
Identificando el Inflatón con el Bosón de Higgs del Modelo Estándar

Autor:

César Daniel PERALTA GONZÁLEZ



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA

Bucaramanga
2009

Identificando el Inflatón con el Bosón de Higgs del Modelo Estándar

Autor:

César Daniel PERALTA GONZÁLEZ ¹

Director:

Dr. Yeinzon RODRÍGUEZ GARCÍA ^{1,2}

¹Grupo de Investigación en Relatividad y Gravitación - UIS

^{1,2} Grupo de Física Fenomenología de Partículas Elementales y Cosmología - UAN

*Tesis de grado para obtener el diploma de
la Universidad Industrial de Santander
en física.*



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA

Bucaramanga
2009

“Y la tierra estaba desordenada y vacía [...] Luego dijo Dios: Haya expansión en medio de las aguas y separe la aguas de las aguas. E hizo Dios la expansión [...] Y llamó Dios a la expansión Cielos.”
Génesis 1: 2 - 8 (RVR 60)

*“Entonces respondió Jehová a Job desde un torbellino y dijo:
¿Dónde estabas tú cuando fundaba la tierra?
¿Quién ordenó sus medidas, si lo sabes?
¿Sobre qué están fundadas sus bases?
¿Has considerado tú hasta las anchuras de la tierra?”*
Job 38: 1 - 18 (RVR 60)

“Si se es religioso, entonces es como si se viese la escritura de Dios cuando planificó cómo iba a hacer el Universo. Esta es la imagen del Universo. Si se lee entre líneas se podrá descifrar cómo se creó.”
*George Smoot, El Universo de Stephen Hawking,
Ver para Creer.*

Introducción	1
1. Modelo Cosmológico Estándar e Inflación	4
1.1. Introducción	4
1.2. Modelo Cosmológico Estándar	4
1.3. Inflación	6
1.4. El Campo del Inflatón	6
1.5. Espectro de la Perturbación de la Curvatura ζ en el Escenario del Inflatón	8
1.6. Conclusiones	10
2. El Modelo Estándar de Partículas Elementales (ME) y el Mecanismo de Higgs	11
2.1. Introducción	11
2.2. Clasificación de las Partículas	11
2.3. Invarianza de Gauge	13
2.4. Simetrías Internas	15
2.5. El Lagrangiano del Modelo Estándar	17
2.6. El Mecanismo de Higgs	22
2.7. Conclusiones	27
3. Inflación del tipo Slow Roll Mediante el Potencial de Higgs	28
3.1. Introducción	28
3.2. Análisis del Potencial de Higgs	28
3.3. Conclusiones	31
4. Acople No Minimal del Campo de Higgs a la Gravedad	32
4.1. Introducción	32
4.2. Inflación	32
4.3. Análisis de Inflación Usando la Aproximación de Slow Roll	36
4.4. Conclusiones	38
5. Conclusiones Generales	39

A. Parámetros de Slow Roll Para el Potencial de Higgs	40
B. Transformación Conformal del Marco de Jordan al Marco de Einstein	46
B.1. Operador Derivada y Transporte Paralelo	46
B.2. Transformación conformal	48
Bibliografía	51

Índice de figuras

1.	Etapas del Universo en Escala Logarítmica	2
2.1.	Modelo Estándar de Partículas Elementales	11
2.2.	Espacio isospín Fuerte	15
2.3.	Decaimiento Beta	19
2.4.	Rompimiento Espontáneo de la Simetría	22
2.5.	Potencial de Higgs en $SU(2)$	24
2.6.	Busqueda del Bosón de Higgs	27
3.1.	Potencial de Higgs Unidimensional	29
4.1.	Potencial Efectivo en el Marco de Einstein	36
4.2.	Ventana de Parámetros por el WMAP	38

Índice de cuadros

2.1. Bosones del ME	12
2.2. Fermiones del ME	13

TÍTULO: Identificando el Inflatón con el Bosón de Higgs del Modelo Estándar¹

AUTOR: César Daniel PERALTA GONZÁLEZ²

Palabras clave: Inflación, Bosón de Higgs, Acople no Mínimo a Gravedad.

En este trabajo se estudia la posibilidad de que el bosón de Higgs del Modelo Estándar de Partículas Elementales pueda conducir a inflación del tipo *slow-roll*. Este tipo de modelos inflacionarios es uno de los más populares, ya que reproduce de forma más natural los parámetros cosmológicos tales como el índice espectral y la razón tensor a escalar, resolviendo así los problemas clásicos de la cosmología estándar. El requisito crucial, para hacer viable esta posibilidad, es que el campo escalar de Higgs presente un tipo particular de acoplamiento no mínimo a la gravedad. Para llevar a cabo el análisis de inflación de manera simplificada, se realiza una transformación conforme desde el marco de Jordan al marco de Einstein, en donde desaparece el acoplamiento no mínimo y se encuentra una modificación al tradicional potencial de Higgs que permite una zona de alta planitud. De esta manera se compara el resultado con las cotas observacionales más recientes. Adicionalmente se estudian las razones por las cuales el potencial de Higgs es incapaz de generar por sí sólo inflación del tipo *slow-roll*: debido a que tal potencial no presenta una región de planitud en la que se encuentre, simultáneamente, parámetros de *slow-roll* mucho menores que uno, y un valor para la masa del bosón de Higgs que esté de acuerdo con los barridos experimentales y los test de precisión de la teoría electrodébil, es imposible identificar el inflatón con el bosón de Higgs del Modelo Estándar.

¹ Proyecto de Grado

² Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Director Yeinzon RODRÍGUEZ GARCÍA

TITLE: Identifying the Inflaton with the Standard Model Higgs Boson¹

AUTOR: César Daniel PERALTA GONZÁLEZ²

Key words: Inflation, Higgs Boson, Non-minimal coupling.

This work assesses the possibility that the Higgs Boson of the Standard Model of Elementary Particles can lead to *slow-roll* type inflation. This type of inflationary models is one of the most populars, because it reproduces in a more natural way the cosmological parameters such as the spectral index and tensor to scalar ratio, thus solving the classical problems of the standard cosmology. The critical requirement, for this possibility to be feasible, is that the scalar Higgs field is, in a particular way, non-minimally coupled to gravity. In order to carry out the analysis of inflation in a simplified way, a conformal transformation from the Jordan's frame to the Einstein's frame is done, where the non-minimal coupling vanishes and a modification of the traditional Higgs potential is found that allows a high flatness zone. In this way, the result is compared against the most recent observational bounds. Additionally, the reason why the Higgs potential is unable to generate slow-roll inflation by itself is studied: since the potential does not present a flatness zone where simultaneously the slow-roll parameters are much less than one, and the Higgs mass is in agreement with the experimental scans and the precision tests of the electroweak theory, it is impossible to identify the inflaton with the Higgs boson of the Standard Model.

¹ Proyecto de Grado

² Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Director Yeinzon RODRÍGUEZ GARCÍA

Introducción

El modelo cosmológico estándar conocido popularmente como teoría del Big Bang presenta un buen número de resultados verificables tales como la existencia de la Radiación Cósmica de Fondo de microondas (RCF) [1, 2, 3], la predicción de las abundancias observadas de los elementos ligeros [4], la adecuada descripción de la historia térmica del Universo [3, 5], y la predicción de la edad y evolución del mismo [5, 6, 7]; sin embargo, a finales de los 70's se entendió que la teoría difícilmente era compatible con el modelo estándar de partículas elementales (ME) (el problema de las reliquias exóticas, entre ellas los monopolos magnéticos, las cuerdas cósmicas, las paredes de dominio [3, 5]), y presentaba muchas dificultades internas (el problema del horizonte, problema de planitud, problema de homogeneidad e isotropía [3, 5]). En conjunto a estas dificultades se les denominó *problemas cosmológicos* [5, 6, 7]. A partir de 1980 se plantea una ingeniosa solución por el físico y cosmólogo estadounidense Alan Guth; dichos problemas son resueltos de manera simultánea en un simple contexto de la evolución del Universo llamado: *Escenario inflacionario* [8].

La idea principal de Guth en este escenario es que el Universo en una etapa muy temprana de su evolución se expande exponencialmente en un estado de falso vacío, de densidad de energía ρ_0 y presión negativa $p = -\rho_0$ dominado por la densidad de energía potencial $V(\phi)$ de algún campo escalar ϕ llamado *Inflatón*. La rápida expansión hace al Universo plano, homogéneo e isotrópico, y hace que la densidad de las reliquias exóticas sea muy baja [8]. A pesar de resolver estos problemas, el método usado por Guth presentó inconsistencias a la hora de predecir los tiempos típicos en que se producía Inflación (Ver Figura 1), y el recalentamiento del Universo, entre otros [9]. Para ello, el físico teórico ruso-norteamericano Andrei Linde propone un nuevo escenario inflacionario llamado: *Inflación de Slow Roll* [10] que soluciona así los problemas presentados en el escenario anterior [11, 12]. De acuerdo a Linde, Inflación ocurre cuando el campo escalar “rueda” por una colina del potencial de energía muy lentamente, comparado con la expansión del Universo. Sin embargo, cuando la colina empieza a ser muy empinada termina Inflación y ocurre el recalentamiento.

A pesar de su éxito en la solución de los problemas antes mencionados, el periodo inflacionario se hizo tal vez más importante debido a su capacidad para extender las fluctuaciones cuánticas del campo que llenaba el Universo [13, 14, 15, 16] haciéndolas clásicas [3] poco después de salir del horizonte. Esto corresponde a pequeñas inhomogeneidades en la densidad primordial de energía y son responsables, via interacción gravitacional, de las estructuras del Universo a gran escala vistas hoy en día [14, 15, 16]. De hecho en 1992 el satélite artificial COBE (Cosmic Background Explorer) [17] encontró pequeñas anisotropías en la temperatura de la RCF del orden de 10^{-5} (con temperatura promedio $T_0 = 2,725 \pm 0,002K$ [17]) sobre escalas del orden de miles de Megaparsecs. Luego en el

año 2003 es puesto en orbita el satelite WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) [18, 19], que presenta una resolución angular y sensibilidad 30 veces mejor que la del COBE. De esta manera Inflación se establece como una teoría consistente y verificable proporcionando un nuevo paradigma científico. Después de Inflación, el Universo empieza a desarrollarse como describe la teoría del Big Bang.

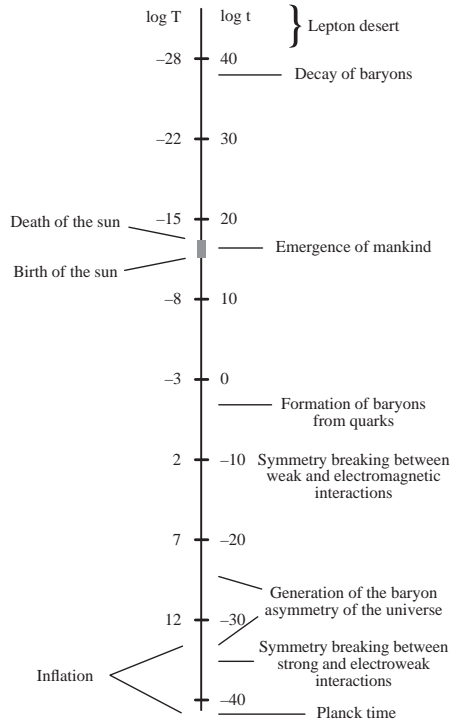


Figura 1: Tiempos típicos en escala logarítmica de las etapas del Universo

tación debido a los experimentos realizados con los aceleradores de partículas. Sin embargo, el modelo presentó un problema muy notorio, todas las partículas se encontraban sin masa, esto conducía a la posibilidad de poder moverse a la velocidad de la luz siempre. Un mecanismo ingenioso formulado casi al mismo tiempo y de manera independiente en 1964 por los físicos Robert Brout, Francois Englert, Gerald Guralnik, C. R. Hagen, Tom Kibble y Peter Higgs generaba las masas de las partículas, y en 1971 Gerardus 't Hooft denominó al proceso *Mecanismo de Higgs* [22, 24]. La idea principal de este mecanismo es proponer un nuevo campo escalar que llene todo el Universo denominado *Campo de Higgs*. Tanto bosones como fermiones pueden interactuar con este campo y en su presencia adquieren masa. Los estados con campos de Higgs rompen su simetría en el estado base (i.e. en el vacío o mínimo del potencial), pero preservan la simetría del Lagrangiano original. Cuando una simetría es rota de esta manera se dice que tiene un *rompimiento espontáneo de la simetría* [24].

En el anterior paralelo cronológico se destaca que Alan Guth ya conocía de antemano la hipótesis del campo escalar de Higgs, así que al identificar el Inflatón con el campo de Higgs no pudo predecir inflación adecuadamente. Durante los siguientes treinta años no se reportan estudios al respecto. Sin embargo, actualmente se ha retomado la idea y se encuentran resultados favorables [25, 26, 27] en

Los modelos inflacionarios más simples y populares usados actualmente [20, 21] requieren una condición especial sobre el potencial para generar inflación de slow roll, ésta es una región plana de rodamiento lento o región de slow roll [5].

Por otro lado, paralelo al desarrollo de los modelos cosmológicos, se investigaba en forma independiente los modelos en física de partículas. A mediados de los años 60's, los físicos se dieron cuenta de que su entendimiento anterior, en donde toda la materia se compone de los fundamentales protones, neutrones y electrones, era insuficiente para explicar la gran cantidad de nuevas partículas que se descubrían (positrones, piones, mesones, kaones, etc.). Un gran paso en el entendimiento de ello, fue dado por los físicos Murray Gell-Mann y George Zweig al plantear la teoría del quark [22]. En los últimos cuarenta años la teoría que ahora se llama *Modelo estándar de partículas elementales e interacciones* (ME) [22, 23] ha ido creciendo y adquiriendo cada vez más acep-

donde se demuestra que parámetros tales como el índice espectral y la razón de la perturbación tensor a escalar caen dentro del contorno de 1σ de confianza en las observaciones más recientes del satélite WMAP-5 [28, 29]. La idea principal es considerar el Lagrangiano del ME acoplado no minimalmente a la gravedad

$$\mathcal{L}_{tot} = \mathcal{L}_{ME} - \frac{M^2}{2}R - \xi H^\dagger HR, \quad (1)$$

en donde \mathcal{L}_{SM} es la parte del ME, M es algún parámetro de masa, R es el escalar de curvatura, H es el campo de Higgs y ξ es una constante de acoplamiento. Si $\xi = 0$, el acople del campo de Higgs a la gravedad se dice que es “mínimo”. Entonces M es identificado con la masa de Planck M_P relacionada a la constante de Newton como $M_P = (8\pi G_N)^{-1/2} = 2,4 \times 10^{18}$ GeV. Este modelo tiene buenos resultados fenomenológicos en física de partículas, pero no reproduce inflación de slow roll. Por otra parte, al poner $M = 0$ y considerar gravedad inducida [30, 31], Inflación se presenta si $\xi \sim 1/(\sqrt{G_N}M_W) \sim 10^{17}$ en donde $M_W \sim 100$ GeV es la escala electrodébil, pero falla probablemente al describir la física de partículas. Estos argumentos indican que puede existir una elección intermedia de M y ξ que se ajusta adecuadamente a Inflación y física de partículas al mismo tiempo. De hecho, si el parámetro ξ es suficientemente pequeño, $\sqrt{\xi} \lll 10^{17}$, es decir, muy lejos del régimen de gravedad inducida entonces el límite de bajas energías de la teoría (1) es justamente el ME con el bosón de Higgs usual. Al mismo tiempo, si ξ es suficientemente grande, $\xi \gg 1$, el comportamiento del campo escalar, relevante para el escenario inflacionario de slow roll, cambia drásticamente y es posible obtener inflación satisfactoriamente.

Se debe destacar, que hasta la fecha no ha sido detectado el bosón de Higgs. La dificultad más grande del ME radica en no poder predecir una expresión teórica adecuada para la masa de este bosón. Los últimos experimentos realizados en el CERN por el LEP muestran por escaneo directo que la masa del Higgs debe estar por encima de 114.4 GeV con un 95 % de nivel de confianza [32]. Recientemente, el Tevatrón en el Fermilab (cerca de Chicago, EEUU) excluye el rango de masas de 160 a 170 GeV [33]. Por otro lado, los test de precisión de la teoría electrodébil indican que la cota máxima para la masa del Higgs es de 285 GeV [34]. La expectativa más grande está puesta en el nuevo acelerador de partículas, el LHC (Large Hadron Collider) del CERN que empezó a funcionar el 10 de septiembre de 2008. El LHC puede escanear un rango de masas entre 114 GeV y 1 TeV, y en pleno rendimiento hasta 5 y 7 TeV. Uno de los objetivos del LHC en el CERN junto con el Tevatrón del FERMILAB es encontrar evidencia de la existencia del Higgs y del comportamiento de sus interacciones, de las cuales no se tienen datos experimentales. Se espera que estos experimentos revelen la naturaleza desconocida de las partículas en estos rangos de energías abriendo las puertas a nuevos conceptos y paradigmas científicos.

En el presente trabajo de grado se toma el campo escalar de Higgs del ME como candidato para ser el inflatón [25]. Este trabajo esencialmente está dividido en tres partes: en la primera parte se muestra un marco teórico que comprende la cosmología y la física de partículas, en la segunda parte se demuestra que el campo escalar de Higgs es incapaz de generar inflación del tipo slow roll por sí solo debido a que su potencial no presenta una región de slow roll; finalmente en la tercera parte se muestra que el campo de Higgs, acoplado no minimalmente a la gravedad, reproduce los resultados esperados. En los apéndices se explican algunas expresiones y procedimientos utilizados a lo largo del presente trabajo de grado, además se dan algunos comentarios.

Modelo Cosmológico Estándar e Inflación

1.1. Introducción

En este capítulo se estudian las principales características del modelo cosmológico estándar, además se define inflación y se presenta la condición necesaria para que exista. Tal condición se satisface por un campo escalar denominado Inflatón. También se presentan los parámetros de slow roll y el monto de inflación.

1.2. Modelo Cosmológico Estándar

Este modelo se basa en el principio de homogeneidad e isotropía del Universo a grandes escalas ($\gg 100$ Mpc.). La métrica apropiada para este tipo de Universo es la de Friedmann-Robertson-Walker (FRW) [3, 5, 7]

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right), \quad (1.1)$$

en donde $K = +1, -1, 0$, describe la geometría del espacio presentando tres posibilidades: esférica, hipersférica, y euclidiana respectivamente, y $a(t)$ es el factor de escala que es explícitamente dependiente del tiempo. Geométricamente, la métrica de FRW describe una esfera cuatridimensional de radio a que se expande en el tiempo, y la superficie representaría el Universo tridimensional que conocemos. Al tener una métrica establecida, se puede construir el tensor de Ricci y a partir de allí obtener el escalar de Ricci o escalar de curvatura.

