

**LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES UTILIZADAS EN EL DESARROLLO DE
HABILIDADES DE REPRESENTACIÓN EN EL ESPACIO, BAJO UN ENFOQUE
DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

GERARDO RANGEL CASTRO



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS
ESCUELA DE EDUCACIÓN
MAESTRIA EN PEDAGOGÍA
BUCARAMANGA
2017**

**LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES UTILIZADAS EN EL DESARROLLO DE
HABILIDADES DE REPRESENTACIÓN EN EL ESPACIO, BAJO UN ENFOQUE
DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

GERARDO RANGEL CASTRO

**Proyecto de Grado presentado como requisito para optar al título de
Magister en Pedagogía.**

Director:

Dr. JORGE ENRIQUE FIALLO LEAL
Doctor en la didáctica de las matemáticas



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS
ESCUELA DE EDUCACIÓN
MAESTRIA EN PEDAGOGÍA
BUCARAMANGA**

2017

DEDICATORIA

A Dios.

Por haberme permitido llegar hasta este punto y haberme dado salud para lograr mis objetivos, además de su infinita bondad y amor.

A mi madre Ana Inés.

Por haberme apoyado en todo momento, por sus consejos, sus valores, por la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien, pero más que nada, por su amor.

A mi adorado hijo Gerardo Esteban

Quien me prestó el tiempo que le pertenecía para terminar y me motivó siempre con su amor, su cariño, su estímulo y su apoyo constante.

AGRADECIMIENTOS

A mi director de tesis, Dr. Jorge Enrique Fiallo Leal, por haberme brindado la oportunidad de recurrir a su capacidad y conocimiento, así como también haberme tenido toda por la paciencia y dedicación que tuvo para guiarme durante el desarrollo de la tesis.

A mis maestro y compañeros de la Maestría por su continuo y permanente acompañamiento en este proceso de formación.

A la Rectora, Coordinadora, profesores y estudiantes de la institución educativa El Pórtico Escuela La Paz, por su colaboración desinteresada.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	24
1. PROBLEMA	27
1.1 FORMULACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	27
1.2. JUSTIFICACIÓN.....	35
1.3 OBJETIVOS.....	38
1.3.1 Objetivo general.....	38
1.3.2 Objetivos específicos	38
2. MARCO TEORICO	40
2.1 ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS	40
2.1.1 Antecedentes a Nivel	40
2.1.2 Antecedentes a Nivel Nacional	42
2.1.3 Antecedentes a Nivel Regional	44
2.2 MARCO CONCEPTUAL	47
2.2.1 El pensamiento geométrico.....	47
2.2.2. La resolución de problemas	49
2.2.3. Proceso de representación geométrica	51
2.2.4 Las tecnologías digitales.....	54
2.2.5 Fases de aprendizaje del modelo Van Hiele.....	57
2.3 MARCO LEGAL	59
2.3.1. La constitución política de Colombia de 1991	60
2.3.2 La ley 115 de 1994 o ley general de educación.....	60

2.3.3. Las leyes para la aplicación de la Tecnología de la Informática y la Comunicación	61
3. METODOLOGÍA DEL PROYECTO	63
3.1 CONTEXTUALIZACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN ACCIÓN	63
3.2 EL ENFOQUE METODOLÓGICO	63
3.3 DISEÑO METODOLÓGICO.....	64
3.4 PROCESO DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN	64
3.4.1 Técnicas e instrumentos de recolección y registro de información	65
3.5 PROCESO METODOLÓGICO	68
3.5.1 Fase I: Diagnostico	68
3.5.2 Fase II: Aplicación del diagnóstico.....	69
3.5.3 Fase III: Diseño de actividades	69
3.5.4 Fase IV: Aplicación de las actividades.....	70
3.5.5 Fase V: Evaluación	71
3.5.6 Fase VI: Análisis de Resultado	72
3.5.7 Fase VII: Informe Final.....	72
3.6 CRITERIOS ÉTICOS	72
4. ANÁLISIS Y REFLEXIÓN DE LOS RESULTADOS DE LA PROPUESTA	74
4.1. ANÁLISIS PRUEBA DIAGNOSTICA	74
4.2 ANÁLISIS DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA	96
4.3 CATEGORÍAS	96
4.3.1. Análisis taller de cuadrado.....	98
4.3.2 Análisis taller de paralelogramo.....	123
4.3.3 Análisis taller de rectángulo	142
4.3.4 análisis taller de rombo	165
4.4 ANÁLISIS PRUEBA FINAL.....	192
4.5 COMPARACIÓN DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA Y LA PRUEBA FINAL....	210

5. CONCLUSIONES	214
6. RECOMENDACIONES	216
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	218
ANEXOS	224

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Técnicas e instrumentos de recolección y registro de información	65
Tabla 2. Conceptos evaluados en cada problema con sus respectivos resultados	76
Tabla 3. Actividad N° 1.....	98
Tabla 4. ¿En qué te has fijado para seleccionar los cuadrados.....	99
Tabla 5. ¿Es un cuadrado la figura 1?	99
Tabla 6. ¿Es un cuadrado la figura 4? ¿Por qué?	100
Tabla 7. ¿Indica cuál es un cuadrado? Explica	102
Tabla 8. ¿Reconoce u objeta figuras geométricas basándose en sus elementos constitutivos?	103
Tabla 9. ¿Qué diferencias encuentras en cuanto a la longitud de los lados del polígono 1 y las del polígono 2? Explica.....	104
Tabla 10. ¿Hay diferencias en la amplitud de los ángulos de las dos figuras? Explica	105
Tabla 11. Determina la medida de sus lados y ángulos. Explica tu respuesta	111
Tabla 12. ¿Qué ocurre cuando mueves los vértices de las figuras construida? ..	112
Tabla 13. ¿Qué características observas en la figura? Justifica tu respuesta	114
Tabla 14. ¿Qué relación tienen sus lados opuestos? Justifica tu respuesta.....	115
Tabla 15. ¿Qué relación tienen sus lados consecutivos? Justifica tu respuesta .	115
Tabla 16. ¿Cuál es la relación existente entre los ángulos del cuadrado? Justifica tu respuesta	116
Tabla 17. ¿Cómo son los lados del cuadrado? Justifica tu respuesta	116
Tabla 18. ¿Es posible encontrar siempre un punto C y P de manera que ABCP sea cuadrado?	121

Tabla 19. ¿Cómo son las diagonales del cuadrado que construiste? Justifica tu respuesta	122
Tabla 20. Complete el diagrama mostrado con los nombres colocados en los recuadros.....	123
Tabla 21. Se les pide que Observe la figura: ABCD, ¿Indique qué figura es? Explique	127
Tabla 22. Dibuja la anterior figura utilizando lápiz y papel, ¿Explica cómo la construiste?.....	128
Tabla 23. Arrastre sobre los lados y vértices de la figura modelo y de la figura que construiste, además observa qué sucede. Argumenta tu respuesta.....	129
Tabla 24. ¿Qué diferencias encuentras en cuanto a la longitud de los lados de la figura dada y la figura construida? Explica	129
Tabla 25. ¿Hay diferencias en la amplitud de los ángulos de las dos figuras? Explica	130
Tabla 26. Describa el proceso de construcción de la figura.....	134
Tabla 27. Determine la medida de sus lados y ángulos. Explica tu respuesta ...	135
Tabla 28. Utilizando la herramienta del GeoGebra, rote el paralelogramo construido en el ítem anterior (3)	136
Tabla 29. ¿Qué características observas en la figura? Justifica tu respuesta	136
Tabla 30. ¿Qué relación tienen sus lados opuestos? Justifica tu respuesta.....	137
Tabla 31. ¿Cuál es la relación existente entre los ángulos del paralelogramo? Justifica tu respuesta	138
Tabla 32. ¿Es posible ajustar esa figura para que tenga un lado de 3 cm, otro de 4 cm y otro de 3 cm? ¿Por qué.....	138
Tabla 33. Si un cuadrilátero tiene lados opuestos paralelos entonces es paralelogramo. ¿Por qué?	139
Tabla 34. Si un cuadrilátero es paralelogramo entonces sus lados opuestos tienen igual medida. ¿Por qué?	139
Tabla 35. ¿Cómo son las diagonales del paralelogramo que construiste? Justifica tu respuesta	140

Tabla 36. Complete el diagrama mostrado con los nombres colocados en los recuadros.....	141
Tabla 37. Desarrollo de Actividad N° 1 por parte de los estudiantes	142
Tabla 38. ¿En qué te has fijado para seleccionar los Rectángulos?.....	143
Tabla 39. ¿Es un Rectángulo el Polígono 1? ¿Por qué?	143
Tabla 40. ¿Es un Rectángulo el Polígono 4? ¿Por qué	144
Tabla 41. ¿Indique cuál es un rectángulo? Explique	145
Tabla 42. Arrastren sobre el plano todos los vértices de los Polígonos mostrados y argumenten sus respuestas.....	146
Tabla 43. ¿Qué diferencias existen en cuanto a la longitud de los lados del polígono 1 y las del polígono 2? Explica.....	147
Tabla 44. ¿Hay diferencias en la amplitud de los ángulos de las dos figuras? Explica	148
Tabla 45. Halle la medida de sus lados y ángulos. Explica tu respuesta	154
Tabla 46. ¿Qué relación hay entre los ángulos del rectángulo? ¿Por qué?	155
Tabla 47. ¿Qué relación hay entre los lados del rectángulo? ¿Por qué?	155
Tabla 48. ¿Qué ocurre cuando mueves los vértices de las figuras construida? ..	156
Tabla 49. ¿Qué estrategia utilizaste para construir el rectángulo? Argumenta tu respuesta	158
Tabla 50. ¿Cuál estrategia de ellas te parece la mejor para resolver el problema? Justifica tu respuesta	159
Tabla 51. ¿Qué características observas en la figura? Justifica tu respuesta	160
Tabla 52. ¿Es posible encontrar siempre un punto C y P de manera que ABCP sea Rectángulo? Justifica tu respuesta	163
Tabla 53. Identificación de conceptos geométricos que permiten resolver problemas	164
Tabla 54. Interpretación de las representaciones dentro del mismo registro	165
Tabla 55. ¿Cuáles de los anteriores cuadriláteros son rombos?	166
Tabla 56. Realice la construcción de un rombo teniendo en cuenta que debe hacerlo a partir del rectángulo dado. Justifica tu respuesta	173

Tabla 57. ¿Halle la medida de sus lados y ángulos? Explica tu respuesta.....	174
Tabla 58. ¿Qué ocurre con las longitudes de los lados del rombo cuando efectúas la prueba del arrastre? Justifica tu respuesta	174
Tabla 59 ¿La medida de los ángulos varía? Justifique su respuesta.....	175
Tabla 60. ¿Hay diferencias en la amplitud de los ángulos del polígono inicial (rectángulo) y el polígono construido (rombo)? Explica tu respuesta	176
Tabla 61. ¿Qué relación observas entre el área del polígono inicial (rectángulo) y el área del polígono construido (rombo)? Explica tu respuesta	176
Tabla 62. Si el tesoro se encuentra sobre la pista rectilínea, ¿Dónde habría que cavar para encontrar el tesoro? Explica tu respuesta	180
Tabla 63. ¿Y si el tesoro se encuentra en el otro vértice del rombo? Explica tu respuesta	180
Tabla 64. ¿En qué punto se cortan las diagonales del rombo? Explica tu respuesta	181
Tabla 65. ¿Qué ángulo forman las diagonales del rombo? Explica tu respuesta	181
Tabla 66. ¿Qué ocurre cuando Arrastras los vértices de las figuras construida?	182
Tabla 67. ¿Qué características observas en la figura? Justifica tu respuesta	183
Tabla 68. ¿Qué relación tienen sus lados opuestos? Justifica tu respuesta.....	183
Tabla 69. ¿Qué relación tienen sus lados consecutivos? Justifica tu respuesta .	184
Tabla 70. ¿Cuál es la relación existente entre los ángulos del Rombo? Justifica tu respuesta	185
Tabla 71. ¿Cómo son los lados del Rombo? Justifica tu respuesta.....	185
Tabla 72. Definición de rombo por parte de los estudiantes	186
Tabla 73. ¿Es posible encontrar siempre un punto C y D de manera que ABCD sea Rombo? Justifica tu respuesta	189
Tabla 74. Enuncien las condiciones que debe cumplir C y D. Justifica tu respuesta	190
Tabla 75. ¿Cómo son las diagonales del Rombo que construiste? Justifique su respuesta	190
Tabla 76. Conceptos de cada estudiante sobre propiedades del rombo	191

Tabla 77. Análisis de pruebas diagnósticas de cada estudiante.....	192
Tabla 78. Contrastes de resultados de la prueba diagnóstica y prueba final.....	211

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Pregunta N° 1	83
Figura 2. Respuesta N° 1	84
Figura 3. Pregunta N° 2	84
Figura 4. Respuesta N° 2	85
Figura 5. Pregunta N° 3	86
Figura 6. Respuesta N° 3	86
Figura 7. Pregunta N° 4	87
Figura 8. Respuesta N° 4	88
Figura 9. Pregunta N° 5	88
Figura 10. Respuesta N° 5	89
Figura 11. Pregunta N° 6	89
Figura 12. Respuesta N° 6	90
Figura 13. Pregunta N° 7	91
Figura 14. Respuesta N° 7	91
Figura 15. Pregunta N° 8	92
Figura 16. Respuesta N° 8	93
Figura 17. Pregunta N° 9	93
Figura 18. Respuesta N° 9	94
Figura 19. Pregunta N° 10	94
Figura 20. Respuesta N° 10	95
Figura 21. Resultados Pregunta N° 1	198
Figura 22. Definición del polígono por parte de estudiante E1	199
Figura 23. Respuesta Pregunta N° 2	200
Figura 24. Respuesta dada por estudiante E2	200
Figura 25. Respuesta a Pregunta N° 3	201

Figura 26. Respuesta por parte de estudiante E6.....	201
Figura 27. Ilustración a Pregunta N° 4	202
Figura 28. Respuesta por parte de estudiante E3 a pregunta 4	202
Figura 29. Ilustración de Pregunta N° 5	203
Figura 30. Respuesta a Pregunta 5 por estudiante E5	204
Figura 31. Ilustración de Pregunta N° 6	204
Figura 32. Respuesta a pregunta 6 por estudiante E7.....	205
Figura 33. Ilustración de la Pregunta N° 7	205
Figura 34. Respuesta a Pregunta 7 por estudiante E7	206
Figura 35. Ilustración de Pregunta N° 8	206
Figura 36. Respuesta a pregunta 8 por estudiante E3.....	207
Figura 37. Ilustración de Pregunta N° 9	208
Figura 38. Respuesta a pregunta 9 por estudiante E6.....	208
Figura 39. Ilustración de Pregunta N° 10	209
Figura 40. Respuesta a pregunta 10 por estudiante E2.....	210

LISTA DE IMÁGENES

	Pág.
Imagen 1. Estudiantes durante la prueba diagnóstica:	82
Imagen 2. Estudiantes dando respuesta al cuestionario.....	101
Imagen 3. Polígono en pantalla	106
Imagen 4. Muestra de un segmento previamente construido a estudiantes	108
Imagen 5. Muestra fotográfica del desarrollo de uno de los estudiantes utilizando las herramientas del GeoGebra.....	109
Imagen 6. Identificación por parte de una de las estudiantes de las propiedades generales de un cuadrado	110
Imagen 7. Estudiante en proceso de evaluación	117
Imagen 8. Registro fotográfico estudiantes desarrollando la actividad N° 5	120
Imagen 9. Estudiante en proceso de desarrollo actividad N° 1.....	124
Imagen 10. Demostración fotográfica del desarrollo de Actividad N°1 por parte del Estudiante E1.....	125
Imagen 11. Demostración gráfica de las pruebas de arrastre por parte del estudiante E1	126
Imagen 12. Expresión manual, de la perpendicularidad, por parte de estudiante.....	131
Imagen 13. Desarrollo de un paralelogramo por parte de un estudiante utilizando las herramientas de GeoGebra.....	132
Imagen 14. Construcción por parte de los estudiantes de paralelogramo	133
Imagen 15. Representación gráfica de la respuesta dada por estudiante E3.....	149
Imagen 16. Construcción gráfica de un rectángulo por parte de estudiantes	151
Imagen 17. A través de la exploración en el archivo segmento de GeoGebra, los estudiantes diseñaron un rectángulo	152
Imagen 18. Explicación por parte de estudiante sobre los ángulos del rectángulo	153

Imagen 19. Explicación por parte de un estudiante sobre su representación utilizando las herramientas GeoGebra.....	162
Imagen 20. Argumentación por parte de estudiante en la identificación de un rombo.....	168
Imagen 21. Construcción de un rombo por parte de estudiante	170
Imagen 22. Explicación manual de las propiedades de la igualdad de los lados de un rombo.....	171
Imagen 23. Construcción final, tras varios intentos, de un rombo por parte de estudiantes	172
Imagen 24. Archivo en GeoGebra con un segmento dado previamente construido y una línea para desarrollo de Actividad N° 3.	178
Imagen 25. Demostración por medio de sus manos, la forma de las circunferencias por parte de una estudiante.	179
Imagen 26. Respuestas del estudiante E6.	187
Imagen 27. Expresión por parte de los estudiantes, con respecto a lo que hacen y ven reflejado en la pantalla del computador.	188
Imagen 28. Construcción del rombo por medio de los estudiantes, tras varios intentos.	189

LISTA DE GRÁFICAS

	Pág.
Gráfica 1. Comparación de porcentajes según nivel de desempeño por año en matemáticas grado tercero. 2014-2015	30
Gráfica 2. Comparación de porcentajes según nivel de desempeño por año en matemáticas grado quinto. 2014-2015.....	31
Gráfica 3. Competencias evaluadas matemáticas año 2014 tercer grado	32
Gráfica 4. Competencias evaluadas matemáticas año 2015 tercer grado	32
Gráfica 5. Problema N° 1: Reconocer los polígonos por sus ángulos, vértices y lados paralelos y perpendiculares.....	77
Gráfica 6. Problema N° 2: Diagonales de un polígono.....	77
Gráfica 7. Problema N° 3: Propiedades del paralelogramo.....	78
Gráfica 8. Problema N°4: Identificar la forma de la figura (rectángulo) que se describe al mover dos palitos de igual medida	78
Gráfica 9. Problema N°5: Propiedades del cuadrado	79
Gráfica 10. Problema N°6: Propiedades del rectángulo.....	79
Gráfica 11. Problema N°7: Propiedades del paralelogramo.....	80
Gráfica 12. Problema N°8: Propiedades del rombo	80
Gráfica 13. Problema 9: Relación de propiedades entre el cuadrado y el rombo .	81
Gráfico 14. Problema N°10: Seleccionar la forma que tiene un cuadrilátero (rectángulo) según sus propiedades.....	81
Gráfica 15. Problema N° 1: Reconocer los polígonos por sus ángulos, vértices y lados paralelos y perpendiculares.....	193
Gráfica 16. Problema N° 2: Diagonales de un polígono.....	193
Gráfica 17. Problema N° 3: Propiedades del paralelogramo.....	194
Gráfica 18. Problema N°4: Identificar la forma de la figura (rectángulo) que se describe al mover dos palitos de igual medida	194

Gráfica 19. Problema N° 5: Propiedades del cuadrado	195
Gráfica 20. Problema N° 6: Propiedades del rectángulo.....	195
Gráfica 21. Problema N° 7: Propiedades del paralelogramo.....	196
Gráfica 22. Problema N° 8: Propiedades del rombo	196
Gráfica 23. Problema N° 9: Relación de propiedades entre el cuadrado y el rombo.	197
Gráfica 24. Problema N° 10. Seleccionar la forma que tiene un cuadrilátero (rectángulo) según sus propiedades.....	197
Grafica 25. Contrastes de resultados de la prueba diagnóstica y prueba final	211

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
ANEXO A. ÍNDICE SINTÉTICO DE CALIDAD 2014	224
ANEXO B. ÍNDICE SINTÉTICO DE CALIDAD 2015	225
ANEXO C. PRUEBA DIAGNOSTICA	226
ANEXO D. TALLER DE CUADRADO.....	231
ANEXO E. TALLER DE PARALELOGRAMO	238
ANEXO F. TALLER DE RECTÁNGULO.....	244
ANEXO G. TALLER DE ROMBO.....	251
ANEXO H. PRUEBA FINAL.....	258
ANEXO I. CONSENTIMIENTO INFORMADO PADRES O ACUDIENTES DE ESTUDIANTES.....	263
ANEXO J. CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA EL RECTOR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA PARTICIPANTE DE LA INVESTIGACIÓN	264
ANEXO K. DECLARACIÓN DEL DOCENTE INVESTIGADOR.....	265
ANEXO L. CERTIFICADO DEL CURSO DE CAPACITACIÓN DE NIH	266

RESUMEN

TÍTULO: LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES UTILIZADAS EN EL DESARROLLO DE HABILIDADES DE REPRESENTACIÓN EN EL ESPACIO, BAJO UN ENFOQUE DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS*
AUTOR: GERARDO RANGEL CASTRO**

PALABRAS CLAVE: PENSAMIENTO ESPACIAL, RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, HABILIDADES DE REPRESENTACIÓN, TECNOLOGÍAS DIGITALES, SECUENCIA DIDÁCTICA.

DESCRIPCIÓN

El presente proyecto de investigación acción que forma parte del enfoque cualitativo, tiene por objetivo potenciar habilidades de representación en el espacio a estudiantes de básica primaria de una escuela rural, del municipio de Rionegro, Santander; con ayuda de un software matemático interactivo bajo un enfoque de resolución de problemas. La propuesta de Duval potencia la adquisición de un sistema de representación geométrica, a través del desarrollo de tres habilidades: La identificación de la presencia de una representación, que implica una selección de rasgos en el contenido a representar, el tratamiento de una representación que permite la transformación de una representación en otra del mismo sistema y finalmente, la conversión de una representación que transforma la representación en una representación de otro sistema conservando la totalidad o sólo una parte del contenido de la representación inicial.

Con esta investigación se pretende que los estudiantes del grado 4 y 5 con edades entre los 8 y 10 años, logren desarrollar las habilidades de identificación, conversión y tratamiento de representaciones geométricas.

Como estrategia de intervención, se diseñó e implementó una secuencia didáctica según las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele y las habilidades de representación desde Duval, y se utilizó la tecnología digital, a través de la implementación del software “GeoGebra” que permitió establecer un entorno de aprendizaje en el que el concepto de construcción adquirió importancia crucial, y su ingreso al aula resultó ser una herramienta fructífera para potenciar y desarrollar favorablemente el proceso de enseñanza-aprendizaje de las representaciones geométricas.

Finalmente, se les aplicó una prueba final para verificar el desarrollo de las habilidades de representación y según los resultados obtenidos, se evidenció un progreso notable en dichas habilidades y la adquisición e interpretación de los conceptos de las propiedades de los cuadriláteros.

* Proyecto de Grado.

** Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación. Maestría en pedagogía. Director: Dr. Jorge Enrique Fiallo Leal,

ABSTRACT

TITLE: DIGITAL TECHNOLOGIES USED IN THE DEVELOPMENT OF SKILLS SPACE REPRESENTATION, A FOCUS RESOLUTION PROBLEMAS*

AUTHOR: GERARDO RANGEL CASTRO**

KEY WORDS: SPACE THOUGHT, PROBLEM RESOLUTION, REPRESENTATION SKILLS, DIGITAL TECHNOLOGIES, DIDACTIC SEQUENCE.

DESCRIPTION:

The present project of action research that forms part of the qualitative approach, aims to enhance the skills of representation in the space to students of basic primary of a rural school, of the municipality of Rionegro, Santander; with the help of interactive mathematical software under a problem-solving approach. The Duval proposal promotes the acquisition of a system of geometric representation, through the development of three skills: The identification of the presence of a representation, which implies a selection of features in the content to be represented, the treatment of a representation that allows The transformation of one representation into another of the same system and finally the conversion of a representation that transforms the representation into a representation of another system retaining all or only part of the content of the initial representation.

With this research, students of grades 4 and 5 with ages between 8 and 10 years are expected to develop the skills of identification, conversion and treatment of geometric representations.

As a strategy of intervention, a didactic sequence was designed and implemented according to the learning phases of the Van Hiele model and the representation skills from Duval, and digital technology was used, through the implementation of the software "GeoGebra" A learning environment in which the concept of construction became crucial, and its entry into the classroom proved to be a fruitful tool to promote and develop the teaching-learning process of geometric representations.

Finally, a final test was applied to verify the development of the abilities of representation and according to the obtained results, a remarkable progress in these abilities was evidenced and the acquisition and interpretation of the concepts of the properties of the quadrilaterals.

* Grade Work

** Faculty of Human Sciences. School of Education. Master's in pedagogy. Director: Jorge Enrique Fiallo Leal,

INTRODUCCIÓN

La importancia de la geometría en los diversos campos de acción hace alusiones a suministrar un conocimiento útil en la vida diaria, en las ciencias, en las técnicas y en las diversas actividades humanas; es decir, prepara al estudiante para inferir, manifestar, deducir y percibir mejor las ideas relacionadas con la representación geométrica. Por lo que manifiesta Blanco y Barrantes al afirmar: “La geometría es considerada como una herramienta para comprender, describir e interactuar con el espacio en que vivimos, es quizás la parte más intuitiva, concreta y única a la realidad de la matemáticas”¹.

Esta investigación aborda desde el objetivo que es potenciar habilidades de representación en el espacio con el propósito de promover el desarrollo del pensamiento espacial. Respecto al estudio geométrico de cuadriláteros, se diseñó una secuencia didáctica con talleres que incluye cinco fases de aprendizaje según Van Hiele. Algunas de las actividades se diseñaron para ser realizadas con lápiz y papel y otras con la ayuda del software GeoGebra, el cual facilitó la manipulación de las representaciones del objeto geométrico.

Según Vargas y Gamboa:

La geometría es uno de los temas de las matemáticas que tiene más importancia para la humanidad y su desarrollo. Se relaciona de manera directa o indirecta, con múltiples actividades que se realizan ya sea para el progreso de la sociedad, el estudio o para la recreación. La geometría es para el ser humano el idioma universal que le permite describir y construir su mundo, así como transmitir la percepción que tiene de este al resto de la humanidad. La geometría despierta en el estudiante diversas habilidades que le sirven para comprender otras áreas de las

¹ BLANCO, Lorenzo y BARRANTES, Manuel. Sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje. Concepciones de los estudiantes para maestros. España: En: Relime, Vol. 6, no. 2, 2003. p. 108.

Matemáticas y le prepara mejor para entender el mundo que le rodea; además, son muchas las aplicaciones de las matemáticas que poseen un componente geométrico².

La identificación, conversión y tratamiento son tres habilidades que se pueden desarrollar haciendo uso efectivo de una herramienta de aprendizaje. De acuerdo con “National of Council of Teacher of Mathematics” (NCTM), “la tecnología apoya la enseñanza eficaz de las matemáticas que los procesos deben de utilizar la tecnología para enriquecer la oportunidad de aprendizajes de sus estudiantes”³. En este contexto, la investigación se centra en el desarrollo de habilidades de representación espacial como una fórmula de mejorar el estudio de la geometría.

Con el estudio de las propiedades de los cuadriláteros; se espera que la geometría nos otorgue las habilidades relacionadas al pensamiento espacial, lo que les concede un valor adherido de un aprendizaje más vivencial de una clase teórica o una clase práctica. Así, a través de esta investigación quiero mostrar una propuesta que ayudará a aclarar la problemática que se diseñó desde el aula de clase. Para esto, se ha organizado de la siguiente manera:

En el primer capítulo presento los aspectos generales de la investigación, tales como problema, formulación y planteamiento del problema de investigación, justificación, y objetivos.

En el segundo capítulo presento lo que constituye el marco teórico en el que se basa esta tesis, describimos los antecedentes de investigación, marco conceptual y marco legal.

² VARGAS, Gilberto y GAMBOA, Ronny. El modelo de van Hiele y la enseñanza de la geometría [en línea]. En: Revista Virtual Uniciencia, Enero-Julio 2014, no 1. p. 75. [Citado 10 de marzo 2015]. Disponible en: <http://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/4944>.

³ NATIONAL OF COUNCIL OF TEACHER OF MATHEMATICS NCTM. Principios y Estándares para la Educación Matemática. Estados Unidos: 2003. p.210.

En el tercer capítulo hace referencia a la metodología del proyecto, contextualización de la investigación acción, el enfoque metodológico, diseño metodológico, descripción del escenario y los participantes, procesos de recolección de información, técnicas de recolección de información e instrumentos de recolección de la información.

En el cuarto capítulo presento análisis y reflexiones de los resultados de la propuesta como la prueba diagnóstica, las actividades que fueron diseñadas según las fases de aprendizaje y la prueba final. Además, los resultados de la aplicación de estos instrumentos, así como el análisis de los mismos.

En el quinto capítulo presento las conclusiones y algunas recomendaciones buscando contribuir con una reflexión en los docentes sobre cómo enfocar la enseñanza de la geometría, específicamente de los cuadriláteros.

Finalmente, presento las referencias bibliográficas y los anexos conformados por la prueba diagnóstica, talleres de cuadriláteros y la prueba final.

1. PROBLEMA

1.1 FORMULACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Los educadores matemáticos desde la línea de investigación en didáctica, han centrado su interés en la formación geométrica de los estudiantes, para contribuir a las metas y propósitos de la educación actual de nuestro país⁴. En este sentido, El Ministerio de Educación Nacional (MEN), en general, considera: “las matemáticas en la escuela tienen un papel esencialmente instrumental, que por una parte se refleja en el desarrollo de habilidades y destrezas para resolver problemas de la vida práctica”⁵, es por ello, que a partir de su propuesta de Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, se pretende responder a las nuevas demandas globales y nacionales relacionadas con una educación de calidad y la formación integral de estudiantes con las competencias necesarias para desenvolverse en situaciones de la vida cotidiana⁶.

Según Polya, el profesor debe ayudar a sus alumnos de forma efectiva en la resolución de problemas, tal como aprender a nadar o a montar en bicicleta. “El resolver problemas es una cuestión de habilidad práctica como, por ejemplo, nadar La habilidad práctica se adquiere por la imitación y práctica... Al tratar de resolver problemas, hay que observar e imitar lo que otras personas hacen en

⁴ MORALES, Cesar Augusto y MAJÉ, Ramón. Pensamiento espacial y desarrollo de competencias matemáticas la enseñanza de un caso particular: los cuadriláteros [en línea]. 2010. Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. [Citado 10 de marzo 2015]. Disponible en: http://funes.uniandes.edu.co/1111/1/472_Pensamiento_Espacial_y_Desarrollo_Asocolme2010.pdf

⁵ COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, MEN. Lineamientos curriculares para el área de matemáticas. Bogotá, 1988. p. 9.

⁶ MORALES, Op. cit., p. 1.

casos semejantes”⁷. De acuerdo con lo anterior, la práctica pedagógica debe general el espacio adecuado para el desarrollo del estudiante como un ser mediático o como un ciudadano competente, por tal razón surge la necesidad de diseñar propuestas didactas innovadoras que integren los recursos didácticos usados por los estudiantes para mejorar los niveles de competencia matemáticas.

Al igual que señala Nieto:

La resolución de problemas geométricos está estrechamente relacionada con la creatividad, que algunos definen precisamente como la habilidad para generar nuevas ideas y solucionar todo tipo de problemas y desafíos. La especie humana es creativa por naturaleza. Con esto se afirma que todo ser humano nace con un gran potencial para la creación, mientras algunos lo aprovechan al máximo, otros casi no lo utilizan. Sin embargo la creatividad, al igual que las habilidades humana, puede potencializarse a través de la práctica y el entrenamiento adecuado⁸.

Desde esta perspectiva, es que se desarrollará esta propuesta en una institución educativa de carácter oficial de la zona rural de Rionegro Santander para ello es necesario realizar una descripción detallada de la institución a intervenir. En la actualidad, se encuentran matriculados 18 estudiantes en los grados de Transición y Básica Primaria (1º a 5º), para el año lectivo 2017, con edades entre los cinco y once años, donde sólo labora un docente con todos los grados en horario de 6:30 am a 12:30 pm. La población se considera muy estable debido a que sus raíces están en la misma vereda, es decir, existen pocas familias flotantes. En ésta institución se atiende los estudiantes con la metodología Escuela Nueva, fundamentada en un compendio de guías para las áreas de Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, Lenguaje y Matemáticas, las demás áreas obligatorias se

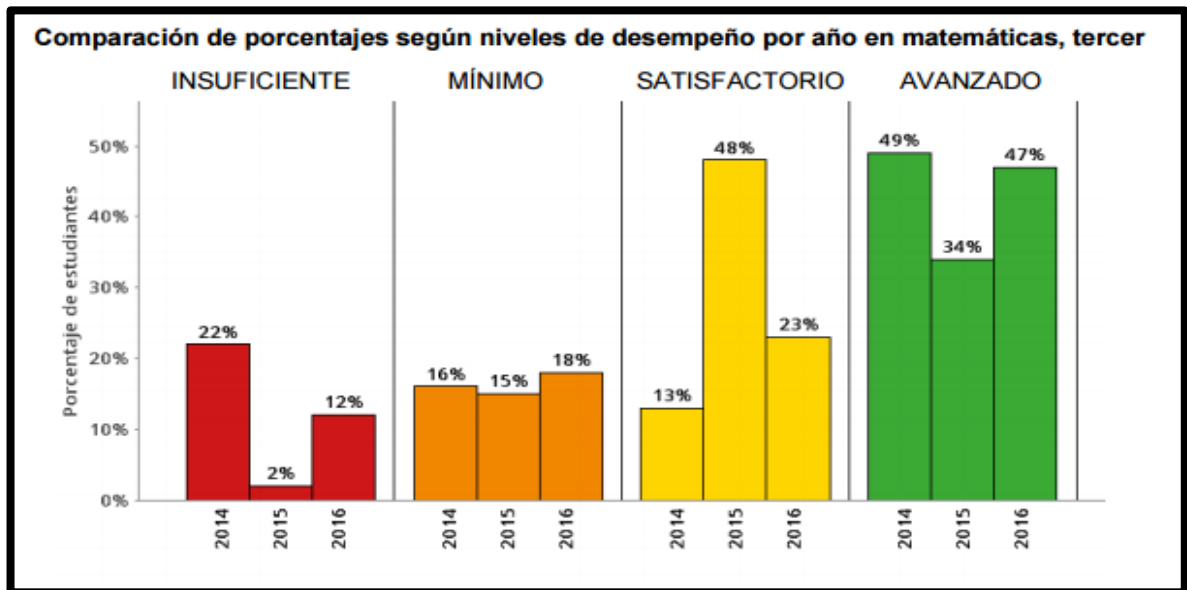
⁷ POLYA, George. Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas, 1965. p. 215.

⁸ NIETO, José. Talleres de formación matemática. Resolución de problemas matemáticos. Maracaibo: 2004, p. 5.

desarrollan con base en los Lineamientos Curriculares, Estándares, Competencias y Plan de Estudio Institucional.

La cantidad de estudiantes y la multiplicidad de grados atendidos por un solo docente hace que el acompañamiento al grupo o individual sea escaso, por lo que se presenta una gran desmotivación y desinterés en el desempeño de actividades académicas principalmente en lo relacionado con procesos geométricos, por otra parte, las metodologías tradicionales para desarrollar una clase les aburre, les llama muy poco la atención, asisten con la actitud de espectadores lo que implica no encontrarle sentido, ni aplicación a los que el profesor les habla. además analizando con los maestro de la institución educativa de primaria, acerca de los contenidos trabajados en geometría, que están incorporados en el plan de área, por diversas circunstancias no se alcanzan a enseñar o profundizar en el año escolar, la mayoría llegan a la conclusión que la geometría casi siempre se trabaja para el último período académico y no se alcanza a enseñar por falta de tiempo, otros, se justifican en que no tienen la formación en matemáticas y por esto no se dedican a ella como sí lo hacen con las otras áreas de estudio. Esto se evidencia al considerar los resultados de evaluaciones externas y nacionales realizadas por “El Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación” (ICFES), para los años 2014 y 2015.

Gráfica 1. Comparación de porcentajes según nivel de desempeño por año en matemáticas grado tercero. 2014-2015

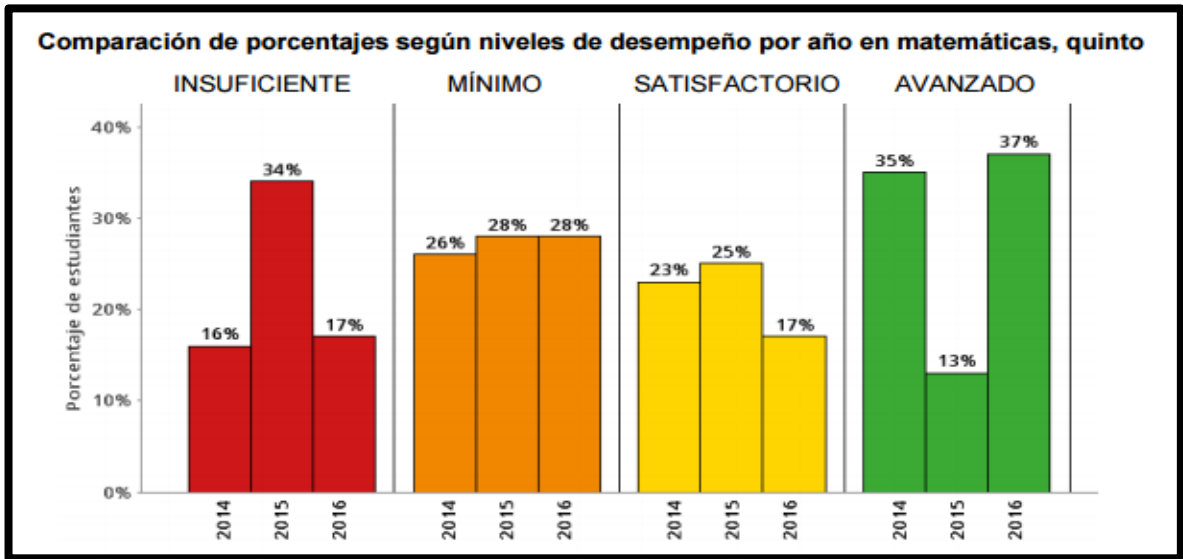


Fuente: COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. ICFES. Reporte de Resultados Pruebas Saber 3° y 5°.

En los resultados de las pruebas SABER para el componente geométrico – métrico grado tercero en el año 2014; se encontró en el nivel AVANZADO 49%, nivel INSUFICIENTE 22%, y nivel MÍNIMO 16%, mientras que para el 2015, los resultados para este mismo componente ubicaron en un nivel AVANZADO 34%, nivel INSUFICIENTE 2%, y nivel MÍNIMO 15%.⁹

⁹ COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. ICFES. Reporte de Resultados Pruebas Saber 3° y 5° [en línea]. Bogotá, D.C: 2014. p. 1. [Citado 10 de marzo 2015]. Disponible en: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359>.

Gráfica 2. Comparación de porcentajes según nivel de desempeño por año en matemáticas grado quinto. 2014-2015



Fuente: COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. ICFES. Reporte de Resultados Pruebas Saber 3° y 5°.

Los resultados de las pruebas SABER para el componente geométrico – métrico grado quinto en el año 2014; se encontró en el nivel AVANZADO 35%, nivel INSUFICIENTE 16%, y nivel MÍNIMO 26%, mientras que para el 2015, los resultados para este mismo componente ubicaron en un nivel AVANZADO 13%, nivel INSUFICIENTE 34%, y nivel MÍNIMO 28%.¹⁰

De la misma manera, el resultado de la prueba saber indica que hay debilidades en el proceso geométrico de la representación y modelación, como se puede observar en la siguiente lectura de resultados del grado tercero del año 2014.

¹⁰ ICFES. Op. Cit., p. 2.

Gráfica 3. Competencias evaluadas matemáticas año 2014 tercer grado.

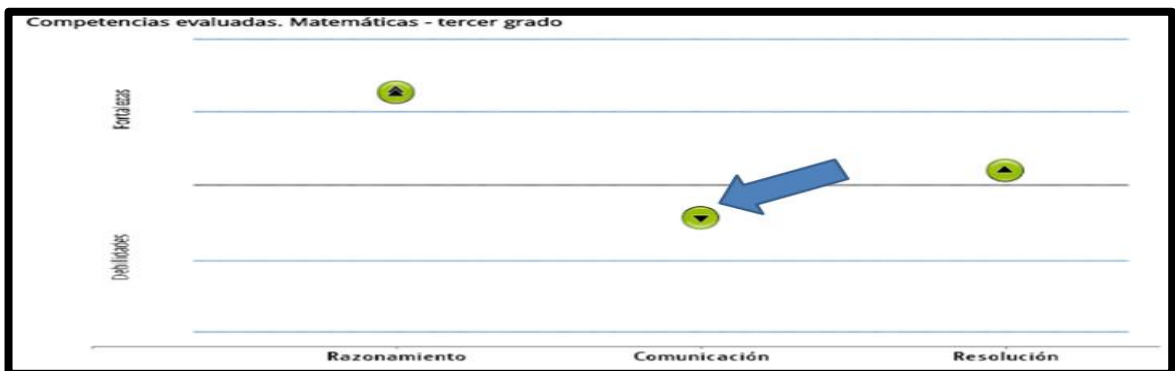


Fuente: COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. ICFES. Reporte de Resultados Pruebas Saber 3° y 5°.

En comparación con los establecimientos educativos que representan puntajes promedios similares en el área y grado evaluado el establecimiento es relativamente débil en el proceso de representación y modelación.

Los resultados de la prueba saber indica que hay debilidades en el proceso geométrico de la representación y modelación, como se puede observar en la siguiente lectura de resultados del grado tercero del año 2015.

Gráfica 4. Competencias evaluadas matemáticas año 2015 tercer grado



Fuente: COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. ICFES. Reporte de Resultados Pruebas Saber 3° y 5°.

En comparación con los establecimientos educativos que representan puntajes promedios similares en el área y grado evaluado el establecimiento es relativamente persistente débil en el proceso de representación y modelación.

Debido a la intermitencia de los anteriores resultados, surge la necesidad de una enseñanza y aprendizajes basados en el desarrollo de habilidades interpretación, conversión y tratamiento en el conocimiento del espacio geométrico en la representación, puesto que los conocimientos geométricos le permiten a los estudiantes hacer interpretación del contexto y con bases teóricas sustentadas, poder plantear conjeturas, proponer soluciones a las problemáticas que se presenten en el diario vivir y le proporcionan un conocimiento útil en la vida cotidiana, en las ciencias, en las técnicas y en los distintos campos, lo prepara para razonar de manera lógica.

Con referencia, al Índice Sintético de Calidad para el 2015 ; nos ubicamos en la escala de valoración 6,3% en básica primaria, por otro lado el índice nacional es de 5,1%, y el ETC (promedio entidades territoriales certificadas) obtuvo un 5,6%; con lo anterior, cada institución sabe con certeza como está en cada uno de sus niveles: progreso (1,90%), desempeño (2,82%), eficiencia (0,78%), y ambiente escolar (0,77%); (Ver anexo A) por consiguiente, según los resultados arrojados, se pudo determinar que estos aspectos deben ser potencializados en los estudiantes de primaria de la Institución Educativa, como son el pensamiento geométrico y el proceso de Representación Matemática. Sin embargo, se deben implementar estrategias didácticas que fortalezcan los aspectos que muestran un bajo desempeño en los estudiantes en las otras áreas.

El informe del índice sintético de calidad para el 2016 registró para el nivel de Básica primaria un valor de 5,0 por debajo del Promedio Nacional de 5,42 y 5,64 en la Entidad Certificada, arrojando un descenso con respecto a los resultados del 2015, con respecto al progreso (0,75%) y el desempeño (2,52%) a nivel de

institución, en el cual la eficiencia y el ambiente escolar se mantuvo. En la básica secundaria registró un 3,96 por debajo del Promedio Nacional que fue de 5,27% y 5,45% en la Entidad Territorial Certificada, notándose un leve incremento con respecto al año 2015 en la Institución Educativa. (Ver anexo B).

La Institución Educativa en su Plan de Mejoramiento Institucional ha establecido un plan de acción que permita mejorar los aspectos relacionados con las pruebas de estado, para ello se implementó pruebas tipo Saber en cada periodo académico, la implementación del proyecto martes de prueba saber, el calendario matemático, el fortalecimiento de la lectura y el desarrollo de proyectos utilizando las tecnologías digitales. Además, en cuanto a la Autoevaluación Institucional, el plan de estudio refleja el horizonte institucional; pero no responde al 100% de los lineamientos y estándares propuestos por el MEN. Las prácticas pedagógicas en la institución son desarrolladas como un conjunto de actividades ordenadas y estructuradas dentro de la articulación de cada uno de los componentes del plan de estudios y que apunta a la consecución de un logro previamente determinado. El sistema de seguimiento académico en la institución se realiza de manera aislada y no periódica, sólo en los casos en los que el estudiante muestre un muy bajo rendimiento académico, pero no se determinan decisiones institucionales al respecto, el consejo académico aborda y discute los procesos de mejoramiento, pero aún no ha establecido mecanismos que lideren el proceso.

Para desarrollar la investigación se tratara de dar repuesta a los siguientes interrogantes:

¿Cuáles son las dificultades que se presentan en el estudiante de Primaria relacionadas con proceso de Representación Geométrica al resolver problemas?

¿Cuáles serían las estrategias didácticas mediadas por tecnologías Digitales, que contribuirían a fortalecer el proceso de Representación geométrica en estudiantes de básica Primaria?

¿Qué incidencia tiene el uso del software matemático interactivo para el desarrollo de habilidades de representación geométrica en la resolución de problemas?

A partir de lo planteado y expuesto anteriormente se formula la siguiente pregunta directriz del proceso de investigación:

¿Cómo potenciar habilidades de representación en el espacio, apoyados de un software interactivo de matemáticas, bajo un enfoque de resolución de problemas?

1.2 JUSTIFICACIÓN

Para potenciar el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas geométricos de los estudiantes de básica primaria en el área de matemáticas de la Institución Educativa, se deben implementar estrategias metodológicas apoyadas en las Tecnologías Digitales (TD), que permitan a los estudiantes potenciar las habilidades en el proceso de representación y alcanzar un aprendizaje significativo, debido a que muestran un grado de interés al manipular un computador y realizar actividades interactivas que permiten comprender las situaciones planteadas, conceptualizarlas, darles solución desde el campo geométrico y, apoyado con la herramienta tecnológicas disponibles en el medio. El hecho de incorporar las herramientas computacionales al desarrollo de las clases de geometría en la educación primaria, motiva el diseño e implementación de nuevas estrategias didácticas, que, a nivel nacional se empezaron a implementar con el proyecto incorporación de nuevas tecnologías al currículo de

matemáticas de la educación básica y media de Colombia liderado por el MEN desde el año 2000.

Según Lastra:

La geometría como cuerpo de conocimientos permite analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales, que favorecen la comprensión y admiración por el entorno natural. Así también estimular en los niños(as) la creatividad y una actitud positiva hacia las matemáticas y en los profesores utilizar estrategias que usen el plegado, la construcción, el dibujo, modelamientos, software, variadas actividades que enriquezcan los procesos en el aula¹¹.

Por esto, para los docentes de esta área “es necesario explorar diversas formas de obtener provecho de la riqueza que posee la geometría y romper los esquemas a los que se habituaron para dedicarse a la investigación, exploración y aplicación de nuevas actividades dentro y fuera del aula”¹². Por lo anterior, cabe decir que se debe afianzar y potenciar el desarrollo de habilidades en la representación geométrica haciendo uso de software educativos que dispone la web y, a los que se pueden acceder teniendo en cuenta el contexto en el que se trabaja.

En la educación primaria la geometría es de gran importancia porque el estudiante inicia su proceso de aprendizaje, haciendo construcciones geométricas, porque con ellas favorecen los esquemas de visualización, exploración, conjeturación, representación y comunicación mostrando iniciativa y destreza en la resolución de problemas donde se involucran un conjunto de estrategias, recursos, métodos y procedimientos, que deben ser tenidos en cuenta desde temprana edad para el desarrollo de su proceso cognitivo. Con relación a estos planteamientos y como una forma de suplir estas dificultades, los Estándares Básicos de Competencias

¹¹ LASTRA, Sonia. Propuesta metodológica de enseñanza aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas. Tesis Maestría. Santiago de Chile: Universidad de Chile. Facultad de Ciencias Sociales, 2005. p. 2.

¹² VARGAS, Op. cit. p.75-76.

en Matemática afirman que: “Los materiales físicos y manipulativos ayudan a comprender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas¹³”.

