

**PROCESO DE COMUNICACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON  
ENFOQUE ECONÓMICO A TRAVÉS DEL SEGUIMIENTO Y ANÁLISIS DE  
PROTOCOLOS EN ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO DE UNA  
INSTITUCIÓN PÚBLICA EN SAN JUAN GIRÓN**

**MÓNICA ALEYDA ADARME BARAJAS**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS  
ESCUELA DE EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA  
BUCARAMANGA**

**2017**

**PROCESO DE COMUNICACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON  
ENFOQUE ECONÓMICO A TRAVÉS DEL SEGUIMIENTO Y ANÁLISIS DE  
PROTOCOLOS EN ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO DE UNA  
INSTITUCIÓN PÚBLICA EN SAN JUAN GIRÓN**

**MÓNICA ALEYDA ADARME BARAJAS**

**Proyecto presentado para optar al título de Magister en Pedagogía**

**Directora:**

**OLGA LUCÍA DUARTE BOLÍVAR**

**Magíster en Pedagogía**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER**

**FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS**

**ESCUELA DE EDUCACIÓN**

**MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA**

**BUCARAMANGA**

**2017**

## **AGRADECIMIENTOS**

*A Dios por darme la vida, la sabiduría, la paciencia y el emprendimiento para salir adelante en mis proyectos.*

*A mi familia por su comprensión, apoyo y amor que me brindan para llenarme de felicidad cada día.*

*A la profesora Olga Lucia Duarte Bolívar, por haberme orientado en este trabajo hasta su culminación.*

*A los profesores orientadores por su valiosa colaboración y sabios consejos.*

*Al programa de Becas para la Excelencia Docente por parte del Ministerio de Educación Nacional*

## CONTENIDO

	<b>Pág.</b>
INTRODUCCIÓN .....	18
1. PROBLEMA .....	21
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN. ....	21
1.2 JUSTIFICACIÓN .....	27
1.3 OBJETIVOS .....	30
1.3.1 Objetivo general .....	30
1.3.2 Objetivos específicos.....	31
2. MARCO TEÓRICO.....	32
2.1 ANTECEDENTES .....	32
2.1.1 Contexto Internacional.....	32
2.1.2 Contexto Nacional .....	35
2.1.3 Contexto local.....	38
2.2 REFERENTES CONCEPTUALES .....	39
2.2.1 El proceso de comunicación.....	40
2.2.2 Resolución de problemas matemáticos.....	44
2.2.3 La enseñanza en la resolución de problemas. ....	46
2.2.4 El seguimiento y análisis de protocolos.....	50
2.2.5 Marco legal.....	51
3. METODOLOGÍA.....	54
3.1 ENFOQUE METODOLÓGICO .....	54
3.2 DISEÑO METODOLÓGICO .....	54
3.3 DESCRIPCIÓN DEL PROCESO METODOLÓGICO. ....	56
3.3.1 Descripción de cada una de las etapas.....	56
3.4 DESCRIPCIÓN DEL ESCENARIO Y LOS PARTICIPANTES.....	61

3.4.1 Población.....	61
3.4.2 Muestra. ....	61
3.5 PROCESO DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN .....	62
3.5.1 Técnicas e instrumentos de recolección de información .....	62
3.6 CRITERIOS ÉTICOS.....	64
4. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN: “EL BUEN MANEJO DEL DINERO” .....	67
4.1 LA UNIDAD DIDÁCTICA .....	67
4.2 DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA UNIDAD DIDÁCTICA (UD).....	67
4.3 PLANIFICACIÓN Y DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES EN CADA SESIÓN.....	69
4.3.1 Sesión 1: Exploro con el ahorro de Santiago .....	69
4.3.2 Sesión 2: Analizo con Martha el paga diario .....	73
4.3.3 Sesión 3: Decido tomar un crédito .....	79
4.3.4 Sesión 4: Analizo con Francisco el mejor tipo de ahorro.....	85
4.3.5 Sesión 5: Analizo con Sara la mejor capitalización .....	91
5. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS .....	96
5.1 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA .....	97
5.1.1 Resultados y análisis del diagnóstico primera parte.....	97
5.1.2 Resultados y análisis del diagnóstico segunda parte .....	125
5.1.3 Hallazgos del diagnóstico.....	148
5.2 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA FASE DE INTERVENCIÓN .....	149
5.2.1 Criterios de evaluación para la fase de intervención .....	150
5.2.2 Descripción y análisis de la sesión 1 implementada .....	152
5.2.3 Descripción y análisis de la sesión 2 implementada .....	177
5.2.4 Descripción y análisis de la sesión 3 implementada .....	204
5.2.5 Primera autoevaluación.....	228
5.2.6. Descripción y análisis de la sesión 4 implementada .....	231
5.2.7. Descripción y análisis de la sesión 5 implementada .....	254
5.2.8 Segunda autoevaluación .....	272
5.2.9 Conclusiones de la intervención.....	274

5.3 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA PRUEBA FINAL .....	275
5.3.1 Resultados y análisis de la prueba final primera parte .....	275
5.3.2 Resultados y análisis de la prueba final segunda parte .....	299
5.4 RESPUESTA A LA PREGUNTA GENERAL DE INVESTIGACIÓN .....	337
6. CONCLUSIONES.....	339
7. RECOMENDACIONES .....	343
BIBLIOGRAFÍA .....	344
ANEXOS .....	349

## LISTA DE IMÁGENES

	<b>Pág.</b>
Imagen 1. Resultados TIMSS 2007. Porcentajes por Niveles de desempeño en matemáticas de 8° grado. ....	22
Imagen 2. Resultados PISA 2012. Niveles de desempeño en matemáticas. ....	23
Imagen 3. Resultados 2015. Prueba Saber 9° en el área de matemáticas. ....	24
Imagen 4. Resultados IE Colegio Juan Cristóbal Martínez. Matemáticas 9° .....	26
Imagen 5. Ciclo de la investigación-acción por Lewin .....	55
Imagen 6. Respuesta del Estudiante E32 al problema 4.....	116
Imagen 7. Estudiante E32 en el problema 5 .....	117
Imagen 8. Respuesta del Estudiante E30, al problema 5.....	118
Imagen 9. Estudiante E30 en los problemas 2 y 3 .....	119
Imagen 10. Respuesta del Estudiante E10, al problema 5.....	120
Imagen 11. Respuesta del estudiante E3, en el problema 2 .....	121
Imagen 12. Respuesta del estudiante E1, en el problema 3. ....	121
Imagen 13. Estudiante E24 en la respuesta del ítem 2. ....	130
Imagen 14. Respuesta del estudiante E20 en el ítem 3. ....	131
Imagen 15. Estudiante E17 en respuesta del ítem 3.....	132
Imagen 16. Estudiante E4 en respuesta del ítem 4.....	134
Imagen 17. Estudiante E35 en respuesta del ítem 4.....	135
Imagen 18. Respuesta del estudiante E2 al hallar una variable (la dependiente), conociendo la otra en la Función Lineal. ....	136
Imagen 19. Estudiante E18 en respuesta del ítem 5.....	138
Imagen 20. Respuesta del estudiante E1 al hallar una variable (independiente) si se conoce la otra en la Función Lineal. ....	139

Imagen 21. Respuesta del estudiante E18 al identificar la gráfica de la Función Lineal.....	142
Imagen 22. Respuesta del estudiante E20 al identificar la gráfica de la Función Lineal.....	143
Imagen 23. Estudiante E26 en la respuesta del ítem 2e del protocolo y su respectivo estado de ánimo.....	154
Imagen 24. Estudiante E8 en la respuesta del ítem 1(e) y 1 (f) de su protocolo y respectivo estado de ánimo.....	155
Imagen 25. Estudiante E1 en la respuesta al ítem 3(a) del protocolo. ....	156
Imagen 26. Estudiante E10 en la respuesta 3(b) del protocolo. ....	158
Imagen 27. Estudiante E20 con la respuesta al ítem 3(a) del protocolo. ....	159
Imagen 28. Grupo 2, con la respuesta del ítem 3 del consenso escrito. ....	163
Imagen 29. Grupo 3, en la repuesta 3 del consenso escrito. ....	164
Imagen 30. Grupo 3. Reflexión de la respuesta 3 del consenso escrito.....	165
Imagen 31. Grupo 4 con la respuesta del ítem 2 y 3 del consenso escrito. ....	167
Imagen 32. Grupo 5 con la respuesta del ítem 2 y 3 del consenso escrito. ....	168
Imagen 33. Estudiante E4 en la solución 3e de su protocolo.....	183
Imagen 34. Estudiante E9 .....	183
Imagen 35. Estudiante E12 en la respuesta 3(a) del protocolo.....	184
Imagen 36. Estudiante E22 en la respuesta 3(f) del protocolo.....	185
Imagen 37. Estudiante E2 en la respuesta 3(g) y 3(h) del protocolo.....	186
Imagen 38. Estudiante E33 en la respuesta 4(a) y 4(b) del protocolo.....	187
Imagen 39. Grupo 1 en la respuesta 3(b) del consenso.....	190
Imagen 40. Grupo 3 en la respuesta 1 del consenso .....	192
Imagen 41. Grupo 4 en la respuesta del ítem 1(a) del consenso .....	193
Imagen 42. Grupo 5 en la respuesta1 del consenso. ....	194
Imagen 43. Grupo 6 en la respuesta 1 del consenso .....	195
Imagen 44. Grupo 7 en la respuesta 1 del consenso .....	196
Imagen 45. Grupo 8 en la respuesta del ítem 1 del consenso. ....	197
Imagen 46. Estudiante E30 en la respuesta de 3(a) del protocolo. ....	207

Imagen 47. Estudiante E4 en la respuesta 3(a) y 4 (a) del protocolo. ....	208
Imagen 48. Estudiante E2 en respuesta al numeral 3(a) del protocolo. ....	209
Imagen 49. Estudiante E24 en la respuesta 3(b) y 3(c) del protocolo .....	210
Imagen 50. Estudiante E6 en la respuesta 3(a) del protocolo. ....	211
Imagen 51. Estudiante E18 en respuesta al ítem 4(b) del protocolo. ....	212
Imagen 52. Estudiante E10 y E20 en la respuesta al ítem 4(a) del protocolo. ....	213
Imagen 53. Grupo 2 en la respuesta del ítem 3(a) del consenso. ....	217
Imagen 54. Grupo 7 en la respuesta 3(b) del consenso. ....	222
Imagen 55. Estudiante E3 en respuesta del ítem 3 del protocolo .....	239
Imagen 56. Grupo 8 en el ítem (a) del consenso. ....	241
Imagen 57. Grupo 1 en el ítem (d) del consenso. ....	242
Imagen 58. Grupo 6 en la respuesta (b) del consenso. ....	243
Imagen 59. Grupo 8 en la respuesta (b) del consenso. ....	244
Imagen 60. Grupo 9 en el ítem (b) y (c) del consenso. ....	245
Imagen 61. Grupo 7 en la respuesta del ítem (c) del consenso. ....	246
Imagen 62. Grupo 3 en la respuesta del ítem (b y c) del consenso. ....	248
Imagen 63. Grupo 2 en el ítem (c) del consenso. ....	249
Imagen 64. Estudiante E25 validando el proceso de capitalización en el Banco CC. .....	252
Imagen 65. Estudiante E8 en la respuesta del ítem 2(a) del protocolo y su estado de ánimo. ....	256
Imagen 66. Estudiante E16 en la respuesta de ítem 2(a, b) y 3(d) del protocolo. .....	257
Imagen 67. Estudiante E24 en la respuesta 3(e, f, g) del protocolo y su estado de ánimo .....	259
Imagen 68. Estudiante E33 en la respuesta 4(b) del protocolo .....	260
Imagen 69. Grupo 4 en la respuesta al ítem 3 del consenso. ....	262
Imagen 70. Grupo 1 en respuesta al punto 2 del consenso. ....	263
Imagen 71. Grupo 6 en la respuesta de ítem 3 del consenso .....	265
Imagen 72. Grupo 3 en la respuesta del ítem 4(c) del consenso. ....	266

Imagen 73. Grupo 7 en la respuesta 4(c) del consenso.....	267
Imagen 74. Estudiante E21 en el desarrollo del problema 4 de la prueba diagnóstica y el punto 1 de la prueba final .....	282
Imagen 75. Estudiante E24 en el desarrollo del problema 5 de la prueba diagnóstica y el punto 1 de la prueba final .....	284
Imagen 76. Estudiante E3 en respuesta al problema 2 de la prueba final. ....	287
Imagen 77. Estudiante E8 en respuesta al problema 1 de la prueba final .....	288
Imagen 78. Estudiante E36 en respuesta al problema 2 de la prueba final .....	289
Imagen 79. Estudiante E30 en el problema 1 de la prueba final .....	290
Imagen 80. Estudiante E33 en el problema 3 de la prueba final .....	291
Imagen 81. Estudiante E32 en el problema 5 del diagnóstico y el problema 1 de la prueba final.....	295
Imagen 82. Estudiante E22 en el problema 4 del diagnóstico y el problema 1 de la prueba final.....	295
Imagen 83. Estudiante E13 con el problema 1 de la prueba final .....	297
Imagen 84. Estudiante E33 con el problema 3 del diagnóstico y 3 de la prueba final .....	298
Imagen 85. Estudiante E16 en respuesta al ítem d de la prueba final. ....	303
Imagen 86. Estudiante E35 en respuesta al ítem d de la prueba final. ....	303
Imagen 87. Estudiante E33 en respuesta al ítem c de la prueba final.....	307
Imagen 88. Estudiante E33 en respuesta al ítem f de la prueba final. ....	308
Imagen 89. Estudiantes E11 en respuesta a los ítems e y h, de la prueba final. ....	310
Imagen 90. Estudiante E3 y E16 en respuesta al ítem h, de la prueba final. ....	312
Imagen 91. Estudiante E31 en respuesta a los ítems a y b, de la prueba final. ...	316
Imagen 92. Estudiante E35 en respuesta al ítem a y b de la prueba final.....	317
Imagen 93. Estudiante E33 en respuesta al ítem g, de la prueba final. ....	320
Imagen 94. Estudiantes al E8 en respuesta ítem h de la prueba final.....	322
Imagen 95. Estudiante E9 en respuesta ítem h de la prueba final. ....	323
Imagen 96. Estudiante E1 en la solución del ítem e, f, g y h de la prueba final. ....	331

Imagen 97. Estudiante E6 en la solución de los ítems 4 y 5 del diagnóstico y el ítem g de la prueba final.....	333
Imagen 98. Estudiante E18 en la solución de los ítems 6 del diagnóstico y el ítem (h) de la prueba final. ....	334

## LISTA DE CUADROS

	<b>Pág.</b>
Cuadro 1. Relación de las sesiones y su contenido temático.....	58
Cuadro 2. Descripción general de la Unidad Didáctica (UD).....	68
Cuadro 3. Criterios para evaluar las habilidades en la prueba diagnóstica y final	98
Cuadro 4. Resultados del diagnóstico en cuanto a la habilidad de interpretación y el éxito en la resolución de problemas con porcentaje.....	113
Cuadro 5. Resultados del diagnóstico en cuanto a la habilidad de argumentación y el éxito en la resolución de problemas con porcentaje.....	114
Cuadro 6. Resultado del diagnóstico en cuanto a la interpretación de problemas sobre función lineal .....	144
Cuadro 7. Resultado del diagnóstico en cuanto a la argumentación de problemas sobre función lineal .....	145
Cuadro 8. Interpretación y éxito en la solución de problemas con porcentaje de la prueba final.....	285
Cuadro 9. Argumentación y éxito en la solución de problemas con porcentaje de la prueba final.....	286
Cuadro 10. Nivel de desempeño definitivo en las dos habilidades sobre porcentaje. ....	293
Cuadro 11. La interpretación en los aspectos de función lineal (prueba final) ....	324
Cuadro 12. La argumentación en los aspectos de función lineal (prueba final) ..	326
Cuadro 13. Nivel de desempeño definitivo en las dos habilidades en problemas con función lineal de la prueba final. ....	329

## LISTA DE ANEXOS

	<b>Pág.</b>
ANEXO A. Diagnóstico.....	349
ANEXO B. Sesión 1 de la intervención .....	359
ANEXO C. Sesión 2 de la intervención .....	369
ANEXO D. Sesión 3 de la intervención .....	382
ANEXO E. Sesión 4 de la intervención .....	391
ANEXO F. Sesión 5 de la intervención.....	399
ANEXO G. La autoevaluación .....	409
ANEXO H. La prueba final .....	413
ANEXO I. Rúbricas de evaluación.....	421
ANEXO J. GRÁFICOS DE BARRAS.....	425
ANEXO K. Consentimiento informado.....	428

## RESUMEN

**TÍTULO:** PROCESO DE COMUNICACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ENFOQUE ECONÓMICO A TRAVÉS DEL SEGUIMIENTO Y ANÁLISIS DE PROTOCOLOS EN ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO DE UNA INSTITUCIÓN PÚBLICA EN SAN JUAN GIRÓN

**AUTOR:** MÓNICA ALEYDA ADARME BARAJAS\*

**PALABRAS CLAVES:** Proceso de comunicación, resolución de problemas, seguimiento de protocolos.

Esta investigación se enfocó en el pensamiento variacional, con el propósito de determinar la incidencia de la estrategia seguimiento de protocolos en el fortalecimiento del proceso de comunicación, específicamente en las habilidades de interpretación y argumentación al resolver problemas de tipo económico de la vida real, modelados por la función lineal o la función exponencial con estudiantes del grado noveno de una institución pública de San Juan Girón, categorizando su nivel de desempeño en Bajo, Básico y Alto, de la escala de la valoración nacional propuestos en Decreto 1290 del MEN (2009).

Para cumplir con este objetivo, se diseñó e implementó una Unidad Didáctica (UD) basada en la teoría de Manuel AREA (1993), mediada por el seguimiento de protocolos propuesto por Miguel De Guzmán (1991) que tuvo en cuenta las cuatro fases de resolución según George Pólya (1945).

Los resultados de esta investigación muestran la evolución en los niveles de desempeño de los estudiantes en las dos habilidades: la interpretación y la argumentación en la resolución de problemas de tipo económico, y a su vez sus principales dificultades. En cuanto a los niveles de desempeño, los estudiantes presentaron mayor dificultad en el nivel alto de la argumentación, porque se les dificultó expresar claramente por escrito lo que pensaron e hicieron con los problemas en la obtención de la solución.

---

\* Trabajo de grado

\* Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación. Maestría en Pedagogía. Director: Olga Lucia Duarte Bolívar, Magíster en Pedagogía

## ABSTRACT

**TITLE:** COMMUNICATION PROCESS IN RESOLUTION OF PROBLEMS WITH ECONOMIC APPROACH THROUGH TRACKING AND ANALYSIS OF PROTOCOLS IN NINTH GRADE STUDENTS FROM A PUBLIC SCHOOL AT SAN JUAN DE GIRÓN\*

**AUTOR:** MÓNICA ALEYDA ADARME BARAJAS\*\*

**PALABRAS CLAVES:** communication process, resolution of problems, protocol tracking.

This investigation is focused in variational thinking for the purpose of determining the influence of the protocol tracking strategy in the strengthening of communication process. It specifically deals with the interpretation and argumentation skills to solve problems of economic nature of real life, modeled by linear function or exponential function, on students from ninth grade in a public school at San Juan de Girón, categorizing their level of performance in Lower, Basic, and High from the National Ministry of Education scale proposed in the 1290 Decree (2009).

In order to achieve this objective, a Didactic Unit (DU) was designed and implemented based on the Manuel AREA (1993) theory, brokered by the tracking of protocols proposed by Miguel De Guzmán (1991) who took into account the four stages for resolution based on George Pólya (1945).

The results of this investigation show the evolution on the performance levels of students in both skills: interpretation and argumentation to solve problems of economic nature, and at the same time its main difficulties. Regarding the performance levels, students presented greater difficulty in the higher level of argumentation because it made it hard to write clearly what they thought and did with the problems to obtain the solution.

---

\* Degree work

\*\* Faculty of Human Sciences. School of Education. Master's Degree in Pedagogy. Director: Olga Lucia Duarte Bolívar, Master in Pedagogy

## INTRODUCCIÓN

Aprender a escribir y comunicar las ideas matemáticas es uno de los propósitos fundamentales en el desarrollo de las habilidades de los estudiantes dispuestos por el MEN, en el proceso de comunicación. Motivarlos a hablar y a aprender a escuchar es la tarea del profesor, en la medida en que propicie espacios de participación y discusión frente a la resolución de problemas, esta práctica hace que los estudiantes sean más conscientes de sus dificultades en la comunicación matemática, llevándolos a reflexionar en que debe mejorar, según la NCTM (2000) la reflexión y la comunicación son procesos entrelazados en el aprendizaje de las matemáticas<sup>1</sup>. En la medida en que a los estudiantes se les solicite que expliquen sus respuestas, describan sus procedimientos y confronten sus ideas, llegarán a organizar mejor lo que piensan y hacen antes de comunicarlo en forma oral o escrita a sus compañeros y el profesor.

Con base en lo anterior, es necesario buscar estrategias pedagógicas que permitan fortalecer el proceso comunicativo en la resolución de problemas matemáticos, es necesario identificar las dificultades que presentan los estudiantes en las habilidades de interpretación y argumentación con problemas de tipo económico donde el porcentaje y la función lineal, son indispensables para abordarlos. Por lo tanto, esta investigación se enfocó en el pensamiento variacional, particularmente en identificar dificultades de los estudiantes de noveno grado en el proceso de comunicación en cuanto a la interpretación y argumentación de problemas y a su vez se categorizó su nivel de desempeño en cada habilidad en las categorías: Bajo, Básico y Alto de la escala de valoración nacional de evaluación.

---

<sup>1</sup> NCTM: The National Council of Teachers of Mathematics. Principios y Estándares para la Educación Matemática, Primera edición en castellano. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, Sevilla, 2000. pág. 65.

Este trabajo está organizado en seis capítulos, los cuales se describen brevemente a continuación:

El primer capítulo “Problema” presenta el planteamiento del problema de investigación, con base en los análisis de resultados en las pruebas internacionales y nacionales en las que han participado estudiantes de la básica secundaria, específicamente del grado noveno, en el área de matemáticas, también se presenta la justificación de este trabajo junto con el objetivo general y los específicos.

El segundo capítulo “Marco Teórico” muestra los antecedentes de la investigación relacionados con el proceso de comunicación y la resolución de problemas, la fundamentación teórica conformada por lo propuesto por La NCTM (2000) y el MEN sobre el proceso de comunicación, la resolución de problemas según Pólya (1945), la enseñanza en la resolución de problemas, el seguimiento y análisis de protocolos según De Guzmán (1991), y el marco legal.

El tercer capítulo “Metodología” se define el método de investigación, el proceso metodológico, el escenario y los participantes, las técnicas e instrumentos que se utilizaron y los criterios éticos que se tuvieron en cuenta para el desarrollo de esta investigación.

En el capítulo cuarto “El buen manejo del dinero” se presenta el diseño de la Unidad Didáctica conformada por cinco sesiones y dos autoevaluaciones.

En el capítulo quinto “Análisis e interpretación de resultados” se presenta el análisis de los datos obtenidos en la prueba diagnóstica y la prueba final, a partir de tres categorías en la escala de valoración nacional, con el propósito de categorizar el nivel de desempeño Bajo, Básico y Alto de los estudiantes en el

desarrollo de las dos habilidades de estudio, además se muestra el análisis de la Unidad Didáctica implementada.

En el capítulo sexto “Conclusiones”, se mencionan los hallazgos más relevantes de esta investigación en torno a la interpretación y argumentación en la resolución de problemas de tipo económico.

Finalmente en el capítulo séptimo “Recomendaciones”, se dan sugerencias en cuanto al proceso de comunicación y al uso de la estrategia en futuras investigaciones.

Además se presentan las referencias bibliográficas y los anexos relacionados con la prueba diagnóstica, la unidad didáctica y la prueba final.

## 1. PROBLEMA

### 1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.

Las necesidades en la Educación Matemática exigen que quienes se involucren en este campo generen situaciones de innovación u optimización en el proceso de enseñanza y aprendizaje, que fomenten el desarrollo de procesos de pensamiento en los estudiantes y que los preparen para la solución de problemas a partir de experiencias de aprendizajes duraderos y significativos. Para tal fin, se requiere *“Una enseñanza eficaz, conocer lo que los estudiantes saben y lo que necesitan aprender, y luego estimularlos y ayudarlos para que lo aprendan bien”* (NCTM, 2000)<sup>2</sup>. En este sentido, debemos partir de los conocimientos previos de los estudiantes, para intervenir y orientar lo que deseamos que aprendan.

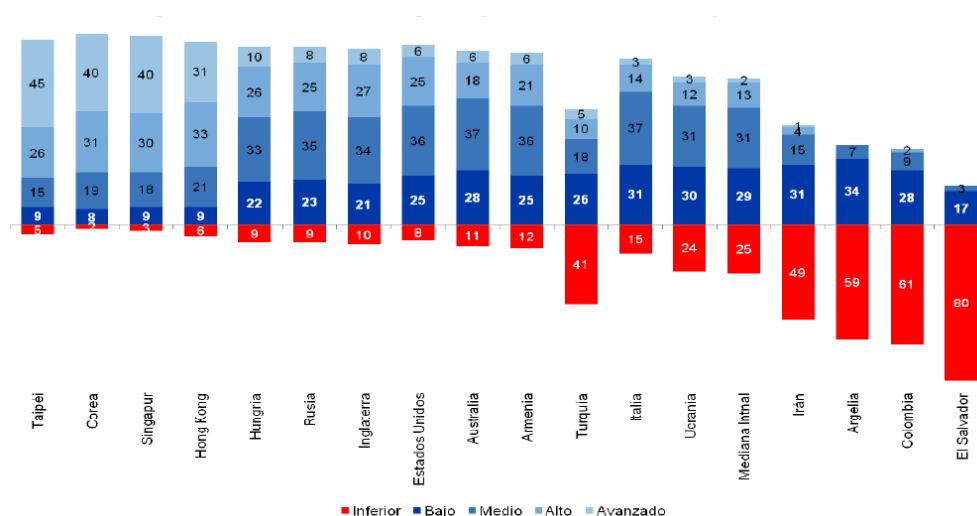
A pesar de reconocer la importancia de lo planteado por el NCTM, por parte de los docentes del área de matemáticas, en la escuela el hábito de resolver problemas poco se lleva a cabo, a tal punto que los estudiantes sienten que la matemática es aburrida, tediosa y no aplicada a su vida diaria. La enseñanza tradicional, memorística, en la que se transmiten conceptos, ejemplos y posteriormente se piden resolver ejercicios de matemáticas, minimiza el desarrollo del razonamiento lógico y crítico en los estudiantes. Es el momento de cuestionarnos sobre nuestro rol como docentes; se deben plantear situaciones que permitan generar curiosidad, expectación y buen trabajo en los estudiantes, y no crear procedimientos rutinarios que ellos captan para posteriormente resolver situaciones similares, casi por simple imitación.

---

<sup>2</sup> *Ibíd.*

La mayor parte de los resultados obtenidos en pruebas tanto nacionales como internacionales reflejan ese tipo de falencias. El Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS) que mide los logros alcanzados por los estudiantes de los grados 4° y 8°, en estas dos áreas, reportó en el año 2007, que Colombia ocupó los más bajos niveles de desempeño en matemáticas, específicamente en la solución de problemas complejos que requieren un juicio crítico y un saber teórico específico<sup>3</sup>. En la imagen 1, se presenta los niveles de desempeño en matemáticas de los estudiantes de octavo grado.

**Imagen 1. Resultados TIMSS 2007. Porcentajes por Niveles de desempeño en matemáticas de 8° grado.**



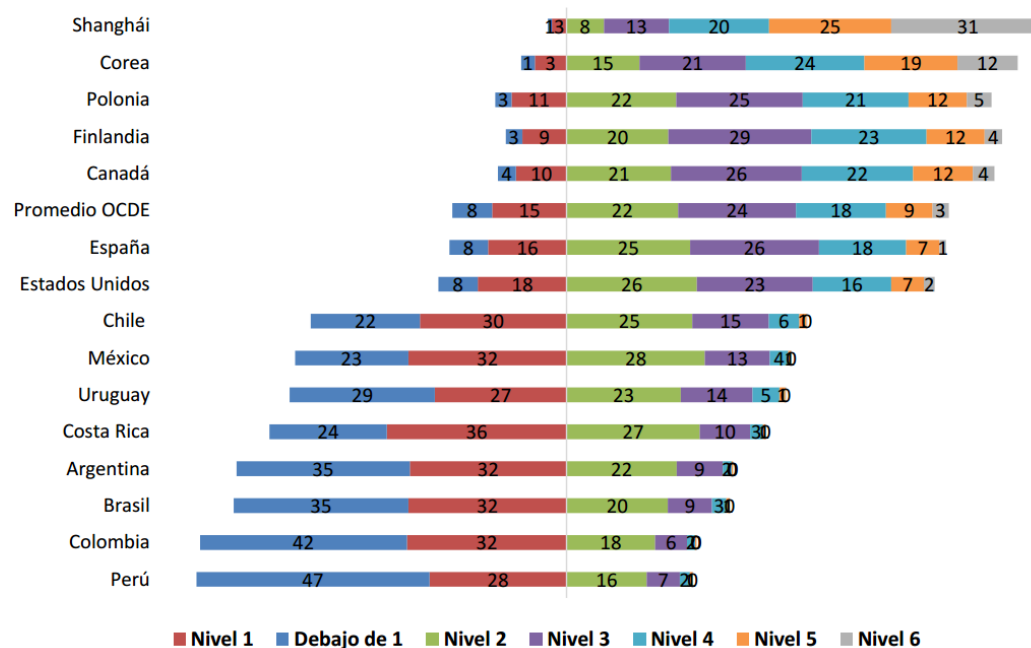
Fuente: ICFES. Resultados de Colombia en TIMSS 2007. Disponible en: <file:///D:/Documents/bibliografia/Isabel%20Fernandes%20Carolina%20Lopera%20y%20Victor%20Cervantes%20-%20Resultados%20de%20Colombia%20en%20TIMMS%202007.pdf>

Con respecto al Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA), proyecto coordinado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), evalúa las competencias en lectura, matemáticas y ciencias

<sup>3</sup> CVNE: Centro Virtual de Noticias de la Educación. Creado el 11 de diciembre de 2008. Disponible en: <http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/w3-article-178278.html>

de estudiantes de 15 años, independientemente del grado que cursan. Colombia ha participado desde el año 2006, registrando en matemáticas el menor desempeño de los conocimientos entre los países participantes. En el 2012, la prueba hizo énfasis en matemáticas, las dificultades estuvieron en la resolución de problemas de la vida cotidiana de forma creativa<sup>4</sup>. Estos resultados nos muestran la dificultad de los estudiantes colombianos para resolver problemas del área, en distintos niveles de complejidad. A continuación en la imagen 2, se muestra los resultados de Colombia con desempeños inferiores al promedio de los países de la OCDE y ocupando el penúltimo de 65 naciones.

**Imagen 2. Resultados PISA 2012. Niveles de desempeño en matemáticas.**

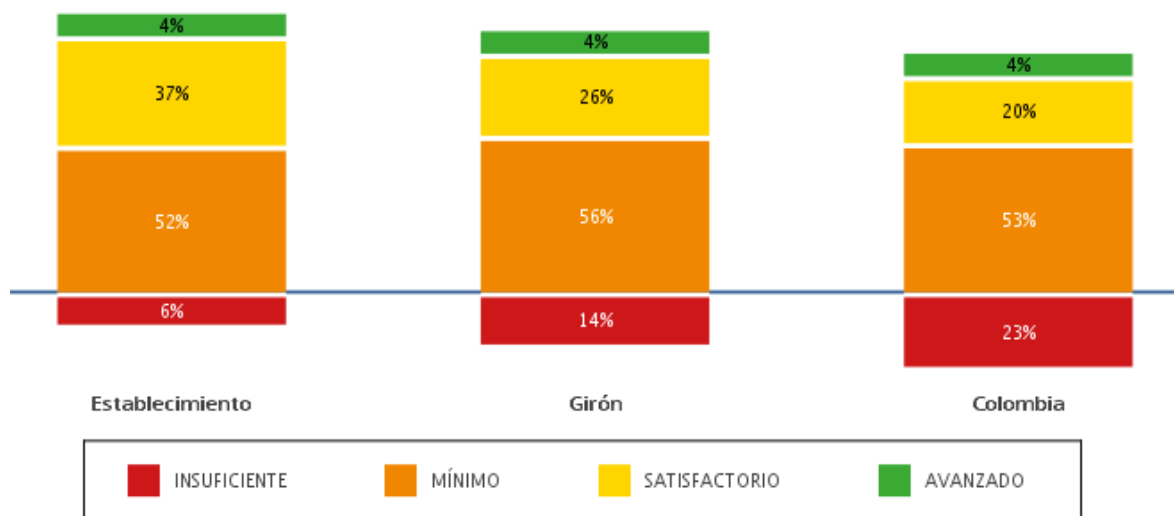


Fuente: ICFES. Resultados de Colombia en PISA 2012. Disponible en: <file:///D:/Documents/bibliografia/Isabel%20Fernandes%20Carolina%20Lopera%20y%20Victor%20Cervantes%20-%20Resultados%20de%20Colombia%20en%20TIMMS%202007.pdf>

<sup>4</sup> EL TIEMPO. Resultados sobre las pruebas Pisa. Divulgado el 9 de julio de 2014. Disponible en: <<http://www.eltiempo.com/estilo-de-vida/educacion/colombia-en-el-ultimo-lugar-en-pruebas-pisa/14224736>>

A nivel Nacional, el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES) aplica las Pruebas Saber; estas evalúan el desarrollo y avance de las competencias de los estudiantes de grados 3°, 5°, 9° y 11° de educación Básica, en las áreas de Lenguaje, Matemáticas, Ciencias Naturales y Competencias Ciudadanas. Los resultados nacionales del año 2015, específicamente en matemáticas del grado 9° fueron: el 23% de los estudiantes están en el nivel insuficiente de desempeño, el 53% en el nivel mínimo, el 20% logró posicionarse en el nivel satisfactorio y sólo el 4% demostró un desempeño avanzado<sup>5</sup>, determinando que existen dificultades para organizar y plantear conclusiones a partir de información suministrada, realizar generalizaciones y resolver problemas no rutinarios, que serían los resultados propios a un nivel de desempeño avanzado. Los resultados se muestran a continuación en la imagen 3.

**Imagen 3. Resultados 2015. Prueba Saber 9° en el área de matemáticas.**



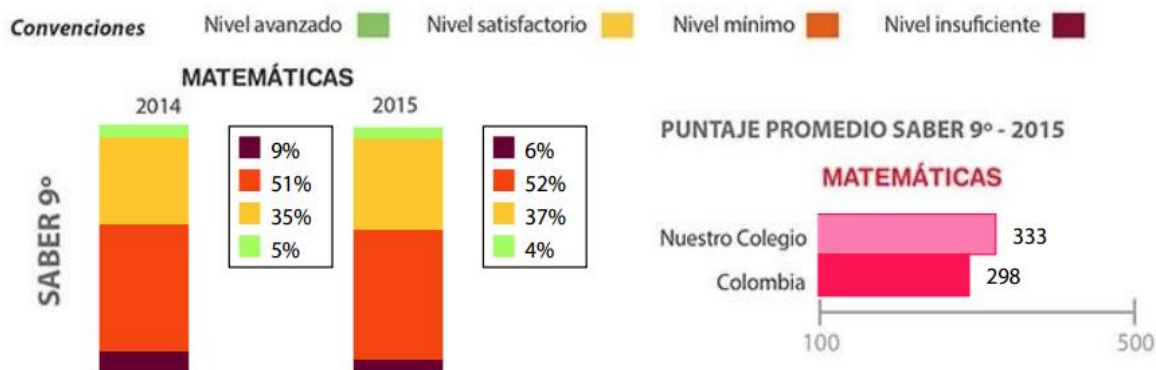
Fuente: ICFES 2015. Distribución porcentual según los niveles de desempeño en la Pruebas Saber Disponible en: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.aspx>

<sup>5</sup> ICFES, Resultados 2015. Fecha de consulta Noviembre 2015. Disponible en: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.aspx>

Esta situación Nacional e Internacional que se ha mencionado, no es ajena a la Institución Educativa Colegio Juan Cristóbal Martínez (IE). Al comparar los resultados del año 2015 en matemáticas de 9° del establecimiento educativo con la entidad territorial y el país, se observa en la imagen (1), una notable diferencia a favor para la IE en los niveles de desempeño insuficiente y satisfactorio, aunque se mantiene en un puntaje similar en los niveles mínimo y avanzado. Las dificultades más notorias de la IE que obtuvo un puntaje promedio a 333 en la escala de valores de 100 a 500, en comparación con otras instituciones educativas que presentaron puntajes similares y con el 52% de sus estudiantes en el nivel de desempeño mínimo, se encuentran en las competencias de planteamiento y resolución de problemas y de comunicación (representación y modelación), junto con los componentes Numérico-variacional y geométrico-métrico (representación y modelación)

Además, una de las falencias detectadas en el Plan de Mejoramiento Institucional (PMI) es el proceso de práctica pedagógica, cuyo objetivo apunta a implementar estrategias de aprendizaje y evaluación coherentes con el modelo pedagógico dialogante y el Sistema Institucional de Evaluación de Estudiantes (SIEE). Se nota la preocupación de la IE por mejorar el Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE), en sus cuatro componentes: progreso, desempeño, eficiencia y ambiente escolar, que registró para el año 2015 un ISCE del 7,15 en la escala de 1 a 10 en la básica secundaria. Para determinar el progreso por grados se mide en relación con los resultados de la Pruebas Saber, se hace el comparativo con el año inmediatamente anterior teniendo en cuenta el cambio porcentual del nivel de desempeño insuficiente, es decir a medida que el porcentaje disminuya la excelencia de la IE aumenta. En la imagen 4, se ilustran los resultados de la IE del año 2014 y 2015 en matemáticas con pequeños cambios positivos en los niveles, insuficiente y mínimo.

#### Imagen 4. Resultados IE Colegio Juan Cristóbal Martínez. Matemáticas 9°.



Fuente: Tomado de los datos de las Pruebas Saber 9°: 2014- 29/10/15, 2015-4/03/16<sup>6</sup>

Por consiguiente, se ve la necesidad de determinar qué tipo de dificultades presentan los estudiantes al resolver problemas con miras a diseñar y ejecutar acciones que tiendan a mejorar el desempeño en matemáticas. Al respecto y como resultados de una prueba diagnóstica<sup>7</sup>, se encontró que los estudiantes de la IE, al desarrollar una situación problema manifestaron inconvenientes al comprender la información, les faltan estrategias claras para abordar los problemas, fueron muy desordenados al ejecutar los procesos, presentaron dificultades al realizar operaciones básicas, sin embargo esta situación no es igual para todos, depende de factores individuales como la motivación, las experiencias previas, la formación recibida y los conocimientos adquiridos. Se observó que algunos estudiantes no dedicaron el tiempo suficiente para analizar bien el problema; algunos estudiantes manifestaron que se alteran cuando tienen que resolver problemas matemáticos, realizaron operaciones sin tener en cuenta las condiciones del problema, algunos lograron llegar a la solución pero pocos dan respuesta a la situación planteada, otros cuadran operaciones y luego tratan de

<sup>6</sup> ICFES, Reporte de la excelencia 2016. Fecha de consulta: abril 5 de 2016. Disponible en: <file:///D:/Documents/bibliografia/JUAN%20CRIST%20BAL%20MART%20DNEZ.pdf>

<sup>7</sup> ADARME M., FERREIRA G. y PARDO L. Prueba diagnóstica aplicada a 69 estudiantes de 4° a 10° de la I.E Colegio Juan Cristóbal Martínez. Noviembre, 2015.

relacionar esos procedimientos quedando sin sentido las soluciones que dieron, y muy pocos realizaron la verificación de sus procesos.

La problemática descrita, motivó a indagar y buscar respuestas a preguntas como: ¿Cuáles son las dificultades y fortalezas que presentan los estudiantes de noveno grado en el proceso de comunicación al resolver un problema de la vida real?, ¿Cómo fortalecer el proceso de comunicación en la resolución de problemas donde los estudiantes se motiven a pensar y emitir juicios reflexivos en forma clara?, ¿Qué beneficios ofrece el trabajo con protocolos (ver pág. 47) en el fortalecimiento del proceso de comunicación al resolver problemas de la vida real?

Las preguntas orientadoras anteriores y planteamientos como el siguiente de Polya (1979): *“El profesor de matemáticas no debería contentarse con dispensar el saber, sino que también debería intentar desarrollar en los estudiantes la capacidad de usar ese saber; debería insistir en el saber hacer, en las actitudes adecuadas, en los hábitos intelectuales deseables”*<sup>8</sup>, motivaron al planteamiento de la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué efectos tiene el seguimiento y análisis de protocolos, en el fortalecimiento del proceso de comunicación al resolver problemas de la vida real?

## 1.2 JUSTIFICACIÓN

La finalidad de los esfuerzos académicos en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el aula consisten en formar ciudadanos competentes en la solución de problemas y en la toma de decisiones, como lo establece Los Estándares Básicos de Competencia, los Derechos Básicos del Aprendizaje (DBA)

---

<sup>8</sup> POLYA, George. Citado por Ramírez, Eliseo. El modelo de resolución de problemas en una perspectiva de investigación como práctica social normada. Publicado en diciembre 2013. Disponible en: <[www.scielo.org.co/pdf/ted/n34/n34a06.pdf](http://www.scielo.org.co/pdf/ted/n34/n34a06.pdf)>

y la Matriz de Referencia de Matemáticas. *“Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos”* (MEN, 2003)<sup>9</sup>.

Muchos autores han llegado a creer que la resolución de situaciones problemas es la piedra angular de las matemáticas y de otras ciencias; puesto que, se considera una alternativa metodológica importante para adquirir y comprender significativamente el conocimiento, como lo afirma Miguel De Guzmán (1984): *“El método basado en problemas interesantes estimula fuertemente al individuo para hacerse capaz de crear combinaciones nuevas con las ideas e instrumentos que ya posee. Es la base del progreso”*<sup>10</sup>.

Sin embargo, en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) uno de los cinco procesos generales que se contemplan es la comunicación, el cual es considerado fundamental para que los estudiantes aprendan matemáticas y resuelvan problemas, en la medida en que sean capaces de verbalizar las ideas usando el lenguaje, los símbolos, y las diferentes formas de representación que brinda la matemática. Por tanto, los estudiantes desarrollan procesos comunicativos en la medida que evidencien habilidades para:

- Expresar ideas hablando, escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas.
- Comprender, interpretar y evaluar ideas que son presentadas oralmente, por escrito y en forma visual.
- Construir, interpretar y ligar varias representaciones de ideas y de relaciones.

---

<sup>9</sup> MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (MEN). Estándares básicos de Competencia Matemática. Consultado noviembre 2015. Recuperado en internet: <[http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articulos-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articulos-116042_archivo_pdf2.pdf)>

<sup>10</sup> FERNÁNDEZ, Santiago. Miguel De Guzmán y la enseñanza de las Matemáticas. Documento electrónico. Consultado: 1/11/2015. Disponible en: <[http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6\\_sigma/es\\_sigma/adjuntos/sigma\\_25/2\\_M.G.\\_y\\_la\\_ensenanza.pdf](http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_25/2_M.G._y_la_ensenanza.pdf)>

- Hacer observaciones y conjeturas, formular preguntas, y reunir y evaluar información.
- Producir y presentar argumentos persuasivos y convincentes.<sup>11</sup>

Por lo anterior, el proceso de comunicación requiere ambientes para la reflexión en colectivo, donde el estudiante comparta en forma oral o por escrito el procedimiento que pensó y llevó a cabo en la resolución de problemas, con el fin de clarificar sus ideas para mejorar la interpretación de los problemas y aprender a ser claros y convincentes en la argumentación de los mismos.

De acuerdo con el MEN y lo propuesto por Pólya y Szego (1976): *“para el aprendizaje del pensar solo la práctica del pensar es verdaderamente útil”*<sup>12</sup>, invitan a los maestros a buscar estrategias metodológicas que ayuden a mejorar los procesos de pensamiento de los estudiantes a través de habilidades comunicativas. El reto era cómo hacer para que todos los estudiantes al resolver algunos problemas comunicaran sus ideas y no solamente los más destacados en matemáticas o los que se expresan mejor, esta situación llevó a buscar una estrategia que tuviera en cuenta la individualidad del estudiante en su forma de pensar, la posibilidad de dialogar entre pares sobre el registro de sus propios pensamientos y llegar a un consenso grupal después de validar o refutar las ideas de cada uno.

De ahí que la estrategia del seguimiento de protocolos en sus tres etapas: inicial, intermedia y final, favoreció y mejoró el proceso de comunicación en dos de sus habilidades la interpretación y la argumentación. En la etapa inicial, el estudiante comunicó el protocolo que pensó e hizo para solucionar un único problema de tipo económico, guiado con preguntas en cada una de las cuatro fases de resolución que propuso Pólya: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar un plan y

---

<sup>11</sup> MEN. Lineamientos Curriculares, 1998. Documento electrónico. pág. 74. Consultado 1/12/2015. Disponible en: <[http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)>

<sup>12</sup> PÓLYA y SZEGO. Problems and theorems in analysis. New York: Springer. Citado por De Guzmán, Miguel. Para pensar mejor. Pág. 55. Editorial LABOR, SA. 1976.

examinar la solución; en la etapa intermedia, se socializó los protocolos en pequeños grupos, poniendo en juicio las propias ideas y la de sus compañeros para llegar a un consenso grupal que se reflexionó y evaluó en plenaria, y en la etapa de cierre, la profesora interviene para institucionalizar el conocimiento en los estudiantes, que surge de la resolución de problemas de tipo económico modelados a través de la función lineal y función exponencial. El seguimiento y análisis de los protocolos permitió al estudiante autoevaluarse, tomar conciencia de sus dificultades y aciertos, respetar las diferencias de pensamiento, contribuir al progreso individual y colectivo que con el tiempo pretende generar un impacto positivo en la IE que contribuya a la lucha en contra de la falta de oportunidades.

Por consiguiente, el presente trabajo de investigación tuvo en cuenta la elaboración, la aplicación y el análisis de resultados de una Unidad didáctica (UD) entendida por Manuel Área (1993) como *“unidad de trabajo que articula objetivos, competencias, contenidos, metodología y evaluación en torno a un eje o tema organizador; que permite al profesor ordenar su práctica educativa para articular unos procesos de enseñanza y aprendizaje de calidad, ajustados al grupo y al estudiante”*<sup>13</sup>. En consecuencia, este trabajo de investigación acción pretende aportar elementos para la reflexión y el mejoramiento de la práctica pedagógica.

### 1.3 OBJETIVOS

**1.3.1 Objetivo general.** Determinar la incidencia de la estrategia Seguimiento de protocolos para el fortalecimiento del proceso de comunicación al resolver problemas de tipo económico, con estudiantes del grado noveno de una institución pública de San Juan Girón.

---

<sup>13</sup> ÁREA M, Manuel. Unidades didácticas e investigación en el aula. 1993, pág. 34. Disponible en: <<https://manarea.webs.ull.es/wp-content/uploads/2010/06/librounidades.pdf>>

### **1.3.2 Objetivos específicos**

- ⊙ Realizar una prueba diagnóstica que permita Identificar dificultades y fortalezas que poseen los estudiantes en el proceso de comunicación, especialmente en las habilidades de interpretación y argumentación al resolver problemas de tipo económico.
  
- ⊙ Diseñar y aplicar una unidad didáctica mediada por el seguimiento y análisis de protocolos que permita fortalecer la habilidad interpretativa y argumentativa en el proceso de comunicación de los estudiantes, durante la resolución de problemas de tipo económico.
  
- ⊙ Evaluar la incidencia del Seguimiento de protocolos en el fortalecimiento del proceso de comunicación especialmente en las habilidades de interpretación y argumentación de los estudiantes, al resolver problemas de tipo económico.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1 ANTECEDENTES

La revisión bibliográfica seguida de un proceso de selección, análisis e interpretación de antecedentes investigativos, relacionados con el problema de investigación; en los diferentes contextos: Internacional, Nacional y Local dio como resultado los siguientes proyectos.

**2.1.1 Contexto Internacional.** En España, Ángela María Ramírez Arteaga (Universidad Autónoma de Barcelona, 2009) realizó una investigación para optar el Master titulada “*La competencia de comunicación en el desarrollo de las competencias matemáticas*”<sup>14</sup> los objetivos generales de esta investigación fueron dar respuesta a las preguntas “¿cómo definen los profesores de secundaria de matemáticas la competencia de comunicación en matemáticas? y ¿Cuáles son las estrategias didácticas que utilizan para potenciar que sus estudiantes desarrollen la competencia de comunicación en matemáticas?”. Esta investigación fue de tipo cualitativo los datos se obtuvieron de un cuestionario abierto con 9 preguntas relacionadas con el papel que cumple el profesor en el desarrollo de la Competencia de Comunicación en Matemáticas, fueron confrontados con una serie de categorías de análisis establecidas desde la teoría previamente estudiada sobre Competencias Matemáticas y particularmente sobre la Competencia de Comunicación. Se contó con la participación de 24 profesores pertenecientes a 13 Institutos.

---

<sup>14</sup> RAMÍREZ, Ángela. La competencia de comunicación en el desarrollo de las competencias matemáticas Barcelona, 2009. Consultado sept 2016. Disponible en: <<http://edumat.uab.cat/didactica/files/compartits/angela-ramirez.pdf>>

Las conclusiones en cuanto a la primera pregunta de la investigación los profesores definen la competencia de comunicación matemática como la capacidad que tienen los estudiantes de “verbalizar” en forma clara y precisa ideas matemáticas (comprendiéndolas y siendo capaz de comunicarlas), al saber explicar el qué, el cómo y el porqué de todos lo que se ha hecho en la solución de un problema, usando el lenguaje matemático tanto escrito como oral para ser entendible por otros (sus compañeros y el profesor).

Con respecto a la segunda pregunta, con el fin de mirar la coherencia entre lo que se dice y lo que se hace, se encontró que los profesores en su mayoría brindan espacios donde se puede fortalecer la comunicación, al pedir a los estudiantes explicaciones de conceptos expuestos en clase. Para los profesores las estrategias más importantes al solucionar problemas son: hacer preguntas sobre los razonamientos que ejecuta el estudiante; sacar a los estudiantes para que muestren por escrito y justifiquen en forma oral el proceso seguido, y la interacción entre estudiantes, y entre estos y el profesor, con el fin de comentar sus soluciones, escuchar al otro con atención y refutar con respeto las ideas del otro.

En Argentina, Carlos Parodi, Estela Rechimont, Nora Ferreyra (Universidad Nacional La Pampa) en el año 2006, titulado “*Análisis de protocolos en la resolución de problemas*”<sup>15</sup> hace referencia a un trabajo de investigación de dos grupos de estudiantes a quienes se les propuso una misma tarea vinculada con la resolución de un problema geométrico el cual encierra una riqueza de propiedades e involucra abundantes estrategias de resolución. El objetivo fundamental era trabajar con protocolos y herramientas heurísticas en nivel de educación superior, donde se analizaron: los caminos que siguieron los estudiantes para resolver el problema, las decisiones que tomaron, si insistieron en alguna idea en particular, si proponen distintas opciones para abordar el problema y el tipo de

---

<sup>15</sup> PARODI, C. RICHIMONT, E. FERREYRA, N. Análisis de protocolos en la resolución de problemas. 2006. Consultado junio 2016 Disponible en: <repem.exactas.unlpam.edu.ar/cdrepep08/memorias/comunicaciones/.../C31.pdf>

representaciones empleadas, con el fin de analizar como aprenden los estudiantes. En el análisis de los protocolos se observó el razonamiento de los ellos y los conflictos semióticos con los que se enfrentan, las nociones que ponen en juego y de las que se sienten más seguros, algunos estudiantes usaron justificaciones formales y otros utilizaron un empirismo ingenuo. Además el autor hace una reflexión sobre la riqueza presente en los protocolos, cuyo análisis permite orientar el futuro trabajo con los estudiantes en esta actividad, teniendo en cuenta la presencia de herramientas heurísticas que revelaron su importancia en la resolución del problema, los inconvenientes no solo de los conceptos sino de aquello que son indispensable del contenido matemático del problema.

En España, Natalia Rodríguez Miñón-Ferrán (Universidad de Cantabria, 2011-2012) realizó un trabajo Fin de Master titulado “*Algunos factores influyentes en la resolución de problemas en matemáticas*”<sup>16</sup>, el trabajo usa el proceso de resolución de problemas de Alan Schoenfeld y las estrategias heurísticas más utilizadas para analizar algunas de las dificultades de los estudiantes de secundaria de 3° de la ESO al resolver problemas algebraicos. Entre las dificultades que sobresalen en la resolución de problemas esta: La comprensión lectora matemática al no entender el problema por los vocablos que lo conforman; la falta de conocimiento de los contenidos en los que se puede ubicar un problema específico para lograr su resolución; la falta de un ambiente adecuado de interés, que debe propiciar el profesor para que los estudiantes no sientan vergüenza de proponer, explorar, compartir logros o fracasos; y los factores afectivos que surgen al enfrentar con el enunciado de un problema, pues el estudiante espera problemas similares a los trabajados en el aula con el profesor; dificultades que surgen con el tipo de estrategias, porque esperan que otra personas les digan que hacer y cómo hacerlo para resolver los problemas. El estudio hizo referencia a la

---

<sup>16</sup> RODRIGUEZ, Natalia Algunos factores influyentes en la resolución de problemas en matemáticas España, 2011-2012 Consultado en junio 2016. Disponible en: <<https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/1716/Rodriguez-Mi%C3%B1%C3%B3n%20Ferran%20Natalia.pdf?sequence=5>>

ansiedad como causa más frecuente del abandono de un problema, dados por el temor a cometer errores, el miedo a la falla de memoria y al desconocimiento de como persistir en el intento de la resolución del problema. Finalmente, se propone el autoconocimiento como una pauta de ayuda para regular el proceso emocional en la resolución de problemas en cuanto a: el reconocimiento del carácter, la forma de aprendizaje y las reacciones; aprender a controlar impulsos y a organizarse; conocer las habilidades sociales, la facilidad para trabajar en grupo, y para la toma de decisiones.

**2.1.2 Contexto Nacional.** En Tunja, Alfonso Jiménez Espinosa, Nury Yolanda Suárez Ávila y Sandra María Galindo Mendoza presentaron un artículo de reflexión Titulado: “*La Comunicación: Eje en la Clase de Matemáticas*”<sup>17</sup> de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. El artículo desarrolla aspectos relacionados con el aprendizaje y la enseñanza en la clase de matemáticas, teniendo como foco central la comunicación, entendida como un proceso de interacción social en el que se favorecen la negociación de significados, el consenso, el diálogo y el debate, acciones mediante las cuales se alcanzan procesos esenciales para el desarrollo del pensamiento matemático, como la conjeturación y la argumentación. Se reflexiona sobre la importancia de la comunicación en el aula como una práctica que desarrolla procesos de pensamiento en los estudiantes cuando son estimulados a utilizar su propio lenguaje en la solución de problemas, brindándoles el tiempo necesario para que exploren, construyan sus propios argumentos, y los validen en grupo, de tal manera que el lenguaje matemático surja como un proceso de construcción y no como una imposición del profesor. El artículo se refiere a la interacción de los estudiantes en la que está implícita la interpretación; es decir que para que exista

---

<sup>17</sup> JIMÉNEZ, A. SUÁREZ, N. Y GALINDO, S. La Comunicación: Eje en la Clase de Matemáticas. Publicado Noviembre 2 de 2010. Praxis & Saber, revista de investigación y pedagogía volumen 1 numero 2 segundo semestre 2010. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Tunja, Boyacá. Consultado en internet agosto 2016. Disponible en <file:///C:/Users/ACER/Downloads/Dialnet-LaComunicacionEjeEnLaClaseDeMatematicas-4235954.pdf>

una adecuada comunicación en la interacción, los sujetos deben comprender y compartir significados, interpretar palabras, símbolos, gráficos de situaciones problema. Además, el conjunto de interpretaciones y soluciones obtenidas por los estudiantes son el medio fundamental para que surja la explicación por parte del profesor, después de discutir las ideas, validarlas o refutarlas. Finalmente muestran una experiencia de aula en la que se conformaron grupos de tres estudiantes para resolver problemas, que luego en plenaria, cada grupo defiende sus respuestas, sus soluciones o sus conjeturas, el profesor se convirtió en moderador que dinamizó el trabajo de discusión y argumentación hacia la búsqueda de consensos. En general se observó que el trabajo en grupo es una estrategia metodológica que ayudó a que los estudiantes debatieran varios puntos de vista; también se observó que en las plenarias los estudiantes expresaban sus ideas libremente, notando que tienen dificultades para escribir lo que piensan, mas no para decirlo verbalmente. De cualquier forma, este tipo de actividades favorecen la comunicación en la clase y efectivamente se convierten en el eje central del proceso de aprendizaje.

En Medellín, Dora Ligia Bueno Becerra presentó una monografía titulada: *“Propuesta metodológica para mejorar la interpretación, análisis y solución de ejercicios y problemas matemáticos en los estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa Alejandro Vélez Barrientos”*<sup>18</sup>. (Universidad Nacional de Colombia, 2012). La finalidad fue diseñar e implementar una experiencia pedagógica que favoreciera el desarrollo de habilidades para resolver problemas de Matemática en estudiantes de quinto grado. El estudio inició con un diagnóstico aplicado a 47 estudiantes del grupo 5<sup>o</sup> A, en él se evidenció que la mayoría de los estudiantes no leen detenidamente los problemas de pensamiento numérico ante de resolverlos, omiten datos importantes y utilizan estrategias simples que llevan al error. La metodología consistió en la aplicación de nueve guías para el

---

<sup>18</sup> BUENO, Dora. Propuesta metodológica para mejorar la interpretación, análisis y solución de ejercicios y problemas matemáticos en los estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa Alejandro Vélez Barrientos. Medellín 2012. Disponible en: <<http://www.bdigital.unal.edu.co/8326/1/25055064.2012.pdf>>

aprendizaje de la solución de ejercicios y problemas matemáticos. Después de aplicar la primer guía sobre la comprensión lectora se concluyó que se debe fomentar en la institución momentos de lectura porque a la mayoría de los estudiantes se les dificulta concentrarse, debían leer varias veces para comprender lo que se les preguntaba. Las guías 2 y 3 ejercitaron la agilidad mental y la comprensión lectora con problemas de ingenio, de mínimo común múltiplo (m.c.m) y de máximo común divisor (m.c.d). A partir de guía 4, se explica a los estudiantes los pasos de pólya para la resolución de problemas variados, de lógica y con fracciones. En los resultados se evidenció que el 70% de los estudiantes resuelve correctamente los problemas, se superó el temor al preguntar las dudas, se evidenció el trabajo colaborativo y hay interés general por mejorar los procesos de resolución por parte de los estudiantes en un ambiente de competencia sana.

En Medellín, se encontró un documento de la autoría de la docente del Instituto Tecnológico Metropolitano María Cristina González Mazuelo, llamado: *“Interpretación de problemas matemáticos”*<sup>19</sup>. La cual es una propuesta para la interpretación de enunciados referentes a problemas matemáticos, concibiendo estos últimos como películas cortas y a partir de lo cual se expondrá una metodología compuesta de seis pasos por medio de los cuales se sistematiza el proceso de interpretación. Entendida la interpretación como *“un acto consistente en la captura de una información presente en un contexto determinado, atribuyéndole un significado dentro de un campo del conocimiento, lo cual se hace a partir de las experiencias previas del individuo”* (Niño Rojas, 2005). El presente trabajo se centró en la dificultad de la interpretación de los enunciados y su traducción del lenguaje natural al matemático de problemas relacionados con el número y la medida. Se pretendía subsanar la tendencia de los estudiantes al inscribir toda la información dada en el enunciado en una sola ecuación o función,

---

<sup>19</sup> GONZÁLEZ, M.; PANIAGUA, J. Interpretación de Problemas Matemáticos”. Publicado en la internet 2011. Consultado en junio 2016. Disponible en: <<https://davidbuiles.files.wordpress.com/2011/01/interpretacion-de-problemas-matematicos.pdf> >

lo cual dificulta su planteamiento. Los pasos que el estudiante debía analizar fueron: el tema de la película (de qué se trata el problema), personaje y actores (identificar y definir las variables), separar el párrafo imperativo del informativo (la información y las preguntas), En el párrafo informativo señalar las oraciones que lo componen (identificar relaciones entre las variables), elaboración de un esquema (pensar en una ecuación o función) y traducción de las oraciones teniendo en cuenta el sujeto, verbo y predicado (plantear la ecuación o función) en el cual se aplican las propiedades, operaciones y métodos de resolución.

**2.1.3 Contexto local.** A nivel local, las autoras Magda María del Pilar Peralta Acevedo y Gladys Soraya Rodríguez Galvis, presenta un proyecto titulado: “*El lenguaje y la trigonometría: una mirada desde el planteamiento y la resolución de problemas*”<sup>20</sup> (Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, 2008). El objetivo general fue describir y analizar la influencia del lenguaje cotidiano en el planteamiento y la resolución de problemas de trigonometría. Esta investigación fue de tipo cualitativo, realizó el análisis en un estudio de caso con cuatro estudiantes donde emergieron tres categorías: “Comprendiendo y graficando”, “Enunciado vs gráfico” y “Entrelazando ideas”, que permitieron la triangulación entre los estudiantes, las ejecutoras del proyecto y los autores de la teoría referencial. Los resultados del estudio dieron como conclusiones lo siguiente: la información emitida por el profesor o por una situación problema, en ocasiones, es modificada por los estudiantes, debido al poco dominio con la terminología matemática, creando inconsistencias y ruptura en la comunicación; la interpretación de un problema en un lenguaje escrito o gráfico es muy importante para dar con la solución del mismo, para ello se sugiere que la profesora plantee situaciones de la cotidianidad, donde se exprese en lenguaje natural ideas matemáticas y puedan ser de mejor comprensión por parte de los estudiantes.

---

<sup>20</sup> PERALTA, Magda y RODRÍGUEZ, Gladis. El lenguaje y la trigonometría: una mirada desde el planteamiento y la resolución de problemas. UIS, Bucaramanga, 2008. Disponible en: <<http://tangara.uis.edu.co/biblioweb/tesis/2008/125684.pdf>>

Otro trabajo encontrado, es el escrito por los autores Carlos Arturo Pérez Reyes y Hernán Darío Rincón Almeyda titulado: “*Descripción del desempeño en resolución de situaciones aritméticas con enunciado verbal en dos grupos de niños en condiciones de escolarización en edades entre los 9 y 11 años de dos sedes del colegio Metropolitano del sur*”<sup>21</sup>. El objetivo fue describir el desempeño en resolución de situaciones aritméticas con enunciado verbal a diez niños, se tuvo en cuenta la heurística y las fases para la resolución de problemas. La investigación fue de tipo no experimental, porque describía destrezas y competencias que usaban los niños seleccionados en la muestra. Los resultados más destacados fueron: determinación del tipo de acierto y error que cometían cada uno de los niños; el error más frecuente en los niños fue la comprensión del problema, algunos no identificaron los datos del problema ni la pregunta; algunos niños desacertaron en el uso de la cuarta fase propuesta por Pólya, visión retrospectiva, no la realizaron y por ello no se percataron de los errores; y el heurístico más utilizado por los estudiantes fue el análisis de medios y fines, y el menos utilizado fue el ensayo y el error.

## **2.2 REFERENTES CONCEPTUALES**

Siguiendo la problemática planteada en esta investigación, las temáticas que soportan el presente estudio son: el proceso de comunicación: la habilidad de interpretación y argumentación, la resolución de problemas y la estrategia de seguimiento de protocolos.

---

<sup>21</sup> PÉREZ, Carlos y RINCÓN, Hernán. Descripción del desempeño en resolución de situaciones aritméticas con enunciado verbal en dos grupos de niños en condiciones de escolarización (C.E.) UIS, Bucaramanga, 2009. Disponible en: <<http://tangara.uis.edu.co/biblioweb/tesis/2009/132353.pdf>>

**2.2.1 El proceso de comunicación.** Según los Lineamientos Curriculares, Estándares Básicos de Competencia, los DBA y la Matriz de referencia, la comunicación es concebida como un proceso fundamental en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas que “*se expresan y representan, se leen y escriben, se hablan y escuchan a través de diferentes lenguajes*” (MEN, 2003)<sup>22</sup>, porque: permite compartir y aclara dudas mejorando la comprensión de los estudiantes; las ideas matemáticas se reflexionan, se discuten, se cambian y se complementan; permite que los estudiantes hagan conexiones con otras formas de pensar, a medida que dan las discusiones para intentar convencer a otros, de los razonamientos que surgen de la resolución de situaciones problema. Por tanto, se espera con la comunicación que los estudiantes construyan significados, reflexionen, analicen e intercambien interpretaciones, validen respuestas y procesos en la resolución de problemas.

La NCTM (2000)<sup>23</sup> establece cuatro estándares para la comunicación que se deben desarrollar en los programas de enseñanza durante la edad escolar, en la que los estudiantes serán capaces de:

- Organizar y consolidar su pensamiento a través de la comunicación,
- Comunicar su pensamiento matemático con coherencia y claridad a los compañeros, los profesores, y otras personas,
- Analizar y evaluar las estrategias y el pensamiento matemático de los demás, y
- Usar el lenguaje matemático con precisión para expresar ideas matemáticas.

La experiencia nos muestra que los estudiantes suelen hablar muy poco sobre las matemáticas, de ahí el esfuerzo de los profesores para motivarlos y enseñarles cómo hacerlo con naturalidad, para ello se debe consolidar el pensamiento matemático en los estudiantes, una forma de hacerlo inicialmente, según la

---

<sup>22</sup> MEN. Estándares Básicos de matemáticas. Óp. Cit. pág. 54

<sup>23</sup> NCTM. Óp. Cit. Pág. 64.

NCTM, es pedir la explicación de respuestas y la descripción de estrategias que luego a través de preguntas hechas por el profesor o un compañero, puedan meditar y reconsiderar sus razonamientos.

Para lograr una comunicación coherente y clara en los estudiantes es necesario que la profesora propicie ambientes de confianza y libertad para expresar las ideas, es claro que los jóvenes son reacios a participar en discusiones matemáticas ya sea por timidez, por inseguridad de lo que saben, por miedo a preguntar, o por el temor a equivocarse. El reto es como lograr que los estudiantes pongan a prueba sus ideas, vean en la comunicación oral o escrita la posibilidad de aprender y analicen la coherencia entre lo que se escribe y lo que se dice. Ante esto la NCTM afirma que “cuando se estimula a los estudiantes a pensar y razonar acerca de las matemáticas y a comunicar a otros los resultados de su pensamiento, oral o por escrito, aprenden a ser claros y convincentes”.

En la medida que se propicien espacios de discusión entre los mismos estudiantes donde se escuchen con respeto, se valoren las diferencias, se pongan en duda o se aprueben las ideas matemáticas los estudiantes aprenden a ser conscientes de las dificultades y/o fortalezas en sus pensamientos logrando la evaluación individual o grupal.

De acuerdo con Jiménez y otros (2010) la comunicación se considera: “*un proceso de interacción social en el que se favorecen la negociación de significados, el consenso, el diálogo y el debate, acciones mediante las cuales se alcanzan procesos esenciales para el desarrollo del pensamiento matemático*”<sup>24</sup> donde el lenguaje formal se va construyendo y es usado por los estudiantes, con la ayuda de la profesora; dándole sentido y significado a los símbolos matemáticos, y reconociendo la importancia de la economía del lenguaje. La NCTM afirma que: “es importante evitar una prisa prematura por imponer el lenguaje matemático

---

<sup>24</sup> JIMÉNEZ, SUÁREZ, y GALINDO. Óp. Cit. pág. 174

formal”<sup>25</sup> por tanto se deben permitir en los estudiantes el uso del lenguaje natural o cotidiano para expresar sus ideas matemáticas, con la comodidad de poder participar y adquirir dominio del lenguaje.

### **Habilidades de comunicación**

Los estudiantes en su proceso matemático necesitan interpretar y conectar varias representaciones de ideas, hacer observaciones y conjeturar, formular preguntas y producir argumentos sólidos y convincentes. Según Jiménez y otros (2010) “Hacer que los estudiantes lean una definición o el enunciado de un problema y que expresen con sus palabras lo que entendieron, y confrontarlo con lo que entendieron los demás, es sin duda una buena estrategia, tanto para mejorar la comprensión lectora, como para desarrollar la argumentación, ya que una de las grandes dificultades en la resolución de problemas es que no se entiende el enunciado”<sup>26</sup>. Particularmente, en este proyecto de investigación el estudiante necesita comunicar ideas en relación al cambio y la variación de situaciones modeladas por la función lineal y exponencial para fortalecer las habilidades en la interpretación y argumentación. A continuación presentamos una caracterización de los procesos comunicativos de las dos habilidades en estudio:

- **Interpretar:** Según Niño Rojas (2005 citado por González) *“Es un acto consistente en la captura de una información presente en un contexto determinado, atribuyéndole un significado dentro de un campo del conocimiento, lo cual se hace a partir de las experiencias previas del individuo”*<sup>27</sup>, por lo anterior, para el presente estudio interpretar es la capacidad del estudiante para comprender la información, establecer relaciones entre los datos para dar sentido y significado a la estructura de un problema (expresado en lenguaje verbal o matemático), también como lo planteó El ICFES: *“entender*

---

<sup>25</sup> NCTM. Óp. Cit. Pág. 67

<sup>26</sup> JIMÉNEZ, SUÁREZ, y GALINDO. Óp. Cit. pág. 185

<sup>27</sup> GONZÁLEZ, Óp. Cit. pág. 3

*datos cuantitativos en diferentes formatos como gráficos, textos y tablas*<sup>28</sup> que hacen referencia a las diversas representaciones en los que se plantean y comunican los problemas de variación con enfoque económico. Y,

- **Argumentar:** según El ICFES es la capacidad del estudiante para “*validar o refutar conclusiones*”<sup>29</sup>. Según Homero( 2007)<sup>30</sup> piensa que cuando un estudiante realiza actividades de resolución de problemas matemáticos donde deba justificar, explicar o validar sus resultados o conjeturas nacidas durante el proceso de resolución del problema, se pone en juego una “*práctica argumentativa*” entendida como el conjunto de acciones y razonamientos que el estudiante ejecuta.

A la manera como el estudiante utiliza su razonamiento durante la práctica argumentativa Homero (2007) la definió “esquemas de argumentación” los cuales pueden ser:

- Autoritarios, es decir argumentos apoyados en las afirmaciones hechas por otros, en nuestro caso por un compañero o el profesor.
- Simbólicos, en los que el estudiante utiliza un lenguaje matemático y símbolos de una manera inconsistente sin llegar realmente a la conclusión o solución del problema. Utiliza conceptos poco claros o inventados.
- Fácticos, en los que el estudiante hace un recuento de lo que hizo para explicar o justificar el resultado.
- Empíricos, en los que el estudiante se apoya en un dibujo. El dibujo se constituye un argumento por sí mismo y no un apoyo para visualizar un argumento.

---

<sup>28</sup> ICFES. Competencia que evalúa saber 11 según el ICFES. Disponible en: <http://blog.ipler.com/estas-son-las-competencias-que-eval%C3%BAa-la-prueba-saber-11> Consultado octubre 2016

<sup>29</sup> *Ibíd.*

<sup>30</sup> HOMERO F, Ángel. Esquemas de argumentación en profesores de matemáticas del bachillerato. Educación matemática. 2007. pág. 71. Disponible en: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40519104>>

- Analíticos, en los que el estudiante sigue un proceso deductivo para llegar a un conclusión que puede ser válida o no.

La función de una práctica argumentativa es convencer a otros de la validez de un resultado. Inicialmente los esquemas de argumentación de los estudiantes pueden ser autoritarios, simbólicos y fácticos o una combinación de ellos, en medida en que se dé el desarrollo de las prácticas argumentativas los esquemas se vuelven empíricos y analíticos. Para el presente estudio no se hizo un análisis detallado de los esquemas de argumentación en los estudiantes, sin embargo se tuvo en cuenta para analizar las particularidades de los estudiantes.

**2.2.2 Resolución de problemas matemáticos**<sup>31</sup>. Las investigaciones sobre resolución de problemas en la educación aparecen a finales de los años 40 y los años 50, adquieren gran interés solo desde los años 70 y específicamente en los últimos 30 años. Existen muchos modelos para la resolución de problemas, el más reconocido en el ámbito de las matemáticas, es el modelo de George Pólya (1945). La gran cantidad de modelos que aparecieron después de los 40 han surgido de lo planteado por él. Según Pólya Mi punto de vista es que la parte más importante de la forma de pensar que se desarrolla en matemática es la correcta actitud de la manera de cometer y tratar los problemas, tenemos problemas en la vida diaria, en las ciencias, en la política, tenemos problemas por doquier. La actitud correcta en la forma de pensar puede ser ligeramente diferente de un dominio a otro pero solo tenemos una cabeza y por lo tanto es natural que en definitiva haya sólo un método de acometer toda clase de problemas. Mi opinión personal es que lo central en la enseñanza de la matemática es desarrollar tácticas en la Resolución de problemas<sup>32</sup>. Por tanto planteó una serie de procedimientos en su primer libro llamado “El Método de los Cuatro Pasos”,

---

<sup>31</sup> PINO, Óp. Cit. pág. 36.

<sup>32</sup> ALFARO, Cristian. Las ideas de Pólya en la resolución de problemas. Universidad Nacional. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. Editado, 25 de marzo de 2006. Año 1, Número 1, 2006. Disponible en: file:///C:/Users/user/Downloads/6967-9551-1-PB.pdf

haciendo referencia a la estrategia que se debe llevar para resolver cualquier tipo de problema y consiste en:

- Comprender el problema,
- Concebir un plan,
- Ejecutar el plan, y
- Examinar la solución.

En cada una de estas fases sugiere una serie de preguntas, que puede hacer un profesor a sus estudiantes para guiarlos en la resolución de problemas.

Por otra parte, Pólya define la heurística como “arte de la resolución de problemas” cuyo objetivo “es el estudio de los métodos y reglas de descubrimiento e invención” que van dirigidas en su mayoría a la concepción de un plan para resolver problemas. La serie de reglas heurísticas más conocidas son: ensayo y error, usar una variable, Buscar un Patrón, hacer una lista, resolver un problema similar más simple, hacer un dibujo, empezar por lo fácil, usar razonamiento directo e indirecto, usar las propiedades de los números, resolver un problema equivalente, trabajar hacia atrás, resolver una ecuación, buscar una fórmula.

El objeto de estudio en la investigación no fue estudiar las reglas heurísticas, pero si se analizaron algunos de ellas que surgieron frecuentemente durante el trabajo con los estudiantes tales como:

- **Empezar por lo fácil:** A veces el problema se torna complicado visto en su totalidad por su tamaño, con lo que se sugiere escoger una parte de él que sea más simple, más sencilla de manipular e iniciar con ella la observación atenta, registrando lo que sucede para reflexionar y encontrar alguna regularidad del problema que guie la posible solución y la generalización.

- **Ensayo y error:** La experimentación es muy importante para el descubrimiento y la resolución de problemas. Surge de forma natural y fácil en los estudiantes; sin embargo, se requiere de buena observación y reflexión para contrastar la conjetura que predice cómo se comportan las variables del problema.
- **Hacer un dibujo:** La representación ayuda a organizar y registrar las ideas matemáticas. Con el apoyo de imágenes que muestre los datos del problema y las relaciones que guardan, se pretende comprender y explicar mejor la situación con el fin de pensar en las posibles vías de solución.
- **Usar una fórmula:** El resolver un problema depende de la aplicación y uso adecuado de fórmulas con buena comprensión en la transferencia del lenguaje natural al algebraico y viceversa. Al relacionar los datos del problema con lo que se busca y revisando cuidadosamente el proceso, se puede llegar con éxito a la solución.

**2.2.3 La enseñanza en la resolución de problemas.** Para muchos la definición de problema sigue siendo una concepción subjetiva de cada docente, por tanto resulta difícil definir de antemano si una situación es problema o no, porque puede variar en ciertas personas. Según Pólya (1961)<sup>33</sup> *“Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata”*. Así, un problema podría ser una pregunta que no se pueda contestar en forma directa, sino que para resolverla, será necesario recurrir a diversos conocimientos matemáticos o de otras índoles. Pero además debería ser una situación que nos interese, que nos motive a resolverla, dedicándole tiempo y esfuerzo, para que al final lleguemos a la satisfacción personal por el logro de haberla resuelto.

---

<sup>33</sup> CIVE. Óp. Cit. Pág. 3.

La diferencia entre ejercicio y problema radica en que el ejercicio permite repetir y asimilar un procedimiento, mientras que el problema pretende crear un conflicto cognitivo en los estudiantes, donde se les motive a seguir las pautas que conllevan a su solución. Un ejemplo de ejercicio sería descomponer un número en factores primos, sin embargo un problema podría ser, averiguar cómo son los números que tienen exactamente cinco divisores. Por tanto las divisiones largas por temibles que parezcan no son problemas, son solamente ejercicios que afianzan esa operación.

Pólya menciona solo dos tipos de problema “problemas por resolver” y “problemas por demostrar”<sup>34</sup>. Las partes que constituyen el problema son distintas según sea el caso, en un problema por resolver hay incógnita, datos y condición, en un problema por demostrar hay hipótesis y conclusión. Los "problemas por resolver" tienen mayor importancia en la educación básica de las matemáticas; mientras que los "problemas por demostrar" son más relevantes en la educación superior.

Los problemas por resolver pueden ser de la vida diaria, de la misma matemática y de otras ciencias. Por consiguiente, en el presente trabajo consideramos “problemas por resolver” relacionados con la vida diaria como son los problemas de tipo económico.

En consecuencia, Miguel De Guzmán (1991) hace referencia de lo importante en mantener una actitud adecuada cuando se quiere enfrentar un problema, porque inicialmente se puede saber a dónde se quiere llegar pero no se conoce el camino, lo cual puede generar actitudes negativas que pueden bloquear el avance del pensamiento. Para combatir esas amenazas nos sugiere tener confianza de sí mismos; pensar sin afanes, con tranquilidad y serenidad; mantener una disposición de aprender, de curiosidad; y gusto por el reto, o la actividad mental. Por consiguiente, propone una serie de pautas basadas en las ideas de Pólya,

---

<sup>34</sup> Ibíd. pág. 4

para superación de ciertos bloqueos y la enseñanza en la resolución de problemas:

### **1ª Fase. FAMILIARIZACIÓN CON EL PROBLEMA:**

- Lee el problema despacio.
- Trata de entender todas las palabras.
- Distingue los datos del problema (lo que conoces) de la incógnita (lo que buscas).
- Trata de ver la relación entre los datos y la incógnita.
- Intenta expresar el problema con tus propias palabras.
- Si puedes, haz un dibujo o un esquema de la situación.
- Si los datos del problema no son cantidades muy grandes, intenta expresar la situación jugando con objetos (fichas, botones, papel...).
- Si las cantidades que aparecen en el enunciado son grandes, entonces imagínate el mismo problema con cantidades más pequeñas y haz como dice el punto anterior.
- Si el problema está planteado de forma general, da valores concretos a los datos y trabaja con ellos.

### **2ª Fase. ESTABLECER UN PLAN:**

- Empieza por lo fácil. (Si las cantidades que aparecen en el enunciado son grandes, entonces imagina el mismo problema con cantidades más pequeñas y hacer como dice el punto anterior).
- Experimenta (Si el problema está planteado de forma general, da valores concretos a los datos y trabaja con ellos).
- Haz un esquema, una figura, un diagrama o cualquier representación gráfica. ¿Observa alguna pista sobre la posible solución?
- Escoge un lenguaje adecuado, una notación apropiada (pasar del lenguaje natural al lenguaje algebraico)

- Busca un problema semejante (¿Es semejante a otros problemas conocidos? ¿Cómo se resuelven?)
- Inducción (De lo particular a lo general)

### **3ª Fase. EJECUCIÓN DEL PLAN**

- Seleccionar y llevar adelante las mejores ideas que se han presentado en la fase anterior.
- Actúa con flexibilidad, No se rinda fácilmente.
- No se enfrasque con esa estrategia. Al ver que no conduce a nada, déjala.
- Si la estrategia que eligió no va bien, buscar otra de las estrategias que seleccionó o una combinación de ellas.
- Llegar hasta el final. ¿Salió? ¿Seguro? Mire bien la solución.
- Trata de llegar hasta el final.

### **4ª Fase. VERIFICACIÓN DEL PROCESO:**

- Examina a fondo el camino que has seguido. ¿Cómo ha sido el camino?, ¿Dónde te atascaste?
- ¿En qué momento y cómo has salido de los atascos?
- ¿Cuáles han sido los momentos de cambio de rumbo?, ¿Han sido acertados?
- ¿Entiendes bien tu solución?, ¿Entiendes por qué marcha?, ¿Tiene sentido esta solución o es absurda?
- ¿Sabes hacerlo ahora de manera más sencilla?
- ¿Sabes aplicar el método empleado a casos más generales?
- ¿Puedes resolver otras situaciones relacionadas con el tema que sean interesantes?
- ¿Cuál ha sido la tendencia de tu pensamiento: visual, analítica, lenta, rápida, segura, dudosa, variada, monótona...?
- Reflexiona sobre tu propio proceso de pensamiento y saca consecuencias para el futuro.

**2.2.4 El seguimiento y análisis de protocolos.** El propósito de este trabajo de investigación es fortalecer las habilidades en la interpretación y argumentación del proceso de comunicación en la resolución de problemas de tipo económico, con lo cual se hace necesario disponer de una estrategia que nos permita examinar muy bien los niveles de desempeño de los estudiantes para evaluar sus avances en las dos habilidades de estudio. Miguel De Guzmán<sup>35</sup> (1991) en su libro “para pensar mejor” propone una técnica para examinar y evaluar el proceso de resolución de problemas a través de la elaboración y análisis de protocolos. Entendiendo por protocolo como la reproducción de “**lo que ha ido realizando, lo que ha ido pensando, y los sentimientos y situaciones afectivas por las que ha ido pasando**” los estudiantes, durante la resolución de un problema.

Por lo anterior, para el presente estudio la estrategia Seguimiento de protocolos se llevó a cabo en tres etapas en cada sesión:

En la **ETAPA INICIAL**, el estudiante trabajó en forma individual en la resolución de un único problema, con el fin de realizar el protocolo del proceso, donde comunicó en forma escrita, los razonamientos que pensó e hizo con el problema, y los estados de ánimo por los que pasó con la ayuda de emoticones, a través de un cuestionario que contiene preguntas en cada una de las fases de resolución.

**ETAPA INTERMEDIA.** Se dividió en dos partes, la primera era el consenso en grupos pequeños y la segunda la socialización en plenaria.

**Elaboración del consenso grupal.** Se realizó la socialización en pequeños grupos dispuestos por la profesora, donde se compararon los protocolos de cada uno de los integrantes del grupo, con el fin de comunicar en forma oral y escrita a otros lo que pensaron e hicieron con el problema, aclararon dudas, analizaron sus aciertos y dificultades, determinaron similitudes y discutieron las diferencias en sus

---

<sup>35</sup> DE GUZMÁN, M. Para pensar mejor. Editorial LABOR, S.A. 1991 pág. 55-58

procedimientos , con el fin de elaborar por escrito un consenso grupal a través de otro cuestionario con preguntas puntuales en cada una de las fases, que contenía la solución del problema, que luego fue llevado a plenaria.

**Plenaria.** Fue el espacio de confrontación por equipos, moderado por la profesora, en donde cada grupo debatió las ideas contenidas en el consenso, con el fin de clarificar dudas y dificultades que no hubiera podido ser resuelta en el grupo, además de comunicar las diferentes estrategias de solución y establecer la más adecuada para el problema.

En la **ETAPA DE CIERRE**, la profesora enfatiza en los aspectos más importantes que surgieron en la etapa anterior e institucionaliza el conocimiento matemático inmerso en el problema de tipo económico, que es modelado a través de una función lineal o no lineal, se analizaron aspectos de la función como la dependencia entre variables, el dominio, el rango, la representación en el plano cartesiano y la representación algebraica.

**Evaluación de la estrategia.** La evaluación de la estrategia Seguimiento de protocolos fue continua de tipo cualitativo durante cada sesión. Se analizó la etapa inicial y la etapa intermedia para determinar la incidencia de la estrategia en el fortalecimiento de las habilidades de interpretación y argumentación en los estudiantes.

**2.2.5 Marco legal.** En la Ley General de Educación, Ley 115 de 1994 se rige los planes de estudio de las instituciones educativas colombianas y los fines de la educación, en ella se establecieron las áreas obligatorias y fundamentales del currículo escolar, donde se encuentra el área de matemáticas. En su artículo 22 se enunciaron los objetivos específicos de la educación básica secundaria, a continuación se menciona dos de ellos en los que se encuentra relacionada la investigación:

El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos, de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana” y La comprensión de la dimensión práctica de los conocimientos teóricos, así como la dimensión teórica del conocimiento práctico y la capacidad para utilizarla en la solución de problemas;

El Decreto 1290 de abril 17 de 2009, define los propósitos de la evaluación institucional de los estudiantes, en la investigación la evaluación diagnóstica de los estudiantes del grado 9-3 le apuntó al siguiente propósito:

*“Suministrar información que permita implementar estrategias pedagógicas para apoyar a los estudiantes que presenten debilidades y desempeños superiores en su proceso formativo”*

Además, este decreto estableció la escala de valoración nacional para medir los desempeños de los estudiantes en las diferentes áreas del currículo con las siguientes categorías: Desempeño Superior, Desempeño Alto, Desempeño Básico y Desempeño Bajo. En la investigación, para medir el avance de los estudiantes en cuanto a las habilidades de interpretación y argumentación del proceso de comunicación, se analizó los productos terminados como: la prueba diagnóstica, la intervención en cuanto al protocolo y el consenso grupal, y la prueba final, teniendo en cuenta las categorías: Alto, Básico y Bajo que se describen más adelante en el capítulo de análisis.

Esta investigación está enmarcada en el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos establecidos en los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencia, los DBA y la Matriz de referencia de matemáticas en cuanto a describir, modelar y representar a través de registros verbales, gráficos y algebraicos situaciones problema de tipo económico con funciones lineales y exponenciales, relacionadas con el interés simple y compuesto. Cuya finalidad fue fortalecer el proceso de comunicación en las

habilidades de interpretación y argumentación en la medida en que los estudiantes expresaron, representaron, leyeron, escribieron, hablaron y escucharon sus ideas matemáticas sobre el proceso de resolución de problemas.

### 3. METODOLOGÍA

#### 3.1 ENFOQUE METODOLÓGICO

El proyecto se desarrolló desde un enfoque de tipo cualitativo, porque se pretendió:

Comprender y profundizar los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con el contexto, buscando de esta manera comprender la perspectiva de los participantes acerca de los fenómenos que los rodea y profundizar en sus experiencias, perspectivas, opiniones y significados.<sup>36</sup>

De esta manera, la investigación cualitativa permitió describir, comprender y explicar la incidencia del seguimiento de protocolos en el fortalecimiento de las habilidades de interpretación y argumentación al resolver problemas de tipo económico.

#### 3.2 DISEÑO METODOLÓGICO

En el presente estudio se utilizó como diseño metodológico la investigación acción, teniendo en cuenta a Tomas Alberich (2006)<sup>37</sup> quien la define como: “un método de estudio que busca tener resultados fiables y útiles para mejorar situaciones colectivas, basando la investigación en los participantes de los propios

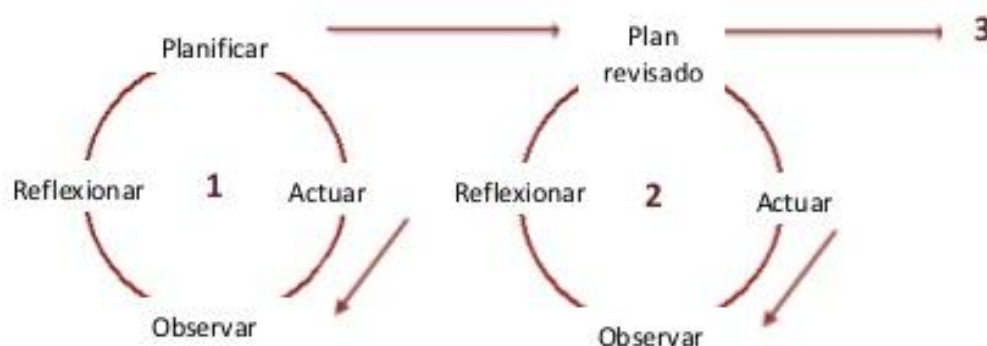
---

<sup>36</sup> MARTINO, Massiell, Investigación cualitativa según Sampieri, Collado y Lucio, 14 de febrero 2012. Disponible en: <me-todos.blogspot.com/2012/02/investigacion-cualitativa-segun.html>

<sup>37</sup> ALBERICH, Tomas. Investigación-acción participativa y mapas sociales. 2006, pág. 6. Disponible en: <file:///C:/Users/user/Downloads/IAP-y-Mapas-Sociales.pdf>

colectivos a investigar” y a J. Elliot (1993)<sup>38</sup> que se refiere a ella como: “una reflexión sobre las acciones humanas y las situaciones sociales vividas por el profesorado que tiene como objetivo ampliar la comprensión (diagnóstico) de los docentes de sus problemas prácticos. Las acciones van encaminadas a modificar la situación una vez que se logre una comprensión más profunda de los problemas” Bajo esta perspectiva, la investigación siguió el modelo propuesto por Elliot, quien toma como punto de partida el modelo cíclico de Lewin, ilustrado en el siguiente gráfico.

**Imagen 5. Ciclo de la investigación-acción por Lewin**



Fuente: ELLIOTT, Jhon. Citado por: RODRÍGUEZ, Sara y otros. Investigación Acción. pág. 12. Disponible en <<http://es.slideshare.net/40049216/inv-accion-trabajo>>. Propuesto por Lewin, 1946

En este modelo, se identifica una idea inicial, se reconoce la situación, se plantea un plan general, se desarrolla el primer paso de la acción, implementándola y supervisando la acción y sus efectos. Al finalizar el primer ciclo, se revisa la idea general que se refiere a la situación que se desea cambiar o mejorar y el plan propuesto para poder iniciar con el segundo paso de la acción, y así sucesivamente.

