

UN FRAMEWORK PARA LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DISTRIBUCIÓN

EDNA JULIANA NIÑO VARGAS

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS
ESCUELA DE ESTUDIOS INDUSTRIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN INGENIERÍA INDUSTRIAL
BUCARAMANGA
2015**

UN FRAMEWORK PARA LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DISTRIBUCIÓN

EDNA JULIANA NIÑO VARGAS

**Tesis de grado presentada para optar al título de:
MAGISTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL**

Director:

**HENRY LAMOS DÍAZ
Ph.D en Física-Matemática**

Co-director:

**JAVIER EDUARDO ARIAS OSORIO
Magíster en Administración**

Grupo de Investigación:

**OPTIMIZACIÓN Y ORGANIZACIÓN DE SISTEMAS PRODUCTIVOS,
ADMINISTRATIVOS Y LOGÍSTICOS –OPALO-**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS
ESCUELA DE ESTUDIOS INDUSTRIALES Y EMPRESARIALES
BUCARAMANGA**

2015

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	10
1. REVISIÓN DE LITERATURA.....	11
2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA (SCLRP).....	13
2.1. Framework para el problema de distribución.....	13
3. OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS EVOLUTIVO PARA EL SCLRP	16
3.1. Optimización por Enjambre de Partículas – PSO	17
3.2. Representación de la solución	19
3.4. Algoritmo del EPSO para el SCLRP	20
3.5. Decodificación de la solución.....	22
4. OPERADORES EVOLUTIVOS.....	23
5. PARÁMETROS DE ENTRADA AL MODELO.....	25
5.1. Clientes	25
5.2. Costo de transporte propio.....	26
5.3. Costo de transporte tercerizado.....	26
5.4. Costo fijo de instalación	26
5.5. Demanda.....	27
6. BANCO DE PRUEBAS Y RESULTADOS	27
7. CONCLUSIONES	32
8. REFERENCIAS.....	34

LISTADO DE FIGURAS

Figura 1. Representación de una solución del SCLRP	19
Figura 2. Ejemplo de cruce OX1	24
Figura 3. Variación del costo total	31
Figura 4. Análisis del tiempo de cómputo	32

LISTADO DE TABLAS

Tabla 1. Casos aplicados del LRP	13
Tabla 2. Ejemplo matriz prioridad	22
Tabla 3. Características de la Red de Distribución.....	28
Tabla 4. Resultados validación de parámetros PSO	28
Tabla 5. Parámetros del problema por nivel	29
Tabla 6. Parámetros del EPSO.....	30
Tabla 7. Resultados del SCLRP	31

RESUMEN

TÍTULO: UN FRAMEWORK PARA LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DISTRIBUCIÓN*

AUTOR: EDNA JULIANA NIÑO VARGAS*+

PALABRAS CLAVE: Red de distribución, Localización de instalaciones, Ruteo de vehículos, LRP, Demanda estocástica, EPSO.

CONTENIDO

Esta investigación presenta un *framework* para solucionar el problema de distribución; este problema busca identificar la mejor manera de trasladar los productos o pedidos, desde su lugar de almacenamiento hasta el cliente.

Por lo anterior, en este trabajo se utilizó el modelo del problema conjunto de localización de instalaciones y ruteo de vehículos (Location Routing Problem - LRP por sus siglas en inglés) considerando la demanda estocástica y capacidad en la flota de vehículos (SCLRP). Para resolver el SCLRP, se utilizó la metaheurística de Optimización Evolutiva por Enjambre de Partículas (Evolutionary Particle Swarm optimization – EPSO por sus siglas en inglés), usando un diseño ortogonal para la selección de los coeficientes de aprendizaje cognitivo y sociales del enjambre. Para la validación se usaron datos reales de una comercializadora de textiles de Colombia, razón por la cual se llevó a cabo un proceso adicional de selección, adaptación y recopilación de la información necesaria. Además se propone un algoritmo de solución al SCLRP, utilizando como política de evaluación del ruteo de vehículos, el criterio de entregas completas.

Mediante la simulación en MATLAB, se comparó el costo total (costo fijo de instalación más costo de distribución) del diseño de distribución centralizada y el diseño de distribución descentralizada para el caso de la comercializadora de textiles; los resultados permiten seleccionar el mejor diseño de la red de distribución, en términos de costo.

* Tesis de Maestría

*+ Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales.
Director: Henry Lamos Díaz.

ABSTRACT

TITLE: A FRAMEWORK TO SOLVE DISTRIBUTION PROBLEM*

AUTHOR: EDNA JULIANA NIÑO VARGAS*+.

KEYWORDS: Distribution network, Facility location, Vehicle routing, LRP, Stochastic demand, EPSO.

DESCRIPTION

This research presents a framework to solve the distribution problem; the main purpose of this problem is to identify the best way to move the products or orders, from the warehouse to the client or consumer.

Therefore, in this work the model of the location routing problem (LRP) was used, considering stochastic demand and a capacitated fleet of vehicles (SCLRP). To solve the SCLRP, the metaheuristic of Evolutionary Particle Swarm Optimization (EPSO) was used, and with an orthogonal design experiment the cognitive and social coefficients were selected, to guide the swarm movements. For the validation of the problem, this research works with real data of a textile trading company of Colombia, and by this reason, it was necessary an additional process of selection, adaptation and gathering of the information for input data to the model. Also a solution algorithm for the SCLRP is proposed, using complete deliveries as the policy for the vehicle routing problem.

The SCLRP was simulated in MATLAB, and the total costs (facility location cost and distribution cost) of centralized distribution design and decentralized distribution design were compared, for the real case of the textile trading company; the results allow to select the best design of the distribution network, in terms of cost.

* MSc Thesis

*+ Faculty of Engineering Physicomechanical. School of Industrial and Business Studies. Director: Henry Lamos Díaz.

INTRODUCCIÓN

El diseño de cadenas de suministro, con el paso del tiempo, ha tomado mayor importancia dentro de la planeación estratégica de las empresas por su incidencia como factor diferenciador en la permanencia en el mercado. A pesar de que la gestión en la cadena de suministro involucra aprovisionamiento, producción, distribución y logística inversa, esta investigación se centra en el proceso de distribución; específicamente en proponer un framework para solucionar el problema de distribución.

El problema de distribución tratado en este trabajo de investigación, hace referencia a la necesidad de identificar la mejor forma para llevar los productos desde su lugar de almacenamiento hasta el cliente, partiendo del lugar correcto (localización) y a un precio competitivo, que implícitamente contribuya a la optimización de las rutas de entrega (ruteo de vehículos). Diversos autores han reconocido que la localización de instalaciones no solo afecta el costo de su ubicación, sino que adicionalmente tiene un impacto considerable en el costo de distribución asociado a las rutas de vehículos; por lo que estudiar el problema conjunto de localización y ruteo (LRP), ha concentrado mayores esfuerzos de investigadores en los últimos años.

El framework que se propone involucra aspectos como la localización de los clientes, su agrupación de acuerdo a la cercanía geográfica, la definición de un conjunto de instalaciones candidatas para ubicar los Centros de Distribución, el uso de transporte tercerizado y propio, así como los costos que se desprenden de la operación (localización, ruteo y distribución directa). Para solucionar el problema de distribución se utiliza el LRP, y se analizan dos diseños diferentes para la red de distribución (distribución centralizada y distribución descentralizada), con el propósito de optimizar la red y su costo logístico de operación.

En el siguiente capítulo se presenta la revisión de literatura que se realizó para abordar el problema. Posteriormente en el capítulo 3 se encuentra la definición del problema de localización y ruteo con demanda estocástica (SCLRP), en el capítulo 4 se muestra la optimización por enjambre de partículas evolutivo del SCLRP, en el capítulo 5 se explican los operadores evolutivos involucrados, y en los capítulos 6 y 7 se describen los parámetros de entrada al modelo, y el banco de pruebas y resultados obtenidos de la validación del problema; finalmente en los capítulos 8 y 9 se presentan las conclusiones de la investigación y las referencias utilizadas.

1. REVISIÓN DE LITERATURA

Diseñar un sistema de distribución eficiente y efectivo es un aspecto estratégico para muchas industrias, en las que su futuro puede depender de las decisiones de localización y distribución que se desprenden del diseño de la red logística (Belenguer et al., 2011), por los costos logísticos que consumen actividades como el transporte de productos y la localización de los centros de distribución (CEDI).

El diseño de estas redes involucra entonces dos problemas de optimización combinatoria: (1) para localizar los CEDIS y (2) para determinar las rutas de vehículos que atienden los clientes desde estos depósitos. Salhi & Rand (1989) realizaron el primer estudio que contempló los beneficios potenciales de incluir el ruteo en las decisiones de localización, aun cuando desde 1968 se afirmaba que el costo de instalación tiene efectos en el costo de ruteo y/o distribución (Webb, 1968)

El problema conjunto de localización de instalaciones y ruteo de vehículos (LRP por sus siglas en inglés, *Location Routing Problem*) es un problema NP-hard, por tratarse de la unión de dos problemas de la misma naturaleza (Tuzun & Burke, 1999). La literatura relacionada con el LRP ha sido revisada y recopilada en cuatro artículos principalmente, que: (a) clasifican el LRP en términos de las perspectivas del problema y los desarrollos algorítmicos (Min H., Jayaraman V., & Srivastava R., 1998); (b) describen y clasifican el problema en función del sector de aplicación, del tipo de datos de entrada, de la estructura del problema, y del método de solución (Nagy & Salhi, 2007); (c) actualizan la revisión de Nagy & Salhi hasta 2013, incluyendo las nuevas extensiones estudiadas del problema (Prodhon & Prins, 2014); y (d) actualizan las variantes del LRP estándar (Drexl & Schneider, 2015)

La mayoría de los estudios del LRP consideran el problema determinista (Albareda-Sambola, Díaz & Fernández, 2005), analizando variantes como capacidad en los vehículos (Duhamel et al, 2010; Yu et al, 2010), clústeres o agrupaciones regionales de clientes (Ambrosino, Sciomachen & Scutella, 2009; Barreto et al, 2007), redes de distribución de múltiples niveles (Nguyen, Prins & Prodhon, 2012), múltiples depósitos con capacidad limitada (Derbel et al., 2010), ventanas de tiempo (Fazel et al., 2013), horizontes de planeación de múltiples periodos (Prodhon, 2011), rutas entre depósitos (Crevier B., Cordeau J., & Laporte, 2007), entre otras.