Con el desarrollo de este trabajo de investigación se pretende potencializar las capacidades intelectuales de los estudiantes involucrados directamente en el proceso, fortaleciendo el área de matemáticas en especial el pensamiento espacial y facilitando el desarrollo de las habilidades de identificación, conversión y tratamiento propias del proceso de representación espacial, teniendo como herramienta fundamental el software de geometría dinámica, este permitirá ilustrar gráficamente la multiplicidad de algunos objetos geométricos siendo motivante por ser innovador, puesto que, las figuras dejan de ser estáticas en el papel para convertirse en dinámicas, a través de un computador estimulando la capacidad de representación geométrica, además, incide en el proceso de enseñanza y aprendizaje que se desarrolla en el aula de clase.

Desde esta investigación se pretende innovar la enseñanza de la geometría, que en la actualidad se debe dar de manera activa, desarrollando una forma de pensar, potenciar seguridad para hacer conjeturas, para preguntar, para explicar, para argumentar y para resolver problemas geométricos; hacer preguntas y expresar lo que no se atreven a decir; identificar, hacer conversiones y tratamientos de conceptos geométricos; y potenciar el uso de las tecnologías digitales. Por lo anterior, es necesario renovar los esquemas tradicionales de enseñanza para hacer uso adecuado de las herramientas tecnológicas que permiten potenciar el desarrollo conceptual y por ende el desarrollo de las competencias.

¹³ COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de competencias en matemáticas. Bogotá, D.C: 2006. p.54.

La presente investigación potencializara el impacto social en lo que el MEN orienta que es:

Lograr una educación de calidad, que forme mejores seres humanos, ciudadanos con valores éticos, competentes, respetuosos de lo público, que ejercen los derechos humanos, cumplen con sus deberes y conviven en paz. Una educación que genere oportunidades legítimas de progreso y prosperidad para ellos y para el país. Lograr una educación competitiva, pertinente, que contribuya a cerrar brechas de inequidad y en la que participa toda la sociedad¹⁴.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo general Potenciar habilidades de representación en el espacio a estudiantes de básica primaria de una escuela rural, del municipio de Ríonegro, Santander; con ayuda de un software matemático interactivo bajo un enfoque de resolución de problemas.

1.3.2 Objetivos específicos

- ✚ Identificar las habilidades de representación que tienen los estudiantes en la solución de problemas geométricos.
- ✚ Diseñar una secuencia didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros apoyados en el modelo de Van Hiele, bajo un enfoque de resolución de problemas; donde se involucre el uso de las Tecnologías Digitales (TD) para su desarrollo.
- ✚ Analizar posibles habilidades de representación en el espacio, que los estudiantes logren potenciar en cada una de las actividades.

¹⁴ COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, Op. cit., p.56.

- ✚ Evaluar y sistematizar lo resultados obtenidos durante la aplicación de las actividades.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS

Para dar respuesta a los interrogantes se realizó un rastreo bibliográfico de investigaciones desarrolladas a nivel internacional, nacional, regional coherentes con la propuesta presentada, para ello se reseñan las siguientes investigaciones:

2.1.1 Antecedentes a Nivel. Dentro de las investigaciones realizadas en el terreno internacional acerca de la investigación se señalan las siguientes:

Presentaciones gráficas de cuerpos geométricos. Un análisis de los cuerpos a través de sus representaciones, realizado en México D.F, en el 2009, por Haydee Blanco:

Este proyecto de investigación se llevó a cabo con estudiantes de geometría de escuela media, se identificó como objetivo indagar de qué factores depende la representación de cuerpos geométricos, Por consiguiente, los resultados obtenidos mostraron un evidente acercamiento que solucionaron aquellos conceptos que llevan al estudiante a manejarse correctamente con los conocimientos matemáticos, evitando en lo posible las dificultades actuales¹⁵.

Esta investigación es un referente teórico y práctico que motiva el diseño y ejecución del proyecto en curso, con el fin de hacer aportes a los procesos de educación en la institución educativa, buscando estrategias para crear en los estudiantes la necesidad de utilizar recursos tecnológicos, para el diseño de

¹⁵ BLANCO, Haydee. Presentaciones gráficas de cuerpos geométricos. Un análisis de los cuerpos a través de sus representaciones. Tesis Maestría en Ciencias en Matemática Educativa. México D.F: Instituto Politécnico Nacional, Facultad de Matemáticas, 2009. p. 1.

actividades que permitan mejorar la manera en la que los estudiantes realizan sus representaciones planas de cuerpos geométricos.

Representaciones planas de sólidos geométricos por alumnos de educación primaria de Cantabria, se realizó en Cantabria, en el 2014, por Myriam Abascal Moraleja:

En esta investigación se identificó como objetivo el estudio de las representaciones planas de objetos geométricos ejecutadas por alumnos de 7 y 12 años. Los resultados obtenidos se evidenciaron en el avance de destreza y habilidad del estudiante para dibujar representaciones de sólidos, con el fin de conocer el nivel de desarrollo de la misma y descubrir algunas claves para tener en cuenta en la enseñanza de la geometría¹⁶.

Esta investigación aportó al proyecto, sobre la importancia que tiene la habilidad de interpretación en el aprendizaje de la geometría, a la hora de realizar cualquier representación y poder así estimular sus habilidades a través de la enseñanza en el diseño e interpretación de representaciones de cuerpos geométricos.

Una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en el modelo van hiele, realizado en Perú, en el año 2013, por Albert Thomy Maguiña Rojas.

Esta investigación tiene por finalidad diseñar una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele con apoyo del software de geometría dinámica GeoGebra. La elección del modelo de Van Hiele como marco teórico permitirá proponer niveles de desarrollo del

¹⁶ ABASCAL, Myriam. Representaciones planas de sólidos geométricos por alumnos de educación primaria de Cantabria. Tesis maestría en educación primaria. Cantabria: Universidad de Cantabria, facultad de educación, 2014. p. 2.

pensamiento geométrico para la adquisición de conocimientos y habilidades en relación a los cuadriláteros¹⁷.

Esta investigación aportó al proyecto, sobre la importancia que tiene el desarrollo del pensamiento y habilidades en cuanto a los cuadriláteros, a la hora de realizar cualquier representación y poder así estimular sus habilidades a través de la adquisición de conocimientos en el diseño e interpretación de representaciones de cuerpos geométricos.

2.1.2 Antecedentes a Nivel Nacional. Como referentes nacionales relacionados con la articulación de las habilidades de representación geométrica se encuentran:

Competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación desde la enseñanza de los cuadriláteros, realizado en Amazonas Leticia, en el año 2010¹, por Morales Chávez Augusto y Majé Ramón, Universidad de la Amazonía- Facultad de Ciencias de la Educación- Programa de Maestría en Ciencias de la Educación;

En esta investigación se identificó como objetivo general contribuir con el programa de geometría dinámica. Los resultados obtenidos se evidenciaron en el avance de competencias para resolver problemas geométricos y una alta motivación para el trabajo colectivo e individual. Son aportes interesantes que contribuyen en la implementación de investigaciones similares que potencializan los conceptos geométricos y la puesta en práctica¹⁸.

¹⁷ MAGUIÑA, Albert Thomy. Una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en el modelo van hiele. Tesis para optar el Grado Académico de Magister en Enseñanza de las Matemáticas. Perú: Universidad Pontificia Universidad Católica, Escuela de Graduados, 2013. p. 4.

¹⁸ MORALES, Augusto y MAJÉ Ramón. Competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación desde la enseñanza de los cuadriláteros. Tesis de Maestría en Matemáticas. Amazonas: Universidad de la Amazonía, Facultad de Ciencias de la Educación, 2010. p. 5.

De este modo, la investigación contribuyó con elementos importantes, toda vez que los resultados dan muestra de cómo las TIC afectan de manera positiva el desarrollo espacial para formular y resolver problemas geométricos en los cuadriláteros, a través del empleo de diferentes herramientas, que posibilitan toda una gama de formas y tipos de aprendizajes, las cuales de una u otra manera representan una de las múltiples posibilidades que los estudiantes tienen para pensar, aprender y construir desde el entretenimiento virtual. El uso de las TIC en las clases de geometría se ha convertido en un importante instrumento no solo como eje monitor sino también como elemento esencial para favorecer el trabajo colectivo e individual.

Mejoramiento de habilidades de visualización espacial mediante el uso de un ambiente informático, realizado en Armenia, Quindío, en el año 2013, por Efraín Alberto Hoyos Salcedo y César Augusto Acosta Minoli,

Este trabajo de investigación tuvo como objetivo diseñar y aplicar una secuencia didáctica haciendo uso de software educativo, para conceptualizar los sistemas de representación geométricos que permitieran visualizar el espacio tridimensional, y destacar la importancia de los elementos informáticos disponibles en el contexto y que contribuyen a la capacidad visual espacial del estudiante, la habilidad para dibujar objetos geométricos. Se logró que los estudiantes diseñaran una serie de cubos donde se evidencia la habilidad adquirida para trazar y formar figuras. La implementación de secuencias didácticas hace que la investigación se fundamente en resultados exitosos, que contribuyan al mejoramiento de las prácticas educativas en el aula¹⁹.

Este trabajo se relaciona con la investigación en curso, puesto que propone un material de instrucción para la enseñanza de la geometría, a través de enunciados claros, objetivos de aprendizaje precisos y una estructura de trabajo que aborda,

¹⁹ HOYOS, Efraín y ACOSTA, César Augusto. Mejoramiento de habilidades de visualización espacial mediante el uso de un ambiente informático. Quindío: Universidad del Quindío, 2013. p. 2.

paso a paso, las actividades de una secuencia didáctica, así como una descripción detallada de lo que el estudiante realizará, apoyado por los recursos informáticos que pueden ser de gran ayuda para una alternativa de solución.

Implementación del software libre GeoGebra como herramienta en el aula para la enseñanza de las matemáticas en educación básica secundaria en la ciudad de Fusagasugá. Realizado en Fusagasugá, en el año 2015, Por ÁVILA, Marta Viviana y MORENO Ángela Inés:

Las matemáticas siempre se han visto por la mayoría de estudiantes con temor, fastidio o indiferencia. Para lograr este objetivo debemos apoyarnos en todo lo que podamos; aprovechando que la incorporación de las TIC está en auge dentro de la educación, emplearemos el software GeoGebra como herramienta didáctica que permita al estudiante aprender de manera diferente; y además le permita que él mismo adquiera su conocimiento por medio de la manipulación del programa. Ya no será el docente quien tenga el conocimiento absoluto, sino que entre todos se construirá²⁰.

De esta forma puedo decir que los resultados anteriormente mencionados son relevantes para este estudio en particular dado que muestran diferentes perspectivas de cómo abordar nociones matemáticas apoyadas con TIC y su incidencia en la forma de utilizar diferentes representaciones (modelación de las situaciones con el software) para determinar razonamiento matemático basado en síntesis y capacidad de argumentación para dar solución a un problema.

2.1.3 Antecedentes a Nivel Regional. En este ámbito en cuanto al tema planteado las investigaciones son escasas pero cabe resaltar algunas que han sido desarrolladas por algunas universidades locales, entre ellas encontramos:

²⁰ ÁVILA, Marta Viviana y MORENO Ángela Inés. Implementación del software libre GeoGebra como herramienta en el aula para la enseñanza de las matemáticas en educación básica secundaria en la ciudad de Fusagasugá. En Revista Colombiana de Matemática Educativa, Vol. 1, no 1. 2015. p. 3.

Uso de tecnologías de la información y la comunicación (tic) como herramienta facilitadora en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la geometría en el grado segundo del instituto agrícola de alto Jordán, Vélez – Santander, Bucaramanga, Santander, Delcy Yadira Peña Gutiérrez, Universitaria de Santander UDES:

Este trabajo de investigación contiene una fundamentación teórica relacionada con el componente disciplinar, el pedagógico y el tecnológico similar a la propuesta a desarrollar, tomándose como sustento para iniciar la fase diagnóstica, análisis y tabulación de la misma, además, se evidenció información para poder plantear estrategias de solución usando las TIC. En la investigación desarrollada se hizo una recolección de videos, entrevistas y ejemplos de la herramienta Scratch usada en el campo educativo, que confirman que es un instrumento útil para fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría²¹.

La investigación aporta a este proyecto información de cómo poder plantear estrategias para mejorar y potenciar las habilidades de Representación en el proceso de enseñanza y aprendizaje utilizando las tecnologías digitales en la población a intervenir.

Estrategia metodológica para promover habilidades cognitivas, procedimentales y actitudinales para el aprendizaje de la geometría de sexto grado, Pamplona, Norte de Santander, Ludy Marisol Urbina Contreras, Universidad de Pamplona,

Este proyecto de investigación se fundamentó en el análisis de las dificultades que presentan los estudiantes de niveles iniciales de básica secundaria en la conceptualización y práctica de representación geométrica, se logró potenciar las habilidades cognitivas para la

²¹ PEÑA, Delcy. Uso de tecnologías de la información y la comunicación (tic) como herramienta facilitadora en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la geometría en el grado segundo del instituto agrícola de alto Jordán, Vélez. Santander. Tesis de Maestría en Tecnologías Digitales. Bucaramanga: Universidad de Santander, 2013. p. 2.

reflexión y razonamiento en la construcción de conceptos geométricos, destacándose la importancia del desarrollo del pensamiento espacial²².

La investigación será de gran importancia para apoyar la propuesta, en general, se evidencian resultados positivos que favorecen los procesos de aprendizajes de los estudiantes en el desarrollo del pensamiento espacial.

Incidencia de una propuesta didáctica que integra los medios informáticos, desde el enfoque socio-constructivista en el desarrollo de la competencia matemática. Universidad Industrial de Santander. Realizado en Bucaramanga, en el año 2009, por Siza Moreno Meredy. “Esta investigación ha diseñado, implementado y valorado una experiencia pedagógica innovadora que acompañada de los recursos tecnológicos genera un nuevo ambiente para el aprendizaje de las matemáticas y en especial para la formación de estudiantes con habilidades necesarias para desempeñarse competentemente en el siglo XXI”.²³

Esta investigación permite analizar las estrategias implementadas frente al trabajo que se desea aplicar para fomentar el desarrollo de competencias matemáticas dado que esta pretende que los estudiantes aprenda a interpretar y comprender una situación problema, de tal forma que construya el modelo matemático para luego proceder a su solución, utilizando las TIC como estrategia didáctica.

²² URBINA, Ludy Marisol. Estrategia metodológica para promover habilidades cognitivas, procedimentales y actitudinales para el aprendizaje de la geometría de sexto grado. Pamplona. Norte de Santander. Pamplona: Universidad de Pamplona, 2013. p. 3.

²³ SIZA, Meredy. Incidencia de una propuesta didáctica que integra los medios informáticos, desde el enfoque socio-constructivista en el desarrollo de la competencia matemática. Tesis de Maestría en Pedagogía. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander, Facultad de Educación, 2009, p.12.

2.2 MARCO CONCEPTUAL

2.2.1 El pensamiento geométrico. Según el MEN:

En los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial, el cual es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales. Los sistemas geométricos se construyen a través de la exploración activa y modelación del espacio tanto para la situación de los objetos en reposo como para el movimiento. Esta construcción se entiende como un proceso cognitivo de interacciones, que avanza desde un espacio intuitivo o sensorio-motor (que se relaciona con la capacidad práctica de actuar en el espacio, manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos espaciales, etc.), a un espacio conceptual o abstracto relacionado con la capacidad de representar internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas abstractas, tomando sistemas de referencia y prediciendo los resultados de manipulaciones mentales²⁴.

Desde esta perspectiva existe una preocupación porque los estudiantes mejoren sus niveles de desarrollo en el pensamiento geométrico porque casi todos afrontan con mayor frecuencia problemas espaciales que problemas numéricos, esto se evidencia en actividades científicas y cotidianas donde se requieren de personas que tengan un alto desarrollo espacial.

Según Gamboa y Ballesteros indican que:

Los contenidos de geometría son presentados a los estudiantes como el producto acabado de la actividad matemática, que deja en segundo

²⁴ COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, MEN. Lineamientos curriculares para el área de matemáticas. Bogotá, 1988. p. 37.

plano los procesos implícitos de la construcción y de razonamiento en este conocimiento. La enseñanza tradicional de la geometría se enfatiza hacia el estudio memorístico de áreas, volúmenes, definiciones geométricas, teoremas y propiedades, apoyadas en construcciones mecanicistas y descontextualizadas²⁵.

Es por esto, que se debe favorecer al momento de enseñar la geometría que los estudiantes se enfrenten a situaciones que requieran de sus conocimientos, habilidades y capacidades geométricas. Por consiguiente, cabe anotar que el pensamiento geométrico constituye un componente esencial del pensamiento matemático, el cual se expresa en el entorno con los objetos vistos que existen en él, además asocia la interpretación y comprensión del mundo físico que permite desarrollar habilidades matemáticas y mejorar estructuras conceptuales que favorezcan la creación y manipulación de nuevas representaciones mentales.

La geometría en la actualidad, no desempeña un papel fundamental en los currículos de matemáticas, puesto que su estudio se ha visto abandonado, debido a la importancia que durante los últimos años ha tomado la enseñanza de las matemáticas y por el escaso estudio que se hace en las aulas, el cual se reduce a la aplicación de fórmulas para calcular el perímetro, el área o el volumen de figuras geométricas, y al simple conocimiento del nombre, y la forma de estas figuras. Esto se ve claramente reflejado en la intensidad horaria que las instituciones educativas dedican a esta asignatura o simplemente la geometría se ve relegada a trabajarse en unas pocas horas de las clases de matemáticas, por eso surgen algunas de los problemas que los estudiantes presentan en el aprendizaje de la geometría, y de la matemática. Entonces, es de gran importancia rescatar la geometría, en los currículos de matemáticas, y prestarle atención al desarrollo del pensamiento espacial el cual es considerado como uno de los

²⁵ GAMBOA, Ronny y BALLESTEROS, Esteban. Algunas reflexiones sobre la didáctica de la geometría. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Costa Rica: 2009. p. 113.

procesos que construyen las representaciones mentales de los objetos presentes en la vida cotidiana.

2.2.2. La resolución de problemas. Existen diversos conceptos para entender que es el problema, por lo que dependiendo en el campo en el que nos encontremos se asociará el concepto problema a diversas situaciones en matemáticas en especial a la geometría. En la selección de los problemas a proponer a un grupo de estudiantes:

(...) hay que tener en cuenta no solo la naturaleza de la tarea, sino también los conocimientos que la persona requiere para su solución y las motivaciones para realizarla. En ambos casos, lo antes planteado significa que lo que puede ser un problema para una persona puede no serlo para otra o bien porque ya conozca la vía de solución o porque no esté interesado en resolverlo²⁶.

A continuación se presentan diferentes puntos de vista de algunos estudiosos del tema alrededor del concepto de problema, así por ejemplo:

Según el MEN, “Resolver problemas implica encontrar un camino que no se conoce de antemano, es decir una estrategia para encontrar una solución. Para ello se requiere de conocimientos previos y capacidades a través de ello muchas veces se construyen nuevos conocimientos matemáticos”²⁷

Polya, plantea que, “Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata”²⁸.

²⁶ PÉREZ, Luis y CABRERA, Celia Rizo. La resolución de problemas en la escuela. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, no 12, p. 293.

²⁷ COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, MEN. Op. cit., p. 57.

²⁸ POLYA, George. Como Plantear y Resolver Problemas. México: 1965.

Según Schoenfeld, “usa el término problema para referirse a una tarea que es difícil para el individuo que está tratando de hacerla. Según este autor “hay que caracterizar los problemas por oposición a los ejercicios, algo bien conocido por los estudiantes porque constituye el núcleo fundamental de su quehacer matemático”²⁹.

Pozo, propone que “un problema es una situación que enfrenta una persona o un grupo y desea resolverla, pero es consciente que no cuenta con las destrezas, técnicas o estrategias necesarias para llegar a la resolución en forma rápida y segura, y que para ello necesita de un proceso de reflexión y toma de decisiones acerca de la secuencia de pasos a seguir”³⁰.

Se puede observar coincidencias en las anteriores definiciones; una de ellas es que se requiere la presencia de al menos un evaluado para que una tarea sea considerada como problema dependiendo de los conocimientos y experiencias previos del estudiante, así como de conocer la existencia de un camino de resolución, la tarea podrá o no ser un problema.

A través de la resolución de problemas, se crean ambientes de aprendizaje que permiten la formación de estudiantes autónomos y críticos, además, adquieren formas de pensar, hábitos de perseverancia, curiosidad, y confianza en situaciones no familiares que les sirvan fuera y dentro del aula de clase. La resolución de problemas se concibe de diversas maneras por diferentes autores³¹.

²⁹ SCHOENFELD, citado por BARRANTES Hugo. Resolución de problemas, El Trabajo de Allan Schoenfeld [en línea]. En: Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 2006, 1, no. 1. [Citado 10 de marzo 2015]. Disponible en www.cimm.ucr.ac.cr/hbarrantes

³⁰ POZO, Juan. Las Estrategias de Aprendizaje con contenido procedimental Memoria de Investigación. España: 1994. pp. 199-221.

³¹ CALERO CERNA, Jenny Isabel. El método didáctico de resolución de problemas en el aprendizaje de la asignatura de Matemática, en los estudiantes de Segundo Semestre de Contabilidad, ISTP “Joaquín Reátegui Medina”, Nauta, 2009. 2011. P. 12. Citado 10 de marzo 2015]. Disponible en http://cybertesis.unmsm.edu.pe/bitstream/cybertesis/1664/1/Calero_cj.pdf

En conclusión, una de las cosas más importantes de trabajar con la resolución de problemas es la posibilidad de potenciar el trabajo de aula, convirtiendo la geometría en una herramienta educativa de gran utilidad, que permita a los estudiantes integrar sus nuevos conocimientos a los ya existentes, de tal manera que aplicando las reglas, teorías y leyes conocidas puedan originar nuevas ideas tendientes a la solución de problemas, desarrollando su espíritu científico y su comprensión de la geometría.

La importancia de la resolución de problemas geométricos en el desarrollo del pensamiento geométrico, en general, y del razonamiento matemático en cada persona es una actividad mental que incluye diversos procesos que rigen el razonamiento matemático. Por lo tanto, un docente, que se decida a trabajar la resolución de problemas geométricos de forma sistematizada debe ser consciente de la importancia que su propio papel tiene a lo largo de todo el proceso, y empieza desde la elección misma del problema que se va a resolver. Por consiguiente, resulta muy importante que inicie a los estudiantes en las técnicas básicas de resolución de problemas y en las estrategias de pensamiento inherentes a la misma, para valorar y orientar la fase de resolución de problemas geométricos en la que se encuentra cada estudiante, será fundamental que se prevea las distintas maneras de afrontar el problema, las dificultades que pueden presentarse, las diversas soluciones con distinto grado de generalidad y los diferentes lenguajes que pueden utilizarse en cada momento en el desarrollo de la resolución de un problema geométrico.

2.2.3. Proceso de representación geométrica. Entre los argumentos que sustentan la importancia de la modelación en las aulas escolares colombianas el MEN plantea que: “La modelación es un proceso muy importante en el aprendizaje de las matemáticas, que permite a los alumnos observar, reflexionar, discutir, explicar, predecir, revisar y de esta manera construir conceptos matemáticos en forma significativa. En consecuencia, se considera que todos los alumnos

necesitan experimentar procesos matemáticos que conduzcan al descubrimiento, creación y utilización de modelos en todos los niveles”³². Por consiguiente, se entiende que el propósito de la modelación consiste en relacionar los contextos de la vida diaria de los estudiantes con las matemáticas, esto implica construir un modelo en relación a un fenómeno particular. En esta mirada, la modelación, le debe posibilitar al estudiante explicar, predecir, solucionar problemas en un contexto determinado a través del uso de las matemáticas.

La modelación relacionada con sistemas de representaciones integra: símbolos, signos, figuras, gráficas y construcciones geométricas, los cuales son expresados para interpretar y predecir comportamientos de fenómenos físicos, por eso la modelación son representaciones de un objeto matemático que está vinculado a una situación física o real. Por lo tanto, la modelación son alternativas de cambio dinámico del conocimiento desde situaciones físicas y geométricas hasta la estructuración mental en el proceso de aprendizaje.

El NCTM, se plantea que:

Las representaciones deberían tratarse como elementos esenciales para sustentar la comprensión de los conceptos y relaciones matemáticas para que los estudiantes se comuniquen sus enfoques, argumentos y conocimientos, para reconocer las conexiones entre conceptos matemáticos y para aplicar las matemáticas a problemas reales a través de la modelación. Las nuevas formas de representar asociadas a la tecnología electrónica crean la necesidad de una atención, incluso mayor, a la representación. Los estudiantes deberían estar en capacidad de crear y utilizar representaciones matemáticas para resolver problemas y usar representaciones para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos³³.

³² COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, MEN. Op. cit., p. 101.

³³ NATIONAL OF COUNCIL OF TEACHER OF MATHEMATICS NCTM, Op. cit., p. 92.

Las habilidades requeridas entorno a las representaciones consisten en crear o construir representaciones de los objetos matemáticos (no necesariamente las usuales), interpretar diferentes representaciones de los objetos matemáticos y reconocer, relacionar y conectar las diferentes representaciones de un mismo objeto matemático a través de sus invariantes.

Las habilidades de representación usadas en las actividades matemáticas son necesariamente semióticas es decir deben tener en cuenta la forma cognitiva, debido a que lo que importa es la transformación de representación semióticas, por ejemplo “En matemáticas los signos no son prioritarios para presentar objetos sino para sustituirlos por otros”³⁴. Es obvio que se deben distinguir dos clases de transformaciones de representaciones semióticas: la conversión y el tratamiento.

Según Duval,

para que un sistema semiótico sea un sistema de representación, debe permitir la realización de las tres actividades siguientes:

La identificación de la presencia de una representación. Implica una selección de rasgos en el contenido a representar. Por ejemplo, el enunciado de una frase, diseño de una figura geométrica, elaboración de un esquema, escritura de una fórmula.

El tratamiento de una representación. Es la transformación de una representación en otra del mismo sistema. Es una transformación interna a un sistema. El cálculo es una forma de tratamiento propia de las escrituras simbólicas, la reconstrucción de figuras es un tipo de tratamiento de las figuras geométricas.

La conversión de una representación es la transformación de esta representación en una representación de otro sistema conservando la

³⁴ DUVAL, Raymond. Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. La Gaceta de la RSME, 2006, vol. 9, no 1, p. 143.

totalidad o sólo una parte del contenido de la representación inicial. La conversión es una transformación externa del sistema de partida³⁵.

2.2.4 Las tecnologías digitales. Las tecnologías digitales han tenido un fuerte impacto en la educación en los últimos diez años, han surgido nuevas soluciones tecnológicas para conseguir un mayor proceso de enseñanza-aprendizaje, puesto que permiten tener una transformación en la forma de abordar las metodologías de aprendizaje y la utilización de recursos gráficos e interactivos en la enseñanza, con ayuda de las herramientas computacionales según la (NTCM) afirma que:

Las tecnologías electrónicas tales como calculadoras y computadores son herramientas esenciales para enseñar, aprender y hacer matemáticas. Ofrecen imágenes visuales de ideas matemáticas, facilitan la organización y el análisis de los datos y hacen cálculos en forma eficiente y exacta. Ella puede apoyar las investigaciones de los estudiantes en todas las áreas de las matemáticas, incluyendo números, mediadas geometría, estadística y álgebra. Cuando los estudiantes disponen de herramientas tecnológicas, se pueden concentrar en tomar decisiones, razonar y resolver problemas³⁶.

Según Martin, señala que:

La tecnología debe ser utilizada en la educación matemática, y que ésta puede ser usada para enfatizar el uso del conocimiento matemático, yendo más allá de los procedimientos rutinarios que han estado tan prevalecientes en los cursos de matemáticas. Los cambios recientes en el currículo de matemáticas reconocen la importancia del uso de las calculadoras y computadoras en el aprendizaje de los estudiantes³⁷.

³⁵ DUVAL, Raymond. Semiosis y noesis. En: SÁNCHEZ Y ZUBIETA (Eds.), *Lecturas en Didáctica de las Matemáticas*. México: 1993, pp.118-144.

³⁶ NATIONAL OF COUNCIL OF TEACHER OF MATHEMATICS NCTM. Op. cit., p. 105.

³⁷ MARTIN, W. Lasting effects of the integrated use of graphing technologies in precalculus mathematics, citado por GAMBOA, Ronny. *Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*. 2007, p. 15.

El NCTM señala que:

La tecnología puede ayudar a los estudiantes a aprender matemáticas; no debería utilizarse como sustituto de operaciones básicas, sino que convendría usarse para fortalecerlas. La potencia gráfica de los instrumentos tecnológicos permite el acceso a modelos visuales que son poderosos, pero que muchos estudiantes son incapaces de generar independientemente o no están dispuestos a hacerlo. La capacidad de cálculo de los recursos tecnológicos amplía la serie de problemas apropiados para los alumnos, y los capacita para ejecutar procedimientos rutinarios con rapidez y seguridad, permitiéndoles así disponer de más tiempo para desarrollar conceptos y para modelar³⁸.

La tecnología digital no es usada con frecuencia en el aula de clases, es bien sabido por todos que no siempre tiene una buena aceptación por parte de los estudiantes y docentes, a una gran mayoría les parece difícil y aburrida, por eso muchas veces se limitan a aprenderse un problema y no pensar si ese método es el más apropiado o para que se utiliza. Los docentes tienen la responsabilidad de cambiar esto, debemos utilizar diferentes recursos digitales para atraer la atención del estudiante y aunque a veces no consigamos ver la geometría como una actividad divertida, por lo menos que los estudiantes aprendan que les pueden servir para su vida diaria.

En un ambiente didáctico tradicional, basado fundamentalmente en el uso de lápiz y papel como fundamento gráfico, los estudiantes no diferencian entre dibujar y construir una figura geométrica. Por dichas razones una forma de mediar la exploración dinámica, es inducir a un movimiento en el plano que permita dudar de lo que se ve y ver más de lo que se ve. Según Fuglestad señala que las actividades de “lápiz y papel” se han enriquecido con los ambientes

³⁸ NATIONAL OF COUNCIL OF TEACHER OF MATHEMATICS NCTM. Op. cit., p. 25.

computacionales...además, con el uso de la computadora es posible profundizar en el uso de conceptos”³⁹.

Actualmente existen varios programas que podemos encuadrar dentro de la Geometría, como por ejemplo; GeoGebra

Es un software de matemáticas desarrollado por Markus Hohenware de la Universidad de Salzburgo, Australia. Este procesador, es capaz de englobar diversas áreas tales como la geometría, el álgebra y el cálculo, debido a que por un lado es un sistema de geometría dinámica, que permite realizar construcciones geométricas, que posteriormente pueden ser modificadas dinámicamente, mientras que, por otro lado, es posible introducir ecuaciones o coordenadas en forma directamente y ofrece un repertorio de comandos propios del análisis matemático⁴⁰.

El uso de un software en geometría como herramienta pedagógica facilita el ambiente de enseñanza y aprendizaje, pues se pueden construir imágenes estáticas o didácticas, tanto en el plano liso o con cuadrícula incluyendo los ejes del plano cartesiano. En geometría, las imágenes juegan un factor muy importante pues permite acercar a los estudiantes a los conceptos, los saca del plano abstracto para llevarlos a uno natural, por medio de la animación de acuerdo a reglas o valores preestablecidos. Geogebra permite el trazado dinámico de construcciones geométricas de todo tipo así como la representación gráfica, el tratamiento algebraico y el cálculo de funciones reales de variable real, sus derivadas, integrales, entre otros.

Los dos aspectos claves del GeoGebra es la construcción de figuras geométricas y la posibilidad de la prueba del arrastre de las mismas y que a diferencia del

³⁹ FUGLESTAD, Anita. ICT tools and student's competence development, citado por GAMBOA, Ronny. Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. 2007. P. 11.

⁴⁰ CASTELLANOS, Idania. Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas, utilizando el software GeoGebra con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P.M. Tesis de maestría en matemática educativa. Tegucigalpa M.D.C: Universidad pedagógica nacional Francisco Morazán, 2002. p. 3.

dibujo a lápiz y papel, la construcción se hace dinámica, las figuras se mueven y sus propiedades están presentes en todas las posibles posiciones que tome.

El desarrollo de las tecnologías digitales en general, y en particular el software de geometría dinámica (GeoGebra), abre un espacio en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría, que como ya he dicho antes estuvo algo olvidada y resultaba difícil de entender por los estudiantes. El gran auge de poder observar la geometría desde diferentes puntos de vista y poder interactuar con ella acerca los contenidos geométricos a los estudiantes y mejoran la comprensión a la hora de resolver un problema.

Si deseamos mejorar el desarrollo de las habilidades de Representación geométrica mediante el uso de Software de Geometría Dinámica, es necesario tener en cuenta que antes de hacer su introducción en el aula, es indispensable planear qué se quiere enseñar y cuáles son los conceptos o conocimientos geométricos que se quieren clarificar, destacar o profundizar. Además, los estudiantes deben comprender los temas fundamentales, trabajándolos con lápiz y papel.

Como se viene insistiendo en esta investigación, es necesario desarrollar la capacidad de los estudiantes para manejar los diferentes recursos tecnológicos que tienen a su alcance, al estar presentes en todas la faceta de su vida. Realizar esta investigación en torno al GeoGebra, resulta un programa que los estudiantes pueden manejar fácilmente, lo que esto permite que lo logren fomentar, que lo puedan explorar de forma libre y lo puedan utilizar en distintos problemas geométricos y contextos matemáticos aprovechándolo al máximo.

2.2.5 Fases de aprendizaje del modelo Van Hiele. Es importante resaltar que el objetivo principal de las fases de aprendizaje es ayudar al docente a organizar la

estructura de sus clases de tal manera que esta secuencia le permita a su aprendiz progresar en su nivel de razonamiento.

Para la organización de las actividades de enseñanza y aprendizaje se han usado las fases de aprendizaje de Van Hiele, como una forma de organización de las actividades. Las características principales de cada una de las fases son las siguientes:

Fase 1. Información: La finalidad de la primera fase es la obtención de información recíproca profesor estudiante. El profesor averigua qué saben los estudiantes sobre el tema que se va a abordar y la forma de razonar que tienen. Los estudiantes entran en contacto con el campo de estudio y saben qué tipo de trabajo van a hacer.

Fase 2. Orientación dirigida: El profesor dirige a los estudiantes a la exploración del tema a través de investigaciones basadas en el material que les ha sido proporcionado, para que éstos vayan descubriendo, comprendiendo y aprendiendo los conceptos, propiedades, relaciones, etc. principales en el campo de estudio. La dirección por parte del profesor no significa que éste le indique al estudiante cómo resolver los problemas, sino que debe planificar las situaciones que propone a sus estudiantes para que ellos logren encontrar la solución y, si es necesario, darles pistas o sugerencias que puedan ayudarles a superar obstáculos.

Fase 3. Explicitación: El objetivo de la tercera fase es que los estudiantes sean conscientes de las características y propiedades aprendidas anteriormente y que consoliden el vocabulario propio del nivel. Una de las finalidades principales de esta fase es hacer que los estudiantes intercambien sus experiencias, que comenten las regularidades que han observado, que expliquen cómo han resuelto las actividades, que expresen sus diferentes puntos de vista puesto que el intento

de cada estudiante por justificar su opinión hará que tenga que analizar con cuidado sus ideas (o las de su compañero), ordenarlas y expresarla con claridad.

Fase 4. Orientación libre: La cuarta fase está orientada a la aplicación de los conocimientos y lenguaje que los estudiantes acaban de adquirir, en otras actividades. Las actividades deben permitir resolver situaciones nuevas con los conocimientos que se adquirieron previamente. Se recomienda el planteamiento de situaciones abiertas, en las que el estudiante pueda explorar diversas posibilidades, pero siempre utilizando lo que aprendió anteriormente.

Fase 5. Integración: Esta fase tiene como objetivo establecer y completar la red de relaciones objeto de ese nivel para el concepto que se trabaja. Se trata de que los estudiantes adquieran una visión general de los contenidos y métodos que tienen a su disposición, relacionando los nuevos conocimientos con otros campos que hayan estudiado anteriormente; se trata de condensar en un todo el dominio que ha explorado su pensamiento. El profesor puede fomentar este trabajo proporcionando comprensiones globales, sin que estas comprensiones le aporten nuevos conceptos o propiedades al estudiante. Debe ser una acumulación, comparación y combinación de cosas que el estudiante ya conoce⁴¹.

2.3 MARCO LEGAL

La implementación de estrategias pedagógicas para el desarrollo de las actividades contempladas en éste proyecto de investigación, pretende mejorar la calidad del servicio de educación apoyándose en los términos legales con que se rige la prestación de éste servicio. Es por ello que dentro de estos referentes que han modificado y rigen las políticas educativas y con los diferentes adelantos

⁴¹ JAIME, Adela y GUTIERREZ, Ángel. Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. En Teoría y práctica en educación matemática. España: Alfar, 1990. p. 295-384.

tecnológicos y científicos que se han producido en el mundo encontramos las siguientes referentes legales:

2.3.1. La constitución política de Colombia de 1991 Define el tipo de país, sociedad y ciudadano que se quiere formar y las instituciones que lo hacen posible cita los siguientes artículos:

Artículo 67 “la educación un derecho fundamental de todas las personas y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura”⁴².

“La Constitución Política de Colombia promueve el uso activo de las TIC como herramienta para reducir las brechas económica, social y digital en materia de soluciones informáticas representada en la proclamación de los principios de justicia, equidad, educación, salud, cultura y transparencia”⁴³.

2.3.2 La ley 115 de 1994 o ley general de educación. En sus artículos declara:

Artículo 5 “La promoción en la persona y en la sociedad de la capacidad para crear, investigar, adoptar la tecnología que se requiere en los procesos de desarrollo del país y le permita al educando ingresar al sector productivo”⁴⁴.

Artículo 23 “Para el logro de los objetivos de la educación básica se establecen las áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento y de la formación que

⁴² ASAMBLEA NACIONAL CONSTITUYENTE. Constitución política de Colombia. 2da Ed. Legis. 1991

⁴³ CARRILLO GONZÁLES, Rosalba et al. Proyecto leo, imagino, comprendo y me recreo [en línea]. [Citado 10 de marzo 2015]. Disponible en: <http://tics-comprendo-y-aprendo.blogspot.com.co/p/proyecto.html>

⁴⁴ COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Ley 115 de 1994 (febrero 8) por la cual se expide la Ley general de educación. (1994). 1st ed. Santafé de Bogotá, D.C, 1994. pp. 1-2.

necesaria-mente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el proyecto educativo institucional”⁴⁵.

En la Ley General de Educación se establece la elaboración y puesta en marcha de lo que se ha denominado Proyecto Educativo Institucional (PEI), el cual es el norte de cada institución educativa, puesto que allí se explican las intencionalidades, las expectativas e intereses de la comunidad educativa. El PEI debe dar cuenta del modelo pedagógico y didáctico propio de cada institución, pero a la vez debe guardar coherencia con las propuestas que en los ámbitos regional y nacional se plantean sobre educación.

2.3.3. Las leyes para la aplicación de la Tecnología de la Informática y la Comunicación. Se definen principios y conceptos de las TIC. Partiendo de éste principio se logra la articulación de las TIC. “Con el plan de educación y los demás planes sectoriales, facilitando la concatenación de las acciones, eficiencia en la utilización de los recursos y avance hacia los mismos objetivos”⁴⁶.

La Ley 1341 del 30 de julio de 2009 es una de las muestras más claras del esfuerzo del gobierno colombiano por brindarle al país un marco normativo para el desarrollo del sector de Tecnologías de Información y Comunicaciones. Esta Ley “promueve el acceso y uso de las TIC a través de su masificación, garantiza la libre competencia, el uso eficiente de la infraestructura y el espectro, y en especial, fortalece la protección de los derechos de los usuarios”⁴⁷.

⁴⁵ *Ibíd.*, p. 8.

⁴⁶ COLOMBIA. MINISTERIO DE TECNOLOGÍAS DE INFORMACIÓN Y LAS TELECOMUNICACIONES. Ley 1341 DE 2009. "Por la cual se definen Principios y conceptos sobre la sociedad de la información y la organización de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones -TIC-, se crea la Agencia Nacional del Espectro y se dictan otras disposiciones". Bogotá D.C, 2009. p. 3.

⁴⁷ *Ibíd.*, p. 3.

Otra de las normas importantes a tener en cuenta es la resolución 2343 de 1996 por el cual se establecen los indicadores de logro curriculares en la Tecnología e informática para la educación formal. La guía número treinta (30) “Orientaciones Generales para la Educación en Tecnología”⁴⁸ donde se establecen los estándares de competencias en el área de tecnología e informática.

⁴⁸ COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, MEN. Resolución 2343 de 1996. Por la cual se adopta un diseño de lineamientos generales de los procesos curriculares del servicio público educativo y se establecen los indicadores de logros curriculares para la educación formal. Bogotá D.C, 1996.

3. METODOLOGÍA DEL PROYECTO

3.1 CONTEXTUALIZACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN ACCIÓN

La investigación se llevó a cabo en una institución oficial del municipio de Rionegro Santander, la cual ofrece una educación formal con énfasis en tecnología agropecuaria desde el nivel de preescolar hasta el grado undécimo a la comunidad de este municipio y de sus zonas aledañas; fundamenta sus principios curriculares según lo establecido por el Ministerio de Educación Nacional, y así, desarrollar en los estudiantes las dimensiones cognitivas, comunicativas y actitudinales con el fin de mejorar la calidad de vida.

Los participantes fueron 7 estudiantes elegidos por conveniencia, con edades entre ocho y once años, de los grados cuarto y quinto de Básica Primaria, en el año 2017, de una escuela rural oficial del departamento de Santander y su docente del área de Matemáticas (investigador); el trabajo se desarrolló, en su ambiente natural, sus espacios de aprendizaje en los que habitualmente se realizan los procesos de las clases. Además es una población estable, debido a que sus raíces están inmersas en la comunidad.

3.2 EL ENFOQUE METODOLÓGICO

En este proyecto de investigación se optó por un enfoque cualitativo, para la cual la principal tarea fue que los estudiantes construyeran a través de su propia práctica su entendimiento del mundo. Lo anterior, permitió realizar un trabajo de investigación cualitativa según Hernández en términos globales, este enfoque persigue “describir sucesos complejos en su medio natural, comprender y profundizar los fenómenos en relación con el contexto, buscando de esta manera

comprender la perspectiva de los participantes acerca de los fenómenos que los rodea y profundizar en sus experiencias, perspectivas, opiniones y significados”⁴⁹.

3.3 DISEÑO METODOLÓGICO

El proyecto tiene un enfoque cualitativo, se realizó desde de la investigación acción, llamada también investigación participante, en donde tuvo un momento de construcción en el cual se ejecutó el diagnóstico, aplicación del diagnóstico, diseño de actividades, aplicación de actividades, análisis de resultados, informe final y por último se realizó la reconstrucción y reflexión del proceso.

La investigación se basó bajo los sustentos teóricos del modelo de Jhon Elliott, pues, es uno de los representante de la investigación acción desde un enfoque interpretativo “El propósito de la investigación – acción consiste en profundizar en la comprensión del problema. Por tanto, adopta una postura exploratoria frente a cualesquiera definiciones iniciales de su propia situación que el profesor pueda mantener...La investigación acción interpreta lo que ocurre desde el punto de vista de quienes actúan e interactúan en la situación problema, por ejemplo, profesores y alumnos, profesores y director”⁵⁰.

3.4 PROCESO DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

Para el proceso de recolección de información se aplicó varias técnicas, en las diferentes fases de la investigación como: cuestionario, observación participante, secuencia didáctica, análisis documental y hojas de trabajo de los estudiantes. Además con sus respectivos instrumentos como: diario de campo, grabaciones de audio y video, fotografías, prueba diagnóstica y final y Registro de notas del

⁴⁹ HERNÁNDEZ, Roberto. et al. Metodología de la Investigación [en línea]. México: McGraw-Hill, 2014. [Citado 10 de marzo 2015]. Disponible en: https://books.google.com.co/books?id=llzVMRMIA28C&printsec=frontcover&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false.

⁵⁰ ELLIOTT, John. La investigación-acción en educación. Ediciones Morata, 1993.

investigador, por lo tanto todos los instrumentos de recolección de la información fueron aplicados durante las siete fases.

3.4.1 Técnicas e instrumentos de recolección y registro de información

Teniendo en cuenta las técnicas e instrumentos establecidos por McKernan⁵¹, se utilizaron para la recolección y registro de información.

Tabla 1. Técnicas e instrumentos de recolección y registro de información

TÉCNICA	INSTRUMENTO
Observación participante	Diario de Campo.
Cuestionario	Prueba Diagnóstica y Prueba Final
Análisis de documentos	Hoja de trabajo de los estudiantes. Grabaciones de audio y video.
Secuencia Didáctica	Secuencia Didáctica.

Fuente: Autor.

- **Cuestionario.**

Se trata de una hoja de trabajo de los estudiantes individualmente, implementado a 7 estudiantes reunidos en su aula de clase, que respondieron a 10 preguntas abiertas de las cuales se complementaron con su explicación, argumentación y justificación. Al mismo tiempo, fue aplicado con el fin de identificar los contenidos geométricos (propiedades de los cuadriláteros) que poseen los estudiantes de los grados cuarto y quinto de Básica Primaria, su habilidad de representación y las dificultades que presentan para resolver problemas de tipo geométrico, al inicio y al final de la intervención.

⁵¹ MCKERNAN, James. Investigación – Acción y curriculum. Métodos y discursos para profesionales reflexivos. Madrid: Morata, 1996, p. 199.

- **Observación Participante**

En esta investigación, el docente investigador también cumple la función de ser el docente de aula. Por esto el registro de lo observado, se realizó con la mayor objetividad en el diario de campo, con el apoyo de grabaciones de video, puesto que el tiempo en clase no permitía tomar el mayor número de observaciones, y percepciones más específicas y pertinentes al estudio, por esta razón, terminada cada sesión, el investigador (docente de aula), descargaba los videos al computador e iba tomando nota en el diario de campo de los sucesos relevantes e irrelevantes. En este proceso se iba haciendo el borrador de las primeras transcripciones de los episodios que contribuyeron para el proceso de reflexión y análisis sobre las acciones de la investigación, con el fin de llevarle un control de las fortalezas y debilidades presentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje, asimismo, se identificaron los avances y retrocesos que tenían los estudiantes durante todo el proceso de intervención.

- **Secuencia Didáctica.**

En este instrumento se recogió las respuestas que se dieron a la secuencia didáctica planteada por el docente investigador para que el estudiante potencialice el desarrollo de las habilidades interpretación, conversión y tratamiento en la representación geométrica. El docente investigador (docente de aula) era el encargado de implementar las actividades y orientar la clase según lo planeado. Al inicio de cada clase se entregaba las hojas de trabajo correspondientes a las actividades en la que se iba a trabajar, en primer lugar, hasta que no se concluyera y finalizara dichas actividades no se entregaban las hojas de las siguientes actividades, además, todas las actividades se desarrollaron durante las sesiones de clase. Los estudiantes estaban agrupados en parejas debido a que los computadores no eran suficientes, debían registrar todas las respuestas en sus hojas de trabajo individualmente. Todo el tiempo se enfatizó que los estudiantes

debían producir sus propias conjeturas y construir sus propias demostraciones, además del uso de las opciones de medida, de construcción, de arrastre, de representación, de exploración y de comprobación que dispone GeoGebra. Se solicitó en que dado el caso de que no entendieran una actividad escribieran lo que pensaban que debía ser la respuesta, sin temor a equivocarse y menos a ser sancionados con una nota negativa; de igual manera se insistía en la participación de todo el grupo.

- **Análisis de Documento.**

Con la recolección de información de la investigación en cada uno de los instrumentos mencionado, se analizaron minuciosamente los documentos de información como el PEI, planes de área, Índice Sintético de Calidad, Pruebas Saber y se sistematizó para realizar un informe global sobre el desarrollo de habilidades de representación geométrica de los estudiantes de la Institución Educativa.

- **Grabación de Audio y Video.**

Se usaron para la realización de las transcripciones de las actividades consideradas para el análisis de la secuencia didáctica y para el análisis de la fase de aprendizaje. Las grabaciones de audio y video fueron las herramientas claves para la realización del estudio de las habilidades de representación como procesos, con miras al análisis.

- **Fotografías.**

La captura de las actividades realizadas con los estudiantes es otra de los instrumentos que se utilizó con el fin de evidenciar el desarrollo de las acciones que se efectúan en el proyecto investigativo. Además, se emplearon para la

ejecución de las reproducciones de las actividades, para el análisis de la secuencia didáctica, con ella se recolectó la mayor información posible para dar un informe bien detallado.

