mesh Metric	None

Configuración de los parámetros del análisis.

Details of "Analysis Settings"	
<input type="checkbox"/>	Options
Max Modes to Find	70
Limit Search to Range	Yes
Range Minimum	1, Hz
Range Maximum	1,e+008 Hz
<input type="checkbox"/>	Solver Controls
Damped	No
Solver Type	Program Controlled
<input type="checkbox"/>	Rotordynamics Controls
<input type="checkbox"/>	Output Controls
<input type="checkbox"/>	Analysis Data Management

Anexo C. Primeras 10 formas modales



Anexo D. Código PSO

Algoritmo principal

```
Modos=36;

for i=1:Modos
    for j=1:Modos

f=@(OmegaExp,Phi1) (diag((1-OmegaCopy(i,1)./Omega(i,1)^2)))+(abs(Phi(i,j)-PhiCopy(i,j)));
% función a minimizar

Min= [-10 -10]; % límites inferiores de las
coordenadas
Max= [10 10]; % Límites superiores de las
coordenadas

n=size(Max,2); % número de coordenadas
(variables)
Np=200; % número de partículas
MaxIter=100; % número de iteraciones
máximas
Cmin=[0.6 0.6]; % constante de aceleración
Mínima
Cmax=[4.7 4.7]; % constante de aceleración
máxima
Wmin=0.4; % factor de inercia mínimo
Wmax=0.9; % factor de inercia máximo
alpha=0.729; % factor para cálculo de
estrechamiento

[X]=particulas(Np,Min,Max); % se crean las partículas
aleatoriamente por el espacio de solución

[FO]=funcionAdaptacion(f,X,Np); % se calcula la función para cada
individuo

d=0; % si d=1 entonces se define velocidad inicial aleatoria, si
d=0 entonces la velocidad inicial se define en cero
V=velocidad(Np,n,d); % cálculo de las velocidades
iniciales

iter=1;
Pbest=X;
[v,p]=min(FO); % mínimo valor de la función objetivo
Gbest=X(p,:); % líder del cúmulo de partículas

figure(iter)
plot(X(:,1),X(:,2),'+r') % graficar las partículas
xlim([-2 2])
ylim([-2 2])
```

```

while iter<=MaxIter
    [C1,C2,W,K]=calcular(Wmin,Wmax,Cmin,Cmax,MaxIter,alpha,iter);
    [V]=CalVelocidades(V,C1,C2,W,K,Gbest,Np,X,iter,Pbest);
    [X]=posiciones(V,X,Np);
    [FO]=funcionAdaptacion(f,X,Np);           % se calcula la función para
cada individuo
    [Pbest,FObest]=Pmejores(f,Pbest,X,FO,Np); % se debe guardar la
memoria de los mejores posiciones visitadas por las partículas (SE
DEBE MODIFICAR SI SE QUIERE MAXIMIZAR O MINIMIZAR)
    [Gbest]=Gmejor(Gbest,Pbest,FObest);
    pause(0.1)
    iter=iter+1;
% figure(iter)
plot(X(:,1),X(:,2),'+r') % graficar las partículas
xlim([-200 200])
ylim([-200 200])

E=iter*18600000000;

%% defino las constantes
H = 1; Y = 2; Z=3;

%% defino las variables

A      =75.42e-6;           % m^2 del area transversal de las
barras
rhoe = 7870;               % kg/m^3 densidad del material
% E      = 1.86e+11;       % Pa modulo de elasticidad del
material

%% Posicion (x,y) de cada nodo en cm

xnod = [0 0 0;24.9 0 0; 24.9 34.8 0;0 34.9 0;0 0 32.5;24.8 0 32.5;24.8
35.2 32.5;0 34.8 32.5;0 0 65;24.8 0 65;24.8 35 65;0 35 65; ];
nno = size(xnod,1); % numero de nodos

%% LaG: local a global: matriz que relaciona gdl's locales y globales

LaG = [1 4      % fila = barra
       1 2      % col1 = gdl global asociado a gdl local 1,
       2 3      % col2 = gdl global asociado a gdl local
       3 4      % (se lee la barra en la fila x va del nodo i al nodo
j)
       4 8
       1 5
       2 6
       3 7
       5 8
       5 6
       6 7
       7 8
       8 12
       5 9
       6 10
       7 11
       9 12