<sup>38</sup> ELLIOTT, Jhon. Citado por: RODRIGUEZ, Sara y otros. Investigación Acción. pág. 3. Disponible en <<http://es.slideshare.net/40049216/inv-accion-trabajo>>

### 3.3 DESCRIPCIÓN DEL PROCESO METODOLÓGICO.

Teniendo en cuenta el modelo de Elliot, la investigación se desarrolló en tres etapas: la primera, planificación en la cual se diseñó el diagnóstico, la Unidad didáctica y la prueba final; la segunda, acción o intervención en el aula, y por último, la reflexión que comprende la evaluación de la acción.

#### 3.3.1 Descripción de cada una de las etapas.

**ETAPA 1: Planificación.** La planificación del proceso se llevó a cabo en 4 momentos.

**Momento 1:** Documentación. En este momento se buscó realizar un análisis y revisión de documentos que sustentaran los aspectos a tener en cuenta en la elaboración de la prueba diagnóstica, la prueba final y el diseño de la estrategia didáctica que se deseaba aplicar.

**Momento 2:** Diseño del diagnóstico. Se diseñó un cuestionario para el grado noveno, donde se le informa al estudiante la finalidad de la prueba, sugiriéndole que exprese con libertad sus pensamientos, sentimientos, dudas y reflexiones, porque sus respuestas se usarán solo para fines investigativos.

La Prueba Diagnóstica se enfocó en evaluar dos habilidades del proceso de comunicación: la interpretación y la argumentación. La interpretación, requiere de la comprensión de datos para establecer relaciones entre ellos con sentido y significado al problema, y la argumentación, de las acciones y los razonamientos que el estudiante ejecuta para validar o refutar modelos, procedimientos y resultados expresándose en forma oral o escrita. Esta prueba consta de dos partes: La primera, constó de cinco situaciones sobre porcentajes y la segunda, de

un problema con seis ítems sobre aspectos relacionados con función lineal (ver anexo A1). Con el fin de evaluar aprendizajes previos sobre porcentajes, indispensables para abordar problemas de índole económico y determinar pre saberes en Función Lineal, tópico matemático a enseñar mediante problemas aplicados a la economía.

**La primera parte de la prueba diagnóstica** conformada por dos situaciones problema de pregunta cerrada y tres de pregunta abierta, buscó determinar la manera en que los estudiantes del grado 9-3 interpretaron problemas relacionados con el porcentaje de cantidades y cómo expresaron lo que pensaron e hicieron para obtener la solución, aspecto fundamental para identificar fallas en la argumentación de sus respuestas.

**La segunda parte de la prueba diagnóstica** tuvo como propósito identificar las dificultades que presentaron los estudiantes de 9-3 en el momento de analizar preguntas sobre aspectos básicos de la función lineal como: la dependencia de variables, la pendiente, el corte con el eje Y, el cálculo de variables y la representación gráfica.

**Momento 3:** Diseño de la unidad didáctica. A partir de los resultados obtenidos en la etapa de diagnóstico se diseñó una unidad didáctica con el fin de fortalecer en los estudiantes, las habilidades de la interpretación y argumentación en la resolución de problemas. La unidad está conformada por cinco sesiones (ver anexos B, C, D, E, F) donde cada una de ellas se basó en la estrategia Seguimiento de protocolos en sus tres etapas: la etapa inicial o elaboración del protocolo, la etapa intermedia dividida en dos partes: consenso grupal y plenaria, y la etapa de cierre o institucionalización del conocimiento. A continuación se nombran las sesiones y su contenido temático.

**Cuadro 1. Relación de las sesiones y su contenido temático.**

SESIONES	ACTIVIDADES	CONTENIDO TEMÁTICO
1° Sesión	Exploro con el ahorro de Santiago	Función (serie cuadrática)
2° Sesión	Analizo con Martha el Paga diario	Función lineal (interés simple)
3° Sesión	Ayudo a Nora a Decidir sobre el mejor crédito	Comparación de funciones lineales (interés simple)
	Autoevaluación	
4° Sesión	Analizo con Francisco el mejor tipo de ahorro para ganar dinero	Comparación de función lineal y función exponencial (interés simple compuesto)
5° Sesión	Escojo la mejor capitalización	Comparación de funciones exponenciales (interés compuesto)
	Autoevaluación	

Fuente: Elaborado por la profesora investigadora

De esta forma, la ejecución de la propuesta de investigación se estableció con una secuencia de actividades llamadas sesiones, en las que el seguimiento de protocolos será la clave para que el estudiante fortalezca las habilidades de interpretación y argumentación al resolver problemas de tipo económico. Finalizando la tercera y quinta sesión se realizó la autoevaluación de los estudiantes, con el fin de tener otro punto de vista sobre la incidencia de la estrategia. El esquema de cada sesión contó con un inicio, un desarrollo y un cierre.

**Inicio de la sesión:** La docente saludó y motivó a los estudiantes al trabajo de la sesión, presento material de apoyo en las sesiones 2 y 4 como lecturas o videos (ver anexos C1 y E1), dio a conocer el objetivo de cada sesión, especificó en qué consistían las actividades a realizar por parte de los estudiantes.

**Desarrollo de la sesión:** Se comenzó con la etapa inicial de la estrategia Seguimientos de protocolos donde el estudiante trabajó individualmente en el problema desarrollando el protocolo del proceso, en la resolución de un problema.

Luego, se realizó la etapa intermedia donde los estudiantes confrontaron sus ideas llegando a un consenso grupal que debían diligenciar, y finalmente se ejecutó la plenaria para clarificar las dudas y dificultades que aún persistían con el problema. En esta parte se obtuvieron dos evidencias escritas, una individual y la otra en grupo en cada sesión (ver anexos B1, B2, C1, C2, D1, D2, E1, E2, F1 Y F2).

**Cierre de la sesión:** Se ejecutó la etapa final de la estrategia, donde se institucionalizó el conocimiento matemático contenido en el problema, los estudiantes reflexionaron y sistematizaron los aprendizajes obtenidos, formalizándose en ellos el nuevo conocimiento.

**Momento 4:** Diseño de la prueba final. Se diseñó un cuestionario similar al diagnóstico, con el propósito de determinar si las dificultades que fueron identificadas en los estudiantes del grado 9-3 en cuanto a los aspectos de la función lineal, temática motivo de estudio, fueron superadas o si aún persisten, y evaluar la incidencia de la estrategia Seguimiento de protocolos en el fortalecimiento las habilidades de interpretación y argumentación.

**ETAPA 2: Intervención-Acción.** Durante esta etapa se realizó el proceso de observación. Se ejecutó durante el segundo semestre del 2016. Inició con la aplicación del diagnóstico, cuyos resultados permitieron el diseño y la implementación de una unidad didáctica que contribuyera a la superación de las dificultades identificadas en los estudiantes y a su vez en el fortalecimiento de las dos habilidades de estudio: la interpretación y la argumentación del proceso de comunicación. En el diseño e implementación de la unidad didáctica se tuvo en cuenta la estrategia Seguimiento de protocolos en las que se plantean tres etapas:

- Etapa inicial (trabajo individual): los estudiantes de manera individual resolvían un problema elaborando el protocolo del proceso.

- Etapa intermedia, Se dividió en dos partes: el consenso grupal y la plenaria general. En la primera parte (trabajo en pequeños grupos): los estudiantes discutían el contenido del protocolo, dando las respectivas justificaciones a las preguntas relacionadas con cada una de las cuatro fases de resolución, con el fin de llegar a un consenso sobre la manera de resolver correctamente el problema. En la segunda parte (socialización): los estudiantes organizados en grupos presentaban ante sus demás compañeros los consensos grupales y las dificultades que surgieron durante el proceso de resolución.
- Etapa de cierre (Institucionalización del contenido matemático): la profesora enfatizó en los aspectos más importantes que surgieron durante la etapa intermedia, explicó el conocimiento matemático inmerso en el problema de tipo económico y aclaró dudas al respecto.

Finalmente, se diseñó y se aplicó un cuestionario (prueba final) para analizar la incidencia de la estrategia Seguimiento de protocolos en los estudiantes con base en los resultados obtenidos. El análisis y los resultados correspondientes al diagnóstico, la prueba final y la unidad didáctica se presentan en forma detallada en el siguiente capítulo.

**ETAPA 3: Reflexión-Evaluación.** La evaluación se hizo en tres momentos: antes, durante y después de la intervención con el fin de llevar un registro a través de rúbricas, sobre los avances y dificultades en cuanto al desempeño de las habilidades de interpretación y argumentación en la resolución de problemas de tipo económico. Las rúbricas evaluativas se elaboraron teniendo en cuenta tres de los cuatro niveles de desempeño que propone el MEN para evaluar a los estudiantes, en el cumplimiento de objetivos. Los niveles que se tuvieron en cuenta para las dos habilidades de estudio son: Bajo, Básico y Alto.

La autoevaluación (reflexión) se realizó después de implementada la sesión 3 y la sesión 5 con el fin de hacer reflexionar al estudiante sobre el proceso llevado a cabo, para tomar consciencia sobre lo que han logrado y lo que le hace falta por mejorar en cuanto a las dos habilidades de estudio. Para esto, cada estudiante registró después de cada sesión en una rúbrica, el nivel que ellos sentían que alcanzaron en cada una de las habilidades, además de revisar su actitud frente al trabajo.

### **3.4 DESCRIPCIÓN DEL ESCENARIO Y LOS PARTICIPANTES**

**3.4.1 Población.** La investigación se desarrolló en la Institución Educativa Colegio Juan Cristóbal Martínez de carácter oficial del Municipio San Juan de Girón, la cual ofrece en su sede principal cobertura de la básica secundaria con enfoque académico y técnico comercial, para aproximadamente 1600 estudiantes en la jornada diurna y 300 estudiantes en la nocturna. La jornada diurna compuesta por las jornadas mañana y tarde, está dividida por grados de sexto a once. Para la realización del estudio se tuvo en cuenta una población de 210 estudiantes pertenecientes al grado noveno, con un nivel socioeconómico que está entre los niveles uno, dos y tres.

**3.4.2 Muestra.** Los participantes del estudio fueron 36 estudiantes del curso 9-3, quienes oscilan en las edades de 13 a 17 años, son 15 mujeres y 21 hombres; y la profesora investigadora. Los participantes se destacaron por ser jóvenes muy colaboradores, sencillos, que propenden por mantener una sana convivencia. El 40% de los estudiantes pertenecen a familias sostenidas y constituidas por un solo progenitor que trabajaba en la informalidad, lo que impide la permanencia en sus casas para formar, orientar y apoyar a sus hijos en las responsabilidades académicas y en los dilemas propios de la adolescencia.

### 3.5 PROCESO DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

Se presentan a continuación las técnicas e instrumentos necesarios en cada una de las fases del proceso investigativo.

#### 3.5.1 Técnicas e instrumentos de recolección de información

**Técnica:** Observación Participante. Para McKernan,<sup>39</sup> la observación participante es la práctica de hacer investigación tomando parte en la vida del grupo social o institución que se está investigando, es decir, el investigador es un miembro normal del grupo y se relaciona con las actividades, los acontecimientos, los comportamientos y la cultura de éste. Durante la investigación se utilizó este tipo de observación, la cual se centró en los comportamientos, actitudes, preguntas y respuestas de los estudiantes durante el período de intervención en el aula.

**Instrumento:** Diario de Campo. Elliott<sup>40</sup> considera que el diario de campo debe contener narraciones sobre las observaciones, sentimientos, reacciones, interpretaciones, reflexiones, corazonadas, hipótesis y explicaciones personales. Estas narraciones no sólo deben informar sobre los “hechos escuetos” de la situación, sino transmitir la sensación de estar participando en ellos. Durante todo el proceso de investigación, se utilizó este instrumento para registrar lo que ocurra en cada una de las sesiones programadas. Además se usó la videocámara para tener imágenes del trabajo realizado por los estudiantes en el aula.

**Técnica:** Cuestionario. Los cuestionarios son documentos específicos que permiten al investigador recoger la información y las opiniones que manifiestan las personas que los contestan. Con ellos se pueden recoger datos sobre actitudes,

---

<sup>39</sup> MCKERNAN, James. Investigación – acción y currículum. Madrid: Morata, 1996. pág. 84

<sup>40</sup> ELLIOTT, Jhon. “El cambio educativo desde la investigación – acción”. Madrid: Morata, 1991. pág. 98

creencias, comportamientos y estrategias de pensamiento para abordar un problema.

**Instrumento:** Protocolo de cuestionario. Con el fin de recoger la información necesaria para la investigación se diseñó dos cuestionarios uno como prueba diagnóstica y otro como prueba final. El primer cuestionario tuvo como finalidad ayudar a identificar las dificultades y fortalezas que poseen los estudiantes en el proceso de comunicación al resolver problemas de tipo económico en cuanto a las dos habilidades de estudio. Finalizada la intervención, se utilizó el segundo cuestionario para evaluar si las dificultades detectadas fueron superadas o se mantienen en los estudiantes, evaluando la incidencia de la unidad didáctica mediada por el Seguimiento de protocolos.

**Técnica:** Protocolos en la resolución de problemas. El protocolo es una técnica que permitió examinar a fondo el proceso de pensamiento matemático que realizaron los estudiantes al resolver problemas, al expresar el proceso que llevaron a cabo para la solución del problema, sentimientos y situaciones afectivas que han ido ocurriendo.

**Instrumento:** Seguimiento de protocolos. Primero, se debe diligenciar el protocolo del proceso detallando el procedimiento, la estrategia y la solución del problema, además de expresar sus emociones; segundo, análisis del protocolo en pequeños grupos para llegar a un consenso, y tercero, ejecutar la evaluación del proceso en una puesta en común o plenaria para ver otras posibles formas de proceder, que al contrastar ayudaran al objetivo.

**Técnica:** Análisis de documentos. Elliott, considera que los documentos pueden facilitar información importante sobre las cuestiones y problemas sometidos a investigar. Algunos de ellos pueden ser: programas y esquemas de trabajo; informes sobre el currículum de grupos y comisiones de trabajo de la escuela;

hojas de exámenes y pruebas utilizadas; fichas de trabajo y hojas de tareas, apartados utilizados de los libros de texto y muestras de trabajos escritos por estudiantes. En esta investigación el análisis de documentos fue fundamental para ir orientando el seguimiento y análisis de protocolos e ir fortaleciendo las habilidades de estudio, de acuerdo a las necesidades de los estudiantes.

**Instrumento:** La rúbrica<sup>41</sup>. La rúbrica son guías de puntaje que permiten describir a través de un conjunto de indicadores, el grado en el cual un estudiante está ejecutando un proceso o un producto. Permite evaluar niveles progresivos de competencia y cómo el estudiante transita de un nivel a otro. Los distintos niveles de desempeños pueden ir desde los más básicos hasta los más elevados, pasando por niveles intermedios, son por tanto un excelente recurso para la evaluación formativa y formadora.

En la investigación se diseñaron dos rúbricas que se utilizaron para evaluar la primera y segunda parte de la prueba diagnóstica y la prueba final (ver anexo I).

### 3.6 CRITERIOS ÉTICOS.

Según Mckernan,<sup>42</sup> constata que toda investigación debe contar con criterios éticos, para mantener su objetividad, para ello esta investigación se basa en los siguientes:

- Todos los afectados por un estudio de investigación – acción tienen derecho a ser informados, comunicados y aconsejados, acerca del objeto de investigación.

---

<sup>41</sup> DÍAZ B., Frida. HERNÁNDEZ R., Gerardo. “Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista”. Tercera edición. México: McGraw Hill. 2010.

<sup>42</sup> MACKERNAN, Óp. Cit. pág. 252.

- La investigación acción debe obtener el permiso de los administrativos, padres de familia y otros implicados.
- El investigador es el responsable de la confidencialidad de los datos.
- Los investigadores están obligados a llevar un registro de la investigación para que cualquier persona que los solicite tenga constancia de estos.
- El investigador debe informar al director del proyecto periódicamente el avance del proceso.
- El investigador tiene el derecho de comunicar el proyecto completo.

A continuación, se presenta una evidencia ética que se tuvo en cuenta en la investigación, como fue el consentimiento informado a los padres de familia donde se especificó el objeto de estudio y se solicitó el permiso para que sus hijos (los estudiantes del grado 9-3) participaran.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO JUAN CRITÓBAL MARTÍNEZ

PROGRAMA DE BECAS A LA EXCELENCIA DOCENTE MEN-UIS

PROGRAMA DE MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

**CONSENTIMIENTO INFORMADO**

Mediante la firma de este documento, doy mi consentimiento para que mi hijo(a) \_\_\_\_\_ menor de edad, identificado con Tarjeta de Identidad número \_\_\_\_\_, de quien soy su representante legal, participe en el trabajo de investigación : **“PROCESO DE COMUNICACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ENFOQUE ECONÓMICO A TRAVÉS DEL SEGUIMIENTO Y ANÁLISIS DE PROTOCOLOS EN ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO DE UNA INSTITUCIÓN PÚBLICA EN SAN JUAN GIRÓN”** aplicado por la docente **MÓNICA ALEYDA ADARME BARAJAS**, como requisito para obtener su título de **MAGISTER EN PEDAGOGÍA** de la **UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER**.

Del mismo modo autorizo para que la información y producción de mi hijo(a) en cada una de las actividades planeadas por la docente pueda ser utilizada y analizada en los fines pertinentes de la investigación, así como evidencia del trabajo realizado.

La información obtenida a través de cuestionarios, grabaciones en video, fotografías de las actividades, etc. será mantenida bajo estricta confidencialidad y en el informe final, su nombre no será utilizado. El estudio no conlleva ningún riesgo ni recibe ningún beneficio económico. Si tiene alguna pregunta al respecto se puede comunicar con la docente al número 3166260623 o bien asistir al colegio según el horario de atención a padres de familia, el cual se puede consultar en la página web del colegio (<http://www.juancrismar.edu.co>).

\_\_\_\_\_  
Nombre del Padre de familia

\_\_\_\_\_  
Número de documento

\_\_\_\_\_  
Firma

\_\_\_\_\_  
Nombre de la Madre de familia

\_\_\_\_\_  
Número de documento

\_\_\_\_\_  
Firma

(Ver Anexo K).

## **4. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN: “EL BUEN MANEJO DEL DINERO”**

### **4.1 LA UNIDAD DIDÁCTICA**

En la intervención de aula se implementó una unidad didáctica con el fin de fortalecer en los estudiantes las habilidades de la interpretación y argumentación en la resolución de problemas. La unidad está conformada por cinco sesiones (ver anexos B, C, D, E, F) donde cada una de ellas se basó en la estrategia del seguimiento de protocolos en la que se establecen tres etapas: etapa inicial o elaboración del protocolo, etapa intermedia de trabajo en grupo y plenaria, y etapa de cierre o institucionalización de procesos por parte de la profesora. A continuación se presenta la descripción de la unidad didáctica (UD) teniendo en cuenta la perspectiva de Manuel Área (1993)<sup>43</sup>, quien propone organizar la unidad en cuatro partes: planificación general de la UD, el desarrollo, la evaluación y elaboración de un informe de cada actividad

### **4.2 DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA UNIDAD DIDÁCTICA (UD).**

En el cuadro 2, se presenta el resumen sobre la organización general la UD, especificando el título, el objetivo, los contenidos, la metodología, los productos académicos, la evaluación del aprendizaje y los referentes teóricos.

---

<sup>43</sup> ÁREA M. Óp. Cit. pág. 31.

**Cuadro 2. Descripción general de la Unidad Didáctica (UD)**

TÍTULO	EL BUEN MANEJO DEL DINERO
Resultados esperados relación con el aprendizaje de los estudiantes	<p><b>Objetivo:</b> A través de la implementación de la unidad didáctica se esperaba fortalecer el proceso de comunicación, específicamente en las habilidades de interpretación y argumentación, en la resolución de problemas de tipo económico que contribuyen al desarrollo del pensamiento variacional y la educación financiera de los estudiantes.</p>
Contenidos que van a ser trabajados con los estudiantes	<p><b>Conceptuales:</b> Porcentaje, función lineal (interés simple) y función exponencial (interés compuesto).</p> <p><b>Procedimentales:</b> elaboración de protocolos y consenso grupal.</p> <p><b>Actitudinales:</b> Sentimientos producidos en la elaboración de protocolos.</p>
Modelo didáctico, actividades por sesión y organización del entorno de aprendizaje	<p><b>Metodología:</b> En cada sesión se resolvió y analizó un problema en tres etapas según el modelo didáctico del seguimiento de protocolos, que corresponde al trabajo: individual, grupal y de cierre.</p> <p>La primera sesión está enfocada a la comprensión del enunciado y gráficos de un problema donde se analiza el cambio en una secuencia de datos. Además de familiarizar al estudiante con la estrategia didáctica.</p> <p><b>Función (serie geométrica)</b> Sesión 1: problema #1</p> <p>Las siguientes sesiones están orientadas a la descripción y análisis de problemas de tipo económico donde se analiza la variación del interés simple (sesiones 2 y 3) y del interés compuesto (sesiones 4 y 5).</p> <p><b>Función lineal</b> Sesión 2: problema #2 Sesión 3 : problema #3</p> <p><b>Función exponencial</b> Sesión 4: problema #4 Sesión 5 : problema #5</p> <p>El tiempo empleado en el desarrollo de la UD fue de dos meses que corresponden a 32 horas de clase, con una frecuencia semanal de 4 horas.</p>

TÍTULO	EL BUEN MANEJO DEL DINERO
Productos académicos y ritual de cierre en cada sesión.	Elaboración del protocolo del proceso en la resolución de cada problema. Elaboración del consenso grupal. Plenaria.
Evaluación del aprendizaje	Autoevaluación: se realizó después de la sesión 3 y 5. Coevaluación: se realizó en la etapa intermedia de cada sesión. Heteroevaluación: se realizó en la etapa de cierre de cada sesión
Referentes teóricos de enfoque metodológico, pedagógico y/o didáctico.	Fases de Polya sobre la resolución de problemas. Miguel De Guzmán sobre el modelo didáctico de seguimiento de protocolos. The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), Lineamientos curriculares y Estándares Básicos propuestos por el MEN sobre proceso de comunicación, la resolución de problemas y el pensamiento variacional.

### 4.3 PLANIFICACIÓN Y DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES EN CADA SESIÓN.

#### 4.3.1 Sesión 1: Exploro con el ahorro de Santiago


**Objetivo:** Favorecer en los estudiantes la comprensión de enunciados y gráficos importantes en el estudio de problemas de tipo económico y familiarizarlos con la estrategia didáctica, ajustando aspectos para las próximas sesiones.

#### **ETAPA INICIAL. Elaboración de protocolos. (Duración 2 horas)**

Se presentó el problema #1 sobre el ahorro de monedas que se organizaron a través de una serie geométrica, en la cual los estudiantes en forma individual debían elaborar su protocolo, es decir, analizar y contestar una serie de preguntas en cada una de las fases (familiarización, establecer un plan, ejecución del plan y verificación), contenidas en un cuestionario, donde expresaban por escrito lo que interpretaron del problema, lo que pensaron e hicieron para solucionarlo, además seleccionaron emoticones, que reflejaran el estado de ánimo por el que pasaron

durante el proceso de resolución. La profesora en esta etapa fue una observadora, registró en su diario de campo lo que comunicaban los estudiantes.

**Situación Problemática:** Santiago ahorró en una alcancía un mismo tipo de moneda. Al contarlas las organizó de la siguiente manera:



Si el total de monedas que Santiago ahorró le alcanzan para armar hasta la décima novena figura de esta serie y le sobran treinta monedas ¿Cuántas monedas tiene Santiago? Si las monedas son de \$500 pesos ¿cuánto dinero ahorró Santiago?

Siguiendo las fases de resolución del problema, en **la interpretación** se esperaba que el estudiante estableciera relaciones entre la posición y el número de monedas por ejemplo: la relación idéntica entre la posición y el número de monedas en la base de cada figura (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), ..., (x, x). Comprender la relación cuadrática entre la posición y el número total de monedas de cada figura (1,1), (2,4), (3,9), (4,16), ..., (x, x<sup>2</sup>). También podría interpretar cada número cuadrado de monedas como la suma de un número impar de monedas:

$$\begin{aligned}
 1^2 &= 1 \\
 2^2 &= 4 = 1 + 3 \\
 3^2 &= 9 = 1 + 3 + 5 \\
 4^2 &= 16 = 1 + 3 + 5 + 7 \\
 &\vdots \\
 19^2 &= 361 = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 37 = \sum_{i=1}^{19} 2i - 1
 \end{aligned}$$

Para obtener el total de monedas se debe sumar los primeros 19 números cuadrados más 30 monedas que le sobraron.

En la fase de **concretar el plan** el estudiante podía usar alguna de las siguientes estrategias:

**Representaciones gráficas:** El estudiante podía completar la serie con dibujos, figuras o esquemas, hasta la posición decima novena de la serie y al final sumarle las 30 monedas que sobraron para encontrar la solución a cada pregunta.

**Particularizar y generalizar:** El estudiante podía concentrar su atención en lo particular del comportamiento de la posición y números de monedas en cada figura e ir organizando su pensamiento para llegar a una generalización de los mismos. Se debe proponer a los estudiantes usar el álgebra con el fin de comunicar en forma rápida y elegante lo que se está pensando.

$$1 + 4 + 9 + 16 + \dots + n^2 = \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \text{ siendo } n \text{ la posición de la figura.}$$

En la **ejecución del plan** el estudiante debía ejecutar lo que pensó y resolver el problema por ejemplo puede realizar la suma de los primeros diecinueve números cuadrados y agregarle las 30 monedas que le sobraron a Santiago así:

$$1+4+9+16+25+36+49+64+81+100+121+144+169+196+225+256+289+324+361=2.470 +30 = 2.500. \text{ Interpretando en la generalización tenemos:}$$

$$\frac{x(x+1)(2x+1)}{6} = \frac{19(20)(39)}{6} = 2.470 + 30 = 2.500$$

Al responder la pregunta ¿Cuántas monedas ahorró Santiago? Los estudiantes debían encontrar un total de 2.500 monedas. Las cuales se le pregunta si podía armar una sola figura de la serie con todas ellas, el estudiante debía lograr precisar que este resultado es a la vez un número cuadrado por tanto se puede formar una figura de la serie cuya base es de 50 monedas.

Por otra parte, el problema informaba que la moneda es de \$500 y pregunta ¿cuánto dinero realmente ahorró Santiago? el estudiante debía reconocer la necesidad de una multiplicación entre el total de monedas y el valor de cada moneda para concluir que Santiago ahorró \$1.250.000

En **la verificación** el estudiante revisaba nuevamente el proceso y comprobaba si lo que halló correspondía a las condiciones del problema.

### **ETAPA INTERMEDIA. (Duración 2 horas).**

Se dividió en dos: la primera parte, fue la elaboración de consensos grupales y la segunda parte, la plenaria general.

#### **Elaboración del consenso grupal.**

Correspondía a la socialización en pequeños grupos dispuestos por la profesora, con el fin de comunicar en forma oral y escrita los protocolos, que realizaron los estudiantes para establecer la solución del problema. Cada estudiante hizo comparaciones entre su forma de proceder y las escuchadas, examinaron cómo y por qué se llegó a esa solución o bien cómo y por qué no se logró resolver, donde estuvieron los aciertos y donde los errores, en qué etapa del proceso quedó cada uno con respecto al grupo. Con el fin de elaborar por escrito un consenso grupal sobre el proceso de resolución del problema para llevarlo a plenaria.

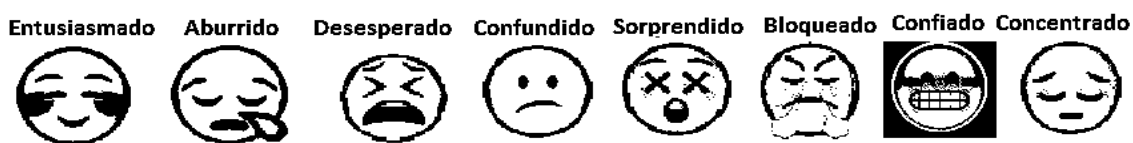
## Plenaria

Es la socialización por equipos, la profesora como observadora y orientadora del proceso insistía, cada vez que tenía la oportunidad de hacerlo, para que los estudiantes comunicaran lo que interpretaron, argumentaran lo que pensaron e hicieron durante el consenso grupal con el fin de evaluar las virtudes y errores, durante la resolución del problema.

## ETAPA DE CIERRE. (Duración 2 horas).

La profesora retroalimentaba los procesos que surgieron en la resolución del problema, aclaraba dudas y respondía preguntas para que se institucionalizara el contenido matemático entre la posición y el número de monedas, a través de diversas representaciones como la gráfica y la algebraica.

**Evaluación.** La profesora revisó los apuntes en el diario de campo sobre los aspectos importantes que observó y los complementó con la información recibida por parte de los estudiantes al terminar el trabajo individual y grupal incluyendo el sentimiento o estado de ánimo que marcaron con ayuda de los siguientes emoticones:



### 4.3.2 Sesión 2: Análisis con Martha el paga diario

**Objetivo:** Describir y analizar el comportamiento del crédito informal “Paga diario” que presta a interés simple modelado por la función lineal, a través de diferentes representaciones.

### **ETAPA INICIAL. (Duración 2 horas).**

En la sesión 2 la etapa inicial se dividió en dos partes, la primera es una actividad introductoria para contextualizar a los estudiantes con conceptos básicos del estudio de créditos como son el valor futuro, el valor presente y el interés. La segunda parte consiste en la elaboración de protocolos en la resolución del problema en forma individual.

#### **Actividad introductoria.**

El estudiante realizó la lectura inicial “El valor del dinero en el tiempo” y analizó dos videos recuperados en internet: <https://www.youtube.com/watch?v=CXwXp6i8qT0> y <https://www.youtube.com/watch?v=zcljzr6OQA8>, para justificar por qué en cualquier sistema económico el valor del dinero cambia con el tiempo.

#### **Elaboración de protocolos**

Se planteó el problema #2, sobre el crédito informal ilegal que ha tomado fuerza en Colombia, por ser de fácil acceso al dinero sin importar el sobrecosto en los intereses, como lo es el Paga diario. Los estudiantes en forma individual debían elaborar su protocolo, es decir, analizar y contestar una serie de preguntas en cada una de las fases (familiarización, establecer un plan, ejecución del plan y verificación), contenidas en un cuestionario, donde expresaron por escrito lo que interpretaron del problema, lo que pensaron e hicieron para solucionarlo, seleccionaron emoticones para reflejar el estado de ánimo durante el proceso de resolución. La profesora registró en su diario lo que observó y comunicaron los estudiantes.

**Situación problema:**

Martha tiene una urgencia de dinero. Un Paga diario le ofrece un préstamo por un valor de \$200.000 hasta seis meses con una tasa de interés simple constante mensual. Al cabo de dos meses (60 días) Martha cancelaría \$240.000. Ayuda a Martha a encontrar la expresión matemática que relaciona la variación de dinero que pagaría con respecto al tiempo, analizar el préstamo diario y determinar si esta forma de préstamo es conveniente o no.

Siguiendo las fases de resolución del problema, en **la familiarización del problema** se esperaba que el estudiante comprendiera la situación, encontrara relaciones entre los datos y de estos, con la información de la lectura y los videos sobre el valor presente, el valor futuro y el interés simple. En **elaborar un plan** se esperaba que el estudiante expresara como calcular los montos mensuales y diarios de dinero o valor futuro que pagaría Martha a través de una relación matemática.

En **la ejecución del plan** se esperaba que el estudiante completara la tabla de valores correspondiente al valor presente, el interés simple mensual y acumulado, el valor futuro y el pago diario que pagará Martha en cualquier mes. Para esto podía usar las siguientes estrategias:

**Por inducción:** los estudiantes podrían pensar resolver el problema inductivamente, es decir de lo particular a lo general, comprender la relación de los datos suministrados, establecer otras relaciones haciendo el listado del dinero que debería cancelar Martha respecto al tiempo, y poder concretar el patrón o relación matemática que le permitiera generalizar ese comportamiento, así:

**Préstamo** = \$200.000 **interés** (fijos por mes) = \$20.000 **Tiempo:** De 1 a 6 meses

<b>Mes:</b>	1	2	3	4	5	6
<b>Dinero:</b>	\$220.000	\$240.000	\$260.000	\$280.000	\$300.000	\$320.000

Relación establecida: Dinero = préstamo + interés mensual \* (tiempo)

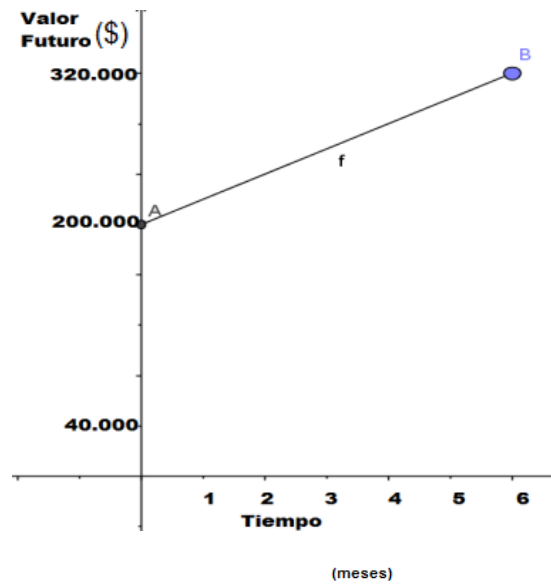
Asignando variables  $y$ =dinero y  $x$ = tiempo en meses, quedará  $y = 200.000 + 20.000(x)$

Teniendo en cuenta la información inicial de lectura y videos  $F$  (valor futuro),  $P$  (valor presente) y  $I$  (interés mensual por tiempo) la relación quedaría:  $F = P + I$

**Analogías:** El estudiante podía relacionar la situación con algún problema parecido o similar que hubiera resuelto por ejemplo problemas de proporcionalidad directa estableciendo la regla de tres, entre el interés que debía pagar Martha y el tiempo que solicitaría el préstamo así:

<table border="1"> <thead> <tr> <th>Interés (\$)</th> <th>Tiempo (meses)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>\$40.000</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>X</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>x = \frac{\\$40.000(1)}{2} = \\$20.000</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Es decir que el incremento de dinero a pagar por el préstamo de \$200.000 es de \$20.000 mensual.</p>	Interés (\$)	Tiempo (meses)	\$40.000	2	X	1	$x = \frac{\$40.000(1)}{2} = \$20.000$		<p>Por tanto podría resolverlo encontrando las relaciones de valores futuros mensuales</p> <p>1° mes <math>F = 200.000 + 20.000(1) = 220.000</math>  2° mes <math>F = 200.000 + 20.000(2) = 240.000</math>  3° mes <math>F = 200.000 + 20.000(3) = 260.000</math></p> <p>Podría calcular otras cantidades de las magnitudes que presenta la situación y así lograr establecer la relación matemática de la variación de dinero que pagaría con respecto al tiempo:</p> $F = 200.000 + 20.000(t)$
Interés (\$)	Tiempo (meses)								
\$40.000	2								
X	1								
$x = \frac{\$40.000(1)}{2} = \$20.000$									

Como propósito del pensamiento variacional, se requería que el estudiante visualizara diversas formas de interpretar la misma situación: en forma verbal, gráfica y algebraica, para que analizara el cambio y la variación de los datos del problema. Por lo tanto, se presentó tres representaciones lineales en la que se esperaba que el estudiante seleccionara y argumentara la gráfica correcta, relacionando los valores futuros y el tiempo en la tabla de valores. Además se pedía que determinara las variables dependiente e independiente, el dominio y el rango.



El cuestionario presentó una serie de preguntas con el fin de que el estudiante reflexionara cada vez más en la situación problema. En la pregunta ¿Cuánto paga Martha en un mes por cada \$100? el estudiante podía determinar la tasa de interés, sin saberlo, al usar fracciones equivalentes:

$$\frac{20.000}{200.000} = \frac{20}{200} = \frac{10}{100} = 10\% = 0,1$$

El cuestionario le informó al estudiante que ese valor que halló se conoce como tasa de interés y se representa por  $(i)$ , que corresponde al cociente entre el interés mensual y el valor presente por tiempo  $(i = \frac{I}{Pt})$ . Le pedía que sustituyera en la ecuación los valores  $I, P$  y  $t$  correspondientes a interés por mes, valor presente y tiempo, con el fin de verificar la tasa de interés fija en cualquier tiempo y argumentara lo que observa.

$$\frac{40.000}{200.000(2)} = \frac{1}{10} = 0,1 = 10\%$$

$$\frac{60.000}{200.000(3)} = \frac{1}{10} = 0,1 = 10\%$$

Según lo anterior el estudiante podrá observar que la tasa de interés es un valor fijo, y que al sustituirlo en la relación matemática  $F = P + I$  que el halló anteriormente, donde  $(I = iPt)$ , la variación de dinero que Martha pagaría con respecto al tiempo sería:

$$F = P + iPt$$
$$F = 200.000 + (200.000 * 0,1 * t)$$

Obteniendo la expresión matemática:  $F = 200.000 + 20.000(t)$

En **la verificación** el estudiante revisaba nuevamente el proceso para comprobar si lo que halló corresponde a las condiciones del problema. En el cuestionario le indicó que validara con algunos datos la expresión matemática que obtuvo, además se le solicitó determinar otros valores futuros y analizara si el Paga diario es conveniente o no a mayor tiempo.

#### **ETAPA INTERMEDIA. (Duración 2 horas).**

Se conformó por dos partes, la elaboración de consensos grupales y la plenaria general.

#### **Elaboración del consenso grupal.**

En pequeños grupos, se socializó los protocolos que realizaron los estudiantes para obtener la posible solución del problema. Cada estudiante hizo comparaciones entre sus procedimientos y los de sus compañeros, analizaron cómo y por qué se llegó a esa solución o por qué no se logró resolver, determinaron sus aciertos, dificultades y observaron en qué etapa del proceso quedó cada uno con respecto al grupo. Finalmente, elaboraron por escrito el consenso grupal sobre el proceso de resolución del problema para socializarlo en plenaria.

## **Plenaria**

Se socializaron los consensos grupales por equipos, para evaluar las virtudes y errores que aún mantenían los estudiantes en la resolución del problema. La profesora observó, orientó el proceso e insistió a los estudiantes para que participaran, comunicando lo que habían interpretado, expresaran lo que pensaron e hicieron.

## **ETAPA DE CIERRE. (Duración 2 horas).**

La profesora enfatizó en los aspectos más importantes como las estrategias de solución, orientó el conocimiento matemático inmerso en el problema de tipo económico que es modelado a través de una función lineal, se analizaron aspectos de la función como la dependencia entre variables, el dominio, el rango, la representación en el plano cartesiano y la representación algebraica. Destacó la importancia de seguir participando activamente en el proceso de comunicación para conseguir verdaderos aprendizajes.

**Evaluación.** La profesora analizó aspectos importantes que observó y registró en el diario de campo, los complementó con la información obtenida de los estudiantes al terminar el trabajo individual y grupal incluyendo los estados de ánimo que marcaron con ayuda de emoticones que se ilustraron en la sesión anterior.

### **4.3.3 Sesión 3: Decido tomar un crédito**

**Objetivo:** Describir y analizar el comportamiento de dos entidades financieras que ofrecían créditos a interés simple modelados por funciones lineales para la toma de decisiones respecto a la mejor opción.

### **ETAPA INICIAL. Elaboración del protocolo. (Duración 2 horas).**

El estudiante trabajó en forma individual en la solución del problema #3, el cual presentó dos opciones de créditos a interés simple. Elaboró su protocolo, registrando lo que pensó e hizo y los sentimientos que le produjo la resolución del problema a través de un cuestionario con preguntas en cada una de las fases (familiarización, establecer un plan, ejecución del plan y verificación). La profesora observó continuamente el trabajo y registró aspectos importantes en su diario de campo.

#### **Situación Problema:**

Nora desea solicitar un préstamo para remodelar los baños de su casa, el arreglo cuesta \$2.000.000. Consulta en las entidades económicas solidarias: FEE y FOM del fondo de empleados del estado. Ambas entidades prestan a interés simple hasta por 5 años a sus socios. Nora es socia de la entidad FEE y su esposo de la entidad FOM. La entidad FEE presta con un porcentaje de interés del 18% anual. La entidad FOM presta con un porcentaje de interés del 12% anual y cobran \$300.000 por el estudio del crédito. ¿En qué lapso de tiempo es mejor solicitar el crédito según la entidad?

Siguiendo las fases de resolución del problema, en **la familiarización del problema** se esperaba que el estudiante comprendiera la situación, describiera con sus palabras el problema, identificara palabras o frases que no entendiera, reconociera los datos conocidos con los desconocidos y expresara como se relacionaba, teniendo en cuenta el valor presente, el valor futuro y el interés simple.

En **elaborar un plan** se esperaba que el estudiante describiera el paso a paso que utilizaría para solucionar el problema y decidiera cuál de las dos entidades conviene para la solicitud del crédito.

En **la ejecución del plan** se esperaba que el estudiante ejecutara lo que pensó en relación al valor presente, el interés simple mensual y acumulado, el valor futuro para analizar la mejor opción de crédito durante los cinco años, además llegara a

determinar en qué año las dos entidades cobran lo mismo, para esto podía usar las siguientes estrategias:

**Particularizar y generalizar:** los estudiantes podrían pensar resolver el problema inductivamente, es decir de lo particular a lo general, sin recurrir a la memoria comprendiendo la relación de los datos suministrados, establecer otras relaciones haciendo el listado del dinero que debería cancelar Nora respecto al tiempo, calculando inicialmente el interés anual en cada una de las entidades FEE y FOM y establecer finalmente relación matemática que le permitiera generalizar ese comportamiento, así:

ENTIDAD FEE					
<b>V. Presente=</b> \$2.000.000 <b>interés</b> (18% anual) = \$360.000 <b>Tiempo:</b> De 1 a 5 años					
<b>Año:</b>	1	2	3	4	5
<b>Interese:</b>	\$360.000	\$720.000	\$1.080.000	\$1.440.000	\$1.800.000
<b>Presente:</b>	\$2.000.000	\$2.000.000	\$2.000.000	\$2.000.000	\$2.000.000
<b>V. futuro:</b>	\$2.360.000	\$2.720.000	\$3.080.000	\$3.440.000	\$3.800.000
Relación establecida: Futuro = Presente + interés anual * (tiempo)					
Asignando variables $y$ =Futuro y $x$ = tiempo anual, quedará $y = 2.000.000 + 360.000(x)$					
ENTIDAD FOM					
<b>V. Presente=</b> \$2.000.000 <b>interés</b> (12% anual) = \$240.000 <b>Tiempo:</b> De 1 a 5 años					
<b>Estudio de crédito=</b> \$300.000, que se cobra una sola vez por crédito					
<b>V. Presente=</b> \$2.300.000 incluyendo el estudio del crédito					
<b>Año:</b>	1	2	3	4	5
<b>Interese:</b>	\$240.000	\$480.000	\$720.000	\$960.000	\$1.200.000
<b>Presente:</b>	\$2.300.000	\$2.300.000	\$2.300.000	\$2.300.000	\$2.300.000
<b>V. futuro:</b>	\$2.540.000	\$2.780.000	\$3.020.000	\$3.260.000	\$3.500.000
Relación establecida: Futuro = (Presente + Estudio de crédito) + interés anual * (tiempo)					
Asignando variables $y$ =Futuro y $x$ = tiempo anual, quedará $y = 2.300.000 + 360.000(x)$					

**Hacer una representación gráfica:** Los estudiantes podían elaborar en el plano cartesiano el valor del dinero que pagaría Nora a través de la representación lineal de ambas entidades con el fin comprender mejor la situación y establecer comparaciones entre ellas para tener mejores argumentos en la toma de decisiones.

**Usar una fórmula:** Los estudiante podían resolver el problema usando la fórmula del interés simple si se sienten cómodos con el uso y su aplicación a situaciones de interés constante con respecto al tiempo, es importante que el estudiante comprendiera la transferencia del lenguaje natural al algebraico y viceversa, al relacionar los datos del problema, con lo que se busca y revisar cuidadosamente el proceso para llegar con éxito a la solución.

Entidad FEE	Entidad FOM
<p style="text-align: center;">Datos conocidos</p> <p><b>V. Presente=</b> \$2.000.000</p> <p><b>Tiempo:</b> De 1 a 5 años.</p> <p><b>Porcentaje de interés anual:</b> 18%</p>	<p style="text-align: center;">Datos conocidos</p> <p><b>V. Presente=</b> \$2.000.000</p> <p><b>Tiempo:</b> De 1 a 5 años</p> <p><b>Estudio de crédito=</b> \$300.000, que se cobra una sola vez por crédito</p> <p><b>V. Presente=</b> \$2.300.000 incluyendo el estudio del crédito</p> <p><b>Porcentaje de interés anual:</b> 12%</p>

Entidad FEE	Entidad FOM
Datos desconocidos	Datos desconocidos
<b>Tasa de interés (i)</b>	<b>Tasa de interés (i)</b>
<b>Interés acumulado (I)</b>	<b>Interés acumulado (I)</b>
<b>Valor futuro a 5 años (F)</b>	<b>Valor futuro a 5 años (F)</b>
Se necesita determinar la tasa de interés $i = \frac{18\%}{100} = 0,18$	Se necesita determinar la tasa de interés $i = \frac{12\%}{100} = 0,12$
Usa la fórmula de interés simple	Usa la fórmula de interés simple
$I = i * P * t$ , para calcular el interés acumulado a 5 años.	$I = i * P * t$ , para calcular el interés acumulado a 5 años.
$I = i * P * t$	$I = i * P * t$
$I = (0,18) * 2.000.000 * (5)$	$I = (0,12) * 2.000.000 * (5)$
$I = 1.800.000$	$I = 1.200.000$
Se calcula el valor futuro.	Se calcula el valor futuro con el valor presente que incluye el estudio del crédito
$F = P + I$	$F = P + I$
$F = 2.000.000 + 1.800.000$	$F = 2.300.000 + 1.200.000$
$F = 3.800.000$	$F = 3.500.000$

En la **verificación** el estudiante revisó nuevamente el proceso para determinar si lo que halló corresponde a las condiciones del problema, para ello se pide al estudiante que realice las gráficas en el plano cartesiano de las funciones que modelan a las entidades financieras FEE y FOM y responda otras preguntas relacionadas con lo que observa para evidenciar el nivel de interpretación y argumentación de la situación.

### **ETAPA INTERMEDIA. (Duración 2 horas).**

Comprendió dos partes: la primera, fue la elaboración de consensos grupales y la segunda, la plenaria general.

#### **Elaboración del consenso grupal.**

Se realizó la socialización de los protocolos, con los mismos estudiantes que conformaron los grupos en la sesión anterior, comunicaron en forma oral y escrita la solución del problema. Cada estudiante hizo sus propias comparaciones entre las diferentes formas de proceder ante un mismo problema, examinaron cómo y por qué se llegó a esa solución o bien cómo y por qué no se logró resolver, donde estuvieron los aciertos y donde los errores, en qué etapa del proceso quedó cada uno con respecto al grupo. Con el fin de elaborar por escrito un consenso grupal sobre el proceso de resolución del problema para llevarlo a plenaria.

#### **Plenaria**

Fue el espacio de socialización por equipos, la profesora como observadora y orientadora del proceso, insistía a los diferentes grupos de estudiantes la importancia de participar comunicando sus ideas al interpretar y argumentar lo que pensaron e hicieron durante el consenso, para destacar las virtudes, analizar los errores cometidos en la resolución del problema y conseguir verdaderos aprendizajes.

### **ETAPA DE CIERRE. (Duración 1 horas).**

La profesora enfatizó en los aspectos más importantes relacionados con la comprensión del problema, las estrategias de solución, los modelos lineales de ambas entidades financieras FEE y FOM, la dependencia de las variables, el dominio, el rango, la representación en el plano cartesiano y la representación algebraica.

**Evaluación.** La profesora analizó los apuntes en el diario de campo sobre los aspectos importantes que observó y los contrastó con la información que comparten los estudiantes al terminar el trabajo individual y grupal incluyendo los estados de ánimo que marcaron con ayuda de los emoticones.

### **PRIMERA AUTOEVALUACIÓN (1 hora)**

El 13 de Noviembre de 2016 se realizó la primera autoevaluación correspondiente a las tres primeras sesiones (ver anexo G1). A cada estudiante se le entregó una rejilla donde registraban, después de finalizadas las sesiones 1, 2 y 3, el nivel de desempeño que ellos consideraron, habían logrado en cuanto al desarrollo de sus habilidades de interpretación y argumentación en la resolución del problema y la actitud frente al trabajo desarrollado, con el fin de escribir algunas observaciones sobre lo que debían mejorar.

#### **4.3.4 Sesión 4: Análisis con Francisco el mejor tipo de ahorro**

**Objetivo:** Comprender el proceso de capitalización al analizar similitudes y diferencias de la información ofrecida por dos entidades financieras, que pagaban una a interés simple y la otra a interés compuesto por peso ahorrado, a través de diferentes representaciones.

#### **ETAPA INICIAL. (Duración 2 horas).**

En la sesión 4 la etapa inicial se dividió en dos partes, la primera es una actividad introductoria para contextualizar a los estudiantes con conceptos básicos del ahorro como son: el saldo (valor futuro), el capital ahorrado (valor presente), el interés compuesto y su proceso de capitalización. La segunda parte consistió en la comprensión de la información del problema resuelto, sobre el valor del dinero con respecto al tiempo, donde el estudiante debía en forma individual elaborar su protocolo al responder una serie de preguntas en relación a cada una de las fases

(familiarización, establecer un plan, ejecución del plan y verificación). La profesora fue un observador del proceso y tomó nota en su diario de Campo.

### **Actividad introductoria**

El estudiante observó el video: “Introducción a los conceptos de interés simple y compuesto” encontrado en: [https://www.youtube.com/watch?v=xaBD3oU3\\_Wk](https://www.youtube.com/watch?v=xaBD3oU3_Wk) cuya información sobre el valor presente, el valor futuro, el interés en un proceso de capitalización, que le ayudaría a determinar el valor de verdad de las siguientes cuatro preguntas, argumentando sus respuestas.

- a) El capital ahorrado a interés simple **No** se mantiene constante en cada periodo de tiempo.
- b) Capitalizar significa que los intereses generados en un periodo de tiempo hacen parte del capital o valor presente en un segundo periodo y así sucesivamente.
- c) En el interés compuesto **No** varía el capital o valor presente en cada periodo de tiempo.
- d) Al ahorrar un capital con interés simple o con interés compuesto a un tiempo y tasa de interés igual es mejor el interés simple.

### **Comprensión de la información**

El estudiante trabajó en forma individual en el problema #4 que contiene dos opciones de ahorro una a interés simple y la otra a interés compuesto, donde se muestran las similitudes y las diferencias entre los valores presentes, intereses y los valores futuros durante tres años. Se enfatizó en la comprensión de la capitalización, a través de tablas, expresiones simbólicas y gráficas, con el fin de comunicar en forma escrita lo que observó y relacionó dando a conocer la fase de resolución en que se quedó su comprensión. Además debían expresar los sentimientos que surgieron al interpretar y argumentar del problema resuelto. La profesora observó periódicamente el trabajo, registró en su diario de campo lo que expresan sus estudiantes.

**Situación Problema:**

Francisco reunió en su cumpleaños \$900.000, él decidió ahorrarlos y ganar un poco de dinero durante tres años. Consultó en el fondo de empleados FOM quienes pagan a un porcentaje de **interés simple** del 12% anual por peso ahorrado. También averiguó en el Banco CC que paga a un **interés compuesto** del 12% anual por peso ahorrado.

Un funcionario del Banco CC le proporcionó la siguiente información:

Banco CC (interés compuesto 12 % anual)			
Tiempo (t) años	Capital (P)	Interés (I) anual	Interés Acumulado
1	\$900.000	\$108.000	\$108.000
2	\$1.008.000	\$120.960	\$228.960
3	\$1.128.960	\$135.475,2	\$364.435,2

De la Entidad FOM le suministraron también información que se muestra a continuación.

Entidad FOM (interés simple 12% anual)			
Tiempo (t) años	Capital (P)	Interés(I) anual	Interés Acumulado
1	\$900.000	\$108.000	\$108.000
2	\$900.000	\$108.000	\$216.000
3	\$900.000	\$108.000	\$324.000

Los estudiantes debían interpretar, comparar la información suministrada por ambas entidades financiera y responder las siguientes preguntas que hacían referencia a la fase 1, correspondiente a la **familiarización del problema**:

- ¿En cuál entidad se obtendrá mayor ganancia de dinero durante el ahorro? Y argumentar ¿Por qué?
- ¿A qué se debe la variación anual de los intereses en el Banco CC, si ambas entidades mantienen la misma tasa de interés?

Se esperaba que los estudiantes identificaran al Banco CC como respuesta de la primera pregunta y argumentaran las dos preguntas en relación a la capitalización que se efectúa en esta entidad financiera, otros podían simplemente observar los intereses anuales y acumulados de esta entidad financiera con respecto FOM que paga a interés simple, sin dar mayores argumentos de lo que sucede en relación a los valores presente, y futuros, quedándose el estudiante en esta fase.

Para evidenciar si el estudiante comprendió como obtener el saldo o valor futuro durante los tres años en cada entidad financiera, se estableció la pregunta ¿Cómo se obtuvo el capital o valor presente para el segundo y tercer año en el Banco CC?

La cual hizo referencia a la fase 2, **establecer un plan.**

Se esperaba que los estudiantes expresaran con sus palabras el aumento del capital en el interés compuesto debido a la suma de intereses anuales, y expresaran que este resultado a su vez formaría el capital para el segundo, generando nuevos intereses que al sumar con el capital del segundo año, formaría el capital del tercer año. Es decir, se cobraría interés sobre los intereses capitalizados.

Para conocer que tanto el estudiante comprendió como obtener intereses compuestos, se preguntó ¿Cómo se calcula el interés compuesto en Banco CC? en referencia a la fase 3, **ejecución del plan.**

Donde se esperaba que el estudiante usara los valores de la tabla para verificar el proceso de capitalización del Banco CC, comunicando con sus procedimientos el nivel de comprensión en la información.

Para llegar a la fase 4 correspondiente a la **validación del proceso**, se presentó a los estudiantes en lenguaje simbólico la capitalización en forma secuencial durante los tres años, es decir, se mostró el cálculo de valores futuros a interés compuesto en forma algebraica, con el fin de que ellos pudieran obtener la generalización. Por otra parte, debía argumentar la escogencia de la mejor representación gráfica que modeló el ahorro en el Banco CC.

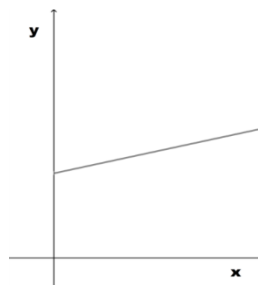
Tiempo t - años	Valor Futuro o Monto total en cada periodo de capitalización anual	Valor futuro como potencia
1	$F_1 = P_0 + I_1 = P_0 + P_0(0,12)$ . Al factorizar: $F_1 = P_0(1+0,12)$	$F_1 = P_0(1+0,12)^1$
2	$F_2 = F_1 + I_2 = P_0(1+0,12) + P_0(1+0,12)(0,12)$ Al factorizar $F_2 = P_0(1+0,12)(1+0,12)$	$F_2 = P_0(1+0,12)^2$
3	$F_3 = F_2 + I_3 = P_0(1+0,12)^2 + P_0(1+0,12)^2(0,12)$ Factorizar $F_3 = P_0(1+0,12)^2(1+0,12)$	$F_3 = P_0(1+0,12)^3$

Los estudiantes debían comprender la información mostrada en la tabla anterior y responde la pregunta ¿Cuál es la expresión matemática que modela los valores futuros al ahorrar Francisco en el Banco CC durante un tiempo de (t) años?

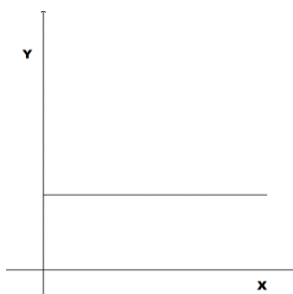
Se esperaba que los estudiantes llegaran a generalizar el proceso interpretando los valores futuros como potencias para cualquier tiempo de capitalización escribiendo la expresión algebraica:

$$F_t = P_0 * (1 + 0,12)^t$$

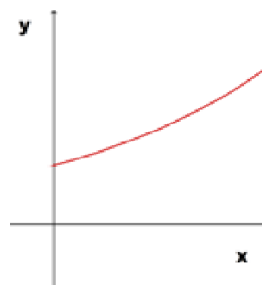
Además se pedía al estudiante que escogiera de tres gráficas, la que mejor representaba los valores futuros al ahorrar en el Banco CC. Las gráficas propuestas no contienen valores, ni se nombran las variables en sus ejes, con el fin de que él lo hiciera al argumentar su elección y al explicar por qué no optaba por las otras dos.



**Gráfica 1**



**Gráfica 2**



**Gráfica 3**

En esta parte, se esperaba que los estudiantes identifiquen la gráfica 3 como la mejor opción para representar los valores futuros a interés compuesto, y argumentaran en relación a la capitalización donde se aumenta el capital y se generan intereses variables por año.

Finalmente los estudiantes escogían los emoticones que evidenciaron su estado de ánimo frente a la interpretación y argumentación del problema resuelto.

### **ETAPA INTERMEDIA. (Duración 2 horas).**

Se dividió en dos partes, la elaboración de consensos grupales y la plenaria general.

#### **Elaboración del consenso grupal.**

Se realizó la socialización en pequeños grupos dispuestos por la profesora, para comunicar en forma oral y escrita los protocolos, que realizaron los estudiantes en cuanto a la interpretación y argumentación de la información que se propuso en la etapa inicial. Los estudiantes se escucharon e hicieron sus propias comparaciones en la forma de pensar, examinaron los aciertos y las dificultades, llegando a elaborar por escrito un consenso grupal sobre la comprensión asertiva de la información para llevarlo a plenaria.

## **Plenaria**

Por equipos establecidos, se realizó la socialización de los consensos grupales, la profesora como observadora y orientadora del proceso, organizó el debate de ideas a través de la participación activa de los estudiantes, quienes expresaron lo que interpretaron y argumentaron en cada grupo, con el fin de evaluar los aciertos y dificultades en ellos, al comprender la información que ofreció el problema resuelto.

## **ETAPA DE CIERRE. (Duración 2 horas).**

Finalmente, se institucionalizó el conocimiento matemático que estaba inmerso en la comprensión del proceso de capitalización, analizando las diferentes representaciones como la algebraica y la gráfica en el plano cartesiano para concretar los aspectos de la función exponencial modelada por el interés compuesto.

**Evaluación.** La profesora revisó los aspectos importantes que observó y registró en el diario de campo para complementarlos con la información suministrada por los estudiantes al terminar el trabajo individual y grupal, incluyendo el estado de ánimo que marcaron con ayuda de los emoticones.

### **4.3.5 Sesión 5: Análisis con Sara la mejor capitalización**

**Objetivo:** Describir y analizar el comportamiento del interés compuesto según la capitalización anual, trimestral, mensual y diaria a través de diferentes representaciones, con el fin de establecer relaciones y diferencias entre ellas.

#### **Etapa inicial. Duración 2 horas.**

El estudiante trabajó en forma individual en la solución del problema #5, que propuso analizar la variación del dinero a interés compuesto según el tipo de capitalización, registrando lo que pensó e hizo y los sentimientos que le produjo el

elaborar el protocolo del proceso, un cuestionario que contiene el problema y una serie de preguntas en cada una de las fases (familiarización, establecer un plan, ejecución del plan y verificación). La profesora observó y tomó nota en su diario de Campo.

**Situación problema:**

Los abuelos de Sara al nacer le abrieron una cuenta de ahorros con un valor inicial de \$500.000 a una tasa de interés simple al 15% anual, que podía retirar al ser mayor de edad. Sara hoy cumple 18 años y le pide a Felipe su tío, que la acompañe al banco a retirar el dinero de la cuenta. “¡Guau!”, exclamó Sara cuando el cajero le informa sobre el monto de dinero en su cuenta de ahorros.

Felipe dice “genial, pero quieres saber qué hubiera pasado si el interés hubiese sido compuesto con capitalización anual, trimestral, mensual o diaria, “¿Qué significa eso?” preguntó Sara a su tío, “significa que el interés simple devengado en el primer periodo de tiempo (anual, trimestral, mensual o diario) según la capitalización que ofrezca el banco, pasa a formar parte del capital para el segundo periodo y así sucesivamente, es decir se gana interés sobre el interés devengado,” explicó Felipe. “¿Cómo calculo el interés compuesto según la capitalización?”, preguntó Sara. “Ven y te explico” dijo su tío.

**ETAPA INICIAL. Elaboración del protocolo (duración de 2 horas)**

Siguiendo las fases de resolución, en **la familiarización del problema** se esperaba que el estudiante inicialmente calculara cuál fue el monto de dinero que recibió Sara a interés simple y expresara con sus palabras el proceso de capitalización visto en la sesión anterior, reconociera los tipos de capitalización que enunciaba el problema y pensara sobre sus diferencias.

En **elaborar un plan** se esperaba que el estudiante con sus palabras expresara como resolvería la situación, es decir, describiera el proceso para encontrar los valores futuros del ahorro de Sara a 18 años con interés compuesto según el tipo de capitalización.

En la **ejecución del plan** se esperaba que el estudiante ejecutara lo que pensó en relación al cálculo de los valores futuros, del ahorro a 18 años con interés compuesto según el tipo de capitalización, llevando a cabo la ejercitación de procedimientos, para ello el estudiante puede usar como estrategia lo siguiente:

**Uso de una fórmula:** se esperaba que el estudiante usaría a la fórmula del interés compuesto establecida en la sesión anterior, teniendo en cuenta el número de capitalizaciones en un año para ajustar la tasa de interés y el número de capitalizaciones a 18 años para ajustar el tiempo según el tipo de capitalización así:

Para una capitalización anual, trimestral, mensual o diaria, se usaría la siguiente fórmula:

$$F = P \left( 1 + \frac{i}{k} \right)^{k*t}$$
 donde  $i = 0,15$  es la tasa de interés anual y  $k=1, 4, 12$  o  $365$  es el número de capitalizaciones en un año.

Con el fin de que cada estudiante llegara a comprender cuál de los tipos de capitalización es más rentable y argumentara el porqué de las diferencias.

En la **verificación del proceso** el cuestionario le ofrecía un tabla resumen de los valores futuros con interés compuesto anual, trimestral, mensual y diario, de los primeros 18 años, para que el estudiante confirmara lo que había pensado y hecho en relación al problema, además se le solicitó que realizara una representación gráfica de la situación con el fin de tener mayor claridad de lo que analizó y observó en la tabla de valores.

### **ETAPA INTERMEDIA. (Duración 2 horas)**

Se dividió en dos partes, la primera es la elaboración de consensos grupales y la segunda partes es la plenaria general.

#### **Elaboración del consenso grupal.**

Correspondió a la socialización en pequeños grupos, donde se comunicó en forma oral y escrita los protocolos, que realizaron los estudiantes en cuanto a la interpretación y argumentación de los diferentes tipos de capitalizaciones. Los estudiantes compartieron lo que cada uno pudo hacer con el problema aclarando sus dudas con respecto al uso de la formula, siendo conscientes en donde estuvieron su aciertos y en donde sus dificultades, analizaron las diferentes representaciones gráficas, con el fin de elaborar por escrito un consenso grupal.

#### **Plenaria**

Por equipos se socializó los consensos grupales, que permitieron aclarar dudas, evaluar los aciertos y dificultades en los estudiantes al comprender y analizar los diferentes tipos de capitalización.

### **ETAPA DE CIERRE. (Duración 2 horas).**

La profesora hizo referencia a aspectos importantes que surgieron de la etapa anterior, aclaró dudas y preguntas para que se institucionalizara en los estudiantes el conocimiento matemático que estaba inmerso en los diferentes tipos de capitalización, al analizar las diferentes representaciones de la función exponencial modelada por el interés compuesto.

**Evaluación.** La profesora contrastó los apuntes del diario de campo y la información obtenida por los estudiantes al terminar la etapa intermedia, que incluyó los estados de ánimo registrados en los emoticones.

## **SEGUNDA AUTOEVALUACIÓN (1 hora)**

El 24 de Noviembre de 2016 se realizó la segunda autoevaluación correspondiente a las dos últimas sesiones (ver anexo G2). A cada estudiante se le entregó una rejilla donde registraban, después de finalizadas las sesiones 4 y 5, el nivel de desempeño que ellos consideraron, habían logrado en cuanto al desarrollo de sus habilidades de interpretación y argumentación en la resolución del problema y la actitud frente al trabajo desarrollado, con el fin de escribir algunas observaciones sobre lo que debían mejorar.

## 5. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

En este capítulo, se analizan los resultados obtenidos por 35 estudiantes del grado 9-03, con el fin de determinar la incidencia de la estrategia Seguimiento de protocolos en el fortalecimiento de las habilidades de interpretación y argumentación, al resolver problemas de tipo económico.

Se presenta la categorización y análisis de las respuestas dadas por 35 de los 36 estudiantes que hicieron parte del estudio en la prueba diagnóstica y en la prueba final, y en la intervención. El estudiante E28 no se tuvo en cuenta en el análisis grupal debido a las constantes ausencias por motivos de salud.

El análisis se hizo a la luz de la siguiente teoría:

**Interpretar** “es un acto consistente en la captura de una información presente en un contexto determinado, atribuyéndole un significado dentro de un campo del conocimiento” (Niño rojas, 2005)<sup>44</sup>. Por lo tanto, se consideró interpretar como la capacidad del estudiante para comprender la información, establecer relaciones entre los datos para dar sentido y significado a la estructura de un problema.

**Argumentar:** según El ICFES es la capacidad del estudiante para “validar o refutar conclusiones”<sup>45</sup>. Homero (2007)<sup>46</sup> piensa que cuando un estudiante realiza actividades de resolución de problemas matemáticos donde deba justificar, explicar o validar sus resultados o conjeturas nacidas durante el proceso de resolución del problema, se pone en juego una “práctica argumentativa” entendida como el conjunto de acciones y razonamientos que el estudiante ejecuta. Por lo tanto, se consideró argumentar como la capacidad del estudiante para expresar lo

---

<sup>44</sup> GONZÁLEZ, Óp. Cit. pág. 3

<sup>45</sup> ICFES. Óp. Cit.

<sup>46</sup> HOMERO, Óp. Cit. pág. 71.

que piensa y hace para obtener la solución de un problema, validando o refutando conclusiones.

## **5.1 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA**

La Prueba Diagnóstica se estructuró en dos partes: La primera, constó de cinco situaciones sobre porcentajes y la segunda, de un problema con seis ítems sobre aspectos relacionados con función lineal (Ver anexo A1). El diagnóstico permitió:

- Identificar dificultades y fortalezas en el proceso de comunicación específicamente en las habilidades de interpretación y argumentación en la solución de problemas de tipo económico.
- Verificar aprendizajes previos sobre porcentajes, indispensables para abordar problemas de índole económico.
- Determinar pre saberes en Función Lineal, tópico matemático a enseñar mediante problemas aplicados a la economía.

Los resultados del diagnóstico, junto con la respectiva interpretación y análisis, se presentan a continuación.

**5.1.1 Resultados y análisis del diagnóstico primera parte.** En esta parte de la prueba se analizó el desempeño de los estudiantes de 9-03 en las habilidades de interpretación y argumentación al resolver problemas sobre porcentajes. La interpretación, requiere de la comprensión del estudiante para leer y reconocer los datos, establecer relaciones entre ellos y plantear estrategias de solución; y la argumentación, se relaciona con las acciones y los razonamientos que el estudiante ejecuta para validar y refutar modelos, procedimientos y resultados expresándose en forma oral o escrita.

Inicialmente, se agruparon las respuestas dadas a cada problema, se identificaron similitudes y diferencias en la descripción del proceso pensado y ejecutado por los estudiantes, y finalmente, se ubicaron los estudiantes en diferentes niveles de desempeño tanto en la habilidad de interpretación como en la de argumentación. Los tres niveles se describen a continuación:

**Cuadro 3. Criterios para evaluar las habilidades en la prueba diagnóstica y final**

Nivel de desempeño	Habilidad de interpretación	Habilidad de argumentación
<b>Nivel 1: Bajo</b>	<b>I1:</b> Reconoce algunos datos pero no establece relaciones entre ellos que permitan determinar que ha comprendido el problema.	<b>A1:</b> Carece de palabras o expresa lo que piensa o hace con el problema, sin sentido. No posee elementos para validar o refutar conclusiones.
<b>Nivel 2: Básico</b>	<b>I2:</b> Reconoce los datos relevantes estableciendo ciertas relaciones entre ellos, permitiendo determinar que ha comprendido en parte el problema.	<b>A2:</b> Presenta dificultad al expresar el proceso que pensó y realizó para obtener la solución al problema. Se evidencia algunos elementos importantes para validar o refutar conclusiones.
<b>Nivel 3: Alto</b>	<b>I3:</b> Reconoce los datos y establece relaciones entre ellos, dando sentido y significado al problema, permitiendo determinar que lo ha comprendido correctamente.	<b>A3:</b> Expresa claramente el proceso empleado que sustenta la solución del problema, validando o refutando conclusiones.

Fuente: Elaborado por la investigadora

**5.1.1.1 Análisis de respuestas de los estudiantes a cada problema según las habilidades de interpretación y argumentación:** A continuación se presentan los resultados que obtuvieron los estudiantes en las dos habilidades de estudio propias del proceso de comunicación que permiten determinar los aprendizajes previos sobre porcentaje, necesarios para resolver cinco problemas de tipo económico: los dos primeros con pregunta cerrada y los tres restantes con pregunta abierta.

## ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 1 y 2

**Problema 1:** Sandra tiene \$200.000 disponibles para imprevistos y su hijo Esteban le pide prestado \$40.000 para ir al cine con su novia. Determine ¿En qué intervalo está el porcentaje de dinero que prestó Sandra a su hijo?

- a) De 0% a 25%    b) De 25% a 50%    c) De 50% a 75%    d) De 75% a 100%  
 (La respuesta correcta es 20%, luego está en el intervalo de 0% a 25%).

Expresa con sus palabras lo que pensó e hizo para obtener la solución.

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo de respuesta
<b>Nivel 1.</b> <b>Bajo en</b> <b>interpretación</b> <b>Y</b> <b>Nivel 1.</b> <b>Bajo en</b> <b>argumentación</b>	Respuesta correcta (a): E2, E12, E19, E23, E29, E30, E31, E36.	Tanto los que encerraron la respuesta correcta como los que no acertaron con la opción "a", se fijaron solo en la diferencia de las cantidades pero no las relacionaron con el porcentaje.	Usaron palabras como: bajo, un poco, una cierta parte, una porción o no mucho las cuales carecen de sentido para expresar la solución del problema en relación con el concepto de porcentaje.	E23: "... el dinero prestado fue bajo y no afecto al imprevisto, ya que el dinero que quedo de los \$200.000 fue 160.000"
	Respuestas incorrectas (b, c y d): E5, E6, E7, E8, E13, E15, E17, E22.			E13: "le pide la cantidad de dinero que necesita pero como son \$200.000 ella solo le da una cierta parte porque ella también necesita arreglarse y salir"

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo de respuesta
<b>Nivel 2.</b> <b>Básico en interpretación y Nivel 2. Básico en argumentación</b>	Correcta (a): E3, E11, E24, E25, E26, E32 E33, E35.	Comprendieron que existen relaciones entre las cantidades del problema y el porcentaje y realizaron operaciones con poca claridad relacionando los datos del problema y el porcentaje.	Mostraron dificultad al expresar lo que pensaron y realizaron para encontrar la solución del problema con premisas equivocadas.	E26: "Es simple si la mamá tiene \$200000 y le quitamos \$40000 que le pidió el hijo, le quedan 160000 o sea que está en un rango de que le quito un 25%"
	Incorrectas: (b, c y d), E4, E9, E10, E18			E9: "tuve que dividir 200000 entre 40000...me daba más que 4 lo que significa que está por encima del 25%"
<b>Nivel 3.</b> <b>Alto en interpretación y Nivel 3. Alto en argumentación</b>	Respuesta Correcta (a): E1, E14, E16, E20, E21, E27, E34.	Interpretaron las relaciones matemáticas existentes entre los datos del problema y el porcentaje.	Expresaron claramente los criterios usados para encontrar la solución del problema tales como: el 20% es la quinta parte, o el 25% es la cuarta parte de una cantidad.	E27: "sabiendo que Sandra tiene 200000 eso equivale al 100% y si serian en 50% eso equivale a 100000 y el 25% equivale a 50000 y como fueron 40000 el porcentaje seria de 0 a 25% porque el 25% equivale a 50000 y no se pasa de lo que estaban pidió prestado"

Como se pudo observar en el problema 1, los estudiantes que participaron en el estudio se ubicaron en un mismo nivel tanto en interpretación como en argumentación; esto ocurre por el tipo de problema con pregunta cerrada, lo cual limitó, en este caso, la capacidad de análisis de los estudiantes porque la mayoría realizaron validación de respuestas observando las diferencias entre las cantidades del problema, guiados por apreciaciones de mucho o poquito, sin establecer relaciones con el porcentaje, de ahí los resultados: el 46% (16/35) de los estudiantes presentaron un nivel de desempeño bajo tanto en interpretación

como en argumentación y el 34% (12/35) presentaron un nivel de desempeño básico en las dos habilidades del proceso de comunicación motivo de estudio. Fueron pocos los estudiantes, el 20% (7/35) que se ubicaron en un nivel de desempeño alto, porque pensaron más y mejor el problema al establecer varias relaciones entre los datos y el porcentaje como estrategia de solución.

**Problema 2:** Si un distribuidor traslada y vende sus aguacates a \$2.000 el kilogramo a los mayoristas de la Plaza Central de la Ciudad de Bucaramanga y ellos lo venden al público en \$5.000 el kilogramo. Determine ¿en qué porcentaje se incrementó el precio?

- a) 50%                      b) 75%                      c) 100%                      d) 150%
- b)

(La respuesta correcta es 150%).

Expresa con sus palabras lo que pensó e hizo para obtener la solución.

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo de respuesta
<b>Nivel 1.</b> <b>Bajo en</b> <b>interpretación</b> <b>Y</b> <b>Nivel 1.</b> <b>Bajo en</b> <b>argumentación</b>	Respuesta correcta (d): E9, E10, E14, E17, E25, E34.	Tanto los que encerraron la respuesta correcta como los que no acertaron con la opción "d", demostraron poca comprensión del problema porque se fijaron en la diferencia de las cantidades sin establecer alguna relación entre ellas y el porcentaje.	Usaron palabras ambiguas como: más caro, aumenta, sube o incrementa para expresar lo que pensaron o hicieron con el problema e inferir la posible solución. Y otros expresaron operaciones sin sentido según las condiciones del problema.	E14: "Al 150% ya que los vendedores tienen que recuperar a lo que lo compraron y venderlos más caro para poder ganar"
	Respuestas incorrectas (a, b, c): E6, E7, E8, E11, E13, E15, E23, E24, E29, E32.			

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo de respuesta
<b>Nivel 2.</b> <b>Básico en interpretación</b> <b>Y</b> <b>Nivel 2.</b> <b>Básico en argumentación</b>	Correctas: E2, E18, E19, E21, E31, E36.  Incorrectas: E16, E26, E27, E30.	Comprendieron en parte el problema al Interpretar el 100% de ganancia como el doble del costo pero se les dificultó establecer otras relaciones equivalentes y algunos, interpretaron equivocadamente el costo de \$2000 como el 50%.	Mostraron dificultad al expresar el proceso llevado a cabo en relación con el porcentaje, al usar apreciaciones simples sobre el aumento del producto que permitieron o no inferir con la solución.	E2: "150%. Si vale \$2000 el kilogramo de aguacate el 100% sería el doble del valor del aguacate sin embargo los mayoristas de la plaza lo vendieron un poco más alto del valor original"  E16: "el 50% equivale a 2000 y 25% a 1000, la diferencia es de 3000 entonces el incremento es del 75%"
<b>Nivel 3.</b> <b>Alto en interpretación</b> <b>Y</b> <b>Nivel 3.</b> <b>Alto en argumentación</b>	Correcta: E1, E3, E4, E20, E22, E33, E35.	Comprendieron el problema al encontrar varias relaciones de equivalencia entre los datos y el porcentaje.	Expresaron con claridad los criterios usados como: el doble, la mitad del costo en relación con el porcentaje y así determinar la solución del problema.	E35: "150% porque aumento el doble que sería un 100% que equivale a \$2000 y más un 50% que equivale a \$1000"  E20: "porque los mayoristas incrementaron el doble de la cantidad más la mitad del valor original lo cual daría un 150% aumentado"

En el problema 2, por ser un problema con pregunta cerrada, los estudiantes que participaron en el estudio, se ubicaron en un mismo nivel tanto en interpretación como en argumentación. La mayoría de los estudiantes al solucionar el problema 2, se ubicaron en desempeño bajo y básico tanto en la interpretación como en la argumentación, con el 51% (18/35) de los estudiantes en nivel de desempeño bajo y el 29% (10/35) en nivel de desempeño básico, porque validaron respuestas al observar el aumento entre las cantidades del problema, guiados por la reventa del producto usaron expresiones ambiguas como el precio fue más caro, aumenta, incrementa o sube, sin establecer relaciones importantes entre las cantidades y el

porcentaje. Solo el 20% (7/35) se ubicaron en un nivel de desempeño alto en las dos habilidades de estudio, al lograr establecer relaciones de equivalencia entre el aumento de las cantidades y el porcentaje, al expresar que el precio aumenta el doble que es un 100% más la mitad que es el 50%, como estrategias de solución.

### **ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LOS PROBLEMAS 1 y 2.**

Los problemas 1 y 2 eran de igual tipificación, correspondían a problemas con pregunta cerrada, donde se presentaban las opciones de respuesta permitiendo a los estudiantes hacer la validación de las mismas según las condiciones del problema en relación con el porcentaje; sin embargo, se evidenció que este tipo de preguntas limitó la interpretación y argumentación de los estudiantes porque muchos de ellos se conformaron con escoger una respuesta sin pensar realmente en un procedimiento detallado que sustentara la respectiva solución.

Se evidenció que en los problema 1 y 2 el número de estudiantes que presentaron un nivel de desempeño bajo y básico tanto en la habilidad de interpretación como en la de argumentación en ambos problemas fue del 80% (28/35) con mayor número de estudiantes en el nivel de desempeño bajo. Y en las mismas dos habilidades, el 20% (7/35) de los estudiantes registraron un nivel de desempeño alto, al resolver los dos problemas. Sin embargo, aunque hay coincidencias en el número de estudiantes por niveles de desempeño, no necesariamente son los mismos. Al respecto, los estudiantes: E5, E6, E7, E8, E12, E13, E15, E17, E23 y E29 presentaron un nivel de desempeño bajo en ambos problemas, los estudiantes: E18 y E26 un nivel de desempeño básico al solucionar este tipo de situaciones, y solo E1 y E20 se mantuvieron en el nivel de desempeño alto.

## ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 3, 4 Y 5

**Problema 3:** Laura compra un paquete de salchichas para perro con un descuento del 30% si pagó \$8400 ¿Qué porcentaje representa los \$8400 del precio? ¿Cuál era el precio antes del descuento?

La respuesta del problema es \$12.000 y representa el 70%.

Expresa con sus palabras lo que pensó e hizo para obtener la solución.

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	• Ejemplo
<b>Nivel 1.</b> <b>Bajo en interpretación Y Nivel 1. bajo en argumentación</b>	Respuestas incorrectas E5, E9	No comprendieron el problema. Poco entendían lo que debían hacer en la instrucción (a)	Dejaron en blanco la descripción del proceso.	E6: “El porcentaje de 8400 es 150% pues para mí el precio antes era 12600 y multiplique”  E32: “Están a 11020, porque va incrementando el precio y si tiene el 30% de descuento entonces cada paquete de salchicha equivale a 11020 sin descuento”
	Respuestas incorrectas E6, E8, E12, E13, E23, E32, E35.		Expresaron resultados que aparecen de la nada o sin sentido acomodados por apreciaciones.	
<b>Nivel 2.</b> <b>Básico en interpretación</b>	<b>Nivel 1. Bajo en argumentación</b>  Respuestas incorrectas E3, E4, E7, E17, E18, E19, E26, E30, E31 E33	Interpretaron en forma incorrecta la relación entre los datos del problema con el porcentaje:  Establecieron que 8400 era el 100% ó el 30% y a partir de esto realizaron las operaciones correspondientes.	Expresaron pensamientos y acciones sin sentido lógico con el problema.	E26: “pues coji como el ejemplo de porcentaje, un porcentaje de 85% del precio, el precio de antes del descuento era 11020, el descuento es de 2520”

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	• Ejemplo
	<p><b>Nivel 2.</b> <b>Básico en argumentación</b></p> <p>Respuestas incorrectas E2, E10, E11, E14, E15, E16, E21, E24, E25, E27, E29, E34 E36</p>	<p>Interpretaron en forma incorrecta la relación entre los datos del problema con el porcentaje:</p> <p>Establecieron que 8400 era el 100% ó el 30% y a partir de esto realizaron las operaciones correspondientes.</p>	<p>Presentaron dificultad al expresar el proceso llevado a cabo que sustentaba la solución del problema.</p>	<p>E16: “ pues yo lo hice dividiendo 8400 en 10 y me dio 840 luego, lo multiplique por 3 y me dio 2520 que representa el 30%, y el precio antes del descuento era de 10920”</p>
<p><b>Nivel 3.</b> <b>Alto en interpretación y Nivel 3. Alto en argumentación</b></p>	<p>Respuestas correctas E1, E20, E22</p>	<p>Comprendieron el problema, establecieron la correcta relación: 8400 corresponde al 70% del precio, realizaron las operaciones correspondientes y solucionaron el problema.</p>	<p>Expresaron con claridad el proceso que sustentó la correcta solución del problema.</p>	<p>E20: “\$8400 equivale al 70% y si se divide en 70 y el resultado se multiplica por 100 da la cantidad completa sin el descuento”</p>

En el problema 3, se pudo observar que estudiantes ubicados en un mismo nivel de interpretación evidenciaron diferente nivel de argumentación, esto ocurre por el tipo de problema con pregunta abierta, que le exige al estudiante dedicar más tiempo para comprender y encontrar una solución. En consecuencia, los resultados de la interpretación en el problema 3 fueron: el 92% (32/36) de los estudiante presentan un nivel de desempeño bajo y básico pero a diferencia de los dos primeros problemas el 66%(23/35) están en nivel Básico, porque a pesar de no resolver correctamente el problema los estudiantes establecieron algunas

relaciones matemáticas con los datos y el porcentaje, El error más frecuente fue la comprensión lectora y la ejecución correcta de operaciones aritméticas.

Por otra parte, el 91% (32/35) de los estudiantes presentaron un nivel de desempeño bajo y básico en la habilidad de argumentación, con el 54% (19/35) en nivel bajo al expresar lo que pensaron o hicieron con poco sentido en relación a lo que pedía el problema. El error más frecuente al argumentar fue considerar que el pago realizado de 8.400 era el 100% o precio del artículo, sin tener en cuenta que en las promociones, los pagos ya incluyen los descuentos. Esta dificultad posiblemente se debe a la poca familiaridad con este tipo de problemas de la vida diaria, pues la experiencia permite afirmar que son pocas las personas que verifican los descuentos que tiendas o supermercados les ofrecen como estrategia de venta.

**Problema 4:** Esperanza quiere comprar un televisor, le gustó un TV cuya información aparece en un volante: “*Precio al contado \$780.000, Precio a crédito incrementa su valor en 18%, para pagar en 12 cuotas mensuales*”. Esperanza decide comprar el TV a crédito y desea saber ¿Cuánto dinero pagará de intereses? y ¿Qué cantidad de dinero pagará mensualmente?

La respuesta es: pagará de intereses \$140.400 y de cuota mensual \$76.700.

Expresa con sus palabras lo que pensó e hizo para obtener la solución.

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo de respuesta
<b>Nivel 1: Bajo en interpretaci</b>	Respuestas incorrectas E5, E8, E23, E24.	Se les dificultó comprender el problema, por tanto dejaron en blanco.	Manifestaron por escrito la falta de claridad para abordar el problema.	E23: “no lo entendí porque al hacer las operaciones no me salían y no me pude concentrar en el ejercicio”

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo de respuesta
<b>Y</b> <b>Nivel 1:</b> <b>Bajo en argumentación</b>	Respuestas incorrectas E3, E6, E21, E26, E27, E29, E32.	Se les dificultó relacionar en forma clara el dato del problema con el porcentaje.	Expresaron la realización de algunas operaciones sin sentido al problema o son incorrectas.	E3: "pues multiplicaría $780000 \times 12 \div 18$ ese resultado lo sumo con el precio inicial del TV y el resultado de esa suma lo divido en 12 cuotas"
<b>Nivel 2.</b> <b>Básico interpretaci</b> <b>ón</b>	<b>Nivel 1. Bajo en argumentación</b>  Respuestas incorrectas E7, E15, E31, E33, E36.	Mostraron que habían Comprendido en parte el problema al establecer una relación entre las cantidades dadas y el porcentaje	Expresaron la ejecución de algunas operaciones que carecían de sentido al problema dando respuestas incorrectas	E15: "realice la multiplicación y división luego sume el resultado la valor del televisor y lo dividi en doce meses y pagaría mensual 66404"
	<b>Nivel 2. Básico en argumentación</b> Respuestas incorrectas E12, E13, E14,	Mostraron que habían Comprendido en parte el problema al establecer una relación entre las cantidades dadas y el porcentaje	Se les dificultó expresar el proceso completo, para dar solución a las preguntas que planteó el problema.	E13: "analice que el 18% era 140.000 de intereses y eso se lo sume al valor del televisor y me dio 920.400"
<b>Nivel 3.</b> <b>Alto en Interpretaci</b> <b>ón</b>	<b>Nivel 1. Bajo en argumentación</b> Respuestas correctas E4, E19.	Comprendieron el problema, al relacionar correctamente los datos con el porcentaje, y precisaron las respuestas a las preguntas del problema.	Se les dificultó encontrar las palabras para expresar el proceso que llevaron a cabo al solucionar el problema.	E4: "140400 eso debe pagar de más. 76700 son las cuotas mensuales"
	<b>Nivel 2. Básico en argumentación</b>  Respuestas correctas	Comprendieron el problema, al relacionar correctamente los datos con el porcentaje, y precisaron las respuestas a las	Se les dificultó expresar con claridad el proceso, para sustentar la solución del problema.	E2: "se le suma el 18% al valor, una vez sumado se divide en 12 cuotas, pagaría 140400 de intereses y mensualmente 76700"

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo de respuesta
	E1, E2, E10, E11, E25, E30 E35.	preguntas del problema.		
	<b>Nivel 3.</b> <b>Alto en argumentación</b> Respuestas correctas E9, E16, E17, E18, E20, E22, E34		Expresaron en detalle el proceso que sustenta la solución del problema.	E20: “ pues a 780000 lo divido en 100 y me da lo que equivale al 1% y este 1% lo multiplico por 18 que es el porcentaje incrementado y el resultado es el dinero que paga de intereses y ese interes lo sumo con los 780000 y lo divido en 12 y le da el valor total de las cuotas mensuales”

En el problemas 4, el desempeño en los niveles bajo y básico en la interpretación fue del 54%(19/35) de los estudiantes, mostrando una gran diferencia con el anterior problema en cuanto al nivel alto de desempeño. Los estudiantes se mostraron familiarizados con este tipo de problema porque en diálogo con los padres de familia se conoció que la compra a crédito es frecuente en los núcleos familiares de la población en estudio, debido al nivel socioeconómico. Un buen número de estudiantes 46% (16/35) lograron comprender la información, establecieron estrategias, relacionaron correctamente los datos con el porcentaje y llegaron a la solución del mismo.

Por otra parte, en la argumentación el desempeño bajo y básico de los estudiantes fue del 80% (28/35), con un mayor porcentaje en el nivel bajo 51%(18/35). Aunque disminuyó en 11% en relación con el problema 3, se mantuvo la dificultad de expresar con claridad el procedimiento que llevaron a cabo al solucionar el problema; esta dificultad se debe a la premura en el abordaje de los problemas

por parte de los estudiantes, quienes ejecutaron estrategias para solucionar el problema, pero dedicaron poco tiempo para reflexionar sobre lo que pensaron o hicieron, comunicando en forma general y poco explícita los procesos.

**Problema 5:** El centro comercial AZULADO celebra su aniversario con sus clientes, durante esta semana tendrá descuentos del 25% en toda la tienda. Daniel decide gastar \$500.000 que había ahorrado en la compra de una bicicleta, un balón de fútbol y unos patines. Daniel va al centro comercial y averigua los precios, el costo de la bicicleta es de \$320.000, El balón de fútbol cuesta \$120.000 y los patines cuestan \$160.000, sin descuento. ¿Podrá Daniel comprar las tres cosas? ¿Cuánto le falta o cuánto le sobra?

La respuesta es: sí podrá comprar las tres cosas y le sobra \$50.000.

Expresa con sus palabras lo que pensó e hizo para obtener la solución.