La mejor aproximación para describir un Universo homogéneo e isotrópico a gran escala es el tensor de un fluido perfecto: $T^{\mu\nu} = (\rho + p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu}$, en donde ρ es la densidad de energía y p es la presión, ambas dependientes del tiempo. Así el tensor momentum-energía viene descrito en un sistema de referencia comóvil con el fluido por $T^{\mu\nu} = \text{diag}(\rho, -p, -p, -p)$, el cual contribuye al miembro derecho de las ecuaciones de campo de Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = -8\pi G_N T_{\mu\nu}, \quad (1.2)$$

en donde G_N es la constante de Cavendish. El resultado son las ecuaciones principales de la cosmología que describen la evolución del Universo a gran escala. Éstas son la ecuación de Friedmann [3, 5, 7]

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{\rho}{3M_P^2} - \frac{K}{a^2} - \frac{\Lambda}{3}, \quad (1.3)$$

y la ecuación de continuidad

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \quad (1.4)$$

en donde $H = \dot{a}/a$ con el punto indicando la derivada respecto al tiempo cósmico, M_P es la masa reducida de Planck definida como $M_P^2 \equiv 1/8\pi G_N$, y Λ es la constante cosmológica. Estas ecuaciones relacionan claramente los parámetros de densidad, presión, curvatura y expansión. Dentro de los parámetros de densidad y presión se encuentra la densidad y presión debida a la radiación, materia y constante cosmológica. Cabe anotar que la constante cosmológica es introducida *ad hoc* en las ecuaciones de Einstein y es la responsable directa de la expansión acelerada del universo en la actualidad. Se sabe que en épocas tempranas la constante cosmológica no tenía dominio en el Universo, así que la expansión inicial no debería estar asociada a esta constante.

El Universo ha pasado por dos diferentes etapas o épocas y actualmente se encuentra en la transición hacia una tercera. Son éstas en orden cronológico: las época dominadas por radiación, materia, y constante cosmológica [3, 5, 6]. Con la ecuación de Friedmann y la ecuación de continuidad se ve cómo evolucionan los parámetros mencionados en el tiempo y cómo se relacionan unos con otros obteniendo los siguientes resultados importantes en las distintas épocas (los resultados a continuación son calculados para un Universo plano ($K = 0$) y usando unidades naturales $c = k_B = \hbar = 1$):

- Época dominada por la radiación: La velocidad promedio de las partículas es cercana a la de la luz ($\bar{v} \simeq c$)

$$P \simeq \rho/3,$$

$$\rho \propto a^{-4},$$

$$a \propto t^{1/2}.$$

- Época dominada por materia: La velocidad promedio de las partículas es muy pequeña comparada con la de la luz ($\bar{v} \ll c$)

$$P = 0,$$

$$\rho \propto a^{-3},$$

$$a \propto t^{2/3}.$$

- Época dominada por la constante cosmológica:

$$P = -\rho,$$

$$\rho_\Lambda = \Lambda m_p^2 = cte,$$

$$a \propto \exp(Ht).$$

A partir de estas relaciones podemos estimar la duración de cada época y la edad del Universo

- Época dominada por radiación: $1s < t < 60000$ años,
- Época dominada por materia: 60000 años $< t < 9 \times 10^9$ años,

- Época dominada por constante cosmológica: Es la última época prevista por la teoría y en la que permanecerá indefinidamente.

Se estima la edad del Universo en $1,37 \times 10^{10}$ años [6].

1.3. Inflación

Formalmente inflación se define como un periodo en donde

$$\ddot{a} > 0. \quad (1.5)$$

Una condición importante para que haya inflación se obtiene derivando la ecuación (1.3) respecto al tiempo, esto es

$$\rho + 3p < 0. \quad (1.6)$$

De allí vemos que

$$p < -\frac{\rho}{3}, \quad (1.7)$$

lo cual implica que la condición necesaria para generar un periodo inflacionario es que existan presiones negativas. Esta condición se satisface a través de un campo escalar que evoluciona con un potencial prácticamente plano. Adicionalmente, las partículas introducen presiones positivas en el sistema, por ello, esta condición restringe la generación de partículas durante inflación. De esta manera se obtiene que en buena aproximación el estado del Universo durante inflación es de vacío. Si se pregunta por qué se toma un campo escalar y no uno vectorial o espinorial para generar inflación, la respuesta está encaminada a la no violación del principio cosmológico que es la base de la cosmología estándar y es que los campos vectoriales o espinoriales introducirían una dirección preferencial en el Universo rompiendo así la condición de isotropía estadística [35].

De acuerdo a lo anterior, la ecuación de continuidad (1.4) se satisface fácilmente si consideramos $p = -\rho$ obteniendo las siguientes propiedades para el periodo de inflación:

$$\dot{\rho} = 0 ; H = \text{constante} , \quad (1.8)$$

y

$$a(t) = a_i e^{H_I(t-t_i)} , \quad (1.9)$$

en donde H_I es el parámetro de Hubble durante inflación.

1.4. El Campo del Inflatón

Al campo escalar que satisface la condición de inflación se denomina Inflatón, y se denota con la letra griega ϕ . A continuación se obtienen las expresiones de densidad y presión para un campo escalar y se verá qué condiciones surgen para este campo de acuerdo con la definición de inflación.

Las ecuaciones de movimiento para un Universo en un espacio-tiempo de Friedmann-Robertson-Walker se obtienen tomando la acción [14]:

$$S = \int d^4x \mathcal{L} , \quad (1.10)$$

para una densidad lagrangiana de la forma:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + V(\phi) . \quad (1.11)$$

Aplicando las ecuaciones de Euler-Lagrange obtenemos la ecuaciones de movimiento del campo conocidas también como ecuaciones de Klein-Gordon,

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \frac{\nabla^2 \phi}{a^2} + \frac{\partial V}{\partial \phi} = 0 . \quad (1.12)$$

Dado que el tensor energía-momentum para un campo escalar se define como [7]:

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - g_{\mu\nu} \mathcal{L} , \quad (1.13)$$

la densidad de energía es:

$$\rho_\phi = T_{00} = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi) + \frac{(\nabla\phi)^2}{2a^2} , \quad (1.14)$$

mientras que la presión es:

$$p_\phi = \frac{1}{3} Tr T_{ij} = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi) + \frac{(\nabla\phi)^2}{6a^2} . \quad (1.15)$$

Considerando un campo homogéneo, para satisfacer el principio cosmológico

$$\nabla\phi = 0, \quad (1.16)$$

se obtiene

$$\rho_\phi = T_{00} = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi) , \quad (1.17)$$

$$p_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi) . \quad (1.18)$$

De esta manera, de la ecuación (1.6) se obtiene

$$\dot{\phi}^2 < V(\phi) . \quad (1.19)$$

La ecuación (1.19) es la única condición del campo durante inflación. Para que exista inflación del tipo slow roll, de las ecuaciones (1.12) y (1.19) se obtiene

$$\dot{\phi}^2 \ll V(\phi), \quad (1.20)$$

$$|\ddot{\phi}| \ll |3H\dot{\phi}|. \quad (1.21)$$

Las condiciones (1.20) y (1.21) son suficientes, pero no necesarias para que exista inflación y se les conoce como condiciones de *slow-roll*.

Al aplicar las condiciones de slow-roll (1.20) y (1.21) sobre la ecuación (1.12) se obtiene:

$$3H\dot{\phi} \simeq -\frac{\partial V}{\partial \phi} . \quad (1.22)$$

Asimismo la ecuación de Friedmann (1.3) usando las condiciones de Slow-Roll se aproxima a:

$$H^2 \simeq \frac{V(\phi)}{3M_P^2}. \quad (1.23)$$

Con lo anterior se puede definir dos parámetros muy importantes para las condiciones de slow-roll, llamados parámetros de slow-roll

$$\varepsilon \equiv \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \ll 1, \quad (1.24)$$

$$\eta \equiv M_P^2 \left(\frac{V''}{V} \right) \ll 1. \quad (1.25)$$

Las primas indican derivada respecto ϕ . Un parámetro adicional es el monto de inflación N . Este parámetro cuantifica la razón entre el parámetro de expansión al final de inflación sobre el parámetro de expansión al inicio de inflación. Este monto se calcula usando la siguiente expresión:

$$N(t) \equiv \ln \frac{a(t_{\text{final}})}{a(t_{\text{ini}})}. \quad (1.26)$$

Después de un poco de álgebra se puede expresar el monto de inflación en términos del potencial $V(\phi)$ y aún en términos del parámetro de slow roll ε [20]

$$N = \frac{1}{M_P^2} \int_{\phi_{\text{end}}}^{\phi} \frac{V(\phi)}{V'(\phi)} d\phi = \frac{1}{M_P} \int_{\phi_{\text{end}}}^{\phi} \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon}} d\phi. \quad (1.27)$$

La convención para denotar el monto de inflación es el e-fold. El número e-folds necesarios para solucionar los problemas de la cosmología estándar están dentro del rango de 50 a 70 e-folds [14].

1.5. Espectro de la Perturbación de la Curvatura ζ en el Escenario del Inflatón

Las anisotropías en la temperatura del CMB $\delta T/T_0$ están directamente relacionadas a las perturbaciones en la densidad de energía $\delta\rho/\rho_0$ en el momento de recombinación (Efecto Sachs-Wolfe) [3], cuyo origen primario es la extensión de las fluctuaciones cuánticas de uno o más campos escalares ϕ_i que llenan el Universo durante inflación [36]:

$$\left(\frac{\delta T}{T_0} \right)_k = -\frac{1}{2} \left(\frac{aH}{k} \right)^2 \left(\frac{\delta\rho}{\rho_0} \right)_k. \quad (1.28)$$

Las perturbaciones en la densidad de energía en el momento de recombinación pueden a su vez ser cuantificadas por una cantidad invariante de gauge denominada perturbación primordial en la curvatura ζ [35, 36]:

$$\left(\frac{\delta\rho}{\rho_0} \right)_k = \frac{2}{5} \left(\frac{k}{aH} \right)^2 \zeta_k, \quad (1.29)$$

la cual puede ser expresada únicamente en términos de las fluctuaciones de los campos ϕ_i . Por ejemplo, en el caso de un solo campo escalar ϕ presente durante inflación, ζ [14, 36] está dada por

$$\zeta = -H_{\text{inf}} \frac{\delta\phi}{\dot{\phi}_0}, \quad (1.30)$$

en donde H_{inf} es el parámetro global durante inflación. La perturbación primordial en la curvatura ζ es conveniente para describir las perturbaciones primordiales, dado que ésta se conserva sobre las escalas de superhorizonte ($k \ll aH_{\text{inf}}$), siempre y cuando la presión sea función únicamente de la densidad de energía y que esté definida incluso después del decaimiento de los campos ϕ_i [14, 36]. Hasta hace poco, el escenario mejor conocido y aceptado para el origen de las perturbaciones de la densidad, el escenario inflacionario, identifica al inflatón como el campo escalar cuyas fluctuaciones fueron responsables de las perturbaciones en la densidad. Este escenario, conocido como *el escenario del inflatón* describe muy bien las propiedades de ζ conduciendo a un espectro de potencia de escala casi invariante

$$\mathcal{P}_\zeta(k) \equiv A_\zeta^2 \left(\frac{k}{aH_{\text{inf}}} \right)^{n_\zeta}. \quad (1.31)$$

La amplitud A_ζ y el índice espectral n_ζ en la ecuación (1.36) son:

$$A_\zeta^2 \simeq \left(\frac{H_*}{\sqrt{8\varepsilon} \pi M_P} \right)^2. \quad (1.32)$$

De aquí que, usando la ecuación (1.23),

$$A_\zeta^2 \simeq \frac{1}{24\pi^2 M_P^4} \frac{V}{\varepsilon}, \quad (1.33)$$

y

$$n_\zeta = 2\eta - 6\varepsilon, \quad (1.34)$$

escritos en términos de los parámetros de slow roll.

De acuerdo a las observaciones [28] el valor de la amplitud del espectro A_ζ tiene un valor de (5×10^{-5}). Para el caso de un solo campo escalar la restricción que se obtiene es la siguiente:

$$\frac{V^{1/4}}{\varepsilon^{1/4}} = 0,027 M_P = 6,6 \times 10^{16} \text{GeV}, \quad (1.35)$$

que se conocerá como *la normalización del COBE* [21].

Durante inflación, las fluctuaciones en el vacío generan una perturbación tensorial primordial, que conduce al respectivo espectro de potencia de escala casi invariante

$$\mathcal{P}_T(k) \equiv A_T^2 \left(\frac{k}{aH_{\text{inf}}} \right)^{n_T}. \quad (1.36)$$

Inicialmente la amplitud de las ondas gravitacionales A_T oscilan después de entrar en el horizonte, y está dada por la expresión:

$$A_T^2 \simeq \left(\frac{\sqrt{2} H_*}{\pi M_P} \right)^2. \quad (1.37)$$

La amplitud A_T de esta perturbación es conveniente especificarla por la relación

$$r \equiv \frac{A_T^2}{A_\zeta^2} = 16\epsilon, \quad (1.38)$$

conocida como *razón tensor a escalar*. Las observaciones del WMAP 5to año de resultados [28] muestra que la cota superior es $r < 0,22$ (95% de nivel de confianza). Es de anotar que el WMAP no obtiene una cota inferior de r . Se espera en el futuro que el satalite Planck sea capaz de poner una cota de alrededor de $r \lesssim 5 \times 10^{-4}$ [37].

1.6. Conclusiones

Inflación es descrita por un campo escalar (el inflatón ϕ), el cual determina la dinámica del factor de escala de la expansión del Universo, además de pequeñas flutuaciones cuánticas. Inflación resuelve importantes problemas de la cosmología estándar (la teoría del big bang) y provee un mecanismo general para generar perturbaciones escalares (densidad) y tensoriales (ondas gravitacionales).

Adicionalmente se exige que el inflatón presente en su potencial una región de slow roll, lo que lleva a definir los parámetros de slow roll. Un parámetro extra es el monto de inflación N . El rango de valores para solucionar los problemas de la cosmología estándar es de $N = 50 - 70$ e-folds. La perturbación en la curvatura ζ es una cantidad que permite cuantificar las inhomogeneidades de la densidad primordial de energía producidas durante inflación. En el escenario del Inflatón las propiedades de ζ son descritas mediante los parámetros del espectro de potencia casi invariante n y r .

El Modelo Estándar de Partículas Elementales (ME) y el Mecanismo de Higgs

2.1. Introducción

El presente capítulo dará a conocer las herramientas básicas del ME, tales como la clasificación de las partículas, la invarianza de gauge, y el rompimiento espontáneo de la simetría. Además se estudiará el mecanismo de Higgs y se presentarán los valores teóricos predichos para las masas de las partículas. Adicionalmente se presenta la deducción de la masa del bosón de Higgs y por qué este valor teórico es un parámetro libre del modelo.

2.2. Clasificación de las Partículas

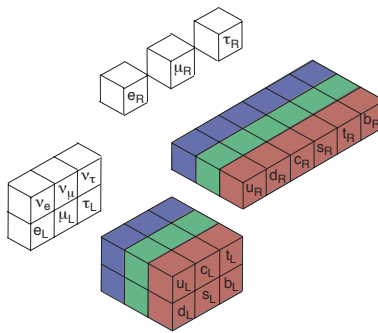


Figura 2.1: Dobletes de quiralidad izquierda y singletes de quiralidad derecha de quarks y leptones que inspiran la estructura de la teoría electrodébil.

El ME se construye sobre un conjunto de partículas provisionalmente fundamentales: quarks (Q) y leptones (L), como se ilustra en la Figura 2.2, además de los mediadores de algunas de las fuerzas derivadas de las simetrías de gauge que se mencionarán más adelante, denominados bosones. Los quarks son influenciados por la interacción fuerte, portando el *color* [22], que es la carga de interacción

fuerte, mientras que el leptón no experimenta las interacciones fuertes. Tanto los quarks como los leptones se idealizan como puntos, debido a que aún no se ha encontrado suficiente evidencia que demuestre que poseen estructura interna. Las interacciones débiles en corrientes cargadas responsables del decaimiento radiactivo beta, solo actúan sobre fermiones de quiralidad izquierda. Si la violación de paridad refleja una asimetría fundamental en las leyes de la naturaleza, o una simetría izquierda-derecha que es oculta por las circunstancias y puede ser restaurada a altas energías, aún no se sabe [38]. Tanto las interacciones de la teoría electrodébil como la cromodinámica cuántica, provienen de las simetrías [24]. La simetría de gauge electrodébil combina las familias simétricas de dobletes de $SU(2)_L$ de quiralidad izquierda como se muestra en la Figura 2.2 con la simetría de fase de hipercarga débil $U(1)_Y$. De esta manera, la teoría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ se caracteriza por quarks de quiralidad izquierda ¹

$$Q_L^{(1)} = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad Q_L^{(2)} = \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L \quad Q_L^{(3)} = \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L, \quad (2.1)$$

sus respectivas contrapartes de quiralidad derecha son singletes débiles

$$U_R^{(1,2,3)} = u_R, c_R, t_R \text{ y } D_R^{(1,2,3)} = d_R, s_R, b_R, \quad (2.2)$$

los leptones de quiralidad izquierda

$$L_e = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \quad L_\mu = \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L \quad L_\tau = \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L, \quad (2.3)$$

y los leptones cargados de quiralidad derecha son singletes débiles

$$L_{(e,\mu,\tau),R} = e_R, \mu_R, \tau_R. \quad (2.4)$$

Se idealizan a los neutrinos como partículas sin masa.

Las partículas elementales se pueden clasificar según su spín, en bosones (de spín entero, 0, 1, 2, ...) y fermiones (de spín semientero, 1/2 ó 3/2). Además, cada partícula posee su respectiva antipartícula [24].

■ Bosones:

El cuadro 2.1 muestra las características de los bosones descritas por el ME. [39].

Nombre	Símbolo	Masa	Carga Eléc.	Spín	Interacción
Fotón	γ	$< 1 \times 10^{-18} \text{ eV}$	$< 5 \times 10^{-30} e$	1	E/M
W	W^\pm	80.398 GeV	± 1	1	Débil
Z	Z^0	91.1876 GeV	0	1	Débil
Gluón	g	0	0	1	Fuerte
Higgs*	h	114.4 - 285 GeV	0	0	-

Cuadro 2.1: Bosones del ME. *El bosón de Higgs aún no ha sido detectado

¹Los superíndices hacen referencia a las familias, esto es, pares de grupos (un quark tipo up, un quark tipo down, un lepton tipo down y su neutrino correspondiente). Las partículas correspondientes entre cada familia presentan idénticas características la una a la otra excepto por su masa.