Pocos autores han estudiado casos estocásticos del LRP (SLRP); sin embargo, en años recientes este tipo de problemas han tomado mayor importancia por su cercanía con la realidad. De acuerdo con la revisión de literatura de Nagy y Salhi (2007), la mayoría de los artículos que abordan el problema estocástico se concentran en el caso de una instalación y un vehículo, como una variante del problema general del vendedor viajero (TSLP por sus siglas en inglés, *Traveling Salesman Location Problem*).

En cuanto al SLRP con múltiples depósitos se han tenido en cuenta aspectos como capacidad en los vehículos (Simchi-Levi, 1991), demanda estocástica (Chan, Carter y Burnes, 2001), costo del inventario (Liu & Lee, 2003), clientes potenciales de los cuales sólo un subconjunto requiere

servicio y en consecuencia el número de depósitos varía dependiendo de este número de clientes a visitar (Albareda-Sambola, Fernández & Laporte, 2007), inventario estocástico (Zhang, Ma, & Jiang, 2008; Ahmadi-Javid & Azad, 2010), instalaciones y conexiones de transporte estocásticas (Hassan-Pour et al., 2009), demanda estocástica en un problema que considera múltiples medios de transporte y múltiples periodos de demanda (Klibi et al., 2010), tiempos de viaje probabilísticos incluidos en un problema que minimiza tanto el costo como el tiempo de entrega al cliente (Ghaffari-Nasab et al., 2013), y capacidad de producción/distribución que varía aleatoriamente junto con la flota de vehículos que realiza las entregas (Ahmadi-Javid & Seddighi, 2013).

Respecto a los enfoques de solución del LRP, se encontró que la mayoría de las veces el problema es resuelto por heurísticas y metaheurísticas, aunque existen casos en los que se utilizan métodos exactos. Laporte y Nobert (1981) diseñaron el primer algoritmo exacto, capaz de solucionar problemas de hasta 20 nodos. Tuzun y Burke (1999) encontraron la solución a problemas de 100, 150 y 200 clientes, 10 y 20 instalaciones candidatas, utilizando Búsqueda Tabú. También se han estudiado problemas multiobjetivo, como el planteado por Caballero et al (2007), que incluye aspectos económicos (costo fijo y costo de transporte) y aspectos sociales relacionados con la recolección de basuras y la localización de depósitos de incineración. Belenguer et al. (2011) utilizaron la metaheurística *Branch and Cut* para solucionar instancias del CLRP¹ de entre 20 y 50 clientes, y 5 instalaciones.

En los últimos años ha incrementado el uso de métodos híbridos como el planteado por Derbel et al (2012), donde un algoritmo genético se integra con búsqueda local iterativa para problemas de 10, 20 y 30 clientes con 5 y 10 instalaciones. Ting y Chen (2013) solucionaron un CLRP con hasta 85 clientes y 7 localizaciones candidatas, a través de un algoritmo de optimización de múltiples colonias de hormigas. Escobar, Linfati y Toth (2013) construyeron una heurística híbrida de doble fase (construcción y mejoramiento) utilizando búsqueda tabú y estrategias de diversificación, para solucionar problemas de 5, 10 y 20 localizaciones y, de entre 20 y 200 clientes.

Sin embargo, se hace visible la ausencia del uso de otras metaheurísticas como Optimización por Enjambre de Partículas (PSO por sus siglas en inglés, *Particle Swarm Optimization*), sobre la que se encontró únicamente la investigación realizada por Marinakis y Marinaki (2008); quienes proponen un algoritmo híbrido que integra PSO con dos mecanismos de búsqueda (en vecindades y GRASP – *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) y analizan su comportamiento en comparación con 19 instancias de la literatura. El problema es un caso determinístico del LRP, y su tamaño varía entre 12 y 318 nodos clientes, y desde 2 hasta 14 instalaciones candidatas.

El problema conjunto de localización de instalaciones y ruteo de vehículos (LRP) ha sido aplicado en distintos contextos reales, y para escenarios de diferentes tamaños. La Tabla 1 resume los casos de aplicación del LRP más importantes encontrados en la literatura, publicados desde 1973 hasta los últimos años. Esta tabla demuestra la amplia aplicabilidad del problema y evidencia que hasta el momento no se ha explorado aún en comercializadoras de textiles en Colombia. Además, los casos aplicados han sido en su gran mayoría problemas determinísticos.

¹ Capacitated Location Routing Problem

Tabla 1. Casos aplicados del LRP

Autor(es)	Aplicación	Tipo de datos de entrada	Instalaciones candidatas	Clientes	Región
Watson-Gandy y Dohrn (1973)	Distribución de alimentos y bebidas	Determinísticos	40	300	Reino Unido
Or y Pierskalla (1979)	Localización de bancos de sangre	Determinísticos	3	117	Estados Unidos
Jacobsen y Madsen (1980)	Distribución de periódico	Determinísticos	42	4510	Denmark
Nambiar et al. (1981)	Localización de plantas de caucho	Determinísticos	15	300	Malasia
Perl y Daskin (1984, 1985)	Distribución de bienes	Determinísticos	4	318	Estados Unidos
Nambiar et al. (1989)	Localización de plantas de caucho	Determinísticos	10	47	Malasia
Semet y Taillard (1993)	Distribución de comestibles	Determinísticos	9	90	Suecia
Kulcar (1996)	Recolección de basuras	Determinísticos	13	260	Bélgica
Murty y Djang (1999)	Localización de equipos militares	Determinísticos	29	331	Estados Unidos
Chan et al. (2001)	Evacuación médica	Estocásticos	9	52	Estados Unidos
Lin et al. (2002)	Distribución de dinero	Determinísticos	4	27	Hong Kong
Billionnet et al. (2005)	Diseño de redes de telecomunicación	Determinísticos	6	70	Francia
Chan y Baker (2005)	Distribución de documentos de las fuerzas armadas	Determinísticos	12	181	Estados Unidos
Lin y Kwok (2006)	Despacho de documentos	Determinísticos	5	89	Hong Kong
Burks (2006)	Distribución en operaciones militares	Determinísticos	12	180	Asia
Caballero et al. (2007)	Localización de instalaciones de incineración de basuras	No específica	6	93	Andalucía
Ambrosino et al. (2009)	Distribución de alimentos para supermercados	Determinísticos	90	420	Norte de Italia
Schittekat y Sörensen (2009)	Distribución de repuestos para automóviles	No específica	99	800	Alemania
Govindan et al. (2014)	Distribución de alimentos perecederos	Aleatorios	18	30	No específica

2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA (SCLRP)

2.1. Framework para el problema de distribución

Esta investigación estudia el SCLRP, que corresponde al *Capacitated Location Routing Problem (CLRP)* pero considerando la demanda de los clientes como una variable estocástica, y se plantea como el mecanismo para solucionar el problema de distribución. El framework para solucionar el

problema, así como las interacciones e interdependencias que existen entre los factores presentes, se describen en el Anexo 1 como un modelo conceptual que contextualiza el tamaño y la complejidad del SCLRP.

Se define $G = (I, K, A)$ como el grafo no direccionado que representa la red de distribución, donde $I = \{1, 2, \dots, N\}$ es el conjunto de clientes o nodos de demanda, $K = \{1, 2, \dots, M\}$ hace referencia al conjunto de ubicaciones candidatas, y A es el conjunto de arcos no direccionados que conectan cada par de nodos; específicamente $A = A_1 \cup A_2$, siendo A_1 los arcos que conectan los CEDIS y los clientes de su misma región, y A_2 los arcos entre CEDIS y clientes asignados que pertenecen a otras regiones diferentes a la de su ubicación.

El objetivo del SCLRP es determinar la ubicación de los CEDIS y las rutas de distribución de los pedidos, con el fin de minimizar el costo total de la red de distribución: costo fijo de instalación más costo variable de transporte. Para cada enlace o arco de la red de distribución, el costo por transportar un pedido desde el CEDI hasta el cliente, es proporcional a la distancia entre los nodos. El SCLRP planteado considera dos modalidades de transporte: flota propia de vehículos para los clientes que pertenecen a la misma región geográfica de un CEDI, en donde el costo por unidad de distancia considera los gastos de operación del vehículo; y flota subcontratada para los clientes que pertenecen a regiones diferentes de la ubicación del CEDI al cual han sido asignados, en donde el costo varía dependiendo del tamaño del pedido. Se asume una flota homogénea de vehículos, un solo vehículo por cada CEDI ubicado y con capacidad limitada.

También se considera el costo fijo de instalar un CEDI en un lugar determinado, partiendo de siete depósitos candidatos ubicados en ciudades diferentes del país. Este costo de instalación corresponde al valor comercial de arrendamiento de un predio. El modelo matemático que describe el SCLRP, se presenta a continuación:

Índices

- i : Denota el i -ésimo nodo de salida $i = \{1, 2, \dots, C\}$
- j : Denota el j -ésimo nodo de llegada $j = \{1, 2, \dots, C\}$
- k : Conjunto de ubicaciones candidatas $k = \{1, 2, \dots, M\}$

Parámetros determinísticos

- C_{ij} : Costo variable de ruteo; costo por unidad de distancia en una ruta, de llevar un pedido del cliente i al cliente j
 - a) Costo variable de ruteo, si el arco (i, k) es el de inicio o fin de una ruta
- C_{ik} : b) Costo de distribución, si el cliente i asignado al CEDI k no pertenece a la misma región de k
- CF_k : Costo fijo de instalar un CEDI en la ubicación k
- D_{ij} : Distancia entre el cliente i y el cliente j
- D_{ik} : Distancia entre el cliente i y el CEDI k , donde (i, k) es el arco de inicio o fin de una ruta
- CAP: Capacidad de los vehículos
- N: Número de depósitos a instalar

Parámetros estocásticos

- ε_i : Demanda estocástica del cliente i , con distribución de probabilidad conocida.
 $P_{ih} = \text{prob}(\varepsilon_i = h), \quad h = 0, 1, 2, \dots, H \leq \text{CAP}$

Variables

- X_{ijk} : 1 si el cliente i precede al cliente j en la ruta del CEDI k
0 en caso contrario
- Y_{ik} : 1 si el cliente i se asigna al CEDI k
0 en caso contrario
- Z_k : 1 si es abierto el CEDI ubicado en k
0 en caso contrario