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo de respuesta
<b>Nivel 1.</b>  <b>Bajo en interpretación y Nivel 1.</b>  <b>Bajo en argumentación</b>	No dieron respuestas E2, E5, E8, E13	No demostraron comprensión del problema.	No justificaron la dificultad.	Dejaron en blanco.
	Respuestas incorrectas E22, E32, E36.	Reconocieron los datos del problema, pero se les dificultó establecer relaciones entre ellos y el porcentaje.	Nombraron los datos presentados para expresar procedimientos que carecían de sentido relevante al problema.	E22: “No , no podrá porque si sumamos todos los precios nos da un valor total de \$600000 y Daniel solo tiene \$500000, le faltarían \$100000 para comprar todas las cosas que quiere”
<b>Nivel 2.</b>  <b>Básico en</b>	Respuestas incorrectas E4, E7, E12, E17,	Comprendieron en parte el problema al reconocer los datos y al	Expresaron en general el proceso que ejecutaron dando	E7: “Si Daniel podrá comprar las tres cosas ya que con el 25% de

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo de respuesta
interpretación y Nivel 2. Básico Argumentar	E23 E29 E33, E34.  Respuestas incompletas E10, E14, E15	establecer alguna relación entre ellos con el porcentaje.	respuestas incompletas o incorrectas	descuento que tiene en toda la tienda. Y le sobran 350000”.  E15: “le reste el 25% a cada valor de juguete luego sume ese resultado y me dio 450000 mil pesos”
Nivel 3. Alto en interpretación	Nivel 1. Bajo en argumentación Respuestas correctas E6, E24, E27, E31.	Comprendieron el problema, relacionaron los datos con el porcentaje e hicieron las operaciones matemáticas con éxito logrando responder las preguntas del problema.	Dieron respuestas pero se le dificultó expresar lo que pensaron e hicieron al solucionar el problema.	E31: “ Restar el 25% a 600000 sobran 50000”  E6: “Daniel si alcanza a comprar las tres cosas y le sobran 50000”
	Nivel 2. Básico en argumentación Respuestas correctas E9, E11, E19, E21, E25, E26 E30.		Expresaron con poca claridad el proceso que pensaron y realizaron, para llegar a la solución del problema.	E21: “Si le alcanza para las tres cosas. Descontándole a las tres cosas el 25% da = <b>cicla</b> =240.000 el 75% <b>balón</b> =90.000 el 75% <b>patines</b> =120.000 el 75% le sobro 50.000. 450000 de 500000”

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo de respuesta
	<p data-bbox="418 415 574 716" style="text-align: center;"><b>Nivel 3.</b> <b>Alto en argumentación</b> Respuestas correctas E1, E3, E16, E18, E20 E35.</p>		Expresaron en detalle los procesos que sustenta las dos preguntas del problema.	E18: "Si puede comprar las tres cosas porque todo tiene descuento y si le sobran \$50.000; primero sume todas las cosas y como cada una tiene el 25% las tres cosas tiene un 75%, al sacar ese 75% de 600.000 que cuestan todas las cosas da un valor de 450.000 que eso le vale todo"

En el problema 5, el 51% (18/35) de los estudiantes obtuvieron un desempeño bajo y básico en la interpretación, donde el mayor porcentaje se ubicó en el nivel básico con el 31%(11/35). La mayoría de los estudiantes se mostraron familiarizados con este tipo de problema porque practicaban algún deporte; en diálogo con el grupo la profesora conoció que la compra de implementos deportivos era frecuente en los jóvenes del grado 9-3. El 49% (17/35) de los estudiantes lograron comprender el problema, establecieron estrategias, relacionaron correctamente las cantidades con el porcentaje y obtuvieron la solución.

En cuanto a la argumentación el desempeño bajo y básico de los estudiantes fue del 82% (28/35), con un mayor porcentaje en el nivel básico 51%(18/35). Aunque los resultados son similares al problema 4, se mantuvo la dificultad de expresar con claridad el procedimiento que llevaron a cabo al solucionar el problema. La mayor dificultad es el poco tiempo que invierten los estudiantes para comunicar por escrito lo que pensaron o hicieron, expresando en varias oportunidades con

poco sentido los razonamientos o con dificultad la respuesta a las preguntas del problema.

### **ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LOS PROBLEMAS 3, 4 y 5.**

En los problema 3, 4 y 5 se observó que los estudiantes ubicados en un mismo nivel de interpretación presentaron distinto nivel de argumentación, esta situación se debió al tipo de problema con pregunta abierta donde los estudiantes no poseían la opción de validar respuestas, por tanto debían dedicar mayor tiempo para pensar en el problema y realizar varias lecturas con el fin de mejorar la comprensión y establecer diversas estrategias de solución. Esto se evidencia en los resultados obtenidos por parte de los estudiantes al abordar los problema 3, 4 y 5; cuyo desempeño clasificado en los niveles básico y alto en la habilidad de interpretación estuvo entre el 70% y el 80%, con mayor porcentaje en el nivel de desempeño básico para el problema 3 y en el nivel alto para los problemas 4 y 5. Situación que no ocurrió en los problemas con pregunta cerrada.

En los problemas 3, 4 y 5 el nivel de desempeño bajo y básico de la argumentación estuvo entre el 80% y el 90% con mayor porcentaje en el nivel bajo para los problemas 3 y 4, y en nivel básico para el problema 5. Estos resultados fueron muy similares a los problemas 1 y 2, es decir que no influyó el tipo de problema en el desempeño de los estudiantes en cuanto a la argumentación.

Finalmente, se analizan los resultados de estudiantes que presentaron frecuencia 2 de 3 en un mismo nivel de desempeño, en las habilidades de interpretación y de argumentación al solucionar los problemas 3, 4 y 5. Al respecto, los estudiantes: E5, E6, E8, E23 y E32 se mantuvieron en el nivel de desempeño bajo; los estudiantes: E10, E12, E14, E15, E29 y E34 permanecieron en el nivel de desempeño básico, y los estudiantes E1, E16, E18, E20 y E22 se ubicaron en el nivel de desempeño alto.

A continuación se presenta el resumen del desempeño de los estudiantes en cuanto a las dos habilidades: Interpretación y Argumentación del proceso de comunicación y el éxito en la solución de los problemas.

**5.1.1.2 Resultados y análisis del diagnóstico en cuanto a la habilidad de interpretación y argumentación en el éxito de resolución de problemas:** Los siguientes cuadros y gráficos estadísticos presentados en el anexo J1 muestran los resultados finales de los estudiantes que participaron en el estudio, en cuanto a niveles de desempeño, tanto en la habilidad de interpretación: Bajo (I1), Básico (I2), Alto (I3), como en la habilidad de argumentación: Bajo (A1), Básico (A2), Alto (A3), en la resolución de los 5 problemas propuestos en la primera parte del diagnóstico, teniendo en cuenta la frecuencia relativa en las tablas resumen de resultados de cada habilidad (ver anexos A2 y A3) y el éxito en la resolución de los problemas según los porcentajes de acierto Tipo 1, Tipo 2 o Tipo 3 que se describen en los cuadros:

**Cuadro 4. Resultados del diagnóstico en cuanto a la habilidad de interpretación y el éxito en la resolución de problemas con porcentaje.**

ÉXITO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON EL USO DE PORCENTAJES (según el número de problemas resueltos correctamente)	VALORACIÓN HABILIDAD DE INTERPRETACIÓN		
	Bajo (I1): Reconoce algunos datos pero no establece relaciones que permitan determinar que ha comprendido el problema.	Básico (I2): Reconoce los datos relevantes estableciendo ciertas relaciones entre ellos, permitiendo determinar que ha comprendido en parte el problema.	Alto (I3): Reconoce los datos y establece relaciones entre ellos, dando sentido y significado al problema, permitiendo determinar que lo ha comprendido correctamente.
Tipo 1: Resolvieron el 40% o menos de los problemas (0, 1 o 2 de un total de 5) usando la	E5, E6, E8, E12, E13, E23, E29, E32. <b>(23%)</b>	E7, E15, E17, E24, E26, E27, E30, E31, E36. <b>(26%)</b>	

proporción y comparación de porcentajes.			
<b>Tipo 2:</b> Resolvieron correctamente el 60% de los problemas (3 de 5) usando la proporción y comparación de porcentajes.		E2, E4, E9, E10, E11, E14, E18, E19, E21, E25, E33, E34. <b>(34%)</b>	E3, E16, E22, E35. <b>(11%)</b>
<b>Tipo 3:</b> Resolvieron correctamente el 80% o más de los problemas (4 o 5 problemas) usando la proporción y comparación de porcentajes.			E1, E20 <b>(6%)</b>

Fuente: Elaborado por la investigadora

**Cuadro 5. Resultados del diagnóstico en cuanto a la habilidad de argumentación y el éxito en la resolución de problemas con porcentaje.**

ÉXITO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON EL USO DE PORCENTAJES (número de problemas resueltos correctamente)	VALORACIÓN HABILIDAD DE ARGUMENTACIÓN		
	Bajo (A1): Carece de palabras o expresa lo que piensa o hace con el problema, sin sentido.	Básico (A2): presenta dificultad al expresar el proceso que pensó y realizó para obtener la solución al problema.	Alto (A3): Expresa claramente el proceso empleado que sustenta la solución del problema.
<b>Tipo 1:</b> Resolvieron el 40% o menos de los problemas (0, 1 o 2 de un total de 5) usando la proporción y comparación de porcentajes.	E5, E6, E7, E8, E12, E13, E15, E17, E23, E24, E26, E27, E29, E30, E31, E32, E36. <b>(48%)</b>		
<b>Tipo 2:</b> Resolvieron correctamente el 60% de los problemas (3 de 5) usando la proporción y comparación de porcentajes.	E2, E19. <b>(6%)</b>	E4, E9, E10, E11, E14, E18, E21, E25, E33, E34. <b>(29%)</b>	E3, E16, E22, E35. <b>(11%)</b>

<b>Tipo 3:</b> Resolvieron correctamente el 80% o más de los problemas (4 o 5 problemas) usando la proporción y comparación de porcentajes.			E1, E20. <b>(6%)</b>
---	--	--	----------------------

Fuente: Elaborado por la investigadora

Teniendo en cuenta los resultados presentados en los cuadros 4 y 5, se establece que:

**Los estudiantes valorados en I1, A1 y tipo 1 en cuanto al éxito en la resolución de problemas:** E5, E6, E8, E12, E13, E23, E29 y E32, obtuvieron un nivel de desempeño bajo tanto en la interpretación como en la argumentación y por tanto, no obtuvieron el éxito esperado al resolver los problemas de la prueba diagnóstica.

Los estudiantes E5, E8, y E23 no contestaron la mayoría de problemas porque no los comprendieron. Los estudiantes E6, E12, E13, E29 y E32 reconocieron los datos pero no establecieron relaciones entre ellos y el porcentaje, trataron de comprender la información anexa que contenía la primera parte de la prueba diagnóstica sobre el uso de la regla de tres para el cálculo de porcentajes, pero no lo lograron buenos resultados porque expresaron en forma simbólica y verbal procesos sin sentido. Esta situación se ilustra a continuación con lo ejecutado por el estudiante E32 en el problema 4. Ver imagen (3)

### Imagen 6. Respuesta del Estudiante E32 al problema 4.

4. Esperanza quiere comprar un televisor, le gustó un TV cuya información aparece en un volante: "Precio al contado \$780.000, Precio a crédito incrementa su valor en 18%, para pagar en 12 cuotas mensuales". Esperanza decide comprar el TV a crédito y desea saber ¿Cuánto dinero pagará de intereses? y ¿Qué cantidad de dinero pagará mensualmente? Ayude a Esperanza a responder sus preguntas y Justifique su respuesta.

a) EXPRESA PASO A PASO EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEARÍAS PARA LLEGAR A LA SOLUCIÓN

a ella le toca las cuotas de 120.000 mensuales y de intereses le toca pagar 110.000 pesos yo hice el procedimiento y despues lo simplifique y lo que me dio ese fue el resultado.

b) RESUELVE LA SITUACIÓN

$$\begin{array}{l}
 100 \rightarrow 780.000 \\
 \% 18 \rightarrow Y
 \end{array}
 \quad \Bigg| \quad
 \begin{array}{l}
 \text{Simplificada} \\
 Y = \frac{780.000 \cdot 12\%}{100\%} = \frac{120.18}{100\%} \\
 \text{Simplificada}
 \end{array}$$

Como se observa en la imagen (6), el estudiante E32 muestra un nivel bajo en la interpretación y la argumentación del problema, identificó los datos pero no los relacionó con el porcentaje, expresó en lenguaje verbal y simbólico un proceso inconsistente, evidenciando la carencia de sentido para determinar el porcentaje y la simplificación de cantidades, dificultándosele encontrar la solución al problema.

Se ilustra en la imagen (7) al estudiante E32 en la solución del problema 5.

## Imagen 7. Estudiante E32 en el problema 5

5. El centro comercial AZUL ADO celebra su aniversario con sus clientes, durante esta semana tendrá descuentos del 25% en toda la tienda. Daniel decide gastar \$500.000 que había ahorrado en la compra de una bicicleta, un balón de futbol y un par de patines. Daniel va al centro comercial y averigua los precios, el costo de la bicicleta es de \$320.000, El balón de futbol cuesta \$120.000 y el par de patines cuestan \$160.000. ¿Podrá Daniel comprar las tres cosas? **Justifique su respuesta** y responda ¿Cuánto le falta o cuanto le sobra?

a) EXPRESE PASO A PASO EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEARÍA PARA LLEGAR A LA SOLUCIÓN

NO Puede le faltan 100000 en total todo da 600000  
y para yo poder hacer esto hice una suma y de  
hay saque todo el problema

b) RESUELVA LA SITUACIÓN

$$\begin{array}{r} 500000 \\ 320.000 \\ 120.000 \\ + 160.000 \\ \hline 600.000 \end{array} = 600.000 \text{ en total}$$

Como se puede observar en la imagen (7), el estudiante E32 muestra un bajo nivel de interpretación y argumentación del problema, identificó los datos pero no estableció relaciones con estos y el porcentaje, y expresó en forma simple lo que pensó e hizo en búsqueda de la solución del problema.

**Los estudiantes valorados en I2, A1, tipo 1 en cuanto al éxito en la resolución de problemas:** E7, E15, E17, E24, E26, E27, E30, E31, E36, **en I2, A1, tipo 2:** E2 y E19, mostraron un nivel de desempeño Básico en la interpretación de los problemas porque establecieron relaciones con los datos llevando a cabo alguna estrategia, aspectos que les permitió resolver 0, 1, 2 o 3 de los problemas. También son valorados con nivel de desempeño Bajo en la argumentación al carecer de palabras o describir sin sentido lo que pensaron en la mayoría de los problemas que ejecutaron. Se destacó en este grupo el estudiante E30 con el problema 5 ilustrado en la imagen (8).

### Imagen 8. Respuesta del Estudiante E30, al problema 5

5. El centro comercial AZUL ADO celebra su aniversario con sus clientes, durante esta semana tendrá descuentos del 25% en toda la tienda. Daniel decide gastar \$500.000 que había ahorrado en la compra de una bicicleta, un balón de futbol y un par de patines. Daniel va al centro comercial y averigua los precios, el costo de la bicicleta es de \$320.000, El balón de futbol cuesta \$120.000 y el par de patines cuestan \$160.000. ¿Podrá Daniel comprar las tres cosas? **Justifique su respuesta** y responda ¿Cuánto le falta o cuanto le sobra?
- a) EXPRESA PASO A PASO EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEARÍA PARA LLEGAR A LA SOLUCIÓN

Sumo los costos de lo que Daniel quiere comprar y al resultado le descuento el 25% si puede por que con el descuento le quedará en 450.000 y antes le sobraba 50.000 pesos.

- b) RESUELVA LA SITUACIÓN

The student's work is divided into two parts:

- Left side (Summation):** A vertical list of costs: 320.000, 120.000, 160.000, and a total of 600.000. A horizontal line is drawn under the total, with "100%" written below it.
- Diagram:** A circle divided into four quadrants. The top-left quadrant is shaded and labeled "25%". The top-right quadrant is labeled "600". The bottom-left quadrant is labeled "150". The bottom-right quadrant is labeled "450".
- Calculation:**  $600.000 \div 100 \times 25 = 150$ . An arrow points from the "150" in the diagram to this calculation.
- Right side (Subtraction):** A vertical list: "500.000 dinero que tenía", "450.000 descuento", and "50.000" with a horizontal line above it. To the right of the result "50.000" is the text "Sobra a Daniel".

El estudiante E30 presentó dificultades en la interpretación y argumentación de la mayoría de los problemas; sin embargo, en la imagen (8) podemos ver que logró interpretar y argumentar correctamente el problema 5, comunicó en un lenguaje simbólico, gráfico y verbal el proceso mental que pensó y llevó a cabo para obtener el 25% de descuento en el costo total de la compra y poder encontrar la solución del problema. Se ilustra en la imagen (9) al estudiante E30 en el desarrollo de los problemas 2 y 3.

### Imagen 9. Estudiante E30 en los problemas 2 y 3

2. Si un distribuidor traslada y vende sus aguacates a \$2000 el kilogramo a los mayoristas de la plaza central de la ciudad de Bucaramanga y ellos lo venden al público en \$5000 el kilogramo. Interprete ¿en qué porcentaje se incrementó el precio?

a) 50%                      **b) 75%**                      c) 100%                      d) 150%

- b) EXPRESE CON SUS PALABRAS LO QUE INTERPRETÓ PARA OBTENER LA SOLUCIÓN

observo que los mayoristas le suman mas de el doble al publico lo que no puede ser el 50% por que seria la mitad y aqui mas dice que es mas entonces por eso escogi el 75%.

3. Laura compra un paquete de salchichas para perro con un descuento del 30% si pagó \$8400. Explique ¿Qué porcentaje representa los \$8400 del precio? ¿cuál era el precio antes del descuento?

- a) EXPRESE PASO A PASO EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEARÍA PARA LLEGAR A LA SOLUCIÓN

el porcentaje que representa los 8400 es de el 70% el precio antes de el descuento era de 10.920

- b) RESUELVA LA SITUACIÓN

$$8400 = 70\%$$

$$8.400 + 30\% = 10.920$$

Como se puede ver en la imagen (9) el estudiante E30 en el problema 2 se le dificultó establecer las relaciones de los datos con el porcentaje, dando argumentos sin sentido, y en el problema 3 reconoce que 8400 es el 70% sin embargo no evidenció ningún procedimiento que diera a entender que usó esta relación, dio un resultado equivocado sin ningún sustento. Por lo tanto, E30 quedo en este grupo de estudiantes con interpretación básico y argumentación bajo.

**Los estudiantes valorados en I2, A2 y tipo 2 en cuanto al éxito en la resolución de problemas:** E4, E9, E10, E11, E14, E18, E21, E25, E33 y E34, fueron valorados con un nivel de desempeño Básico en interpretación y en argumentación con respecto a los 3 problemas que solucionaron. Estos estudiantes comprendieron en parte los problemas estableciendo ciertas relaciones entre los datos y el porcentaje, que en algunos casos les permitió llegar a la solución. Expresaron con dificultad el proceso que ejecutaron en la mayoría

de ellos. En el grupo de estos estudiantes se destacó E10 con el problema 5 ilustrado en la imagen (10)

### Imagen 10. Respuesta del Estudiante E10, al problema 5

5. El centro comercial AZUL ADO celebra su aniversario con sus clientes, durante esta semana tendrá descuentos del 25% en toda la tienda. Daniel decide gastar \$500.000 que había ahorrado en la compra de una bicicleta, un balón de futbol y un par de patines. Daniel va al centro comercial y averigua los precios, el costo de la bicicleta es de \$320.000, El balón de futbol cuesta \$120.000 y el par de patines cuestan \$160.000. ¿Podrá Daniel comprar las tres cosas? **Justifique su respuesta** y responda ¿Cuánto le falta o cuanto le sobra?

a) EXPRESE PASO A PASO EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEARÍA PARA LLEGAR A LA SOLUCIÓN

*Primero sumo las cosas que va a comprar luego saque el porcentaje y me da el resultado que es 450.000 sea que si puede comprar los objetos*

b) RESUELVA LA SITUACIÓN

$\begin{array}{r} 320.000 \\ 120.000 \\ 160.000 \\ \hline 600.000 \end{array}$	$+ \frac{25}{25} = 75\%$	$\frac{600.000 \times 75}{100} = 450.000 \$$
		<i>si le alcanza</i>

Como se observa en la imagen (10), el estudiante E10 comprende correctamente el problema y comunicó la propiedad aditiva del porcentaje al ver el descuento total del 75% como el acumulado correspondiente de tres artículos cada uno con el 25% el descuento. Aunque expresa en lenguaje simbólico y verbal el proceso general que pensó y realizó para obtener la solución del problema poco responde a la pregunta ¿Cuánto le falta o cuánto le sobra?

**Estudiantes valorados en I3, A3 y en tipo 3 en cuanto al éxito en la resolución de problemas:** E1, E20 y en I3, A3 y en tipo 2: E3, E16, E22, E35 obtuvieron un nivel de desempeño Alto en interpretación y argumentación al reconocer los datos y establecer relaciones entre ellos y el porcentaje, que dieron sentido y significado a las condiciones del problema. Además, expresaron claramente los procedimientos que sustentaban las soluciones de los problemas

resueltos. Se ilustra al estudiante E3 por el procedimiento seguido para obtener la solución del problema 2. Ver imagen (11)

### Imagen 11. Respuesta del estudiante E3, en el problema 2

2. Si un distribuidor traslada y vende sus aguacates a \$2000 el kilogramo a los mayoristas de la plaza central de la ciudad de Bucaramanga y ellos lo venden al público en \$5000 el kilogramo. Interrogante: ¿en qué porcentaje se incrementó el precio?

a) 50%                      b) 75%                      c) 100%                       150%

b) EXPRESE CON SUS PALABRAS LO QUE INTERPRETÓ PARA OBTENER LA SOLUCIÓN

Es 150% ya que si aumenta en un 100% solo daría 4000 en cambio si se aumenta otro 50% si daría 5000

Como se observa en la imagen (11), el estudiante E3 comprendió el problema, estableció relaciones de equivalencia entre los datos y el porcentaje, mostró claridad en el procedimiento que pensó e hizo para determinar la solución.

Se destacaron en este grupo los estudiantes E1 y E20 quienes fueron los únicos que resolvieron correctamente el problema 3. Ilustramos al estudiante E1 en la imagen (12) con el problema 3.

### Imagen 12. Respuesta del estudiante E1, en el problema 3.

Laura compra un paquete de salchichas para perro con un descuento del 30% si pagó \$8400. Explique ¿Qué porcentaje representa los \$8400 del precio? ¿cuál era el precio antes del descuento?

b) EXPRESE PASO A PASO EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEARÍA PARA LLEGAR A LA SOLUCIÓN

Como el descuento es del 30% pues es claro que pago un 70% que vendría siendo 8400, entonces pues dividi esos 8400 en 7 y el resultado lo sumaba 3 veces a si mismo para poder saber cual era el precio sin descuento

RESUELVA LA SITUACIÓN

$8400 = 70\%$   
 $\frac{8400}{7} = 1200 = 10\%$

$8400 + 1200 + 1200 + 1200 = 12.000 \rightarrow$  Precio antes del descuento  
 $70\% + 10\% + 10\% + 10\% = 100\%$   
 ↓  
 Porcentaje de los 8400

En la imagen (12) se observa que el estudiante E1 interpretó correctamente el problema al establecer varias relaciones de proporción directa entre el porcentaje y los datos presentes en la situación. Comunicó claramente en lenguaje simbólico y verbal el proceso que pensó y realizó como argumento para sustentar la solución del problema.

### **ANÁLISIS DE LAS DOS HABILIDADES Y EL ÉXITO EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON PORCENTAJE.**

En relación a los resultados de los cuadros 2 y 3 y los análisis ejemplificados anteriormente, se puede concluir que la mayoría de los estudiantes en el grupo 9-3 se encuentran en niveles de desempeño bajo y básico en el proceso de comunicación en cuanto a las habilidades de interpretación y argumentación en la solución de problemas. Estas dificultades se debieron a que los estudiantes ejecutaron el problema sin dedicar suficiente tiempo para pensar y reflexionar en él, además no revisaron el proceso que pensaron e hicieron. Según la NCTM (2000) “una disposición a analizar con mayor profundidad lleva a una comprensión más completa de la situación y a una solución correcta”<sup>47</sup>. Según lo anterior, el éxito al resolver problemas está relacionado con la interpretación que se hace de los mismos, es decir reconocer los datos, establecer relaciones con sentido y significado a las condiciones del problema y reflexionar sobre el proceso que llevo a cabo para luego argumentar claramente cómo se obtuvo la solución. Por otra parte, el análisis de los resultados mostraron que la mayoría de los estudiantes no poseen claridad en el concepto y cálculo de porcentajes, aprendizajes previos indispensables para abordar problemas de índole económico, situación que se atendió después de terminada la sesión 1 de la unidad didáctica.

---

<sup>47</sup> NCTM. Óp. Cit. pág. 56

**5.1.1.3 Fortalezas y debilidades en el proceso de comunicación en la primera parte del diagnóstico:** A continuación se especifican las debilidades y fortalezas del proceso de comunicación en los estudiantes del grado 9-3 en cuanto a las habilidades de interpretación y argumentación como lo afirmó Chamorro (2004): “Muchas de las dificultades que se han encontrado en la resolución de problemas aritmético simples... conciernen a la lectura y comprensión del enunciado, a la selección y organización de las informaciones pertinentes dadas en el enunciado y a la traducción de esta organización en términos matemáticos”<sup>48</sup>

#### **DEBILIDADES:**

**A la mayoría de los estudiantes de 9-3 se le dificultó la interpretación de algunos problemas por:**

- Dedicar poco tiempo para pensar más y mejor los problemas.
- Comprender poco la existencia de relaciones de equivalencia entre los datos del problema y el porcentaje.
- Realizar en forma incorrecta algunas operaciones aritméticas en el cálculo del porcentaje de cantidades.
- No verificar la solución de los problemas.

**A la mayoría de los estudiantes se le dificultó la argumentación de algunos problemas por:**

- Presentar dificultad al expresar con claridad lo que pensaron o hicieron con el problema.
- Dedicar poco tiempo para poner en orden sus ideas y comunicar sus razonamientos antes de ejecutar el problema.

---

<sup>48</sup> CHAMORRO, M. Leer, comprende, resolver un problema matemático escolar” UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID, consultado en enero 2017. Artículo. pág. 5. Disponible en: [Páhttp://www.ricardovazquez.es/MATEMATICASarchivos/PROBLEMAS/DOCU/leer\\_comprender\\_resolver\\_un\\_problema\\_matematico\\_escolar.pdf](http://www.ricardovazquez.es/MATEMATICASarchivos/PROBLEMAS/DOCU/leer_comprender_resolver_un_problema_matematico_escolar.pdf)

- Usar frases ambiguas como: un poco, cierta parte, una porción o no mucho; para expresar la comparación de datos en relación con el porcentaje como sustento a la solución de los problemas.
- No dar respuestas a todas las preguntas propuestas en los problemas.

### **FORTALEZAS:**

#### **En la interpretación de algunos problemas la fortaleza de los estudiantes estuvo en:**

- Reconocer los datos del problema y las preguntas que se debían solucionar.
- Mostrar buena disposición al abordar la prueba y utilizar sus pre saberes en busca de la solución de los problemas propuestos.
- Aclarar dudas sobre términos, frases y enunciados de los problemas para mejorar la comprensión de los mismos.

#### **En la argumentación de algunos problemas la fortaleza de los estudiantes estuvo en:**

- Mostrar buena disposición al comunicar por escrito lo que pensaron e hicieron con los problemas como requisito previo, a pesar del temor de expresar errores que pusieran en evidencia sus dificultades.

Frente a estos resultados se ve la necesidad de fortalecer el proceso de interpretación en cuanto a identificar los datos relevantes, establecer relaciones entre ellos, teniendo en cuenta las condiciones del problema, Y en el proceso de argumentación afianzar en los estudiantes la comunicación clara del proceso empleado que sustenta la solución del problema, validando o refutando conclusiones, que no sea solo simbólico sino que se refuerce lo empírico y lo analítico a la luz de homero.

Las dificultades encontradas invitan a reflexionar sobre la necesidad de implementar estrategias que le apunten al trabajo de los aspectos señalados indispensables en la solución de problemas como lo afirma Jiménez *“hacer que los estudiantes lean una definición o el enunciado de un problema y que expresen con sus palabras lo que entendieron, y confrontarlo con lo que entendieron los demás, es sin duda una buena estrategia, tanto para mejorar la comprensión lectora, como para desarrollar la argumentación, ya que una de las grandes dificultades en la resolución de problemas es que no se entiende el enunciado”*<sup>49</sup>. Por lo tanto, una de las estrategias es la propuesta por Miguel De Guzmán para mejorar los procesos de pensamiento matemático en la solución de problemas, como lo es el seguimiento y análisis de protocolos. Esta estrategia ayudaría a fortalecer las habilidades de interpretación y argumentación propias del proceso de comunicación durante el desarrollo de las etapas: la elaboración del protocolo, análisis del protocolo y evaluación del proceso. Donde el estudiante en forma individual comunica *“lo que ha ido realizando, lo que ha ido pensando y los sentimientos por los que ha ido pasando”* y se fortalece comparando con los otros que han trabajado el mismo problema *“estudiando cómo y por qué hemos llegado a la solución o bien cómo y porque no lo hemos logrado, donde han estado nuestro aciertos y donde nuestro despistes”*<sup>50</sup>.

**5.1.2 Resultados y análisis del diagnóstico segunda parte.** En esta parte de la prueba también se analizó el desempeño de los estudiantes en las habilidades de interpretación y argumentación, propias del proceso de comunicación, al resolver un problema de tipo económico.

El problema contenía diferentes ítems con preguntas sobre aspectos básicos de la función lineal como: la dependencia de variables, la pendiente, el corte con el eje Y, y la representación de la recta en el plano cartesiano, con el fin de

---

<sup>49</sup> JIMÉNEZ, Óp. Cit. pág.185

<sup>50</sup> DE GUZMAN, Óp. Cit. pág. 56.

determinar pre saberes en este tipo de función, tópico matemático a enseñar en la siguiente fase de la investigación, mediante la intervención con problemas aplicados a la economía.

Se agruparon las respuestas de cada ítem que conformaron la segunda parte del diagnóstico y se identificaron similitudes y diferencias tanto en la interpretación como en la argumentación de los estudiantes, permitiendo luego ubicarlos en los niveles de desempeño mencionados en la primera parte del diagnóstico.

**5.1.2.1 Resultados y análisis de respuestas de los estudiantes a cada ítem del problema en la segunda parte del diagnóstico según las habilidades de interpretación y argumentación:** A continuación se presentan los resultados y el análisis que se obtuvieron de las respuestas de los estudiantes al solucionar un problema con 6 ítems relacionados con aspectos de Función lineal, donde se analizaron las dos habilidades de estudio.

**Problema:** La función costo en pesos para elaborar lápices en una fábrica está dada por  $f(x) = 250x + 50000$  donde  $x$  representa el número de lápices y  $f(x)$  el costo de elaboración de los lápices.

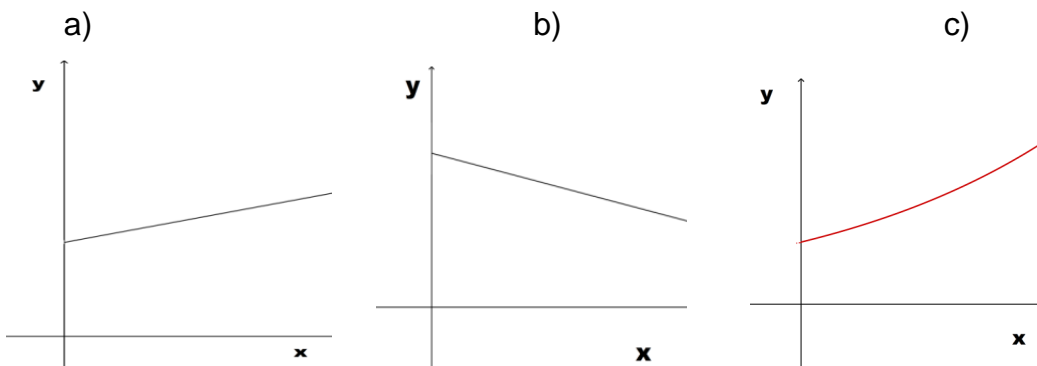
Complete la tabla de la función costo según los lápices elaborados.

X: Número de lápices	0	1	2	3	4	5
Y= f(x): el costo de elaboración						

Y conteste las siguientes preguntas

1) ¿Cuál es la variable dependiente e independiente?

- 2) ¿Cuál es el incremento del costo por artículo según la tabla? \_\_\_\_\_  
 ¿Qué representa este valor en la función general  $f(x) = m \cdot (x) + b$ ? Argumente
- 3) El costo fijo que debe tener una persona para iniciar con una fábrica de lápices sin producir ningún lápiz es \_\_\_\_\_ ¿Qué representa este valor en la función general  $f(x) = m \cdot (x) + b$ ? Argumente.
- 4) ¿Cuánto es el costo de elaboración de 100 lápices? \_\_\_\_\_ Argumente
- 5) ¿Cuántos artículos se pueden elaborar con \$60.000? \_\_\_\_\_  
 Argumente
- 6) Escoja de las siguientes gráficas la que representa mejor la situación y Argumente su elección



Los estudiantes E1, E2, E4, E5, E6, E11, E14, E19, E29, E30, E35 que corresponde al 34%(11/35), no evidenciaron dificultad en la comprensión del enunciado para completar la tabla de valores. Sus demás compañero necesitaron un tiempo para recurrir a pre saberes y recordar cómo hacerlo. Los estudiantes E32, E13, E12 que llenaron incorrectamente la imagen de cero, asignando a  $f(0)=0$

## RESULTADOS DE LA INTERPRETACIÓN DEL CONCEPTO DE VARIABLE Y LA DEPENDENCIA

### Ítem 1: ¿Cuál es la variable dependiente e independiente?

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Ejemplo de respuesta
<b>Nivel 1. Bajo en interpretar</b>	E13, E26	Dejaron el espacio en blanco.	No respondieron
	E8, E17, E21, E24, E27.	Determinaron las cantidades fijas de la función como variables del problema	E8: “yo creo que la variable dependiente es 50000 y el independiente es 250”
<b>Nivel 2. Básico en interpretar</b>	E5, E15, E19, E22, E23, E32, E36	Identificaron las variables pero se les dificultó interpretar la dependencia de estas, según las condiciones del problema.	E22: “los lápices dependen del costo que tengan para hacerse”
<b>Nivel 3. Alto en interpretar</b>	E1, E2, E3, E4, E6, E7, E9, E10, E11, E12, E14, E16, E18, E20, E25, E29, E30, E31, E33, E34, E35	Reconocieron las variables y establecieron la relación de dependencia entre ellas según el sentido lógico de las condiciones del problema.	E33: “La variable independiente es el número de lápices ya que es el primer dato que nos dan y necesitan para saber el costo de elaboración”

El 40% (14/35) de los estudiantes evidenciaron un nivel bajo y básico en la interpretación de las variables de la función lineal, porque poco comprendieron el concepto de variable o establecieron alguna relación de dependencia entre ellas que no corresponde a la situación. El 60% (21/35) de los estudiantes, se ubicaron en el nivel de desempeño alto porque reconocieron las variables en el problemas y tipificaron su dependencia desde la lógica “depende de” para hallar valores desconocidos sin la claridad del concepto matemático de dependencia entre las variables de una función.

## RESULTADOS DEL VALOR DE LA PENDIENTE EN LA FUNCIÓN LINEAL

Ítem 2: ¿Cuál es el incremento del costo por artículo según la tabla?

¿Qué representa este valor en la función general  $f(x) = m \cdot (x) + b$ ? Argumente

Nivel	Estudiantes	Interpretación	Argumentación	Ejemplo de respuesta
<b>Nivel 1:</b>	E8 y E15.			No respondieron.
<b>Bajo en interpretación</b>	E16, E23, E24, E25	Reconocieron el incremento por artículo pero poco	Carecieron de palabras o expresaron sin	E23: "representa como podemos resolver la función con ayuda de esa ecuación"
<b>y</b>	E4, E9, E10, E11, E12, E19, E26, E27, E30, E31, E33, E34.	lo relacionaron con la función dada.	sentido la pregunta en relación a la función.	E27: "Representa lo que se invierte en cada lápiz"
<b>Nivel 1: Bajo en argumentación</b>				
<b>Nivel 2: Básico en interpretación</b>	E1, E2, E3, E5, E6, E7, E13, E14, E17, E18, E20, E21, E22, E29, E32, E35, E36.	Relacionaron el incremento del costo por artículo con el valor "m" en la función lineal pero, no lo reconocen como la pendiente.	Expresaron lo que pensaban de este valor sin sentido con respecto a la función lineal, se limitaron a responder la pregunta con información de la misma.	E26: "para mí el 250 es m y representa el aumento de cada cantidad de lápices"
<b>y</b>				
<b>Nivel 1: Bajo en argumentación</b>				

El 51%(18/35) de los estudiantes se ubicaron en el nivel de desempeño bajo en la interpretación de la pendiente, porque identificaron el dato como el costo por artículo en la situación problema, pero no establecieron relación entre éste y la función. El 49% (17/35) de los estudiantes se ubicaron en el nivel básico en la interpretación de la pendiente al relacionarlo con la letra (m) en la expresión algebraica dada; sin la comprensión de este valor, como el incremento constante

de la función lineal. El 100% de los estudiantes se ubicaron en el nivel bajo de la argumentación del concepto de la pendiente porque expresaron sin sentido la representación de este valor en la función lineal. Se ilustra como ejemplo la respuesta del estudiante E24 en la imagen (13).

**Imagen 13. Estudiante E24 en la respuesta del ítem 2.**

¿Cuál es el incremento del costo por artículo según la tabla? 250 ¿Qué representa este valor en la función general  $f(x) = m \cdot (x) + b$ ? Argumente este valor es la X donde X representa la cantidad de lápices

Como se puede observar en la imagen (13) el estudiante E24 identifica el valor de la pendiente, pero no la reconoce como tal, al expresar que representa a la variable X en la función, evidenciando dificultades de comprensión del concepto.

**RESULTADOS DEL VALOR DEL CORTE CON EL EJE Y, EN LA FUNCIÓN LINEAL**

**Ítem 3: El costo fijo que debe tener una persona para iniciar con una fábrica de lápices sin producir ningún lápiz es \_\_\_\_\_ ¿Qué representa este valor en la función general  $f(x) = m \cdot (x) + b$ ? Argumente \_\_\_\_\_**

Nivel	Estudiantes	Interpretación	Argumentación	Ejemplo
Nivel 1: Bajo en interpretación	E8, E13 y E15.	Reconocieron el valor del costo fijo, pero se les dificultó relacionarlo con la	Se les dificultó encontrar las palabras o expresaron lo que pensaban sin sentido al responder a la.	No respondieron
	E4, E6, E17, E25, E36			E25: "pues representa la operación sin el aumento de lápices"

Nivel	Estudiantes	Interpretación	Argumentación	Ejemplo
y  Nivel 1: Bajo en argumentación	E9, E10, E11, E12, E23, E26, E27, E30, E31, E33, E34.	Función Lineal.	información de la misma.	E7: "representa el costo mínimo que debe tener una persona para la fábrica de los lápices"
Nivel 2: Básico en interpretación  Y  Nivel 1: Bajo en argumentación	E1, E2, E3, E5, E7, E14, E16, E18, E19, E20, E21, E22, E24, E29, E32, E35.	Reconocieron el dato del costo fijo, lo relacionaron con el valor "b", pero, se les dificultó comprender su significado en la Función Lineal.	Expresaron lo que pensaban guiados por la información de la pregunta con pocos elementos para validar sus conclusiones.	E33: "Representa a b porque es el presupuesto para hacer los lápices"

El 54% (19/35) de los estudiantes mostraron un nivel de desempeño bajo en la interpretación del corte con el eje (Y) en la función lineal porque reconocieron el dato en el problema, pero no determinaron la relación geométrica que existe entre el dato y la función. El 46% (16/35) de los estudiantes se ubicaron en el nivel de desempeño básico en la interpretación al reconocer el dato, relacionarlo con la letra "b" en la expresión algebraica dada, e interpretarlo en la situación, pero sin la comprensión del concepto geométrico en la función. La respuesta del estudiante E20 en la imagen (14), ilustra esta situación.

#### Imagen 14. Respuesta del estudiante E20 en el ítem 3.

El costo fijo que debe tener una persona para iniciar con una fábrica de lápices sin producir ningún lápiz es 50000 ¿Qué representa este valor en la función general  $f(x) = m \cdot (x) + b$ ? Argumente 50000 representa a b y este valor equivale a la producción sin producir ningún lápiz

Como se ilustra en la imagen (14), el estudiante E20 por sus razonamientos se ubicó en el nivel básico de interpretación.

Por otra parte, el 100% de los estudiantes se ubicaron en el nivel bajo de la argumentación sobre “corte con el eje Y” en la función lineal, porque ninguno expresó el significado de este aspecto y lo que representa en la gráfica de la función. Se ejemplifica este resultado con la respuesta del estudiante E17 en la imagen (15).

**Imagen 15. Estudiante E17 en respuesta del ítem 3.**

El costo fijo que debe tener una persona para iniciar con una fábrica de lápices sin producir ningún lápiz es 50 000. ¿Qué representará este valor en la función general  $f(x) = m \cdot (x) + b$ ? Argumente el valor dependiente.

El estudiante E17 en la imagen (15) reconoce el dato que se pide y expresa sin sentido la representación de “b” al argumentar que es “un valor dependiente”, mostrando la poca interpretación y argumentación de este dato en la función lineal, por tanto E17 se ubicó en un nivel de desempeño bajo en ambas habilidades.

**RESULTADOS OBTENIDOS AL HALLAR UNA VARIABLE (DEPENDIENTE) CONOCIENDO LA OTRA EN LA FUNCIÓN LINEAL.**

**Ítem 4: ¿Cuánto es el costo de elaboración de 100 lápices?**  
**Argumente** \_\_\_\_\_

Nivel	Estudiantes	Interpretación	Argumentación	Ejemplo
Nivel 1: Bajo en interpretación y	E13.	No respondió	Careció de palabras.	No respondió

Nivel	Estudiantes	Interpretación	Argumentación	Ejemplo
<b>Nivel 1. Bajo en argumentación</b>				
<b>Nivel 2: Básico en Interpretación</b>	<b>Nivel 1: Bajo argumentación</b> E6, E17, E21, E30, E32, E36	Reconocieron los datos y establecieron ciertas relaciones entre ellos evidenciando que habían comprendido en parte el problema.	Carecieron de palabras o expresaron lo que habían hecho, sin sentido, para obtener la solución del problema.	E21: “es la suma del artículo y el costo” E30: multiplicamos la cantidad de lápices por el costo de elaboración”
	<b>Nivel 2: Básico en argumentación</b> E4, E8, E9, E10, E11, E12, E15, E16, E25, E27, E29, E31, E34	Reconocieron los datos y establecieron ciertas relaciones entre ellos evidenciando que habían comprendido en parte el problema.	Mostraron dificultad al expresar lo que pensaron y realizaron para obtener la solución del problema.	E8: “porque 250.100 es igual a 25000 y si le sumamos 50000 da un total de 75000”
	<b>Nivel 3: Alto en argumentación</b> E1, E7, E20	Reconocieron los datos y establecieron ciertas relaciones entre ellos evidenciando que habían comprendido en parte el problema.	Expresaron claramente el proceso que sustentaba la obtención de la solución.	E1: “me da el valor de un lápiz que es 250, solo es multiplicarlo por 100 y sumarle el costo fijo”
<b>Nivel 3: Alto en Interpretación</b>	<b>Nivel 1: Bajo en argumentación</b> E5, E14, E19, E22, E23	Reconocieron los datos y establecieron relaciones de correspondencia entre las variables al sustituir una de ellas	Dieron la respuesta sin expresar con sus palabras como pensaron e hicieron para llegar a ella.	E23: “porque al hacer las cuentas incrementó y ese sería su costo de elaboración”
	<b>Nivel 2: Básico en argumentación</b> E33, E35.		Mostraron dificultad al expresar el proceso que pensaron y realizaron para obtener la solución a la pregunta.	E35: “ hice la formula cambiando a x por 100 teniendo en cuenta que son los lápices”

Nivel	Estudiantes	Interpretación	Argumentación	Ejemplo
	<b>Nivel 3: Alto en argumentación</b> E2, E3, E18, E24, E26,	en la función dando sentido y significado a la solución de la pregunta.	Describieron con claridad el proceso para determinar el costo de elaboración de 100 lápices en la función	E24: "Se reemplaza la X de la función por la cantidad de lápices que en esta ocasión es 100 después esta se multiplica por 250 y se suma con 50000 y así se obtiene el valor que se necesita encontrar"

El 66% (23/35) de los estudiantes se encontraron en el nivel de desempeño bajo y básico en la interpretación con mayor porcentaje en el nivel básico, con el 63% (22/35) de los estudiantes que comprendieron los datos, la pregunta y establecieron ciertas relaciones que cumplen las condiciones del problema para obtener el valor de la variable dependiente. Este hallazgo se ilustra con la respuesta del estudiante E4 en la imagen (16).

#### Imagen 16. Estudiante E4 en respuesta del ítem 4.

1) ¿Cuánto es el costo de elaboración de 100 lápices? 75.000 Argumente

$\begin{array}{r} 250 \\ 10 \\ \hline 080 \\ 250 \\ \hline 2780 \end{array}$	$2500 \cdot 10 = 25000$	$\begin{array}{r} 50000 \\ 25000 + \\ \hline 75000 \end{array}$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">60000</div> <i>multiplicue 250,10 y luego por 10 otra vez y ese resultado se lo suma a 50,000</i>
--	-------------------------	---	---

Como se observa en la imagen (16), el estudiante E4 resolvió la pregunta sobre el costo de los 100 lápices, al operar el dato con los valores de la función dando a entender que comprendió la relación directa que existe entre las variables.

El 34% (12/35) de los estudiantes se ubicaron en un nivel alto en la interpretación de la relación entre variables al usar la expresión algebraica y sustituir en ella una de las variables para hallar la otra, dando sentido y significado a la correspondencia entre variables de la función lineal. Como ejemplo se presenta la interpretación del estudiante E35 en la imagen (17).

**Imagen 17. Estudiante E35 en respuesta del ítem 4.**

$$\begin{aligned}f(1) &= 250(1) + 50.000 = 250 + 50000 = 50.250 \\f(2) &= 250(2) + 50.000 = 500 + 50000 = 50.500 \\f(3) &= 250(3) + 50.000 = 750 + 50000 = 50.750 \\f(4) &= 250(4) + 50.000 = 1000 + 50000 = 51.000 \\f(5) &= 250(5) + 50.000 = 1250 + 50.000 = 51.250\end{aligned}$$

El estudiante E35 realizó el proceso que se ilustra en la imagen (17), evidenciando la clara comprensión de cómo calcular el costo de los lápices, al encontrar el costo de 1, 2, 3, 4 y 5 lápices al respaldo de la hoja, que luego generalizó escribiendo lo siguiente:  $f(100)=250(100)+50000=25.000+50000=75.000$ , en el recuadro de la pregunta. Por tanto, E35 se ubicó en el nivel alto en la interpretación.

En cuanto a la habilidad de la argumentación, el 76% (27/35) de los estudiantes se encontraron en los niveles de desempeño bajo y básico porque se les dificultó expresar cómo hallar la variable dependiente conociendo la independiente en la

función lineal, solo el 23% (8/35) expresaron claramente el procedimiento para obtener la solución a la pregunta. Se destacó la respuesta del estudiante E2 en la imagen (18).

**Imagen 18. Respuesta del estudiante E2 al hallar una variable (la dependiente), conociendo la otra en la Función Lineal.**

¿Cuánto es el costo de elaboración de 100 lápices? 75.000 Argumente

$f(x) = 250(100) + 50000$ $f(x) = 25000 + 50000$ $f(x) = 75000$	<p>ya que si multiplicamos los 100 lápices por el costo del lápiz nos da 25000 y si le sumamos el precio fijo en la producción del lápiz que son 50000 nos da 75.000</p>
---	--

En la imagen (18), se observa el argumento que el estudiante E2 dio para comunicar lo que pensó e hizo para resolver la pregunta, se evidenció que comprendió la relación directa entre las variables de la función lineal al usar el lenguaje algebraico y verbal para expresar sus razonamientos. Así E2 se ubicó en el nivel alto de la interpretación y la argumentación en el cálculo de la variable dependiente de la Función Lineal.

**AL HALLAR UNA VARIABLE (INDEPENDIENTE) SI SE CONOCE LA OTRA EN LA FUNCIÓN LINEAL.**

**Ítem 5: ¿Cuántos artículos se pueden elaborar con \$60.000? \_\_\_\_\_**

**Argumente \_\_\_\_\_**

Nivel	Estudiantes	Interpretación	Argumentación	Ejemplo de respuesta
<b>Nivel 1: Bajo en interpretación y Nivel 1: Bajo en argumentación</b>	No respondió E13.  E3, E5, E15, E26.	Reconocieron los datos pero se les dificultó establecer las relaciones entre ellos, evidenciando poca comprensión.	Carecieron de palabras o expresaron sin sentido lo que hicieron o pensaron en relación con la pregunta.	E15: "multiplique 60000 por 250 y ese resultado le sume 50000 y obtuve esa respuesta"
<b>Nivel 2: Básico en Interpretación</b>	<b>Nivel 2: Básico en argumentación</b>  E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E17, E18, E20, E21, E25, E27, E29, E30, E31, E32, E34, E36	Reconocieron los datos y establecieron ciertas relaciones entre ellos evidenciando que habían comprendido en parte el problema.	Se les dificultó expresar lo que pensaron y realizaron para encontrar la solución.	E8: "ponemos 250.40 y da igual a 10000 el cual es perfecto para lo que tenemos que sumarle que es 50000 y da un total de 60000"
	<b>Nivel 3: Alto en argumentación</b>  E1, E2, E4, E14, E16, E33, E35.	Reconocieron los datos y establecieron ciertas relaciones entre ellos evidenciando que habían comprendido en parte el problema.	Expresaron claramente el proceso realizado para sustentar la solución obtenida.	E2: "Ya que el costo fijo sin producir ningún lápiz es 50000, solo tendríamos 10000 para completar los 60000 y si dividimos los 10000 por el costo de un lápiz (250) nos daría 40..."

Nivel	Estudiantes	Interpretación	Argumentación	Ejemplo de respuesta
Nivel 3: Alto en interpretación	Nivel 2: Básico en argumentación E19, E22, E23,	Reconocieron la diferencia entre el costo dado y el costo fijo de fabricación para establecer relaciones que dan sentido y significado a las condiciones de la pregunta y usaron la expresión algebraica de la función lineal para verificar la solución.	Se les dificultó expresar lo que pensaron e hicieron para obtener la solución a la pregunta	E23: " porque al hacer la operación $f(40) = 250 \times 40 + 50000 = 60000$ podemos darnos cuenta que los números de lápices incrementaron"
	Nivel 3. Alto en argumentación E24		Expresó claramente el proceso realizado para sustentar la solución a la pregunta.	E24: Al reemplazar x por 40 y multiplicar por 250 da 10000 despues se suma por 50000 y nos da 60000 que es el resultado que necesitamos"

El 88,5% (31/35) de los estudiantes se ubicaron en nivel bajo y básico en la interpretación del cálculo de la variable independiente conociendo la dependiente, con mayor porcentaje en el nivel básico con el 74,3% (26/35) de los estudiantes, porque reconocieron los datos en la función y establecieron ciertas relaciones entre ellos y el valor dado de la variable dependiente para obtener la solución a la pregunta. Como ejemplo, se presenta en la imagen (19) la respuesta del estudiante E18.

#### Imagen 19. Estudiante E18 en respuesta del ítem 5.

6) ¿Cuántos artículos se pueden elaborar con \$60.000? 40 lapices Argumente

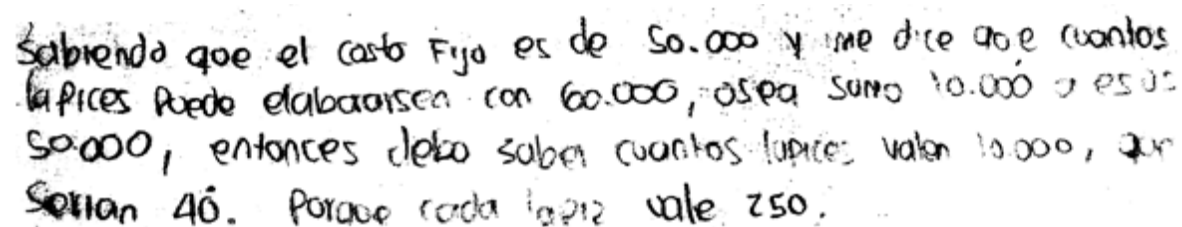
Handwritten work showing the calculation:  $250 \times 40 = 10000$ , then  $10000 + 50000 = 60000$ . The student concludes: "Se pueden elaborar 40 lapices por que 40 por 250 da 10.000 mas 50.000 da un total de 60.000".

Se observa en la imagen (19) que el estudiante E18 estableció ciertas relaciones con los valores de la Función Lineal y el costo dado que le permitió obtener la solución de la pregunta mostrando la dificultad de expresar cómo la obtuvo, ubicándose en el nivel básico de interpretación y de argumentación.

Solo el 11,5% (4/35) de los estudiantes se ubicaron en el nivel alto de interpretación al utilizar la expresión algebraica de la función lineal para establecer la relación entre las variables verificando la solución, como lo expresó E24 en el cuadro anterior y lo escribió en el recuadro del cuestionario: " $f(40)=250(40)+50000= 60000$ ".

Teniendo en cuenta los resultados de la habilidad de argumentación, el 77% (27/35) de los estudiantes se ubicaron en nivel bajo y básico en el cálculo de la variable independiente conociendo la dependiente, con mayor porcentaje en el nivel básico con el 63% (22/35) de los estudiantes porque carecieron de palabras o se les dificultó expresar lo que pensaron e hicieron para obtener la solución de la pregunta. El 23% (9/35) de los estudiantes lograron expresar claramente el proceso que ejecutaron para llegar a la solución. Este aspecto se ilustra con la respuesta del estudiante E1 en la imagen (20).

**Imagen 20. Respuesta del estudiante E1 al hallar una variable (independiente) si se conoce la otra en la Función Lineal.**

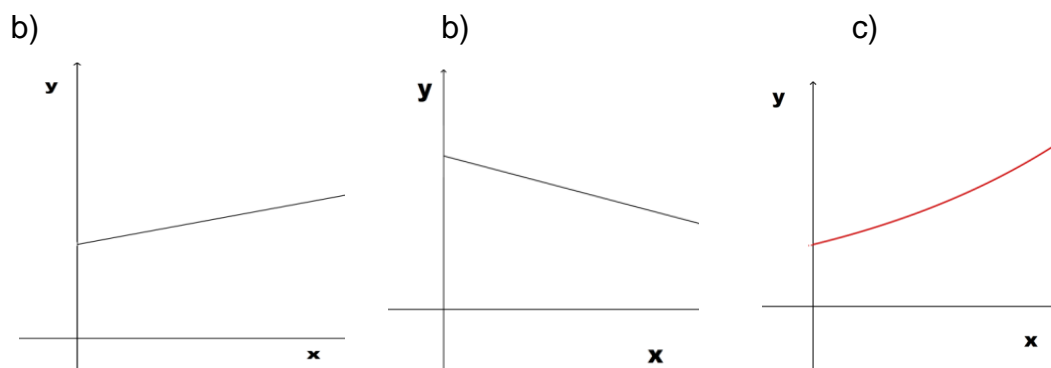


Sabiendo que el costo fijo es de 50.000 y me dice que cuantos lápices puede elaborarse con 60.000, o sea suma 10.000 a esos 50.000, entonces debo saber cuantos lápices valen 10.000, que serían 40. Porque cada lápiz vale 250.

En la imagen (20), podemos observar que el estudiante E1 se cuestionó y expresó claramente en lenguaje verbal el procedimiento que pensó e hizo para llegar a la solución de la pregunta, también lo expresó en lenguaje simbólico en el recuadro del cuestionario así: **“250.40=10000 (costo número de lápices) + 50000( costo fabricación) = 60000”** ubicándose en el nivel alto de argumentación, pero se le dificultó interpretar los datos y sustituir en la expresión general de la función, dando a entender el poco dominio algebraico.

### RESULTADOS OBTENIDOS AL IDENTIFICAR LA GRÁFICA DE LA FUNCIÓN LINEAL QUE ILUSTRABA LA SITUACIÓN.

Ítem 6. Escoja de las siguientes gráficas la que representa mejor la situación y Argumente su elección \_\_\_\_\_

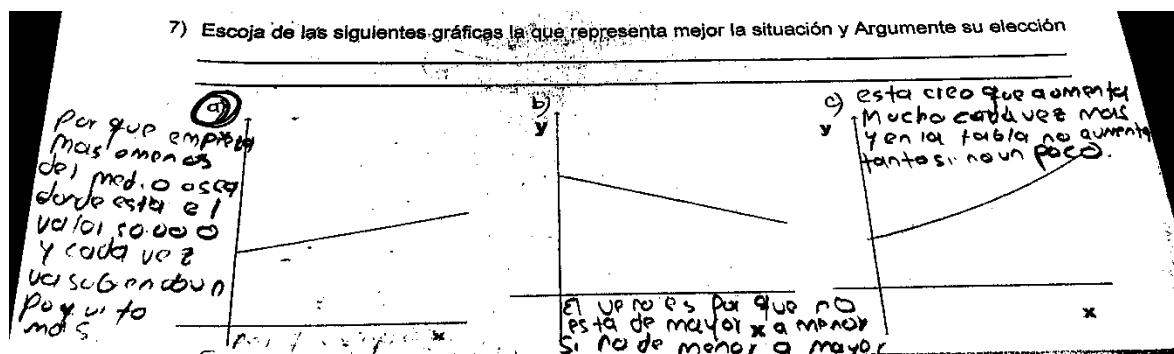


Nivel	Estudiantes	Argumentación	Ejemplo de respuesta
Nivel 1. Bajo en argumentar	No contestó: E13	Carecieron de palabras o expresaron con ambigüedades (poco o mucho) la variación de las gráficas escogidas, evidenciado la poca interpretación de la gráfica	E13 no contestó
	Rta correcta (a): E32		E32: No argumentó
	Rta incorrecta (c): E3, E4, E11, E12, E14, E15, E16,		E25: “Yo escoji la C porque primero se inicia con la inversión de 50000...luego se va aumentando el valor y al aumentar

Nivel	Estudiantes	Argumentación	Ejemplo de respuesta
	E23, E24, E25, E27, E29 E33, Rta correcta (a): E2, E17, E18, E21, E22, E30, E36.	que representaba la Función Lineal.	el valor se va aumentando el número de lápices. Yo no escogí la A porque era parecida a la C pero no representa bien el aumento”
<b>Nivel 2</b> <b>Básico en argumentar</b>	Rta correcta (a): E1, E5, E6, E8, E9, E10, E19, E20, E26, E31, E34, E35.	Expresaron con dificultad la relación estrecha entre el comportamiento de los datos obtenidos en la tabla de valores y el crecimiento constante de la gráfica escogida.	E26: “Escoji la (a) porque el Y que es el costo se acerca muy bien a los costos de elaboración paso por paso de los 5 lapices y porque ellos aumentan un mismo tipo de precio, la (c) no porque el valor aumenta en un orden y la línea va como doblada”
<b>Nivel 3.</b> <b>Alto en argumentar</b>	Respuesta correcta (a): E7	Expresaron un claro sustento al comunicar la variación constante que observó en los datos.	E7: Escoge la (a) “porque el valor en la gráfica es constante y no aumenta tan rápido, la (b) el valor baja y no aumenta y la (c) el valor sube muy rápido”

En este ítem, los estudiantes argumentaron la elección de una de las tres gráficas dadas que mejor representaba el problema con Función Lineal. El 97%(34/35) de los estudiantes se encontraron en los niveles de desempeño bajo y básico, con mayor porcentaje en el nivel bajo en la argumentación con el 63%(22/35) de los estudiantes al expresar el incremento de las gráficas escogidas usando expresiones como “aumenta poco a poco” “sube de a poquito no tan rápido” carentes de sentido en la argumentación del aumento constante que identifica la gráfica de la Función Lineal dado por el valor de la pendiente. Se ilustra la respuesta del estudiante E18 en la imagen (21).

**Imagen 21. Respuesta del estudiante E18 al identificar la gráfica de la Función Lineal.**



Como se observa en la imagen (21), el estudiante E18 reconoció la gráfica que representaba mejor la situación en relación con los valores de la tabla, sin embargo se dejó llevar por sus apreciaciones de mucho o poco del crecimiento para expresar con poco sentido la escogencia de una de ellas, mostrando un nivel bajo en la argumentación de la representación gráfica de la Función Lineal.

El 34% (12/35) de los estudiantes se ubicaron en el nivel básico en la argumentación de la representación gráfica de la función lineal, porque expresaron la relación directa entre las variables, pero se le dificultó argumentar la gráfica escogida en relación con el crecimiento constante de los datos que hallaron inicialmente en la tabla de valores. Se presenta al estudiante E20 en la imagen (22).

**Imagen 22. Respuesta del estudiante E20 al identificar la gráfica de la Función Lineal.**

7) Escoja de las siguientes gráficas la que representa mejor la situación y Argumente su elección  
Por que al aumentar el número de lápices (x) también aumenta el costo (y)

a) Por que el valor aumenta a un ritmo no tan rápido y considerable.

b) Porque el valor de la producción en vez de bajar el No es.

c) Por que aumenta muy rápidamente.

Como se ve en la imagen (22) el estudiante E20 expresó el aumento asociado a la rapidez que crecen las funciones evidenciando la dificultad para comunicar la característica básica de las funciones lineales que es el aumento constante dado por el valor de la pendiente de la recta. E20 se ubicó en el nivel básico de la argumentación en este aspecto.

A continuación se presenta el resumen de los niveles de desempeño de los estudiantes en estudio, en la interpretación y la argumentación del proceso de comunicación en cuanto a la resolución del problema de función lineal.

**5.1.2.2 Resumen de resultados en las habilidades de interpretación y argumentación en el problema con función lineal:**

En los siguientes cuadros y gráficos estadísticos presentados en el anexo J2 se resume los resultados obtenidos por los estudiantes en la segunda parte del diagnóstico con la ubicación en los diferentes niveles de desempeño: Bajo (I1), Básico (I2), Alto (I3); según las respuestas que dieron a los 6 ítems que hicieron referencia a los diferentes aspectos de la Función Lineal. En el ítem 1 se analizó la interpretación, en el ítem 6 la argumentación y en los demás las dos habilidades.

Para la obtención de los resultados definitivos se tuvo en cuenta la frecuencia 3 a 5 en un mismo nivel de desempeño y la determinación de que si el estudiante presentaba la misma frecuencia 2 a 5 en dos niveles distintos se ubicaba en el nivel de desempeño básico porque:

- Si la misma frecuencia estaba en los niveles bajo y básico, uno de los aspectos fue alto, entonces queda en básico
- Si la misma frecuencia estaba en básico y alto, uno de los aspectos fue bajo, entonces queda en básico
- Si la misma frecuencia estaba en bajo y alto, uno de los aspectos fue básico, entonces queda en básico

**Cuadro 6. Resultado del diagnóstico en cuanto a la interpretación de problemas sobre función lineal**

ASPECTOS SOBRE SOLUCIÓN DEL PROBLEMA CON FUNCIÓN LINEAL	VALORACIÓN HABILIDAD DE INTERPRETACIÓN		
	<b>Bajo (I1):</b> Reconoce algunos datos pero no establece relaciones que permitan determinar que ha comprendido el problema.	<b>Básico (I2):</b> Reconoce los datos relevantes estableciendo ciertas relaciones entre ellos, permitiendo determinar que ha comprendido en parte el problema.	<b>Alto (I3):</b> Reconoce los datos y establece relaciones entre ellos, dando sentido y significado al problema, permitiendo determinar que lo ha comprendido correctamente.
<b>Ítem1:</b> Diferencian la variable dependiente e independiente en una Función Lineal.	E8, E13, E17, E21, E24, E26, E27, <b>(20%)</b>	E5, E15, E19, E22, E23, E32, E36 <b>(20%)</b>	E1, E2, E3, E4, E6, E7, E9, E10, E11, E12, E14, E16, E18, E20, E25, E29, E30, E31, E33, E34, E35 <b>(60%)</b>
<b>Ítem2:</b> Reconocen la pendiente como un crecimiento constante modelada a través de la Función Lineal.	E4, E8, E9, E10, E11, E12, E15, E16, E19, E23, E24, E25, E26, E27, E30, E31, E33, E34 <b>(51%)</b>	E1, E2, E3, E5, E6, E7, E13, E14, E17, E18, E20, E21, E22, E29, E32, E35, E36 <b>(49%)</b>	

<b>Ítem3:</b> Reconocen el término constante de la función lineal como corte con el eje Y en el plano cartesiano.	E4, E6, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E15, E17, E23, E25, E26, E27, E30, E31, E33, E34, E36 <b>(54%)</b>	E1, E2, E3, E5, E7, E14, E16, E18, E19, E20, E21, E22, E24, E29, E32, E35 <b>(46%)</b>	
<b>Ítem4:</b> Encuentran el valor de la variable dependiente si se conoce el valor de la variable independiente, en la función lineal.	E13 <b>(3%)</b>	E1, E4, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E15, E16, E17, E20, E21, E25, E27, E29, E30, E31, E32, E34, E36. <b>(63%)</b>	E2, E3, E5, E14, E18, E19, E22, E23, E24, E26, E33, E35. <b>(34%)</b>
<b>Ítem5:</b> Determinan el valor de la variable independiente si se conoce el valor de la variable dependiente, en la función lineal.	E3, E5, E13, E15, E26 <b>(14,2%)</b>	E1, E2, E4, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E14, E16, E17, E18, E20, E21, E25, E27, E29, E30, E31, E32, E34, E33, E35, E36. <b>(74,3%)</b>	E19, E22, E23, E24. <b>(11,5%)</b>
<b>DEFINITIVO SEGÚN MAYOR FRECUENCIA O DETERMINACIONES</b>	E8, E13, E15, E26, E27 <b>(14%)</b>	<b>E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E9, E10, E11, E12, E14, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E36 (86%)</b>	

**Cuadro 7. Resultado del diagnóstico en cuanto a la argumentación de problemas sobre función lineal**

<b>ASPECTOS SOBRE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON FUNCIÓN LINEAL.</b>	<b>VALORACIÓN HABILIDAD DE ARGUMENTACIÓN</b>		
	<b>Bajo (A1):</b> Carece de palabras o expresa lo que piensa o hace con el problema sin sentido.	<b>Básico (A2):</b> presenta dificultad al expresar el proceso que pensó y realizó para obtener la solución al problema.	<b>Alto (A3):</b> Expresa claramente el proceso empleado que sustenta la solución del problema.
<b>Ítem2:</b> Reconocen la pendiente como un crecimiento constante modelada a través de la	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26,		

función lineal.	E27, E29, E30, E31, E32, E33 E34, E35, E36. <b>(100%)</b>		
<b>Ítem3:</b> Reconocen el término constante de la Función Lineal como corte con el eje Y en el plano cartesiano.	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E29, E30, E31, E32, E33 E34, E35, E36. <b>(100%)</b>		
<b>Ítem4:</b> Encuentran el valor de la variable dependiente si se conoce el valor de la variable independiente, en la Función Lineal.	E5, E6, E13, E14, E17, E19, E21, E22, E23, E30, E32, E36 <b>(34%)</b>	E4, E8, E9, E10, E11, E12 E15, E16, E25, E27, E29, E31, E33, E34, E35. <b>(43%)</b>	E1, E2, E3, E7, E18, E20 E24, E26. <b>(23%)</b>
<b>Ítem5:</b> Determinan el valor de la variable independiente si se conoce el valor de la variable dependiente, en la función lineal.	E3, E5, E13, E15, E26 <b>(14%)</b>	E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E25, E27, E29, E30, E31, E32, E34, E36. <b>(63%)</b>	E1, E2, E4, E14, E16, E24, E33, E35. <b>(23%)</b>
<b>Ítem6:</b> Reconocen la representación gráfica de una situación modelada con Función Lineal.	E2, E3, E4, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E30, E32, E33, E36. <b>(63%)</b>	E1, E5, E6, E8, E9, E10, E19, E20, E26, E31, E34, E35. <b>(34%)</b>	E7 <b>(3%)</b>
<b>DEFINITIVO SEGÚN MAYOR FRECUENCIA O DETERMINACIONES</b>	<b>E2, E3, E4, E5, E6, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E29, E30, E32, E33, E36. (74%)</b>	<b>E1, E7, E8, E9, E10, E20, E31, E34, E35 (26%)</b>	

Fuente: Elaborado por la profesora investigadora

### **De los resultados presentados en los cuadros 5 y 6, se deduce que:**

Para el ítem 1, se observa en el cuadro 6 que el 60% de los estudiantes lograron interpretar la dependencia de las variables desde la lógica “depende de” para hallar valores desconocidos sin la claridad del concepto matemático de dependencia entre las variables de una función.

En los ítems 2 y 3, se observa en el cuadro 6 que menos de la mitad de los estudiantes relacionaron el valor de la pendiente y el corte con el eje Y, con las letras “m” y “b” en la ecuación canónica, sin embargo, en el cuadro 7 se observó que ningún estudiante da justificaciones que evidenciaran la comprensión de la pendiente en relación al crecimiento constante de la función lineal y el corte del eje Y en relación al inicio de su rango.

En los ítems 4 y 5 en el cuadro 6, de la interpretación en el cálculo de una variables conociendo la otra se pudo observar que los estudiantes comprendieron la relación de las variables en la expresión algebraica lineal al calcular una variable a partir de la otra, sin embargo la mayoría de los estudiantes presentaron un nivel básico al no usar la expresión algebraica para verificar sus resultados, evidenciando el poco dominio algebraico. En el cuadro 7 la mayoría de los estudiantes se encontraron en el nivel básico de la argumentación porque se les dificultó expresar lo que pensaron e hicieron para obtener el valor de la variable pedida.

En el ítem 6, se observa en el cuadro 7 que el 97% de los estudiantes poco argumentaron la gráfica de la función lineal, porque usaron expresiones ambiguas (poco o mucho) para describir el crecimiento o decrecimiento, se les dificultó expresar en relación al incremento constante de los datos, por tanto se evidenció el poco reconocimiento gráfico de las funciones lineales.

**5.1.2.3 Fortalezas y debilidades en las habilidades de interpretación y argumentación, en la segunda parte del diagnóstico:** A continuación se especifican las debilidades y fortalezas del proceso de comunicación en los estudiantes del grado 9-3 en cuanto a las habilidades de interpretación y argumentación en el problema con Función Lineal. Las fortalezas estuvieron en la interpretación de algunos aspectos de la función lineal y las debilidades en relación a la argumentación de los mismos.

En la interpretación, lograron diferenciar las variables y los valores constantes en la estructura algebraica de la función lineal; interpretaron la dependencia de variables usando la lógica “depende de” en relación al cálculo de valores; identificaron los valores “m” y “b” en la expresión algebraica de la Función Lineal a través de la observación y la comparación con la expresión canónica; establecieron relaciones entre los datos para determinar una de las variables conociendo la otra según las condiciones del problema

En la argumentación, los estudiantes presentaron dificultad al dar razones sobre los conceptos de algunos aspectos de la función lineal, como por ejemplo la pendiente y el valor del corte en el eje Y; también en la representación gráfica no justificaron en relación al crecimiento constante de propio de la función lineal, Además pocos usaron la expresión algebraica lineal para el cálculo de variables o la verificación de su resultados, evidenciando poco dominio algebraico.

**5.1.3 Hallazgos del diagnóstico.** Uno de los propósitos de esta investigación fue identificar las fortalezas y dificultades de los estudiantes de estudio, en la interpretación y argumentación de problemas que involucran pre saberes sobre porcentaje y función lineal necesarios para resolver problemas de tipo económico. Según los resultados de la primera y segunda parte del diagnóstico las dificultades y fortalezas fueron:

Las dificultades, en cuanto a la interpretación estuvieron relacionadas con: la comprensión de enunciados, el establecer relaciones de los datos, el dedicar poco tiempo para pensar más y mejor los problemas antes de ejecutarlos, realizar en forma incorrecta operaciones aritméticas y no verificar los procesos.

Las dificultades, en cuanto a la argumentación estuvieron relacionadas con: expresar lo que se pensó e hizo con los problemas, colocar en orden las ideas y la poca claridad de los conceptos trabajados sobre porcentaje y función lineal.

Las fortalezas fueron comunes, en cuanto a las dos habilidades estuvieron relacionadas con la buena actitud y disposición de los estudiantes al trabajo propuesto, quienes usaron sus pre saberes y contextualizaron los problemas en sus realidades, con el fin de poder llegar a comprender, ejecutar y comunicar lo que obtuvieron como solución de los mismos.

## **5.2 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA FASE DE INTERVENCIÓN**

En la intervención de aula se implementó una unidad didáctica con el fin de fortalecer en los estudiantes las habilidades de la interpretación y argumentación en la resolución de problemas. La unidad está conformada por cinco sesiones (ver anexos B, C, D, E, F) donde cada una de ellas se aplica la estrategia del seguimiento y análisis de protocolos mediante tres etapas: Etapa inicial o elaboración individual del protocolo, Etapa intermedia de trabajo en grupo y plenaria, y Etapa de cierre o institucionalización de procesos por parte del maestro.

Para el análisis e interpretación de los resultados de la intervención, se tuvo en cuenta los aportes de Miguel De Guzmán (1991) para la evaluación del desempeño de los estudiantes en cuanto a las habilidades de Interpretación y argumentación del proceso de comunicación que están íntimamente relacionadas con las fases de resolución de problemas. Según De Guzmán:

Tras el examen de lo que el proceso ha sido en cada una de sus partes hay que compararlo con las que consideramos formas eficaces de proceder, a fin de determinar si se ajusta a ellas convenientemente o, por el contrario, se ha actuado de forma desacertada en alguna ocasión. Esta comparación, en lo que se refiere a los rasgos globales del proceso, es decir al modo de familiarización inicial, selección de estrategias, trabajo a fondo con alguna de ellas, revisión..., se puede hacer muy

provechosamente si se dispone de uno o más protocolos relativos al mismo problema...<sup>51</sup>

Por lo tanto, en la estrategia del seguimiento y análisis de protocolos, especialmente en la etapa intermedia, tanto en el consenso grupal como en la plenaria, se incentivó a los estudiantes para que en los diferentes grupos comunicaran de manera oral y escrita, sus razonamientos y las formas de proceder ante la solución de un mismo problema, reflexionaran sobre sus puntos de vista y la de otros, detectando las similitudes y diferencias, analizando en donde habían acertado o en donde se habían equivocado.

En esta etapa, la docente estimuló el debate y la discusión de los estudiantes a través de preguntas y respuestas centrándose en los puntos de desacuerdo de tal manera que los estudiantes se motivaran a participar e intentaran convencer a otros de su manera de pensar, siguiendo las ideas de Hatano y Inagaki (1991)<sup>52</sup> que afirman: *“Los estudiantes que se involucran en discusiones para justificar soluciones especialmente cuando hay desacuerdo, llegarán a una mejor comprensión matemática a medida que intentan convencer a sus compañeros sobre los diferentes puntos de vista”*.

Lo anterior permitió establecer criterios para analizar el avance de los estudiantes en relación a las habilidades de interpretación y argumentación en la resolución de problemas.

### **5.2.1 Criterios de evaluación para la fase de intervención**

#### **Interpretación y Argumentación Bajo**

Desempeño obtenido por los estudiantes que se quedaron en la **fase 1 de familiarización del problema**, porque fueron estudiantes que reconocieron los

---

<sup>51</sup> DE GUZMÁN, Óp. Cit. pág.58

<sup>52</sup> NCTM, Óp. Cit. pág. 64

datos, las preguntas y/o algunas condiciones; pero, no lograron establecer relaciones entre ellos, que les permitiera pensar en un plan concreto para llegar a resolver el problema, evidenciando que no habían comprendido el problema y por lo tanto, comunicaron a otros sin sentido estrategias donde no se tenían en cuenta todas las condiciones iniciales del mismo. Se evidencia un nivel bajo tanto en la interpretación como en la argumentación.

### **Interpretación Básica y Argumentación Baja**

Nivel obtenido por los estudiantes que se quedaron en la **fase 2 de establecer un plan**, porque reconocieron los datos relevantes y establecieron ciertas relaciones dando a entender que habían comprendido en parte el problema; sin embargo, no lograron expresar con claridad los procedimientos que pensaban y ejecutaban en búsqueda de la solución. Se evidencia un nivel de desempeño básico en la interpretación y bajo en la argumentación.

### **Interpretación Alta y Argumentación Básica**

En este nivel de desempeño se ubicaron los estudiantes que quedaron en la **fase 3 de ejecución del plan**, porque comprendieron los datos, las preguntas y establecieron relaciones entre ellos teniendo en cuenta las condiciones, dando sentido y significado al problema, pero al ejecutar el plan se les dificultó expresar a otros lo que habían pensado y realizado durante el proceso de resolución, evidenciado un nivel alto en la interpretación y básico en la argumentación.

### **Interpretación y Argumentación Alta:**

En este nivel de desempeño se ubican los estudiantes que lograron llegar a la **fase 4 de verificación del proceso**, porque establecieron relaciones con sentido y significado entre los datos y las preguntas según las condiciones del problema, discutieron con otros sus puntos de vista logrando validar sus procedimientos, expresando claramente lo que pensaron e hicieron con el fin de convencer a otros

de sus razonamientos. Se evidencia un nivel de desempeño alto en la interpretación y argumentación.

**5.2.2 Descripción y análisis de la sesión 1 implementada.** La sesión 1 se inició el 30 de septiembre de 2016, en la sala de informática de la sede C (primaria) porque el salón base del grupo presentaba alta contaminación auditiva y no era apto para el desarrollo de la sesión. Inicialmente se había programado 2 horas de clase para el desarrollo de la etapa inicial, pero fue necesario una hora más. En total fueron 7 horas de clase para el desarrollo de la sesión 1.

Los estudiantes fueron asignados por orden de lista en cada uno de los puestos de la sala de informática para llevar un control de los implementos que había allí. Cada estudiante desarrolló en forma individual el protocolo del proceso para la resolución de un solo problema, de acuerdo con la NCTM<sup>53</sup>(2000): “*El trabajo de los estudiantes es valioso para evaluar los conceptos erróneos de estos*”. Y las dificultades en la interpretación y argumentación del problema. El análisis se realizó según los criterios expuestos anteriormente en el numeral **5.2.1** teniendo en cuenta los niveles de desempeño en las dos habilidades de estudio y los estado de ánimo que manifestaron los estudiantes ante el problema al escoger emoticones de (aburrimiento, desesperación, interés, entusiasmo,...etc.).

**Se resolvió la situación problema:** Santiago ahorró en una alcancía un mismo tipo de moneda. Al contarlas las organizó de la siguiente manera:



---

<sup>53</sup> NCTM. Óp. Cit. pág. 354

Si el total de monedas que Santiago ahorró le alcanzan para armar hasta la décima novena figura de esta serie y le sobran treinta monedas ¿Cuántas monedas tiene Santiago? Si las monedas son de \$500 pesos ¿cuánto dinero ahorró Santiago?

## **LOS RESULTADOS FUERON LOS SIGUIENTES:**

**ETAPA INICIAL (Elaboración del protocolo):** Los estudiantes E2, E6, E9, E21, E34 y E35 no asistieron a clase, así que no realizaron la etapa inicial de elaboración del protocolo, por tanto no participaron del desarrollo de la sesión 1. En esta sesión si participó el estudiante E28 quien no se tuvo en cuenta durante el análisis del diagnóstico y la prueba final, porque no asistió durante la prueba diagnóstica por problemas de salud.

Los estudiantes E7, E8, E12, E13, E15, E23, E26, E32 y E36 según el contenido del protocolo se ubicaron en el nivel de desempeño **bajo tanto en la interpretación y argumentación (fase 1 de familiarización con el problema)** porque no comprendieron las condiciones que el problema planteo en relación a la serie de monedas, se les dificultó expresar lo que significaba la frase “la décima novena figura”, no lograron establecer relaciones entre la posición y el número de monedas en las figuras dadas (datos) expresando sin sentido lo que pensaron e hicieron con el problema, evidenciando baja comprensión y argumentación de sus ideas.









El estado de ánimo durante la elaboración del protocolo en este grupo de estudiantes fue negativo porque los estudiantes E8, E13, E15 y E23 manifestaron desesperación al no poder comprender el problema; los estudiantes E7, E12, E32, y E36 se sintieron confundidos por las serie de figuras en que se contaban las monedas y el estudiante E26 se sintió aburrido, desesperado, confundido y bloqueado, porque no sabía qué hacer. Se ilustra a E26 en la imagen (23)

**Imagen 23. Estudiante E26 en la respuesta del ítem 2e del protocolo y su respectivo estado de ánimo.**

Realizar algún esquema, diagrama o dibujo que ilustre la situación a resolver. ¿cuál?

Pues hay 16 0000  
0000 entonces se le va agregando tan  
0000 to vertical y horizontal has ta  
0000 llegar a la

Seleccione el EMOTICÓN que indique cómo se sintió usted durante la actividad.

Entusiasmado	Aburrido	Desesperado	Confundido	Sorprendido	Bloqueado	Confiado	Concentrado
							

Como se observa en la imagen (23) el estudiante E26 identificó que las figuras de las monedas van aumentando tanto vertical como horizontalmente sin saber hasta dónde, tomó el ejemplo de las 16 monedas pero no estableció relaciones entre la posición y el número de monedas que le permita avanzar, pasando por diferentes estados de ánimo negativos debido a la poca comprensión del problema.

Otro estudiante del Grupo 1, fue el estudiante E8 que manifestó un estado de ánimo desesperado porque no comprendía como aumentaban las figuras, sin embargo observo un flechita que va creciendo. Se ilustra a continuación lo observado por el estudiante E8 en la imagen (24).

**Imagen 24. Estudiante E8 en la respuesta del ítem 1(e) y 1 (f) de su protocolo y respectivo estado de ánimo.**




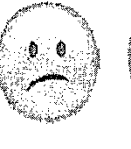
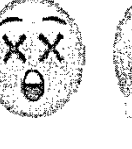



1) Observe y analice la organización que se presenta de las monedas y explique el número de monedas necesarias para la siguiente figura. Yo vi que es una sucesión a cada figura se le agrega una parte más es:  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$  a cada figura se le agrega una parte hacia el como una flecha  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$  se le agregan

es:  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$  se agrega como una flecha.

Determine y Justifique la relación que existe entre la figura siguiente y la anterior en la serie ilustrada.

Pues es lo mismo que explique en la pregunta anterior es una secuencia a cada una se le agrega un espacio más es: así.

Seleccione el EMOTICÓN que indique cómo se sintió usted durante la actividad.

Entusiasmado	Aburrido	Desesperado	Confundido	Sorprendido	Bloqueado	Confiado	Concentrado
							
		↑ esta					

Como se muestra en la imagen (24) el estudiante E8 observó que “se agrega como una flecha”, al tratar de explicar el aumento de monedas de la figura siguiente con respecto a la anterior, pero no logró establecer relaciones concretas entre la posición y el número de monedas quedando el estudiante en un nivel bajo en la interpretación y argumentación del problema sintiéndose durante el proceso de resolución desesperado.

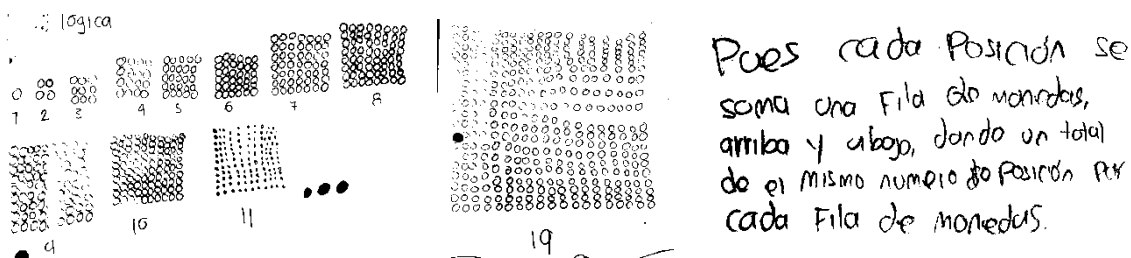
Los estudiantes E1, E5, E14, E16, E17, E18, E19, E25, E27, E28, E29, E30, E31 y E33 mostraron un nivel de desempeño **básico en la interpretación y Bajo en la argumentación (fase 2 de establecer un plan)** porque establecieron algunas relaciones entre la posición y el número de monedas en cada figura (datos), la dificultad más representativa fue la comprensión lectora de la condición “el total de monedas que Santiago ahorró le alcanza para armar hasta la décima novena

figura” pues no comprendieron la palabra “hasta” pensando que el total de monedas le alcanzaba para armar la décima novena figura únicamente, y que necesitaban analizar la serie para saber cómo se conformaba esa décima novena figura. Por tanto, el nivel de interpretación fue básico y la argumentación bajo porque expresaron sin sentido a las condiciones del problema los procedimientos que pensaron e hicieron.

En este grupo de estudiantes, E1, E5, E27 y E31 se sintieron desesperados y/o bloqueados, E14, E28, E29 y E30 confundidos, E16, E17, E19, E25 y E33 concentrados, y el estudiante E18 manifestó estar entusiasmado. Vemos que la mayoría de los estudiantes mantuvieron estados de ánimo negativos debido a las dificultades en la comprensión del problema.

A continuación se ilustra en la imagen (25), al estudiante E1, quien empleó una estrategia gráfica para comprender en parte el problema y establecer la relación entre el número de monedas y la posición de la figura, y que afirmó: “el total de monedas ahorradas por Santiago se puede hacer la décima novena figura de esta serie y sobran 30 monedas” estableciendo un plan sin tener en cuenta la frase “hasta la décima novena figura”, pero no logró ejecutarlo por falta de tiempo.

**Imagen 25. Estudiante E1 en la respuesta al ítem 3(a) del protocolo.**



Como se puede observar en la imagen (25) el estudiante E1 estaba en la búsqueda de estrategias estableciendo relaciones entre la figura o la posición al usar “el método lógico” como llamó a la representación gráfica o “el método matemático” que era elevar al cuadrado la posición de las 19 figuras de la serie. Ante la pregunta del cuestionario sobre ¿cómo solucionaría la situación? E1 planteó: “usando el método de lógica (graficar) y mirar detalladamente las posiciones o también buscando una manera en que se pueda multiplicar...también el método matemático sería multiplicar al cuadrado el número de la posición y así sale el resultado de cada posición”.

### **Diálogo con el estudiante E17**

La profesora le preguntó a E17 sobre lo que ha ido pensando del problema y lo que ha ido ejecutando para hallar la solución, el estudiante mostró la figura cuatro y respondió lo siguiente:

Aumentaría las cuatro filas bajando y a lo ancho, sí... o sea, que para llegar a la figura diecinueve, no es necesario que yo haga las dieciocho... o sea las dieciocho secuencias, sino ya sé que son 19 columnas a lo largo y a lo ancho... o sea, sería una relación que hay entre la posición y el número de monedas, al sumar todas esas me van a dar el total de monedas, si cada una vale quinientos, al sumar todas multiplicaría el número de monedas por quinientos y ese sería el total de la figura diecinueve, más las treinta que le sobran y ese sería el total de todas las monedas que él tiene, más todo el ahorro, esa sería la relación.

En el diálogo se puede observar que el estudiante E17, reconoció la relación entre la posición y el número de monedas. Pero, en el momento de establecer una estrategia la estudiante no comprendió que Santiago al contar las monedas “las organizo de la siguiente manera” (según la serie) y que concluye con la afirmación “le alcanzan para armar hasta la décima novena figura” (ver video D. E17). Lo anterior evidenció que la estudiante E17 poseía un nivel básico en la interpretación y bajo en la argumentación del problema porque para él no era claro el proceso que sustentaría la solución del problema acorde a las condiciones que el mismo proponía. La profesora no intervino para no interrumpir el proceso, porque más

adelante con el desarrollo de las otras etapas del seguimiento de protocolos, se esperaba subsanar las dificultades presentadas.

Los estudiantes E3, E4, E10, E22 y E24 lograron **Interpretación alta y Argumentación Básica (fase 3 de ejecución del plan)**, porque establecieron una estrategia que les permitiría llegar a la solución del problema estableciendo relaciones con sentido y significado entre la posición y el número de monedas en cada figura (datos), evidenciando que habían comprendido bien el problema, pero fallaron en el procedimiento de operaciones aritméticas como por ejemplo la suma de los 19 primeros número cuadrados, o que al final se les olvido agregarles las 30 monedas que le sobraron a Santiago, evidenciando un nivel de argumentación básico en sus razonamientos. Durante la elaboración del protocolo los estudiantes E3, E4, E10 y E24 se sintieron concentrados, y E22 confundido. Se ve que la mayoría de los estudiantes de este grupo presentaron estados de ánimo positivos acorde a la comprensión del problema. Se ilustra a E10 en la imagen (26).

**Imagen 26. Estudiante E10 en la respuesta 3(b) del protocolo.**

3) Continuación

$1^2 = 1$	$9^2 = 81$	$17^2 = 289$
$2^2 = 4$	$10^2 = 100$	$18^2 = 324$
$3^2 = 9$	$11^2 = 121$	$19^2 = 361$
$4^2 = 16$	$12^2 = 144$	
$5^2 = 25$	$13^2 = 169$	
$6^2 = 36$	$14^2 = 196$	
$7^2 = 49$	$15^2 = 225$	
$8^2 = 64$	$16^2 = 256$	

$= 2.467 + 30 = 2.497$  ← La suma de los 30 sobrantes

↑  
La sumatoria de todas las monedas

En la imagen (26) se observa al estudiante E10 desarrollar la estrategia que pensó para solucionar el problema al establecer la relación de la posición al cuadrado para el cálculo de monedas en cada figura, comprendiendo claramente el

problema al encontrar “la sumatoria de todas las monedas” cometiendo un error aritmético al faltarle 3 unidades al resultado; al final tuvo en cuenta la adición de las 30 monedas que le sobraron a Santiago. Como se puede ver el estudiante comunicó con un nivel de interpretación alto sus procedimientos y argumento en un nivel básico lo que pensó y ejecuto al no revisar sus procesos.

Los estudiantes E11, E20, evidenciaron **Interpretación y Argumentación alto (fase 4 verificación de procesos)** porque lograron establecer relaciones entre la posición y el número de monedas en cada figura, con sentido y significado a las condiciones para contar las monedas de cada figura en la serie, teniendo en cuenta las condiciones del problema, evidenciando un nivel alto en la interpretación del problema. Realizaron verificación de respuesta argumentando como habían pensado y hecho para llegar a la solución del problema. El estado de ánimo de los estudiantes E11 y E20 fue concentrado. Ilustramos E20 en la imagen (27).

**Imagen 27. Estudiante E20 con la respuesta al ítem 3(a) del protocolo.**

**3. PARA EJECUTAR EL PLAN PENSADO:**

a) Escriba y justifique cada uno de los pasos del proceso que describió en el ítem 2(d).

Calculo cuantas monedas hay en cada figura.

Figura N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Cantidad Monedas	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361	

Sumo cada una de la cantidad de monedas y le doy el valor a cada una según se plantea en el problema.  
 Y voy dando respuesta a cada pregunta.

Como se observa en la imagen (27) el estudiante E20 comprendió claramente el problema, estableció relaciones entre la posición y el número de monedas, que posteriormente organizó en una tabla, encontró todas las cantidades de monedas que corresponden a la figura según la posición, llegando a establecer estrategias que luego ejecutó para dar respuesta a cada una de las preguntas del problema. Evidenciando un nivel alto de interpretación al elaborar otros esquemas de representación que evidencian su nivel de comprensión.

Ante la indicación: Escriba la solución completa E20 afirmó: En total hay 2500 monedas y tiene \$1.250.000 en total; ante la pregunta ¿Es posible armar una figura cuadrada con todas las monedas ahorradas por Santiago? Respondió: “Si es posible armar una sola figura cuadrada con todas las monedas que ahorro y el lado sería 500 monedas” en esta respuesta el estudiante E20 cometió un error de apreciación al pensar que el cuadrado de 250 era 500, sin embargo el estudiante argumenta claramente el proceso que sustenta la solución según el contenido de su protocolo.