■ **Fermiones:** (f)

Las características de los fermiones se exponen en el cuadro 2.2 [39]

tipo	Nombre	Símbolo	Masa	C. Eléc.	Isospín*	Color
Leptón	Electrón	e^-	0.51099 MeV	-1	-1/2	-
	Muón	μ	105.658 MeV	-1	-1/2	-
	Tauón	τ	1.77684 GeV	-1	-1/2	-
	Neutrino Eléctrico	ν_e	$< 2 \text{ eV}$	0	+1/2	-
	Neutrino Muónico	ν_μ	$< 0,17 \text{ MeV}$	0	+1/2	-
	Neutrino Tauónico	ν_τ	$< 15,5 \text{ MeV}$	0	+1/2	-
	Quark	Up	u	$1,5 - 3,3 \text{ MeV}$	+2/3	+1/2
Down		d	$3,5 - 6,0 \text{ MeV}$	-1/3	-1/2	RGB
Charm		c	$1,27 \text{ GeV}$	+2/3	+1/2	RGB
Strange		s	104 MeV	-1/3	-1/2	RGB
Top		t	$171,2 \text{ GeV}$	+2/3	+1/2	RGB
Buttom		b	$4,20 \text{ GeV}$	-1/3	-1/2	RGB

Cuadro 2.2: Fermiones del ME. *Tienen Isospín las partículas, sólo si son levógiras, y las antipartículas, sólo si son dextrógiras.

2.3. Invarianza de Gauge

En electrodinámica clásica, los campos están relacionados al vector potencial \vec{A} por

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}, \quad (2.5)$$

$$\vec{E} = -\nabla V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}. \quad (2.6)$$

Si las transformaciones

$$\vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \nabla \chi, \quad (2.7)$$

$$V \rightarrow V' = V - \frac{\partial \chi}{\partial t}, \quad (2.8)$$

se llevan a cabo simultáneamente, siendo χ diferenciable y arbitrario, las ecuaciones (2.5) y (2.6) permanecen inalteradas. Es conveniente combinar \vec{A} y V en un cuadvivector

$$A^\mu = (V; \vec{A}), \quad (2.9)$$

luego las transformaciones (2.7) y (2.8) son

$$A^\mu \rightarrow A^{\mu'} = A^\mu - \partial^\mu \chi, \quad (2.10)$$

y se conocen como *transformaciones de gauge* [22, 24].

En mecánica cuántica la forma invariante de gauge toma una forma muy diferente y conduce a un punto de vista más moderno. Dado que los observables dependen de $|\psi|^2$, exigimos que la teoría sea invariante bajo

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{-i\alpha} \psi, \quad (2.11)$$

en donde α es real. Dicha transformación es conocida como *Transformación global de gauge* [24] dado que $\psi(\vec{x}, t)$ transforma de la misma manera en todas partes, es decir, es posible escoger la fase de ψ en forma arbitraria. Además, si es posible escoger la fase de ψ en cada punto del espacio-tiempo sin afectar la teoría, entonces, ésta debe ser invariante bajo la transformación

$$\psi(\vec{x}, t) \rightarrow \psi'(\vec{x}, t) = e^{-i\chi(\vec{x}, t)} \psi(\vec{x}, t), \quad (2.12)$$

y se conoce como *Transformación local de gauge* [24]. La ecuación de Schrödinger no es invariante bajo la ecuación (2.12), pero para una partícula cargada eléctricamente en presencia de un campo magnético se modifica la ecuación de Schrödinger de esta forma

$$\frac{1}{2m} \left(-i\nabla + e\vec{A} \right)^2 \psi = \left(i\frac{\partial}{\partial t} + eV \right) \psi, \quad (2.13)$$

en donde e es la magnitud de la carga eléctrica del electrón. Entonces, bajo las transformaciones simultaneas

$$\left. \begin{aligned} \psi(\vec{x}, t) &\rightarrow \psi'(\vec{x}, t) = e^{-i\chi(\vec{x}, t)} \psi(\vec{x}, t), \\ A &\rightarrow A' = A - \frac{1}{e} \nabla \chi, \\ V &\rightarrow V' = V - \frac{1}{e} \frac{\partial \chi}{\partial t}, \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

la forma de la ecuación (2.13) no se altera si $(\psi, \vec{A}, V) \rightarrow (\psi', \vec{A}', V')$. Note que la forma de la transformación (2.10) se mantiene con $A^\mu \rightarrow A^{\mu'} = A^\mu - \partial^\mu \chi/e$. Para la electrodinámica, el fotón es el cuanto del campo electromagnético; este es representado por el campo potencial vectorial A^μ y el electrón es representado por el campo de fermiones ψ . Así, la invarianza local de gauge de esta teoría requiere la presencia del campo $A^\mu = (V; \vec{A})$. En forma general, si una partícula porta una carga g y la teoría es invariante bajo ciertas transformaciones locales de gauge entonces deben existir partículas con spin uno (llamados bosones de gauge) asociados a los campos (llamados campos de gauge).

Si se definen los operadores

$$\vec{\mathcal{D}} = -\nabla - ie\vec{A}, \quad (2.15)$$

y

$$\mathcal{D}^0 = \frac{\partial}{\partial t} - ieV, \quad (2.16)$$

entonces la ecuación de Schrödinger se escribe como

$$\frac{1}{2m} (i\vec{\mathcal{D}})^2 \psi = i\mathcal{D}^0 \psi, \quad (2.17)$$

Simplificando esta notación y combinando $\vec{\mathcal{D}}$ y \mathcal{D}^0 en un cuadvivector se obtiene

$$\mathcal{D}^\mu = (\mathcal{D}^0; \vec{\mathcal{D}}). \quad (2.18)$$

\mathcal{D}^μ es llamado *Derivada covariante*. Cualquier ecuación escrita en términos de la derivada covariante será automáticamente invariante local de gauge [22, 24].

2.4. Simetrías Internas

El concepto de simetría tiene su origen en la geometría. En un cuadrado, por ejemplo, la simetría se presenta al aplicarle una rotación de 90 grados; para un hexágono, si la transformación es una rotación de 60 grados o cualquier múltiplo entero de 60 grados no se percibirá ningún cambio. El cuadrado es invariante con respecto a las rotaciones de 90 grados y el hexágono es invariante bajo rotaciones de 60 grados. La simetría de un círculo se dice que es *continua* porque una rotación de cualquier grado la deja invariante. Pero en la naturaleza se pueden observar simetrías que tienen una naturaleza distinta a la geométrica, por ejemplo, la carga eléctrica. Si se tiene una disposición de partículas cargadas, suponga que se mide la fuerza por pares de partículas, y a continuación se invierte la polaridad de las cargas, las fuerzas siguen siendo las mismas. Otra simetría de carácter no geométrico es el spin isotópico (o isospín) [40]. La base de esta simetría yace en el hecho de la similitud que se presentan en algunas partículas. Por ejemplo, el protón y el neutrón son dos partículas muy semejantes, sus masas [39]

$$m_n = 939,56536(8) \text{ MeV}, m_p = 938,27203(8) \text{ MeV}, \quad (2.19)$$

difieren en uno por mil aproximadamente y exceptuando su carga eléctrica son idénticas en todas las demás propiedades. Parece que si se intercambian protones por neutrones las interacciones fuertes entre ellos prácticamente no se afectan. A esta simetría en especial se le denomina *isospín fuerte* [24] y se caracteriza por ser una simetría continua.

Imagine un espacio de las partículas llamado “*espacio de isospín fuerte*” en el que el protón p y el neutrón n son dos estados de una misma cosa, esto es un nucleón N . El estado de un nucleón apunta a una dirección en este espacio, como muestra la Figura 2.2.

Si N apunta hacia arriba es un protón, si apunta hacia abajo es un neutrón, en otras direcciones no tiene un nombre especial. Es importante que la teoría que describe las interacciones de los nucleones permanezca invariante bajo rotaciones en el espacio isospín fuerte.

Los dos estados del nucleón que son de spin arriba (spin-up) y spin abajo (spin-down) pueden ser cuantificados si se colocan como estados de un doblete de spin o doblete de $SU(2)$

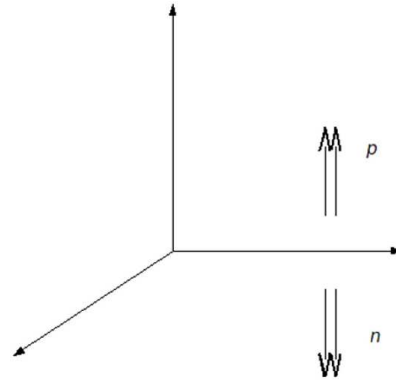


Figura 2.2: Espacio isospín fuerte.

$$N = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

El pión tiene estados π^\pm y π^0 con masas $m_\pm = 139,57018 \text{ MeV}$, $m_0 = 134,9766 \text{ MeV}$ [39] y conforma un triplete en $SU(2)$ de isospín uno,

$$\pi = \begin{pmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \end{pmatrix}, \quad (2.21)$$

con estados cargados

$$\pi^\pm = (-\pi_1 \pm i\pi_2)/\sqrt{2}, \quad (2.22)$$

$$\pi^0 = \pi_3. \quad (2.23)$$

Se puede escribir el lagrangiano para describir la interacción pión-nucleón más general usando la siguiente notación. Sea p^\dagger un protón creado o un antiprotón destruido, π^+ un π^+ destruido o un π^- creado, y n un neutrón destruido o un antineutrón creado, etc. Entonces, el lagrangiano más general para las tres partículas es [24]

$$\mathcal{L}_{int} = g_{pn}p^\dagger n\pi^+ + g_{np}n^\dagger p\pi^- + g_{pp}p^\dagger p\pi^0 + g_{nn}n^\dagger n\pi^0. \quad (2.24)$$

Este Lagrangiano no es invariante bajo rotaciones en el espacio isospín a menos que se tomen ciertas relaciones entre los acoples g 's. Por ejemplo, si se rota $p \leftrightarrow n$ se requiere que $g_{pp} = \pm g_{nn}$. Para hacer que el lagrangiano sea invariante se construye el vector $N^\dagger \vec{\tau} N$ que puede ser interpretado como el vector unitario en el espacio isospín, análogo al del espacio spín, en donde los τ_i son las matrices de rotación de Pauli. Entonces

$$\mathcal{L}_{int} = g(N^\dagger \vec{\tau} N) \cdot \vec{\pi}, \quad (2.25)$$

es invariante bajo rotaciones dado que este es el producto escalar de dos vectores

$$N^\dagger \vec{\tau} \cdot \vec{\pi} N = \begin{pmatrix} p^\dagger & n^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pi^0 & -\sqrt{2}\pi^+ \\ -\sqrt{2}\pi^- & -\pi^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}, \quad (2.26)$$

$$= \begin{pmatrix} p^\dagger & n^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pi^0 p - \sqrt{2}\pi^+ n \\ -\sqrt{2}\pi^- p - \pi^0 n \end{pmatrix}, \quad (2.27)$$

$$= p^\dagger p\pi^0 - \sqrt{2}p^\dagger n\pi^+ - \sqrt{2}n^\dagger p\pi^- - n^\dagger n\pi^0. \quad (2.28)$$

Note que los acoples g_{pn} , g_{np} , g_{pp} , g_{nn} deben ocurrir en los radios $1 : 1 : -1/\sqrt{2} : 1/\sqrt{2}$ respectivamente para tener una interacción invariante bajo rotaciones en el espacio isospín fuerte.

Las transformaciones de gauge para el espacio isospín fuerte se escriben como

$$\begin{pmatrix} p' \\ n' \end{pmatrix} = e^{i\vec{\varepsilon} \cdot \vec{\tau}/2} \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}, \quad (2.29)$$

en donde los τ_i son las matrices de Pauli y los ε_i son tres parámetros que especifican la rotación de p y n a p' y n' . Recuerde que las funciones de matrices están definidas por su expansión en series de potencias y por $\tau_i^2 = 1$, esto es, toda potencia par de cualquier matriz de Pauli es la matriz unitaria. Es importante tener en cuenta el orden sucesivo en que se realizan las transformaciones dado que las rotaciones en el espacio no conmutan. Cuando el orden de las transformaciones importa se les llama *Transformaciones no abelianas* y son expresadas formalmente por el conmutador $[\tau_i, \tau_j] = 2i\varepsilon_{ijk} \tau_k$.

Estas condiciones pueden generalizarse para cualquier grupo exigiendo una invarianza bajo la transformación adecuada. Un caso especial se presenta en el espacio $SU(3)$ conocido como espacio de *color*, en donde las partículas a_1 , a_2 y a_3 se escriben

$$\begin{pmatrix} a'_1 \\ a'_2 \\ a'_3 \end{pmatrix} = e^{i\vec{\alpha} \cdot \vec{\lambda}/2}, \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \quad (2.30)$$

en donde $\vec{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_8)$ son ocho parámetros de rotación y los λ_i ($i = 1, 2, \dots, 8$) son las matrices en $SU(3)$ análogas a las matrices de Pauli.

El ejemplo de simetría interna entre protones y neutrones puede extenderse para los dobletes de quarks y leptones. La simetría de isospín para quarks y leptones es análoga a la de isospín fuerte, de modo que tanto quarks como leptones pueden ser representados por el campo ψ en un espacio llamado “*Espacio de isospín débil*”. Una vez más se exige que la teoría que les gobierna debe ser invariante bajo las transformaciones de gauge de la forma (2.12). Además como se procedió anteriormente, se exige que dichas transformaciones sean locales, es decir, que la fase de los estados quark y leptón ($\alpha_i(\vec{x}, t)$ y $\varepsilon_i(\vec{x}, t)$ respectivamente) sean funciones del espacio y el tiempo lo que permite definir la fase en cada punto del espacio-tiempo. Las teorías de gauge con invarianza local no abelianas se conocen como *Teorías de gauge de Yang-Mills*. Como se describió en la sección anterior, las partículas libres no tienen invarianza local bajo una transformación de gauge no abeliana dado que las derivadas en la ecuación de Schrödinger (o ecuación equivalente relativista) actuará sobre $\alpha_i(\vec{x}, t)$ y $\varepsilon_i(\vec{x}, t)$. Esto permite definir una nueva derivada covariante. Para el caso $SU(2)$ se introduce un conjunto de tres campos. En la sección anterior se necesitó el campo A^μ , ahora se necesita un campo W_i^μ para cada τ_i . De acuerdo a esto se define

$$\mathcal{D}^\mu = \partial^\mu - ig_2 \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{W}^\mu, \quad (2.31)$$

donde el acople g_2 es un factor arbitrario que determina las interacciones. En la ecuación (2.31) se entiende que la derivada covariante actúa sobre la representación de los dobletes del espacio $SU(2)$, además se hace necesario poner fermiones de quiralidad izquierda en tales dobletes.

Para el espacio interno $SU(3)$, se introducen ahora un conjunto de ocho campos G^μ uno para cada generador λ_i que pueden ser pensados como una generalización de las matrices de Pauli. En forma general, se escribe la derivada covariante para los espacios internos $U(1)$, $SU(2)$ y $SU(3)$ como

$$\mathcal{D}^\mu = \partial^\mu - ig_1 \frac{Y}{2} B^\mu - ig_2 \frac{\vec{\tau}_i}{2} \cdot W_i^\mu - ig_3 \frac{\lambda_a}{2} G_a^\mu. \quad (2.32)$$

El producto escalar en $SU(2)$ va para $i = 1, 2, 3$ mientras que el producto escalar en $SU(3)$ va para $a = 1, 2, \dots, 8$. Los acoples g_1, g_2, g_3 son números reales arbitrarios. Para la simetría abeliana $U(1)$ se ha escrito el campo B^μ en lugar del campo electromagnético A^μ dado que no se sabe por adelantado que naturaleza invariante de $U(1)$ es la que corresponde precisamente a la del electromagnetismo. El término de $U(1)$ ha sido escrito con un “generador” Y en forma análoga a los otros términos. Y se conoce como generador de hipercarga débil de $U(1)$ [24].

2.5. El Lagrangiano del Modelo Estándar

Todas las partículas parecen tener una invarianza en el espacio interno $U(1)$ conocida como invarianza de fase. El bosón de gauge requerido para la invarianza local de la teoría bajo las transfor-

maciones de $U(1)$ es el B^μ . Los términos del Lagrangiano del grupo $U(1)$ para la primera familia de leptones se escribe²

$$-\mathcal{L}_{ferm}(U(1), leptones) = \bar{L}i\gamma^\mu \left(ig_1 \frac{Y_L}{2} B_\mu \right) L + \bar{e}_R i\gamma^\mu \left(ig_1 \frac{Y_R}{2} B_\mu e_R \right), \quad (2.33)$$

en donde

$$\bar{L}\gamma^\mu L = \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L, \quad (2.34)$$

entonces

$$-\mathcal{L}_{ferm}(U(1), leptones) = \frac{g_1}{2} [Y_L (\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L) + Y_R \bar{e}_R \gamma^\mu e_R] B_\mu. \quad (2.35)$$

Todas las partículas parecen tener una segunda invarianza interna bajo el grupo de transformaciones que forman el grupo $SU(2)$ llamada *Invarianza electrodébil*. Esta invarianza de gauge es no abeliana. Los bosones de gauge asociados son los W_i^μ . Como se indicó en la sección 2.4 hay un bosón asociado a cada generador de la transformación en $SU(2)$. Tal como ocurría para los piones de la sección anterior, las partículas físicas W , tienen definida una carga eléctrica

$$W^\pm = (-W^1 \pm iW^2)/\sqrt{2}, \quad (2.36)$$

$$W^0 = W^3. \quad (2.37)$$

Los términos $SU(2)$ del Lagrangiano para la primera familia de leptones es,

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}(SU(2), leptones) &= \bar{L}i\gamma^\mu \left[ig_2 \frac{\tau^i}{2} W_\mu^i \right] L \\ &= -\frac{g_2}{2} (\bar{\nu}_L \quad \bar{e}_L) \gamma^\mu \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \\ &= -\frac{g_2}{2} (\bar{\nu}_L \quad \bar{e}_L) \gamma^\mu \begin{pmatrix} W_\mu^0 & -\sqrt{2}W_\mu^+ \\ -\sqrt{2}W_\mu^- & -W_\mu^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \\ &= -\frac{g_2}{2} (\bar{\nu}_L \quad \bar{e}_L) \gamma^\mu \begin{pmatrix} W_\mu^0 \nu_L - \sqrt{2}W_\mu^+ e_L \\ -\sqrt{2}W_\mu^- \nu_L - W_\mu^0 e_L \end{pmatrix} \\ &= -\frac{g_2}{2} \left(\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu^0 - \sqrt{2} \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L W_\mu^+ - \sqrt{2} \bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu^- - \bar{e}_L \gamma^\mu e_L W_\mu^0 \right). \end{aligned} \quad (2.38)$$

La ecuación de Dirac $((i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi)$, es la ecuación que describe a las partículas incluyendo su spín) predice una forma de interacción mediados por los los W_i^μ denominadas *corrientes*, estas se definen de la forma: $J = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$. Las hay de dos tipos, cargadas y neutras. Las corrientes cargadas son mediadas por los W^\pm e involucran fermiones de quiralidad izquierda. Sin embargo, los fermiones de quiralidad derecha no interactúan con los W 's evento que es conocido como violación de paridad de las interacciones débiles. El primer caso conocido de las interacciones débiles se produjo en el estudio del decaimiento beta al catalogar los tipos de cadenas de decaimientos nucleares radiactivos

²Nota: Se usará desde ahora la notación de Dirac para incluir el spín de las partículas en el Lagrangiano del modelo, dicha notación incluye un factor llamado: *Matrices gamma* denotado por γ_μ

tales como alfa, beta y gamma; se podían interpretar los decaimientos alfa y gamma en términos de interacciones conocidas (fuerte y electromagnética respectivamente). Pero, para explicar el decaimiento beta se requería la introducción de un raro tipo de interacción llamado entonces *Interacción débil*. El decaimiento beta es un proceso en el cual un neutrón (dos quarks down y uno up) desaparece y es reemplazado por un protón, un electrón, y un antineutrino electrónico. De acuerdo al ME, un quark down desaparece en este proceso y un quark up y un bosón virtual W son producidos. El bosón W decae entonces para producir un electrón y un antineutrino electrónico. Esto se representa en el diagrama de la figura 2.3.