```

```

9 10      % Barra con que presenta el daño
10 11
11 12 ];

nbar = size(LaG,1);      % numero de elementos finitos (numero de
barras)

%Longitud de cada barra
long=[34.9e-2
      24.9e-2
      34.8e-2
      25.1e-2
      32.5e-2
      32.5e-2
      32.5e-2
      32.5e-2
      34.8e-2
      24.8e-2
      35.2e-2
      24.8e-2
      32.5e-2
      32.5e-2
      32.5e-2
      32.5e-2
      35e-2
      24.8e-2
      35e-2
      25e-2];

%% gdl: grados de libertad
ngdl = 3*nn; % numero de grados de libertad
% fila = nodo
% col1 = gdl en direccion x
% col2 = gdl en direccion y
% col3 = gdl en direccion z
gdl = [(1:3:ngdl)' (2:3:ngdl)' (3:3:ngdl)' ]; % nodos vs grados de
libertad
%% ensamble la matriz de rigidez global

K = zeros(ngdl); % separo memoria
co=zeros(ngdl,1);
se=zeros(ngdl,1);
Taxial = cell(nbar,1);
T = cell(nbar,1);

for e = 1:nbar % para cada barra
    idx = [ gdl(LaG(e,1),:) gdl(LaG(e,2),:) ]; % saco los 6 gdls de la
barra

    % Se crea la matriz transpuesta tomando la estructura de tipo cercha

    x1 = xnod(LaG(e,1), H); x2 = xnod(LaG(e,2), H);
    y1 = xnod(LaG(e,1), Y); y2 = xnod(LaG(e,2), Y);
    z1 = xnod(LaG(e,1), Z); z2 = xnod(LaG(e,2), Z);

    L = sqrt((x2-x1)^2 + (y2-y1)^2 + (z2-z1)^2);

```

```

eta = (x2-x1)/L;
mu = (y2-y1)/L;
nu = (z2-z1)/L;

TR{e}= [eta^2 eta*mu eta*nu -eta^2 -eta*mu -eta*nu;...
        eta*mu mu^2 mu*nu -eta*mu -mu^2 -mu*nu;...
        eta*nu mu*nu nu^2 -eta*nu -mu*nu -nu^2;...
        -eta^2 -eta*mu -eta*nu eta^2 eta*mu eta*nu;...
        -eta*mu -mu^2 -mu*nu eta*mu mu^2 mu*nu;...
        -eta*nu -mu*nu -nu^2 eta*nu mu*nu nu^2];

%Inclusión del daño en la barra No 17 de la estructura

% if e==17
%     E=E*(1-0.05);
% end

% Cálculo de la rigidez de cada barra
kbar(e) = A*E/long(e);

K(idx,idx) = K(idx,idx) + kbar(e)*TR{e}; %Ensamble de la matriz de
rigidez

end

%% ensamble la matriz de masa global
T = cell(nbar,1); % separo la memoria
M = zeros(ngdl);

for e = 1:nbar % para cada barra
    idx = [ gdl(LaG(e,1),:) gdl(LaG(e,2),:) ]; % saco los 6 gdls de la
barra

    % Se crea la matriz transpuesta tomando la estructura de tipo cercha

    x1 = xnod(LaG(e,1), H); x2 = xnod(LaG(e,2), H); %
    y1 = xnod(LaG(e,1), Y); y2 = xnod(LaG(e,2), Y);
    z1 = xnod(LaG(e,1), Z); z2 = xnod(LaG(e,2), Z);

    L = sqrt((x2-x1)^2 + (y2-y1)^2 + (z2-z1)^2);

    eta = (x2-x1)/L;
    mu = (y2-y1)/L;
    nu = (z2-z1)/L;

    TR{e}= [eta^2 eta*mu eta*nu -eta^2 -eta*mu -eta*nu;...
            eta*mu mu^2 mu*nu -eta*mu -mu^2 -mu*nu;...
            eta*nu mu*nu nu^2 -eta*nu -mu*nu -nu^2;...
            -eta^2 -eta*mu -eta*nu eta^2 eta*mu eta*nu;...
            -eta*mu -mu^2 -mu*nu eta*mu mu^2 mu*nu;...
            -eta*nu -mu*nu -nu^2 eta*nu mu*nu nu^2];

```

```

%Matriz de masa concentrada para cada barra de la estructura
mbar{e} = (rhoe*A*long(e)/2)*...
    [ 1 0 0 0 0 0
      0 1 0 0 0 0
      0 0 1 0 0 0
      0 0 0 1 0 0
      0 0 0 0 1 0
      0 0 0 0 0 1];

%Ensamble de la matriz de masa
M(idx,idx) = M(idx,idx) + mbar{e}*TR{e};
M = diag(diag(M));

end

%Se crean los parámetros dinámicos de la estructura
[PhiPSO, Omega2] = eig(K,M); % autovectores y autovalores
OmegaPSO = sqrt(diag(Omega2)); % frecuencias angulares
[OmegaPSO, I] = sort(OmegaPSO);

T = 2*pi./OmegaPSO; % seg - periodo de vibracion
PhiPSO = PhiPSO(:,I); % ordena los modos segun el orden de las
frecuencias
PhiPSO = PhiPSO./repmat(sqrt(diag(PhiPSO'*M*PhiPSO)'), size(PhiPSO,1),1);

%Inclusión de Ruido
Ruidof=0.0015;
RuidoP=0.03;

for i=1:36
    for j=1:36
        OmegaPSO(i,1)=OmegaPSO(i,1)*(1+rand*Ruidof);
        PhiPSO(i,j)=PhiPSO(i,j)*(1+rand*RuidoP);
    end
end

%Comparación de los parámetros dinámicos
for i=1:36
    if 0<=(1-(abs(OmegaPSO(i,1))./(abs(Omega(i,1)))))+(abs(Phi(i,1)-
PhiPSO(i,1)))<=0.1;
        break
    end
end

end
end
end