### **Conclusión de la Etapa inicial:**

Se pudo observar que durante la etapa inicial los estudiantes presentaron dificultades relacionadas con la comprensión lectora de las condiciones del problema al no interpretar como se organizó el conteo de las monedas hasta la décima novena figura, por tanto la mayoría de los estudiantes mostró estado de ánimo negativos acorde a las dificultades anteriormente expuestas en la interpretación y argumentación del problema.

### **ETAPA INTERMEDIA: Elaboración del consenso por grupos y plenaria**

Los estudiantes se organizaron en 5 grupos con seis integrantes cada uno; para la conformación de grupos algunos estudiantes voltearon sus sillas porque la estructura del salón no permitió mayor movimiento, quedando cada grupo con los siguientes estudiantes:

**GRUPO 1:** E19, E20, E22, E23, E24 y E28.

**GRUPO 2:** E25, E26, E27, E29, E30 y E31.

**GRUPO 3:** E12, E13, E14, E16, E17 y E18.

**GRUPO 4:** E5, E11, E15, E32, E33 y E36.

**GRUPO 5:** E1, E3, E4, E7, E8 y E10.

En cada grupo se escogió un monitor que era el encargado de **diligenciar el consenso escrito**, el cual se hizo a través de un cuestionario que contiene aspectos relevantes en cada una de las fases de resolución, con el fin de que los estudiantes en equipo comunicaran los acuerdos después de la exposición y discusión de las ideas que permitió la reflexión sobre sus aciertos y sus dificultades. Como lo afirma la NCTM<sup>54</sup> (2000): *“Interactuar con otros ofrece oportunidades para intercambiar ideas y reflexionar sobre ellas; por lo tanto, la comunicación es un elemento fundamental en el aprendizaje de las matemáticas”* Este consenso escrito fue el insumo para continuar con **la plenaria general**.

La profesora jugó un papel importante en esta etapa porque fue la que estimuló a los estudiantes a pensar y a razonar aún más en el problema, a comunicarse entre ellos los resultados y a reflexionar sobre las formas de proceder del problema en común, con el fin de fortalecer la interpretación y argumentación de sus estudiantes tanto en la forma oral como escrita. Pasando por cada uno de los grupos y resaltando las diferencias de pensamiento para motivar la discusión de las ideas.

Para el análisis del **consenso escrito**, se tuvieron en cuenta los criterios de evaluación en el numeral **5.2.1** sobre los niveles en la interpretación y argumentación del problema. A continuación se enuncian los hallazgos:

---

<sup>54</sup> *Ibíd.* pág. 65

En el **GRUPO 1**, el monitor escogido fue el estudiante E24. El grupo inicialmente se dispuso a socializar sus protocolos, llegando a debatir fuertemente los estudiantes E20 y E28 quienes tenían pensamientos distintos sobre la comprensión de las condiciones del problema, siendo E28 un estudiante con exceso de confianza en sí mismo y no le gusta que lo contraríen, por tanto, no siguieron las normas mínimas de respetar la palabra y escuchar con respeto al otro, generando un mal ambiente en el grupo por querer imponer su pensamiento. La docente intervino recordando al monitor la responsabilidad de moderar las intervenciones del grupo, para propiciar un ambiente de debate más no de competitividad. Los estudiantes fueron receptivos a las observaciones de la profesora y permitieron que los demás también participaran llegando a un consenso.

El estudiante E24 realizó la lectura del primer acuerdo sobre la familiarización del problema: *“nosotros llegamos a la conclusión de que cada vez se va incrementado o agregando una fila más a la figura anterior”*. La profesora solicitó más aclaraciones al respecto, interviene E24 diciendo que: *“al número de figura multiplicado por él mismo...si la figura es la 4, va a tener  $4 \times 4 = 16$ , 16 monedas, lo mismo con la cinco hasta la número diecinueve”*. La profesora resaltó la importancia de comunicar con claridad las ideas que surjan del grupo, porque lo que dijo E24 no estaba escrito. Los estudiantes hacen reflexión de sus dificultades para comunicar por escrito lo que pensaron como grupo como lo afirmó E23: *“Es que cuando uno habla no sabe cómo explicarlo literalmente en la hoja, o sea uno dice las cosas bien pero no sabe cómo escribirlo o buscar las palabras para expresarlo”* (Ver video 1.1, minuto 2:20 primera parte).

Como resultados el **GRUPO 1** decidió escribir como consenso, lo que la mayoría tenía en sus protocolos, es decir, pensaron que el número total de monedas era las que correspondían a la figura 19 únicamente, obteniendo respuestas incorrectas como solución del problema. En consecuencia, se puede afirmar que

el grupo no logro avanzar en su nivel de interpretación básica y argumentación bajo, por no querer entrar en debate ante la posición radical y grosera entre los compañeros E20 y E28, evitando ahondar entre las diferencias de pensamiento quedando sin validar los aportes que dieron algunos estudiantes al grupo.

En el **GRUPO 2**, se eligió a E29 como monitor, quien leyó el primer acuerdo de la fase 1 sobre la familiarización del problema: “*Consideramos que las figuras aumentan en números impares, y su número de base y altura son iguales*” Evidenciando que el grupo ha comprendido en parte el problema. La profesora les preguntó sobre las dificultades en la interpretación del problema, los estudiantes reflexionaron, E26 dijo: “*yo no entendía que era la décima novena...pensaba que era un fraccionario o algo así*” y E31 afirmó: “*a mí se me hizo difícil colocarlo en palabras...no sabía cómo hacerlo, como darme a entender*” (ver anexo: video 1.2). En este grupo se evidenció algunos momentos de discusión como lo manifestó E29 quien afirma que la dificultad de grupo fue: “*Que a veces no nos colocamos de acuerdo todos, pues unos decían una cosa y entonces el otro opinaba otra y se cambiaba totalmente la respuesta*”. A continuación se ilustra en la imagen (28), la estrategia que empleó y ejecutó el grupo 2.

**Imagen 28. Grupo 2, con la respuesta del ítem 3 del consenso escrito.**

**Ejecutar el plan.** Escriban la solución de la situación dando respuesta a las preguntas que planteó el problema.

19x19 - Figura altura

✓

$$361 + 30 = \boxed{391} \times 500 = \boxed{195500}$$

# total de monedas

total de ahorro

Como resultado, el **GRUPO 2** no logro avanzar en su nivel básico de interpretación y bajo en la argumentación, porque todos sus integrantes excepto E26, quien no logro establecer relaciones entre la posición y el número de monedas de cada figura, pensaron en un plan similar que llevaron a cabo como se ilustra en la imagen (28) llegando a respuestas incorrectas que poco pudieron validar por la homogeneidad de pensamientos.

En el **GRUPO 3**, el monitor elegido fue el estudiante E17, quien hizo lectura del primer acuerdo sobre la familiarización del problema: “Que aumentaban las filas según el número de secuencia, que seguía. Ejemplo en la secuencia 6 aumenta vertical y horizontal 6”. La profesora les preguntó si la gráfica de las figuras les ayudo o no en la interpretación del problema, el estudiante E18 afirmó: “*pues como grupo analizamos que la primera parte era de análisis, nos facilitó mucho analizar lo de las gráficas, ya que con las gráficas nos daban de pronto una pistas de como avanzaba cada figura, cuantas monedas era las que aumentaba en cada figura, también nos ayudó los datos que... nos daban ahí...*”. (Ver anexo: video 1.3). A continuación se ilustra el Grupo 3 en la imagen (29).

**Imagen 29. Grupo 3, en la repuesta 3 del consenso escrito.**

3. **Ejecutar el plan.** Escriban la solución de la situación dando respuesta a las preguntas que planteó el problema.

Handwritten solution showing calculations for the total number of coins and their total value:

$$19 \times 19 = 361$$

$$\begin{array}{r} 361 \\ + 30 \\ \hline 391 \end{array}$$

monedas      lo que le sobra

$$\begin{array}{r} 391 \\ \times 500 \\ \hline 195.000 \end{array}$$

Total de monedas      valor de la moneda

Total ahorrado      **\$195.500**

En general el **GRUPO 3** comprendió en parte el problema al establecer relaciones con la posición y el número de monedas. En la imagen (29) se observa la ejecución del plan que hicieron como consenso grupal evidenciando la similitud de pensamiento de la mayoría de los integrantes durante la elaboración de los protocolos. El estudiante E14 tenía otra forma de proceder que no comentó en el grupo porque se sintió insegura al ver que la mayoría pensaba de una misma forma. Por tanto, E14 no influyó en el consenso, esta situación no permitió un debate y un encuentro enriquecedor para los miembros del grupo que les permitiera avanzar en los niveles de interpretación y argumentación grupal.

La profesora intervino con el fin de dinamizar la discusión en el grupo, se dio cuenta del pensamiento distinto que tenía E14 y lo aprovechó para que el grupo reflexionara sobre el punto de vista de su compañera, los estudiantes se motivaron y se dieron cuenta de sus errores y dificultades en la interpretación del problema llegando a una reflexión que ilustramos a continuación en la imagen (30).

**Imagen 30. Grupo 3. Reflexión de la respuesta 3 del consenso escrito.**

Que el grupo no había entendido el problema y después que la profesora intervino y Ferrer dio su argumento el grupo cambió de de opinión y se dio cuenta de estar en un error.

$5 \times 5 = 25$	$13 \times 13 = 169$
$6 \times 6 = 36$	$14 \times 14 = 196$
$7 \times 7 = 49$	$15 \times 15 = 225$
$8 \times 8 = 64$	$16 \times 16 = 256$
$9 \times 9 = 81$	$17 \times 17 = 289$
$10 \times 10 = 100$	$18 \times 18 = 324$
$11 \times 11 = 121$	$19 \times 19 = 361$
$12 \times 12 = 144$	

$= 23000$   
 $= 25$   
 $1250000$

En la imagen (31) se puede observar el cambio de pensamiento que tuvo el Grupo 3 al intervenir el estudiante E14, evidenció lo importante de la disposición de los estudiantes ante la discusión y la reflexión de las ideas para avanzar a niveles más alto en las dos habilidades de estudio. En general el grupo 3 logró avanzar a un nivel alto en la interpretación y argumentación del problema.

En este momento, cabe resaltar la importancia de la profesora en la socialización de los problemas, asumiendo su rol como orientadora en la discusión de los estudiantes, porque hizo preguntas que cuestionaron los análisis ya elaborados por la mayoría de ellos, creando conflictos cognitivos que exigía comprender otra forma de pensar, reevaluar el propio pensamiento y validar las respuesta dadas al problema propuesto. Según Menezes (2004, citado por Jiménez)<sup>55</sup> el uso de preguntas permite *“detectar las dificultades en los estudiantes, ayudar a pensar a los estudiantes, obtener información que no se tiene, provocar indirectamente la realización de acciones, orientar a los estudiantes a organizar la información relativa a un saber, validar la cantidad y calidad de conocimiento de los estudiantes y motivar”*. Por lo anterior, la profesora que asume en el aula de clase una actitud dinámica, fortaleciendo en los estudiantes la comunicación a través de la discusión de ideas, ayudará a que sus estudiantes logren verdaderos aprendizajes, donde se valore y se analice la diferencia de pensamiento.

En el **GRUPO 4**, el monitor elegido fue el estudiante E33, sin embargo por su timidez de hablar en público frente a la profesora, tomó la vocería el estudiante E32 quien hizo lectura del primer acuerdo de la fase 1 sobre comprender el problema *“Qué aparentemente son como una secuencia de potenciación ya que la posición de la figura al cuadrado es la cantidad de monedas que la componen”*, este grupo dejó ver que establecieron relaciones entre la posición y el número de monedas en forma clara, llegaron a reflexionar sobre su trabajo grupal como lo afirmó E32: *“la solución fue analizar el problema y lo mejor de socializarlo en el*

---

<sup>55</sup> JIMÉNEZ. Óp. Cit. pág. 193

grupo fue...escoger la respuesta más coherente”, esto evidenció (Ver anexo video 1.1, segunda parte) que los integrantes del Grupo 4, se dispusieron a analizar las respuestas y discutir entre ellos sus diferentes puntos de vista, obteniendo un nivel alto en la interpretación y argumentación del problema. Ilustramos en la imagen (31) al Grupo 4.

### Imagen 31. Grupo 4 con la respuesta del ítem 2 y 3 del consenso escrito.

**Determinar un plan.** ¿Cuál fue la estrategia que empleó el grupo para resolver el problema? Expliquen por qué seleccionaron esa estrategia. Fue sumar todos los resultados de los números al<sup>2</sup> del 1 al 19 y sumarle las otras 30 monedas restantes y multiplicarla por 500.

**Ejecutar el plan.** Escriban la solución de la situación dando respuesta a las preguntas que planteó el problema.

$$\begin{array}{l}
 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 + 81 + 100 + 121 + 144 + 169 + 196 \\
 + 225 + 256 + 289 + 324 + 361 = 2.470 + 30 = 2500 \\
 2500 \times 500 = 1.250.000 \rightarrow \text{Cantidad de dinero}
 \end{array}$$

Cantidad de monedas

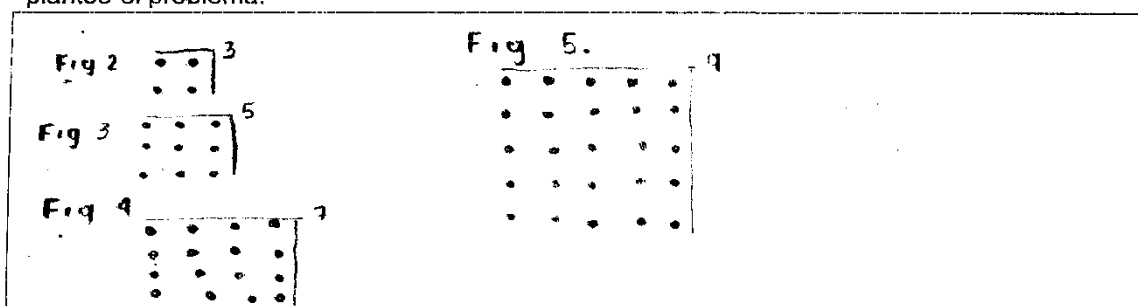
Como se observa en la imagen (31), el Grupo 4 encontró la solución al problema, validó nuevamente la estrategia que usaron al afirmar “Dijimos que era una suma de potencias y que al sumarlas, el resultado se tendría que sumar con las monedas sobrantes, después se multiplicaría por 500, quedaría el valor del dinero ahorrado”. En este grupo solo el estudiante E11 tenía este mismo pensamiento desde la elaboración de su protocolo, por tanto se puede pensar que durante el debate convenció al grupo de su proceder por tanto los demás validaron a su proceso, mejorando la interpretación del problema en sus compañeros.

En el **GRUPO 5**, el monitor elegido fue el estudiante E7, sin embargo por timidez toma la vocería el estudiante E4 quien lee el primer consenso correspondiente a la fase 1 sobre la familiarización del problema: “aumentan 2 monedas más respecto

al número de monedas aumentadas en la figura anterior” la profesora le pidió que explicara mejor ese argumento (ver anexo: video 1.5). El estudiante E4 responde: En cada figura se le aumentan dos monedas más, aquí en la primera figura solamente hay una moneda, acá (señala la figura 2) ya se aumentan tres monedas, y en la tercer figura ya no son tres monedas de más, sino cinco de más, en la cuarta figura ya no son cinco monedas de más, sino siete de más porque a cada figura se le van aumentado dos monedas más...o sea a cada posición se le aumentan las anteriores más dos monedas”. Se ilustra en la imagen (32) al Grupo 5.

### Imagen 32. Grupo 5 con la respuesta del ítem 2 y 3 del consenso escrito.

2. **Determinar un plan.** ¿Cuál fue la estrategia que empleó el grupo para resolver el problema? Expliquen por qué seleccionaron esa estrategia. la de multiplicar al cuadrado el número de cada figura y luego cada resultado sumarlo, porque era la manera mas breve y completa de resolver
3. **Ejecutar el plan.** Escriban la solución de la situación dando respuesta a las preguntas que planteó el problema.



En la imagen (32) el grupo 5, mostró claramente la relación entre la posición y el número de monedas en cada figura, guiados por la sumatoria de número impares según la posición y que a la vez representa números cuadrados. Este análisis les permitió escoger una estrategia para poder encontrar la solución del problema, pero que no la ejecutaron completamente.

La profesora indagó sobre cómo se sintieron ante las dificultades en la comprensión del problema, el estudiante E3 afirmó: “pues las preguntas nos preguntaba cosas sobre el problema y uno al ir escribiendo, uno va tomando más conciencia sobre el problema y tomando conciencia sobre cómo resolverlo” E1: “profe yo me sentía un poco desesperado pues tenía dos maneras: tanto la lógica como la matemática, y la lógica era seguir la secuencia una por una, y la matemática no la hice pero si la escribí, o sea, era multiplicar al cuadrado el número de la posición y así salen el resultado de cada posición, o sea, la última posición era 19 , las 19 al cuadrado, y el resultado, era el tanto de monedas que había en el cuadrado para esa posición y pues al final él dice que se le agregan treinta monedas más” (ver anexo: video 1.5.1).

El Grupo 5 no llegó a una solución concreta del problema debido a la actitud y disposición de sus integrantes. La profesora al escucharlos se dio cuenta que el estudiante E3 había pensado otra estrategia diferente y lo animó a socializarla en el grupo, los demás compañeros atentos le escucharon y se dieron cuenta de sus dificultades en la comprensión del problema, al no tener claridad que el dinero ahorrado era la suma de las 19 figuras más. En general, el **GRUPO 5** logró avanzar en la comprensión del problema pero no logró hacer su reflexión porque los estudiantes no aprovecharon el tiempo quedándose en el nivel básico de interpretación y bajo de argumentación.

En general algunos aspectos del consenso grupal fueron:

- Algunos grupos como por ejemplo el Grupo 1 se le dificultaron trabajar en equipo por la actitud de algunos estudiantes al no compartir en forma adecuada lo que hicieron con el problema, otros por timidez o inseguridad, por tanto no hubo el debate de ideas elaborando el consenso con la participación de unos pocos.

- La profesora intervino motivándolos con preguntas pero solo los Grupos 3 y 5 mejoraron su actitud para el trabajo y lograron avanzar. El Grupo 4 fue el único que se dio la oportunidad de escuchar a sus compañeros, reconocieron los diferentes puntos de vista, lograron reflexionar sobre sus aciertos y sus dificultades que finalmente fueron resolviendo llegando a favorecer la comprensión del problema por parte de sus integrantes.
- Los demás grupo no lograron llegar a la solución del problema porque la mayoría de los integrantes compartían las mismas dificultades de interpretación

En la **plenaria**, se analizó cada una de las fases del consenso grupal y se determinó la respuesta a cada una de las preguntas propuestas, como solución del problema. La plenaria se llevó a cabo con la participación de todos, donde el grupo o la profesora escogían al azar un representante por grupo, que mostró lo que habían pensado y hecho con el problema (Ver video PL.1).

Pasó del **GRUPO 1** la estudiante E22 y explicó la relación que el grupo había analizado de la figura siguiente con la anterior, diciendo: “Que van agregando una fila de ancho y una por largo según el número de la figura, inicia con un solo punto, en la segunda figura se le agrega un punto en fila a la derecha y en la parte inferior agregándole los faltantes para formar un cuadrado y así sucesivamente”. Luego la profesora pregunta sobre otra forma de interpretar el problema, pasó E3 del **Grupo 5** y explico relación que observaron en el grupo: “Sí el número de la posición se multiplicaba por sí mismo, da el número de monedas que se empleaba en esa posición, es decir  $1^2=1$ ,  $2^2=4$ ,  $3^2=9$ ,  $4^2 =16$  ...y así sucesivamente”, también pasó E4 del mismo grupo y analizó otra forma de interpretar el problema como un aumento impar a la figura siguiente “se puede ver que en cada figura se puede observar que se le van a sumar dos monedas más que a la figuran anterior así:  $1$ ,  $1+3 =4$ ,  $4+5=9$ ,  $9+7=16$  y así sucesivamente”. E1 del mismo grupo afirmó: “aumenta 2 al aumento de la figura anterior” después de tener claridad en la secuencia de las figuras, la profesora pregunta sobre el total de monedas porque

muchos grupo pensaron que el total era solo la figura 19 más 30. El estudiante E3 tenía claridad del cálculo total de monedas y lo explico muy general, varios grupos poco comprendieron esa explicación.

La profesora pregunta ¿Están de acuerdo? E18 del **GRUPO 3** afirmó que sí, la profesora le pidió al grupo que cuente un poco porque cambiaron de parecer, el estudiante E18 dijo: “pues inicialmente nosotros no interpretamos bien el problema, no lo leímos bien, solo pensamos que estaba en la figura 19 el total de monedas, pero después lo volvimos a leer y el problema decía hasta la figura 19”, interviene E17 del mismo grupo: “El problema fue que E14 lo tenía bien y no lo dijo, así que faltó más comunicación en el grupo”. La profesora resaltó en la plenaria la importancia de un buen trabajo en equipo para avanzar en los niveles de interpretación y argumentación de los problemas que se propondrán en las otras sesiones.

Ante la segunda pregunta qué estrategia utilizó para resolver el problema, la profesora le pidió a E18 que pase y explique lo que habían comprendido en el grupo, después de darse cuenta del error de comprensión lectora. El estudiante E18 pasa, resuelve según las condiciones del problema el total de monedas cometiendo un error de apreciación en la suma afirmando que en total eran 2530, el estudiante E3 le hizo caer en cuenta que el 2500 ya contenía las 30 monedas, el estudiante corrige, explicando que la suma era 2470 más 30 eran 2500 y afirmó E18: “me dio un total de 2500 monedas incluidas las 30 que le sobraron, que luego multiplicamos por 500 da el total de dinero ahorrado que era 1.250.000”.

Después de estas aclaraciones, la profesora hizo referencia a otra pregunta que planteó el problema y era analizar si con el total de monedas se podía armar una sola figura cuadrada. El estudiante E20, uno de los dos estudiantes que se enfrenó al E28 en el **GRUPO 1** dice que “sí y que el lado del cuadrado era de 500 porque al multiplicar 500 por 500 da 2500”, la profesora verificó en el tablero lo

que afirmó el estudiante realizando el producto  $500$  por  $500$  para comprobar que diera  $2500$ . El estudiante E20 reflexionó y afirmó: “entonces es  $50$  por  $50$  cuya base será  $50$  y la altura será  $50$ ”.

Los estudiantes después de concluir la plenaria analizaron la importancia del trabajo grupal para clarificar sus dudas y mejorar en sus aprendizajes.

### **Conclusiones de la etapa intermedia:**

La etapa intermedia permitió la autoevaluación y coevaluación del proceso de comunicación, especialmente en las habilidades de interpretación y argumentación, donde los estudiantes al abordar en colectivo un mismo problema fueron conscientes de sus dificultades para:

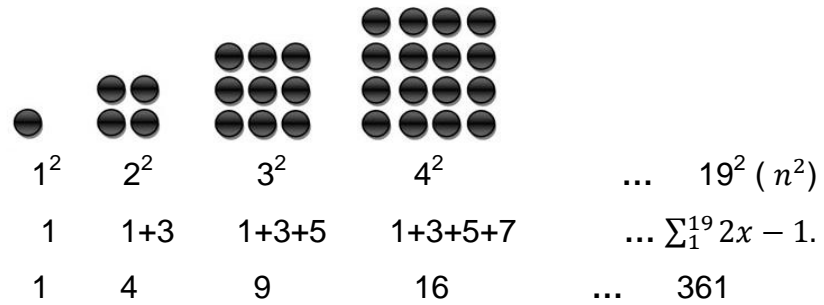
- Expresar por escrito lo que pensaron del problema, porque a veces lo que se pensó no coincidía con lo que escribieron.
- Comunicarse y trabajar en grupo, porque se escuchó más a los que han sobresalido académicamente en el área de matemáticas, dejando de lado valiosos aportes de algunos integrantes que poco fueron tenidos en cuenta por su actitud sumisa y silenciosa.
- Interpretar el problema, por no poseer buena comprensión lectora para reconocer algunas palabras, frases y condiciones con el fin de establecer mejores relaciones y poder llegar a la solución.
- Revisar el proceso que hicieron tanto individual como en grupo, para mejorar sus argumentos en la confrontación de ideas, procedimientos y resultados.

Por otra parte la profesora investigadora, también reflexionó sobre la organización de los grupos que fueron muy homogéneos en sus maneras de pensar y por tanto ve la necesidad de una nueva asignación de grupos para las siguientes sesiones, teniendo en cuenta los resultados en la elaboración del protocolo y el desempeño del trabajo grupal de esta sesión con el fin de propiciar la heterogeneidad de los integrantes con miras a lograr mejores resultados en el proceso comunicativo y buscar otro espacio locativo, que mejore las condiciones para el consenso de grupos.

**ETAPA DE CIERRE.** En esta etapa se institucionalizó el conocimiento matemático, reflexionó con el grupo sobre lo encontrado durante el tratamiento del problema para llegar a resolverlo, mostrando otros puntos de vista en relación con la función lineal idéntica entre la posición y el número de monedas en la base de cada figura, y la función no lineal (cuadrática) entre la posición y el número total de monedas. (Ver video EC 1).

La docente inició analizando aspectos importantes que surgieron durante la etapa intermedia en relación a la posición y el número de monedas en las figuras, hizo un recuento aclarando las dudas que pudieran quedar del problema, enfatizando en la comprensión lectora del problema.

La profesora hizo énfasis en el análisis realizado durante la plenaria y lo que el estudiante E4 observó, sobre el incremento es dos monedas más que la figura anterior, llegando a una serie de números impares que al sumarlos dan la cantidad de monedas en cada posición, es decir en la posición 3 se suman los tres primeros números impares, entonces en la posición 19 se sumarían los primeros 19 números impares veamos:



Los estudiantes llegaron al cálculo de la suma de los primeros 19 números impares, que equivale a 361, sin realmente saberlo. Y que por lo tanto, se pudo interpretar que el total de monedas en la figura 19 es la suma de los 19 primeros números impares así:  $1+3+5+7+9+\dots+37= 19^2 =361$ , donde el 37 es el diecinueve número impar que se puede establecer reemplazando la posición en la variable x de la expresión general  $2x - 1$  que representa a los números impares:

$$2x - 1 = 2(19) - 1 = 38 - 1 = 37$$

Al respecto el estudiante E4 se imaginó la figura 19 y afirmó que: “hubiese sido más fácil sacar los 37 números impares de la figura 19 y de ahí saber que la figura 18 era la suma de impares hasta el 35, que la figura 17 era la suma de impares hasta el 33 y así sucesivamente hasta llegar a la figura 1”; con esta afirmación el estudiante planteó otra estrategia de resolución y consistía en analizarlo de adelante hacia atrás.

La profesora reflexionó sobre el problema que permitió llegar a diferentes razonamientos y estrategias las cuales se deben validar en los consensos grupales y llevar a cabo, para tener éxito en la resolución de problemas mejorando en los diferentes grupos tanto la interpretación como la argumentación de problemas.

La profesora realizó el gráfico en el plano cartesiano de puntos correspondiente al número de monedas en cada posición con el fin de observar de otra forma el comportamiento creciente pero no constante de las variables de la función no lineal (cuadrática), en el conjunto de los números naturales. También se analizó el dominio y el rango, especificando que el dominio es siempre positivo porque la posición es siempre un conteo positivo en cambio el rango si podría ser negativo si se modificara la situación donde se represente en cada posición la deuda de monedas. Los estudiantes determinaron como dominio el número de posiciones que sería del 1 a 19 y el rango sería el número de monedas de 1 a 361.

## **CONCLUSIONES DE LA SESIÓN 1**

- La sesión 1 sirvió para familiarizar a los estudiantes con la estrategia didáctica y analizar algunas dificultades de planeación que fueron atendidas para las siguientes sesiones como lo fue la conformación de grupos y el espacio físico que dificultaron el desarrollo de la etapa intermedia, con el fin de motivar a los estudiantes a la participación y mejorar en ellos la comunicación tanto oral como escrita.
  
- Con respecto al aporte de la estrategia de seguimiento de protocolos en el fortalecimiento de las habilidades de interpretación y argumentación, en la resolución del problema #1, se puede decir que favoreció más la habilidad de la interpretación que la argumentación por las dificultades en cuanto a la comprensión de la información y representación gráfica de las figuras que en la mayoría de los estudiantes presentó en su protocolo pero que luego con el desarrollo de las otras etapas de seguimiento se fueron subsanado las dificultades y aclarando las dudas sobre el proceso de resolución del problema.

- Además, permitió que los estudiantes reflexionaron sobre sus dificultades individuales como lo afirmó el estudiante E20: “si uno comprende bien el problema y lo sabe interpretar, puede hallar la solución”. Esto significa que los estudiantes tomaron conciencia de hacer una buena lectura del problema que los lleve a reconocer los datos, las condiciones, las relaciones que se pueden establecerse entre ellos con el fin de buscar luego buenas estrategias de solución.
- De la misma forma reconocieron la importancia del trabajo grupal, para mejorar su habilidad interpretativa de los problemas matemáticos como lo expreso E26: “si sirvió...porque si alguno no entiende el problema los otros compañeros le pueden colaborar a comprenderlo”. En general, la sesión 1 evidenció que en la etapa intermedia de la estrategia es donde se favorecerían las habilidades de estudio en los estudiantes, y que en parte dependen de la actitud de estos, frente al desarrollo de las actividades propuestas.
- De ahí que la estrategia del seguimiento y análisis de protocolos estuvo estructurada y adecuada para que los estudiantes y la profesora participaran, reflexionaran y se beneficiaran mutuamente, siendo consientes por parte de los estudiantes en donde están las fallas del proceso de comunicación con el fin de mejorar sus aprendizajes y seguir fortaleciendo las dos habilidades de estudio y en cuanto a la profesora seguir motivando la discusión por grupos para que se diera el debate de las ideas, las estrategias y los resultados, porque los estudiantes poco están acostumbrados a confrontar con otros, ideas matemáticas, según como lo afirman Cobb y otros (1994)<sup>56</sup>: *“los estudiantes no hablan necesariamente con naturalidad sobre matemáticas, es necesario que los profesores les ayuden a aprender cómo hacerlo”*

---

<sup>56</sup> Ibíd. pág. 64.

**5.2.3 Descripción y análisis de la sesión 2 implementada.** La sesión 2 se inició el 20 de octubre de 2016, en la sala de audiovisuales de la sede C (primaria) porque el salón de informática en el que se realizó la sesión anterior no era cómodo para el trabajo grupal por las mesas fijas de cemento. El desarrollo de esta sesión duró un tiempo de 6 horas de clase.

**Asignación de puestos y organización de equipos de trabajo.**

A cada estudiante se le asignó silla y mesa individual de tal manera que quedara relativamente cerca al equipo de trabajo. Se determinó organizar los equipos para trabajar durante las siguientes sesiones de la intervención con la estrategia “seguimiento y análisis de protocolos” según los resultados del diagnóstico y teniendo en cuenta los aspectos analizados en la sesión 1, durante la etapa intermedia. En cada grupo se distribuyeron por decisión de la profesora, los estudiantes que más sobresalieron y los que presentaron mayor dificultad en la interpretación y argumentación de problemas, buscando la equidad por grupos y diferencias en sus integrantes. Los equipos conformados de manera intencional fueron:

Equipo 1	Equipo 2	Equipo 3	Equipo 4	Equipo 5
1. E1	1. E3	1. E14	1. E16	1. E20
2. E31	2. E2	2. E18	2. E4	2. E27
3. E28	3. E6	3. E12	3. E7	3. E29
4. E32	4. E19	4. E17	4. E36	4. E13

Equipo 6	Equipo 7	Equipo 8	Equipo 9
1. E21	1. E33	1. E34	1. E9
2. E35	2. E4	2. E10	2. E24
3. E15	3. E11	3. E23	3. E26
4. E22	4. E30	4. E8	4. E5

Los estudiantes que aparecen con el número1 fueron los monitores o líderes de cada equipo, en el segundo lugar se ubicó a los suplentes de éstos, cuando no asistieran y en los otros puestos el resto de estudiantes.

El trabajo individual se dividió en dos partes (ver anexos C1 y C2), la primera una actividad introductoria de reflexión, sobre el valor del dinero con respecto al tiempo, y la segunda la elaboración del protocolo en la resolución de un problema de tipo económico “el Paga diario”.

**ETAPA INICIAL (Actividad introductoria).** La sesión 2, inició con la afirmación “En cualquier sistema económico el valor del dinero cambia con el tiempo”. Los estudiantes del grado 9-3 debían argumentar porqué era cierta la afirmación, después ver dos videos y hacer la lectura (Ver anexos C1) sobre el valor del dinero con respecto al tiempo.

Las respuestas parecidas se agruparon según códigos en común obteniendo los memorandos descriptivos y la especificación de categoría axial según el código, (anexo C4). Los resultados fueron los siguientes:

Para los estudiantes **el valor del dinero aumenta o gana con el tiempo**, así lo expresaron: “creo que es porque las cosa van ganando más valor con el tiempo y se van volviendo más indispensables para cada ser humano y pues se va volviendo más grande”, “con el tiempo el valor económico va subiendo cada vez más y más”, dado que “el valor incrementa”; “el valor del dinero aumenta”

Así como, **el valor del dinero aumenta** porque “al prestar dinero se paga un interés que va aumentando con el tiempo” considerando que “entre más tiempo más se incrementan los intereses y entre más intereses más se paga”, “entre más tiempo demore más serán los intereses y más será la deuda”, “cada día que pasa el interés va incrementando o subiendo y cuando va a pagar pagaría todos los

intereses que acumula”, “los intereses entre más tiempo más se acumulan” Por consiguiente a “más tiempo mayores intereses aunque menor cuota y si pago el préstamo en menor precio de interés pago mayor cuota”, “también puede cambiar cuando se hace un préstamo y empieza a cobrar intereses”

Por otro lado, **el valor del dinero baja y sube** porque “si prestamos podemos tener intereses y un incremento de plata así puede cambiar el dinero ya sea aumentando o el prestador paga intereses así disminuye” como por ejemplo “cuando sube la moneda en EEUU todas las monedas inferiores cambian de manera en que suba el costo de vida aumentara o disminuirá el valor de la moneda”, “se desvaloriza, o sea el dinero baja y sube con el dólar” así “el dinero se le acaba el valor o sube el precio del dinero”, “puede que el valor del dinero aumente o baje” también “se aumenta el valor del interés compuesto y también se desvaloriza”

Finalmente, los estudiantes pensaron que **el valor del dinero se desvaloriza o pierde valor** porque “el valor de la moneda puede caer demasiado que para lo que alguien ha estado ahorrando ya no le alcance” es decir “la plata con el tiempo va bajando, las cosas suben de precios entonces baja el valor de la plata” por ello “el dinero cambia con el tiempo porque al pasar el tiempo se desvaloriza, cuando tenemos un dinero y lo prestamos sin ningún interés ahí nos podemos dar cuenta que el dinero se pierde”.

La sesión 2 continuó con el desarrollo individual de un cuestionario (Ver anexo C2) conformado por un problema y una serie de preguntas orientadoras en cada una de las fases de resolución.

**Se resolvió la situación problema:** Martha tiene una urgencia de dinero. Un Paga diario le ofrece un préstamo por un valor de \$200.000 hasta seis meses con una tasa de interés simple constante mensual. Al cabo de dos meses (60 días)

Martha cancelaría \$240.000. Ayuda a Martha a encontrar la expresión matemática que relaciona la variación de dinero que pagaría con respecto al tiempo, analizar el préstamo diario y a determinar si esta forma de préstamo es conveniente o no.

### **Los resultados fueron:**

**ETAPA INICIAL (Elaboración del protocolo).** En esta parte cada estudiante recibió el cuestionario con el planteamiento del problema en el que debía expresar por escrito lo que había pensado, había hecho y los sentimientos que habían surgido durante el proceso de resolución del mismo. El análisis se realizó teniendo en cuenta los criterios mencionados en el numeral **5.2.1** para observar el nivel de desempeño de los estudiantes en la interpretación y argumentación del contenido del protocolo que contiene preguntas en cada una de las fases de resolución del problema y el estado de ánimo que perduró ante el problema (aburrimiento, desesperación, interés, entusiasmo,...etc.). Los estudiantes E5, E16, E18, E28 y E36 no asistieron a clase, así que no realizaron la etapa inicial de elaboración del protocolo, por tanto no participaron del desarrollo de la sesión 2.

Los estudiantes E8, E13, E23, E24, E26, E27, E29 y E31 según el contenido de su proceso se ubicaron en **Interpretación y Argumentación Baja** porque no establecieron relaciones entre los datos identificados por ellos como son el valor futuro, el valor presente y los intereses, que les permitiera buscar posibles estrategias de solución, por ejemplo E26 afirmó que “todos los valores son números pares”, E29 expresó: “pues son los valores que Martha necesita” comunicando cosas sin sentido al problema.

Ante la pregunta: ¿qué entiende por un paga diario? Los estudiantes E13, E24, E26, E27, E29 mostraron familiaridad con el concepto pues tenían conocimiento de algún ser querido o conocido que había adquirido ese tipo de crédito, por tanto lo relacionaron con una persona que presta a intereses, como lo afirmó E13: “son

personas que no trabajan en un banco pero tal vez llevan una carrera y prestan dinero a persona que tienen poco o mucho dinero solo para prestar por meses y cobran intereses”. Los estudiantes E8, E23 y E31 pensaron que el paga diario es una cuota mínima diaria como lo afirma E8: “pues su mismo nombre lo dice hay que pagar todos los días, pero en el caso del problema puede terminar de pagar en 2 meses, en 4, o hasta 6 meses”. Estos estudiantes aunque trataron de continuar con el desarrollo de preguntas del cuestionario en cada una de las fases sus respuestas fueron simples y sin sentido a lo que el problema estableció, por tanto se quedaron en la **fase 1 de familiarización del problema**.

Los estados de ánimo durante la elaboración del protocolo fueron: desesperado para el estudiante E8, para E13, E23, E24, E26, E27 y E29 fue confundido, y para E31 fue aburrido y bloqueado. Estos estados fueron frutos de la falta de comprensión y la familiarización en problemas de tipo económico donde se debía analizar la variación del dinero con respecto al tiempo.

Los estudiantes E1, E4, E6, E7, E9, E11, E14, E15, E17, E19, E25, E30 y E32 lograron un nivel de **Interpretación Básica y Argumentación Baja** porque establecieron algunas relaciones entre el valor futuro, el valor presente y los intereses (datos del problema) pero expresaron sus procedimientos sin sentido a las condiciones del problema. La dificultad más representativa fue no poder establecer un plan que les permitiera calcular los diferentes montos mensuales y diarios de dinero que Martha pagaría. Este grupo de estudiantes quedó en la **fase 2 de establecer un plan**.

Los estudiantes E6, E7, E15, E17, E19, E25, E30 y E32 especificaron posibles operaciones como estrategias pero no tuvieron en cuenta las condiciones del problema como lo afirmó E15 “se divide los 240.000 en los días de un mes. Si el préstamo fuera a un mes pagaría 8.000 y a dos meses de pago diario 666,6”. El estudiante no comprendió la información **“Al cabo de dos meses (60 días)**

**Martha cancelaría \$240.000**” asumiéndolo como el préstamo en un mes, además el valor 666,6 se obtiene de dividir a 200.000 entre 300, por lo tanto, estableció un plan equivocado y sin sentido al problema, evidenciando un nivel bajo en la argumentación.

Los estudiantes E1, E4, E9, E11 y E14 comprendieron que el interés mensual aumentaba \$20.000 por mes, pero no comprendieron que esos intereses correspondían al préstamo de \$200.000, E14 afirmó: “pues divido el valor de 2 meses que es 240 mil o sea son 120 mil que ella paga entonces debo calcular que paga cada día que al final del mes de 120 mil” asumiendo que por cada \$100.000 el interés era de \$20.000; esta dificultad no les permitió continuar desarrollando en forma eficiente los demás cuestionamientos, evidenciando un nivel de interpretación básico al establecer ciertas relaciones sin tener en cuenta las condiciones iniciales del problema

Los estudiantes E6, E7, E15, E17, E19, E25, E30 se sintieron confundidos durante la elaboración del protocolo, E1, E9 y E32 no especificaron su estado de ánimo, E14 expresó estar desesperado mientras que E11 y E4 se sintieron concentrados. Los estados de ánimo en la mayoría de los estudiantes no fueron positivas por las dificultades en la interpretación de la información y argumentación de preguntas puntuales, que le exigen pensar y solucionar para obtener las respuestas correctas. Por otra parte E4 y E11 se sintieron concentrados porque analizaron un poco más el problema, sin embargo al contestar el cuestionario presentaron dificultad en el análisis de la mayoría de las respuestas. Se ilustra a E4 con la pregunta 3e en la imagen (30) y a E9 con el análisis gráfico para escoger la función en la imagen (33)

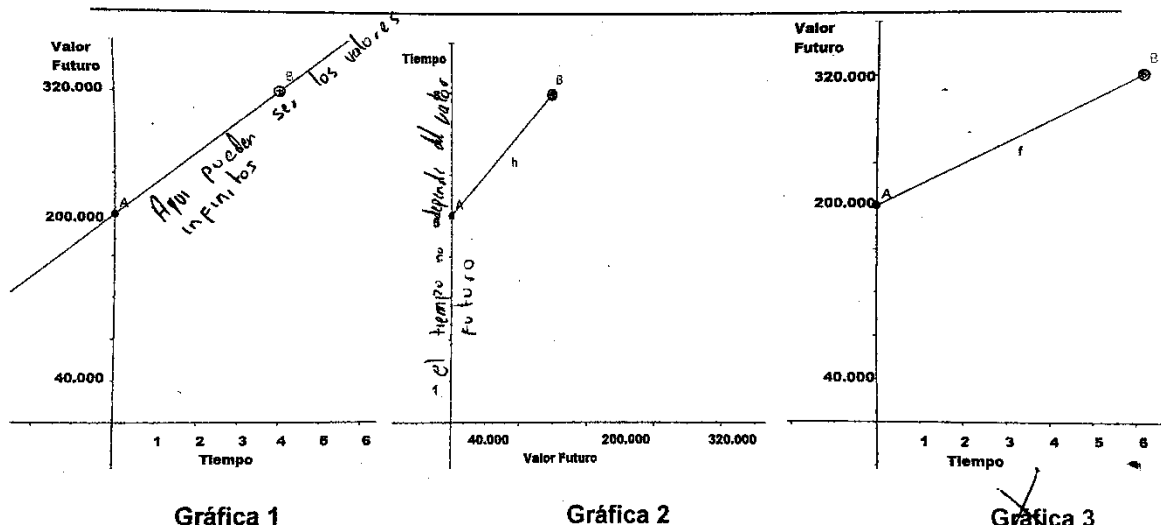
**Imagen 33. Estudiante E4 en la solución 3e de su protocolo**

e) Determine y justifique ¿Cuánto paga Martha de interés en un mes por cada \$100?

<p>20000. Rta:</p> $200000 \div 2 = 100000$ $40.000 \div 2 = 20000$	$\frac{100000}{20000+}$ $\frac{120000}{}$	<p>yo vi que si en dos meses pagó 240000, entonces eso suma la dividí en dos y me da 12000, eso se paga mensual y el simple interés son 20000 mensuales.</p>
---	---	--

Como se observa el estudiante E4 en la imagen (33) no logra establecer otras equivalencias entre el valor presente y el valor del interés por la errada concepción de pensar que por \$100.000 los intereses son \$20.000.

**Imagen 34. Estudiante E9**



Como se observa el estudiante E9 en la imagen (34) logró establecer la gráfica 3 que mejor modela la situación teniendo en cuenta: la dependencia de variables y su ubicación en el plano cartesiano (gráfica 2) y que los valores en la situación no son infinitos (gráfica 1), sin reconocer en esta última que no correspondía por los valores negativos que toma para el tiempo.

Los estudiantes E10, E12, E20, E22, y E35 lograron **Interpretación Alto y Argumentación Básico**, por el contenido del protocolo al ejecutar la estrategia pensada, lograron establecer relaciones entre el valor futuro, el valor presente, y los intereses de los datos del problema, determinaron un plan para el cálculo de los montos mensuales y diarios del dinero futuro que tendría que pagar Martha, completaron la tabla de valores de acuerdo al plan pensado para analizar mejor la situación, llegando a encontrar la expresión matemática que se pedía, ubicándose en la **fase 3 de ejecutar el plan**. Se ilustra a E12 en la imagen (35) quien pensó la siguiente estrategia: “se divide V.F. (valor futuro) por la cantidad de días que tiene cada mes y entre más meses se le suma el número de días”

**Imagen 35. Estudiante E12 en la respuesta 3(a) del protocolo**

**3) PARA EJECUTAR EL PLAN PENSADO:**

- a) Complete el cuadro con el valor prestado o presente (P), el valor que pagaría Martha o Futuro (F) e intereses (I) según los meses.

Meses (t)	V. Presente (P)	Interés Simple mensual	Interés (I) Acumulado	V. Futuro (F)	Pago diario (F/#días)
0	\$200.000	\$0	\$0	\$200.000	
1	\$200.000	20.000	\$20.000	220.000	7303
2	\$200.000	\$20.000	\$40.000	\$240.000	4000
3	\$200.000	20.000	\$60.000	260.000	2888
4	\$200.000	20.000	\$80.000	280.000	2333
5	\$200.000	20.000	\$100.000	300.000	2000
6	\$200.000	20.000	\$120.000	320.000	1772

En la imagen (35) se observa que el estudiante E12 comprendió como calcular el monto diario según el valor futuro dividiendo por la cantidad de días de los meses como lo expresó “entre más meses se le suma el número de días”.

A la mayoría de los estudiantes se les dificultó comprender la relación entre la tasa de interés, el porcentaje de interés y el valor del interés que se representan de manera diferente, pero que al operar es el mismo valor. En este grupo sobresalió

E22 quien afirma que Martha en un mes por cada 100 “paga de interés un 10%” y llegó a encontrar relación entre estas representaciones. Se ilustra a E22 en la imagen (36).

**Imagen 36. Estudiante E22 en la respuesta 3(f) del protocolo.**

El valor por cada 100 se conoce como porcentaje o tasa de interés ( $i$ ) y se expresa en número decimal. Verifica la tasa de interés ( $i$ ) al hallar el cociente ( $i = \frac{I}{P \cdot t}$ ) para el primer y segundo mes según la tabla del ítem 3a. ¿es un valor constante o es variable? Justifique

$$\bar{i} = \frac{20.000}{200.000(1)} = 0,1 \quad \bar{i} = \frac{40.000}{200.000(2)} = 0,1.$$

es un valor constante por que no varia nada según el t y el mes.

Expresa el interés (I) en función del tiempo (t). para ello calcule  $i \cdot P$

$$I = i \cdot P \cdot t$$

$$I = 0,1 \cdot 200.000 \cdot t(1) = 20.000.$$

$$I = 0,1 \cdot 200.000 \cdot t(2) = 40.000.$$

Como se puede observar imagen (37) la estudiante E22 encontró la tasa de interés y la multiplicó con el valor presente de 200.000 por tiempo, para determinar el interés acumulado.

Los estados de ánimo de los estudiantes de este grupo, estuvieron divididas fueron positivas para los estudiantes E10 y E20 manifestando concentración o entusiasmo, mientras que para los estudiantes E22 y E35 fueron negativas de desesperación y bloqueo, esto significa que a pesar de comprender el problema, completar la tabla de valores y establecer una generalización matemática, los estudiantes no se sintieron muy cómodos al expresar por escrito lo que pensaron e hicieron para obtener la solución. El estudiante E12 no manifestó ningún estado.

Los estudiantes E2, E3, E21, E33 y E34 lograron un nivel de **Interpretación y Argumentación alto** según el contenido del protocolo, por que establecieron relaciones con sentido y significado a las condiciones del problema y expresaron claramente el proceso que sustenta la solución, llegaron a revisar los procedimientos y respuestas, ubicándose en la **fase 4 de verificación**. En este grupo los estudiantes E3 y E33 sobresalieron por tener claro el dominio y rango, como lo expreso E3: “los meses transcurridos para pagar la deuda”(dominio) y “el valor a pagar con intereses pasado el tiempo”(rango); el estudiante E33: “0 a 6 es decir de 0 meses a 6 meses”(dominio) “200.000 a 320.000 en dinero (rango)” los demás expresaron solo las variables valor futuro y tiempo de la situación, y E21 dejó en blanco. Este grupo de estudiantes comprendieron la relación entre la tasa de interés, el porcentaje de interés y el valor del interés como se ilustra en la imagen (37) con el proceso de E2

**Imagen 37. Estudiante E2 en la respuesta 3(g) y 3(h) del protocolo.**

g) Exprese el interés (I) en función del tiempo (t). para ello calcule  $i * P$

$I = i * P * t$ $I = 0,1 * 200.000 * t$ $= 20000 * t$
---

h) Tenga en cuenta la relación del **ítem 1c** y sustituya el interés expresado en el **ítem anterior**, para establecer la variación de dinero que pagaría Martha en cada mes.

$F = P + I = 200.000 + 20000 * t$ $f = 200.000 + 20000 * t$	<p>i) <math>y = mx + b</math>  <math>F = It + P</math></p> <p>la variable independiente es la tasa de intereses (i) pues no varia y la dependiente es el valor futuro</p>
---	---

Como se puede ver E2 en la imagen (37) comprendió que la tasa de interés era constante con respecto al tiempo y encontró la relación entre la tasa y el valor del interés mensual. Además estableció relaciones entre los datos fijos y variables del problema para determinar la expresión matemática, pero se evidenció la falta de

atención en la interpretación de las variables, pues consideró la tasa de interés una variable hallándola anteriormente como un valor constante.

Se ilustra al estudiante E33 en la imagen (38) quien colocó a prueba la expresión matemática que habían establecido.

### Imagen 38. Estudiante E33 en la respuesta 4(a) y 4(b) del protocolo.

Varíe el tiempo en la función lineal del ítem g para verificar el ítem 3a ¿la función modela la situación? justifique su respuesta  $F = 200.000 + 20.000 \cdot 4 = 280.000$   
 $F = 200.000 + 20.000 \cdot 5 = 300.000$   $F = 200.000 + 20.000 \cdot 6 = 320.000$   
 Si si modela la situación ya que todo concuerda con la tabla del 3a  
 Si el préstamo fuera a un año, ¿En qué porcentaje se incrementaría el dinero a pagar?  
 a) En 60%, b) En 90%, c) En 120%, d) En 150%. Argumente su respuesta:  
 $F = 200.000 + 20.000 \cdot 12 = 440.000$

En la imagen (38) se observa que el estudiante E33 estableció relación entre la tabla de valores y la expresión algebraica al reemplazar en ella algunos valores y verificar que se cumplen afirmando que: “si modela la situación ya que todo concuerda con la tabla 3(a)” evidenciando un nivel alto en la interpretación y argumentación del problema.

Además contestaron otras preguntas que el cuestionario les pedía por ejemplo Si el préstamo fuera a un año ¿en qué porcentaje se incrementaría el dinero a pagar? Argumente su respuesta. Un ejemplo de respuesta la dio el estudiante E3 afirmando que aumentaría en un 120% porque: “Multiplique 20.000(interés de un mes) por 12 (meses del año) eso daría 240.000 (solo intereses) entonces un 100% sería igual a solo 200.000, pero son 240.000 entonces diría que es un 120%”

Otra pregunta era, si en el mercado legal los intereses anuales no superan el 40% ¿es conveniente o no este tipo de préstamo? Argumente su respuesta. Se muestra la respuesta del estudiante E21 que reflexionó sobre el alto porcentaje de interés que se pagaría en tan solo un año superando el valor presente afirmando que: “No porque sería algo altamente exagerado...que supere la totalidad del precio inicial del préstamo”.

Los estados de ánimo de los estudiantes de este grupo, fueron positivas para los estudiantes E3, E21 y E34 que manifestaron estar concentrados y el estudiante E33 a pesar de evidenciar un nivel alto de interpretación y argumentación se sintió confundido en el proceso de la obtención de la expresión matemática por que recurre frecuentemente a su memoria, y cuando le falla se siente inseguro. El estudiante E12 no manifestó ningún estado.

#### **Conclusiones de la Etapa inicial:**

- Se evidenció en el grupo la disposición y buena actitud frente al problema, mostrando compromiso para leer y resolver según las habilidades interpretativas y argumentativas de cada uno.
- Los estudiantes recibieron durante la etapa inicial material de apoyo como: los videos y la lectura introductoria, que les ampliaron el conocimiento y la comprensión de conceptos básicos como: el valor presente, el valor futuro y los intereses en situaciones de tipo económico. Además, el cuestionario del protocolo les guio para que interpretaran y desarrollaran paso a paso el problema con el fin de encontrar la expresión matemática que se les pedía, donde se relaciona la variación del dinero con respecto al tiempo. Sin embargo, 21/ 31 estudiantes no lograron el objetivo, obteniendo niveles bajo y/o básico en la interpretación y bajo en la argumentación.

- Según el análisis de resultados, los estudiantes E2, E3, E10, E12, E20, E21, E22, E33, E34 y E35, evidenciaron un nivel de desempeño alto en la interpretación y básico y/o alto en la argumentación, logrando establecer la relación matemática que se pedía en el problema, aprovechando las ayudas de los videos, la lectura y la guía del protocolo.
- Por otra parte, las dificultades generales que presentaron la mayoría de los estudiantes del grado 9-3 se deben al poco trabajo que ellos han tenido en la resolución de problemas económicos, a pesar de ser una de las directrices del Ministerio de Educación Nacional, debido a los bajos resultados que han mostrados los estudiantes colombianos en pruebas externas Pisa 2012 relacionados con “*debilidades en el conocimiento de productos básicos de ahorro y crédito, así como en la comparación de las tasas de interés y sobre el valor del dinero en el tiempo*”.<sup>57</sup> Por lo tanto, este trabajo de investigación cobra sentido al pretender aportar el esfuerzo para evitar esas carencias particulares en los estudiantes.

### **ETAPA INTERMEDIA: Elaboración del consenso por grupos y plenaria**

Los estudiantes trabajaron por equipos, establecidos desde el inicio de la sesión 2, para comunicar en forma escrita y oral el protocolo elaborado en la etapa inicial, poniendo a prueba sus ideas y las de otros a través de la discusión, los estudiantes en esta etapa llegaron a la reflexión sobre sus aciertos y sus dificultades en cuanto a la interpretación y argumentación de los procedimientos y resultados con el fin de elaborar el consenso grupal, que posteriormente se socializarían a todo el grado en la plenaria. Para el análisis se tuvo en cuenta los criterios de evaluación del numeral **5.2.1** sobre los niveles de desempeño en las dos habilidades de estudio. A continuación enunciamos los hallazgos:

---

<sup>57</sup> Revista Semana Colombia, muy mal en Educación Financiera. Publicado en Febrero 23 de 2016 Disponible en: <http://www.semana.com/educacion/articulo/colombia-muy-mal-en-educacion-financiera/462629>

**Elaboración del consenso por grupos:** Se hizo a través de un cuestionario que contiene aspectos relevantes en cada una de las fases de resolución para que los grupos comunicaran por escrito los acuerdos.

En el **Grupo 1**, E1 (monitor) no asistió al consenso y el estudiante E28 no asistió a la elaboración del protocolo, por lo tanto, su aporte no fue significativo. Los dos estudiantes que trabajaron fueron E31 y E32, evidenciando según el contenido del consenso **un nivel básico en la interpretación y bajo en la argumentación**, porque comprendieron en parte el problema al establecer ciertas relaciones entre el valor futuro, el valor presente y el interés, como lo afirmó el Grupo 1: “el valor pagado al cabo de dos meses se le restara lo prestado. Lo restante que son 40.000 se dividirá en 2 que son los meses transcurridos” Además calcularon el porcentaje de interés al dividir 200.000 entre 20.000 obteniendo el 10%. Sin embargo, no proponen como establecer la relación matemática entre el valor futuro y el interés dando argumentos simples a lo que se pedía en el problema expresando que: “a mayor tiempo más interés”. Por lo tanto, el Grupo quedó ubicado en **la fase 2 de establecer un plan**. Se ilustra al Grupo 1 en la imagen (39)

**Imagen 39. Grupo 1 en la respuesta 3(b) del consenso.**

b) ¿Cuál es el dominio y rango de la gráfica seleccionada? Argumenten \_\_\_\_\_  
el Dominio es de 200.000 a 320.000 \_\_\_\_\_  
y el Rango de 2 a 6 meses \_\_\_\_\_

En la imagen (39) se observa que al Grupo 1, la poca comprensión de los conceptos de dominio y rango de la función lineal, porque se les dificultó determinar la relación de dependencia entre el valor futuro y el tiempo.

En el **Grupo 2** trabajaron todos los integrantes del equipo, El estudiante E3 (monitor) inició comunicando lo que pensó e hizo con el problema, después de escuchar a los otros y clarificar entre ellos las inquietudes, el equipo se dispuso a llenar el consenso, la mayoría de los integrantes de este grupo son muy tímidos al hablar en público, se intimidaban cuando la profesora se acercaba para escuchar sus comentarios, tomando una actitud de silencio, la profesora les insistió en lo importante de la comunicación para clarificar las dudas y avanzar en el proceso de resolución, los estudiantes sintieron confianza y mostraron otra actitud.

El Grupo 2 estableció la relación entre el valor futuro y el interés, al expresar: “para hallar los intereses hay que restar el valor presente con el valor futuro”, también, identificaron la dependencia de variables en su consenso al escribir: “el dinero aumenta dependiendo del tiempo, el valor futuro es dependiente de los intereses porque el interés va aumentando según el mes y el valor futuro depende de ese valor para dar el total. Si Martha toma el crédito a más tiempo es menor la cuota diaria”. Con este argumento se evidenció que interpretaron la transitividad de la dependencia entre valor futuro, el interés y el tiempo, y analizaron la relación inversamente proporcional entre el valor de la cuota diaria y el tiempo, pero como no establecieron la relación matemática que pedía el problema se les dificultó argumentar si esta representaba la situación problema. Evidenciando un **nivel alto de interpretación y básico argumentación**. Además identificaron el incremento del interés en un 120% si el préstamo fuera a un año comprobando la validez de la expresión matemática para calcular el valor futuro en cualquier instante de tiempo, ubicándose en la **fase 3 de ejecución de un plan**.

En el **Grupo 3** trabajaron E17 y E12 el E14 (monitor) no asistió a clase y E18 no asistió a la etapa inicial de elaboración del protocolo. Los estudiantes comentaron lo que habían pensado y hecho con el problema, E18 estuvo atento y preguntaba frecuentemente aportando ideas y dudas al grupo, se evidenció buen trabajo, los

resultados fueron los siguientes: El Grupo 3 estableció la relación matemática del valor futuro con respecto al tiempo como se ilustra en la imagen (40).

#### Imagen 40. Grupo 3 en la respuesta 1 del consenso

1. **Comprender el problema.** Interpreten y determinen la relación matemática que existe los valores presente (P), futuro (F) e interés (I) especificando el interés mensual que pagaría Marta

El valor P es el dinero que hay o plan de, el valor F es el valor futuro más el interés y el valor I es el interés.

$$F = 200000 + 20000 \cdot T$$

Variable: el interés	Variable independiente: el tiempo	Interés mensual 20.000 = 10%
Valor fijo 200.000		

En la imagen (40) se observa que el Grupo 3 determinó la relación matemática entre el valor futuro y el tiempo teniendo en cuenta el valor presente y el interés mensual relacionando este último con el 10% al valor presente, especificando en el contenido del consenso, como obtuvieron el interés así: “se dividió en dos el valor que estaba de más de \$200.000, por consiguiente nos dio el interés que es \$20.000 de interés por mes”. Los estudiantes reconocieron los valores fijos en la relación matemática, al escribir que son: “el valor presente y el interés mensual”. Además, comprendieron la dependencia de variables al interpretar que: “el valor futuro depende del tiempo y la variable independiente es el tiempo”, concluyeron que el pago diario disminuye a mayor tiempo. Esto evidenció que el Grupo 3 posee un nivel **alto en la interpretación, y básico en la argumentación** al presentar dificultad para expresar porque la relación matemática establecida representaba la situación problema. Por otra parte, se le dificultó establecer los parámetros del dominio y rango de la gráfica y no alcanzó a realizar la validación del proceso quedando en **la fase 3 de ejecución del plan**.

En el **Grupo 4** trabajaron E4 y E7 porque E16 (monitor) y E36 no asistieron a la etapa inicial de elaboración del protocolo, sin embargo E16 y E36 se mostraron atentos al proceso que elaboró E4 y E7, con sus dudas permitieron que los dos estudiantes E4 y E7 reflexionaran sus procesos. Se ilustra a continuación el Grupo 4 en la imagen (41) y en sus diálogos con la profesora.

### Imagen 41. Grupo 4 en la respuesta del ítem 1(a) del consenso

1. **Comprender el problema.** Interpreten y determinen la relación matemática que existe los valores presente (P), futuro (F) e interés (I) especificando el interés mensual que pagaría Marta
- La relación es que depende del tiempo pedido y de el préstamo solicitado con su interes sale el precio Futuro  $P+I=F$*

1 mes.	200000 + 20000	4 mes	200000 + 80000
2 mes	200000 + 40000	5 mes	200000 + 100000
3 mes	200000 + 60000	6 mes.	200000 + 120000

En la imagen (41) se observa que el Grupo 4 determinó la relación matemática mes a mes del valor futuro visto como la adición del valor presente fijo con respecto al tiempo y el interés acumulados que varía con respecto al tiempo, escribiendo  $P+I=F$ , sin embargo se les dificultó generalizar lo que hicieron mes a mes en forma simbólica que era lo que pedía el problema, ubicándose en la **fase 3 de ejecución del plan**.

La profesora se acercó para ver a que acuerdos habían llegado, el estudiante E4 hizo un recuento del consenso de grupo: “nosotros analizamos que según el mes el interés va aumentando en 20.000 mensual...en cuanto a la pregunta 4(b) sobre ¿qué porcentaje sería el incremento a pagar, si el préstamo fuera a un año? Nosotros pensamos que el incremento del interés sería 120% porque aumentaría un 100% y una quinta parte más dando como resultado \$240.000 de intereses en un año” la profesora les preguntó ¿Qué creen ustedes el préstamo a Paga diario es conveniente o no? Afirmaron que “NO” como lo argumentó E4: “ellos son unos

usureros, porque el incremento en un mes por lo general es un 2.8% mientras que ellos aumentan un 10% si se aumentan el incremento de los intereses podría sobrepasar el número del préstamo que uno solicito. La profesora les volvió a preguntar ¿Qué observaron con el pago diario? E4 explicó: “a más tiempo el interés incrementa pero el pago bajaba (referencia algunos valores en la tabla) pero eso no sirve porque anualmente puede sobrepasar el préstamo que se hizo, sale mejor a menos tiempo así le toque pagar más de cuota diaria pero no va a sobre pasar el préstamo que uno hizo”. La profesora hizo el sondeo con los demás estudiantes y verificó que compartían el mismo conocimiento (ver video # 2.4) Como se evidenció en el dialogo, el Grupo 4 logró avanzar a un **nivel de interpretación alto, y argumentación básico** porque se la dificulto expresar ¿porque la relación matemática que establecieron representaba la situación del problema? afirmando: “porque notábamos el incremento del interés mensual”

En el **Grupo 5** asistieron todos los integrantes del equipo. Los estudiantes comentaron lo que habían pensado y hecho con el problema, observando entre ellos el estudiante E20 (monitor) era quien había comprendido mejor el problema. E20 aporta al grupo sus ideas, clarificando las dudas de sus compañeros en cuanto a la comprensión del problema. Según los resultados el Grupo 5 estableció la relación matemática del valor futuro en forma explícita como se ilustra en la imagen (42).

**Imagen 42. Grupo 5 en la respuesta1 del consenso.**

$P = 200000$   $F = 240000$   $I = 20000$

Que el valor futuro es la suma del valor presente mas el valor del interes.

**Determinar un plan.** ¿Cuál fue la estrategia que empleó el grupo para resolver el problema? Expliquen por qué seleccionaron esa estrategia. Calculamos el valor del interes que se paga mensualmente y lo sumamos multiplicando por el tiempo. Porque es la más fácil y rápida

En la imagen (42) se observa que el Grupo 5 determinó: “Que el valor futuro es la suma del valor presente más el valor del interés, calculando el valor del interés que se paga mensualmente y lo fuimos multiplicando por el tiempo” según el contenido del consenso los estudiante reconocieron al interés y el valor futuro como valores que varían con respecto al tiempo, pero no reconocieron la dependencia afirmaron que: “los valores dependientes son el valor futuro y los intereses y el valor independiente son los \$200.000 o valor fijo” demostrando poca comprensión en el concepto de variable por asignarle valores fijos, se les dificultó precisar la expresión matemáticas en forma simbólica para cualquier tiempo. En general el Grupo 5 presentó nivel **básico en la interpretación, y bajo en la argumentación** del problema al expresar sin sentido el por qué la relación matemática establecida por el grupo, representaba la situación problema. Además el grupo mostró dificultad al establecer la relación matemática que pensaron en lenguaje simbólico donde se vea la variación del tiempo que era lo que pedía el problema, quedando ubicados en la **fase 2 de establecer un plan**.

En el **Grupo 6** trabajaron E15, E21 y E22 porque E35 no asistió a clase, el monitor E21 tomó la vocería para comentar lo que pensaron e hicieron con el problema, después de escuchar todos los puntos de vista, similitudes y diferencias, el equipo se dispuso a realizar el consenso cuyos resultados son los siguiente: El Grupo 6 estableció la relación matemática en relación al interés mensual con respecto al tiempo como se ilustra en la imagen (43).

### Imagen 43. Grupo 6 en la respuesta 1 del consenso

1. **Comprender el problema.** Interpreten y determinen la relación matemática que existe los valores presente (P), futuro (F) e interés (I) especificando el interés mensual que pagaría Marta

El valor presente lo sumamos con el interes dando el valor futuro

$$200000 + 20.000 = 220.000$$

Pagaría 20.000 mensual de interes.

$$(P) + (I) \cdot t = (F) \quad 200.000 - 220.000 = -20.000$$

Vg11a

En la imagen (43) se observa que el Grupo 6 reconoció la relación entre los valores presente, futuro e interés, que generalizó así: “ $P+I=F$ ” reconociendo en ella el valor presente de 200.000, el interés mensual de 20.000 y el valor futuro correspondiente a 220.000 del primer mes. Según el contenido del consenso reconocieron la relación directa entre el interés y el tiempo: “a más tiempo más interés, a menos tiempo menos interés” analizaron que el interés dependía del tiempo y reconocieron la variación del pago diario así: “aumenta la cuota escogiéndola a corto plazo, disminuye la cuota a mayor tiempo” sin embargo se les dificultó dar razones del ¿por qué la relación matemática representa la situación? Expresando: “porque hallando el problema encontraríamos el valor que paga Martha”: lo anterior evidenció que el grupo mostro un **nivel alto en la interpretación y básico en la argumentación**. Aunque contestaron la mayoría de las pregunta no realizaron la validación del proceso quedando en **la fase 3 de ejecución del plan**.

En el **Grupo 7** trabajaron todos los integrantes, el monitor E33 es muy tímido, sin embargo asumió su papel en favor del equipo, después de revisar lo que cada uno hizo, reconocieron que E33 comprendió mejor el problema, por tanto se disponen a debatir sus ideas, aclarar algunas dudas y a escribir el consenso. Se ilustra al Grupo 7 en la imagen (44).

#### Imagen 44. Grupo 7 en la respuesta 1 del consenso

1. **Comprender el problema.** Interpreten y determinen la relación matemática que existe los valores presente (P), futuro (F) e interés (I) especificando el interés mensual que pagaría Marta  
Martha pagara 20.000 pesos mensuales de interes por el tiempo mas el valor (P)

(P) = 200.000 ↓ costo fijo no cambia.	(I) = 20.000 mensuales Pero varía con el tiempo	(F) = si es a 2 meses serian 240.000 aserá el interes es de 20.000 mensuales y tambien varía con respecto al tiempo
--	---	--

En la imagen (44) se observa que el Grupo 7 comprendió el problema al establecer: “Martha pagaría 20.000 pesos de interés por el tiempo más el valor presente” analizando que el valor presente es un valor fijo, los intereses y el valor futuro varían con respecto al tiempo. Según la respuesta 3(f) del consenso: “El valor futuro es dependiente del interés y el interés depende del tiempo porque entre más tiempo más dinero se acumula” reconocieron la variación del pago diario al expresar “varia porque entre más tiempo va a disminuir el pago diario, pero el interés va aumentando con el tiempo, la deuda se incrementaría”. Sin embargo, el grupo no propuso como establecer la relación matemática entre el valor futuro y el interés dando argumentos simples a lo que se pedía en el problema expresando que: “el interés a medida que va aumentando el tiempo la deuda se incrementaría”. Lo anterior evidencia que el grupo presenta en un **nivel básico en la interpretación y bajo en la argumentación** del problema porque se le dificultó expresar matemáticamente lo que pensaron que era lo que pedía el problema, ubicándose en **la fase 2 de establecer un plan**.

En el **Grupo 8** trabajaron todos los integrantes, E34 (monitor) organizó el trabajo en grupo, después de escuchar los puntos de vista, similitudes y diferencias, el equipo se dispuso a realizar el consenso cuyos resultados evidencian un nivel **alto en la interpretación y básico en la argumentación** como se ilustran en la imagen (45) y en el diálogo con la profesora.

**Imagen 45. Grupo 8 en la respuesta del ítem 1 del consenso.**

1. **Comprender el problema.** Interpreten y determinen la relación matemática que existe los valores presente (P), futuro (F) e interés (I) especificando el interés mensual que pagaría Marta
- El valor presente de acuerdo con el problema son \$200.000 y el futuro serían \$240.000 y intereses son \$20.000 mensuales*

$$F = 200.000 + 20.000 \cdot t$$

En la imagen (45) se observa que el Grupo 8 presentó una expresión matemática para calcular los valores futuros con respecto al tiempo, teniendo en cuenta el valor presente y el interés mensual. Sin embargo, se evidenció la dificultad para determinar la variable dependiente e independiente según el ítem 3(f) del consenso “la dependiente es el tiempo la independiente es el valor futuro”. Por lo tanto no determinaron el dominio y el rango, expresando que: “el dominio son la cantidad de meses, y el rango es el dinero que varía de acuerdo al eje x”.

La profesora se acercó a revisar los acuerdos y estaban argumentando entre ellos la escogencia de la gráfica 3 en el ítem 3(c) de sus protocolos, E34 expresó: “respecto a la tabla de valores y ubicándose en el mes seis era la que pagaba 320.000, lo que no sucedía con la gráfica 1 y en la 2, no están bien los ejes porque en el eje x debe estar el tiempo” la profesora les preguntó ¿Por qué el tiempo debe estar en el eje x? al parecer solo lo tenía claro la estudiante E34, después de reflexionar y debatirlo entre ellos E10 afirmó: “el tiempo se debe ubicar en el eje x porque el valor futuro depende del tiempo” La profesora les preguntó ¿Por qué el valor futuro depende del tiempo? E23 respondió: “porque a mayor tiempo hace que incremente el valor”. El dialogo evidenció que lo que escribieron inicialmente no lo habían analizado con detenimiento. Los estudiantes lograron resolver otras preguntas pero no revisaron lo que habían hecho, ni validaron la expresión matemática con algunos valores de la tabla por tanto el Grupo 8 quedó en **la fase 3 de ejecución del plan.**

El **Grupo 9** trabajaron los estudiantes E26 y E24 no asistió E9 (monitor) y E5 no asistió en la etapa inicial para la elaboración del protocolo por tanto, llegó a enterarse de lo que hicieron estos dos estudiantes, así que fue muy poco lo que lograron a hacer como equipo, establecieron la expresión matemática recurriendo a las fórmulas de apoyo que presentó en el cuestionario en la etapa inicial. Como por ejemplo  $F = P + I$  escribiendo que “ $F = 20000 * (2) + 200.000$ , dividimos 240.000 en 60 días y así hallamos lo que paga diariamente Martha, después nos fijamos en la

tabla y ahí nos da el valor del interés que es 20.000 mensuales” lo anterior evidencia que los estudiantes establecieron ciertas relaciones entre el valor futuro, el valor presente y los intereses en un tiempo de 2 meses que les dificultó analizar si esta relación les modelaba los valores hallados en la tabla 3(a) del protocolo, y determinar el pago diario a través del tiempo, logrando un nivel **básico en la interpretación y bajo en la argumentación.**

La profesora se acercó al Grupo 9 y los estudiantes estaban analizando la gráfica 3 (Ver video 2.9), que habían seleccionado teniendo en cuenta el valor futuro para los seis meses, la profesora les preguntó ¿Cuál es la variable dependiente e independiente en la gráfica 3? respondió E24: “el valor futuro depende del tiempo” intervino el estudiante E26: pero también se puede hacer que el tiempo dependa del valor “¿qué opinan los demás? E5 expresó: “No, porque si el tiempo dependiera del dinero de pronto no coincidirían los intereses” después de crear la discusión en el grupo y analizar que el tiempo es continuo y no depende de nada, el estudiante E26 reflexionó y afirmó “entonces solo se puede que el valor dependa del tiempo...por eso la gráfica 2 no se puede (ubica al tiempo en el eje Y)” sin embargo la profesora les clarificó que en el problema cuando se decide tomar un crédito el tiempo se fija para pagar, por tanto es posible realizar una gráfica así, por la interdependencia entre variables, aunque no es lo usual. El Grupo 9 por el contenido del consenso se ubicó en **la fase 2 de establecer un plan** porque no obtuvieron la expresión matemática que les pedía el problema para cualquier tiempo, analizaron el problema solo un tiempo fijo de 2 meses.

En general algunos aspectos del consenso grupal fueron:

- La comunicación oral y escrita en algunos grupos se vio afectados por la inasistencia de los integrantes de cada equipo, como se sucedió con los Grupos 1 y 9, donde los estudiantes que trabajaron mostraron dificultades en la interpretación del problema, al no poder resolver sus dudas, ver otros puntos de

vista y debatir sus ideas quedándose en nivel básico de interpretación y bajo en la argumentación.

- Los Grupos 5 y 7 estuvieron liderados por los estudiantes E20 y E11 respectivamente quienes habían comprendido mejor el problema en cada grupo, quienes se dedicaron a explicar y aclarar dudas con respecto a la comprensión del problema y esto no les permitió avanzar, quedándose los grupos en un nivel básico en la interpretación y bajo en la argumentación donde el contenido del protocolo evidenció que estuvieron en la fase 2 de establecer un plan.
- Los Grupos 2, 3, 4, 6 ,8 evidenciaron según el análisis de resultados un nivel alto en la interpretación y nivel básico en la argumentación porque presentaron dificultad al expresar ¿por qué la relación matemática encontrada representaba la situación del problema? Se confirma que definitivamente la comunicación y debate entre los estudiantes es muy importante para lograr avances en la interpretación y argumentación del problema, en cuanto a los conocimientos, las estrategias, y procedimientos que permitan llegar a la solución. Estos grupos se ubicaron en la fase 3 de ejecución de un plan según el contenido de sus protocolos.

**La plenaria**, se realizó con todos los estudiantes del grado 9-3, donde se analizó los diferentes puntos de vista, lo que pensaron e hicieron los integrantes de cada grupo, para llegar a un consenso general, analizando los aciertos y dificultades que surgieron en el proceso de resolución del problema (Ver video PL 2.1).

La estudiante E14 del **Grupo 3**, inició reflexionando sobre un error que cometió durante el protocolo y que analizó en el consenso grupal sobre el pago diario. El error fue dividir en dos el valor futuro correspondiente a dos meses, creando la mala concepción de que por cada 100.000 pagaría 20.000, y al dividir 120.000 en

30 días obtuvo el pago diario fijo de 4000. Después del debate en el consenso grupal E14 afirmó: “eso no es así, porque ella (Martha) al mes no pagaba 120.000 sino 220.000 y pues al dividirlo en 30 no resultaría 4000” lo anterior significa que el consenso grupal permitió la comunicación de ideas y el fortalecimiento de la interpretación de las mismas.

Se continuo con la pregunta del problema, sobre la expresión matemática que relacionaría la variación del dinero que pagaría Martha con respecto al tiempo El estudiante E25 del **Grupo 7** pasó y escribió: “ $i \cdot p \cdot t = F$ ” para calcular el valor futuro generando desacuerdo, ya esta es la fórmula del interés simple únicamente, le faltó adicionar el valor presente. El estudiante E4 del grupo 4 interviene explicando: “para sacar el valor futuro se tendría que hacer la suma entre el valor presente y los interés, es decir  $P+I=F$ ”, esta expresión matemática tuvo mayor aceptación en los estudiantes. Sin embargo, el estudiante E20 del **Grupo 5** argumentó: “no mejor sería, interés por tiempo más el valor presente y daría el valor futuro, es decir  $I \cdot t + P = F$ ”, a lo que el E25 del **Grupo 7** refutó: “No estoy de acuerdo, ¿porque se multiplica? Vendría dando el doble del valor porque el interés debe ser sumado”.

El estudiante E25 no comprendía que la multiplicación es la abreviación de la suma. Ante esta situación la profesora interviene proponiendo analizar ambas expresiones para un tiempo de 10 años, se realizaron los cálculos encontrando la misma respuesta. La profesora pregunta ¿Cuál es la diferencia? El estudiante E20 intervino: “Profe lo que pasa es que la expresión de  $P+I= F$  es más general y en cambio la expresión  $i \cdot t + P = F$  es más específica por el tiempo”. Esto genero mayor confrontación en los estudiantes que finalmente llegaron a un consenso, como lo expresó E28 del **Grupo 1**: “en la primera ( $P+I= F$ ) no coloca el número de meses pero se debe saber el interés acumulado” logrando identificar la diferencia entre las dos expresiones, la **I** de la primera representa el interés acumulado y la **I** en la segunda el interés mensual, por tanto se acordó de dejar la letra (**I**) como

interés acumulado y usar la  $(i)$  como interés mensual. Se continuo reflexionando un poco más y finalmente el grupo escogió la expresión matemática  $i \cdot t + P = F$  por la facilidad para hacer los cálculos.

Para evaluar la toma de decisiones la profesora indaga a los estudiantes sobre lo que se debería hacer si le ofrecieran un dinero prestado, el estudiante E9 del **Grupo 9** contestó: “Primero pregunto cuál sería el valor del interés, después multiplicaría por el número de meses para saber cuánto pagaría al final de intereses y calcular cuánto tendría que pagar al final en total” el estudiante E15 del **Grupo 6** reflexionó la importancia de saber el interés afirmando: E15: “porque si no, puede salir tumbado, porque paga más de lo que presto”

A la pregunta ¿qué pasaría si Martha pidiera al paga diario el préstamo a un año? interviene el estudiante E4 del **Grupo 4** explicando que correspondería a un 120% de interés, siendo no muy claro en su argumento; en cambio, el estudiante E1 del **Grupo 1** lo explicó naturalmente diciendo: “Al dividir 200.000 en 10 sería 20.000 que corresponde al interés en cada mes entonces al usar la lógica en un año el 10% sería multiplicarlo por 12 dando 120% que sería el interés que pagaría Martha al cabo de un año”.

Sin embargo algunos grupos no tenían claro porque 20.000 corresponde al 10% de 200.000. La profesora le propuso al estudiante E1 que lo explicara con un gráfico, el estudiante representa el 100% por un círculo y lo divide en 10 partes, repartiendo a 20.000 en cada partecita por lo que aclara que el 10% de 200.000 es 20.000. Ante las dificultades que presentaron los estudiantes al interpretar un porcentaje, la profesora decide reforzar el tema de porcentaje con un concurso: “alcanzar la estrella” antes de iniciar la sesión 3.

**ETAPA DE CIERRE.** Se institucionalizó el contenido matemático. Con la participación de los estudiantes clarificó dudas sobre la identificación de variables, la dependencia de las variables el comportamiento de la cuota diaria según el tiempo del préstamo, el dilema si el interés es un valor fijo o variable como lo afirmó E25: “el interés mensual es fijo lo que pasa es que si se multiplica por el tiempo se vuelve variable”

La profesora analizó la gráfica del interés y del valor futuro con respecto al tiempo, donde se aclaran dudas sobre el dominio y el rango; el punto de corte con respecto al eje Y, que corresponde a cero en la gráfica del interés y al valor presente en la gráfica del valor futuro; el crecimiento constante de 20.000 que gráficamente representa la pendiente en los dos modelos lineales (interés y valor futuro). Así como la expresión algebraica escogida en plenaria  $F=20.000*t +200.000$  donde se identificaron la pendiente y el corte con el eje Y. Se analizó con bosquejos el cambio de la expresión algebraica si se aumentaría o disminuye su pendiente. (Ver video EC.2).

## **CONCLUSIONES DE LA SESIÓN 2**

Como conclusión de esta sesión, el seguimiento de protocolos fortaleció las habilidades interpretación y argumentación al resolver el problema relacionado con un crédito informal llamado “paga diario”, porque:

- Permitted que los estudiantes durante el consenso grupal reflexionaran sus formas de pensar, identificaran sus aciertos y sus dificultades como el cálculo del porcentaje de una cantidad, aspecto fundamental para seguir con el estudio del interés en situaciones de crédito modeladas a través de la función lineal y no lineal (cuadrática) sugiriendo hacer una pausa en el proceso para clarificar y trabajar por equipos con este concepto de tal manera que se superara la dificultad detectada en la mayoría de los estudiantes.

- Durante la plenaria se colocaron a prueba las ideas grupales, cuando se dieron los argumentos de lo que se pensó o se hizo con el mismo problema. Esto permitió hacer aclaraciones puntuales con los estudiantes y entre ellos sobre el concepto de la multiplicación vista no como una operación distinta a la suma, sino como la abreviación de la suma de cantidades iguales. Además ayudó a esclarecer las similitudes y diferencias entre dos expresiones matemáticas que surgieron del análisis del problema, llegando al consenso general que simbólicamente son diferentes, pero que en esencia representaban al valor futuro con respecto al tiempo.
  
- Lo anterior evidenció que la estrategia didáctica favoreció la comunicación y a la vez el aprendizaje en los estudiantes, porque según Silver y otros (1990)<sup>58</sup> : “los conceptos erróneos pueden identificarse y tratarse. Un beneficio adicional es que esto recuerda a los estudiantes que ellos comparten la responsabilidad en el aprendizaje con el profesor” de esta manera los estudiantes se dieron cuenta de la importancia de participar tanto individualmente como en grupo de la mejor manera, para fortalecer en forma personal sus habilidades comunicativas y sus aprendizaje.

**5.2.4 Descripción y análisis de la sesión 3 implementada.** La sesión 3 se inició el 3 de Noviembre de 2016, en la sala de audiovisuales de la sede C (primaria) donde se realizó la sesión anterior por su comodidad para el trabajo grupal. El desarrollo de esta sesión duró un tiempo de 6 horas de clase.

El análisis se realizó teniendo en cuenta los criterios del numeral **5.2.1** sobre los niveles de interpretación y argumentación durante la etapa inicial y la etapa intermedia.

---

<sup>58</sup> NCTM. Óp. Cit. pág. 65.

**Se resolvió la situación problema:** Nora desea solicitar un préstamo para remodelar los baños de su casa, el arreglo cuesta \$2.000.000. Consulta en las entidades económicas solidarias: FEE y FOM del fondo de empleados del estado. Ambas entidades prestan a interés simple hasta por 5 años a sus socios. Nora es socia de la entidad FEE y su esposo de la entidad FOM. La entidad FEE presta con un porcentaje de interés del 18% anual. La entidad FOM presta con un porcentaje de interés del 12% anual y cobran \$300.000 por el estudio del crédito. ¿En qué lapso de tiempo es mejor solicitar el crédito según la entidad?

**ETAPA INICIAL: (Elaboración del protocolo).** El estudiante trabajó en forma individual en la resolución del problema ayudando a Nora e escoger entre dos opciones de créditos a interés simple que le ofrecen en las entidades FEE y FOM, registrando en su protocolo lo que pensó e hizo y los sentimientos por los que pasó al obtener la solución del problema (aburrimiento, desesperación, interés, entusiasmo,...etc.).

**Los resultados fueron los siguientes:**

Inicialmente los estudiantes presentaron dificultad para interpretar el problema por las siglas FOM Y FEM que no estuvieron definidas en él, sin embargo después de un tiempo al leer varias veces la mayoría lograron contextualizarlas como las dos entidades financieras, otra dificultad fue la poca comprensión de algunos a la frase “estudio de crédito” el estudiante E21 hizo su aporte al grupo para clarificar la duda, quien afirmó: “el estudio de crédito es analizar si se puede o tiene la capacidad de pagar, es un estudio que hacen los Bancos” (ver diario de campo).

Los estudiantes E9, E32, E34 y E35, según el contenido de su protocolo presentaron un nivel **bajo de interpretación y argumentación**, donde la dificultad común fue comprender la información que ofrecía el problema, al interpretar equivocadamente el interés anual como un interés mensual, al no tener en cuenta el valor del estudio del crédito para analizar la entidad financiera FOM, se les

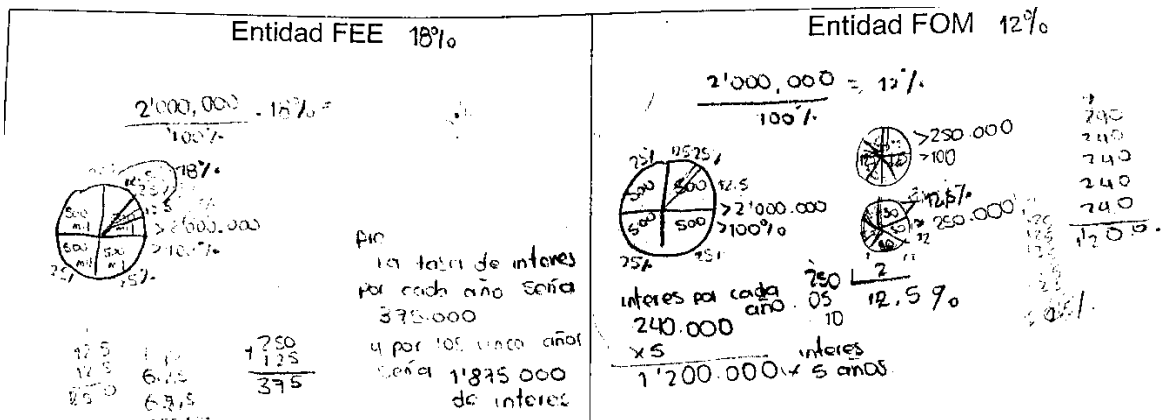
dificultó calcular el valor del interés a partir del porcentaje, expresando sin sentido a las condiciones del problema los procedimientos que pensaron e hicieron, como lo afirmó el estudiante E9 en la descripción de su estrategia ítem 2(a) del protocolo: “cogería el valor a prestar, lo dividiría en el porcentaje de interés propuesto por las cantidades y después lo multiplicaría por el número de meses durante los X años, le sumaría los 2 millones y a la entidad FOM le sumaría 300.000 que piden para el estudio de crédito”. Como se pudo observar el estudiante E9 describió e hizo en forma equivocada los cálculos del interés al dividir el valor presente por el porcentaje, donde lo correcto era multiplicar el valor presente con el porcentaje y luego dividir por cien. Otro ejemplo es el estudiante E35 al responder el ítem 1(c) del protocolo quien dijo: “lo que pidió prestado =2.000.000, los intereses=FEE=18%=FOM=12% y que el préstamo es por 5 años”. El estudiante E35 olvidó el valor del estudio del crédito en la entidad FOM lo cual le dificultó pensar en una estrategia acertada para resolver el problema.

Como se pudo observar en los ejemplos de respuesta los estudiantes reconocieron algunos datos, estableciendo relaciones con poco sentido a las condiciones del problema, ubicándose **fase 1 de familiarización**. Por otra parte, los estados de ánimo en los estudiantes E32, E34 y E35 inicialmente fueron confundidos, aunque E32 y E35 finalizaron concentrados porque lograron completar la mayor parte de las preguntas sintiéndose satisfechos con su trabajo. E9 no manifestó ningún estado.

En la **fase 2 de establecer un plan**, se ubicaron los estudiantes E3, E4, E5, E8, E13, E14, E15, E21, E26, E30, E31, E33 y E36 porque establecieron una estrategia con sentido y significado a la información del problema sin embargo presentaron problemas al ejecutar las operaciones aritméticas para determinar el valor del interés y/o el valor futuro durante los cinco años. Los estudiantes E8, E13, E21, E26 y E30 presentaron dificultad al calcular el porcentaje de una cantidad, es decir, no hallaron correctamente el valor del interés anual en cada

entidad financiera. Se ilustra en la imagen (46) al estudiante E30 quien escoge una estrategia para obtener el valor del interés anual en cada entidad.

**Imagen 46. Estudiante E30 en la respuesta de 3(a) del protocolo.**



Como se observa en la imagen (46) la estudiante comprende el concepto de porcentaje a través de representaciones circulares, pero se le dificultó calcular su valor, usó la representación gráfica, la cual no es muy recomendable para hacer cálculos de porcentaje, especialmente con valores como el 12% y el 18% que no son divisores del 100%. Quedando sin argumentos para continuar con el proceso de solución.

Los estudiantes E3, E4, E5, E14, E15, E31, E33 y E36 aunque saben cómo calcular el valor de interés conociendo el porcentaje, se les dificultó encontrar los valores futuros al establecer relaciones equivocadas. Se ilustra en la imagen (47) el razonamiento que hizo el estudiante E4 al ejecutar el plan pensado.

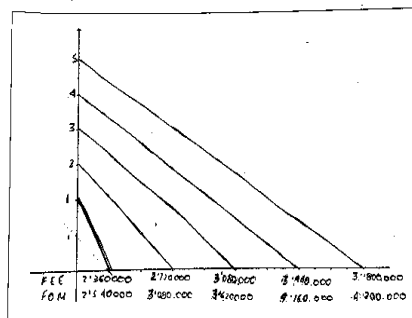
### Imagen 47. Estudiante E4 en la respuesta 3(a) y 4 (a) del protocolo.

#### 3. PARA EJECUTAR EL PLAN PENSADO:

- a) Use la estrategia que pensó para analizar la mejor opción de préstamo durante los cinco años en cada una de las entidades FEE y FOM.

Grafique en un mismo plano el valor del dinero que pagaría Nora año por año en las entidades FEE y FOM.