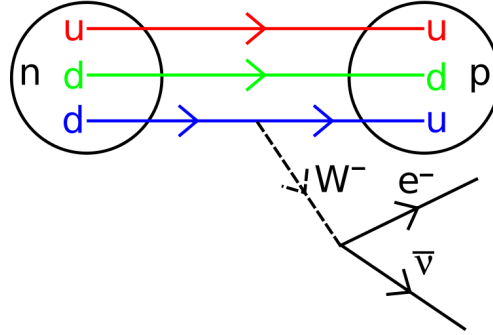


Figura 2.3: Decaimiento beta.

Los términos del Lagrangiano de la ecuación (2.38) que describe la forma de las corrientes cargadas son

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g_2}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L W_\mu^+ - \bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu^-). \quad (2.39)$$

Combinando los términos restantes de la ecuación (2.38) con los términos de la ecuación (2.35) se obtiene el siguiente Lagrangiano de interacciones de corrientes neutras:

$$\mathcal{L}_{CN} = \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \left[-\frac{g_1}{2} Y_L B_\mu + \frac{g_2}{2} W_\mu^0 \right] + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \left[-\frac{g_1}{2} Y_R B_\mu \right] + \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L \left[-\frac{g_1}{2} Y_L B_\mu - \frac{g_2}{2} W_\mu^0 \right]. \quad (2.40)$$

Comparando el primer término del Lagrangiano (2.40) con la interacción electromagnética de partículas cargadas Q

$$\mathcal{L}_{EM} = QA_\mu [\bar{e}_L \gamma^\mu e_L + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R], \quad (2.41)$$

se identifica al campo electromagnético A_μ como una combinación de los campos B_μ y W_μ^0 definido por:

$$A_\mu \propto g_2 B_\mu - g_1 Y_L W_\mu^0. \quad (2.42)$$

Por otro lado, el término que involucra a los neutrinos no tiene interacción electromagnética, por ello se debe introducir un nuevo campo ortogonal a A_μ llamado Z_μ , el cual es definido por

$$Z_\mu \propto g_1 Y_L B_\mu + g_2 W_\mu^0. \quad (2.43)$$

Normalizando los campos A_μ y Z_μ

$$A_\mu = \frac{g_2 B_\mu - g_1 Y_L W_\mu^0}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}}, \quad (2.44)$$

$$Z_\mu = \frac{g_1 Y_L B_\mu + g_2 W_\mu^0}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}}. \quad (2.45)$$

Escribiendo B_μ y W_μ^0 en términos de A_μ y Z_μ usando las ecuaciones (2.44) y (2.45)

$$B_\mu = \frac{g_2 A_\mu - g_1 Y_L Z_\mu}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}}, \quad (2.46)$$

$$W_\mu^0 = \frac{-g_1 Y_L A_\mu + g_2 Z_\mu}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}}, \quad (2.47)$$

y sustituyendolos en (2.40) se tiene

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CN} = & -A_\mu \left\{ \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \left[\frac{g_1 g_2 Y_L}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \right] + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \left[\frac{g_1 g_2 Y_R}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \right] \right\} \\ & -Z_\mu \left\{ \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \left[\frac{g_1 Y_L^2 - g_2^2}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \right] + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \left[\frac{g_1 Y_R Y_L}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \right] \right\} \\ & - \frac{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}}{2} Z_\mu \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L. \end{aligned} \quad (2.48)$$

El Lagrangiano (2.48) puede ser reescrito en términos del ángulo de mezcla de Weinberg. Tomando por conveniencia $Y_R = 2Y_L$ y $Y_L = 1$, se define

$$\begin{aligned} e &= \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}, \\ \cos\theta_w &= \frac{g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}, \\ \sin\theta_w &= \frac{g_1}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}. \end{aligned}$$

Resolviendo,

$$\begin{aligned} g_2 &= \frac{e}{\sin\theta_w}, \\ g_1 &= \frac{e}{\cos\theta_w}, \end{aligned} \quad (2.49)$$

así que g_1 y g_2 se escriben en términos de la carga elemental e ($e^2/4\pi \approx 1/137$ en unidades naturales) y el ángulo de mezcla de Wienberg se define en función de las constantes de acoplamiento débil y electromagnética g_2 y g_1 respectivamente según:

$$\tan \theta_W \equiv \frac{g_1}{g_2}. \quad (2.50)$$

El valor experimental del ángulo de mezcla de Wienberg está dado aproximadamente por $\sin^2 \theta_W \approx 0,22215(76)$ [39]. Luego sustituyendo en (2.48) se obtiene:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CN} = & -g_1 \cos \theta_W A_\mu \{ \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \} \\ & - \frac{e}{\cos \theta_W \sin \theta_W} (T_3 - Q \sin^2 \theta_W) Z_\mu \{ \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \} \\ & - \frac{g_2}{2 \cos \theta_W} Z_\mu \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Esto puede ser interpretado como la interacción electromagnética usual para electrones más una interacción adicional llamada “*Corriente neutra*” con Z_μ tanto para electrones como para neutrinos. Los efectos debidos a las corrientes neutras para interacciones de neutrinos, electrones, quarks, y muones fueron encontradas a principios de los 70’s, proveyendo una de las primeras confirmaciones directas de la aproximación descrita. Dado que la estructura de $SU(2)$ y spin es la misma para quarks y leptones, los términos $SU(2)$ del Lagrangiano lucirán exactamente igual tanto para quarks como para leptones.

Todas las partículas parecen tener una tercera invarianza interna bajo un conjunto de transformaciones del grupo $SU(3)$ llamado *espacio color*, que es una invarianza no abeliana independiente. Los bosones de gauge asociados a esta transformación son los G_a^μ , en donde $a = 1, 2, \dots, 8$ un bosón para cada generador de $SU(3)$. Estos bosones son llamados *Gluones* y la teoría de partículas de intercambio de gluones es llamada *Cromodinámica cuántica* ó *QCD*. El término del Lagrangiano para la *QCD* del quark es

$$\frac{g_3}{2} \bar{q}_\alpha \gamma_\mu \lambda_{\alpha\beta}^a G_\mu^a q_\beta. \quad (2.52)$$

Aquí los G^a son ocho gluones electricamente neutros; *i.e.* no tienen interacciones con el campo electromagnético. La contribución del color se indica con los índices α y β igual a 1, 2, o 3. Los gluones interactúan con los quarks en forma análoga a los fotones pero con una diferencia: dado que los generadores λ^a no están todos en la diagonal, la interacción con gluones puede cambiar el color de la carga del quark.

El Lagrangiano general para fermiones está dado por

$$\mathcal{L}_{ferm} = \sum \bar{f}_i \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu f, \quad (2.53)$$

en donde $f = Q_L^{(1,2,3)}, L_{e,\mu,\tau,L}, L_{e,\mu,\tau,R}, U_R^{(1,2,3)}, D_R^{(1,2,3)}$, en forma explícita la parte relevante del Lagrangiano $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ para la primera familia es

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \sum_{f=v_e, e, u, d} e Q_f (\bar{f} \gamma^\mu f) A_\mu \\
& + \frac{g_2}{\cos \theta_W} \sum_{f=v_e, e, u, d} [\bar{f}_L \gamma^\mu f_L (T_f^3 - Q_f \sin^2 \theta_W) + \bar{f}_R \gamma^\mu f_R (-Q_f \sin^2 \theta_W)] Z_\mu \\
& + \frac{g_2}{\sqrt{2}} [(\bar{u}_L \gamma^\mu d_L + \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu e_L) W_\mu^+ + (\bar{d}_L \gamma^\mu u_L + \bar{e}_L \gamma^\mu \nu_{eL}) W_\mu^-] \\
& + \frac{g_3}{2} \sum_{q=u, d} \bar{q}_\alpha \gamma_\mu \lambda_{\alpha\beta}^a G_\mu^a q_\beta.
\end{aligned} \tag{2.54}$$

Para la segunda y tercera familia las sustituciones $(v_e, e, u, d) \rightarrow (v_\mu, \mu, c, s)$ o (v_τ, τ, t, b) da los respectivos resultados.

El modelo describe muy bien las interacciones y su consistencia con los experimentos es excelente. Sin embargo el lagrangiano descrito hasta ahora no presenta un término de masa, lo que quiere decir que tanto los fermiones como los bosones de gauge se presentan sin masa. Agregar un término de masa a mano no funcionaría dado que el término asociado rompería las invarianzas de gauge. Una forma de resolver este problema es mediante el mecanismo de Higgs [24].

2.6. El Mecanismo de Higgs

En 1964 el escocés Peter Ware Higgs encontró un método para dotar de masa a los campos de gauge sin romper la simetría local. La idea de Higgs se basa en un proceso conocido como *ruptura espontánea de simetría* (SSB). La SSB se produce en una situación en la que, dada una simetría de las ecuaciones de movimiento, existen soluciones que no son invariantes bajo la acción de esta simetría sin necesidad de introducir asimetrías explícitamente (de ahí el nombre de “espontánea”).

Este mecanismo se puede ilustrar tomando como ejemplo una canica en el fondo de una botella de vino. Las botellas, en general, presentan simetría cilíndrica por lo que la posición simétrica de la canica en el fondo sería el centro. Sin embargo, los envases de vino se caracterizan por tener una elevación central en el fondo que obliga a una canica a permanecer en un estado asimétrico en una orilla. En otros términos, el estado simétrico es de mayor energía potencial que el asimétrico. Si se deja a la canica sobre la elevación por un instante habrá simetría, pues la canica tendría libertad de caer en cualquier dirección. Sin embargo, cuando la canica cae a la orilla hay un rompimiento espontáneo de la simetría, Ver figura 2.4.

Considere un Lagrangiano con potencial [24]

$$\mathcal{L} = T - V = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \left(\frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda \phi^4 \right). \tag{2.55}$$

Se requiere que $\lambda > 0$ de modo que el potencial este limitado por debajo cuando $\phi \rightarrow \infty$. Note que el Lagrangiano tiene una simetría: es invariante bajo $\phi \rightarrow -\phi$.

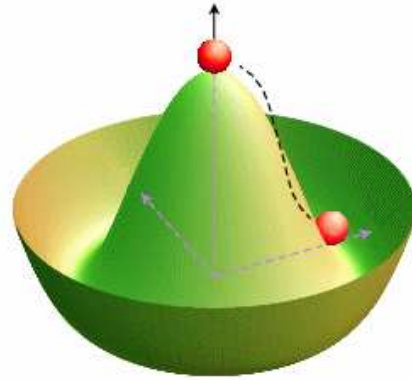


Figura 2.4: Rompimiento espontáneo de la simetría

El mínimo del potencial corresponde al estado base del sistema. Si $\mu > 0$ el vacío corresponde a $\phi = 0$ y μ se interpreta como la masa de ϕ por comparación con el lagrangiano del campo escalar real $\mathcal{L} = \frac{1}{2} [\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m^2 \phi^2]$. Sin embargo, no hay razón física para requerir que $\mu > 0$. Si $\mu < 0$, $\phi = 0$ no es el vacío. Para encontrar el mínimo del potencial se toma

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = 0, \quad (2.56)$$

esto da

$$\phi(\mu^2 + \lambda \phi^2) = 0, \quad (2.57)$$

luego

$$\phi = \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} \equiv v, \quad (2.58)$$

en donde v se conoce como el *valor esperado del vacío*. El campo ϕ es llamado *campo de Higgs*. La teoría de gauge electrodébil provee el valor $v = (G_F \sqrt{2})^{-1/2} = 246 \text{ GeV}$, en donde $G_F = 1,16637(1) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ es la constante de acoplamiento de interacciones débiles de Fermi.

Para determinar el espectro de la partícula se debe estudiar la teoría alrededor del mínimo. Expandiendo el campo alrededor del mínimo a primer orden se tiene [22]

$$\phi(x) = v + \eta(x), \quad (2.59)$$

en donde se ha expandido alrededor de $\eta = 0$. Reemplazando (2.59) en el Lagrangiano (2.55) se obtiene

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2} \partial_\mu \eta \partial^\mu \eta - \left\{ \frac{1}{2} \mu^2 [v^2 + 2\eta v + \eta^2] + \frac{1}{4} \lambda [v^4 + 4v^3 \eta + 6v^2 \eta^2 + 4v \eta^3 + \eta^4] \right\} \\ &= \frac{1}{2} \partial_\mu \eta \partial^\mu \eta - \left\{ \frac{1}{2} v^2 \left[\mu^2 + \frac{1}{2} \lambda v^2 \right] + \eta v [\mu^2 + \lambda v^2] + \frac{1}{2} \eta^2 [\mu^2 + 3\lambda v^2] \right. \\ &\quad \left. + \lambda v \eta^3 - \frac{1}{4} \lambda \eta^4 \right\}. \end{aligned} \quad (2.60)$$

Los términos lineales en η se ignoran (ya que estos deben estar cerca del mínimo), y usando (2.58) el lagrangiano se simplifica a

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta \partial^\mu \eta) - \left(\lambda v^2 \eta^2 + \lambda v \eta^3 + \frac{1}{4} \lambda \eta^4 \right) + cte. \quad (2.61)$$

Ahora el término con η^2 tiene el signo correcto, así que puede ser interpretado como un término de masa. Este Lagrangiano representa la descripción de una partícula con masa

$$m_\eta^2 = 2\lambda v^2 = -2\mu^2. \quad (2.62)$$

De esta manera se demuestra que el campo ϕ no tiene la simetría original del Lagrangiano en el vacío, así la solución en este estado no es simétrica. Se tiene que en el vacío se rompe la simetría espontáneamente.

En el ME se le asigna un doblete en $SU(2)$ al campo de Higgs [24]

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad (2.63)$$

en donde ϕ^+ y ϕ^0 son campos complejos

$$\phi^+ = \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}}, \quad (2.64)$$

$$\phi^0 = \frac{\phi_3 + i\phi_4}{\sqrt{2}}. \quad (2.65)$$

Se toma el lagrangiano escalar de la forma

$$\mathcal{L}_\phi = (\partial_\mu \phi)^\dagger (\partial^\mu \phi) - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2, \quad (2.66)$$

en donde

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2, \quad (2.67)$$

es el potencial de Higgs para $SU(2)$. (Ver Figura 2.5)

Procediendo de la forma descrita anteriormente se tiene

$$|\phi|^2 = \phi^\dagger \phi = -\frac{\mu^2}{2\lambda} = \frac{v^2}{2}, \quad (2.68)$$

en donde

$$\phi^\dagger \phi = (\phi^{+*} \phi^{0*}) \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \phi^{+*} \phi^+ + \phi^{0*} \phi^0. \quad (2.69)$$

Así,

$$\phi^\dagger \phi = \frac{\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2}{2}, \quad (2.70)$$

describe una hipersfera en $SU(2)$.

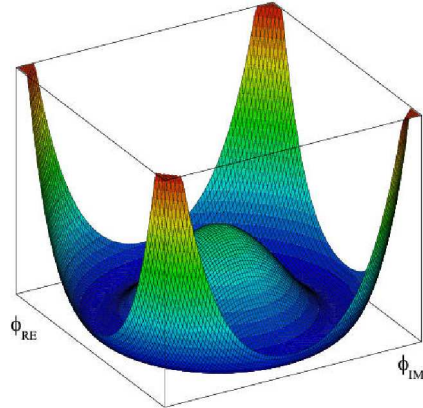


Figura 2.5: Potencial de Higgs en $SU(2)$

Para estudiar el espectro de masas se escoge una dirección en $SU(2)$ y se expande alrededor del mínimo. Se toma la dirección [24]

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad (2.71)$$

en donde $\phi_3 = v$, $\phi_1 = \phi_2 = \phi_4 = 0$. Las desviaciones del mínimo escogido pueden ser descritos por el campo real $h(x)$ de la siguiente manera:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}. \quad (2.72)$$

Finalmente, para que \mathcal{L}_ϕ sea invariante bajo transformaciones locales se reemplaza $\partial_\mu \rightarrow \mathcal{D}_\mu$ en la ecuación (2.66) obteniendo

$$\mathcal{L}_\phi = (\mathcal{D}_\mu \phi)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \phi) - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2. \quad (2.73)$$

Haciendo uso de la ecuación (2.32), a través del acoplamiento entre los bosones de gauge y el bosón de Higgs se encuentra la masa de los respectivos bosones del ME [24]. Para los W's la masa viene dada por

$$M_W = \frac{1}{2} v g_2 \approx 79,036 \text{ GeV}, \quad (2.74)$$

mientras que la masa del Z es

$$M_Z = \frac{1}{2} v \sqrt{g_1^2 + g_2^2} \approx 89,614 \text{ GeV}, \quad (2.75)$$

finalmente la masa del fotón γ viene dada por:

$$M_\gamma = 0. \quad (2.76)$$

La relación de masas entre el W y el Z es:

$$\frac{M_W}{M_Z} = \frac{\frac{1}{2} v g_2}{\frac{1}{2} v \sqrt{g_1^2 + g_2^2}} = \frac{e / \sin \theta_W}{e / \sin \theta_W \cos \theta_W} = \cos \theta_W. \quad (2.77)$$

La Masa del Higgs

La masa del bosón de Higgs aparece por interacción consigo mismo. Tomando (2.72) en (2.66)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\phi &= \frac{1}{2} (\partial_\mu h)^2 - \frac{\mu^2}{2} (v+h)^2 - \frac{\lambda}{4} (v+h)^4 \\ &= \frac{1}{2} (\partial_\mu h)^2 - \frac{1}{2} \mu^2 v^2 - \mu^2 v h - \frac{1}{2} \mu^2 h^2 - \frac{\lambda}{4} v^4 - \lambda v^3 h - \frac{3}{2} \lambda v^2 h^2 - \lambda v h^3 - \frac{\lambda}{4} h^4, \end{aligned} \quad (2.78)$$

en donde aparecen dos interacciones de tercer y cuarto orden que dependen de λ . Como λ es un parámetro libre la magnitud de la interacción es desconocida. De acuerdo a la relación (2.68) se obtiene

$$\mathcal{L}_\phi = \frac{1}{2} (\partial_\mu h)^2 - \lambda v^2 h^2 - \lambda v h^3 - \frac{\lambda}{4} h^4. \quad (2.79)$$

De allí se deduce que la masa del Higgs es [24]

$$M_h^2 = 2\lambda v^2. \quad (2.80)$$

Se observa que el valor de la masa del Higgs depende del valor esperado del vacío y una constante de interacción desconocida λ que no está determinada por primeros principios.

