

Comportamiento dinámico de una placa aligerada modificada con metamateriales mecánicos
basados en amortiguadores de masa sintonizada

Daniel Camilo Jaramillo Sánchez

Proyecto para optar por el título de Magister en Ingeniería Civil

Director

Oscar Javier Begambre Carrillo

PhD. Ingeniería de Estructuras

Codirector

Jesús Antonio García Sánchez

PhD. Ingeniería Estructural

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas

Escuela de Ingeniería Civil

Maestría en Ingeniería Civil

Bucaramanga

2023

Dedicatoria

*A mi familia: Edith, Gregorio, Chucho, Lili, Oscar y Kimberlly; esto es por Ustedes y
para Ustedes.*

*Por último y no menos importante, a mí, como una muestra de superación, dedicación
y perseverancia.*

Agradecimientos

A la Universidad Industrial de Santander, por permitir la culminación de esta meta, como miembro de esta importante institución.

A la Universidad Federal de Itajubá, en especial al profesor Jesus Antonio García Sánchez, por su apoyo y acompañamiento en el desarrollo de este trabajo, y por su gestión para el préstamo de los equipos de computa para ejecución de la fase final del trabajo.

A mi director de trabajo de grado, Oscar Javier Begambre Carrillo por su acompañamiento y apoyo incondicional en el desarrollo del proyecto y todos sus consejos y recomendaciones.

A cada uno de los docentes, por toda su orientación, todo lo aprendido durante mi formación y camino para optar por el título de Magister en Ingeniería Civil.

Divulgación

A partir de este trabajo se realizó una ponencia en un evento internacional de divulgación científica, en el congreso “*XXXIX Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural*” en 2022, bajo el título “*Vibration control of one-story building using distributed multiple tuned mass dampers*”

Resumen

Título: Comportamiento dinámico de una placa aligerada modificada con metamateriales mecánicos basados en amortiguadores de masa sintonizada*

Autor: Daniel Camilo Jaramillo Sánchez**

Palabras clave: Metamateriales mecánicos, amortiguador de masa sintonizada, optimización.

Descripción:

Las cargas dinámicas presentan un desafío crucial para las estructuras. Para mitigar sus efectos, se han propuesto mecanismos de control, como los amortiguadores de masa sintonizada (AMS), aunque enfrentan limitaciones de tamaño y robustez. Esta investigación se enfoca en crear un metamaterial mediante múltiples AMS optimizados distribuidos (MAMSO-d) en espacios entre vigas y viguetas de una placa aligerada. De esta forma, se busca minimizar la amplitud máxima de la función de respuesta en frecuencia de receptancia (FRF-R) y aumentar la capacidad de control y mitigación de las cargas dinámicas. Tras explorar los fundamentos teóricos de los AMS y metamateriales, se realiza un diseño de experimentos preliminar para evaluar la respuesta dinámica de una estructura con diferentes materiales y configuraciones de MAMSO-d. Con resultados positivos, se utiliza el concepto de MAMSO-d como base para la creación de dos metamateriales. Mediante la optimización de estos metamateriales, se logra una reducción en la amplitud máxima de la FRF-R del 55.22% y 50.36% para el metamaterial 1 y 2, respectivamente. Este trabajo representa una innovación para abordar respuestas sísmicas al aprovechar espacios infrautilizados. Se presentan conclusiones y recomendaciones para orientar futuros desarrollos en ingeniería sísmica.

*Trabajo de grado de Maestría en Ingeniería Civil

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director: Oscar Javier Begambre Carrillo, PhD. Codirector: Jesús Antonio García Sánchez, PhD.

Abstract

Title: Dynamic Behavior of a Lightweight Plate Modified with Mechanical Metamaterials Based on Tuned Mass Dampers*

Author: Daniel Camilo Jaramillo Sánchez**

Keywords: Mechanical metamaterials, tuned mass damper, optimization.

Description:

Dynamic loads pose a critical challenge to structures. To mitigate their effects, control mechanisms have been proposed, such as Tuned Mass Dampers (TMDs), although they face limitations in size and robustness. This study focuses on creating a metamaterial through the distribution of optimized distributed Multiple Tuned Mass Dampers (d-MTMD) within voids between beams of a lightweight plate. The aim is to minimize the maximum amplitude of the Frequency Response Function of Receptance (FRF-R) and enhance dynamic control and load mitigation capabilities. After delving into the theoretical foundations of TMDs and metamaterials, a preliminary experimental design assesses the dynamic response of a structure using various materials and d-MTMD configurations. With positive results, the d-MTMD concept is utilized as a foundation for creating two distinct metamaterials. Through optimization of these metamaterials, a reduction of 55.22% and 50.36% in FRF-R maximum amplitude is achieved for metamaterials 1 and 2, respectively. This work represents an innovative approach to address seismic responses by utilizing underutilized spaces. Conclusions and recommendations are presented to guide future developments in seismic engineering.

*Master's Thesis in Civil Engineering

**Faculty of Physical-Mechanical Engineering. School of Civil Engineering. Advisor: Oscar Javier Begambre Carrillo, PhD. Co-Advisor: Jesús Antonio García Sánchez, PhD.

Tabla de contenido

	Pág.
Introducción	14
1. Objetivos.....	19
1.1 Objetivo general	19
1.2 Objetivos específicos	19
2. Metodología.....	20
2.1 Fase Inicial: Fundamentación teórica	20
2.2 Fase exploratoria: Diseño de experimentos.....	20
2.3 Fase final: Optimización.....	22
3. Fundamentación teórica.....	26
3.1 Sistemas de control dinámico	26
3.1.1 Sistemas de control pasivo	27
3.1.1.1 Amortiguadores de masa sintonizada.	27
3.2 Metamateriales mecánicos (MM).....	35
3.3 Optimización	39
3.3.1 Algoritmos de optimización	39
3.3.1.1 NSGA II.....	41
3.3.1.2 MOGA-II	42
4. Diseño de experimentos.....	43
4.1 Modelo de la estructura base #1	43

4.1.1	Análisis modal	45
4.1.2	Determinación de la FRF-R.....	46
4.1.3	Modelo paramétrico del MAMS-d	48
4.1.4	Diseño factorial y parámetros.....	49
4.1.5	Modelos de configuración	51
4.2	Resultados del DE	52
4.2.1	Configuración 1	52
4.2.1.1	Configuración 2	55
4.2.1.2	Configuración 3	62
5.	Optimización del metamaterial.....	64
5.1.1	Modelo de la estructura base #2	64
5.1.1.1	Análisis modal	66
5.1.1.2	Determinación de la FRF-R.....	67
5.1.2	Diseño del metamaterial	69
5.1.2.1	Célula #1.....	70
5.1.2.2	Célula #2.....	71
5.1.3	Parámetros de optimización.....	72
5.1.4	Modelo de optimización	73
5.2	Resultados de optimización.....	75
5.2.1	Célula #1.....	76
5.2.2	Célula #2.....	80

Conclusiones	82
Referencias bibliográficas.....	85

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 1. Masa y volumen de los componentes de la placa.	44
Tabla 2. Modos de vibración de la estructura	46
Tabla 3. Materiales seleccionados para el núcleo y recubrimiento.	49
Tabla 4. DE factorial 3^3	50
Tabla 5. Resultados del DE con la configuración 1	53
Tabla 6. Resultados del DE con la sub-configuración 1	56
Tabla 7. Resultados del DE con la sub-configuración 2	58
Tabla 8. Resultados del DE con la sub-configuración 3	60
Tabla 9. Resultados del DE con la configuración 3	62
Tabla 10. Masa y volumen de los componentes de la estructura base 2	66
Tabla 11. Modos de vibración y masa efectiva de la estructura base #2	67
Tabla 12. Propiedades mecánicas de los materiales.	73
Tabla 13. Parámetros de los puntos de interés en la optimización de la célula #1	79

Lista de figuras

	Pág.
Figura 1. Metodología general.....	20
Figura 2. Diagrama de metodología del DE	21
Figura 3. Diagrama de metodología de optimización de metamaterial.	23
Figura 4. Sistema de un grado de libertad.....	26
Figura 5. Esquema de un Amortiguador de Masa Sintonizada (AMS).	28
Figura 6. Empleo de AMS por países.	29
Figura 7. Torre CN (Canadian National Tower).....	29
Figura 8. Torre Taipei 101.....	30
Figura 9. Clasificación básica de los metamateriales	36
Figura 10. Palabras clave entre optimización de AMS y Metamateriales.	38
Figura 11. Placa Aligerada nervada propuesta.	44
Figura 12. Dimensiones de la placa aligerada desde una vista lateral.....	45
Figura 13. Dimensiones de la sección transversal de las columnas.....	45
Figura 14. Modo de vibración lateral X de la edificación propuesta para el DE.....	46
Figura 15. Aplicación de fuerza y lectura de la FRF-R en la placa aligerada.	47
Figura 16. FRF-R de la edificación en dirección X.....	47
Figura 17. Pre-dimensionamiento del MAMS-d.	48
Figura 18. Configuraciones en el DE.....	51
Figura 19. FRF-R en la dirección X de la configuración 1.....	54

Figura 20. Correlación entre amplitud máxima X y frecuencia del AMS de config 1	54
Figura 21. FRF-R en la dirección X de la sub-configuración 1.....	57
Figura 22. Correlación entre amplitud máxima X y frecuencia del AMS de subconfig 1.	57
Figura 23. FRF (Receptancia) en la dirección X de la sub-configuración 2.....	59
Figura 24. Correlación entre amplitud máxima X y frecuencia del AMS de subconfig 2.	59
Figura 25. FRF (Receptancia) en la dirección X de la sub-configuración 3.....	61
Figura 26. Correlación entre amplitud máxima X y frecuencia del AMS de subconfig 3.	61
Figura 27. FRF-R en la dirección X de la configuración 3.....	63
Figura 28. Correlación entre amplitud máxima X y frecuencia del AMS de config 3.....	63
Figura 29. Dimensiones de la estructura base 2.....	65
Figura 30. Modelo de la estructura base 2.	65
Figura 31. Modos de vibración de la edificación propuesta para la optimización.	66
Figura 32. Aplicación de fuerza y lectura de las FRF-R en las direcciones X, Y y Z.....	67
Figura 33. FRF-R obtenidos de la estructura base #2.....	68
Figura 34. FRF-R resultante en la dirección X y Z.....	69
Figura 35. Modelo de metamaterial conformado por la célula #1	70
Figura 36. Modelo de metamaterial conformado por la célula #2.....	71
Figura 37. Diagrama de trabajo para la optimización del metamaterial.....	74
Figura 38. Resultado de la optimización de la célula #1 usando simplex.	76
Figura 39. Resultado de la optimización de la célula #1 usando NSGA II.	77
Figura 40. Resultado de la optimización de la célula #1 usando MOGA II.....	77

Figura 41. Puntos de interés en la optimización de la célula #1 usando MOGA II.....	78
Figura 42. Puntos de interés en la optimización de la célula #1.....	79
Figura 43. Comparativa de FRF-R de estructura base #2 y mejor resultado de célula #1.....	80
Figura 44. Resultado de la optimización de la célula #2 usando MOGA II.	81
Figura 45. Comparativa de FRF-R de estructura base #2 y mejor resultado de célula #2.....	81

Introducción

La región occidental de Suramérica se encuentra dentro del denominado Cinturón de Fuego del Pacífico; una compleja franja de fosas tectónicas, donde las mayores placas de la corteza terrestre interactúan produciendo expansión y colisión entre ellas, originando terremotos y erupciones volcánicas (AIS, 2009).

La placa Nazca subduce bajo la placa Suramérica a lo largo de la Costa Pacífica Colombiana, teniendo asociado a este movimiento, sismos de considerable magnitud que ha generado efectos devastadores a lo largo de la historia (Kellogg et al., 1995).

Colombia, por su cercanía con estos fenómenos, es un país que ha sufrido de alta sismicidad. En el Capítulo A.2 del Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente (NSR-10, 2010) se constata que la mayoría de ciudades principales se encuentran ubicadas en zonas de amenaza sísmica intermedia y alta.

Los ingenieros civiles son los responsables de diseñar, construir, supervisar y mantener las estructuras en un buen estado durante su vida útil. Uno de los principales puntos críticos de las estructuras, es el efecto causado por las cargas dinámicas. Se han propuesto distintas alternativas para intentar reducir la respuesta de la estructura ante este fenómeno. Se han desarrollado mecanismos que puedan disipar o controlar esta respuesta dinámica de las estructuras (Galán-Lavado & Santos, 2021; Lo Feudo et al., 2019; Nasrabadi et al., 2022; Navarra et al., 2020; Vinet & Zhedanov, 2011).

Normalmente, se suelen usar mecanismos auxiliares o externos a los elementos básicos de la misma estructura, por ejemplo: arriostramientos o aisladores. Estos elementos externos tienen influencia sobre la estética, en la arquitectura, y también generan costos adicionales. Aunque con el empleo de estos elementos se logre tener un cierto control de la respuesta

dinámica, no son del todo efectivos ya que son diseñados para fines muy específicos, por ejemplo, para el control de una frecuencia particular (Igusa & Xu, 1994; Xu & Igusa, 1992).

Estos sistemas o mecanismos pueden ser divididos en: híbridos; pasivos; activos y semiactivos. Siendo los pasivos la tecnología más establecida en la actualidad, este subgrupo está conformado por amortiguadores de masa sintonizada (AMS), aisladores de base, aisladores friccionantes, disipadores y osciladores resonantes, entre otros. Por más de 100 años los AMS han estado en constante estudio y evolución mostrando su gran efectividad y capacidad de control dinámico de las estructuras (S. Chowdhury et al., 2023; L. Wang et al., 2022, 2023; Yannibelli et al., 2020). En muchas investigaciones se concluye comúnmente que un AMS con mayor masa puede proporcionar el mejor rendimiento en el control de respuestas sísmicas. Con esto, se evidencia la principal desventaja de los AMS: su tamaño y practicidad. Debido a las grandes masas requeridas en su diseño se vuelven difíciles de ubicar en una posición cómoda desde el punto de vista estructural. Por otra parte, queda restringido el uso de estos mecanismos a grandes construcciones, por cuestiones de espacio.

La efectividad de los AMS está garantizada cuando es determinada bajo condiciones ideales, ya que son diseñados bajo escenarios determinísticos. Sin embargo, esta efectividad y robustez pueden estar fácilmente comprometidas cuando dichas condiciones varían, a causa de incertidumbres asociadas a diferentes fuentes, como características mecánicas, cargas externas, parámetros geométricos y condiciones de contorno (Americano da Costa et al., 2021). Para intentar resolver este inconveniente, investigadores como da Costa et al. (2021) han propuesto y desarrollado metodologías de optimización teniendo en cuenta las incertidumbres en las condiciones de contorno, logrando aumentar la robustez y la eficiencia del sistema de control con AMS.

En este contexto, se puede aquí afirmar que existen tres problemas principales en el uso actual de los AMS: su gran tamaño y peso, su baja robustez ante variaciones de las condiciones

de carga o contorno, y su limitada capacidad para controlar un rango amplio de frecuencias. En este sentido, se destaca el escaso aprovechamiento de los espacios generados por elementos propios de la estructura, como las placas aligeradas, los cuales podrían ser utilizados para el control dinámico de la estructura.

El objetivo principal de esta investigación es definir el comportamiento dinámico de una placa aligerada conformada por metamateriales mecánicos basados en múltiples amortiguadores de masa sintonizada optimizados distribuidos (MAMSO-d). Los MAMSO-d son una variante de los AMS que consisten en distribuir varios AMS pequeños a lo largo de la superficie de la placa, aprovechando los espacios entre las vigas y viguetas.

Los MAMSO-d se apoyan en el concepto de los metamateriales mecánicos, que son materiales artificiales con propiedades efectivas que no se encuentran en la naturaleza, como la capacidad de crear bandas de parada donde las ondas de vibración no pueden propagarse. La hipótesis de esta investigación es que una placa con un sistema de MAMSO-d puede comportarse como un metamaterial mecánico y que se pueden encontrar los parámetros óptimos que producirán una reducción en la respuesta dinámica.

En resumen, al tratar los AMS como un metamaterial mecánico mediante la incorporación de MAMSO-d, se busca resolver los tres problemas planteados inicialmente: el gran tamaño y peso, la baja robustez ante variaciones de las condiciones de carga o contorno, y la limitada capacidad para controlar un rango amplio de frecuencias. Al distribuir varios AMS pequeños a lo largo de la superficie de la placa, los MAMSO-d permiten redistribuir el tamaño y el peso que anteriormente se concentraba en un único AMS. Sin embargo, debido a limitaciones del software Ansys (Ansys Inc, 2022) no fue posible aprovechar en su totalidad la capacidad de los metamateriales de generar bandas de parada, ya que no permite utilizar la totalidad de los datos de la respuesta en frecuencia dentro de la rutina de optimización que realiza la herramienta *ModeFrontier* (ESTECO, 2022).

Además, se aprovechan los espacios entre las vigas y viguetas de una placa aligerada para la incorporación de MAMSO-d. Estos espacios, que anteriormente no eran utilizados de manera eficiente, se convierten en ubicaciones estratégicas para colocar los MAMSO-d y lograr un control dinámico efectivo de la estructura. De esta manera, se optimiza aún más el uso del espacio disponible y se potencia la capacidad de las edificaciones para beneficiarse de los MAMSO-d.

En este documento se presenta el desarrollo y los resultados de esta investigación. Se organiza en los siguientes capítulos:

En el capítulo 2 se presenta la metodología general del trabajo y como se desarrollan las tres partes en las que se divide.

En el capítulo 3 se presentan los fundamentos teóricos de los sistemas de control dinámico, con especial énfasis en los sistemas de control pasivo y los amortiguadores de masa sintonizada. Se revisan los antecedentes, las ventajas y las limitaciones de estos dispositivos, así como los criterios de diseño y optimización. También, se introducen los metamateriales mecánicos y algunos algoritmos de optimización, que son las bases principales para el desarrollo de los MAMSO-d. Se explican las propiedades y características de estos materiales, así como los métodos para diseñar y analizar sus efectos sobre la propagación de ondas.

En el capítulo 4 se presenta el diseño de experimentos preliminar realizado para evaluar el comportamiento dinámico de una placa aligerada con diferentes configuraciones de MAMSO-d. Se muestran los resultados obtenidos y se discuten las conclusiones.

En el capítulo 5 se propone el diseño de los metamateriales basados en MAMSO-d para una placa aligerada. Se definen las células que conforman el metamaterial. Se determina la configuración óptima de los metamateriales basados en MAMSO-d en una placa aligerada. Se comparan las respuestas dinámicas de la placa con y sin MAMSO-d bajo excitaciones armónicas.

Finalmente, se presentan las conclusiones generales de la investigación, así como las recomendaciones y sugerencias para futuros trabajos.

1. Objetivos

1.1 Objetivo general

Definir el comportamiento dinámico en una placa aligerada conformada por MM basados en MAMSO-d.

1.2 Objetivos específicos

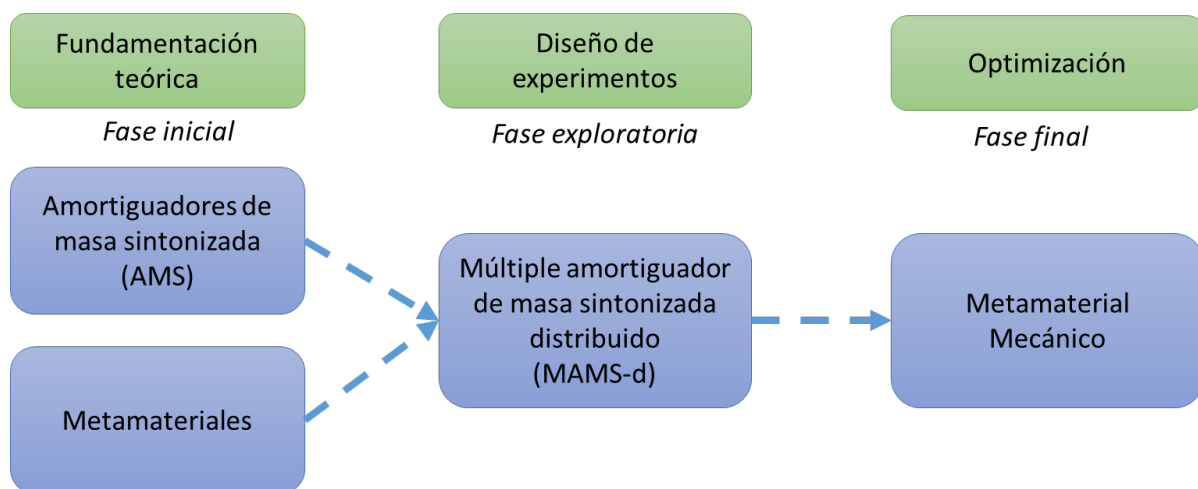
- Definir la función objetivo y los parámetros para la optimización.
- Proponer y diseñar las células para el MAMSO-d.
- Determinar la configuración óptima de los metamateriales basados en MAMSO-d en una placa aligerada.
- Comparar la respuesta dinámica de la placa aligerada con y sin MAMSO-d.

2. Metodología

En este capítulo, se describe la metodología utilizada para el desarrollo de la investigación y la obtención de resultados. Esta metodología general del trabajo se divide en tres fases principales: la Fase Inicial, la Fase Exploratoria y la Fase Final (ver Fig 1).

Figura 1

Metodología general

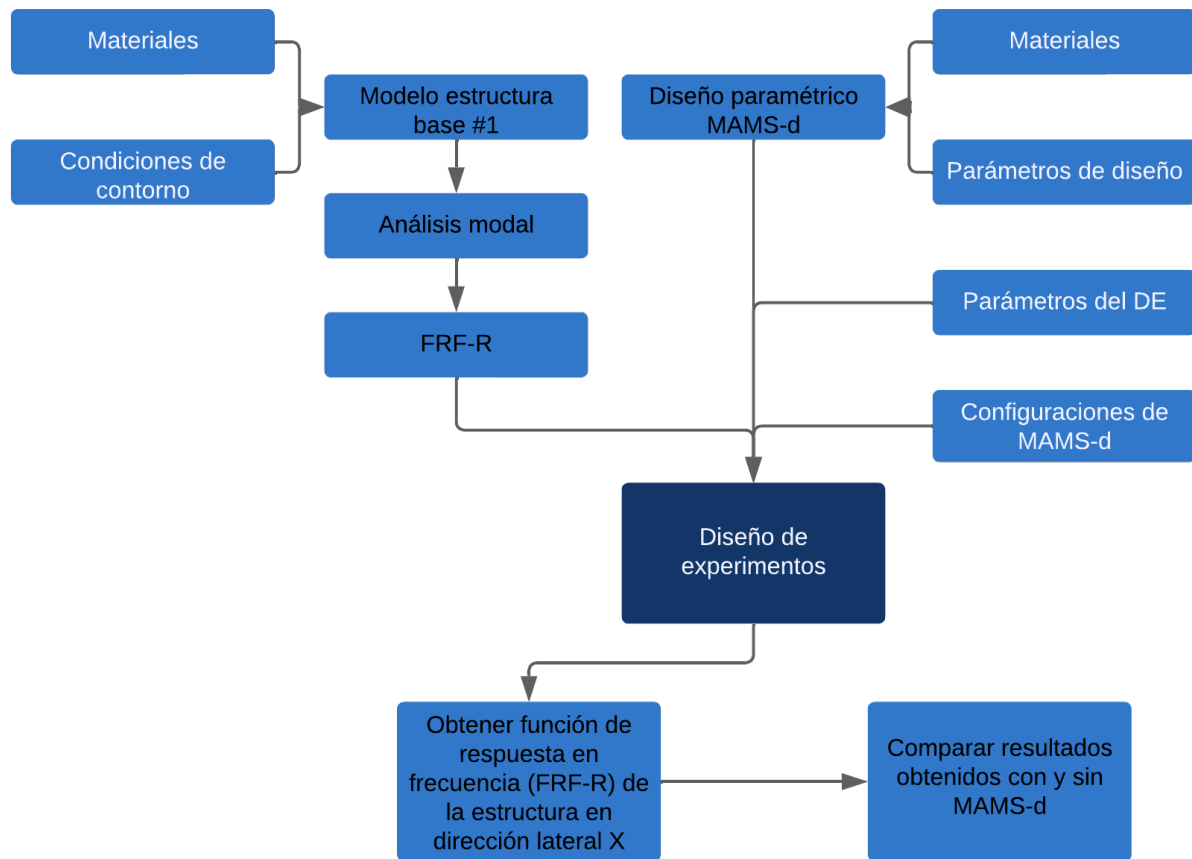


2.1 Fase Inicial: Fundamentación teórica

En la Fase Inicial, se llevó a cabo una fundamentación teórica de los dos temas principales de la investigación: los Amortiguadores de Masa Sintonizada (AMS) y los Metamateriales. Se realizaron estudios exhaustivos para comprender los fundamentos teóricos y conceptuales de estos dos campos. Se recopilaron y analizaron investigaciones previas, se revisaron modelos y teorías relevantes, y se estableció una base de conocimiento en relación con los AMS y los Metamateriales.

2.2 Fase exploratoria: Diseño de experimentos

La segunda fase, denominada Fase Exploratoria, se centró en el diseño de experimentos (DE) preliminar utilizando MAMS-d (ver Fig 2). Se realizó de manera exploratoria para conocer la capacidad de control dinámico de ciertos parámetros de diseño de los MAMS-d.

Figura 2*Diagrama de metodología del DE*

Para esta etapa se modeló una estructura base compuesta por una placa aligerada nervada armada en dos direcciones, soportada por cuatro columnas empotradas. Se definieron las propiedades mecánicas de los materiales y las condiciones de contorno.

Se realizó un análisis modal de la estructura para obtener las frecuencias naturales y los modos de vibración. Se verificaron los modos obtenidos y se seleccionaron los modos que se tendrían en cuenta para el siguiente análisis. Posteriormente se obtuvo la función de respuesta en frecuencia de receptancia (FRF-R). Para la obtención de esta y todas las demás FRF-R del presente trabajo, debido a las características del software Ansys (Ansys Inc, 2022), no se empleó una resolución estándar en las frecuencias utilizadas. En lugar de eso, se utilizó la función '*Clusters results*', la cual permitió obtener una distribución dinámica de la resolución

de frecuencia. Esta función de '*Clusters results*' permitió que Ansys (Ansys Inc, 2022) ajustara automáticamente la resolución cerca de las partes críticas de las frecuencias, mejorando la precisión de los datos en esas regiones clave, mientras que disminuía la resolución en áreas con menor actividad, optimizando así el tiempo de simulación y el uso de recursos computacionales.

A continuación, se diseñó un prototipo paramétrico de un amortiguador de masa sintonizada (AMS), compuesto por un núcleo parcialmente recubierto por un material flexible, que al ubicarse en los espacios entre las retículas de la placa generaba un múltiple amortiguador de masa sintonizada distribuido (MAMS-d). Se definieron los parámetros de diseño del MAMS-d: el material y la geometría del núcleo y del recubrimiento, y la configuración de los MAMS-d en la placa.