Función objetivo

Minimizar:

$$Z = \sum_{k=1}^M CF_k \cdot Z_k + \sum_{k=1}^M \sum_{(i,j) \in A_1} C_{ij} \cdot D_{ij} \cdot X_{ijk} + \sum_{k=1}^M \sum_{(i,j) \in A_1} C_{ik} \cdot D_{ik} \cdot Y_{ik} + \sum_{k=1}^M \sum_{i \in A_2} Q_i \cdot C_{ik} \quad (1)$$

Restricciones

Sujeto a:

$$\sum_{k=1}^M \sum_{(i,j) \in A_1} X_{ijk} = 1 \quad \forall i \neq j \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^C \varepsilon_i \sum_{j \in A_1} X_{ijk} \leq \text{CAP} \quad \forall k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^M Y_{ik} = 1 \quad \forall i \in A \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^M Z_k = N \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^C X_{ijk} - \sum_{i=1}^N X_{jik} = 0 \quad \forall i \neq j, \forall k \in K \quad (6)$$

$$\sum_{j \in A_1} X_{0jk} = \sum_{i \in A_1} X_{i0k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (7)$$

$$\sum_{i \in I} X_{ijk} + \sum_{k \in K} X_{ijk} \leq 1 + Y_{ik} \quad \forall i \neq j, \forall k \in K \quad (8)$$

$$X_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, \forall j \in I, \forall k \in K \quad (9)$$

$$Y_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, \forall k \in K \quad (10)$$

$$Z_k \in \{0,1\} \quad \forall k \in K \quad (11)$$

La demanda estocástica de los clientes, implica una aproximación a situaciones reales de empresas que cuentan con clientes con demandas inciertas. Bajo esta consideración, la demanda sólo se conoce en el momento en que el vehículo visita al cliente, y se debe considerar una acción recursiva para evitar que en un cliente dado, la demanda exceda la capacidad residual del vehículo. Por lo anterior, en esta investigación se utiliza el principio de “entregas completas” como base para la acción recursiva; de esta manera, si al visitar un cliente la demanda es superior a la capacidad residual del vehículo, este debe retornar al CEDI, abastecer su capacidad y volver al nodo en el cual se rompió la ruta.

El modelo matemático no contempla el flujo entre depósitos, por lo tanto, el costo variable de ruteo C_{ij} no está definido para los $(i, j) \in I \times I$. La función objetivo (1) busca minimizar el costo total, compuesto por el costo fijo asociado a la instalación de los CEDIS, el costo variable de ruteo relacionado con el costo de los arcos que componen las rutas, y el costo de distribución a los clientes ubicados fuera de la región del CEDI correspondiente. El grupo de restricciones (2), (6) y (7) garantizan la continuidad de la ruta y establecen que cada una de estas rutas comienza y termina en el mismo depósito; las restricciones (3) establecen la capacidad del vehículo; las restricciones (4) y (5) determinan respectivamente que cada cliente se asigne a un único CEDI y que el número de CEDIS abiertos sea definido; y por su parte, el grupo de restricciones (8) garantiza que un cliente se pueda asignar únicamente a los depósitos abiertos. Finalmente, las restricciones (9), (10) y (11) representan las variables binarias utilizadas.

3. OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS EVOLUTIVO PARA EL SCLRP

La presente investigación hace uso de la simulación, para estimar la demanda de los clientes. Se estudia el CLRP estocástico, con el propósito de aproximar casos más reales a este tipo de problemas y analizar su comportamiento en situaciones bajo incertidumbre. La demanda es generada aleatoriamente, y para cada cliente se asume que la cantidad pedida sigue una distribución normal; la media y la desviación estándar de la demanda de cada cliente, son datos conocidos del contexto real del problema.

Tanto el problema de localización de instalaciones como el problema de ruteo de vehículos, son problemas de optimización combinatoria de tipo NP-hard; el LRP en su variante más sencilla, por ser la combinación de estos problemas, es considerado del mismo tipo y en consecuencia el CLRP estocástico también lo es. Por lo anterior existe un elevado nivel de complejidad para encontrar

soluciones óptimas, y el uso de enfoques exactos no es adecuado para instancias de gran escala (Prins et. al).

Para solucionar el problema descrito en esta investigación, se propone un algoritmo que integra el método de Optimización por Enjambre de Partículas (*PSO* por sus siglas en inglés) con operadores evolutivos de cruce y mutación; a este método híbrido se denomina el *PSO* evolutivo (*EPSO* por sus siglas en inglés). Los operadores evolutivos incorporados al *PSO* buscan eliminar una sus principales limitaciones, asociada a la elevada dependencia que existe con respecto a la definición de los parámetros propios de la metaheurística (Shanmugam, 2011).

3.1. Optimización por Enjambre de Partículas – *PSO*

La metaheurística de Optimización por Enjambre de Partículas fue propuesta por Kennedy y Eberhart (1995), como una de las técnicas basada en poblaciones e inspirada en la naturaleza, que simula el comportamiento de un grupo de organismos (aves, peces, partículas) como método de búsqueda (Jin & Kachitvichyanukul, 2009). En el *PSO*, cada solución se denomina partícula, el grupo de partículas es la población (enjambre) y el espacio de búsqueda es el área a explorar. Cada partícula tiene un valor de rendimiento que se calcula a través de la función de desempeño a optimizar, y una velocidad que direcciona el movimiento del enjambre en torno al óptimo (Guner & Sevkli, 2008)

La optimización empieza con una población inicial de soluciones, que se actualiza en cada iteración debido al movimiento de las partículas de su posición original a una nueva posición; el movimiento está basado en la velocidad (influenciada por la información social y cognitiva de las partículas). La información social se refiere a la mejor posición encontrada por el enjambre, y se denomina *gbest*, por su parte, la información cognitiva es la mejor posición que la partícula ha visitado y se denomina *pbest*.

En el trabajo se involucra un componente adicional de información social, en la velocidad de las partículas; este componente se denomina *lbest* y se ha contemplado en muy pocas investigaciones. En el *lbest* del *PSO*, cada partícula tiene una vecindad más pequeña con solo un número limitado de miembros del enjambre, con los cuales la partícula tiene comunicación. La comunicación es usualmente relacionada con los índices de las partículas; así, si el tamaño de la vecindad es igual a tres, las vecinas seleccionadas para la partícula *i* son las partículas *i-1*, *i+1* del enjambre. Muchas veces se prefiere el uso de los índices de las partículas para la creación de la vecindad, porque evita la complejidad y el gasto computacional de calcular las distancias entre todas las partículas para identificar la vecindad de cada una de ellas.

De esta manera, la velocidad de cada partícula se actualiza según la información obtenida de la mejor partícula de la vecindad. Mientras el *gbest* del *PSO* converge rápidamente, el *lbest* proporciona mayor diversidad a las soluciones y les hace más difícil quedar atrapadas en óptimos locales. (Marinakis, Iordanidou & Marinaki, 2013).

A continuación se detalla, la forma como se representa un enjambre de partículas.

Sea:

D : Dimensión de la partícula

n : Número de partículas

$X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{il}, \dots, x_{iD})$: Posición de la i -ésima partícula

$V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{il}, \dots, v_{iD})$: Velocidad de la i -ésima partícula

$P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{il}, \dots, p_{iD})$: Mejor solución de la i -ésima partícula ($pbest$)

$P_{li} = (p_{li1}, p_{li2}, \dots, p_{liil}, \dots, p_{liD})$: Mejor solución local de la i -ésima partícula ($lbest$)

$P_{gi} = (p_{gi1}, p_{gi2}, \dots, p_{gil}, \dots, p_{giD})$: Mejor solución global del enjambre de partículas ($gbest$)

La actualización de las posiciones y velocidades de las partículas en cada iteración, se lleva a cabo de la siguiente manera: Sea $x_{il}(t)$ la posición de la i -ésima partícula en la l -ésima dimensión, en el momento t . La actualización de la posición de la partícula en el instante $t+1$, se realiza mediante la fórmula:

$$x_{il}(t+1) = x_{il}(t) + v_{il}(t+1) \quad (12)$$

Donde $v_{il}(t+1)$ es la velocidad de la i -ésima partícula en la l -ésima dimensión, en el momento $t+1$, y se actualiza a través de:

$$v_{il}(t+1) = w(t) \cdot v_{il}(t) + (c_p \cdot \text{ran}()) [p_{il}(t) - x_{il}(t)] + (c_l \cdot \text{ran}()) [p_{li}(t) - x_{il}(t)] + (c_g \cdot \text{ran}()) [p_{gi}(t) - x_{il}(t)] \quad (13)$$

Donde c_p , c_l y c_g son los factores de aprendizaje cognitivo y sociales, $\text{ran}()$ es un número aleatorio con distribución uniforme en el intervalo $[0, 1]$, $w(t)$ es el factor de inercia en el momento t , $p_{il}(t)$ es la mejor posición personal de la i -ésima partícula en el momento t , $p_{li}(t)$ es la mejor solución de la vecindad de la i -ésima partícula en el momento t , y $p_{gi}(t)$ se refiere a la mejor solución del enjambre en el momento t .

La velocidad de cada partícula se actualiza en cada iteración, y direcciona el proceso de optimización de acuerdo a los cuatro términos que se muestran en la ecuación (13): inercia, conocimiento cognitivo, y dos componentes relacionados con el conocimiento social. La inercia orienta el movimiento de la partícula hacia la misma dirección de la iteración anterior. El término cognitivo o del conocimiento propio de la partícula, hace que esta se mueva en la misma dirección de su mejor posición. Los componentes del conocimiento social, orientan el movimiento de la partícula a la mejor posición de su vecindad y a la mejor posición global del enjambre, respectivamente.

Para establecer la vecindad de una partícula se utilizó el mecanismo propuesto por (Marinakis et al, 2013), en el cual esta se define como:

$$N_i = \{ pbest_{i-nN_i}(t), pbest_{i-nN_{i+1}}(t), \dots, pbest_{i-1}(t), pbest_i(t), pbest_{i+1}(t), \dots, pbest_{i+nN_i}(t) \}$$

Así, si se define una vecindad de 5 partículas, los componentes del enjambre de soluciones que definirán la mejor solución entre los vecinos de una partícula serán:

$$pbest_{3j}, pbest_{4j}, pbest_{5j}, pbest_{6j}, pbest_{7j}$$

3.2. Representación de la solución

Una solución del SCLRP está compuesta por dos partes: la solución del problema de asignación de clientes y la solución al problema de ruteo de vehículos. Para su representación, se utilizó una estructura compuesta por $2C$ posiciones en las que, las primeras N casillas representan la solución del problema de asignación de clientes (y localización de CEDIS), y las casillas restantes muestran las rutas de cada CEDIS.