Entidad FEE	Entidad FOM
$\frac{2'000.000 \times 18}{100} = 360'000$	$\frac{2'000.000 \times 12}{100} = 240'000$
$2'000.000 + 360'000$	$2'000.000 + 240'000 = 2'240'000$
$= 2'360.000 \text{ Anualmente}$	$2'240.000 + 300.000 = 2'540.000$
	<p style="text-align: center;">↓ Valor estudio</p>
	$2'540.000, \text{ con los } 300.000$
	$\text{Incluidos.}$
$2'360.000 \cdot 5$	
$= 11'800.000$	



Como se observa en la imagen (47) el estudiante E4 calculó el interés anual en cada entidad financiera, determinó el valor futuro de un año escribiendo “Anualmente”, teniendo en cuenta sumar el valor del estudio en la entidad FOM, la dificultad estuvo en pensar que el valor futuro a cinco años era el producto del valor futuro en un año multiplicado por 5, sin darse cuenta que también estaría aumentando el valor presente, lo cual fue un error, porque el valor presente es siempre un valor fijo en interés simple. Por otra parte, reconoció dependencia de las variables pero no supo relacionarlas en el plano cartesiano por no interpretar las variables como pares ordenados de la función que la modela a la entidad FEE y FOM.

Como se pudo evidenciar los estudiantes de este grupo mostraron un nivel **básico en la interpretación y bajo en la argumentación** del problema por las dificultades anteriormente descritas. Los sentimientos que permanecieron en este grupo de estudiantes durante el proceso de resolución del problema, fue para los estudiantes E4, E13, E31 inicialmente estados de ánimo positivas como entusiasmado y concentrado, pero finalizaron con estados negativos, y similares a las manifestadas por los estudiantes E5, E26, E33 que presentaron todo el tiempo estados negativos como: bloqueado, confundido, desesperado, aburrido. Por otra parte, los estudiantes E8, E15 pasaron de estados negativos a positiva y similares

a las de los estudiantes E3, E14, E2, E30 que manifestaron estados siempre positivos como concentrado y entusiasmado, quedando divididos los estados de ánimo. El estudiante E36 no manifestó su estado de ánimo.

En la **fase 3 de establecer un plan**, se ubicaron los estudiantes E2, E6, E7, E12, E17, E22, E23, E24, E25, E27 y E29 quienes comprendieron claramente el problema, establecieron una estrategia de solución y la ejecutaron siguiendo lo que pensaron para determinar los intereses y/o los valores futuros como se evidencia en el argumento que hace E22 y en la imagen (48) del estudiante E2 después de analizar año por año los valores futuros de ambas entidades financieras.

E22: "también se puede suponer que Nora quiere hacer la consulta de estudio de crédito en el segundo o tercer o cuarto año, se le podrían sumar los 300.000...al valor que pagaría con el 12% de interés, ejemplo esto pagaría Nora en dos años  $2.480.000 + 300.000$  de la consulta =  $2.780.000$ "

Imagen 48. Estudiante E2 en respuesta al numeral 3(a) del protocolo.

Entidad FEE	Entidad FOM
$2'000.000 +$ $18\%$ <hr/> $360.000 \times 1$ año $720.000 \times 2$ años $1'080.000 \times 3$ años $1'440.000 \times 4$ años $1'800.000 \times 5$ años  $3'800.000 =$ total de dinero a pagar a 6 años	$2'000.000 +$ $12\%$ <hr/> $240.000 +$ $300.000 =$ Estudio $540.000 \times 1$ año  $240.000 +$ $240.000$ $480.000$ $300.000$ $780.000 \times 2$ años  $240.000 \times$ $720.000 +$ $300.000$ $1'020.000 \times 3$ años  $240.000 \times$ $480.000 +$ $300.000$ $780.000 \times 4$ años

Como se puede observar en la imagen (48) el estudiante E2 estableció relaciones entre los intereses, el valor presente y el valor futuro del crédito que podría tomar Nora en cada entidad financiera año por año, teniendo en cuenta las condiciones iniciales del problema como por ejemplo el estudio de crédito para FOM.

En consecuencia la forma de pensar el problema les ayudó en parte a los estudiantes en la toma de decisiones al determinar después de un tiempo cual era la mejor opción. Se ilustra en la imagen (49) la respuesta del estudiante E24.

#### Imagen 49. Estudiante E24 en la respuesta 3(b) y 3(c) del protocolo

- b) Si el crédito fuera a un tiempo inferior de dos años y medio ¿Cuál entidad es la mejor opción para el crédito? Argumente su respuesta. Si es por ahorrar dinero sería mejor la entidad FEE que por 2 años paga 720.000 de intereses en cambio en la FOM pagaría a dos años 480.000 + los 300.000 de el estudio del crédito lo que daría 780.000 o sea que con la empresa FEE estaría pagando 60.000 pesos más que en la FEE.
- c) Si el crédito fuera a un tiempo mayor de dos años y medio ¿Cuál entidad es la mejor opción para el crédito? Argumente su respuesta. Pienso de la misma manera que el punto anterior porque se puede decir que a 4 años se paga en FEE 7440.000 en cambio en la FOM 480.000 + 300.000 de estudio de crédito que daría 1260.000 de intereses por año en esta ocasión la mejor entidad para asociarse es la FOM por el precio de la remodelación.

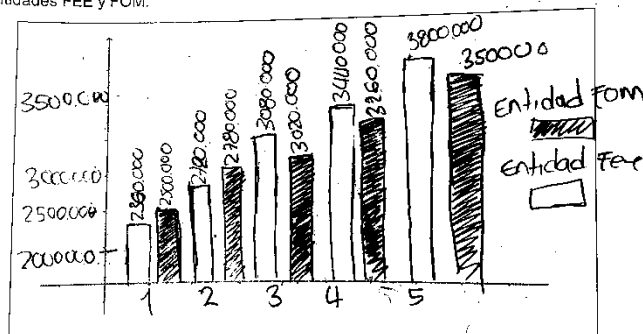
Como se puede observar en la imagen (49), el estudiante E24 toma decisiones de acuerdo a los datos obtenidos de los intereses año por año, analizando los valores futuro en el segundo y cuarto año, para decidir si antes o después de dos años y medio, en cuál entidad era mejor para la solicitud del crédito.

Sin embargo, no logró valorar su trabajo por las dificultades gráficas que presentó la mayoría de los estudiantes en sus razonamientos al no distribuir correctamente valores futuros en el eje Y, al no comprender la relación de variables como un par ordenado en el plano cartesiano. Los estudiantes de este grupo

realizaron gráficos estadísticos como el diagrama de barras, líneas verticales y otras más. Se ilustra en la imagen (50) correspondiente al estudiante E6.

### Imagen 50. Estudiante E6 en la respuesta 3(a) del protocolo.

a) Grafique en un mismo plano el valor del dinero que pagaría Nora año por año en las entidades FEE y FOM.



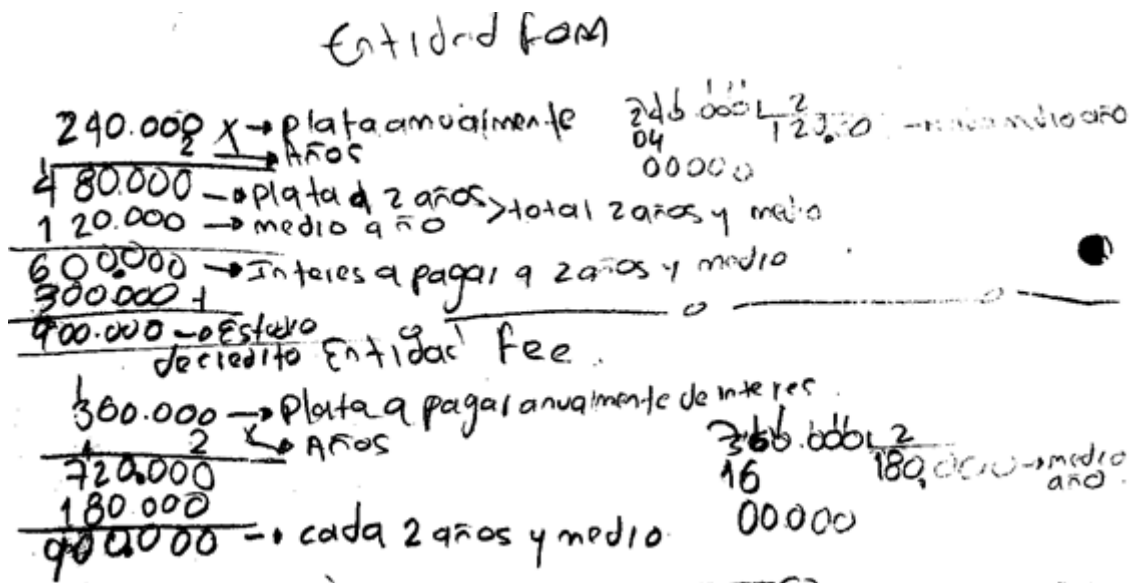
Como se puede observar en la imagen (50) el estudiante E6 identifica las variables, las relaciona en el plano cartesiano según su dependencia, pero se le dificulta entender que la situación generaba una relación de continuidad con respecto al tiempo porque es posible calcular los valores futuros en cualquier instante de tiempo, no solo por periodos anuales, como pensaron la mayoría de ellos. Este tipo de gráficos no les permitió contestar preguntas como ¿En algún momento las dos entidades cobrarán el mismo valor? Por lo tanto, se les dificultó hacer un buen análisis de su proceso y argumentar con seguridad la toma de decisiones que propuso el problema.

Según el análisis de resultados ilustrados anteriormente respecto al contenido del protocolo, los estudiantes lograron un nivel **alto en la interpretación y básico en la argumentación**. Esto se evidenció en sus estados de ánimo, los estudiantes E6, E7, E24, E25, E27 mostraron sentimientos positivos, como entusiasmados y concentrados; los estudiantes E17, E23 presentaron actitudes negativas como confundido y bloqueado al tratar de explicar lo que interpretaron; los estudiantes

E12, E22, E29 iniciaron con actitudes negativas pero terminaron con una actitud positiva como concentrado y confiado. El estudiante E2 no manifestó ningún sentimiento. Se evidenció que fueron más los estudiantes con actitudes positivas que negativas ante la solución del problema.

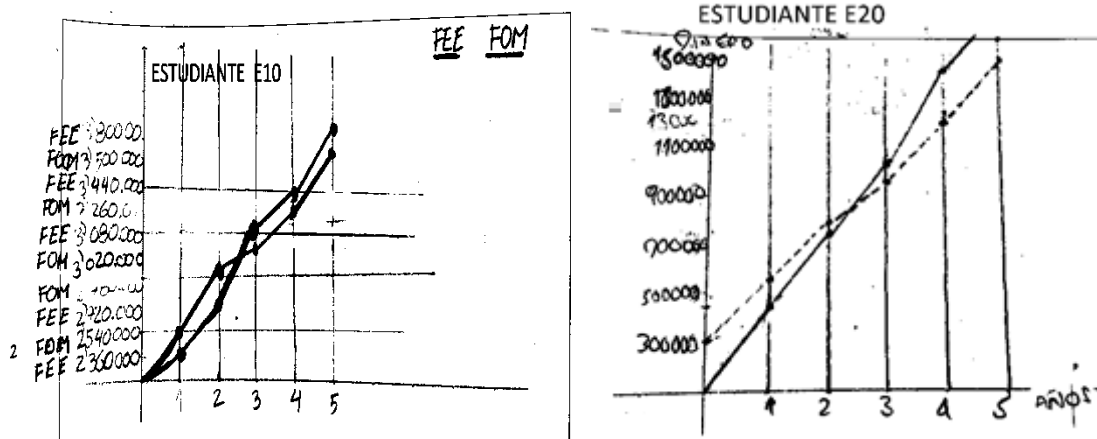
En la **fase 4 verificación del proceso** sobre comprobación y revisión de respuestas se ubicaron los estudiantes E1, E10, E11, E16, E18, E19, E20 y E28 quienes después de comprender el problema, pensar en un plan y ejecutarlo, lograron revisar sus procesos, al poder interpretar y argumentar claramente la toma de decisiones en relación con la adquisición del crédito, mirando las opciones y estableciendo en que tiempo las dos entidades financieras cobran lo mismo o en que lapsos de tiempo es mejor una de ellas. Ilustramos en la imagen (64) al estudiante E18, en la imagen (51) al estudiante E10 y E20.

Imagen 51. Estudiante E18 en respuesta al ítem 4(b) del protocolo.



Como se puede ver en la imagen (51) el estudiante E18 realizó el cálculo del valor futuro en ambas entidades para un tiempo de 2.5 años, argumentando que E18: “Si pagan el mismo valor en 2 años y medio ya que las dos líneas se cruzan y las dos en 2 años y medio pagan 900.000”, esto le sirvió para comprender aún más la situación problema, revisar su proceso en la representación gráfica que había elaborado, y en el análisis que había hecho para decidir la mejor opción de préstamo según la entidad. Se ilustra a los estudiantes E10 y E20 en la imagen (52).

**Imagen 52. Estudiante E10 y E20 en la respuesta al ítem 4(a) del protocolo.**



Como se observó en la imagen (52) los estudiantes hicieron diferentes representaciones de la situación, en la primera corresponde a los valores futuro y la segunda a los intereses con respecto al tiempo, El estudiante E10 inicia las dos gráficas de valores futuros en el origen pero por su distribución podría pensar que le asigno el punto de origen al valor presente que corresponde a \$2.000.000, que sería un error de apreciación en el estudiante, de otro modo el estudiante E20 ubico correctamente el punto de corte en el eje Y en las dos gráficas de interés, teniendo en cuenta en FOM el estudio de crédito que generó en un tiempo inicial

un valor adicional de 300.000. Este razonamiento comunicó el nivel de **interpretación y argumentación alto** que lograron los estudiantes con el problema.

Los estados de ánimo que manifestaron este grupo de estudiantes fueron positivos, solo el estudiante E1 pasó de desesperado a estar concentrado, los demás estudiantes E10, E11, E18, E19, E20 y E28, a excepción de E16 quien no expreso ningún sentimiento, presentaron actitudes siempre positivas como concentrado confiado y entusiasmado, en relación a su forma de pensar y llevar a cabo el trabajo durante el proceso de resolución del problema.

#### **Conclusión de la Etapa inicial:**

- En esta etapa, se evidenció la dificultad para comprender algunas palabras o frases, los estudiantes E4, E5, E6, E7, E8, E9, E31 manifestaron no comprender la frase “estudio de crédito”, sin embargo los demás estudiantes sí lo comprendieron como por ejemplo E18 que afirmó: “Es como una información o seguimiento que se le hace a una persona que solicita el crédito para observar si tiene trabajo vienes o una buena vida crediticia, su sueldo actualmente y más características que necesitan” por otra parte los estudiantes E1, E5, E11, E12, E13, E26, E27, E33, E35 comunicaron que no comprendieron la palabra “lapso”, y/o las “siglas FEE y FOM”, sin embargo lograron interpretarlas por el contexto del problema como lo afirma E35: “...*las únicas son FEE y FOM pero por lógica son empresas*” otras dificultades fueron alrededor de la palabra “datos”.
- El concurso “alcanzar un estrella” que se hizo para reforzar el cálculo del porcentaje de una cantidad, les sirvió a los estudiantes para que mejoraran la confianza de “sí mismos” frente al concepto y cálculo de porcentaje (ver video concurso), reflejado en sus estados de ánimo porque se evidenció un gran número de estudiantes que mantuvieron la actitud positiva durante el proceso

de resolución. Algunos estudiantes E4, E5, E13, E23, E31, E33 y E34 se mantuvieron con actitud negativa durante el proceso de resolución por varios factores relacionados con la dificultad para interpretar la información, establecer y argumentar procedimiento en forma correcta.

**ETAPA INTERMEDIA.** Los estudiantes trabajaron por equipos ya establecidos desde la sesión anterior, con el fin de comunicar a sus demás compañeros en forma escrita y oral el protocolo que cada una de ellos elaboró en la etapa inicial, además de disponerse a discutir los puntos de vista para llegar a un consenso grupal de los procedimientos y resultados obtenidos que posteriormente se socializaron con todos en la plenaria. Para el análisis del consenso se tuvo en cuenta los criterios del numeral **5.2.1** sobre los niveles de interpretación y argumentación obteniendo los siguientes hallazgos:

**En la elaboración del consenso grupal.** En general, los grupos comprendieron el problema al reconocer los datos conocidos y desconocidos, y expresaron la relación que existía entre ellos, para determinar el valor de los intereses y/o los valores futuros que fueron teniendo en cuenta las condiciones del problema relacionados con las entidades FEE y FOM (ver video etapa intermedia sesión 3).

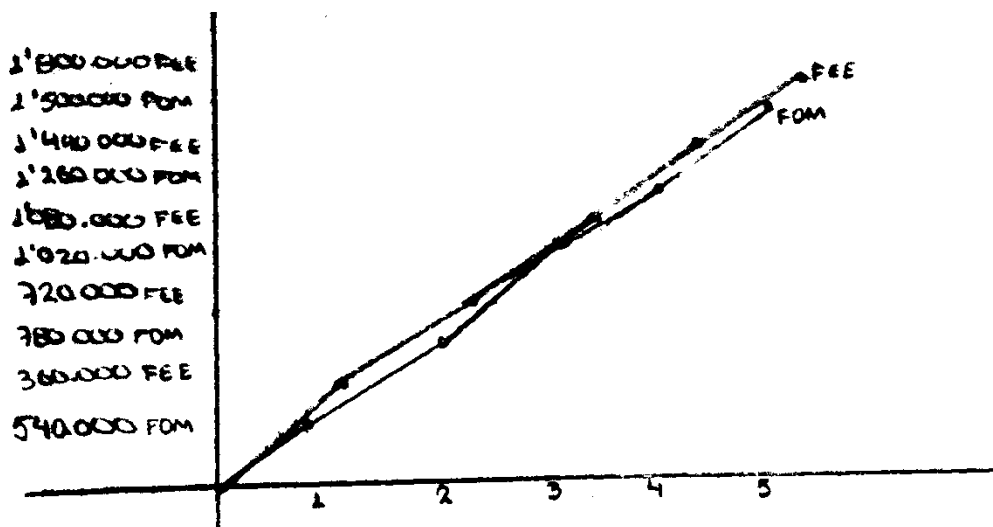
Trabajaron en fusión el Grupo 1 y el Grupo 9 por la inasistencia de algunos de sus integrantes. En el **Grupo 1** trabajaron los estudiantes E28, E31, E32 porque el estudiante E1, monitor del grupo no asistió, asumió ese rol el estudiante E32. En el **Grupo 9** trabajaron los estudiantes E5 y E26, porque los estudiantes E9 (monitor) y E24 no asistieron a clase. Del contenido del consenso del Grupo 1 y del Grupo 9, se pudo observar que establecieron ciertas relaciones con los datos para calcular los valores futuros en la entidad FEE, pero no comprendieron como relacionar los datos para establecer una estrategia que les permitiera calcular los valores futuros en FOM que incluye el estudio de crédito. Por tanto a los estudiantes del grupo se les dificultó argumentar la variación del dinero que

pagaría Nora al cabo de  $t$  años en las entidades FEE y FOM, hicieron procedimientos sin sentido a las condiciones iniciales del problema, no fueron claros con lo que expresan en forma escrita mostrando que los dos grupos alcanzaron un **nivel básico de interpretación y bajo de argumentación**.

La profesora motivó la discusión entre los integrantes de los Grupos 1 y 9, sobre si las dos entidades en algún momento cobraban un mismo valor, E28 dijo que “No”, sin ningún argumento. La profesora les pidió que analicen las gráficas, que habían elaborado y determinaran entre todas cual era la que mejor representa el comportamiento de los valores futuros, después de compartir sus puntos de vista escogieron la gráfica del estudiante E28 que tenía dos rectas crecientes que se cruzan, ¿Por qué se cruzan? después de intervenir los estudiantes de ambos grupos, E28 reflexionó: “Profe yo pensé que como los valores eran por año, no era posible que cobren un mismo valor las dos entidades” los estudiantes comprendieron que se podría sacar el crédito en meses al dividir el interés anual en doce meses (ver video etapa intermedia sesión 3.1). En general los Grupos 1 y 9 quedaron ubicados en la **fase 2 de establecer un plan**.

El **Grupo 2** trabajaron los estudiantes E2, E6, E19 y E3 el monitor, Según el diario de campo se observó que los estudiantes se repartieron el trabajo para elaborar el consenso, sin socializar a fondo lo que estaban escribiendo, la profesora se dio cuenta y les insistió que debían discutir punto a punto, recalcando la importancia de comunicar sus ideas y de confrontarlas para seguir en el proceso, los estudiantes cambiaron de actitud y llegan a establecer la variación del dinero que pagaría Nora al cabo de  $t$  años en las entidades FEE y FOM como se ilustra en la imagen (53) del Grupo 2

Imagen 53. Grupo 2 en la respuesta del ítem 3(a) del consenso.



Los estudiantes confrontaron sus gráficas y llegaron al consenso de la imagen (53) donde se relaciona el interés con respecto al tiempo de ambas entidades, evidenciados la dificultad en la distribución de valores ubicados en el eje Y, y el inicio de la entidad FOM en el origen. El grupo comunicó a través del lenguaje simbólico la relación de las variables del dinero con respecto al tiempo en cada una de las entidades financieras teniendo en cuenta el estudio de crédito para FOM, al expresar:

$$"F = 2.300.000 + 240.000(t)" \text{ para la entidad FOM, y}$$

$$"F = 2.000.000 + 360.000(t)" \text{ para la entidad FEE}$$

Este razonamiento algebraico comunicó el nivel de interpretación al que llegó el Grupo 2, superando la dificultad inicial de la apatía para el trabajo, mostrando un nivel **alto de interpretación, y básico de argumentación** porque se les dificultó expresar en cuál de las entidades es más conveniente la solicitud del crédito concluyendo: " En FEE se paga menos dinero a más tiempo, y en FOM se paga menos dinero a más tiempo, y en el año y medio las entidades cobran igual"

dando a entender que no hay diferencias en las entidades. En general el grupo se ubicó en la **fase 3 de verificación del proceso** al no revisar lo que habían pensado y hecho sobre el comportamiento en las entidades.

En el **Grupo 3** trabajaron los estudiantes E12, E17, E18 y el monitor E14 quienes identificaron variables “dinero por año” (valor futuro) y “tiempo”, establecieron la relación entre los datos del problema al afirmar que: “vamos a sacar la tasa de interés anual de cada entidad y a la entidad FOM se le suman los 300.000 (estudio de crédito) y finalmente aconsejarle a Nora en que lapso de tiempo y en qué entidad es mejor solicitar el crédito”. Según el contenido del consenso y el dialogo con la profesora el Grupo 3 mostró un nivel **alto de interpretación y argumentación**.

Los estudiantes del Grupo 3 discutían la poca comprensión que tuvieron ante la Frase “inferior o superior a ese tiempo”, después de escucharse unos a otros interviene E17: “inferior va a ser FEE, porque FEE del primer al segundo año es más barato y FOM es mejor después de dos años y medio”. La profesora observó que el estudiante E18 había calculado los valores futuros en ambas entidades para un tiempo de 2.5 años, así que lo indagó y el estudiante explicó a sus compañeros con argumentos, lo que pensó e hizo para determinar el valor futuro en ambas entidades en ese tiempo, afirmando que: “en dos años y medio las dos entidades cobran lo mismo”. Este aporte sirvió para ampliar aún más la comprensión del problema en el grupo, E17 afirmó: “yo calcule el interés anual y mensual en cada entidad entonces para mí sería muy fácil calcular el valor futuro a un año y un mes porque sé que en FOM el interés mensual es 20.000 pesos y en FEE es 30.000 pesos de intereses mensuales”, dando a entender E17 que comprendió muy bien el problema al pensar en un valor futuro no solamente anual. Los estudiantes comprendieron las diferentes estrategia que usaron otros compañeros, valoraron el trabajo y escogieron la del estudiante E18 como la mejor.(Ver video etapa intermedia sesión 3, minutos del 5’ al 11’). Por tanto el

Grupo 3 tomó decisiones frente a las opciones que tiene Nora para la solicitud del crédito al expresar lo siguiente: “Se recomienda antes de dos años y medio la entidad FEE, en dos años y medio se recomiendan las dos ya que se pagan igual...interés, después de en dos años y medio se recomiendan la entidad FOM”. El Grupo 3 argumentó con sus procedimientos la variación del dinero que pagaría Nora al cabo de t años en las entidades FEE y FOM, revisando lo que pensaron e hicieron al resolver el problema ubicándose en **la fase 4 de verificación del proceso**.

En el **Grupo 4** trabajaron los estudiantes E4, E7, E36 y el monitor E16 quienes reconocieron la dependencia entre variables, expresaron como determinar el valor del interés anual en cada entidad financiera a afirmar: “para hallar cada interés anual cogimos los 2.000.000 y los multiplicamos por el porcentaje y luego se divide en 100”. Los profesora dinamizó el debate pidiendo a sus estudiantes analizaran la pregunta 4(b) del protocolo sobre si en algún momento las dos entidades cobran el mismo valor después de compartir sus puntos de vista E16 afirmó: “yo dije que si porque en dos años y medio las dos entidades pagarían 900.000 pesos” el estudiante se dispone a explicar a sus compañeros el proceso que realizó sin embargo E4 no estuvo de acuerdo afirmando que “No da en FOM 900 mil porque en dos años y medio son 480 mil de interese y sacando la mitad de 240 mil es 120 mil, al sumar 480 mil más 240 mil da como resultado 600 mil y no 900 mil” con los aportes de los otros el estudiante reflexiona su argumento y se dio cuenta que no tuvo en cuenta el valor adicional del estudio de crédito. (Ver video etapa intermedia sesión 3 con minutos de 12’ al 222).

Según el contenido del consenso a los estudiantes se les dificultó argumentar la variación del dinero que pagaría Nora al cabo de t años en las entidades FEE y FOM sin tener en cuenta el valor adicional en FOM, la dificultad surge porque los estudiantes no analizaron los valores futuros para determinar la variación del dinero con respecto al tiempo. Evidenciando que el Grupo 4 logro un nivel de

**interpretación alto y de argumentación básico**, quedando ubicado en la **fase 3 de ejecución de un plan** al no revisar lo que pensaron e hicieron.

En el **Grupo 5** trabajaron los estudiantes E13, E27, E29 y el monitor E20 quien llevó a cabo la elaboración del consenso, en el cual se observó que los estudiantes reconocieron las variables tiempo y el valor futuro, establecieron relaciones entre los datos del problema para determinar el valor futuro en cada entidad al afirmar “Le sumaría a los dos millones...el interés de...la entidad FEE que presto al 18% anual... y sale el valor futuro. Y la cantidad FOM se le suman los 2.000.000 más el 12% anual... más los 300.000 por el estudio de crédito”. Pero se les dificultó argumentar la variación del dinero que pagaría Nora al cabo de  $t$  años en las entidades FEE y FOM, porque no encontraron la forma de expresar simbólicamente los valores futuros para cualquier instante de tiempo, sin embargo concluyen : “pues entre más tiempo más valor futuro y más intereses, la entidad FOM es la mejor porque aunque se cobren los 300.000 no deja de ser mejor, se paga una cantidad más alta que en la entidad FEE pero se paga menor interés”, comunicando la conveniencia de la entidad FOM para créditos a largo tiempo (ver video etapa intermedia sesión 3 minuto 23:30). Según el análisis de respuestas el Grupo 5 alcanzó un nivel de **interpretación alto y de argumentación básico**. Como no lograron revisar sus procedimientos el grupo se ubicó en la **fase 3 de ejecución de un plan**.

En el **Grupo 6** trabajaron los estudiantes E15, E22, E35 y el monitor E21, quien moderó el consenso. El grupo identificó la dependencia de las variables interés y tiempo al afirmar que “a más tiempo el crédito más interese pago”, establecieron la relación entre los datos, para calcular el interés en las dos entidades financieras, El estudiante E21 comprendió mejor la relación entre los valores futuros y el tiempo, realizó el gráfico y pudo establecer comparaciones en ellos, esto aportó ventajas al grupo para analizar mejor la situación y aumentar su comprensión del problema, E21 dijo: “en dos años y medio se cruzan los dos valores en 900.000”

consideraron que la representación gráfica facilitó mejor la interpretación por la ayuda visual, sin embargo se dieron cuenta del error al iniciarlas ambas en origen (ver video etapa intermedia sesión 3, minuto 28:00). Según los resultados del consenso el Grupo 6 alcanzó un nivel de **interpretación alto y de argumentación básico**, ubicándose en la **fase 3 de establecer un plan**.

En el **Grupo 7** trabajaron los estudiantes E11, E25 y E33 el monitor, porque el estudiante E30 estuvo ausente. Los estudiantes identificaron las variables: “el tiempo y el valor futuro”, encontraron relaciones entre los datos para determinar el interés y el valor futuro con respecto al tiempo, al expresar: “Con la entidad FEE cogería los 2.000.000 y sacaría cuantos cientos tiene 2.000.000 luego se multiplica por el 18% y se multiplica por los años 1,2,3,4,5 y con FOM se haría lo mismo pero se multiplica por el 12% luego se multiplica por los años 1,2,3,4,5 y depende de cuantos años sean, al final se le suman 300.000”.

Además, tomaron decisiones frente a las opciones de crédito al comunicar lo siguiente: “Inferior a 2 años y medio es mejor FEE y mayor a 2 años y medio es mejor la entidad FOM, porque FOM entre más años, los 300.000 que se le suman del estudio no van a dar mucha diferencia a largo plazo, en cambio FEE a corto plazo tiene menos tasa de interés entonces convendría más está a corto plazo” Lo anterior evidenció que el grupo 7 mostró un nivel de **interpretación y argumentación alto**, porque comprende el problema y argumenta en forma clara la variación del dinero en cada una de las entidades financieras con respecto al tiempo. Se ilustra en la imagen (54) al Grupo 7 al expresar como interpretaron la variación de los intereses para cualquier instante de tiempo.

Imagen 54. Grupo 7 en la respuesta 3(b) del consenso.

$P = 2,000,000$   $x = 100$   $P = X \cdot I$   $I = 78$

$P = 2,000,000$   $x = 100$   $E = 300,000$   $I = 12$   $P = X \cdot I + E$

Como se puede observar en la imagen (54) el Grupo 7 logró establecer la relación matemática de los intereses para cada una de las entidades financieras teniendo en cuenta el valor del estudio de crédito en FOM, para cualquier tiempo  $t$ , llegando a concluir que: “los intereses en “FEE son  $360.000 \cdot A$  y en FOM son  $240.000 \cdot A + 300.000$ ”, el Grupo 7 validó las expresiones matemáticas precisando que se cumplían para cualquier año ( $A$ ), ubicándose en la **fase 4 de verificación del proceso**.

En el **Grupo 8** trabajaron los estudiantes E8, E10, E23 y el monitor E34, el grupo reconoció las variable interés y tiempo, establecieron como consenso la relación entre los datos para determinar el valor del interés anual en cada entidad financiera y así poder encontrar el valor futuro según el tiempo al expresar: “nosotros miramos cuantos cienes tiene los 2.000.000 es 20.000 al tener este dato lo multiplicamos por el 18% de la entidad FEE esto nos da 360.000 lo multiplicamos por una posibilidad de años y esto es lo que se paga solo de intereses, En la entidad FOM no se multiplica por el 18% sino por el 12% más los 300.000 del estudio de crédito y esto nos da lo que tiene que pagar a parte de los 2.000.000”., sin embargo se les dificultó argumentar la variación del dinero con respecto al tiempo expresando que: “Sí el tiempo es mayor las cuotas son más Bajas y si en caso de la entidad FOM los 300.000 solo se pagan una vez”. Por tanto, según el análisis de respuestas el Grupo 8 evidenció un nivel de **interpretación alta y de argumentación básica**, quedando en la **fase 3 de ejecución de un plan**.

### **Conclusión del consenso grupal:**

En general, se puede decir que los estudiantes durante el consenso reflexionaron sus puntos de vista mejorando su nivel de interpretación como se evidenció en el desempeño de los Grupos 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 que obtuvieron un nivel de interpretación alto. Los Grupos 3 y 7 por su parte expresaron en forma clara y coherente todo lo que pensaron e hicieron al dar razones de la variación del dinero en las entidades financieras que propuso el problema, obteniendo un nivel de argumentación alto. En los grupos 1 y 9 la inasistencia de los monitores, estudiantes claves en cada grupo, afectó el avance durante el consenso, además de la presión que ejerce el cierre del año escolar para algunos de estos estudiantes.

**La plenaria.** Se realizó con todos los estudiantes del grado 9-3, donde se analizaron los diferentes puntos de vista, lo que pensaron e hicieron los integrantes de cada grupo, para llegar a un consenso general, analizando los aciertos y dificultades que surgieron en el proceso de resolución del problema.

Inició el estudiante E28 del **Grupo 1** haciendo un recuento del problema, explicó oralmente el cálculo de los intereses en forma confusa, esto generó participación de los grupos. El **Grupo 3** representado por la estudiante E14 comunicó en forma clara paso a paso lo que pensaron e hicieron para calcular los intereses en ambas entidades financieras al afirmar que: “nosotros entendimos que de cada entidad nos daban un interés distinto, cogimos los dos millones y lo dividimos en 100 y luego lo multiplicamos por el interés, así calculamos el interés, y en FEE se paga trescientos sesenta mil pesos anual y en FOM doscientos cuarenta mil pesos”. (Ver video etapa intermedia sesión 3.1 minuto 7:00).

En plenaria, algunos estudiantes reflexionaron sobre sus dificultades comunicativas cuando se desea expresar lo que se piensa. Además reconocieron la representación en tabla de valores y la gráfica como una buena estrategia para

comprender mejor el problema. La estudiante E22 en representación del **Grupo 6** pasó y elaboró una tabla a doble columna donde se veían los incrementos constantes por año de los intereses en cada entidad. Ante los valores que se registraron en el tablero los estudiantes E31, E13 y E33 manifiestan estar en desacuerdo con los valores para FOM. Después de revisar lo que pensaba cada estudiante se determinó el problema en cada uno de ellos. E13 y E31 presentaron la misma dificultad, pensaron que el cobro de los 300 mil por estudio de crédito aumentaba constantemente con el tiempo, obteniendo valores superiores a los que se mostraron en el tablero. El estudiante E33 del **Grupo 7** uso la fórmula para hallar valores futuros a interés simple, consensuada en la sesión anterior  $F=P+I*t$ , pero con la dificultad al interpretar el interés como un valor mensual y no anual como lo planteó el problema, dándole valores exagerados que no corresponden a los cálculos que encontraron sus compañeros (ver video E33). Con esto se evidenció que los estudiantes tímidos E13 y E33 no clarificaron sus dudas porque seguramente en los grupos no hubo quien les despejara sus inquietudes y la estudiante E31 poco participa de las discusiones mostrando en ocasiones apatía al trabajo tanto individual como grupal.

Después de las aclaraciones correspondientes, el estudiante E24 del **Grupo 9** se anima a pasar al tablero, elaboró una tabla con los valores futuros de cada entidad durante los cinco años, que finalmente generalizó escribiendo para FEE ( $F= 2.000.000+360.000*t$ ) y para FOM ( $F=2.300.000+ 240.000*t$ ). Surgió nuevamente el debate sobre ¿por qué los 300000 se agregaron al valor presente y no a los intereses? dando a entender que algunos estudiantes aún no tenían claridad que el estudio del crédito es un valor fijo que se pagaba una sola vez y no iba en aumento con respecto al tiempo como sucede con los intereses. Intervienen algunos estudiantes. El estudiante E26 afirmó: “pues si cada año lo quiere renovar (refiriéndose al crédito) volvería a pagar el estudio de crédito”, pidió la palabra E20 del **Grupo 1**: “los 300 mil solo se pagan una vez, así no saque el préstamo le toca pagar los 300 mil por el estudio del crédito, si lo va a sacar a un

año paga una vez, si lo saca a dos años paga una vez y así sucesivamente” la estudiante E17 reflexionó diciendo: “O sea que independiente del año en que lo valla a tomar tiene que pagar los 300 mil de estudio”. (Ver video PL3.2).

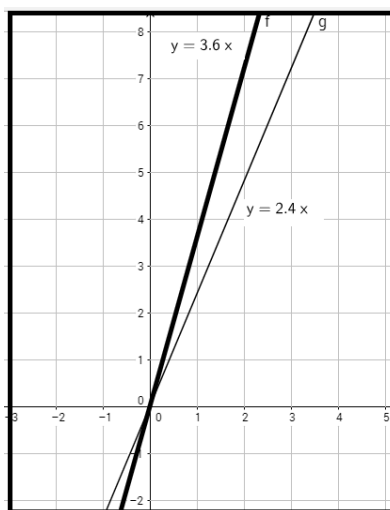
La profesora los felicitó por la participación y los motivó a continuar en el análisis para establecer la entidad más conveniente. Los estudiantes continúan discutiendo sus pensamientos llegando a tomar decisiones acertadas sobre el tiempo en que conviene más una entidad financiera que la otra, reconociendo el igual cobro de dinero en 2.5 años en ambas entidades.

### **Conclusiones de la Etapa intermedia:**

- Se favoreció la interpretación porque en esta sesión se clarificaron dudas que en los diferentes grupos no se habían podido subsanar, a través de la participación y el debate de las ideas. La profesora atendió de inmediato las dificultades de los estudiantes tímidos, valorándoles su esfuerzo por preguntar, para que sintieran gusto por lo que aprenden y cada vez fueran mejorando su participación en las actividades.
- Se favoreció la argumentación en unos estudiantes más que otros, porque se evidenció que los estudiantes escucharon atentamente a sus compañeros, analizaron lo que afirmaban y refutaron con ideas estructuradas, dando a entender el nivel de argumentación en el que se encontraban.

**ETAPA DE CIERRE.** Se institucionalizó el conocimiento matemático, aclarándose las dudas sobre la identificación de variables, la dependencia de las variables, el dominio y rango, especialmente en la representación gráfica en el plano cartesiano de cada una de las entidades financieras identificando al interés mensual como la pendiente en el modelo de función lineal y el valor presente como el intercepto con el eje Y, al usar GeoGebra (un software gratuito) para analizar los aspectos de las funciones lineales que modelan las entidades FEE y FOM (Ver video EC.3).

La profesora estableció con el grupo las equivalencias correspondientes a 360 mil y 240 mil como 3.6 y 2.4 respectivamente, para observar en un rango de 0 a 10 la representación gráfica de los intereses en ambas entidades financieras. La profesora grafica intencionalmente  $y = 3.6 * x$   $y = 2.4 * x$  , para que los estudiantes analicen si estas dos graficas modelan a los valores futuros o a los intereses.



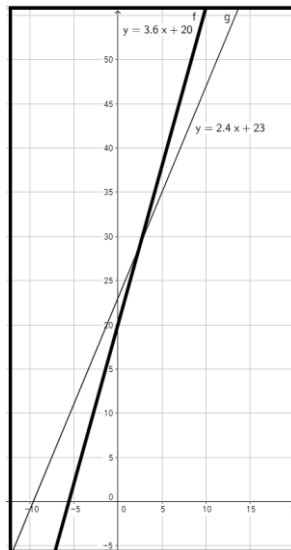
Como lo expresó E20: “Esas gráficas son solo de los intereses porque empiezan en cero y los valores futuros empiezan con el valor presente que es 2.000.000” pero aclara nuevamente que ni de los intereses, “porque FOM debe empezar en 300 mil por el estudio del crédito” llegando al consenso como lo afirmo E15. “Sería  $y = 2.4(x) + 23$ ” la profesora pasa a algunos estudiantes a ubicar parejas ordenadas de interés y tiempo, en cada entidad recorriendo la función lineal dándose cuenta de las dificultades que tienen algunos estudiantes para ubicarse en el plano cartesiano.

Se realizó el gráfico de las funciones lineales que modelan los valores futuros para las dos entidades financieras, dibujando respectivamente en GeoGebra:

$$y = 2.4 * x + 23 , \text{ para la entidad FOM y}$$

$$y = 3.6(x) + 20 , \text{ para la entidad FEE}$$

Obteniéndose la siguiente representación en el plano cartesiano:



Se analizó con los estudiantes los valores del dominio y del rango para los cuales la situación problema tiene sentido, el corte con el eje Y que representa a valor presente y la pendiente de la recta que representa geoméricamente al valor constante del interés en cada entidad. Se aprovechó el software para variar los valores y analizar las diversas situaciones que se podrían obtener al variar la pendiente no solo positiva sino también negativa.

### CONCLUSIONES DE LA SESIÓN 3

- Finalmente, se puede afirmar que el seguimiento de protocolos favoreció la resolución del problema #3 de esta sesión, potenciando las habilidades de interpretación y argumentación porque permitió en la etapa intermedia que los estudiantes reflexionaran y fueran conscientes sobre sus aciertos en cuanto al cálculo del interés simple que la mayoría había interiorizado, y sobre las

dificultades como la comprensión lectora sobre el tipo de interés (anual y no mensual), la comprensión sobre el estudio de crédito que cobraba una de las entidades, la argumentación gráfica que modelaba las situaciones y simbólica de la variación del dinero con respecto al tiempo, que durante el consenso y la plenaria se fueron clarificando a través de las discusiones que generaron los desacuerdos.

- En la sesión 3 en comparación con las sesiones anteriores, se notó un cambio positivo en los estudiantes en cuanto a: los estados de ánimo, el trabajo individual de elaboración del protocolo, el trabajo grupal de elaboración del consenso y la plenaria, donde se evidenció que los estudiantes ya no dejaban espacios en blanco, se veían más comprometidos con el desarrollo de las actividades, dedicaban más tiempo para leer y analizar mejor el problema con el fin de comprenderlo, trataban de organizar sus ideas para expresarse con más coherencia, se hacían entender mejor en sus escritos, escuchaban y reflexionaban lo que otros decían para validar o refutar sus ideas. Los estudiantes tímidos fueron tomando confianza en el grupo, participaban preguntando para aclarar sus dudas.

**5.2.5 Primera autoevaluación.** Los estudiantes después de finalizar la sesión 1, 2 y 3, seleccionaban un nivel de interpretación y argumentación según su desempeño en cada habilidad, y revisaban su actitud frente al trabajo. El 13 de Noviembre de 2016 se realizó la primera autoevaluación (ver anexo G1) correspondiente a las tres primeras sesiones, a cada estudiante se le entregó sus registros quienes debían analizar individualmente y dar sus observaciones para mejorar las dos habilidades de estudio y su actitud. Los resultados fueron los siguientes:

**Para mejorar la interpretación,** los estudiantes consideraron que se deben tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Mejorar la concentración al leer el problema, cómo lo expresó E33: “Veo que debo mejorar mi capacidad de lectura y mantener la mente despejada en ese momento para una mejor concentración ya que me distraigo muy fácil y veo que me da pena preguntarle al profesor de la clase para aclarar mis dudas y eso a veces me deja en nada”
  
- Dedicar más tiempo para pensar en el problema, como lo afirmó E17: “Dedicarle más tiempo para leer con calma, pensar y entender mejor el problema que se está planteando” finalmente los estudiantes consideran que para mejorar la interpretación se debe saber expresar las ideas, reconocen esta dificultad al resolver los problemas lo afirmó E19: “A veces entiendo los problemas pero no soy capaz de explicarlo con mis palabras”.
  
- Revisar los procesos y profundizar más en el tema de estudio, como lo expresó E2: “debo leer las veces que sea necesario para comprender el problema pensar un poco más en el ejercicio planteado y verificar que todo este correcto” y también de consultar videos o material de apoyo para mejora la interpretación de problemas económicos como E8 lo comentó: “Pues yo creo que investigar más acerca del tema para comprender mejor”

**Para mejorar la argumentación,** los estudiantes consideraron lo siguiente:

- Trabajar y participar más en grupo, como lo afirmó E36 “tratar de socializarme más con el grupo para buscar más ideas y formas de respuesta” E1: “participar más y dar mis opiniones aunque estén mal”.
  
- Escuchar y dejar hablar a otros, como lo expreso E8: “No argumento muy bien, debería escuchar a mis compañeros y ver como ellos argumentan y así me sirve de apoyo”

- Tener claro los proceso que se hacen al resolver un problema, como lo afirmó E24: “se me complica un poco el argumentar los problemas, eso es uno de los datos que tengo que cambiar, realizar bien el problema sabiendo lo que estoy haciendo para poder argumentar bien cuando me pregunten” y finalmente,
- Verificar resultados, como lo expresó E2: “debo pensar mucho más en resolver el problema y verificar todos los ejercicios y llegar a la solución correcta” y finalmente,

**Para mejorar la actitud de trabajo en las diferentes sesiones,** los estudiantes consideraron que se debería:

- Prestar más atención al desarrollo de las actividades y ser más disciplinados en el momento de hacerse en grupos, como lo afirmó E24: “a veces me aburro mucho y por eso hablo con mis compañeros y fomento un poco la indisciplina, eso lo tengo que cambiar, tengo que poner más atención en clase”
- Evitar faltar a clases, pues reconocieron el campo y la utilidad de los problemas de tipo económico, como lo afirmó E1: “debo asistir más a clase, mi objetivo es aprender pues me sirve para mi vida cotidiana y aprobar el área pues me duele perder alguna materia”
- Terminar a tiempo con las actividades porque sintieron que les hizo falta mayor concentración y comprensión de los problemas como lo afirmó E12: “Saber comprender mejor la situación, analizando para poder terminar a tiempo los problemas”

## **Conclusión de la primera autoevaluación**

La autoevaluación sirvió para que los estudiantes fueran conscientes de sus dificultades individuales y grupales, en cuanto al desempeño en sus habilidades, interpretativa y argumentativa al resolver problemas, y en reconocer sus actitudes frente al aprendizaje, con el fin de trabajar esas dificultades y poderlas superar en las siguientes sesiones. (Ver video AE).

**5.2.6. Descripción y análisis de la sesión 4 implementada.** La sesión 4 se inició el 15 de Noviembre de 2016, en la sala de audiovisuales de la sede C (primaria). El desarrollo de esta sesión duro un tiempo de 6 horas de clase. Los estudiantes ausentes fueron E2, E8, E14, y E24, por lo tanto no participaron en el desarrollo de la sesión 4.

El trabajo individual se dividió en dos partes, la primera una actividad introductoria de reflexión sobre los conceptos de interés simple y compuesto, donde se analizó el valor presente, el valor futuro y los intereses, también se dio a conocer el proceso de capitalización, a través de la observación de un video. Y la segunda analizar un problema resuelto para que los estudiantes revisaran los procedimientos del proceso de capitalización.

**ETAPA INICIAL (Actividad introductoria).** Los estudiantes después de ver el video “Introducción a los conceptos de interés simple y compuesto” ([https://www.youtube.com/watch?v=xaBD3oU3\\_Wk](https://www.youtube.com/watch?v=xaBD3oU3_Wk)), se enfrentaron a una serie de afirmaciones:

**Primera afirmación:** “El capital ahorrado a interés simple **No** se mantiene constante en cada periodo de tiempo”. Las respuestas parecidas se agrupan según códigos en común obteniendo las siguientes premisas:

Los estudiantes E3, E6, E8, E12, E13, E18, E19, E20, E25, E26, E34 Y E35 determinaron el valor de verdad “falso” correspondiente a la afirmación, sin embargo les resultó difícil la comprensión y argumentación de la misma, pues no tuvieron en cuenta “**el capital ahorrado**” como lo afirmó E19: “Falso, porque el interés simple así pase el tiempo se mantiene constante, es decir no cambia”.

Los estudiantes E1, E4, E10 Y E36 determinaron como respuesta “verdadera” porque omitieron en su comprensión el “**NO**” dando argumentos acertados pero no válidos para la afirmación mostrando la dificultad del reconocimiento del NO a pesar de estar en mayúscula y resaltado, como lo afirmó E1: “verdadero, porque “el capital no varía por los intereses sumados”.

Por otra parte, los estudiantes E7, E15, E23, E28 interpretaron el capital ahorrado como valor futuro, como lo afirmó E28: “Falso porque él aumenta con cada interés”.

Los estudiantes E5, E16 y E32 escogieron un valor de verdad sin argumentos por lo que no fue posible hacer un análisis de sus pensamientos.

Los estudiantes E11, E17, E21, E22, E27, E29, E30, E31, y E33 argumentaron correctamente en relación al valor presente como lo afirmo el estudiante E33: “Falsa, porque no capitaliza el valor presente, es decir no suma el interés al capital por lo que quiere decir que el capital nunca varia en interés simple”.

**Segunda afirmación:** “Capitalizar significa que los intereses generados en un periodo de tiempo hacen parte del capital o valor presente en un segundo periodo y así sucesivamente” La respuesta correcta para esta afirmación es verdadera y todos los estudiantes acertaron en su valor de verdad sin embargo solo los estudiantes E4, E5, E6, E7, E10, E11, E12, E18, E19, E21, E22, E25, E29, E32, E33, E34, E35 y E36 (18/32) argumentaron con claridad, como lo expresó E32:

“cuando se aplica el interés compuesto, el interés generado en cada periodo es diferente, esto se debe a que el capital va cambiando pues los intereses se capitalizan”.

**Tercera afirmación:** En el interés compuesto **No** varía el capital o valor presente en cada periodo de tiempo. La respuesta correcta a esta afirmación es falsa, todos los estudiantes excepto E26 acertaron su valor de verdad. Los estudiantes se agruparon según la similitud de respuestas así:

Los estudiantes E3, E8, E13, E15, E26, y E32 argumentaron sin sentido como lo dijo E13: “porque varia constantemente y si no variara no daría un resultado”.

Los estudiantes E1, E5, E6, E11, E12, E22, E23, E28, E29, E36 se les dificulto argumentar en términos de la capitalización como lo afirmo E12: “porque el capital o VP si cambia dependiendo el tiempo en que haya transcurrido”.

Los estudiantes E4, E7, E10, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E25, E27, E30, E31, E33, E34 Y E35 (16/32) argumentaron con claridad en relación al proceso de capitalización, como lo expreso E10: “el capital varía de acuerdo a los intereses porque se le suman los intereses al capital”.

**Cuarta afirmación:** Al ahorrar un capital con interés simple o con interés compuesto a un tiempo y tasa de interés igual es mejor el interés simple. La respuesta correcta en su valor de verdad “falso” porque se trata de ahorro de dinero y se desea tener mejores ganancias que se dan con el interés compuesto. Se agruparon las respuestas similares y los resultados fueron los siguientes:

Los estudiantes E7, E10, E11, E12, E18, E22, E25, E29, E30, E36 consideraron la afirmación verdadera, porque se les dificulto interpretar la frase al considerarla en situación de crédito y no de “ahorro” que era a lo que se refería por ejemplo

como lo expresó E22: “porque en el interés compuesto el capital no es constante y varia, depende del tiempo y eso hace que sea más caro”.

Los estudiantes E13, E15, E17, E26, E27, E29, E31 y E32 argumentaron con poco sentido como lo afirmó E29: “en ambas se gana solo que en alguna tiene su mejor valor”.

Finalmente, los estudiantes E1, E2, E3, E4, E6, E8, E16, E19, E20, E23, E28, E33, E34, y E35, acertaron en el valor de verdad y expresaron su posición con argumentos bien elaborados. Como lo expreso E4: “a la hora de pagar es mejor el interés simple y al momento de ahorrar es mejor el compuesto ya que cada periodo aumenta”.

### **Conclusión de la actividad introductoria**

A la mayoría de los estudiantes (23/32) se les dificultó comprender correctamente la primera afirmación, que se enunció en forma negativa; por consiguiente, sus argumentos no fueron válidos, evidenciando un nivel bajo en la interpretación y argumentación de una **afirmación negativa**.

La segunda y tercera afirmación están relacionadas en forma intencionada con el concepto de capitalización o suma de interese al capital, con el fin de analizar la interpretación del concepto el cual se usó en esta sesión, llegando a concluir que los estudiantes E4, E7, E10, E18, E19, E21, E25, E33, E34 y E35 evidenciaron un nivel de interpretación y argumentación alto del concepto.

En la cuarta afirmación, el error frecuente fue la interpretación generando razones equivocadas a la misma. Por tanto, algunos estudiantes (14/32) presentaron un nivel alto en la interpretación y argumentación de la afirmación 4, porque comprendieron la información, establecieron relaciones con el valor de verdad y dieron justificaciones que evidenciaron la claridad de sus razonamientos.

El video sobre “Introducción a los conceptos de interés simple y compuesto” permitió en los estudiantes comprender el concepto de capitalizar y sus implicaciones en la variación del valor presente, intereses y valor futuro con respecto a los diferentes periodos de tiempo en que se ejecute. Además les aportó bases sólidas para determinar similitudes y diferencias entre los dos tipos de interés que pueden surgir en problemas de tipo económico.

**ETAPA INICIAL. (Análisis de un problema resuelto).**

El estudiante trabajó en el problema #4 que contiene dos opciones de ahorro, una a interés simple y la otra a interés compuesto. El problema resuelto ofrece información en tablas sobre los valores futuros y los intereses anuales, al cabo de tres años en cada modalidad de ahorro, para que los estudiantes las analizaran, determinaran las expresiones simbólicas y gráficas que mejor representan la información y comunicaran en forma escrita lo que observaron, relacionaron y expresaran los sentimientos que surgieron durante el análisis del problema. La profesora observó periódicamente el trabajo, registró en su diario de campo lo que expresaban sus estudiantes.

**La situación propuesta es:** Francisco reunió en su cumpleaños \$900.000, él decidió ahorrarlos y ganar un poco de dinero durante tres años. Consultó en el fondo de empleados FOM quienes pagan a un porcentaje de **interés simple** del 12% anual por capital ahorrado. También averiguó en el Banco CC que paga a un **interés compuesto** del 12% anual. Un funcionario del Banco CC y de la Entidad FOM le proporcionó la siguiente información:

Banco CC (interés compuesto 12 % anual)				Entidad FOM (interés simple 12% anual)			
Tiempo (t) años	Capital (P)	Interés anual (I)	Interés Acumulado	Tiempo (t) años	Capital (P)	Interés(I) anual	Interés Acumulado
1	\$900.000	\$108.000	\$108.000	1	\$900.000	\$108.000	\$108.000
2	\$1.008.000	\$120.960	\$228.960	2	\$900.000	\$108.000	\$216.000
3	\$1.128.960	\$135.475,2	\$364.435,2	3	\$900.000	\$108.000	\$324.000

**Interpretación y argumentación del problema.** El estudiante analizó las similitudes y diferencias de las opciones de ahorro entre los valores presentes, los intereses y los valores futuros, durante los tres años. El estudiante diligenció el protocolo en forma individual, el cual hizo énfasis en la comprensión del interés compuesto. El análisis se realizó teniendo en cuenta los criterios del numeral **5.2.1** sobre los niveles de interpretación y argumentación.

Los resultados: fueron los siguientes:

Los estudiantes E7, E13, E16, E29, E31 y E32 se quedaron en la **fase 1 de familiarización** del problema porque interpretaron las similitudes y diferencias en las tablas a través de la comparación de cantidades sin interiorizar la relación de los valores presentes e intereses argumentando en forma simple o sin sentido mostrando un **nivel de interpretación y argumentación bajo** como lo afirmaron los estudiante E32 y E16 en las dos respuestas a las preguntas: ¿En cuál entidad se obtendrá mayor ganancia de dinero durante el ahorro? Y argumentar ¿Por qué? ¿A qué se debe la variación anual de los intereses en el Banco CC, si ambas entidades mantienen la misma tasa de interés?

El estudiante E32 escoge en la primera pregunta al Banco CC, porque observó mayor ganancia en los interés registrados en la tabla, al cabo de los tres años y lo confirma nuevamente al responder la segunda pregunta sobre la causa de la variación de esos intereses al expresar: “se debe a que el Banco le aumentaron 30.000 pesos de interés y si ambas entidades tienen la misma tasa de interés al sumar y ver el problema bien gana el Banco CC” Esto evidenció la no revisión de procesos de capitalización, en la simplicidad de su argumento.

Además los estados de ánimo por los que pasó los estudiantes E13 y E31 fue iniciando confundidos y finalizaron concentrados, E7 y E16 concentrados todo el tiempo, el estudiante E32 confiado y E29 presencié sentimientos negativos como:

aburrido, desesperado, confundido y bloqueado, lo que muestra que de los 6 estudiantes 5 de ellos, pasaron por estados de ánimo positivos, debido a la comodidad que surgió al analizar el problema resuelto.

Los estudiantes E6, E8, E12, E15, E17, E21, E23, E25, E27, E28, E30 Y E35, evidenciaron un nivel de **interpretación básico y de argumentación bajo** porque evidenciaron dificultad al expresar lo que pensaron en cuanto a la obtención de valores futuros ya calculados en las tablas informativas que ofreció el problema, sin lograr relacionar los intereses y el valor presente del año anterior, para obtener el valor presente del año. Los estudiantes quedaron en la **fase 2 de establecer un plan**, al dificultárseles responder la pregunta: ¿Cómo se obtuvo el capital o valor presente para el segundo y tercer año en el Banco CC? Como ejemplo el estudiante E25 que afirmó: pues en el Banco CC se paga interés compuesto entonces se suma el interés al valor presente y aumentaría más” este argumento evidencia que E25 comprendió la variación del valor presente en el interés compuesto, pero no expresó como haría para calcular el interés compuesto en un segundo y tercer año, evidenciando dificultad en la verificación del proceso de capitalización.

Los estados de ánimo de los estudiantes E6, E21 y E30 fue entusiasmado; E35 y E28 confiados; E17, E25 y E27 fue de entusiasmado y concentrado; E8, E12 y E15 confundidos, y E23 desesperado; lo que indica que de 12 estudiantes 8 evidenciaron actitudes positivas, por la despreocupación que da un problema resuelto.

Los estudiantes E1, E4, E5, E10, E11, E19, E22, E26, E34 y E36 se ubicaron en la **fase 3 de ejecución del plan** porque lograron interpretar la relación de los datos y resultados presentados en el problema pero expresaron el proceso de capitalización en forma general sin explicitar la relación de los valores para los tres años planteados en el problema. Para analizar lo que pensaron los estudiantes

sobre el proceso de capitalización se estableció la siguiente pregunta correspondiente al ítem 3 del protocolo: ¿Cómo se calcula el interés compuesto en Banco CC? Por ejemplo el estudiante E1 respondió: “se calcula tomando el valor presente y la suma del interés. Así por cada año depende al tiempo que sea” esta respuesta es resultado de la pregunta anterior sobre ¿cómo se obtuvo el capital en el segundo y tercer año? A la cual respondió: “es la suma entre el capital del primer año,...con el interés del mismo año, se suman y el resultado es el capital del siguiente año y así sucesivamente por cuantos años quiera”, evidenciando que el estudiante presentó un **nivel alto de interpretación y básico de argumentación** al mostrar dificultad para expresar el proceso de capitalización en forma explícita usando con los datos y resultados que presentó el problema. De este grupo solo los estudiantes E1, E5, E10 y E36 lograron seleccionar correctamente la representación gráfica que mejor modelaba la situación de capitalización pero con argumentos simples como lo afirmo E5 “la gráfica 3, porque aumenta más rápido en el Banco CC”

Los sentimientos por los que pasaron este grupo de estudiantes fueron: los estudiantes E5, E10, E11, E19, E22, E34 y E36 se sintieron confiados y/o concentrados; El estudiante E26 se sintió entusiasmado; el estudiante E1 pasó, de confundido ha concentrado, y E4 pasó por tres estados negativos: desesperado, confundido y bloqueado. Es decir, 9 de 10 estudiantes mostraron estados de ánimo positivos ante el problema.

Los estudiantes E3, E18, E20, y E33 se ubicaron en la **fase 4 de verificación del proceso** porque, establecieron relaciones con los datos y resultados verificando el proceso de capitalización en forma numérica y simbólica, dieron razones claras al escoger correctamente la representación gráfica evidenciando un nivel de desempeño **alto de interpretación y de argumentación**. A la pregunta: ¿Cómo se calcula el interés compuesto en Banco CC? los estudiantes explicitaron con los

datos y resultados el proceso de capitalización como lo comunicó por ejemplo el estudiante E3 que se ilustra en la imagen (55).

### Imagen 55. Estudiante E3 en respuesta del ítem 3 del protocolo

¿Cómo se calcula el interés compuesto en Banco CC?  $900.000 \cdot 12\% = 108.000$   
eso  $108.000$  se le suma a los  $900.000$  eso es  $= 1008.000$  ese  
valor vuelve y se multiplica por  $12$  (interés) eso es  $= 1128.000$   
y así sucesivamente

Como se puede observar en la imagen (55) el estudiante E3 evidenció realmente la verificación del proceso de capitalización, argumentando en forma clara y explícita usando los datos y resultados ofrecido por el problema. Además E3, comprendió la diferencia entre el interés simple y compuesto cuando argumenta la selección de la gráfica 3 como mejor modelo de la capitalización al afirmar: “La primera grafica estaría de acuerdo con la entidad FOM ya que asciende constantemente, pero el Banco CC el interés aumenta diferente cada año”. Evidenciando un nivel alto en las dos habilidades de estudio.

Este grupo de estudiantes evidenciaron la comprensión de las dos opciones de crédito analizando y verificando la relación de los valores futuro, presente, e interés tanto simple como compuesto, obteniendo elementos valiosos para la toma de decisiones ante una situación similar en su contexto real. Los estados de ánimo de los estudiantes E3 y E33 fue concentrados, E20 pasaron de confundidos a concentrados y E18 se sintió desesperado porque se le dificultó un poco la interpretación del proceso de capitalización en forma algebraica.

## **Conclusiones de la Etapa inicial**

Todos los estudiantes se dieron cuenta de las diferencias entre los valores futuros del interés simple y compuesto al observar la información que el problema resuelto ofreció. Sin embargo:

- El 69% (22/32) de los estudiantes comprendieron las condiciones iniciales del problema, determinaron relaciones entre el interés, el valor presente y los valores futuros de cada entidad financiera, pero no pasaron de la simple observación.
- El 44% (14/32) de los estudiantes evidenciaron un nivel alto de interpretación porque comprendieron el concepto de capitalización y lo expresaron en forma general, pero se les dificultó verificarlo con los datos y resultados que proporcionó el problema.
- El 12% (4/32) de los estudiantes mostraron un nivel de argumentación alto, porque expresaron con claridad y en forma explícita lo que observaron, analizaron y verificaron de la capitalización anual. Y,
- El 78% (25/32) de los estudiantes manifestaron estados de ánimo positivo por la confianza y tranquilidad que brinda el problema resuelto.

**ETAPA INTERMEDIA (Elaboración del consenso por grupos y plenaria).** Los estudiantes se reunieron en grupos para comparar sus protocolos, analizar similitudes y diferencias durante el proceso de resolución, determinar cuáles de las formas de proceder fueron más convenientes y cuáles no, en donde estuvo los errores o aciertos en cuanto a la interpretación y argumentación del problema. Luego, llegaron a la elaboración del consenso grupal que analizó teniendo en cuenta las fases de resolución de problemas. Los hallazgos fueron los siguientes:

**En el consenso grupal.** Los estudiantes analizaron las cuatro afirmaciones de la actividad introductoria y revisaron cada una de ellas encontrando mayor dificultad en la primera, tercera y cuarta afirmación en que aparecían puntos de vista distintos, la profesora motivó el debate de ideas en cada grupo, logrando que entre ellos se cuestionaran sobre lo que había pensado y argumentado en sus protocolos, revisando si estaban bien o equivocado. Después de pensar y debatir entre ellos nuevamente llegaron a la interpretación precisa en cada una las afirmaciones, asignándoles el valor de verdad y argumentando claramente su respuesta (ver video CG.4). Ilustramos al Grupo 8 en la imagen (56).

**Imagen 56. Grupo 8 en el ítem (a) del consenso.**

- a. El Capital ahorrado a interés simple NO mantiene constante en todo periodo de tiempo.  
Falso, el Capital va a estar sin ser alterado porque no se le suman los intereses adicional a de acuerdo al tiempo.
- B. En el interés compuesto No varia el Capital o Valor Presente en todo periodo de tiempo.  
Falso, el Capital varia de acuerdo a los intereses porque se le suman los intereses al Capital Puede ser que el valor cambie por el tiempo pagado.
- c. Al ahorrir un Capital con interés simple o con interés compuesto a un tiempo y tasa de interés igual es mejor el interés simple.
- Falso, en el interés compuesto Podemos obtener mas dinero al recibirlo, el valor el Capital Mientras que si es compuesto el valor Prestado toma más valor.

Como se observa en la imagen (56), el **Grupo 8** analizó en su consenso las respuestas equivocada de la primera, tercera y cuarta afirmación e hizo corrección de las mismas, logrando aclarar las dudas entre ellos. Como se evidenció en el comentario del estudiante E10 quien reflexionó diciendo. “por no dedicar tiempo suficiente y paciencia para analizar la cuarta afirmación, respondí

equivocadamente porque estaba pensando en situación de préstamo y no de ahorro”

El **Grupo 1** se ubicó en la **fase 1 de familiarización**, según el contenido del consenso, porque no lograron establecer relaciones entre los datos y la información que presentaba el problema resuelto con el fin de interpretar y argumentar sobre cómo se obtenían los valores futuros en las entidades financieras, la mayor dificultad estuvo en relacionar los datos del Banco CC que pagaba a interés compuestos por peso ahorrado. Se ilustra en la imagen (57) al Grupo 1.

**Imagen 57. Grupo 1 en el ítem (d) del consenso.**

e) Analicen los valores futuros del Banco CC y encuentre el cociente entre el siguiente y el anterior valor futuro ¿Qué observan? ¿Cómo son sus incrementos anuales? Argumenten

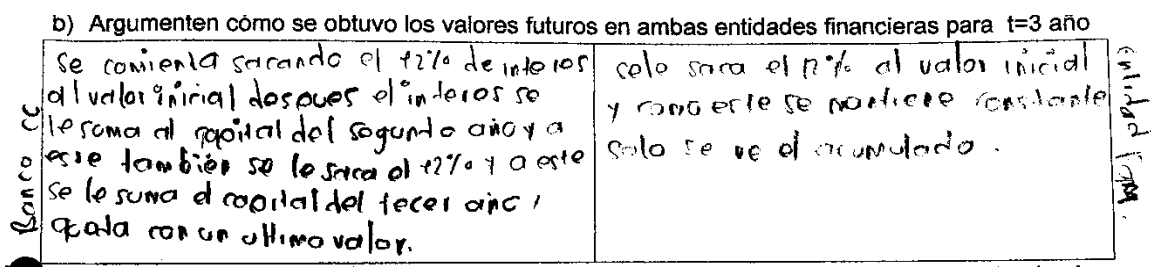
	Capital	Interés A <sup>mensual</sup>	Interés Ac	
1	900.000	108.000	108.000	Rta= en la tabla los valores de la capital e interés anual e interés acumulado siempre va a variar ya que los intereses se sumaron a la capital sucesivamente cada año.
2	1.008.000	120.960	228.960	
3	1.128.960	135.475,2	364.435,2	

Como se observa en la imagen (57) el Grupo 1 no pudo realizar la indicación que se pedía en el punto (d) porque no establecieron las relaciones entre el capital y los intereses anuales que permitieran establecer los valores futuros siendo estos dados conocidos en el problema resuelto. Sin embargo cuando se diálogo con el grupo se evidenció que los estudiantes E1, E28 tenían claridad en los conceptos de capitalización de forma oral, pero no fue lo mismo para los estudiantes E32 y E31 quienes se sintieron muy inseguras al responder las preguntas, además el estudiante E28 quería contestar por ellas, la profesora no lo permitió, quiso indagar y comprobar si realmente había consenso de grupo. Este diálogo

corroboró que no todos han comprendido el problema porque les ha costado trabajar en equipo (ver video CG.4.1). Ubicándose el **Grupo 1** en nivel de desempeño grupal **bajo en la interpretación y argumentación del problema**.

Los **Grupos 4, 6 y 8** se ubicaron en la **fase 2 de establecer un plan**, porque reconocieron los datos que ofreció en el problema resuelto como son los intereses, valor presente o capital y valor futuro; establecieron un plan donde se relacionaban los datos, pero se les dificultó ejecutarlos, para calcular el valor futuro en ambas entidades durante 10 años de ahorro. Comunicaron operaciones sin sentido, al dificultárseles expresar dichas relaciones con los datos de la tabla numéricas establecidas en el problema, evidenciando un nivel de **interpretación básica y de argumentación bajo**. Se ilustra a continuación el grupo 6 en la imagen (58)

**Imagen 58. Grupo 6 en la respuesta (b) del consenso**



Como se observa en la imagen (58), el Grupo 6 evidenció problemas para llevar a cabo el plan pensado en el cálculo del valor futuro en ambas entidades, al comprender el proceso de capitalización en forma general pero se les dificultó argumentarlo en forma explícita con los datos y resultados que el problema presentó, evidenciando un nivel básico en la interpretación y bajo en la argumentación. Otro grupo con este mismo desempeño fue el Grupo 8 que se ilustra en la imagen (59).

**Imagen 59. Grupo 8 en la respuesta (b) del consenso.**

b) Argumenten cómo se obtuvo los valores futuros en ambas entidades financieras para t=3 año

$F_t = P_0 (1+i)^t$ $F_t = 100.000 (1+0,12)^3 \quad F_3 = 108.000 + P_0$ $F = 1.008.000$ <p>Utilizamos las Formulas del Procentaje y lo Multiplicamos por la tasa inicial. *</p>	$F_t = P_0 (1+i)^t$ $F_t = 100000 + 12\% = 108.000$ <p>en esta entidad usamos Procentaje mas interes y nos dan lo que tenemos que tener de Vale el 12%. Pero es al final que se suman los valores</p>
--	---

Como se observó en la imagen (59) el Grupo 8 recurrió al uso de la expresión algebraica del interés compuesto que aparecía en el protocolo, para argumentar como se obtuvieron los valores futuros a interés simple y a interés compuesto, evidenciando un nivel básico en la interpretación y bajo en su argumentación porque no comprendieron la diferencia entre el cálculo de estos dos tipos de intereses.

**Diálogo con el Grupo 8** (ver video CG. 4 minuto 2:40)

Ante la pregunta ¿En cuál entidad se obtuvo mayor ganancia? los estudiantes del grupo comprendieron las tablas de valores y establecieron relaciones entre ellas, para escoger al Banco CC como la mejor opción para obtener mayores ganancias, para verificar la comprensión del proceso de capitalización se les preguntó ¿Cómo se obtuvo el capital para el Banco CC en los tres años?

E10 contestó: “se tuvo en cuenta el capital más en interés sumado el primer año y luego en el segundo año se suma nuevamente el interés al capital y luego para el tercer año, se suma el capital más intereses del año anterior y se saca un nuevo interés y así sucesivamente”

Pero ninguno del grupo pudo explicitarlo con los datos y los resultados que el problema propuso. La profesora les insistió que debían validar la información presentada en el problema para tener mayor claridad de la capitalización y poder

dar mejores argumentos. En la selección gráfica que modelaba la capitalización, ellos compararon sus gráficas y expresaron porque la habían seleccionado, después de refutar y validar sus puntos de vista llegaron al consenso que E10 fue asertivo en sus argumentos y se dieron cuenta los demás de sus errores, escogiendo en consenso la gráfica 3 porque según E10: “el dinero incrementa muy rápido cada año por el valor presente y el interés”

Los **Grupos 5, 7 y 9** se ubicaron en la **Fase 3 de ejecución de un plan**, establecieron relaciones entre los datos y los resultados según las condiciones iniciales del problema, describieron un plan que llevaron a cabo para para obtener la solución, revisaron el proceso de capitalización para tres años y de igual manera pudieron calcular el valor futuro en 10 años, aunque cometieron errores en sus proceso aritmético. Evidenciando un **nivel alto de interpretación y básico de argumentación**. Se ilustra al Grupo 9 en la imagen (60)

**Imagen 60. Grupo 9 en el ítem (b) y (c) del consenso.**

b) Argumenten cómo se obtuvo los valores futuros en ambas entidades financieras para t=3 año

<p>Interés simple = Se suma el capital de cada año más los intereses anuales de cada año, y eso da el valor futuro.</p> $900.000 + 108.000 = 1.008.000$ $1.008.000 + 108.000 = 1.116.000$ $1.116.000 + 108.000 = 1.224.000$	<p>Interés compuesto = sumando el capital más el interés acumulado.</p> $900.000 + 108.000 = 1.008.000$ $1.008.000 + 228.960 = 1.236.960$ $1.236.960 + 364.435,2 = 1.601.395,2$
---	---

c) Determinen con ayuda de las expresiones matemáticas de interés simple y compuesto el valor futuro del dinero que tendría Francisco si él decidiera ahorrar a un tiempo de 10 años en FOM o el Banco CC y determinen ¿cuál es la variable dependiente e independiente de las funciones?

<p>I. Simple</p> $F = P_0(1 + i \cdot t)$ $F = 900.000(1 + 0,12 \cdot 10) = 1.980.000$	<p>I. compuesto</p> $F = P_0(1 + i)^t$ $F = 900.000(1 + 0,12)^{10} = 2.795.263,38$
--	--

el valor futuro depende del tiempo

Como se puede observar en la imagen (60) el **Grupo 9** en el punto (b) comprendió como calcular los valores futuros a interés simple y compuesto, a partir del capital y los intereses anuales sin embargo presentaron dificultad al revisar sus procesos por ejemplo en el interés compuesto los estudiantes sumaron intereses acumulados y no los anuales, pero comprendieron claramente el uso de las expresiones algebraicas, especialmente la del interés compuesto que se dedujo al observar la información de las tablas contenidas en el cuestionario. Otro grupo con igual desempeño en las dos habilidades es el Grupo 7 que se ilustra en la imagen (61)

### Imagen 61. Grupo 7 en la respuesta del ítem (c) del consenso.

- c) Determinen con ayuda de las expresiones matemáticas de interés simple y compuesto el valor futuro del dinero que tendría Francisco si él decidiera ahorrar a un tiempo de 10 años en FOM o el Banco CC y determinen ¿cuál es la variable dependiente e independiente de las funciones? valor independiente es el tiempo y el valor presente en el caso de FOM y el caso de CC el valor independiente es el tiempo y el valor futuro.

Banco CC (interés compuesto 12% anual)			ENTIDAD FOM (interés simple 12% anual)			
Tiempo (t) años	capital (p)	interés (i) anual	Tiempo (t) años	capital (p)	interés (i) anual	interés acumulado
4	1.269.433,2	151.732,214	4	\$ 900.000	\$ 108.000	\$ 482.000
5	1.416.167,42	169.940,09	5	\$ 900.000	\$ 108.000	\$ 540.000
6	1.586.107,51	190.832,901	6	\$ 900.000	\$ 108.000	\$ 648.000
7	1.776.440,41	213.732,849	7	\$ 900.000	\$ 108.000	\$ 756.000
8	1.989.619,26	238.752,591	8	\$ 900.000	\$ 108.000	\$ 864.000
9	2.228.266,85	269.404,022	9	\$ 900.000	\$ 108.000	\$ 972.000
10	2.495.710,87	299.492,504	10	\$ 900.000	\$ 108.000	\$ 1080.000

valor futuro: 4.390.984,24

valor futuro = 1.980.000

Como se puede observar en la imagen (61) el **Grupo 7** comprendió claramente como calcular los valores futuros a interés simple y compuestos, que pagan en las entidades financieras FOM y Banco CC respectivamente. Sin embargo, cometieron errores por despistados al calcular del interés compuesto, como por ejemplo ubicar en 4 años el valor del capital que correspondía a 3 años y al sumar el capital con el interés acumulado obteniendo valores futuros que no correspondían.

**El diálogo con el Grupo 7** la profesora indagó a los estudiantes sobre los acuerdos a los que ha llegado, ellos manifestaron que no hubo mayores diferencias el análisis de las afirmaciones iniciales de la actividad introductoria entonces la profesora les preguntó (ver video CG. 4) ¿Cómo se calcula el interés compuesto?

E25 respondió: “se saca el porcentaje del valor actual y ese porcentaje se suma al valor y así sucesivamente, se vuelve a sacar el porcentaje y se vuelve a sumar al valor actual” ¿Y ese proceso como se llama? Respondieron todos “capitalización” y ¿qué es eso? E33: “qué el interés se vuelve parte del capital” ¿cada cuánto? E25: “cada año” ¿Qué gráfica escogieron para el Banco CC? E30: “escogimos la gráfica 3, porque vemos que es la que varía como lo hace el interés compuesto”.

Este diálogo comprobó el buen trabajo que llevaron a cabo los estudiantes del Grupo 7 en el consenso, sin embargo les falta adquirir la habilidad de ser más críticos y dudar un poco para volver a revisar lo que hacen.

Los **Grupos 2 y 3** se ubicaron en la **fase 4 de verificación del proceso**, porque lograron comprender los datos presentados en el problema y la información de las tablas, estableciendo relaciones entre ellos según las condiciones que planteó el problema, pensaron en un plan y lo ejecutaron llevaron a cabo un plan argumentando claramente el proceso que sustentaba la solución y la verificación del mismo. Según el análisis de respuestas los grupos 2 y 3 mostraron **un nivel de interpretación y argumentación alto**. Se ilustra en la imagen (62) al Grupo 3

**Imagen 62. Grupo 3 en la respuesta del ítem (b y c) del consenso.**

b) Argumenten cómo se obtuvo los valores futuros en ambas entidades financieras para  $t=3$  año

FOM.	BANCO CC
$900.000 \cdot 12\% = 108.000$	$900.000 \cdot (12\%) = 108.000 + 900.000$
$1.008.000 \cdot 12\% = 120.960$	$1.008.000 \cdot (12\%) = 120.960 + 1.008.000$
$1.128.960 \cdot 12\% = 135.475$	$1.128.000 \cdot (12\%) = 135.475 + 900.000$
$900.000 + 324.000 = 1.224.000$	- 364.475
	$900.000 + 364.475 = 1.264.475$

c) Determinen con ayuda de las expresiones matemáticas de interés simple y compuesto el valor futuro del dinero que tendría Francisco si él decidiera ahorrar a un tiempo de 10 años en FOM o el Banco CC y determinen ¿cuál es la variable dependiente e independiente de las funciones?

FOM.	BANCO CC
$f_t = P \cdot (1 + i \cdot t) \quad i = 0,12 \quad t = 10$	$f_t = P \cdot (1 + i \cdot t)^t$
$F = 900.000 (1 + 0,12 \cdot 10)$	$F = 900.000 (1 + 0,12)^{10}$
$F = 1.980.000$	$F = 2.795.263$

En la imagen (62) se observa en el ítem (b) que el **Grupo 3** comprendió claramente la relación entre los datos y los resultados que aportó el problema especialmente en el caso del interés compuesto verificando dicha relación en el cálculo de los valores futuros para tres años y en el ítem(c) para el cálculo de valores futuros a 10 años, usaron las formulas del interés simple y compuesto correctamente comprendiendo sus diferencia, mostrando un nivel de **interpretación y argumentación alto**. De la misma forma se ilustra el Grupo 2 en la imagen (63)

### Imagen 63. Grupo 2 en el ítem (c) del consenso

- c) Determinen con ayuda de las expresiones matemáticas de interés simple y compuesto el valor futuro del dinero que tendría Francisco si él decidiera ahorrar a un tiempo de 10 años en FOM o el Banco CC y determinen ¿cuál es la variable dependiente e independiente de las funciones?

<p>FOM</p> $F = P_0 (1 + i \cdot t) = 2.2 \times 900.000$ $F = 900.000 (1 + 0,12 \cdot 10)$ <p>1.980.000</p>	<p>Banco CC</p> $F = P_0 (1 + i)^t$ $F = 900.000 (1 + 0,12)^{10}$ <p>2.795.263</p> <p>(1+0,12) · (1+0,12) · ...</p>
--	---

Como se observa en la imagen (63) el Grupo 2 comunicó a través de su procedimiento lo que pensó e hizo para calcular los valores futuros de las entidades financieras comprendiendo las expresiones algebraicas del interés simple y compuesto, utilizándolas correctamente en el cálculo del ahorro a 10 años.

### Conclusión del consenso grupal

- Los Grupos 2, 3, 5, 7 y 9 reflexionaron y fueron conscientes de sus errores y de sus aciertos durante el proceso de validación de la información del problema resuelto. Estos grupos lograron superar sus dificultades individuales en cuanto a la comprensión lectora de afirmaciones; análisis de datos y resultados siendo explícitos en sus procedimientos, con el fin de llegar a comprender claramente el proceso de capitalización, que valida la toma de decisiones con mayor seguridad.
- Los Grupos 4, 6 y 8 llegaron a comunicar con señas en el cuestionario, como se relacionaron el interés y el capital para determinar el valor futuro, guiados por la claridad del concepto de capitalización pero no lograron plasmar las relaciones en sus consensos evidenciando dificultad para comprender tablas y verificar procesos.

**En la plenaria sesión 4** Se inició analizando las afirmaciones de la actividad introductoria en el cual se pudo observar que los estudiantes ya las habían socializado y encontrado el valor de verdad justificando en forma correcta en cada una de ellas. Ante la pregunta ¿Cuál entidad es mejor? (ver video PL 4.1, minuto 11:00)

E28 del **Grupo 1** afirmó: “es mejor simple si se saca prestado un dinero y si se quiere ahorrar es mejor el interés compuesto” haciendo las aclaraciones de su afirmación en la cual todos estuvieron de acuerdo. La profesora los cuestionó ¿Qué pasaría si el interés simple aumentara su tasa, serviría para pedir un crédito? E3 del **Grupo 2** respondió: “No, porque a mayor tasa lo que uno haría es paga y pagar intereses” y continúa E17 del **Grupo 3**: “Como sucedió con el pago diario pague y pague intereses”.

Los estudiantes realizaron discusiones alrededor de esa idea, donde salen hecho y situaciones como lo comento la estudiante E23 del **Grupo 8**: “Yo me vi el video que usted nos recomendó para la casa y ahí el Banco siempre recupera el dinero que presta, asegurado con hipotecas,... y seguramente si no paga, se puede quedar si nada” El estudiante E4 del **Grupo 4** hace un recuento de lo que se trató el video porque algunos estudiantes no pudieron verlo, diciendo: “una persona necesitaba dinero y lo solicito en el banco hipotecando su huerto, pero lo que producía no le alcanzaba sino para pagar los intereses, entonces al cabo de un tiempo el banco recoge el dinero que presto y recoge el huerto porque el señor nunca le pago la deuda”.

Ante lo expuesto la profesora pregunta a los estudiantes ¿Qué enseñanza les dejo el video? E23: “Que cuando vaya a pedir un préstamo uno tiene que saber cómo la va a pagar” E16 del **Grupo 4** “Nos debemos fijar a que plazo, a qué interés y de qué manera vamos a pagar”.

Intervino la estudiante E17: “yo consulte la tarea que usted nos dejó sobre los riesgos que se corren al pedir un préstamo y ahí dicen que uno de los riesgos, es pedir prestado más de lo que se pueda pagar...” Los estudiantes continuaron dando su aportes E20 del **Grupo 5**: “Se debe tener en cuenta el tiempo, el interés y el valor futuro que se pagaría según ese tiempo” E23: “Porque muchas personas por la necesidad sacan prestamos, sin pensar primero, si lo pueden pagar o no y pueden quedar en la ruina” E26 del Grupo 9: “también es bueno que cuando uno saque un crédito se lleve un control de la deuda es decir saber que he pagado y así se cuánto me falta por pagar”

Después del preámbulo sobre la forma de actuar antes de tomar decisiones en la adquisición de créditos, la profesora enfatizó en lo importante de la verificación de la información que ofrecen las entidades financieras y pasa E31 del **Grupo 1** (una estudiante apática que se ha animado a participar), a validar los valores que se relacionaron con el interés simple del 12% anual y valor capital de 900.000, el estudiante expresó los valores futuros como la suma del capital y el interés por tiempo (ver video PL.4.2).

Cada grupo revisa sus procedimientos y aseguran que son similares a los expuestos por E31 para la entidad FOM. Paso E10 del **Grupo 8** y explica el proceso que había hecho la estudiante E23 porque ella hablaba muy bajo y no se entendía quedando en claro el proceso paso a paso de la capitalización en FEM (ver video PL.4.3).

Luego, pasó el estudiante E18 del **Grupo 3** a explicar las similitudes y diferencias en las expresiones matemática del interés simple y compuesto que rigen los valores futuros en cada una de las entidades financieras, halló el valor futuro para 3 y 10 años, los grupos hicieron comparaciones y reflexionaron sobre sus dificultades al establecer los cálculos con el uso de las fórmulas, la profesora

apoyó este proceso debido a las dificultades en la mayoría de los grupos (ver video PL 4.4).

E25 del Grupo 7, pasó a validar el proceso de capitalización en forma explícita año por año, dándose cuenta del error que había cometido en el grupo, al sumar el capital con los intereses acumulados, como se ilustra en la siguiente imagen.

**Imagen 64. Estudiante E25 validando el proceso de capitalización en el Banco CC.**

The image shows a student's hand pointing to handwritten calculations on a whiteboard. The calculations are as follows:

$$900.000 = 12\% = 108.000$$
$$F_1 = 900.000 + 108.000 = 1.008.000$$
$$F_2 = 1.008.000 - 108.000 = 900.000$$
$$F_3 = 900.000 + 108.000 = 1.008.000$$

Esto permitió aclarar dudas en los distintos grupos, especialmente en los que no asumieron el análisis detallado de los datos y resultados, la mayoría de estudiantes fueron conscientes de la dificultad al validar procesos porque no estaban acostumbrados a hacerlo. En general con la participación activa de los estudiantes se revisó todos los puntos del consenso grupal, con el fin de fortalecer el proceso de comunicación entre ellos.

### **Conclusión de la Etapa intermedia**

Se evidenció mayor participación durante el consenso grupal y la plenaria en comparación de las sesiones anteriores, permitiendo fortalecer aún más las habilidades de interpretación y argumentación en los estudiantes porque:

- Se pudo observar que expresaron sus ideas con más confianza y seguridad.
- Se comunicaron en forma clara y coherente colocando en orden sus ideas al hablar y al escribir.
- Se escucharon con mayor atención para validar o refutar lo que otros dijeron o hicieron.
- Aclararon dudas y consultaron sobre el proceso de capitalización.

**ETAPA DE CIERRE.** Se institucionalizó el conocimiento matemático inmerso en el problema, al realizar el análisis gráfico de las funciones lineal y exponencial que modeló a la entidad FOM y el Banco CC respectivamente, teniendo en cuenta la identificación de variables, la dependencia de las variables, el dominio y rango, la representación gráfica en el plano cartesiano en el ambiente GeoGebra (un software gratuito) para analizar la relación entre el modelo lineal y el interés simple y la relación entre el modelo exponencial y el interés compuesto. Enfatizó en el concepto del interés simple y el compuesto, a través del proceso algebraico llegando a la generalización de las fórmulas. Finalmente, analizó con el grupo diferentes capitalizaciones como la semestral y mensual, especificando en la fórmula general, los ajustes que hay que tener en cuenta sobre la tasa y el tiempo, según el número de capitalizaciones en el año.

### **CONCLUSIONES DE LA SESIÓN 4:**

El seguimiento de protocolos favoreció el análisis del problema #4 que propuso la sesión, para analizar los dos tipos de intereses: el simple y el compuesto, fortaleciendo las habilidades de interpretación y argumentación en los estudiantes, porque:

- Permitió superar las dificultades que aparecieron en la etapa inicial, donde los estudiantes pensaban que no tenían mucho que hacer con el problema resuelto, así que la mayoría llegó a responder en forma simple las preguntas del protocolo, sin realizar la verificación de relaciones pensadas entre los datos y los resultados. Esta situación se vio reflejada en los estados de ánimo positivos que registró la mayoría de los estudiantes.
  
- En la etapa intermedia, se evidenció algunas ventajas del trabajo en grupo al compartir mutuamente las ideas que cada uno pensó y analizó del problema, como lo afirma la NCTM “El proceso de resolver problemas con otros es beneficioso...puede sacar provecho de los puntos de vista de otro, que puede revelar un aspecto diferente del problema”<sup>59</sup>. La mayoría de los grupos mostraron responsabilidad con su propio aprendizaje porque aceptaron las críticas hechas por sus compañeros, respetaron las opiniones contrarias, mejoraron la escucha y controlaron aún más los temores a equivocarse o preguntar, permitiéndoles reflexionar en detalle la situación propuesta, comprendiendo claramente el concepto de capitalización y evidenciándolo en los escritos del consenso grupal, donde se dieron a entender claramente.
  
- Además, se observó que estaban comprometidos al realizar consultar y desarrollar actividades extracurriculares para comprender aún más las situaciones económicas y mejorar sus argumentos.

**5.2.7. Descripción y análisis de la sesión 5 implementada.** La sesión 5 se inició el 21 de Noviembre de 2016, en la sala de audiovisuales de la sede C (primaria). El desarrollo de esta sesión duró un tiempo de 6 horas de clase.

---

<sup>59</sup> NCTM, Óp. Cit. Pág.66

El análisis se realizó teniendo en cuenta los criterios del numeral **5.2.1** sobre los niveles de interpretación y argumentación durante la etapa inicial y la etapa intermedia.

**Se resolvió la siguiente Situación Problema:** Los abuelos de Sara al nacer le abrieron una cuenta de ahorros con un valor inicial de \$500.000 a una tasa de interés simple al 15% anual, que podía retirar al ser mayor de edad. Sara hoy cumple 18 años y le pide a Felipe su tío, que la acompañe al banco a retirar el dinero de la cuenta. “¡Guau!”, exclamó Sara cuando el cajero le informa sobre el monto de dinero en su cuenta de ahorros.

Felipe dice “genial, pero quieres saber qué hubiera pasado si el interés compuesto fuese con capitalización anual, trimestral, mensual o diaria, “¿Qué significa eso?” preguntó Sara a su tío, “significa que el interés simple devengado en el primer periodo de tiempo (anual, trimestral, mensual o diario) según la capitalización que ofrezca el banco, pasa a formar parte del capital para el segundo periodo y así sucesivamente, es decir se gana interés sobre el interés devengado,” explicó Felipe. “¿Cómo calculo el interés compuesto según la capitalización?”, preguntó Sara. “Ven y te explico” dijo su tío.