Seguidamente se establecieron los parámetros para plantear el DE, definiendo los niveles y rangos de los factores. También se propusieron diferentes configuraciones o modos de distribuir los MAMS-d, se realizó el DE para cada una de estas y se compararon los resultados obtenidos con la estructura sin MAMS-d.

2.3 Fase final: Optimización

Tras obtener resultados positivos mediante el uso del DE, se identificaron ciertas limitaciones en el análisis de la edificación. En particular, se observó que el enfoque utilizado en esta fase exploratoria se centraba exclusivamente en la respuesta dinámica en la dirección X, se emplearon únicamente variables discretas y no se consideró el efecto del amortiguamiento. Además, no se había incluido el concepto de metamateriales en la distribución de los amortiguadores. Con el objetivo de superar estas limitaciones y mejorar el análisis de la edificación, se planteó una tercera fase implementando un algoritmo de optimización (ver Fig 3).

En este nuevo enfoque, se consideró un amortiguamiento del 5% y se utilizaron variables continuas dentro de un rango específico. Además, se realizó un análisis con

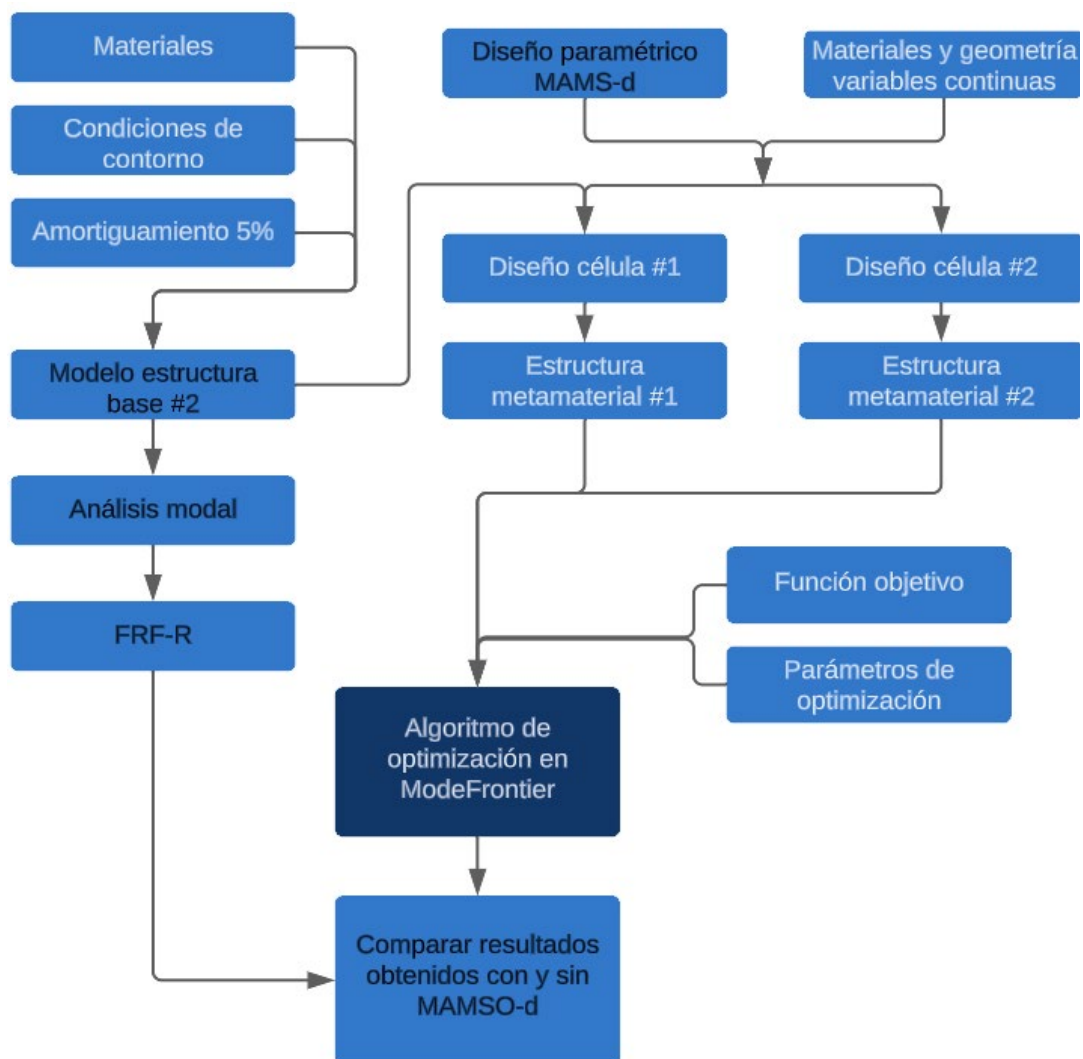
excitaciones en las tres direcciones cartesianas, incluyendo el concepto de metamateriales en el diseño de los dispositivos de control. Estos aspectos se explicarán y desarrollarán en profundidad en el siguiente capítulo.

Se creó un nuevo modelo para la estructura base modificando la longitud de la placa en una dirección. Nuevamente, se realizó un análisis modal y se determinó la FRF-R.

Se diseñaron dos células basadas en el MAMS-d propuesto en el DE, con las cuales se creó una nueva estructura donde la placa pudo ser definida como un metamaterial mecánico.

Figura 3

Diagrama de metodología de optimización de metamaterial.



En la propuesta inicial, se planteó elaborar un algoritmo de optimización. Sin embargo, durante el desarrollo de este trabajo, se logró suplir la necesidad de elaborar dicho algoritmo utilizando el software *ModeFrontier* (ESTECO, 2022) en conjunto con ANSYS (Ansys Inc, 2022) como motor de cálculo. Esta decisión fue tomada sin alterar la hipótesis planteada ni la forma de abordar el problema de investigación. La utilización de *ModeFrontier* (ESTECO, 2022) con la integración de ANSYS (Ansys Inc, 2022) ha demostrado ser una solución eficiente y satisfactoria para alcanzar los objetivos propuestos.

Se planteó un problema de optimización se formuló al definir unos parámetros de optimización y una función objetivo, tal como se describe en el capítulo 5. El proceso de optimización se llevó a cabo mediante el uso de varios algoritmos dentro del software *ModeFrontier* (ESTECO, 2022). Estos algoritmos tenían como objetivo encontrar la configuración óptima que cumpliera con los criterios establecidos, incluida la función objetivo, que en este estudio se centraba en minimizar la amplitud máxima en la FRF-R. La metodología interna utilizada para el proceso con *ModeFrontier* (ESTECO, 2022) se explica detalladamente en el capítulo 5.1.4.

Para la primera optimización de la célula #1, se optó por el algoritmo simplex debido a su rápida tendencia a converger en una solución. Sin embargo, después de ejecutar la optimización en varias ocasiones, se observó que este método convergía rápidamente, aunque hacia un mínimo local. Aunque se logró una reducción en la amplitud máxima de la FRF-R, este resultado no cumplió con las expectativas de mejorar significativamente el rendimiento del metamaterial.

Con el objetivo de obtener resultados más favorables en la reducción de la amplitud máxima, se decidió explorar el algoritmo Non-dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA II), el cual está diseñado originalmente para problemas de múltiples objetivos y que utiliza un enfoque innovador que permite mantener una diversidad de soluciones en el espacio de

búsqueda mediante el uso de un ordenamiento no dominado. Su capacidad para realizar una exploración global del espacio de soluciones y evitar mínimos locales lo convierten en una elección valiosa para la búsqueda de configuraciones óptimas. Al aplicar NSGA II, se logró una reducción más significativa en la amplitud máxima de la FRF-R, lo que representa un avance prometedor en comparación con los resultados obtenidos mediante el algoritmo simplex.

Aunque el resultado obtenido con NSGA II mostró mejoras, todavía no cumplía con las expectativas de rendimiento deseadas. Por lo tanto, se decidió utilizar el algoritmo Multi-Objective Genetic Algorithms (MOGA II). MOGA II, también desarrollado para problemas de múltiples objetivos, se destaca por su capacidad para realizar una clasificación no dominada y una búsqueda exhaustiva en el espacio de soluciones. Al aplicar MOGA II, se logró una reducción considerable en la amplitud máxima, cumpliendo así con las expectativas de la optimización.

Posteriormente, se ejecutó el algoritmo MOGA II en varias ocasiones en busca de un resultado mejor, que lograra reducir al menos un 50% la amplitud máxima de la FRF-R. Dado que estos algoritmos son aleatorios, ejecutar el algoritmo múltiples veces puede generar diferentes soluciones. Después de varias ejecuciones, se encontró un resultado con una reducción significativa de la amplitud máxima en un 55.22%.

Para la segunda célula, se realizó la optimización únicamente con el algoritmo MOGA II, ya que fue el más efectivo con la primera célula. Sin embargo, debido a los límites de tiempo causados por el alto costo computacional, se ejecutó el algoritmo en varias ocasiones, pero buscando un resultado que redujera al menos un 45% la amplitud máxima de la FRF-R.

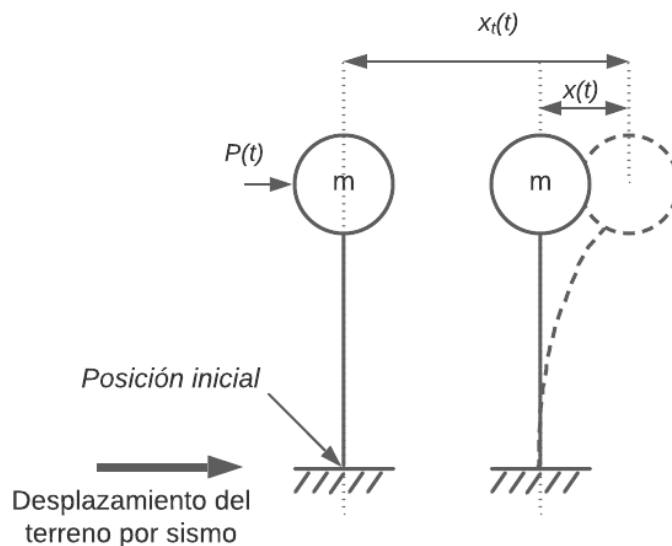
3. Fundamentación teórica

3.1 Sistemas de control dinámico

Para estudiar la respuesta de una estructura sometida ante cargas dinámicas, se considera un sistema estructural idealizado en un modelo de un grado de libertad (ver Fig 4).

Figura 4

Sistema de un grado de libertad.



Nota. Adaptado de Oviedo & Duque, 2009.

Este modelo está compuesto por un elemento de rigidez k que soporta una masa m , con un coeficiente de amortiguamiento c propio del sistema. Cuando esta estructura es sometida a una carga sísmica $x_g(t)$, la ecuación de equilibrio dinámico se escribe como:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{x}_g \quad (1),$$

donde: $m\ddot{x}$ representa la fuerza inercial de la masa de la edificación, $c\dot{x}$ el amortiguamiento y kx la fuerza elástica del sistema (Oviedo & Duque, 2009).

Esta ecuación de equilibrio dinámico está expresada en términos de fuerzas, por lo tanto, si se multiplica por un desplazamiento se obtiene la ecuación de balance de energía:

$$E_k + E_D + E_S = E_I, \quad (2),$$

donde E_k es la energía cinética, E_D es la energía disipada por el amortiguamiento de la estructura, E_S es la energía de deformación elástica del sistema y E_I es la energía atribuida a las cargas dinámicas. La energía E_S puede dividirse en dos componentes, E_{SP} que es la energía disipada por los efectos histeréticos de deformación plástica y E_{SS} la energía de deformación elástica. Adicionalmente, cuando se utilizan dispositivos para la disipación de energía, se introduce el término E_p en la ecuación 2 para representar la participación de estos dispositivos (Symans et al., 2008).

Los sistemas de control dinámico, que tienen como objetivo aumentar la participación de la energía, se pueden clasificar en tres diferentes categorías, según la ISO 3010: control pasivo, control activo e híbrido y control semiactivo.

3.1.1 *Sistemas de control pasivo*

Estos sistemas de control emplean dispositivos pasivos que responden al movimiento de la estructura y que disipan la energía. Entre los sistemas de control pasivo se encuentran los aisladores de base, los amortiguadores viscoelásticos y los amortiguadores de masa sintonizada. El presente trabajo se enfoca en los amortiguadores de masa.

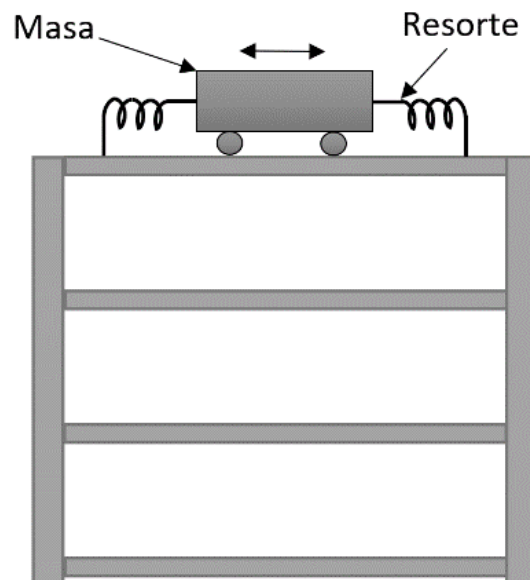
3.1.1.1 Amortiguadores de masa sintonizada. Los amortiguadores pasivos (AP) son dispositivos de control simples. Se emplean para proteger estructuras contra fuerzas inducidas durante desastres naturales. Los AMS (ver Fig 5) hacen parte de los AP y generalmente consisten en un sistema de masa, resorte y amortiguador (S Elias et al., 2017). Los AMS se encuentran fijados a un sistema vibrante para reducir la demanda de disipación de energía en los miembros estructurales.

Esta reducción de energía se obtiene cuando la frecuencia del amortiguador de masa se sintoniza a una frecuencia particular de la estructura. Cuando esa frecuencia es alcanzada, el

amortiguador vibrará fuera de fase con el movimiento estructural y parte de la energía vibratoria es transferida al AMS (Gómez et al., 2008). La implementación de estos dispositivos ha sido notable en diversos países, pero principalmente en Japón y en Estados Unidos, como se muestra en la figura 6. Algunos que no aparecen en la gráfica como Brasil, Chile, Irlanda, Francia y entre otros países europeos y asiáticos tienen o están desarrollando un proyecto constructivo usando AMS.

Figura 5

Esquema de un Amortiguador de Masa Sintonizada (AMS).

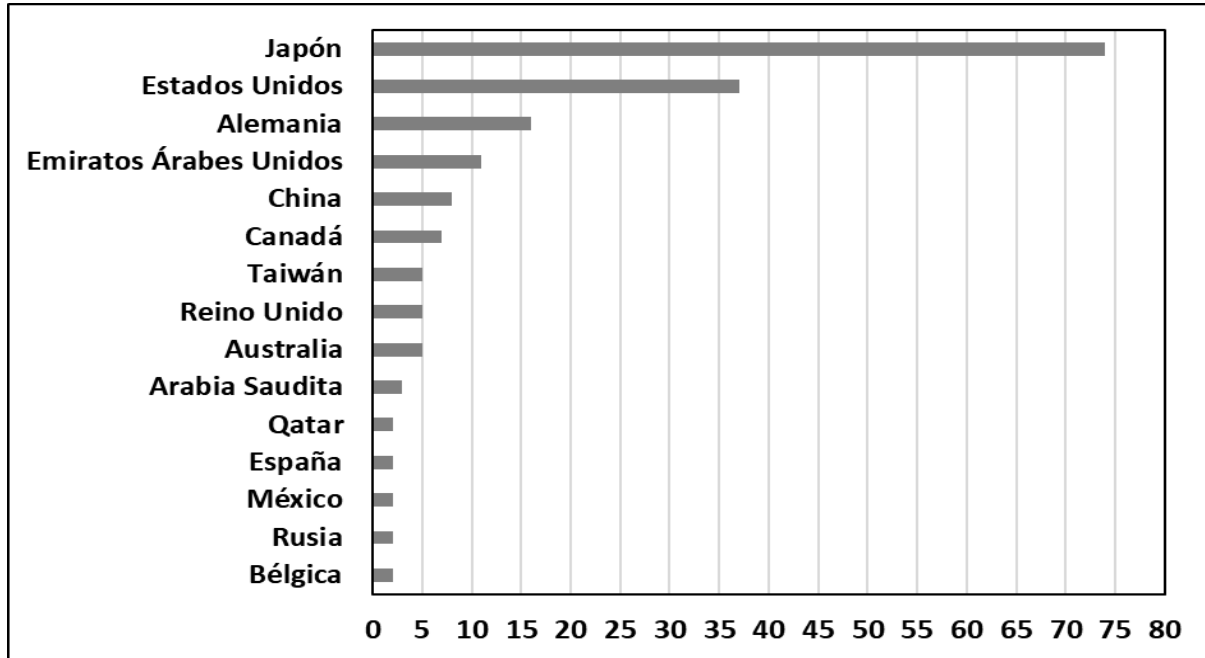


Entre las edificaciones más relevantes en el mundo podemos encontrar la *CN Tower* en Canadá (ver Fig 7), que es una torre de radiodifusión autoportante con una altura de 553.3 metros construida en Toronto, Canadá en 1976 por la compañía *Canadian National Railway*. Diseñada con dos anillos de peso que funcionan como AMS (Knoll et al., 1976).

También está la Torre Taipéi 101 (ver Fig 8), un rascacielos con una altura de 508 metros construida en Taiwán, China en 2004. Diseñado con un AMS formado por una gran bola de acero de 680 toneladas (Chen et al., 2023).

Figura 6

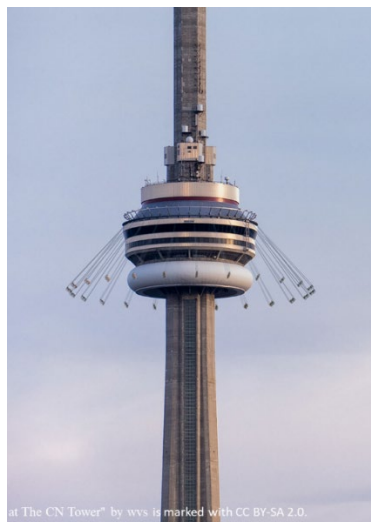
Empleo de AMS por países.



Nota. Datos recopilados y adaptados de Koutsoloukas et al., 2022.

Figura 7

Torre CN (Canadian National Tower).



Nota. Imagen de “WVS” bajo licencia CC BY-NC 2.0. Obtenida de www.flickrriver.com/photos/wvs/7033995821.

Figura 8

Torre Taipei 101.



Nota. Imagen de RobYoung bajo la licencia CC BY 2.0. Obtenida de <https://www.flickr.com/photos/rob-young/5234487239/>

Hartog (1957) desarrolló algunas expresiones para los parámetros de diseño de un amortiguador, como la relación de frecuencia de sintonización (f) y la relación de amortiguación (ζ_d) para la excitación de la masa, se la siguiente manera:

$$f = \frac{\omega}{\Omega} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (3),$$

$$\zeta_d = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} \quad (4),$$

donde ω es la frecuencia del AMS, Ω la frecuencia natural de la estructura y μ la relación de masa con respecto a la estructura principal (Elias & Matsagar, 2017).

Los parámetros de diseño para los AMS bajo una excitación de base se dan de manera similar a continuación (Elias & Matsagar, 2017):

$$f = \frac{\omega}{\Omega} = \frac{1}{1 + \mu} \left(\sqrt{\frac{2 - \mu}{2}} \right) \quad (5),$$

$$\zeta_d = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} \left(\sqrt{\frac{2}{2 - \mu}} \right) \quad (6).$$

Elías y Matsagar (2017) señalan que algunas ventajas para recomendar el uso de AMS para la mitigación de la respuesta dinámica en las estructuras son: (i) su diseño robusto, (ii) no tiene efectos de altas temperaturas, (iii) proporciona gran amortiguación estructural, y (iv) es relativamente económico.

Revisión de literatura

Koutsoloukas et al., (2022) publican una excelente revisión detallada sobre el desempeño de AMS pasivos para la mitigación de las vibraciones causadas por excitaciones dinámicas. En ella se muestran algunas aplicaciones recientes de los AMS en estructuras modernas, como el rascacielos Taipéi 101 en Taiwán, que cuenta con un AMS esférico de 660 toneladas en su cima para reducir el balanceo provocado por el viento y los terremotos. Y como señalan Chakraborty et al. (2021), el control de vibraciones usando AMS ha estado en constante evolución durante más de 100 años, iniciando en 1911 cuando Frahm hizo la patente de un amortiguador dinámico de vibraciones, con el objetivo de controlar el movimiento de balanceo en los barcos (*Frahm, H., 1911*).

Según investigaciones recientes, los sistemas de amortiguadores de masa sintonizada continúan siendo uno de los dispositivos de control de vibraciones más sólidamente establecidos y ampliamente implementados con éxito en diversas áreas de investigación. Estos sistemas han demostrado su eficacia en aplicaciones tan variadas como edificios, puentes, automóviles, aviones y torres eólicas marinas (Aquilini & Abarca, 2022; J. Dai et al., 2022; Zhang et al., 2022).

Koutsoloukas et al., (2022) muestran el registro de las implementaciones de estos AMS en estructuras, evidenciando su gran popularidad alrededor del mundo, esto principalmente debido a su eficiencia, confiabilidad y facilidad de implementación en el sistema primario sin modificaciones considerables del sistema (Chakraborty et al., 2021).

La teoría del diseño óptimo de los amortiguadores de masa sintonizada (AMS) fue desarrollada por Hartog (1956) , quien obtuvo las fórmulas analíticas para la relación de frecuencia de sintonización y la relación de amortiguación de un AMS de un solo grado de libertad. Sin embargo, Chowdhury e Iwuchukwu (1987) demostraron que un solo AMS pierde efectividad para reducir la respuesta sísmica de una estructura cuando esta es sometida a cargas con amplios componentes de frecuencia.

Para solucionar este inconveniente Xu & Igusa (1992) propusieron un múltiple AMS optimizado (MAMSO), que consiste en varios AMS pequeños con frecuencias distribuidas alrededor de la frecuencia natural del modo a controlar. Diversos estudios (Abe & Fujino, 1993; Kareem & Kline, 1995; C. Li, 2000; Hiroki Yamaguchi & Harnpornchai, 1993) han demostrado que un MAMSO correctamente diseñado puede ofrecer un rendimiento más eficaz y robusto que un AMS optimizado con la misma masa y ser menos sensible a la desintonización.

El diseño de los MAMSO implica determinar el número, la masa, la frecuencia y el amortiguamiento de cada AMS individual. Para ello se han propuesto diferentes métodos basados en criterios analíticos (Xu & Igusa, 1992), numéricos (Sadek et al., 1997) o experimentales (Kopylov & Chen, 2018). Sin embargo, el diseño óptimo de los MAMSO sigue siendo un problema complejo que depende de varios factores como el tipo de excitación, el grado de libertad del sistema primario, el rango de frecuencias a controlar y las restricciones estructurales o económicas.

Desde el descubrimiento de los MAMSO (Igusa & Xu, 1994) , las investigaciones se han centrado en estudiar más a fondo los parámetros óptimos, su efectividad y su robustez bajo

diferentes situaciones de carga (M Abé & Igusa, 1995; Masato Abé & Fujino, 1994; Jangid, 1995; Joshi & Jangid, 1997; Kareem & Kline, 1995; H Yamaguchi & Harnpornchai, 1993). En muchas de estas investigaciones (Bandivadekar & Jangid, 2013; Yang et al., 2015) se ha concluido que el AMS con mayor masa puede proporcionar un mejor rendimiento para el control de respuestas sísmicas, pero al mismo tiempo esto es el principal inconveniente, ya que colocar una gran masa pesada en una sola posición no es práctico ni desde el punto de vista estructural ni desde el punto de vista del espacio (Koutsoloukas et al., 2022).

Petit et al. (2009) presentan un método para determinar la ubicación óptima de los resonadores en una placa elástica sometida a excitaciones armónicas. El método se basa en el análisis modal del sistema primario y tiene en cuenta las formas modales y las frecuencias naturales de la placa. Los autores muestran que la ubicación óptima de los resonadores depende del modo que se quiere controlar y que se puede reducir la amplitud de vibración en un factor de 2 a 3 al colocar los resonadores en los puntos donde la forma modal tiene un valor máximo. El método se valida con simulaciones numéricas y experimentos en una placa rectangular con diferentes configuraciones de resonadores.

Una variante reciente de los AMS, que ha despertado el interés de los investigadores, es el amortiguador de masa sintonizado con inerter (TMDI por sus siglas en inglés). El inerter es un dispositivo mecánico que produce una fuerza resistente proporcional a la aceleración relativa entre sus terminales (Smith, 2002). El TMDI tiene la ventaja de aprovechar el efecto de amplificación de masa del inerter para mejorar la eficiencia y el rango de operación del AMS con una masa menor (H. Dai et al., 2017). Los estudios han demostrado que el TMDI puede lograr una supresión de vibraciones superior al AMS o al TMD bajo excitaciones sísmicas o eólicas en estructuras altas o flexibles (Patsialis et al., 2023; Q. Wang et al., 2020).

En una reciente investigación, da Costa et al (2021) proponen una nueva metodología para aumentar la robustez en la optimización de AMS. Los autores indican que una de las

principales falencias con las que se suele hacer el diseño óptimo de AMS son los modelos muy simplificados, debido a que la mayoría de los estudios previos son diseñados bajo un escenario determinista, corriendo el riesgo de no producir diseños realmente óptimos. Cuando no se tienen en cuenta las incertidumbres causadas por las condiciones de contorno, características mecánicas de los materiales y variaciones de las cargas externas, aumenta la probabilidad de tener un diseño significativamente sobreestimado y que ocurra una desafinación del AMS (Americano da Costa et al., 2021).

La sintonización de los AMS con el modo elegido a controlar es de vital importancia para obtener el rendimiento de control deseado. Aunque algunas investigaciones como la de Hoang et al (2008) concluyen que, incluso si la frecuencia del AMS está desafinada en hasta un 20%, puede no producir un efecto adverso. De hecho, con este 20% de desafinación se logró reducir la respuesta dinámica en un tanque de agua, aunque en menor medida en relación con el AMS completamente sintonizado.

Desarrollar un algoritmo de optimización de AMS teniendo en cuenta estas incertidumbres mencionadas, actualmente es demasiado complejo. Por lo tanto, da Costa et al (2021) plantean un algoritmo de optimización para el diseño de MAMSO-d en una placa rectangular con condiciones de contorno no ideales, logrando tener un diseño óptimo con una gran efectividad y robustez.

Como conclusión de esta revisión y en relación con los MAMSO, se presenta en este trabajo el diseño de múltiples amortiguadores de masa sintonizada optimizados distribuidos (MAMSO-d) en una placa aligerada. Los MAMSO-d son una extensión de los MAMSO que consisten en distribuir varios AMS pequeños a lo largo de la superficie de la placa, en lugar de colocarlos en un solo punto. El objetivo es aprovechar el efecto de dispersión de los modos locales de la placa para mejorar el control de vibraciones y reducir la masa total requerida para los AMS. Los MAMSO-d pueden considerarse como una forma discreta de los amortiguadores

distribuidos de masa sintonizada (DTMD por sus siglas en inglés), que son dispositivos continuos que cubren toda la superficie de la placa.