Masa Para Fermiones

Análogamente al caso de los bosones gauge, los fermiones adquieren masa mediante los denominados acoplamientos de Yukawa, que se introducen a través de nuevos términos en el Lagrangiano.

Para quarks hay una sutileza. Si $\psi = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ es un doblete en $SU(2)$, entonces [24]

$$\psi_c = -i\tau_2 \psi^* = \begin{pmatrix} -b^* \\ a^* \end{pmatrix}, \quad (2.81)$$

entonces se puede escribir los nuevos términos del Lagrangiano usando

$$\psi_c = \begin{pmatrix} -\psi^{0*} \\ \psi^- \end{pmatrix}, \quad (2.82)$$

lo que resulta ser en el mecanismo de Higgs

$$\phi_c \longrightarrow \begin{pmatrix} -\frac{v+h}{2} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.83)$$

De esta manera el Lagrangiano de Yukawa se escribe

$$\mathcal{L}_{YW} = g_e \bar{L} \phi e_R + g_u \bar{Q}_L^{(1)} \phi_c u_R + g_d \bar{Q}_L^{(1)} \phi d_R + \text{Complejo Conjugado}. \quad (2.84)$$

La masa para los fermiones es:

$$\begin{aligned} M_e &= \frac{g_e v}{\sqrt{2}}, & M_\nu &= 0, \\ M_d &= \frac{g_d v}{\sqrt{2}}, & M_u &= \frac{g_u v}{\sqrt{2}}, \end{aligned} \quad (2.85)$$

en donde g_d y g_u son parámetros arbitrarios y están determinados por un principio de gauge. Estos parámetros tampoco están relacionados entre sí o a g_e . Análogamente se pueden obtener las masas para la segunda y tercera familia de fermiones [24].

Hasta el momento el bosón de Higgs es la única partícula del ME que no ha sido detectada. Desde su predicción ningún experimento ha confirmado directamente la existencia del bosón de Higgs, hecho debido en parte a que el ME no predice un valor teórico estimado de su masa. Los mejores resultados para la cota inferior de la masa del Higgs han sido obtenidos por aceleradores de partículas del CERN (Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire), en donde se estima un valor mínimo experimental de 114.4 GeV, con un nivel de confianza del 95% [32], mientras que el Tevatrón del Fermilab recientemente excluye por escaneo directo la región entre 160 y 170 GeV con un 95% de nivel de confianza [33]. Por otro lado, los test de precisión de la teoría electrodébil suministra una cota superior para la masa del Higgs de 285 GeV [34]. Ver Figura 2.6. Teniendo en cuenta este rango de energía la comunidad científica espera detectar el Higgs con el acelerador de partículas más grande construido en la actualidad: El LHC (Large Hadron Collider o Gran Colisionador de Hadrones). Este acelerador fue puesto en funcionamiento el 10 de septiembre de 2008 y se espera que las partículas sean aceleradas hasta los 5 y 7 TeV en pleno rendimiento.

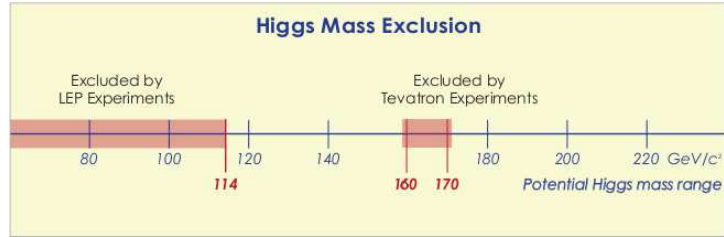


Figura 2.6: Rangos excluidos por los experimentos para la masa del Higgs

2.7. Conclusiones

El Lagrangiano del ME describe muy bien las interacciones de las partículas. Estas interacciones vienen clasificadas en tres grupos de simetrías internas $U(1)$, $SU(2)$, y $SU(3)$. Se exige que la teoría que les gobierna debe ser invariante bajo transformaciones locales de gauge no abelianas. A pesar de sus confirmaciones experimentales el lagrangiano del ME aparece sin términos de masa, problema que es resuelto por el mecanismo de Higgs. Dicho mecanismo dota de masa a las partículas y es capaz de predecir nulidad de masa tanto para el fotón como para los neutrinos. Además se predice una interacción gobernada por el bosón de Higgs; según este mecanismo, el bosón de Higgs adquiere masa por interacción consigo mismo, pero su predicción teórica queda en términos de una constante de interacción λ no determinada por primeros principios.

Inflación del tipo Slow Roll Mediante el Potencial de Higgs

3.1. Introducción

En este capítulo se estudiará la posibilidad de obtener inflación del tipo slow roll mediante el potencial escalar de Higgs. Este potencial tiene forma de sombrero mexicano (Ver Figura 2.5) presentando tres posibles regiones donde encontrar slow roll. Para ello, se calculan los parámetros de slow roll en cada región y se determina si es viable o consistente inflación en dicha región.

3.2. Análisis del Potencial de Higgs

En la sección 2.6 se presentó el Lagrangiano para el campo de Higgs en una dimensión (ver ecuación (2.55)) cuyo potencial presenta la forma

$$V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4, \quad (3.1)$$

y se dedujo el valor de ϕ para el mínimo del potencial

$$\phi = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} \equiv v. \quad (3.2)$$

Ahora, el valor del potencial para $\phi = v$ es

$$\begin{aligned} V(\phi = v) &= \frac{1}{2}\mu^2 \left(\frac{-\mu^2}{\lambda} \right) + \frac{1}{4}\lambda \left(\frac{\mu^4}{\lambda^2} \right), \\ &= -\frac{1}{4} \frac{\mu^4}{\lambda}, \\ &= -V_0. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Luego se redefine el potencial reescalándolo mediante (3.3) (Ver Figura 3.1)

$$V(\phi) = V_0 + \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4. \quad (3.4)$$

En este potencial se pueden considerar tres regiones posibles donde encontrar inflación del tipo slow roll; esto es

$$\begin{aligned}\phi &\ll v, \\ \phi &\simeq v, \\ \phi &\gg v.\end{aligned}\quad (3.5)$$

En la **primera región** $\phi \simeq 0$, en consecuencia, el último término del potencial se desprecia por tender a cero más rápido debido a su exponente. De esta manera los términos dominantes en esta región del potencial son

$$V(\phi) \simeq V_0 + \frac{1}{2}\mu^2\phi^2. \quad (3.6)$$

Los parámetros de slow roll resultantes de esta aproximación son (Ver Apéndice A)

$$\varepsilon = \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \simeq 8 \frac{M_P^2 \phi^2}{v^4}, \quad (3.7)$$

$$\eta = M_P^2 \left| \frac{V''}{V} \right| \simeq 4 \frac{M_P^2}{v^2} = \frac{4 \cdot (2,4 \times 10^{18})^2}{(246)^2} \simeq 3,9 \times 10^{32}. \quad (3.8)$$

De acuerdo a los resultados (1.24) y (1.25) en la sección 1.4, slow roll requiere que $\eta \ll 1$. Para esta región del potencial se observa que η presenta un valor mayor que 1. Por lo tanto viola esta condición.

El valor del auto-acople del campo de Higgs λ se obtiene mediante el siguiente procedimiento: Slow roll termina cuando $\varepsilon \simeq 1$, así que, el valor del campo al final de inflación ϕ_{end} es de acuerdo a (3.7)

$$\phi_{\text{end}}^2 \simeq \frac{1}{8} \frac{v^4}{M_P^2}. \quad (3.9)$$

Para obtener un valor del campo durante inflación (ϕ_*) se puede utilizar la ecuación (1.27); una vez resuelta la integral se usa la ecuación (3.9). Lo que para esta región resulta (Ver apéndice A)

$$N = \frac{1}{M_P} \int_{\phi_{\text{end}}}^{\phi_*} \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon}} d\phi = \frac{1}{4} \frac{v^2}{M_P^2} \ln \left[2\sqrt{2} \frac{M_P}{v^2} \phi_* \right]. \quad (3.10)$$

Despejando ϕ_* de (3.10) se obtiene

$$\phi_* = \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{v^2}{M_P} \cdot \exp \left[4 \frac{M_P^2}{v^2} N \right]. \quad (3.11)$$

Usando la normalización del COBE (1.35)

$$\frac{V}{\varepsilon} = (0,027 M_P)^4, \quad (3.12)$$

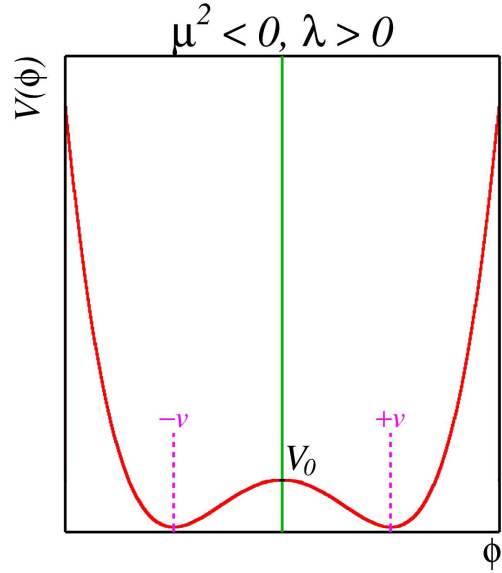


Figura 3.1: Potencial de Higgs en una dimensión

y la ecuación (3.11), se obtiene (Ver apendice A)

$$\lambda \simeq -\frac{16}{3} \cdot (0,027)^4 \cdot \frac{M_P^6}{v^6} \simeq -1,9 \times 10^{90}. \quad (3.13)$$

Los test de precisión del ME, reportan que el valor máximo de la masa del Higgs es 285 GeV . Dado que la masa del Higgs expresada en la ecuación (2.80) el valor de λ esperado debería ser del orden de

$$\lambda = \frac{M_H^2}{2v^2} \simeq 0,67 \simeq \frac{2}{3}. \quad (3.14)$$

Así que, el valor de λ encontrado en esta región supera en 92 ordenes de magnitud al esperado.

En la **segunda región** $\phi \simeq v$ todos los términos del potencial predominan, así que

$$V = V_0 + \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4, \quad (3.15)$$

los parámetros de slow roll resultan (ver Apendice A)

$$\varepsilon \rightarrow \text{inf}, \quad (3.16)$$

$$\eta \rightarrow \text{inf}. \quad (3.17)$$

En esta región los valores de ambos parámetros tienden a infinito, violandose una vez más las condiciones de slow roll. Por lo tanto no es posible determinar tanto el monto de inflación como el valor del autoacople del Higgs.

Finalmente para la **tercera región** ($\phi \gg v$) el potencial dominante es

$$V \simeq \frac{1}{4}\lambda\phi^4 \quad (3.18)$$

procediendo de igual forma los parámetros de slow roll resultan

$$\varepsilon \simeq \frac{8M_P^2}{\phi^2}, \quad (3.19)$$

$$\eta \simeq \frac{12M_P^2}{\phi^2}. \quad (3.20)$$

El valor del campo al final de inflación ϕ_{end} para esta región es de acuerdo a (3.20)

$$\phi_{\text{end}}^2 \simeq 8M_P^2. \quad (3.21)$$

Luego, usando la ecuación (1.27) y (3.21) se obtiene

$$\phi_*^2 \simeq 8M_P^2(N+1). \quad (3.22)$$

De acuerdo a (3.22) el valor de ε y η son

$$\varepsilon \simeq \frac{1}{N_{\text{COBE}} + 1} \simeq 0,016, \quad (3.23)$$

$$\eta \simeq \frac{3}{2(N_{\text{COBE}} + 1)} \simeq 0,023. \quad (3.24)$$

Sus valores son menores que uno, lo que indica que hay una posible región de slow roll. Sin embargo, el valor de λ usando la normalización del COBE y la ecuación (3.22) es

$$\lambda \simeq 1,33 \times 10^{-13}, \quad (3.25)$$

un valor muy pequeño comparado con el valor esperado de λ según la relación (3.14)

De esta manera se demuestra que ninguna de las regiones del potencial de Higgs es adecuado para inflación del tipo slow roll en primer lugar porque las dos primeras regiones violan las condiciones de slow roll, y el valor del auto-acople del Higgs es muy grande. En segundo lugar, a pesar que en la tercera región no se violan las condiciones de slow roll, el valor de λ es muy pequeño comparado con el valor esperado según (3.14).

3.3. Conclusiones

Se demostró que el potencial escalar de Higgs es incapaz de generar inflación de slow roll porque viola las condiciones que la parametrizan, excepto en la tercera región. Sin embargo, no predice un valor adecuado para el auto-acople del Higgs en ninguna de las regiones estudiadas.

Acople No Minimal del Campo de Higgs a la Gravedad

4.1. Introducción

Finalmente se estudia el acople no mínimo del campo de Higgs a la gravedad. Esto genera esencialmente una región del potencial donde es posible obtener inflación del tipo slow roll, además se espera que sea compatible con los resultados que demanda la fenomenología en física de partículas. Para ello es importante determinar los valores de los parámetros M y ξ adecuados para que exista tal compatibilidad.

4.2. Inflación

Considere un sector escalar del ME acoplado a la gravedad en forma no minimal. Al usar el gauge unitario $\phi = h/\sqrt{2}$ e ignorando (por el momento) todas las interacciones, el Lagrangiano resultante tiene la forma [25]

$$S_J = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ -\frac{M^2 + \xi h^2}{2} R + \frac{\partial_c h \partial^c h}{2} - \frac{\lambda}{4} (h^2 - v^2)^2 \right\}. \quad (4.1)$$

Se considera la constante de acoplamiento ξ en la región $1 \ll \xi$ y $\sqrt{\xi} \ll 10^{17}$, en el cual $M \simeq M_P$ con muy buena precisión.

Es posible librar el Lagrangiano del acople no minimal a la gravedad tomando una transformación conformal del marco de Jordan al marco de Einstein según (Ver apéndice B)

$$\hat{g}_{cd} = \Omega^2 g_{cd}. \quad (4.2)$$

De esta transformación resulta un nuevo escalar de Ricci, dado por [41]

$$R = \Omega^2 \hat{R} + 6\Omega \hat{g}^{cd} (\Omega \Omega_{,cd} - \Omega_{,c} \Omega_{,d}). \quad (4.3)$$

Reemplazando en (4.1) se obtiene

$$S_E = \int d^4x \Omega^{-4} \sqrt{-\hat{g}} \left\{ -\frac{M_P^2}{2} \left(1 + \frac{\xi h^2}{M_P^2} \right) \left(\Omega^2 \hat{R} + 6\Omega \hat{g}^{cd} [\Omega \Omega_{,cd} - \Omega_{,c} \Omega_{,d}] \right) \right. \\ \left. + \Omega^2 \frac{\partial_c h \partial^c h}{2} - \frac{\lambda}{4} (h^2 - v^2)^2 \right\}, \quad (4.4)$$

$$= \int d^4x \sqrt{-\hat{g}} \left\{ -\frac{M_P^2}{2} \left(1 + \frac{\xi h^2}{M_P^2} \right) \left(\Omega^{-2} \hat{R} + 6\Omega^{-3} \hat{g}^{cd} [\Omega \Omega_{,cd} - \Omega_{,c} \Omega_{,d}] \right) \right. \\ \left. + \Omega^{-2} \frac{\partial_c h \partial^c h}{2} - \frac{\lambda}{4\Omega^4} (h^2 - v^2)^2 \right\} - \int d^4x \sqrt{-\hat{g}} \frac{M_P^2}{2} \left(1 + \frac{\xi h^2}{M_P^2} \right) 6\Omega^{-2} \hat{g}^{cd} \Omega_{,cd}. \quad (4.5)$$

El último término se hace cero, ya que se refiere al teorema de la divergencia, y se toma en cuenta que el valor del campo es cero en el infinito. De esta manera, se obtiene el valor de la función Ω para la transformación conformal, el cual es [25]

$$\Omega^2 = 1 + \frac{\xi h^2}{M_P^2}. \quad (4.6)$$

Así la acción en el marco de Einstein es

$$S_E = \int d^4x \sqrt{-\hat{g}} \left\{ -\frac{M_P^2}{2} \hat{R} + 6\frac{M_P^2}{2} \Omega^{-1} \hat{g}^{cd} \Omega_{,c} \Omega_{,d} + \Omega^{-2} \frac{\partial_c h \partial^c h}{2} - \frac{\lambda}{4\Omega^4} (h^2 - v^2)^2 \right\}. \quad (4.7)$$

Ahora, de acuerdo a la ecuación (4.6) se puede reorganizar el resultado (4.7) tomando

$$\Omega_{,c} = \frac{1}{2} \Omega^{-1/2} \frac{2\xi h}{M_P^2} h_{,c} = \frac{\xi h}{\Omega^{-1/2} M_P^2} h_{,c}, \quad (4.8)$$

entonces el segundo término de (4.7) resulta

$$6M_P^2 \Omega^{-1} \left(\frac{\xi^2 h^2}{\Omega M_P^4} \hat{g}^{cd} h_{,c} h_{,d} \right) = \frac{6\xi^2 h^2}{\Omega^2 M_P^2} \hat{g}^{cd} h_{,c} h_{,d}, \quad (4.9)$$

luego, teniendo en cuenta el tercer término de (4.7) se puede reagrupar en

$$\frac{\partial_c h \partial^c h}{2\Omega^2} \left(1 + \frac{6\xi^2 h^2}{M_P^2} \right) = \frac{\partial_c h \partial^c h}{2} \left(\frac{\Omega^2 + 6\xi^2 h^2 / M_P^2}{\Omega^4} \right). \quad (4.10)$$

Para simplificar un poco la ecuación (4.7), se tomará una nueva variable χ :

$$\frac{\partial \chi}{\partial x^c} = \frac{d\chi}{dh} \frac{\partial h}{\partial x^c} \\ \implies \frac{\partial_c \chi \partial^c \chi}{2} = \frac{\partial_c h \partial^c h}{2} \left(\frac{d\chi}{dh} \right)^2. \quad (4.11)$$

Comparando con (4.10) el factor $d\chi/dh$ es [25]

$$\frac{d\chi}{dh} = \sqrt{\frac{\Omega^2 + 6\xi^2 h^2 / M_P^2}{\Omega^4}}. \quad (4.12)$$

Finalmente la acción en el marco de Einstein toma la forma

$$S_E = \int d^4x \sqrt{-\hat{g}} \left\{ -\frac{M_P^2}{2} \hat{R} + \frac{\partial_c \chi \partial^c \chi}{2} - U(\chi) \right\}, \quad (4.13)$$

en donde,

$$U(\chi) = \frac{\lambda}{4\Omega^4(\chi)} (h^2(\chi) - v^2)^2. \quad (4.14)$$

Como se observa en la ecuación (4.13), una transformación conformal revela que el Lagrangiano acoplado no minimalmente a la gravedad, retoma su forma fundamental mediante este procedimiento, el único sacrificio es, por supuesto, modificar la gravedad.