3.5 PROCESO METODOLÓGICO

La investigación se realizó con la siguiente estructura y además, se ejecutó en siete fases:

3.5.1 Fase I: Diagnóstico. En esta fase se recolectó información de los conocimientos previos de los estudiantes sobre los conceptos básicos de los cuadriláteros y sus propiedades, que estaban dirigidas especialmente a determinar habilidades de representación teniendo en cuenta: Discriminación visual de polígonos entre diversas figuras, semejanza y congruencia de polígonos, elementos de un polígono, y propiedades generales de polígonos. Así mismo, la prueba diagnóstica cumplió con los siguientes propósitos: Determinar el nivel de comprensión del concepto de polígonos geométricos, observar la habilidad del uso de propiedades generales de los polígonos al determinar cuáles de las figuras presentadas lo son o no, establecer la capacidad de comparación de polígonos en cuanto a la determinación de semejanza y congruencia de los mismos, determinar las dificultades que encuentran los estudiantes al resolver problemas con este tipo de figuras geométricas y evaluará la habilidad interpretación, Conversión y tratamiento del espacio geométrico, de acuerdo a los resultados se potencializó a medida que la investigación estaba en curso.

La prueba diagnóstica escrita se aplicó a 7 estudiantes del grado 4^o y 5^o de Básica Primaria, en su propia aula de clase y se les explicó que está no afectaría su desempeño académico en el área de Matemáticas. La prueba no estuvo condicionada al tiempo, porque interesaba que fuera terminada totalmente; para ello los estudiantes emplearon entre dos horas y media y tres horas, en un día.

3.5.2 Fase II: Aplicación del diagnóstico. Esta fase se ejecutó para obtener el resultado diagnóstico, en el cual se aplicó una prueba escrita utilizando lápiz y papel, la estructura del cuestionario constaba de 10 preguntas abiertas, las cuales cada ítem debería ser explicado, argumentado y justificado por el estudiante para dar validez a sus contestaciones y poder evaluar los preconceptos de cuadriláteros, también cada pregunta estaba destinada a obtener antecedentes del estudiante sobre los conceptos básicos de las propiedades de los cuadriláteros y el desarrollo de las habilidades de representación; como la habilidad interpretación, Conversión y tratamiento del espacio geométrico de los estudiantes.

Para la aplicación del diagnóstico, los estudiantes fueron codificados desde E1 hasta E7, y sus respuestas, transcritas y organizadas en tablas. Luego se establecieron las categorías. Esta misma prueba, fue aplicada al finalizar la intervención, con el fin de hacer un seguimiento del progreso o no del proceso de representación de los estudiantes, objetivo de esta investigación.

3.5.3 Fase III: Diseño de actividades. Teniendo en cuenta, los resultados de la prueba diagnóstica, se diseñó cuatro actividades relacionadas al estudio de los cuadriláteros a través de una secuencia didáctica basada en el enfoque de resolución de problemas y desarrollada en un ambiente mediado por GeoGebra y sobre el desarrollo de habilidades de representación; como la habilidad interpretación, conversión y tratamiento del espacio geométrico. A demás algunas actividades fueron diseñadas para ser trabajadas con lápiz y papel y otras con la ayuda del Software GeoGebra, de modo que el estudiante pudiera interactuar, construir, manipular y descubrir todo lo relacionado con el objeto matemático cuadriláteros. Al mismo tiempo las actividades estaban centradas a identificar en los cuadriláteros; sus elementos como, lados, ángulos, diagonales, vértices; sus propiedades, como el rectángulo es un paralelogramo que tiene cuatro ángulos rectos, El rombo es un paralelogramo que tiene sus cuatro lados congruentes, entre otros; Las relaciones entre las propiedades, como el cuadrado es un

rectángulo de cuatro lados congruentes, el cuadrado es un rombo de cuatro ángulos congruentes, entre otros y, en definir los cuadriláteros por la descripción de sus propiedades.

Las actividades fueron organizadas teniendo en cuenta las fases de Aprendizaje del modelo de Van Hiele, a continuación se describe cada fase: En la fase de información; se diseñó actividades con el propósito de recoger los saberes previos de los estudiantes para luego implantar conocimientos nuevos. En la fase de orientación dirigida, se proyectó actividades con la finalidad de que el estudiante confronte los conceptos básicos de aprendizaje. En la fase de explicitación, se planeó acciones con el objetivo de que los estudiantes formularan de forma oral y/o escrita los resultados que habían logrado en las actividades presentadas. En la fase de orientación libre, se crearon problemas en los que los estudiantes tenían que emplear los conocimientos construidos durante las fases anteriores. Y, en la fase de integración, se previó actividades de cierre que permitan que los estudiantes tuvieran una visión global de todo lo aprendido sobre el objeto matemático cuadriláteros.

3.5.4 Fase IV: Aplicación de las actividades. En esta fase se ejecutó a partir del día 21 de febrero de 2017, las acciones correspondientes a la estrategia didáctica que previamente se habían considerado y que representaron acciones tendientes a lograr las mejoras, las transformaciones o los cambios que se consideren pertinentes para un mejor desarrollo de las habilidades como la habilidad interpretación, conversión y tratamiento del espacio geométrico de la representación en la geometría.

Se aplicó de manera individual y grupal a los estudiantes de los grados cuarto y quinto de Básica Primaria, trabajada con lápiz y papel y otras con la ayuda del Software GeoGebra. En esta fase se implementó la secuencia didáctica, con el propósito que los estudiantes interactúen, construyan, manipulen y descubran todo

lo relacionado con las construcciones geométricas de cuadriláteros. Por lo tanto, esta secuencia didáctica incluyó actividades de aprendizaje en las que el estudiante realizará diferentes construcciones, con las cuales puede hacer mediciones, rotaciones, translaciones y se pueden determinar que un problema está bien resuelto con la prueba de arrastre, que consiste en mover los objetos libres sin que las relaciones entre las figuras se alteren.

Se trabajó durante cuatro semanas, con tres horas aproximadamente cada día. Se utilizó cinco fases de aprendizaje, cada taller con diferentes tiempos (minutos). En cada fase se aplicó una actividad programada. En la primera semana con el primer taller se trabajó sobre las nociones básicas de geometría relacionados a las propiedades del cuadrado e identificar las habilidades de representación de los estudiantes. En la segunda semana se trabajó para describir las propiedades de los paralelogramos. La tercera semana nos sirvió para describir las propiedades del rectángulo con base en las habilidades de representación. En la cuarta semana se trató de establecer las propiedades del rombo de acuerdo a las habilidades de representación que logró cada estudiante.

3.5.5 Fase V: Evaluación. Esta fase se ejecutó para obtener una evaluación del resultado de la prueba diagnóstica, empleada en la fase I, para detectar las debilidades en el proceso representación geométrica, lo que permitió determinar el nivel en que se encuentran los estudiantes. Además cada actividad durante la intervención tenía un propósito que era hacer de la secuencia didáctica una constante evaluación, en cada fase, en cada sesión, cuyo análisis se condensa en el capítulo Conclusiones.

Al final de la intervención se reaplicó la prueba final un instrumento en el que se evidencien los avances o dificultades que tuvieron los estudiantes luego de la intervención.

3.5.6 Fase VI: Análisis de Resultado. Para llevar a cabo esta fase, se realizó un análisis de las fases de aprendizaje planteadas en cada una de las cuatro actividades, teniendo en cuenta las hojas de trabajo de los 7 estudiantes del grupo, las filmaciones de algunos episodios, y el diario de campo del investigador (que de manera resumida y esquemática contiene lo desarrollado en todo el proceso). A su vez, para el análisis y la organización de datos de cada fase de aprendizaje de los talleres se llevó a cabo la transcripción de los videos con el fin de extraer los momentos más relevantes de las sesiones y la revisión de las respuestas de los que participan en la investigación, en una tabla con el fin de organizar aquello que cada estudiante contestaba. De esta manera, cada respuesta se analizaba teniendo en cuenta los conceptos básicos de geometría, las habilidades de representación y las categorías previamente formuladas para cada caso en especial.

3.5.7 Fase VII: Informe Final.

En esta fase se rindió un informe detallado de los resultados de análisis de la investigación y se determinó algunas limitaciones o logros que han tenido los estudiantes. Además, se realizó la sistematización (transcripción y organización de las respuestas obtenidas en la secuencia didáctica) que da cuenta de las acciones, meditaciones y transformaciones propiciadas a lo largo de la investigación.

3.6 CRITERIOS ÉTICOS

Teniendo en cuenta los criterios éticos establecidos en McKernan,⁵² esta investigación cuenta con el aval de la institución donde se desarrolló. Partiendo de ello, se informó a los estudiantes del grado a estudiar sobre algunas generalidades

⁵² MCKERNAN, Op. cit., p. 44.

del proyecto, estos a su vez transmitieron el mensaje a sus padres quienes dieron su consentimiento (Ver anexo I) para la utilización de la información obtenida.

Por otra parte, con el fin de proteger los derechos de los participantes y garantizar la confidencialidad de los datos obtenidos a través de los instrumentos, no se utilizaron los nombres propios de los estudiantes. Se codificaron con la letra E y un número aleatorio entre 1 y 7. Los archivos generados fueron guardados en discos compactos y entregados a la Universidad.

4. ANÁLISIS Y REFLEXIÓN DE LOS RESULTADOS DE LA PROPUESTA

En este capítulo se presenta un análisis de tipo cualitativo de la información recolectada en el proceso de la investigación. Se analizó la prueba diagnóstica y cada taller de aprendizaje por separado, donde a través de la observación, video, fotografía y hoja de trabajo de los estudiantes se desarrolló las habilidades de representación a través de las propiedades de los cuadriláteros bajo un enfoque de resolución de problemas.

En la primera etapa se presentó el análisis de la prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes donde se realizó un análisis general de las respuestas de cada estudiante, a su vez se analizó una pregunta de un estudiante porque generó un impacto en el proceso de investigación. En la segunda etapa se llevó a cabo un análisis de cada uno de los talleres que sirvieron como base para el desarrollo de habilidades de representación en el espacio, bajo un enfoque de resolución de problemas. En la tercera etapa se analizó la prueba final teniendo en cuenta los mismos criterios que para la diagnóstica.

A continuación se detalla el análisis por cada una de las etapas:

4.1. ANÁLISIS PRUEBA DIAGNOSTICA

La prueba diagnóstica realizo el día 14 de febrero de 2017, se trabajó con 7 estudiantes del grado cuarto y quinto, la cual contenía 10 preguntas relacionadas con las propiedades de los cuadriláteros y el desarrollo de habilidades de representación identificación, tratamiento y conversión. Para el desarrollo de esta prueba los estudiantes sólo utilizaron lápiz y papel. Es importante mencionar que los ítems 4, 7 y 8 de la prueba diagnóstica del presente trabajo de investigación,

fueron tomadas de la tesis propuesta por Lastra⁵³ y el ítem 10 fue tomado de la tesis propuesta por Morales⁵⁴.

Para el análisis cuantitativo y cualitativo que presentamos a continuación, se identificaron y se determinaron las siguientes categorías utilizadas en la tesis de Fiallo⁵⁵.

En la primera categoría (**CORRECTO**) se clasificaron los estudiantes que contestaron y justificaron correctamente el problema, aplicando los conceptos o propiedades adecuados (es decir no tenían dificultades en recordar y aplicar dichos conceptos).

La segunda categoría (**INCOMPLETO**) correspondía a los estudiantes que aplicaron algunos de los conceptos o propiedades, pero no dieron la respuesta correcta o quedó incompleta por la falta de aplicación de algún concepto, por cálculos erróneos o porque no justificaron de acuerdo a los conceptos o propiedades que se estaban evaluando en el problema (se podría decir que son estudiantes que tienen fallas en algunos conceptos o propiedades, cometen errores de cálculo o no justifican adecuadamente).

En la tercera categoría (**SIN JUSTIFICAR**) se clasificaron los estudiantes que contestaron correctamente el problema, aplicando los conceptos o propiedades adecuados, pero no justificaron.

La cuarta categoría (**ERROR**) correspondía a los estudiantes que dan respuesta erróneas basadas en observaciones, predicciones o aplicación incorrecta de

⁵³ LASTRA. Op. cit., pp. 131-135.

⁵⁴ MORALES. Op. cit., p. 80.

⁵⁵ FIALLO, Jorge. Estudio del proceso de Demostración en el aprendizaje de las Razones Trigonométricas en un ambiente de Geometría Dinámica. Tesis Doctor en Matemáticas. Valencia: Universidad de Valencia. España: 2010. pp. 139-140.

conceptos o propiedades, es decir los estudiantes que tienen dificultad para aplicar los conceptos o propiedades requeridas para la solución del problema.

La quinta categoría (**NO CONTESTA**) correspondía a los estudiantes que no respondieron al problema, que escribieron que no sabían qué hacer, que escribieron algún dato o respuesta incoherente o sin ninguna explicación.

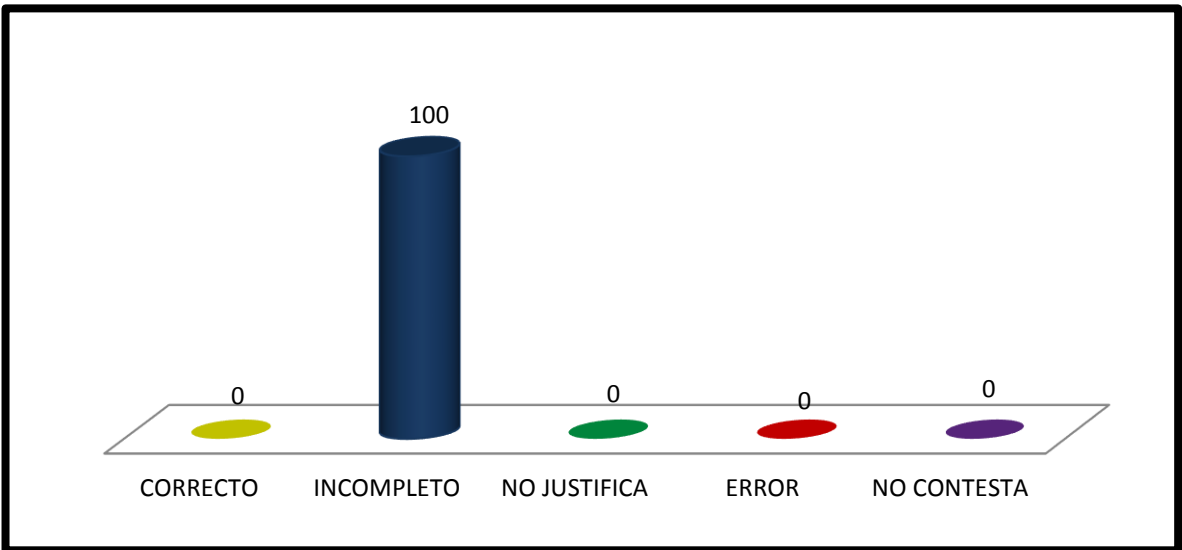
En la siguiente tabla (tabla 1) se muestra los conceptos evaluados en cada problema y los resultados cuantitativos obtenidos, indicando el porcentaje de cada una de las categorías mencionadas.

Tabla 2. Conceptos evaluados en cada problema con sus respectivos resultados

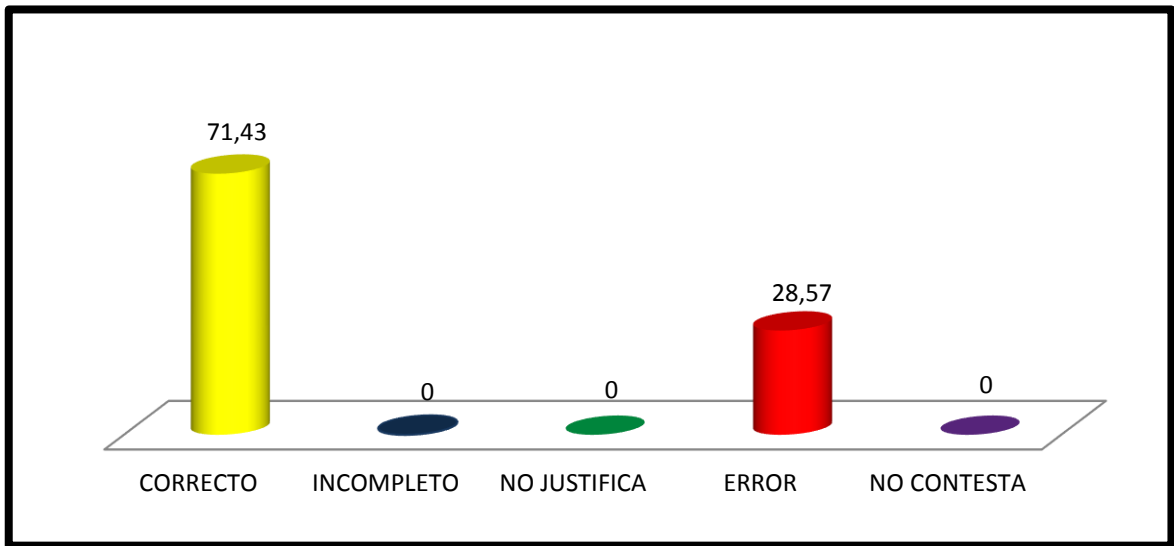
EST	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
E1	I	C	C	I	I	I	I	I	I	SJ
E2	I	E	C	I	I	I	E	I	I	E
E3	I	C	C	I	I	I	I	I	I	E
E4	I	C	C	I	I	I	I	I	I	I
E5	I	C	C	I	I	I	I	I	I	E
E6	I	C	C	I	I	I	I	I	I	I
E7	I	E	C	E	I	I	I	I	I	E

Nota: Categoría (CORRECTO letra **C**), categoría (INCOMPLETO letra **I**), categoría (SIN JUSTIFICAR letra **SJ**) categoría (ERROR letra **E**), y categoría (NO CONTESTA letra **NC**).

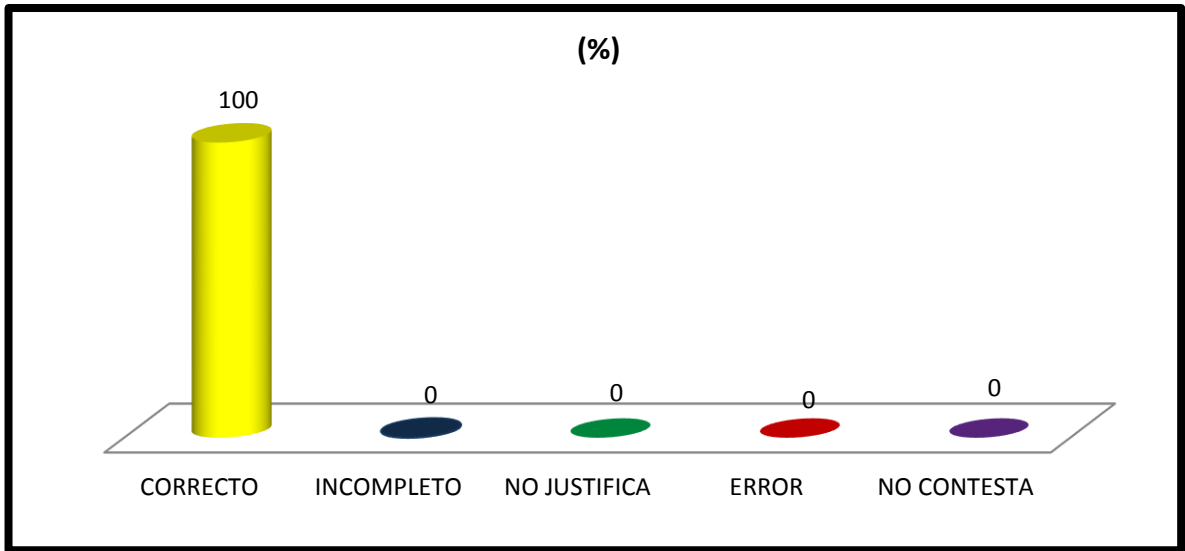
Gráfica 5. Problema N° 1: Reconocer los polígonos por sus ángulos, vértices y lados paralelos y perpendiculares



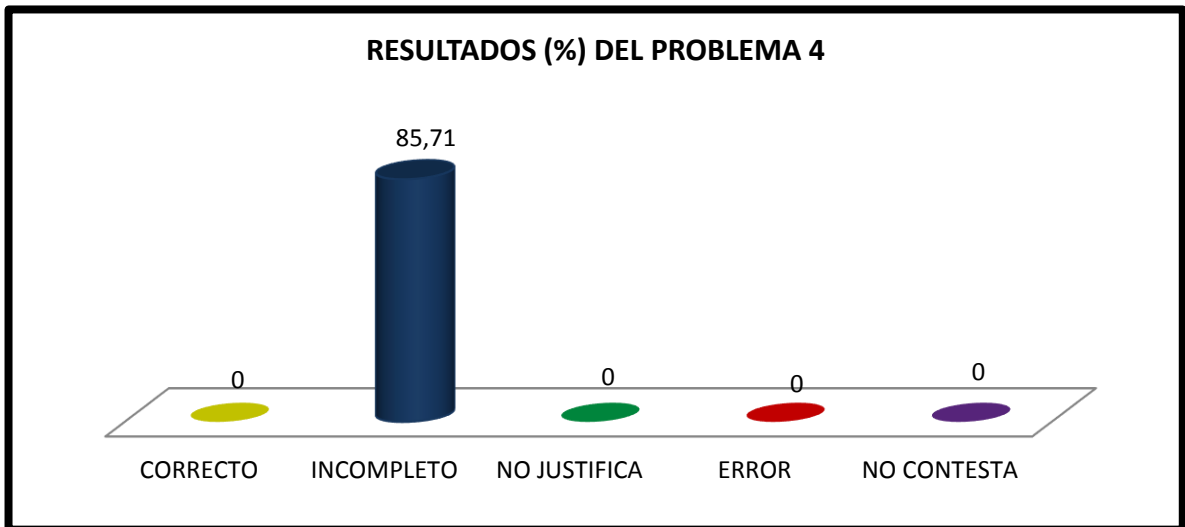
Gráfica 6. Problema N° 2: Diagonales de un polígono



Gráfica 7. Problema N° 3: Propiedades del paralelogramo



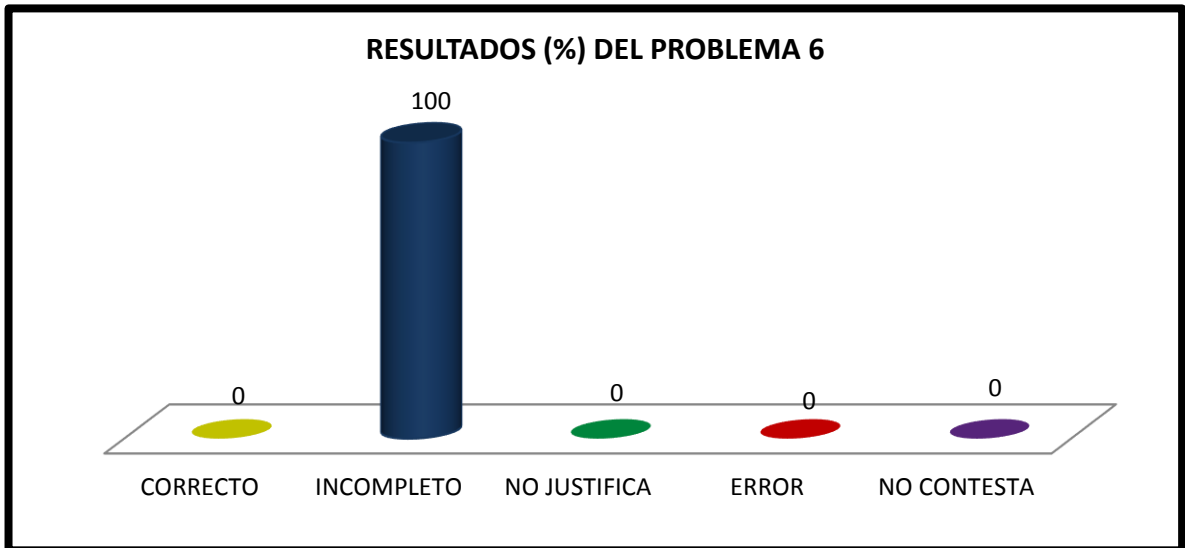
Gráfica 8. Problema N°4: Identificar la forma de la figura (rectángulo) que se describe al mover dos palitos de igual medida



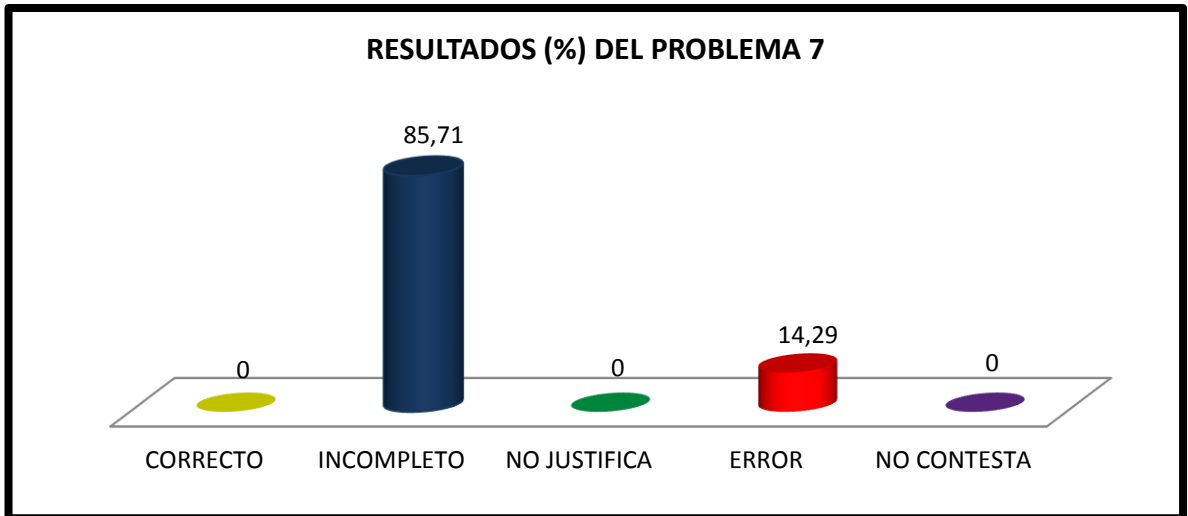
Gráfica 9. Problema N°5: Propiedades del cuadrado



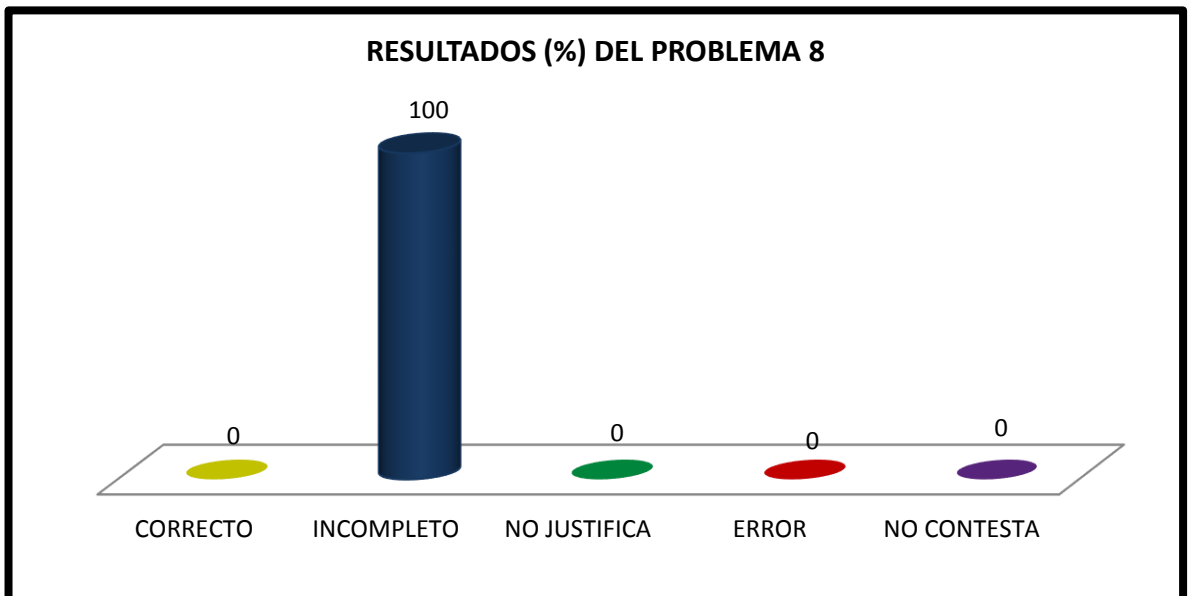
Gráfica 10. Problema N°6: Propiedades del rectángulo.



Gráfica 11. Problema N°7: Propiedades del paralelogramo



Gráfica 12. Problema N°8: Propiedades del rombo



Gráfica 13. Problema 9: Relación de propiedades entre el cuadrado y el rombo.

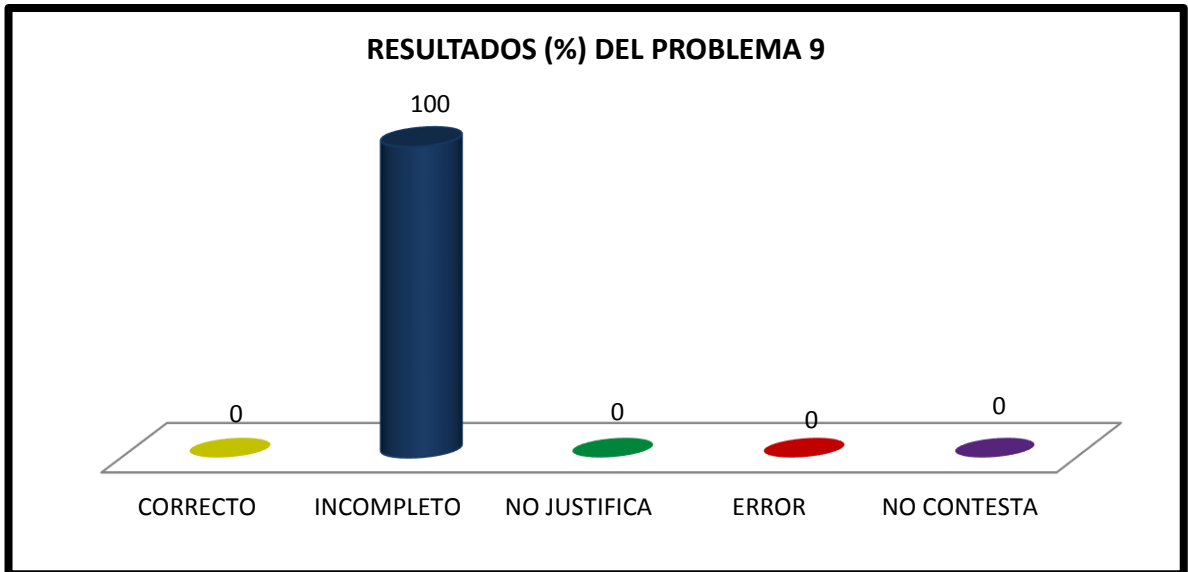
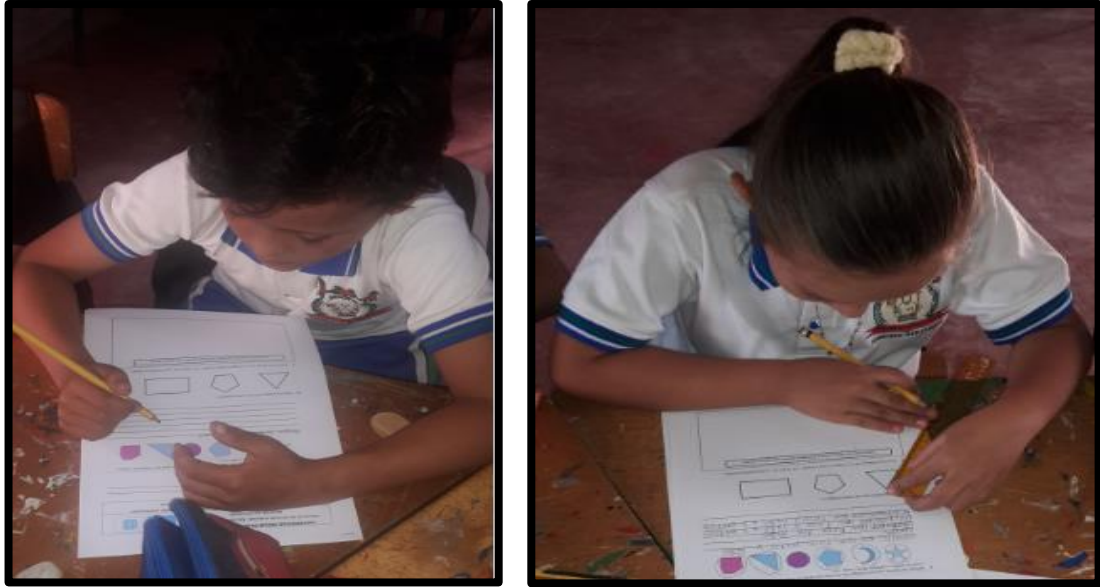


Gráfico 14. Problema N°10: Seleccionar la forma que tiene un cuadrilátero (rectángulo) según sus propiedades.



Imagen 1. Estudiantes durante la prueba diagnóstica:

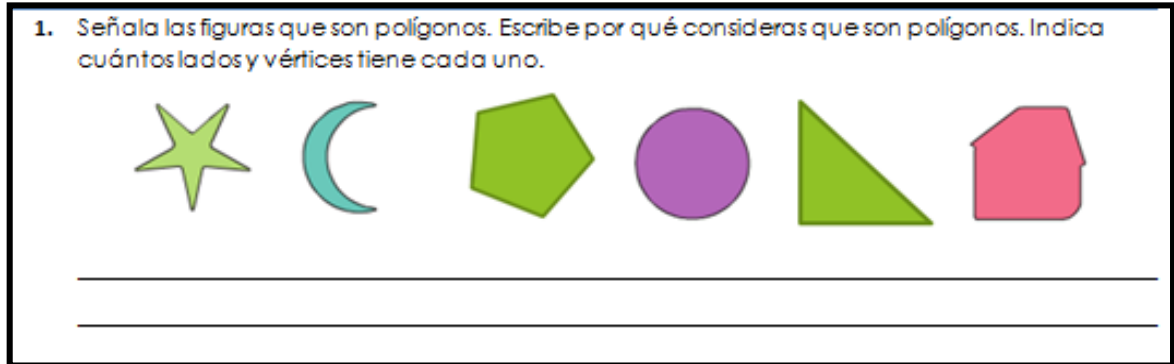


La mayoría de estudiantes en la prueba diagnóstica, justificaban sus respuestas basadas en un listado de características de las figuras, por ejemplo, en el ítem 1, al considerar “sólo lados” o “sólo ángulos” para caracterizar a un polígono, si bien es cierto, conocen la respuesta, no la justifican de manera adecuada. También, observamos errores comunes en las respuestas de los estudiantes, como por ejemplo en el ítem 2, el hecho de no identificar las diagonales de un polígono. En cuanto a los ítems 5, 6, 7, 8, y 9 los estudiantes, no recurren a las propiedades de los cuadriláteros, al momento de justificar su respuesta, dan una respuesta incompleta usando el simbolismo de conversión del registro gráfico al lenguaje natural.

Los resultados obtenidos nos permiten concluir que inicialmente los estudiantes tienen dificultades con las habilidades en el proceso de representación, por el hecho de que en sus respuestas usan propiedades que todavía no pueden explicar de las figuras geométricas; es decir, no ven las relaciones lógicas del tratamiento entre las propiedades de una figura entre registros gráficos y geométricos.

A continuación, se presentan los resultados y el análisis respectivos:

Figura 1. Pregunta N° 1

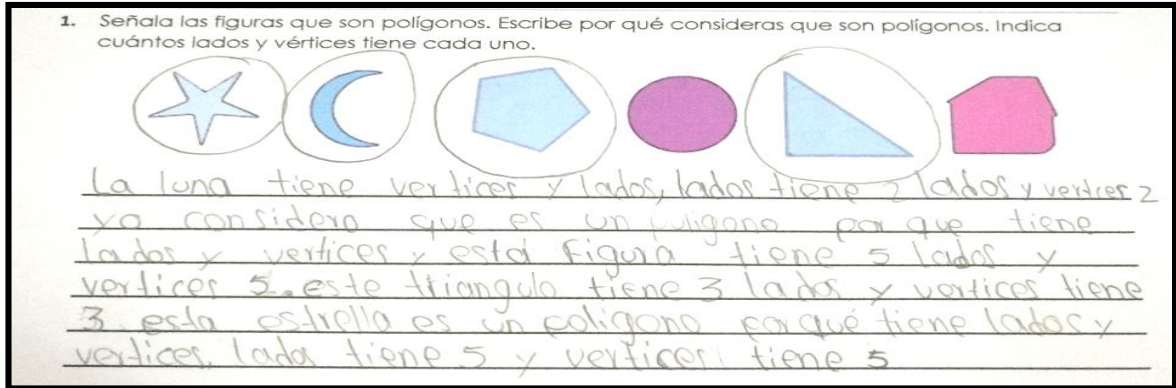


El objetivo principal de este problema era que el estudiante identificara entre 6 figuras geométricas los que son polígonos y en cada figura dada, lados y vértices de cada uno. Además, el propósito de este ítem era determinar el manejo del lenguaje geométrico, para así poder potenciar el desarrollo de la habilidad de identificación geométrica.

Se observa que los estudiantes tienen dificultades en la identificación de los Polígonos, marcando la luna y la casa como un polígono. Es decir, las selecciones que realizaron no fueron totalmente correctas estimando que los estudiantes tienen dificultad para identificar las propiedades de un polígono.

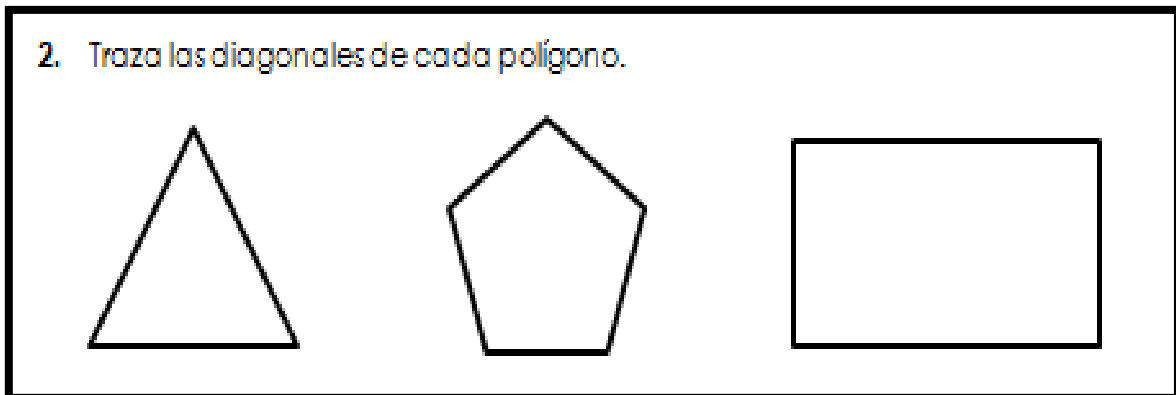
Es importante mencionar la siguiente definición de polígono que realiza el E1:

Figura 2. Respuesta N°. 1



En esta respuesta se observa que el estudiante E1, al momento de identificar la elección de las figuras que eran polígonos señala la luna, errando en la elección del mismo, pero al momento de definir que son los polígonos dice: “tiene lados y vértices” identificando dos elementos de los polígonos, por consiguiente demostró habilidad en la conversión de una representación al indicar cuantos vértices y lados posee cada figura, por lo tanto, demuestra desarrollo de las habilidades de interpretación de representaciones para desarrollar competencias geométricas.

Figura 3. Pregunta N° 2



Con este problema se pretendía que el estudiante identificara en las tres figuras las diagonales, pero a su vez se colocó a propósito una figura que por ende no tiene diagonales.

De los siete estudiantes, cinco trazan adecuadamente las diagonales de cada polígono, demostrando que utilizan adecuadamente la habilidad de identificación de las diagonales de los polígonos, pero las respuestas de los dos restantes revelan una falta de interpretación global de la situación y de reconocimiento de los parámetros de diagonales de la figura geométrica.

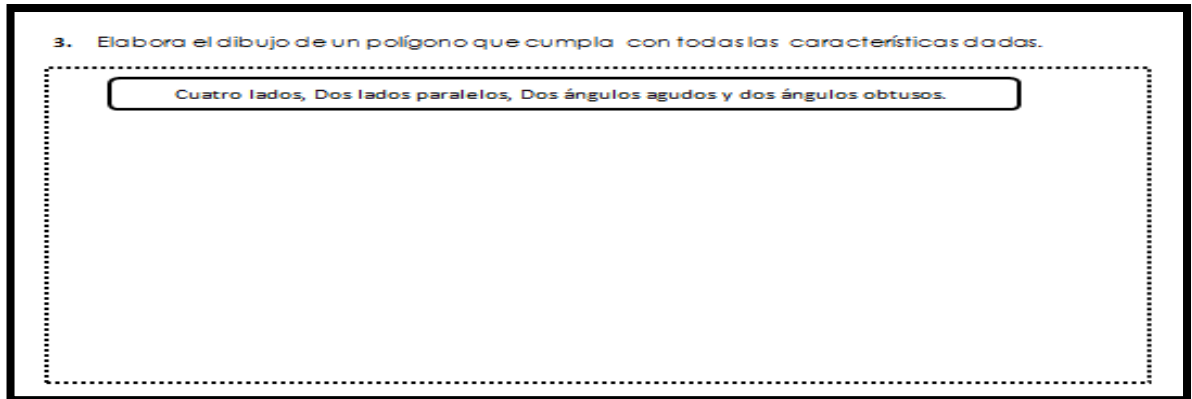
A continuación, se muestra la respuesta de un estudiante:

Figura 4. Respuesta N°. 2



Esta respuesta refleja que a este estudiante se le dificulta identificar las diagonales de un polígono, puesto que traza la diagonal de un triángulo, además al pentágono le trazó dos diagonales, que no coinciden con los vértices de la figura, por lo tanto, muestra que aún no comprende todos los conceptos de diagonal que van implícitos, es decir no ha desarrollado la habilidad de identificación en un problema planteado.

Figura 5. Pregunta N° 3

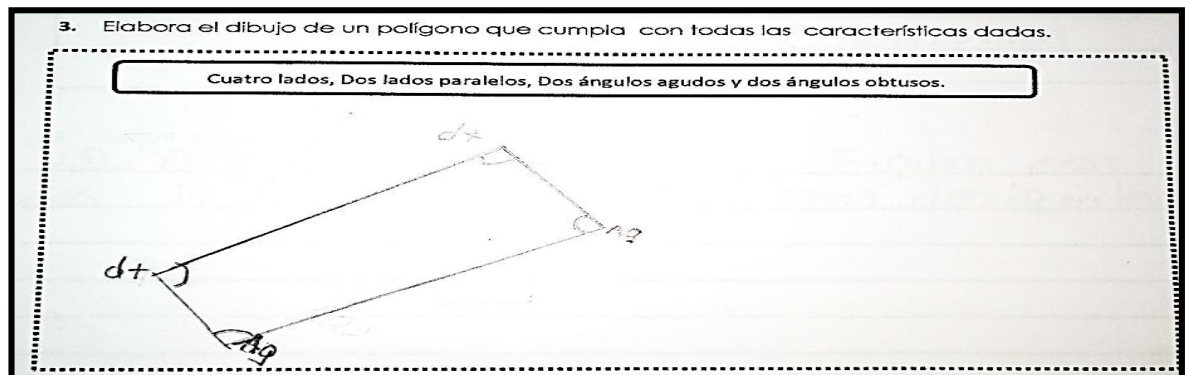


Este problema consistía en proporcionar las características de un polígono para determinar si los estudiantes hacen la conversión del lenguaje natural al registro geométrico de las propiedades de un polígono.

Todos los estudiantes elaboraron de manera correcta el polígono cumpliendo con las pautas dadas para su construcción, notándose que hacen uso de la habilidad en conversión entre representaciones.

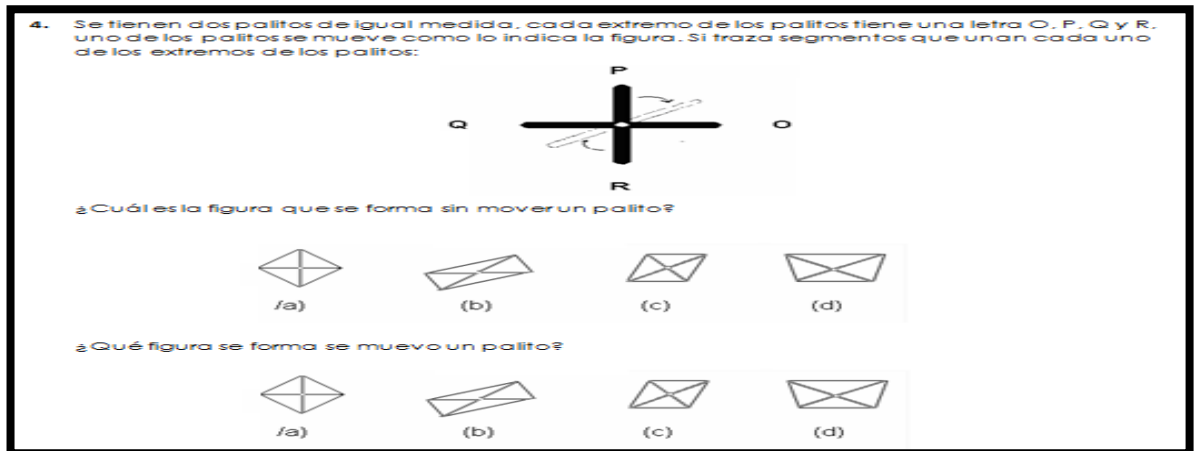
A continuación se muestra la respuesta del estudiante E6.

Figura 6. Respuesta N° 3



Esta respuesta refleja que este estudiante es capaz de establecer las propiedades básicas esenciales de un polígono. Asimismo, utiliza un dibujo apropiado. Es decir el estudiante tiene fortalezas en las habilidades de conversión del lenguaje natural al registro geométrico.

Figura 7. Pregunta N° 4



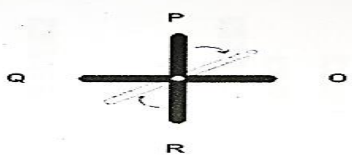
Con este problema se evaluaba las habilidades de identificación y conversión del lenguaje natural al registro gráfico de una figura que se describe al mover un palito de igual medida.

Todos los estudiantes no tuvieron dificultades para contestar el ítem 1, básicamente porque identificaron y realizaron la conversión del problema, lo cual generó respuestas correctas, aunque en todos los estudiantes hubo dificultad cuando se movió un palito, marcaron la respuesta incorrecta.


A continuación se muestra la respuesta del estudiante E1

Figura 8. Respuesta N°. 4


4. Se tienen dos palitos de igual medida, cada extremo de los palitos tiene una letra O, P, Q y R, uno de los palitos se mueve como lo indica la figura. Si traza segmentos que unan cada uno de los extremos de los palitos:



¿Cuál es la figura que se forma sin mover un palito?



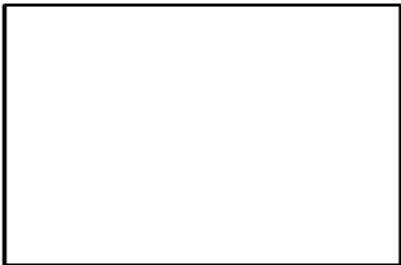
¿Qué figura se forma se mueve un palito?



Esta respuesta muestra que el estudiante E1 cuando se le pidió que moviera un palito hacia la derecha determinaran qué figura se formaría, respondió que la respuesta era la (c), siendo (b) la respuesta correcta, es decir presentó debilidad en la habilidad de identificación y conversión del lenguaje natural al registro gráfico y al registro geométrico debido a la poca comprensión lectora.