El diseño óptimo de los MAMSO-d implica determinar el número, la masa, la frecuencia, el amortiguamiento y la ubicación de cada AMS individual. Para ello se propone utilizar un algoritmo genético que minimice una función objetivo basada en la respuesta dinámica de la placa bajo excitaciones armónicas. La distribución y diseño de estos MAMSO-d se hará bajo el novedoso concepto de metamaterial mecánico (Dudek et al., 2023) como se muestra a continuación (ver Capítulo 3.2).

Los metamateriales junto con un algoritmo de optimización nos permitirá explorar el espacio de búsqueda de forma eficiente y encontrar soluciones óptimas o subóptimas con una alta diversidad (Hassan & Hamada, 2018). Con esto se pretende demostrar que los MAMSO-d pueden lograr un control dinámico equiparable al de los AMS convencionales o a los MAMSO con las ventajas de diseño y control de los metamateriales mecánicos.

3.2 Metamateriales mecánicos (MM)

Durante las dos últimas décadas, un tipo de estructura repetitiva, conocida como “metamaterial”, ha causado gran interés en el ámbito científico, dando lugar a que se convierta en una línea prominente en el desarrollo de materiales de ingeniería. Bertoldi et al. (2017) definen los metamateriales como materiales que están cuidadosamente estructurados, que usualmente consisten en bloques de construcción dispuestos periódicamente, cuyas propiedades y funcionalidades difieren y superan a las de sus materiales constituyentes, en lugar de simplemente combinarlos.

Los metamateriales, también llamados materiales inteligentes, son diseñados para tener propiedades que no existen de forma natural. Sus características se originan principalmente en la configuración y geometría de sus células, y no en las propiedades de los materiales que lo constituyen (Yu et al., 2018).

Los primeros estudios de metamateriales se centraron en el campo electromagnético y óptico, principalmente en el efecto de refracción negativa (Pendry, 2000), posteriormente, también alcanzó las áreas de la mecánica de sólidos (J. Li et al., 2009), ondas elásticas (Liu, 2000), acústica (Cummer et al., 2016; Lu et al., 2009).

Según Yu et al. (2018) los metamateriales mecánicos pueden ser clasificados según las constantes elásticas fundamentales, el módulo de Young, el módulo de corte, el módulo de compresibilidad y la relación de Poisson, como se muestra en la figura 9.

Yu et al. (2018), en su revisión de los metamateriales mecánicos, resaltan que uno de los objetivos principales de su investigación es mostrar la importancia de algunos principios de diseño que son esenciales detrás de varios metamateriales. Principios como: la mecánica de los materiales, la optimización topológica, la teoría de plegamiento, la frustración geométrica y la inestabilidad elástica. Finalmente, propiedades mecánicas mejoradas como: ultra rigidez, rigidez ajustable y modos de falla.

Figura 9

Clasificación básica de los metamateriales

Metamateriales mecánicos		
Modulo de elasticidad	Modulo de compresibilidad	Indice de Poisson
<ul style="list-style-type: none"> ■ Micro/nanocelosías <ul style="list-style-type: none"> - Dominada por el estiramiento - Dominada por la flexión ■ Quirales/Antiquirales <ul style="list-style-type: none"> - Triplequirales - Tetraquirales - Hexaquirales ■ Origami <ul style="list-style-type: none"> - giro cuadrado - patrón teselado - Kirigami - Miura-ori ■ Patrones transformables 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Pentamodales <ul style="list-style-type: none"> - Estructura pentamodal - Estructura kagome ■ Compresibilidad negativa <ul style="list-style-type: none"> - Compresibilidad lineal negativa - compresibilidad de área negativa - compresibilidad térmica negativa 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Metamateriales auxéticos <ul style="list-style-type: none"> - Estructura reentrante - Buckybola - Red de fibra - Tubos cristalinos

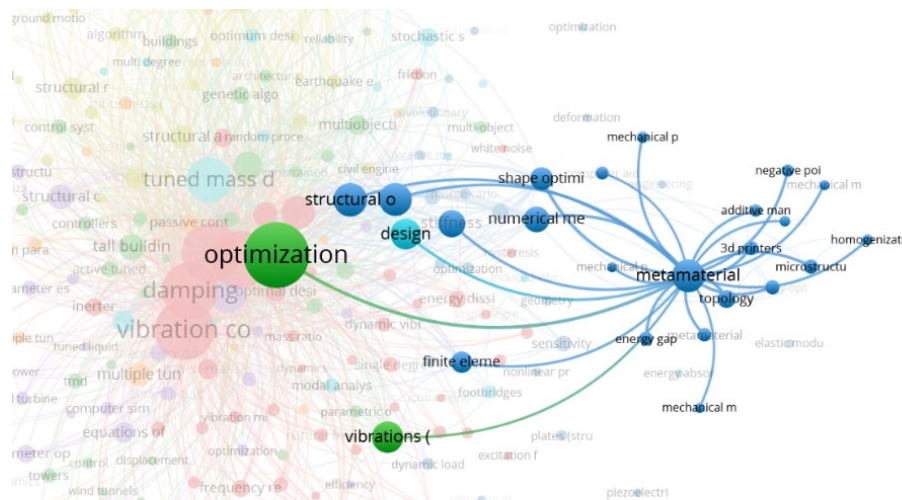
Nota. Adaptado de Yu et al., 2018.(Traducción propia)

El novedoso concepto de metamateriales les ha permitido a los investigadores encontrar nuevas alternativas a problemas físicos ya conocidos, por ejemplo, el control en la propagación de ondas elásticas y acústicas. Recientes investigaciones se han concentrado en encontrar y clasificar los anchos de banda en los que no es posible propagar las vibraciones, a estos anchos de banda se les denomina “bandas de parada o banda prohibida”. Esta característica proporciona una gran capacidad de controlar la propagación de las ondas en frecuencias que sean de interés, algo que tiene perspectivas de aplicación muy amplias en los campos de aislamiento de vibraciones, absorción de sonido, sigilo acústico, control direccional de ondas, entre otros (Linzhongyang et al., 2021).

Linzhongyang et al. (2021) diseñan un nuevo tipo de placa de metamaterial para controlar la vibración y la propagación de ondas elásticas basándose en el mecanismo de banda de parada. Las placas poseen características notables de banda de parada, que benefician el aislamiento de vibraciones. Al ajustar el material y los parámetros estructurales, se pueden cambiar las posiciones y anchos de los espacios entre bandas y luego se puede mejorar la capacidad de supresión de ondas elásticas para lograr el aislamiento de vibraciones. El trabajo de Linzhongyang et al (2021) proporciona una nueva forma de desarrollo de la tecnología de reducción de vibraciones y ruido.

Una de las principales desventajas que tienen los sistemas con AMS es que son diseñados para frecuencias específicas, como consecuencia de esto en casos donde las estructuras sean excitadas en frecuencias para las que no fueron diseñados los AMS, hace que estos sean totalmente ineficaces (Domizio et al., 2015).

En este punto es que los metamateriales y las bandas de parada se presentan como una solución efectiva para satisfacer las carencias que tienen los sistemas con AMS en el momento de ser excitados por cargas dinámicas.



Nota. Basadas en los resultados de un análisis bibliográfico hecho en marzo del 2021, con una búsqueda realizada en la base de datos Scopus abarcando desde 1993-2021.

3.3 Optimización

Como un concepto general, la optimización es un proceso que se encarga de intentar encontrar la mejor solución posible para un problema o un sistema dado. En la optimización, los problemas se pueden expresar como encontrar el valor de unas variables de decisión para lo que una determinada función objetivo alcanza su valor máximo o mínimo, sujetas a unos límites o restricciones (Gad, 2022).

3.3.1 Algoritmos de optimización

En el ámbito de la optimización, los algoritmos de único objetivo son herramientas clave para encontrar soluciones óptimas para problemas específicos. Estos algoritmos se centran en maximizar o minimizar una única función objetivo, buscando así la mejor solución posible dentro del espacio de búsqueda definido.

Uno de los algoritmos más conocidos para la optimización de único objetivo es el método simplex (Dantzig et al., 1955). Desarrollado por George Dantzig en la década de 1950, el método simplex ha sido ampliamente utilizado para resolver problemas de programación

lineal. A través de iteraciones y ajustes de las variables de decisión, el algoritmo simplex busca encontrar el óptimo global de la función objetivo, sujeto a restricciones lineales.

Aunque el método simplex ha demostrado su utilidad en numerosos casos, en algunos problemas, como fue en el caso de este trabajo, no ha logrado obtener resultados concluyentes. Esto llevó a la utilización de nuevos enfoques en la optimización, específicamente en el ámbito de la optimización multiobjetivo.

La optimización multiobjetivo es un campo que busca encontrar soluciones óptimas para problemas que implican múltiples objetivos o criterios a considerar. A diferencia de la optimización de único objetivo, donde se busca una única solución óptima, la optimización multiobjetivo busca encontrar un conjunto de soluciones que representen el mejor equilibrio entre los diferentes objetivos.

En ciertos casos, como en este trabajo, el método simplex no proporcionó soluciones satisfactorias y concluyentes. Ante esta situación, se recurrió a utilizar algoritmos de optimización multiobjetivo, como el “*Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II*” (NSGAI) y el “*Multi-Objective Genetic Algorithm II*” (MOGAI). Aunque estos algoritmos están diseñados para problemas con múltiples objetivos, presentan mejoras significativas en términos de espacio de búsqueda y otras ventajas que los hacen aplicables también a problemas de único objetivo.

Estos algoritmos multiobjetivo ofrecen una mayor exploración del espacio de búsqueda, lo que permite obtener un conjunto de soluciones que representan diferentes compromisos entre los objetivos, brindando al tomador de decisiones una amplia gama de opciones óptimas. Además, su capacidad para manejar de manera eficiente restricciones y no linealidades en los problemas de optimización los convierte en una alternativa valiosa incluso en problemas de único objetivo.

Los algoritmos de optimización que se emplean en este trabajo, simplex, NSGAI y MOGAI, fueron provistos por la herramienta *ModeFrontier* (ESTECO, 2022).

3.3.1.1 NSGA II. El algoritmo NSGA (*Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II*) es un algoritmo MOGA que fue propuesto por Srinivas y Deb (Srinivas & Deb, 1994) para resolver problemas de optimización multiobjetivo.

El algoritmo NSGA clasifica las soluciones según su nivel de dominancia en diferentes frentes y asigna una medida de aptitud basada en el tamaño del frente y la distancia entre las soluciones. El algoritmo NSGA busca mantener la diversidad de la población y converger hacia el frente óptimo de Pareto (Eid et al., 2019).

El NSGA es un algoritmo simple y fácil de implementar, que no requiere de muchos parámetros ni de un conocimiento previo del problema a resolver. Es un algoritmo “elitista”, es decir, preserva las mejores soluciones encontradas hasta el momento y evita perderlas por operadores genéticos. Esto le permite tener una buena convergencia hacia el frente óptimo de Pareto. Además, el algoritmo NSGA es capaz de encontrar un conjunto diverso y uniforme de soluciones no dominadas, lo que le permite ofrecer diferentes alternativas de decisión al usuario (Yannibelli et al., 2020).

Una desventaja del algoritmo NSGA es que no tiene un mecanismo explícito para controlar la convergencia hacia el frente óptimo, lo que puede hacer que el algoritmo se estanque en regiones subóptimas o que tarde mucho tiempo en alcanzar el frente óptimo. Otra desventaja es que no tiene una medida de distancia adecuada para evitar la aglomeración de soluciones en algunas regiones del espacio objetivo, lo que puede hacer que el algoritmo pierda diversidad o que favorezca a algunas soluciones sobre otras. Además, el algoritmo NSGA no tiene una forma de adaptar los parámetros del algoritmo según el problema a resolver, lo que puede afectar a su rendimiento y eficiencia. (Yannibelli et al., 2020).

3.3.1.2 MOGA-II. El algoritmo MOGA-II (*Multi-Objective Genetic Algorithm II*) es un algoritmo MOGA que fue propuesto por Poles (2003) para resolver problemas de optimización multiobjetivo. El algoritmo MOGA-II utiliza una población de soluciones candidatas y un conjunto de soluciones elitistas que se someten a operadores genéticos como selección, cruzamiento y mutación para generar nuevas soluciones.

El algoritmo MOGA-II se basa en el concepto de dominancia de Pareto, al igual que el algoritmo MOGA original, pero introduce algunas mejoras para controlar la convergencia y la diversidad de las soluciones. El algoritmo MOGA-II utiliza un operador de cruzamiento direccional que permite explorar eficientemente el espacio de búsqueda y una medida de distancia entre las soluciones basada en el amontonamiento (*crowding distance*) que favorece a las soluciones más separadas entre sí. El algoritmo MOGA-II busca mejorar la robustez y la eficiencia del algoritmo MOGA. (Poles, 2003).

El algoritmo MOGA-II ha sido aplicado a diversos problemas de optimización multiobjetivo en diferentes campos de la ingeniería, como el diseño de aceleradores modernos (Wan et al., 2019), la optimización de procesos de mecanizado (Zolpakar et al., 2020) y la reducción del costo de una red de suministro de biomasa (Arya, 2022). Estos estudios han demostrado las ventajas y las limitaciones del algoritmo MOGA-II en comparación con otros métodos de optimización multiobjetivo. Entre las ventajas se encuentran las siguientes: el algoritmo MOGA-II es un algoritmo elitista, que preserva las mejores soluciones encontradas hasta el momento en un conjunto de soluciones elitistas y evita perderlas por operadores genéticos. Esto le permite tener una buena convergencia hacia el frente óptimo de Pareto. Además, el algoritmo MOGA-II es un algoritmo adaptable, que puede ajustar el número de soluciones evaluadas por cada operador según el progreso de la búsqueda. Asimismo, el algoritmo MOGA-II es capaz de encontrar un conjunto diverso y uniforme de soluciones no dominadas, lo que le permite ofrecer diferentes alternativas de decisión al usuario (Poles, 2003).

Entre las limitaciones se encuentran las siguientes: el algoritmo MOGA-II requiere de más recursos computacionales que el algoritmo MOGA original, debido al uso del conjunto de soluciones elitistas y a los operadores genéticos más complejos (Zolpakar et al., 2020). También, el algoritmo MOGA-II puede tener problemas para mantener la diversidad en problemas con muchos objetivos o con frentes óptimos discontinuos, lo que puede hacer que el algoritmo pierda algunas soluciones interesantes o que favorezca a algunas regiones sobre otras. Por último, el algoritmo MOGA II depende del operador de cruzamiento direccional, que puede aumentar la eficiencia, pero también disminuir la robustez del algoritmo, ya que puede hacer que se quede atrapado en soluciones locales óptimas (Arya, 2022).

4. Diseño de experimentos

En el capítulo de metodología (Capítulo 3) se planteó un diseño de experimentos factorial (DE) preliminar de manera exploratoria para evaluar la influencia de los parámetros de diseño del MAMS-d en las FRF-R, con el objetivo de obtener resultados positivos al variar los parámetros mecánicos y geométricos, lo cual es fundamental para el siguiente paso de la investigación, que consiste en la optimización de un metamaterial conformado por estos MAMS-d.

Es importante destacar que este análisis preliminar del DE no considera el efecto del amortiguamiento y se lleva a cabo utilizando materiales metálicos y flexibles específicos. Esto permite establecer las bases y determinar la importancia de estos parámetros en el diseño óptimo del metamaterial.

4.1 Modelo de la estructura base #1

Con la finalidad de definir el comportamiento dinámico de una placa, se propuso aquí una estructura conformada por una placa aligerada nervada armada en dos direcciones,

soportada por 4 columnas empotradas. Esta estructura fue modelada en *Ansys Workbench R1 2022* (Ansys Inc, 2022).

Se usó un concreto con una densidad de 2400 [kg m³], una masa total de 30807 [kg] (ver Tabla 1), un modulo de elasticidad de 3E+10 [Pa] y un índice de Poisson de 0.18.

Tabla 1

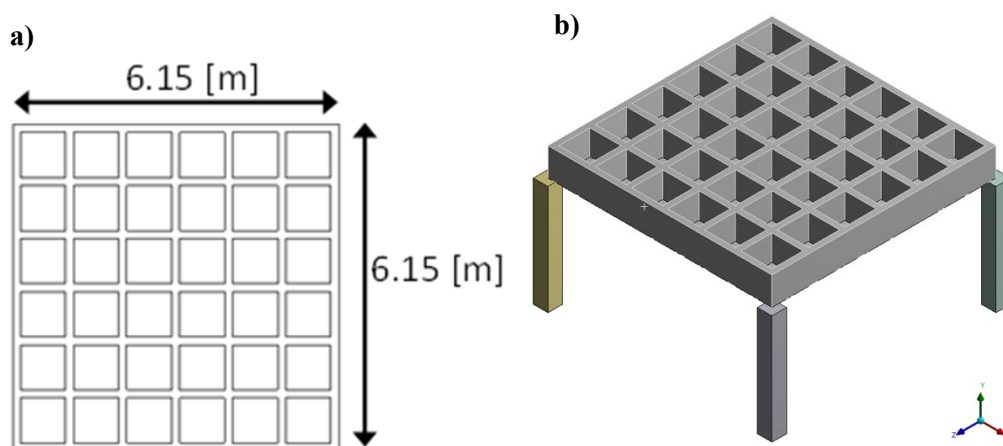
Masa y volumen de los componentes de la placa.

Componente	Volumen [m ³]	Masa [Kg]
Placa	10.916	26119
Columna 1	0.48	1152
Columna 2	0.48	1152
Columna 3	0.48	1152
Columna 4	0.48	1152
Total	12.836	30807

En las figuras 11, 12 y 13 se muestran los detalles geométricos del modelado de la estructura base.

Figura 11

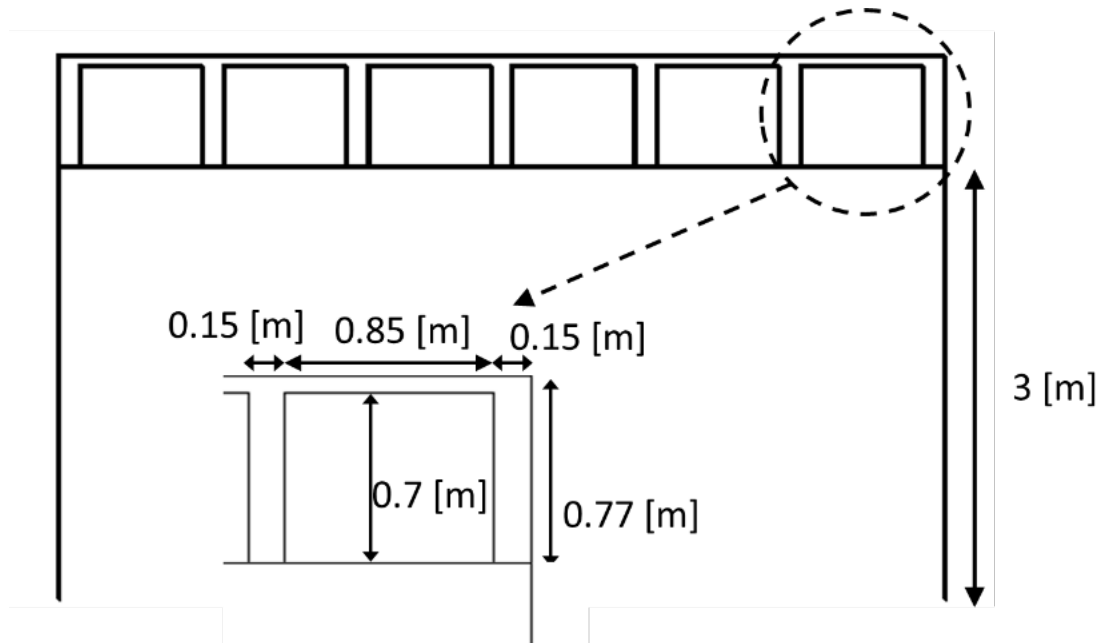
Placa Aligerada nervada propuesta.



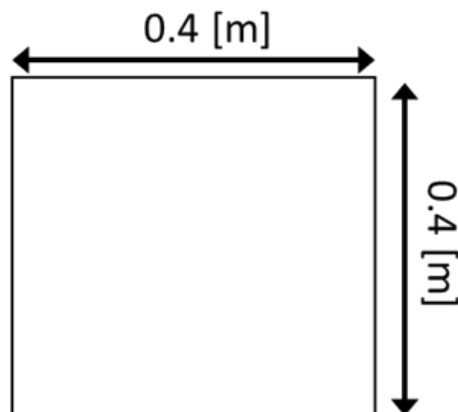
Nota. a) Dimensiones de la placa aligerada propuesta desde la vista superior y b) el modelado en *Ansys Workbench R1 2022* (Ansys Inc, 2022).

Figura 12. Dimensiones de la placa aligerada desde una vista lateral

Dimensiones de la placa aligerada desde una vista lateral

**Figura 13**

Dimensiones de la sección transversal de las columnas.



4.1.1 Análisis modal

Para el análisis modal, sin considerar amortiguamiento, se utilizó el solucionador directo de *Ansys* (*Ansys Inc*, 2022) con el método de Lanczos. En la tabla 2 se muestran las frecuencias correspondientes a los modos de vibración de la estructura, sin embargo, como este

DE está planteado como un análisis solo en la dirección X entonces se tendrá en cuenta únicamente el primer modo de vibración lateral de la estructura (ver Fig 14).

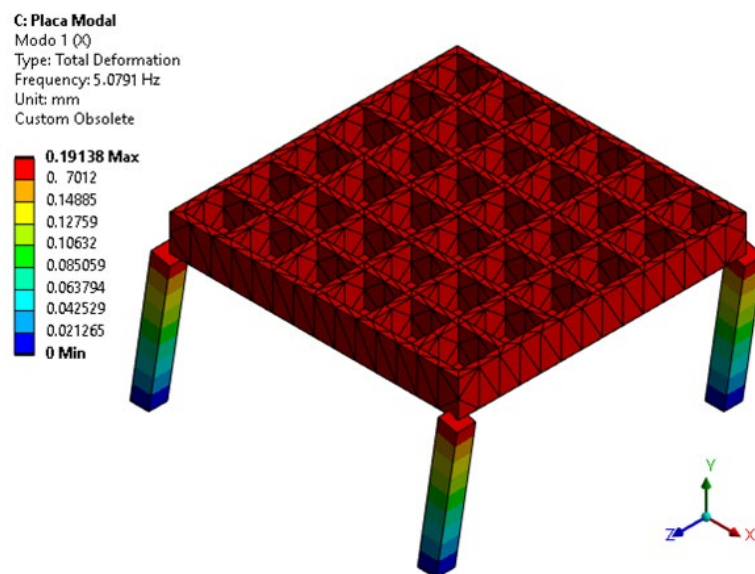
Tabla 2

Modos de vibración de la estructura

Modo	Frec [Hz]
1	5.0791
2	5.0791
3	8.092
4	19.07

Figura 14

Modo de vibración lateral X de la edificación propuesta para el DE.



4.1.2 Determinación de la FRF-R

Se obtuvo la FRF-R de punto (respuesta medida en el mismo punto de aplicación de la fuerza) en la dirección X como se muestra en la figura 15, en la cual se determina una amplitud

máxima de 0.72266 [mm/kN] en la frecuencia correspondiente al modo de vibración lateral X hallado con el análisis modal (ver Fig 16).

Figura 15

Aplicación de fuerza y lectura de la FRF-R en la placa aligerada.

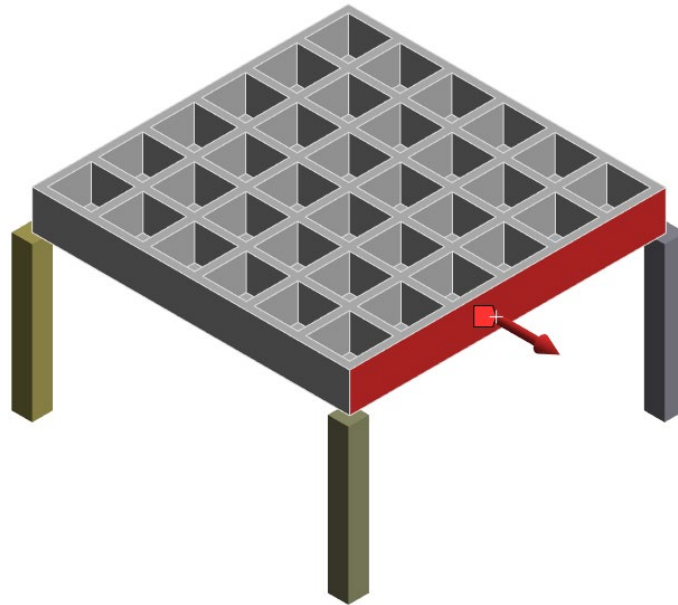
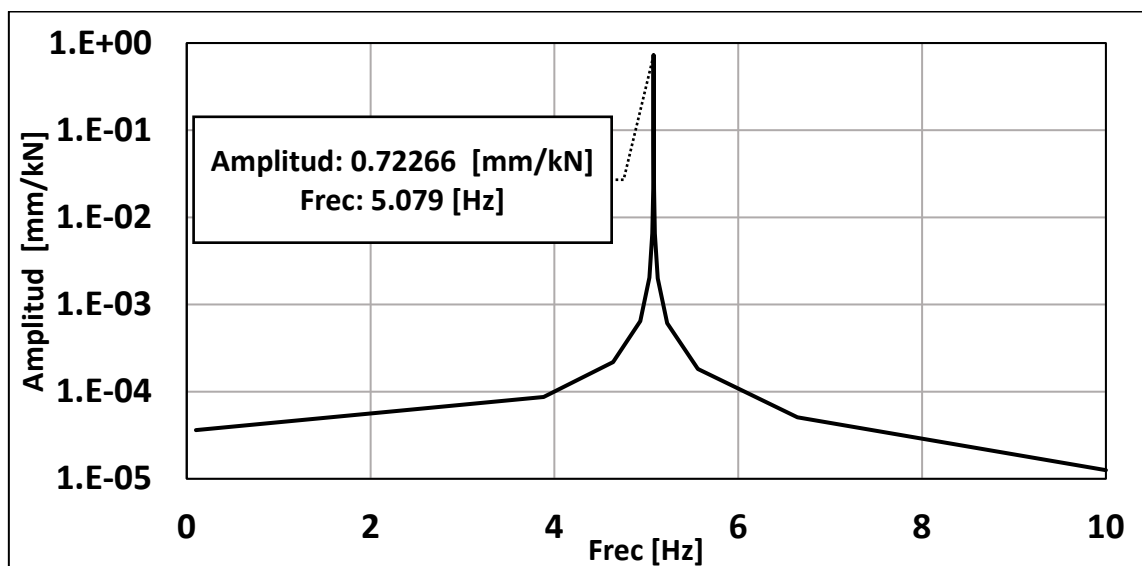


Figura 16

FRF-R de la edificación en dirección X



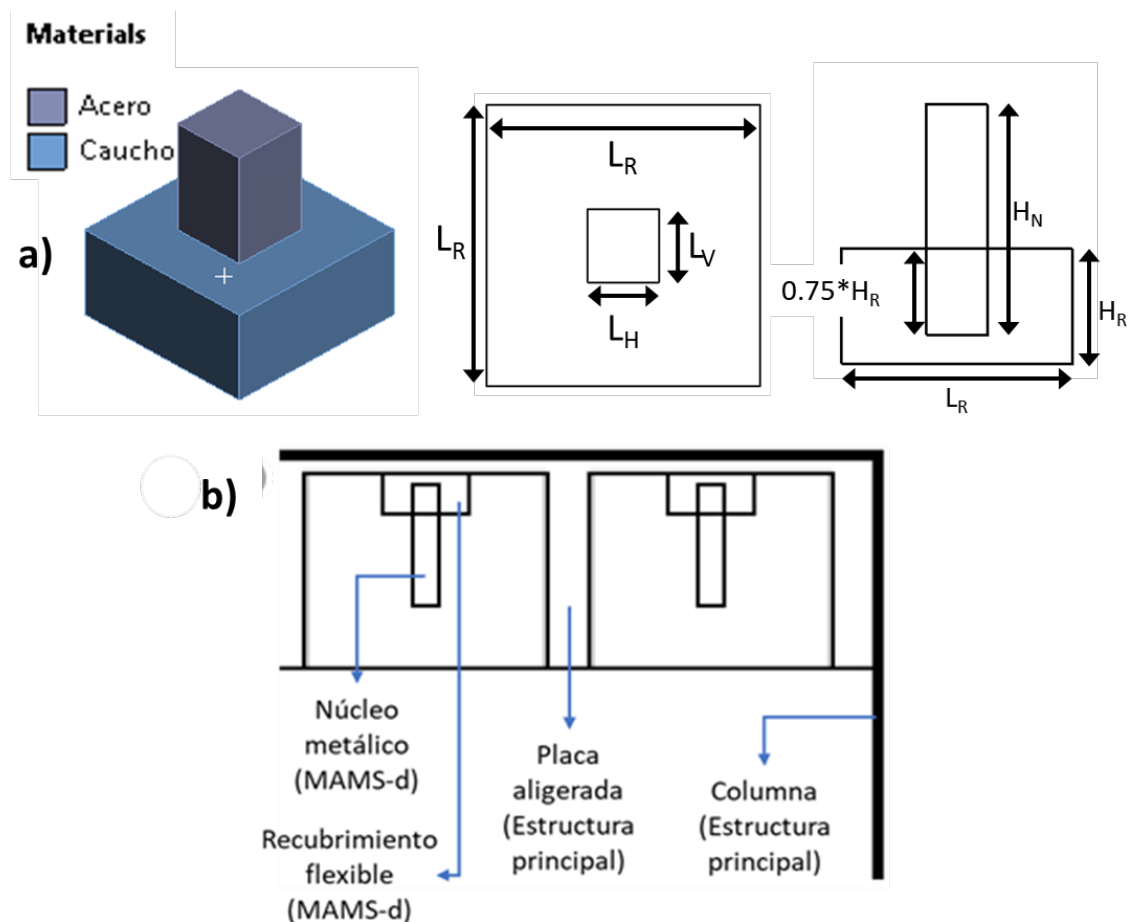
Nota. Datos extraídos de Ansys Workbench R1 2022 (Ansys Inc, 2022). Eje vertical en escala logarítmica.