**ETAPA INICIAL. (Elaboración del protocolo).** El estudiante trabajó en forma individual en la resolución del problema, ayudando a Sara para que reconociera los diferentes tipos de capitalizaciones y escoger entre ellos la más conveniente, si su ahorro hubiera sido a interés compuesto, registrando en su protocolo lo que pensó e hizo y los sentimientos por los que pasó al obtener la solución del problema (aburrimiento, desesperación, interés, entusiasmo,...etc.). Los estudiantes E2 y E29 no asistieron a clase. Los resultados fueron los siguientes:









Los estudiantes E4, E8, E13, E15, E23, E30, E31 y E32 se ubicaron en la **fase 1 de familiarización del problema** según el contenido de su protocolo porque reconocieron los datos del problema pero se les dificultó establecer relaciones entre ellos, para explicar sin resolver cómo hallar el interés compuesto anual durante los 18 años, situación trabajada en la sesión anterior. Los estudiantes E15, E30 y E31 aún presentaron dificultad para calcular el interés simple por lo tanto, no precisaron la cantidad de dinero que recibió Sara del Banco. Los estudiantes enunciaron el concepto de capitalización pero no lo interpretaron, reconocieron los tipos de capitalización: anual, trimestral, mensual y diario, pero poco los diferencian. En consecuencia los estudiantes de este grupo mostraron un nivel **bajo de interpretación y argumentación**. Se ilustra al estudiante E8 en la imagen (65).

**Imagen 65. Estudiante E8 en la respuesta del ítem 2(a) del protocolo y su estado de ánimo**

2. Teniendo en cuenta lo aprendido en la sesión anterior piense como resolver la situación dada.

a) Explique sin resolver ¿Cómo hallar el interés compuesto anual durante los 18 años?  
Se divide 500.000 en 100 y da 5000 y a los 5000 se le multiplican los intereses que serían 15% y da 75000 se multiplica por el año y da 75000 luego se le suman los 500.000 y da un total de \$75000.

Seleccione el EMOTICÓN que indique cómo se sintió usted durante la actividad.

Entusiasmado	Aburrido	Desesperado	Confundido	Sorprendido	Bloqueado	Confiado	Concentrado
							

Como se evidenció en la imagen (65) el estudiante E8 expresó con palabras el cálculo del interés compuesto anual visto como un interés simple, aunque afirmó que capitalizar era: “sumarle los intereses al capital” y reconoció la fórmula para

calcular el futuro a interés compuesto “pero no la interpretó para resolver el problema, sintiéndose desesperado, confundido y concentrado.

Los estados de ánimo de este grupo de estudiantes fue desesperado para el estudiantes E30; E13 y E23 desesperado y confundido; E8, desesperado, confundido y concentrado; E31 concentrado; E15 y E4 confiado, y E32 no especifico. Los estados de ánimo están divididos entre positivos y negativos de con igual frecuencia para estos estudiantes

Los estudiantes E1, E7, E12, E16, E19, E26, E27, E28, E34 y E36 según el análisis de sus respuestas evidenciaron un nivel de **interpretación básico y argumentación bajo** porque comprendieron los diferentes tipos de capitalización y establecieron diferencias entre ellos según el tiempo, comprendieron en parte la fórmula del interés compuesto, al sustituir el valor presente, el tiempo aumentado por el número de capitalizaciones, pero no tuvieron en cuenta ajustar la tasa de interés anual al número de capitalizaciones por año. Por lo tanto, este grupo de estudiantes según el contenido de su protocolo se ubicaron en la **fase 2 de establecer un plan** porque reconocieron los datos del problema, establecieron como calcular el valor futuro a interés compuesto pero se les dificultó ejecutar dicho plan. Se ilustra el estudiante E16 en la imagen (66).

**Imagen 66. Estudiante E16 en la respuesta de ítem 2(a, b) y 3(d) del protocolo.**

2. Teniendo en cuenta lo aprendido en la sesión anterior piense como resolver la situación dada.

- a) Explique sin resolver ¿Cómo hallar el interés compuesto anual durante los 18 años?  
Des multiplicaría 500.000 por 0,15 y eso lo sumaría  
el capital, a eso le volvería a sacar intereses y lo  
volvería a sumar al capital pero del próximo  
año y así sucesivamente
- b) Si el interés compuesto es anual que se debe hacer para calcularlo trimestral, mensual o diaria  
Des para el trimestral multiplicaría 18 por 3 y si  
fuera mensual multiplicaría 18 por 12 y si fuera diaria  
se multiplica 18 por 365

d) ¿Cuál es el valor futuro de \$500.000 al cabo de 18 años a una tasa del 15% de interés compuesto de capitalización mensual? 7'316.390

$$500000 (1 + 0,15)^{216} = 7'316.390$$

Como se observó en la imagen (66) el estudiante E16 en 2(a) interpretó el proceso de capitalización anual, en 2(b) comprendió que debe aumentar el tiempo según las capitalizaciones por año, pero en 3(d) no tuvo en cuenta dividir la tasa anual entre el número de capitalizaciones por año, presentando dificultad para al resolver el problema.

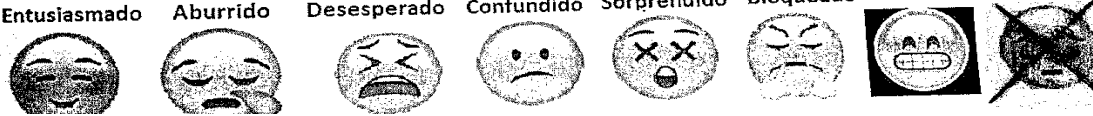
Los estados de ánimo de este grupo de estudiantes fueron en siempre positivos para los estudiantes E28, E34 y E36 consentimientos de entusiasmado, confiado y concentrado; estudiantes de ánimo tanto negativos como positivos son E1, E7 y E12 confundido y entusiasmado; los estudiante que mantuvieron siempre con estado de ánimo negativos E16, E19. E26 y E27 entre desesperados y confundidos. En este grupo de estudiantes predomino más los sentimientos negativos.

Los estudiantes E6, E9, E14, E22, E24, E25 y E35 evidenciaron un nivel **alto de interpretación y argumentación básica** porque comprendieron el proceso de capitalización, establecen relaciones con el valor presente, interés y el tiempo usando la fórmula para calcular el valor futuro a interés compuesto en cada uno de los tipos de capitalización en el año pero presentaron dificultad al expresar lo que pensaban e hicieron a través de una gráfica en el plano cartesiano, para tener más argumentos al establecer cual tipo de capitalización es mejor. Según el contenido del protocolo los estudiantes se ubicaron en la fase 3 de ejecución de un plan, se ilustra a la estudiante E24 en la imagen (67).

**Imagen 67. Estudiante E24 en la respuesta 3(e, f, g) del protocolo y su estado de ánimo**

Seleccione el EMOTICÓN que indique cómo se sintió usted durante la actividad.

Entusiasmado Aburrido Desesperado Confundido Sorprendido Bloqueado Confiado Concentrado



e) ¿Cuál es el valor futuro de \$500.000 al cabo de 18 años a una tasa del 15% de interés compuesto de capitalización diaria?

$$F = P_0 \left(1 + \frac{i}{n}\right)^{n \cdot t}$$

$$F = 500.000 \left(1 + \frac{0.15}{365}\right)^{365 \cdot 18} = 7,435,740.54$$

f) ¿Cuál de los tipos de capitalización de interés compuesto es más rentable? DIARIO

g) ¿Por qué sucede esto? Porque la capitalización aumenta y Sara obtiene más dinero

Como se puede observar en la imagen (67) la estudiante E24 comprende claramente la fórmula del interés compuesta, para hallar las diferentes capitalizaciones durante 18 años, identifica según los valores futuros a 18 años cual sería el tipo de capitalización más conveniente, reconoció la dependencia de las variables al afirmar: “el valor futuro depende del tiempo porque si la cantidad del tiempo es poca pues Sara va a obtener poca dinero y si es a largo plazo pues obtiene más dinero”. La dificultad estuvo en no graficar usando otros valores para cada tipo de capitalización.

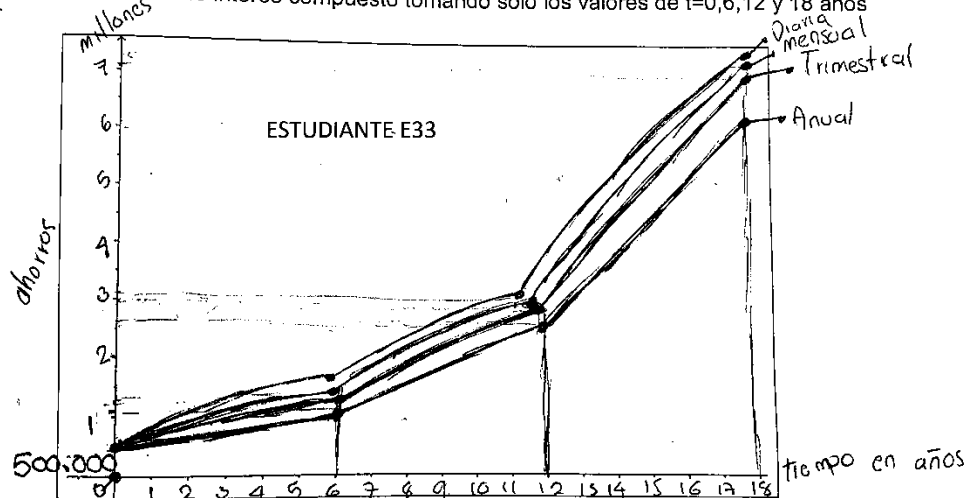
Los estados de ánimo de este grupo de estudiantes fueron siempre positivos para E6, E9, E22, E24, E25 y E35 con sentimientos de entusiasmo y/o concentrado, solo el estudiante E14 se sintió confundido y concentrado. Como se puede ver el estado de ánimo en su mayoría es positivo para estos estudiantes.

Los estudiantes E3, E5, E10, E11, E17, E18, E20, E21 y E33 mostraron un nivel de **interpretación y argumentación alto** porque interpretaron el proceso al usar la fórmula para calcular el valor futuro a interés compuesto en cada uno de los

tipos de capitalización en el año, estableciendo relaciones entre el valor presente, interés y el tiempo, expresaron claramente lo que pensaban e hicieron a través de una representación gráfica en el plano cartesiano como argumento para establecer con total claridad cual tipo de capitalización es mejor. Por consiguiente según el contenido del protocolo los estudiantes lograron ubicarse en la fase 4 de verificación de procesos, se ilustra al estudiante E33 en la imagen (68).

**Imagen 68. Estudiante E33 en la respuesta 4(b) del protocolo**

b) Realice las gráficas en el mismo plano cartesiano que representa las diferentes capitalizaciones de interés compuesto tomando solo los valores de  $t=0,6,12$  y 18 años



Como se observa en la imagen (68) el estudiante E33 realizó una representación gráfica para cada uno de los tipos de capitalización obteniendo mejores argumentos para escoger el tipo de capitalización que hubiera sido mejor, si el ahorro fuese a interés compuesto afirmando en el ítem 4(a) que: “en todo momento es mejor el ahorro en diario ya que sus ganancias son mayores que en trimestral, mensual y anual”. Además interpretó el corte común con el eje Y que correspondía al valor presente del ahorro, el dominio y el rango de la función exponencial.

Los estados de ánimo de los estudiantes E3, E5, E10, E11, E20, E21 y E33 fueron concentración y confiado, solo los estudiantes E17 y E18 se sintieron desesperados y concentrados. Por tanto es evidente los sentimientos positivos que experimento la mayoría de los estudiantes de este grupo.

### **Conclusiones de la Etapa inicial**

Teniendo en cuenta que 2 estudiantes no asistieron al desarrollo de esta etapa inicial, se puede decir que:

Algunos estudiantes (16/34) comprendieron la fórmula del interés compuesto para analizar los diferentes tipos de capitalización propuestos en la situación planteada, dando a entender el nivel alto en la interpretación del problema y del proceso de capitalización.

9/34 estudiantes lograron expresar la solución del problema estableciendo con claridad el comportamiento de los valores futuros con respecto al tiempo, al representar en el plano cartesiano el crecimiento variable de los diferentes tipos de capitalización y decidir con mayor seguridad cuál de los tipos de capitalización propuesto en el problema es mejor, mostrando el nivel alto de argumentación.

La mayoría de los estudiantes (23/32) pasaron por estados de ánimo positivos porque esta sesión es la continuación de la temática vista en la sesión anterior sobre capitalización, dando seguridad a los estudiantes al abordar el problema.

**ETAPA INTERMEDIA (Elaboración del consenso por grupos y plenaria).** Los estudiantes trabajaron en los mismos equipos establecidos desde la sesión 2, con el fin de comunicar a sus demás compañeros en forma escrita y oral el protocolo que cada una de ellos elaboró en la etapa inicial, además de disponerse a discutir los punto de vista para llegar a un consenso grupal de los procedimientos y resultados obtenidos que posteriormente se iban a socializar con todos en la

plenaria. Para el análisis del consenso se tuvo en cuenta los criterios del numeral 5.2.1 sobre los niveles de interpretación y argumentación obteniendo los siguientes hallazgos:

### En el consenso grupal.

El **Grupo 4** conformado por los estudiantes E4, E7, E16 y E36 se pudo observar en su consenso grupal que se les dificultó expresar el proceso de capitalización e interpretar la diferencia entre cada una de las capitalizaciones como se observa en la imagen (69)

**Imagen 69. Grupo 4 en la respuesta al ítem 3 del consenso.**

c) Escriban la fórmula y calculen el valor futuro compuesto a 18 años con capitalización anual, trimestral, mensual y diario del problema.

<p>Anual</p> $500.000 \cdot (1 + 0,15)^{18} = 6'187.726$ $500.000 \cdot (1 + \frac{i}{k})^{18}$ <p>(fórmula)</p>	<p>Trimestral</p> $500.000 (1 + 0,15)^{72} = 7'081.309$
<p>Mensual</p> $500.000 (1 + 0,15)^{216} = 7'316.390$	<p>Diario</p> $500.000 (1 + 0,15)^{630} = 7'435.740$

Como se puede ver en la imagen (69), el Grupo 4 no tuvo en cuenta el ajuste de la tasa de interés anual según la capitalización y usó la misma tasa lo cual es un error de interpretación. Esto se debió a que los integrantes del grupo mantenían todos la misma dificultad por tanto no lograron resolverla en el grupo, se guiaron por la tabla resumen de los valores futuros escribieron sus resultados sin indagar porque no llegaban a ellos. De igual forma dieron argumentos simples al escoger

el mejor tipo de capitalización afirmando que “el diario porque aumenta a un derivado tiempo y se acumula muchos intereses” evidenciando un nivel de **interpretación básico y argumentación bajo**. Por esta situación no lograron avanzar en el contenido del consenso quedaron en la **fase 2 de establecer un plan**.

**Los Grupos 1, 6, 8 y 9** se ubicaron en la **fase 3 de ejecución del plan** porque comprendieron el proceso de capitalización trabajado en la sesión anterior, reconocieron las diferencias entre las capitalizaciones: anual, trimestral, mensual y diaria, en cuanto al tiempo en que se realizarían durante el año, ajustaron la tasa de interés anual a cada periodo de capitalización y calcularon el número de capitalizaciones durante los 18 años, evidenciando dominio claro con el uso de la fórmula de interés compuesto para calcular los valores futuros en cualquier tiempo. Sin embargo, se les dificultó expresar claramente lo que pensaron e hicieron evidenciando los **Grupos 1, 6, 8 y 9** un **nivel de interpretación alto y argumentación en básico**. Se ilustra al Grupo 1 en la imagen (70).

**Imagen 70. Grupo 1 en respuesta al punto 2 del consenso.**

Expliquen con sus palabras la diferencia entre la capitalización anual, trimestral, mensual o diaria |  
Son diferentes tipos de tiempo de manera anualmente se capitalizan cada año  
de manera trimestralmente es cada 3 meses o sea 4 veces capitalizado al año,  
mensualmente son cada mes o sea 12 meses al año y diariamente es cada día  
o sea durante 365 días al año.

c) Escriban la formula y calculen el valor futuro compuesto a 18 años con capitalización trimestral, mensual y diario del problema.

<p>Anual</p> $500.000(1+0,15)^{18} = 618.7726,8$	<p>Mensual</p> $500.000\left(1+\frac{0,15}{12}\right)^{12 \cdot 18} = 7316390,75$
<p>Trimestral</p> $500.000\left(1+\frac{0,15}{4}\right)^{4 \cdot 18} = 708.150276$	<p>Diario</p> $500.000\left(1+\frac{0,15}{365}\right)^{365 \cdot 18} = 7435710,54$

Como se observó en la imagen (70) el Grupo 1, diferenció el tiempo en que se realizaría cada capitalización y lo tuvo en cuenta al interpretar y usar en forma correcta la fórmula del interés compuesto, para encontrar los valores futuros en cada de ellas y determinar así cual era la mejor capitalización al afirmar: "Diaria porque se capitaliza día a día". Sin embargo, según el contenido del consenso evidenciaron la dificultad para expresar lo que pensaban, en preguntas como por ejemplo sobre el concepto de capitalización al expresar que: "es valor presente más valor futuro por interés, entonces es interés sobre interés". Evidenciando un nivel alto de interpretación y básico de argumentación. Otro grupo con igual desempeño es el Grupo 6 que se ilustra en la imagen (71)

### Imagen 71. Grupo 6 en la respuesta de ítem 3 del consenso

c) Escriban la formula y calculen el valor futuro compuesto a 18 años con capitalización anual, trimestral, mensual y diario del problema.

<p><b>anual</b></p> $F = P_0 \cdot (1 + i)^t$ $F = 500.000 \cdot (1 + 0,15)^{18} = 6'187.126,8.$	<p><b>trimestral</b></p> $F_t = P_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{k}\right)^{(n \cdot k)}$ $F_t = 500.000 \cdot \left(1 + \frac{0,15}{12}\right)^{72}$ $F_t = 500.000 (1 + 0,0125) = 7'081.309,16.$
<p><b>mensual</b></p> $F_t = P_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{k}\right)^{(n \cdot k)}$ $F_t = 500.000 \cdot \left(1 + \frac{0,15}{12}\right)^{216}$ $F_t = 500.000 (1 + 0,0125)^{216} = 7'316.390,15.$	<p><b>diario</b></p> $F_t = P_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{k}\right)^{(n \cdot k)}$ $F_t = 500.000 \cdot \left(1 + \frac{0,15}{365}\right)^{6.570}$ $F_t = 500.000 (1 + 0,0004109589)^{6.570}$ $= 7'435.740,34.$

Como se muestra en la imagen (71), el Grupo 6 interpretó correctamente la fórmula del interés compuesto para determinar los valores futuros según la capitalización teniendo en cuenta el ajuste de la tasa de interés según las capitalizaciones por año en cada caso. Sin embargo, según el contenido del consenso se le dificultó argumentar algunas preguntas como por ejemplo sobre el tipo de capitalización más rentable afirmaron que: “la diaria porque se acumula más dinero y es mucho mejor” evidenciando un **nivel de interpretación alto y de argumentación básico**.

Los **Grupo 2, 3, 5 y 7** se ubicaron en la **fase 4 de verificación del proceso** porque comprendieron claramente el proceso de capitalización, establecieron diferencias entre los tipos de capitalización anual, trimestral, mensual y diaria, ajustando la tasa anual al tiempo en que realizarían en el año y determinaron el número de capitalizaciones durante los 18, usaron en forma correcta la fórmula del interés compuesto para calcular valores futuros en cualquier tiempo y validaron los procesos hechos al analizar las gráficas que realizó algunos de los integrantes del grupo permitiéndoles comprender aún más las diferencias y semejanzas entre las

capitalizaciones como por ejemplo en el dominio y el rango, dando argumentos claros. Según el contenido del consenso, los **Grupo 2, 3, 5, y 7** presentaron un **nivel alto de interpretación y argumentación** Se ilustra al Grupo 3 en la imagen (72)

**Imagen 72. Grupo 3 en la respuesta del ítem 4(c) del consenso.**

c) Analizando las tablas con los valores futuros en los 18 años. Determinen el cociente entre valor futuro de año siguiente y año anterior en cada capitalización, pruebe con dos pares de años ¿Qué observa? *Que el cociente es constante según el lapso del tiempo.*

ANUAL	TRIMESTRAL	MESESUAL	DIARIO
$\frac{f_{18}}{f_{17}} = 7.749999$	$\frac{f_{18}}{f_{17}} = 7.158.650$	$\frac{f_{18}}{f_{17}} = 7.160.754$	$\frac{f_{18}}{f_{17}} = 7.167.798$
$\frac{f_{12}}{f_{11}} = 1.149999$	$\frac{f_{12}}{f_{11}} = 1.158.650$	$\frac{f_{12}}{f_{11}} = 1.160.754$	$\frac{f_{12}}{f_{11}} = 1.161.798$

Como se vio en la imagen (72), el Grupo 3 reconoció el valor del cociente en cada capitalización en cualquier intervalo consecutivo de tiempo, como un valor constante. Además establecieron similitudes y diferencias entre las gráficas que aportaron los estudiantes E17 y E18, analizando que tienen en común el valor presente y el dominio, y sus diferencias estaban en sus rangos expresando cada uno de ellos, expresaron el concepto de capitalización como: “sumar el interés al capital del siguiente lapso de tiempo” y dieron sus argumento de sobre cuál es el mejor tipo de capitalización al expresar: “Diario porque diariamente se le suma el interés al capital y así el interés sobre interés diariamente podrá sacar más dinero ahorrado” evidenciando **un nivel alto de interpretación y argumentación**. Otro grupo con el mismo desempeño fue por ejemplo el Grupo 7 que se ilustra en la imagen (73).

**Imagen 73. Grupo 7 en la respuesta 4(c) del consenso.**

$$\begin{array}{r} c) \quad 7435740,54 \quad \underline{1600198,4} \\ \quad \quad \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad 1,16179844 \\ \quad \quad \quad 1229574,21 \quad \underline{1058336,44} \\ \text{Diario} \quad \quad \quad 16179844 \end{array}$$

Podemos observar que el cociente de la capitalización anual y trimestral son los mismos que equivale a 1,15 y mensual y diario también son iguales equivaliendo a 1,16.

Dedujimos el porque de los resultados que es equivalente que 1,15 es el resultado de las capitalizaciones mas desfavorables

Como se puede ver en la imagen (73), el Grupo 7 calculó los cocientes de los valores futuros en las diferentes capitalizaciones e hizo comparaciones de los valores constantes de cada una de ellas, encontrando poca diferencia entre las capitalizaciones anual y trimestral o la mensual y diario, analizó las gráficas de las capitalizaciones que aportaron los estudiantes E11 y E33 observando similitudes y diferencias para dar argumentos claros sobre cuál de esos tipo es mejor al ahorrar comunicando que: “ Diario porque el ahorro se elevaría más cada día, pero sería una desventaja, si se hace un préstamo con paga diario y con capitalización” Evidenciando un nivel **interpretación y argumentación alto**.

**Conclusión del consenso grupal**

El consenso grupal favoreció superar las dificultades en cuanto al interpretación y argumentación del problema propuesto porque se puede decir que:

- Todos los grupos excepto el grupo 4 lograron comprender como calcular los valores futuros a interés compuesto a través de la ejercitación de procedimientos con el uso de la fórmula, interpretando en un nivel alto las

similitudes y diferencias en cuanto a la tasa y el tiempo de cada tipo de capitalización, que el problema pedía analizar.

- Los Grupos 2, 3, 5 y 7 lograron analizar la tabla de valores, la representación gráfica que algunos de sus integrantes elaboraron, sobre cada tipo de capitalización, permitiéndoles mejorar sus argumentos al expresar con claridad sus ideas en el contenido del consenso.

**En la plenaria sesión 5.** Se realizó con todos los estudiantes del grado 9-3, donde se analizó los diferentes puntos de vista, lo que pensaron e hicieron los integrantes de cada grupo, para llegar a un consenso general, analizando los aciertos y dificultades que surgieron en el proceso de resolución del problema.

Inicia el estudiante E28 del **Grupo 3** haciendo un recuento del problema, explicó oralmente el proceso de capitalización al afirmar que “ocurre cuando los intereses a un plazo de tiempo dado pasan a ser parte del monto o valor presente, es decir se cobra interés sobre interés” de igual manera explica la diferencia entre la capitalización anual, trimestral, mensual o diaria teniendo en cuenta las veces que el proceso se realiza en un año. Pasó el estudiante E16 del **Grupo 4** a realizar los cálculos de los valores futuros a 18 años, con igual valor presente e interés, para eso usó la fórmula del interés compuesto omitiendo ajustar la tasa en la capitalización trimestral. Esto generó la participación de los grupos. El **Grupo 7** representado por la estudiante E22 comunicó en forma clara paso a paso lo que pensaron e hicieron para calcular los valores futuros de cada capitalización explicando porque la tasa se debía dividir en el número de capitalizaciones por año al afirmar: “el interés es igual en la capitalización anual porque se va ahorrando por año, si es trimestral los intereses pasa a ser parte del capital cada tres meses, o sea que el interés anual hay que repartirlo en 4 que serían las veces la capitalización trimestral y mensual sería cada mes, sería dividir el interés anual por 12, y diario sería cada día, el interés dividido por 365 días”.

Algunos estudiantes comentaron que esa fue la mayor dificultad para ellos, porque no lograban comprender como obtener los valores futuros conociéndolos de ante mano en la tabla de valores que aparecía en el cuestionario, incluso pensaron que el problema era de la calculadora, llegando a reflexionar sus dificultades cuando se reunieron en grupo. El **Grupo 8** representado por el estudiante E10 a realizar un bosquejo gráfico con algunos valores en cada a de las capitalizaciones ubicando por encima de las demás a la gráfica de la capitalización, la diaria pero con la dificultad de iniciarlas en cero.

El estudiante E5 del **Grupo 9** dijo: “estaba mal porque cada una empieza con 500.000” se pregunta a los estudiantes si es posible que inicie en cero la gráficas, el estudiante E26 del Grupo 9 dice que: “si se puede cuando exactamente se inicia el ahorro en cero pesos” esto motivo la confrontación de ideas de los estudiantes, algunos estaban a favor y otros en contra, como lo expreso el estudiante E20 del **Grupo 5**: “No estoy de acuerdo, porque al ahorrar debemos iniciar con algún monto de dinero”.

Después de varias intervenciones se llegó a la conclusión que en situaciones económica siempre se debe contar con un valor presente tanto para ahorro como para un crédito. Los estudiantes continúan discutiendo sus pensamientos llegando a tomar decisiones acertadas sobre la capitalización diaria, escogiendo a esta como la más conveniente en el ahorro pero que no sería bueno en condiciones de crédito

### **Conclusión de la Etapa intermedia**

Los estudiantes fortalecieron aún más la interpretación y argumentación de las ideas porque en esta sesión:

- Se debatieron las dudas que en algunos grupos no se habían podido clarificar favoreciendo los aprendizajes en colectivo.

- La mayoría de estudiantes cada vez más participan y ponen en duda lo que otros dicen o hacen, mostrando mayor seguridad en sus argumentos dando a entender a otros su posición y esperando que sus ideas fueran validadas o refutadas.
- Se evidenció un clima de respeto que a la diferencia de pensamientos así estuvieran equivocados.

**ETAPA DE CIERRE.** Se institucionalizó el conocimiento. La profesora empieza aclarando las dudas sobre la capitalización y recordó nuevamente el proceso trabajado en la sesión 4, sobre lo que significa la fórmula del interés compuesto y como se llegó a ella, También realizó el análisis gráfico, al usar GeoGebra para analizar similitudes y diferencias de las funciones exponenciales que modelaban cada capitalización.

La profesora estableció con el grupo la equivalencia correspondiente a 500 mil como 0.5 para observar en un rango de 0 a 10 la representación gráfica de cada capitalización. Se graficó intencionalmente  $y = 0.5 * \left(1 + \frac{0,15}{1}\right)$ , para que los estudiantes analicen porque dio un punto. Como lo expresó E33: “le faltó el tiempo”, la profesora hace aclaraciones sobre la representación de cantidades constantes y de cantidades variables. Se graficaron las funciones exponenciales según el tipo de capitalización  $y = 0.5 \left(1 + \frac{0,15}{k}\right)^{k*t}$  para  $k=1, 4, 12$  y  $365$  (anual, trimestral, mensual y diaria), Se analizó con el grupo que el modelo se ajusta solo para los valores positivo del eje X, porque que representa al tiempo, magnitud no negativa. Se analizó el dominio común para las gráficas y el rango como diferencia entre ellas, el corte con el eje Y que representa a valor presente del ahorro, la constante de proporcionalidad que es la base de la potencia  $\left(1 + \frac{0,15}{k}\right)$  para  $k=1, 4, 12$  y  $365$  según el tipo de capitalización, factor que determina el crecimiento variable de las funciones no lineal de tipo exponencial. Se aprovechó

el software para variar la tasa y el valor presente con el fin de comprender las implicaciones graficas de esos cambios.

## **CONCLUSIÓN DE LA SESIÓN 5**

Finalmente, se puede afirmar que el seguimiento de protocolos favoreció la resolución del problema #5 de esta sesión, potenciando las habilidades de interpretación y argumentación en la comparación y ejercitación de procedimientos, porque:

- Permitió que los estudiantes fueran conscientes de sus dificultades y aciertos durante la etapa intermedia, en cuanto al cálculo de valores futuros a interés compuesto y la representación gráfica de los diferentes tipos de funciones exponenciales que modelaban las capitalizaciones anual, trimestral, mensual y diaria.
- Se evidenció en esta sesión en relación a las anteriores que los estudiantes han adquirido mayor seguridad al hablar y expresar en público sus dificultades y aciertos, organizan sus ideas para comunicar en forma coherente lo que escribieron y pensaron, se sintieron apoyados durante el trabajo grupal porque reconocieron el aporte valioso de sus compañeros.
- Se ha logrado adquirir un clima de respeto a las diferencias, esperando corregir y ser corregido con argumentos claros y precisos, a nivel individual los estudiantes analizaron más y mejor los problemas, se hicieron dar a entender en forma escrita, reconocieron la ventaja de tener más representaciones de un mismo problema para apoyar la comprensión del mismo, ya no dejan espacios en blanco, mostrando cambios positivos en su actitud frente al trabajo con problemas de tipo económico.

**5.2.8 Segunda autoevaluación.** Los estudiantes después de finalizar la sesión 4 y 5, marcaban en una rejilla un nivel de desempeño en la interpretación y argumentación durante la resolución del problema, que lograron obtener y revisaron su actitud, frente al trabajo. El 24 de Noviembre de 2016 se realizó la segunda autoevaluación (ver anexo G2) correspondiente a estas dos últimas sesiones, a cada estudiante se le entregó sus registros quienes debían analizar individualmente y dar sus observaciones para mejorar las dos habilidades de estudio y su actitud. Los resultados fueron los siguientes:

**Para mejorar la interpretación,** los estudiantes consideraron que debían:

- Leer varias veces el problema para contextualizar las palabras desconocidas con el fin de poder llegar a resolver la situación como lo afirmó: E33: “me sentía un poco confundido porque no interpretaba bien la palabra referidas al tiempo entonces tengo que definirlas bien para hacer las cosas bien”,
- Mejorar la comunicación en los equipos de trabajo porque se dieron cuenta que en la medida en que expresaron sus ideas, intercambiaron conocimientos y adquirieron otras estrategias de solución, llegaron a comprender más la situación problema y tener claridad en la toma de decisiones, como lo afirmó E10: “tener más comunicación para que seamos más unidos y compactos en las decisiones”.
- Mejorar las habilidades sociales entre ellos, porque se dieron que en ocasiones por si solos es difícil enfrentar situaciones de la vida diaria, por lo tanto, nos necesitamos mutuamente, ya sea para solicitar ayuda o brindarla a quien lo pide. como lo expresó E7: “necesito a alguien que me explique para entender mejor”.

**Para mejorar la argumentación,** los estudiantes consideraron que debían:

- Aprender a escuchar los argumentos de los demás compañeros, controlar los temores al preguntar y dar a conocer las dificultades, para lograr verdaderos aprendizajes individuales y colectivos, como lo afirmó E4: “debo escuchar las demás razones para entender, explicar y decir lo que no entiendo para que los otros me ayuden”.
  
- Ser conscientes de la dificultad para argumentar y trabajar en ello, porque en ocasiones no encuentran las palabras para darse a entender, no son muy convincentes o coherentes sus razones, como lo expresó E6: “se me dificulta dar razones para convencer a mis compañeros” o también como lo dijo E33: “no era capaz de argumentar ya que me confundí con las gráficas por lo que no podía dar resultados coherentes” de igual forma lo expresado por E16: “yo soy bueno para entender pero no para explicar y no soy capaz de enseñarle o explicar a los demás”

**Para mejora la actitud en las actividades**, los estudiantes consideraron que se debía:

- Prestar más atención a las actividades en clase como lo afirmo E10: “Mejorar más la atención en la explicación, no sentirme con fiado y atender más”, algunos estudiantes consideraron que debían realizar un mejor seguimiento de su proceso de aprendizaje en la resolución de problemas económicos como lo expresó E13: “necesito mostrar más interés sobre los problemas y realizarlos”,
  
- Seguir estudiando la matemática aplicada a situaciones de la vida real que despertaron el interés y la curiosidad en algunos estudiantes al reconocer la importancia del tema económico en los proyectos de vida, como lo expresó E7: “me gustó este tema porque es muy importante y me irá a servir más adelante”

**5.2.9 Conclusiones de la intervención.** La unidad didáctica mediada por el Seguimiento de protocolos favoreció la resolución de los cinco problemas propuestos en cada una de las sesiones, potenciando las habilidades de interpretación y argumentación en forma progresiva específicamente en la etapa intermedia, porque:

- Permitió que los estudiantes comprendieran mejor los enunciados del problema, aclararan sus dudas, explicaran sus respuestas y describieran sus estrategias, analizando entre ellos, en donde estuvieron los aciertos y en donde las dificultades, tomando consciencia de habilidad interpretativa.
- Permitió a los estudiantes la participación en la toma de decisiones grupales, al expresar sus puntos de vista, al comunicar a sus compañeros los resultados de lo que pensaron e hicieron con los problemas en forma oral o escrita, siendo cada vez más conscientes de su habilidad argumentativa en la medida en que organizaron mejor sus ideas para ser claros y convincentes tanto al escribir sus protocolos como al socializarlos en público.
- Además, la estrategia permitió la reflexión individual como grupal en cuanto a la actitud de cada estudiante frente al desarrollo de cada sesión, donde se dieron cuenta lo que debían mejorar para potenciar en sí mismos las habilidades interpretativa y argumentativa siendo comunes sus observaciones en cuanto a mejorar la atención a la clase, asistir a todas las sesiones, trabajar mejor en grupo sin fomentar la indisciplina, leer con calma el problema para comprenderlo mejor, preguntar a los compañeros y a la profesora para aclarar las dudas , aprender a escuchar y participar más en los debates, pensar más las ideas para ser más coherentes.

### 5.3 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA PRUEBA FINAL

El análisis de las respuestas dadas por los estudiantes de 9-3 en la prueba final permitieron evaluar en qué medida lograron superar las dificultades identificadas en la etapa del diagnóstico con relación a porcentaje y función lineal, específicamente en dos de las habilidades del proceso de comunicación: la interpretación y la argumentación al resolver problemas matemáticos.

La prueba final tuvo en cuenta solo preguntas abiertas para forzar a los estudiantes a pensar más en los problemas planteados por tanto se llevó a cabo un solo cuestionario estructurado en dos partes, la primera corresponde a problemas de tipo económico con porcentaje y la segunda parte consta de un problema con función lineal.

**5.3.1 Resultados y análisis de la prueba final primera parte.** En la primera parte de la prueba final, se analizó las respuestas de los estudiantes de estudio, se identificó similitudes y diferencias en la descripción del proceso pensado y ejecutado por ellos, tanto en la habilidad de interpretación como en la de argumentación en la solución de problemas con porcentaje. Finalmente, se agrupó a los estudiantes según niveles de desempeño estipulados inicialmente en el diagnóstico.

**5.3.1.1 Análisis de respuestas de los estudiantes a cada problema según las habilidades de interpretación y argumentación sobre porcentaje:** A continuación se presenta la ubicación de cada estudiante en cuanto a las habilidades del proceso de comunicación en estudio, según las respuestas en la prueba final al solucionar tres problemas con pregunta abierta sobre porcentaje.

## ANÁLISIS DE LOS TRES PROBLEMAS SOBRE PORCENTAJE.

**Problema 1:** Carlos y Pedro compraron el mismo televisor en almacenes diferentes. La publicidad del televisor de Carlos decía “TV de \$3.000.000 con el 35% de descuento”. La publicidad del televisor de Pedro decía “TV de \$1.250.000 sin IVA, al comprarlo aumenta su valor en 16% correspondiente al IVA”. ¿Cuál de los dos compradores obtuvo mejor precio en la compra del televisor?

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	• Ejemplo
Nivel 1. Bajo en interpretación Y Nivel 1. Bajo argumentar	E12, E32	Reconocieron los datos, pero se le dificultó establecer relaciones con el porcentaje.	Expresaron operaciones carentes de sentido a las condiciones del problema.	E32: “Haría una multiplicación del primer precio y lo multiplicaría con 100 y da el resultado y después lo multiplico por el interés”
Nivel 2. Básico en la interpretación.	Nivel 1. Bajo argumentar E7, E8.	Interpretaron ciertas relaciones que escribieron en forma general entre los datos del problema y el porcentaje dando a entender que comprendieron en parte el problema.	Expresaron operaciones con poco sentido a las condiciones del problema.	E7: “Me dice que Carlos y Pedro compraron los dos un televisor igual pero en diferente almacén y quieren saber cuál fue el mejor precio en la compra”
	Nivel 2. Básico argumentar E6, E9, E13, E26, E27, E29, E36.		Mostraron dificultad al expresar en detalle lo que pensaron e hicieron para obtener la solución del problema.	E27: “Al valor del TV de 3.000.000 le – 35% y al TV de 1.250.000 le sumo el 16%”  E26: “Le saco los 100 a los 3.000.000 y lo multiplico por 35 y le saco los 100 a 1.250.000 y le multiplico el 16%”
Nivel 3. Alto en interpretación	Nivel 2. Básico argumentar E1, E3, E5, E10, E15, E19, E20, E23, E30 E35.	Interpretaron las relaciones matemáticas existentes entre los datos del problema y el porcentaje según las condiciones del mismo.	Algunos realizaron al detalle el proceso pensado pero poco lo comunican, por tanto mostraron dificultad al expresar lo que pensaron para encontrar la solución del problema.	E23: “ se hacen las operaciones para poder hallar la diferencia y escoger el mejor precio para la compra del televisor”

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	• Ejemplo
	<b>Nivel 3. Alto</b> <b>Argumentar</b> E2, E4, E11, E14, E16, E17, E18, E21, E22, E24, E25, E31, E33, E34.		Expresaron claramente el proceso que llevaron a cabo para obtener la solución del problema	E17: “ Se divide el precio de cada televisor en 100 el resultados que de se multiplica por el porcentaje y el resultado que de se le suma o resta según el problema al precio inicial”

En el problema 1, se pudo observar que estudiantes ubicados en un mismo nivel de interpretación evidenciaron diferente nivel de argumentación, esto ocurre por el tipo de problema con pregunta abierta que exige al estudiante dedicar más tiempo para el análisis y la ejecución del mismo. En consecuencia, los resultados en la interpretación en el problema 1 registraron que el 94% (33/36) de los estudiantes ubicados en los niveles de desempeño básico y alto, con mayor porcentaje 68% (24/35) en el nivel alto, porque comprendieron las condiciones del problema, las preguntas y establecieron relaciones entre los datos con el porcentaje para solucionar correctamente el problema.

Por otra parte, el 89% (31/35) de los estudiantes presentaron un nivel de desempeño básico y alto en la habilidad de argumentación con el 40% (14/35) en nivel alto, al expresar claramente lo que pensaron o hicieron como sustento a la solución del problema. La dificultad en algunos estudiantes fue expresar en forma general sus razonamientos, sin el detalle de lo que pensaron e hicieron para obtener la solución, esta dificultad se debe posiblemente a la seguridad que tuvieron algunos estudiantes al haber comprendido el problema.

**Problema 2:** Patricia solicitó \$600.000 prestados a interés simple por tres meses. El monto total que pagó Patricia por el préstamo con intereses fue de \$750.000

- ✓ ¿Cuánto es el interés mensual que pagó Patricia?
- ✓ ¿Cuál fue el porcentaje de interés mensual?

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	• Ejemplo
<b>Nivel 1. Bajo en interpretar Y Nivel 1. Bajo argumentar</b>	E3, E26, E32.	Reconocieron algunos datos pero no establecen relaciones que les permita interpretar y responde a las preguntas del problema.	Expresaron lo que pensaron o hicieron sin sentido a las condiciones del problema.	E26: "cojo los 600.000 que solicito prestado cojo los tres meses y cojo el valor futuro"  E32: "hacer operaciones en la calculadora hasta llegar al resultado"
<b>Nivel 2. Básico interpretar</b>	<b>Nivel 1. Bajo argumentar</b> E6, E7.	Reconocieron los datos y establecieron ciertas relaciones para Interpretar las preguntas sobre interés mensual dando a entender que ha comprendido en parte el problema.	Poco sentido se evidenció en lo que pensaron e hicieron para obtener parte de la solución del problema.	E6: El valor futuro lo divido por el presente luego uso la formula"  <b>E6 no uso fórmulas.</b>
	<b>Nivel 2. Básico argumentar</b> E2, E4, E5, E10, E12, E13, E14, E15, E17, E19, E21, E24, E25, E27, E31, E33, E34, E35.		Expresaron con dificultad lo que pensaron e hicieron para obtener la solución del problema.	E13: "Bueno miraría cuanto aumentó en cada mes y cuanto aumento el interés en tres meses. 600.000, 600.000, 600.000 durante los tres meses pago y el aumento era de 50.000 por eso cuando pago , pago 750.000 y solo aumento el interés"
<b>Nivel 3. Alto en interpretar</b>	<b>Nivel 1. Bajo argumentar</b> E8, E30,	Comprendieron el problema al encontrar las relaciones entre los datos y el porcentaje de interés para determinar la solución.	Expresaron sin sentido lo que pensaron sobre el problema.	E8: "751.000 es lo que más cerca me dio ya que si lo hago por 8.3 da 749.400"
	<b>Nivel 2. Básico argumentar</b> E9, E20, E23, E29, E36.		Expresaron con dificultad lo que hicieron para obtener la solución del problema.	E36: "Restaría 750.000 – 600.000 y me daría 150.000 lo divido en 6.000 y me daría un 25% y después 150.000 ÷3= 50.000"

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	• Ejemplo
	Nivel 3. Alto en argumentar E1, E11, E16, E18, E22.		Expresaron con claridad el procedimiento que sustenta la solución del problema.	E11: "para saber cuál fue el interés resto 750.000 con 600.000 luego para calcular cuánto paga de interés mensual el resultado de la resta lo divido en 3 y para ver el porcentaje divido 50.000 en 600.000"

En el problemas 2, el desempeño en los niveles básico y alto en la interpretación fue del 91%(32/35) con mayor porcentaje en el nivel básico con el 57% (20/35) de los estudiantes. Esto significa que la mayoría de los estudiantes comprendieron el problema, la mayor dificultad que presentaron estuvo al establecer relaciones que permitieran encontrar el porcentaje de interés entre el valor presente y el valor futuro al cabo de tres meses. Solo los estudiantes: E1, E8, E11, E16, E18 E20, E22, E23 y E29 llegaron a la solución del problema 2.

Por otra parte, en la argumentación el desempeño básico y alto de los estudiantes fue del 80% (28/35), con mayor porcentaje 66% (23/35) de los estudiantes en el nivel básico. La dificultad está asociada en expresar con claridad lo que se pensaron e hicieron según las condiciones del problema.

**Problema 3:** Un prestamista cobra a interés simple del 12% mensual por cada peso prestado. Néstor solicita prestados \$360.000 por un tiempo (t) en meses

- ✓ ¿Cuánto es el interés mensual que pagaría Néstor?
- ✓ ¿Cuál es la tasa de interés mensual?
- ✓ ¿Cuál es la expresión algebraica que modela la situación en un tiempo (t)?

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	• Ejemplo
Nivel 1. Bajo en interpretar Y Nivel 1. Bajo argumentar	E3, E13, E15	Reconocieron la fórmula de interés simple pero se le dificultó relacionarla con los datos para hallar el interés mensual mostrando poca comprensión de porcentaje.	Carecieron de palabras o expresaron sin sentido lo que pensaron e hicieron con la fórmula de interés simple.	E13: No respondió E3: "pues utilizaría la fórmula expuesta en los problemas anteriores"
Nivel 2. Básico en interpretación	Nivel 1. Bajo argumentar E8, E21, E26, E27, E32.	Establecieron ciertas relaciones entre datos y la fórmula de interés simple dando a entender que ha comprendido en parte el problema.	Ejemplificaron con error en sus resultados por tanto, carecieron de argumentos válidos, expresando sin sentido lo que pensaron e hicieron con la fórmula de interés simple.	E8: "pues primero se hace la fórmula $P(1+i.t)$ quedaría así $360.000(1+0,12.6) = 619.200$ y este es el resultado" E26: "pues cojo el 360.000 lo multiplico por 1 que es el tiempo y después por el interés"
	Nivel 2. Básico argumentar E4, E7, E10, E12, E16, E17, E29, E30, E36		Expresaron con dificultad la tasa de interés y/o la expresión algebraica que modela la situación con respecto al tiempo.	E10: "En este caso nos piden sacar el interés y saber cuánto paga cada mes, lo que yo empleé fue una fórmula normal (porcentaje) y así supe cuánto era lo que tenía que pagar por un mes"
Nivel 3. Alto en interpretación	Nivel 2. Básico Argumentar E2, E5, E6, E14, E19, E20, E23, E25, E31, E35.	Comprendieron el problema al establecer la correcta relación de porcentaje entre los datos y la fórmula de interés simple para solucionar el problema.	Expresaron con dificultad el proceso llevado a cabo para obtener el interés mensual	E14: "pues voy a hacer la fórmula del interés para llegar al resultado" E25: "primero hallaría ese 12 % que se le está cobrando para así poder empezar a buscar los valores que me

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	• Ejemplo
				están pidiendo”
	<p><b>Nivel 3. Alto</b>  <b>Argumentar</b>  E1, E9, E11,  E18, E22, E24,  E33, E34</p>		<p>Expresaron con claridad el proceso que sustenta la correcta solución de las preguntas del problema.</p>	<p>E33: “pues para el primer ítem sacaría el 12% de interés de 360.000, para el segundo dividido en 100 el número que equivale el interés que es el 12%y para el tercero recuerdo la fórmula de interés simple y la ejecuto para hacer una demostración”</p>

En el problemas 3, el desempeño en los niveles básico y alto en la interpretación estuvo con el 91% (32/35) de los estudiantes, donde el porcentaje mayor 51%(18/35) se ubicó en el nivel alto, al comprender el problema, al establecer relaciones en forma con el porcentaje para el cálculo del interés mensual determinaron algunos valores futuros según el tiempo mediante el uso correcto de la expresión algebraica. La mayoría de estudiantes resolvió el problema.

En cuanto a la argumentación el desempeño básico y alto de los estudiantes fue del 77% (27/35), con un mayor porcentaje en el nivel básico 54%(19/35) de los estudiantes al presentar dificultad para expresar con claridad el procedimiento que llevaron a cabo en la solución del problema.

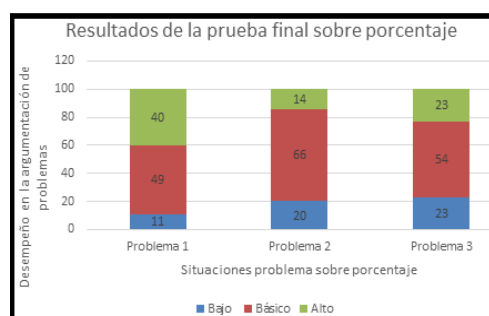
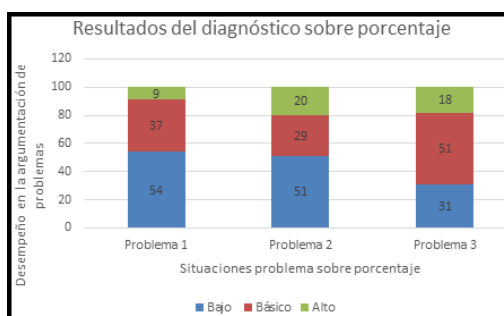
### **INTERPRETACIÓN DE LOS TRES PROBLEMAS SOBRE PORCENTAJE.**

Al comparar los resultados de las tres situaciones problemas, de pregunta abierta sobre porcentaje, en las pruebas: diagnóstico (anexos A2 y A3) y la final (H2 y H3), se encontraron diferencias en los niveles de desempeño de los estudiantes. A continuación se ilustran los gráficos de barras correspondientes a cada prueba:



Como se observa en la imagen (74) el estudiante E21 evidenció un avance en cuanto a la interpretación del problema porque estableció relaciones con los datos y el porcentaje encontrando varias equivalencias situación que en principio no poseía.

De igual manera, se notó la diferencia al comparar la prueba diagnóstica y la final al sumar los niveles básico y alto en la argumentación de los estudiantes, quienes pasaron del 46%, 49% y 69% en el diagnóstico al 89%, 80% y 77% en la prueba final, respectivamente en los tres problemas de pregunta abierta, manteniéndose en ambas pruebas con el mayor porcentaje en el nivel básico. A continuación ilustramos los resultados de los estudiantes en las dos pruebas:



Como se observa en las imágenes, la gran diferencia se puede observar en el nivel de desempeño bajo cuyos porcentajes pasaron del 54%, 51%, 31% en el diagnóstico al 11%, 20%, 23% en la prueba final, lo que significa que los estudiantes mejoraron en la argumentación de los problemas de tipo económico al no dejar problemas sin resolver, al adquirir mayor seguridad en este tipo de problemas permitiéndoles expresar en lenguaje simbólico y verbal el proceso que pensaron e hicieron aunque aún se les dificulta hacerlo en forma clara, se evidenció mayor orden en sus procesos, mostrando cada vez más, organización de sus ideas al resolver problemas, superaron las dificultades conceptuales en relación al porcentaje. Se ilustra el estudiante E21 en la imagen (75)

## Imagen 75. Estudiante E24 en el desarrollo del problema 5 de la prueba diagnóstica y el punto 1 de la prueba final

5. El centro comercial AZUL ADO celebra su aniversario con sus clientes, durante esta semana tendrá descuentos del 25% en toda la tienda. Daniel decide gastar \$500,000 que había ahorrado en la compra de una bicicleta, un balón de fútbol y un par de patines. Daniel va al centro comercial y averigua los precios, el costo de la bicicleta es de \$320,000. El balón de fútbol cuesta \$120,000 y el par de patines cuestan \$160,000. ¿Podrá Daniel comprar las tres cosas? Justifique su respuesta y responda ¿Cuanto le falta o cuanto le sobra?

a) EXPRESA PASO A PASO EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEARÍA PARA LLEGAR A LA SOLUCIÓN.  
 Suma todos los costos de las cosas que siempre te faltan.  
 $320.000 + 120.000 + 160.000 = 600.000$   
 $600.000 - 25\% = 450.000$

b) RESUELVA LA SITUACIÓN  
 al principio le hacía falta 100.000 pero luego descuentos del 25% en cada cosa, osea \$50.000. Se le bajo la deuda a \$450.000

1. Carlos y Pedro compraron el mismo televisor en almacenes diferentes. La publicidad del televisor de Carlos decía "TV de \$3.000.000 con el 35% de descuento". La publicidad del televisor de Pedro decía "TV de \$1.250.000 sin IVA, al comprarlo aumenta su valor en 18% correspondiente al IVA". ¿Cuál de los dos compradores obtuvo mejor precio en la compra del televisor?

a) Interprete la situación y exprese el paso a paso que emplearía para llegar a la solución.  
 Dime que divide que 100 costo total de los televisores.  
 b) Justifica por el porcentaje de los años de los televisores.  
 ultimo le sumo el valor inicial de los televisores

b) Resuelve el problema respondiendo cada ítem propuesto

CARLOS	PEDRO
$\frac{3.000.000}{100} = 30000$	$\frac{1250.000}{100} = 12.500$
$30.000 \cdot 35 = 10500,000 - 30000$	$12.500 \cdot 18 = 2250,000 + 12.500,000$
$= 19500,000$	$= 14750,000$

¿cual fue la mejor compra de el televisor para e le suma mas barato. Carlos Pedro

Como se observa en la imagen (75) el estudiante E24 evidenció un avance en cuanto a la argumentación del problema porque expresó con más claridad los procesos que pensó e hizo con el problema

En los tres problemas de pregunta abierta se observó que los estudiantes E2, E21, E24 E26, E27 en la prueba diagnóstica y E15 en la prueba final se ubicaron en un nivel diferente de interpretación para cada problema. De igual manera los estudiantes E9, E17, E35 en la prueba diagnóstica y E21 en la prueba final se ubicaron en un nivel distinto de argumentación. Ante esta situación se decidió desde el inicio ubicarlos, según la prueba y la habilidad, en el nivel de desempeño básico porque es el medio entre los tres niveles con el fin de poder determinar la incidencia de la intervención en estos estudiantes.

A continuación se presenta un resumen del desempeño de los estudiantes en cuanto a las dos habilidades: la interpretación y la argumentación del proceso de comunicación que permitió ubicar a los estudiantes según el éxito en la solución de los problemas de pregunta abierta con porcentaje.

## RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA PRUEBA FINAL EN CUANTO A LA HABILIDAD DE INTERPRETACIÓN Y ARGUMENTACIÓN, EL ÉXITO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Los siguientes cuadros muestran el éxito en la resolución de los problemas según el porcentaje de acierto Tipo 1, Tipo 2 o Tipo 3 en la prueba final de los estudiantes del estudio, en relación con los resultados definitivos evidenciados en los anexos G2 y G3 en los niveles de desempeño: Bajo (I1), Básico (I2) y Alto (I3) de interpretación y argumentación.

**Cuadro 8. Interpretación y éxito en la solución de problemas con porcentaje de la prueba final**

ÉXITO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON EL USO DE PORCENTAJES (número de problemas resueltos correctamente)	VALORACIÓN HABILIDAD DE INTERPRETACIÓN		
	Bajo (I1): Reconoce algunos datos pero no establece relaciones que permitan determinar que ha comprendido el problema.	Básico (I2): Reconoce los datos relevantes estableciendo ciertas relaciones entre ellos, permitiendo determinar que ha comprendido en parte el problema.	Alto (I3): Reconoce los datos y establece relaciones entre ellos, dando sentido y significado al problema, permitiendo determinar que lo ha comprendido correctamente.
<b>Tipo 1:</b> Resolvieron el 33% o menos (0 o 1) de los problemas con porcentaje.	E3, E32. <b>(5%)</b>	E7, E8, E12, E13, E15, E26. <b>(17%)</b>	E5, E9, E30. <b>(9%)</b>
<b>Tipo 2:</b> Resolvieron correctamente el 66% (2) de los problemas con porcentaje.		E4, E6, E10, E17, E21, E27, E29. <b>(20%)</b>	E2, E14, E19, E24, E25, E31, E33, E34, E35. <b>(26%)</b>
<b>Tipo 3:</b> Resolvieron correctamente el 100% (3) de los problemas con porcentaje.		E36 <b>(3%)</b>	E1, E11, E16, E18, E20, E22, E23. <b>(20%)</b>

Fuente: Elaborado por la profesora investigadora

**Cuadro 9. Argumentación y éxito en la solución de problemas con porcentaje de la prueba final**

ÉXITO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON EL USO DE PORCENTAJES (número de problemas resueltos correctamente)	VALORACIÓN HABILIDAD DE ARGUMENTACIÓN		
	Bajo (A1): Carece de palabras o expresa lo que piensa o hace con el problema sin sentido.	Básico (A2): presenta dificultad al expresar el proceso que pensó y realizó para obtener la solución al problema.	Alto (A3): Expresa claramente el proceso empleado que sustenta la solución del problema.
<b>Tipo 1:</b> Resolvieron el 33% o menos (0 o 1) de los problemas con porcentaje.	E3, E7, E8, E26, E32. <b>(14%)</b>	E5, E9, E12, E13, E15, E30. <b>(17%)</b>	
<b>Tipo 2:</b> Resolvieron correctamente el 66% (2) de los problemas con porcentaje.		E2, E4, E6, E10, E14, E17, E19, E21, E25, E27, E29, E31, E35 <b>(37%)</b>	E24, E33, E34. <b>(9%)</b>
<b>Tipo 3:</b> Resolvieron correctamente el 100% (3) de los problemas con porcentaje.		E20, E23, E36. <b>(9%)</b>	E1, E11, E16, E18, E22. <b>(14%)</b>

Fuente: Elaborado por la profesora investigadora

**Estudiantes valorados en (I1) y (A1):** Son los estudiantes E3 y E32 de Tipo 1, que resolvieron el 33% (1) de los problemas, quienes fueron valorados en el nivel de desempeño bajo tanto en la interpretación como en la argumentación porque reconocieron los datos pero no establecieron relaciones entre ellos y el porcentaje en la mayoría de los problemas, careciendo de sentido y significado lo que pensaron e hicieron al expresarlo en forma simbólica y verbal. Ilustramos lo ejecutado por el estudiante E3 en el problema 2 en la imagen (76)

**Imagen 76. Estudiante E3 en respuesta al problema 2 de la prueba final.**

2. Patricia solicitó \$600.000 prestados a interés simple por tres meses. El monto total que pagó Patricia por el préstamo con intereses fue de \$750.000

✓ ¿Cuánto es el interés mensual que pagó Patricia? 50.000

✓ ¿Cuál fue el porcentaje de interés mensual? 8,3%

a) Interprete la situación y exprese el paso a paso que emplearía para llegar a la solución.  
Utilizando la fórmula de las entenas sencillas

---

b) Resuelva el problema respondiendo cada ítem propuesto

$\begin{array}{r} 50.000 \times \\ 9,3 \\ \hline 49.800 \end{array}$	$\begin{array}{r} 44.800 + \\ 600.000 \\ \hline 750.000 \end{array}$
--	--

El estudiante E3 tanto en el diagnóstico como en la prueba final quedo en nivel bajo de interpretación y argumentación porque como se observa en la imagen (76), el estudiante E3 identificó los datos pero no los relacionó con el porcentaje, expresó en lenguaje verbal y simbólico un proceso inconsistente al afirmar que utilizó la fórmula sin usar alguna, evidenciando la carencia de sentido para determinar el porcentaje de interés entre el valor presente y futuro de la situación.

**Estudiantes valorados en (I2) y (A1):** Son los estudiantes Tipo 1: E7, E8 y E26 que mostrando un nivel de desempeño Básico en la interpretación de los problemas porque establecieron ciertas relaciones con los datos y el porcentaje, pero les faltó mayor atención a las condiciones de los mismos, mostrando dificultad al solucionar solo el 33% (1) de los problemas. También fueron valorados con nivel de desempeño Bajo en la argumentación al describir con poco sentido el proceso que llevaron a cabo en búsqueda de la solución de los problemas. Se destaca en este grupo el estudiante E8 con el problema 1 ilustrado en la imagen (77).

## Imagen 77. Estudiante E8 en respuesta al problema 1 de la prueba final

1. Carlos y Pedro compraron el mismo televisor en almacenes diferentes. La publicidad del televisor de Carlos decía "TV de \$3.000.000 con el 35% de descuento". La publicidad del televisor de Pedro decía "TV de \$1.250.000 sin IVA, al comprarlo aumenta su valor en 16% correspondiente al IVA". ¿Cuál de los dos compradores obtuvo mejor precio en la compra del televisor?

a) Interprete la situación y exprese el paso a paso que emplearía para llegar a la solución.

el paso a paso ya lo hice todo en la b y el mejor precio es de carlos ya que da un total de 1050000 y el de pedro da un total de 1450000.

b) Resuelva el problema respondiendo cada ítem propuesto

$3000.000 \div \Rightarrow 30000$ $30000 \times 35\% \Rightarrow 1050000$	$1250000 \div 100 \Rightarrow 12500$ $12500 \times 16\% = 200000 + 1250000$ $\Rightarrow 1450000$
---	---

El estudiante E8 evidenció un avance en la interpretación paso de nivel bajo en la prueba diagnóstica a nivel básico en la prueba final, pero se mantuvo en nivel bajo de argumentación en ambas pruebas. Como se observa en la imagen (77), E8 estableció relaciones entre los datos y el porcentaje al comunicar en lenguaje simbólico lo que pensó para obtener parte de la solución del problema, en su respuesta no tuvo en cuenta la condición sobre el descuento del 35% al precio de 3.000.000 para saber en cuanto quedaba el valor del TV de Carlos, además se evidenció pobre el argumento que dio para expresar lo que hizo.

**Estudiantes valorados en (I2) y (A2):** En este grupo están los estudiantes E12, E13 y E15 de Tipo 1 que solucionaron el 33% (1) de los problemas, los estudiantes E4, E6, E10, E17, E21, E27, E29 de Tipo 2 que solucionaron el 66% (2) de los problemas y el estudiante E36 de Tipo 3 que solucionó el 100% de ellos. Estos estudiantes fueron valorados con un **nivel de desempeño Básico en la interpretación y la argumentación** con respecto a los problemas que solucionaron porque lograron comprender los problemas al establecer ciertas relaciones entre los datos y el porcentaje, que en algunos casos les permitió llegar a la solución, sin embargo mostraron dificultad al expresar el proceso que

ejecutaron en la mayoría de ellos. En el grupo de estos estudiantes se destacó E36 con el problema 2, ilustrado en la imagen (78)

### Imagen 78. Estudiante E36 en respuesta al problema 2 de la prueba final

2. Patricia solicitó \$600.000 prestados a interés simple por tres meses. El monto total que pagó Patricia por el préstamo con intereses fue de \$750.000

- ✓ ¿Cuánto es el interés mensual que pagó Patricia? 50.000
- ✓ ¿Cuál fue el porcentaje de interés mensual? 8,3%

a) Interprete la situación y exprese el paso a paso que emplearía para llegar a la solución.

Resolvió  $750.000 - 600.000$  y me daía  $150.000$  lo divido en  $6000$  y me daío en  $25\%$  y despues  $150.000 \div 3 = 50.000$

b) Resuelva el problema respondiendo cada ítem propuesto

$$\begin{array}{r}
 750.000 - \\
 600.000 \\
 \hline
 150.000
 \end{array}
 \qquad
 \frac{600.000}{100} = 6000
 \qquad
 \frac{150.000}{3} = 50.000$$

$$\frac{150.000}{6000} = 25\%$$

El estudiante E36 se mantuvo en un nivel básico en la interpretación durante las dos pruebas: diagnóstico y final, y en la argumentación se evidenció un avance de bajo a básico según los resultados de la prueba final. Como se observa en la imagen (78), el estudiante E36 comprendió el problema al establecer ciertas relaciones entre los datos para calcular el porcentaje de interés mensual, le faltó organizar las ideas al no detallar como lo obtuvo el resultado. Expresó con dificultad lo que pensó para obtener la solución. Por tanto, E36 usó el lenguaje simbólico y verbal en forma coherente pero con poco dominio para comunicarse.

**Estudiantes valorados en (I3) y (A2):** Están en el grupo los estudiantes Tipo 1: E5, E9, E30 quienes resolvieron el 33%(1); los estudiantes Tipo 2: E2, E14, E19, E25, E31, E35 que solucionaron el 66% de los problemas y los estudiantes de Tipo 3: E20, E23 que resolvieron el 100% de los problemas; ubicados en el nivel

de desempeño Alto en la interpretación y nivel de desempeño Básico en la argumentación porque comprendieron correctamente los problemas al establecer relaciones que dieron sentido y significado a cada problema mostrando dificultad al expresar los procesos que utilizaron en la ejecución de los mismos. Sin embargo, algunos cometieron errores aritméticos, otros dejaron a medias algunos procesos o usaron estrategia poco convenientes para el cálculo de porcentajes, evitando llegar a la solución de uno o dos de los problemas. Ilustramos al estudiante E30 con el problema 1. Ver en la imagen (79)

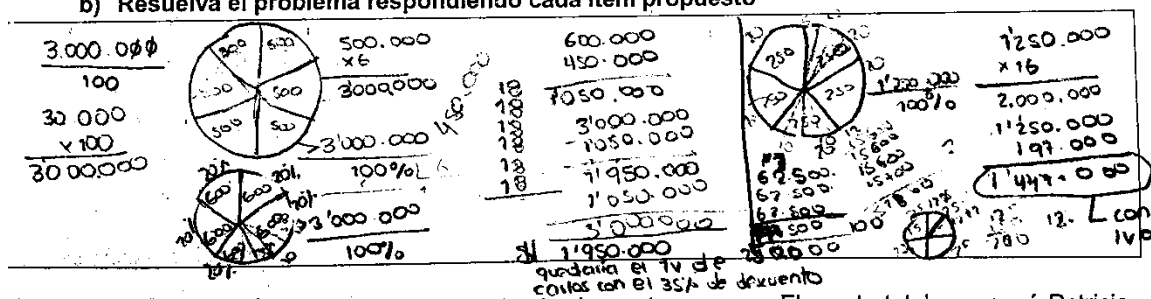
### Imagen 79. Estudiante E30 en el problema 1 de la prueba final

1. Carlos y Pedro compraron el mismo televisor en almacenes diferentes. La publicidad del televisor de Carlos decía "TV de \$3.000.000 con el 35% de descuento". La publicidad del televisor de Pedro decía "TV de \$1.250.000 sin IVA, al comprarlo aumenta su valor en 16% correspondiente al IVA". ¿Cuál de los dos compradores obtuvo mejor precio en la compra del televisor?

a) Interprete la situación y exprese el paso a paso que emplearía para llegar a la solución.

Necesitamos primero encontrar el valor de el televisor restante en 35% ya Pedro  
sumándole 16% a el valor de el TV que está sin IVA

b) Resuelva el problema respondiendo cada ítem propuesto



La estudiante E30 se mantuvo en un nivel alto de interpretación y básico en la argumentación durante las dos pruebas: diagnóstico y final, no evidenciando ningún avance en la argumentación. Como se observa en la imagen (79). El estudiante E30 evidenció que comprendió el problema 1, al establecer varias relaciones de los datos con el porcentaje logrando buenas aproximaciones a la solución, también se evidenció desorden en sus razonamientos que poco le

permitieron expresar verbalmente lo pensó e hizo para obtener la solución. La estudiante E30 mantuvo un esquema de argumentación empírico según Homero durante la prueba final, lo que impidió que obtuviera un mejor rendimiento en el éxito de los problemas.

**Estudiantes valorados en I3 y A3:** Son los estudiantes E24, E33, E34 de Tipo 2 que resolvieron el 66% (2) de los estudiantes y los estudiantes E1, E11, E16, E18, E22 de tipo 3 valorados con un nivel de desempeño Alto en la interpretación y la argumentación al reconocer los datos, establecer relaciones entre ellos para determinar el porcentaje de interés y expresar claramente los procedimientos que sustentaban las soluciones de los problemas resueltos. Ilustramos en este grupo al estudiante E33 en la imagen (80)

**Imagen 80. Estudiante E33 en el problema 3 de la prueba final**

3. Un prestamista cobra a interés simple del 12% mensual por cada peso prestado. Néstor solicita prestados \$360.000 por un tiempo (t) en meses

- ✓ ¿Cuánto es el interés mensual que pagaría Néstor? 43200
- ✓ ¿Cuál es la tasa de interés mensual? 0,12
- ✓ ¿Cuál es la expresión algebraica que modela la situación en un tiempo (t)?  
 $F = V_0 + I \cdot t$        $F = 360.000 + 43.200(t)$  en meses

a) Interprete la situación y exprese el paso a paso que emplearía para llegar a la solución.  
Pues para el primer ítem sacaría el 12% de interés de 360.000, para el segundo dividido en 100 el número que equivale al interés que es 12% y para el tercero recuerdo la fórmula de interés simple y la ejecuto para hacer una demostración

b) Resuelva el problema respondiendo cada ítem propuesto

① ítem

$$\frac{360.000}{100} = 3600 \times 12 = 43200$$

↑  
interés mensual

② ítem

$$12 \div 100 = 0,12$$

↓  
Tasa de interés

③ ítem

$$F = V_0 + I \cdot t$$

$$F = 360.000 + 43200 \cdot 3 =$$

Valor futuro pagado en meses → 489.600

En la prueba diagnóstica el estudiante E33 presentó un nivel de desempeño básico en la interpretación y bajo en la argumentación, pero se evidenció su avance en la prueba final a un nivel alto en la interpretación y la argumentación. En la imagen (80), se observa que el estudiante E33 interpretó correctamente el problema 3 al establecer relaciones entre los datos para el cálculo del porcentaje o interés mensual, la tasa de interés y la expresión algebraica que generalizó la situación con respecto al tiempo, mostrando orden en sus razonamientos que le permitieron expresar con claridad en lenguaje simbólico y verbal el proceso que pensó y realizó como argumento para sustentar la solución del problema. También se observó su progreso a la participación durante la intervención a pesar de su inseguridad y timidez.

### **INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS SOBRE PORCENTAJE**

En relación a los resultados de los cuadros 8 y 9 analizadas anteriormente, se puede concluir que la mayoría de los estudiantes en el grupo 9-3 se encuentran en niveles de desempeño básico y alto en el proceso de comunicación en cuanto a las habilidades de interpretación y argumentación con el 69% (24/35) de éxito en la solución de 2 o 3 de los tres problemas propuestos en la prueba final, porque comprendieron los problemas, establecieron relación entre los datos y el porcentaje que les permitió llegar a la solución en la mayoría de los problemas, de igual manera organizaron sus procedimientos y expresaron lo que pensaron e hicieron aunque a la mayoría se le dificulta hacerlo con claridad.

A continuación se presenta un cuadro que resume la ubicación de los estudiantes en estudio en los niveles de desempeño de las dos habilidades y la incidencia al comparar las dos pruebas diagnóstica y final en la solución de problemas de tipo económico con pregunta abierta sobre porcentaje.

**5.3.1.2 La incidencia en el fortalecimiento del proceso de comunicación en los estudiantes al resolver problemas de tipo económico con porcentaje:** Se comparó el nivel de desempeño obtenido por los estudiantes en las pruebas diagnóstica y final, teniendo en cuenta que los estudiantes mostraran frecuencia 2 de 3 en un mismo nivel de desempeño tanto en la interpretación (ver anexos A2 y H2) como en la argumentación (ver anexos A3 y H3), para ubicarlos en definitiva en ese nivel, con el fin de evaluar la incidencia de los 35 estudiantes del estudio en el fortalecimiento de las dos habilidades al resolver problemas de tipo económico con porcentaje.

**Cuadro 10. Nivel de desempeño definitivo en las dos habilidades sobre porcentaje.**

Nivel de desempeño definitivo de los estudiantes según el estudio				
Habilidad	Incidencia	Nivel bajo	Nivel básico	Nivel alto
INTERPRETAR	Se Mantienen en el mismo nivel	E3, E32 (6%)	E4, E7, E10, E12, E15, E17, E21, E26, E27, E29, E36. (31%)	E1, E9, E11, E18, E19, E16, E20, E22, E25, E30, E35. (31%)
	Mejóro un nivel		De bajo a básico E6, E8, E13 (9%)	De básico a alto E2, E14, E24 E31, E33, E34 (17%)
	Mejóro dos niveles			De bajo a alto E5, E23 (6%)
ARGUMENTAR	Se mantienen en el mismo nivel	E3, E7, E8, E26, E32 (14%)	E2, E9, E10, E12, E14, E15, E17, E21, E25, E29, E30, E35. (34%)	E1, E16, E18, E22. (11%)
	Mejóro un nivel		De bajo a básico E4,E5,E6,E13,E19, E23,E27, E31, E36 (26%)	De básico a alto E11, E34 (6%)
	Mejóro dos niveles			De bajo a alto E24, E33. (6%)

Nivel de desempeño definitivo de los estudiantes según el estudio				
Habilidad	Incidencia	Nivel bajo	Nivel básico	Nivel alto
	Desmejoró algún nivel		De alto a básico E20 (3%)	

Fuente: Elaborado por la investigadora

En el cuadro 10, se puede observar los resultados finales de desempeño de los estudiantes en las dos habilidades y la incidencia en el proceso de comunicación teniendo en cuenta el cambio de los niveles de desempeño de la prueba diagnóstica y final en los aspectos: se mantuvieron en el mismo nivel, mejoró un nivel o dos niveles.

**Estudiantes que mantuvieron un mismo nivel durante la intervención en el proceso de comunicación:**

El 68% (24/35) de los estudiantes del estudio se mantuvieron en el mismo nivel de desempeño en la interpretación con igual número de estudiantes 31%(11/35) en el nivel básico y alto. Así mismo, el 59% (21/35) de los estudiantes no registraron cambios de nivel en la argumentación con: el 14%(5/35) en bajo, el 34%(12/35) en básico y el 11%(4/35) en alto.

Se focalizaron de este grupo los estudiantes que permanecieron en el mismo nivel tanto en la interpretación como en la argumentación en las pruebas diagnóstica y final: en el nivel bajo permanecieron los estudiantes E3, E32; en el nivel básico los estudiantes E10, E12, E15, E17, E21, E29; y en el nivel alto permanecieron los estudiantes E1, E16, E18, E22. Por tanto, se puede concluir que el estudio permitió a estos estudiantes fortalecer el mismo nivel de desempeño en que se encontraban en las dos habilidades del proceso de comunicación durante la intervención al resolver problemas de tipo económico con porcentaje. Se ilustra la estudiante E32 en la imagen (81)

## Imagen 81. Estudiante E32 en el problema 5 del diagnóstico y el problema 1 de la prueba final

5. El centro comercial AZUL ADO celebra su aniversario con sus clientes, durante esta semana tendrá descuentos del 25% en toda la tienda. Daniel decide gastar \$500.000 que había ahorrado en la compra de una bicicleta, un balón de fútbol y un par de patines. Daniel va al centro comercial y averigua los precios, el costo de la bicicleta es de \$320.000, El balón de fútbol cuesta \$120.000 y el par de patines cuestan \$160.000. ¿Podrá Daniel comprar las tres cosas? Justifique su respuesta y responda: ¿Cuánto le falta o cuánto le sobra?

a) EXPRESA PASO A PASO EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEARÍA PARA LLEGAR A LA SOLUCIÓN

*NO puede le faltan 100000 en total todo da 600.000 y para no poder hacer esto hace una suma y de hay sabe que todo el problema*

b) RESUELVA LA SITUACIÓN

500.000	
320.000	
120.000	
+ 160.000	
600.000	600.000 en total

1. Carlos y Pedro compraron el mismo televisor en almacenes diferentes. La publicidad del televisor de Carlos decía "TV de \$3.000.000 con el 35% de descuento". La publicidad del televisor de Pedro decía "TV de \$1.250.000 sin IVA, al comprarlo aumenta su valor en 16% correspondiente al IVA". ¿Cuál de los dos compradores obtuvo mejor precio en la compra del televisor?

a) Interprete la situación y exprese el paso a paso que emplearía para llegar a la solución.

*Para una multiplicación con el primer precio y lo multiplico por 100 y de ahí resto todo y después lo multiplico por el interés*

b) Resuelva el problema respondiendo cada ítem propuesto

3'000,000	1'250,000
x 100	+ 100
3'000,000	1'250,100
x 35	x 16
1'005,000	20,001600

Como se observa en la imagen (81), el estudiante E32 mantuvo en un nivel bajo en ambas habilidades, con la dificultad para establecer relaciones con el porcentaje, la falta de claridad en el concepto no le permitieron idear una estrategia, expresando sin sentido lo que pensó e hizo con el problema.

Otro estudiante que se mantuvo en un mismo nivel durante fue E22, quien se ilustra en la imagen (82).

## Imagen 82. Estudiante E22 en el problema 4 del diagnóstico y el problema 1 de la prueba final

4. Esperanza quiere comprar un televisor, le gustó un TV cuya información aparece en un volante: "Precio al contado \$780.000, Precio a crédito incrementa su valor en 18%, para pagar en 12 cuotas mensuales". Esperanza decide comprar el TV a crédito y desea saber ¿Cuánto dinero pagará de intereses? y ¿Qué cantidad de dinero pagará mensualmente? Ayude a Esperanza a responder sus preguntas y justifique su respuesta.

a) EXPRESA PASO A PASO EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEARÍA PARA LLEGAR A LA SOLUCIÓN

*primero tengo que hallar el valor de los intereses y sumarlo al precio del TV y después de esto dividir el precio que me queda en 12 cuotas iguales y ahí le digo a esperanza cuánto tendrá que pagar.*

b) RESUELVA LA SITUACIÓN

100 → 180.000	→ x = $\frac{180.000 \cdot 18\%}{100} = \frac{324.000}{100} = 3.240$	920.400 + 12
18 → x		36.100

*este es el precio de las cuotas*

1. Carlos y Pedro compraron el mismo televisor en almacenes diferentes. La publicidad del televisor de Carlos decía "TV de \$3.000.000 con el 35% de descuento". La publicidad del televisor de Pedro decía "TV de \$1.250.000 sin IVA, al comprarlo aumenta su valor en 16% correspondiente al IVA". ¿Cuál de los dos compradores obtuvo mejor precio en la compra del televisor?

a) Interprete la situación y exprese el paso a paso que emplearía para llegar a la solución.

*se halla primero cual es el 35% de descuento y el 16% correspondiente al aumento para así llegar a una conclusión y ver cual es el mejor precio.*

b) Resuelva el problema respondiendo cada ítem propuesto

3.000.000 + 100 = 3.000.000	35% = 1.050.000	Pedro obtuvo un mejor precio que el que obtuvo Carlos al comprar el TV.
3.000.000 - 25% = 2.250.000	35%	
1.250.000 × 16 = 200.000	16% = 200.000	
1.250.000 + 16% = 1.450.000	16%	

Como se observa en la imagen (82) la estudiante E22, estableció relaciones con el porcentaje y expresó en forma clara lo que pensó e hizo con los problemas, por tanto E22 mantuvo en un nivel alto en ambas habilidades.

### **Estudiantes que mejoraron uno o dos niveles de desempeño durante la intervención en el proceso de comunicación:**

- **Cambiaron de un nivel a otro mayor en una de las dos habilidades**

Los estudiantes que mejoraron un nivel de desempeño en la interpretación fue el 26% (9/35) de los estudiantes con mayor representación del 17% (6/35) en el cambio del nivel básico al alto en comparación con el 9% (3/35) que cambio del nivel bajo al básico. De igual manera, el número de estudiantes que mejoraron un nivel de desempeño en la argumentación fue del 32% (11/35) de los estudiantes con mayor representación del 26% (9/35) en el cambio del nivel bajo al básico en relación con el 6% (2/35) de los estudiantes que cambiaron del nivel básico al alto.

En este grupo de estudiantes que mejoraron un nivel de desempeño tanto en la habilidad de la interpretación como en la argumentación del proceso de comunicación al solucionar problemas de tipo económico, se focalizaron los estudiantes que mejoraron en las dos habilidades al tiempo: el estudiante E34 cambió del nivel básico al alto en las dos habilidades y los estudiantes E6, E13 que pasaron del nivel de desempeño bajo al básico en ambas habilidades porque en el diagnostico estos estudiantes dejaron problemas en blanco y en la prueba final se ve que establecieron ciertas relaciones con el porcentaje y comunicaron lo que pensaron e hicieron aunque con dificultad. Se ilustra a la estudiante E13 en la imagen (83).

### Imagen 83. Estudiante E13 con el problema 1 de la prueba final

3. Laura compra un paquete de salchichas para perro con un descuento del 30% si pagó \$8400. **Explique:** ¿Qué porcentaje representa los \$8400 del precio? ¿cuál era el precio antes del descuento?

a) EXPRESA PASO A PASO EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEARÍA PARA LLEGAR A LA SOLUCIÓN

100% por la relación 30%  
 luego le sumo 1600 a los 4800 y ahí debería estar el precio de los paquetes de salchicha.

b) RESUELVA LA SITUACIÓN

$100\% - 30\% = 70\%$  son los \$8400  
 $8400 / 70\% = 12000$  Precio del paquete de salchichas  
 precio los 12000

1. Carlos y Pedro compraron el mismo televisor en almacenes diferentes. La publicidad del televisor de Carlos decía "TV de \$3.000.000 con el 35% de descuento". La publicidad del televisor de Pedro decía "TV de \$1.250.000 sin IVA, al comprarlo aumenta su valor en un 16% correspondiente al IVA". ¿Cuál de los dos compradores obtuvo mejor precio en la compra del televisor?

a) Interprete la situación y exprese el paso a paso que emplearía para llegar a la solución.

en Pedro el 1.250.000 se quitó 2 ceros y nos da 12.500 y luego lo multiplica por 16 luego el que más le suma con 12500 y luego los dos dígitos lo suma con el millón 1250.000

b) Resuelve el problema respondiendo cada ítem propuesto y luego es el resultado que me da

Carlos	Pedro
\$3.000.000 se le restan los 35% y el resultado que me da el descuento.	$1250.000 = 12.500$ 12.500 16 200.000 12.500 1450.000 200.000

Como se observa en la imagen (83) la estudiante E13, en la segunda imagen correspondiente a la prueba final, estableció la relación de los datos con el porcentaje al eliminar los ceros del precio del televisor, luego multiplica por 16 que corresponde al IVA y finalmente se lo agregó al precio inicial, obteniendo el costo total que pagó Pedro, expresando con coherencia lo que pensó e hizo para resolver parte del problema. La estudiante mostró el avance en la interpretación de problemas con porcentaje porque en el diagnóstico dejó uno de tres en blanco y los otros dos inventó datos que no correspondían a las condiciones del problema, por ejemplo en el problema 3 del diagnóstico en la primera parte de la imagen (77) la estudiante parte del supuesto que el paquete de salchichas vale \$10.000 y eso era lo que debía calcular.

- **Cambiaron dos niveles de desempeño en una de las dos habilidades**

El mismo número 6% (2/35) de los estudiantes en la interpretación y en la argumentación pasaron del nivel bajo al alto. No se registró algún estudiante que mejorara dos niveles de desempeño al mismo tiempo en las dos habilidades. Así E5 y E23 mejoraron la interpretación porque en el diagnóstico no establecían relaciones entre los datos del problema y el porcentaje, evidenciando su avance en la prueba final que ya habían comprendido el concepto y tenían claridad en la forma de calcular el porcentaje de una cantidad. Por otra parte, E24 y E33

mejoraron en la argumentación porque eran estudiantes inseguros y tímidos que no les gustaba hablar ni expresar lo que pensaban, esto se vio reflejado en la prueba final y expresando sin sentido lo que pensaban y hacían con el problema Se ilustra a la estudiante E33 en la imagen (84)

### Imagen 84. Estudiante E33 con el problema 3 del diagnóstico y 3 de la prueba final

3. Laura compra un paquete de salchichas para perro con un descuento del 30% si pagó \$8400. Explique ¿Qué porcentaje representa los \$8400 del precio? ¿Cuál era el precio antes del descuento?

a) EXPRESA PASO A PASO EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEARÍA PARA LLEGAR A LA SOLUCIÓN  
 Pues sacamos el porcentaje de 8400 y lo sumamos al precio

b) RESUELVA LA SITUACIÓN

$$\frac{8400 \cdot 30}{100} = \frac{142000}{100} = 1420$$

$$\frac{8400}{4820}$$

3. Un prestamista cobra a interés simple del 12% mensual por cada peso prestado. Néstor solicita prestados \$360.000 por un tiempo (t) en meses

✓ ¿Cuánto es el interés mensual que pagaría Néstor? 43200

✓ ¿Cuál es la tasa de interés mensual? 0,12

✓ ¿Cuál es la expresión algebraica que modela la situación en un tiempo (t)?

$F = V + I \cdot t$   $F = 360.000 + 43.200(t)$  en meses

a) Interprete la situación y exprese el paso a paso que emplearía para llegar a la solución.

Pues para el primer ítem sacamos el 12% de interés de 360.000, para el segundo dividimos 100 el número que equivale al interés que es 12% y para el tercero recurrimos la fórmula de interés simple y lo aplico para hacer una demostración

Como se observa en la imagen (84) la estudiante E33, en la prueba diagnóstica el estudiante comprendía como calcular un porcentaje de una cantidad, sin embargo, por su timidez poco comunicaba sus razonamientos solo se limitó a ejecutarlos, con la intervención se observó en la prueba final que expresó claramente lo que pensó e hizo con el problema 3, evidenciando su avance de nivel bajo a alto en la argumentación y pasando del nivel básico al alto en la interpretación.

### 5.3.1.3 Conclusión del fortalecimiento de las habilidades de estudio en problemas con porcentaje

El fortalecimiento de las habilidades de interpretación y argumentación de problemas de tipo económico con porcentaje, se debió en gran medida a la incidencia positiva de la estrategia de Seguimiento de protocolos porque:

- La mayoría de los estudiantes mostraron buena actitud y disposición en el desarrollo de las diferentes sesiones, evidenciado en la asistencia constante a clase y el seguimiento en las etapas del protocolo específicamente en la etapa intermedia, donde los estudiante lograron apoyarse entre sí, aclarando dudas para comprender mejor los problemas, debatiendo sus ideas sobre la forma de como relacionaron los datos con el porcentaje, reflexionando sobre sus aciertos y dificultades durante el proceso de resolución siendo más conscientes de sus formas de hablar y expresar lo que hacían o pensaban en la medida que fueron participando.
- En la interpretación de problemas, la mayoría de los estudiantes afianzaron los pre-saberes sobre porcentaje, mejoraron la comprensión de los problemas de tipo económico, establecieron relaciones con los datos y el porcentaje, dedicaron más tiempo para leer y comprender el problema antes de ejecutarlo, realizaron en forma correcta operaciones aritméticas, sin embargo, se mantuvo la dificultad de verificar los procesos.
- Al argumentar sus procesos, la mayoría de los estudiantes mejoraron la comunicación escrita, al ser más ordenados en el desarrollo de sus procedimientos, abordan todos los problemas expresando lo que pensaron e hicieron para obtener la solución sin embargo se evidenció que la mayoría se le dificulta hacerlo en forma clara y convincente.

**5.3.2 Resultados y análisis de la prueba final segunda parte.** En la segunda parte de la prueba final, se analizó el proceso de comunicación en la interpretación y argumentación de un solo problema de tipo económico con función lineal que contenía diferentes ítems sobre aspectos básicos de la función como la dependencia, la pendiente, el corte con el eje Y, la representación algebraica y gráfica en el plano cartesiano.

Se realizó lectura de las respuestas de cada ítem para identificar similitudes y diferencias tanto en la interpretación como en la argumentación de los estudiantes, permitiendo ubicarlos en los diferentes niveles de desempeño anteriormente mencionados.

### 5.3.2.1 Análisis de respuestas de los estudiantes a cada ítem del problema sobre función lineal de la prueba final según las habilidades de interpretación y argumentación.

**Problema:** Una persona decide solicitar un crédito por un valor de \$5.000.000 y para obtener ese monto tiene dos opciones, el fondo de empleados **FOM** le presta ese dinero con interés simple del 17% anual, mientras que el banco **CC** le ofrece la misma cantidad con interés compuesto del 15% anual. Si tiene planeado pagar el préstamo con los intereses al cabo de 3 años, complete la tabla y conteste lo siguiente:

FOM				Banco CC			
Tiempo (años)	Capital ( $P_0$ )	Interés simple 17%	V. Futuro	Tiempo (años)	Capital ( $P_0$ )	Interés comp. 15%	V. Futuro
1	5.000.000	850.000	5.850.000	1	5.000.000	750.000	5.750.000
2	5.000.000			2	5.750.000		
3	5.000.000			3			

**Responda lo siguiente:**

- ¿En cuál entidad financiera le conviene pedir el préstamo? ¿por qué?
- ¿Cuánto más de interés tendrían que pagar en la entidad financiera que no les conviene, al cabo de tres años?
- Argumente las diferencias que encuentra entre las dos entidades financieras
- Teniendo en cuenta el tiempo y valor futuro ¿Cuál es para usted la variable dependiente y cual la independiente? Argumente su respuesta

- e) Interprete el dominio y rango en cada una de las entidades financieras
- f) Argumente ¿cómo es el comportamiento del incremento (aumento) en los valores futuros en cada entidad financiera y a qué se debe ese comportamiento?
- g) ¿cuál es la representación algebraica que modela cada una de las entidades financieras del problema?

Al completar la tabla de valores los estudiantes comunicaron los procesos que hicieron para llenar los espacios correspondientes al interés simple y/o compuesto, los valores futuros con respecto al tiempo, en cada entidad financiera. Al completar la tabla evidenciaron lo siguiente:

El 34% (12/35) de los estudiantes presentaron alguna dificultad en los procedimientos que sustentan la comprensión del problema. Descrita a continuación:

- A los estudiantes E13, E32 (6%) se les dificultó comprender el problema, no recordaban como calcular el interés simple y el compuesto.
- Los estudiantes E3, E6, E7, usaron la fórmula del interés compuesto para determinar los valores futuros que cobraría el Banco CC por el préstamo, sin comprender el monto anual correspondiente a los intereses.
- Los estudiantes E15, E12 no realizaron las operaciones para el cálculo de intereses compuestos, los estudiantes E26, E29 no realizaron operaciones para los intereses simples y el estudiante E2 no realizó operaciones para ninguno de los dos intereses. Sin embargo estos estudiantes llenaron la tabla, seguramente con el apoyo de algún otro compañero.
- Los estudiantes E8, E20 comprendieron el problema pero cometieron errores aritméticos que no les permitió escribir correctamente algunos valores en la tabla.

Por consiguiente, el 66%(23/35) de los estudiantes: E1, E4, E5, E9, E10, E11, E14, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E30, E31 E33, E34 E35, E36 ejecutaron correctamente y con claridad las operaciones correspondientes para hallar los intereses y valores futuros en la tabla

## LA INTERPRETACIÓN DE VARIABLE Y LA DEPENDENCIA

**Ítem d: Teniendo en cuenta el tiempo y valor futuro ¿Cuál es para usted la variable dependiente y cual la independiente? Argumente su respuesta**

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Ejemplo de respuesta
<b>Nivel 1. Bajo en interpretar</b>	E9, E32	Dejaron el espacio en blanco.	No respondieron
	E14	Determinaron las cantidades fijas de la función como variables del problema	E14: “ la independiente en FOM es el capital y pues la dependiente son los intereses”
<b>Nivel 2. Básico en interpretar</b>	E1, E4, E6, E7, E13, E19, E27, E36	Reconocieron las variables de los valores constantes en el problema, pero se les dificultó interpretar la dependencia de las variables que indicaban en la pregunta.	E1: “para mí la dependiente es el interés y la dependiente es el tiempo ya que el interés varía de acuerdo al tiempo ” E4: “ I depende del tiempo y VF depende de la capitalización”
<b>Nivel 3. Alto en interpretar</b>	E2, E3, E5, E8, E10, E11, E12, E15, E16, E17, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E31, E33, E34, E35.	Reconocieron las variables de los valores constantes y establecieron la relación de dependencia entre ellas dando sentido y significado a las condiciones del problema.	E8: “pues el valor futuro depende de los intereses y los intereses del tiempo” E18: “El tiempo es la independiente y el VF es la dependiente ya que el VF sale dependiendo de cuantos años tenga que pagar de intereses”

El 32% (11/35) de los estudiantes evidenciaron un nivel bajo y básico en la interpretación de las variables de la función lineal y exponencial, porque aunque mejoraron el concepto de variable al no relacionarlo con cantidades fijas,

establecieron la relación de dependencia entre variables que no corresponde a las pedidas en la pregunta. El 68% (24/35) de los estudiantes, se ubicaron en el nivel de desempeño alto porque identificaron las variables que se pedían en la pregunta, las tipificaron de acuerdo al concepto de dependencia y las condiciones del problema. Se ilustran al estudiante E16 en la imagen (82) y al estudiante E35 en la imagen (85)

### Imagen 85. Estudiante E16 en respuesta al ítem d de la prueba final.

Teniendo en cuenta el tiempo y valor futuro ¿Cuál es para usted la variable dependiente y cual la independiente? Argumente su respuesta El valor futuro depende del tiempo porque el tiempo siempre es independiente.