Figura 9. Pregunta N° 5

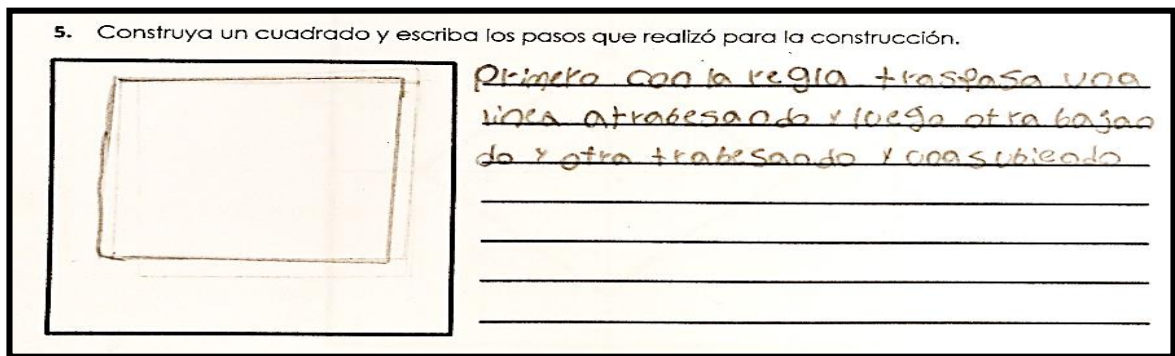
5. Construya un cuadrado y escriba los pasos que realizó para la construcción.



El objetivo principal de este problema era que el estudiante desarrollara la habilidad de identificación y conversión de una figura del registro gráfico al lenguaje natural.

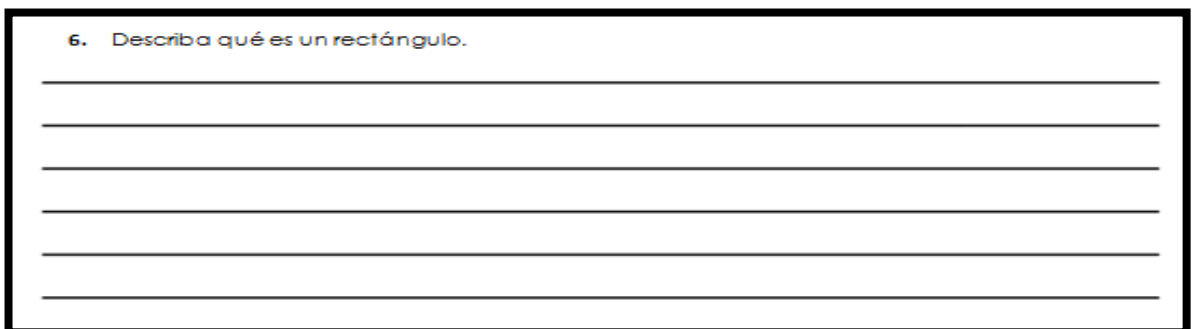
En cuanto a la parte (a) de este ítem, todos los estudiantes proporcionaron respuestas correctas dibujando el cuadrado. Sin embargo, ningún estudiante justifica de manera correcta los pasos para la construcción de un cuadrado, además, utiliza el lenguaje natural no apropiado para validar la respuesta con expresiones como: “línea atravesada”, “línea bajando” las cuales se muestran a continuación:

Figura 10. Respuesta N°. 5



Esto refleja que el estudiante E7 tiene idea de las formas esenciales de las figuras geométricas, pero tiene muchas dificultades en la habilidad de conversión del registro geométrico al lenguaje natural.

Figura 11. Pregunta N° 6

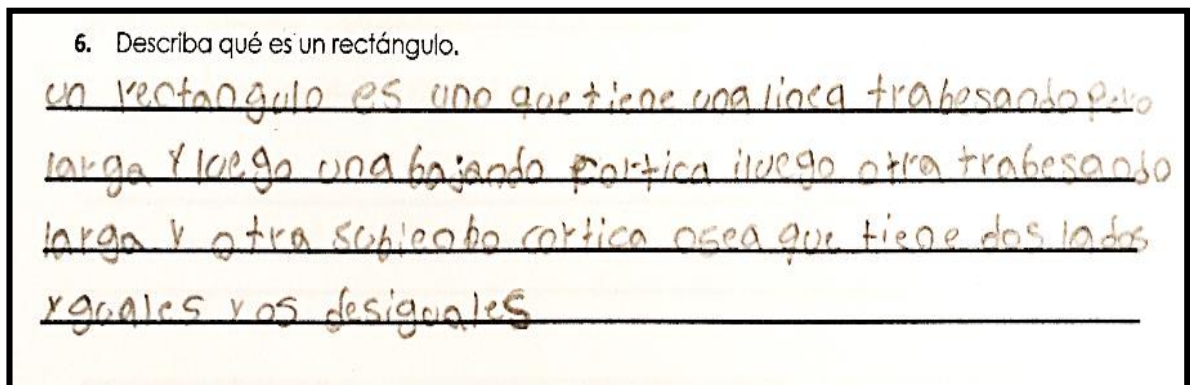


El objetivo principal de este problema era que el estudiante aplicara la habilidad de tratamiento entre el mismo registro de representación.

En cuanto a las respuestas de los estudiantes están guiadas a no utilizar propiedades en sus argumentos utilizando expresiones como “líneas bajando”, “líneas iguales” también se observa, que recurren a ejemplos y/o contraejemplos, que limitan la respuesta del estudiante.

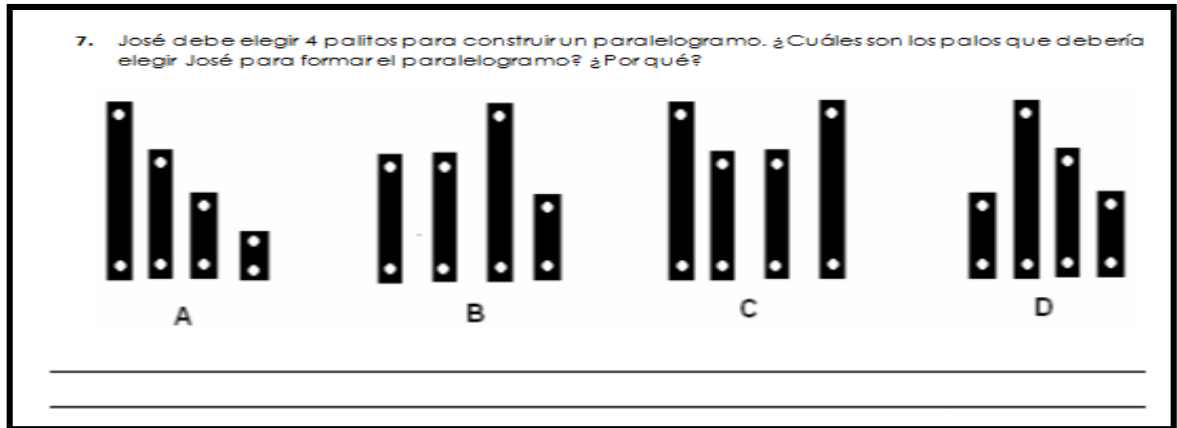
A continuación se muestra las respuestas del estudiante E7, reafirmando de esta manera lo descrito líneas arriba.

Figura 12. Respuesta N° 6



Esta respuesta refleja, por un lado, que el estudiante E7, identificó la forma de un rectángulo, pero no es capaz de utilizar el lenguaje natural válido para justificar su respuestas, debido a que utiliza conceptos como “línea travesando y larga y otra subiendo cortica”. Además se evidenció una clara debilidad en las habilidades de identificación y en el tratamiento entre el mismo registro de representación.

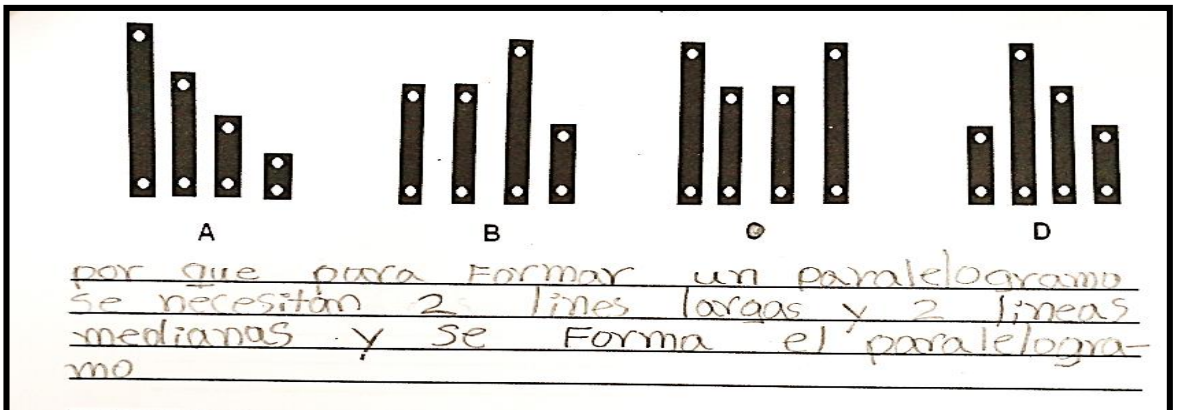
Figura 13. Pregunta N° 7



El objetivo principal de este problema era que el estudiante construyera un paralelogramo con 4 palitos y así utilizar la habilidad de conversión y tratamiento entre registros gráficos y geométricos.

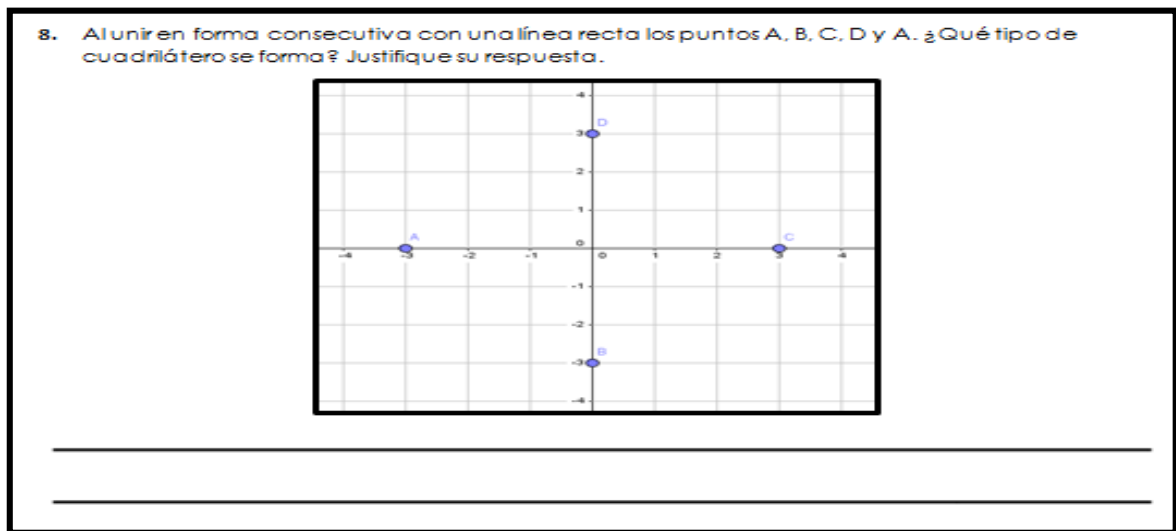
Todos los estudiantes, consideran que la alternativa C es la respuesta correcta, igualmente, acertaron correctamente, sin embargo, no justifican adecuadamente su respuesta. Asimismo, el vocabulario que utilizan no es apropiado. Esto se puede evidenciar en la siguiente respuesta:

Figura 14. Respuesta N° 7



Esta respuesta refleja un lenguaje inapropiado por parte del estudiante E7, al utilizar expresiones como “líneas largas y 2 líneas medianas” también se observa la dificultad que tiene el estudiante E7 para interpretar una representación, demostrando debilidad en el proceso de representación en lo relacionado con el desarrollo de las habilidades de conversión y tratamiento entre registros gráficos y geométricos.

Figura 15. Pregunta N° 8

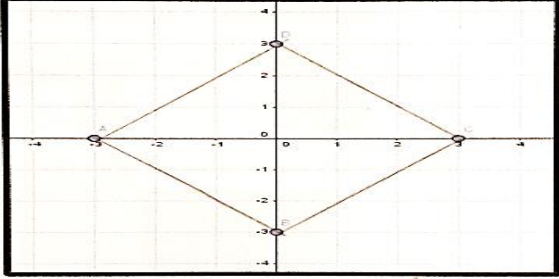


El objetivo del problema era que el estudiante uniera los puntos en el plano cartesiano y nombrara que tipo de cuadrilátero se forma para así poder desarrollar las habilidades de interpretación de una representación en el plano a una representación geométrica.

Todos los estudiantes consideran que la figura que se forma al unir los puntos de manera consecutiva es un rombo. En un solo caso el estudiante E6, lo relaciona con el cuadrado utilizando las propiedades de los lados. Esto se puede evidenciar en la siguiente respuesta:

Figura 16. Respuesta N° 8

8. Al unir en forma consecutiva con una línea recta los puntos A, B, C, D y A. ¿Qué tipo de cuadrilátero se forma? Justifique su respuesta.




Se Forma un rombo y si se boltea a un lado queda un cuadrado.

Esta respuesta refleja por una parte, que el estudiante E6 necesita relacionarla con otro tipo de cuadrilátero, lo cual muestra que en sus esquemas mentales existen figuras similares. Por otra parte, en términos generales, queda en evidencia que su respuesta está guiada por la habilidad de interpretación de una representación en el plano a una representación geométrica.

Figura 17. Pregunta N° 9

9. La tarea de Roberto consiste en determinar si la afirmación "Todos los cuadrados son rombos, pero no todos los rombos son cuadrados" es verdadera o falsa. Ayuda a Roberto a solucionar su tarea.



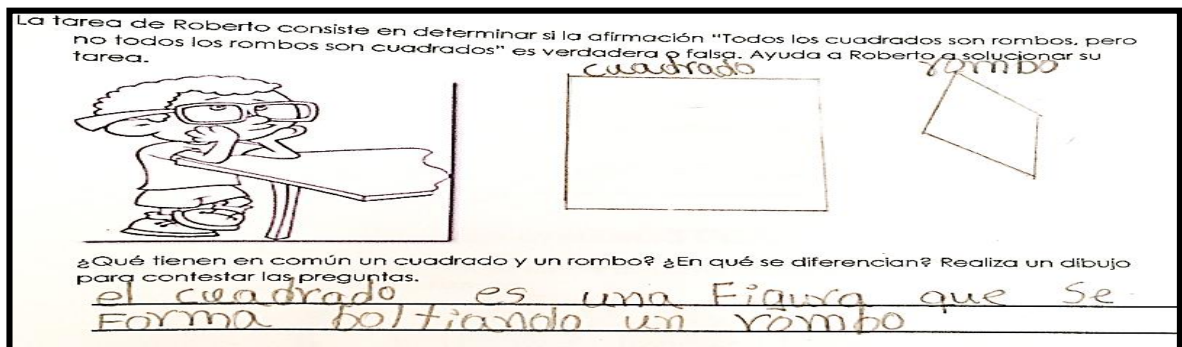
¿Qué tienen en común un cuadrado y un rombo? ¿En qué se diferencian? Realiza un dibujo para contestar las preguntas.

El objetivo principal de este problema era que el estudiante aplicara la habilidad de interpretar y crear una representación para resolver un problema.

Seis estudiantes realizaron los dibujos correctamente, pero un estudiante realizó el dibujo de un círculo confundiéndolo con el cuadrado de manera incorrecta. Además, se le dificultó relacionar las dos figuras respondiendo que “el cuadrado es derecho y el rombo es volteado”.

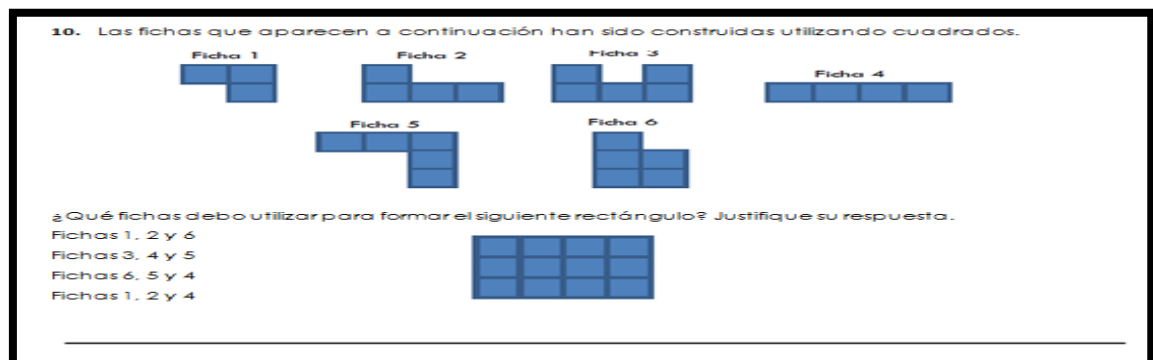
A continuación se muestra la respuesta del estudiante E6:

Figura 18. Respuesta N° 9



Esta respuesta refleja que el estudiante E6, utiliza un vocabulario básico sin enunciar propiedades del cuadrado y rombo necesarios para el trazo de dichas figuras, es decir se le dificulta las habilidades de interpretar y crear una representación para resolver un problema.

Figura 19. Pregunta N° 10



Con este problema se deseaba desarrollar las habilidades de interpretación de una representación en el plano a una representación geométrica y tratamiento en el registro geométrico.


Tres estudiantes respondieron la pregunta correctamente, sin embargo, las justificaciones que proporcionan son confusas, se limitan solo a decir los números de las fichas que utilizó.

A continuación se muestra la respuesta de un estudiante E7

Figura 20. Respuesta N° 10

¿Qué fichas debo utilizar para formar el siguiente rectángulo? Justifique su respuesta.

Fichas 1, 2 y 6
Fichas 3, 4 y 5
Fichas 6, 5 y 4
Fichas 1, 2 y 4



la

la correcta es la segunda porque cuentan
de los cuadrados abien dice y topanes la sego
da la

Esta respuesta refleja que el estudiantes E7, a pesar de saber que tiene que cubrir una figura con doce cuadros, escoge las figuras que tiene en su totalidad 14 cuadros, es decir sólo hace un reconocimiento de las figuras con un lenguaje básico sin entrar en detalle a los elementos de la figura, se le dificulta las habilidad de interpretar representaciones geométricas para resolver problemas y en el tratamiento en el registro geométrico.

4.2 ANÁLISIS DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

La propuesta didáctica diseñada para la enseñanza de las propiedades de los cuadriláteros está compuesta por cuatro talleres según las fases de aprendizaje del modelo Van Hiele como una forma de organización de las actividades en la cual proponen cinco fases secuenciales: interrogación, orientación directa, explicación, orientación libre e integración, la instrucción desarrollada de acuerdo con esa secuencia promueve la adquisición de un nivel que deberán ser desarrolladas con sesiones de trabajo en el aula.

4.3 CATEGORÍAS

Para el análisis cualitativo que presento a continuación, se identificaron y determinaron las siguientes categorías emergentes que surgen de la misma propuesta de estudio. Además unas subcategorías propuestas por Fiallo⁵⁶ descritas anteriormente.

Primera categoría: Interpretación de las representaciones dentro del mismo registro. (**IRMR**), alude a las resoluciones en lenguaje natural escrito.

Segunda categoría Presentación de imágenes reales de figuras asociadas a conceptos geométricos. (**PICG**), se refiere a la resolución mediante representaciones que no dan cuenta de la cualidad de los elementos involucrados en el problema.

Tercera categoría Argumenta desde la conversión de representaciones al lenguaje geométrico. (**ACLG**), se refiere a la resolución de problemas geométricos

⁵⁶ FIALLO, Jorge. Estudio del proceso de Demostración en el aprendizaje de las Razones Trigonómicas en un ambiente de Geometría Dinámica. Universidad de Valencia. España: 2010. P. 139-140.

mediante figuras que intentan representar lo más fielmente posible los elementos involucrados en el problema.

Cuarta categoría: Conjeturar mediante la experimentación a distinguir las características de las representaciones. (**CECR**), atiende aquellas resoluciones en las que manejan características utilizados en geometría.

Quinta categoría: Reconoce u objeta figuras geométricas basándose en sus elementos constitutivos. (**RFEC**), se refiere a usar argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos geométricos.

Sexta categoría: Identifica conceptos geométricos que permiten resolver problemas. (**ICRP**), Se refiere a la identificación del problema y las representaciones utilizadas en su resolución con los conceptos geométricos que son su herramienta de deducción.

Séptima categoría: Transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada. (**TRMR**), se refiere al tratamiento de representaciones como gráficos, diagramas entre otras que incluyen la lectura e interpretación de estos.

Octava categoría: Deducir procedimientos entre las representaciones geométricas. (**DPRG**), se refiere a la forma de denominar, definir y comunicar información geométrica en forma clara y ordenada utilizando el lenguaje natural apropiado.

4.3.1. Análisis taller de cuadrado: FASE 1 INFORMACIÓN

ACTIVIDAD N° 1

Se les entregó a los estudiantes unas figuras construidas, acomodadas de tal manera que parecen unos cuadrados, rectángulos, rombos y paralelogramos. Se les solicitó que observaran esas figuras, y digan qué figura es un cuadrado. En este momento no se usa herramientas de medición, ni la prueba del arrastre.

Tabla 3. Actividad N° 1

CATEGORÍA	EST	P 1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	Subcategoría
Interpretación de las representaciones dentro del mismo registro.	E1	C		C	C		C				CORRECTO
	E2	C	C		C		C				INCOMPLETO
	E3	C		C	C		C				CORRECTO
	E4	C		C	C		C				CORRECTO
	E5	C		C	C		C				CORRECTO
	E6	C		C	C		C				CORRECTO
	E7	C	C	C	C		C				INCOMPLETO

El objetivo de este problema era que el estudiante identificara entre 9 polígonos, los que son cuadrados. Además el propósito de este ítem era potenciar el desarrollo de la habilidad de identificación geométrica. Se observó en los estudiantes que tienen habilidad en la identificación de los cuadrados puesto que seleccionaron las figuras correctamente. Es decir, las selecciones que realizaron fueron casi correctas, estimando que los estudiantes tienen habilidad para identificar las propiedades de un cuadrado.

En la misma actividad 1, posterior a la identificación de los cuadrados, se les solicitó a los estudiantes que sustentaran las preguntas que aparecían en el ítem, encontrando las respuestas que se relacionan a continuación:

Tabla 4. ¿En qué te has fijado para seleccionar los cuadrados

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Interpretación de las representaciones dentro del mismo registro	E1	En que los cuadrados tienen cuatro vértices tienen los lados iguales y tiene dos diagonales y tiene cuatro ángulos y también me fije que tiene cuatro ángulos que mide 90° .	INCOMPLETO
	E2	El 2 y 3,6 4 1 también son cuadrados por que tiene cuatro lados tiene cuatro ángulos y que mide 90 cada ángulo por eso es un ángulo y que también se parecen muchas cosas por ej: mesa y muchas más cosas.	INCOMPLETO
	E3	Que deben tener cuatro lados, cuatro vértices y dos diagonales para que pueda ser un cuadrado y que mida 90° grados.	INCOMPLETO
	E4	Que tenga cuatro lados iguales dos líneas paralelas.	INCOMPLETO
	E5	Que tiene cuatro lados y que tiene ángulos rectos y que si mide noventa y por que tiene dos líneas paralelas.	INCOMPLETO
	E6	En que tenga sus lados iguales, que los ángulos sean de 90° , que tenga dos rectas paralelas y cuatro vértices.	CORRECTO
	E7	Que tiene cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos y dos líneas perpendiculares.	INCOMPLETO

Las respuestas permiten llegar a la conclusión general que los estudiantes relacionan un cuadrado por algunas de sus propiedades, algunas veces por defecto y otras por exceso y de manera aislada, lo que permite concluir que su nivel es solamente de reconocimiento por la forma y no por sus propiedades. En cuanto a la habilidad de interpretación, se deduce que los estudiantes poseen dicha habilidad, dado que todos identificaron la figura del cuadrado.

Tabla 5. ¿Es un cuadrado la figura 1?

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Presentación de imágenes reales de figuras asociadas a conceptos geométricos.	E1	Si por que la figura se dobla y se forma un cuadrado y tiene cuatro vértices y también tienen 2 diagonales y los lados son iguales.	INCOMPLETO
	E2	Por que tiene dos vértices y también tiene dos líneas paralelas y que también tiene cuatro lados y también cuatro ángulos que mide noventa y que también el cuadrado para muchas cosas.	INCOMPLETO
	E3	Porque tiene cuatro lados iguales y mide 90° grados y tiene cuatro vértices por eso es un cuadrado.	INCOMPLETO
	E4	Si por que volteando la figura se vuelve un cuadrado	INCOMPLETO

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
		y tiene cuatro lados cuatro angulos y dos vértices.	
	E5	Porque se parese a un rombo y se boltea y se y queda un cuadrado.	INCOMPLETO
	E6	Si porque tiene sus lados iguales y dos rectas paralelas.	INCOMPLETO
	E7	Si por que tiene cuatro lados iguales y dos líneas perpendiculares y cuatro bertises.	INCOMPLETO

Los estudiantes acertaron en la elección de la figura que es un cuadrado; sus argumentos evidencian debilidades en el lenguaje natural y no son coherentes, por cuanto poseen debilidad en la habilidad de interpretar representaciones. Por ende, las explicaciones dadas permiten concluir que los estudiantes justifican su elección basándose solamente en enunciar algunos elementos y propiedades del cuadrado.

Posteriormente, al preguntarle al estudiante:

Tabla 6. ¿Es un cuadrado la figura 4? ¿Por qué?

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Argumenta desde la conversión de representaciones al lenguaje geométrico	E1	Si por que tiene los lados iguales y tiene cuatro vértices y cuatro angulos que miden 90°.	CORRECTO
	E2	La figura 4 si es un cuadrado pero tambien 1 2 3 son cuadros el que se parese que es un rombo se boltea y separese un cuadro y que tambien es necesario para muchas cosas.	INCOMPLETO
	E3	Si por que tiene cuatro lados yguales tambien tiene cuatro angulos y miden 90° grados.	CORRECTO
	E4	Si porque tiene cuatro lados iguales tiene cuatro angulos y dos vertices.	INCOMPLETO
	E5	Si porque tiene cuatro la dos al gunos se porsen rombo pero cuando se boltea si quea un cuadrado.	INCOMPLETO
	E6	Si por que tiene cuatro angulos de 90° y tiene cuatro lados.	CORRECTO
	E7	Si porque tiene cuatro bertises cuatro lados y guales y dos linias perpendiculares.	INCOMPLETO

Los estudiantes nuevamente muestran un desarrollo en la habilidad de identificación de las representaciones, puesto que todos los estudiantes manifestaron que la figura 4 es un cuadrado. Pero al momento de expresar la

respuesta algunos no son coherentes con sus explicaciones, notándose en E2 dificultades para buscar una justificación o un argumento que valide su respuesta, se nota debilidad en la habilidad de conversión del registro geométrico al lenguaje natural.

P: Dime E6 ¿En qué te has fijado para decir que es un cuadrado las figuras seleccionadas?

E6: Porque sus lados son iguales (con sus manos muestra la igualdad de sus lados).

E5: Porque también tiene vértices y ángulos los cuadrados.

P: Muy bien por sus interpretaciones de un cuadrado.

Imagen 2. Estudiantes dando respuesta al cuestionario



Las respuestas de los estudiantes se dirigieron a identificar un cuadrado por sus lados iguales, vértices y ángulos; comparándolo con las forma de sus manos para definir una de las propiedades de los cuadrados, además se observa que E6 posee habilidad de interpretación de representaciones.

ACTIVIDAD Nº 2

Se les entregó a los estudiantes un archivo en GeoGebra que muestra inicialmente dos cuadrados; uno construido con la herramienta perpendicular para garantizar los ángulos rectos y compás, para garantizar la igualdad de los lados y el otro construido de manera perceptiva y de forma tal que si muestran los objetos ocultos no puedan ver el procedimiento de construcción.

Se les pide que Observe los Polígonos ABCD, EFGH.

Tabla 7. ¿Indica cuál es un cuadrado? Explica

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Conjeturar mediante la experimentación a distinguir las características de las representaciones	E1	Las dos figuras son cuadradas porque tienen cuatro vértices y cuatro lados yguales.	CORRECTO
	E2	El polígono 1 es un cuadrado poruqe tiee cuatro lados y también tiene sus lados yguales que no lo tiene el polígono dos.	INCOMPLETO
	E3	Las figuras son cuadrados porque tienen cuatro lados yguales y cuatrovertis y dos diagonales mide 90° grados	CORRECTO
	E4	El polígono uno es un cuadrado porque tiene cuatro lados iguales y cuatro vértices.	INCOMPLETO
	E5	Porque solo un cuatro le y se la prueba del arrastre y solo un cuatro el cuadrado un polígono.	INCOMPLETO
	E6	El polígono dos porque tiene todos sus lados iguales	CORRECTO
	E7	El polígono uno porque le ise la prueba del arrastre y no se desbarata asiéndole la prueba del arrastre y el polígono dos si se desbarata.	INCOMPLETO

Los estudiantes descubrieron que la figura es un cuadrado por algunas de sus propiedades; pero algunos se confundieron en el reconocimiento, mostrando debilidad en la habilidad de identificación de representaciones y que poseen la habilidad de conversión del registro geométrico al lenguaje natural.

Luego se les pide que arrastren sobre el plano todos los vértices de los Polígonos mostrados y que argumenten sus respuestas. Se espera que digan que el polígono 1 en realidad es un cuadrado, y que el polígono 2 no se comporta de la misma manera que el polígono 1.

Tabla 8. ¿Reconoce u objeta figuras geométricas basándose en sus elementos constitutivos?

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Reconoce u objeta figuras geométricas basándose en sus elementos constitutivos.	E1	El polígono 1 sigue siendo cuadrado porque aguanta la prueba del arrastre y no se desbarata.	INCOMPLETO
	E2	El polígono uno se puede hacer la prueba del arrastre y también tiene cuatro lados y también tiene cuatro ángulos que miden 90°.	INCOMPLETO
	E3	El polígono uno es un cuadrado porque se aguanta la prueba del arrastre y el polígono 2 no se aguanta la prueba del arrastre.	INCOMPLETO
	E4	El polígono uno es un cuadrado y el polígono dos no es un cuadrado.	INCOMPLETO
	E5	Porque solo un cuatro se dañó y solo un cuatro si aguanta para la prueba del arrastre.	INCOMPLETO
	E6	El polígono 1 porque aguanta la prueba del arrastre.	INCOMPLETO
	E7	El polígono uno sigue siendo cuadrado por que no se desbarata asiéndole la prueba de arrastre en los cuatro lados.	INCOMPLETO

Los estudiantes nuevamente muestran habilidad en la identificación de las representaciones, puesto que todos los estudiantes manifestaron que el polígono 1 es un cuadrado y sus argumentos validan las respuestas, contrario sucedió con el polígono 2 que no aguanta la prueba del arrastre, además ninguno argumento que sucedió con la figura.

En la misma actividad 1, posterior a la identificación de los cuadrados, se les solicitó a los estudiantes que sustentaran las preguntas que aparecían en los siguientes ítems, encontrando las respuestas que se relacionan a continuación. En este momento lograron hacer uso de las herramientas de medición de GeoGebra y la prueba del arrastre.

Tabla 9. ¿Qué diferencias encuentras en cuanto a la longitud de los lados del polígono 1 y las del polígono 2? Explica

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Identifica conceptos geométricos que permiten resolver problemas	E1	En que el polígono 2 tiene sus ángulos iguales por que mide 90° y los angulos del polígono 1 no tienen sus angulos iguales.	INCOMPLETO
	E2	La diferencia es que el polígono 1 mide 2.96 y a cambio el polígono 2 mide 2,24 esa es la diferencia del 1,2 para buscar l diferencia toco medir y buscar en GeoGebra la distancia de longitudes.	INCOMPLETO
	E3	En que el polígono tiene sus lados yguales porque mide 90° gras y el polígono dos no tiene sus lados yguales.	INCOMPLETO
	E4	El polígono uno es mas grande que el polígono dos y que es mas corto de longitud.	INCOMPLETO
	E5	El polígono uno por que si aguanta la prueba del arrastre.	INCOMPLETO
	E6	El polígono 1 por que todos sus lados miden 4.15	INCOMPLETO
	E7	La diferencia es que el polígono uno mide mas que el polígono dos.	INCOMPLETO

Se analizó en los estudiantes la habilidad de interpretación, al recopilar información a partir de una representación gráfica. Se pidió a los estudiantes verificar qué diferencias encuentran en cuanto a la longitud de los lados de las dos figuras. El concepto de lados iguales nos servirá más adelante para comprender las propiedades del cuadrado. Los resultados muestran que los estudiantes basaron sus argumentos sólo en enunciar aspectos métricos de los lados del cuadrado, en vez de explicar una de las propiedades de dicha figura, lo que demuestra que en esta habilidad también hay fallas notorias.

Tabla 10. ¿Hay diferencias en la amplitud de los ángulos de las dos figuras?

Explica

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Argumenta desde la conversión de representaciones al lenguaje geométrico.	E1	Si porque los angulos de las dos figuras no miden lo mismo porque el polígono 2 miden su angulos 90° y la del polígono 1 mide 28°.	INCOMPLETO
	E2	Si hay diferencias por es mas largo el polígono 1 que el poligono dos toco que medir para que nos diera la respuesta.	INCOMPLETO
CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
	E3	Si porque el poligono 1 mide 90° grados y el poligono 2 por que mide 34°, 35, 40, 28 por eso no son iguales.	INCOMPLETO
	E4	No porque todos sus lados miden 90° grados y	Error
		hici se hanchara nunca dejaría de medir 90° grados.	
	E5	No porque no aguanta l prueba del arrastre.	Error
	E6	No porque los todos los angulos miden 90°	Error
	E7	Si por que el polígono uno mide mas que el polígono dos.	INCOMPLETO

En general se puede decir que los estudiantes tienen habilidad en la identificación de amplitudes de sus ángulos en una figura, al responder correctamente; aunque algunos, al hacerlo no tuvieron en cuenta las propiedades del cuadrado, al momento de dar sus argumento y explicaciones se nota en términos generales que no compararon, sino miraron la amplitud de los ángulos, lo que demuestra que en esta habilidad también hay fallas evidentes.

El estudiante expresa de la siguiente manera lo que está haciendo y observando en la pantalla:

P: ¿Ya observó los polígonos?

E2: Sí profe.

P: ¿Cuál es un cuadrado?

E2: El polígono 1

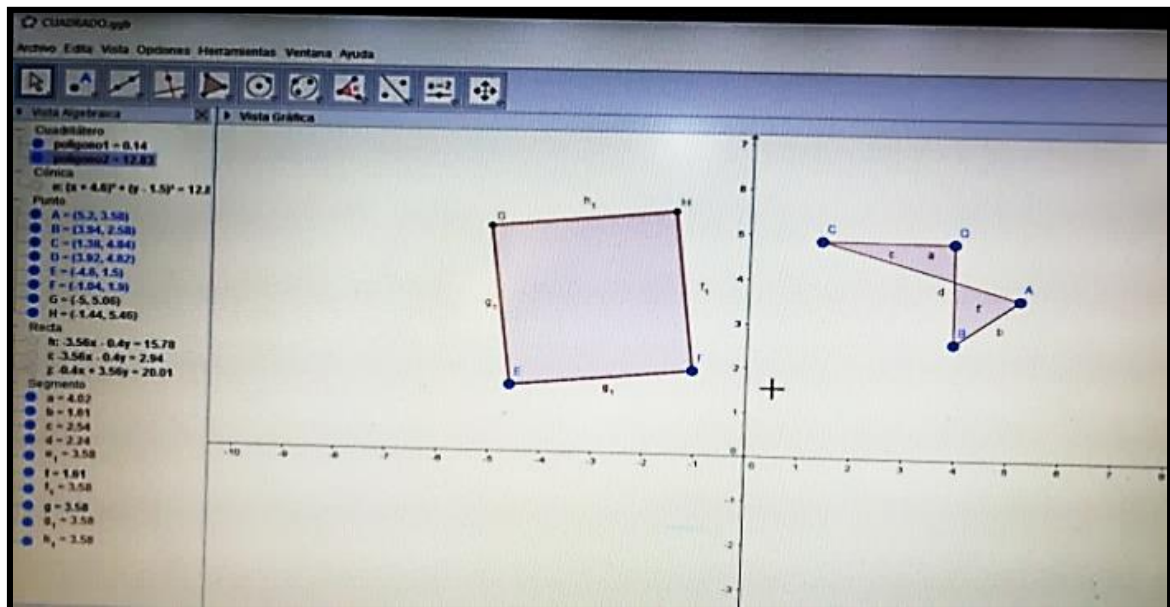
P: ¿Por qué?

E2: Profe, porque tiene cuatro lados iguales y el polígono 2 no.

P: Bueno ahora vamos a verificar utilizando la prueba del arrastre sobre los polígonos mostrados.

E6: Profe, el polígono 1 es un cuadrado por que aguanta la prueba del arrastre.

Imagen 3. Polígono en pantalla



El estudiante E2, reconoce en las dos figuras construidas cuál era un cuadrado, basado en alguna de sus propiedades y solo teniendo en cuenta lo que se ve en la pantalla; es decir, posee habilidad de identificación de representaciones en un contexto digital; además E6 verificó con la prueba del arrastre lo respondido por E2, logrando desarrollar ciertas destrezas que se necesitan para realizar actividades más complejas de figuras geométricas.

FASE 2 ORIENTACIÓN DIRIGIDA

ACTIVIDAD Nº 3

Se les entregó a los estudiantes un archivo en GeoGebra que muestra un segmento previamente construido y se les pide construir un cuadrado que aguante

la prueba del arrastre. Se espera que los estudiantes intenten diversas estrategias para acomodar su construcción, pero al arrastrar los vértices podrán validar o invalidar su construcción.

Los estudiantes expresan de las siguientes maneras lo que están haciendo y observando en la pantalla:

P: Ahí tiene un segmento, tú vas a construir un cuadrado a partir de ese segmento.

E6: Voy a utilizar dos rectas paralelas para hacer el cuadrado.

E6: No sale lo que pensaba (intentó construir una recta paralela al segmento).

E5: Ahora tracé una perpendicular (señala con la mano en la pantalla el recorrido que desea hacer).

E6: Voy a trazar una recta (traza una recta al vértice del segmento dado).

E5: Luego otra recta para unir los dos vértices (señala con un lápiz en la pantalla el recorrido).

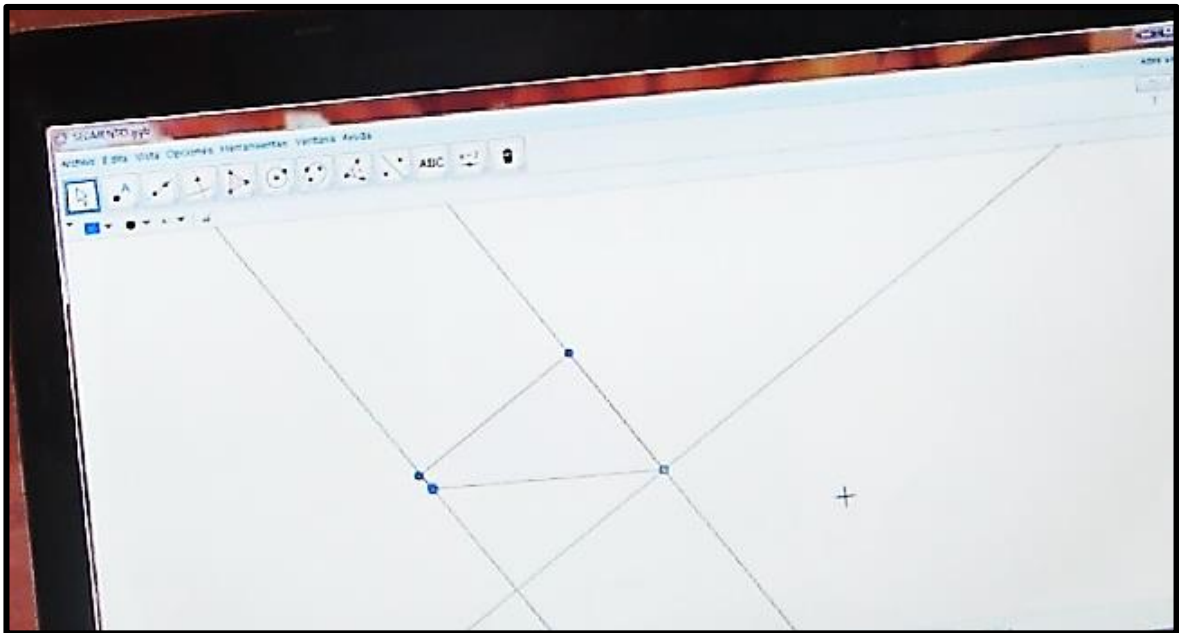
P: ¿Eso es un cuadrado?

E5: Profe ¿Nos quedó bien?

P: Realice la prueba del arrastre para verificar su construcción. ¿Le quedó bien construida?

E6: No, porque no aguanta la prueba del arrastre.

Imagen 4. Muestra de un segmento previamente construido a estudiantes



En general, se puede decir que los estudiantes al principio de la actividad utilizaron inadecuadamente las herramientas del GeoGebra, aunque algunos, al construir el cuadrado utilizaron la herramienta perpendicular para garantizar los ángulos rectos, sin embargo, no lograron el objetivo principal que fue dar solución al problema.

P: ¿Qué está haciendo usted para construir el cuadrado?

E1: Una circunferencia, dentro del segmento.

P: Correcto, vas muy bien

P: ¿Ahora qué piensas hacer?

E1: Una recta perpendicular al segmento dado.

P: Exactamente, ¿Ahora?

E1: El punto de intersección entre la línea perpendicular y la circunferencia.

E1: Una línea paralela al segmento dado.

P: ¿Luego qué haces para completar el cuadrado?

E1: Una línea paralela para completar el cuadrado.

P: ¿Después?

E1: Otro punto de intersección.

P: ¿Ahora?

E1: Voy a hacer la prueba del arrastre.

P: No, le falta algo antes.

E1: ¿Borrar lo que me sobró?

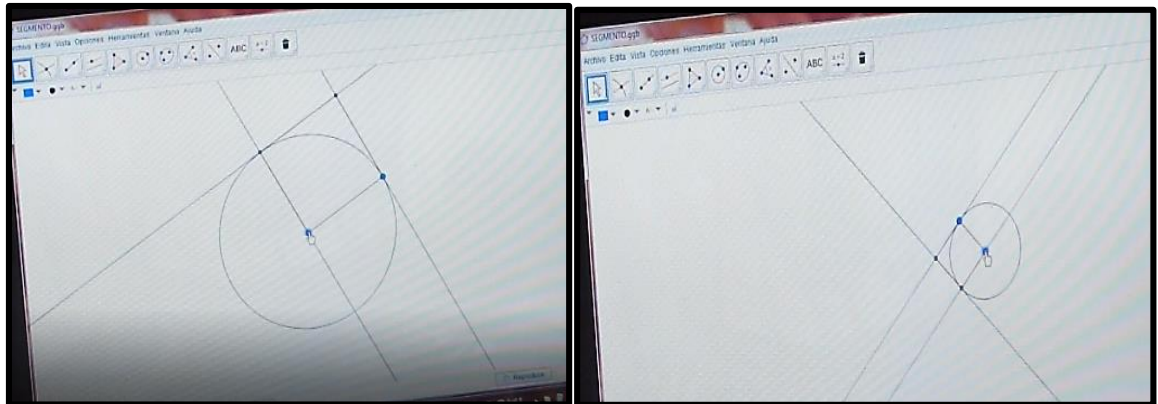
P: Eso se realiza al final, no es borrar, es ocultar el sobrante de la figura construida.

E1: Luego, utilizo la herramienta de polígono para marcar los puntos.

P: ¡Muy bien!

E1: Comprobé con la prueba del arrastre y si aguantó.

Imagen 5. Muestra fotográfica del desarrollo de uno de los estudiantes utilizando las herramientas del GeoGebra



P: ¿Ahora qué vas hacer?

E1: Voy a hacer las distancias de longitud de los lados del cuadrado (utiliza la herramienta de GeoGebra)

P: ¿Qué observas en las mediatas de los lados del cuadrado?

E1: Que todos sus lados miden igual.

P: Ahora, ¿Qué va a medir?

E1: Los ángulos.

P: ¿Qué pasa con los lados?

E3: Cambian

P: ¿Cambian?

E3: Sí

P: ¿Cómo cambia? Si se rota la figura ¿Qué pasa con sus lados?

E3: Crecen más y siguen subiendo más.

P: ¿Qué pasa con los ángulos?

E3: No cambian, siguen de 90° .

P: ¿A qué conclusión puedes llegar?

Imagen 6. Identificación por parte de una de las estudiantes de las propiedades generales de un cuadrado



E3: Que la medidad de sus lados son iguales y los ángulos no cambian siguen siendo de 90° .

P: ¿Qué pasa con los lados?

E1: Se hanchan

P: ¿Qué pasa con los ángulos?

E1: No cambian, quedan lo mismo

P: ¿Cuánto van a medir los ángulos?

E1: 90° grados.

E1: Todos los lados son iguales y los ángulos no cambian siguen siendo de 90°.

P: Ya, listo.

El objetivo de esta actividad propuesta, buscaba que el estudiante pudiese identificar, comparar y analizar propiedades generales de un cuadrado, además potenciar la habilidad de identificación de una representación resolviendo preguntas del problema planteado. Se puede deducir, que el trabajo de los estudiantes al interactuar con el software de GeoGebra, les permitió no sólo utilizar un lenguaje natural, sino utilizar ciertas propiedades, al momento de realizar la construcción. Cabe mencionar que previamente a la construcción del cuadrado con la herramienta del GeoGebra, los estudiantes manipularon y realizaron aprestamiento durante varias sesiones de trabajo lo que facilitó la resolución del problema.

Luego de construido el cuadrado, el estudiante:

Tabla 11. Determina la medida de sus lados y ángulos. Explica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Identifica conceptos geométricos que permiten solucionar problemas.	E1	Los lados siempre van a rotar y los angulos van a quedar en su mismo número en cada polígono de figuras geométricas.	INCOMPLETO
	E2	Ycimos la circunferencia y pasamos una línea perpendicular y luego una línea recta y luego nos metimos en intersección y luego nos metimos en poligo y después lo meimos los lados y los angulos.	INCOMPLETO
	E3	Los lados siempre ban a rotar y los angulos ban aceguir ciendo los mismos en cada polígono de figuras geométricas.	INCOMPLETO
	E4	Los angulos del cuadrado son iguales pero los lados cambian y los angulos no cambian y siguen midiendo 90°.	INCOMPLETO
	E5	Yo ise un segmento circunferencia después una línea perpendicular después le cruse una línea paralela.	INCOMPLETO
	E6	Porque todos sus lados miden 5.08 y sus angulos 90°	INCOMPLETO
	E7	Colocamos la sirunferencia ipasamos una línea perpendicular i luego una línea recta y luego le dimos intersección i luego en polígono y lego a circunferenci i después boramos lo que me sobro iluego medimos.	INCOMPLETO

En conclusión, se pudo detectar que ninguno de los estudiantes explica de manera correcta la respuesta, luego de medir los lados y ángulos. Al analizar la habilidad de identificación, encontramos que hay dificultades al manifestar el procedimiento de dicho problema, su lenguaje natural no es claro y sus argumentos son débiles. Así mismo es evidente que ninguno de los estudiantes presentó dentro de sus argumentos los métodos que emplearon para dar solución al problema.

FASE 3 EXPLICITACIÓN

ACTIVIDAD Nº 4

Los estudiantes expresan de las siguientes maneras lo que están haciendo y observando en la pantalla, cuando arrastran los vértices A, B, C, D de la figura construida en la fase anterior.

Tabla 12. ¿Qué ocurre cuando mueves los vértices de las figuras construida?

CATEGORÍA	EST	VERT A	VERT B	VERT C	VERT D	SUBCATEGORÍA
Interpretación de las representaciones dentro del mismo registro.	E1	Se mueve y no se desbarata	Se mueve para un lado y para otro y no se desbarata	No se mueve, ni para un lado ni para otro.	No se mueve, ni se desbarata y sigue siendo la misma figura.	INCOMPLETO
	E2	Se puede deformar	Muchas veces no	Si se deforma	Vuelve armar	INCOMPLETO
	E3	No se desbarata	No se desbarata	No se mueve	No se mueve	INCOMPLETO
	E4	No se desbarata	No se desbarata	No se mueve	No se mueve	INCOMPLETO
	E5	No se desbarata	No se desbarata	No se desbarata	No se desbarata	INCOMPLETO
	E6	No se desbarata	No se desbarata	No se desbarata	No se desbarata	INCOMPLETO
	E7	No se desbarata	No se desbarata	No se desbarata	No se desbarata	No contesto

Los estudiantes arrastraron los vértices A, B, C, D de la figura para identificar las variaciones de las medidas de sus lados y ángulos, sin embargo cuando realizaron la justificación de lo observado, no reconocieron explícitamente las propiedades del cuadrado. Por lo anterior, se nota debilidad en los estudiantes en la habilidad de conversión del registro geométrico al lenguaje natural.