4.1.3 Modelo paramétrico del MAMS-d

Se diseña un prototipo paramétrico de un AMS conformado por un núcleo sólido y un recubrimiento parcial flexible (ver Fig 17a). Al distribuir estos AMS en el dominio total de la placa aligerada se transforma en un MAMS-d. En este dispositivo se está asumiendo que los materiales tienen adhesión perfecta entre ellos y se ubican siempre en el centro de los espacios formados por las retículas de la placa (ver Fig 17b).

Figura 17

Pre-dimensionamiento del MAMS-d.



Nota. (a) Materiales y geometría de un amortiguador. (b) Disposición de los MAMS-d

Elaborado en Ansys Workbench R1 2022 (Ansys Inc, 2022).

Algunos de los parámetros geométricos utilizados se encuentran fijos y otros son variables en cada experimento. Los fijos son L_R (Longitud de la base del recubrimiento) y H_R (Altura del recubrimiento). Mientras que los variables son L_H , L_V (Longitud horizontal y vertical de la base del núcleo) y H_N (Altura del núcleo) (ver Fig 17a).

4.1.4 Diseño factorial y parámetros

Los parámetros que se evaluaron en este DE fueron: la geometría y el material (rígido y flexible) empleados para el núcleo y el recubrimiento.

El **primer y segundo parámetro** son los materiales que componen el MAMS-d. Se seleccionaron tres materiales metálicos y tres materiales flexibles para el núcleo y el recubrimiento (ver Tabla 3). Donde N_D : Densidad del núcleo, N_E : Módulo de elasticidad del núcleo, R_D : Densidad del recubrimiento, R_E : Módulo de elasticidad del recubrimiento.

Tabla 3

Materiales seleccionados para el núcleo y recubrimiento.

	Material	Módulo de elasticidad (E) [Pa]	Densidad (D) [kg m ³]
Núcleo	1. Acero	2.00E+11	7850
	2. Hierro Fundido	8.30E+10	7150
	3. Níquel	1.79E+11	7500
Recubrimiento	1. Silicona HA29	6.89E+05	1010
	2. Silicona HA38	1.58E+06	1239
	3. Poliuretano HA85	2.10E+07	1200

El tercer parámetro es la geometría del núcleo. El diseño parametrizado del MAMS-d está configurado para que la relación de masa (m) sea 5%, con respecto a la estructura principal. Por lo tanto, la altura del núcleo H_N (ver Fig 15a) es una variable dependiente de las dimensiones de la base del núcleo L_N (ver Fig 15a), del volumen del MAMS-d y de la masa correspondiente a ese $m=5\%$. Se eligen 3 dimensiones para la arista de la base del núcleo $L_N=0.08$ [m], 0.085 [m] y 0.095 [m].

Teniendo en cuenta los parámetros anteriores, se genera un diseño factorial completo general, con tres parámetros de tres niveles (ver Tabla 4), denominado “3³”.

Tabla 4

DE factorial 3³.

#	Material Núcleo	Material Recubrimiento	L_N [m]
1	Acero	Silicona HA29	0.085
2	Acero	Silicona HA38	0.090
3	Acero	Silicona HA38	0.080
4	Acero	Poliuretano HA85	0.080
5	Acero	Silicona HA29	0.090
6	Acero	Poliuretano HA85	0.090
7	Acero	Silicona HA29	0.080
8	Acero	Silicona HA38	0.085
9	Acero	Poliuretano HA85	0.085
10	Hierro Fundido	Silicona HA38	0.080
11	Hierro Fundido	Poliuretano HA85	0.090
12	Hierro Fundido	Poliuretano HA85	0.085
13	Hierro Fundido	Silicona HA29	0.090
14	Hierro Fundido	Silicona HA38	0.085
15	Hierro Fundido	Poliuretano HA85	0.080
16	Hierro Fundido	Silicona HA29	0.085
17	Hierro Fundido	Silicona HA29	0.080
18	Hierro Fundido	Silicona HA38	0.090
19	Níquel	Poliuretano HA85	0.080
20	Níquel	Silicona HA38	0.090
21	Níquel	Poliuretano HA85	0.090
22	Níquel	Silicona HA29	0.080
23	Níquel	Silicona HA29	0.090
24	Níquel	Poliuretano HA85	0.085
25	Níquel	Silicona HA38	0.085
26	Níquel	Silicona HA38	0.080
27	Níquel	Silicona HA29	0.085

4.1.5 Modelos de configuración

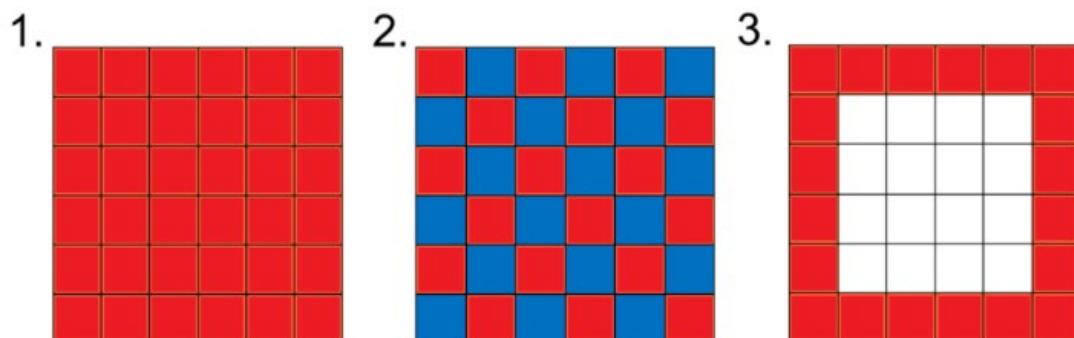
El DE estará dividido en 3 modelos, correspondientes a 3 configuraciones o distribuciones planteadas para los MAMS-d en el dominio de la placa. En la configuración 1, se ubican 36 MAMS-d idénticos ocupando todos los espacios entre las retículas.

La configuración 2 está dividida en 3 sub-configuraciones, en las cuales también hay 36 MAMS-d, con la diferencia que en cada sub-configuración hay 18 MAMS-d fijos (ver Fig 18 – color rojo) y 18 variables (ver Fig 18 – color azul) ubicados de manera intercalada. En la sub configuración 1, los MAMS-d fijos estarán compuestos por 1.Acero en el núcleo y 1.Silicona HA29 el recubrimiento. En la sub configuración 2 estarán compuestos por 2.Hierro fundido y por Silicona HA38 y finalmente la configuración 3 por 3.Níquel y 3.Poliuretano HA85.

La tercera configuración consta de 20 MAMS-d iguales ubicados en el perímetro de la placa.

Figura 18

Configuraciones en el DE.



Nota. Tomado de Sánchez et al., 2022

Para cada configuración se aplica un DE factorial 3^3 , por lo tanto, para la configuración 1 y 3 se calculan 27 experimentos. Para la configuración 2 se calculan 81

experimentos, 27 experimentos en cada sub-configuración. Dando un total de 135 experimentos para todo el DE.

4.2 Resultados del DE

En este capítulo, se presentan los resultados obtenidos de las FRF-R de los experimentos realizados en cada configuración y sub-configuración, tal como se describió en los capítulos 4.1.3 y 4.1.4. Estos resultados reportados a continuación corresponden a los MAMS-d, e incluyen información sobre su geometría, propiedades mecánicas, la amplitud máxima encontrada en cada FRF-R en la dirección X y la frecuencia asociada a cada MAMS-d. Se seleccionaron y compararon las FRF-R de los tres mejores resultados en cada configuración, denominados como "candidatos".

Al evaluar cada configuración, independientemente de los parámetros utilizados, al implementar los MAMS-d se observó un cambio significativo, el pico de amplitud máxima de la estructura base se dividió en dos picos separados. Cabe destacar que, al menos en los 3 mejores resultados de cada configuración, ambos picos presentaron una amplitud considerablemente menor que 0.72262 [mm/kN]. Este fenómeno puede explicarse por la interacción entre los MAMS-d y la estructura. Los dispositivos MAMS-d, al ser sintonizados en frecuencias cercanas a la frecuencia de la estructura base de 5.07 Hz, proporcionaron una atenuación efectiva de las vibraciones en esa frecuencia, lo que se tradujo en una disminución de la amplitud en el pico original.

4.2.1 Configuración 1

En la tabla 5 se reportan los resultados de los 27 experimentos correspondientes a la configuración 1. El mejor resultado tiene una amplitud máxima de 0.376 [mm/kN], lo equivalente a una reducción del 48%, correspondiente a un MAMS-d con una $L_N = 0.08$ [m] y núcleo de hierro fundido y recubrimiento de silicona HA38. La frecuencia de los MAMS-d con la cual se logra esta reducción corresponde a 4.96 [Hz]. En la figura 19 se hace una

comparación gráfica entre los candidatos de esta configuración, destacando que el candidato 1 genera dos picos de amplitud entre 4.6 [Hz] y 5.7 [Hz] con la reducción del 48% y una anti-resonancia en 5.01 [Hz]. En la figura 20 se muestra como los resultados en cuanto a la amplitud máxima mejoran a medida que se acercan a la frecuencia natural de 5.0791 [Hz] de la estructura base #1.

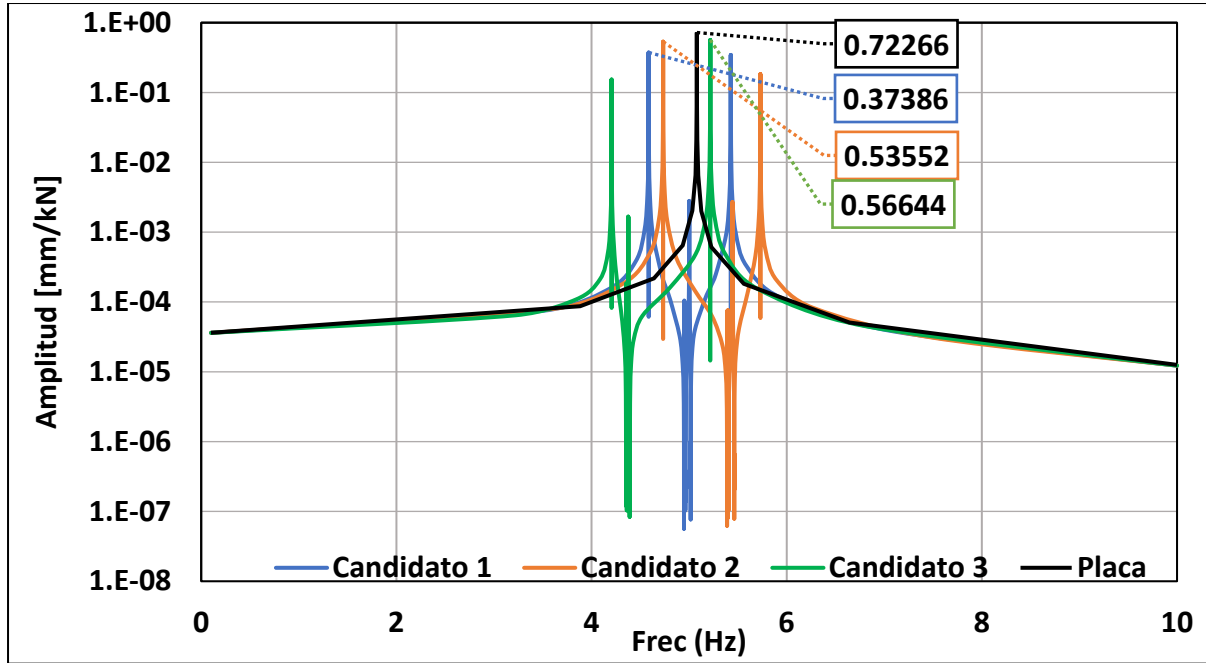
Tabla 5

Resultados del DE con la configuración 1

#	L_N [m]	H_N [m]	D_N [kg m^3]	E_N [Pa]	D_R [kg m^3]	E_R [Pa]	Frec MAMS-d [Hz]	Amp Max X [mm/kN]
1	0.080	0.6035	7150	8.30E+10	1239	1.58E+06	4.956	0.374
2	0.080	0.5947	7850	2.00E+11	1010	6.89E+05	3.199	5.077
3	0.080	0.5999	7150	8.30E+10	1200	2.10E+07	18.166	5.011
4	0.085	0.5802	7150	8.30E+10	1010	6.89E+05	3.430	5.241
5	0.080	0.6225	7500	1.79E+11	1010	6.89E+05	3.054	4.739
6	0.080	0.5615	7500	1.79E+11	1239	1.58E+06	5.402	5.537
7	0.080	0.5719	7500	1.79E+11	1200	2.10E+07	19.121	5.386
8	0.085	0.5531	7500	1.79E+11	1010	6.89E+05	3.600	5.631
9	0.090	0.4730	7850	2.00E+11	1010	6.89E+05	4.405	6.982
10	0.080	0.6530	7150	8.30E+10	1010	6.89E+05	2.908	4.407
11	0.080	0.5365	7850	2.00E+11	1239	1.58E+06	5.657	5.931
12	0.090	0.5193	7150	8.30E+10	1010	6.89E+05	4.015	6.080
13	0.090	0.4950	7500	1.79E+11	1010	6.89E+05	4.212	6.527
14	0.085	0.5285	7850	2.00E+11	1010	6.89E+05	3.768	6.030
15	0.085	0.5240	7150	8.30E+10	1239	1.58E+06	6.047	6.107
16	0.080	0.5464	7850	2.00E+11	1200	2.10E+07	20.032	5.770
17	0.085	0.5336	7150	8.30E+10	1200	2.10E+07	21.386	5.944
18	0.085	0.4995	7500	1.79E+11	1239	1.58E+06	6.344	6.558
19	0.085	0.4773	7850	2.00E+11	1239	1.58E+06	6.638	7.018
20	0.090	0.4695	7150	8.30E+10	1239	1.58E+06	7.052	7.058
21	0.085	0.5087	7500	1.79E+11	1200	2.10E+07	22.480	6.383
22	0.090	0.4476	7500	1.79E+11	1239	1.58E+06	7.390	7.571
23	0.090	0.4780	7150	8.30E+10	1200	2.10E+07	24.980	6.874
24	0.085	0.4860	7850	2.00E+11	1200	2.10E+07	23.533	6.832
25	0.090	0.4276	7850	2.00E+11	1239	1.58E+06	7.726	8.093
26	0.090	0.4557	7500	1.79E+11	1200	2.10E+07	26.220	7.375
27	0.090	0.4353	7850	2.00E+11	1200	2.10E+07	27.425	7.884

Figura 19

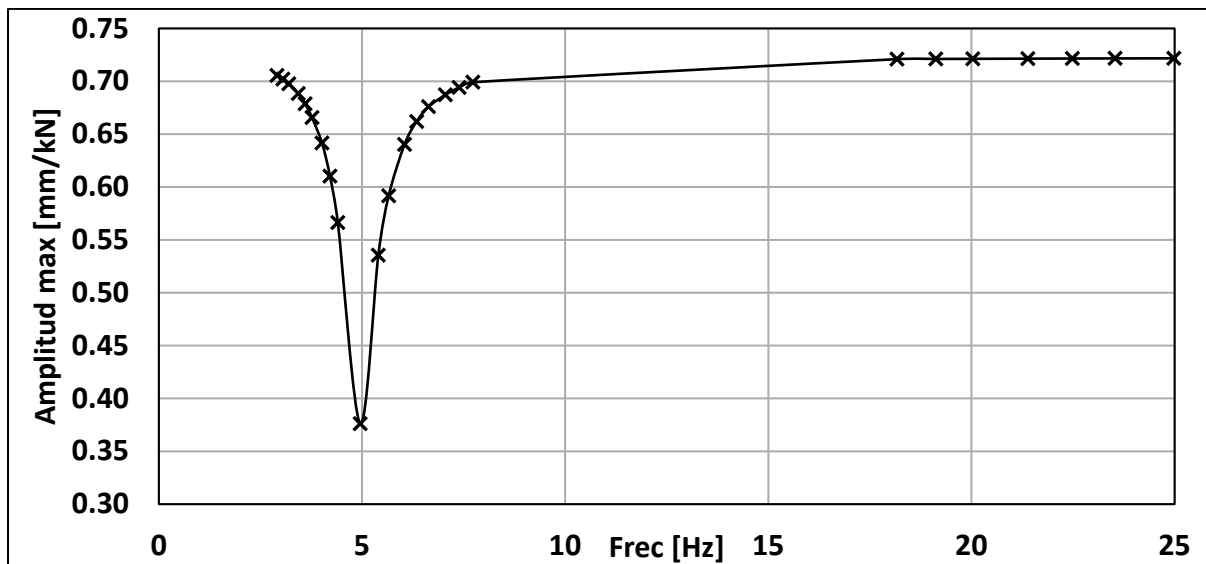
FRF-R en la dirección X de la configuración 1.



Nota. Eje vertical en escala logarítmica.

Figura 20

Correlación entre amplitud máxima X y frecuencia del AMS de configuración 1



4.2.1.1 Configuración 2

Sub-configuración 1

Los resultados de los 27 experimentos realizados en la sub-configuración 1 se presentan en la tabla 6. Destacando el mejor resultado obtenido, se observa una amplitud máxima de 0.3622 [mm/kN], lo cual corresponde a una reducción del 49.9% en comparación con la estructura base. Este MAMS-d específico presenta una LN de 0.09 y utiliza un núcleo de acero y recubrimiento de poliuretano HA85. En este subgrupo los MAMS-d fijos tienen una frecuencia de 4.982 [Hz] y los MAMS-d variables de 27.424 [Hz].

Al comparar gráficamente los candidatos de la sub-configuración 1 en la figura 21, se puede observar que el candidato 1 muestra dos picos de amplitud entre 4.7 [Hz] y 5.3 [Hz], logrando una reducción del 49.9%. Además, se identifica una anti-resonancia en 4.94 [Hz]. En la figura 22, se presentan los resultados de la amplitud máxima de los MAMS-d variables y fijos.

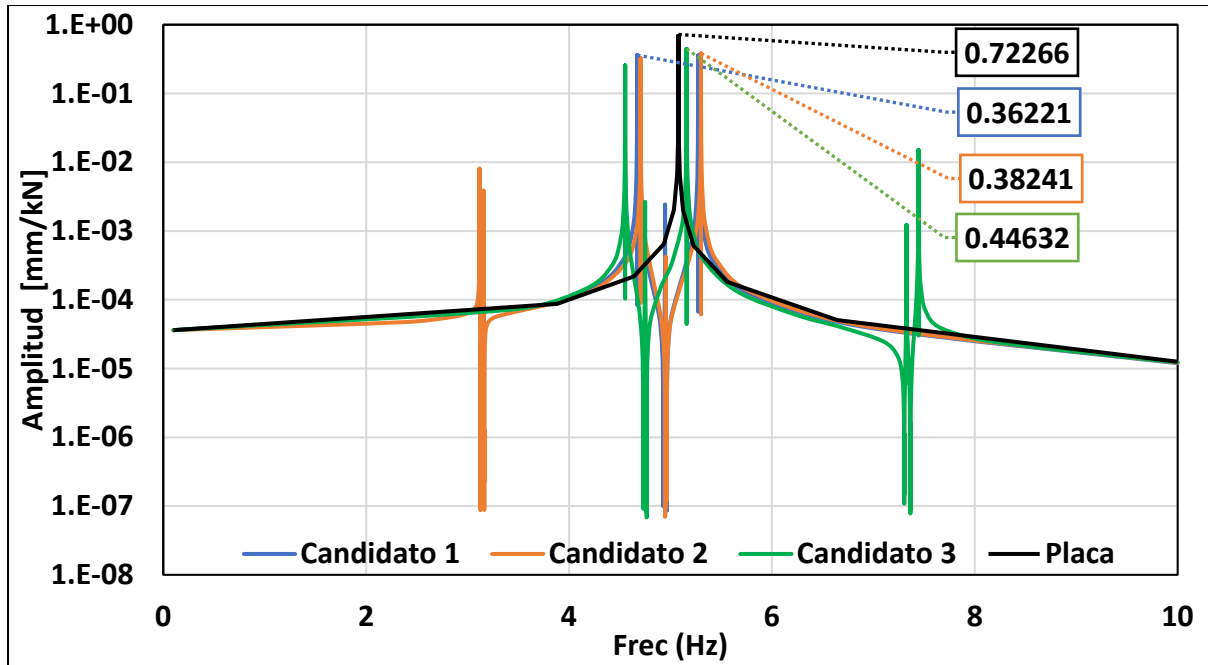
Se destaca que el mejor candidato tiene los amortiguadores fijos sintonizados en 4.98 [Hz], nuevamente muy cercano a la frecuencia natural de la estructura base #1. Por otro lado, el conjunto de MAMS-d con amortiguadores variables se encuentra en 27.42 [Hz], desincronizados en relación con la estructura base #1. Por tanto, es importante destacar cómo los resultados de la amplitud máxima mejoran incluso cuando solo la mitad de los amortiguadores se acercan a la frecuencia natural de 5.0791 [Hz] de la estructura base #1.

Tabla 6*Resultados del DE con la sub-configuración 1.*

#	L _N [m]	H _N [m]	D _N [kg m ³]	E _N [Pa]	D _R [kg m ³]	E _R [Pa]	Frec MAMS-d Var [Hz]	Frec MAMS-d Fijo [Hz]	Amp Max X [mm/kN]
1	0.090	0.4353	7850	2.00E+11	1200	2.10E+07	27.425	4.982	0.362
2	0.080	0.6035	7150	8.30E+10	1239	1.58E+06	4.959	3.133	0.382
3	0.090	0.4476	7500	1.79E+11	1239	1.58E+06	7.390	4.783	0.446
4	0.090	0.4276	7850	2.00E+11	1239	1.58E+06	7.726	5.114	0.448
5	0.090	0.4557	7500	1.79E+11	1200	2.10E+07	26.220	4.659	0.532
6	0.080	0.5615	7500	1.79E+11	1239	1.58E+06	5.402	3.495	0.538
7	0.090	0.4730	7850	2.00E+11	1010	6.89E+05	4.405	4.409	0.566
8	0.090	0.4695	7150	8.30E+10	1239	1.58E+06	7.052	4.457	0.576
9	0.085	0.4773	7850	2.00E+11	1239	1.58E+06	6.638	4.432	0.579
10	0.080	0.5365	7850	2.00E+11	1239	1.58E+06	5.657	3.744	0.591
11	0.090	0.4950	7500	1.79E+11	1010	6.89E+05	4.212	4.121	0.617
12	0.085	0.4995	7500	1.79E+11	1239	1.58E+06	6.344	4.141	0.622
13	0.090	0.4780	7150	8.30E+10	1200	2.10E+07	24.980	4.341	0.628
14	0.085	0.5240	7150	8.30E+10	1239	1.58E+06	6.047	3.855	0.630
15	0.085	0.4860	7850	2.00E+11	1200	2.10E+07	23.533	4.314	0.638
16	0.090	0.5193	7150	8.30E+10	1010	6.89E+05	4.015	3.837	0.649
17	0.085	0.5285	7850	2.00E+11	1010	6.89E+05	3.768	3.806	0.666
18	0.085	0.5087	7500	1.79E+11	1200	2.10E+07	22.480	4.030	0.674
19	0.085	0.5531	7500	1.79E+11	1010	6.89E+05	3.600	3.554	0.680
20	0.085	0.5802	7150	8.30E+10	1010	6.89E+05	3.430	3.307	0.691
21	0.085	0.5336	7150	8.30E+10	1200	2.10E+07	21.386	3.752	0.692
22	0.080	0.5947	7850	2.00E+11	1010	6.89E+05	3.199	3.204	0.698
23	0.080	0.5464	7850	2.00E+11	1200	2.10E+07	20.032	3.642	0.698
24	0.080	0.6225	7500	1.79E+11	1010	6.89E+05	3.054	2.990	0.702
25	0.080	0.5719	7500	1.79E+11	1200	2.10E+07	19.121	3.399	0.705
26	0.080	0.6530	7150	8.30E+10	1010	6.89E+05	2.908	2.780	0.706
27	0.080	0.5999	7150	8.30E+10	1200	2.10E+07	18.166	3.162	0.709

Figura 21

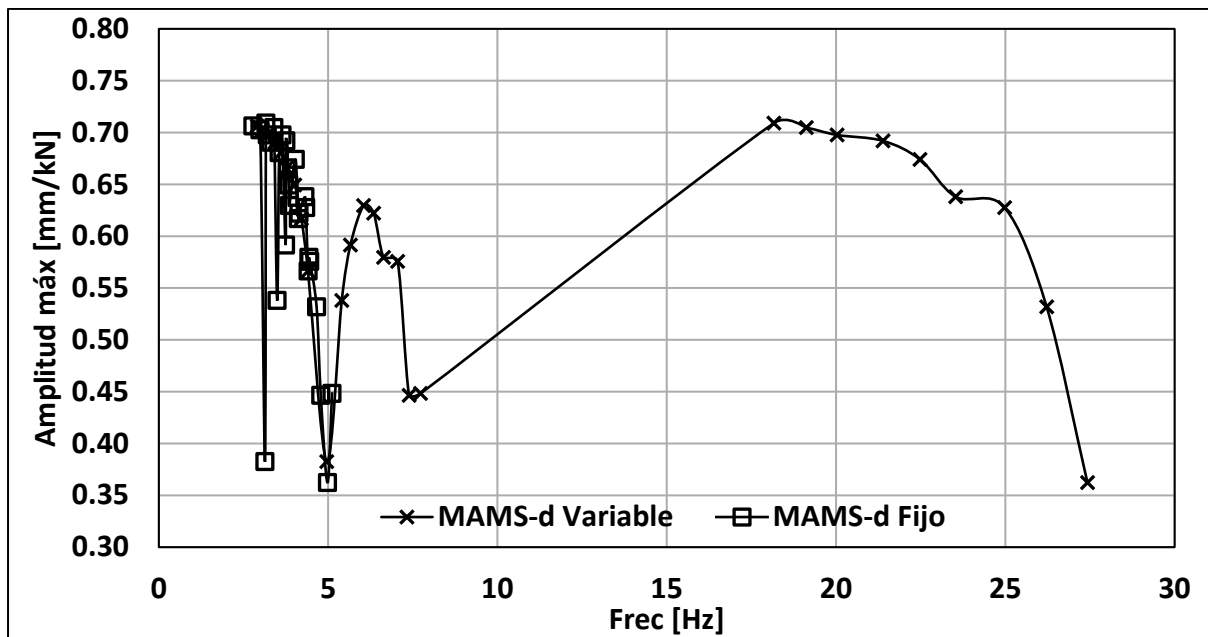
FRF-R en la dirección X de la sub-configuración 1.