Para un caso de 6 clientes ($C = 6$), 5 CEDIS candidatos ($M = 5$) y 2 CEDIS a localizar ($N = 2$), una solución sería la que se muestra en la Figura 1. Las primeras seis casillas describen: (a) que se abren los CEDIS 1 y 4, y (b) que los clientes 1, 2 y 6 fueron asignados al CEDI 1, mientras que los clientes 3, 4 y 5 se asignaron al CEDI 4. Las seis casillas restantes corresponden a las rutas, siendo 6-1-2 la ruta del CEDI 1, y 4-3-5 la ruta del CEDI 4.

Figura 1. Representación de una solución del SCLRP

1	1	4	4	4	1	6	1	2	4	3	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

3.3. Codificación de la solución

El PSO es un método diseñado para la optimización de funciones no lineales, generalmente en espacios continuos; razón por la cual se hace necesaria la definición de un mecanismo para representar la solución de una cadena de números discretos, del problema de asignación y la permutación de clientes del problema de ruteo de vehículos, en un conjunto de valores pertenecientes al espacio de búsqueda del enjambre de partículas.

Para este propósito se utiliza el método de codificación propuesto por (Geetha, Ganesan, & Vanathi, 2010), en donde una solución del SCLRP $S_i = (s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{iN}, \dots, s_{iN})$ se transforma en valores de posición a través de:

$$x_{il} = x_{min} + \frac{(x_{max} - x_{min})}{n * [s_{il} - 1 + rand()]} \quad (14)$$

Donde:

- x_{il} : l – ésima dimensión de la i – ésima partícula en el espacio de búsqueda del enjambre; es decir, es el valor posición de cada CEDI o cliente en la partícula del enjambre.
- x_{min} : mínimo valor posición de la partícula dentro del espacio de búsqueda del enjambre.
- x_{max} : máximo valor posición de la partícula dentro del espacio de búsqueda del enjambre.
- n : número de ubicaciones candidatas (para el problema de localización), y número de clientes (para el problema de ruteo de vehículos).
- s_{il} : l – ésima dimensión de la i – ésima solución del enjambre; es decir, es el CEDI o cliente.
- $rand ()$: número aleatorio generado a través de una distribución uniforme en $[0, 1]$.

3.4. Algoritmo del EPSO para el SCLRP

La computación evolutiva hace referencia a un grupo de técnicas que se clasifican en: Algoritmos evolutivos e Inteligencia de enjambres. Los primeros, como su nombre lo indica, están fundamentados en la teoría de la evolución biológica, mientras los segundos, se basan en el estudio del comportamiento colectivo de sistemas.

Las estrategias de optimización que hacen uso de la Inteligencia de Enjambres, establecen que un grupo de individuos se comporta como una sola criatura que exhibe una “Inteligencia Colectiva” producto del agrupamiento y la comunicación (Muñoz, 2008). Las técnicas más representativas son Optimización por Colonia de Hormigas (ACO), Colonia Artificial de Abejas (ABC), Búsqueda por Difusión Estocástica (SDS), y Optimización de Enjambre de Partículas (PSO).

Existe un tercer punto de vista al que se denomina Optimización de Enjambre de Partículas Evolutivo – EPSO (*Evolutionary Particle Swarm Optimization*), que integra conceptos de los Algoritmos Evolutivos con Inteligencia de Enjambres, mediante el uso de operadores genéticos en el PSO. De esta manera se logra un enjambre de partículas que evolucionan en un espacio de búsqueda, y que adicionalmente están sujetas a un proceso de selección que contempla los paradigmas evolutivos. (Miranda & Fonseca, 2002)

El Algoritmo 1, propuesto en esta investigación, señala los pasos necesarios para solucionar el SCLRP, mediante el uso del EPSO.

Algoritmo 1. EPSO aplicado al SCLRP

Paso 1: Definir el número de CEDIS a instalar (N)

Paso 2: Identificar el número de partículas (n) del enjambre

Paso 3: Localizar los N Centros de Distribución

Paso 4: **Para** $i = 1, 2, \dots, n$

Paso 5: Asignar los clientes a los CEDIS instalados, teniendo en cuenta su cercanía geográfica

Paso 6: Construir la ruta *a priori* para cada solución S_i

Paso 7: **Fin Para**

Paso 8: **Mientras** no se cumpla el criterio de parada

Paso 9: **Para** $i = 1, 2, \dots, n$

Paso 10: Calcular el fitness de la solución S_i , utilizando el enfoque de simulación para conocer la demanda de los clientes

Paso 11: Actualizar el $pbest$, $P_i = S_i$, si el fitness de S_i es menor que el fitness de P_i

Paso 12: Actualizar el $lbest$, $P_i = H_i$, si el fitness de H_i es menor que el fitness de P_i

Paso 13: **Fin Para**

Paso 14: Actualizar el $gbest$, $P_g = P_i$, si el fitness de P_i es menor que el fitness de P_g

Paso 15: **Para** $i = 1, 2, \dots, n$

Paso 16: Codificar la solución S_i , en el valor de posición derivado de la ecuación (14)

Paso 17: Calcular la velocidad V_i de la *i-ésima* partícula, utilizando la ecuación (13)

Paso 18: Actualizar la posición X_i de la *i-ésima* partícula, utilizando la ecuación (12)

Paso 19: Decodificar y corregir la solución S_i

Paso 20: Aplicar el operador de mutación para las rutas, de acuerdo con el algoritmo 2

Paso 21: Aplicar el operador de cruce usando el algoritmo 3

Paso 22: Aplicar el operador de mutación para el problema de localización de instalaciones, utilizando el algoritmo 4

Paso 23: **Fin Para**

Paso 24: **Fin Mientras**

En esta investigación el número de partículas que conforman un enjambre, se propone como un dato que varía dependiendo del número de combinaciones generadas entre las ubicaciones candidatas para CEDIS y el número de CEDIS a instalar en un experimento del problema. Es decir, si $K = \{1, 2, \dots, 7\}$ y se quieren localizar 3 Centros de Distribución, se generarían 35 combinaciones; en consecuencia el enjambre estaría conformado por 35 partículas, que representan 35 soluciones diferentes al problema de localización.

Para solucionar el problema de asignación de clientes a los Centros de Distribución localizados, se diseñó una matriz de prioridad con el propósito de disminuir los tiempos de computación del algoritmo en la búsqueda de buenas soluciones a este problema. La matriz de prioridad indica para cada cliente el orden de importancia de los CEDIS candidatos, de tal forma que el cliente se asigna al CEDI abierto de mayor prioridad. La Tabla 2 muestra un ejemplo de la matriz de prioridad en mención.

Tabla 2. Ejemplo matriz prioridad

Clientes	Prioridad 1	Prioridad 2	...	Prioridad K
1	CEDI 2	CEDI 1	...	CEDI K
2	CEDI 1	CEDI 2	...	CEDI K
3	CEDI K	CEDI 1	...	CEDI 2
...
C	CEDI 2	CEDI K	...	CEDI 1

El SCLRP es el problema de localización-asignación y el problema de ruteo de vehículos, para una red de distribución en la que los clientes tienen demanda estocástica y los vehículos tienen una capacidad definida. A diferencia de la gran mayoría de los casos encontrados en la literatura, esta investigación involucra la posibilidad de utilizar transporte propio y transporte tercerizado en la operación. De esta manera, el costo variable de transporte está compuesto por:

- Costo variable de ruteo: Es el costo en el que incurre una empresa por entregar un pedido a los clientes, que se encuentran ubicados en la misma zona geográfica del CEDI al que han sido asignados, y representa el costo de una ruta. Se calcula como la distancia entre un par de nodos, multiplicada por el costo de transporte unitario.
- Costo de distribución: Es el costo en el que incurre una empresa por entregar un pedido a los clientes, que se encuentran en zonas geográficas diferentes a la del CEDI al que han sido asignados. Este costo varía dependiendo del nodo origen y nodo destino que componen el enlace.

3.5. Decodificación de la solución

En cada iteración es necesario convertir la solución, del espacio de búsqueda del PSO al lenguaje utilizado para representar una solución del problema original. En el SCLRP, una partícula contiene información tanto del problema de asignación de clientes, como del ruteo de vehículos; por esta razón se utilizaron dos métodos de decodificación diferentes.

Para soluciones del problema de asignación de clientes, es decir las primeras C posiciones de una partícula, se dividió el espacio de búsqueda de las partículas del EPSO en un número de intervalos igual al número de CEDIS candidatos; de esta manera cada valor de posición del enjambre (X_i) se reemplazó por un CEDI, dependiendo del intervalo donde se encontrara y teniendo en cuenta los CEDIS localizados. Se incluyó también un mecanismo de corrección, con el fin de garantizar que el número de CEDIS abiertos tomara el valor establecido de N.

Para soluciones del problema de ruteo de vehículos se utilizó el Ranked Order Value (ROV) (Liu, Wang, & Jin, 2008), con el propósito de transformar los valores posición del vector X_i en una solución codificada S_i . El ROV es una técnica que toma los valores posición de la partícula, los ordena de menor a mayor, y le asigna el valor de 1 al menor. Posteriormente es necesario identificar el segundo menor valor posición, para asignarle el valor de 2 y de esta manera se continúa con los elementos restantes del vector posición. El vector resultante es la permutación de clientes, que en esta investigación se corrigió para asegurar que los valores aparecieran en la solución codificada, respetando el CEDI al cual había sido asignado cada cliente y su respectivo orden en la ruta.

4. OPERADORES EVOLUTIVOS

Con la finalidad de buscar una mayor diversidad en las soluciones del problema y minimizar el riesgo de una rápida convergencia del enjambre, se incorporaron tres operadores genéticos en el proceso de mejora de las soluciones: (a) un operador de mutación que se aplica a todas las soluciones, y se basa en el intercambio de genes en una ruta; (b) un operador de cruce para las soluciones de un enjambre con el *gbest*, asociado a una probabilidad aleatoria de cruce; y (c) un operador de mutación que intercambia un CEDI abierto con uno cerrado, también bajo una probabilidad de mutación aleatoria.