```

Función cálculo de velocidades

```
function [V]=CalVelocidades (V,C1,C2,W,K,Gbest,Np,X,iter,Pbest)

    for i=1:1:Np          % se calcula las nuevas velocidades basado en
    la experiencia personal y la grupal
        V(i,:)=(W*V(i,:)'+C1*rand*(Pbest(i,:)'-X(i,:))'+C2*rand*(Gbest'-
X(i,:))')
    end
```

Función Control

```
Num=[0.2055 0.0496 0.027];
Den=[1 -1.2361 0.3615 0.0748];

T=0.1; %tiempo de muestreo
to=clock; % se coloca respecto al reloj interno de Matlab

%%
iter=100;

Y=zeros(iter,1); %definición de las matrices que tendrán los datos de
entrada y salida del sistema
Ye=zeros(iter,1);
U=zeros(iter,1);
r=ones(iter,1); %matrix de datos de la referencia del sistema
e=zeros(iter,1); %matrix de datos de el error del sistema

k=2;
figure(1)

%% PSO

Min= [1.5 1.5];          % límites inferiores de las
coordenadas
Max= [ 2  2];          % Límites superiores de las
coordenadas

n=size(Max,2);          % número de coordenadas
(variables)
Np=5;                   % número de partículas
MaxIter=5;              % número de iteraciones máximas
Cmin=[0.5 0.5];        % constante de aceleración
Mínima
Cmax=[2.5 2.5];        % constante de aceleración
máxima
Wmin=0.4;               % factor de inercia mínimo
Wmax=0.9;               % factor de inercia máximo
alpha=1;

[X]=particulas(Np,Min,Max); % se crean las partículas
aleatoriamente por el espacio de solución
```

```

[FO]=funcionAdaptacion(f,X,Np);      % se calcula la función para cada
individuo (SE DEBE MEJORAR FUNCIÓN PARA HACERLA GENERAL)

d=1;      % si d=1 entonces se define velocidad inicial aleatoria, si
d=0 entonces la velocidad inicial se define en cero
V=velocidad(Np,n,d);      % cálculo de las velocidades
iniciales

iter=1;
Pbest=X;
[v,p]=min(FO);      % mínimo valor de la función objetivo
Gbest=X(p,:);      % líder del cúmulo de partículas

%%

detener=1;
while (detener)
    if (etime(clock,to)>=T)
        to=clock;

        Y(k,1)=0.2231*Y(k-1,1)+0.7769*r(k-1,1);

        plot([Y])
        k=k+1;

    end
    pause(0.00001)
end

```

Función evaluación

```

%The main function

objfcn=@objetivo;
nvar=2;
lb=[-1.5 -1.5];
ub=[1.5 1.5];
options=optimoptions('particleswarm','SwarmSize',100);
[x,fval]=particleswarm(objfcn,nvar,lb,ub,options);

```

Función adaptación

```

function [FO]=funcionAdaptacion(f,X,Np)

for i=1:1:Np
    FO(i,1)=f(X(i,1),X(i,2));
end

```

Función Objetivo

```

Modos=20;

for i=1:Modos
    for j=1:Modos

```

```

    MA1(i,j)=sum(abs(Phi(i,j)-Phi1(i,j)));
    g(i,1)=(1-Omega(i,1)./OmegaExp(i,1))^2;
    f=diag(g)+MA1;
end
end

```

Función Gmejor

```
function [Gbest]=Gmejor(Gbest,Pbest,FObest);
```

```
[v,p]=min(FObest)
```

```
Gbest=Pbest(p,:)
```

Función Velocidad

```
function [V]=velocidad(Np,n,d)
```

```

if d==1
    for i=1:1:Np
        for j=1:1:n
            V(i,j)=1*rand-1;
        end
    end
else
    V=zeros(Np,n);
end

```

% se crean todas las velocidades aleatorias

Función partículas

```
function [X]=particulas(Np,Min,Max)
```

```

for i=1:1:Np
    for j=1:1:size(Min,2)
        X(i,j)=(Max(1,j)-Min(1,j))*rand+Min(1,j);
    end
end

```

% se crean todas las partículas aleatoriamente

Función Pmejores

```
function [Pbest,FObest]=Pmejores(f,Pbest,X,FO,Np)
```

```

for i=1:1:Np
    c=f(Pbest(i,1),Pbest(i,2));
    mejores posiciones de las partículas
    if FO(i,1) < c
        Pbest(i,:)=X(i,:);
    end
end

```

% función objetivo de las partículas
% PARA EL CASO DE MINIMIZACIÓN

```
FObest(i,1)=c;
```

```
end
```

Función Posición

```
function [X]=posiciones(V,X,Np)
```

```
for i=1:1:Np                                % actualización de las posiciones  
    X(i,:)=X(i,:)+V(i,:);  
end
```