Nota. Eje vertical en escala logarítmica.

Figura 22

Correlación entre amplitud máxima X y la frecuencia del AMS de la sub-configuración 1.



Sub-configuración 2

En la tabla 7 se presentan los resultados de los experimentos de la sub-configuración 2. Se observa una reducción del 48.3% en la amplitud máxima de la FRF-R, correspondiente a un MAMS-d con una $L_N = 0.08$ y núcleo de hierro fundido y recubrimiento de silicona HA38.

Tabla 7

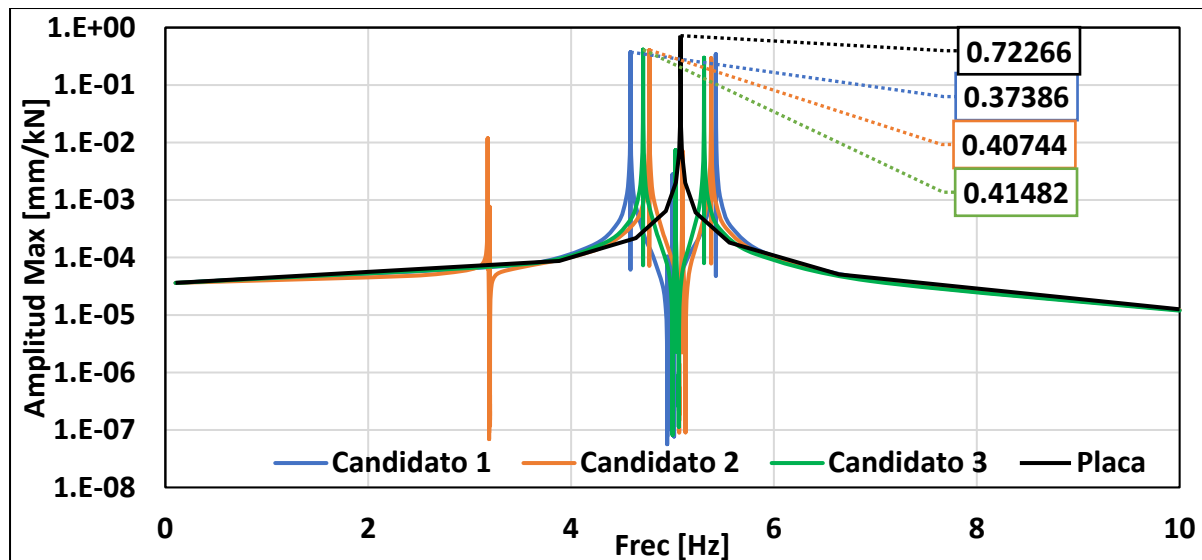
Resultados del DE con la sub-configuración 2.

#	L_N [m]	H_N [m]	D_N [kg m ³]	E_N [Pa]	D_R [kg m ³]	E_R [Pa]	Frec MAMS-d Var [Hz]	Frec MAMS-d Fijo [Hz]	Amp Max X [mm/kN]
1	0.080	0.6035	7150	8.30E+10	1239	1.58E+06	4.966	4.956	0.374
2	0.080	0.5947	7850	2.00E+11	1010	6.89E+05	3.199	5.077	0.407
3	0.080	0.5999	7150	8.30E+10	1200	2.10E+07	18.166	5.011	0.415
4	0.085	0.5802	7150	8.30E+10	1010	6.89E+05	3.430	5.241	0.460
5	0.080	0.6225	7500	1.79E+11	1010	6.89E+05	3.054	4.739	0.489
6	0.080	0.5615	7500	1.79E+11	1239	1.58E+06	5.402	5.537	0.549
7	0.080	0.5719	7500	1.79E+11	1200	2.10E+07	19.121	5.386	0.583
8	0.085	0.5531	7500	1.79E+11	1010	6.89E+05	3.600	5.631	0.584
9	0.090	0.4730	7850	2.00E+11	1010	6.89E+05	4.405	6.982	0.588
10	0.080	0.6530	7150	8.30E+10	1010	6.89E+05	2.908	4.407	0.607
11	0.080	0.5365	7850	2.00E+11	1239	1.58E+06	5.657	5.931	0.609
12	0.090	0.5193	7150	8.30E+10	1010	6.89E+05	4.015	6.080	0.613
13	0.090	0.4950	7500	1.79E+11	1010	6.89E+05	4.212	6.527	0.614
14	0.085	0.5285	7850	2.00E+11	1010	6.89E+05	3.768	6.030	0.631
15	0.085	0.5240	7150	8.30E+10	1239	1.58E+06	6.047	6.107	0.640
16	0.080	0.5464	7850	2.00E+11	1200	2.10E+07	20.032	5.770	0.655
17	0.085	0.5336	7150	8.30E+10	1200	2.10E+07	21.386	5.944	0.662
18	0.085	0.4995	7500	1.79E+11	1239	1.58E+06	6.344	6.558	0.666
19	0.085	0.4773	7850	2.00E+11	1239	1.58E+06	6.638	7.018	0.682
20	0.090	0.4695	7150	8.30E+10	1239	1.58E+06	7.052	7.058	0.687
21	0.085	0.5087	7500	1.79E+11	1200	2.10E+07	22.480	6.383	0.689
22	0.090	0.4476	7500	1.79E+11	1239	1.58E+06	7.390	7.571	0.696
23	0.090	0.4780	7150	8.30E+10	1200	2.10E+07	24.980	6.874	0.700
24	0.085	0.4860	7850	2.00E+11	1200	2.10E+07	23.533	6.832	0.701
25	0.090	0.4276	7850	2.00E+11	1239	1.58E+06	7.726	8.093	0.702
26	0.090	0.4557	7500	1.79E+11	1200	2.10E+07	26.220	7.375	0.707
27	0.090	0.4353	7850	2.00E+11	1200	2.10E+07	27.425	7.884	0.712

Los MAMS-d fijos tienen una frecuencia correspondiente a 4.966 [Hz] y los MAMS-d variables a 4.959 [Hz]. Esta vez los candidatos son muy similares, no solo en el porcentaje de reducción de la amplitud máxima sino en la ubicación y forma de las FRF-R (ver Fig 23). El experimento #1, que contiene el mejor resultado en esta sub-configuración, es el mismo experimento de la configuración 1 (ver Tabla 5), por lo tanto los MAMS-d variables y los fijos son iguales y tendrán la misma frecuencia (ver Fig 24).

Figura 23

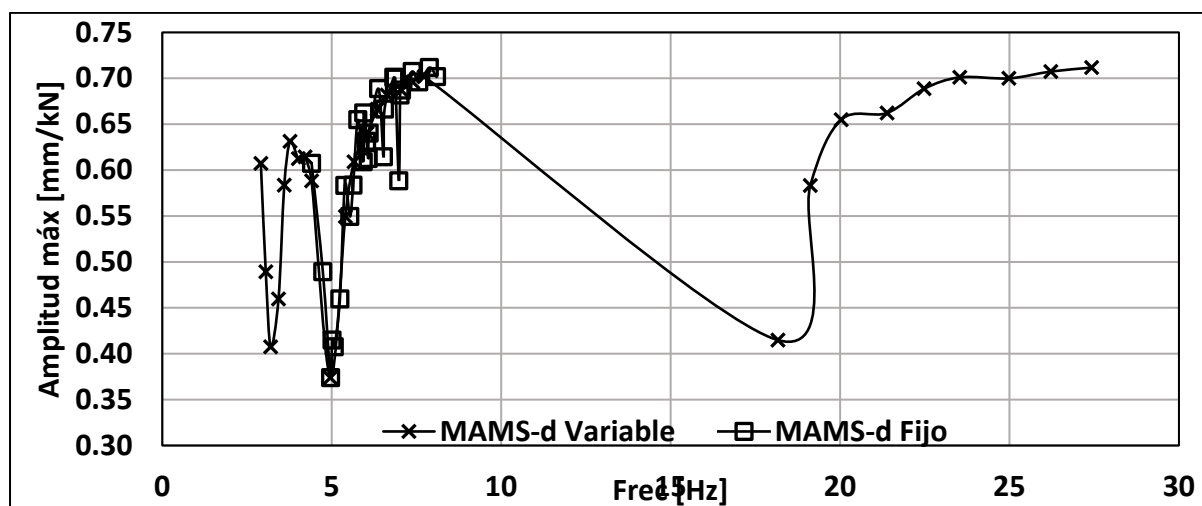
FRF (Receptancia) en la dirección X de la sub-configuración 2.



Nota. Eje vertical en escala logarítmica.

Figura 24

Correlación entre amplitud máxima X y la frecuencia del AMS de la sub-configuración 2.



Sub-configuración 3

En la Tabla 8, se presentan los resultados de los experimentos de la sub-configuración 3. En este tercer subgrupo se observa una reducción del 48.3% en la amplitud máxima de la

FRF-R, correspondiente a un MAMS-d con una $L_N = 0.08$ y núcleo de hierro fundido y recubrimiento de silicona HA38.

Tabla 8

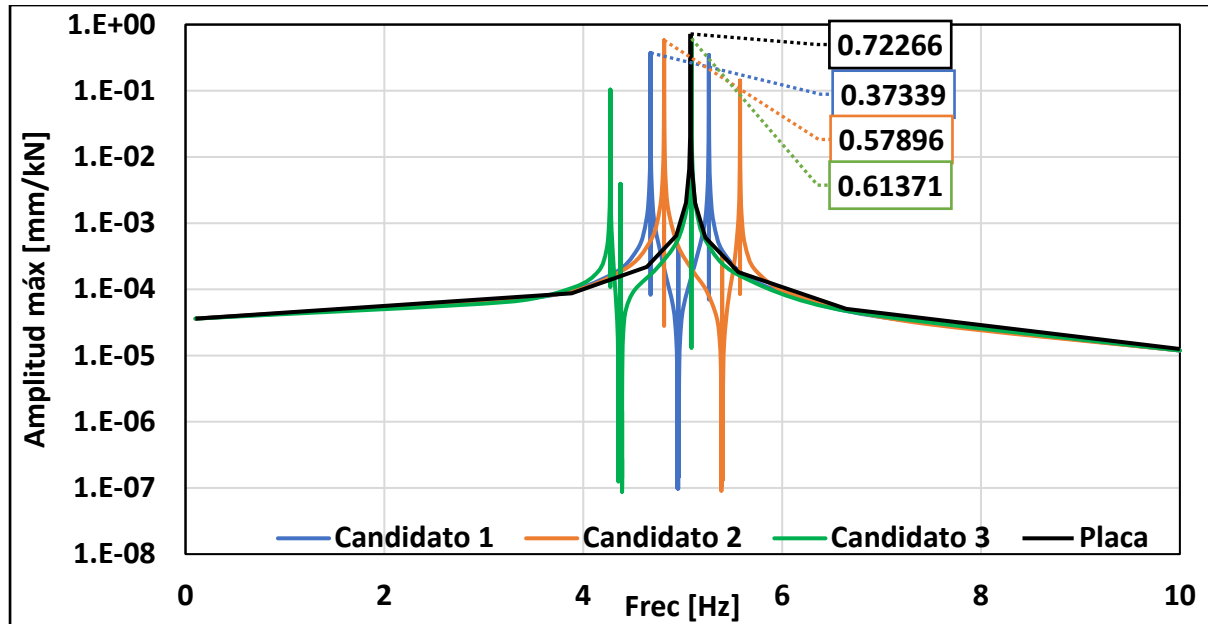
Resultados del DE con la sub-configuración 3

#	L_N [m]	H_N [m]	D_N [kg m^3]	E_N [Pa]	D_R [kg m^3]	E_R [Pa]	Frec MAMS-d Var [Hz]	Frec MAMS-d Fijo [Hz]	Amp Max X [mm/kN]
1	0.080	0.6035	7150	8.30E+10	1239	1.58E+06	17.624	4.956	0.373
2	0.080	0.5615	7500	1.79E+11	1239	1.58E+06	19.659	5.402	0.579
3	0.090	0.4730	7850	2.00E+11	1010	6.89E+05	24.817	4.405	0.614
4	0.080	0.5365	7850	2.00E+11	1239	1.58E+06	21.059	5.657	0.633
5	0.090	0.4950	7500	1.79E+11	1010	6.89E+05	23.200	4.212	0.651
6	0.085	0.5240	7150	8.30E+10	1239	1.58E+06	21.504	6.047	0.672
7	0.090	0.5193	7150	8.30E+10	1010	6.89E+05	21.602	4.015	0.674
8	0.085	0.4995	7500	1.79E+11	1239	1.58E+06	23.102	6.344	0.687
9	0.085	0.5285	7850	2.00E+11	1010	6.89E+05	21.230	3.768	0.691
10	0.085	0.4773	7850	2.00E+11	1239	1.58E+06	24.722	6.638	0.696
11	0.085	0.5531	7500	1.79E+11	1010	6.89E+05	19.827	3.600	0.698
12	0.090	0.4695	7150	8.30E+10	1239	1.58E+06	25.091	7.052	0.703
13	0.085	0.5802	7150	8.30E+10	1010	6.89E+05	18.448	3.430	0.704
14	0.090	0.4476	7500	1.79E+11	1239	1.58E+06	26.921	7.390	0.707
15	0.080	0.5947	7850	2.00E+11	1010	6.89E+05	18.021	3.199	0.709
16	0.090	0.4276	7850	2.00E+11	1239	1.58E+06	28.784	7.726	0.710
17	0.080	0.6225	7500	1.79E+11	1010	6.89E+05	16.814	3.054	0.711
18	0.080	0.6530	7150	8.30E+10	1010	6.89E+05	15.635	2.908	0.713
19	0.080	0.5999	7150	8.30E+10	1200	2.10E+07	17.785	18.166	0.721
20	0.080	0.5719	7500	1.79E+11	1200	2.10E+07	19.121	19.121	0.721
21	0.080	0.5464	7850	2.00E+11	1200	2.10E+07	20.486	20.032	0.721
22	0.085	0.5336	7150	8.30E+10	1200	2.10E+07	20.926	21.386	0.721
23	0.085	0.5087	7500	1.79E+11	1200	2.10E+07	22.480	22.480	0.722
24	0.085	0.4860	7850	2.00E+11	1200	2.10E+07	24.066	23.533	0.722
25	0.090	0.4780	7150	8.30E+10	1200	2.10E+07	24.434	24.980	0.722
26	0.090	0.4557	7500	1.79E+11	1200	2.10E+07	26.220	26.220	0.722
27	0.090	0.4353	7850	2.00E+11	1200	2.10E+07	28.043	27.425	0.722

En este caso los MAMS-d fijos tienen una frecuencia de 17.624 [Hz] y los MAMS-d variables de 4.959 [Hz]. Al comparar los candidatos en la figura 25 se encuentra una gran semejanza con la configuración 1 (ver Fig 19), teniendo el candidato 1 con los dos picos de amplitud entre 4.8 [Hz] y 5.2 [Hz], y la antiresonancia en 4.96 [Hz]. Esta similitud es causada porque los MAMS-d Fijos son del mismo tipo que la configuración 1 (ver Fig 26).

Figura 25

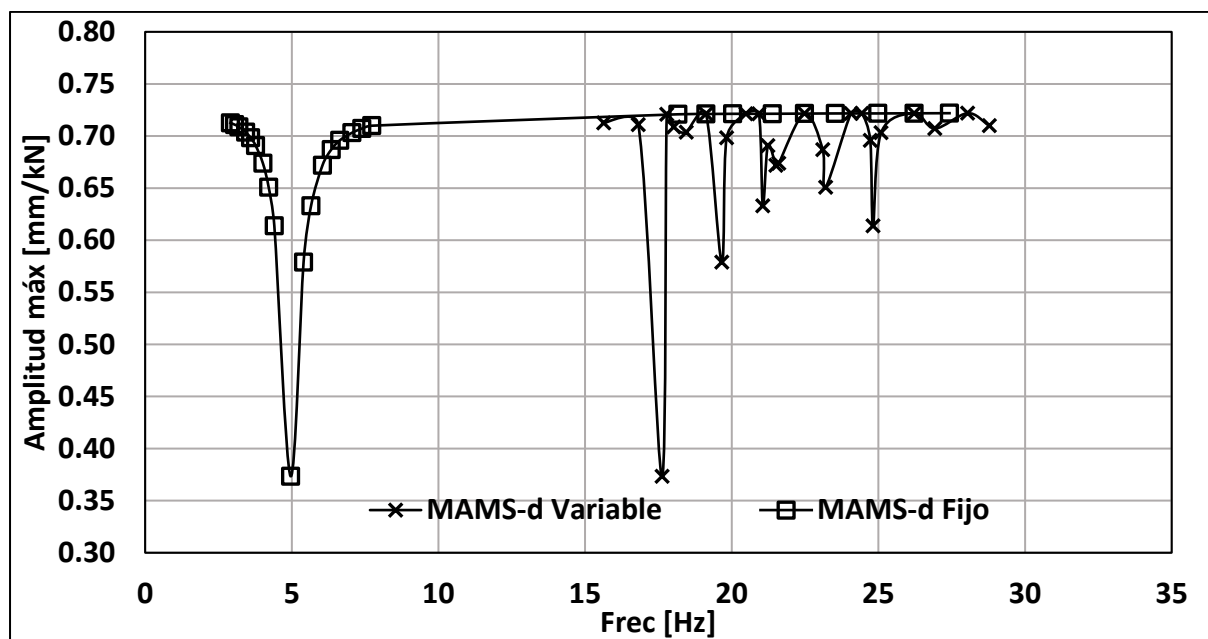
FRF (Receptancia) en la dirección X de la sub-configuración 3.



Nota. Eje vertical en escala logarítmica.

Figura 26

Correlación entre amplitud máxima X y la frecuencia del AMS de la sub-configuración 3.



4.2.1.2 Configuración 3

En la configuración 3 se evidencia una reducción del 42% en la amplitud máxima de la FRF-R, correspondiente a un MAMS-d con una $L_N = 0.08$ y núcleo de acero y recubrimiento de poliuretano HA85.

Tabla 9

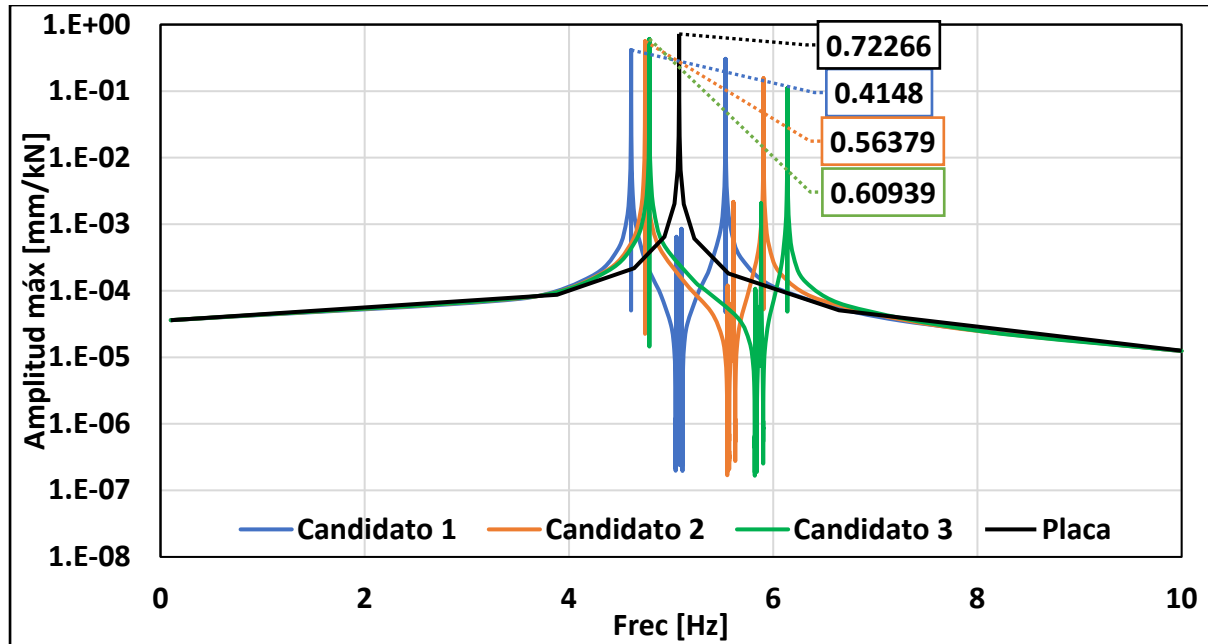
Resultados del DE con la configuración 3.

#	L_N [m]	H_N [m]	D_N [kg m ³]	E_N [Pa]	D_R [kg m ³]	E_R [Pa]	Frec MAMS-d [Hz]	Amp Max X [mm/kN]
1	0.080	1.3479	7150	8.30E+10	1200	2.10E+07	5.126	0.415
2	0.080	1.2850	7500	1.79E+11	1200	2.10E+07	5.573	0.564
3	0.080	1.2277	7850	2.00E+11	1200	2.10E+07	5.844	0.609
4	0.085	1.1962	7150	8.30E+10	1200	2.10E+07	6.318	0.650
5	0.085	1.1404	7500	1.79E+11	1200	2.10E+07	6.672	0.670
6	0.085	1.0895	7850	2.00E+11	1200	2.10E+07	6.994	0.682
7	0.090	1.0690	7150	8.30E+10	1200	2.10E+07	7.396	0.692
8	0.090	1.0191	7500	1.79E+11	1200	2.10E+07	7.800	0.698
9	0.090	0.9737	7850	2.00E+11	1200	2.10E+07	8.175	0.702
10	0.090	0.9660	7850	2.00E+11	1239	1.58E+06	2.276	0.715
11	0.090	1.0110	7500	1.79E+11	1239	1.58E+06	2.173	0.715
12	0.090	1.0605	7150	8.30E+10	1239	1.58E+06	2.069	0.716
13	0.085	1.0808	7850	2.00E+11	1239	1.58E+06	1.949	0.717
14	0.085	1.1312	7500	1.79E+11	1239	1.58E+06	1.860	0.718
15	0.085	1.1866	7150	8.30E+10	1239	1.58E+06	1.771	0.718
16	0.080	1.2178	7850	2.00E+11	1239	1.58E+06	1.630	0.719
17	0.090	1.0113	7850	2.00E+11	1010	6.89E+05	1.402	0.719
18	0.080	1.2747	7500	1.79E+11	1239	1.58E+06	1.556	0.719
19	0.090	1.0585	7500	1.79E+11	1010	6.89E+05	1.339	0.719
20	0.090	1.1103	7150	8.30E+10	1010	6.89E+05	1.275	0.719
21	0.080	1.3370	7150	8.30E+10	1239	1.58E+06	1.481	0.720
22	0.085	1.1320	7850	2.00E+11	1010	6.89E+05	1.200	0.720
23	0.085	1.1848	7500	1.79E+11	1010	6.89E+05	1.145	0.720
24	0.085	1.2428	7150	8.30E+10	1010	6.89E+05	1.091	0.720
25	0.080	1.2761	7850	2.00E+11	1010	6.89E+05	1.003	0.720
26	0.080	1.3356	7500	1.79E+11	1010	6.89E+05	0.957	0.720
27	0.080	1.4010	7150	8.30E+10	1010	6.89E+05	0.912	0.720

En esta configuración los MAMS-d perimetrales tienen una frecuencia de 5.126 [Hz] (ver Tabla 9). Aunque la antiresonancia y la frecuencia del MAMS-d del candidato 1 se encuentre muy cercana a la frecuencia natural de la estructura base #2 con 5.1 [Hz], es la reducción porcentual más baja de las tres configuraciones (ver Fig 27 y 28).