En uno de los momentos de explicitación con todo el grupo se está respondiendo la pregunta;

¿Qué estrategia utilizaste para construir el cuadrado? Argumenta tu respuesta.

P: Vamos por grupos, y nos van a contar ¿Qué estrategia utilizaron para la construcción del cuadrado?

E7: Colocamos la circunferencia y trazamos una línea perpendicular, luego una línea recta, luego le dimos intersección, después polígonos y luego le dimos medir los lados y ángulos, luego borramos lo que nos sobra.

P: No es borrar, es ocultar. Listo, pasamos al siguiente grupo.

E6: Primero utilicé una circunferencia, luego una línea perpendicular, luego una línea paralela, luego hago una línea perpendicular y le hago la prueba del arrastre.

P: Continuamos con E4

E4: Utilicé una circunferencia, dos líneas perpendiculares y una línea paralela y la bordeé y me quedó bien, le borré lo que sobra y me quedó un cuadrado.

P: ¿Qué utilizó para comprobar que efectivamente la figura que construyó fue un cuadrado?

E4: La prueba del arrastre.

P: E1 ¿Qué estrategia utilizaron?

E1: Primero coloqué el segmento y luego coloqué la circunferencia y después di clic sobre la línea perpendicular y la acomodé y di clic al vértice y se iba formando la figura y después di clic en líneas paralelas y espiché en el otro vértice, otra vez me fui para líneas perpendiculares, se formó la figura y la rellené y después fui a la prueba del arrastre.

P: Listo, vamos con E3.

E3: Primero puse el segmento, después puse la circunferencia, después puse la línea perpendicular y después la paralela y después el punto de intersección y me quedó el cuadrado y después le hice la prueba del arrastre.

Analizando la habilidad de conversión del registro geométrico al lenguaje natural, se evidencia que existe debilidad en esta, por cuanto las ideas descritas por los estudiantes no tienen una secuencia lógica y las explicaciones dan la impresión de que sus encadenamientos son aislados y sin conexión; es decir, no se han utilizado un vocabulario claro que haga irrefutable el procedimiento de resolución de problemas.

Tabla 13. ¿Qué características observas en la figura? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Presentación de imágenes reales de figuras asociadas a conceptos geométricos.	E1	Las características que observe que tiene dos lados opuestos y tiene dos lados consecutivos y cuatro vértices y dos diagonales.	INCOMPLETO
	E2	Que tiene cuatro lados, cuatro bertises y que tiene cuatro agulo 2 opuestos y que también se pueden hacer con la linia recta y también con la circunferencia.	INCOMPLETO
	E3	Que tiene dos lados opuestos y tiene cuatro vértices tan bien tiene dos lados consecutivos y dos diagonales.	INCOMPLETO
	E4	Que tiene dos lados paralelos dos perpendiculares y mide 90° y así lo agrandescamos ban a seguir midiendo 90° .	INCOMPLETO
	E5	Porque tiene todos os lados iguales y que tiene cuatro lados y que mide nobenta grados.	INCOMPLETO
	E6	Que tiene cuatro lados iguales tiene dos lados opuestos dos lados consecutivos cuatro vértices y cuatro angulos de 90°	INCOMPLETO
	E7	Que tiene opuestos y que tiene cuatro angulos y cuatro bertices.	INCOMPLETO

En conclusión, se pudo detectar que las respuestas expresadas por los estudiantes permiten llegar a las siguientes conjeturas: que existe innegable debilidad en la habilidad de conversión del registro geométrico al lenguaje natural, puesto que utilizan una inadecuada sintaxis (expresiones sin conexión, olvido de

fonemas, cohesión y coherencia de palabras, etc.), que impide justificar de manera apropiada sus ideas. Además todos los estudiantes utilizan en sus respuestas un lenguaje matemático, en la cual se limitan a dar una lista de algunos elementos del cuadrado como vértices, lados y ángulos, considerando indudable confusión y desconocimiento de las dos propiedades fundamentales del cuadrado (ángulos rectos y lados iguales).

Tabla 14. ¿Qué relación tienen sus lados opuestos? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Reconoce u objeta figuras geométricas basándose en sus elementos constitutivos	E1	Porque no se chocan y son paralelos y los lados miden la misma longitud.	INCOMPLETO
	E2	Que tiene dos lados opuestos son los paralelos que no se chocan.	INCOMPLETO
	E3	La relación que tiene dos lados opuestos y tiene cuatrolado	INCOMPLETO
	E4	Que no se desbarata	INCOMPLETO
	E5	Que tunca se chocan	INCOMPLETO
	E6	Que nunca se chocan	INCOMPLETO
	E7	Que miden iguales	INCOMPLETO

Se deduce de las respuestas, que los estudiantes reconocen en un cuadrado los lados opuestos y las relaciones que existen; aunque algunos de los estudiantes no justifican adecuadamente. Por consiguiente se detecta que las explicaciones dadas permiten concluir que justifican basándose en enunciar algunos elementos y propiedades. En cuanto a la habilidad de conversión, se deduce que tienen debilidad en dicha habilidad porque tienen demasiados problemas de sintaxis (problemas de redacción y ortografía), además les falta utilizar mejor el lenguaje geométrico para expresarse en el lenguaje natural.

Tabla 15. ¿Qué relación tienen sus lados consecutivos? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Reconoce u objeta figuras geométricas basándose en sus elementos constitutivos	E1	Son que se chocan i son lineas perpendiculares y su longitud mide igual.	INCOMPLETO
	E2	Que sus lados son los que se chocan	INCOMPLETO
	E3	Que se chocan y son perpendiculares	INCOMPLETO
	E4	Los que se chocan esos son perpendiculares.	INCOMPLETO
	E5	Que sus lados siempre se chocan	INCOMPLETO
	E6	Que siempre se chocan	INCOMPLETO
	E7	Que se chocan	INCOMPLETO

En este ítem los estudiantes intentan señalar algunas relaciones de los lados consecutivos, no obstante ninguno menciona una propiedad de la figura. En cuanto a la habilidad de identificación, se deduce que los estudiantes presentan falencias en dicha habilidad, por cuanto las justificaciones que discrepan aún son insuficientemente crudas y con falta de sustento matemático que lo soporte.

Tabla 16. ¿Cuál es la relación existente entre los ángulos del cuadrado? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Reconoce u objeta figuras geométricas basándose en sus elementos constitutivos	E1	Que los angulos miden 90°	CORRECTO
	E2	Que todos los cuatro angulos miden 360°	INCOMPLETO
	E3	Que miden 90° y si se suman los cuatro dan 360°	CORRECTO
	E4	Que no varian miden 90°	CORRECTO
	E5	Que sus angulos siempre miden nobenta grados	INCOMPLETO
	E6	Que los angulos no varian miden 90°	CORRECTO
	E7	Que los angulos miden 90°	CORRECTO

Se evidencia con este problema que los estudiantes reconocen una de las propiedades fundamentales del cuadrado (que los ángulos miden 90°). Sin embargo, al momento de explorar la habilidad de conversión, les falta utilizar mejor el lenguaje geométrico para expresarse en el lenguaje natural, se evidencia debilidad en dicha habilidad, puesto que ninguno realiza una justificación conforme con el sustento matemático que amerita la validación de la respuesta para admitir o refutar la teoría planteada.

Tabla 17. ¿Cómo son los lados del cuadrado? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Argumenta desde la conversión de representaciones al lenguaje geométrico	E1	Miden la misma longitud	INCOMPLETO
	E2	Que sus lados son rectos.	INCOMPLETO
	E3	Van a medir la misma longitud	INCOMPLETO
	E4	Que son iguales	INCOMPLETO
	E5	Que son de igual longitud	INCOMPLETO
	E6	Que son de igual longitud	INCOMPLETO
	E7	Que son rectos	INCOMPLETO

Las repuestas dadas por algunos estudiantes permiten llegar a la conclusión que reconocen por percepción visual una de las propiedades fundamentales del cuadrado (lados iguales). Pero al desarrollar la habilidad de conversión del registro geométrico al lenguaje natural, se evidencia debilidad en dicha habilidad, puesto que ninguno realiza una explicación conforme con el lenguaje matemático que amerita la validación de la respuesta para admitir o refutar la teoría planteada.

P: Iniciarán respondiendo las siguientes preguntas del taller, 4.3 ¿Qué características observas en la figura?

E6: Que tiene cuatro lados iguales y que tiene dos lados opuestos y dos lados consecutivos; tiene cuatro vértices y tiene cuatro ángulos de 90°

P: Listo, ¡muy bien!

P: Bueno ahora 4.4 ¿Qué relación tienen sus lados opuestos?

E1: Los lados opuestos son los que nunca se chocan y tiene lados paralelos.

P: Muy bien.

P: Continúen con la pregunta 4.5 ¿Qué relación tienen sus lados consecutivos?

E3: Que los lados consecutivos se chocan (con sus palmas de las manos hace la representación de los lados que se chocan).

Imagen 7. Estudiante en proceso de evaluación



P: Van a realizar la pregunta 4.7 ¿Qué dice?

E6: ¿Cómo son los lados del cuadrado?

P: ¿Cómo son?

E6: Rectos e iguales

P: Bien, o sea ¿Qué tienen igual?

E6: Longitud

E1: Cuatro lados

P: Bueno, la pregunta 4.6 que dice E7.

E7: La pregunta 4.6 me dice ¿Cuál es la relación existente entre los ángulos del cuadrado?

E7: La relación es que los ángulos miden 90° y si sumo los cuatro ángulos me va dar 360°

P: ¿Los ángulos del cuadrado varían?

E7: No

P: Listo.

La respuesta del estudiante E3 se basa en la habilidad de identificación de una representación para caracterizar los lados consecutivos de un cuadrado, por medio de la comparación de un lado consecutivo con las palmas de su mano que forma los lados consecutivos, esto significa que los lados consecutivos son aquellos que poseen un mismo vértice y tienen un lados consecutivos perpendiculares.

Con las relaciones que encontraron en las actividades anteriores:

P: Bueno van a definir un cuadrado

E5: Un cuadrado tiene cuatro lados, cuatro vértices y es una figura geométrica

E7: Un cuadrado es el que tiene cuatro lados iguales y siempre va medir noventa grados

E4: Un cuadrado es una figura que tiene cuatro lados iguales, cuatro vértices y cuatro ángulos de 90° .

E6: Es una figura geométrica que tiene cuatro lados iguales, tiene dos diagonales, cuatro ángulos de 90° y tiene cuatro vértices.

E2: El cuadrado tiene cuatro lados, cuatro vértices, cuatro ángulos de 90° .

E1: Un cuadrado es una figura que tiene cuatro lados, cuatro vértices, cuatro ángulos y dos diagonales.

E3: Un cuadrado es una figura que tiene cuatro lados, cuatro vértices, dos diagonales, dos líneas paralelas, dos perpendiculares y cuatro ángulos de 90° .

En conclusión, se pudo detectar que las respuestas expresadas por los estudiantes permiten llegar a las siguientes deducciones: que los estudiantes utilizan elementos geométricos para referirse al cuadrado, pero les falta poderío del concepto para que puedan hablar con pertenencia en sus explicaciones. Además, los estudiantes relacionan un cuadrado por algunas de sus propiedades y elementos, algunas veces por defecto y otras por exceso y de manera aislada, lo que permite concluir que su nivel es de solamente reconocimiento por la forma y no por sus propiedades.

FASE 4 ORIENTACIÓN LIBRE

ACTIVIDAD Nº 5

Se les entregó a los estudiantes un archivo en GeoGebra para que a partir de dos puntos A y B dados en una circunferencia construyan un cuadrado que aguante la prueba del arrastre.

Los estudiantes expresan de las siguientes maneras lo que están haciendo y observando en la pantalla:

P: Tienen un archivo llamado circunferencia; allí van encontrar una figura construida, posteriormente van a construir un cuadrado que aguante la prueba del arrastre.

P: ¿Quién quiere explicar su construcción?

E1: Yo

P: Listo, vamos a escuchar a E1

E1: Fui a líneas perpendiculares, di clic sobre el segmento, después me fui a punto de intersección, me pare en la unión de la circunferencia y la perpendicular, luego fui a líneas paralelas, fui al segmento y le di clic, luego fui a líneas perpendiculares, luego fui punto de intersección, luego fui a polígonos y seleccioné la figura, luego fui a la prueba del arrastre y aguantó.

P: ¡Muy bien!

P: Ahora vamos a trazar las diagonales al cuadrado construido.

E1: Las diagonales son las que son así (mostrando sus brazos cruzados para representar las diagonales de un cuadrado).

Imagen 8. Registro fotográfico estudiantes desarrollando la actividad N° 5



Las respuestas de la estudiante E1, se basan en identificar las diagonales de un cuadrado, mostrando sus brazos cruzados para representar las diagonales de un cuadrado desarrollando la habilidad de tratamiento de una representación en otra del mismo sistema; además, se observa que la estudiante E1 posee una mayor habilidad de interpretación de representaciones que los demás estudiantes. Los estudiantes basan sus respuestas en la experimentación del software de GeoGebra, se observa que llevan una secuencia lógica en el tratamiento e identificación de las propiedades de un cuadrado.

Tabla 18. ¿Es posible encontrar siempre un punto C y P de manera que ABCP sea cuadrado?

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada	E1	Si por que al encontrarse se forma un cuadrado.	INCOMPLETO
	E2	Si porque al encontrarse se forma un cuadrado	INCOMPLETO
	E3	Si por que se une la dos linea diagonales y se forma una linea paralela.	INCOMPLETO
	E4	Si por que al encontrarse los puntos CP se forma el cuadrado	INCOMPLETO
	E5	Si por que al encontrarse los puntos CP se forma el cuadrado	INCOMPLETO
	E6	Si porque al encontrarse el punto CP se forma el cuadrado	INCOMPLETO
	E7	Si, porque al encontrarse dos puntos CP se forma un cuadrado	INCOMPLETO

Ninguno de los estudiantes muestra de manera evidente la conclusión a la que llegan luego de encontrar los puntos para formar un cuadrado. Al analizar la habilidad de identificación, encontramos que hay debilidades en cada uno de los estudiantes en este aspecto, por cuanto sus deducciones son débiles, su lenguaje natural no es pertinente y sus argumentos son cómodamente discutibles. Así mismo, es indudable que ninguno de los estudiantes para justificar presentó dentro de sus argumentos los procesos que usaron para dar solución al problema.

Luego de construido el cuadrado responda:

Tabla 19. ¿Cómo son las diagonales del cuadrado que construiste? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Deducir procedimientos entre las representaciones	E1	Se forman lineas paralelas porque se chocan.	ERROR
CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
geométricas.	E2	Es que se chocan	INCOMPLETO
	E3	Son lineas perpendiculares por que se chocan	INCOMPLETO
	E4	Son retas y jamas se van a chocar	ERROR
	E5	Son retas y gamas se danachocan	ERROR
	E6	Son rectas y jamas se van a chocar	ERROR
	E7	Son rectas	INCOMPLETO

Para analizar la habilidad de identificación en este ítem se requiere identificar lo que los estudiantes han escrito al momento de justificar, se observó si el estudiante al explicar su respuesta expresa razones verdaderas que validen el lenguaje matemático. Con respecto a esta habilidad se analizó que algunos estudiantes tuvieron muchas dificultades para buscar una justificación o argumento que validara su respuesta. Las respuestas de algunos estudiantes están basadas en decir líneas rectas, pero no expresan conceptos como que sus diagonales son congruentes, sus diagonales son perpendiculares entre sí y sus diagonales son bisectrices de sus ángulos. Además los términos utilizados por algunos estudiantes no son propiedades y sus argumentos se presentan con desaciertos al momento de dar solución al problema planteado.

FASE 5 INTEGRACIÓN

ACTIVIDAD 6.

Tabla 20. Complete el diagrama mostrado con los nombres colocados en los recuadros

CATEGORÍA	EST	Nº DE ÁNGULOS	Nº DE LADOS	Nº DE VÉRTICES	Nº DE DIAGONALES	SUBCATEGORÍA
Identifica conceptos geométricos que permiten resolver problemas.	E1	4	4	4	2	CORRECTO
	E2	4	4	4	2	CORRECTO
	E3	4	4	4	2	CORRECTO
	E4	4	4	4	2	CORRECTO
	E5	4	4	4	2	CORRECTO
	E6	4	4	4	2	CORRECTO
	E7	4	4	4	2	CORRECTO

Este ítem fue planteado para determinar la habilidad de interpretación de los estudiantes, para que mediante el diagrama adquirieran una visión global de lo aprendido. Esto da cuenta de que todos los estudiantes tuvieron la capacidad de identificar los elementos del cuadrado y reconocer el cuadrado como una figura geométrica, con ciertas propiedades que lo diferencian de otras, tales como ángulos rectos y lados iguales.

4.3.2 Análisis taller de paralelogramo: FASE 1 INFORMACIÓN

ACTIVIDAD Nº 1

Se les entregó a los estudiantes una figura construida, donde hay un paralelogramo, acomodado de tal manera que parece un rectángulo y de forma tal, que si muestran los objetos ocultos no puedan ver el procedimiento de construcción.

P: Bueno, ¿Cómo van con la pregunta 1.1?, ¿Qué figura es?

E1: Es un rectángulo

P: ¿Por qué es un rectángulo?

E1: Porque tiene dos lados desiguales, y esos lados miden más de 90°

P: ¿Miden más de 90° ?

E1: Ah no, son más largos.

P: No entiendo E1, ¿Qué me quieres decir?

E1: Es un rectángulo, porque tiene dos pares de líneas paralelas y los lados desiguales. (Con el dedo índice indica la forma de los lados)

Imagen 9. Estudiante en proceso de desarrollo actividad N° 1



Se observa que el estudiante E1 posee habilidad de interpretación de representaciones, porque la respuesta se basa en identificar un rectángulo por sus lados desiguales y dos pares de líneas paralelas con el dedo índice indicando la forma de los lados para definir una de las propiedades de los rectángulos.

P: ¿Cómo van con la construcción de su figura? Utilizando la herramienta de GeoGebra, construya una figura igual a la dada ABCD.

P: E2 ¿Qué va hacer?

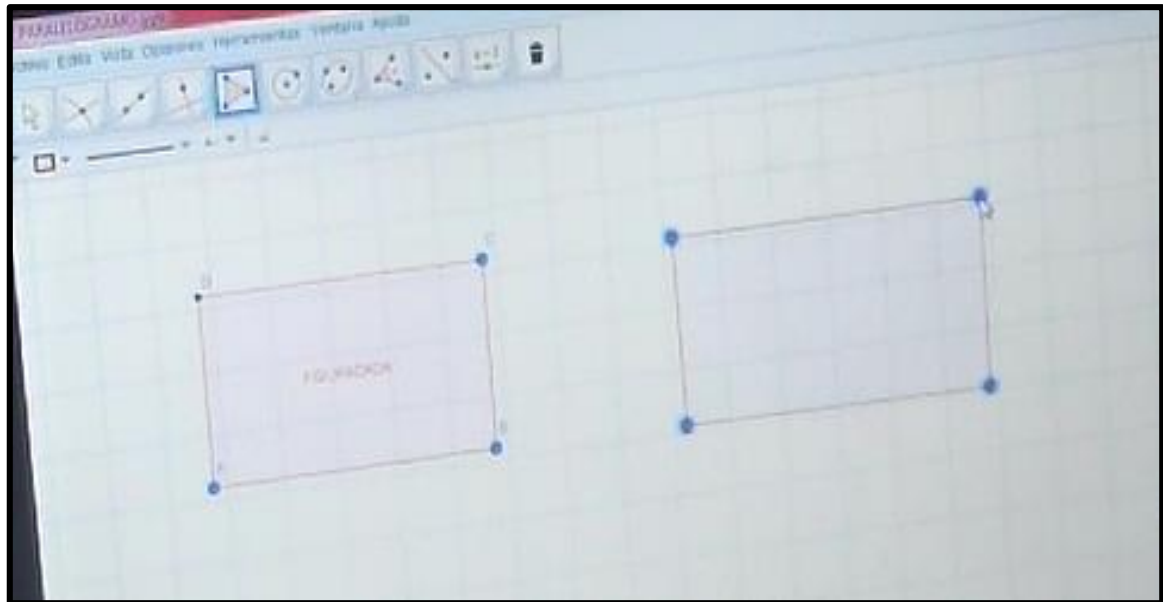
E2: Una línea perpendicular y una línea paralela

E6: Continúo una línea paralela a la primera.

P: ¿Le quedó igual a la dada?

E6: Sí.

Imagen 10. Demostración fotográfica del desarrollo de Actividad N°1 por parte del Estudiante E1



P: Bueno, ya construido la figura, hágale la prueba del arrastre sobre los lados y vértices de la figura dada.

P: ¿Aguanta la prueba del arrastre?

E2: Sí, aguanta.

P: Entonces ahora, hágale la prueba del arrastre a la figura que construyó y observe que sucede.

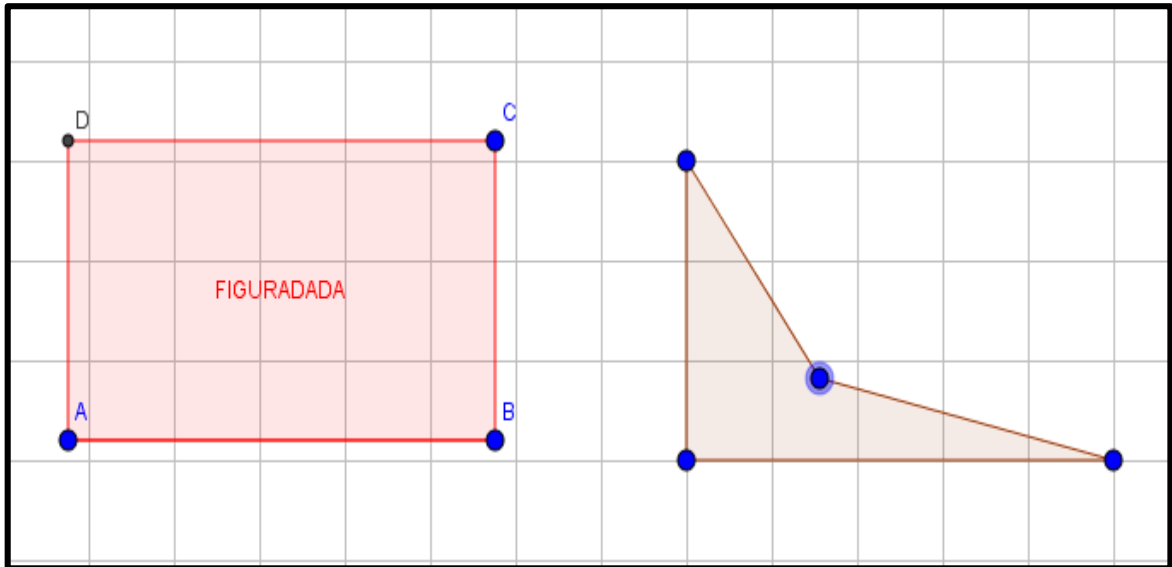
P: ¿Qué pasó?

E4: Se desbarata.

P: ¿Aguantó la prueba del arrastre?

E7: No.

Imagen 11. Demostración gráfica de las pruebas de arrastre por parte del estudiante E1



P: Observen ¿qué sucedió?

E1: La figura dada aguantó la prueba del arrastre.

P: ¿Por qué?

E1: Porque cumple con las propiedades de los paralelogramos

P: Muevan la figura dada ¿Qué figura se puede formar?

E6: Un paralelogramo.

P: ¿Qué otra figura se forma?

E1: Un rectángulo.

P: ¿Qué otra figura?

E4: Un cuadrado.

P: ¿Qué significa? ¿Un paralelogramo es un cuadrado?

E3: Sí.

P: ¿Qué diferencia encontró en cuanto a la longitud de sus lados?

E6: Que la figura dada, un par de lados son iguales y a la que construí los lados se vuelven desiguales.

P: ¡Muy bien!

P: ¿Hay diferencias en la amplitud de los ángulos de las dos figuras?

E2: Si, la figura dada sus ángulos es de 90° y la construida se desbarata.

P: Listo.

La anterior actividad buscaba que los estudiantes visualizaran las propiedades del paralelogramo (paralelismo de los lados opuestos). Utilizando el software de GeoGebra, les permite identificar el paralelismo de la figura dada lo que se constituye en un aprendizaje, en las cuales dos rectas son paralelas si no se cortan y si un cuadrilátero tiene lados opuestos paralelos, entonces es un paralelogramo; sin embargo, se logró desarrollar ciertas destrezas que se necesitan para realizar actividades más complejas de figuras geométricas.

Tabla 21. Se les pide que Observe la figura: ABCD, ¿Indique qué figura es? Explique

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Interpretación de las representaciones dentro del mismo registro	E1	La figura dada es un rectangulo por que tiene dos lados pares de lineas paralelas y tiene los lados desiguales.	INCOMPLETO
	E2	Es una figura rectangulo por que tiene 2 lineas paralelogramo y que también tiene sus lados yguales.	INCOMPLETO
	E3	La figura es un rectangulo por que tiene pares de lineas paralelas y tiene dos lados desiguales.	INCOMPLETO
	E4	Rectangulo por que tiene dos lados desiguales y son paralelos.	INCOMPLETO
	E5	Es un rectangulo por que tiene dos lados diagonales y por que dos lados mas pequeños.	INCOMPLETO
	E6	Es un rectangulo por que tiene dos pares de lineas paralelas y por que tiene algunos lados desiguales.	INCOMPLETO
	E7	Rectangulo por que tiene dos lineas diagonales.	INCOMPLETO

De acuerdo a las repuestas brindadas por los estudiantes permiten llegar a la siguientes conclusiones, se evidencia debilidades en el la conversión del lenguaje

natural puesto que utilizan expresiones que poco se entienden a la hora de argumentar la idea sobre el problema planteado. Además se deduce que los estudiantes en sus explicaciones utilizan un lenguaje matemático enunciando un listado de elementos del rectángulo, olvidando lo más importante, las propiedades del mismo objeto de estudio, por consiguiente se deduce que las explicaciones las realizan por la forma y no por alguna de las propiedades.

Tabla 22. Dibuja la anterior figura utilizando lápiz y papel, ¿Explica cómo la construiste?

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Argumenta desde la conversión de representaciones al lenguaje geométrico	E1	Use la regla y el lápiz para costruir el rectangulo primero puse la regla y traze una línea vertical y después puse la regla y traze una línea horizontal y después use la regla y tre una line subiendo y otra línea horizontal.	INCOMPLETO
	E2	Para construir el rectangulo y nos que de bien toco utilizar la regla y el lápiz para poder hacer el rectangulo	INCOMPLETO
	E3	Use la regla y el lápiz para hacer el rectangulo puse la regla y pase una linia atrabezando y luego la puse vajando y luego la puse atrabezando y luego suviendo y me quedo el rectangulo.	INCOMPLETO
	E4	Construi mi cuadrado utilizando un par de lineas paralelas y hice dos lineas mas largas y dos mas cortas y utilize la regla y el lápiz y traze dos lineas paralelas y otras horizontales.	INCOMPLETO
	E5	Primero hice una línea baje y después es le truse una línea de paralla y depues le baje una línea de pabajo.	INCOMPLETO
	E6	Primero hice una línea paralela, después hice una línea perpendicular, luego hice una línea paralela y después hice línea perpendicular.	INCOMPLETO
	E7	Pase una línea recta luego una trabesando y luego una bajando y una atravesada.	INCOMPLETO

El objetivo de este problema era que los estudiantes por medio de la habilidad de identificación de representaciones y la experimentación con el lápiz y papel, construyeran un rectángulo, a partir de lo explicado, se nota que respondieron correctamente la pregunta; pero al momento de justificarla no utilizaron conceptos

claros, ni un lenguaje apropiado para dar a entender la construcción del objeto geométrico planteado en el problema.

Tabla 23. Arrastre sobre los lados y vértices de la figura modelo y de la figura que construiste, además observa qué sucede. Argumenta tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Reconoce u objeto figuras geométricas basándose en sus elementos constitutivos.	E1	La figura modelo no se desbarata y la construida se desbarato	INCOMPLETO
	E2	Que la figura dada si aguanto la prueba del arrastre y la figura que construimos no aguanto la prueba del arrastre.	INCOMPLETO
	E3	La figura modelo aguanta la prueba del arrastre	INCOMPLETO
	E4	La figura modelo no se desbarata pero la que construi se desbarato	INCOMPLETO
	E5	La figura modelo no se desbarata y la otra figura si	INCOMPLETO
	E6	La figura modelo no se desbarata y la figura que yo construí si	INCOMPLETO
	E7	No aguanto la prueba del arrastre y se desbarato	INCOMPLETO

Los estudiantes muestran habilidad en la identificación de las representaciones, puesto que al arrastrar los vértices y lados de su construcción, así como los del modelo, manifestaron que no aguanta la prueba del arrastre la figura construida por ellos; validando así las respuestas. Se esperaba que manifestaran que en la figura dada, las rectas que contienen los lados opuestos no se cruzan mientras que en la figura que ellos construyeron sí. De esta manera la experimentación del software admiten identificar el paralelismo como una invariante de la figura dada.

Tabla 24. ¿Qué diferencias encuentras en cuanto a la longitud de los lados de la figura dada y la figura construida? Explica

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Identifica conceptos geométricos que permiten resolver problemas	E1	Que un par de lados son paralelos y de igual longitud.	INCOMPLETO
	E2	Es que sus lados son paralelos a la que construimos	INCOMPLETO
	E3	Que un par de lados son paralelos y de igual longitud	INCOMPLETO
	E4	Que la figura dada si aguanta la prueba del	INCOMPLETO

		arrastre y el que yo hice se desbarata	
	E5	Que un par de lados iguales y al construido al modelo l longitud va hacer diferente.	INCOMPLETO
	E6	Que un par de lados iguales y al construido al moverlo la longitud va hacer diferente.	INCOMPLETO
	E7	Que la figura modelo si aguata la prueba del arrastre y la construida no	INCOMPLETO

Se indagó en los estudiantes la habilidad de tratamiento de representaciones, al encontrar información a partir de dos representaciones gráficas. Los estudiantes deben poder argumentar sus respuestas, por ejemplo: diciendo que son paralelas porque se utilizó la herramienta recta paralela, es decir, debe tener claro que lo importante es que los estudiantes verifiquen si se cumple o no la propiedad de paralelismo entre los lados opuestos de la figura, y no si la construcción está bien hecha. Los resultados demuestran que se les dificultó argumentar de una forma clara los conceptos manejados para la resolución del problema planteado.

Tabla 25. ¿Hay diferencias en la amplitud de los ángulos de las dos figuras?

Explica

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Argumenta desde la conversión de representaciones al lenguaje geométrico	E1	Si porque la amplitud de sus lados son desiguales porque la modelo si cumple con la prueba del arrastre y la figura construida no cumple y sus angulos son desiguales	INCOMPLETO
	E2	Si hay diferencia en los lados de la figura dada	INCOMPLETO
	E3	Si por que la amplitud de sus lados desiguales por que la modelo si cumple.	INCOMPLETO
	E4	Si hay diferencia por que los angulos de la figura dad son desiguales y la que construi no son desiguales.	INCOMPLETO
	E5	No porque cuando los muebo las figuras y ame	ERROR
	E6	No porque cuando las muebo las figuras aumentan los angulos	ERROR
	E7	La figura dad son desiguales.	ERROR

En general se puede decir que los estudiantes tienen debilidad en la habilidad de identificación de amplitud de los ángulos en la figura planteada, puesto que responden incorrectamente, deduciendo que no tuvieron en cuenta en sus

argumentos y explicaciones las propiedades del paralelogramo; es decir, en términos generales no compararon sino miraron la amplitud de los ángulos.

FASE 2 ORIENTACIÓN DIRIGIDA

ACTIVIDAD Nº 2

Se les entregó a los estudiantes un archivo en GeoGebra con un segmento dado previamente construido y se les pide construir un paralelogramo que aguante la prueba del arrastre.

Los estudiantes expresan de las siguientes maneras lo que están haciendo y observando en la pantalla

E1: Estoy haciendo una línea perpendicular al segmento dado (muestra sus palmas para mostrar la perpendicularidad)

Imagen 12. Expresión manual, de la perpendicularidad, por parte de estudiante



P: E6, ¿Cómo va?

E6: Yo ya hice el segmento, una recta paralela.

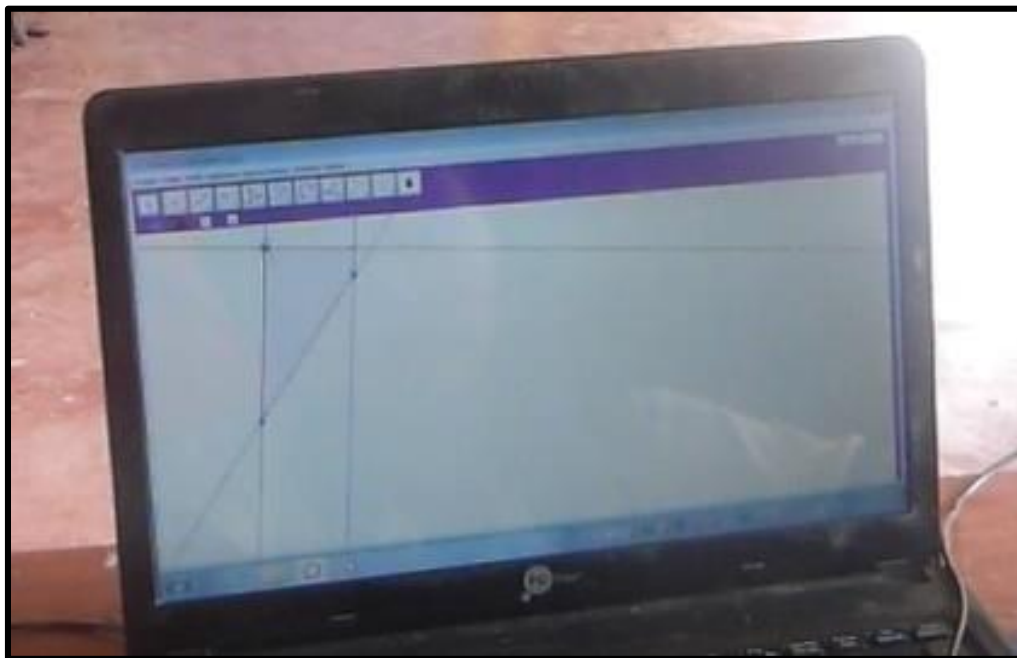
P: Listo

E6: Ahora voy a terminarlo.

E3: Yo terminé.

P: Compruebe con la prueba del arrastre.

Imagen 13. Desarrollo de un paralelogramo por parte de un estudiante utilizando las herramientas de GeoGebra



E3: No aguantó la prueba.

P: ¿Por qué?

E3: Quedó mal construido.

P: Fallaron en la utilización de las propiedades de un paralelogramo.

Los estudiantes en el momento de la construcción diseñaron un paralelogramo, pero no aguantó la prueba del arrastre, a pesar que intentaron utilizar líneas paralelas y perpendiculares como estrategia de construcción, se puede identificar

que tienen la idea de cómo es un paralelogramo, pero al momento de su construcción les queda incorrecto.

P: Van a seguir intentando la construcción del paralelogramo, a partir del segmento dado.

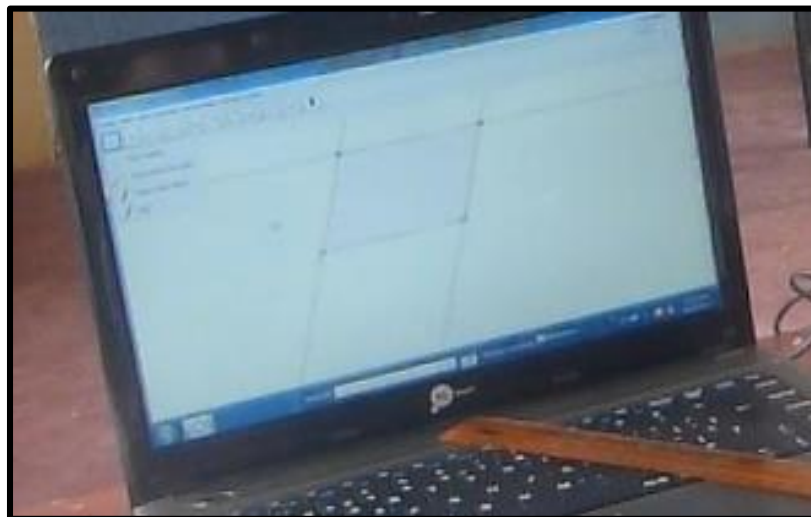
P: ¿Quién ya lo construyó?

E7: Yo

P: ¿Cómo lo construyó? Pongamos cuidado.

E7: Al segmento dado le pasé una línea recta, luego una paralela al segmento dado, luego una línea paralela, luego un punto de intersección, luego poligonos y prueba del arrastre.

Imagen 14. Construcción por parte de los estudiantes de paralelogramo



Los estudiantes por medio de la observación y la experimentación con GeoGebra, después de varios intentos para construir el paralelogramo con el segmento dado previamente, logran la construcción deseada, que a su vez aguantó la prueba del arrastre. Cabe mencionar que previamente a la construcción del paralelogramo con la herramienta del GeoGebra los estudiantes manipularon y realizaron

aprestamiento durante varias sesiones de trabajo, lo que facilitó la resolución del problema.

Tabla 26. Describa el proceso de construcción de la figura

CATEGORIA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORIA
Argumenta desde la conversión de representaciones al lenguaje geométrico	E1	Primero me salio un segmento después di clic en rectas di clic sobre el bertice de el segmento después fuy y di clic sobre lineas paralelas y después di clic sobre recta y le eche la capa de poligono y fui a prueba del arrastre.	INCOMPLETO
	E2	Utilizamos una línea recta y desues nos metimos 2 beces en paralelas y luego en polígono para colocar la capa espues le hicimos la prueba del arrastre.	INCOMPLETO
	E3	Primeo me salio un sedmento después fuy a linias rectas des pues fui a linias paralelas después fui otra ves a linias paralelas sobre la recta y luego le heche la capa de polígono.	INCOMPLETO
	E4	Coloque dos lineas paralelas y dos perpendiculares coloque los puntos, le cloque la capa y hize la prueba del arrstre.	INCOMPLETO
	E5	Primero hice un segmento después puse una línea recta, luego hice una línea paralela y luego le puse una línea paralela y luego le puse el punto de intersección y luego le puse las medidas.	INCOMPLETO
	E6	Primero hice un segmento, luego hice una línea recta, luego hice una línea paralela, luego hice una línea paralela a la línea recta, luego borre lo sobrante, luego pase una base y le ise la prueba del arrastre.	INCOMPLETO
	E7	Cuando abrimos me salio un senmento y ledi una limia paralela i luego le dimos dos beses, luego un punto de intersección luego le posimos la capa polígono y luego le di los angulos.	INCOMPLETO

En conclusión, se pudo detectar que hubo dificultades al explicar el procedimiento para la construcción del paralelogramo, se esperaba que justificaran teniendo en cuenta elementos y propiedades de la misma. De esa manera en cuanto a la habilidad de conversión se deduce que los estudiantes están débiles en dicha habilidad, a pesar que las verificaciones con el software de GeoGebra, permitieron identificar algunas de las propiedades del paralelogramo.

Tabla 27. Determine la medida de sus lados y ángulos. Explica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Identifica conceptos geométricos que permiten solucionar problemas.	E1	La medida de los lados son 13-9,14 64,5 y la medida de los angulos son 21,79	INCOMPLETO
	E2	Los lados miden 3,29 y los angulos 90°	INCOMPLETO
	E3	Los angulos miden 36° y la longitud de los lados 37 cm	INCOMPLETO
	E4	Midio los lados 468 y los angulos 88,13°	INCOMPLETO
	E5	Los lados miden 1,57 y los angulos miden 99°	INCOMPLETO
	E6	Los lados miden 1,57 y los angulos miden 99°	INCOMPLETO
	E7	Los lados 3.28 y los angulos 89°	INCOMPLETO

En general, se puede decir que los estudiantes tienen debilidad de identificación de amplitud de ángulos y longitud de los lados; porque demuestran en este problema que no dieron ninguna explicación, sino más bien, se limitaron a escribir cifras y cantidades a los lados y ángulos mas no tuvieron en cuenta la argumentación de las propiedades del paralelogramo; a pesar de no ser una situación difícil, se requería de conocimientos geométricos que a todas luces escasea para esta situación en particular.

Utilizando la herramienta del GeoGebra, rote el paralelogramo construido en el ítem anterior (3). Luego, verifique si las medidas de los lados y ángulos de la figura rotada varían. Justifique su respuesta.

Tabla 28. Utilizando la herramienta del GeoGebra, rote el paralelogramo construido en el ítem anterior (3)

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada.	E1	La medida de los angulos varian.	INCOMPLETO
	E2	La medida de los lados miden 3,29	INCOMPLETO
	E3	Los lados varian correcamente y si varia	INCOMPLETO
	E4	La medida de los angulos si barian pero de los lados no	INCOMPLETO
	E5	Si varian por que si aguanta la prueba del arrastre	INCOMPLETO
	E6	Si varian por que al hacer la prueba del arrastre los angulos y los lados sus medidas se engrandecen.	INCOMPLETO
	E7	Si porque miden tres puntos nueve ocho	INCOMPLETO

Se analizó en los estudiantes la habilidad de interpretación y conversión del registro geométrico al lenguaje natural, al recopilar información a partir de una representación gráfica. Se pidió a los estudiantes verificar qué sucede con los lados y ángulos de la figura que rotan, con el fin de utilizar más adelante estos conceptos para la comprensión de las propiedades del paralelogramo. Los resultados muestran que los estudiantes basaron sus justificaciones sólo en enunciar aspectos métricos, y no en mirar qué puede pasar con las medidas de los lados y amplitud de ángulos, demostrando que en esta habilidad existen fallas notorias; es decir, sólo plasman argumentos sin coherencia de las propiedades.

FASE 3 EXPLICITACIÓN

ACTIVIDAD 3

Tabla 29. ¿Qué características observas en la figura? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Reconoce u objeta figuras geométricas basándose en sus elementos constitutivos.	E1	Que tiene cuatro vértices, cuatro lados y tiene dos pares de líneas paralelas y cuatro ángulos y dos diagonales.	INCOMPLETO
	E2	Que tiene cuatro lados, cuatro bertices y tiene dos diagonales y tiene cuatro ángulos.	INCOMPLETO
	E3	Que tiene cuatro lados y cuatro lados y sus lados no miden lo mismo y siempre van a medir de otra forma.	INCOMPLETO

	E4	Que tiene ángulos lados vértices diagonales y lados.	INCOMPLETO
	E5	Que tiene cuatro ángulos cuatro vértices y que tiene dos diagonales y que tiene dos lados paralelos.	INCOMPLETO
	E6	Que tiene cuatro ángulos cuatro vértices que tienen cuatro lados dos diagonales dos lados paralelos.	INCOMPLETO
	E7	Que tienen dos pares de líneas paralelas y tiene cuatro lados cuatro bertises cuatro angulos dos diagonales.	INCOMPLETO

Este ítem propuesto para mirar la habilidad de identificación y conversión de representaciones de los estudiantes, buscando información de la figura previamente construida, muestra que todos los estudiantes enumeran unos elementos característicos del paralelogramo vértices, ángulos, diagonales entre otras; omitiendo lo verdaderamente importante a la hora de mencionar características fundamentales del paralelogramo, además persiste la dificultad de expresar un lenguaje normal puesto que son reiterados los errores de sintaxis, que poseen las explicaciones emitidas por los estudiantes para dar una posible solución al problema planteado.

Tabla 30. ¿Qué relación tienen sus lados opuestos? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Reconoce u objeta figuras geométricas basándose en sus elementos constitutivos	E1	Que no se chocan	INCOMPLETO
	E2	Que son paralelos	INCOMPLETO
	E3	Que no se chocan	INCOMPLETO
	E4	Que gamas se van a chocar que son paralelos	ERROR
	E5	Que son opuestos	ERROR
	E6	Que son rectos y que tiene igual medida.	INCOMPLETO
	E7	Que son opuestos	ERROR

En conclusión, se observó que la mayoría de los estudiantes se basan en la habilidad de identificación, para explicar la relación de los lados de un paralelogramo, pero a la hora de dar una demostración se limitan a enunciar relaciones utilizadas con líneas paralelas (unas más completas que otras), pero no las demostraron, se limitaron a comentar lo que veían, por lo que se les dificultó.

Tabla 31. ¿Cuál es la relación existente entre los ángulos del paralelogramo?

Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Reconoce u objeta figuras geométricas basándose en sus elementos constitutivos	E1	Que unos son obtusos y otros agudos.	INCOMPLETO
	E2	Que dos son agudos y dos obtusos.	INCOMPLETO
	E3	Que siempre dos ángulos van a medir mas que los otros.	INCOMPLETO
	E4	Que cambian	INCOMPLETO
	E5	Que son agudos y obtusos.	INCOMPLETO
	E6	Los ángulos son dos obtusos y dos agudos	INCOMPLETO
	E7	Que miden 90°	INCOMPLETO

Con este ítem, se pretendió desarrollar la habilidad de identificación y conversión de representaciones, evidenciándose con este problema que los estudiantes observaron y reconocieron la relación existente entre los ángulos del paralelogramo por medio de la experimentación con GeoGebra, algunos no justificaron y argumentaron con hechos geométricos dando valor a las medidas y además que un paralelogramo tiene sus ángulos opuestos que miden lo mismo.

FASE 4 ORIENTACIÓN LIBRE

ACTIVIDAD Nº 4

Tabla 32. ¿Es posible ajustar esa figura para que tenga un lado de 3 cm, otro de 4 cm y otro de 3 cm? ¿Por qué

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada.	E1	Si es posible.	INCOMPLETO
	E2	Los lados opuestos siguen siendo iguales	INCOMPLETO
	E3	Si es posible	INCOMPLETO
	E4	Si porque adjuntando las medidas quedan 4 y 3 cm.	INCOMPLETO
	E5	Si queda un paralelogramo.	INCOMPLETO
	E6	Si porque al mover el paralelogramo no se daña.	INCOMPLETO
	E7	Si porque dos lados miden igual y dos desigual.	INCOMPLETO

Las respuestas para este problema revelaron lo que se describe a continuación: los estudiantes han alcanzado habilidades en el tratamiento de representaciones, puesto que todos lo hicieron correctamente; pero presentaron dificultades que se

relacionan con el lenguaje apropiado para explicar sus hallazgos , entre las observaciones que se obtuvieron de las respuestas, es que utilizaron la herramienta del GeoGebra cuando se construyó la figura de un modo muy práctico demostrando avances significativos.

Tabla 33. Si un cuadrilátero tiene lados opuestos paralelos entonces es paralelogramo. ¿Por qué?

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Identifica conceptos geométricos que permiten resolver problemas.	E1	Si porque tiene un par de lineas paralelas y sus lados son opuestos	INCOMPLETO
	E2	Si porque tiene cuatro lados cuatro vértices 2 diagonales cuatro angulos dos pares de lineas paralelas.	INCOMPLETO
	E3	Si porque tiene dos pares de lineas paralelas.	INCOMPLETO
	E4	Si porque el cuadrilátero tiene igual medida de su lados.	INCOMPLETO
	E5	Si porque el cuadrilátero tiene igual medida en sus lados.	INCOMPLETO
	E6	Si por que el cuadrilátero tiene igual medida en sus lados.	INCOMPLETO
	E7	Si por que tiene lados opuestos.	INCOMPLETO

Los estudiantes reconocen una de las propiedades de los paralelogramos mediante una enumeración exhaustiva, es decir, son capaces de identificar la propiedad “que si tiene lados opuestos paralelos entonces es paralelogramo”, además contribuyen al desarrollo de la habilidad de conversión del lenguaje normal, para expresar sus justificaciones del hecho geométrico.

Tabla 34. Si un cuadrilátero es paralelogramo entonces sus lados opuestos tienen igual medida. ¿Por qué?