A continuación se requiere una expresión explícita del potencial encontrado en (4.13) definido en (4.14) en términos de la nueva variable χ .

Para valores pequeños del campo se tiene que $\Omega^2 \simeq 1$. Esto produce en la ecuación (4.12) lo siguiente:

$$\frac{d\chi}{dh} \simeq \sqrt{\frac{1 + 6\xi^2 h^2/M_P^2}{1}} \simeq 1, \quad (4.15)$$

luego

$$d\chi \simeq dh \implies h \simeq \chi, \quad (4.16)$$

así, el potencial para el campo χ es el mismo que el inicial campo de Higgs. Sin embargo, para valores grandes de $h \gg M_P/\sqrt{\xi}$ se tiene

$$\Omega^2 \simeq \frac{\xi h^2}{M_P^2}, \quad (4.17)$$

entonces (recuerde que $\xi \gg 1$)

$$\begin{aligned} \frac{d\chi}{dh} &\simeq \sqrt{\frac{\xi^2 h^2/M_P^2 + 6\xi^2 h^2/M_P^2}{\xi^2 h^4/M_P^4}} \\ &= \sqrt{\frac{1 + 6\xi}{\xi} \cdot \frac{M_P^2}{h^2}} \simeq \frac{\sqrt{6}M_P}{h}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

De esta manera se obtiene mediante integración lo siguiente

$$\begin{aligned} d\chi &= \frac{\sqrt{6}M_P}{h} dh, \\ \int_{\chi_0}^{\chi} d\chi &= \int_{h_0}^h \frac{\sqrt{6}M_P}{h} dh, \\ \chi - \chi_0 &= \sqrt{6}M_P \ln\left(\frac{h}{h_0}\right). \end{aligned} \quad (4.19)$$

Ahora, tomando el valor $M_P/\sqrt{\xi}$ como límite inferior para el campo de Higgs, se tiene que $h_0 = M_P/\sqrt{\xi}$. Suponiendo que $\chi_0 = M_P/\sqrt{\xi}$ se buscará un valor de χ_0 en el límite inferior, de esta manera: reemplazando en (4.19) se obtiene

$$\chi - \frac{M_P}{\sqrt{\xi}} = \sqrt{6}M_P \ln \left(\frac{h}{M_P/\sqrt{\xi}} \right) \gg \sqrt{6}M_P, \quad (4.20)$$

luego

$$\chi \gg \sqrt{6}M_P + \frac{M_P}{\sqrt{\xi}}. \quad (4.21)$$

Dado que $\chi \gg 1$ se obtiene

$$\chi \gg \sqrt{6}M_P \implies \chi_0 = \sqrt{6}M_P. \quad (4.22)$$

Estos valores permiten obtener una expresión para el campo de Higgs en términos de la variable χ . Así que reemplazando en la ecuación (4.19) resulta

$$h = \frac{M_P}{\sqrt{\xi}} \exp \left[(\chi - \sqrt{6}M_P)/\sqrt{6}M_P \right] \simeq \frac{M_P}{\sqrt{\xi}} \exp \left[\frac{\chi}{\sqrt{6}M_P} \right]. \quad (4.23)$$

Por otro lado, al poner $M = 0$ en el Lagrangiano del ME acoplado no minimalmente a la gravedad y al considerar el regimen de gravedad inducida (GI) [30] en el cual el rompimiento de la simetría genera la masa de Planck, se tiene un $\sqrt{\xi} \sim 10^{17}$. Esto conduce a que el término $\xi H^\dagger H R$ produzca un término de Einstein efectivo de la forma $\frac{M_P^2}{2}R$. Así, tomando el gauge unitario $H = h/\sqrt{2}$ y el valor esperado en el vacío $h = v$, se observa que

$$\frac{\xi_{GI} v^2 R}{2} = \frac{M_P^2}{2} R \implies v^2 = \frac{M_P^2}{\xi_{GI}}. \quad (4.24)$$

Ahora, considerando ξ lejos de GI, esto es, $\sqrt{\xi} \lll 10^{17}$ resulta

$$\frac{M_P^2}{\xi} \gg v^2. \quad (4.25)$$

luego, para valores grandes del campo

$$h^2 \gg \frac{M_P^2}{\xi} \gg v^2. \quad (4.26)$$

Otro factor que aparece en el potencial es Ω , que también debe aparecer en términos de χ . Reemplazando (4.23) en (4.6) se obtiene

$$\begin{aligned} \Omega^2 &= 1 + \frac{\xi}{M_P^2} \frac{M_P^2}{\xi} \exp \left[\frac{2\chi}{\sqrt{6}M_P} \right], \\ \Omega^2 &= 1 + \exp \left[\frac{2\chi}{\sqrt{6}M_P} \right], \\ \Omega^4 &= \left(1 + \exp \left[\frac{2\chi}{\sqrt{6}M_P} \right] \right)^2. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Finalmente, reemplazando (4.26) y (4.27) en (4.14), el potencial para el campo de Higgs tiene la forma

$$U(\chi) = \frac{\lambda}{4\Omega^4(\chi)} (h^2(\chi) - v^2)^2 \simeq \left(1 + \exp\left[\frac{2\chi}{\sqrt{6}M_P}\right]\right)^{-2} \frac{\lambda M_P^4}{4\xi^2} \exp\left[\frac{4\chi}{\sqrt{6}M_P}\right]. \quad (4.28)$$

$$\implies U(\chi) = \frac{\lambda M_P^4}{4\xi^2} \left(1 + \exp\left[-\frac{2\chi}{\sqrt{6}M_P}\right]\right)^{-2}. \quad (4.29)$$

Esto significa que el potencial para el Higgs es exponencialmente plano para $\chi \gg M_P$. El potencial efectivo en el marco de Einstein es presentado en la Figura 4.1. Esta planitud del potencial hace posible inflación del tipo slow roll exitosamente [25].

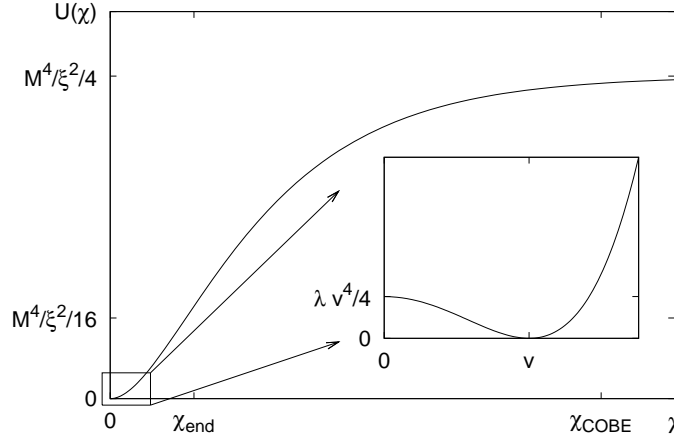


Figura 4.1: Potencial efectivo en el marco de Einstein.

4.3. Análisis de Inflación Usando la Aproximación de Slow Roll

El análisis de inflación en el marco de Einstein puede ser llevada a cabo en forma estándar usando la aproximación de slow roll. Los parámetros de slow roll pueden ser expresados analíticamente como funciones del campo $h(\chi)$ usando (4.12) y (4.14) (en el límite de $h^2 \gg M_P^2/\xi \gg v^2$), [25] (Ver apéndice B)

$$\varepsilon = \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{dU/d\chi}{U}\right)^2 \simeq \frac{4M_P^4}{3\xi^2 h^4}, \quad (4.30)$$

$$\eta = M_P^2 \frac{d^2U/d\chi^2}{U} \simeq -\frac{4M_P^2}{3\xi h^2}. \quad (4.31)$$

Slow roll termina cuando $\varepsilon \simeq 1$, así que el valor del campo para el final de inflación es $h_{\text{end}} \simeq (4/3)^{1/4} M_P / \sqrt{\xi} \simeq 1,07 M_P / \sqrt{\xi}$. El número de e-foldings para que el campo h cambie de h_0 a h_{end} esta dado por (Ver apéndice B)

$$N = \int_{\chi_{\text{end}}}^{\chi_0} \frac{1}{M_P^2} \frac{U}{dU/d\chi} d\chi \simeq \frac{6}{8} \frac{h_0^2 - h_{\text{end}}^2}{M_P^2/\xi}. \quad (4.32)$$

Se aprecia que para todos los valores de $\sqrt{\xi} \lll 10^{17}$ en la escala del ME ν no entra en las formulas, así que la física inflacionaria es independiente de esta. Dado que las interacciones del bosón de Higgs con las partículas del ME después del final de inflación son fuertes, el recalentamiento sucede justo después de slow roll. La densidad de energía para partículas en general durante la época dominada por la radiación está dada por la expresión

$$\rho_R = \frac{\pi^2}{30} g_*(T) T^4, \quad (4.33)$$

luego, despejando T

$$T = \left(\frac{30}{\pi^2} g_* \right)^{1/4} \rho_R^{1/4}. \quad (4.34)$$

La densidad es aproximadamente $\rho_R = U(\chi) \simeq \frac{\lambda M_P^4}{4\xi^2}$, así que reemplazando en (4.34) se obtiene la expresión

$$T_{\text{reh}} \simeq \left(\frac{15\lambda}{2\pi^2 g_*} \right)^{1/4} \frac{M_P}{\sqrt{\xi}} \simeq 2 \times 10^{16} \text{ GeV}. \quad (4.35)$$

Para el regimen $\lambda < 1$ y $\xi \gg 1$ se observa que

$$T_{\text{reh}} \ll \left(\frac{15}{2\pi^2 \cdot (106,75)} \right)^{1/4} M_P \simeq 0,7 \times 10^{18} \text{ GeV}, \quad (4.36)$$

y para el regimen $\lambda \gtrsim 0,11$ (tomando la cota inferior de la masa del Higgs) y $\sqrt{\xi} \lll 10^{17}$ se presenta

$$T_{\text{reh}} \gg \left(\frac{15 \cdot 0,11}{2\pi^2 \cdot (106,75)} \right)^{1/4} \frac{M_P}{10^{16}} = 40 \text{ GeV}. \quad (4.37)$$

Lo que indica que $T_{\text{reh}} \gtrsim 4 \text{ TeV}$ energías que estarán disponibles dentro del rango de estudio del LHC. De esta manera se muestra que el rango de temperaturas estimado para recalentamiento, caen dentro de la escala apropiada [9].

El número de efoldings para la escala del COBE entrando en el horizonte es $N_{\text{COBE}} \simeq 62$ (ver [21]). Tomando la ecuación (4.32) se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{6 h_{\text{COBE}}^2 - h_{\text{end}}^2}{8 \frac{M_P^2}{\xi}} &= N_{\text{COBE}} \\ \implies h_{\text{COBE}}^2 &\simeq \frac{4 M_P^2}{3 \xi} N_{\text{COBE}} \end{aligned} \quad (4.38)$$

$$h_{\text{COBE}} \simeq 9,1 \frac{M_P}{\sqrt{\xi}}. \quad (4.39)$$

Finalmente insertando (4.38) en la normalización del COBE

$$\begin{aligned} \frac{U}{\epsilon} &\simeq \frac{\frac{\lambda M_P^4}{4\xi^2}}{\frac{4M_P^4}{3\xi^2 h_{\text{COBE}}^4}} = \frac{3\lambda}{16} h_{\text{COBE}}^4 = \frac{3\lambda}{16} \cdot \frac{16 M_P^4}{9 \xi^2} N_{\text{COBE}}^2 = (0,027 M_P)^4 \\ \implies \xi &\simeq \sqrt{\frac{\lambda}{3}} \frac{N_{\text{COBE}}}{0,027^2} \simeq 49000 \sqrt{\lambda} = 49000 \frac{m_H}{\sqrt{2} \nu}. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Note que si se pudiera deducir ξ de alguna teoría fundamental esta relación proveería una conexión entre la masa del Higgs y la amplitud de las perturbaciones primordiales.

El índice espectral $n = 1 - 6\epsilon + 2\eta$ calculado para $N = 60$ (correspondiendo a la escala $k = 0,002/\text{Mpc}$) es (Ver apéndice B)

$$n \simeq 1 - \frac{6}{\left(1 + \left(\frac{4}{3}\right)^{1/2}\right)^2} - \frac{2}{N - \left(\frac{3}{4}\right)^{1/2}} \simeq 0,96. \quad (4.41)$$

La razón de la perturbación tensor a escalar [28] es (Ver apéndice B).

$$r = 16\epsilon \simeq \frac{16}{\left(1 + \left(\frac{4}{3}\right)^{1/2}\right)^2} \simeq 0,0032. \quad (4.42)$$

Para $N = 50$ $n \simeq 0,96$ y $r \simeq 0,0046$. Los valores predichos están dentro de un sigma de las medidas actuales del WMAP 5to. año [28, 29], ver Figura 4.2.

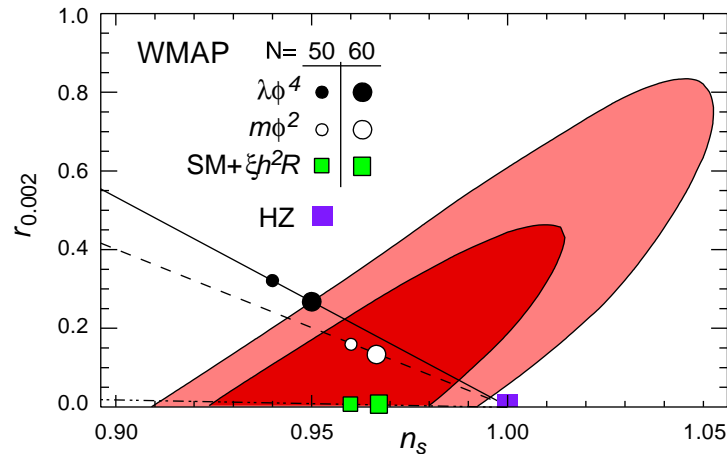


Figura 4.2: Región permitida del WMAP para los parámetros inflacionarios (r, n) . Las cajas verdes son las predicciones aquí realizadas suponiendo 50 y 60 e-foldings de inflación. Los puntos negros y blancos son las predicciones de la inflación caótica usual con potenciales $\lambda\phi^4$ y $m^2\phi^2$.

4.4. Conclusiones

El campo de Higgs acoplado no minimalmente a la gravedad genera una región en el potencial efectivo en donde es posible obtener inflación del tipo slow roll satisfactoriamente. Se consideró la constante de acoplamiento ξ en la región $1 \ll \xi$ y $\sqrt{\xi} \ll 10^{17}$, en el cual $M \simeq M_P$, y el valor que se obtuvo para tal acople está dado en términos de la masa del Higgs por la expresión: $\xi \simeq 49000 \cdot m_H/\nu$. El rango de temperaturas obtenido para recalentamiento es consistente con la escala de energía esperada. Los valores predichos para n y r están dentro de un sigma de las medidas actuales del WMAP 5to. año de observación.

Conclusiones Generales

En este trabajo se argumentó que es posible considerar inflación del tipo slow roll a partir del campo escalar de Higgs. El costo de ello es modificar la gravedad mediante un acople no minimal del campo de Higgs a la gravedad. La predicción específica de los parámetros inflacionarios tales como el índice espectral y la razón tensor a escalar son determinados con muy buena aproximación y pueden distinguirse de otros modelos (basados, por ejemplo, en el inflatón con potencial cuadrático).

Se demostró que el campo escalar de Higgs, por sí solo, es incapaz de obtener estos resultados, mostrando en primer lugar que no presenta una región adecuada para generar inflación del tipo slow roll y, en segundo lugar, el auto-acople del Higgs en cada región del potencial estudiado registra valores fuera de los órdenes de magnitud esperados de acuerdo a las mediciones y los test realizados por el ME.

Finalmente estos argumentos contemplan la posibilidad de explicar simultáneamente la adquisición de masa por parte de las partículas del ME y la inflación cósmica del Universo muy temprano sin la introducción de nuevas partículas adicionales. Sin embargo, hasta la fecha la partícula que hace posible esta magnífica conexión del estudio del Universo en su mayor escala (la cosmología) con el estudio del Universo en su escala “elemental” (la física de partículas) está todavía por descubrirse, posibilidad que también contempla su no existencia.

Parámetros de Slow Roll Para el Potencial de Higgs

Para obtener una expresión de los parámetros de slow roll, considere el Lagrangiano (2.66) de la sección 2.4 siendo este

$$\mathcal{L} = T - V = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \left(\frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda \phi^4 \right), \quad (\text{A.1})$$

en donde se observan claramente los términos del potencial de Higgs:

$$V(\phi) = \frac{1}{2} \mu \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda \phi^4. \quad (\text{A.2})$$

El valor de ϕ para el mínimo del potencial es

$$\phi = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} \equiv v. \quad (\text{A.3})$$

Recuerde que si $\mu^2 < 0$ entonces

$$v^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda}. \quad (\text{A.4})$$

Ahora, el valor del potencial para $\phi = v$ es

$$\begin{aligned} V(\phi = v) &= \frac{1}{2} \mu^2 \left(\frac{\mu^2}{\lambda} \right) + \frac{1}{4} \lambda \left(\frac{\mu^4}{\lambda^2} \right), \\ &= -\frac{1}{4} \frac{\mu^4}{\lambda}, \\ &= -V_0. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

en donde $V_0 = \frac{1}{4} \frac{\mu^4}{\lambda}$.