Figura 27

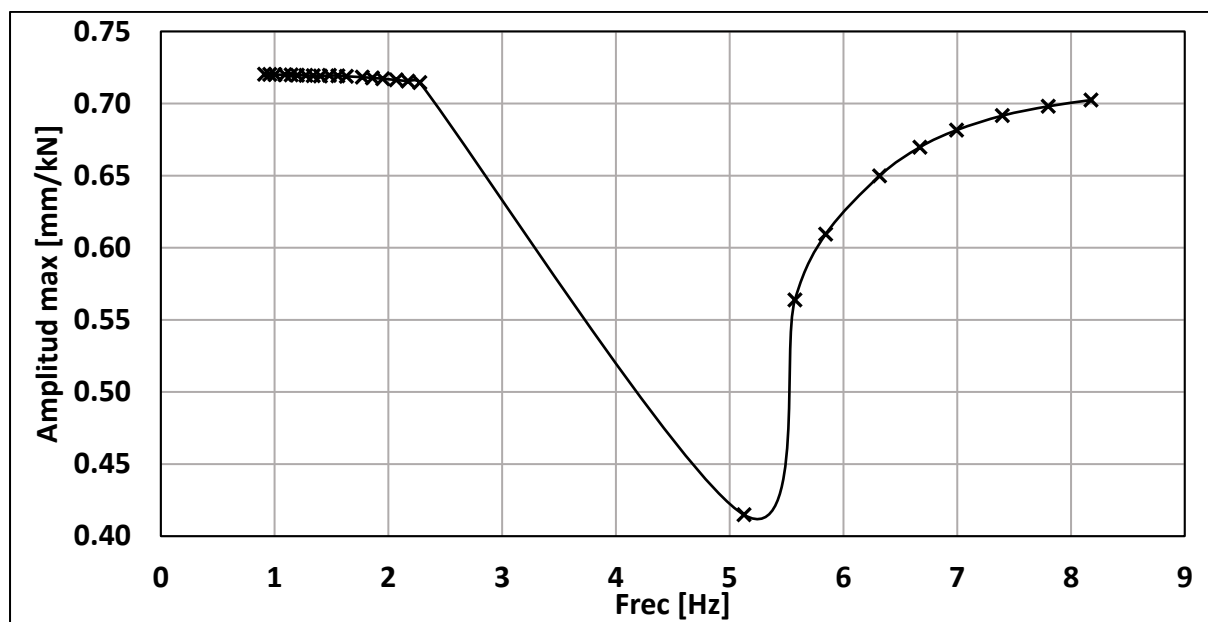
FRF-R en la dirección X de la configuración 3.



Nota. Eje vertical en escala logarítmica.

Figura 28

Correlación entre amplitud máxima X y la frecuencia del AMS de la configuración 3.



5. Optimización del metamaterial

Para realizar esta optimización se generó un nuevo modelo de la estructura base, al cual se debe nuevamente hallar las frecuencias naturales para verificar los modos de vibración y descartar alguno si su porcentaje de aporte de masa efectiva es relativamente nulo. También se debe determinar su FRF-R en las 3 direcciones cartesianas.

Para crear el metamaterial se diseñó primero una célula que lo componga al repetirse periódicamente en el dominio de la estructura base. Luego de crear el metamaterial se establecen los parámetros de optimización y la función objetivo para la cual el algoritmo buscará la solución óptima.

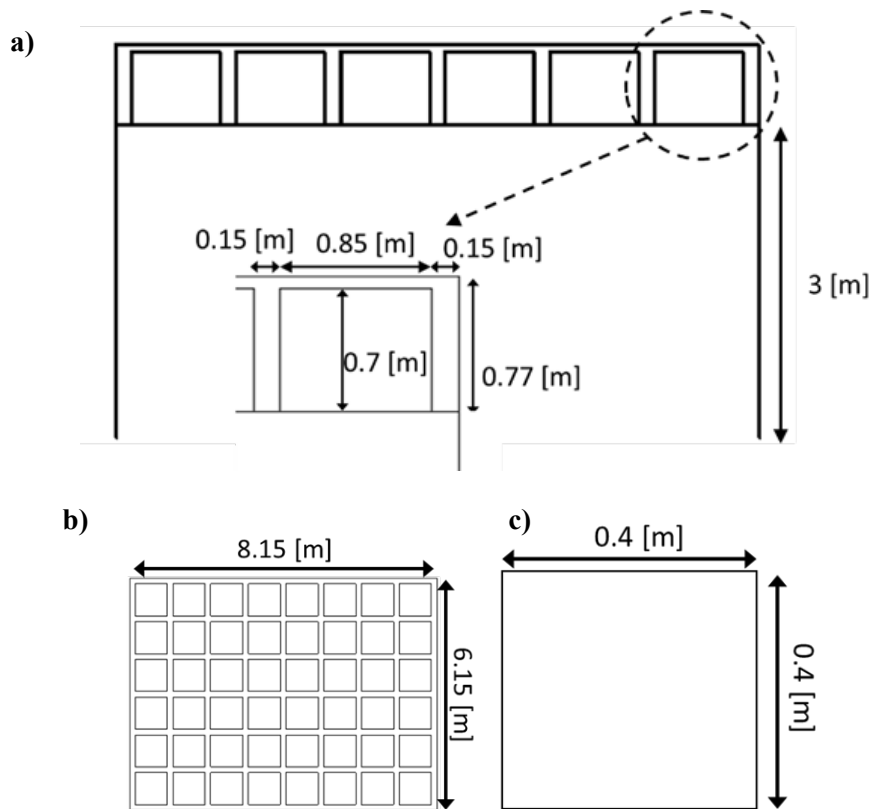
5.1.1 *Modelo de la estructura base #2*

El modelo de la estructura base en la optimización es similar a la estructura antes presentada en el capítulo 4.1. Con la diferencia que se hizo un aumento en la dirección Z de 2 metros (ver Fig 29b) cambiando así de una placa cuadrada a una placa rectangular para evitar que fuera totalmente simétrica (ver Fig 30). Debido al aumento de la placa ,también hubo un aumento en la masa y volumen total de la estructura (ver Tabla 10).

A continuación se muestran los detalles del modelado.

Figura 29

Dimensiones de la estructura base 2.



Nota. a) Dimensiones de la estructura base 2 desde la vista lateral y b) superior, c) sección transversal de las columnas.

Figura 30

Modelo de la estructura base 2.

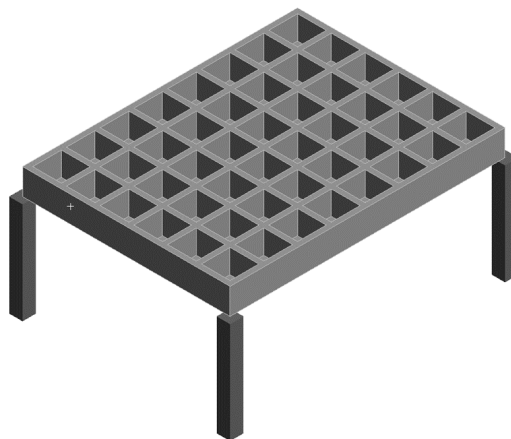


Tabla 10

Masa y volumen de los componentes de la estructura base 2.

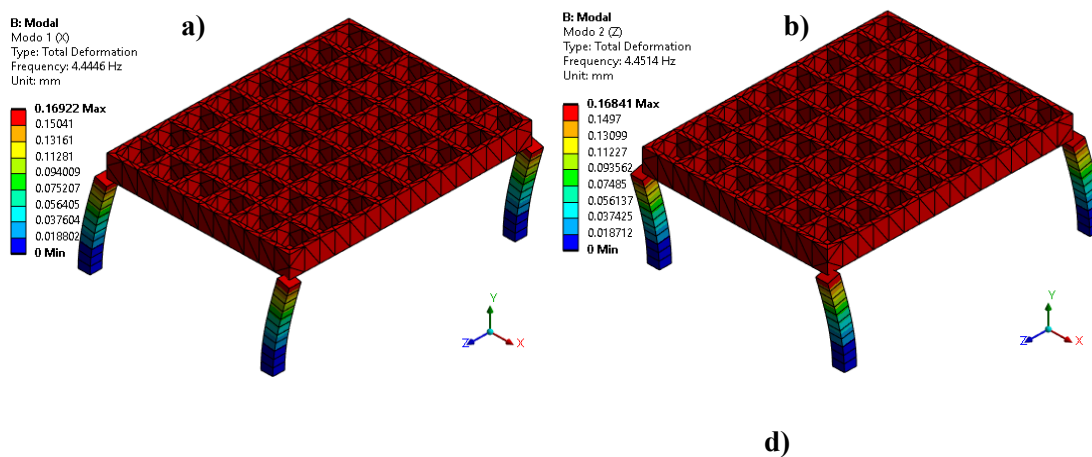
Componente	Volumen [m ³]	Masa [Kg]
Placa	14.318	34364
Columna 1	0.48	1152
Columna 2	0.48	1152
Columna 3	0.48	1152
Columna 4	0.48	1152
Total	16.238	38972

5.1.1.1 Análisis modal Para el análisis modal, considerando un amortiguamiento del 5%, se utilizó el solucionador directo de *Ansys* (Ansys Inc, 2022) con el método de Lanczos. Los dos primeros modos de vibración laterales correspondientes a las direcciones X y Z tienen una frecuencia de 4.4447 [Hz] y 4.4514 [Hz] respectivamente, el tercer modo es torsional con una frecuencia de 7.2223 [Hz] y el cuarto modo en dirección vertical Y con una frecuencia de 13.768 [Hz] (ver Fig 31).

Para la determinación de la FRF-R no se tiene en cuenta el modo 3 de vibración torsional debido a que su porcentaje de participación de masa efectiva es despreciable (ver Tabla 11).

Figura 31

Modos de vibración de la edificación propuesta para la optimización.



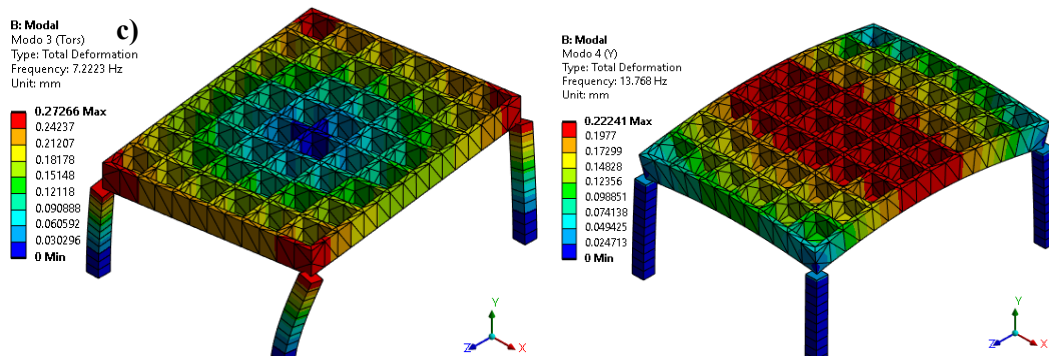


Tabla 11

Modos de vibración y masa efectiva de la estructura base #2

Modo	Frecuencia	% Masa efectiva		
		X	Y	Z
1	4.445	94.24%	0%	0%
2	4.451	0%	0%	94.25%
3	7.222	0%	0%	0%
4	13.770	0%	80.81%	0%
Total		94.4%	80.81%	94.25%

5.1.1.2 Determinación de la FRF-R. Se obtuvo la FRF-R de punto en la dirección X, Y y Z como se muestra en la figura 33, aplicando una fuerza en cada una de estas direcciones (ver Fig 32).

Figura 32

Aplicación de fuerza y lectura de las FRF-R en las direcciones X, Y y Z.

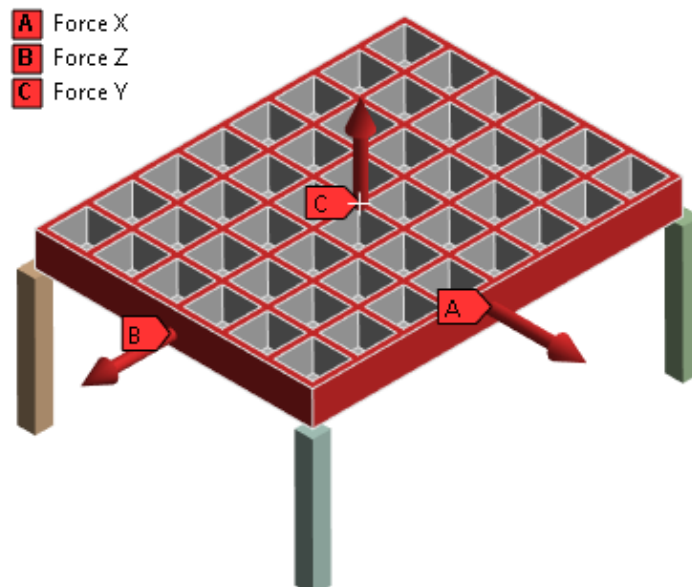
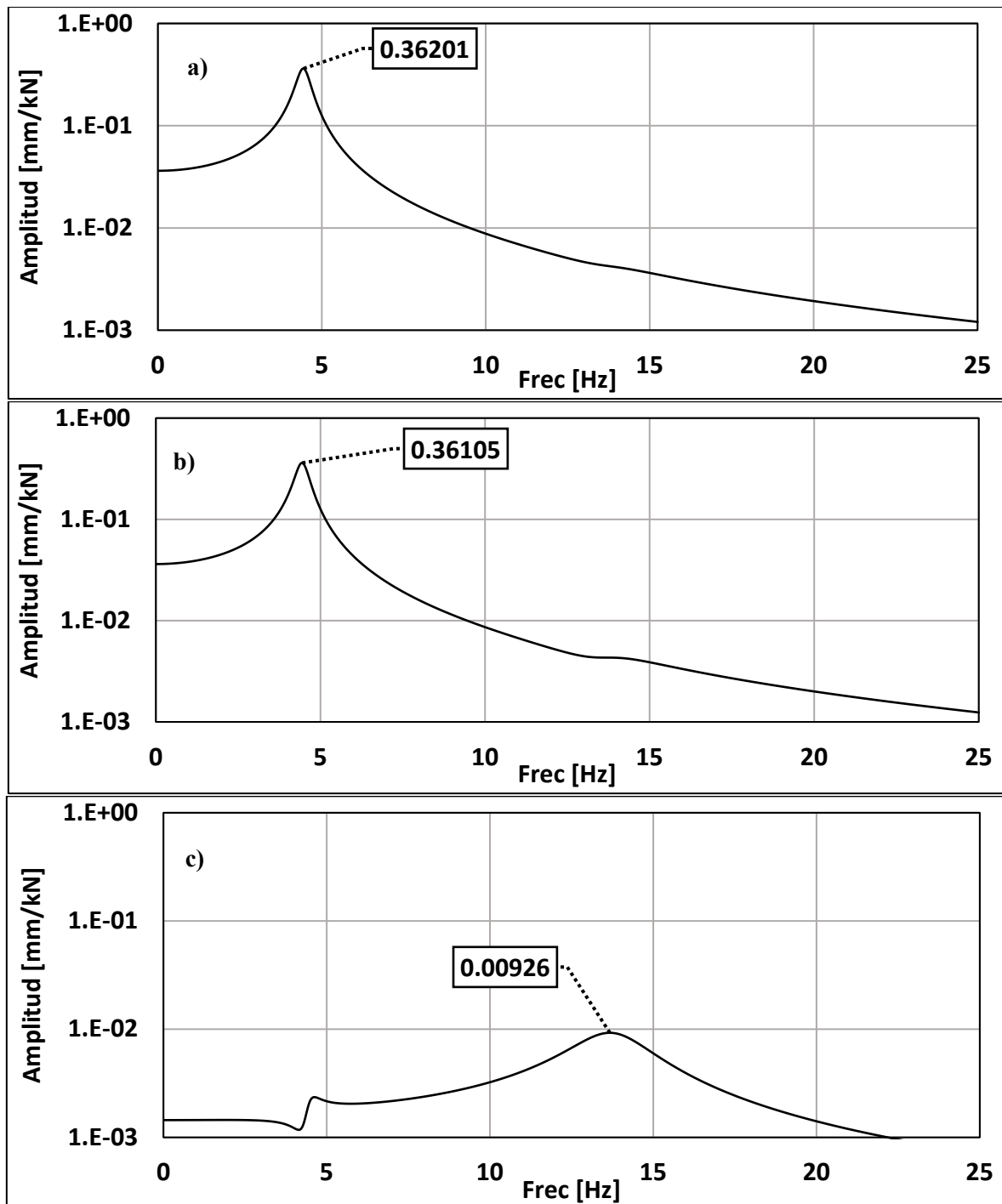


Figura 33

FRF-R obtenidos de la estructura base #2.

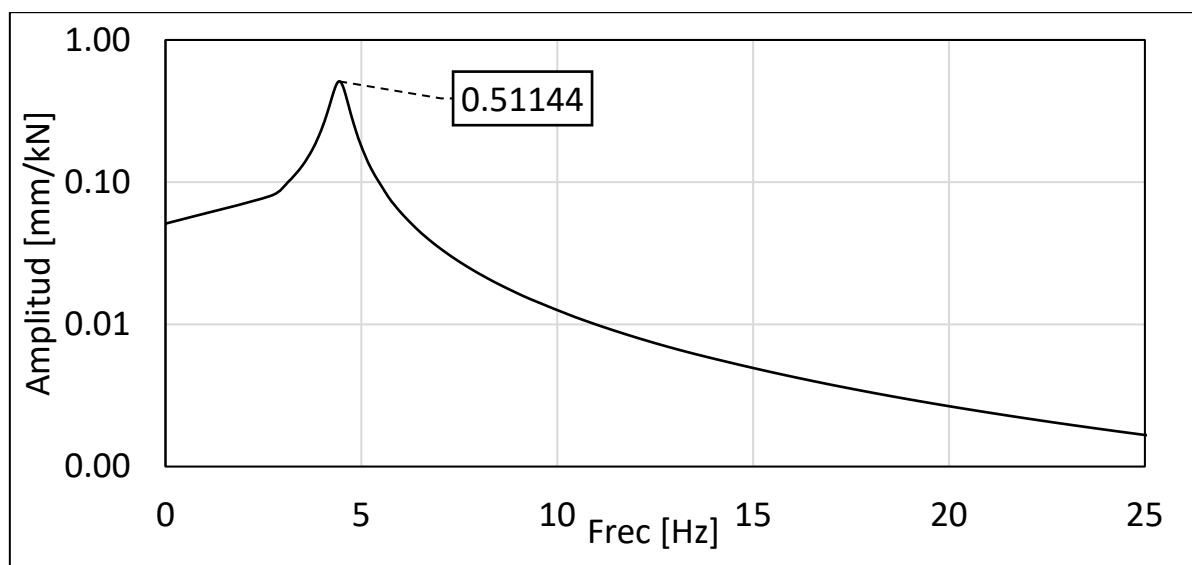


Nota. a) Función de respuesta en frecuencia en a) dirección X, b) en dirección Z y c) en dirección Y. Eje vertical en escala logarítmica.

Como se puede apreciar en la figura 32c, la amplitud máxima en la dirección vertical Y, con un valor de 0.00926 [mm/kN], resulta insignificante en comparación con las direcciones X y Z, que presentan amplitudes máximas de 0.36201 [mm/kN] y 0.36105 [mm/kN], respectivamente. Dado este hecho, se decidió descartar la dirección Y y enfocarse en considerar la reacción dinámica de la estructura únicamente en las direcciones laterales X y Z. Para lograr esto, se calculó una norma euclidiana, definida como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las componentes. Mediante este enfoque, se obtuvo una nueva FRF-R, que engloba la reacción dinámica en ambas direcciones, X y Z (Ver Fig 34). En esta FRF-R global, se determina una amplitud máxima de 0.5114 [mm/kN], representando la máxima respuesta dinámica de la estructura.

Figura 34

FRF-R resultante en la dirección X y Z



Nota. Eje vertical en escala logarítmica.

5.1.2 Diseño del metamaterial

Para el diseño del metamaterial, se utilizaron dos tipos de células que se repitieron periódicamente sobre la superficie de la placa hasta cubrir la totalidad de esta. Estas células se distribuyeron tres veces en la dirección X y cuatro veces en la dirección Y. Siguiendo este

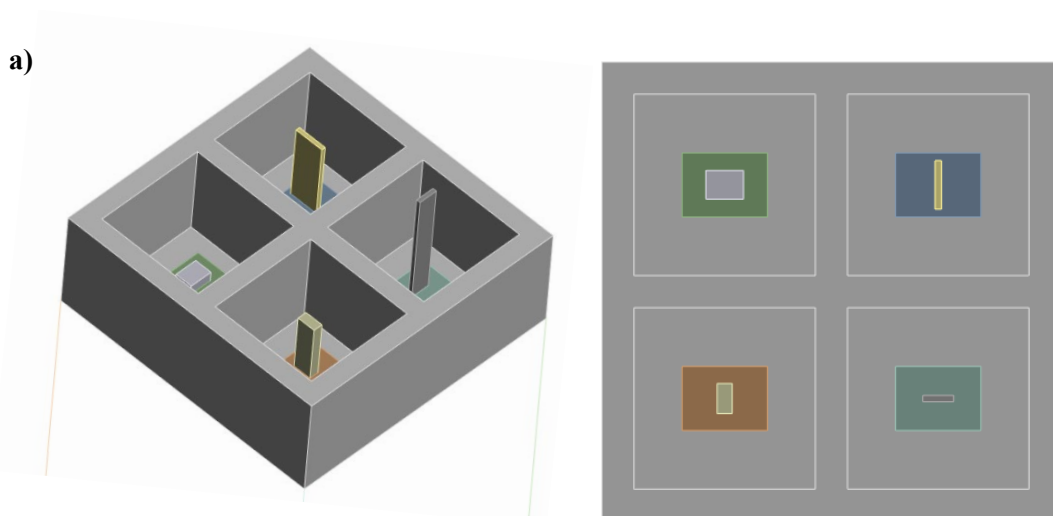
enfoque, se logró la conformación de un metamaterial. Según como se explica en el capítulo 3.2, los metamateriales son materiales cuyas propiedades, en su mayoría, se originan en la configuración y geometría de las células o bloques de construcción dispuestos de manera periódica, y no tanto en las propiedades directas de los materiales que los componen. (Bertoldi et al., 2017; Yu et al., 2018).

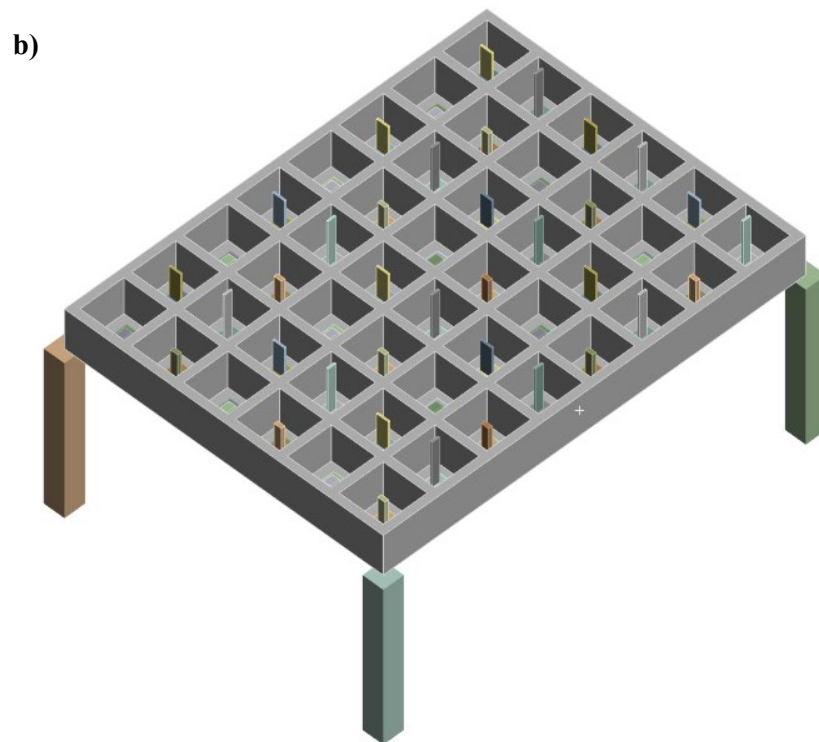
La repetición de estas células genera un metamaterial, lo que permite considerar a la placa completa como un metamaterial mecánico. Cada célula está compuesta por MAMS-d, que a su vez consiste en un núcleo sólido con su base recubierta por un material elástico. Se mantuvo una relación de masa total constante para los amortiguadores, siempre $\mu=6.5\%$ con relación a la masa total de la estructura original.

5.1.2.1 Célula #1. La primera célula está compuesta por un MAMS-d con 4 amortiguadores, ubicados en cada espacio de la retícula (ver Fig 35a). Al repetirse periódicamente como anteriormente se mencionó, se genera una nueva estructura que contiene un metamaterial mecánico (ver Fig 35b).

Figura 35

Modelo de metamaterial conformado por la célula #1





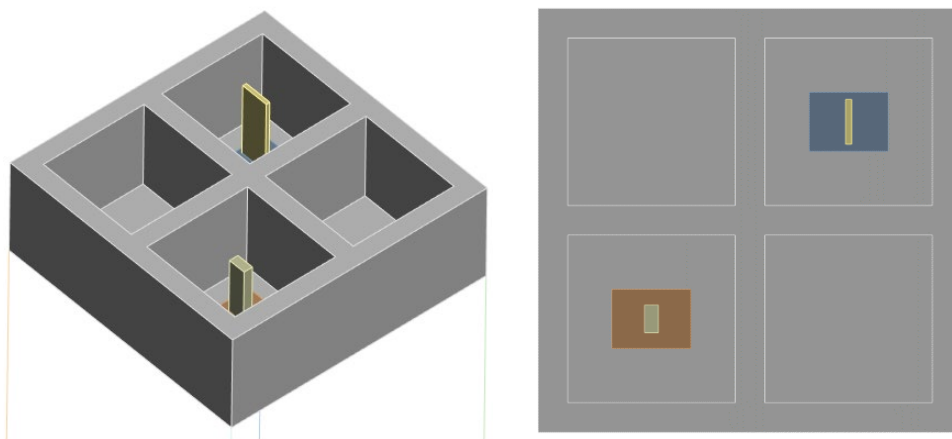
Nota. a) Vista isométrica y superior de la célula # 1. b) Metamaterial compuesto por célula #1.

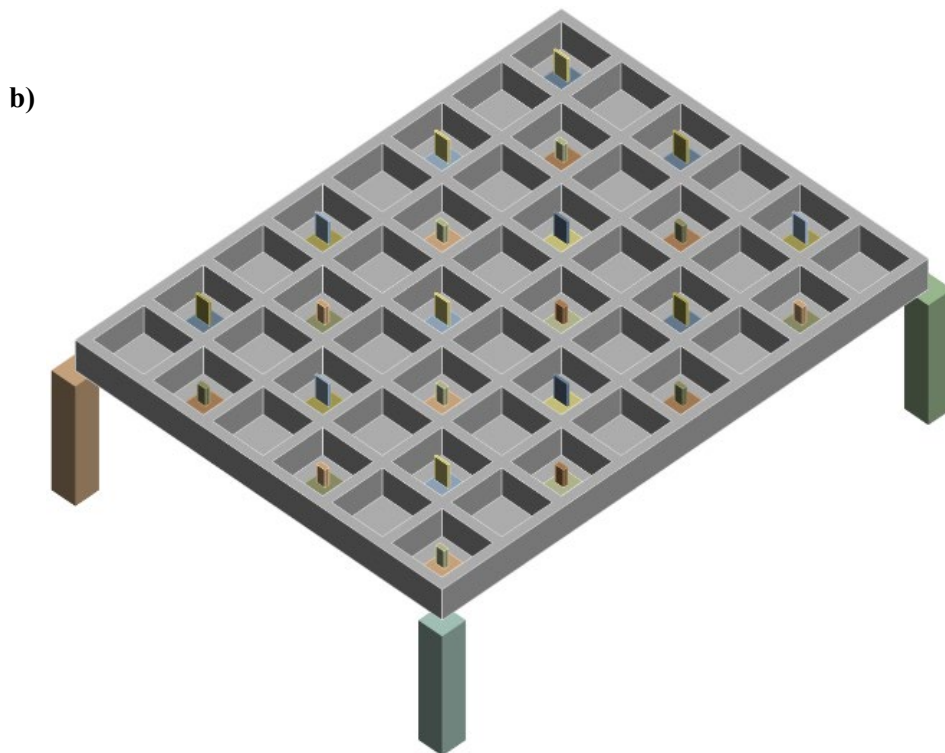
5.1.2.2 Célula #2. La segunda célula tiene una configuración similar a la primera, pero con la diferencia de que solo cuenta con 2 amortiguadores dispuestos en forma diagonal en las retículas (ver Fig 36a). De nuevo, repitiendo periódicamente esta célula se genera la segunda estructura compuesta por un metamaterial mecánico (ver Fig 36b).