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Identifica conceptos geométricos que permiten resolver problemas.	E1	Si porque siempre ban a medir la misma longitud.	INCOMPLETO
	E2	Si porqué al medir la longitud igual sus lados sigue ciendo de igual longitud y uno se decompone	INCOMPLETO
	E3	Si porque ellos varian y no puede medir su misma longitud.	INCOMPLETO
	E4	Si porque el paralelogramo tiene todos sus	INCOMPLETO

		lados opuestos entonces de igual medida.	
	E5	Si porque el cuadrilátero tiene igual medida y sus lados opuestos.	INCOMPLETO
	E6	Si porque el paralelogramo tiene todos sus lados opuestos entonces de igual medida.	INCOMPLETO
	E7	Si porque tienen igual medida	INCOMPLETO

Todos los estudiantes acertaron en las respuestas, es decir, poseen habilidad de identificación de representación. Además, con este problema planteado se pretendió contribuir al desarrollo de la habilidad de tratamiento de una representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada, se evidencia que los estudiantes reconocen que un cuadrilátero es paralelogramo porque sus lados opuestos tienen igual medida, a pesar que algunos definen el paralelogramo mediante una enumeración exhaustiva de elementos y algunas propiedades que no tienen coherencia lógica para justificar la validez de la tesis planteada; es decir, no son capaces de establecer propiedades mínimas como “que si tiene lados opuestos paralelos entonces es paralelogramo”.

Tabla 35. ¿Cómo son las diagonales del paralelogramo que construiste? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada	E1	Son perpendiculares por que chocan y iguales de longitud.	INCOMPLETO
	E2	Son perpendiculares por que se chocan y tiene punto de intersección.	INCOMPLETO
	E3	Son perpendiculares y son dos diagonales.	INCOMPLETO
	E4	Iguales de longitud y donde se encuentra el centro	INCOMPLETO
	E5	Son iguales y perpendiculares	INCOMPLETO
	E6	Son iguales de longitud y son perpendiculares.	INCOMPLETO
	E7	Son iguales y perpendiculares.	INCOMPLETO

Para desarrollar la habilidad de identificación en este ítem, se requiere que los estudiantes hayan plasmado lo que observan en la figura del paralelogramo con relación a las diagonales; se observó que existe debilidad en dicha habilidad, por que al momento de explicar sus respuestas tuvieron muchas dificultades para buscar un argumento que validara su respuesta. Las respuestas de algunos

estudiantes se basan en decir: “son perpendiculares”, pero no expresan conceptos como que sus diagonales se bisecan; además, se nota desaciertos al momento de dar solución al problema planteado.

FASE 5 INTEGRACIÓN

ACTIVIDAD 5.

Tabla 36. Complete el diagrama mostrado con los nombres colocados en los recuadros

CATEGORÍAS	EST	Nº DE ÁNGULOS	Nº DE LADOS	Nº DE VÉRTICES	Nº DE DIAGONALES	SUBCATEGORÍAS
Identifica conceptos geométricos que permiten resolver problemas	E1	4	4	4	2	CORRECTO
	E2	4	4	4	2	CORRECTO
	E3	4	4	4	2	CORRECTO
	E4	4	4	4	2	CORRECTO
	E5	4	4	4	2	CORRECTO
	E6	4	4	4	2	CORRECTO
	E7	4	4	4	2	CORRECTO

Este ítem fue planteado para determinar la habilidad de interpretación de los estudiantes; mediante el diagrama, adquirieran una visión global de lo aprendido.

Esto da cuenta de que todos los estudiantes tuvieron la capacidad de identificar y reconocer los elementos del paralelogramo como una figura geométrica con ciertas propiedades que lo diferencian de otras; tales como lo plantea Calderón “si un cuadrilátero es paralelogramo, entonces sus lados opuestos miden lo mismo”, “si las diagonales de un cuadrilátero se cortan en su punto medio, entonces es un paralelogramo”, o “si los puntos medios de las diagonales de un cuadrilátero

coinciden, entonces es un paralelogramo”, o “si las diagonales de un cuadrilátero se bisecan, entonces es un paralelogramo”.⁵⁷

4.3.3 Análisis taller de rectángulo: FASE 1 INFORMACIÓN

ACTIVIDAD N° 1

Se les entregó a los estudiantes unas figuras construidas, acomodadas de tal manera que parecen unos cuadrados, rectángulos, rombos y paralelogramos. Se les pide que observen esas figuras, y digan qué figura es un rectángulo. En este momento no se usan herramientas de medición, ni la prueba del arrastre.

Tabla 37. Desarrollo de Actividad N° 1 por parte de los estudiantes

CATEGORÍA	EST	Políg 1	Políg 2	Políg 3	Políg 4	Políg 5	Políg 6	Políg 7	Políg 8	Políg 9	SUBCATEGORÍA
Interpretación de las representaciones dentro del mismo registro.	E1		R	R	R	R	R				CORRECTO
	E2		R	R	R	R	R				CORRECTO
	E3		R	R	R	R	R				CORRECTO
	E4		R	R	R	R	R				CORRECTO
	E5		R	R	R	R	R				CORRECTO
	E6		R	R	R	R	R				CORRECTO
	E7		R	R	R	R	R				CORRECTO

El objetivo de este problema era que el estudiante identificara entre 9 polígonos, los que son rectángulos. Además el propósito de este ítem era potenciar el desarrollo de la habilidad de identificación geométrica. Se observa que los estudiantes tienen habilidad en la identificación de los rectángulos puesto que seleccionaron las figuras correctamente. Es decir, las selecciones que realizaron fueron correctas estimando que los estudiantes tienen habilidad para identificar las propiedades de un rectángulo.

⁵⁷ CALDERON, José. Diseño de una ingeniería didáctica para promover el razonamiento inductivo y el razonamiento deductivo en el contexto de la construcción de paralelogramos, utilizando software de geometría dinámica. Bogotá D.C: Universidad Distrital Francisco José De Caldas. Facultad de Ciencias y Educación. 2016. p. 54.

En la misma actividad 1, posterior a la identificación de los rectángulos, se les pidió a los estudiantes que sustentaran las preguntas que aparecían en el ítem, encontrando las respuestas que se relacionan a continuación:

Tabla 38. ¿En qué te has fijado para seleccionar los Rectángulos?

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Interpretación de las representaciones dentro del mismo registro	E1	En que tiene dos lados desiguales y no miden la misma longitud de lados y su angulos miden 90°.	INCOMPLETO
	E2	Yo me a fijado en la figura por que tiene 4 lados y que sus lados son iguales.	INCOMPLETO
	E3	Que tengan sus lados diferentes y que midan menos o mas de noveta grados a si puede ser un rectangulo por que si tiene los lados yguales y mide 90° grados en ton ses esa figura pasa aser cuadrado.	INCOMPLETO
	E4	En que dos lados midan mas de 90° y los otros dos midan 90°.	INCOMPLETO
	E5	Yo me e fijado en susu lados por que tienen dos lados iguales y dos lados que miden menos.	INCOMPLETO
	E6	Yo me a fijado en sus lados ace tiene cuatro lados que dos lados son pequeño y dos otros son largos.	INCOMPLETO
	E7	Que es un rectangulo y tiene sus lados iguales.	INCOMPLETO

En este ítem, los estudiantes se fundamentan en la habilidad de identificación del rectángulo por alguna de sus elementos y propiedades, algunas veces por defecto, lo que permite concluir que su nivel es de reconocimiento, pero sin utilizar un lenguaje natural apropiado para referirse a la figura.

Tabla 39. ¿Es un Rectángulo el Polígono 1? ¿Por qué?

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Presentación de imágenes reales de figuras asociadas a conceptos geométricos.	E1	No, porque todos los lados de la figura numero uno miden la misma longitud y todos sus angulos miden 90° por que es cuadrado.	INCOMPLETO
	E2	Si porque tiene 4 lados cuatro bertices 4 angulos y que miden noventa.	INCOMPLETO
	E3	El polígono 1 no es un rectangulo porque sus lados son iguales y miden 90° grados es tonnes no es un rectangulo sino es un cuadrado.	INCOMPLETO
	E4	No porque sus lados miden igual y los lados de rectangulo no miden igual.	INCOMPLETO

	E5	Si poruqe tiene cuatro lados pero no son iguales los lados porque dos lados son mas pequeños y los otros son mas trandes.	INCOMPLETO
	E6	No porque para ser un rectangulo la figura 1 e necesita los lados desiguales.	INCOMPLETO
	E7	No porque es un cuadrado y si esboltea tantito que da un ronbo.	INCOMPLETO

Los estudiantes muestran un desarrollo en la habilidad de identificación de las representaciones, puesto que casi todos manifestaron que no es un rectángulo, los pocos que manifestaron si, se confundieron en general por que la figura inicialmente se puede relacionar con un rombo o un cuadrado, además dan justificaciones sin coherencia en relación con sus propiedades, asimismo no utilizan un lenguaje natural para referirse a la figura.

Tabla 40. ¿Es un Rectángulo el Polígono 4? ¿Por qué

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Argumenta desde la conversión de representaciones al lenguaje geométrico	E1	Si porque que tiene dos lados desiguales y dos iguales que miden mas de 90°	CORRECTO
	E2	Si es un rectangulo por que sus lados son iguales y tiene cuatro lados.	INCOMPLETO
	E3	El poligono 4 es un rectangulo no tiene suslados y guales y no mide noventa grados entonces si es un rectangulo.	INCOMPLETO
	E4	Si poruqe tiene dos lados que miden 90° y los otros dos miden mas de 90°	INCOMPLETO
	E5	Si por que tiene cuatro lados pero no son iguales	INCOMPLETO
	E6	Si porque tiene dos pares de lados pero tiene dos lados desiguales a los demás.	INCOMPLETO
	E7	Si porque sus lados son iguales y tiene cuatro lados.	INCOMPLETO

Los estudiantes acertaron en la elección de la figura que es un rectángulo por cuanto poseen la habilidad de interpretación de representaciones, pero sus argumentos no son coherentes con la figura, justifican su elección basándose solamente en enunciar algunos elementos y propiedades del rectángulo.

ACTIVIDAD N° 2

Se les entregó a los estudiantes un archivo en GeoGebra, donde muestra inicialmente dos rectángulos, uno construido con la herramienta perpendicular para garantizar los ángulos rectos y el otro construido de manera perceptiva de forma tal que si muestran los objetos ocultos no puedan ver el procedimiento de construcción.

Se les pide que observen los polígonos: ABCD, EFGH

Tabla 41. ¿Indique cuál es un rectángulo? Explique

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Conjeturar mediante la experimentación a distinguir las características de las representaciones	E1	La figura EFGH es un rectángulo por que tiene puntos de intersección y tiene todas las propiedades.	INCOMPLETO
	E2	El rectangulo es EFGH si por que se puede hacer la prueba del arrastre y que la segunda no se puede hacer la prueba del arrastre por que se desbarata	INCOMPLETO
	E3	El que es rectangulo es E,F,G,H es un poligono y el A,B,C,D no es un rectangulo	INCOMPLETO
	E4	Para mi la figura EFGH es un rectangulo por que tiene puntos de intersección y tiene todas las propiedades.	INCOMPLETO
	E5	Es el rectangulo uno EFGH si por que aguanta la preba del arrastre y la otra no aguanta la prueba del arrastre.	INCOMPLETO
	E6	La figura que es un rectangulo es el poligono EFGH por que tiene un punto de intersección.	INCOMPLETO
	E7	El retangulo EFGH es un rectángulo porque al ABCD se desbarata con la prueba del arrastre.	INCOMPLETO

Este ítem fue planteado para determinar la habilidad de identificación de los estudiantes, Todos indicaron en forma adecuada la figura, es decir comprendieron el problema, considerando que se afianzara verificando con la herramienta del GeoGebra sobre las dos representaciones gráficas, sin embargo, las argumentaciones las expresaron incorrectamente; el procedimiento presentado puede ser debido a que la memoria visual está fallando puesto que como se

observa en los estudiantes vuelven a cometer errores al momento de escribir las respuestas, sin embargo esto expone que los estudiantes no tiene claro lo que es un rectángulo, pero lo que aún no asimilan es cómo se escribe utilizando las propiedades, y es que el lenguaje geométrico es muy rico en simbología que quizás por ello los estudiantes confunden sus propiedades, los procedimientos que exponen, se alejan de estructuras lógicas para resolver problemas.

Tabla 42. Arrastren sobre el plano todos los vértices de los Polígonos mostrados y argumenten sus respuestas

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Reconoce u objeta figuras geométricas basándose en sus elementos constitutivos	E1	La figura EFGH sigue siendo rectangulo porque le ise la prueba del arrastre i no se desbarato por que cumple todos las propiedades del rectangulo.	INCOMPLETO
	E2	La que sigue sientio rectangulo es la primera que es la única que se puede hacer la prueba de arrastre sigue siendo rectangulo.	INCOMPLETO
	E3	El rectangulo que no aguanta la prueba del arrastre es el rectangulo A, B, C, D aser la prueba del arrastre es el EFGH es el rectangulo correcto.	INCOMPLETO
	E4	Figura EFGH es rectangulo por que cuando le hice la prueba del arrastre y esa figura no se desbarato	INCOMPLETO
	E5	El que si aguanta la prueba del arrastre es el rectangulo uno EFGH y el que no aguanta la prueba del arrastre es el rectangulo dos ABCD	INCOMPLETO
	E6	El poligono que no se desbarata es el EFGH por que al hacer la prueba del arrastre no se desbarata y convierte en un rectangulo.	INCOMPLETO
	E7	El rectángulo es el primero por que todos sus lados son iguales y miden la misma longitud.	INCOMPLETO

Las respuestas permiten llegar a la conclusión que los estudiantes por medio de la identificación de representaciones y la experimentación con GeoGebra, utilizando la prueba del arrastre; identificaron el rectángulo construido correctamente, además se observa que respondieron asertivamente la pregunta pero al momento de justificarla no utilizaron un lenguaje natural de acuerdo a los conocimientos geométricos. Contrario sucedió con el polígono 2, que no aguantó la prueba del arrastre.

Tabla 43. ¿Qué diferencias existen en cuanto a la longitud de los lados del polígono 1 y las del polígono 2? Explica

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Identifica conceptos geométricos que permiten resolver problemas	E1	La diferencia que hay en la figura 2 es que todos los lados no miden de igual longitud y la diferencia que hay entre la figura 2 y 1 es que la figura 1 si mide todos los lados iguales de longitud y cumple con todas las propiedades.	INCOMPLETO
CATEGORÍA	E2	La diferencia de la primera y la segunda es que	INCOMPLETO
	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
		la primera se mueve todo sus lado y a cambio la segunda se desbarata cuando le ace la prueba de arrastre.	
	E3	Que el rectangulo 1 si se aguanta la prueba del arrastre mientras el rectangulo 2 no se deja hacer la prueba del arrastre se desbarata.	INCOMPLETO
	E4	En que la longitud del rectángulo 2 no mide igual a cambio la del polígono 1 si tiene igual longitud p eso el rectangulo 1 es un rectángulo y el dos no es un rectángulo.	INCOMPLETO
	E5	El rectangulo uno mide dos lados 248 y otra medida mide 3.98 y el rectangulo dos todos sus lados miden desigual.	INCOMPLETO
	E6	Que todos los lados del rectangulo 2 son desiguales y los del rectangulo 1 son iguales.	INCOMPLETO
	E7	Que en la longitud del rectangulo 2 n mide sus lados iguales y en la longitud del rectangulo 1 si miden sus lados iguales.	INCOMPLETO

En este ítem, se pretendió analizar la habilidad que cada uno posee en identificar cada una de las longitudes de los lados de las dos figuras a partir de una representación gráfica digital, los resultados de los estudiantes explican; que solo se fijaron en la parte métrica, dando medidas numéricas, en vez de justificar por medio de las propiedades de dicha figura, lo que demuestra que hay falencias en dicha habilidad.

Tabla 44. ¿Hay diferencias en la amplitud de los ángulos de las dos figuras?

Explica

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Argumenta desde la conversión de representaciones al lenguaje geométrico.	E1	Si por que la figura numero 1 todos sus lados mide la misma longitud y la figura 2 no miden de igual longitud.	INCOMPLETO
	E2	Si hay una diferencia por que la primera si se puede hacer la prueba de arrastre a cambio la segunda no se puede hacer la prueba de arrastre.	INCOMPLETO
	E3	Si hay diferencia entre los dos rectangulos que el rectangulo 1 si se aguanta la prueba del arrastre mientras el rectangulo 2 no se aguanta la prueba del arrastre.	INCOMPLETO
	E4	La figura uno se descompuso y la dos no	INCOMPLETO
	E5	El rectangulo uno todos sus lados miden 90° y el rectangulo dos todos sus lados mide desigual.	INCOMPLETO
	E6	Que el rectangulo 1 sus angulos miden 90° y el rectangulo 2 todos sus angulos miden desigual.	INCOMPLETO
	E7	Que la figura de se descompone y la figura 1 no se des trulle.	INCOMPLETO

Se deduce que a los estudiantes se les dificultó la habilidad para identificar las amplitudes de sus ángulos de una figura respondiendo incorrectamente, porque no justificaron con base en las propiedades del rectángulo; además se confundieron con los lados de las figuras dadas y la justificación es errada porque no hacen comparación, sino observaron individualmente las amplitudes de los ángulos.

El estudiante expresa de la siguiente manera lo que está haciendo y observando en la pantalla:

P: ¿Cuál de las dos figuras es un rectángulo?

E3: La que tiene los vértices E, F, G, H

P: ¿La primera o segunda figura?

E1: La primera figura

P: ¿Por qué?

E4: Porque realicé la prueba del arrastre, aguantó y la otra figura no.

E3: La primera figura es un rectángulo y la otra no.

P: ¿Qué pasa con los ángulos y los lados?

E1: Que no miden lo mismo

P: ¿Cómo?

E1: El lado de arriba y abajo es igual

P: ¿Cuál es la diferencia de longitud y ángulo de los dos polígonos?

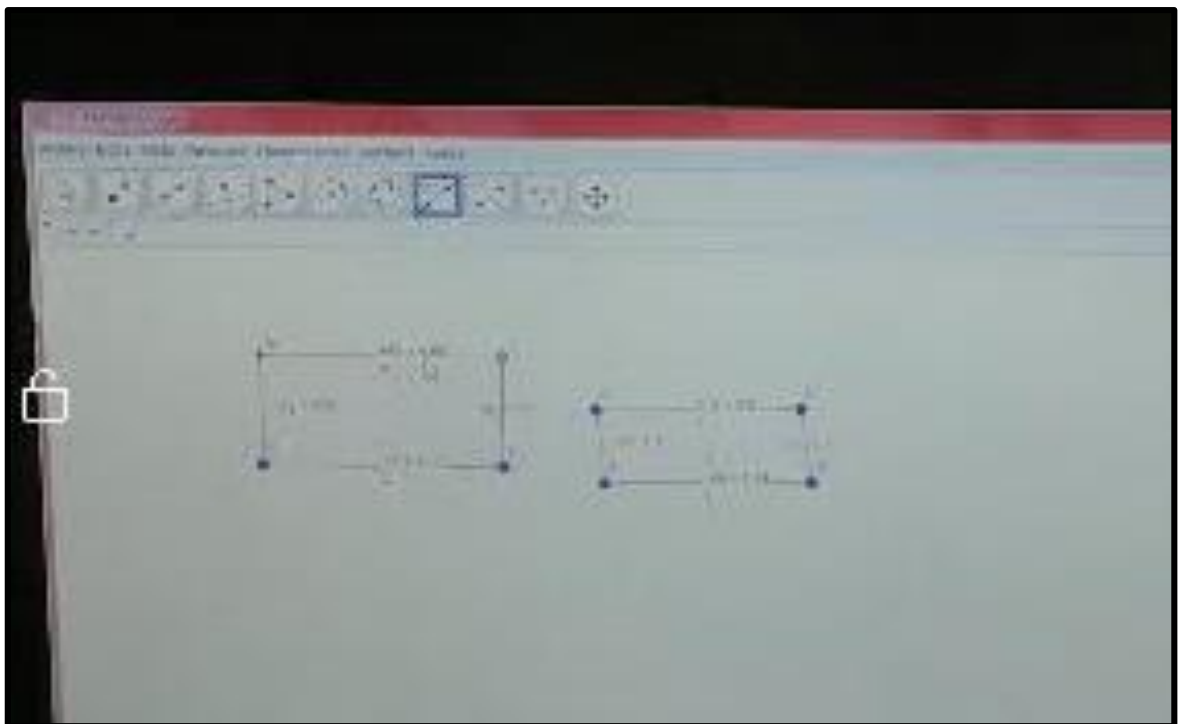
E1: Que todos los lados del polígono 2 no miden lo mismo

P: ¿El polígono 1?

E1: Que si miden lo mismo los lados de igual longitud

P: Listo

Imagen 15. Representación gráfica de la respuesta dada por estudiante E3



Las respuestas permiten llegar a la conclusión que la estudiante E3 identificó el rectángulo utilizando la prueba del arrastre, pero justificó su respuesta con ese hecho, es decir no hace una buena argumentación utilizando las propiedades de un rectángulo. En términos generales los estudiantes son aptos para aplicar la habilidad de identificación de una representación en un contexto digital, pero al

momento de dar sus argumentos los hacen de una manera muy informal, sin bases teóricas.

FASE 2 ORIENTACIÓN DIRIGIDA

ACTIVIDAD Nº 3

Los estudiantes recibieron un archivo en GeoGebra que muestra un segmento dado previamente construido, se les pide construir un rectángulo que aguante la prueba del arrastre. Se espera que los estudiantes intenten diversas estrategias para acomodar su construcción, pero al arrastrar los vértices podrán validar e invalidar su construcción.

Los estudiantes expresan de las siguientes maneras lo que están haciendo y observando en la pantalla:

E3: ¿Con ese segmento que hago profe?

P: Vas a construir un rectángulo.

E1: Voy a trazar una recta paralela al segmento dado

P: Listo, ¿Qué más?

E3: Trazo una recta paralela al segmento dado

E1: Luego, paso una línea

E3: Puntos de intersección

E1: Seleccionamos polígonos

E1: Realizamos la prueba del arrastre

P: ¿Qué paso?

E1: No aguantó la prueba del arrastre

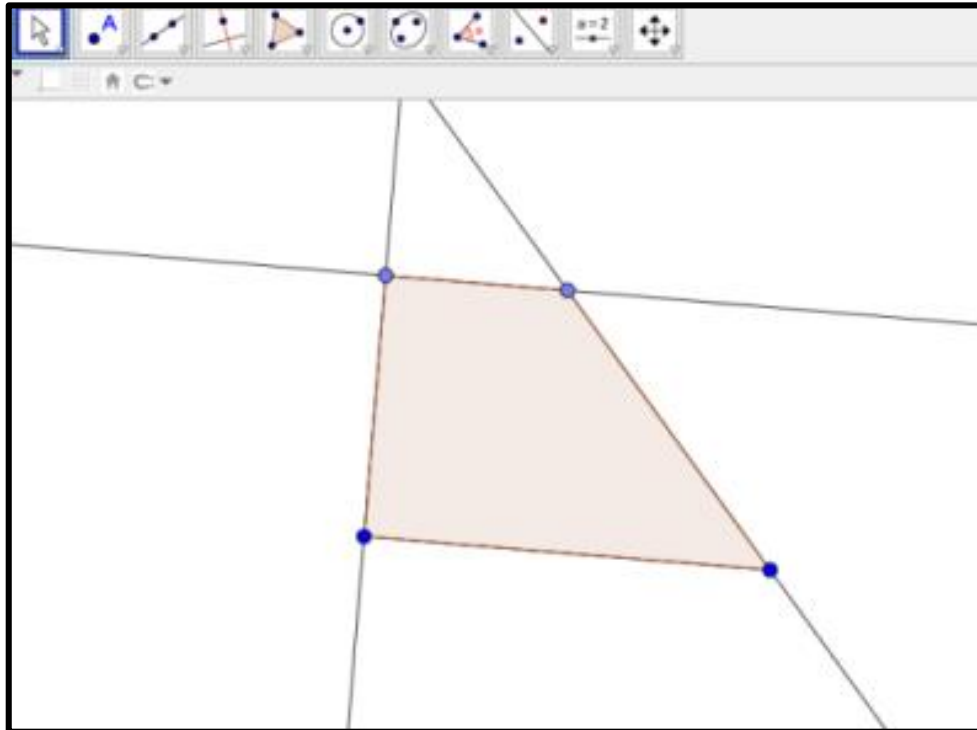
P: ¿Por qué?

E3: Quedó mal construido

P: Fallaron en la utilización de las propiedades de un rectángulos

P: Van a intentarlo de nuevo

Imagen 16. Construcción gráfica de un rectángulo por parte de estudiantes



A través de la exploración en el archivo segmento de GeoGebra, los estudiantes en el momento de la construcción diseñaron un rectángulo, pero no aguantó la prueba del arrastre, a pesar que intentaron utilizar líneas paralelas y perpendiculares como estrategia de construcción, se puede identificar que tienen la idea de cómo es un rectángulo, pero al momento de su construcción les queda incorrecto; es decir no lograron el objetivo de dar solución al problema.

P: Tienen que construir un rectángulo a partir del segmento dado

P: Ya un grupo lo construyó sin que aguantara la prueba del arrastre, es decir quedó mal construido.

P: ¿ Quién ya lo construyó?

E1: Yo

P: ¿ Cómo lo construyó?

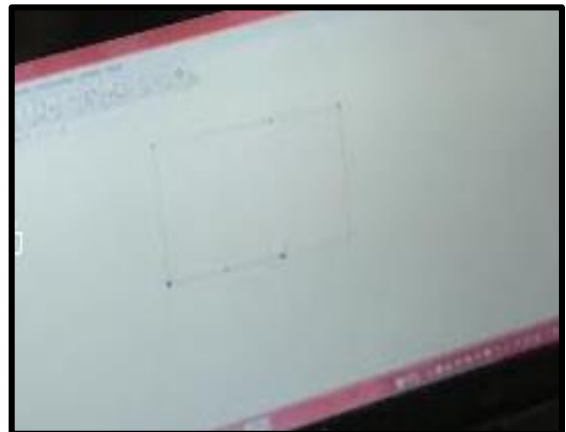
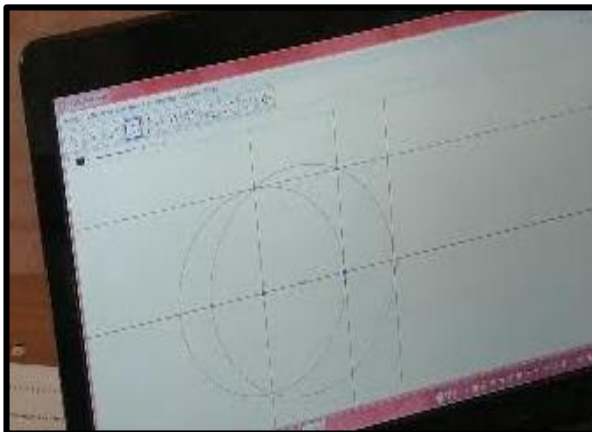
E6: Primero me salio un segmento

P: Recuerde que debe utilizar la herramienta circunferencia (se le da unas orientaciones previas)

E6: Bueno, después me fui a medio o centro, me paré en los vértices del segmento, me salió un punto medio, me fui a circunferencia, después a líneas perpendiculares y la trace al segmento dado, después me fui a punto de intersección; después fui a líneas paralelas, luego me fui a líneas perpendiculares, después a punto de intersección, después me fui a circunferencia hasta el punto de intersección, después a líneas rectas, líneas perpendiculares, después a punto de intersección, después fui a polígono, después prueba de arrastre y no se desbarata, luego le quito los sobrantes.

P: Muy bien, felicitaciones.

Imagen 17. A través de la exploración en el archivo segmento de GeoGebra, los estudiantes diseñaron un rectángulo



P: Una vez construido el rectángulo que aguante la prueba del arrastre.

P: ¿Halle la medida de sus lados y ángulos? Explica tu respuesta.

P: E6 ¿Usted las halló?

E6: Si señor

P: Explica tu respuesta

E6: Las medidas de los ángulos son de 90°

P: ¿Cómo son sus lados?

E6: Son rectos y paralelos (con sus manos señala sus lados paralelos)

Imagen 18. Explicación por parte de estudiante sobre los ángulos del rectángulo



P: ¿Qué relación hay entre los ángulos del rectángulo?

E5: Que todos los ángulos van a medir 90°

P: ¿Qué relación hay entre los lados del rectángulo?

E4: Que varían

P: ¿Todos?

E4: Si

P: Arrastren el rectángulo construido en el ítem anterior.

P: ¿Qué dicen?

P: ¿La medida de los ángulos varía?

E3: No, cuando hice la prueba de arrastre, los ángulos no varía

P: ¿Cuál es su medida?

E3: 90° grados

P: ¿La relación entre los pares de lados del rectángulo varía?

E1: Si varían, pero siempre van hacer de igual longitud.

P: Al hacer la prueba del arrastre ¿varía?

E3: No varía

En este ítem, se buscaba explorar las fortalezas y debilidades de los estudiantes en busca de estrategias de solución, además identificará propiedades de un rectángulo, asimismo potenciar la habilidad de identificación y tratamiento de una representación, resolviendo preguntas del problema planteado; Sin embargo al interactuar los estudiantes con GeoGebra, les permitió convalidar los argumentos para la construcción. Cabe resaltar que los estudiantes manipularon y realizaron aprestamientos durante varias sesiones previas a la aplicación del taller, lo que facilitó la resolución del problema, además al presentarse dificultades para su construcción el docente investigador dio unas pautas para la construcción.

Tabla 45. Halle la medida de sus lados y ángulos. Explica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Identifica conceptos geométricos que permiten solucionar problemas.	E1	Los lados miden 4,5 la medida de sus cuatro ángulos de igual abertura	INCOMPLETO
	E2	La medida de los ángulos miden 90° siempre nunca cambian y sus lados miden 3.98	INCOMPLETO
	E3	La medida de sus ángulos es de 90° y son iguales.	INCOMPLETO
	E4	La medida de sus lados es de 90° igual la de los lados 5,14	INCOMPLETO
	E5	La mitad del ángulos del rectangulo 90° y sus lados miden 3.92	INCOMPLETO
	E6	La medida de los ángulos es 90° por que el rectangulo es un cuadrilátero y al ser sus lados son rectos y miden 2..03	INCOMPLETO
	E7	Las medidas de sus lados 2.01 2.07	INCOMPLETO

En general se puede concluir, que ningún estudiante se expresa en un lenguaje normal apropiado para validar su respuesta, al analizar la habilidad de identificación, encontramos que hay debilidad, porque los argumentos utilizados

son débiles y se limitaron a expresar medidas, olvidando las propiedades y su lenguaje matemático no es explícito, además ninguno de los estudiantes argumentó el método que emplearon para dar solución al problema planteado.

Tabla 46. ¿Qué relación hay entre los ángulos del rectángulo? ¿Por qué?

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Argumenta desde la conversión de representaciones al lenguaje geométrico	E1	Es que todos miden de igual abertura y siempre van a medir 90°	INCOMPLETO
	E2	Es que no barín siempre van a medir 90°	INCOMPLETO
	E3	Es que todos miden 90° que mide 90° que siempre van a medir 90° que no varían.	INCOMPLETO
	E4	Que todos sus ángulos miden 90°	INCOMPLETO
	E5	Que miden 90°	INCOMPLETO
	E6	Que todos los ángulos miden 90°	INCOMPLETO
	E7	Que todos miden 90°	INCOMPLETO

En general, se puede decir que los estudiantes identificaron las amplitudes de sus ángulos de la figura (4 ángulos rectos), respondiendo correctamente, aunque al momento de dar sus argumentos y explicaciones se nota en términos generales debilidad en la habilidad de conversión, les falta utilizar mejor el lenguaje geométrico para expresarse en el lenguaje natural.

Tabla 47. ¿Qué relación hay entre los lados del rectángulo? ¿Por qué?

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Reconoce u objeta figuras geométricas basándose en sus elementos constitutivos.	E1	Que siempre van a medir la misma longitud	INCOMPLETO
	E2	Los lados si pueden variar porque pueden cambiar su medida.	INCOMPLETO
	E3	Los lados son iguales.	INCOMPLETO
	E4	Que aun que varían unos van a medir igual medida.	INCOMPLETO
	E5	Que son iguales	INCOMPLETO
	E6	Que un par miden igual y el otro igual.	INCOMPLETO
	E7	Que los lados varían	INCOMPLETO

Ninguno de los estudiantes descubrió la relación de los lados del rectángulo, sus habilidades de identificación se basaron en la percepción visual de la figura, la cual les impidió identificar las propiedades fundamentales del rectángulo (tengan lados rectos y lados consecutivos no son congruentes). En cuanto a la habilidad

de conversión del registro geométrico al lenguaje natural, se evidencia debilidad puesto que ninguno presenta argumentos conforme con el sustento matemático que amerite la validación de la respuesta para admitir y refutar el problema planteado.

FASE 3 EXPLICITACIÓN

Los estudiantes expresaron de las siguientes maneras lo que están haciendo y observando en la pantalla, cuando arrastran los vértices A, B, C, D de la figura construida en la fase anterior.

ACTIVIDAD Nº 4.

Tabla 48. ¿Qué ocurre cuando mueves los vértices de las figuras construida?

CATEGORÍA	EST	VERT A	VERT B	VERT C	VERT D	SUBCATEGORÍA
Interpretación de las representaciones dentro del mismo registro.	E1	Cuando muevo el vértice A se mueve y no se desbarata y cumple con la prueba del arrastre.	No se mueve el vértice B y no se daña el rectángulo por que es un punto fijo.	No se mueve sino se daña la figura y sigue siendo la misma por que es un punto fijo.	No se mueve el vértice D por que es un punto fijo.	INCOMPLETO
	E2	No sigue siendo lo mismo por que van a cambiar.	Cuando arrastra el vértice B no se mueve se queda en su lugar.	No se mueve el vértice se queda en su lugar.	Tampoco se mueve y se queda en su lugar.	INCOMPLETO
	E3	Cuando arrastro el vértice A se mueve y no se desbarata.	No se mueve sino se daña la figura B y sigue siendo la	No se mueve sino se daña la figura C y sigue	Cuando moví el vértice D la figura aguanto la prueba del	INCOMPLETO

CATEGORÍA	EST	VERT A	VERT B	VERT C	VERT D	SUBCATEGORÍA
			misma es punto fijo.	siendo la misma por que es pnto fijo.	arrastre.	
	E4	Cuando muebo el vertize A los lados cambian y con el vértice A muebo la figura.	Cuando arratro el vertize B no se muebe ni muebe nada.	Cuando arrastre el vertise C no arrastro nada ni cambio la posición.	Cuando arrastre el vertize D no arrastro nada ni cambio de posición ni tampoco movio la figura.	INCOMPLETO
	E5	Cuando muebo el vertise asi se muebe.	Cuando muenbo el vertise B no se muebe.	Cuando muenbo el verice C si se muebe.	Cuando muebo el vertise D no se muebe.	INCOMPLETO
	E6	Cuando muebo el vértice A la figura se mueve.	Cuando muebo el vértice B la figura no se muebe.	Cuando muebo el vértice C la figura se muebe.	Cuando arrastro el vértice D la figura no se muebe.	INCOMPLETO
	E7	Cuando arrastro el bertise A se enpequeña.	Se ancha mas y crecemas.	Se en gran de se mas.	No pasa nada.	INCOMPLETO

Los estudiantes mediante la prueba del arrastre comprobaron qué ocurre con los vértices A, B, C, D de la figura construida anteriormente para identificar las variaciones de las medidas de sus lados y ángulos, sin embargo cuando realizaron la descripción de lo observado, no reconocieron explícitamente las propiedades del rectángulo, por lo anterior, se observa debilidad en los estudiantes respecto a la habilidad de conversión del registro geométrico al lenguaje natural.

Tabla 49. ¿Qué estrategia utilizaste para construir el rectángulo? Argumenta tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Presentación de imágenes reales de figuras asociadas a conceptos geométrico	E1	Primero me salio un segmento después fui a punto medio centro y me pare sobre los vértices del segmento después fui a circunferencia y me para sobre el vértice A del segmento después fui a líneas perpendiculares y me pare sobre el segmento y me salio la línea perpendicular y después fui a punto de intersección y después fui a líneas paralelas y di clic sobre el segmento y me salio la línea paralela que me pare sobre el vértice de la línea perpendicular después fui a líneas rectas y me pare sobre el vértice A del segmento y me quedo la línea.	INCOMPLETO
	E2	Primero me salio un segmento despues me fui punto medio centro y luego me fui a líneas rectas para después me fui a borrar lo que sobro y después me fui hacer la prueba del arrastre.	INCOMPLETO
	E3	Primero me salio un segmento y fui al punto medio o centro para saber la mitad del segmento luego di clic a la circunferencia y le puse sobre el segmento y luego le di clic a la línea paralela y le di clic sobre el segmento y me salio la línea perpendicular y luego le clic a las líneas paralelas y le di clic al segmento y luego fui a los polígonos y después le ise la prueba del arrastre.	INCOMPLETO
	E4	Utilice un segmento utilice el punto medio o centro después le hice una circunferencia le hice un par de líneas paralelas al segmento y dos perpendiculares al segmento hice un punto de intersección y le hice una línea paralela luego puse dos puntos hice otra circunferencia una línea paralela una perpendicular le hice la prueba del arrastre.	INCOMPLETO
	E5	Primero ise un segmento después fui a centro punto luego ise una línea perpendicular luego iso línea perpendicular puse línea paralela y luego ise dos puntos luego le eche una base le borre lo que sobro y luego la prueba del arrastre.	INCOMPLETO
	E6	Primero me salio un segmento luego hice un punto centro luego hice una línea perpendicular luego hice otra línea perpendicular luego hice un punto después hice una línea paralela le puse un punto de intersección luego le hice la prueba del arrastre.	INCOMPLETO
	E7	Primero me salio un segmento le puse el punto medio o centro luego le ise una circunferencia y le pase una línea perpendicular y dos paralelas luego polígono y la prueba del arrastre.	INCOMPLETO

En conclusión, las respuestas reflejan que a los estudiantes se les dificulta la habilidad de conversión del registro geométrico al lenguaje natural, no teniendo la capacidad de explicar el procedimiento para construir un rectángulo, utilizando las herramientas de GeoGebra, todavía siguen percibiendo las propiedades de las figuras geométricas de manera aislada, dado que los estudiantes no son capaces de relacionarlas entre si y generalizarlas. No obstante, lo rescatable de esta actividad fue que los estudiantes han mejorado la manera de caracterizar un rectángulo, puesto que inicialmente consideraban sólo unos elementos y algunas de sus propiedades; sin embargo, ahora consideran muchas más en sus argumentos, para dar solución del problema planteado.

Tabla 50. ¿Cuál estrategia de ellas te parece la mejor para resolver el problema? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Conjeturar mediante la experimentación a distinguir las características de las representaciones.	E1	La estrategia que más me gusto fue la de E6, por que le puso centro a punto para encontrarle el centro al segmento.	INCOMPLETO
	E2	Me gusto mucho el E5	INCOMPLETO
	E3	La estrategia que me gusto mas fue la de E1, po que le puso unto medio o centro y luego le puso la circunferencia.	INCOMPLETO
	E4	A mi la estrategia que me gusto mas fue la de E7, explico muy bien, puso los puntos de intersección y hizo la prueba del arrastre.	INCOMPLETO
	E5	A mi me gusto la de E2	INCOMPLETO
	E6	La estrategia de E1, por que utilizo una circunferencia, un punto centro, hizo una línea paralela, dos líneas perpendiculares, un punto de intersección y utilizó un segmento.	INCOMPLETO
	E7	La estrategia que mas me gusto fue la de E4, porque le iso de linias paralelas y porque le iso un punto de intersección y porque le iso dos circunferencias.	INCOMPLETO

Analizando en este ítem, la habilidad de conversión del registro geométrico al lenguaje natural, se evidencia que existe debilidad en ésta, por cuanto las ideas descritas por los estudiantes se basaron en manifestar solo el gusto de cómo explicó su compañero, mas no por sus estrategias de construcción, además

dichas estrategias no tienen una secuencia lógica y las explicaciones dan la impresión que sus procesos son aislados y sin conexión, es decir no se han hecho con un vocabulario claro que hagan indiscutible el procedimiento de resolución de problemas.

Responda después de construir el rectángulo las siguientes preguntas:

Tabla 51. ¿Qué características observas en la figura? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Interpretación de las representaciones dentro del mismo registro.	E1	Que tiene cuatro lados, cuatro angulos, dos diagonales y también tiene lados opuestos y lados consecutivos y también cuatro vértices.	INCOMPLETO
	E2	Que tiene cuatro lados, cuatro angulos, cuatro bertices y dos diagonales y que tiene sus lados opuestos y también lneas paralelas.	INCOMPLETO
	E3	Que cuando le ago la prueba no se desbarata y cuando la ancho la medida de sus lados cambian y tiene cuatro lados y no son iguales.	INCOMPLETO
	E4	Las características de el rectangulo son que tiene cuatro angulos cuatro vertises cuatro lados dos diagonales	INCOMPLETO
	E5	4 lados, 4 vertises, 4 angulos, 2 diagonales, 2 lados opuestos, 2 lados paralelos.	INCOMPLETO
	E6	4 lados, 4 vértices, 4 ángulos, 2 diagonales, 2 lados opuestos y 2 lados consecutivos.	INCOMPLETO
	E7	Que tiene cuatro lados, cuatro bertises, cuatro angulos, dos diagonales.	INCOMPLETO

Analizando esta respuesta se identificó que los estudiantes poseen debilidad en la habilidad de conversión del registro geométrico al lenguaje natural, puesto que utilizan una inadecuada forma de expresarse por escrito, que les impide justificar de manera apropiada sus ideas, es decir el nivel es de solo reconocimiento por la forma y no por sus propiedades. Además todos los estudiantes utilizan en sus respuestas una lista de elementos del rectángulo como vértices, lados, ángulos etc., desconociendo las propiedades del rectángulo.

Con las relaciones que encontraron en las actividades anteriores:

P: Definan ¿Qué es un rectángulo según los conceptos estudiados?

E4: Que tiene cuatro lados, que tiene cuatro vértices, tiene cuatro ángulos, dos lados consecutivos y dos diagonales.

E6: Es una figura geométrica que tiene cuatro lados, cuatro ángulos, cuatro vértices, 2 lados consecutivas y dos diagonales.

E7: Es una figura geométrica tiene cuatro lados, dos diagonales, cuatro vértices, lados opuestos, y lados consecutivos y una línea paralela y perpendicular y sus ángulos miden 90° .

E3: El rectángulo tiene cuatro lados pero no son iguales y tiene dos diagonales y mide 90° grados y sus lados cambian cuando le hago la prueba del arrastre.

E2: El rectángulo tiene cuatro lados, tiene cuatro ángulos y sus ángulos siempre van a medir 90° .

E7: Que tiene cuatro lados, cuatro ángulos, cuatro vértices, dos diagonales.

P: ¡Muy bien!

Las respuestas expresadas por los estudiantes permiten llegar a la conclusión que se evidencia debilidad en la conversión del lenguaje natural por que expresan una variedad de elementos para definir el rectángulo como vértices, ángulos y lados, dejando a un lado las propiedades elementales del rectángulo (sus ángulos rectos y sus lados consecutivos no son congruentes). Además permitió concluir que su nivel es de sólo reconocimiento por la forma y no por sus propiedades.

FASE 4 ORIENTACIÓN LIBRE

ACTIVIDAD Nº 5

Se les entregó a los estudiantes un archivo en GeoGebra para producir una construcción que consiste en dados 2 puntos A y B de una circunferencia. Los

estudiantes expresan de las siguientes maneras lo que están haciendo y observando en la pantalla:

P: ¿Quién quiere explicar su construcción?

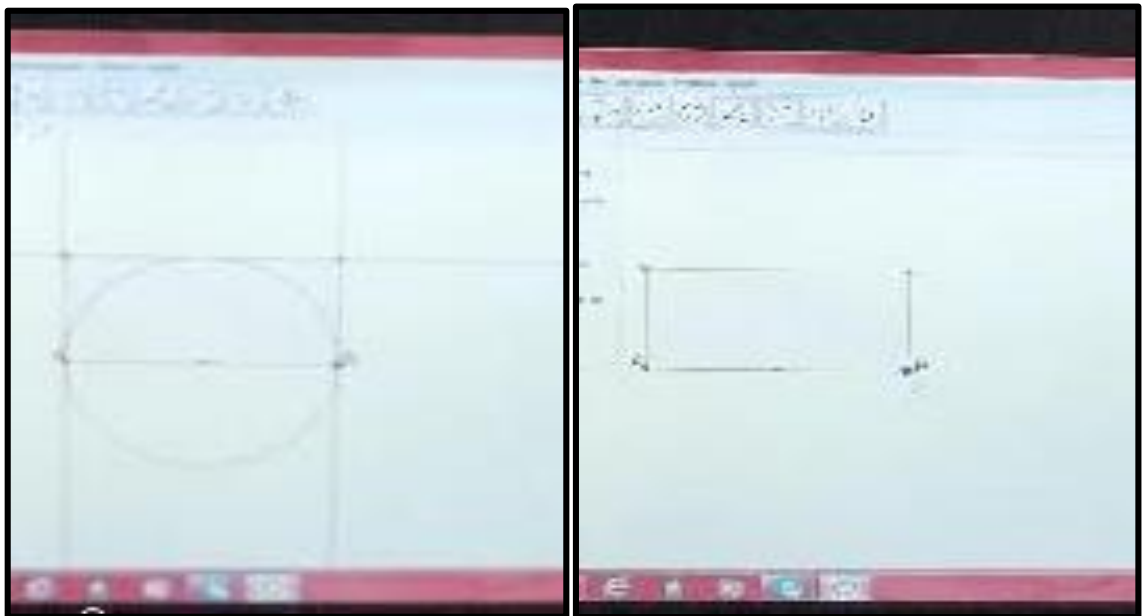
E1: Yo

P: Listo, vamos a escuchar a E1

E1: Primero, fui a centro o medio, luego fui a líneas perpendiculares, después a líneas paralelas, después líneas perpendiculares, después punto de intersección, después fui al polígono, después prueba del arrastre y agunto la prueba.

P: ¡Muy bien!

Imagen 19. Explicación por parte de un estudiante sobre su representación utilizando las herramientas GeoGebra



En este problema se buscaba que el estudiante identificará propiedades del rectángulo, además potenciar la habilidad de identificación y tratamiento de una representación puesto que la reconstrucción de figuras es un tipo de tratamiento de las figuras geométricas. Sin embargo, al interactuar los estudiantes con

GeoGebra, les permitió convalidar los argumentos para la construcción. Resaltando que los estudiantes manipularon y realizaron aprestamientos durante varias sesiones previas a la aplicación del taller, lo que facilitó la solución del problema; además al presentarse dificultades para su construcción, el docente investigador anunció unas pautas para la construcción.

Tabla 52. ¿Es posible encontrar siempre un punto C y P de manera que ABCP sea Rectángulo? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada	E1	Si porque CP se encuentra en ABCP	INCOMPLETO
	E2	Si puede hacer posible	INCOMPLETO
	E3	Si porque CP se encuentra en ABCP	INCOMPLETO
	E4	Si porque CP se encuentran en ABCP	INCOMPLETO
	E5	Si puede ser posible	INCOMPLETO
	E6	Si porque sin CP no se puede formar el rectangulo	INCOMPLETO
	E7	Si es posible	INCOMPLETO

Ninguno de los estudiantes argumenta de manera evidente la conclusión que encontró para formar el rectángulo. Al analizar la habilidad de identificación, encontramos que existen debilidades en cuanto a sus deducciones, mostrando que los argumentos son débiles de interpretar, así mismo es indudable que ninguno de los estudiantes presento dentro de sus argumentos un lenguaje natural para demostrar los procesos que usaron en la solución al problema planteado.

FASE 5 INTEGRACIÓN

ACTIVIDAD 6.

Complete el siguiente cuadro utilizando los conceptos de las propiedades del rectángulo.

Tabla 53. Identificación de conceptos geométricos que permiten resolver problemas

CATEGORÍA	EST	PROPIEDADES DE LOS ÁNGULOS	PROPIEDADES DE LOS LADOS	PROPIEDADES DE LAS DIAGONALES	SUBCATEGORÍA
Identifica conceptos geométricos que permiten resolver problemas	E1	Miden 90°	Miden la misma longitud	Es que sean perpendiculares.	INCOMPLETO
	E2	Medida 90°	Los lados pueden cambiar su medida	Que sus diagonales que son rectos.	INCOMPLETO
	E3	miden 90°	Midan la misma longitud.	Son perpendiculares y se bisecan.	INCOMPLETO
	E4	Que miden 90°	Que tienen la misma longitud	Tienen un punto en la mitad llamado vicecan.	INCOMPLETO
	E5	que miden 90°	Que son rectos y paralelos	Que son perpendiculares	INCOMPLETO
	E6	Que midan 90°	Que son rectos que son paralelos	que son perpendiculares y tienen en el centro se bisecan.	INCOMPLETO
	E7	Las medidas noventa	Rectos y atravesadas	Secbaran	INCOMPLETO

El objetivo del problema fue determinar la habilidad de interpretación de los estudiantes, para que mediante el cuadro adquirieran una visión global de lo aprendido en cuanto a las propiedades del rectángulo. Se puede decir que todos los estudiantes tuvieron la capacidad de identificar los elementos del rectángulo, sin embargo la mayoría no pudo argumentar de manera adecuada las respuestas utilizando un vocabulario geométrico apropiado.