Se observa en la imagen (85), que el estudiante E16 comprendió claramente las variables del problema y su relación de dependencia al interpretar que el tiempo es siempre una variable independiente.

### Imagen 86. Estudiante E35 en respuesta al ítem d de la prueba final.

Teniendo en cuenta el tiempo y valor futuro ¿Cuál es para usted la variable dependiente y cual la independiente? Argumente su respuesta La independiente es el tiempo y la dependiente son los intereses y el valor futuro

Se observa en la imagen (86), que el estudiante E35 interpretó bien la relación de dependencia entre variables del problema al resaltar que los intereses y el valor futuro dependen del tiempo.

## EL INCREMENTO (LA PENDIENTE) EN LA FUNCIÓN LINEAL Y EXPONENCIAL

Para determinar la comprensión y argumentación del concepto de pendiente en problemas de tipo económico con función lineal y exponencial fue necesario analizar los siguientes dos puntos de la prueba final como complemento el uno del otro en relación al concepto.

**Ítem f:** Argumente ¿cómo es el comportamiento del incremento (aumento) en los valores futuros en cada entidad financiera y a qué se debe ese comportamiento?

**Ítem c:** Argumente las diferencias que encuentra entre las dos entidades financieras.

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo
<p><b>Nivel 1.</b> <b>Bajo en interpretar</b> Y <b>Nivel 1.</b> <b>Bajo en argumentar</b></p>	E2, E13, E32.	No establecieron relaciones con los datos para determinar los valores escribió el mismo valor para los intereses y el valor futuro en la entidad FOM	Carecieron de palabras o expresaron sin sentido el comportamiento de los valores futuros de la función lineal y exponencial.	E13 no respondió.  E2: "En la entidad FOM el aumento es constante en cambio en el banco CC el aumento es drásticamente elevado".
<p><b>Nivel 2.</b> <b>Básico en interpretar</b></p>	<p><b>Nivel 1.</b> <b>Bajo en argumentar</b> E6, E7, E12, E14, E24, E27.</p>	Establecieron algunas relaciones con los datos para determinar el incremento por año de valores futuros según el porcentaje de interés (simple o compuesto) pero poco lo relacionaron con el comportamiento de la función lineal y exponencial.	Expresaron sin sentido usando apreciaciones de poco o mucho para describir los incrementos de la función lineal y exponencial.	E24: "En la entidad FOM aumenta de manera lenta o sea aumenta poquito pero constantemente, en el banco CC también aumenta constantemente pero a grandes cantidades"

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo
	<p><b>Nivel 2.</b> <b>Básico en argumentar</b> E8, E15, E17, E18, E20.</p>		<p>Se les dificultó expresar lo que pensó e hizo para determinar el comportamiento de las funciones lineal y exponencial</p>	<p>E20: "Que en FOM los intereses se van acumulando y se suman al Po (capital) y da el VF (valor futuro) y en el Banco CC cada vez se saca intereses sobre intereses ya que van sumando los intereses al capital por lo tanto da un valor muy alto".</p>
<p><b>Nivel 3: Alto interpretar</b></p>	<p><b>Nivel 1.</b> <b>Bajo en argumentar</b> E30, E31, E36</p>	<p>Establecieron las relaciones con los datos para determinar el incremento por año de valores futuros y lo relacionaron con el comportamiento de la función lineal y exponencial.</p>	<p>Expresaron sin sentido basado en sus apreciaciones de mucho o poco para describir los incrementos de la función lineal y exponencial.</p>	<p>E36: " En la entidad FOM aumenta pero no son tan grandes las aumentaciones y en la entidad CC si aumenta muchísimo porque en FOM siempre van a ser los mismos intereses y la CC si cambian los intereses"</p>
	<p><b>Nivel 2.</b> <b>Básico en argumentar</b> E4, E5, E9, E10, E11 E19, E21, E26, E29, E34, E35</p>		<p>Expresaron con dificultad lo que pensaban sobre los incrementos de los valores futuros en cada entidad en relación al comportamiento de la función lineal y exponencial</p>	<p>E9: "El comportamiento seria al tipo de interés compuesto o simple porque algunos van en constante crecimiento de interés y otro va creciendo constante en el mismo valor del primer año"</p>

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo
<p><b>Nivel 3: Alto interpretar</b></p>	<p><b>Nivel 3. Alto en argumentar</b> E1, E3, E16, E22, E23, E25, E33.</p>		<p>Expresaron lo que pensaban del incremento de los valores futuros en cada entidad con sentido y significado al comportamiento lineal y exponencial.</p>	<p>E3: "En la entidad FOM el aumento es constante es decir aumenta solo de 850.000 cada año, pero el banco CC el aumento no es constante ya que el aumento del primer año al segundo 862.500 y del segundo al tercero es de 991.875".</p>

El 60%(21/35) de los estudiantes se ubicaron en el nivel de desempeño alto en la interpretación del valor de la pendiente en la función lineal y exponencial, al establecer relaciones con los datos del problema para determinar el incremento por año de los valores futuros en relación con el interés simple y compuesto. El 31% (11/35) de los estudiantes se ubicaron en el nivel básico al establecer ciertas relaciones con los datos sin evidenciar la clara comprensión de cómo obtener los valores futuros y el 9% (3/35) de los estudiantes no comprendieron como obtener los valores futuros a partir de los datos que suministraba el problema. Ilustremos al estudiante E33 en la imagen (87)

Imagen 87. Estudiante E33 en respuesta al ítem c de la prueba final.

Problema 4

Seleccionar datos tabla

Valor futuro

$$5000000 + 800000 \cdot 2 = 6700.000$$

Valor futuro en 2 años

$$5000000 + 800000 \cdot 3 = 7.500.000$$

Valor futuro en 3 años

Interes

$$850.000 \cdot 2 = 1700.000 \text{ interes en dos años}$$

$$850.000 \cdot 3 = 2.550.000 \text{ interes en 3 años}$$

Banco CC

Interes

$$2 \text{ años} = \frac{5750.000}{100} = 57.500 \cdot 15 = 862.500$$

$$3 \text{ años} = \frac{6612.500}{100} = 66.125 \cdot 15 = 991.875$$

Valor futuro

$$F_3 = 6000000(1+0,15)^2 = 7609.375$$

$$F_2 = 5000.000(1+0,15)^2 = 6612.500$$

Como se observa, en la imagen (87) el estudiante E33 establece relaciones entre los datos del problema para determinar los valores futuros a partir del cálculo inicial de los intereses simples y compuestos haciendo la diferencia de los valores constantes en intereses simples en la entidad FOM modelada por una función lineal y los valores variables en el interés compuesto representado por el Banco CC cuyo modelo es una función exponencial. Este estudiante se ubicó en el nivel alto de la interpretación de la pendiente o crecimiento de la función lineal y exponencial.

Por otra parte, en la argumentación el 80% (28/35) de los estudiantes se ubicaron en el nivel bajo y básico de desempeño con mayor porcentaje en el nivel básico 46% (16/35) porque comprendieron las diferencias en la variación de los valores futuros de las dos entidades financieras modeladas por una función lineal y exponencial, pero presentaron dificultad al expresar esas diferencias en relación a los incrementos constantes o variables de cada una de ellas. El 20% (7/35) de los

estudiantes mostraron argumentos claros sobre los aumentos constante de las funciones lineal y los aumentos variables de las funciones exponenciales en este problema de tipo económico. Ilustramos al estudiante E33 en la imagen (88).

### Imagen 88. Estudiante E33 en respuesta al ítem f de la prueba final.

Argümente ¿cómo es el comportamiento del incremento (aumento) en los valores futuros en cada entidad financiera y a qué se debe ese comportamiento? En FOM es un aumento constante y se debe a que utiliza el interés simple y en el Banco CC un incremento variable ya que capitaliza y gana intereses sobre intereses

Como se puede observar en la imagen (88) el estudiante E33 identificó el valor constante de la pendiente que corresponden a los intereses simples en la entidad modelada por una función lineal y hace referencia a la variación de intereses en la otra entidad por la capitalización de los mismos.

### EL CORTE CON EL EJE Y EN LA FUNCIÓN LINEAL Y EXPONENCIAL

Para determinar si los estudiantes comprendieron el corte con el eje Y de funciones de tipo económico modeladas por funciones lineales y exponenciales se pidió que analizaran el dominio y el rango de las funciones, porque el rango en problemas de tipo económico inicia con el valor presente o del corte con el eje Y, además se verificó si lo tuvieron en cuenta al graficar las dos funciones en el plano cartesiano.

**Ítem e: Interprete el dominio y rango en cada una de las entidades financieras**

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo
<b>Nivel 1.</b> <b>Bajo en interpretar</b> <b>y</b> <b>Nivel 1. Bajo en argumentar</b>	E2, E13 y E26.	No comprendieron el concepto de dominio y rango, estableciéndolo como conjuntos unitario.	Expresaron sin sentido el dominio y rango de la función lineal y exponencial, por tanto no lograron ubicar un valor como corte con el eje Y en el plano cartesiano.	No respondieron.
	E3, E5, E6, E7, E8, E14, E23, E30, E32, E36.			E5: "En FOM el dominio será 3 años y el rango sería 7.550.000 y en el banco CC el dominio será los 3 años y el rango 7.604.375"
<b>Nivel 2.</b> <b>Básico en interpretar</b>	<b>Nivel 2. Básico en argumentar</b>  E15, E17, E19, E20, E21, E22, E24, E25, E27 E29, E31 E34, E35.	Comprendieron el concepto de dominio y rango, pero se les dificultó relacionar el rango con el valor presente que correspondió al corte con el eje Y.	Expresaron con dificultad el inicio del rango en las funciones, por tanto asignaron valores incorrectos al corte con el eje Y en el plano cartesiano.	E20: " El dominio va de 0 a 3 años y el rango va según FOM de 0 a 7.550.000 y según Banco CC va de cero a 8.265.625"
<b>Nivel 3:Alto interpretar</b>	<b>Nivel 2. Básico en argumentar</b> E4, E16.	Comprendieron el concepto de dominio y rango, relacionaron el rango con el valor presente que correspondió al corte con el eje Y en las entidades financieras.	Expresaron en la representación gráfica la dificultad de ubicar correctamente el corte con el eje Y en el plano cartesiano, al ubicarlo en el origen para ambas funciones.	E16: "La grafica empieza en 5.000.000 para ambas entidades pero me equivoque y lo puse en cero"

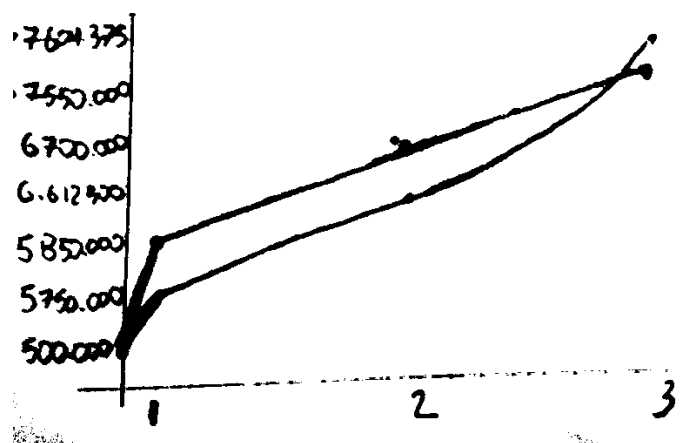
Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo
	<p><b>Nivel 3: Alto interpretar</b></p> <p>E1, E9, E10, E11, E12, E18, E33.</p>		Expresan claramente en la representación gráfica la ubicación del corte con el eje Y de ambas funciones en el plano cartesiano.	E1: “ El dominio es el tiempo 1-3 años y el rango es el dinero de acuerdo al tiempo o sea 5.000.000 a 7.550.000 en FOM y 5.000.000 a 7.604.375 en CC”

El 74% (26/35) de los estudiantes mostraron un nivel de desempeño bajo y básico en la interpretación del valor del corte con el eje (Y) de la función lineal y exponencial al interpretar el rango de las funciones, con igual porcentaje del 37% (13/35) en cada desempeño. Porque aunque algunos reconocieron el dominio y rango en términos de las variables: valor futuro y tiempo, se les dificultó determinar los intervalos de estos en cada una de las funciones. El 26% (9/35) de los estudiantes establecen los intervalos de dominio y rango con sentido y significado a los valores de cada variable de las funciones. Ilustramos E11 en la imagen (89)

**Imagen 89. Estudiantes E11 en respuesta a los ítems e y h, de la prueba final.**

Interprete el dominio y rango en cada una de las entidades financieras El dominio de las dos entidades es de 1 a 3 y el rango de FOM es 5000.000 a 7550.000 Banco CC 5000.000 a 7604.375

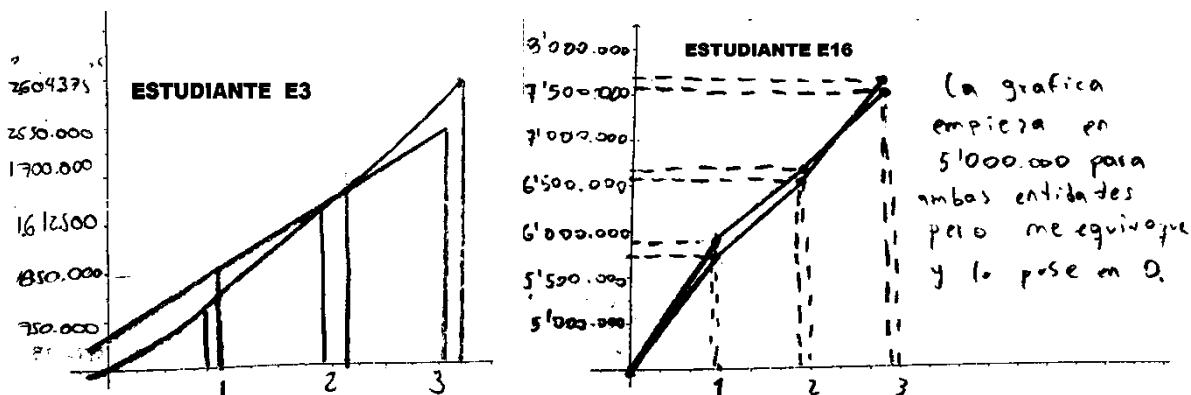
### Plano elaborada por el estudiante E11



Como se observa en la imagen (89), el estudiante E11 estableció los intervalos de dominio y rango de la función lineal y exponencial, identificó que el dominio es el mismo para las dos funciones y el rango lo expresó en relación a los valores futuros durante los tres años, iniciando en el mismo valor que corresponde al capital o dinero solicitado. Además expresó claramente el corte con el eje Y, en la representación gráfica que elaboró como modelo de las entidades financieras. Por tanto E11 se ubicó en el 20% (7/35) de los estudiantes que tuvieron desempeño alto tanto en la interpretación como en la argumentación en este aspecto de la función lineal.

Por otra parte, el 80%(28/35) de los estudiantes se ubicaron en el nivel bajo y básico de la argumentación sobre el valor del corte con el eje Y, de la función lineal y exponencial, al expresar con dificultad este valor en la descripción del rango o ubicarlo en forma incorrecta en la representación gráfica que elaboraron en el plano cartesiano de las dos entidades financieras. Ilustramos a los estudiantes E3 y E16 en la imagen (90).

Imagen 90. Estudiante E3 y E16 en respuesta al ítem h, de la prueba final.



El estudiante E3 se ubicó en el nivel bajo tanto en la interpretación como en la argumentación porque no estableció los intervalos de dominio y rango para las funciones, afirmando que: “el rango son los intereses y el dominio cada año” donde se evidenció la poca claridad del rango y el dominio en relación a las variables: valor futuro y tiempo. Así mismo, E3 realizó la gráfica de los intereses con respecto al tiempo como se observa en la imagen (90), sin la asignación de valores al corte con el eje Y de ambas funciones, que en este caso correspondería al punto de origen. Por el contrario el estudiante E16 reconoció las variables: valor futuro y tiempo del problema, estableció los intervalos de dominio y rango de ambas funciones: lineal y exponencial en relación a las variables, expresó que ambas entidades comenzaban en 5.000.000 correspondientes al valor del capital el cual representa el corte con el eje Y de ambas funciones como se puede ver en la imagen (90), sin embargo al graficar no tuvo en cuenta este aspecto, ubicándose en nivel alto de la interpretación y básico en la argumentación.

**HALLAR UNA VARIABLE (DEPENDIENTE) SI SE CONOCE LA OTRA EN LA FUNCIÓN LINEAL Y EXPONENCIAL.**

Se analizó el recuadro de las operaciones para determinar cómo interpretaron la relación entre las variables: valor futuro y tiempo, del problema. Además para la

argumentación de esta relación se analizó las respuestas a los siguientes dos puntos del cuestionario.

**Ítem a: ¿En cuál entidad financiera le conviene pedir el préstamo? ¿Por qué?**

**Ítem b: ¿Cuánto más de interés tendrían que pagar en la entidad financiera que no les conviene, al cabo de tres años?**

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo de respuestas
<b>Nivel 1. Bajo</b>	<b>Nivel 1. Bajo argumentar</b>  E2, E32	Reconocieron los datos, pero no establecieron relaciones entre ellos para obtener el interés o el valor futuro de alguna de las entidades evidenciando que poco han comprendido el problema.	Expresaron lo que piensan sin tener en cuenta las condiciones del problema, el tiempo, usan apreciaciones de: paga más o menos, sobre el valor futuro sin “porqué” para determinar la conveniencia de una de las entidades.	E2: “FOM ya que debe pagar menos que en el banco CC”  E32: “ FOM porque se gasta menos plata y menos interés”
	<b>Nivel 2. Básico argumentar</b>  E13		Expresaron con dificultad lo que pensaron sobre el valor futuro para determinar la conveniencia de una de las entidades.	E13: “FOM, porque el valor mantiene constante y en compuesto incrementa demasiado y tendría que paga de más”
<b>Nivel 2. Básico al interpretar</b>	<b>Nivel 1. Bajo argumentar</b>  E3, E6, E7, E8, E9, E26, E27, E36.	Reconocieron los datos del problema, establecieron ciertas relaciones entre ellos guiados o no por la representación algebraica del interés simple y/ o el interés compuesto, para	Expresaron lo que piensan sin tener en cuenta las condiciones del problema, el tiempo, usan apreciaciones de: no mucho o poco, sobre el valor futuro para determinar la conveniencia de una de las entidades.	E6: “FOM, porque aunque el incremento no es mucho es mejor FOM”  E9: “FOM, porque al capitalizar se queda el mismo interés y no va en aumento”

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo de respuestas
	<b>Nivel 2. Básico argumentar</b> E12, E14, E15, E18, E20, E21, E24,	obtener el valor futuro de alguna de las entidades evidenciando que ha comprendido en parte el problema. La dificultad estuvo en el cálculo de valore futuro compuestos.	Expresaron con dificultad lo que pensaron sobre el valor futuro para determinar la conveniencia de una de las entidades.	E12: "FOM, porque paga menos de interés y así el valor futuro será menos"  E21: "FOM, porque se pagaría menos intereses al cabo de tres años"
	<b>Nivel 3. Alto argumentar</b> E34	cálculo de valore futuro compuestos.	Expresaron claramente lo que pensaron sobre el valor futuro para determinar la conveniencia de una de las entidades para pedir el préstamo.	E34: "FOM porque esta presta a un interés simple entonces los intereses siempre va a ser los mismos"
<b>Nivel 3. Alto Interpretar</b>	<b>Nivel 1. Bajo argumentar</b> E25, E30, E35,	Reconocieron los datos del problema, establecieron relaciones entre ellos con sentido y significado a las condiciones del problema para obtener el valor futuro, guiados o no por la representación algebraica del interés simple y/ o el interés compuesto.	Expresaron lo que piensan sin tener en cuenta las condiciones del problema, el tiempo, usan apreciaciones de: no mucho o poco, sobre el valor futuro para determinar la conveniencia de una de las entidades.	E25: "FOM, porque tiene una diferencia mínima, uno debe escoger la mejor opción"  E30: "FOM, porque aumenta un poco menos que el banco CC"
	<b>Nivel 2. argumentar</b> E5, E10, E11, E16, E23, E29,	futuro, guiados o no por la representación algebraica del interés simple y/ o el interés compuesto.	Expresaron con dificultad lo que pensaron sobre el valor futuro para determinar la conveniencia de una de las entidades.	E5: FOM porque el valor futuro aumenta constante y no paga tanto intereses" E10: " FOM, porque en esta entidad los intereses no incrementan y el dinero no aumenta drásticamente como en el Banco CC"

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo de respuestas
	<p><b>Nivel 3. Alto argumentar</b></p> <p>E1, E4, E17, E19, E22, E31, E33,</p>		Expresaron claramente lo que pensaron sobre el valor futuro para determinar la conveniencia de una de las entidades para pedir el préstamo.	<p>E1: " FOM, porque va a cancelar al cabo de tres años un monto de 7.550.000, 54.375 menos que en CC"</p> <p>E4: "FOM porque el interés no se capitaliza y se paga menos"</p>

El 91% (32/35) de los estudiantes se encontraron en el nivel de desempeño básico y alto, con igual porcentaje 45,5% (16/35) en los dos niveles de la interpretación sobre como hallar una de las variables a partir de la otra, porque reconocieron los datos, establecieron relaciones según las condiciones del problema, que los llevaron a plantear operaciones aritméticas, guiados o no por la representación algebraica general del interés simple y/o compuesto, para obtener el valor futuro de una o ambas entidades. El 9% (3/35) no establecieron relaciones con los datos para el determinar el valor futuro, por tanto se ubicaron en el nivel bajo de desempeño. Se ilustra al estudiante E31 en la imagen (91)

### Imagen 91. Estudiante E31 en respuesta a los ítems a y b, de la prueba final.

4. Una persona decide solicitar un crédito por un valor de \$5.000.000 y para obtener ese monto tiene dos opciones, el fondo de empleados FOM le presta ese dinero con interés simple del 17% anual, mientras que el banco CC le ofrece la misma cantidad con interés compuesto del 15% anual. Si tiene planeado pagar el préstamo con los intereses al cabo de 3 años, completa la tabla y contesten lo siguiente:

FOM				Banco CC			
Tiempo (años)	Capital (P <sub>0</sub> )	Interés simple 17%	V. Futuro	Tiempo (años)	Capital (P <sub>0</sub> )	Interés comp. 15%	V. Futuro
1	5.000.000	850.000	5.850.000	1	5.000.000	750.000	5.750.000
2	5.000.000	1.700.000	6.700.000	2	5.750.000	862.500	6.612.500
3	5.000.000	2.550.000	7.550.000	3	6.612.500	991.875	7.604.375

Realice operaciones aquí

2 años	$5000000 \times 0.17 \times 2 = 1700.000$ $5000000 (1 + 0.17 \times 2) = 6.700.000$	$5750000 \times 0.15 = 862.500$ $5000000 (1 + 0.15)^2 = 6.612.500$	2 años
3 años	$5000000 \times 0.17 \times 3 = 2.550.000$ $6000.000 (1 + 0.17 \times 3) = 7.550.000$	$6612500 \times 0.15 = 991.875$ $5000000 (1 + 0.15)^3 = 7.604.375$	3 años

- a) ¿En cuál entidad financiera le conviene pedir el préstamo? FOM ¿por qué? porque no le sumara interes sobre interes.
- b) ¿Cuánto más de interés tendrían que pagar en la entidad financiera que no les conviene, al cabo de tres años? la diferencia a pagar serian 59375 al cabo de 3 años.

Como se observa en la imagen (91), el estudiante E31 estableció relaciones entre los datos para hallar el interés simple y compuesto, luego los utiliza para determinar el valor futuro del dinero por año en cada entidad, dando sentido y significado a la relación directa entre las variables: valor futuro y tiempo. Además posee argumentos para elegir la entidad que mejor conviene al solicitar el préstamo, guiado por la diferencia de la suma de intereses anuales y la diferencia a pagar de estos al cabo de tres años. En consecuencia el estudiante E31 se ubicó tanto en la interpretación como en la argumentación en el nivel alto.

En la argumentación, los resultados fueron: el 23% (8/35) de los estudiantes se ubicaron en el nivel de desempeño alto, porque establecieron claramente la relación entre las variables y determinaron la elección de la entidad conveniente en la solicitud del préstamo. El 63% (22/35) de los estudiantes se ubicaron en el nivel básico y alto con mayor porcentaje del 40% (14/35) en el nivel básico, porque expresaron sin sentido a las condiciones del problema o sin tener en cuenta la

relación de las variables para la escogencia de una de las entidades financieras. Se ilustra a E35 en la imagen (92).

**Imagen 92. Estudiante E35 en respuesta al ítem a y b de la prueba final.**

4. Una persona decide solicitar un crédito por un valor de \$5.000.000 y para obtener ese monto tiene dos opciones, el fondo de empleados FOM le presta ese dinero con interés simple del 17% anual, mientras que el banco CC le ofrece la misma cantidad con interés compuesto del 15% anual. Si tiene planeado pagar el préstamo con los intereses al cabo de 3 años, completa la tabla y contesten lo siguiente:

FOM				Banco CC			
Tiempo (años)	Capital (P <sub>0</sub> )	Interés simple 17%	V. Futuro	Tiempo (años)	Capital (P <sub>0</sub> )	Interés comp. 15%	V. Futuro
1	5.000.000	850.000	5.850.000	1	5.000.000	750.000	5.750.000
2	5.000.000	850.000	6.700.000	2	5.750.000	862.500	6.612.500
3	5.000.000	850.000	7.550.000	3	6.622.500	991.875	7.604.375

Realice operaciones aquí

$$\begin{aligned}
 &5.850.000 + 850.000 = 6.700.000 \text{ (2 años)} \\
 &6.700.000 + 850.000 = 7.550.000 \text{ (3 años)} \\
 &6.612.500 \cdot 15\% = 991.875 \\
 &991.875 + 6.612.500 = 7.604.375 \\
 &\text{Y así sucesivamente}
 \end{aligned}$$

- 1) ¿En cuál entidad financiera le conviene pedir el préstamo? Banco CC ¿por qué? Paga menos en los dos primeros años
- 2) ¿Cuánto más de interés tendrían que pagar en la entidad financiera que no les conviene, al cabo de tres años? Se pagan 54.375 más al 3 año en el Banco C.C

En la imagen (92), el estudiante E35 estableció relaciones entre los datos para encontrar los valores futuros de las dos entidades, ubicándose en el nivel alto de interpretación de variables. Sin embargo, no escoge bien la entidad que le mejor conviene para pedir el préstamo, evidenciando con poco sentido la condición de tiempo que planteó el problema, al afirmar que es mejor en el banco CC porque se “paga menos en los dos primeros años”, aunque precisó en donde se pagan más intereses al cabo de tres años, no logra clarificar su elección por tanto se ubicó en el nivel bajo en la argumentación de la relación de las variables.

**HALLAR UNA VARIABLE (INDEPENDIENTE) SI SE CONOCE LA OTRA EN LA FUNCIÓN LINEAL Y EXPONENCIAL.**

El estudiante conociendo claramente la representación algebraica de cada una de las entidades financieras podría encontrar el tiempo (variable independiente) si se conoce el capital inicial y el valor futuro. Por lo tanto se enfatizó en la siguiente pregunta:

**Ítem g: ¿cuál es la representación algebraica que modela cada una de las entidades financieras del problema?**

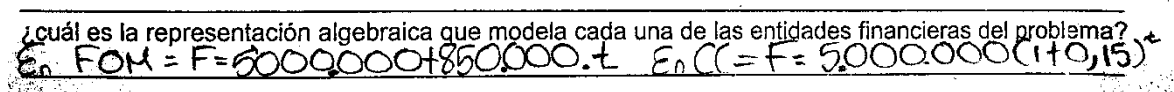
Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo de respuestas
Nivel 1. Bajo al interpretar Y Nivel 1. Bajo argumentar	E13, E14	No establecieron relaciones	No expresaron alguna fórmula	E13, E14: No contestaron
Nivel 2. Básico al interpretar	Nivel 1. Bajo al argumentar E2, E8, E9, E11, E15, E16, E19, E21, E22, E26, E27, E31, E32, E35, E36.	Reconocieron en forma general expresiones algebraicas del interés simple y compuesto pero evidenciaron alguna dificultad al establecer relaciones con los datos.	Expresaron las fórmulas de interés simple o compuesto sin precisar en las condiciones del problema. Por tanto este argumento es memorístico y sin sentido.	E2: "para el interés simple $= P_0(1 + i \cdot t)$ (FOM) para el interés compuesto $= P_0(1 + i)^t$ (B. CC)"
	Nivel 2. Básico al argumentar E3, E4, E5, E12, E17, E29, E30, E34.		Expresaron con dificultad la representación algebraica del interés compuesto asumiendo la representación de la función lineal era válida	E5: " $F = 500000(1 + 0.17 \cdot t)$ esto es para FOM, $F = 500000(1 + 0.15 \cdot t)$ esto es para el banco CC"

Nivel	Estudiantes	Interpretar	Argumentar	Ejemplo de respuestas
			para ambas entidades financieras	
<p><b>Nivel 3.</b> <b>Alto en Interpretar</b> <b>Y</b> <b>Nivel 3.</b> <b>Alto en argumentar</b></p>	E1, E6, E7, E10, E18, E20, E23, E24, E25, E33.	Reconocieron en forma general expresiones algebraicas de las funciones y establecieron relaciones entre ellas y los datos con sentido a las condiciones del problema.	Expresaron claramente las diferencias de las representaciones algebraicas de cada entidad financieras.	<p>E25: "en FOM  <math>F = 500000(1 + 0.17.3)</math>  Y en el Banco CC <math>F = 500000(1 + 0.15)^{t=3}</math>  esas son las fórmulas"</p> <p>E10: "CC = <math>F = P_0(1 + i)^t</math>: <math>F = 500000(1 + 15 \div 100)^3</math> FOM = <math>F = P_0(1 + i. t)</math>: <math>F = 500000(1 + 17 \div 1000.3)</math>"</p>

El 94% (33/35) de los estudiantes se encuentran en el nivel de desempeño básico y alto, con mayor porcentaje del 66% (23/35) en el nivel básico de la interpretación sobre la representación algebraica que modela las entidades financieras del problema, porque relacionaron los datos del problema, las variables con las fórmulas del interés simple y/o compuesto logrando obtener dichas representaciones. En cuanto a la argumentación el 72%(25/35) de los estudiantes se encuentran en los niveles bajo y básico con mayor porcentaje del 49%(17/35) en el nivel bajo, porque evidenciaron la dificultad al precisar en las expresiones de interés simple y compuesto las condiciones del problema escribiéndolas en forma general sin la especificación de los datos como valor presente y tasa de interés en cada una de ellas. Uno de los errores frecuentes fue considerar que la misma representación algebraica lineal servía para modelar las dos entidades financieras con la diferencia del cambio en la tasa de interés. Solo el 28% de los estudiantes se ubicó en el nivel alto en la interpretación y argumentación de la representación

algebraica modeladas por la función lineal y exponencial. Entre ellos ilustremos al estudiante E33 en la imagen (93)

**Imagen 93. Estudiante E33 en respuesta al ítem g, de la prueba final.**



De la imagen (93), se puede observar que el estudiante E33 reconoció el modelo lineal donde especificó la pendiente o interés simple constante de 850.000 y el capital o el valor del corte con el eje Y de 5.000,000 para la entidad financiera FOM. También representó algebraicamente el modelo exponencial del interés compuesto para el Banco CC.

**LA GRÁFICA DE LA FUNCIÓN LINEAL Y EXPONENCIAL**

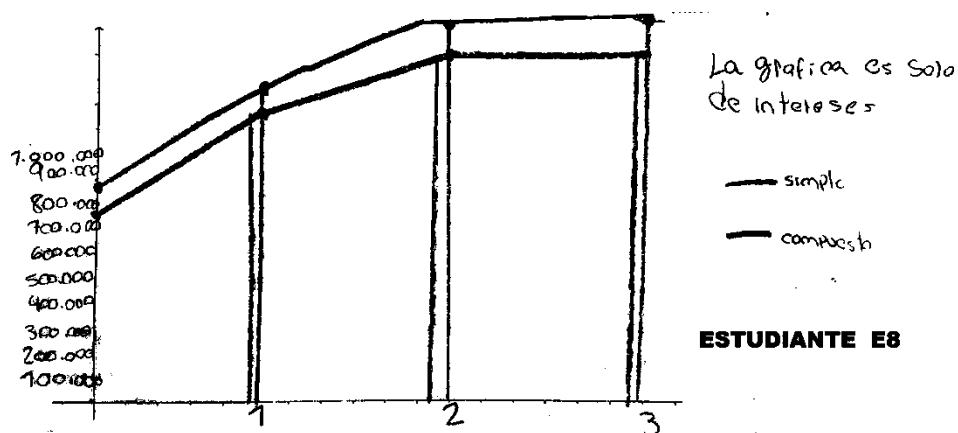
**Ítem h: Represente en el plano cartesiano con un gráfico a cada una de las dos entidades financieras de la situación y describa con sus palabras las diferencias y similitudes que resultan.**

Nivel	Estudiantes	Argumentar	Observaciones con ejemplos
Nivel 1. Bajo en argumentar	No realizó E2, E13  Realizaron E8, E27, E32, E34	Expresaron equivocadamente los valores futuros y la distribución de los mismos en el eje Y obteniendo gráficos incorrectos que no modelan las entidades financieras, evidenciando poco sentido y significado gráfico de la función lineal y exponencial que las	(E2, E13: No realizaron las gráficas por tanto argumentaron)  (E8, E12, E15, E20, E23, E30, E32: no expresaron similitudes y diferencias.)  (E6, E7, E17, E18, E25, E26, E29, E34, E36: Aseguran que no hay muchas diferencias.)

Nivel	Estudiantes	Argumentar	Observaciones con ejemplos
		modela.	<p><b>Ejemplo de respuesta</b></p> <p><b>E7:</b> “No es mucho el incremento, que a un tiempo de 3 años van a cobrar casi lo mismo y no es mucha la diferencia”.</p> <p>(E3, E4, E9, E19, E22, E27, E32: una aumenta más por los intereses.)</p>
<p><b>Nivel 2</b> <b>Básico en argumentar</b></p>	<p>E3, E4, E5, E6, E7, E10, E11, E12, E14, E15, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E31, E33, E35, E36.</p>	<p>Expresaron la relación gráfica del tiempo y los valores futuros que modelan las entidades financieras con dificultad en alguno de estos aspectos: No precisaron o ubicaron equivocadamente el corte con el eje Y; realizaron una incorrecta distribución de los valores futuros en el eje vertical, evidenciando el poco dominio en la representación de funciones lineal y exponencial.</p>	<p><b>Ejemplo de respuesta</b></p> <p><b>E4:</b> “la diferencia es que CC capitaliza y su interés varía contantemente, mientras que en FOM el interés es siempre el mismo. La similitud es que los intereses se suman al valor futuro”</p> <p>(E1, E5, E10, E11, E14, E16, E21, E24, E31, E33, E35: observaron que en un tiempo se cruzan o cobran lo mismo)</p>
<p><b>Nivel 3.</b> <b>Alto en argumentar</b></p>	<p>E1, E9, E16, E18.</p>	<p>Expresaron claramente la relación gráfica del tiempo y los valores futuros que modelan las entidades financieras al precisar el corte con el eje Y; la correcta distribución de los valores futuros en el eje vertical, obteniendo una recta para la representación lineal y una curva para la exponencial. Evidenciando buen dominio de las gráfica de estas funciones.</p>	<p><b>Ejemplo de respuesta</b></p> <p><b>E10:</b> “podemos ver que las dos gráficas en algún momento se cruzan y que las dos incrementan de forma diferente, una similitud es que las dos son crecientes”.</p>

Los estudiantes argumentaron con la realización de las gráficas que representaban a las dos entidades financieras del problema modeladas con función lineal y exponencial. El 88,5%(31/35) de los estudiantes se encontraron en los niveles de desempeño bajo y básico, con mayor porcentaje del 71,5%(25/35) en el nivel básico en la argumentación gráfica las dificultades estuvieron relacionadas con: ubicar la relación de las variables: tiempo y valores futuros, la no precisión o mala ubicación del corte con el eje Y, y la incorrecta distribución de los valores en los ejes. Mostraron el poco dominio en la representación gráfica de las funciones. El 11,5%(4/35) lograron hacer una mejor argumentación gráfica de las funciones lineal y exponencial por tener en cuenta los aspectos mencionados anteriormente. Se ilustra al estudiante E8 en la imagen (94)

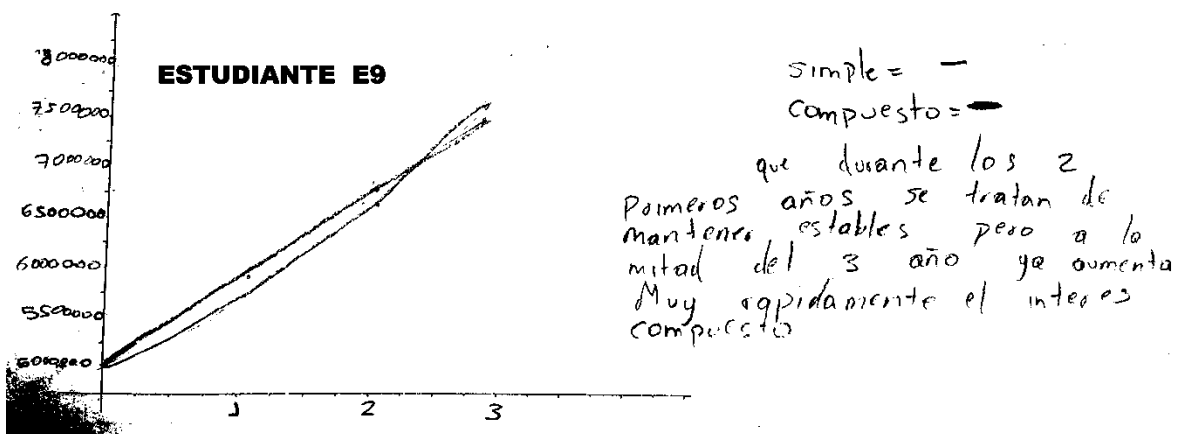
**Imagen 94. Estudiantes al E8 en respuesta ítem h de la prueba final.**



Como se observa en la imagen (94), el estudiante E8 afirma que realizó la gráfica de los intereses, sin embargo no es correcta y esto se debe a la dificultad de encontrar el valor de los mismos en la tabla de valores y en el eje vertical del plano cartesiano. Ubicándose en el nivel bajo en la argumentación gráfica por no representar los modelos (lineal y exponencial) que surgían de la relación entre las

variables: valor futuro y tiempo de las entidades del problema. Se ilustra al estudiante E9 en la imagen (95)

Imagen 95. Estudiante E9 en respuesta ítem h de la prueba final.



Como se observa en la imagen (95) el estudiante E9 realiza la distribución equivalente en el eje vertical, precisa los valores futuros con respecto al tiempo de las dos entidades y ubica correctamente el corte con el eje Y, que corresponde al mismo valor del capital para las dos funciones, obteniendo las gráficas correspondientes al modelo lineal y exponencial, ubicándose en el nivel alto de argumentación gráfica de las funciones.

A continuación se presenta el resumen de los niveles de desempeño de los estudiantes en estudio en la interpretación y la argumentación del proceso de comunicación en cuanto a los aspectos de la función lineal (y exponencial) en un problema de tipo económico.

## RESUMEN DE RESULTADOS EN LAS HABILIDADES DE INTERPRETACIÓN Y ARGUMENTACIÓN EN EL PROBLEMA CON FUNCIÓN LINEAL (Y EXPONENCIAL).

En los siguientes cuadros se resumen los resultados de los 35 estudiantes del estudio en la segunda parte de la prueba final, los cuales se ilustran con diagramas de barras en el anexo J3, los diferentes niveles de desempeño: Bajo (I1), Básico (I2), Alto (I3); permitieron clasificar las respuestas que dieron los estudiantes a los 6 ítems que hicieron referencia a los diferentes aspectos de la función lineal, donde a los cinco primeros ítems se analizó la interpretación y a los cinco últimos la argumentación. Para la obtención de los resultados definitivos se tuvo en cuenta la frecuencia 3 a 5 en un mismo nivel y la determinación de que si el estudiante presenta la misma frecuencia 2 a 5 en dos niveles distintos se ubicaba en el nivel de desempeño básico como se especificó en la segunda parte del diagnóstico.

**Cuadro 11. La interpretación en los aspectos de función lineal (prueba final)**

ASPECTOS SOBRE SOLUCIÓN DE UN PROBLEMA CON FUNCIÓN LINEAL	VALORACIÓN HABILIDAD DE INTERPRETACIÓN		
	Bajo (I1): Reconoce algunos datos pero no establece relaciones que permitan determinar que ha comprendido el problema.	Básico (I2): Reconoce los datos relevantes estableciendo ciertas relaciones entre ellos, permitiendo determinar que ha comprendido en parte el problema.	Alto (I3): Reconoce los datos y establece relaciones entre ellos, dando sentido y significado al problema, permitiendo determinar que lo ha comprendido correctamente.
Ítems d: Reconoce la variable dependiente e independiente en una función lineal.	E9, E14, E32. (9%)	E1, E4, E6, E7, E13, E19, E27, E36 (23%)	E2, E3, E5, E8, E10, E11, E12, E15, E16, E17, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E31, E33, E34, E35 (68%)
Ítems f y c: Reconoce la pendiente como un	E2, E13, E32. (9%)	E6, E7, E8, E12, E14, E15, E17, E18, E20, E24, E27.	E1, E3, E4, E5, E9, E10, E11, E16, E19, E21, E22,

crecimiento constante modelada a través de la función lineal.		(31%)	E23, E25, E26, E29, E30, E31, E33, E34, E35 E36. (60%)
<b>Ítem e:</b> Reconoce el corte con el eje Y de la función lineal y exponencial teniendo en cuenta el rango y la gráfica en el plano.	E2, E3, E5, E6, E7, E8, E13, E14, E23, E26, E30, E32, E36. (37%)	E15, E17, E19, E20, E21, E22, E24, E25, E27 E29, E31, E34, E35. (37%)	E1, E4, E9, E10, E11, E12, E16, E18, E33. (26%)
<b>Ítems a y b:</b> Encuentre el valor de la variable dependiente si se conoce el valor de la variable independiente, en la función lineal.	E2, E13, E32 (9%)	E3, E6, E7, E8, E9, E12, E14, E15, E18, E20, E21, E24, E26, E27, E34, E36. (45,5%)	E1, E4, E5, E10, E11, E16, E17, E19, E22, E23, E25, E29, E30, E31, E33, E35. (45,5%)
<b>Ítem g:</b> Encuentre el valor de la variable independiente si se conoce el valor de la variable dependiente, en la función lineal.	E13, E14. (6%)	E3, E2, E4, E5, E8, E9, E11, E12, E15, E16, E17, E19, E21, E22, E26, E27, E29, E30, E31, E32, E34, E35, E36. (66%)	E1, E6, E7, E10, E18, E20, E23, E24, E25, E33. (28%)
<b>DEFINITIVO SEGÚN MAYOR FRECUENCIA O DETERMINACIONES</b>	E2, E13, E14, E32 (11,5%)	E3, E6, E7, E8, E9, E12, E15, E17, E19, E20, E21, E24, E26, E27, E34, E36 (45,5%)	E1, E4, E5, E10, E11, E16, E18, E22, E23, E25, E29, E30, E31, E33, E35 (43%)

Fuente: Elaborado por la investigadora

**Cuadro 12. La argumentación en los aspectos de función lineal (prueba final)**

ASPECTOS SOBRE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON FUNCIÓN LINEAL.	VALORACIÓN HABILIDAD DE ARGUMENTACIÓN		
	Bajo (A1): Carece de palabras o expresa lo que piensa o hace con el problema sin sentido.	Básico (A2): presenta dificultad al expresar el proceso que pensó y realizó para obtener la solución al problema.	Alto (A3): Expresa claramente el proceso empleado que sustenta la solución del problema.
Ítems f y c: Reconocer la pendiente como un crecimiento constante modelada a través de la función lineal.	E2, E6, E7, E12, E13, E14, E24, E27, E30, E31, E32, E36. <b>(34%)</b>	E4, E5, E8, E9, E10, E11, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E26, E29, E34, E35 <b>(46%)</b> .	E1, E3, E16, E22, E23, E25, E33. <b>(20%)</b>
Ítem e: Reconoce el corte con el eje Y de la función lineal teniendo en cuenta el rango y la gráfica en el plano.	E2, E3, E5, E6, E7, E8, E13, E14, E23, E26, E30, E32, E36. <b>(37%)</b>	E4, E15, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E24, E25, E27, E29, E31, E34, E35. <b>(43%)</b>	E1, E9, E10, E11, E12, E18, E33. <b>(20%)</b>
Ítems a y b: Encuentre el valor de la variable dependiente si se conoce el valor de la variable independiente, en la función lineal.	E2, E3, E6, E7, E8, E9, E26, E25, E27, E30, E32, E35, E36. <b>(37%)</b>	E5, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E18, E20, E21, E23, E24, E29. <b>(40%)</b>	E1, E4, E17, E19, E22, E31, E33, E34. <b>(23%)</b>
Ítem g: Encuentre el valor de la variable independiente si se conoce el valor de la variable dependiente, en la función lineal.	E2, E8, E9, E11, E13, E14, E15, E16, E19, E21, E22, E26, E27, E31, E32, E35, E36. <b>(49%)</b>	E3, E4, E5, E12, E17, E29, E30, E34. <b>(23%)</b>	E1, E6, E7, E10, E18, E20, E23, E24, E25, E33. <b>(28%)</b>
Ítem h: Reconoce La representación gráfica de una situación modelada con función lineal.	E2, E8, E13, E27, E32, E34 <b>(17%)</b>	E3, E4, E5, E6, E7, E10, E11, E12, E14, E15, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E31, E33, E35, E36. <b>(71%)</b>	E1, E9, E16, E18. <b>(12%)</b>

<b>DEFINITIVO SEGÚN MAYOR FRECUENCIA O DETERMINACIONES</b>	E2, E6, E7, E8, E13, E14, E26, E27, E30, E32, E36. (31%)	E3, E4, E5, E9, E10, E11, E12, E15, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E29, E31, E34, E35. (60%)	E1, E18, E33. (9%)
--	--	--	--------------------

Fuente: Elaborado por la investigadora

## **INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS SOBRE FUNCIÓN LINEAL EN LA PRUEBA FINAL**

En el cuadro 11 en el ítem d, se observó que el 91% (32/35) de los estudiantes diferenciaron las variables de los valores constantes de la función lineal, sin embargo el 68% de los estudiantes lograron en nivel alto la interpretación de la dependencia de las variables, por ejemplo el estudiante E8 afirmó: "...el valor futuro depende de los intereses y los intereses del tiempo", evidenciando que el estudiante comprendió claramente la dependencia entre las variables: valor futuro y tiempo.

En los ítems (f y c) de los cuadros 11 y 12 se pudo observar que el un 91% (32/35) de los estudiantes establecieron relaciones con los datos para el cálculo de la pendiente que la relacionaron como el interés anual en cada entidad, sin embargo el 66% (23/35) de los estudiantes la argumentan como un crecimiento constante de la función, aunque el 46% (16/35) de estos estudiantes se le dificultó expresarlo con claridad.

En el ítem (e) de los cuadros 11 y 12, se observa que el 63% (22/35) de los estudiantes comprendieron claramente el concepto de dominio y rango, sin embargo, solo el 26% (9/35) interpretó correctamente el intervalo del rango en la función lineal especificando como inicio al valor presente o corte con el eje Y, y el 20% (7/35) de los estudiantes lo argumentaron en la representación gráfica que elaboraron en el plano cartesiano.

En el ítems (a y b) de los cuadros 11 y 12, el 91% (22/35) de los estudiantes interpretaron correctamente el cálculo de una variable a partir de la otra en la función lineal, con el 45,5 % de los estudiantes que usaron correctamente la fórmula del interés simple, evidenciando estos estudiantes dominio algebraico, con el 63% (22/35) de los estudiantes que argumentan la conveniencia de la entidad financiera que prestó a interés simple en relación a los valores futuros de crecimiento constante, aunque el 40% (14/35) de estos estudiantes se les dificultó expresarlo.

En el ítem (g), de los cuadros 11 y 12, el 94% (33/35) de los estudiantes reconocieron la expresión algebraica general de la función lineal con la dificultad del 66% (23/35) de los estudiantes en reconocer la función exponencial, sin embargo el 51% (18/35) argumentaron correctamente la representación algebraica lineal teniendo en cuenta los datos o valores constantes en ella.

En el ítem (h), del cuadro 12, se observa que la mayoría de los estudiantes se ubicaron en el nivel básico de la argumentación gráfica los modelos lineal y exponencial, al mostrar dificultad para precisar en el eje vertical la distribución de incrementos equivalentes. También se les dificultó ubicar el corte con el eje Y, por estos inconvenientes, no lograron precisar la ubicación correcta de los valores futuros de las dos entidades financiera llegando a gráficos incorrectos de las mismas.

A continuación, se presenta un cuadro que resume la ubicación de los estudiantes en estudio en los niveles de desempeño de las dos habilidades y la incidencia al comparar las dos pruebas diagnóstico y final en la solución de un problema de tipo económico con función lineal.

**5.3.2.2 La incidencia en el fortalecimiento del proceso de comunicación en los estudiantes al resolver un problema de tipo económico con función lineal:** Se comparó el nivel de desempeño definitivo obtenido por los estudiantes en la prueba diagnóstica (cuadros 6 y 7) y la prueba final (cuadros 11 y 12), tanto en la interpretación como en la argumentación, con el fin de evaluar la incidencia de los 35 estudiantes del estudio en el fortalecimiento de las dos habilidades al resolver problemas de tipo económico con función lineal.

**Cuadro 13. Nivel de desempeño definitivo en las dos habilidades en problemas con función lineal de la prueba final.**

Nivel De Desempeño Definitivo De Los Estudiante Según El Estudio				
Habilidad	Incidencia	Nivel bajo	Nivel básico	Nivel alto
INTERPRETAR	Se Mantuvieron en el mismo nivel	E13 (3%)	E3, E6, E7, E9, E12, E17, E19, E20, E21, E24, E34, E36. (34%)	
	Mejoraron un nivel		De bajo a básico (11%) E8, E15, E26, E27.	De básico a alto (43%) E1, E4, E5, E10, E11, E16, E18, E22, E23, E25, E29, E30, E31, E33, E35
	Desmejoraron un nivel	De básico a bajo (9%) E2, E14, E32.		
ARGUMENTAR	Se mantuvieron en el mismo nivel	E2, E6, E13, E14, E26, E27, E30, E32, E36 (25%)	E9, E10, E20, E31, E34, E35. (17%)	
	Mejoraron un nivel		De bajo a básico (43%) E3, E4, E5, E11, E12, E15, E16, E17, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E29.	De básico a alto (3%) E1

Nivel De Desempeño Definitivo De Los Estudiante Según El Estudio				
Habilidad	Incidencia	Nivel bajo	Nivel básico	Nivel alto
	Mejoraron dos niveles			De bajo a alto E18, E33. (6%)
	Desmejoraron un nivel	De básico a bajo E7, E8 (6%)		

Fuente: Elaborado por la investigadora

En el cuadro 13, se puede observar los resultados finales de desempeño de los estudiantes en las dos habilidades y la incidencia en el proceso de comunicación teniendo en cuenta el cambio de los niveles de desempeño de la prueba diagnóstica y final en los aspectos: se mantienen en el mismo nivel, mejoró uno o dos niveles, y desmejoro un nivel.

#### **Estudiantes que mantuvieron un mismo nivel durante la intervención en el proceso de comunicación:**

El 37% (13/35) de los estudiantes del estudio se mantuvieron en el mismo nivel de desempeño en la interpretación con el 3% (1/35) un estudiante en bajo y el 34%(12/35) de los estudiantes en el nivel básico. Así mismo, el 42% (15/35) de los estudiantes no registraron cambios de nivel en la argumentación con: el 17%(6/35) de los estudiantes en el nivel bajo, y el 25%(9/35) en el nivel básico.

Se focalizaron de este grupo los estudiantes que permanecieron en el mismo nivel tanto en la interpretación como en la argumentación en las pruebas diagnóstica y final: en el nivel bajo permanecieron los estudiantes E3, E32 porque no lograron comprender la mayoría de los aspectos de la función lineal como lo expresó E32: “el dominio es el dinero que prestara la entidad financiera y el rango es la cantidad de años” lo cual evidencia que no comprendió la relación de dependencia de las variables.

Los estudiantes E10, E12, E15, E17, E21, E29 permanecieron en el nivel básico tanto en la interpretación como en la argumentación en las pruebas diagnóstica y final porque reconocieron algunos aspectos de la función lineal en la situación propuesta, pero se les dificultó interpretarlos y argumentarlos en diferentes representaciones como lo expresó por ejemplo E29: “el dominio es el tiempo y el rango es de 0 al valor futuro de cada entidad” donde se evidenció la poca comprensión del intervalo del rango que inicia con el valor presente que correspondía a 5.000.000 y no en cero, esta dificultad también se evidenció en la representación gráfica que hizo.

En el nivel alto en ambas habilidades permanecieron los estudiantes E1, E16, E18, E22 quienes reconocieron claramente los aspectos de la función lineal y los argumentaron al tenerlos en cuenta en las diferentes representaciones. Se ilustra al estudiante E1 en la imagen (96)

**Imagen 96. Estudiante E1 en la solución del ítem e, f, g y h de la prueba final.**

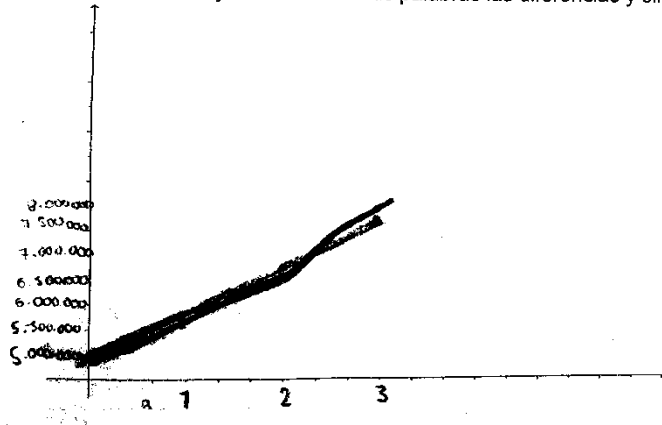
- e) Interprete el dominio y rango en cada una de las entidades financieras
- dominio es el tiempo y rango el dinero de acuerdo al tiempo o sea  
1- 3 años y 5.000.000 - 7.550.000 en FOM y 5.000.000 - 7604.375 CC
- f) Argumente cómo es el comportamiento del incremento (aumento) en los valores futuros en cada entidad financiera y a qué se debe ese comportamiento? En FOM aumenta de forma  
recta y constante en el tiempo, mientras que en CC el aumento es  
desordenado ya que el interés se capitaliza y por lo tanto vuelve a crecer  
interés y así sucesivamente.

g) ¿cuál es la representación algebraica que modela cada una de las entidades financieras del problema?

$$F = 5.000.000(1 + 0,17 \cdot 3) \rightarrow \text{FOM}$$

$$F = 5.000.000(1 + 0,15)^3 \rightarrow \text{CC}$$

h). Represente en el plano cartesiano con un gráfico a cada una de las dos entidades financieras de la situación y describa con sus palabras las diferencias y similitudes que resultan.



■ FOM  
● CC

al cabo de como  
2 años y unos  
meses podran cobrar  
lo mismo los 2 entidades.

Como se observa en la imagen (96), el estudiante E1 comprendió claramente los aspectos de la función lineal y exponencial como por ejemplo los intervalos de dominio y rango; el comportamiento “recto y constante” en la función lineal, y el “desordenado” por la capitalización de intereses, en la función exponencial; utilizó varias representaciones para modelar la situación, esto le permitió dar claros argumentos para comunicar lo que había interpretado del problema, llegando a inferir un posible momento en que las dos entidades cobrarían lo mismo. Evidenciando un nivel de desempeño alto en ambas habilidades.

**Estudiantes que mejoraron uno o dos niveles de desempeño durante la intervención en el proceso de comunicación:**

- **Cambiaron de un nivel a otro mayor en una de las dos habilidades**

Los estudiantes que mejoraron un nivel de desempeño en la interpretación fue el 54% (20/35) de los estudiantes con mayor representación del 43% (15/35) en el cambio del nivel básico al alto en comparación con el 11% (4/35) que cambio del nivel bajo al básico. De igual manera, el número de estudiantes que mejoraron un

nivel de desempeño en la argumentación fue del 46% (16/35) de los estudiantes con mayor representación del 43% (15/35) en el cambio del nivel bajo al básico en relación con el 3% (1/35) de un estudiante que cambió del nivel básico al alto.

En este grupo de estudiantes que mejoraron un nivel de desempeño tanto en la habilidad de la interpretación como en la argumentación del proceso de comunicación al solucionar problemas de tipo económico, se focalizaron los estudiantes que mejoraron las dos habilidades al tiempo: se encontraron los estudiantes E6, E13 que pasaron del nivel de desempeño bajo al básico en ambas habilidades y el estudiante E34 que cambio del nivel básico al alto en las dos habilidades. Se ilustra al estudiante E6 en la imagen (97).

**Imagen 97. Estudiante E6 en la solución de los ítems 4 y 5 del diagnóstico y el ítem g de la prueba final.**

¿Cuánto es el costo de elaboración de 100 lápices? 75.000 Argumente  
*múltiplicó el costo con los números de lápices luego sume por el valor.*

$$\begin{array}{r} 250 \cdot 100 = 25.000 + 50.000 = \\ 25.000 \quad 75.000 \end{array}$$

¿Cuántos artículos se pueden elaborar con \$60.000? 40 Argumente  
*dividi 60.000 por 250 ya que es lo mínimo que se obtiene en la división del lápiz.*

$$\begin{array}{r} 60.000 \quad 250 \\ 000 \quad 40 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \% \text{ Val div} \\ 40 = 60.000 \end{array}$$

4. Una persona decide solicitar un crédito por un valor de \$5.000.000 y para obtener ese monto tiene dos opciones, el fondo de empleados FOM le presta ese dinero con interés simple del 17% anual, mientras que el banco CC le ofrece la misma cantidad con interés compuesto del 15% anual. Si tiene planeado pagar el préstamo con los intereses al cabo de 3 años, completa la tabla y contesten lo siguiente:

Tiempo (años)	FOM			Banco CC			
	Capital (P <sub>0</sub> )	Interés simple 17%	V. Futuro	Tiempo (años)	Capital (P <sub>0</sub> )	Interés comp. 15%	V. Futuro
1	5.000.000	850.000	5.850.000	1	5.000.000	750.000	5.750.000
2	5.000.000	1.700.000	6.700.000	2	5.750.000	1.462.500	7.212.500
3	5.000.000	2.550.000	7.550.000	3	6.612.500	2.604.375	9.216.875

Realice operaciones aquí:

$$5.000.000 (1 + 0.17 \cdot 2) = 6.700.000 \quad 5.000.000 (1 + 0.15)^2 = 6.612.500$$

$$5.000.000 (1 + 0.17 \cdot 3) = 7.550.000 \quad 5.000.000 (1 + 0.15)^3 = 7.604.375$$

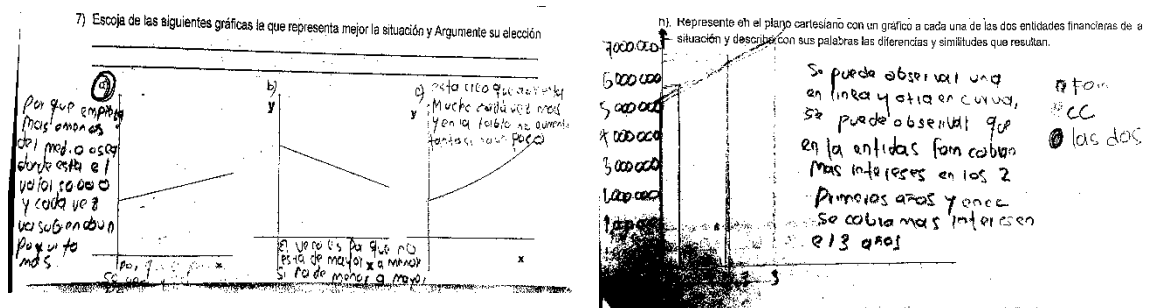
Como se observa en la imagen (97), la estudiante E6 en el diagnóstico no usó la expresión algebraica de la función dada, para determinar variables, situación evidenciada en la mayoría de los estudiantes durante esta prueba. En la prueba final, se pudo observar el dominio que los estudiantes adquirieron, en el uso de este tipo de representación para determinar los valores que se pedían en el problema. Por lo tanto, E6 avanzó de bajo a básico en ambas habilidades al

interpretar y argumentar algunos aspectos de la función lineal pero mantiene la dificultad en la representación gráfica y en establecer el dominio y el rango.

- **Cambiaron dos niveles de desempeño en una de las dos habilidades**

Los estudiantes E18 y E33 (6%) en la argumentación pasaron del nivel bajo al alto. Se ilustra a E18 en la imagen (98)

**Imagen 98. Estudiante E18 en la solución de los ítems 6 del diagnóstico y el ítem (h) de la prueba final.**



Como se observa en la imagen (98), el estudiante E18 en el diagnóstico argumentaba la escogencia del modelo lineal con frase ambiguas como “cada vez va subiendo un poquito más”, sin dar justificaciones validas en relación a la tabla de valores que había calculado, en la prueba final se evidenció su avance en la argumentación de los aspectos de función lineal, en la imagen por ejemplo se notó el dominio gráfico al representar los valores futuro a partir del capital en ambas entidades, realizó comparaciones entre ellas y preciso intervalos de tiempo para predecir la conveniencia de los crédito, evidenciando un nivel alto en la interpretación y argumentación de problemas de tipo económico.

### **Estudiantes que desmejoraron un nivel de desempeño durante la intervención en el proceso de comunicación:**

Se evidencia en el cuadro 13, que el 9% (3/35) de los estudiantes desmejoraron en la interpretación y el 6% (2/35) desmejoraron en la argumentación pasando del nivel básico al nivel bajo en la prueba final, porque se evidenció falta de compromiso por parte de algunos estudiantes E2, E14 con sus aprendizajes al presentar algunas inasistencias en las sesiones de la intervención donde se trabajó problemas de tipo económico con función lineal, los otros tres estudiantes E7, E8 y E32 se mostraron durante la intervención tímidos e inseguros con este tema que poco lograron comprender, esperando el análisis que sus compañeros realizaban para ellos suplirse de ello y así poder tratar de analizar y ejecutar este tipo de problemas aunque con dificultad.

#### **5.3.2.3 Conclusiones sobre el fortalecimiento de las habilidades de estudio en el problema con función lineal:**

- El 88% (31/35) de los estudiantes se ubicaron en la prueba final en el nivel de desempeño básico y alto en la interpretación de problemas de tipo económico con función lineal (ver cuadro 11), con porcentajes similares en ambos niveles, el 45% (16/35) de los estudiantes se ubicaron en el nivel básico mientras que el 43% (15/35) de los estudiantes se ubicó en el nivel alto. Mejorando comparativamente los resultados del diagnóstico que registró en el nivel básico el 86%(30/35) como el nivel más alto que alcanzaron los estudiantes en esa prueba (ver cuadro 6), disminuyendo a la mitad aproximadamente el número de estudiantes que se ubicaron en el nivel básico y llevándolos al nivel alto en la interpretación.

- La incidencia de la estrategia en cuanto a la interpretación de un problema de tipo económico con función lineal, estuvo en que la mayoría de los estudiantes comprendieron el enunciado del problema, identificaron los valores constantes y las variables, establecieron relaciones entre ellos para encontrar el interés, reconociéndolo con un incremento constante que representa la inclinación de la recta, determinaron el valor de una variable conociendo la otra a partir del uso de fórmulas evidenciando un mayor dominio algebraico, sin embargo presentaron dificultad relacionadas con el dominio y rango, la representación gráfica representación en el plano cartesiano por la inadecuada distribución los valores en el eje Y, y la no ubicación correcta del corte del eje Y.
  
- En la argumentación de problemas de tipo económico con función lineal, los estudiantes registraron el 74% (26/35) en el nivel bajo en la prueba diagnóstica (ver cuadro 7) y el 31% (11/35) de los estudiantes en la prueba final en este nivel (ver cuadro 12), reduciendo a más de la mitad el número de estudiantes en nivel bajo y pasándolos al nivel básico y alto. Por tanto, se evidenció el aumento de los estudiantes en el nivel de desempeño básico en la argumentación pasando del 26% (9/35) de los estudiantes en la prueba diagnóstica al 60% (21/35) en la prueba final y en el nivel alto de la argumentación lo lograron el 9% (3/35) de los estudiantes solo en la prueba final.
  
- La incidencia de la estrategia en cuanto a la argumentación de un problema de tipo económico con función lineal, estuvo en que algunos estudiantes adquirieron dominio en el lenguaje usando en sus argumentos conceptos propios de tipo económico como la tasa de interés, el porcentaje de interés, la capitalización, analizaron mejor el problema tratando de poner en orden sus ideas para comunicar en forma escrita sus razonamientos, sin embargo, la mayoría de los estudiantes mantuvieron la dificultad de expresar con claridad lo

que pensaron e hicieron en el proceso de resolución aunque abordaron todas las preguntas.

- En general, la incidencia en el fortalecimiento del proceso de comunicación en cuanto a las habilidades de interpretación y argumentación al resolver problemas de tipo económico, estuvo sujeta en gran medida a la buena actitud que mostraron la mayoría de los estudiantes en el desarrollo de las diferentes sesiones, la asistencia constante a clase y el seguimiento en las etapas del protocolo durante la intervención. Estos tres elementos contribuyeron a la comprensión de problemas con función lineal, educándolos sobre el valor del dinero y sus cambios con respecto al tiempo, para que los estudiantes tengan un buen manejo de este en el futuro, sean prudentes cuando les ofrezcan un crédito analizando la conveniencia del mismo según sus alcances económicos.

#### **5.4 RESPUESTA A LA PREGUNTA GENERAL DE INVESTIGACIÓN**

Ante la pregunta de investigación **¿Qué efectos tiene el seguimiento y análisis de protocolos, en el fortalecimiento del proceso de comunicación al resolver problemas matemáticos o de la vida real?** Puedo concluir que la estrategia de seguimiento y análisis de protocolo permitió que los estudiantes tuviera la oportunidad de reflexionar y analizar su proceso de comunicación en la resolución de problemas de tipo económico, de manera individual como grupal, lo cual contribuyó en el desarrollo de sus habilidades para interpretar y argumentar, así como también en el fortalecimiento de las relaciones interpersonales. Se pudo analizar que la estrategia favoreció más la interpretación que la argumentación en los estudiantes porque la mayoría de los estudiantes mejoraron la comprensión de problemas de tipo económico, analizando la información con detenimiento, encontrando relaciones según las condiciones del problema que posteriormente

ejecutan para determinar la solución. En cuanto a la argumentación, algunos estudiantes mejoraron su comunicación escrita porque expresaron mejor en sus argumentos recurriendo a los conceptos económicos y mostraron orden en sus procedimientos. Sin embargo la falencia de escribir con claridad persistió en la mayoría de los estudiantes porque se les dificultó ser coherentes con lo que pensaron e hicieron en la resolución de los problemas argumentando con frases incompletas o carentes de sentido.

## 6. CONCLUSIONES

Uno de los propósitos de esta investigación era identificar las fortalezas y dificultades de estudiantes de grado noveno de la básica secundaria, en la interpretación y la argumentación en la resolución de problemas con porcentaje y función lineal, indispensables para resolver problemas de tipo económico. Las conclusiones más importantes que se han obtenido tras elaborar el diagnóstico son las siguientes:

1. En cuanto a la interpretación, las dificultades estuvieron relacionadas con: la comprensión de enunciados, establecer relaciones entre los datos, dedicar poco tiempo para pensar más y mejor los problemas antes de ejecutarlos, realizar en forma incorrecta operaciones aritméticas y no verificar los procesos tanto en problemas con porcentaje, como relacionados con función lineal.
2. Con respecto a la habilidad de la argumentación las dificultades estuvieron relacionadas con: expresar lo que se pensó e hizo con los problemas, colocar en orden las ideas y la poca claridad de los conceptos sobre porcentaje y función lineal.
3. Las fortalezas para ambas habilidades fueron comunes, estuvieron relacionadas con la buena actitud y disposición de los estudiantes al trabajo propuesto, quienes usaron sus pre saberes y contextualizaron los problemas en sus realidades, con el fin de poder llegar a comprender, ejecutar y comunicar lo que obtuvieron como solución de los mismos.

Otra finalidad de esta investigación fue la de fortalecer las habilidades de interpretación y argumentación en la resolución de problemas de tipo económico en estudiantes de noveno, a través de la aplicación de la estrategia Seguimiento

de Protocolos. Al respecto, al culminar la intervención con la estrategia didáctica se puede concluir que las dos habilidades se fortalecieron en la etapa intermedia tanto en el consenso grupal como en la plenaria por lo siguiente:

1. La interpretación de problemas se favoreció en los estudiantes a través de la socialización porque esta etapa intermedia permitió que comprendieran mejor los enunciados del problema, aclararan sus dudas, explicaran sus respuestas y describieran sus estrategias, llegando a analizar entre ellos, en donde estuvieron los aciertos y en donde las dificultades, para de esta forma tomar consciencia de sus aprendizajes.
2. La argumentación de problemas se favoreció en los estudiantes en la etapa intermedia porque les permitió participar en las decisiones grupales, al expresar sus puntos de vista; comunicando a sus compañeros los resultados, de lo que pensaron e hicieron con los problemas en forma oral o escrita, siendo cada vez más conscientes de organizar mejor sus ideas para ser claros y convincentes, tanto al escribir sus protocolos como al darlos a conocer en público.
3. Además, permitió la reflexión individual como grupal en cuanto a la actitud de cada estudiante frente al desarrollo de cada sesión, donde se dieron cuenta lo que debían mejorar para potenciar en sí mismos las habilidades interpretativa y argumentativa en la resolución de problemas, siendo comunes sus observaciones en cuanto a: mejorar la atención a la clase, asistir a todas las sesiones, trabajar mejor en grupo sin fomentar la indisciplina, leer con calma el problema para comprenderlo mejor, preguntar a los compañeros y al profesora para aclarar las dudas , aprender a escuchar y participar más en los debates, pensar mejor las ideas para ser más coherentes.

El último propósito de esta investigación fue determinar la incidencia de la estrategia Seguimiento de protocolos en el fortalecimiento de la interpretación y argumentación de los estudiantes de noveno, al resolver problemas de tipo económico. Al respecto.

1. En cuanto a la interpretación, la incidencia en la mayoría de los estudiantes fue afianzar los pre-saberes sobre porcentaje y función lineal mejorar la comprensión de los problemas de tipo económico, establecer relaciones con los datos, dedicar más tiempo para leer y comprender el problema antes de ejecutarlo, realizar en forma correcta operaciones aritméticas, evidenciar mayor dominio del reconocimiento y uso de expresiones algebraicas sin embargo, se mantuvo la dificultad de verificar los procesos.
2. En cuanto a la argumentación, la incidencia en algunos estudiantes fue en adquirir dominio en el lenguaje de conceptos económicos relacionados con el porcentaje y la función lineal; mejorar la comunicación escrita, al ser más ordenados en el desarrollo de sus procedimientos y al abordar todos los problemas expresando lo que pensaron e hicieron para obtener la solución, sin embargo, se evidenció que la mayoría se le dificultó expresarse en forma clara y coherente, sus pensamientos y razonamientos.
3. En general, la incidencia en el fortalecimiento del proceso de comunicación en cuanto a las habilidades de interpretación y argumentación al resolver problemas de tipo económico, se debió en gran parte al trabajo individual y grupal de los estudiantes en el desarrollo de las actividades de la unidad didáctica, proporcionándoles aprendizajes significativos para sus proyectos de vida en relación al manejo y la variación del dinero.

4. Los estudiantes tuvieron la oportunidad de solucionar problemas de la vida real, tomar decisiones financieras, aplicar la matemática a sus contexto económico, analizar las variaciones del dinero y tomar conciencia del buen uso del mismo; para en un futuro no muy lejano, puedan sacar provecho de sus aprendizajes, mejoren su calidad de vida, estudiando cuidadosamente la oferta o solicitud de créditos al aspirar a estudios universitarios.

## 7. RECOMENDACIONES

Una de las sugerencias que suscitan a partir de esta investigación es la necesidad de transformar la comunicación matemática en el aula, donde el profesor juega un papel fundamental en el proceso enseñanza y aprendizaje en la medida en que centre su quehacer en el pensamiento matemático de los estudiantes, para ello el profesor debe buscar cada vez mejorar sus metodologías y estrategias de enseñanza, basados en el registro y la reflexión sobre su práctica pedagógica. Por tanto se recomienda el uso de la estrategia de seguimiento y análisis de protocolos como una posibilidad para iniciar procesos de cambio en el quehacer pedagógico del aula, adaptarla a otros contextos y evaluar sus resultados.

Una segunda sugerencia, es la de seguir fortaleciendo la interpretación y argumentación en los estudiantes al resolver problemas matemáticos y de la vida real, para formar en ellos un pensamiento más analítico y reflexivo en cuanto a sus aprendizajes, tanto individuales como en colectivo. Por ello se recomienda fomentar espacios de discusión donde los estudiantes participen cada vez más, basados en el respeto y la tolerancia a la diferencia de pensamiento, donde el profesor incida en la controversia de las ideas a través de preguntas y respuestas, la cuales ayudan a detectar las dificultades en los estudiantes, motivan a pensar y provocan la realización de acciones, que permiten registrar el avance en el proceso de comunicación.

Para futuras investigaciones, uno de los ajustes que se debe tener en cuenta es la realización de otras sesiones en la unidad didáctica, donde el estudiante reciba solo el problema sin las preguntas orientadoras, esto permitiría observar si los estudiantes se apropiaron de cada una de las fases de resolución, además ver si con mayor libertad en su pensamiento pueden mejorar la participación en la etapa intermedia con el fin de fortalecer más la argumentación.

## BIBLIOGRAFÍA

ADARME M., FERREIRA G. y PARDO L. Prueba diagnóstica aplicada a 69 estudiantes de 4° a 10° de la I.E Colegio Juan Cristóbal Martínez. Noviembre, 2015.

ALBERICH, Tomas. Investigación-acción participativa y mapas sociales. 2006, pág. 6. Disponible en: <file:///C:/Users/user/Downloads/IAP-y-Mapas-Sociales.pdf>

ALFARO, Cristian. Las ideas de Pólya en la resolución de problemas. Universidad Nacional. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. Editado, 25 de marzo de 2006. Año 1, Número 1, 2006. Disponible en: file:///C:/Users/user/Downloads/6967-9551-1-PB.pdf

ÁREA M, Manuel. Unidades didácticas e investigación en el aula. 1993, pág. 34. Disponible en: <https://manarea.webs.ull.es/wp-content/uploads/2010/06/librounidades.pdf>

BLAIKIE, N.W.H. A critique of the use of triangulation in social research, Quality and Quantity. N 25 pág. 115-136. Ávila G, Bibiana, Triangulación, una técnica de investigación. 1996.

BUENO, Dora. Propuesta metodológica para mejorar la interpretación, análisis y solución de ejercicios y problemas matemáticos en los estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa Alejandro Vélez Barrientos. Medellín 2012. Disponible en: <http://www.bdigital.unal.edu.co/8326/1/25055064.2012.pdf>

CHAMORRO, M. Leer, comprende, resolver un problema matemático escolar” UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID, consultado en enero 2017. Artículo. pág. 5. Disponible en: [Páhttp://www.ricardovazquez.es/MATEMATICASarchivos/PROBLEMAS/DOCU/leer\\_comprender\\_resolver\\_un\\_problema\\_matematico\\_escolar.pdf](http://www.ricardovazquez.es/MATEMATICASarchivos/PROBLEMAS/DOCU/leer_comprender_resolver_un_problema_matematico_escolar.pdf)

CVNE: Centro Virtual de Noticias de la Educación. Creado el 11 de diciembre de 2008. Disponible en: <http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/w3-article-178278.html>>

DE GUZMÁN, M. Para pensar mejor. Editorial LABOR, S.A. 1991 pág. 55-58

DÍAZ B., Frida. HERNÁNDEZ R., Gerardo. “Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista”. Tercera edición. México: McGraw Hill. 2010.

EL TIEMPO. Resultados sobre las pruebas Pisa. Divulgado el 9 de julio de 2014. Disponible en: <http://www.eltiempo.com/estilo-de-vida/educacion/colombia-en-el-ultimo-lugar-en-pruebas-pisa/14224736>>

ELLIOTT, Jhon. “El cambio educativo desde la investigación – acción”. Madrid: Morata, 1991. pág. 98

ELLIOTT, Jhon. Citado por: RODRÍGUEZ, Sara y otros. Investigación Acción. pág. 3. Disponible en <http://es.slideshare.net/40049216/inv-accion-trabajo> >

FERNÁNDEZ, Santiago. Miguel De Guzmán y la enseñanza de las Matemáticas. Documento electrónico. Consultado: 1/11/2015. Disponible en: <http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43->

573/es/contenidos/informacion/dia6\_sigma/es\_sigma/adjuntos/sigma\_25/2\_M.G.\_y\_la\_ensenanza.pdf >

GONZÁLEZ, M.; PANIAGUA, J. Interpretación de Problemas Matemáticos". Publicado en la internet 2011. Consultado en junio 2016. Disponible en: <<https://davidbuiles.files.wordpress.com/2011/01/interpretacion-de-problemas-matematicos.pdf>>

HOMERO F, Ángel. Esquemas de argumentación en profesores de matemáticas del bachillerato. Educación matemática. 2007. pág. 71. Disponible en:<<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40519104>>

ICFES, Resultados 2015. Fecha de consulta Noviembre 2015. Disponible en: <<http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.aspx>>

ICFES. Competencia que evalúa saber 11 según el ICFES. Disponible en: <http://blog.ipler.com/estas-son-las-competencias-que-eval%3BAa-la-prueba-saber-11> Consultado octubre 2016

JIMÉNEZ, A. SUÁREZ, N. y GALINDO, S. La Comunicación: Eje en la Clase de Matemáticas. Publicado Noviembre 2 de 2010. Praxis & Saber, revista de investigación y pedagogía volumen 1 numero 2 segundo semestre 2010. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Tunja, Boyacá. Consultado en internet agosto 2016. Disponible en <<file:///C:/Users/ACER/Downloads/Dialnet-LaComunicacionEjeEnLaClaseDeMatematicas-4235954.pdf>>

MARTINO, Massiell, Investigación cualitativa según Sampieri, Collado y Lucio, 14 de febrero 2012. Disponible en: <[me-todos.blogspot.com/2012/02/investigacion-cualitativa-segun.html](http://me-todos.blogspot.com/2012/02/investigacion-cualitativa-segun.html)>

MCKERNAN, James. Investigación – acción y curriculum. Madrid: Morata, 1996. pág. 84

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (MEN). Lineamientos Curriculares, 1998. Documento electrónico. pág. 74. Consultado 1/12/2015. Disponible en: <[http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)>

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (MEN). Estándares básicos de Competencia Matemática. Consultado noviembre 2015. Recuperado en internet: <[http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)>

NCTM: The National Council of Teachers of Mathematics. Principios y Estándares para la Educación Matemática, Primera edición en castellano. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, Sevilla, 2000. pág. 65.

PARODI, C.; RICHIMONT, E. y FERREYRA, N. Análisis de protocolos en la resolución de problemas. 2006. Consultado junio 2016 Disponible en: <[repep.exactas.unlpam.edu.ar/cdrepem08/memorias/comunicaciones/.../C31.pdf](http://repep.exactas.unlpam.edu.ar/cdrepem08/memorias/comunicaciones/.../C31.pdf)>

PERALTA, Magda y RODRÍGUEZ, Gladis. El lenguaje y la trigonometría: una mirada desde el planteamiento y la resolución de problemas. UIS, Bucaramanga, 2008. Disponible en: <<http://tangara.uis.edu.co/biblioweb/tesis/2008/125684.pdf>>

PÉREZ, Carlos y RINCÓN, Hernán. Descripción del desempeño en resolución de situaciones aritméticas con enunciado verbal en dos grupos de niños en condiciones de escolarización (C.E.) UIS, Bucaramanga, 2009. Disponible en: <<http://tangara.uis.edu.co/biblioweb/tesis/2009/132353.pdf>>

PÓLYA, George. Citado por Ramírez, Eliseo. El modelo de resolución de problemas en una perspectiva de investigación como práctica social normada. Publicado en diciembre 2013. Disponible en: <[www.scielo.org.co/pdf/ted/n34/n34a06.pdf](http://www.scielo.org.co/pdf/ted/n34/n34a06.pdf)>

PÓLYA. y SZEGO. Problems and theorems in análisis. New York: Springer. Citado por De Guzmán, Miguel. Para pensar mejor. Pág. 55. Editorial LABOR, SA. 1976.

RAMÍREZ, Ángela. La competencia de comunicación en el desarrollo de las competencias matemáticas Barcelona, 2009. Consultado sept 2016. Disponible en: <<http://edumat.uab.cat/didactica/files/compartits/angela-ramirez.pdf>>



Revista Semana Colombia, muy mal en Educación Financiera. Publicado en Febrero 23 de 2016 Disponible en: <http://www.semana.com/educacion/articulo/colombia-muy-mal-en-educacion-financiera/462629>

RODRÍGUEZ, Natalia Algunos factores influyentes en la resolución de problemas en matemáticas España, 2011-2012 Consultado en junio 2016. Disponible en: <<https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/1716/Rodriguez-Mi%C3%B1%C3%B3n%20Ferran%20Natalia.pdf?sequence=5>>

## ANEXOS

### ANEXO A. Diagnóstico

#### A1: PRUEBA DIAGNÓSTICA PRIMERA PARTE. PROBLEMAS CON PORCENTAJE

	<b>COLEGIO JUAN CRISTÓBAL MARTÍNEZ LIC. MÓNICA ALEYDA ADARME BARAJAS DIAGNÓSTICO</b>	
---	--	---

Estudiante: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**APRECIADO ESTUDIANTE:** El presente test tiene como finalidad conocer fortalezas y/o debilidades que usted presenta en el proceso de comunicación al resolver problemas de tipo económico, por tanto siéntase con la libertad de expresar sus pensamientos, sentimientos, dudas y reflexiones al respecto.

Agradecemos de antemano su colaboración y disposición para responder el test, cuyas respuestas se usará solo con fines investigativos. Al final del test encuentra información referente al porcentaje.

**Realice el siguiente cuestionario describiendo las estrategias utilizadas al resolver cada situación problema:**

1. Sandra tiene \$200000 disponibles para imprevistos, su hijo Esteban le pide prestado \$40000 para ir al cine con su novia. Determine ¿En qué intervalo está el porcentaje del dinero que prestó Sandra a su hijo?

- a) De 0 a 25%   b) De 25% a 50%   c) De 50% a 75%   d) De 75% a 100%**

EXPRESA CON SUS PALABRAS LO QUE LO QUE PENSÓ E HIZO PARA OBTENER LA SOLUCIÓN

---

---

---

---

2. Si un distribuidor traslada y vende sus aguacates a \$2000 el kilogramo a los mayoristas de la plaza central de la ciudad de Bucaramanga y ellos lo venden al público en \$5000 el kilogramo. Determine ¿en qué porcentaje se incrementó el precio?

- a) 50%      b) 75%      c) 100%      d) 150%**

EXPRESA CON SUS PALABRAS LO QUE LO QUE PENSÓ E HIZO PARA OBTENER LA SOLUCIÓN

---

---

---

---

3. Laura compra un paquete de salchichas para perro con un descuento del 30% si pagó \$8400 ¿Qué porcentaje representa los \$8400 del precio? ¿cuál era el precio antes del descuento?

EXPRESA PASO A PASO EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEARÍA PARA LLEGAR A LA SOLUCIÓN

---

---

RESUELVA LA SITUACIÓN

4. Esperanza quiere comprar un televisor, le gustó un TV cuya información aparece en un volante: *“Precio al contado \$780.000, Precio a crédito incrementa su valor en 18%, para pagar en 12 cuotas mensuales”*. Esperanza decide comprar el TV a crédito y desea saber ¿Cuánto dinero pagará de intereses? y ¿Qué cantidad de dinero pagará mensualmente? Ayude a Esperanza a responder sus preguntas y **Justifique su respuesta.**

EXPRESA PASO A PASO EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEARÍAS PARA LLEGAR A LA SOLUCIÓN

---

---

---

---

## RESUELVE LA SITUACIÓN

5. El centro comercial AZUL ADO celebra su aniversario con sus clientes, durante esta semana tendrá descuentos del 25% en toda la tienda. Daniel decide gastar \$500.000 que había ahorrado en la compra de una bicicleta, un balón de futbol y unos patines. Daniel va al centro comercial y averigua los precios, el costo de la bicicleta es de \$320.000, El balón de futbol cuesta \$120.000 y los patines cuestan \$160.000 sin descuento. ¿Podrá Daniel comprar las tres cosas? **Justifique su respuesta** y responda ¿Cuánto le falta o cuanto le sobra?

EXPRESA PASO A PASO EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEARÍA PARA LLEGAR A LA SOLUCIÓN

---

---

---

---

## RESUELVA LA SITUACIÓN

### PORCENTAJE

En matemáticas, un porcentaje es una parte o porción de 100 y se representa con el signo %, que se escribe después del número. Por ejemplo: "diez por ciento" se representa mediante 10% y significa "diez de cada cien". También puede ser representado como fracción:  $10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1$

#### Obtener un tanto por ciento de un número

Para obtener un tanto por ciento se construye una regla de tres simple. Ejemplo: para calcular el 25% de 150 se hace la regla de tres: multiplica cruzado y divide por el que queda solo.

$$\left. \begin{array}{l} 100\% \longrightarrow 150 \\ 25\% \longrightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{150 \cdot 25\%}{100\%} = 37.5$$

Por tanto, el 25% de 150 es 37.5

## PRUEBA DIAGNÓSTICA SEGUNDA PARTE. SOBRE FUNCIÓN LINEAL.

RESUELVA EL SIGUIENTE PROBLEMA:

6. La función costo en pesos para elaborar lápices en una fábrica está dada por  $f(x) = 250x + 50000$  donde  $x$  representa el número de lápices y  $f(x)$  el costo de elaboración de los lápices.

Completa la tabla de la función costo según los lápices elaborados.

X: Número de lápices	0	1	2	3	4	5
Y= f(x): el costo de elaboración						

RESPONDA LAS SIGUIENTES PREGUNTAS

1) ¿Cuál es la variable dependiente e independiente? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

2) ¿Cuál es el incremento del costo por artículo según la tabla? \_\_\_\_\_ ¿Qué representa este valor en la función general  $f(x) = m \cdot(x) + b$ ? Argumente \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

3) El costo fijo que debe tener una persona para iniciar con una fábrica de lápices sin producir ningún lápiz es \_\_\_\_\_ ¿Qué representa este valor en la función general  $f(x) = m \cdot(x) + b$ ? Argumente \_\_\_\_\_

4) ¿Cuánto es el costo de elaboración de 100 lápices? \_\_\_\_\_ Argumente \_\_\_\_\_

5) ¿Cuántos artículos se pueden elaborar con \$60.000? \_\_\_\_\_

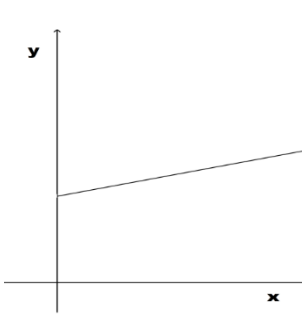
Argumente \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

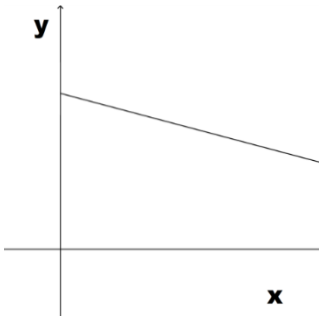
6) Escoja de las siguientes gráficas la que representa mejor la situación y

Argumente su elección \_\_\_\_\_

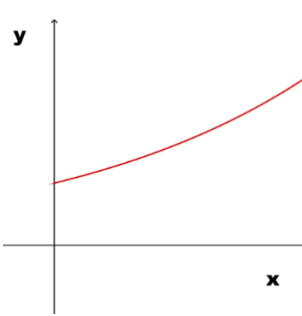
\_\_\_\_\_



**Gráfica 1**



**Gráfica 2**



**Gráfica 3**

## A2: RESUMEN DE RESULTADOS DE LA INTERPRETACIÓN EN PROBLEMAS SOBRE PORCENTAJE DEL DIAGNÓSTICO

La siguiente tabla, resume el desempeño en la habilidad de interpretación de los 35 estudiantes que participaron en el estudio según en la primera parte del diagnóstico:

**Tabla 1: Resumen del nivel de desempeño en la interpretación del diagnóstico primera parte**

HABILIDAD DE LA INTERPRETACIÓN SOBRE PORCENTAJE			
Problema P. cerrada	Nivel 1 : Bajo	Nivel 2: Básico	Nivel 3: Alto
1	E2, E5, E6, E7, E8, E12, E13, E15, E17, E19, E22, E23, E29, E30, E31, E36. <b>(46%)</b>	E3, E4, E9, E10, E11, E18, E24, E25, E26, E32, E33, E35. <b>(34%)</b>	E1, E14, E16, E20, E21, E27, E34. <b>(20%)</b>
2	E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12 E13, E14, E15, E17, E23, E24, E25, E29, E32, E34. <b>(51%)</b>	E2, E16, E18, E19, E21, E26, E27, E30, E31, E36. <b>(29%)</b>	E1, E3, E4, E20, E22, E33, E35. <b>(20%)</b>
Problema P. abierta	Nivel 1 : Bajo	Nivel 2: Básico	Nivel 3: Alto
3	E3, E5, E6, E8, E9, E12, E13, E23, E32, E35. <b>(28%)</b>	E2, E4, E7, E10, E11, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E21, E24, E25, E26, E27, E29, E30, E31 E33, E34, E36. <b>(63%)</b>	E1, E20, E22. <b>(9%)</b>
4	E3, E5, E6, E8, E21, E23, E24, E26, E27, E29, E32. <b>(31%)</b>	E7, E12, E13, E14, E15, E31, E33, E36. <b>(23%)</b>	E1, E2, E4, E9, E10, E11, E16, E17, E18, E19, E20, E22, E25, E30, E34, E35. <b>(46%)</b>

<b>HABILIDAD DE LA INTERPRETACIÓN SOBRE PORCENTAJE</b>			
<b>Problema P. cerrada</b>	<b>Nivel 1 : Bajo</b>	<b>Nivel 2: Básico</b>	<b>Nivel 3: Alto</b>
<b>5</b>	E2, E5, E8, E13, E22, E32, E36. <b>(20%)</b>	E4, E7, E10, E12, E14, E15, E17, E23 E29 E33, E34. <b>(31%)</b>	E1, E3, E6, E9, E11, E16, E18, E19, E20, E21, E24, E25, E26, E27, E30, E31, E35. <b>(49%)</b>
<b>Definitivo frecuencia 2 de 3 P. abierta</b>	<b>E3, E5, E6, E8, E13, E23, E32.</b> (20%)	<b>E2, E4, E7, E10, E12, E14, E15, E17, E21, E24, E26, E27, E29, E31 E33, E34, E36.</b> (49%)	<b>E1, E9, E11, E16, E18, E19, E20, E22, E25, E30, E35</b> (31%)

En la Tabla 1 los estudiantes E2, E21, E24 E26, E27 se ubicaron en un nivel diferente en la interpretación de problemas de pregunta abierta con porcentaje. Se decidió ubicarlos en el nivel de desempeño básico en esta habilidad como resultado final del diagnóstico en la primera parte para poder luego determinar la incidencia de estos estudiantes.