Figura 36

Modelo de metamaterial conformado por la célula #2.

a)





Nota. a) Vista isométrica y superior de la célula # 2. b) Metamaterial compuesto por célula #2.

5.1.3 Parámetros de optimización

Para el diseño óptimo del metamaterial, se consideraron diferentes parámetros. La geometría de la célula se define mediante el área de la base (A) y la altura del núcleo (H_N), cumpliendo con la restricción de una relación de masa del 6.5%. Estas variables tienen las siguientes restricciones:

- $A = N_H * N_V$
- N_H, N_V : Entre 0.3 y 0.27 [m]
- H_N : Entre 0.15 y 1.0 [m]

El material de la célula se define por la densidad y el módulo de elasticidad tanto del núcleo (D_N y E_N) como del recubrimiento (D_R y E_R). Estas variables tienen las siguientes restricciones:

- D_N : entre 800 kg/m³ y 11000 kg/m³
- D_R : entre 100 kg/m³ y 3000 kg/m³

- E_N : entre 1 GPa y 1000 GPa
- E_R : entre 0.001 GPa y 100 GPa

Estas restricciones corresponden a los rangos de los materiales esperados para la composición del metamaterial (ver Tabla 12). Para el núcleo, se consideraron valores de densidad y módulo de elasticidad que abarcan desde maderas hasta aleaciones metálicas, mientras que, para el recubrimiento flexible, se tomaron en cuenta desde espumas poliméricas flexibles hasta polímeros como el PFTE (Polietrafluoretileno).

Tabla 12

Propiedades mecánicas de los materiales.

Material	Módulo de elasticidad			Densidad		
	Gpa			Kg/m ₃		
Cerámicas no técnicas	9	-	100	1050	-	1150
Cerámicas técnicas	80	-	1000	1100	-	10500
Compuestos	15	-	200	1050	-	1100
Elastómeros	0.0001	-	0.01	800	-	1100
Espumas	0.005	-	1	20	-	500
Materiales naturales	0.001	-	10	120	-	1000
Metales	10	-	500	1050	-	11000
Polímeros	0.01	-	8	800	-	1100

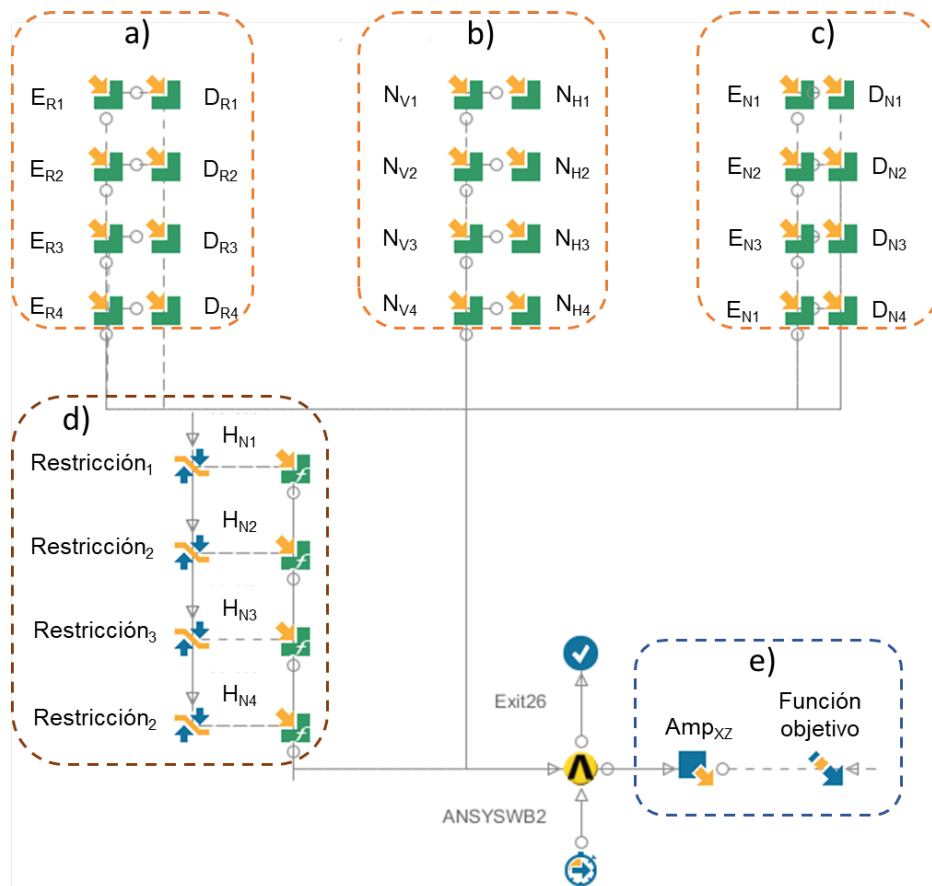
Nota. Adaptado de (Ashby, 2013). (Traducción y adaptación propia).

5.1.4 Modelo de optimización

A continuación, en la figura 37 se presenta el modelo y parámetros usados en el proceso de optimización del diseño del metamaterial. Incluyendo las variables y parámetros que se tuvieron en cuenta y la función objetivo de la optimización.

Figura 37

Diagrama de trabajo para la optimización del metamaterial



Nota. Realizado en ModeFrontier (ESTECO, 2022).

- a) Selección de valores para las variables directas de los recubrimientos (E_R , D_R).
- b) Determinación de dimensiones del área de la base del núcleo del MAMS-d (N_H , N_V).
- c) Selección de valores para las variables directas de los núcleos (E_N , D_N).
- d) Cálculo de las alturas del núcleo de los amortiguadores (H_N) utilizando la siguiente expresión matemática:

$$H_N = \left(\frac{\left(\frac{\text{Masa total} * \mu}{\#AMS} \right)}{D_N * N_H * N_V} \right) \cdot \frac{D_R * ((L_R^2 * H_R) - (0.75 * H_R * N_H * N_V))}{D_N * N_H * N_V} \quad (5),$$

$$H_N = \left(\frac{\left(\frac{38972 * 6.5\%}{36} \right)}{D_N * N_H * N_V} \right) - \frac{D_R * ((0.3^2 * 0.15) - (0.75 * 0.15 * N_H * N_V))}{D_N * N_H * N_V} \quad (6).$$

Teniendo completas las variables de entrada (a, b, c y d), estos valores se integran en el modelo paramétrico hecho en el Ansys (Ansys Inc, 2022). Donde este software se encarga de hacer el análisis modal, que incluye la aplicación de un amortiguamiento del 5%. También se determina la FRF-R en las direcciones X y Z. Se calcula la norma euclidiana para obtener una FRF global resultante.

- e) *Ansys* (Ansys Inc, 2022) obtiene el valor de la amplitud máxima de la FRF-R global (AMP_{XZ}) y la entrega al software *ModeFrontier*, donde se establece la función objetivo.

El objetivo del problema de optimización es minimizar la amplitud máxima determinada en la función de respuesta en frecuencia de receptancia (FRF-R) generada por el software *Ansys* (Ansys Inc, 2022) a partir de un análisis armónico. Para lograr este objetivo, se ajustan las densidades y módulos de elasticidad del núcleo y del recubrimiento del MAMS-d en el metamaterial, así como la altura del núcleo. La función objetivo se define como:

$$f_{obj}(FRF_X(\Omega_i), FRF_Z(\Omega_i)) = \sqrt{\sum_{i=0}^{25} ((FRF_X(\Omega_i))^2 + (FRF_Z(\Omega_i))^2)} \quad (7),$$

donde f_{obj} es la función objetivo, Ω es la frecuencia, $FRF_X(\Omega_i)$ representa la amplitud máxima de la FRF-R en la dirección X y $FRF_Z(\Omega_i)$ en Z. Por lo tanto, este problema de optimización de puede clasificar como de un único objetivo.

5.2 Resultados de optimización

Se presentan los resultados obtenidos a través de la aplicación de los algoritmos de optimización seleccionados, analizando las configuraciones óptimas encontradas y su impacto

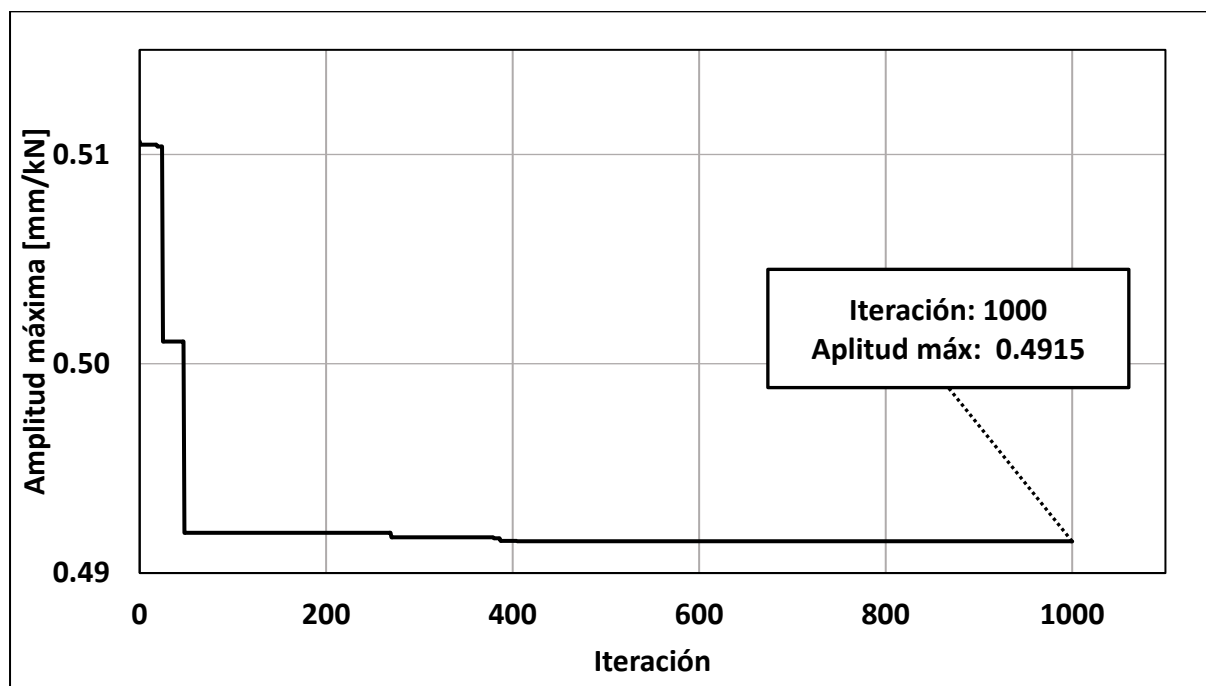
en la función objetivo. Estos resultados proporcionan información valiosa para el diseño y desarrollo de metamateriales con propiedades mejoradas.

5.2.1 Célula #1

En la figura 38 se muestra la evolución iterativa de la optimización de la estructura con la primera célula usando el algoritmo simplex, evidenciando una rápida tendencia a converger en un mínimo local. Este algoritmo en varios intentos de ejecución la máxima reducción que logró fue del 3.4% en la amplitud máxima.

Figura 38

Resultado de la optimización de la célula #1 usando simplex.

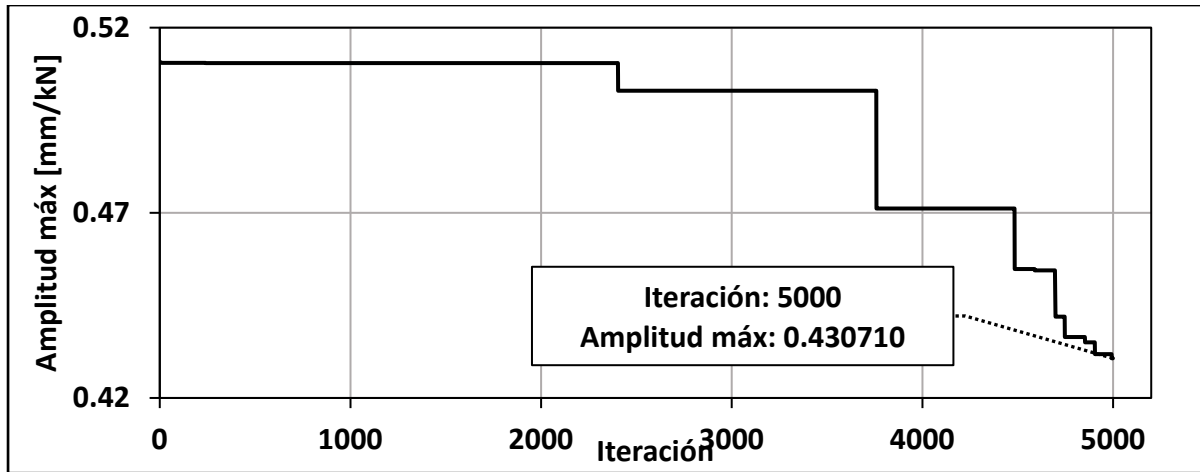


Nota. Costo computacional: 180 horas y 1240 Gb almacenamiento.

Al aplicar el algoritmo NSGA II, se obtuvo una reducción del 15.8% en la amplitud máxima de la FRF-R (ver Fig 39).

Figura 39

Resultado de la optimización de la célula #1 usando NSGA II.

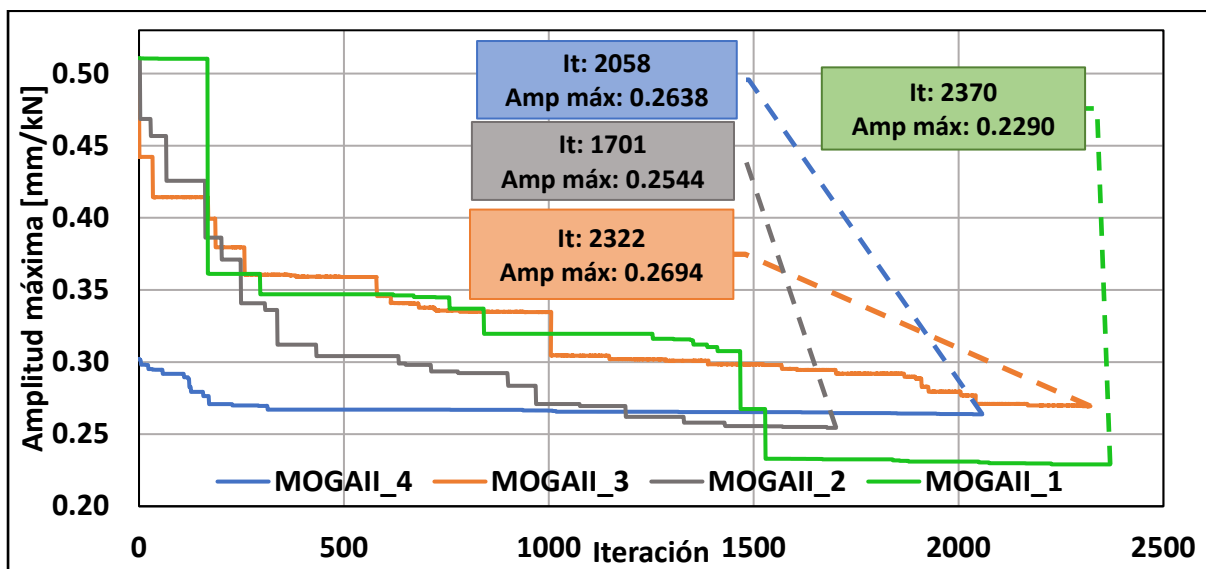


Nota. Costo computacional: 590 horas y 3110 Gb almacenamiento.

Finalmente se utiliza el algoritmo MOGA II, donde se logró una reducción de la amplitud máxima a 0.2694 [mm/kN], equivalente a un 47.33% de reducción. Posteriormente, se ejecutó el algoritmo MOGA II en varias ocasiones en busca de un mejor resultado. Después de varias ejecuciones, se encontró un resultado satisfactorio con una amplitud máxima reducida a 0.229 [mm/kN], lo que equivale al 55.22% (ver Fig 40).

Figura 40

Resultado de la optimización de la célula #1 usando MOGA II.



Nota. Costo computacional: 729 horas y 3743 Gb almacenamiento.

Estos resultados demuestran la eficacia de los algoritmos de optimización utilizados en el proceso de diseño del metamaterial. La selección secuencial de simplex, NSGA II y MOGA II permitió mejorar gradualmente el rendimiento del metamaterial, logrando una reducción significativa en la amplitud máxima de la FRF-R.

En la figura 41, se muestra el mejor resultado de MOGA II al conseguir una reducción del 55.22%, se encuentran algunos puntos de interés donde se destacan grandes reducciones en la amplitud máxima de la FRF-R, que son los puntos a, b, c y finalmente d con el resultado considerado como el óptimo. En la figura 42 y en la tabla 13 se pueden observar los detalles gráficos y numéricos de cada uno de estos puntos de interés.

Figura 41

Puntos de interés en la optimización de la célula #1 usando MOGA II.

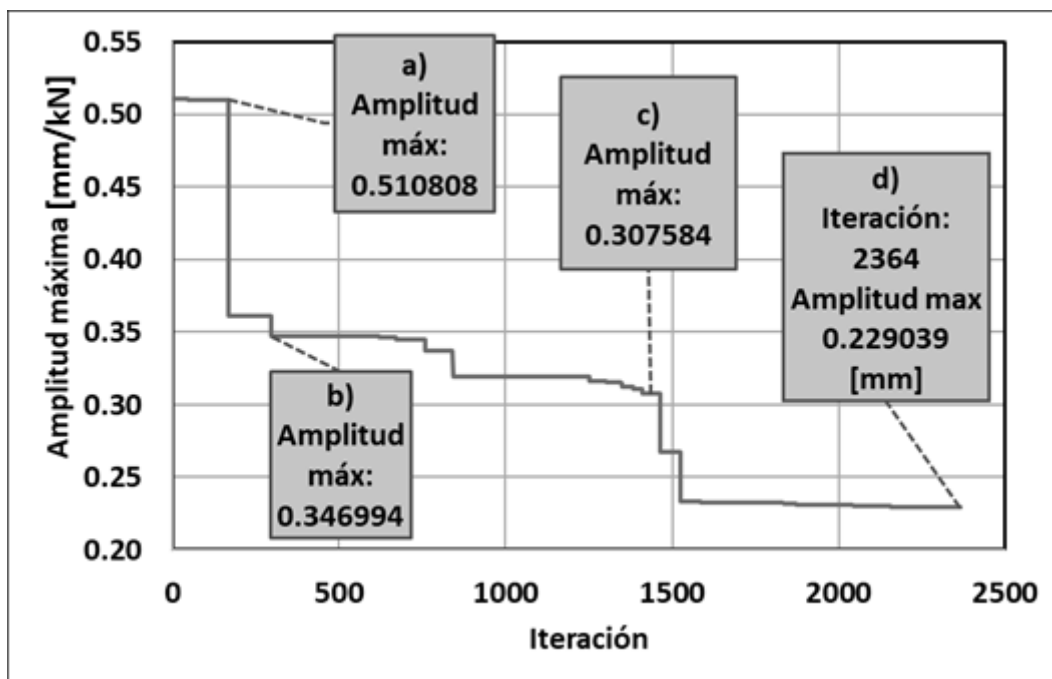


Figura 42

Puntos de interés en la optimización de la célula #1.

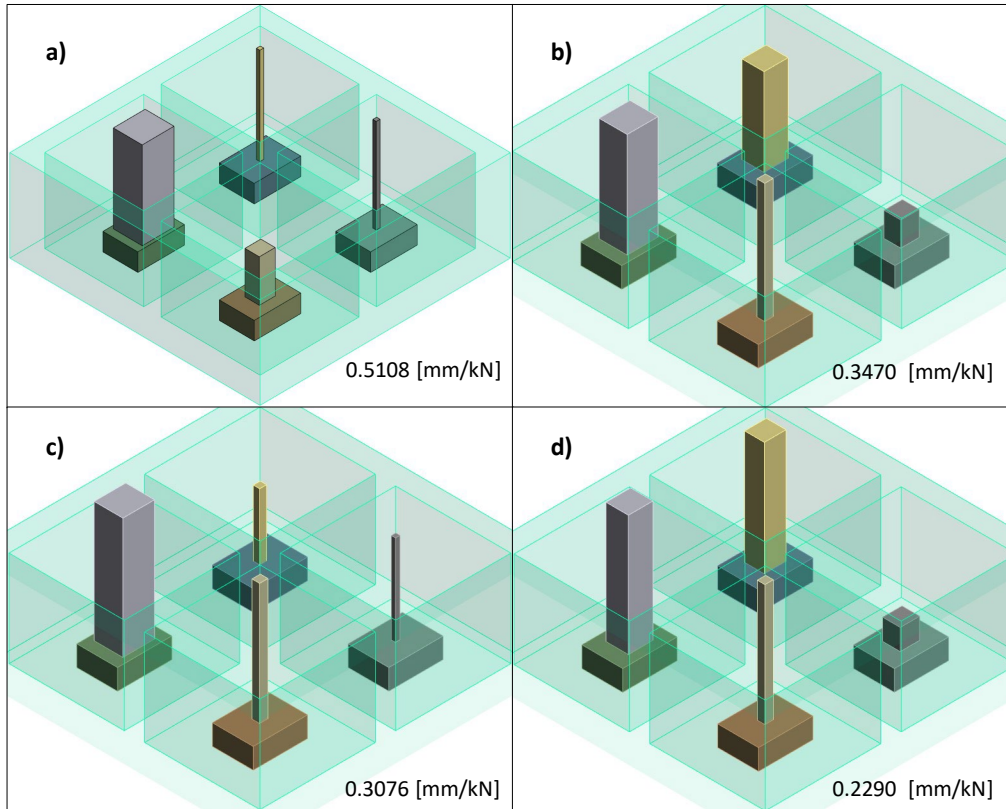


Tabla 13

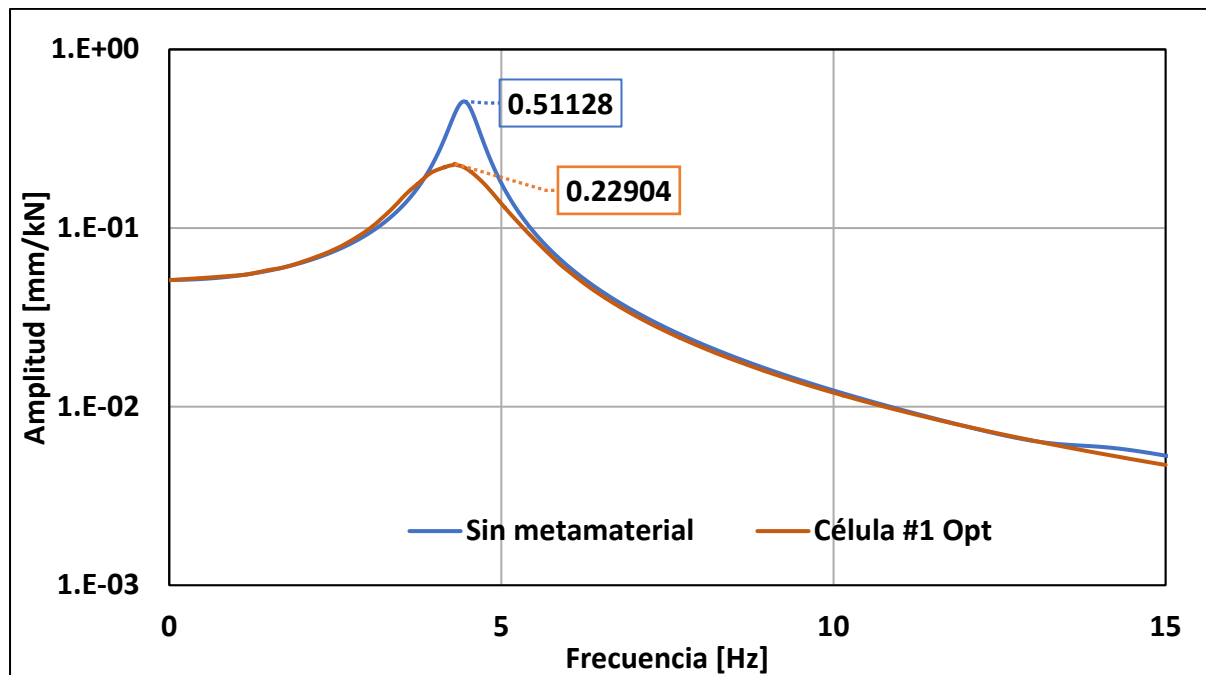
Parámetros de los puntos de interés en la optimización de la célula #1.

P.I	AMS		Material				Geometría		
			Núcleo		Recubrimiento		Núcleo		
	#	Frec [Hz]	D [kgm ⁻³]	E [Pa]	D [kgm ⁻³]	E [Pa]	L1 [mm]	L2 [mm]	HN [mm]
a	1	77.37	11000.000	1E+12	100.000	9.10E+09	33.0000	30.0000	924.9383
	2	1271.14	1100.000	1E+12	2749.469	9.66E+10	273.0288	248.2080	848.8553
	3	1679.70	3484.415	1E+12	3000.000	1.00E+11	135.8174	123.4704	466.4550
	4	23.31	4652.645	1E+09	2299.186	5.97E+10	33.0000	30.0000	905.2820
b	1	356.64	2535.740	6E+10	100.000	9.09E+10	177.0173	160.9248	751.6050
	2	891.37	1073.996	5E+11	3000.000	9.05E+10	226.0658	205.5144	876.8131
	3	1.71	11000.000	5E+11	100.000	1.00E+06	62.3489	56.6808	988.7031
	4	1328.78	6862.055	1E+12	603.382	1.76E+10	134.6321	122.3928	291.1204
c	1	213.56	11000.000	2E+11	100.000	1.00E+11	51.3744	46.7040	594.4937
	2	5.18	928.388	7E+11	3000.000	1.00E+06	232.8929	211.7208	995.2546
	3	1.54	11000.000	1E+09	100.000	1.00E+06	61.6440	56.0400	999.9969
	4	5.01	4954.520	4E+11	2471.011	1.00E+06	33.0000	30.0000	773.8618
d	1	3.76	2238.695	1E+09	100.000	1.00E+06	169.4431	154.0392	889.1632
	2	4.57	1098.746	3E+11	3000.000	1.00E+06	179.9213	163.5648	998.0941
	3	1.55	11000.000	1E+09	100.000	1.00E+06	61.7734	56.1576	997.9049
	4	748.40	6182.180	4E+11	944.132	4.70E+09	141.9950	129.0864	283.5410

A continuación, en la figura 43 se hace una gráfica comparativa de la FRF-R de la estructura base #2 contra el mejor resultado de la célula #1 donde se destaca la gran disminución de la amplitud máxima en el rango de frecuencias críticas.