4.3.4 Análisis taller de rombo: FASE 1 INFORMACIÓN

ACTIVIDAD N° 1

Anoten debajo, la información que Esteban tendría que darle (por teléfono) al carpintero, para que le haga un Rombo. Argumente tu respuesta.




Tabla 54. Interpretación de las representaciones dentro del mismo registro



CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Interpretación de las representaciones dentro del mismo registro	E1	Longitud de sus lados iguales, que tenga cuatro lados iguales que sus ángulos midan 90° que tenga dos diagonales y que tengan líneas rectas cuatro lados paralelos.	INCOMPLETO
	E2	Dos lados iguales porque si uno lo coloca sus lados torcidos no van a quedar como un rombo y que le haga cuatro lados para formar el rombo.	INCOMPLETO
	E3	Que tenga cuatro lados iguales y tenga dos diagonales y que mida noventa grados	INCOMPLETO
	E4	Que tenga ángulos vértices lados diagonales.	INCOMPLETO
	E5	No contesto	NO CONTESTO
	E6	Que tenga dos ángulos obtusos dos ángulos agudos cuatro lados paralelos y que sea recto y tiene perpendicularidades	INCOMPLETO
	E7	Que tenga cuatro lados cuatro ángulos que midan la misma longitud que tengan cuatro vértices que tengan dos diagonales y que sus lados sean iguales.	INCOMPLETO

Este problema reveló, que a los estudiantes se les dificulta la habilidad de interpretación de representaciones, lo que indica que no comprenden lo que es un rombo, puesto que en ningún momento lo relacionaron por algunas de sus propiedades, solo enunciaron una lista de elementos como; vértices, ángulos, lados entre otros, sin embargo la finalidad de esta actividad era justificar que el rombo tiene sus cuatro lados congruentes, sus ángulos opuestos son congruentes y sus diagonales son perpendiculares, es decir la mayoría no poseen un buen lenguaje geométrico pero reconocen el rombo por su forma, es decir, una percepción visual.

Posterior a la identificación de los cuadriláteros que son rombos, se les pidió a los estudiantes que sustentaran las preguntas que aparecían en los siguientes ítems, encontrando las respuestas que se relacionan a continuación:

Tabla 55. ¿Cuáles de los anteriores cuadriláteros son rombos?

CATEGORÍA	FIGURA	EST	RESPUESTA		ARGUMENTACIÓN	SUBCATEGORÍA
			SI	NO		
Interpretación de las representaciones dentro del mismo registro		E1	X		Por qué se boltea y se forma el rombo	CORRECTO
		E2	X		Por que si lo boltea ban a quedar n rombo.	CORRECTO
		E3	X		Porque tiene sus lados iguales i si se voltea queda rombo.	CORRECTO
		E4	X		Porque sus lados miden igual longitud.	CORRECTO
		E5	X		Porque si lo boltea queda un rombo	CORRECTO
		E6		X	Porque sus angulos miden 90° y deben tener es dos odtusos y agudos.	ERROR
		E7	X		Porque tiene cuatro lados iguales.	CORRECTO
Interpretación de las representaciones dentro del mismo registro		E1	X		Porque se boltea y se forma el rombo y tiene sus lados y guales.	INCOMPLETO
		E2	X		Porque tiene sus lados iguales	INCOMPLETO
		E3	X		Porque tiene sus lados iguales.	INCOMPLETO
		E4	X		Porque tiene las características de un romo	INCOMPLETO
		E5	X		Porque sus lados son iguales y miden igual medida.	INCOMPLETO
		E6	X		Porque tiene dos angulos odtusos y dos angulos agudos.	INCOMPLETO
		E7	X		Porque tiene cuatro lados y son iguales y por que tiene cuatro vértices.	INCOMPLETO
Interpretación de las representaciones dentro del mismo registro		E1	X		Porque sus lados tienen la misma longitud y todos sus lados son iguales.	INCOMPLETO
		E2	X		Porque sus lados son iguales	INCOMPLETO
		E3	X		Porque siempre ban a tener sus lados iguales.	INCOMPLETO
		E4	X		Porque tiene lados de igual longitud.	INCOMPLETO
		E5	X		Porque sus lados son iguales.	INCOMPLETO

CATEGORÍA	FIGURA	EST	RESPUESTA		ARGUMENTACIÓN	SUBCATEGORÍA
			SI	NO		
		E6	X		Porque tiene cuatro lados paralelos	INCOMPLETO
		E7	X		Porque tiene cuatro lados iguales	INCOMPLETO
Interpretación de las representaciones dentro del mismo registro		E1		X	Porque sus lados son desiguales.	ERROR
		E2	X		Porque si se boltea queda un rombo	INCOMPLETO
		E3	X		Porque tiene cuatro lados	INCOMPLETO
		E4	X		Porque tiene lados angulos y vertices	INCOMPLETO
		E5		X	Porque unos lados son mas grandes y otros mas pequeños	ERROR
		E6	X		Porque al bolter queda el rombo	INCOMPLETO
		E7	X		Porque tiene sus lados iguales.	INCOMPLETO
Interpretación de las representaciones dentro del mismo registro		E1	X		Porque tiene cuatro lados iguales.	ERROR
		E2	X		Porque todos sus lados se chocan	ERROR
		E3	X		Porque los lados son iguales	ERROR
		E4	X		Porque tiene lados ángulos y vértices.	ERROR
		E5	X		Porque tiene cuatro lados	ERROR
		E6	X		Porque sus lados son rectos	ERROR
		E7		X	La longitud de sus lados es desigual.	INCOMPLETO

Se observa que los estudiantes tienen habilidad en la identificación visual de los rombos, puesto que la mayoría seleccionaron las figuras correctas, los que erraron fue porque su habilidad visual falló al momento de identificar la figura, por que estimaban que las figuras tenían lados desiguales cuando la figura mostraba lo contrario. Los estudiantes tienen habilidad para identificar un rombo, pero sus argumentos no son coherentes con el lenguaje geométrico.

P: Van a escuchar los argumentos que ustedes le dieron al carpintero para que les construya un rombo.

P: ¿Qué me puede contar E6?

E6: Yo le diría que necesito tener dos ángulos obtusos, ángulos agudos, cuatro lados paralelos, que sean rectos, y que tenga lados perpendiculares. (Señala con las manos la perpendicularidad de los lados).

Imagen 20. Argumentación por parte de estudiante en la identificación de un rombo



P: ¿ángulos obtusos y agudos?

E6: Si profe

P: ¿Por qué los ángulos del rombo son agudos?

E6: No, son rectos

P: ¿Lados perpendiculares?

E6: No profe, paralelos.

P: ¿Qué otro estudiante quiere contarnos?

E1: Yo

P: Cuéntenos E1

E1: Que tenga la longitud de sus lados iguales, que sus ángulos midan 90° , que tengan dos diagonales y que tengan líneas rectas.

P: ¡Muy bien!

Las respuestas de las estudiantes se basan en identificar un rombo por sus lados iguales, dos diagonales, etc., además E6 compara la perpendicularidad de los lados de un rombo con las forma de sus manos para definir una de las propiedades, que en este caso es errada porque no tienen lados perpendiculares sino paralelos. Se observa que E1 nombra tres propiedades de un rombo correctamente, el cual se puede inferir que posee habilidad de interpretación de representaciones y conversión del registro geométrico al lenguaje natural.

FASE 2 ORIENTACIÓN DIRIGIDA

ACTIVIDAD Nº 2

Se les entregó a los estudiantes un archivo en GeoGebra que muestra una figura previamente construida, donde hay un rectángulo de forma tal que si muestran los objetos ocultos no puedan ver el procedimiento de construcción. Se les pide que realicen la construcción de un rombo teniendo en cuenta que debe hacerlo a partir del rectángulo dado. Justifica tu respuesta.

El estudiante expresa de la siguiente manera lo que está haciendo y observando en la pantalla:

P: Bueno, en el escritorio del PC van a encontrar una carpeta con el archivo “rectángulo”

P: Allí van a encontrar una figura predeterminada y sobre esa figura van a construir un rombo.

P: ¿Quién quiere comentar qué hizo para construir el rombo?

E6: Yo profe.

P: Cuéntenos E6

E6: Primero me salió un rectángulo, luego puse a todos los lados del rectángulo un punto de centro, luego hice cuatro rectas, le pase la opción polígono, le hice la prueba del arrastre y aguantó.

P: ¡Muy bien!

P: ¿Cómo hallaron las medidas?

P: E5 ¿Cómo hizo?

E5: Estoy haciéndolo apenas

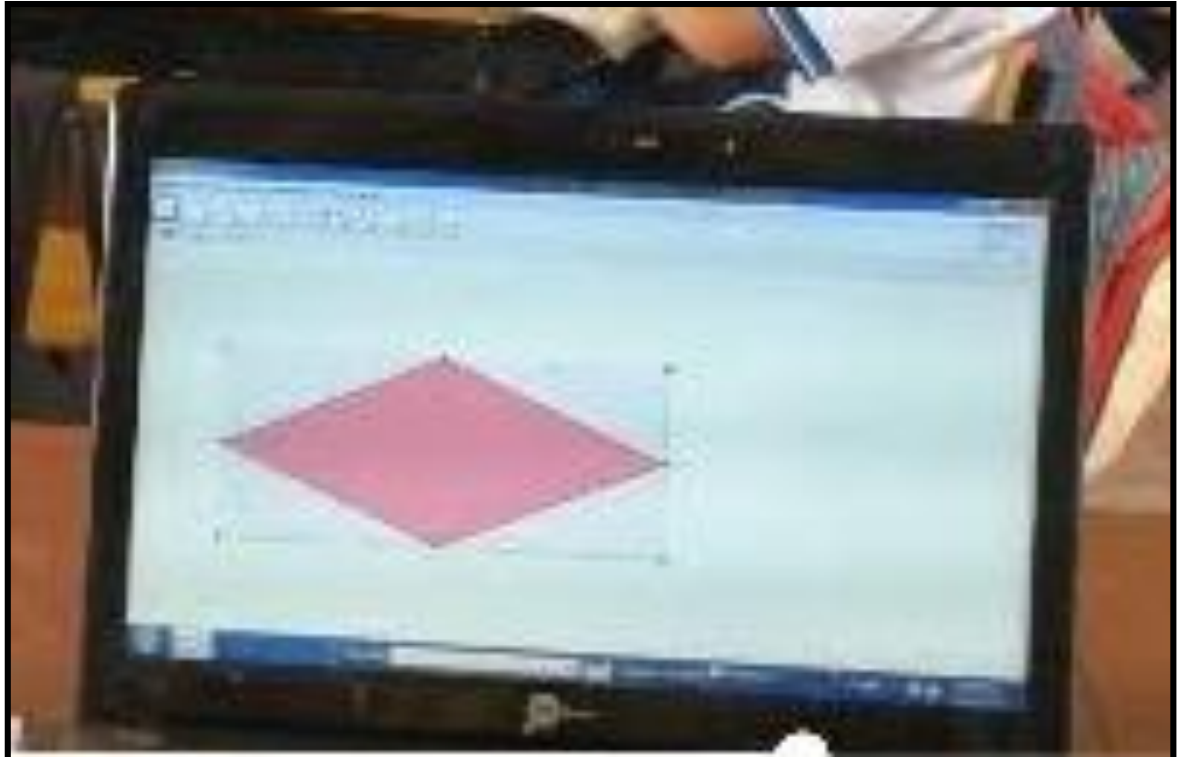
P: ¿Quién más construyó el rombo?

E6: Yo, primero me salió un rectángulo, después fui a centro de punto, me pare en todos los cuatro vértices, después fui a segmento y trace las líneas, después fui a polígono, después fui a prueba del arrastre y aguantó.

P: Listo.

P: ¿Me muestra la construcción? (figura que se muestra a continuación).

Imagen 21. Construcción de un rombo por parte de estudiante



P: E7, su construcción ¿Aguantó la prueba del arrastre?

E7: Si profe.

P: Ahora, ¿Hallen las medidas de sus lados?

P: ¿Qué paso con las medidas de sus lados?

E6: Todas las medidas cambiaban.

P: O sea ¿Todas quedaron desiguales?

E6: No, todas quedaban igual pero aumentaban o disminuían (con sus manos expresa cuando aumentan o disminuyen las medidas).

P: Las medias varían pero sus longitudes son iguales en los cuatro lados. Esa es una propiedad de los rombos.

Imagen 22. Explicación manual de las propiedades de la igualdad de los lados de un rombo



P: ¿Qué relación observas entre el área del polígono inicial (rectángulo) y el área del polígono construido (rombo)? Explica tu respuesta.

P: ¿Son iguales?

E7: No sé.

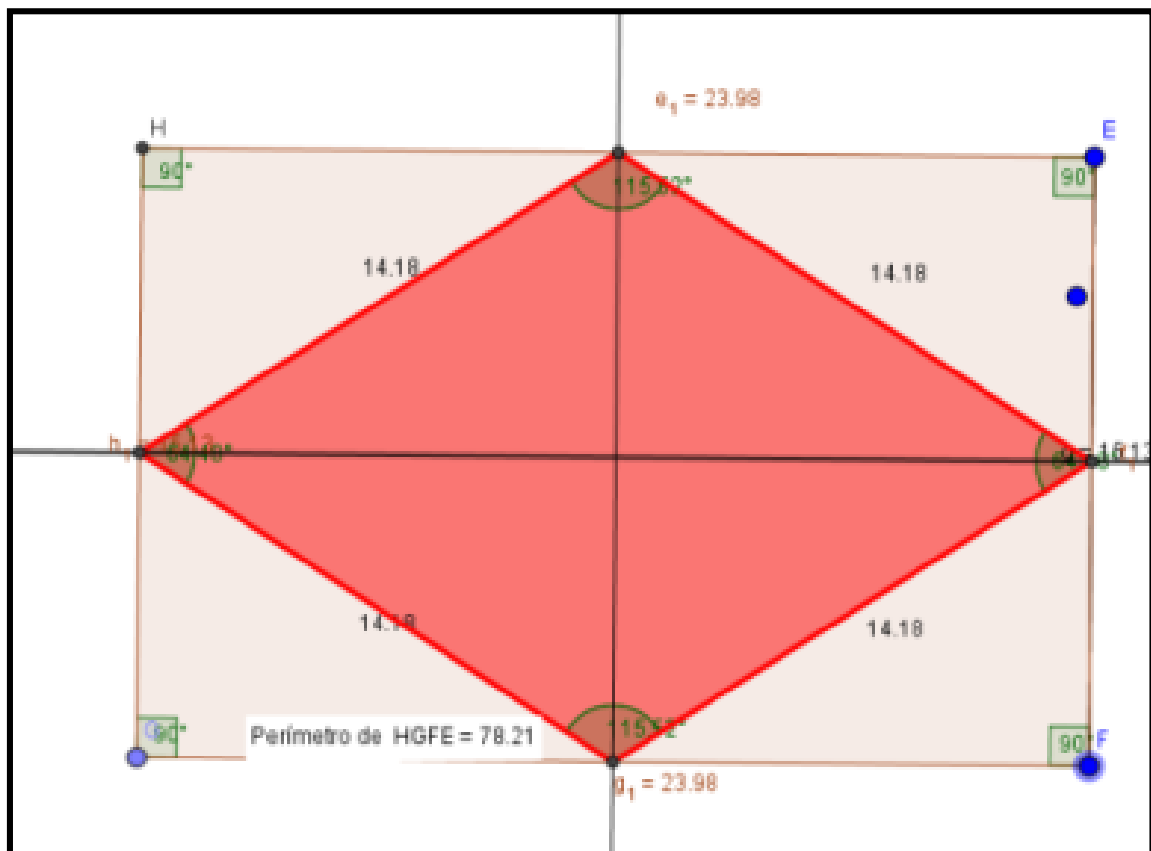
E6: Yo creo que no, porque se ve más área fuera que adentro

E4: Lo de afuera es más bastante.

E3: Son iguales.

P: Correcto el área es la misma, si le trazamos ejes de simetría van a observar mejor, que las áreas son iguales.

Imagen 23. Construcción final, tras varios intentos, de un rombo por parte de estudiantes.



Los estudiantes por medio de la observación y la experimentación con el GeoGebra, después de varios intentos para construir el rombo con el rectángulo dado previamente, logran la construcción deseada, que a su vez aguantó la prueba del arrastre. El conocimiento adquirido por los estudiantes mediante el desarrollo de esta actividad les permitió establecer la necesidad de utilizar ciertas propiedades de los rombos.

E6 comparó el aumento o disminución de las longitudes de los lados con la forma de sus manos el cual se puede inferir que posee habilidad de interpretación de representaciones.

Tabla 56. Realice la construcción de un rombo teniendo en cuenta que debe hacerlo a partir del rectángulo dado. Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Deducir procedimientos entre las representaciones geométricas.	E1	Primero me salio un retangulo después fuy a medio o centro y me pare en los vértices del rectangulo después fuy a segmento y me pare en los untos después fuy a polígonos y después prueba del arrastre.	INCOMPLETO
	E2	Primero me salio un rectangulodespues me fui a medio centro después fui segmento después nos fuimos a polígono y después prueba del arrastre	INCOMPLETO
	E3	Primero me salio un rectangulo después fuy a medio o centro y me pare en los vértices del rectangulo después fuy a segmentos y me pare en	INCOMPLETO
		los puntos que me salieron medio o centro y prueba del arrastre	
	E4	Utilize un rectangulo utilie centro de punto y utilize segmento y bordie con polígono, depues prueba del arrastre.	INCOMPLETO
	E5	Primero me salio un rectangulo luego utilice punto medio o centro luego utilice segmento mluego le eche el polígono y prueba del arrastre.	INCOMPLETO
	E6	Primero me salio un rectangulo luego puse en todos los lados del rectangulo un punto centro y le hice cuatro rectas y le pase polígono.	INCOMPLETO
	E7	Primero me salio un rectangulo luego me fui a medio o centro y le hice puntos en los lados y luego me fui a secentos y le ise linias y luego le ise polígono y prueba del arrastre.	INCOMPLETO

La construcción del rombo y los procesos presentados para dar respuesta, evidenció que para los estudiantes no fue un inconveniente realizar la construcción en GeoGebra, esto refleja que lograron lo que se esperaba que desarrollaran la habilidad de interpretación y tratamiento de una representación. Después de construido el rombo los estudiantes expresan lo que están realizando en la figura

basándose en el conocimiento que tiene sobre ésta, además se esperaba que interpretaran, analizaran y comprendieran las propiedades del rombo.

Tabla 57. ¿Halle la medida de sus lados y ángulos? Explica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Argumenta desde la conversión de representaciones al lenguaje geométrico.	E1	La medida de la longitud de los lados varian pero queda la misma longitud y la medida de los angulos no cambian de amplitud.	CORRECTO
	E2	Sus lados miden 648 y sus angulos 127	INCOMPLETO
	E3	La medida de los lados y angulos no varian y los lados si varian, pero el numero van haer lo mismo.	INCOMPLETO
	E4	124° y 55° y cambia si estaban en 4,98	INCOMPLETO
	E5	Los lados miden 4,06 los angulos miden 269	INCOMPLETO
	E6	Todos los lados miden igual y sus angulos adyacentes miden igual	INCOMPLETO
	E7	Los lados miden 648	INCOMPLETO

Con este problema se pretendía que los estudiante desarrollaran la habilidad de identificación, las respuestas obtenidas muestran el uso que le dan los estudiantes al término “lados” y “ángulos” lo que indica que parte de los conocimientos es la adquisición y aplicación de un lenguaje competente, lo que facilita la comunicación de estos; además se observa que comienzan a aceptar que no necesariamente deben utilizar medidas numéricas; esto es lo que expresa los estudiantes E1 y E6; también la iniciación en la construcción de sus propios conceptos en este proceso se puede observar lo que para ellos es una medida de lados y amplitud de ángulos.

Tabla 58. ¿Qué ocurre con las longitudes de los lados del rombo cuando efectúas la prueba del arrastre? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Conjeturar mediante la experimentación a distinguir las características de	E1	La logitud de los lados varian pero siguen siendo la misma longitud	INCOMPLETO
	E2	No varian ero siguen siendo igual longitud	INCOMPLETO
	E3	La longitudes de los lados de rombo varian pero siguen siendo la misma medida	INCOMPLETO
	E4	Las medidas de los angulos son iguales y no	INCOMPLETO

las representaciones.		barian asi muevan el rombo.	
CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
	E5	Los lados miden igual y los angulos también miden igual	INCOMPLETO
	E6	Las medidas suben y bajan pero siguen siendo igual las medidas.	INCOMPLETO
	E7	Pasa que las medidas suben y bajan	INCOMPLETO

En este problema se evidenció el avance que han tenido los estudiantes en cuanto a la habilidad de identificación de representación se refiere. Las respuestas revelaron el alcance lógico de los estudiantes, los cuales trabajaron adecuadamente utilizando la prueba del arrastre, además algunos argumentaron que por cada lado que se aumenta en el rombo, no varía las longitudes, hipótesis que se puede sustentar con las propiedades del rombo, las cuales les sirvieron para responder a la pregunta planteada.

Tabla 59 ¿La medida de los ángulos varía? Justifique su respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Reconoce u objeto figuras geométricas basándose en	E1	No varian	INCOMPLETO
	E2	No varian y siguen siendo iguales	INCOMPLETO
	E3	La mitad de sus angulos no varian	INCOMPLETO
	E4	La medida de sus angulos no varian	INCOMPLETO
sus elementos constitutivos	E5	Los angulos no varian	INCOMPLETO
	E6	La medida de los angulos no varian	INCOMPLETO
	E7	La medida de sus angulos no varian	INCOMPLETO

Con este problema se pretendía que los estudiantes comprendieran cómo son los ángulos de un rombo. En general, los estudiantes se les dificultó la habilidad de conversión del registro geométrico al lenguaje natural, a pesar que ya empiezan a mejorar en comunicación, demostración e identificación de figuras geométrías basadas en sus propiedades, se pudo inferir que utilizan la construcción como un medio interactivo de verificación de conjeturas, puesto que se dieron cuenta en general que “no varían los ángulos del rombo”; sin embargo, no argumentaron ninguna respuesta basada en decir: “si se traza las diagonales del rombo, estas se cortan en el punto medio y se forman triángulos rectángulos cuyos catetos

miden la mitad de las diagonales”. Otro aspecto que queda en manifiesto es la ligereza de las respuestas basadas en la falta de análisis de las mismas.

Tabla 60. ¿Hay diferencias en la amplitud de los ángulos del polígono inicial (rectángulo) y el polígono construido (rombo)? Explica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Interpretación de las representaciones dentro del mismo registro.	E1	.si hay diferencia los angulos del rectángulo miden 90° y los del rombo no miden 90°.	INCOMPLETO
	E2	Los angulos pueden cambiar su medida	INCOMPLETO
	E3	Si hay diferencia porque los angulos de rectángulo miden 90°	INCOMPLETO
	E4	Si hay diferencia por que los angulos son octusos y agudos	INCOMPLETO
	E5	Si hay diferencia por que los angulos son octusos y agudos	INCOMPLETO
	E6	Si hay diferencias por que los angulos del rectángulo miden 90° y los del rombo son odtusos y agudos	INCOMPLETO
	E7	Si puede haber diferencia en los angulos por que los abglos pueden cambiar su medida y que los gitudes barian	INCOMPLETO

De acuerdo a lo observado y analizado, se evidencia con este problema que los estudiantes no reconocen o no han estudiado las propiedades de los rombos; el estudio se ha quedado sólo en el reconocimiento de ellos sin llegar a analizar las propiedades, pero el hecho de que no lo hayan resuelto correctamente pone en manifiesto la debilidad en la identificación de las representaciones.

Tabla 61. ¿Qué relación observas entre el área del polígono inicial (rectángulo) y el área del polígono construido (rombo)? Explica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Deducir procedimientos entre las representaciones geométricas	E1	Que son la misma	INCOMPLETO
	E2	Que no varían que son congruentes	INCOMPLETO
	E3	Es la misma	INCOMPLETO
	E4	Que son iguales	INCOMPLETO
	E5	Que son iguales	INCOMPLETO
	E6	Que la area del rectangulo es el doble del rombo	INCOMPLETO
	E7	Porque son iguales	INCOMPLETO

El objetivo que se pretendía con este problema era que los estudiantes pudieran identificar la relación de área del rectángulo y el rombo, sin embargo las respuestas reflejan que en esta actividad todos los estudiantes se mostraron convencidos de que la recta que pasa por el centro del rectángulo lo divide en dos regiones de áreas iguales. Aquí utilizaron argumentos visuales donde rotaba el rectángulo. También usaron argumentos de congruencia de las figuras. Por ejemplo, una estudiante manifestó: “las áreas eran congruentes”; otro afirmó: “el rectángulo tiene el doble de área de un rombo” (usando aquí que las diagonales divide el rectángulo en cuatro triángulos congruentes): se dio a la búsqueda de argumentos para justificar las conjeturas. Por lo anterior expuesto se nota debilidad de identificación, puesto que por percepción visual y el uso del software como una herramienta de resolución de problemas se pudo llegar a concluir dicha respuestas.

FASE 3 EXPLICITACIÓN

ACTIVIDAD Nº 3

Se les entregó a los estudiantes un archivo en GeoGebra con un segmento dado previamente construido y una línea, se les pide entonces que intenten hacer una construcción buscando el tercer vértice sobre la línea y que aguante la prueba del arrastre.

Los estudiantes expresan de las siguientes maneras lo que están haciendo y observando en la pantalla:

P: Bueno, en el escritorio del PC van a encontrar una carpeta con el archivo “rombo”

P: Van a observar ¿Cómo lo construyeron?

E1: Primero puse un centro de punto y trace una perpendicular, luego trace líneas rectas hacia los vértices formando el rombo, después fui a polígono, después hice la prueba del arrastre.

P: ¿Qué paso?

E1: No aguantó la prueba del arrastre

Imagen 24. Archivo en GeoGebra con un segmento dado previamente construido y una línea para desarrollo de Actividad N° 3.



P: ¿Quién lo construyó que aguante la prueba del arrastre?

P: Recuerden que deben utilizar dos circunferencias (indicaciones previas).

E6: Primero seleccionamos punto de centro, después líneas perpendiculares, después punto de intersección, luego hicimos circunferencia, (con sus manos demuestra la forma de las circunferencias), luego fuimos a segmentos y unimos los vértices, luego fuimos a polígonos y realizamos la prueba del arrastre y aguantó.

P: ¡Muy bien!

Imagen 25. Demostración por medio de sus manos, la forma de las circunferencias por parte de una estudiante.



Los estudiantes por medio de la observación y la experimentación con el GeoGebra, después de varios intentos para construir el rombo, logran la construcción deseada, que a su vez aguantó la prueba del arrastre. El conocimiento adquirido por los estudiantes mediante el desarrollo de esta actividad, les permitió establecer la necesidad de utilizar ciertas propiedades del rombo como que tiene sus cuatro lados congruentes que usualmente no sabían. Una dificultad encontrada y de acuerdo a las manifestaciones de los estudiantes fue debido a que no leyeron, ni visualizaron bien la figura que se pretendía construir para resolver bien el problema.

E6 comparó el aumento o disminución de las longitudes de los lados con la forma de sus manos el cual se puede inferir que posee habilidad de interpretación de representaciones.

Posterior a la construcción del rombo, se les pidió a los estudiantes que sustentaran las preguntas que aparecían a continuación:

Tabla 62. Si el tesoro se encuentra sobre la pista rectilínea, ¿Dónde habría que cavar para encontrar el tesoro? Explica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Conjeturar mediante la experimentación a distinguir las características de las representaciones.	E1	En el vértice del rombo	INCOMPLETO
	E2	En el bertice del rombo	INCOMPLETO
	E3	En el vértice del rombo	INCOMPLETO
	E4	En la punta del rombo	INCOMPLETO
	E5	En la punta del rombo	INCOMPLETO
	E6	En la punta del rombo	INCOMPLETO
	E7	En la punta del rombo	INCOMPLETO

En conclusión, se pudo detectar que hubo dificultades al explicar el procedimiento para determinar el punto de cavar en un rombo. De esta manera en cuanto a la habilidad de tratamiento, se deduce que los estudiantes están débiles en dicha habilidad, a pesar que las verificaciones con el software permiten identificar algunas de las propiedades del rombo.

Tabla 63. ¿Y si el tesoro se encuentra en el otro vértice del rombo? Explica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Conjeturar mediante la experimentación a distinguir las características de las representaciones.	E1	En la mitad del rombo	ERROR
	E2	A el lado de el	ERROR
	E3	El tesoro estaría en la rectilinia	ERROR
	E4	Entonces la recta se encuentra en ese vértice y la rectilinia se encuentra al lado del vértice	ERROR
	E5	También se encuentra	ERROR
	E6	La rectilinia se encuentra al otro lado	ERROR
	E7	La rectilinia esta ai	ERROR

Una dificultad observada en este problema en términos generales es, que se evidencia debilidad en la habilidad de conversión del registro geométrico al lenguaje natural, puesto que se observa en las respuestas de los estudiantes, que fallaron en la interpretación y ubicación de los valores de los vértices señalados

por el rombo. Se hace evidente la necesidad de profundizar más sobre las propiedades de los rombos,

Tabla 64. ¿En qué punto se cortan las diagonales del rombo? Explica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Deducir procedimientos entre las representaciones geométricas.	E1	En la mitad del rombo	INCOMPLETO
	E2	En la mitad del rombo	INCOMPLETO
	E3	En la mitad del rombo	INCOMPLETO
	E4	En la mitad del rombo	INCOMPLETO
	E5	En la mitad del rombo	INCOMPLETO
	E6	En la mitad del rombo	INCOMPLETO
	E7	En la mitad del rombo	INCOMPLETO

De acuerdo a las respuestas brindadas por los diferentes estudiantes, se concluye que supusieron el concepto de diagonal de un rombo basado en decir que “se cortan en la mitad del rombo”, además se observa que desarrollaron la habilidad de identificación, porque dedujeron el punto de corte de las diagonales en un rombo, pero son muy escasas sus justificaciones basadas en un lenguaje geométrico propio del conocimiento.

Tabla 65. ¿Qué ángulo forman las diagonales del rombo? Explica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Deducir procedimientos entre las representaciones geométricas.	E1	Rectos	INCOMPLETO
	E2	Ángulo recto	INCOMPLETO
	E3	Rectos	INCOMPLETO
	E4	Ángulos rectos	INCOMPLETO
	E5	Ángulos rectos	INCOMPLETO
	E6	Ángulos rectos	INCOMPLETO
	E7	Ángulos rectos	INCOMPLETO

El objetivo del problema era que los estudiantes evidenciaran la habilidad de conversión del registro geométrico al lenguaje natural y se observara la relación de sus diagonales, a pesar que todos identificaron la amplitud del ángulo por medio de la experimentación con el GeoGebra, no fueron capaces de argumentar sus deducciones con un lenguaje geométrico, se esperaba que sus conjeturas teóricamente dijeran, que las diagonales del rombo, al igual que las de cualquier

paralelogramo, se cortan en su punto medio, además entre ellas forman un ángulo de 90°. Estos resultados muestran que los estudiantes siguen fallando en las explicaciones de sus respuestas, es decir no utilizan un adecuado lenguaje geométrico que valide el problema planteado.

ACTIVIDAD Nº 4

Tabla 66. ¿Qué ocurre cuando Arrastras los vértices de las figuras construida?

CATEGORÍA	EST	VÉRTICE A	VÉRTICE B	VÉRTICE C	VÉRTICE D	SUBCATEGORÍA
Interpretación de las representaciones dentro del mismo registro.	E1	Se mueve la figura pero no se desbarata	Se mueve la figura pero no se desbarata	No se desbarata	No se mueve la figura	INCOMPLETO
	E2	Se mueve la figura pero no se desbarata	se mueve la figura pero no se desbarata	No se mueve	No se mueve	INCOMPLETO
	E3	Se mueve la figura pero no se desbarata	Se mueve la figura pero no se desbarata	No se desbarata	No se mueve la figura	INCOMPLETO
	E4	Se mueve la figura ni se desbarata	Se mueve la figura pero no se desbarata	No se mueve	No se mueve	INCOMPLETO
	E5	Se mueve la figura y no se desbarata	Si se mueve la figura	No se mueve la figura	No se mueve la figura ni se desbarata	INCOMPLETO
	E6	Se mueve la figura pero no se desbarata	Aguanta la prueba del arrastre	La figura no se mueve	La figura no se mueve	INCOMPLETO
	E7	Se mueve la figura pero no se desbarata	Se mueve la figura pero no se desbarata	La figura no se mueve	La figura no se mueve	INCOMPLETO

El objetivo del problema era que el estudiante mediante la prueba del arrastre comprobara que ocurre con los vértices de la figura construida anteriormente. Los estudiantes arrastraron los vértices A, B, C, D de la figura para identificar las variaciones de las medidas de sus lados y ángulos, sin embargo cuando realizaron

la descripción de lo observado no reconocieron explícitamente las propiedades del rombo.

Respondemos después de construir el rectángulo las siguientes preguntas:

Tabla 67. ¿Qué características observas en la figura? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Presentación de imágenes reales de figuras asociadas a conceptos geométrico	E1	Que tiene cuatro lados cuatro vértices cuatro ángulos.	INCOMPLETO
	E2	Que tiene cuatro ángulos cuatro lados y tiene dos diagonales	INCOMPLETO
	E3	Que tiene cuatro lados y dos líneas diagonales y miden igual y tiene cuatro lados iguales.	INCOMPLETO
	E4	Que tiene cuatro lados cuatro ángulos cuatro vértices dos diagonales	INCOMPLETO
	E5	Que tiene ángulos y dos diagonales	INCOMPLETO
	E6	Que tiene dos ángulos obtusos dos ángulos agudos	INCOMPLETO
		cuatro segmentos y dos puntos de intersección.	
E7	Que tiene dos lados opuestos y que tiene cuatro lados y cuatro bertises.	INCOMPLETO	

En conclusión, se pudo detectar que las respuestas expresadas por los estudiantes permiten llegar a las siguientes conjeturas: que existe innegable debilidad en la habilidad de conversión del registro geométrico al lenguaje natural, puesto que utilizan una inadecuada sintaxis (es la parte de la gramática que enseña a coordinar y unir las palabras para formar las oraciones), que nos ayudan a expresar ideas y conceptos, en pocas palabras, que impide justificar de manera apropiada sus ideas. Además todos los estudiantes utilizan en sus respuestas un lenguaje matemático, en la cual se limitaron a dar una lista de algunos elementos del rombo como vértices, lados y ángulos; considerando indudable confusión y desconocimiento de las propiedades fundamentales del rombo: tiene los cuatro lados iguales, sus ángulos iguales son los opuestos y sus diagonales son iguales y perpendiculares.

Tabla 68. ¿Qué relación tienen sus lados opuestos? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Reconoce u objeta figuras	E1	Que son paralelos y no se chocan	INCOMPLETO
	E2	Eso es la relación	ERROR

geométricas basándose en sus elementos constitutivos	E3	Los lados opuestos no se chocan	INCOMPLETO
	E4	Que son paralelos	INCOMPLETO
	E5	Que son paralelos	INCOMPLETO
	E6	Que son paralelos y rectos	INCOMPLETO
	E7	Que son paralelos	INCOMPLETO

En general, algunos estudiantes presentaron problemas para desarrollar la habilidad de identificación de representaciones, es decir la percepción y la observación fueron estrategias empleadas para la resolución del problema planteado. Sin embargo para visualizar un concepto es necesario interpretar y entender la información figurativa sobre este concepto de lados opuestos, debido a que los estudiantes no interpretaron ni entendieron concretamente la información, tampoco la manipularon concretamente.

Tabla 69. ¿Qué relación tienen sus lados consecutivos? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Reconoce u objeto figuras geométricas basándose en sus elementos constitutivos	E1	Que son perpendiculares y se chocan	INCOMPLETO
	E2	Es que tiene cuatro puntos puntos cuatro angos y cuatro bertices.	INCOMPLETO
	E3	Son líneas perpendiculares y se chocan	INCOMPLETO
	E4	Que son perpendiculares y se chocan	INCOMPLETO
	E5	Que son perpendiculares y se chocan	INCOMPLETO
	E6	Que son perpendiculares y se chocan	INCOMPLETO
	E7	Que son perpendicular y se chocan	INCOMPLETO

En cuanto a la habilidad de interpretación y conversión de representaciones, los resultados utilizando figuras geométricas presentaron dificultades, lo que verifica nuevamente la falta de interpretación del lenguaje geométrico, las respuestas realizadas están influenciadas por la forma (líneas perpendiculares) y no por las propiedades; así mismo la manera en que los estudiantes se les han inducido los conceptos de las propiedades del rombo (Objeto de estudio) durante el proceso hasta aquí realizado. Además otros estudiantes relacionaron los lados consecutivos de un rombo con los lados perpendiculares y sus argumentos son coherentes, pero sin ningún lenguaje geométrico apropiado para validar la solución del problema.

Tabla 70. ¿Cuál es la relación existente entre los ángulos del Rombo? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Reconoce u objeta figuras geométricas basándose en sus elementos constitutivos	E1	Que son dos angulos obtusos y dos agudos.	CORRECTO
	E2	Que miden 90°	INCOMPLETO
	E3	Que son iguales	INCOMPLETO
	E4	Que son iguales	INCOMPLETO
	E5	Que son iguales sus angulos	INCOMPLETO
	E6	Que hay el rombo donde esta mas abierto se forma las angulos adtusos y donde esta cerrado se forma los angulos agudos	CORRECTO
	E7	Que son opuestos	INCOMPLETO

En este problema los estudiantes utilizaron las habilidades de identificación de representaciones como un medio que les facilitó el entendimiento de cada una de las relaciones entre los ángulos del rombo y esto se demuestra en las estrategias seguidas para dar respuestas al interrogante: “que son iguales” ángulos agudos y obtusos” esto comprueba que su estudio sólo se ha quedado en el reconocimiento de la figura, mas no en el analizar más sobre dicha figura.

Tabla 71. ¿Cómo son los lados del Rombo? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Argumenta desde la conversión de representaciones al lenguaje geométrico	E1	Son rectos	INCOMPLETO
	E2	Que son rectos y miden siempre igual	CORRECTO
	E3	Que son iguales que miden igual	INCOMPLETO
	E4	Iguales	INCOMPLETO
	E5	Son paralelos y no se chocan	INCOMPLETO
	E6	Son iguales	INCOMPLETO
	E7	Son paralelos por que no se chocan	INCOMPLETO

Las repuestas dadas por algunos estudiantes permiten llegar a la conclusión que reconocen por percepción visual una de las propiedades fundamentales del rombo (lados iguales). Pero al desarrollar la habilidad de conversión del registro geométrico al lenguaje natural se evidencia debilidad en dicha habilidad, puesto que ninguno realiza una explicación conforme con el lenguaje matemático que amerita la validación de la respuesta para admitir o refutar la teoría planteada.

Con las relaciones que encontraste en los puntos anteriores. Define el Rombo. Justifica tu respuesta.

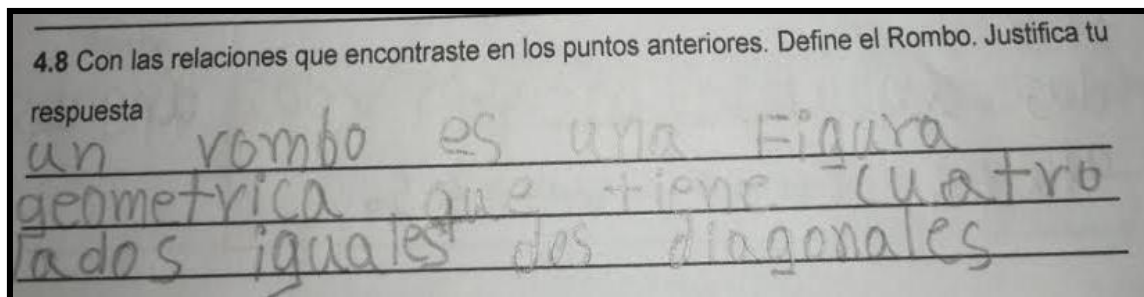
Tabla 72. Definición de rombo por parte de los estudiantes

CATEGORIA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORIA
Argumenta desde la conversión de representaciones al lenguaje geométrico.	E1	Que tiene cuatro lados dos diagonales dos lados opuestos y lados consecutivos cuatro vértices dos angulos obtusos y agdos y es na figura geométrico.	INCOMPLETO
	E2	La relaion es que tiene sus lados opuestos y consecutivos	INCOMPLETO
	E3	Es una figura geométrica y tiene cuatro lados y dos diagonales y lineas paralelas	INCOMPLETO
	E4	Que tiene lados opuesos lados consecutivos tiene angulos iguales tiene lineas perpendiculares y paralelas	INCOMPLETO
	E5	Que tiene cuatro lados miden igual y que algunos se chocan pero si se voltea queda un cuadrado	INCOMPLETO
	E6	Es una figura geométrica que tiene cuatro lados iguales dos diagonales dos angulos odusos dos agudos cuatro vértices	INCOMPLETO
	E7	Que tiene sus lados opuestos y consecutivos	INCOMPLETO

En general se puede decir que los estudiantes reconocen un rombo, lo que permite concluir que su nivel es de solamente reconocimiento por la forma y no por algunos conceptos y propiedades. En cuanto a las habilidades en la conversión del registro geométrico al lenguaje natural, se deduce que poseen debilidad en dicha habilidad, así utilice un lenguaje cotidiano para expresar sus justificaciones.

A continuación se muestra las respuestas del estudiante E6.

Imagen 26. Respuestas del estudiante E6.



El estudiante E6 define el rombo mediante una enumeración exhaustiva de sus propiedades, es decir es capaz de establecer propiedades mínimas que contribuye al desarrollo del lenguaje formal para expresar sus justificaciones, además están guiadas a no utilizar propiedades en sus argumentos utilizando expresiones como “cuatro lados”, “dos diagonales”, que limitan la respuesta del estudiante.

FASE 4 ORIENTACIÓN LIBRE

ACTIVIDAD Nº 5

Se les entregó a los estudiantes un archivo en GeoGebra para producir una construcción de rombo conociendo la diagonal mayor (AB) y uno de sus lados (AD), que aguante la prueba del arrastre.

Los estudiantes expresan de las siguientes maneras lo que están haciendo y observando en la pantalla:

P: Tienen un archivo llamado rombo 1, allí van encontrar una figura construida. Van a construir un rombo que aguante la prueba del arrastre.

P: ¿Quién quiere explicar su construcción?

E7: Yo

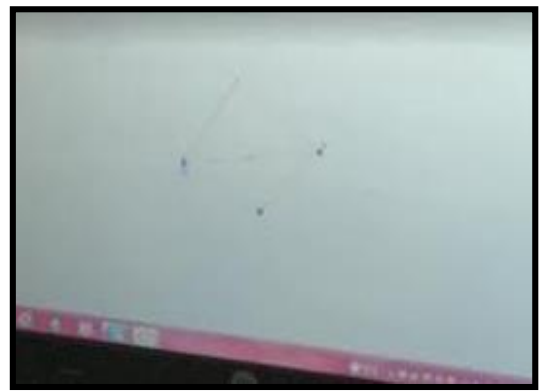
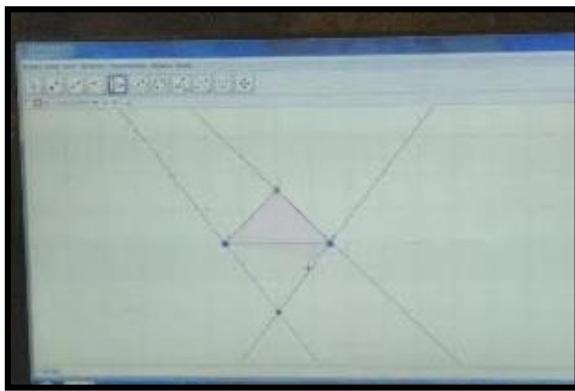
P: Listo, van a escuchar al E7

E7: Primero tracé una línea al punto D, luego otra línea al punto B, luego otra línea al punto A, luego polígono.

P: ¿Aguantó la prueba del arrastre?

E7: No, me quedo mal construido

Imagen 27. Expresión por parte de los estudiantes, con respecto a lo que hacen y ven reflejado en la pantalla del computador.

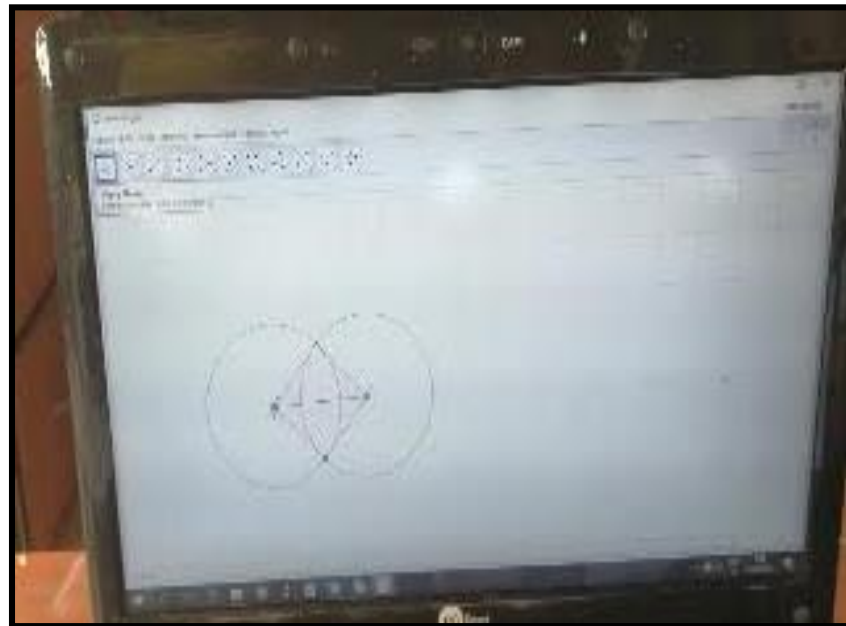


P: Ahora van a escuchar a otro compañero

E6: Primero me salió un segmento AB, que le hice punto centro, luego le tracé una circunferencia, luego fui a segmento, luego unimos vértices, luego fui a polígono, luego hice la prueba del arrastre y aguantó.

P: Listo, felicitaciones

Imagen 28. Construcción del rombo por medio de los estudiantes, tras varios intentos.



Los estudiantes por medio de la observación y la experimentación con el GeoGebra, después de varios intentos para construir el rombo, logran la construcción deseada, que a su vez aguantó la prueba del arrastre. El conocimiento adquirido por los estudiantes mediante el desarrollo de esta actividad les permitió establecer la necesidad de utilizar ciertas propiedades de los rombos como que todos sus lados son iguales, dar nombre a los puntos, a los lados, a los segmentos y rectas que usualmente desconocían.

Tabla 73. ¿Es posible encontrar siempre un punto C y D de manera que ABCD sea Rombo? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada	E1	Si porque se pueden unir con una diagonal	INCOMPLETO
	E2	Si es posible encontrar	INCOMPLETO
	E3	Si porque se puede unir	INCOMPLETO
	E4	Si porque se puede unir el rombo	INCOMPLETO
	E5	Si porque el rombo tiene cuatro lados	INCOMPLETO
	E6	Si porque todos sus lados deben tener un nombre de manera sea rombo	INCOMPLETO
	E7	Si es posible	INCOMPLETO

Este problema visualizó la figura como parte de un rombo incompleto, al que le faltaba un trozo de la forma, por lo que sus estrategias seleccionadas fue completar la figura hasta formar el rombo, luego se refleja la existencia de la habilidad de tratamiento de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada, es decir construido a través de los conocimientos, además de poder identificar estrategias adecuadas para la resolución del problema. Las respuestas de los estudiantes demuestran que persiste debilidad en el lenguaje natural, ninguno justificó dentro de sus argumentos los procesos que utilizaron para dar solución al problema planteado.