### **A3: RESUMEN DE RESULTADOS DE LA ARGUMENTACIÓN EN PROBLEMAS SOBRE PORCENTAJE DEL DIAGNÓSTICO**

La siguiente tabla, resume el desempeño en la habilidad de argumentación de los estudiantes en estudio en la primera parte del diagnóstico:

**Tabla 2: Nivel de desempeño en la argumentación del diagnóstico primera parte**




<b>HABILIDAD DE LA ARGUMENTACIÓN SOBRE PORCENTAJE</b>			
<b>Problema P. cerrada</b>	<b>Nivel 1 : Bajo</b>	<b>Nivel 2: Básico</b>	<b>Nivel 3: Alto</b>
<b>1</b>	E2, E5, E6, E7, E8, E12, E13, E15, E17, E19, E22, E23, E29, E30, E31, E36. <b>(46%)</b>	E3, E4, E9, E10, E11, E18, E24, E25, E26, E32, E33, E35. <b>(34%)</b>	E1, E14, E16, E20, E21, E27, E34. <b>(20%)</b>
<b>2</b>	E5, E6, E7, E8, E9, E10,	E2, E16, E18, E19, E21,	E1, E3, E4, E20, E22,

<b>HABILIDAD DE LA ARGUMENTACIÓN SOBRE PORCENTAJE</b>			
<b>Problema P. cerrada</b>	<b>Nivel 1 : Bajo</b>	<b>Nivel 2: Básico</b>	<b>Nivel 3: Alto</b>
	E11, E12 E13, E14, E15, E17, E23, E24, E25, E29, E32, E34. <b>(51%)</b>	E26, E27, E30, E31, E36. <b>(29%)</b>	E33, E35. <b>(20%)</b>
<b>Problema P. abierta</b>	<b>Nivel 1 : Bajo</b>	<b>Nivel 2: Básico</b>	<b>Nivel 3: Alto</b>
<b>3</b>	E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E12, E13, E17, E18, E19, E23, E26, E30, E31 E32, E33, E35. <b>(54%)</b>	E2, E10, E11, E14, E15, E16, E21, E24, E25, E27, E29, E34, E36. <b>(37%)</b>	E1, E20, E22. <b>(9%)</b>
<b>4</b>	E3, E4, E5, E6, E7, E8, E15, E19, E21, E23, E24, E26, E27 E29, E31, E32, E33, E36. <b>(51%)</b>	E1, E2, E10, E11, E12, E13, E14, E25, E30, E35. <b>(29%)</b>	E9, E16, E17, E18, E20, E22, E34 <b>(20%)</b>
<b>5</b>	E2, E5, E6, E8, E13, E22, E24, E27, E31, E32, E36. <b>(31%)</b>	E4, E7, E9, E10, E11, E12, E14, E15, E17, E19, E21, E23, E25, E26, E29 E30, E33, E34. <b>(51%)</b>	E1, E3, E16, E18, E20 E35. <b>(18%)</b>
<b>Definitivo frecuencia 2 de 3 P. abierta</b>	<b>E3, E4, E5, E6, E7, E8, E13, E19, E23, E24, E26, E27, E31, E32, E33, E36. (46%)</b>	<b>E2, E9, E10, E11, E12, E14, E15, E17, E21, E25, E29, E30, E34, E35 (40%)</b>	<b>E1, E16, E18, E20 E22. (14%)</b>

De igual manera en la Tabla 2 los estudiantes E9, E17, E35 se ubicaron en un nivel distinto de la argumentación de problemas con pregunta abierta sobre porcentaje. Se decidió ubicarlos en el nivel de desempeño básico en esta habilidad en definitiva en esta habilidad para poder determinar luego la incidencia de los estudiantes.

## ANEXO B. Sesión 1 de la intervención

### B1. ETAPA INICIAL. TRABAJO INDIVIDUAL (SESIÓN 1)

 	<b>COLEGIO JUAN CRISTÓBAL MARTÍNEZ</b> <b>LIC. MÓNICA A. ADARME BARAJAS</b> <b>SESIÓN 1.</b>	
---	--	---

Estudiante: \_\_\_\_\_ Grado: Noveno \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

#### **Apreciado estudiante:**

A continuación se presenta una situación que debe resolver de manera individual y luego grupal, para finalmente en plenaria, comunicar de manera escrita y oral procedimientos y resultados obtenidos.

Al final del taller encontrará EMOTICONES que describen distintos estados de ánimo; seleccione el EMOTICÓN que indique cómo se sintió usted durante la actividad.

### EXPLORO CON EL AHORRO DE SANTIAGO

**SITUACIÓN PROBLÉMICA:** Santiago ahorró en una alcancía un mismo tipo de moneda. Al contarlas las organizó de la siguiente manera:



Si el total de monedas que Santiago ahorró le alcanzan para armar hasta la décima novena figura de esta serie y le sobran treinta monedas ¿Cuántas monedas ahorró Santiago? Si las monedas son de \$500 pesos ¿cuánto dinero ahorró Santiago? ¿Es posible armar una sola figura cuadrada con todas las monedas ahorradas por Santiago? Si su respuesta es afirmativa ¿cuál sería el lado del cuadrado?

Realice cada una de las siguientes actividades que lo orientarán en la solución de la situación problemática:

**1. PARA COMPRENDER E INTERPRETAR LA INFORMACIÓN:**

a) Escriba con sus palabras en qué consiste la situación anterior.

---

---

---

---

b) En el problema, qué significa la posición décima novena. \_\_\_\_\_

c) Escriba los datos del problema y la pregunta. \_\_\_\_\_

---

---

d) Enumere las reglas o condiciones que impone el problema. \_\_\_\_\_

---

---

---

---

e) Observe y analice la organización que se presenta de las monedas y explique el número de monedas necesarias para la siguiente figura.

---

---

---

---

f) Determine y Justifique la relación que existe entre la figura siguiente y la anterior en la serie ilustrada.

---

---

---

---

**2. CON EL FIN DE DETERMINAR UN PLAN PARA RESOLVER LA SITUACIÓN:**

a) Indique qué se podría calcular con los datos ilustrados en la situación y Enumere 1, 2,... donde 1 es lo primero que se puede calcular.

- a) Hacer una sola figura con todas las monedas ahorradas
- b) El total del dinero ahorrado
- c) El número de figuras que organizo Santiago
- d) La inversión o gasto del dinero ahorrado
- e) El número de monedas que ahorro Santiago

b) ¿Cuántas posiciones más se necesitarían ilustrar para poder contestar a la pregunta del problema? \_\_\_\_\_

---

---

c) Encuentre una relación o regularidad entre la posición y el número de monedas. Justifique

---

---

---

d) Escriba sin resolver el problema, ¿Cómo solucionaría la situación planteada?

---

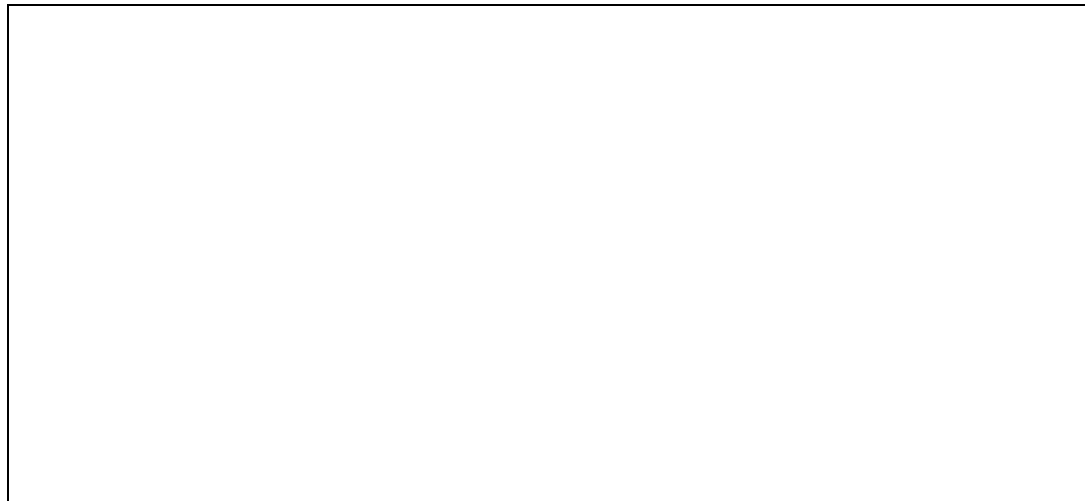
---

---

---

e) Seleccione de la siguiente lista de estrategias, cuál o cuáles emplearía para resolver el problema, explicando la o las que escoja.

I. Realizar algún esquema, diagrama o dibujo que ilustre la situación a resolver. ¿cuál?



II. Pensar en algún problema parecido o similar que haya resuelto. ¿cuál?

---

---

---

---

III. Pensar resolver el problema inductivamente, es decir de lo particular a lo general ¿Por qué?

---

---

---

---

IV. Considerar fraccionar o simplificar el problema para resolverlo. ¿De qué forma?

---

---

---

---

V. Pensar resolver el problema a través del ensayo y el error. ¿cómo?

---

---

---

---

f) Pensó en otra estrategia diferente a las enunciadas en los ítems anteriores  
¿Cuál?

---

---

---

---

**3. PARA EJECUTAR EL PLAN PENSADO:**

a) Escriba y justifique cada uno de los pasos del proceso que describió en el  
**ítem 2(d).**

b) Intente resolver la situación empleando una de las estrategias seleccionadas (si escogió alguna(s) de ellas en **el ítem 2(e)**).

c) Escriba la solución completa como respuesta al problema planteado.

---

---

---

**4. PARA COMPROBAR Y VALORAR TANTO LA RESPUESTA OBTENIDA  
COMO EL PROCESO SEGUIDO:**

a) Interprete la solución obtenida y compruébela. Argumente por qué su respuesta tiene sentido o no. \_\_\_\_\_

---

---

---

b) ¿Presentó algún tipo de dificultad en la resolución del problema, atascos,...?, ¿dónde se produjeron?, ¿cómo los solucionó? \_\_\_\_\_

---

---

---



c) Considera que el tiempo invertido en el proceso de resolución de la situación \_\_\_\_\_ fue \_\_\_\_\_ suficiente \_\_\_\_\_ ¿por qué? \_\_\_\_\_

---

Seleccione el EMOTICÓN que indique cómo se sintió usted durante la actividad.



## B2. ETAPA INTERMEDIA. TRABAJO GRUPAL (SESIÓN 1).

	<b>COLEGIO JUAN CRISTÓBAL MARTÍNEZ</b> <b>LIC. MÓNICA A. ADARME BARAJAS</b> <b>SESIÓN 1. Etapa intermedia</b>	
---	---	---

Grupo No \_\_\_\_\_ Grado \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Tiempo: 2 horas

Integrantes:

---

---

---

**Apreciados estudiantes:** Por equipos de trabajo se realizará la socialización de la Etapa inicial, con el fin de comunicar a sus demás compañeros en forma escrita y oral el consenso grupal de los procedimientos y resultados obtenidos. Para ello diligencie cada uno de los siguientes numerales:

1. **Comprender el problema.** Determinen y Justifiquen la relación que existe entre la figura siguiente y la anterior en la ilustración del problema. \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

2. **Determinar un plan.** ¿Cuál fue la estrategia que empleó el grupo para resolver el problema? Expliquen por qué seleccionaron esa estrategia. \_\_\_\_\_

---

---

3. **Ejecutar el plan.** Escriban la solución de la situación dando respuesta a las preguntas que planteó el problema.

4. **Para comprobar y valorar el proceso seguido.** Presenten argumentos que validen las respuestas obtenidas en cada una de las preguntas que planteaba la situación problema \_\_\_\_\_



---

---

---

## ANEXO C. Sesión 2 de la intervención

### C1. ETAPA INICIAL. LECTURA INTRODUCTORIA (SESIÓN 2)

	<b>COLEGIO JUAN CRISTÓBAL MARTÍNEZ LIC. MÓNICA ALEYDA ADARME BARAJAS SESIÓN 2</b>	
---	---	---

Estudiante: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

#### **Apreciado estudiante:**

Analice los videos: <https://www.youtube.com/watch?v=CXwXp6i8qT0>  
<https://www.youtube.com/watch?v=zcljzr6OQA8>, realice la siguiente lectura “Valor del dinero en el tiempo” y encuentre argumentos que justifiquen la siguiente afirmación “En cualquier sistema económico el valor del dinero cambia con el tiempo”

#### **VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO**

El valor del dinero cambia con el tiempo y mientras más largo sea este, mayor es la evidencia de la forma como disminuye su valor. Tomemos como referencia una persona que realiza una inversión, lo que se pretende es que la suma invertida genere una rentabilidad por encima de la inflación. La diferencia entre esta rentabilidad y la tasa de inflación se convierte en la renta generada por el dinero que se invirtió. El dinero tiene entonces un valor diferente en el tiempo, dado que está afectado por varios factores. Enunciemos algunos de ellos: La

inflación que consiste en un incremento generalizado de precios hace que el dinero pierda poder adquisitivo en el tiempo, es decir que se desvalorice. El riesgo que se incurre al prestar o al invertir puesto que no tenemos la certeza absoluta de recuperar el dinero prestado o invertido. La oportunidad que tendría el dueño del dinero de invertirlo en otra actividad económica, protegiéndolo no solo de la inflación y del riesgo sino también con la posibilidad de obtener una utilidad. El interés puede interpretarse financieramente como la retribución económica que le devuelve el capital inicial al inversionista de tal manera que se compense la desvalorización de la moneda en el periodo de tiempo transcurrido, se cubra el riesgo y se pague el alquiler del dinero. El dinero per se, tiene una característica fundamental, la capacidad de generar más dinero, es decir de generar más valor. Los factores anteriores se expresan y materializan a través de la Tasa de Interés. Por ejemplo, si un par de zapatos vale hoy \$1.000 y la inflación proyectada para el año entrante es de un 7%, esto quiere decir que para adquirir los mismos zapatos dentro de un año, será necesario disponer de \$1.070. El cálculo puede efectuarse de la siguiente manera: Nuevo valor =  $1.000 + 1.000 \times 0,07 = 1.000 \times (1 + 0,07) = 1.000 \times 1,07$  Nuevo valor = 1.070. Por tanto La tasa de interés se define como la relación entre la renta obtenida en un período y el capital inicialmente comprometido para producirla. Esta relación se expresa universalmente en términos porcentuales.

Encontrado en internet:

<http://www.fcnym.unlp.edu.ar/catedras/geoeconomica/tp/tp20c.pdf>

---




---

---

---

---

## C2. ETAPA INICIAL. TRABAJO INDIVIDUAL (SESIÓN 2)

 	<b>COLEGIO JUAN CRISTÓBAL MARTÍNEZ</b> <b>LIC. MÓNICA ALEYDA ADARME</b> <b>BARAJAS</b> <b>SESIÓN 2</b>	
---	---	---

Estudiante: \_\_\_\_\_ Grado: Noveno \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

### **Apreciado estudiante:**

A continuación se presenta una situación que debe resolver de manera individual y luego grupal, para finalmente en plenaria, comunicar de manera escrita y oral procedimientos y resultados obtenidos.

Al final del taller encontrará EMOTICONES que describen distintos estados de ánimo; seleccione el EMOTICÓN que indique cómo se sintió usted durante la actividad.

### **ANALIZO CON MARTHA EL PAGA DIARIO**

#### **Situación problema:**

Martha tiene una urgencia de dinero. Un Paga diario le ofrece un préstamo por un valor de \$200.000 hasta seis meses con una tasa de interés simple constante mensual. Al cabo de dos meses (60 días) Martha cancelaría \$240.000. Ayuda a Martha a encontrar la expresión matemática que relaciona la variación de dinero que pagaría con respecto al tiempo, analizar el préstamo diario y determinar si esta forma de préstamo es conveniente o no.

Realice cada una de las siguientes actividades que lo orientarán en la solución de la situación.

**1. PARA COMPRENDER E INTERPRETAR EL PROBLEMA:**

a) ¿Qué entiende en la situación por un Paga diario?

---

---

b) ¿Cuál sería el valor presente (P), el valor futuro (F) y los intereses (I) al cabo de dos meses?

---

---

---

c) ¿Qué relación matemática existe en los valores presente (P), futuro (F) e interés (I)?

---

d) ¿Cuál es el interés mensual que pagaría Marta por el préstamo?

---

**2. CON EL FIN DE DETERMINAR UN PLAN PARA RESOLVER LA SITUACIÓN:**

a) Escriba sin resolver el problema, ¿Cómo calcular los diferentes montos mensuales y diarios de dinero que pagaría Martha?

---

---

---

**3) PARA EJECUTAR EL PLAN PENSADO:**

a) Complete el cuadro con el valor prestado o presente (P), el valor que pagaría Martha o Futuro (F) e intereses (I) según los meses.

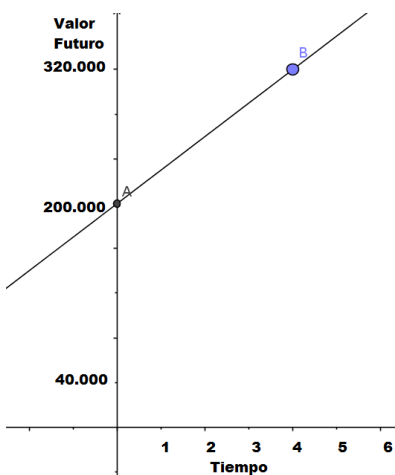
Meses (t)	V. Presente (P)	Interés Simple mensual	Interés (I) Acumulado	V. Futuro (F)	Pago diario (F/#días)
0	\$200.000	\$0	\$0	\$200.000	
1					
2	\$200.000	\$20.000	\$ 40.000	\$240.000	
3					
4					
5					
6					

b) Explique entre los valores Futuro (F) e Interés (I) ¿Cómo se da la dependencia? \_\_\_\_\_

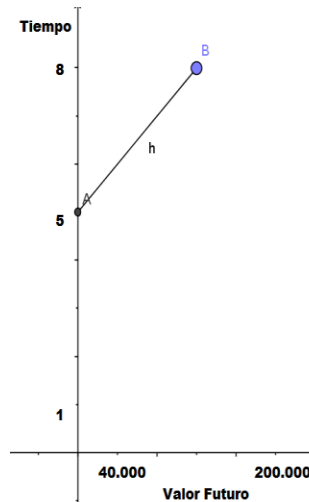
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

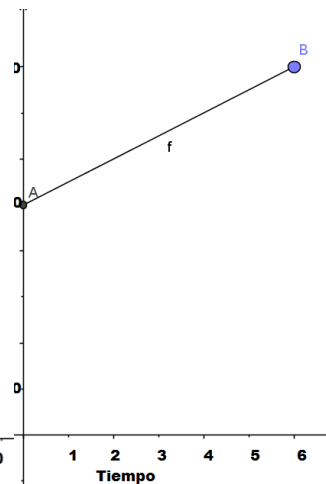
c) Escoja de las siguientes gráficas la que representa mejor la situación y Argumente su elección \_\_\_\_\_



**Gráfica 1**



**Gráfica 2**



**Gráfica 3**

d) especifique el dominio y rango de la gráfica seleccionada.

Dominio: \_\_\_\_\_

Rango: \_\_\_\_\_

e) Determine y justifique ¿Cuánto paga Martha de interés en un mes por cada \$100?

f) El valor por cada 100 se conoce como porcentaje o tasa de interés ( $i$ ) y se expresa en número decimal. Verifica la tasa de interés ( $i$ ) al hallar el cociente ( $i = \frac{I}{P * t}$ ) para el primer y segundo mes según la tabla del ítem 3a. ¿es un valor constante o es variable? Justifique

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

g) Expresar el interés ( $I$ ) en función del tiempo ( $t$ ). para ello calcule  $i * P$

$I = i * P * t$

- h) Tenga en cuenta la relación del **ítem 1c** y sustituya el interés expresado en el **ítem anterior**, para establecer la variación de dinero que pagaría Martha en cada mes.

- i) Si la expresión general de una función lineal es  $y = m \cdot x + b$ . ¿Cuál sería el valor de la pendiente **m**, la variable **x**, la variable **y** en el **ítem g**? Argumente su respuesta \_\_\_\_\_

---

---

**4) PARA COMPROBAR Y VALORAR TANTO LA RESPUESTA OBTENIDA COMO EL PROCESO SEGUIDO:**

- a) Varíe el tiempo en la función lineal del **ítem g** para verificar el **ítem 3a** ¿la función modela la situación? justifique su respuesta

---

---

- b) Si el préstamo fuera a un año, ¿En qué porcentaje se incrementaría el dinero a pagar?

- a)En 60% ,    b)En 90% ,    c)En 120% ,    d) En 150%. Argumente su respuesta: \_\_\_\_\_

---

---

c) Si en el mercado legal los intereses anuales no superan el 40% es conveniente o no este tipo de préstamo. Argumente su respuesta\_\_\_\_\_

---



---

---

Seleccione el EMOTICÓN que indique cómo se sintió usted durante la actividad.



### C3. ETAPA INTERMEDIA. TRABAJO GRUPAL. (SESIÓN 2).

	<b>COLEGIO JUAN CRISTÓBAL MARTÍNEZ</b> <b>LIC. MÓNICA A. ADARME BARAJAS</b> <b>SESIÓN 2. Etapa intermedia</b>	
---	---	---

Grupo No \_\_\_\_\_ Grado \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Tiempo: 2 horas

Integrantes:

---

---

**Apreciados estudiantes:** Por equipos de trabajo se realizará la socialización de la Etapa inicial, con el fin de comunicar a sus demás compañeros en forma escrita y oral el consenso grupal de los procedimientos y resultados obtenidos. Para ello diligencie cada uno de los siguientes numerales:

**1. Comprender el problema.** Interpreten y determinen la relación matemática que existe los valores presente (P), futuro (F) e interés (I) especificando el interés mensual que pagaría Marta \_\_\_\_\_

---

---

---

**2. Determinar un plan.** ¿Cuál fue la estrategia que empleó el grupo para resolver el problema? Expliquen por qué seleccionaron esa estrategia. \_\_\_\_\_

---

---

---

**3. Ejecutar el plan.** Revisen su plan y argumenten las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál gráfica seleccionaron en el grupo que representa mejor la situación? Por qué \_\_\_\_\_

---

---

b) ¿Cuál es el dominio y rango de la gráfica seleccionada? Argumenten \_\_\_\_\_

---

---

---

c) ¿Cuál es la relación matemática de la variación del dinero con respecto al tiempo en la situación? \_\_\_\_\_

---

d) ¿Qué valores son fijos en esta relación matemática? \_\_\_\_\_

---

e) ¿Cuáles son variables en esta relación matemática? \_\_\_\_\_

---

f) ¿cuál es la variable dependiente e independiente en la relación matemática? Argumenten \_\_\_\_\_

---

---

---

g) ¿Cómo varia el pago diario a través del tiempo? Argumenten\_\_\_\_\_

---

---

---

**4. Para comprobar y valorar el proceso seguido.**

a) ¿Por qué la relación matemática que ustedes establecieron de la variación del dinero con respecto al tiempo representa la situación problema?\_\_\_\_\_

---

---

b) ¿Qué porcentaje sería el incremento de interés a pagar, si el préstamo fuera a un año?

a)En 60% , b)En 90% , c)En 120% , d) En 150%. Argumenten la respuesta: \_\_\_\_\_

---

---

c) Si en el mercado legal los intereses anuales no superan el 40% es conveniente o no este tipo de préstamo. Argumenten\_\_\_\_\_

---

---

---

#### C4. ETAPA INICIAL. ANÁLISIS DE RESPUESTAS. LECTURA INTRODUCTORIA (SESIÓN 2)

**Código:** Aumento o ganancia

**Categoría axial:** El valor del dinero siempre aumenta

**Código:** Aumento-intereses

**Categoría axial:** Los intereses propician que el valor del dinero aumente a través del tiempo.

**Código:** Sube y baja

**Categoría axial:** El valor del dinero aumenta o disminuye según la acción que se ejerce sobre él.

**Código:** Desvaloriza o pérdida

**Categoría axial:** El valor del dinero se desvaloriza con el tiempo.

#### Categorías discordantes o extrañas

E11: “porque las cosas van a subir sus interés”

E12: “porque cada vez donde el dinero o el valor del cada moneda o billete sube y entre más tiempo pasa el dólar sube y baja”

E21: “si porque también va con el campo de maquinaria en todos los paices y lo económico”



Finalmente, se estableció la matriz de codificación o categorización que se muestra a continuación:

CÓDIGO	CATEGORÍA AXIAL	CATEGORÍA SELECTIVA
Aumento o ganancia	El valor del dinero siempre aumenta	Tiempo, interés, valorización, devaluación: inciden en la variación del valor del dinero.
Aumento-	Los intereses propician que el valor del dinero	

CÓDIGO	CATEGORÍA AXIAL	CATEGORÍA SELECTIVA
intereses	aumente a través del tiempo	Causas de la variación del dinero: tiempo, interés, valorización, devaluación.
Desvaloriza o pérdida	El valor del dinero se desvaloriza con el tiempo	
Sube y baja	El valor del dinero aumenta o disminuye según la acción que se ejerce sobre él.	

## ANEXO D. Sesión 3 de la intervención

### D1. ETAPA INICIAL. SESIÓN 3. TRABAJO INDIVIDUAL

	<b>COLEGIO JUAN CRISTÓBAL MARTÍNEZ</b> <b>LIC. MÓNICA ALEYDA ADARME BARAJAS</b> <b>SESIÓN 3</b>	
---	---	---

Estudiante: \_\_\_\_\_ Grado: Noveno \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

#### **Apreciado estudiante:**

A continuación se presenta una situación que debe resolver de manera individual y luego grupal, para finalmente en plenaria, comunicar de manera escrita y oral procedimientos y resultados obtenidos.

Al final del taller encontrará EMOTICONES que describen distintos estados de ánimo; seleccione el EMOTICÓN que indique cómo se sintió usted durante la actividad.

### **AYUDO A NORA A DECIDIR SOBRE EL MEJOR CRÉDITO**

#### **Situación Problema:**

Nora desea solicitar un préstamo para remodelar los baños de su casa, el arreglo cuesta \$2.000.000. Consulta en las entidades económicas solidarias: FEE y FOM del fondo de empleados del estado. Ambas entidades prestan a interés simple hasta por 5 años a sus socios. Nora es socia de la entidad FEE y su esposo de la entidad FOM. La entidad FEE presta con un porcentaje de interés del 18% anual. La entidad FOM presta con un porcentaje de interés del

12% anual y cobran \$300.000 por el estudio del crédito. ¿En qué lapso de tiempo es mejor solicitar el crédito según la entidad?

Realice cada una de las siguientes actividades que lo orientarán en la solución de la situación problema.

**1. PARA COMPRENDER E INTERPRETAR EL PROBLEMA:**

a) En el problema hay palabras o frases que no entienda  
¿Cuáles? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

b) Explique con sus palabras el problema \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

c) Escriba que datos conoce del problema

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

d) ¿Qué datos desconoce al leer el problema? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

e) ¿Cómo se relaciona los datos conocidos con los desconocidos para responder a la pregunta del problema? Argumente su respuesta

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**2. CON EL FIN DE DETERMINAR UN PLAN PARA RESOLVER LA SITUACIÓN:**

a) Describa el paso a paso o estrategia que utilizaría para solucionar el problema sin resolverlo. \_\_\_\_\_

---

---

---

---

**3. PARA EJECUTAR EL PLAN PENSADO:**

a) Use la estrategia que pensó para analizar la mejor opción de préstamo durante los cinco años en cada una de las entidades FEE y FOM.

Entidad FEE	Entidad FOM

b) Sí el crédito fuera a un tiempo inferior de dos años y medio ¿Cuál entidad es la mejor opción para el crédito? Argumente su respuesta. \_\_\_\_\_

---

---

---

---

c) Sí el crédito fuera a un tiempo mayor de dos años y medio ¿Cuál entidad es la mejor opción para el crédito? Argumente su respuesta. \_\_\_\_\_

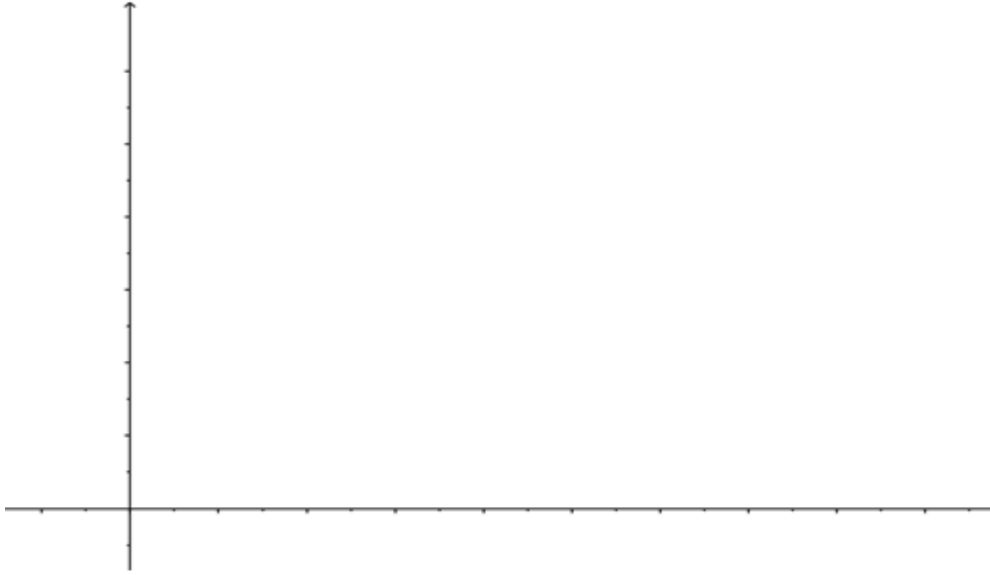
---

---

---

**4. PARA COMPROBAR Y VALORAR TANTO LA RESPUESTA OBTENIDA COMO EL PROCESO SEGUIDO:**

a) Grafique en un mismo plano el valor del dinero que pagaría Nora año por año en las entidades FEE y FOM.



- a) La representación gráfica en el plano de los cobros de dinero en ambas entidades permite analizar mejor la situación planteada. Argumente su respuesta

---

---

---

---

- b) ¿En algún momento las dos entidades cobrarán el mismo valor?  
Argumente

---

---

---

---

---

c) ¿En qué intervalo de tiempo se paga menos dinero en las entidades FEE y FOM por el valor solicitado?

---

---



---

---

Seleccione el EMOTICÓN que indique cómo se sintió usted durante la actividad.



## D2. ETAPA INTERMEDIA. SESIÓN 3. TRABAJO GRUPAL.

	<b>COLEGIO JUAN CRISTÓBAL MARTÍNEZ</b> <b>LIC. MÓNICA A. ADARME BARAJAS</b> <b>SESIÓN 3. Etapa intermedia</b>	
---	---	---

Grupo No \_\_\_\_\_ Grado \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Tiempo: 2 hora

Integrantes:

---

---

**Apreciados estudiantes:** Por equipos de trabajo se realizará la socialización de la Etapa inicial, con el fin de comunicar a sus demás compañeros en forma escrita y oral el consenso grupal de los procedimientos y resultados obtenidos. Para ello diligencie cada uno de los siguientes numerales:

1. **Comprender el problema.** Expresen con sus palabras el problema, los datos conocidos, los desconocidos y la relación entre estos datos para solucionar el problema.

---

---

---

---

---

2. **Determinar un plan.** De las estrategias que empleó el grupo para resolver el problema ¿Cuál es la más adecuada? Argumenten sus respuesta \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

3. **Ejecutar el plan.** Según el análisis que cada integrante del grupo hizo sobre el problema, con argumentos discuta con sus compañero y determinen en consenso:

a) ¿Cuál entidad es la mejor opción para el crédito en un tiempo **inferior o mayor** a dos años y medio? Argumente su respuesta

---

---

---

---

b) ¿Cómo expreso la variación del dinero que pagaría Nora al cabo de  $t$  años en las entidades FEE o FOM?

---

---

---

4. **Para comprobar y valorar el proceso seguido.**

En la gráfica que realizaron para ilustrar la variación del **dinero o valor futuro** con respecto al **tiempo** de las entidades FEE o FOM determinen:

a) ¿Qué variables intervienen en el problema? \_\_\_\_\_

b) ¿Cuál es el cobro de dinero correspondiente al interés anual en cada entidad? \_\_\_\_\_

c) ¿Cómo es la relaciona la variación del dinero con respecto al tiempo? \_\_\_\_\_

---

---

d) ¿En qué rango varia la cantidad de dinero cobrado por cada entidad al cabo de los 5 años? \_\_\_\_\_



---

---

---

## ANEXO E. Sesión 4 de la intervención

### E1. ETAPA INICIAL. SESIÓN 4. TRABAJO INDIVIDUAL

	<b>COLEGIO JUAN CRISTÓBAL MARTÍNEZ</b> <b>LIC. MÓNICA ALEYDA ADARME BARAJAS</b> <b>SESIÓN 4</b>	
---	---	---

Estudiante: \_\_\_\_\_ Grado: Noveno \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Apreciado estudiante:** A continuación se presenta el video: “Introducción a los conceptos de interés simple y compuesto” encontrado en internet en: [https://www.youtube.com/watch?v=xaBD3oU3\\_Wk](https://www.youtube.com/watch?v=xaBD3oU3_Wk) cuya información le ayudará a determinar si las afirmación son V o F. Argumente:

- a) El capital ahorrado a interés simple **No** se mantiene constante en cada periodo de tiempo.

---

---

- b) Capitalizar significa que los intereses generados en un periodo de tiempo hacen parte del capital o valor presente en un segundo periodo y así sucesivamente.

---

---

- c) En el interés compuesto **No** varía el capital o valor presente en cada periodo de tiempo.

---

---

- d) Al ahorrar un capital con interés simple o con interés compuesto a un tiempo y tasa de interés igual es mejor el interés simple.

---

---

A continuación se presenta una situación resuelta que debe analizar en forma individual y luego grupal, para que finalmente en plenaria, comunique la comprensión de la información y argumente los procedimientos observados. Al final del taller encontrará EMOTICONES que describen distintos estados de ánimo; seleccione el EMOTICÓN que indique cómo se sintió usted durante la actividad.

### ANALIZO CON FRANCISCO EL MEJOR TIPO DE AHORRO

#### Situación Problema:

Francisco reunió en su cumpleaños \$900.000, él decidió ahorrarlos y ganar un poco de dinero durante tres años. Consultó en el fondo de empleados FOM quienes pagan a un porcentaje de **interés simple** del 12% anual por peso ahorrado. También averiguó en el Banco CC que paga a un **interés compuesto** del 12% anual por peso ahorrado.

Un funcionario del Banco CC le proporcionó la siguiente información:

Banco CC (interés compuesto 12 % anual)			
Tiempo (t) años	Capital (P)	Interés (I) anual	Interés Acumulado
1	\$900.000	\$108.000	\$108.000
2	\$1.008.000	\$120.960	\$228.960
3	\$1.128.960	\$135.475,2	\$364.435,2

De la Entidad FOM le suministraron también información que se muestra a continuación.

Entidad FOM (interés simple 12% anual)			
Tiempo (t) años	Capital (P)	Interés(I) anual	Interés Acumulado
1	\$900.000	\$108.000	\$108.000
2	\$900.000	\$108.000	\$216.000
3	\$900.000	\$108.000	\$324.000

1. Luego de interpretar y comparar la información suministrada por ambas entidades financieras, Francisco observa diferencias en el interés anual e interés acumulado y se pregunta:

a) ¿En cuál entidad se obtendrá mayor ganancia de dinero durante el ahorro?  
¿Por qué? \_\_\_\_\_

---

---

Francisco observa que el interés simple anual en FOM aumenta en forma constante, mientras que el interés compuesto en el Banco CC aumenta de manera variada con respecto al tiempo.

(b) ¿A qué se debe la variación anual de los intereses en el Banco CC, si ambas entidades mantienen la misma tasa de interés? \_\_\_\_\_

---

---

2.¿Cómo se obtuvo el capital o valor presente para el segundo y tercer año en el Banco CC? \_\_\_\_\_

---

---

---

3.¿Cómo se calcula el interés compuesto en Banco CC? \_\_\_\_\_

---

---

---

---

Francisco decidió calcular los montos o valores futuros durante los tres años en cada una de las entidades financieras, para conocer realmente cuando ganará por su dinero ahorrado.

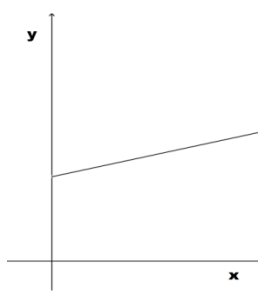
Entidad FOM (interés simple)		Banco CC (interés compuesto)	
Tiempo (t) años	Valor futuro (F)	Tiempo (t) años	Valor futuro (F)
1	\$1.008.000	1	\$1.008.000
2	\$1.116.000	2	\$1.128.960
3	\$1.224.000	3	\$1.264.435,2

4. Observó la gran diferencia que tendría el incremento su dinero al ahorrar con interés compuesto y se dispone a encontrar la relación matemática que modela el comportamiento de los valores futuros en el Banco CC analizando el valor presente, los intereses y el valor futuro durante los tres años.

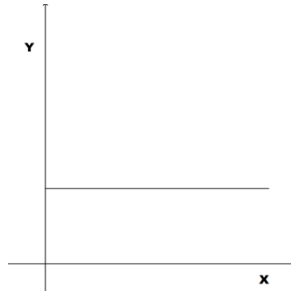
Tiempo t - años	Valor Fututo o Monto total en cada periodo de capitalización anual	Valor futuro como potencia
1	$F_1 = P_0 + I_1 = P_0 + P_0(0,12)$ . Al factorizar: $F_1 = P_0(1+0,12)$	$F_1 = P_0(1+0,12)^1$
2	$F_2 = F_1 + I_2 = P_0(1+0,12) + P_0(1+0,12)(0,12)$ Al factorizar $F_2 = P_0(1+0,12)^2$	$F_2 = P_0(1+0,12)^2$
3	$F_3 = F_2 + I_3 = P_0(1+0,12)^2 + P_0(1+0,12)^2(0,12)$ Factorizar $F_3 = P_0(1+0,12)^3$	$F_3 = P_0(1+0,12)^3$

(a) ¿Cuál es la expresión matemática que modela los valores futuros al ahorrar Francisco en el Banco CC durante un tiempo de (t) años? \_\_\_\_\_

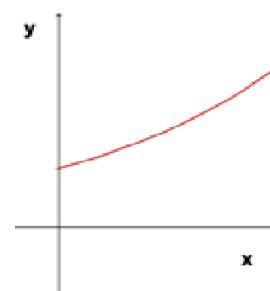
(b) Escoja la gráfica que mejor represente los valores futuros al ahorrar el Banco CC. Argumente su elección y diga por qué no escoge a las otras dos \_\_\_\_\_



**Gráfica 1**



**Gráfica 2**





**Gráfica 3**

Seleccione el EMOTICÓN que indique cómo se sintió usted durante la actividad.



## E2. ETAPA INTERMEDIA. SESIÓN 4. TRABAJO GRUPAL

	<b>COLEGIO JUAN CRISTÓBAL MARTÍNEZ</b> <b>LIC. MÓNICA A. ADARME BARAJAS</b> <b>SESIÓN 4. Etapa intermedia</b>	
---	---	---

Grupo No \_\_\_\_\_ Grado \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Tiempo: 2 hora  
Integrantes: \_\_\_\_\_

---

**Apreciados estudiantes:** Por equipos de trabajo se realizará la socialización de la Etapa inicial, con el fin de comunicar a sus demás compañeros en forma escrita y oral el consenso grupal de los procedimientos y resultados obtenidos. Para ello diligencie cada uno de los siguientes numerales:

- a) Determinen cuales de las afirmaciones son falsas y arguméntelas **(al respaldo de la hoja)**
- b) Argumenten cómo se obtuvo los valores futuros en ambas entidades financieras para  $t=3$  año

--	--

- c) Determinen con ayuda de las expresiones matemáticas el valor futuro del dinero que tendría Francisco si él decidiera ahorrar a un tiempo de 10 años en FOM o el Banco CC.

--	--

d) Analicen los valores futuros de la entidad FOM durante los tres años y encuentre **la diferencia** entre el siguiente y el anterior valor futuro ¿Qué observan? ¿Cómo son sus incrementos?

---

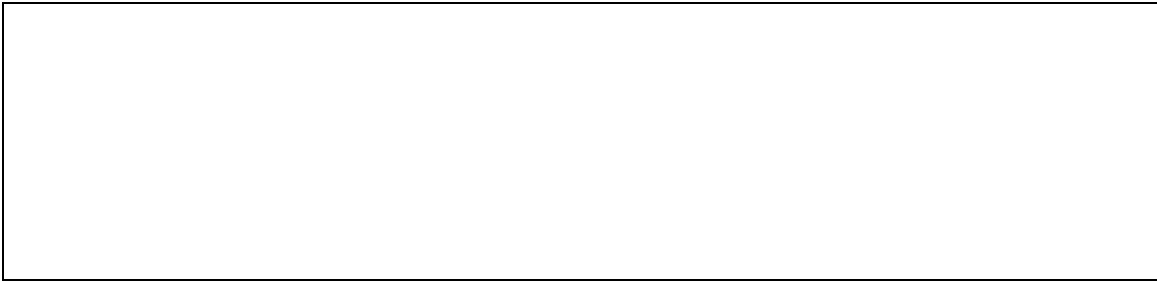
---

--

e) Analicen los valores futuros del Banco CC y encuentre **el cociente** entre el siguiente y el anterior valor futuro ¿Qué observan? ¿Cómo son sus incrementos anuales? Argumenten

---

---



f) Escojan la gráfica que mejor represente los valores futuros al ahorrar el Banco CC, encuentre el dominio y el rango de la gráfica elegida y diga por qué no escogen a las otras dos




---

---

---

## ANEXO F. Sesión 5 de la intervención

### F1. ETAPA INICIAL SESIÓN 5. TRABAJO INDIVIDUAL

 	<b>COLEGIO JUAN CRISTÓBAL MARTÍNEZ</b> <b>LIC. MÓNICA ALEYDA ADARME BARAJAS</b> <b>SESIÓN 4</b>	
---	---	---

Estudiante: \_\_\_\_\_ Grado: Noveno \_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

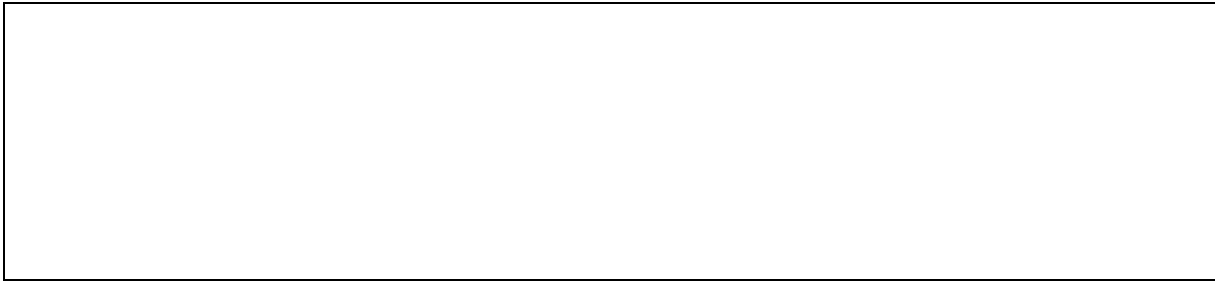
**Apreciado estudiante:** A continuación se presenta una situación que debe resolver de manera individual y luego grupal, para finalmente en plenaria, comunicar de manera escrita y oral procedimientos y resultados obtenidos.

Al final del taller encontrará EMOTICONES que describen distintos estados de ánimo; seleccione el EMOTICÓN que indique cómo se sintió usted durante la actividad.

### ANALIZO CON SARA LA MEJOR CAPITALIZACIÓN

Los abuelos de Sara al nacer le abrieron una cuenta de ahorros con un valor inicial de \$500.000 a una tasa de interés simple al 15% anual, que podía retirar al ser mayor de edad. Sara hoy cumple 18 años y le pide a Felipe su tío, que la acompañe al banco a retirar el dinero de la cuenta. “¡Guau!”, exclamó Sara cuando el cajero le informa sobre el monto de dinero en su cuenta de ahorros.

a) ¿Cuál fue el monto de dinero que recibió Sara? \_\_\_\_\_



**Situación problema:**

Felipe dice “genial, pero quieres saber qué hubiera pasado si el interés hubiese sido compuesto con capitalización anual, trimestral, mensual o diaria, “¿Qué significa eso?” preguntó Sara a su tío, “significa que el interés simple devengado en el primer periodo de tiempo (anual, trimestral, mensual o diario) según la capitalización que ofrezca el banco, pasa a formar parte del capital para el segundo periodo y así sucesivamente, es decir se gana interés sobre el interés devengado,” explicó Felipe. “¿Cómo calculo el interés compuesto según la capitalización?”, preguntó Sara. “Ven y te explico” dijo su tío.

**1. Según el problema se puede responder las siguientes preguntas:**

- a) ¿Qué tipos de capitalización se enuncian en el problema de interés compuesto? \_\_\_\_\_
- b) ¿Qué es para usted la capitalización? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- c) Explique con sus palabras la diferencia entre la capitalización anual, trimestral, mensual o diaria \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**2) Teniendo en cuenta lo aprendido en la sesión anterior piense como resolver la situación dada.**

a) Explique sin resolver ¿Cómo hallar el interés compuesto anual durante los 18 años? \_\_\_\_\_

---

---

---

---

b) Si el interés compuesto es anual que se debe hacer para calcularlo trimestral, mensual o diaria \_\_\_\_\_

---

---

---

---

**3) Siga el análisis que hace Felipe, para que su sobrina resuelva la situación propuesta.**

Felipe dice a su sobrina “así como el interés anual se divide según la capitalización trimestral, mensual o diaria, también el número de periodos de capitalización (**t**) aumentaría por año” así:

a) En 18 años hay 18 capitalizaciones anuales. Preguntémonos ¿Cuántos periodos de capitalización hay en 18 años con capitalizaciones trimestral, mensual o diaria por año?

“Usando la fórmula de interés compuesto  $F = \left(1 + \frac{i}{k}\right)^{t*k}$  podemos calcular el valor futuro o Monto total al cabo de 18 años ( $F_{18}$ )” dice Felipe.

- b) ¿Cuál es el valor futuro de \$500.000 al cabo de 18 años a una tasa del 15% de interés compuesto de capitalización anual? \_\_\_\_\_

- c) ¿Cuál es el valor futuro de \$500.000 al cabo de 18 años a una tasa del 15% de interés compuesto de capitalización trimestral? \_\_\_\_\_

- d) ¿Cuál es el valor futuro de \$500.000 al cabo de 18 años a una tasa del 15% de interés compuesto de capitalización mensual? \_\_\_\_\_

e) ¿Cuál es el valor futuro de \$500.000 al cabo de 18 años a una tasa del 15% de interés compuesto de capitalización diaria? \_\_\_\_\_

Felipe cuestiona a su sobrina para que analice y compare los valores futuros en cada caso.

f) ¿Cuál de los tipos de capitalización de interés compuesto es más rentable?

\_\_\_\_\_

g) ¿Por qué sucede esto?" \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Felipe le solicita a Sofía que generalice los montos totales según las capitalizaciones, es decir, que ella escriba la fórmula del interés compuesto con valor presente  $P_0$  a con tasa de interés anual  $i$ , en un tiempo  $t$  en años incluyendo el número de capitalizaciones  $k$  por año.

h) ¿Cuál es la expresión matemática que modela el interés compuesto con  $k$  número de capitalizaciones por año? \_\_\_\_\_

- 4) Para verificar la solución del problema Felipe le sugiere a su sobrina usar Excel para calcular los valores futuros durante los 18 años según el tipo de capitalización que son:

INTERÉS COMPUESTO CON DIFERENTES CAPITALIZACIONES				
Tiempo	Anual	Trimestral	Mensual	Diario
0	500000	500000	500000	500000
1	575000	579325,208	580377,259	580899,222
2	661250	671235,392	673675,525	674887,811
3	760437,5	777727,166	781971,909	784083,608
4	874503,125	901113,903	907677,427	910947,115
5	1005678,59	1044076	1053590,67	1058336,94
6	1156530,38	1209719,09	1222960,13	1229574,21
7	1330009,94	1401641,52	1419556,5	1428517,4
8	1529511,43	1624012,53	1647756,62	1659649,29
9	1758938,15	1881662,8	1912640,94	1928177,97
10	2022778,87	2180189,38	2220106,61	2240154,16
11	2326195,7	2526077,33	2576998,78	2602607,61
12	2675125,05	2926840,55	2991262,98	3023705,47
13	3076393,81	3391185,01	3472122,02	3512936,31
14	3537852,88	3929197,92	4030281,32	4081323,94
15	4068530,81	4552566,8	4678167,25	4741675,8
16	4678810,44	5274833,42	5430203,77	5508871,56
17	5380632	6111687,93	6303133,55	6400198,4
18	6187726,8	7081309,76	7316390,75	7435740,54

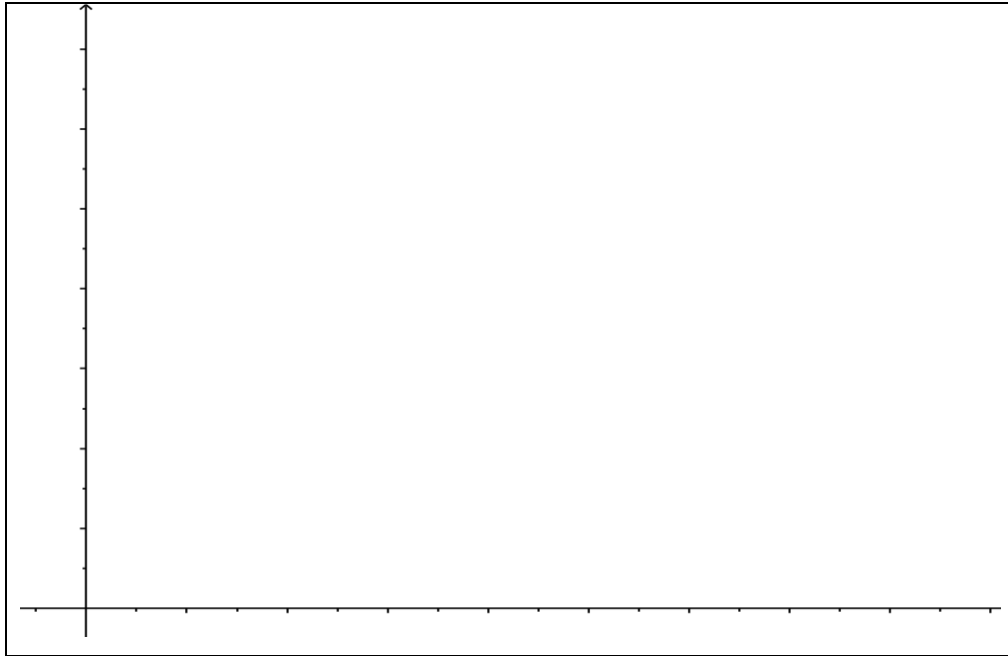
- a) Al comparar los diferentes valores futuros de interés compuesto de capitalización anual, trimestral, mensual o diario ¿Cuál capitalización es mejor en cualquier periodo de tiempo? Argumente su respuesta \_\_\_\_\_

---



---

- b) Realice las gráficas en el mismo plano cartesiano que representa las diferentes capitalizaciones de interés compuesto tomando solo los valores de  $t=0,6,12$  y  $18$  años



- c) ¿En cuál de las representaciones (gráfica, algebraica o en tabla) se comprende mejor la variación de los valores futuros en las diferentes capitalizaciones? Argumente su respuesta \_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Seleccione el EMOTICÓN que indique cómo se sintió usted durante la actividad.



## F2. ETAPA INTERMEDIA SESIÓN 5. TRABAJO GRUPAL

	<b>COLEGIO JUAN CRISTÓBAL MARTÍNEZ</b> <b>LIC. MÓNICA A. ADARME BARAJAS</b> <b>SESIÓN 5. Etapa intermedia</b>	
---	---	---

Grupo No \_\_\_\_\_ Grado \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Tiempo: 2 horas

Integrantes:

---

---

**Apreciados estudiantes:** Por equipos de trabajo se realizará la socialización de la Etapa inicial, con el fin de comunicar a sus demás compañeros en forma escrita y oral el consenso grupal de los procedimientos y resultados obtenidos. Para ello diligencie cada uno de los siguientes numerales:

1. ¿Qué es para ustedes la capitalización? \_\_\_\_\_

---

---

2. Expliquen con sus palabras la diferencia entre la capitalización anual, trimestral, mensual o diaria \_\_\_\_\_

---

---

---

---

3. Escriban la fórmula y calculen el valor futuro compuesto a 18 años con capitalización anual, trimestral, mensual y diario del problema.


4. Observen las gráficas de los integrantes del grupo, escojan la mejor representación de las diferentes capitalización (anual, trimestral, mensual y diaria) y argumente

a) ¿Cuál de los tipos de capitalización de interés compuesto es más rentable?

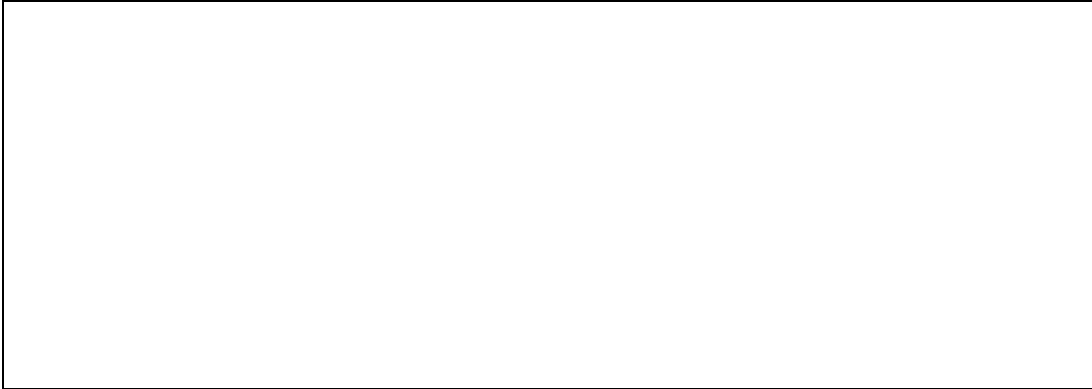
\_\_\_\_\_¿Por qué sucede esto?\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

b) Analizando las tablas con los valores futuros en los 18 años. Determinen el cociente entre valor futuro de año siguiente y año anterior en cada capitalización, pruebe con dos pares de años ¿Qué observa?



c) Analizando las gráficas de las diferentes capitalizaciones. Determinen el dominio y rango de las diferentes representaciones ¿tiene algo en común? Argumente su respuesta \_\_\_\_\_



---

---

---

## ANEXO G. La autoevaluación

### G1. PRIMERA AUTOEVALUACIÓN

	<b>COLEGIO JUAN CRISTÓBAL MARTÍNEZ</b> <b>LIC. MÓNICA ALEYDA ADARME BARAJAS</b> <b>SEGUIMIENTO ESTRATEGIA DEL PROTOCOLO PARA</b> <b>FORTALECER HABILIDADES DEL PROCESO DE</b> <b>COMUNICACIÓN</b>	
---	---	---



PROGRESO PERSONAL DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_

(AUTOEVALUACIÓN) GRADO 9-3 FECHA: Nov 13/16

Habilidad	Descripción	Sesión 1	Sesión 2	Sesión 3	Observaciones para mejorar
<b>INTERPRETAR al solucionar problemas de tipo económico:</b>	<b>I1:</b> Soy capaz de comprender el texto, datos o representaciones de <b>la función de interés simple</b> , puedo comunicar por escrito los pasos para llegar a la solución sin la ayuda de alguna persona.				
	<b>I2:</b> Necesito ayuda para comprender el texto, datos o representaciones de <b>la función de interés simple</b> , se me dificulta exponer por escrito los pasos seguidos en la solución.				
	<b>I3:</b> No logro comprender el texto, datos o representaciones de <b>la función de interés simple</b> a pesar de la ayuda de alguna persona. No sé cómo exponer por escrito los pasos para hallar				

Habilidad	Descripción	Sesión 1	Sesión 2	Sesión 3	Observaciones para mejorar
	la solución.				
<b>ARGUMENTAR. La socialización de grupo y en la plenaria general.</b>	A1: Doy razones para convencer a otro sobre cómo o por qué se llegó a la solución, la conclusión, la estrategia y la representación de <b>la función de interés simple.</b>				
	A2: Se me dificulta dar razones para convencer a otro sobre cómo o por qué se llegó a la solución, la conclusión, la estrategia y la representación de <b>la función de interés simple.</b>				
	A3: No encuentro razones de cómo obtener la solución, la conclusión, la estrategia y la representación de <b>la función de interés simple.</b>				
<b>MOTIVACIÓN hace referencia a La actitud en las diferentes sesiones</b>	<p><b>M1:</b> Atiende a clase</p> <p><b>M2:</b> Asiste a clase</p> <p><b>M3:</b> Muestra interés por realizar el seguimiento de su proceso de aprendizaje en cuanto a la solución problemas de tipo económico que involucran las funciones de interés simple y compuesto</p> <p>Cada <b>M</b> especifíquelo con la categorización <b>Siempre(a)</b> <b>Algunas veces (b) y Poco (c).</b></p>				

## G2. SEGUNDA AUTOEVALUACIÓN

	<b>COLEGIO JUAN CRISTÓBAL MARTÍNEZ</b> <b>LIC. MÓNICA ALEYDA ADARME BARAJAS</b> <b>SEGUIMIENTO ESTRATEGIA DEL PROTOCOLO PARA</b> <b>FORTALECER HABILIDADES DEL PROCESO DE COMUNICACIÓN</b>	
---	---	---

PROGRESO PERSONAL DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_




(AUTOEVALUACIÓN) GRADO 9-3 FECHA: Nov 24/16

Habilidad	Descripción	Sesión 4	Sesión 5	Observaciones para mejorar
<b>INTERPRETAR</b> <b>al solucionar</b> <b>problemas de</b> <b>tipo económico:</b>	<b>I1:</b> Soy capaz de comprender el texto, datos o representaciones de <b>la función de interés compuesto</b> , puedo comunicar por escrito los pasos para llegar a la solución sin la ayuda de alguna persona.			
	<b>I2:</b> Necesito ayuda para comprender el texto, datos o representaciones de <b>la función de interés compuesto</b> , se me dificulta exponer por escrito los pasos seguidos en la solución.			
	<b>I3:</b> No logro comprender el texto, datos o representaciones <b>de la función de interés compuesto</b> a pesar de la ayuda de alguna persona. No sé cómo exponer por escrito los pasos para hallar la solución.			
<b>ARGUMENTAR.</b> <b>La socialización</b> <b>de grupo y en la</b> <b>plenaria general.</b>	<b>A1:</b> Doy razones para convencer a otro sobre cómo o por qué se llegó a la solución, la conclusión, la estrategia y la representación de <b>la función de interés compuesto.</b>			

Habilidad	Descripción	Sesión 4	Sesión 5	Observaciones para mejorar
	A2: Se me dificulta dar razones para convencer a otro sobre cómo o por qué se llegó a la solución, la conclusión, la estrategia y la representación de <b>la función de interés compuesto</b> .			
	A3: No encuentro razones de cómo obtener la solución, la conclusión, la estrategia y la representación de <b>la función de interés compuesto</b> .			
<b>MOTIVACIÓN</b> hace referencia a <b>La actitud en las</b> <b>diferentes</b> <b>sesiones</b>	<b>M1:</b> Atiende a clase <b>M2:</b> Asiste a clase <b>M3:</b> Muestra interés por realizar el seguimiento de su proceso de aprendizaje en cuanto a la solución problemas de tipo económico que involucran las funciones de interés simple y compuesto  Cada <b>M</b> especifíquelo con la categorización <b>Siempre(a) Algunas veces (b) y Poco (c)</b> .			

## ANEXO H. La prueba final

### PRUEBA FINAL PRIMERA PARTE SOBRE PORCENTAJE

 	<b>COLEGIO JUAN CRISTÓBAL MARTÍNEZ</b> <b>LIC. MÓNICA ALEYDA ADARME BARAJAS</b> <b>PRUEBA FINAL PARA ESTUDIANTES</b>	
---	--	---

Estudiante: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**APRECIADO ESTUDIANTE:** El presente test tiene como finalidad evaluar las fortalezas y/o debilidades que usted aún presenta en el proceso de comunicación al resolver problemas de tipo económico, por tanto siéntase con la libertad de expresar sus pensamientos, sentimientos, dudas y reflexiones al respecto.

**Realice el siguiente cuestionario describiendo las estrategias utilizadas al resolver cada situación problema:**

1. Carlos y Pedro compraron el mismo televisor en almacenes diferentes. La publicidad del televisor de Carlos decía “TV de \$3.000.000 con el 35% de descuento”. La publicidad del televisor de Pedro decía “TV de \$1.250.000 sin IVA, al comprarlo aumenta su valor en 16% correspondiente al IVA”. ¿Cuál de los dos compradores obtuvo mejor precio en la compra del televisor?

**a) Interprete la situación y exprese el paso a paso que emplearía para llegar a la solución.**

---

---

**b) Resuelva el problema respondiendo cada ítem propuesto**

2. Patricia solicitó \$600.000 prestados a interés simple por tres meses. El monto total que pagó Patricia por el préstamo con intereses fue de \$750.000

- ✓ ¿Cuánto es el interés mensual que pagó Patricia? \_\_\_\_\_
- ✓ ¿Cuál fue el porcentaje de interés mensual? \_\_\_\_\_

**a) Exprese el paso a paso que emplearía para llegar a la solución.**

---

---

**b) Resuelva el problema respondiendo cada ítem propuesto**

3. Un prestamista cobra a interés simple del 12% mensual por cada peso prestado. Néstor solicita prestados \$360.000 por un tiempo (t) en meses

- ✓ ¿Cuánto es el interés mensual que pagaría Néstor? \_\_\_\_\_
- ✓ ¿Cuál es la tasa de interés mensual? \_\_\_\_\_
- ✓ ¿Cuál es la expresión algebraica que modela la situación en un tiempo (t)?  
\_\_\_\_\_

**a) Interprete la situación y exprese el paso a paso que emplearía para llegar a la solución.**

---

---

---

**b) Resuelva el problema respondiendo cada ítem propuesto**

### **PRUEBA FINAL SEGUNDA PARTE SOBRE FUNCIÓN LINEAL**

4. Una persona decide solicitar un crédito por un valor de \$5.000.000 y para obtener ese monto tiene dos opciones, el fondo de empleados **FOM** le presta ese dinero con interés simple del 17% anual, mientras que el banco **CC** le ofrece la misma cantidad con interés compuesto del 15% anual. Si tiene

planeado pagar el préstamo con los intereses al cabo de 3 años, completa la tabla y contesten lo siguiente:

FOM				Banco CC			
Tiempo (años)	Capital ( $P_0$ )	Interés simple 17%	V. Futuro	Tiempo (años)	Capital ( $P_0$ )	Interés comp. 15%	V. Futuro
1	5.000.000	850.000	5.850.000	1	5.000.000	750.000	5.750.000
2	5.000.000			2	5.750.000		
3	5.000.000			3			

REALICE OPERACIONES AQUÍ

a) ¿En cuál entidad financiera le conviene pedir el préstamo? \_\_\_\_\_  
 ¿por qué? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

b) ¿Cuánto más de interés tendrían que pagar en la entidad financiera que no les conviene, al cabo de tres años?  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

c) Argumente las diferencias que encuentra entre las dos entidades financieras \_\_\_\_\_

---

---

d) Teniendo en cuenta el tiempo y valor futuro ¿Cuál es para usted la variable dependiente y cual la independiente? Argumente su respuesta

---

---

---

e) Interprete el dominio y rango en cada una de las entidades financieras

---

---

---

---

f) Argumente ¿cómo es el comportamiento del incremento (aumento) en los valores futuros en cada entidad financiera y a qué se debe ese comportamiento? \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

---

g) ¿cuál es la representación algebraica que modela cada una de las entidades financieras del problema?

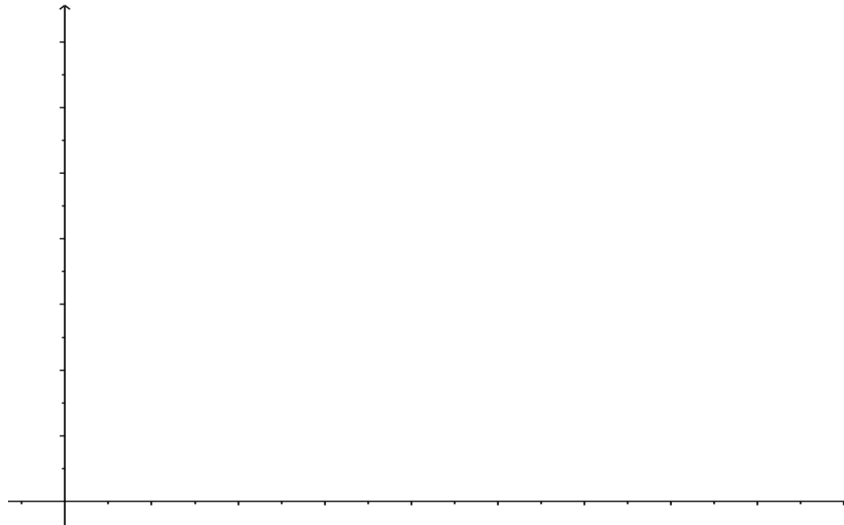
---

---

---

---

h) Represente en el plano cartesiano con un gráfico a cada una de las dos entidades financieras de la situación y describa con sus palabras las diferencias y similitudes que resultan.



## **H2: RESUMEN DE RESULTADOS DE LA INTERPRETACIÓN EN PROBLEMAS SOBRE PORCENTAJE DE LA PRUEBA FINAL**

Los siguientes cuadros resumen el desempeño en la habilidad de interpretación y argumentación de los estudiantes de estudio en el desarrollo de problemas de tipo económico con porcentaje, teniendo en cuenta la frecuencia relativa para ubicarlos en un nivel de desempeño con la condición que si el estudiante se ubicaba en un desempeño distinto en cada problema se dejaba en nivel básico.

**Tabla 3: Resumen del nivel de desempeño en la interpretación prueba final sobre porcentaje**

<b>HABILIDAD DE LA INTERPRETACIÓN DE PROBLEMAS CON PORCENTAJE</b>			
<b>Problema</b>	<b>Nivel 1 : Bajo</b>	<b>Nivel 2: Básico</b>	<b>Nivel 3: Alto</b>
<b>1</b>	E12, E32. <b>(6%)</b>	E6, E7, E8, E9, E13, E26, E27, E29, E36. <b>(26%)</b>	E1, E2, E3, E4, E5, E10, E11, E14, E15, E16, E17, E19, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E30, E31, E33, E34 E35. <b>(68%)</b>
<b>2</b>	E3, E26, E32 <b>(9%)</b>	E2, E4, E5, E6, E7, E10, E12, E13, E14, E15, E17, E19, E21, E24, E25, E27, E31, E33, E34, E35. <b>(57%)</b>	E1, E8, E9, E11, E16, E18, E20, E22, E23, E29, E30, E36. <b>(34%)</b>
<b>3</b>	E3, E13, E15. <b>(9%)</b>	E4, E7, E8, E10, E12, E16, E17, E21, E26, E27, E29, E30, E32, E36. <b>(40%)</b>	E1, E2, E5, E6, E9, E11, E14, E18, E19, E20, E22, E23, E24, E25, E31, E33, E34 E35, <b>(51%)</b>
<b>Definitivo Frecuencia 2 de 3</b>	<b>E3, E32 (6%)</b>	<b>E4, E6, E7, E8, E10, E12, E13, E15, E17, E21, E26, E27, E29, E36 (40%)</b>	<b>E1, E2, E5, E9, E11, E14, E16, E18, E19, E20, E22, E23, E24, E25, E30, E31, E33, E34 E35. (54%)</b>

**H3: RESUMEN DE RESULTADOS DE LA ARGUMENTACIÓN EN PROBLEMAS SOBRE PORCENTAJE DE LA PRUEBA FINAL**

**Tabla 4: Nivel de desempeño en la argumentación prueba final sobre porcentaje**

<b>HABILIDAD DE LA ARGUMENTACIÓN DE PROBLEMAS CON PORCENTAJE</b>			
<b>Problema</b>	<b>Nivel 1 : Bajo</b>	<b>Nivel 2: Básico</b>	<b>Nivel 3: Alto</b>
<b>1</b>	E7, E8, E12, E32. <b>(11%)</b>	E1, E3, E5, E6, E9, E10, E13, E15, E19, E20, E23, E26, E27, E29, E30, E35, E36. <b>(49%)</b>	E2, E4, E11, E14, E16, E17, E18, E21, E22, E24, E25, E31, E33, E34. <b>(40%)</b>

<b>HABILIDAD DE LA ARGUMENTACIÓN DE PROBLEMAS CON PORCENTAJE</b>			
<b>Problema</b>	<b>Nivel 1 : Bajo</b>	<b>Nivel 2: Básico</b>	<b>Nivel 3: Alto</b>
<b>2</b>	E3, E6, E7, E8, E26, E30, E32 <b>(20%)</b>	E2, E4, E5, E9, E10, E12, E13, E14, E15, E17, E19, E20, E21, E23, E24, E25, E27, E29, E31, E33, E34, E35, E36. <b>(66%)</b>	E1, E11, E16, E18, E22. <b>(14%)</b>
<b>3</b>	E3, E8, E13, E15, E21, E26, E27, E32 <b>(23%)</b>	E2, E4, E5, E6, E7, E10, E12, E14, E16, E17, E19, E20, E23, E25, E29, E30, E31, E35, E36. <b>(54%)</b>	E1, E9, E11, E18, E22, E24, E33, E34 <b>(23%)</b>
<b>Definitivo frecuencia 2 de 3</b>	<b>E3, E7, E8, E26, E32 (14%)</b>	<b>E2, E4, E5, E6, E9, E10, E12, E13, E14, E15, E17, E19, E21, E20, E23, E25, E27, E29, E30, E31, E35, E36 (63%)</b>	<b>E1, E11, E16, E18, E22, E24, E33, E34. (23%)</b>

## ANEXO I. Rúbricas de evaluación

### Rubrica 1. Valoración de las dos habilidades en la primera parte en la prueba diagnóstica y la prueba final.

#### I1. Valoración de la interpretación sobre porcentaje.

ÉXITO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON EL USO DE PORCENTAJES (según el número de problemas resueltos correctamente)	VALORACIÓN HABILIDAD DE INTERPRETACIÓN		
	<b>Bajo (I1):</b> Reconoce algunos datos pero no establece relaciones que permitan determinar que ha comprendido el problema.	<b>Básico (I2):</b> Reconoce los datos relevantes estableciendo ciertas relaciones entre ellos, permitiendo determinar que ha comprendido en parte el problema.	<b>Alto (I3):</b> Reconoce los datos y establece relaciones entre ellos, dando sentido y significado al problema, permitiendo determinar que lo ha comprendido correctamente.
<b>Tipo 1:</b> Resolvieron menos del 50% de los problemas usando la proporción y comparación de porcentajes.			
<b>Tipo 2:</b> Resolvieron correctamente el 60% o el 70% de los problemas usando la proporción y comparación de porcentajes.			
<b>Tipo 3:</b> Resolvieron correctamente el 80% o más de los problemas usando la proporción y comparación de porcentajes.			

Fuente: Elaborado por la investigadora

## I2. Valoración de la argumentación sobre porcentaje.

ÉXITO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON EL USO DE PORCENTAJES (número de problemas resueltos correctamente)	VALORACIÓN HABILIDAD DE ARGUMENTACIÓN		
	Bajo (A1): Carece de palabras o expresa lo que piensa o hace con el problema, sin sentido.	Básico (A2): presenta dificultad al expresar el proceso que pensó y realizó para obtener la solución al problema.	Alto (A3): Expresa claramente el proceso empleado que sustenta la solución del problema.
<b>Tipo 1:</b> Resolvieron menos del 50% de los problemas usando la proporción y comparación de porcentajes.			
<b>Tipo 2:</b> Resolvieron correctamente el 60% o el 70% de los problemas usando la proporción y comparación de porcentajes.			
<b>Tipo 3:</b> Resolvieron correctamente el 80% o más de los problemas usando la proporción y comparación de porcentajes.			

Fuente: Elaborado por la investigadora

**Rubrica 2. Valoración de las dos habilidades en la segunda parte de la prueba diagnóstica y la prueba final.**

## I3. Valoración de la interpretación sobre la función lineal.

ASPECTOS SOBRE SOLUCIÓN DEL PROBLEMA CON FUNCIÓN LINEAL	VALORACIÓN HABILIDAD DE INTERPRETACIÓN		
	Bajo (I1): Reconoce algunos datos pero no establece relaciones que permitan determinar que ha comprendido el problema.	Básico (I2): Reconoce los datos relevantes estableciendo ciertas relaciones entre ellos, permitiendo determinar que ha comprendido en parte el problema.	Alto (I3): Reconoce los datos y establece relaciones entre ellos, dando sentido y significado al problema, permitiendo determinar que lo ha comprendido correctamente.
Ítem1: Diferencian la variable dependiente e independiente en una Función Lineal.			
Ítem2: Reconocen la pendiente como un crecimiento constante modelada a través de la Función Lineal.			
Ítem3: Reconocen el término constante de la función lineal como corte con el eje Y en el plano cartesiano.			
Ítem4: Encuentran el valor de la variable dependiente si se conoce el valor de la variable independiente, en la función lineal.			
Ítem5: Determinan el valor de la variable independiente si se conoce el valor de la variable dependiente, en la función lineal.			
DEFINITIVO SEGÚN MAYOR FRECUENCIA O DETERMINACIONES			

Fuente: Elaborado por la investigadora

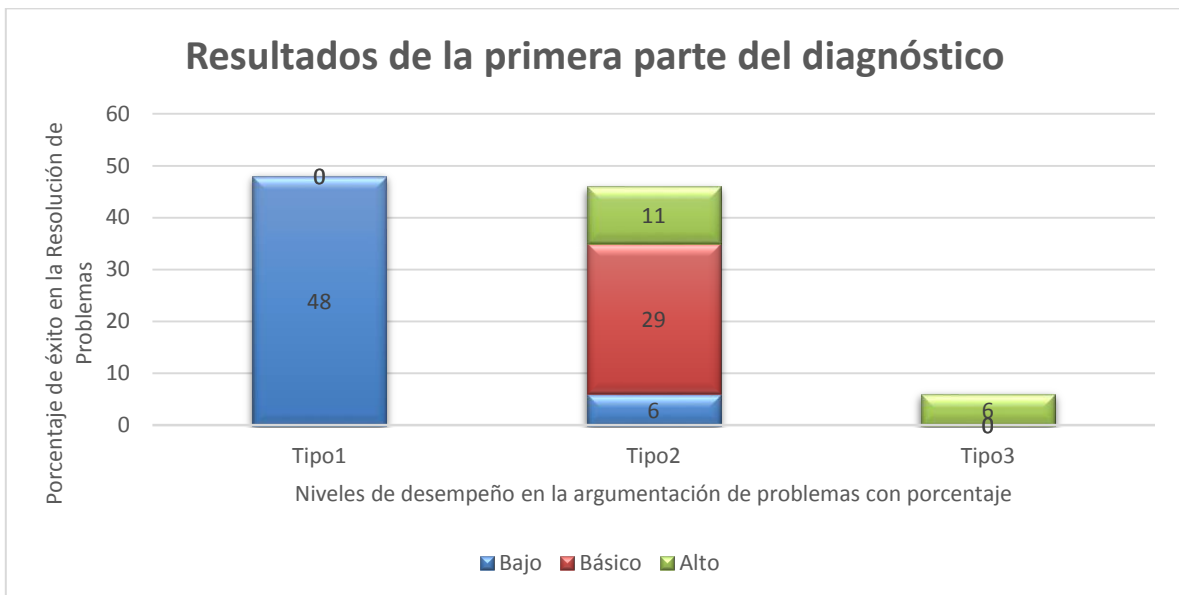
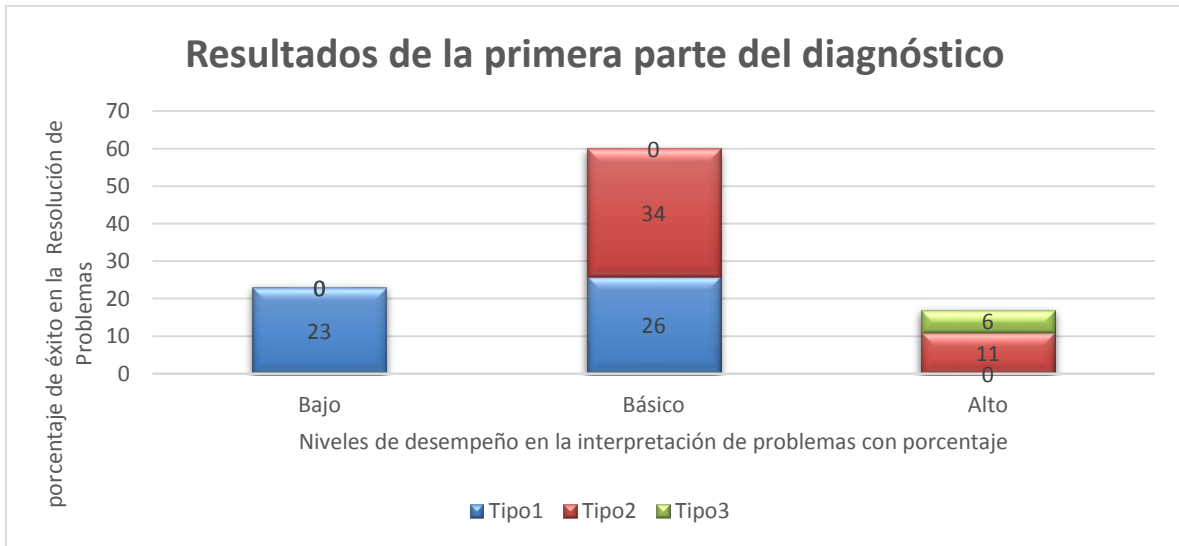
#### I4. Valoración de la argumentación sobre la función lineal.

ASPECTOS SOBRE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON FUNCIÓN LINEAL.	VALORACIÓN HABILIDAD DE ARGUMENTACIÓN		
	Bajo (A1): Carece de palabras o expresa lo que piensa o hace con el problema sin sentido.	Básico (A2): presenta dificultad al expresar el proceso que pensó y realizó para obtener la solución al problema.	Alto (A3): Expresa claramente el proceso empleado que sustenta la solución del problema.
Ítem2: Reconocen la pendiente como un crecimiento constante modelada a través de la función lineal.			
Ítem3: Reconocen el término constante de la Función Lineal como corte con el eje Y en el plano cartesiano.			
Ítem4: Encuentran el valor de la variable dependiente si se conoce el valor de la variable independiente, en la Función Lineal.			
Ítem5: Determinan el valor de la variable independiente si se conoce el valor de la variable dependiente, en la función lineal.			
Ítem6: Reconocen la representación gráfica de una situación modelada con Función Lineal.			
<b>DEFINITIVO SEGÚN MAYOR FRECUENCIA O DETERMINACIONES</b>			

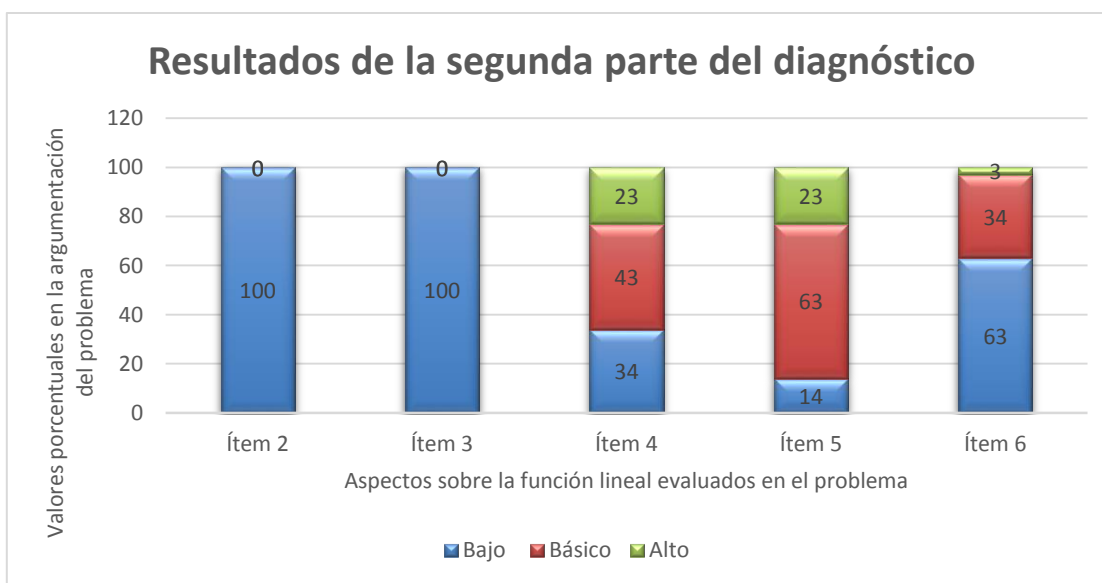
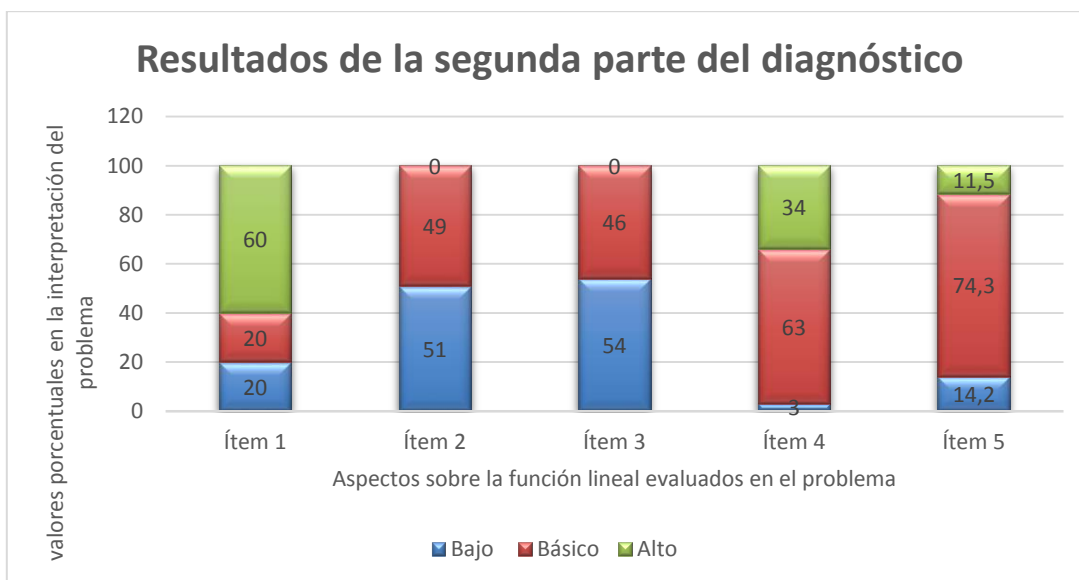
Fuente: Elaborado por la profesora investigadora

## ANEXO J. GRÁFICOS DE BARRAS

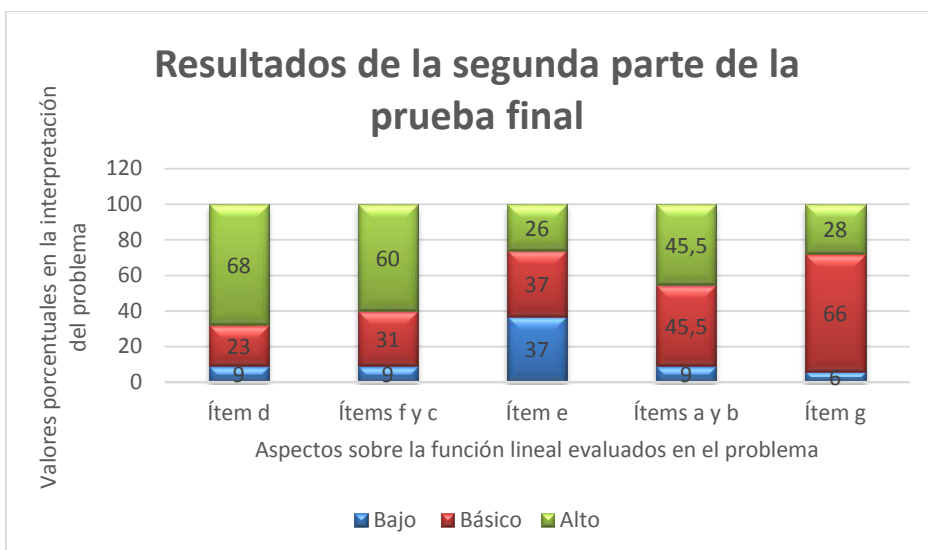
J1. Resultados de las dos habilidades del diagnóstico sobre porcentaje.



J1. Resultados de las dos habilidades del diagnóstico sobre función lineal.



### J3. Resultados de las dos habilidades en la prueba final sobre función lineal



## ANEXO K. Consentimiento informado

INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO JUAN CRITÓBAL MARTÍNEZ

PROGRAMA DE BECAS A LA EXCELENCIA DOCENTE MEN-UIS

PROGRAMA DE MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

### CONSENTIMIENTO INFORMADO

Mediante la firma de este documento, doy mi consentimiento para que mi hijo(a) Cesar Augusto Villamizar S menor de edad, identificado con Tarjeta de Identidad número 100769909, de quien soy su representante legal, participe en el trabajo de investigación: "PROCESO DE COMUNICACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ENFOQUE ECONÓMICO A TRAVÉS DEL SEGUIMIENTO Y ANÁLISIS DE PROTOCOLOS EN ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO DE UNA INSTITUCIÓN PÚBLICA EN SAN JUAN GIRÓN" aplicado por la docente MÓNICA ALEYDA ADARME BARAJAS, como requisito para obtener su título de MAGISTER EN PEDAGOGÍA de la UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER.

Del mismo modo autorizo para que la información y producción de mi hijo(a) en cada una de las actividades planeadas por la docente pueda ser utilizada y analizada en los fines pertinentes de la investigación, así como evidencia del trabajo realizado.

La información obtenida a través de cuestionarios, grabaciones en video, fotografías de las actividades, etc. será mantenida bajo estricta confidencialidad y en el informe final, su nombre no será utilizado. El estudio no conlleva ningún riesgo ni recibe ningún beneficio económico. Si tiene alguna pregunta al respecto se puede comunicar con la docente al número 3166260623 o bien asistir al colegio según el horario de atención a padres de familia, el cual se puede consultar en la página web del colegio (<http://www.juancrismar.edu.co>).

ORLANDO VA

Nombre del Padre de familia

91257751

Número de documento

[Firma]

Firma

Sandra Salinas


Nombre de la Madre de familia

37549591890

Número de documento

[Firma]

Firma



### **Certificado de finalización**

La Oficina para Investigaciones Extraintitucionales de los Institutos Nacionales de Salud (NIH) certifica que **MONICA ALEYDA ADARME BARAJAS** ha finalizado con éxito el curso de capacitación de NIH a través de Internet "Protección de los participantes humanos de la investigación".

Fecha de finalización: 05/23/2017

Número de certificación: 383565

## DECLARACIÓN DEL DOCENTE INVESTIGADOR

Yo: **MÓNICA ALEYDA ADARME BARAJAS**, identificada con la cédula de ciudadanía número 63.449.210 de Floridablanca, certifico que le he explicado al menor de edad y a su padre o acudiente, la naturaleza y el objetivo de la investigación, y que ellos entienden en que consiste su participación, los posibles riesgos y beneficios implicados.

Todas las preguntas que los sujetos me han hecho le han sido contestadas en forma adecuada. Así mismo, he leído y he explicado adecuadamente las partes del asentimiento y el consentimiento informado.

Hago constar con mi firma.

Nombre del investigador: Mónica Aleyda Adarme Barajas

Firma: Mónica Aleyda Adarme B.

Cédula de ciudadanía número: 63.449.210 de floridablanca

Fecha: Agosto 16 de 2016.