De acuerdo a la expresión (A.4) también se puede escribir V_0 en términos de v , de esta manera

$$V_0 = \frac{1}{4} \frac{\mu^4}{\lambda} = \frac{1}{4} v^4 \lambda. \quad (\text{A.6})$$

Luego, se redefine el potencial de forma

$$V(\phi) = V_0 + \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4. \quad (\text{A.7})$$

Para la primera región $\phi \ll v$ el potencial se aproxima a

$$V(\phi) \simeq V_0 + \frac{1}{2}\mu^2\phi^2. \quad (\text{A.8})$$

Luego, tomando la primera y la segunda deriva de este se obtiene

$$V' = \mu^2\phi, \quad (\text{A.9})$$

$$V'' = \mu^2. \quad (\text{A.10})$$

Reemplazando (A.8) y (A.9) en (1.24)

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2, \\ &= \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{\mu^2\phi}{V_0 + \frac{1}{2}\mu^2\phi^2} \right)^2 * \frac{1}{\lambda}, \\ &= \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{v^2\phi}{\frac{1}{4}v^4 - \frac{1}{2}v^2\phi^2} \right)^2, \\ &= \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{-2\phi}{\frac{1}{2}v^2 - \phi^2} \right)^2. \end{aligned}$$

Dado que $\phi \ll v$ se tiene

$$\varepsilon \simeq \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{-4\phi}{v^2} \right)^2 = 8 \frac{M_P^2}{v^4} \phi^2,$$

así

$$\varepsilon \simeq 8 \frac{M_P^2}{v^4} \phi^2. \quad (\text{A.11})$$

Por otro lado, reemplazando (A.8) y (A.10) en (1.24)

$$\begin{aligned}
\eta &= M_P^2 \left| \frac{V''}{V} \right|, \\
&= M_P^2 \left| \frac{\mu^2}{V_0 + \frac{1}{2}\mu^2\phi^2} * \frac{\frac{1}{\lambda}}{\frac{1}{\lambda}} \right|, \\
&= M_P^2 \left| \frac{-v^2}{\frac{1}{4}v^4 - \frac{1}{2}v^2\phi^2} \right|, \\
&= M_P^2 \left| \frac{-2}{\frac{1}{2}v^2 - \phi^2} \right|, \\
\Rightarrow \eta &\simeq 4 \frac{M_P^2}{v^2}.
\end{aligned} \tag{A.12}$$

Tomando (A.11) se obtiene el valor del campo al final de inflación ϕ_{end}

$$\begin{aligned}
\varepsilon &= \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{-4\phi}{v^2} \right)^2 = 8 \frac{M_P^2}{v^4} \phi^2 \simeq 1, \\
\Rightarrow \phi_{\text{end}}^2 &\simeq \frac{1}{8} \frac{v^4}{M_P^2}.
\end{aligned} \tag{A.13}$$

El número de efolds durante inflación ¹ es

$$\begin{aligned}
N &= \frac{1}{M_P} \int_{\phi_{\text{end}}}^{\phi_*} \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon}} d\phi, \\
&= \frac{1}{M_P} \int_{\phi_{\text{end}}}^{\phi_*} \frac{1}{4 \frac{M_P}{v^2} \phi} d\phi, \\
&= \frac{1}{4} \frac{v^2}{M_P^2} \ln \left[\frac{\phi_*}{\phi_{\text{end}}} \right], \\
&= \frac{1}{4} \frac{v^2}{M_P^2} \ln \left[\frac{\phi_*}{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} \frac{v^2}{M_P}}} \right], \\
\Rightarrow N &= \frac{1}{4} \frac{v^2}{M_P^2} \ln \left[2\sqrt{2} \frac{M_P}{v^2} \phi_* \right].
\end{aligned} \tag{A.14}$$

Despejando ϕ_* se tiene

$$\begin{aligned}
2\sqrt{2} \frac{M_P}{v^2} \phi_* &= \exp \left[4 \frac{M_P^2}{v^2} N \right], \\
\Rightarrow \phi_* &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{v^2}{M_P} \cdot \exp \left[4 \frac{M_P^2}{v^2} N \right].
\end{aligned} \tag{A.15}$$

¹El valor del campo ϕ durante inflación se denotará como ϕ_*

Al tomar la normalización del COBE (1.35) se obtiene

$$\begin{aligned}
\frac{V}{\varepsilon} &= \frac{V_0 + \frac{1}{2}\mu^2\phi_{\text{COBE}}^2}{8\frac{M_P^2}{v^4}\phi_{\text{COBE}}^2}, \\
&= \frac{\frac{1}{4}v^4 - \frac{1}{2}v^2\phi_{\text{COBE}}^2}{8\frac{M_P^2}{\lambda v^4}\phi_{\text{COBE}}^2}, \\
&= \frac{1}{32}\frac{\lambda v^8}{M_P^2}\phi_{\text{COBE}}^{-2} - \frac{1}{16}\frac{\lambda v^6}{M_P^2}, \\
&\simeq \underbrace{\frac{1}{32}\frac{\lambda v^8}{M_P^2} \cdot 8\frac{M_P^2}{v^4} \cdot \exp\left[-8\frac{M_P^2}{v^2}N_{\text{COBE}}\right]}_{\ll} - \frac{1}{16}\frac{\lambda v^6}{M_P^2}. \tag{A.16}
\end{aligned}$$

En donde el primer término es mucho menor que el segundo. Por lo tanto, la expresión resultante es aproximadamente igual a

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{16}\frac{\lambda v^6}{M_P^2} &\simeq (0,027M_P)^4, \\
|\lambda| &\simeq \left|16(0,027M_P)^4\frac{M_P^2}{v^6}\right|, \\
&\simeq \left|(8,5 \times 10^{-6}) \cdot \left(\frac{191,1 \times 10^{108}}{2,2 \times 10^{14}}\right)\right|, \\
&\simeq |(2,2 \times 10^{-6}) \cdot (86,9 \times 10^{94})|, \\
\Rightarrow |\lambda| &\simeq |1,9 \times 10^{90}|. \tag{A.17}
\end{aligned}$$

En la segunda región $\phi \simeq v$ todos los términos del potencial predominan, así que

$$V = V_0 + \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4. \tag{A.18}$$

Tomando la primera y la segunda derivada del potencial se obtiene

$$V' = \mu^2\phi + \lambda\phi^3, \tag{A.19}$$

$$V'' = \mu^2 + 3\lambda\phi^2. \tag{A.20}$$

Reemplazando (A.18) y (A.19) en (1.24) resulta

$$\begin{aligned}
\varepsilon &= \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{V'}{V}\right)^2, \\
&= \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{\mu^2\phi + \lambda\phi^3}{V_0 + \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4}\right)^2 * \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{\lambda}}, \\
&= \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{-v^2\phi + \phi^3}{\frac{1}{4}v^4 - \frac{1}{2}v^2\phi^2 + \frac{1}{4}\phi^4}\right)^2. \tag{A.21}
\end{aligned}$$

En donde el denominador de la expresión (A.21) puede factorizarse de la forma

$$\frac{1}{4}v^4 - \frac{1}{2}v^2\phi^2 + \frac{1}{4}\phi^4 = \frac{1}{2}v^4 + \left(\frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}\phi^2\right)^2. \quad (\text{A.22})$$

Reemplazando en (A.21) resulta

$$\begin{aligned} \varepsilon &\simeq \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{\phi(\phi^2 - v^2)}{\frac{1}{4}(v^2 - \phi^2)^2} \right)^2, \\ &= \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{4\phi}{\phi^2 - v^2} \right)^2. \end{aligned}$$

Se observa que el denominador tiende a cero dado que $\phi \approx v$ en esta región. De esta manera $\varepsilon \rightarrow \infty$.

Por otro lado, reemplazando (A.18) y (A.20) en (1.25)

$$\begin{aligned} \eta &= M_P^2 \left| \frac{V''}{V} \right| \\ &= M_P^2 \left| \frac{\mu^2 + 3\lambda\phi^2}{V_0 + \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4} * \frac{1}{\lambda} \right|, \\ &\simeq M_P^2 \left| \frac{-v^2 + 3\phi^2}{\frac{1}{4}(v^2 - \phi^2)^2} \right|, \\ \implies \eta &\rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Usando el argumento anterior, el valor de η tiende a infinito en esta región. Por tanto, no es posible calcular el monto de inflación ni determinar el valor del auto-acople del Higgs.

Finalmente en la región $\phi \gg v$,

$$V(\phi) \simeq \frac{1}{4}\lambda\phi^4. \quad (\text{A.24})$$

Luego, tomando la primera y la segunda deriva de este se obtiene

$$V' = \lambda\phi^3, \quad (\text{A.25})$$

$$V'' = 3\lambda\phi^2. \quad (\text{A.26})$$

Reemplazando (A.24) y (A.25) en (1.24)

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2, \\ &= \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{\lambda\phi^3}{\frac{1}{4}\lambda\phi^4} \right)^2, \\ \implies \varepsilon &= \frac{8M_P^2}{\phi^2}. \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Por otro lado, reemplazando (A.24) y (A.26) en (1.25)

$$\begin{aligned}
\eta &= M_P^2 \left| \frac{V''}{V} \right|, \\
&= M_P^2 \left| \frac{3\lambda\phi^2}{\frac{1}{4}\lambda\phi^4} \right|, \\
\implies \eta &= \frac{12M_P^2}{\phi^2}.
\end{aligned} \tag{A.28}$$

Tomando (A.27) se obtiene el valor del campo al final de inflación ϕ_{end}

$$\phi_{\text{end}}^2 \simeq 8M_P^2. \tag{A.29}$$

El número de efolds durante inflación es

$$\begin{aligned}
N &= \frac{1}{M_P} \int_{\phi_{\text{end}}}^{\phi_*} \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon}} d\phi, \\
&= \frac{1}{M_P} \int_{\phi_{\text{end}}}^{\phi_*} \frac{1}{\frac{4M_P}{\phi}} d\phi, \\
\implies N &= \frac{1}{8M_P^2} (\phi_*^2 - \phi_{\text{end}}^2).
\end{aligned} \tag{A.30}$$

Despejando ϕ_* se tiene

$$\phi_*^2 \simeq 8(N+1)M_P^2. \tag{A.31}$$

Al tomar la normalización del COBE (1.35) se obtiene

$$\begin{aligned}
\frac{V}{\varepsilon} &= \frac{\frac{1}{4}\lambda\phi_{\text{COBE}}^4}{\frac{8M_P^2}{\phi_{\text{COBE}}^2}}, \\
&= \frac{\lambda\phi_{\text{COBE}}^6}{32M_P^2},
\end{aligned} \tag{A.32}$$

lo que conduce a que, la expresión resultante sea igual a

$$\begin{aligned}
\frac{\lambda\phi_{\text{COBE}}^6}{32M_P^2} &\simeq (0,027M_P)^4, \\
\frac{\lambda(N_{\text{COBE}}+1)^3 \cdot 512M_P^6}{32M_P^2} &\simeq (0,027M_P)^4, \\
\lambda &\simeq \frac{0,027^4}{16(N_{\text{COBE}}+1)^3}, \\
\implies \lambda &\simeq 1,33 \times 10^{-13}.
\end{aligned} \tag{A.33}$$

Se observa que $\lambda \sim 10^{-13}$.

Transformación Conformal del Marco de Jordan al Marco de Einstein

B.1. Operador Derivada y Transporte Paralelo

El *operador derivada* ∇ (algunas veces llamado *derivada covariante*) sobre una variedad \mathbb{M} es un mapeo que toma cada campo tensorial del tipo (k, l) a un campo tensorial del tipo $(k, l + 1)$ y satisface las siguientes cinco condiciones [41]:

1. Linealidad: Para todo $A, B \in \mathcal{T}(k, l)$ y $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$,

$$\nabla_c (\alpha A^{a_1 \dots a_k}_{b_1 \dots b_l} + \beta B^{a_1 \dots a_k}_{b_1 \dots b_l}) = \alpha \nabla_c (A^{a_1 \dots a_k}_{b_1 \dots b_l}) + \beta \nabla_c (B^{a_1 \dots a_k}_{b_1 \dots b_l}) . \quad (\text{B.1})$$

2. La regla de Leibnitz: Para todo $A \in \mathcal{T}(k, l), B \in \mathcal{T}(k', l')$,

$$\begin{aligned} \nabla_c (A^{a_1 \dots a_k}_{b_1 \dots b_l} B^{a_{k+1} \dots a_{k+k'}}_{b_{l+1} \dots b_{l+l'}}) = \\ \nabla_c (A^{a_1 \dots a_k}_{b_1 \dots b_l}) B^{a_{k+1} \dots a_{k+k'}}_{b_{l+1} \dots b_{l+l'}} \\ + A^{a_1 \dots a_k}_{b_1 \dots b_l} \nabla_c (B^{a_{k+1} \dots a_{k+k'}}_{b_{l+1} \dots b_{l+l'}}) . \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

3. Conmutativo con la contracción: Para todo $A \in \mathcal{T}(k, l)$,

$$\nabla_c (A^{a_1 \dots c \dots a_k}_{b_1 \dots c \dots b_l}) = \nabla_c A^{a_1 \dots c \dots a_k}_{b_1 \dots c \dots b_l} . \quad (\text{B.3})$$

4. Consistente con la notación de vectores tangente como derivada direccional sobre un campo escalar: Para todo $f \in \mathcal{F}$ y todo $t^a \in V_p$,

$$t(f) = t^a \nabla_a f . \quad (\text{B.4})$$

5. Libre de torsión: Para todo $f \in \mathcal{F}$.

$$\nabla_a \nabla_b f = \nabla_b \nabla_a f \quad (\text{B.5})$$

¿Cuan únicos son los operadores derivadas? Por la condición (4.), cualesquiera dos operadores ∇_a y $\hat{\nabla}_a$ deben coincidir en su acción sobre campos escalares. Para considerar su posible discrepancia sobre tensores de rango más alto, sea w_b un campo vectorial dual, la diferencia $\hat{\nabla}_a w_b - \nabla_a w_b$ se parametriza mediante un tensor del tipo (1,2), el cual se denota C_{ab}^c tal que

$$\nabla_a w_b = \hat{\nabla}_a w_b - C_{ab}^c w_b . \quad (\text{B.6})$$

Lo que presenta la posible discrepancia de la acción de ∇_a y $\hat{\nabla}_a$ sobre campos vectoriales duales.

Dado un operador derivada ∇_a se puede definir la noción de transporte paralelo de un vector a lo largo de la curva C con tangente t^a . Para un vector v^a dado en cada punto sobre la curva, se dice que se *transporta paralelamente* cuando uno se mueve a lo largo de la curva si la ecuación

$$t^a \nabla_a v^b = 0 , \quad (\text{B.7})$$

se satisface a lo largo de la curva.

Dados dos vectores v^a y w^a , se exige que su producto interno $g_{ab} v^a w^b$ permanezca inalterado si se transporta paralelamente a lo largo de cualquier curva. Esto requiere

$$t^a \nabla_a (g_{bc} v^b w^c) = 0 , \quad (\text{B.8})$$

para v^b y w^c que satisfacen la ecuación (B.7). Usando la regla de Leibnitz, se obtiene

$$t^a v^b w^c \nabla_a g_{bc} = 0 . \quad (\text{B.9})$$

La ecuación (B.9) satisface para toda curva y vectores transportados paralelamente si y sólo si

$$\nabla_a g_{bc} = 0 , \quad (\text{B.10})$$

que es la condición adicional impuesta sobre ∇_a .

Teorema 1 *Sea g_{ab} una métrica. Entonces existe un único operador derivada ∇_a que satisface $\nabla_a g_{bc} = 0$.*

Prueba. Sea $\hat{\nabla}_a$ cualquier operador, e.g., un operador derivada ordinario asociado con un sistema cordenado. Se intenta resolver para C_{bc}^a de tal forma que el operador derivada determinado por C_{bc}^a satisfaga la condición requerida. Este teorema se prueba mostrando que existe una única solución para C_{bc}^a .

$$0 = \nabla_a g_{bc} = \hat{\nabla}_a g_{bc} - C_{ab}^d g_{dc} - C_{ac}^d g_{bd} , \quad (\text{B.11})$$

es decir,

$$C_{cab} + C_{bac} = \hat{\nabla}_a g_{bc} . \quad (\text{B.12})$$

Cambiando los indices a por b , y b por c se tiene

$$C_{cba} + C_{abc} = \hat{\nabla}_b g_{ac} , \quad (\text{B.13})$$

$$C_{bca} + C_{acb} = \hat{\nabla}_c g_{ab} . \quad (\text{B.14})$$

Se suman las ecuaciones (B.12), (B.13), y se restan (B.14). Luego, usando la propiedad de simetría de C_{bc}^a , se encuentra

$$2C_{cba} = \hat{\nabla}_a g_{bc} + \hat{\nabla}_b g_{ac} - \hat{\nabla}_c g_{ab} ; \quad (\text{B.15})$$

que es,

$$C_{ab}^c = \frac{1}{2} g^{cd} \left\{ \hat{\nabla}_a g_{bc} + \hat{\nabla}_b g_{ac} - \hat{\nabla}_c g_{ab} \right\} . \quad (\text{B.16})$$

Esta elección de C_{ab}^c resuelve la ecuación (B.10) y es única, lo que completa la prueba [41].