A continuación se presentan los algoritmos 2, 3 y 4, que describen el proceso de implementación de los operadores en el proceso de optimización.

Algoritmo 2. Implementación del operador de mutación para las rutas

Paso 1: **Para** $i = 1, 2, \dots, n$

Paso 2: Separar la ruta urbana (U_i), de los clientes nacionales

Paso 3: Generar p permutaciones diferentes ($p = 5$) de U_i

Paso 4: **Para** $h = 1, 2, \dots, p$

Paso 5: Elegir aleatoriamente dos puntos de corte q_1 y q_2 de cada permutación de clientes, invertir la sección, e introducirla en un punto aleatorio de inserción.

Paso 6: **Fin Para**

Paso 7: Seleccionar la mejor ruta urbana

Paso 8: Actualizar la mejor ruta urbana en la solución S_i

Paso 9: Unir la ruta urbana con los clientes nacionales asociados a S_i

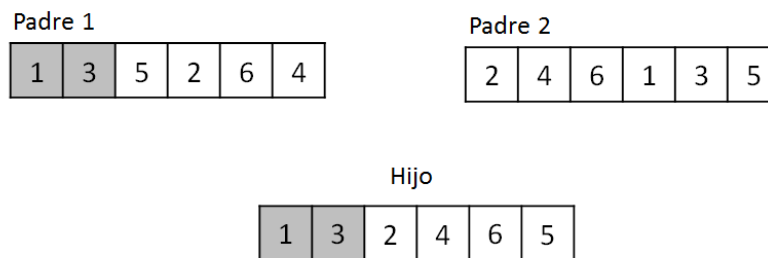
Paso 10: **Fin Para**

El cruce de cada solución del enjambre con el *gbest* utiliza dos estrategias diferentes; una para la sección de la solución que corresponde al problema de localización y asignación de clientes (sección 1), y otra para la sección del problema de ruteo de vehículos (sección 2).

Para la sección 1 se creó una máscara de cruce (m_i), de tal forma que si $m_{ij} = 1$ se toma el valor de la solución (S_{ij}), pero si $m_{ij} = 2$ se toma el valor del *gbest* (P_{gj}); cada valor de m_{ij} se genera aleatoriamente.

Para la sección 2 se utilizó el cruce denominado OX1 (Davis, 1985), en el cual la nueva solución se construye a partir de los padres (S_i y P_g); se selecciona una parte del *gbest* (P_g) de acuerdo al punto de corte determinado aleatoriamente, y se completa la nueva solución con la información de S_i preservando su orden de aparición (Ver figura 2).

Figura 2. Ejemplo de cruce OX1



Algoritmo 3. Implementación del operador de cruce

Paso 1: **Para** $i = 1, 2, \dots, n$

Paso 2: Construir la máscara de cruce ($m_i = m_{i1}, m_{i2}, \dots, m_{iC}$)

Paso 3: Cruzar $S_i = (S_{i1}, S_{i2}, \dots, S_{iC})$ con $P_g = (P_{g1}, P_{g2}, \dots, P_{gC})$, de acuerdo a los valores almacenados en m_i

Paso 4: Corregir la solución cruzada, para garantizar que el número de CEDIS abiertos coincide con N

Paso 5: Cruzar $S_i = (S_{iC+1}, S_{iC+2}, \dots, S_{iC+C})$ con $P_g = (P_{gC+1}, P_{gC+2}, \dots, P_{gC+C})$, utilizando el cruce OX1

Paso 6: Corregir la solución cruzada, para respetar el orden de aparición de las rutas

Paso 7: **Fin Para**

Algoritmo 4. Implementación del operador de mutación para el problema de localización de instalaciones

Paso 1: **Para** $i = 1, 2, \dots, n$

Paso 2: Identificar los CEDIS abiertos en la solución S_i

Paso 3: Seleccionar aleatoriamente un CEDI abierto

Paso 4: Intercambiar el CEDI abierto seleccionado, por un CEDI cerrado elegido aleatoriamente.

Paso 5: Ajustar S_i , asignando los clientes a los nuevos CEDIS abiertos y corrigiendo las rutas

Paso 6: **Fin Para**

5. PARÁMETROS DE ENTRADA AL MODELO

Teniendo en cuenta que esta investigación fue un trabajo aplicado en una comercializadora de textiles de Colombia, como una estrategia para la toma de decisiones de largo plazo de la compañía, se realizó un proceso exhaustivo de recolección y análisis de datos que se describe a continuación.

5.1. Clientes

Al analizar el listado de clientes de la empresa, se decidió realizar una serie de filtros a la información con el fin de obtener los datos más reales para el modelo; se eliminaron los registros de clientes inactivos, compras esporádicas u ocasionales, y las compras de productos diferentes a los considerados en esta investigación. Como resultado se obtuvieron 670 puntos, distribuidos a lo largo y ancho del territorio colombiano (Ver Anexo 2).

Para disminuir el volumen de los datos y el tamaño del problema, se agruparon los clientes de una misma zona de acuerdo con su cercanía geográfica, siguiendo el algoritmo descrito a continuación.

Algoritmo 5. Agrupación de clientes en clústeres de demanda

Paso 1: Identificar la zona o región a analizar

Paso 2: **Para** $i = 1, 2, \dots, n$

Paso 3: Medir la distancia desde i hasta los demás clientes

Paso 4: **Mientras** existan clientes sin agrupar

Paso 5: Agrupar el cliente i con los demás clientes que se encuentren a menos de 2 kilómetros de distancia

Paso 6: Enumerar el clúster de clientes

Paso 7: **Fin Mientras**

Paso 8: **Fin Para**

Para calcular la distancia entre clientes se utilizó la herramienta Google Maps, y el análisis de agrupación se repitió para 19 ciudades diferentes del país.

5.2. Costo de transporte propio

Para la validación del problema, se definió transporte propio como la modalidad a utilizar para atender a los clientes ubicados en la misma zona geográfica del Centro de Distribución abierto, es decir, aquellos clientes para los cuales se diseñarían las rutas de distribución de pedidos.

El cálculo de los valores de este parámetro de entrada, se realizó mediante un trabajo de planeación y consulta con la empresa, y como resultado se obtuvo un costo por unidad de distancia; de esta manera, el costo de transporte propio varía proporcionalmente a la distancia entre un par de nodos pertenecientes a una misma zona.

5.3. Costo de transporte tercerizado

En esta investigación se entiende como transporte tercerizado, aquella modalidad que se subcontrata para entregar los pedidos a los clientes ubicados fuera del área metropolitana de la ciudad donde se localiza un determinado Centro de Distribución.

Por lo tanto, los datos corresponden a las tarifas comerciales de la transportadora subcontratada por la empresa, teniendo en cuenta cada una de las condiciones comerciales establecidas entre las partes. El costo de transporte tercerizado se define por unidad de peso (kilogramo), y es proporcional a la cantidad de carga que se transporta entre un par de nodos en la red de distribución.

5.4. Costo fijo de instalación

La definición de las ciudades candidatas para la ubicación de los Centros de Distribución de la empresa, fue el resultado de la toma de decisiones estratégicas por parte de las directivas de la organización; se determinaron como candidatas, las ciudades de Barranquilla, Bogotá, Bucaramanga, Cali, Cúcuta, Medellín y Pereira.

El costo fijo de instalación se calculó de acuerdo al valor comercial de arriendo del metro cuadrado, en cada una de las ciudades candidatas.

5.5. Demanda

La demanda mensual se modela mediante una distribución normal. La demanda promedio y la desviación de cada cliente, se obtuvieron directamente de la empresa y para cada grupo de clientes se simularon 100 instancias diferentes de demanda. El valor de la función objetivo se calculó como el costo promedio, de la demanda estocástica de cada cliente.

Además, se resalta que para calcular el costo de distribución tercerizada fue necesario convertir los datos de demanda de los clientes, expresada su mayoría en metros, a kilogramos de producto. En consecuencia, se realizó un trabajo adicional de identificación del peso unitario para cada producto demandado.

6. BANCO DE PRUEBAS Y RESULTADOS

Para validar el algoritmo implementado en MATLAB, se hizo un análisis previo de los factores de aprendizaje cognitivo (C_p) y sociales (C_i y C_g) del EPSO, con el propósito de determinar la mejor combinación de valores de acuerdo con las condiciones del problema en estudio, aún cuando la mayoría de los autores establecen estos parámetros iguales a 2 (Shi & Eberhart, 1998; Sevcli & Guner, 2006; Poli, Kennedy & Blackwell, 2007).

El análisis consistió en dar a los factores de aprendizaje distintos valores menores que 2 (específicamente 0.3, 0.4, 0.7 y 1.5) con el fin de analizar el comportamiento del PSO e identificar la combinación de mayor rendimiento; es decir, aquella que calculara el mejor costo total del SCLRP. Para definir los escenarios, se realizó una réplica de un diseño ortogonal en SPSS, teniendo en cuenta los efectos principales de cada factor; y con el propósito de contrastar estadísticamente varios factores sin contrastar cada combinación de niveles del factor. Como resultado se definieron 16 combinaciones diferentes de los parámetros y adicionalmente, se validó el escenario contemplado en la literatura $C_p = C_i = C_g = 2$, para un total de 17 escenarios.

Los escenarios descritos anteriormente, se validaron para el caso de una red de distribución de las características que se describen en la Tabla 3, y los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 4.