Figura 43

Comparativa entre la FRF-R de la estructura base #2 y el mejor resultado de la célula #1.



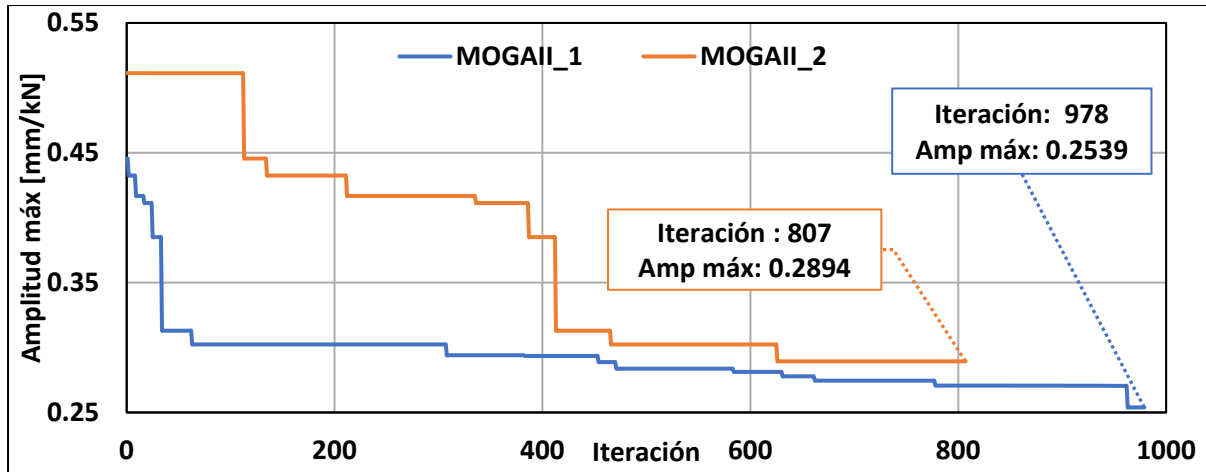
Nota. Eje vertical en escala logarítmica.

5.2.2 Célula #2

Para la segunda célula, con el MAMSO-d puesto en forma diagonal se realizó la optimización únicamente con el algoritmo MOGA-II. En la figura 44, se muestran las dos soluciones encontradas con el MOGA II, donde se consiguen reducciones de 43.42% y 50.36%, considerando esta última como la solución óptima.

Figura 44

Resultado de la optimización de la célula #2 usando MOGA II.

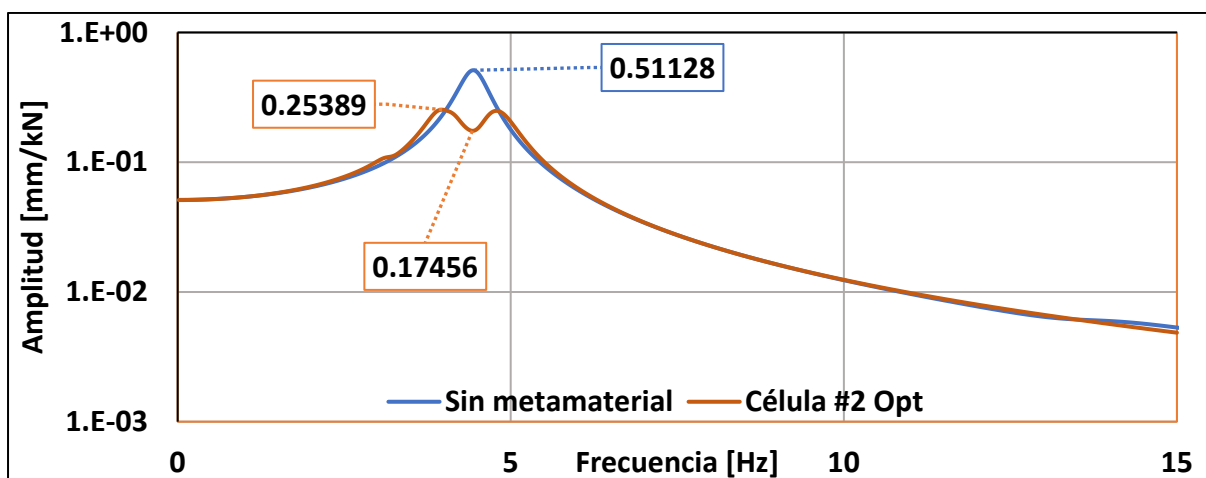


Nota. Costo computacional: 194 horas y 2430 Gb almacenamiento.

Finalmente, en la figura 45 se muestra la comparación gráfica de la FRF-R de la estructura base #2 contra el mejor resultado de la célula #2 donde se puede observar que se minimizó el pico de amplitud máxima creando dos picos, pero con menor amplitud. Lo más importante a destacar es la reducción a 0.17456 [mm/kN], equivalente al 68.9 %, en la misma frecuencia donde sin el metamaterial se tenía la amplitud máxima de 0.51128 [mm/kN].

Figura 45

Comparativa entre la FRF-R de la estructura base #2 y el mejor resultado de la célula #2.



Conclusiones

En todos los algoritmos ejecutados durante este estudio, se utilizó una función objetivo común: la minimización de la amplitud máxima de la FRF-R. El propósito principal fue reducir el punto crítico de amplitud en la frecuencia de resonancia, ya que este punto suele ser una de las principales causas de colapso en las estructuras. El control y la mitigación de este fenómeno son de gran interés en el campo de la ingeniería civil. Además, se planteó la idea de utilizar otra función objetivo que no solo minimizara la amplitud máxima de la FRF-R, sino que abarcara todo el comportamiento dentro de un rango de frecuencias seleccionado. Sin embargo, debido a las limitaciones del software *Ansys* (Ansys Inc, 2022), que solo permite parametrizar el valor máximo de las FRF-R, no fue posible incluir esta función objetivo en un algoritmo de optimización vinculado con *ModeFrontier* (ESTECO, 2022).

El diseño de las células del metamaterial fue basado en diversos diseños populares de AMS y de péndulos. Sin embargo, la transformación de estos diseños en una célula compuesta por MAMSO-d para generar una estructura considerada como metamaterial a escala civil es una contribución completamente innovadora.

En la primera célula, compuesta por un MAMSO-d formado por cuatro AMS, se logra una reducción máxima del 55.22%. En la segunda célula, donde su MAMSO-d consta de solo 2 AMS en forma diagonal, se alcanza una reducción del 47.18%. Estos resultados demuestran un excelente rendimiento en el control del comportamiento dinámico de una estructura en uno de sus puntos críticos, respaldando la hipótesis inicial de esta investigación.

Durante el transcurso de la investigación, se enfrentaron desafíos significativos relacionados con el costo computacional. Se decidió utilizar un modelo de simulación gráfica debido a su capacidad para visualizar de manera clara tanto el modelo en construcción como los modelos resultantes de la optimización, y para analizar los modos de vibración de la estructura

Cada análisis en el proceso de optimización requería una cantidad considerable de recursos, ocupando aproximadamente entre 1000 y 4000 GB de espacio en disco y llevando entre 10 y 15 minutos por cada iteración. Esta situación planteaba un riesgo considerable, ya que cualquier fallo en el modelo, el software o incluso cortes de energía podían resultar en la pérdida de semanas de trabajo. Además, el algoritmo utilizado no permitía reanudar la optimización una vez detenida.

Dado el tiempo limitado disponible, se tomó la decisión de trabajar con un límite máximo de 1000 iteraciones para la segunda célula, en contraste con las 2000-2500 iteraciones realizadas para la primera célula. Aunque esta limitación temporal podría haber afectado la capacidad de obtener una solución óptima en la segunda célula, se lograron avances significativos en el tiempo asignado.

A pesar de las dificultades relacionadas con el costo computacional y las limitaciones de tiempo, los resultados obtenidos respaldan la efectividad del diseño y optimización de los parámetros geométricos y mecánicos de la célula en la creación de metamateriales mecánicos con un control dinámico eficaz.

Trabajos futuros: Como resultado de este estudio, se identificaron varias oportunidades para trabajos futuros y posibles áreas de investigación relacionadas con el uso de metamateriales mecánicos en la mejora del comportamiento dinámico de estructuras. A continuación, se presentan algunas sugerencias para futuras investigaciones:

- En el aspecto metodológico, se sugiere buscar o programar una solución que permita la importación completa de los datos de la FRF desde Ansys (Ansys Inc, 2022) a *ModeFrontier* (ESTECO, 2022). Esto permitirá la utilización de una función objetivo similar a la ecuación (7) pero se podrá definir la reducción en un rango de frecuencias o una reducción en la FRF completa.

- Un área prometedora para futuras investigaciones es el desarrollo y diseño de metamateriales mecánicos con los requisitos definidos en este trabajo. Aunque se lograron avances significativos en la optimización de las células del metamaterial, los materiales que componen estos MAMSO-d solo se podrían obtener al crearlos o diseñarlos con estas características específicas, un campo de investigación donde los metamateriales mecánicos está innovando en las últimas décadas. Existen múltiples oportunidades para explorar nuevos diseños y configuraciones de metamateriales con propiedades específicas para diferentes aplicaciones y contextos estructurales.
- Una línea de investigación interesante es la aplicación de metamateriales mecánicos en el análisis y diseño sísmico de edificaciones. Aunque este trabajo se enfocó en el comportamiento dinámico de una estructura aligerada, hay aspectos que no se abordaron, como la interacción suelo-estructura, la no linealidad, los costos de fabricación y las uniones entre materiales. Investigar cómo los metamateriales pueden abordar estos aspectos y mejorar la respuesta sísmica y la estabilidad de las edificaciones podría tener un impacto significativo en la ingeniería estructural.

Referencias bibliográficas

- Abe, M., & Fujino, Y. (1993). Efficiency and design formulas of multiple tuned mass dampers (MTMD). *JSCE J. Struct. Engrg./Earthquake Engrg*, 465, 97–106.
- Abé, M., & Igusa, T. (1995). Tuned mass dampers for structures with closely spaced natural frequencies. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 24(2), 247–261. <https://doi.org/10.1002/eqe.4290240209>
- Abé, Masato, & Fujino, Y. (1994). Dynamic characterization of multiple tuned mass dampers and some design formulas. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 23(8), 813–835. <https://doi.org/10.1002/eqe.4290230802>
- AIS, A. C. de I. S. (2009). *Estudio General de Amenaza Sísmica*. 1–229. http://www.r-crisis.com/Content/files/EstudioGeneraldeAmenazaSismicadeColombia2009_AIS_lowres.pdf
- Americano da Costa, M. M., Castello, D. A., Magluta, C., & Roitman, N. (2021). On the optimal design and robustness of spatially distributed tuned mass dampers. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 150, 107289. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.107289>
- Ansys Inc. (2022). *ANSYS* (Academic Research Mechanical, Release 22.1). <https://www.ansys.com/>.
- Aquilini, C., & Abarca, R. (2022). MODELLING OF DYNAMIC VIBRATION ABSORBERS TO REDUCE LANDING GEAR DOORS VIBRATION OF COMMERCIAL TRANSPORT AIRCRAFT. *Conference: International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics (IFASD)*.
- Arya, A. K. (2022). A comparison of the MOGA and NSGA-II optimization techniques to reduce the cost of a biomass supply network. *Materials Today: Proceedings*, 57, 1553–

1558. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.12.161>
- Ashby, M. F. (2013). Material selection strategies. In *Materials and the Environment* (pp. 227–273). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-385971-6.00009-9>
- Bandivadekar, T. P., & Jangid, R. S. (2013). Optimization of multiple tuned mass dampers for vibration control of system under external excitation. *JVC/Journal of Vibration and Control*, *19*(12), 1854–1871. <https://doi.org/10.1177/1077546312449849>
- Bertoldi, K., Vitelli, V., Christensen, J., & van Hecke, M. (2017). Flexible mechanical metamaterials. *Nature Reviews Materials*, *2*(11), 17066. <https://doi.org/10.1038/natrevmats.2017.66>
- Chakraborty, S., Ghosh, A. (Dey), & Ray-Chaudhuri, S. (2021). A novel tuned mass-conical spring system for passive vibration control of a variable mass structure. *Journal of Vibration and Control*, 107754632110004. <https://doi.org/10.1177/10775463211000497>
- Chen, Y., Guéguen, P., Chen, K. H., Lin, C.-J., Ku, C.-S., Huang, W.-G., Huang, B.-S., & Chen, K.-C. (2023). Dynamic Characteristics of TAIPEI 101 Skyscraper from Rotational and Translation Seismometers. *Bulletin of the Seismological Society of America*, *113*(2), 690–709. <https://doi.org/10.1785/0120220147>
- Chowdhury, A. H., Iwuchukwu, M. D., & Garske, J. J. (1987). The Past and Future of Seismic Effectiveness of Tuned Mass Dampers. In *Structural Control* (pp. 105–127). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-009-3525-9_7
- Chowdhury, S., Banerjee, A., & Adhikari, S. (2023). The optimal design of dynamic systems with negative stiffness inertial amplifier tuned mass dampers. *Applied Mathematical Modelling*, *114*, 694–721. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2022.10.011>
- Cummer, S. A., Christensen, J., & Alù, A. (2016). Controlling sound with acoustic metamaterials. *Nature Reviews Materials*, *1*(3), 16001. <https://doi.org/10.1038/natrevmats.2016.1>

- Dai, H., Liu, T., Xia, B., & Yu, D. (2017). Quasilossless acoustic transmission in an arbitrary pathway of a network. *Physical Review B*, 95(5). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.95.054109>
- Dai, J., Xu, Z., & Dyke, S. J. (2022). Robust control of vortex-induced vibration in flexible bridges using an active tuned mass damper. *Structural Control and Health Monitoring*, 29(8). <https://doi.org/10.1002/stc.2980>
- Dantzig, G., Orden, A., & Wolfe, P. (1955). The generalized simplex method for minimizing a linear form under linear inequality restraints. *Pacific Journal of Mathematics*, 5(2), 183–195. <https://doi.org/10.2140/pjm.1955.5.183>
- Domizio, M., Ambrosini, D., & Curadelli, O. (2015). Performance of tuned mass damper against structural collapse due to near fault earthquakes. *Journal of Sound and Vibration*, 336, 32–45. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2014.10.007>
- Dudek, K. K., Iglesias Martínez, J. A., Ulliac, G., Hirsinger, L., Wang, L., Laude, V., & Kadic, M. (2023). Micro-Scale Mechanical Metamaterial with a Controllable Transition in the Poisson's Ratio and Band Gap Formation. *Advanced Materials*, 35(20). <https://doi.org/10.1002/adma.202210993>
- Eid, M. S., Elbeltagi, E. E., & El-Adaway, I. H. (2019). Multi-Objective Simultaneous Optimization for Linear Projects Scheduling. *Computing in Civil Engineering 2019*, 561–568. <https://doi.org/10.1061/9780784482421.071>
- Elias, & Matsagar. (2017). Research developments in vibration control of structures using passive tuned mass dampers. *Annual Reviews in Control*, 44, 129–156. <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2017.09.015>
- Elias, S, Matsagar, V., & Datta, T. K. (2017). Distributed Multiple Tuned Mass Dampers for Wind Response Control of Chimney with Flexible Foundation. *Procedia Engineering*, 199, 1641–1646. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.09.087>

- Elias, Said, & Matsagar, V. (2018). Wind response control of tall buildings with a tuned mass damper. *Journal of Building Engineering*, 15, 51–60.
<https://doi.org/10.1016/j.jobe.2017.11.005>
- ESTECO. (2022). *ModeFrontier* (No. 2022R2). <https://engineering.esteco.com/demo/>
- Frahm, H. (1911). *Devices for damping vibration of bodies*, " US Patent No. 989958. (n.d.).
- Gad, A. G. (2022). Particle Swarm Optimization Algorithm and Its Applications: A Systematic Review. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 29(5), 2531–2561.
<https://doi.org/10.1007/s11831-021-09694-4>
- Galán-Lavado, A., & Santos, M. (2021). Analysis of the Effects of the Location of Passive Control Devices on the Platform of a Floating Wind Turbine. *Energies*, 14(10), 2850.
<https://doi.org/10.3390/en14102850>
- Gómez, D., Marulanda, J., & Thomson, P. (2008). Control systems for dynamic loading protection of civil structures. *Dyna*, 75(155), 77–89.
- Hassan, M., & Hamada, M. (2018). Genetic Algorithm Approaches for Improving Prediction Accuracy of Multi-criteria Recommender Systems. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 11(1), 146. <https://doi.org/10.2991/ijcis.11.1.12>
- Hoang, N., Fujino, Y., & Warnitchai, P. (2008). Optimal tuned mass damper for seismic applications and practical design formulas. *Engineering Structures*, 30(3), 707–715.
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2007.05.007>
- Igusa, T., & Xu, K. (1994). Vibration Control Using Multiple Tuned Mass Dampers. *Journal of Sound and Vibration*, 175(4), 491–503. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1994.1341>
- Jangid, R. S. (1995). Dynamic characteristics of structures with multiple tuned mass dampers. *Structural Engineering and Mechanics*, 3(5), 497–509.
<https://doi.org/10.12989/sem.1995.3.5.497>
- Joshi, A. S., & Jangid, R. S. (1997). OPTIMUM PARAMETERS OF MULTIPLE TUNED

- MASS DAMPERS FOR BASE-EXCITED DAMPED SYSTEMS. *Journal of Sound and Vibration*, 202(5), 657–667. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1996.0859>
- Kareem, A., & Kline, S. (1995). Performance of Multiple Mass Dampers under Random Loading. *Journal of Structural Engineering*, 121(2), 348–361. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1995\)121:2\(348\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1995)121:2(348))
- Kellogg, J. N., Vega, V., Stailings, T. C., Aiken, C. L. V., & Kellogg, J. N. (1995). *Tectonic development of Panama, Costa Rica, and the Colombian Andes: Constraints from Global Positioning System geodetic studies and gravity* (pp. 75–90). <https://doi.org/10.1130/SPE295-p75>
- Knoll, F., Prosser, M. J., & Otter, J. (1976). Prestressing the CN Tower. *PCI Journal*, 21(3), 84–111. <https://doi.org/10.15554/pcij.05011976.84.111>
- Kopylov, S., & Chen, Z. (2018). Implementation of TMD on Classic Car Suspension Structure. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 170, 042160. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/170/4/042160>
- Koutsoloukas, L., Nikitas, N., & Aristidou, P. (2022). Passive, semi-active, active and hybrid mass dampers: A literature review with associated applications on building-like structures. *Developments in the Built Environment*, 12, 100094. <https://doi.org/10.1016/j.dibe.2022.100094>
- Li, C. (2000). Performance of multiple tuned mass dampers for attenuating undesirable oscillations of structures under the ground acceleration. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 29(9), 1405–1421. [https://doi.org/10.1002/1096-9845\(200009\)29:9<1405::AID-EQE976>3.0.CO;2-4](https://doi.org/10.1002/1096-9845(200009)29:9<1405::AID-EQE976>3.0.CO;2-4)
- Li, J., Fok, L., Yin, X., Bartal, G., & Zhang, X. (2009). Experimental demonstration of an acoustic magnifying hyperlens. *Nature Materials*, 8(12), 931–934. <https://doi.org/10.1038/nmat2561>

- Linzhongyang, E., Wu, Z., Zou, G., Li, F., Zhang, C., Sun, A., & Du, Q. (2021). Band-gap characteristics of elastic metamaterial plate with axial rod core by the finite element and spectral element hybrid method. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 1–18. <https://doi.org/10.1080/15376494.2020.1863531>
- Liu, Z. (2000). Locally Resonant Sonic Materials. *Science*, 289(5485), 1734–1736. <https://doi.org/10.1126/science.289.5485.1734>
- Lo Feudo, S., Touzé, C., Boisson, J., & Cumunel, G. (2019). Nonlinear magnetic vibration absorber for passive control of a multi-storey structure. *Journal of Sound and Vibration*, 438, 33–53. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2018.09.007>
- Lu, M.-H., Feng, L., & Chen, Y.-F. (2009). Phononic crystals and acoustic metamaterials. *Materials Today*, 12(12), 34–42. [https://doi.org/10.1016/S1369-7021\(09\)70315-3](https://doi.org/10.1016/S1369-7021(09)70315-3)
- Mechanical Vibrations. Fourth Edition. J. P. Den Hartog. McGraw-Hill, New York, 1956. 67s.
- 6d. (1957). *The Journal of the Royal Aeronautical Society*, 61(554), 139–139. <https://doi.org/10.1017/S0368393100131049>
- Nasrabadi, M., Sevbitov, A. V., Maleki, V. A., Akbar, N., & Javanshir, I. (2022). Passive fluid-induced vibration control of viscoelastic cylinder using nonlinear energy sink. *Marine Structures*, 81, 103116. <https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2021.103116>
- Navarra, G., Lo Iacono, F., & Oliva, M. (2020). An Efficient Stochastic Linearisation Procedure for the Seismic Optimal Design of Passive Control Devices. *Frontiers in Built Environment*, 6. <https://doi.org/10.3389/fbuil.2020.00032>
- NSR-10. (2010). Norma Sismo Resistente del 2010. *Ley 400 de 1997*, 530–827.
- Oviedo, J. A., & Duque, M. del P. (2009). Disipadores Histeréticos Metálicos como Sistemas De Control De Respuesta Sismica En Edificaciones. *Revista EIA*, 11, 51–63. <http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=a9h&AN=45266819&lang=es&site=ehost-live>

- Patsialis, D., Taflanidis, A. A., & Giaralis, A. (2023). Tuned-mass-damper-inerter optimal design and performance assessment for multi-storey hysteretic buildings under seismic excitation. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 21(3), 1541–1576. <https://doi.org/10.1007/s10518-021-01236-4>
- Pendry, J. B. (2000). Negative Refraction Makes a Perfect Lens. *Physical Review Letters*, 85(18), 3966–3969. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.85.3966>
- Petit, F., Loccufer, M., & Aeyels, D. (2009). On the Attachment Location of Dynamic Vibration Absorbers. *Journal of Vibration and Acoustics*, 131(3). <https://doi.org/10.1115/1.3085888>
- Poles, S. (2003). MOGA-II An improved Multi-Objective Genetic Algorithm. *ModeFRONTIER User Manual*, 16.
- Sadek, F., Mohraz, B., Taylor, A. W., & Chung, R. M. (1997). A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic applications. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 26(6), 617–635. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1096-9845\(199706\)26:6<617::AID-EQE664>3.0.CO;2-Z](https://doi.org/10.1002/(SICI)1096-9845(199706)26:6<617::AID-EQE664>3.0.CO;2-Z)
- Sánchez, D., Sánchez, J., & Carrillo, O. (2022). VIBRATION CONTROL OF ONE-STORY BUILDING USING DISTRIBUTED MULTIPLE TUNED MASS DAMPERS. *XXXIX Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural*.
- Smith, M. C. (2002). Synthesis of mechanical networks: the inerter. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47(10), 1648–1662. <https://doi.org/10.1109/TAC.2002.803532>
- Srinivas, N., & Deb, K. (1994). Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms. *Evolutionary Computation*, 2(3), 221–248. <https://doi.org/10.1162/evco.1994.2.3.221>
- Symans, M. D., Charney, F. A., Whittaker, A. S., Constantinou, M. C., Kircher, C. A., Johnson, M. W., & McNamara, R. J. (2008). Energy Dissipation Systems for Seismic Applications:

- Current Practice and Recent Developments. *Journal of Structural Engineering*, 134(1), 3–21. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2008\)134:1\(3\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2008)134:1(3))
- Vinet, L., & Zhedanov, A. (2011). A “missing” family of classical orthogonal polynomials. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 44(8), 117-99 شماره 8 ; ص. <https://doi.org/10.1088/1751-8113/44/8/085201>
- Wan, J., Chu, P., Jiao, Y., & Li, Y. (2019). Improvement of machine learning enhanced genetic algorithm for nonlinear beam dynamics optimization. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 946, 162683. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2019.162683>
- Wang, L., Nagarajaiah, S., Zhou, Y., & Shi, W. (2023). Experimental study on adaptive-passive tuned mass damper with variable stiffness for vertical human-induced vibration control. *Engineering Structures*, 280, 115714. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.115714>
- Wang, L., Shi, W., & Zhou, Y. (2022). Adaptive-passive tuned mass damper for structural aseismic protection including soil–structure interaction. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 158, 107298. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2022.107298>
- Wang, Q., Qiao, H., Li, W., You, Y., Fan, Z., & Tiwari, N. (2020). Parametric optimization of an inerter-based vibration absorber for wind-induced vibration mitigation of a tall building. *Wind and Structures, An International Journal*, 31(3), 241–253. <https://doi.org/10.12989/was.2020.31.3.241>
- Xu, K., & Igusa, T. (1992). Dynamic characteristics of multiple substructures with closely spaced frequencies. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 21(12), 1059–1070. <https://doi.org/10.1002/eqe.4290211203>
- Yamaguchi, H, & Harnpornchai, N. (1993). Fundamental characteristics of Multiple Tuned Mass Dampers for suppressing harmonically forced oscillations. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 22(1), 51–62. <https://doi.org/10.1002/eqe.4290220105>

- Yamaguchi, Hiroki, & Harnpornchai, N. (1993). Fundamental characteristics of Multiple Tuned Mass Dampers for suppressing harmonically forced oscillations. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 22(1), 51–62. <https://doi.org/10.1002/eqe.4290220105>
- Yang, F., Sedaghati, R., & Esmailzadeh, E. (2015). Optimal design of distributed tuned mass dampers for passive vibration control of structures. *Structural Control and Health Monitoring*, 22(2), 221–236. <https://doi.org/10.1002/stc.1670>
- Yannibelli, V., Pacini, E., Monge, D., Mateos, C., & Rodriguez, G. (2020). A Comparative Analysis of NSGA-II and NSGA-III for Autoscaling Parameter Sweep Experiments in the Cloud. *Scientific Programming*, 2020, 1–17. <https://doi.org/10.1155/2020/4653204>
- Yu, X., Zhou, J., Liang, H., Jiang, Z., & Wu, L. (2018). Mechanical metamaterials associated with stiffness, rigidity and compressibility: A brief review. *Progress in Materials Science*, 94, 114–173. <https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2017.12.003>
- Zhang, W., Liu, S., Shokrabadi, M., Dehghanpoor, A., & Taciroglu, E. (2022). Nonlinear seismic fragility assessment of tall buildings equipped with tuned mass damper (TMD) and considering soil-structure interaction effects. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 20(7), 3469–3483. <https://doi.org/10.1007/s10518-022-01363-6>
- Zolpakar, N. A., Lodhi, S. S., Pathak, S., & Sharma, M. A. (2020). *Application of Multi-objective Genetic Algorithm (MOGA) Optimization in Machining Processes* (pp. 185–199). https://doi.org/10.1007/978-3-030-19638-7_8