B.2. Transformación conformal

Sea \mathbb{M} una variedad n-dimensional con métrica g_{ab} . Si Ω es una función suave y estrictamente positiva, entonces la métrica $\hat{g}_{ab} = \Omega^2 g_{ab}$ se dice que surge de g_{ab} por una *transformación conformal* [41]. Además se tiene:

$$\hat{g}^{ab} = \Omega^{-2} g^{ab} , \quad (\text{B.17})$$

dado que $\hat{g}^{ab} \hat{g}_{bc} = g^{ab} g_{bc} = \delta_c^a$. Se denotará ∇_a como la derivada asociada a g_{ab} , y $\hat{\nabla}_a$ como la derivada asociada a \hat{g}_{ab} . La relación entre $\hat{\nabla}_a$ y ∇_a esta dada por la ecuación (B.6):

$$\hat{\nabla}_a w_b = \nabla_a w_b - C_{ab}^c w_c , \quad (\text{B.18})$$

en donde,

$$C_{ab}^c = \frac{1}{2} g^{cd} \left\{ \nabla_a \hat{g}_{bd} + \nabla_b \hat{g}_{ad} - \nabla_d \hat{g}_{ab} \right\} . \quad (\text{B.19})$$

Sin embargo, dado que $\nabla_a g_{bc} = 0$, se tiene

$$\nabla_a \hat{g}_{bc} = \nabla_a (\Omega^2 g_{bc}) = 2\Omega g_{bc} \nabla_a \Omega . \quad (\text{B.20})$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} C_{ab}^c &= \Omega^{-1} g^{cd} \left\{ g_{bd} \nabla_a \Omega + g_{ad} \nabla_b \Omega - g_{ad} \nabla_d \Omega \right\} , \\ &= \delta_b^c \nabla_a \ln \Omega + \delta_c^a \nabla_b \ln \Omega - g^{cd} g_{ab} \nabla_d \ln \Omega , \\ &= 2\delta^c_{(a} \nabla_{b)} \ln \Omega - g^{cd} g_{ab} \nabla_d \ln \Omega . \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

La curvatura $R_{abc}{}^d$ asociada a ∇_a está dada por

$$R_{abc}{}^d w_d = \nabla_a \nabla_b w_c - \nabla_b \nabla_a w_c . \quad (\text{B.22})$$

Así mismo, la curvatura $\hat{R}_{abc}{}^d$ asociada a $\hat{\nabla}_a$ es

$$\hat{R}_{abc}{}^d w_d = \hat{\nabla}_a \hat{\nabla}_b w_c - \hat{\nabla}_b \hat{\nabla}_a w_c . \quad (\text{B.23})$$

Reemplazando $\hat{\nabla}_a$ por su equivalente en la ecuación (B.18), se obtiene:

$$\begin{aligned}
\hat{R}_{abc}{}^d w_d &= \hat{\nabla}_a \hat{\nabla}_b w_c - \hat{\nabla}_b \hat{\nabla}_a w_c, \\
&= \hat{\nabla}_a \left(\nabla_b w_c - C_{bc}^d w_d \right) - \hat{\nabla}_b \left(\nabla_a w_c - C_{ac}^d w_d \right), \\
&= \nabla_a \left(\nabla_b w_c - C_{bc}^d w_d \right) - C_{ac}^e \left(\nabla_b w_e - C_{be}^d w_d \right) - \underline{C_{ab}^e \left(\nabla_e w_c - C_{ec}^d w_d \right)} \\
&\quad - \nabla_b \left(\nabla_a w_c - C_{ac}^d w_d \right) + C_{bc}^e \left(\nabla_a w_e - C_{ae}^d w_d \right) + \underline{C_{ab}^e \left(\nabla_e w_c - C_{ec}^d w_d \right)}, \\
&= \nabla_a \nabla_b w_c - \nabla_b \nabla_a w_c - \nabla_a \left(C_{bc}^d w_d \right) + \nabla_b \left(C_{ac}^d w_d \right) \\
&\quad - C_{ac}^e \nabla_b w_e + C_{bc}^e \nabla_a w_e + C_{ac}^e C_{be}^d w_d - C_{bc}^e C_{ae}^d w_d, \\
&= R_{abc}{}^d w_d - \underline{C_{bc}^d \nabla_a w_d} - \left(\nabla_a C_{bc}^d \right) w_d + \underline{C_{ac}^d \nabla_b w_d} + \left(\nabla_b C_{ac}^d \right) w_d \\
&\quad - \underline{C_{ac}^e \nabla_b w_e} + \underline{C_{bc}^e \nabla_a w_e} + \left(C_{ac}^e C_{be}^d - C_{bc}^e C_{ae}^d \right) w_d, \\
&= R_{abc}{}^d w_d - \left(2\nabla_{[a} C^d{}_{b]c} + 2C^e{}_{c[a} C^d{}_{b]e} \right) w_d,
\end{aligned}$$

Así, la relación entre la curvatura, $\hat{R}_{abc}{}^d$, asociada a $\hat{\nabla}_a$ y la curvatura $R_{abc}{}^d$ asociada a ∇_a está dada por la siguiente expresión:

$$\implies \hat{R}_{abc}{}^d = R_{abc}{}^d - 2\nabla_{[a} C^d{}_{b]c} + 2C^e{}_{c[a} C^d{}_{b]e}. \quad (\text{B.24})$$

Por lo tanto, usando la fórmula (B.21) para C_{ab}^c , se encuentra:

$$\begin{aligned}
\hat{R}_{abc}{}^d &= R_{abc}{}^d - 2\nabla_{[a} C^d{}_{b]c} + 2C^e{}_{c[a} C^d{}_{b]e}, \\
&= R_{abc}{}^d - \nabla_a C_{bc}^d + \nabla_b C_{ac}^d + C_{ac}^e C_{be}^d - C_{bc}^e C_{ae}^d, \\
&= R_{abc}{}^d - \nabla_a \left\{ \delta_b^d \nabla_c \ln \Omega + \delta_c^d \nabla_b \ln \Omega - g^{df} g_{bc} \nabla_f \ln \Omega \right\} \\
&\quad + \nabla_b \left\{ \delta_a^d \nabla_c \ln \Omega + \delta_c^d \nabla_a \ln \Omega - g^{df} g_{ac} \nabla_f \ln \Omega \right\} \\
&\quad + \left\{ \delta_c^e \nabla_a \ln \Omega + \delta_a^e \nabla_c \ln \Omega - g^{ef} g_{ac} \nabla_f \ln \Omega \right\} \\
&\quad \cdot \left\{ \delta_b^d \nabla_e \ln \Omega + \delta_b^d \nabla_c \ln \Omega - g^{df} g_{be} \nabla_f \ln \Omega \right\} \\
&\quad - \left\{ \delta_c^e \nabla_b \ln \Omega + \delta_b^e \nabla_c \ln \Omega - g^{ef} g_{be} \nabla_f \ln \Omega \right\} \\
&\quad \cdot \left\{ \delta_a^d \nabla_e \ln \Omega + \delta_e^d \nabla_a \ln \Omega - g^{df} g_{ae} \nabla_f \ln \Omega \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{R}_{abc}{}^d &= R_{abc}{}^d - \delta_c^d \nabla_a \nabla_c \ln \Omega - \underline{\delta_c^d \nabla_a \nabla_b \ln \Omega} + g^{df} g_{bc} \nabla_a \nabla_f \ln \Omega \\
&\quad + \delta_a^d \nabla_b \nabla_c \ln \Omega + \underline{\delta_c^d \nabla_b \nabla_a \ln \Omega} - g^{df} g_{ac} \nabla_b \nabla_f \ln \Omega \\
&\quad + \nabla_a \ln \Omega \left\{ \underline{\delta_b^d \nabla_c \ln \Omega} + \underline{\delta_c^d \nabla_b \ln \Omega} - g^{df} g_{bc} \nabla_f \ln \Omega \right\} \\
&\quad + \nabla_c \ln \Omega \left\{ \underline{\delta_b^d \nabla_a \ln \Omega} + \underline{\delta_a^d \nabla_b \ln \Omega} - g^{df} g_{ba} \nabla_f \ln \Omega \right\} \\
&\quad - \underline{\delta_b^d g^{ef} g_{ca} \nabla_e \ln \Omega \cdot \nabla_f \ln \Omega} - \underline{g^{df} g_{ca} \nabla_f \ln \Omega \cdot \nabla_b \ln \Omega} + \underline{g^{df} g_{ca} \nabla_f \ln \Omega \cdot \nabla_b \ln \Omega} \\
&\quad - \nabla_b \ln \Omega \left\{ \underline{\delta_a^d \nabla_c \ln \Omega} + \underline{\delta_c^d \nabla_a \ln \Omega} - g^{df} g_{ac} \nabla_f \ln \Omega \right\} \\
&\quad - \nabla_c \ln \Omega \left\{ \underline{\delta_a^d \nabla_b \ln \Omega} + \underline{\delta_b^d \nabla_a \ln \Omega} - g^{df} g_{ab} \nabla_f \ln \Omega \right\} \\
&\quad + \underline{\delta_a^d g^{ef} g_{cb} \nabla_e \ln \Omega \cdot \nabla_f \ln \Omega} + \underline{g^{df} g_{cb} \nabla_f \ln \Omega \cdot \nabla_a \ln \Omega} - \underline{g^{df} g_{cb} \nabla_f \ln \Omega \cdot \nabla_a \ln \Omega}, \\
&= R_{abc}{}^d - \delta_c^d \nabla_a \nabla_c \ln \Omega + \delta_a^d \nabla_b \nabla_c \ln \Omega + g^{df} g_{bc} \nabla_a \nabla_f \ln \Omega - g^{df} g_{ac} \nabla_a \nabla_f \ln \Omega \\
&\quad + \delta_b^d \nabla_c \ln \Omega \cdot \nabla_a \ln \Omega - \delta_a^d \nabla_b \ln \Omega \cdot \nabla_c \ln \Omega \\
&\quad - \delta_b^d g^{ef} g_{ca} \nabla_e \ln \Omega \cdot \nabla_f \ln \Omega + \delta_a^d g^{ef} g_{cb} \nabla_e \ln \Omega \cdot \nabla_f \ln \Omega \\
&\quad - g^{df} g_{cb} \nabla_a \ln \Omega \cdot \nabla_f \ln \Omega + g^{df} g_{ca} \nabla_b \ln \Omega \cdot \nabla_f \ln \Omega, \\
\implies \hat{R}_{abc}{}^d &= R_{abc}{}^d + 2\delta^d{}_{[a} \nabla_{b]} \nabla_c \ln \Omega - 2g^{df} g_c{}_{[a} \nabla_{b]} \nabla_f \ln \Omega + 2(\nabla_{[a} \ln \Omega) \delta^d{}_{b]} \nabla_c \ln \Omega \\
&\quad - 2g_c{}_{[a} \delta^d{}_{b]} g^{ef} \nabla_e \ln \Omega \cdot \nabla_f \ln \Omega - 2(\nabla_{[a} \ln \Omega) g_{b]c} g^{df} \nabla_f \ln \Omega. \quad (B.25)
\end{aligned}$$

Contrayendo sobre b y d

$$\begin{aligned}
\hat{R}_{ac} &= R_{ac} - n \nabla_a \nabla_c \ln \Omega + 2 \nabla_a \nabla_c \ln \Omega - g^{df} g_{ac} \nabla_d \nabla_f \ln \Omega + n \nabla_c \ln \Omega \cdot \nabla_a \ln \Omega \\
&\quad - \underline{\nabla_a \ln \Omega \cdot \nabla_c \ln \Omega} - n g^{ef} g_{ca} \nabla_e \ln \Omega \cdot \nabla_f \ln \Omega + g^{ef} g_{ca} \nabla_e \ln \Omega \cdot \nabla_f \ln \Omega \\
&\quad - \underline{\nabla_a \ln \Omega \cdot \nabla_c \ln \Omega} + g^{ef} g_{ca} \nabla_e \ln \Omega \cdot \nabla_f \ln \Omega, \\
\implies \hat{R}_{ac} &= R_{ac} - (n-2) \nabla_a \nabla_c \ln \Omega + (n-2) \nabla_a \ln \Omega \nabla_c \ln \Omega \\
&\quad - (n-2) g^{df} g_{ac} \nabla_d \ln \Omega \cdot \nabla_f \ln \Omega - g^{df} g_{ac} \nabla_d \nabla_f \ln \Omega. \quad (B.26)
\end{aligned}$$

Finalmente contrayendo con $\hat{g}^{ac} = \Omega^{-2} g^{ac}$

$$\begin{aligned}
\hat{g}^{ac} \hat{R}_{ac} &= \Omega^{-2} \left\{ g^{ac} R_{ac} - (n-2) g^{ac} \nabla_a \nabla_c \ln \Omega + (n-2) g^{ac} \nabla_a \ln \Omega \nabla_c \ln \Omega \right. \\
&\quad \left. - n(n-2) g^{df} \nabla_d \ln \Omega \cdot \nabla_f \ln \Omega - n g^{df} \nabla_d \nabla_f \ln \Omega \right\}, \\
\implies \hat{R} &= \Omega^{-2} \{ R - 2(n-1) g^{ac} \nabla_a \nabla_c \ln \Omega + (n-2)(n-1) g^{ac} \nabla_a \ln \Omega \cdot \nabla_c \ln \Omega \}. \quad (B.27)
\end{aligned}$$

Para el caso en que ∇_a sea el operador derivada ordinario, entonces C_{ab}^c se denota como Γ_{ab}^c , el simbolo de Christoffel. Para efectos del estudio realizado, la variedad tomada es 4-dimensional, entonces, reemplazando en (B.27) se obtiene [41]:

$$\hat{R} = \Omega^{-2} \left\{ R - 6g^{ac} \partial_{ac} \ln \Omega + 6g^{ac} \partial_a \ln \Omega \cdot \partial_c \ln \Omega \right\}. \quad (B.28)$$

Bibliografía

- [1] A. A. Penzias, and R. W. Wilson, *A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s*, *Astrophys. J.* **142**, 419 (1965).
- [2] G. Efstathiou, *CMB Anisotropies and the Determination of Cosmological Parameters*, arXiv:astro-ph/0002249.
- [3] S. Weinberg, *Cosmology*, Oxford University Press, (2008).
- [4] G. Gamow, *The Origin of Elements and the Separation of Galaxies*, *Phys. Rev.* **74**, 505 (1948).
- [5] V. F. Mukhanov, *Physical Foundations of Cosmology*, Cambridge University Press, (2005).
- [6] A. R. Liddle, *An Introduction to Modern Cosmology*, Wiley, (2003).
- [7] S. Dodelson, *Modern Cosmology*, Academic Press, (2003).
- [8] A. H. Guth, *The Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems*, *Phys. Rev.* **D23**, 347 (1981).
- [9] A. Linde, *Particle Physics and Inflationary Cosmology*, Harwood, Chur, Switzerland, 1990, arXiv:hep-th/0503203.
- [10] A. Linde, *A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution of the Horizon, Flatness, Homogeneity, Isotropy and Primordial Monopole Problems*, *Phys. Lett.* **B108**, 389 (1982).
- [11] A. D. Linde, *Non-singular Regenerating Inflationary Universe*, *Phys. Lett.* **B108**, 389 (1982).
- [12] A. D. Linde, *Coleman-Weinberg Theory and a New Inflationary Universe Scenario*, *Phys. Lett.* **B108**, 114, 431 (1982).
- [13] A. Guth, and S. Pi, *Fluctuations in the New Inflationary Universe*, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1110 (1982).
- [14] A. R. Liddle, and D. H. Lyth, *Cosmological Inflation and Large-Scale Structure*, Cambridge University Press, (2000).

- [15] D. H. Lyth, *Large-Scale Energy-Density Perturbations and Inflation*, Phys. Rev. **D31**, 1792 (1985).
- [16] P. J. Peebles, *The Large-Scale Structure of the Universe*, Princeton University Press, (1980).
- [17] G. F. Smoot, et. al., *Structure in the COBE Differential Microwave Radiometer First-Year Maps*. Astrophys. J. **396**, L1 (1992).
- [18] G. Hinshaw, et. al, *First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: The Angular Power Spectrum*, Astrophys. J. Suppl. Ser. **148**, 135 (2003).
- [19] D. N. Spergel, et. al., *First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Determination of Cosmological Parameters*, Astrophys. J. Suppl. Ser. **148**, 148 (2003).
- [20] D. H. Lyth, *Introduction to Cosmology*, arXiv:astro-ph/9312022.
- [21] D. H. Lyth, and A. Riotto, *Particle Physics Models of Inflation and the Cosmological Density Perturbation*, Phys. Rept. **314**, 1 (1999).
- [22] D. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, John Wiley & Sons, (1987).
- [23] D. H. Perkins, *Introduction To High Energy Physics*, Addison Wesley Longman, (1987).
- [24] G. Kane, *Modern Elementary Particle Physics*, Addison-Wesley Publishing company, Inc., (1987).
- [25] F. Bezrukov, and M. Shaposhnikov, *The Standard Model Higgs Boson as the Inflaton*, Phys. Lett. **B659**, 703 (2008).
- [26] A. O. Barbinsky, A. Yu Kamenshchik, and A. A. Starobinsky, *Inflation Scenario Via the Standard Model Higgs Boson and LHC*, JCAP **0811**, 021 (2008).
- [27] F. L. Bezrukov, *Non-Minimal Coupling in Inflation and Inflating with the Higgs Boson* arXiv:0810.3165 [hep-ph].
- [28] E. Komatsu, et. al., *Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation*, Astrophys. J. Suppl. Ser. **180**, 330-376 (2009).
- [29] J. Dunkley, et. al., *Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Likelihoods and Parameters from the WMAP data*, Astrophys. J. Suppl. Ser. **180**, 306-329 (2009).
- [30] A. Zee, *Broken-Symmetric Theory of Gravity*, Phys. Rev. Lett. **42**, 417 (1979).
- [31] B.L. Spokoiny, *Inflation And Generation Of Perturbations In Broken Symmetric Theory Of Gravity*, Phys. Lett. **B147**, 39-43 (1984).
- [32] G. Abbiendi, et. al., *Search for the Standard Model Higgs Boson at LEP*, Phys. Lett **B565**, 61 (2003).
- [33] A. Sopczak, *Status of Higgs Boson Searches at the Tevatron*, arXiv:0903.4312 [hep-ph].

- [34] The LEP Collaborations ALEPH, DELPHI, L3, OPAL, and the LEP Electroweak Working Group, *Precision Electroweak Measurements and Constraints on the Standard Model*, arXiv:0712.0929 [hep-ex].
- [35] K. Dimopoulos, et. al., *Statistical Anisotropy of the Curvature Perturbation From Vector Field Perturbations*, JCAP **0905**, 013 (2009).
- [36] Y. Rodríguez, *The Origin of the Large-Scale Structure in the Universe: Theoretical and Statistical Aspects*, arXiv:astro-ph/0507701.
- [37] ESA's PLANCK mission homepage: <http://planck.esa.int/>.
- [38] Y. Rodríguez, and C. Quimbay, *Spontaneous CP phases and flavor changing neutral currents in the left-right symmetric model*, Nucl Phys **B637**, 219-242 (2002).
- [39] C. Amsler, et. al. (Particle Data Group), *The 2008 Review of Particle Physics*, Phys. Lett. **B667**, 1 (2008).
- [40] G. 't Hooft, *Gauge Theories of the Forces Between Elementary Particles*, Sci. Am., **242**, 90, June (1980).
- [41] R. M. Wald, *General Relativity*, The University of Chicago Press, (1984).