Tabla 3. Características de la Red de Distribución

FACTOR	VALOR / DESCRIPCIÓN
CEDIS candidatos	7
CEDIS a ubicar	2
Clientes	50
Tipo de demanda	Estocástica
Distribución de la demanda	Normal
Capacidad del vehículo	9.000 kg
Política de ruteo	Entregas completas

Tabla 4. Resultados validación de parámetros PSO

Cp	Cl	Cg	Tiempo de cómputo	Costo (\$)*
2	2	2	14444.13	9.1142 x 10 ⁷
0.3	0.3	0.3	13987.52	9.1235 x 10 ⁷
0.3	0.4	0.7	13573.80	9.1134 x 10 ⁷
0.3	0.7	1.5	13910.54	9.1132 x 10 ⁷
0.3	1.5	0.4	13558.46	9.1221 x 10 ⁷
0.4	0.3	0.4	13950.82	9.1136 x 10 ⁷
0.4	0.4	1.5	13957.93	9.1099 X 10 ⁷
0.4	0.7	0.7	13976.09	9.1035 x 10⁷
0.4	1.5	0.3	14183.88	9.1102 x 10 ⁷
0.7	0.3	0.7	13744.16	9.1096 x 10 ⁷
0.7	0.4	0.3	13942.28	9.1172 x 10 ⁷
0.7	0.7	0.4	14381.98	9.1177 x 10 ⁷
0.7	1.5	1.5	14505.78	9.1065 x 10 ⁷
1.5	0.3	1.5	14022.02	9.1093 x 10 ⁷
1.5	0.4	0.4	14908.20	9.1130 x 10 ⁷
1.5	0.7	0.3	13827.83	9.1091 x 10 ⁷
1.5	1.5	0.7	14560.13	9.1177 x 10 ⁷

*Cifras en millones de pesos

El menor costo de operación de la red de distribución, es decir, el menor valor de la función objetivo del problema, se obtuvo para $C_p = 0.4$, $C_i = 0.7$, y $C_g = 0.7$; por lo tanto, esta fue la combinación de valores utilizada en el proceso de validación del algoritmo.

Previamente a esta validación, fue necesaria la recopilación, clasificación y ajuste de los datos de la empresa comercializadora de textiles, de acuerdo con los procedimientos descritos en la sección anterior. Se definieron dos niveles del problema: un nivel 1 compuesto por los 50 nodos de demanda principales, y un nivel 2 en el que se tomaron 100 nodos en total. La Tabla 5 presenta la configuración de parámetros utilizada en cada caso.

Tabla 5. Parámetros del problema por nivel

PARÁMETRO	NIVEL 1	NIVEL 2
Número de clientes	449	670
Número de clústeres de demanda	50	100
Número de ubicaciones candidatas	7	7
Número de CEDIS a localizar	{1, 2, 3}	{1, 2, 3}
Capacidad del vehículo	9.000 kg	9.000 kg

Además se definieron los parámetros asociados al EPSO, los cuales son:

- X_{min} , X_{max} : Valores frontera en el espacio de búsqueda de las partículas del enjambre.
- C_p : Coeficiente asociado al aprendizaje cognitivo de la partícula.
- C_i : Coeficiente asociado al aprendizaje social respecto a la vecindad de la partícula.
- C_g : Coeficiente asociado al aprendizaje social del enjambre.
- W : Inercia
- $Iter$: Número de iteraciones del algoritmo.
- $Prob_mutación$: Probabilidad de mutación.
- $Prob_cruce$: Probabilidad de cruce.

Tabla 6. Parámetros del EPSO

PARÁMETRO	VALOR
X_{min}	0,1
X_{max}	1,5
C_p	0,4
C_l	0,7
C_g	0,7
W	1
Iter	{50, 100, 200}
Prob_mutación	10%
Prob_cruce	70%

El algoritmo EPSO para resolver el problema conjunto de localización de instalaciones y ruteo de vehículos con demanda estocástica y capacidad en los vehículos de entrega, fue programado en MATLAB R2012a y, ejecutado en un equipo con procesador Intel Core i5 y 8GB de RAM.

Teniendo en cuenta que no se encontró en la literatura un estudio del SCLPR con las mismas características de esta investigación, se analizó el comportamiento del algoritmo propuesto en los niveles 1 y 2 del problema: (1) cuando varía el número de iteraciones entre 50, 100 y 200 repeticiones, y (2) cuando varía el número de CEDIS abiertos entre 1, 2 y 3. Así mismo, se estudió el comportamiento del tiempo de computación de los 18 escenarios validados del problema. Los resultados obtenidos de acuerdo con las estrategias de análisis mencionadas, se presentan en la Tabla 7.

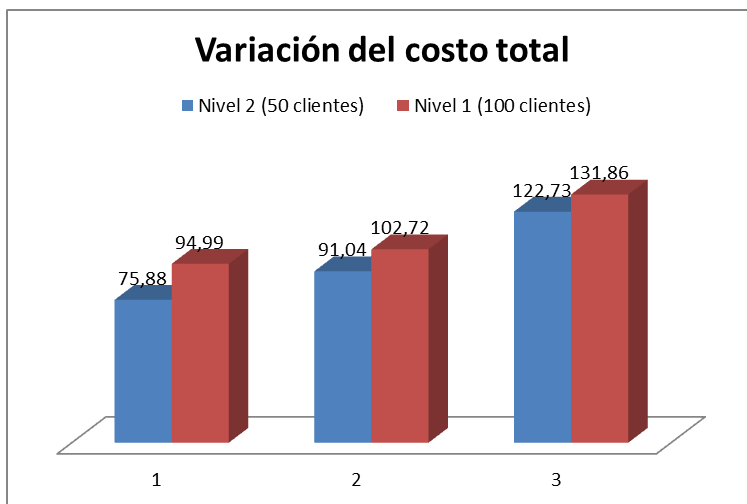
Respecto a la variación en el número de iteraciones del algoritmo se observa que en la medida en que estas se incrementen, se logra una mejor solución del problema reflejado en un menor costo de operación; sin embargo el tiempo de computación incrementa significativamente.

Al variar el tamaño del SCLRP de acuerdo al número de clientes o nodos de demanda considerados en el problema, se presenta también un crecimiento considerable del tiempo de cómputo como se observa en la figura 3. Adicionalmente, la diferencia del costo total obtenido de la función objetivo disminuye entre los dos niveles, en la medida en que el número de Centros de Distribución abiertos aumenta; lo anterior evidencia que cuando el número de instalaciones localizadas aumenta, el costo de distribución juega un papel importante en la red de distribución.

Tabla 7. Resultados del SCLRP

	Número de CEDI abiertos (n)	Número de iteraciones (t)	Tiempo de cómputo (s)	Mejor costo encontrado	CEDI(S) LOCALIZADO(S)
NIVEL 1 (100 clientes)	1	200	12165.3	9.4986 x 10⁷	CEDI 7
	1	100	6048.13	9.5066 x 10 ⁷	CEDI 7
	1	50	3043.58	9.5178 x 10 ⁷	CEDI 7
	2	200	54239.85	1.0272 x 10⁸	CEDIS 5 Y 7
	2	100	28694.89	1.0303 x 10 ⁸	CEDIS 5 Y 7
	2	50	14635.43	1.0319 x 10 ⁸	CEDIS 5 Y 7
	3	200	129589.69	1.3186 x 10⁸	CEDIS 3, 5 Y 7
	3	100	65394.07	1.3209 x 10 ⁸	CEDIS 3, 5 Y 7
	3	50	34261.35	1.3190 x 10 ⁸	CEDIS 3, 5 Y 7
NIVEL 2 (50 clientes)	1	200	6124.08	7.5878 x 10⁷	CEDI 7
	1	100	3187.34	7.5888 x 10 ⁷	CEDI 7
	1	50	1531.66	7.5988 x 10 ⁷	CEDI 7
	2	200	27939.57	9.1080 x 10 ⁷	CEDIS 5 Y 7
	2	100	13976.09	9.1035 x 10⁷	CEDIS 5 Y 7
	2	50	7132.18	9.1225 x 10 ⁷	CEDIS 5 Y 7
	3	200	60582.47	1.2273 x 10⁸	CEDIS 4, 5 Y 7
	3	100	29673.02	1.2282 x 10 ⁸	CEDIS 4, 5 Y 7
	3	50	14429.44	1.2273 x 10 ⁸	CEDIS 4, 5 Y 7

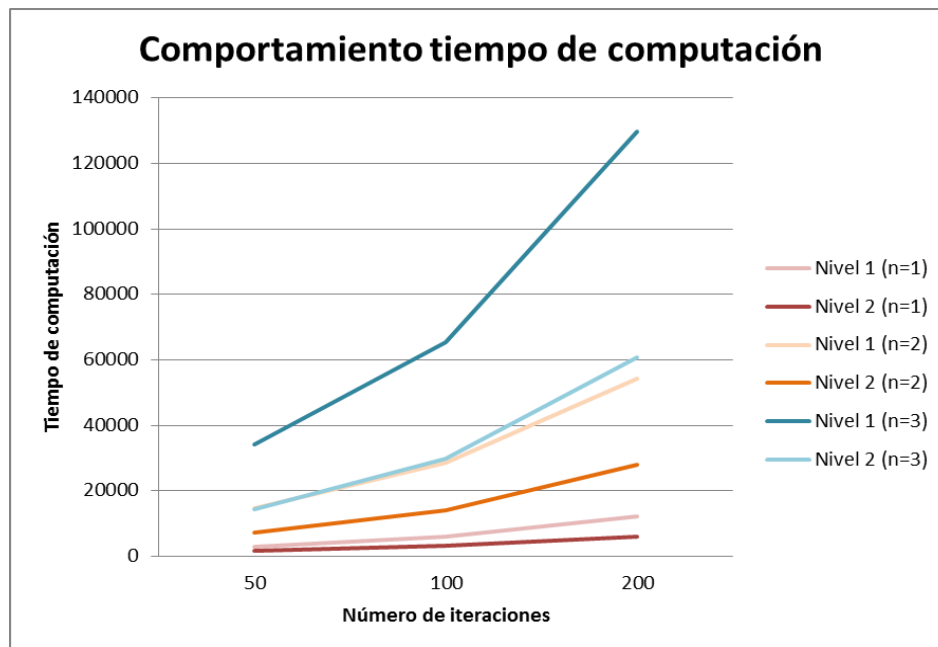
Figura 3. Variación del costo total



Así mismo se evidencia la forma como influye el costo de distribución en las decisiones de localización de CEDIS, específicamente cuando $n = 3$ y los nodos de demanda se duplican a 100, los CEDIS instalados varían de la combinación 4-5-7 a 3-5-7.

En cuanto a la mejor configuración de la red de distribución para la empresa, es válido resaltar que según el tamaño de los pedidos y la distribución de los clientes de la empresa, esta debe estar compuesta por un único CEDI abierto. Lo anterior, debido a que esta configuración corresponde al mínimo costo de la función objetivo encontrado en la validación del problema. Así, por más que el número de clientes se incrementó en un 33%, y el número de clústeres de demanda en un 50%, la configuración de la red de distribución del mínimo costo no varió.

Figura 4. Análisis del tiempo de cómputo



7. CONCLUSIONES

En el trabajo de investigación se propone un framework para la solución del problema conjunto de localización de instalaciones y ruteo de vehículos con capacidad y demanda estocástica (SCLRP), por medio del algoritmo metaheurístico de optimización por enjambre de partículas evolutiva (EPSO). Este algoritmo es la combinación del PSO con operadores evolutivos de cruce y mutación, que buscan diversificar las soluciones dentro del espacio de búsqueda. Como se evidencia en la revisión de literatura, existen una serie de autores que han utilizado el PSO para la solución de problemas combinatorios, sin embargo muy pocos han involucrado el coeficiente de conocimiento

social asociado a la vecindad de una partícula; esta investigación utiliza entonces tres coeficientes de conocimiento diferentes, para orientar la posición de una partícula que permite encontrar mejores soluciones al problema, al diversificar las soluciones y evitar que estas queden atrapadas en óptimos locales.

Para establecer el valor de los parámetros del PSO, se definieron 17 combinaciones diferentes a través de un diseño de experimentos ortogonal y **la literatura**. Se seleccionó la combinación de parámetros que arrojó el menor costo de la función objetivo del problema, y con esta se validaron dos niveles en el contexto real de una comercializadora de textiles. En cada nivel se analizó el comportamiento del algoritmo al variar el número de iteraciones, y la variación del costo de operación de la red de distribución al considerar 1, 2 y 3 Centros de Distribución instalados en diferentes ciudades del país.

Los resultados obtenidos evidencian que al aumentar el número de iteraciones del algoritmo se obtienen mejores soluciones, pero el tiempo de computación se incrementa considerablemente. También el incremento en el tamaño de la red de distribución (mayor número de CEDIS instalados y nodos de demanda) impacta el tiempo de computación del algoritmo, por ser el SCLRP un problema combinatorio. En términos prácticos, se observa que la red de distribución de menor costo es aquella que opera con un solo CEDI instalado, explicado en buena parte por el costo fijo adicional en el que debería incurrir la empresa por la localización de otras instalaciones; sin embargo el costo de distribución y la ubicación de los nodos de demanda, inciden en la ubicación de los CEDIS.

Como resultados adicionales, durante el desarrollo del presente trabajo se logró:

- La publicación de un artículo de investigación titulado “Modelo matemático para determinar la ubicación de Centros de Distribución en un contexto real” (ver Anexo 3), en la revista Scientia et Technica de la Universidad Tecnológica de Pereira.
- Una ponencia en el evento internacional 26th European Conference on Operational Research, realizado en Roma (Italia) del 1 al 4 de Julio de 2013. La ponencia se tituló “A MATHEMATICAL MODEL BASE DON BINARY INTEGER LINEAR PROGRAMMING TO DETERMINATE DISTRIBUTION CENTERS LOCATION”.
- Una ponencia en el Congreso de la Asociación Colombiana de Investigación de Operaciones, realizado en Bogotá del 15 al 16 de Julio de 2015. La ponencia se tituló “EPSO PARA SOLUCIONAR EL PROBLEMA CONJUNTO DE LOCALIZACIÓN DE INSTALACIONES Y RUTEO DE VEHÍCULOS”.
- Una ponencia en el II Congreso Internacional Industria y Organizaciones, realizado en Bogotá de 4 al 6 de Agosto de 2015. La ponencia se tituló “EPSO PARA SOLUCIONAR EL PROBLEMA ESTOCÁSTICO DE LOCALIZACIÓN DE INSTALACIONES Y RUTEO DE VEHÍCULOS CON CAPACIDAD”.

8. REFERENCIAS

- [1] AHMADI-JAVID, Amir y AZAD, Nader. Incorporating location, routing and inventory decisions in supply chain network design. En: Transportation Research Part E. 2010, vol. 46 no. 5, p. 582 – 597.
- [2] AHMADI-JAVID, Amir y SEDDIGHI, Amir Hossein. A location-routing problem with disruption risk. En: Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review. 2013, vol. 53, p. 63 – 82.
- [3] ALBAREDA-SAMBOLA, Maria, DÍAZ, Juan y FERNÁNDEZ, Elena. A compact model and tight bounds for a combined location-routing problem. En: Computers & operations research. 2005, vol. 32 no. 3, p. 407 – 428. Doi: 10.1016/S0305-0548(03)00245-4.
- [4] ALBAREDA-SAMBOLA, Maria, FERNÁNDEZ, Elena y LAPORTE, Gilbert. Heuristic and lower bound for a stochastic location-routing problem. En: European Journal of Operational Research. 2007, vol. 179 no. 3, p. 940 – 955. Doi: 10.1016/j.ejor.2005.04.051.
- [5] AMBROSINO, Daniela, SCIOMACHEN, Anna y SCUTELLA, Maria, Grazia. A heuristic based on multi-exchange techniques for a regional fleet assignment location-routing problem. En: Computers & operations research. 2009, vol. 36 no. 2, p. 442 – 460. Doi:10.1016/j.cor.2007.09.012
- [6] BARRETO, Sergio, FERREIRA, Carlos, PAIXAO, José, y SANTOS, Beatriz, Sousa. Using clustering analysis in a capacitated location-routing problem. En: European Journal of Operational Research. 2007, vol. 179 no. 3, p. 968 – 977. Doi:10.1016/j.ejor.2005.06.074.
- [7] BELENGUER, José, Manuel, BENAVENT, Enrique, PRINS, Christian, PRODHON, Caroline y CALVO, Roberto, Wolfler. A branch and cut method for the Capacitated Location-Routing Problem. En: Computers & Operations Research. 2011, vol. 38 no. 6, p. 931 – 941. Doi:10.1016/j.cor.2010.09.019.
- [8] BILLIONNET, Alain, ELLOUMI, Sourour y GROUZ-DJERBI, Leila. Designing radio-mobile access networks based on synchronous digital hierarchy rings. En: Computers and Operations Research. 2005, vol. 32 no. 2, p. 379–394.
- [9] BURKS, Robert. An adaptive tabu search heuristic for the location routing pickup and delivery problem with time windows with a theater distribution application. Tesis de doctorado. Graduate School of Engineering and Management. Air Force Institute of Technology. Ohio. 2006.
- [10] BURNES, Robert, C. y WHITE, John, A. The traveling salesman location problem. En: Transportation Science. 1976, vol. 10 no. 4, p. 348 – 360.
- [11] CABALLERO, Rafael, GONZÁLEZ, Mercedes, GUERRERO, Flor, M., MOLINA, Julián y PARALERA, Concepción. Solving a multiobjective location routing problem with a metaheuristic base don tabu search: Application to a real case in Andalusia. En: European Journal of Operational Research. 2007, vol. 177 no. 3, p. 1751 – 1763. Doi:10.1016/j.ejor.2005.10.017.
- [12] CHAN, Yupo y BAKER, S., F. The multiple depot, multiple traveling salesmen facility-location problem: Vehicle range, service frequency, and heuristic implementations. En: Mathematical and Computer Modelling. 2005, vol. 41 no. 8-9, p. 1035–1053.
- [13] CHAN, Yupo, CARTER, William, B. y BURNES, Michael, D. A multiple-depot, multiple-vehicle, location-routing problem with stochastically processed demands. En: Computers & Operations Research. 2001, vol. 28 no. 8, p. 803 – 826.
- [14] CREVIER, Benoit, CORDEAU, Jean-Francois y LAPORTE, Gilbert. The multi-depot vehicle routing problem with inter-depot routes. En: European Journal of Operational Research. 2007, vol. 176 no. 2, p. 756 – 773. Doi:10.1016/j.ejor.2005.08.015.
- [15] DAVIS, Lawrence. Applying Adaptive Algorithms to Epistatic Domains. En: Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence. 1985, vol. 1, p. 162 – 164.
- [16] DERBEL, Houda, JARBOUI, Bassem, HANAFI, Said y CHABCHOUB, Habib. An iterated local search for solving a location-routing problem. En: Electronic Notes in Discrete Mathematics. 2010, vol. 36, p. 875 – 882. Doi:10.1016/j.endm.2010.05.111.

- [17] DERBEL, Houda, JARBOUI, Bassem, HANAFI, Said, y CHABCHOUB, Habib. Genetic algorithm with iterated local search for solving a location-routing problem. En: Expert Systems with Applications. 2012, vol. 39 no. 3, p. 2865 – 2871. Doi: 10.1016/j.eswa.2011.08.146.
- [18] DREXL, Michael y SCHNEIDER, Michael. A survey of variants and extensions of the location-routing problem. En: European Journal of Operational Research. 2015, vol. 241 no. 2, p. 283 – 308. Doi:10.1016/j.ejor.2014.08.030.
- [19] DUHAMEL, Christophe, LACOMME, Philippe, PRINS, Christian y PRODHON, Caroline. A GRASPxEELS approach for the capacitated location-routing problem. En: Computers & operations research. 2010, vol. 37 no. 11, p. 1912 – 1923. Doi:10.1016/j.cor.2009.07.004.
- [20] ESCOBAR, John, Willmer, LINFATI, Rodrigo y TOTH, Paolo. A two-phase hybrid heuristic algorithm for the capacitated location-routing problem. En: Computers & Operations Research. 2013, vol. 40 no. 1, p. 70 – 79. Doi:10.1016/j.cor.2012.05.008.
- [21] FAZEL ZARANDI, Mohammad, Hossein, HEMMATI, Ahmad, DAVARI, Soheil y TURKSEN, I. Burhan. Capacitated location-routing problem with time windows under uncertainty. En: Knowledge-Based Systems. 2013, vol. 37, p. 480 – 489. Doi: 10.1016/j.knsys.2012.09.007.
- [22] GEETHA, S., GANESAN, P., y VANATHI, P.T. A Hybrid Particle Swarm Optimization with Genetic Operators for Vehicle Routing Problem. En: Journal of Advances in Information Technology. 2010, vol. 1 no. 4, p. 181–188.
- [23] GHAFFARI-NASAB, Nader, JABALAMELI, Mohamad, Saeed, ARYANEZHAD, Mir, Bahador y MAKUI, Ahmad. Modeling and solving the bi-objective capacitated location-routing problem with probabilistic travel times. En: The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2013, vol. 67 no. 9, p. 2207 – 2019. Doi: 10.1007/s00170-012-4627-9.
- [24] GOVINDAN, K., JAFARIAN, A., KHODAVERDI, R., y DEVIKA, K. Two-echelon multiple-vehicle location-routing problem with time windows for optimization of sustainable supply chain network of perishable food. En: International Journal of Production Economics. 2014, vol. 152, p. 9–28.
- [25] GUNER, Ali R., y SEVKLI, Mehmet. A Discrete Particle Swarm Optimization Algorithm for Uncapacitated Facility Location Problem. En: Journal of Artificial Evolution and Applications. 2008.
- [26] HASSAN-POUR, H., MOSADEGH-KHAH, M., y TAVAKKOLI-MOGHADDAM, Reza. Solving a multi-objective multi-depot stochastic location-routing problem by a hybrid simulated annealing algorithm. En: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, PartB: Journal of Engineering Manufacture. 2009, vol. 223, p. 1045–1054.
- [27] JACOBSEN, S.K., y MADSEN, Oli, B.G. A comparative study of heuristics for a two-level routing-location problem. En: European Journal of Operational Research. 1980, vol. 5 no. 6, p. 378–387.
- [28] JIN AI, The y KACHITVICHYANUKUL, Voratas. Particle swarm optimization and two solutions representations for solving the capacitated vehicle routing problem. En: Computers & Industrial Engineering. 2009, vol. 56 no. 1, p. 380 – 387.
- [29] KENNEDY, James y EBERHART, Russell, C. Particle swarm optimization. En: Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, Piscataway. 1995, p. 1942 – 1948.
- [30] KLIBI, Walid, LASALLE, Francis, MARTEL, Alain, y ICHOUA, Soumia. The stochastic multi-period location transportation problem. En: Transportation Science. 2010, vol. 44 no. 2, p. 221 – 237.
- [31] KULCAR, Thierry. Optimizing solid waste collection in Brussels. En: European Journal of Operational Research. 1996, vol. 90 no. 1, p. 26–44.
- [32] LAPORTE, Gilbert y NOBERT, Yves. An exact algorithm for minimizing routing and operating costs in depot location. En: European Journal of Operational Research. 1981, vol. 6 no. 2, p. 224 – 226.
- [33] LIN, C., y KWOK, R. Multi-objective metaheuristics for a location-routing problem with multiple use of vehicles on real data and simulated data. En: European Journal of Operational Research. 2006, vol. 175 no. 3, p. 1833–1849.
- [34] LIN, C.K.Y., CHOW, C.K., y CHEN, A. A location-routing loading problem for bill delivery services. En: Computers and Industrial Engineering. 2002, vol. 43 no. 1-2, p. 5–25.

- [35] LIU, Shu - Chu y LEE, S. B. A two-phase heuristic method for the multi-depot location routing problem taking inventory control decisions into considerations. En: International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2003, vol. 22 no. 11, p. 941 – 950.
- [36] LIU, Bo, WANG, Ling y JIN, Yi-Hui. An effective hybrid PSO-based algorithm for flow shop scheduling with limited buffers. En: Computers & Operations Research. 2008, vol. 35 no. 9, p. 2791 – 2806.
- [37] MARINAKIS, Yannis y MARINAKI, Magdalene. A particle swarm optimization algorithm with path relinking for the location routing problem. En: Journal of Mathematical Modelling and Algorithms. 2008, vol. 7 no.1, p. 59 – 78.
- [38] MARINAKIS, Yannis, IORDANIDOU, Georgia, Roubini, y MARINAKI, Magdalene. Particle Swarm Optimization for the Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands. En: Applied Soft Computing. 2013, vol. 13 no. 4, p. 1693 – 1704.
- [39] MIN, Hokey, JAYARAMAN, Vaidyanathan y SRIVASTAVA, Rajesh. Combined location-routing problems: A synthesis and future research directions. En: European Journal of Operational Research. 1998, vol. 108 no. 1, p. 1 – 15.
- [40] MIRANDA, Vladimiro, y FONSECA, Nuno. EPSO – Best-of-two-worlds Meta-Heuristic Applied to Power System Problems. En: IEEE. 2002, p. 1080 – 1085.
- [41] MUÑOZ, Mario, Andrés. Estrategias evolutivas aplicadas a los Algoritmos de Enjambres para el control de sistemas complejos. Tesis de maestría. Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia. 2008.
- [42] MURTY, Katta,G. y DJANG, Philipp, A. The U.S. army national guard’s mobile training simulators location and routing problem. En: Operations Research. 1999, vol. 47 no. 2, p. 175–182.
- [43] NAGY, Gábor y SALHI, Said. Location-routing: Issues, models and methods. En: European Journal of Operational Research. 2007, vol. 177 no. 2, p. 649 – 672. Doi:10.1016/j.ejor.2006.04.004.
- [44] NAMBIAR, Jay, M., GELDERS, Ludo, F., y VAN WASSENHOVE, Luc, N. A large scale location-allocation problem in the natural rubber industry. En: European Journal of Operational Research. 1981, vol. 6 no. 2, p. 183–189.
- [45] NAMBIAR, Jay, M., GELDERS, Ludo, F., y VAN WASSENHOVE, Luk, N. Plant location and vehicle routing in the Malaysian rubber smallholder sector: A case study. En: European Journal of Operational Research. 1989, vol. 38 no. 1, p. 14–26.
- [46] NGUYEN, Viet-Phuong, PRINS, Christian y PRODHON, Caroline. A multi-start iterated local search with tabu list and path relinking for the two-echelon location-routing problem. En: Engineering Applications of Artificial Intelligence. 2012, vol. 25 no. 1, p. 56 – 71. Doi:10.1016/j.engappai.2011.09.012.
- [47] OR, Ilhan y PIERSKALLA, William, P. A transportation location-allocation model for regional blood banking. En: AIIE Transactions. 1979, vol. 11 no. 2, p. 86–94.
- [48] PERL, Jossef y DASKIN, Mark, S. A unified warehouse location-routing methodology. En: Journal of Business Logistics. 1984, vol. 5, p. 92–111.
- [49] PERL, Jossef y DASKIN, Mark, S. A warehouse location-routing problem. En: Transportation Research B. 1985, vol. 19 no. 5, p. 381–396.
- [50] POLI, Riccardo, KENNEDY, James y BLACKWELL, Tim. Particle swarm optimization: An overview. En: Swarm Intelligence. 2007, vol. 1 no. 1, p. 33-57. Doi: 10.1007/s11721-007-0002-0.
- [51] PRINS, Christian, PRODHON, Caroline, RUIZ, Angel, SORIANO, Patrick y CALVO Roberto, Wolfler. Solving the Capacitated Location-Routing Problem by a Cooperative Lagrangean Relaxation-Granular Tabu Search Heuristic. En: Transportation Science. 2007, vol. 41 no. 4, p. 470 – 483.
- [52] PRODHON, Caroline. A hybrid evolutionary algorithm for the periodic location-routing problem. En: European Journal of Operational Research. 2011, vol. 210 no. 2, p. 204 – 212. Doi:10.1016/j.ejor.2010.09.021.
- [53] PRODHON, Caroline y PRINS, Christian. A survey of recent research on location-routing problems. En: European Journal of Operational Research. 2014, vol. 238 no. 1, p. 1 – 17. Doi: 10.1016/j.ejor.2014.01.005.
- [54] SALHI, Said y RAND, Grahame, K. The effect of ignoring routes when locating depots. En: European Journal of Operational Research. 1989, vol. 39 no. 2, p. 150 – 156.

- [55] SCHITTEKAT, Patrick y SÖRENSEN, Kenneth. OR practice—Supporting 3PL decisions in the automotive industry by generating diverse solutions to a large-scale location-routing problem. En: Operations Research. 2009, vol. 57 no. 5, p. 1058–1067.
- [56] SEMET, Frédéric y TAILLARD, Eric. Solving real-life vehicle routing problems efficiently using tabu search. En: Annals of Operations Research. 1993, vol. 41 no. 4, p. 469–488.
- [57] SEVKLI, Mehmet y GUNER, Ali, R. A Continuous Particle Swarm Optimization Algorithm for Uncapacitated Facility Location Problem. En: Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2006, p. 316 – 323.
- [58] SHANMUGAM, Geetha, GANESAN, Poonthair y VANATHI, P.T. Meta Heuristic Algorithms for Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands. En: Journal of Computer Science. 2011, vol. 7 no. 4, p. 533–542.
- [59] SHI, Yuhui y EBERHART, Russell. Parameter selection in particle swarm optimization. Evolutionary Programming VII: Proc. EP98. Springer-Verlag, New York, p. 591-600.
- [60] SIMCHI-LEVI, David. The capacitated traveling salesman location problem. En: Transportation Science. 1991, vol. 25 no. 1, p. 9 – 18. Doi: 10.1287/trsc.25.1.9.
- [61] TING, Ching-Jung y CHEN, Chia-Ho. A multiple ant colony optimization algorithm for the capacitated location routing problem. En: International Journal of Production Economics. 2013, vol. 141 no. 1, p. 34 – 44. Doi: 10.1016/j.ijpe.2012.06.011.
- [62] TUZUN, Dilek y BURKE, Laura. A two-phase tabu search approach to the location routing problem. En: European Journal of Operational Research. 1999, vol. 116 no. 1, p. 87 – 99.
- [63] WATSON-GANDY, C.D.T., y DOHRN, P.J. Depot location with van salesmen – a practical approach. En: Omega. 1973, vol. 1 no. 3, p. 321–329.
- [64] WEBB, M. H. J. Cost functions in the location of depots for multiple delivery journeys. En: Journal of the Operational Research Society. 1968, vol. 19 no. 3, p. 311 – 320. Doi: 10.1057/jors.1968.74.
- [65] YU, Vincent, F., LIN, Shih-Wei, LEE, Wenyih y TING, Ching-Jung. A simulated annealing heuristic for the capacitated location routing problem. En: Computers & Industrial Engineering. 2010, vol. 58 no. 2, p. 288 – 299. Doi:10.1016/j.cie.2009.10.007.
- [66] ZHANG, Bo, MA, Zujun y JIANG, Sai. Location-routing-inventory problem with stochastic demand in logistics distribution systems. En: 4th International conference on wireless communications, networking and mobile computing (WiCOM'08). 2008, p.1–4.