Tabla 74. Enuncien las condiciones que debe cumplir C y D. Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada	E1	Se una vértice con vertice	INCOMPLETO
	E2	La lineas bien rectas	INCOMPLETO
	E3	Que unan vértices con vértices	INCOMPLETO
	E4	Que aguante la prueba del arrastre	INCOMPLETO
	E5	Que aguante la prueba del arrastre	INCOMPLETO
	E6	Que una se mueba y la otra no	INCOMPLETO
	E7	Que este bien echo y que las lineas tanvien	INCOMPLETO

Ninguno de los estudiantes muestra de manera evidente la conclusión a la que llegan luego de encontrar los puntos para formar un rombo. Al analizar la habilidad de identificación, encontramos que hay debilidades en cada uno de los estudiantes en este aspecto, por cuanto sus deducciones son débiles, su lenguaje natural no es pertinente y sus argumentos son cómodamente discutibles. Así mismo, es indudable que ninguno de los estudiantes para justificar presentó dentro de sus argumentos los procesos que usaron para dar solución al problema.

Tabla 75. ¿Cómo son las diagonales del Rombo que construiste? Justifique su respuesta

CATEGORÍA	EST	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Deducir procedimientos entre las representaciones geométricas	E1	Las diagonales del rombo son perpendiculares por que no se chocan	INCOMPLETO
	E2	Son rectas	INCOMPLETO
	E3	Son perpendiculares se chocan	INCOMPLETO
	E4	Perpendiculares cruzan y crean un punto	INCOMPLETO

		en el centro	
	E5	Que son iguales que siempre ban a chocar	INCOMPLETO
	E6	Son perpendicualres y en el centro esta la viceca	INCOMPLETO
	E7	Son rectos	INCOMPLETO

Para analizar la habilidad de identificación en este ítem se requiere identificar lo que los estudiantes han escrito al momento de justificar, se observó si el estudiante al explicar su respuesta expresa razones verdaderas que validen el lenguaje matemático en la comunicación de ideas. Con respecto a esta habilidad se analizó que algunos estudiantes tuvieron muchas dificultades para buscar una justificación o argumento que validara su respuesta. Las respuestas de algunos estudiantes están basadas en decir “son perpendiculares”, pero no expresan conceptos como que sus diagonales tiene dos diagonales (D y d) perpendiculares y que se cortan en el centro del rombo. D es la diagonal mayor y d la diagonal menor. Además los términos utilizados por algunos estudiantes son sin mucha propiedad y sus argumentos se presentan con desaciertos al momento de dar solución al problema planteado.

FASE 5 INTEGRACIÓN

ACTIVIDAD 6.

Complete el siguiente cuadro con los conceptos de las propiedades del rombo.

Tabla 76. Conceptos de cada estudiante sobre propiedades del rombo

CATEGORÍA	EST	PROPEDADES DE LOS ÁNGULO	PROPIEDADES DE LOS LADOS	PROPIEDADES DE LAS DIAGONALES	SUBCATEGORÍA
Identifica conceptos geométricos que permiten resolver problemas	E1	Son obtusos y agudos	Midan la misma longitud	Sean consecutivas.	INCOMPLETO
	E2	Miden 90°	Son rectos	Que están bien	INCOMPLETO
	E3	Son octusos y agudos	Miden lo mismo	Son dos lados	INCOMPLETO
	E4	Algunos angulos miden	Lados iguales	Dos diagonales iguales	INCOMPLETO

		igual			
	E5	Que obtusos y agudos son y	Que son iguales	Se cruzan y crean punto en el centro	INCOMPLETO
	E6	Que obtusos son y agudos	Que son rectos y miden igual	Que son perpendiculares	INCOMPLETO
	E7	Que miden 90°	Que son rectos iguales	Que son rectos	INCOMPLETO

Este ítem fue planteado para determinar la habilidad de interpretación de los estudiantes, para que mediante el diagrama adquirieran una visión global de lo aprendido. Esto da cuenta de que todos los estudiantes tuvieron la capacidad de identificar los elementos del rombo y reconocer el rombo como una figura geométrica con ciertas propiedades que lo diferencian de otras, tales como todos los lados iguales, las diagonales respectivamente perpendiculares, las diagonales son bisectrices de los ángulos internos y la recta que une los vértices opuestos es eje de simetría.

4.4 ANÁLISIS PRUEBA FINAL

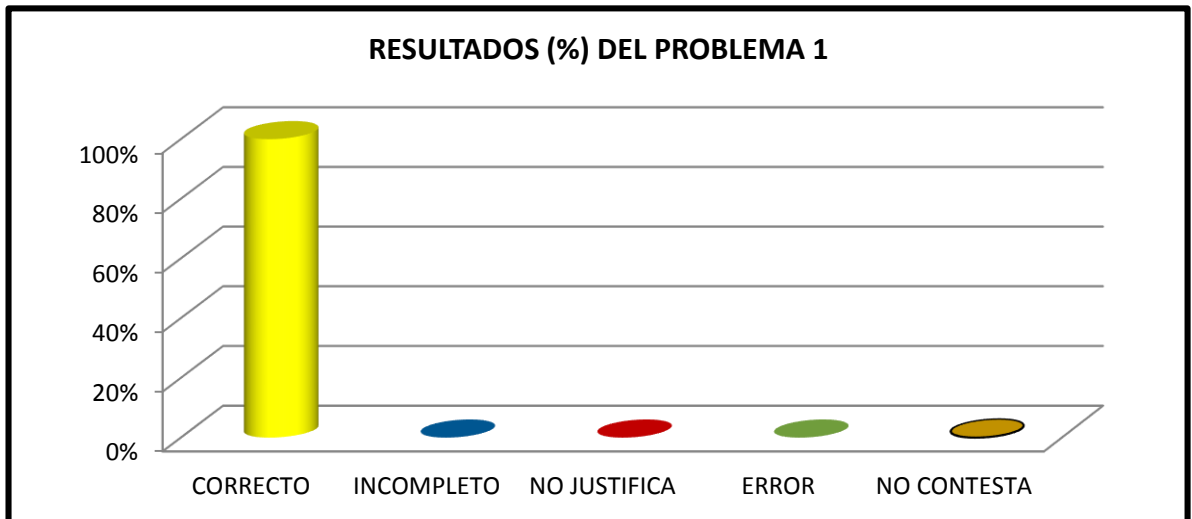
En esta parte se analizará los mismos ítems de la prueba diagnóstica puesto que estas pruebas fueron las mismas.

Tabla 77. Análisis de pruebas diagnósticas de cada estudiante

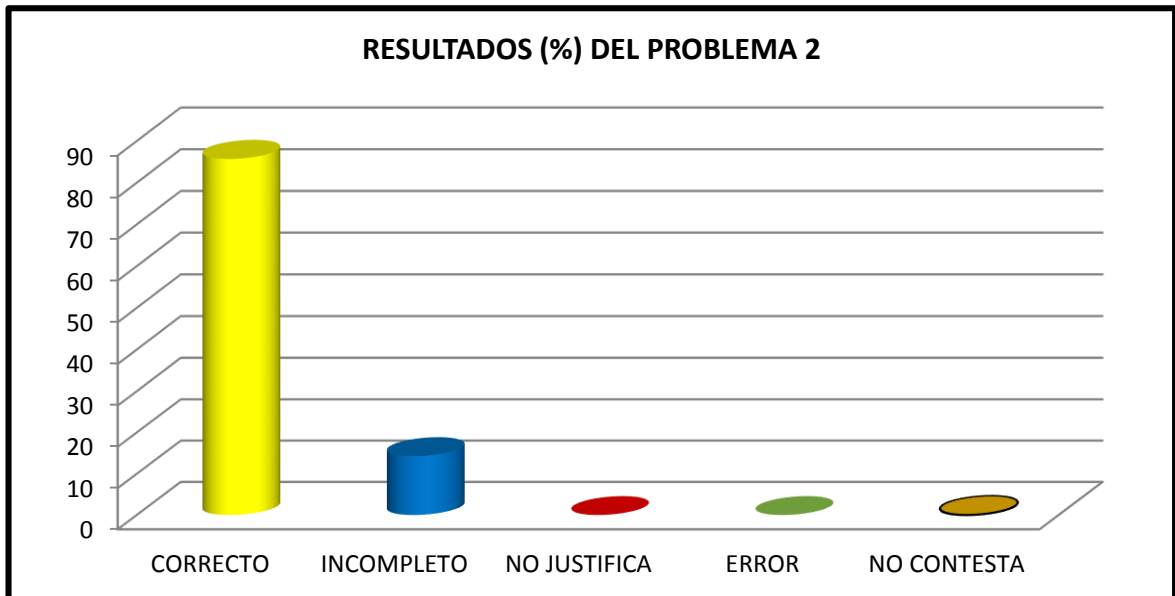
EST	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
E1	C	C	C	C	C	I	C	C	I	C
E2	C	C	C	C	C	I	I	C	I	C
E3	C	C	C	C	C	I	C	C	I	C
E4	C	C	C	C	C	I	C	C	I	C
E5	C	I	C	C	C	I	C	C	I	C
E6	C	C	C	C	C	C	C	C	I	C
E7	C	C	C	C	C	I	C	C	I	C

Nota: Categoría (CORRECTO letra **C**), categoría (INCOMPLETO letra **I**), categoría (SIN JUSTIFICAR letra **SJ**) categoría (ERROR letra **E**), y categoría (NO CONTESTA letra **NC**).

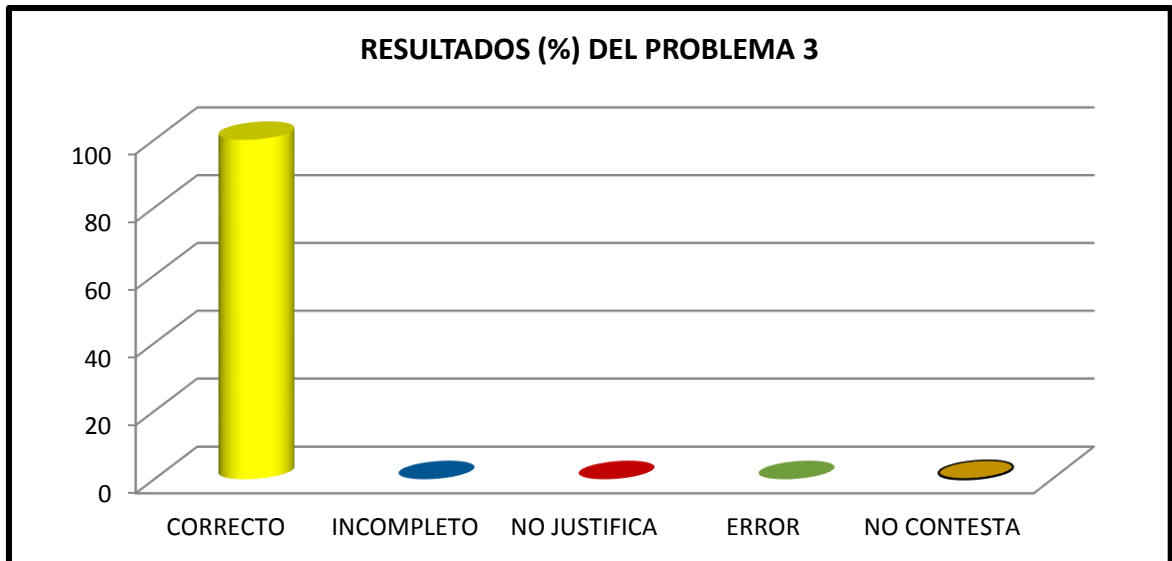
Gráfica 15. Problema N° 1: Reconocer los polígonos por sus ángulos, vértices y lados paralelos y perpendiculares.



Gráfica 16. Problema N° 2: Diagonales de un polígono.



Gráfica 17. Problema N° 3: Propiedades del paralelogramo.



Gráfica 18. Problema N°4: Identificar la forma de la figura (rectángulo) que se describe al mover dos palitos de igual medida



Gráfica 19. Problema N° 5: Propiedades del cuadrado.



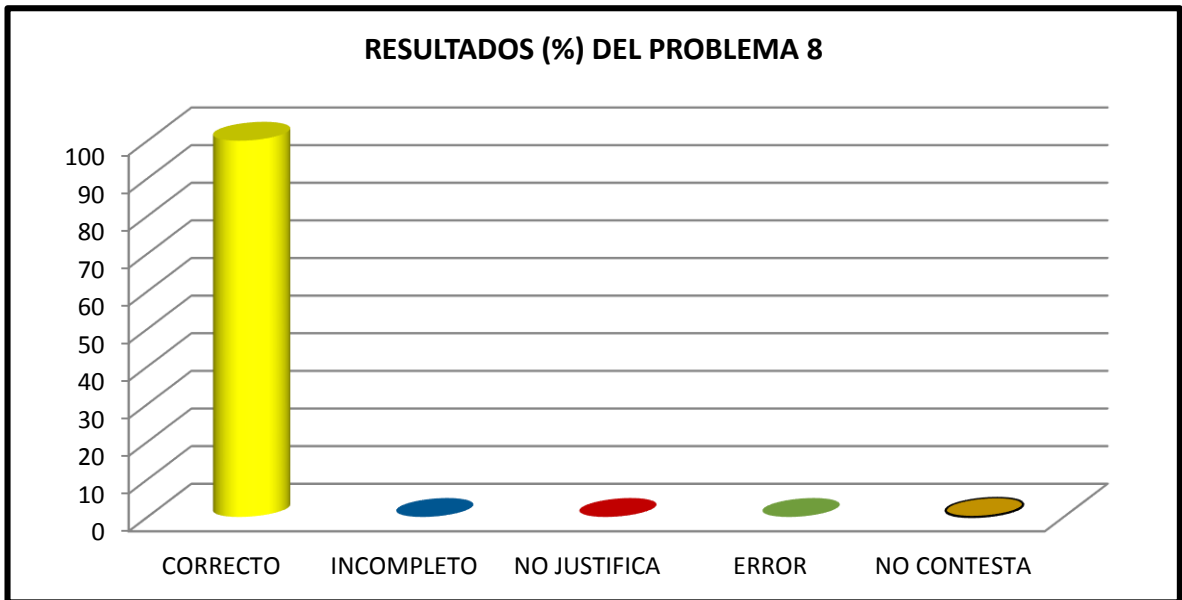
Gráfica 20. Problema N° 6: Propiedades del rectángulo



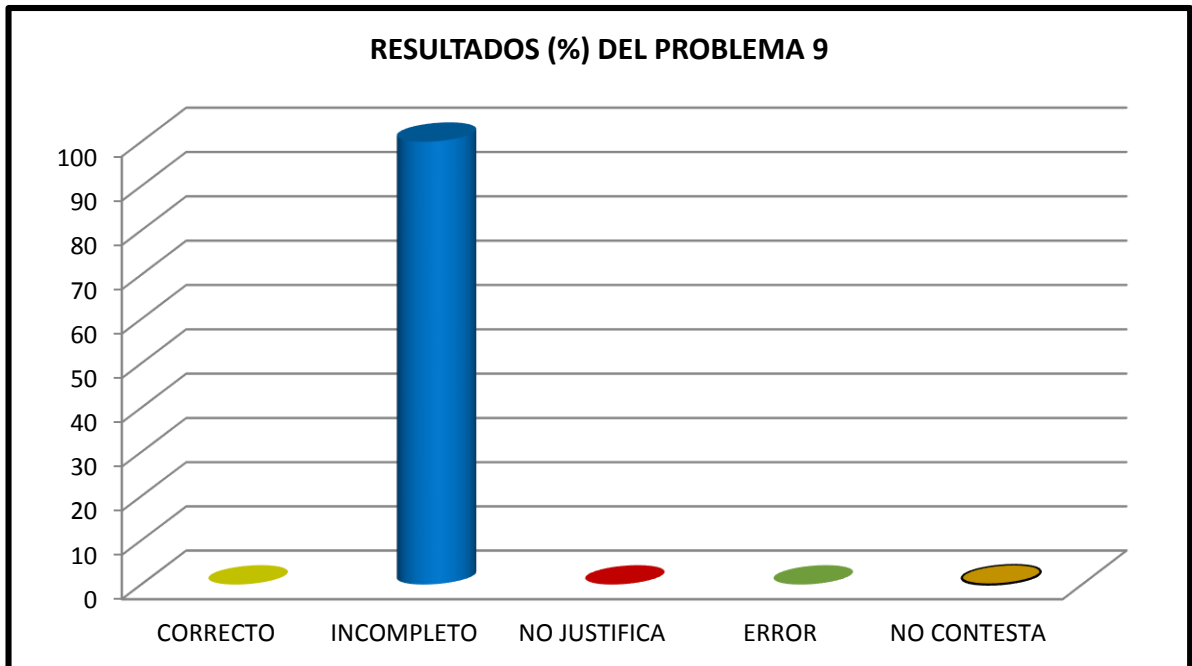
Gráfica 21. Problema N° 7: Propiedades del paralelogramo



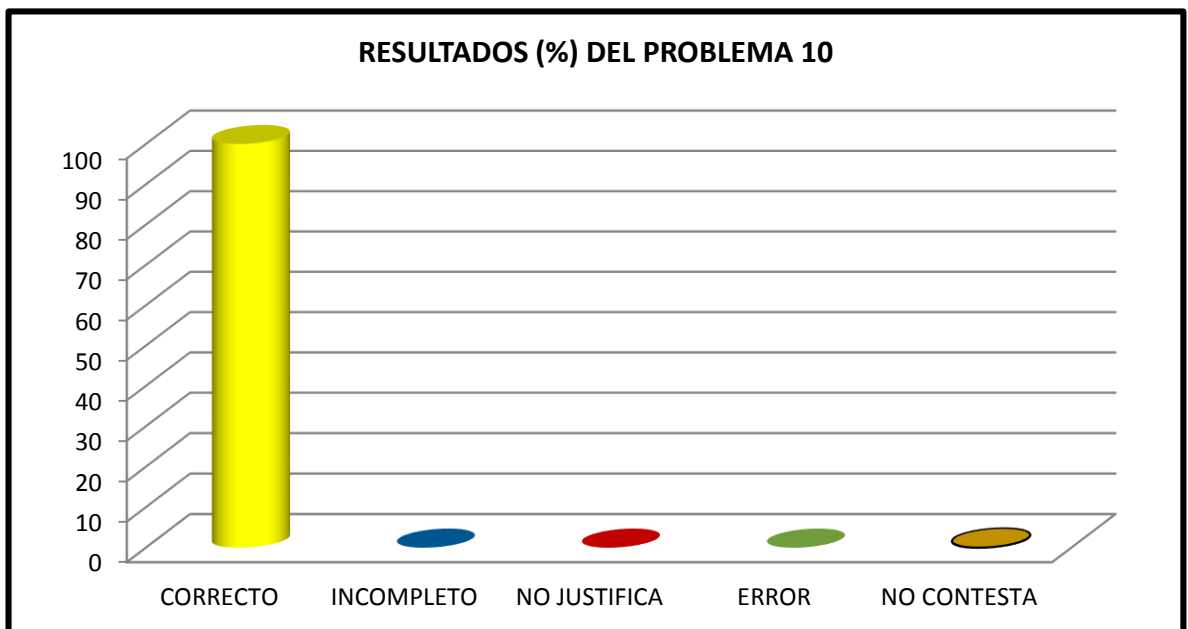
Gráfica 22. Problema N° 8: Propiedades del rombo



Gráfica 23. Problema N° 9: Relación de propiedades entre el cuadrado y el rombo.



Gráfica 24. Problema N° 10. Seleccionar la forma que tiene un cuadrilátero (rectángulo) según sus propiedades.

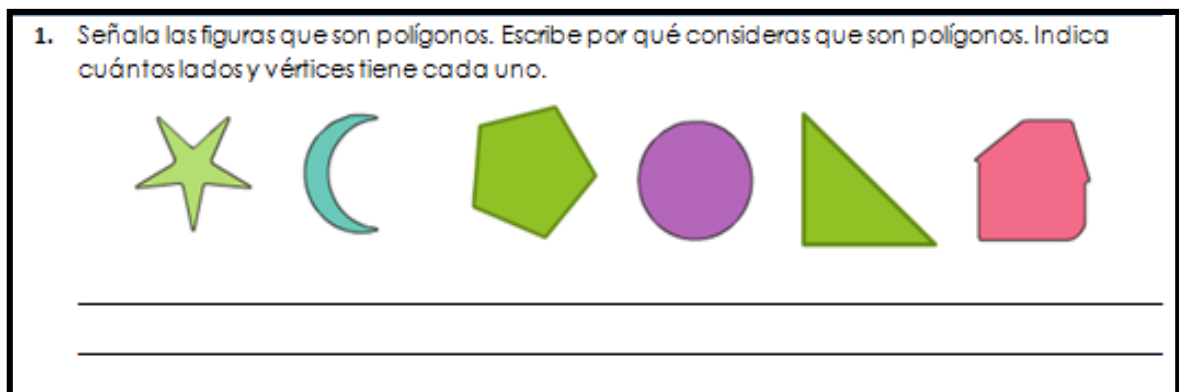


La mayoría de estudiantes en la prueba final, justificaban sus respuestas basadas, por ejemplo en el ítem 1, al considerar “lados rectos” para caracterizar a un polígono, conocen la respuesta, y la justifican de manera adecuada. También, observamos aciertos comunes en las respuestas de los estudiantes, como por ejemplo en el ítem 2, el hecho de identificar las diagonales de un polígono. En cuanto a los ítems 5, 6, 7, 8, y 9 los estudiantes, recurren a las propiedades de los cuadriláteros para justificar sus respuestas, usando el simbolismo de conversión del registro gráfico al lenguaje natural.

Los resultados obtenidos nos permite concluir que finalizando las actividades, los estudiantes se encuentran satisfactoriamente desarrollando las habilidades en el proceso de representación, por el hecho que sus respuestas muestran que usan propiedades y pueden explicar las figuras geométricas, es decir, ven las relaciones lógicas del tratamiento entre las propiedades de una figura entre registros gráficos y geométricos.

A continuación se presentan los resultados y el análisis respectivos:

Figura 21. Resultados Pregunta N° 1

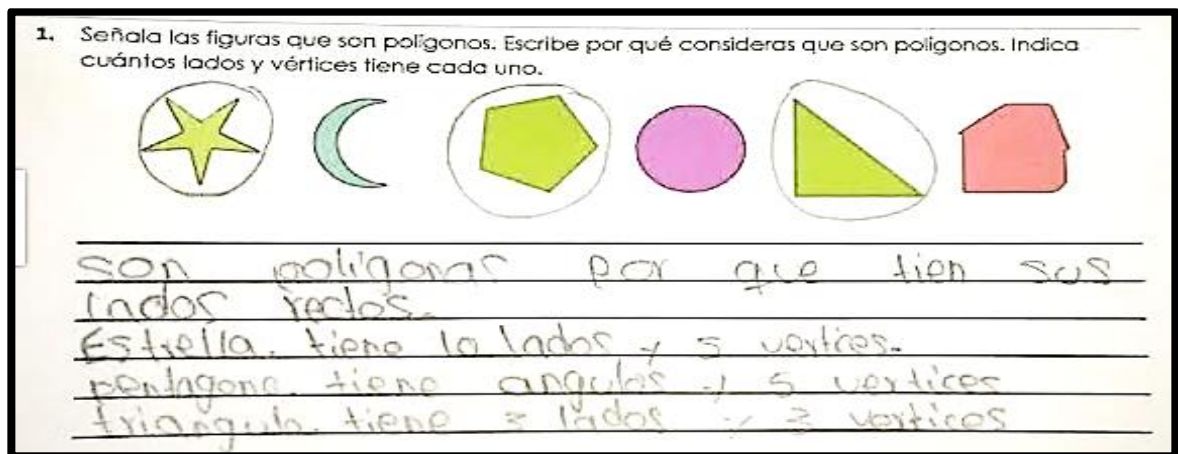


Se observa que los estudiantes tienen habilidad en la identificación de los Polígonos puesto que seleccionaron las figuras correctamente. En este problema

se observa un avance en sus respuestas respecto a la prueba diagnóstica, porque, las selecciones que realizaron fueron totalmente correctas estimando que los estudiantes tienen habilidad para identificar las propiedades de un polígono.

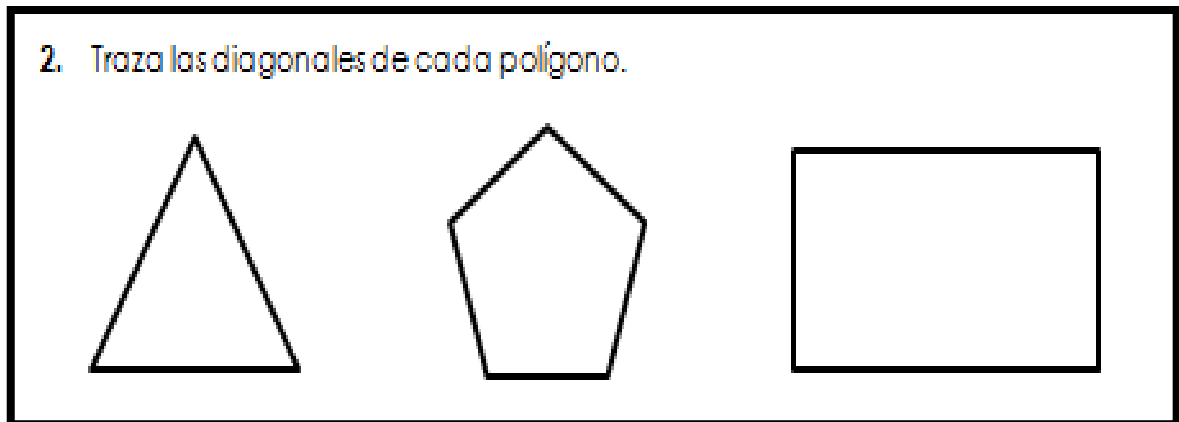
Es importante mencionar la siguiente definición de polígono que realiza E1:

Figura 22. Definición del polígono por parte de estudiante E1



En esta respuesta se observa que el estudiante E1, al momento de identificar la elección de las figuras que eran polígonos señala correctamente, pero al momento de definir que son los polígonos dice: "tiene lados rectos" identificando una propiedad de los polígonos, por consiguiente demostró habilidad en la conversión de una representación, al indicar los lados rectos posee cada figura, por lo tanto demuestra desarrollo de las habilidades de interpretación de representaciones para desarrollar competencias geométricas.

Figura 23. Respuesta Pregunta N° 2



Todos los estudiantes, trazan adecuadamente las diagonales de cada polígono, demostrando que desarrollaron adecuadamente la habilidad de identificación de las diagonales de los polígonos. Se observa un avance en las respuestas respecto a la prueba diagnóstica, se deduce, que poseen una interpretación global de la situación y de reconocimiento de los parámetros de diagonales de la figura geométrica.

A continuación se muestra la respuesta de E2:

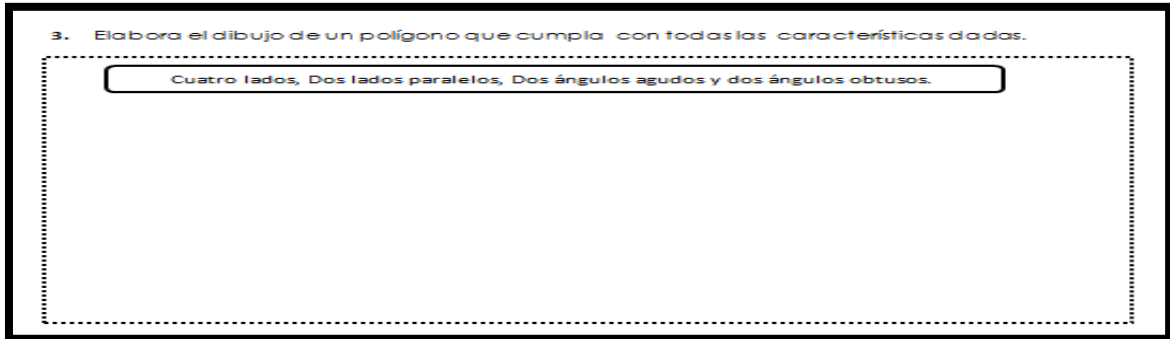
Figura 24. Respuesta dada por estudiante E2.



Esta respuesta refleja que E2 identifica las diagonales de un polígono, puesto que traza la diagonal de un rectángulo, además al pentágono le trazó cinco diagonales, que coinciden con los vértices de la figura, por lo tanto da muestra que comprende

todos los conceptos de diagonal que van implícitos, es decir ha desarrollado la habilidad de identificación en un problema planteado.

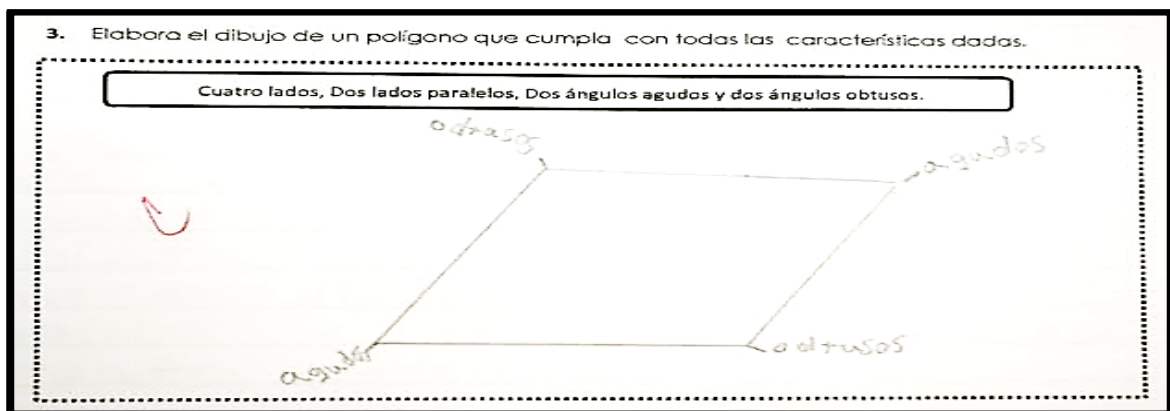
Figura 25. Respuesta a Pregunta Nº 3



Todos los estudiantes elaboraron de manera correcta el polígono cumpliendo con las pautas dadas para su construcción, notándose que han desarrollado el proceso de habilidad en conversión de un problema planteado. Observándose, un avance en sus respuestas respecto a la prueba diagnóstica.

A continuación se muestra la respuesta de un estudiante E6.

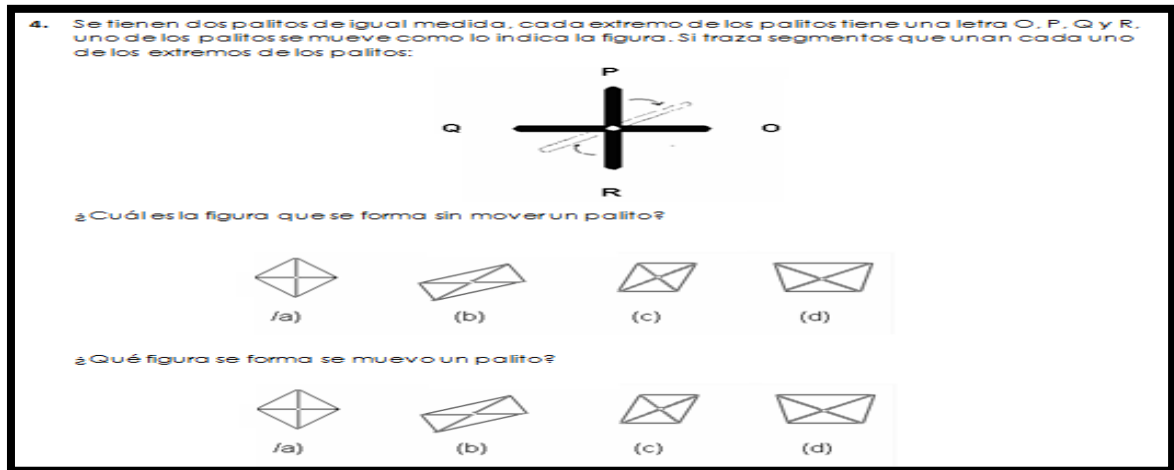
Figura 26. Respuesta por parte del estudiante E6



Esta respuesta refleja que este estudiante es capaz de establecer las propiedades básicas esenciales de un polígono, es decir, el estudiante tiene fortalezas en las

habilidades de conversión del lenguaje natural al registro geométrico, porque utilizó un dibujo apropiado.

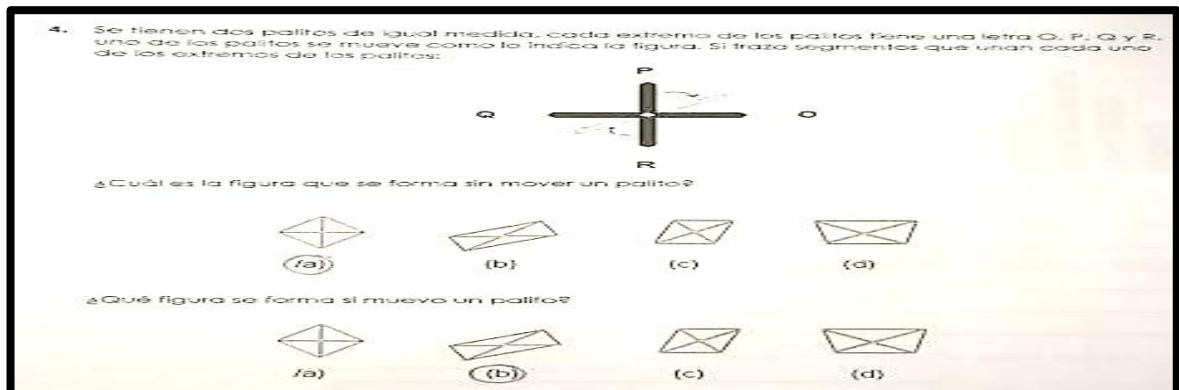
Figura 27. Ilustración a Pregunta N° 4



Todos los estudiantes no tuvieron dificultades para contestar el ítem 1 y 2, básicamente. En ambos casos, se observa un avance significativo en las respuestas de este ítem respecto a la prueba diagnóstica, porque identificaron y realizaron la conversión del problema, lo cual generó respuestas correctas.

A continuación se muestra la respuesta de E3:


Figura 28. Respuesta por parte de estudiante E3 a pregunta 4



Esta respuesta muestra que E3 cuando se le pidió que moviera un palito hacia la derecha y que figura se formaría respondió correctamente, es decir presentó desarrollo de la habilidad de identificación y conversión del lenguaje natural al registro gráfico y al registro geométrico.

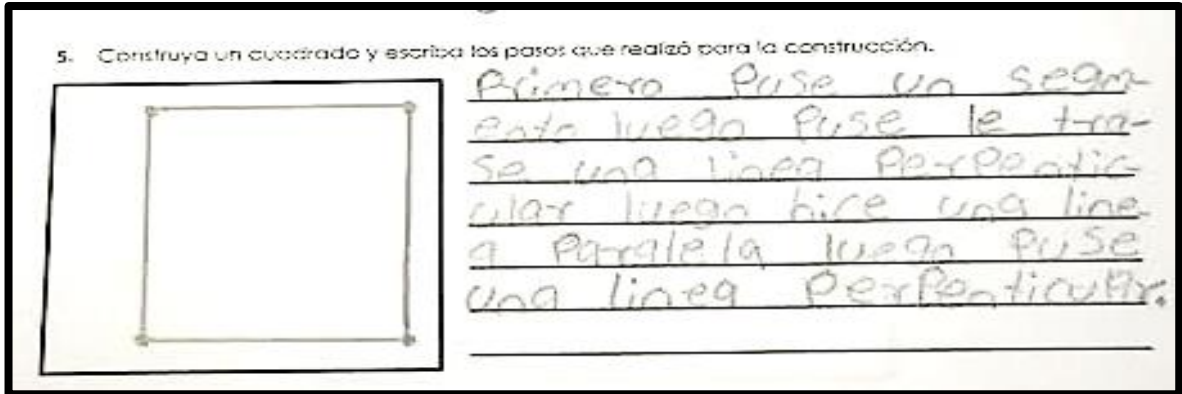
Figura 29. Ilustración de Pregunta N° 5

5. Construya un cuadrado y escriba los pasos que realizó para la construcción.



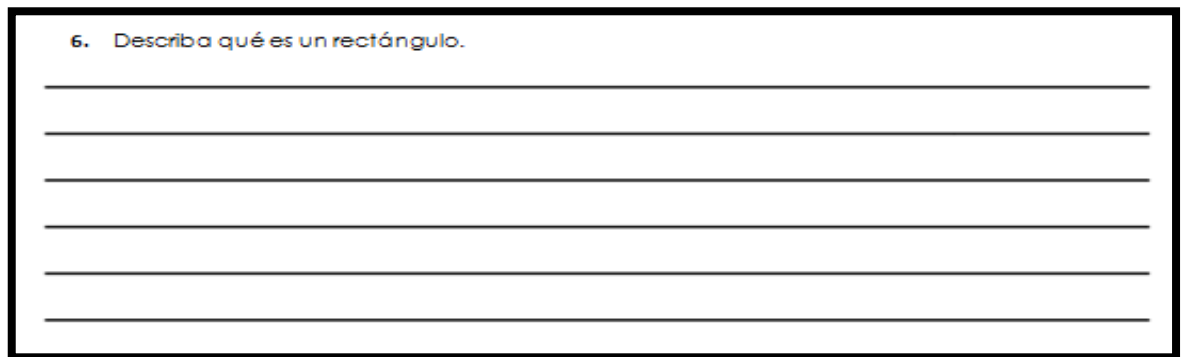
En cuanto a la parte (a) de este ítem, todos los estudiantes proporcionaron respuestas correctas dibujando el cuadrado. Además, todos los estudiantes justifican de manera adecuada los pasos para la construcción de un cuadrado, el cual utiliza un lenguaje natural apropiado para validar la respuesta con expresiones como: “línea paralelas”, “línea perpendiculares” pero aún les falta mejorar en su sintaxis, un aspecto importante para tener en cuenta a la hora de comunicarse escitamente.

Figura 30. Respuesta a Pregunta 5 por estudiante E5



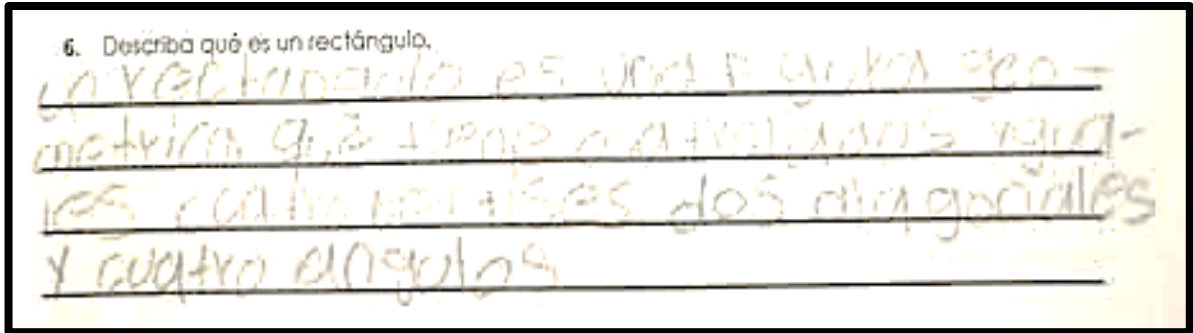
Esto refleja que E5 es capaz de reconocer las propiedades esenciales de las figuras geométricas mediante la observación del dibujo que el mismo ha plasmado. Además, el uso de las propiedades es explícito, tuvo habilidad para buscar una justificación o argumentó que valide su respuesta. Se nota una habilidad de conversión del registro geométrico al lenguaje natural.

Figura 31. Ilustración de Pregunta N° 6



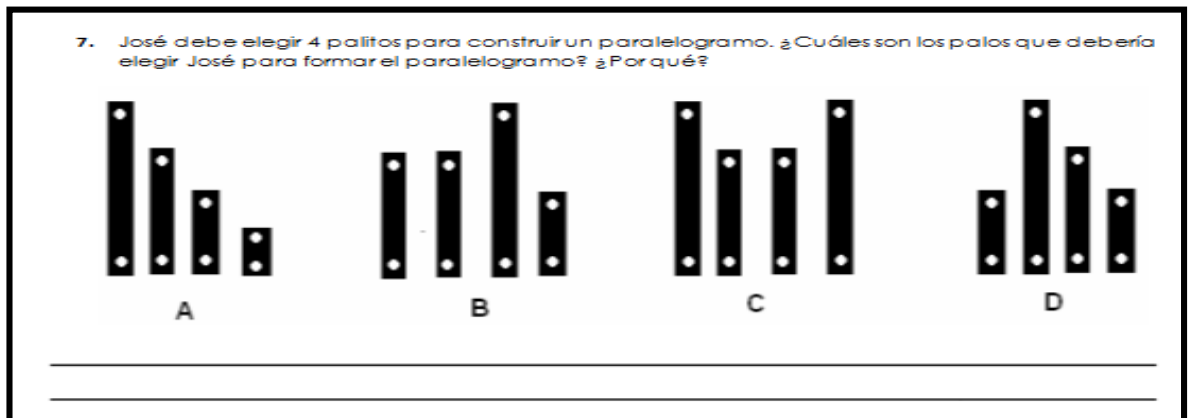
En cuanto a las respuestas de los estudiantes también se observa, un avance significativo en las respuestas de este ítem respecto a la prueba diagnóstica, porque están guiadas a utilizar un sin número de elementos y propiedades del rectángulo en sus argumentos utilizando expresiones como “cuatro ángulos”, “lados iguales” y “cuatro vértices”, A continuación se muestra las respuestas del estudiante E7, reafirmando de esta manera lo descrito líneas arriba.

Figura 32. Respuesta a pregunta 6 por estudiante E7



Esta respuesta refleja que se evidenció una clara habilidad de identificación y en el tratamiento entre el mismo registro de representación. Por un lado, que E7, identifica la forma de un rectángulo. Además, es capaz de utilizar el lenguaje natural válido para justificar su respuesta, debido a que utiliza conceptos sobre los elementos y propiedades de los rectángulos como “cuatro vértices y dos diagonales”.

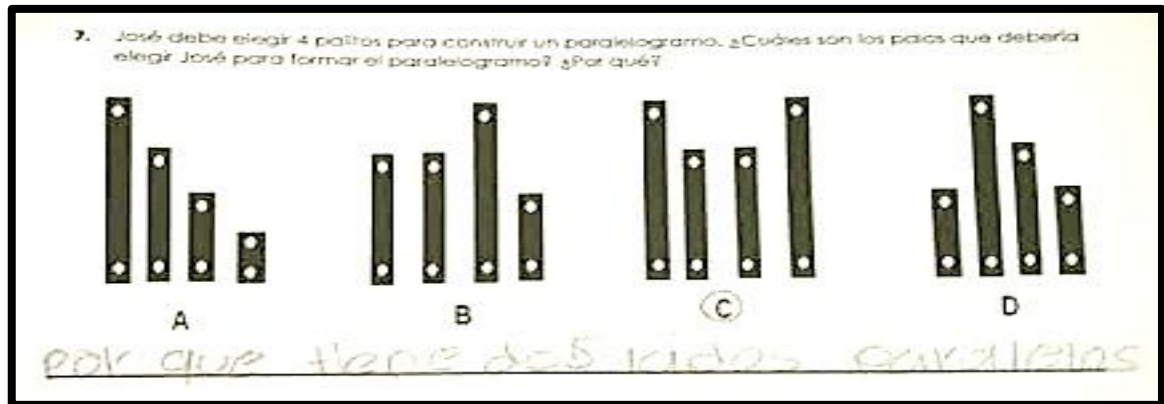
Figura 33. Ilustración de la Pregunta N° 7



Todos los estudiantes, consideran que la alternativa C es la respuesta correcta, el cual acertaron correctamente. También se observa, un avance en las respuestas de este ítem respecto a la prueba diagnóstica. Además, casi todos justificaron adecuadamente su respuesta nombrando una de las propiedades del paralelogramo como “tiene dos lados paralelos”, asimismo, el vocabulario que

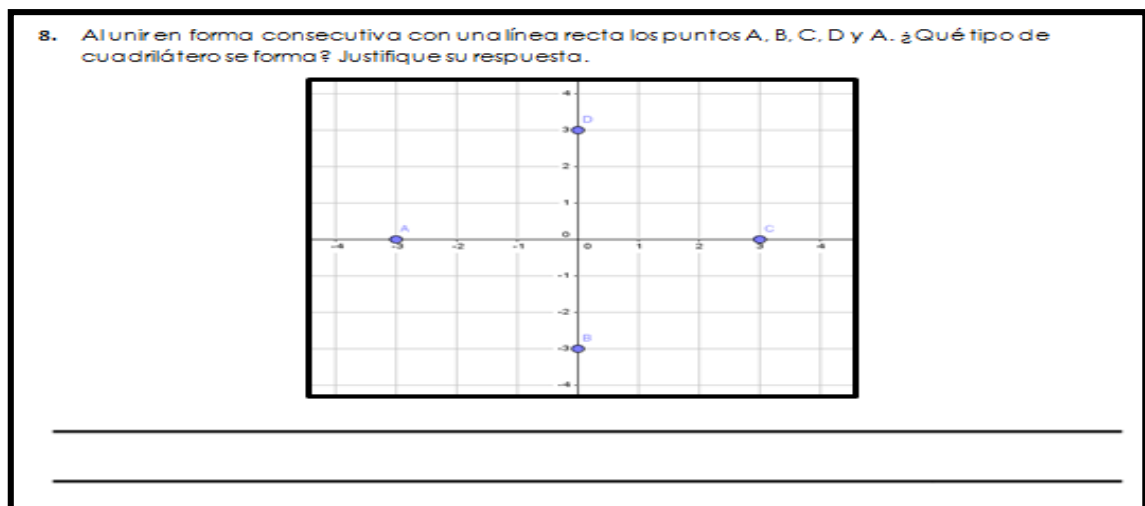
utilizan es apropiado. Sólo un estudiante manifestó sus argumentos de forma errada diciendo “la que debe elegir gose para costruir en la c”. Esto se puede evidenciar en la siguiente respuesta:

Figura 34. Respuesta a Pregunta 7 por estudiante E7



Esta respuesta refleja un lenguaje apropiado por parte del estudiante E7, utilizando expresiones como “dos lados paralelos” también se observa la habilidad para interpretar una representación, demostrando un desarrollo en el proceso de representación en lo relacionado con el desarrollo de las habilidades de conversión y tratamiento entre registros gráficos y geométricos.

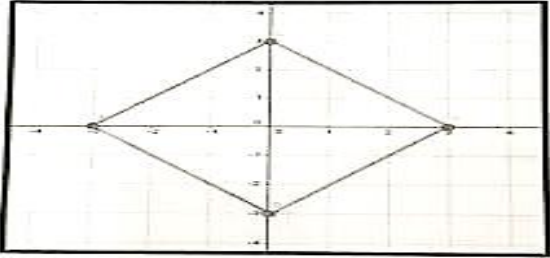
Figura 35. Ilustración de Pregunta N° 8



Todos los estudiantes consideran que la figura que se forma al unir los puntos de manera consecutiva es un rombo. También se observa, un avance en las respuestas de este ítem respecto a la prueba diagnóstica. Además, todos los estudiantes justifican de manera correcta por qué es un rombo, el cual utilizan un lenguaje natural apropiado para validar la respuesta con expresiones como: “cuatro lados”, “dos perpendiculares”, las cuales se muestran a continuación:

Figura 36. Respuesta a pregunta 8 por estudiante E3

8. Al unir en forma consecutiva con una línea recta los puntos A, B, C, D y A. ¿Qué tipo de cuadrilátero se forma? Justifique su respuesta.




El rombo es una figura geométrica que tiene cuatro lados dos diagonales cuatro vértices y mide 90°

Esta respuesta refleja que el estudiante E3 es capaz de justificar utilizando elementos y propiedades del rombo que validan su respuesta. Por otra parte, en términos generales, queda en evidencia que su respuesta está guiada por la habilidad de interpretación de una representación en el plano a una representación geométrica.

Figura 37. Ilustración de Pregunta N° 9

9. La tarea de Roberto consiste en determinar si la afirmación "Todos los cuadrados son rombos, pero no todos los rombos son cuadrados" es verdadera o falsa. Ayuda a Roberto a solucionar su tarea.





¿Qué tienen en común un cuadrado y un rombo? ¿En qué se diferencian? Realiza un dibujo para contestar las preguntas.

Todos los estudiantes realizaron los dibujos correctamente, sin embargo, se observa, que siguen teniendo dificultades en este ítem, no mejoraron demasiado en las respuestas con respecto a la prueba diagnóstica y se les dificultó justificar correctamente las relaciones de las dos figuras, algunos argumentaron que "la diferencia eran el cuadrado se voltea y queda rombo" demostrando aun debilidad en la conversión del registro geométrico al lenguaje natural. A continuación se muestra la respuesta del estudiante E6:

Figura 38. Respuesta a pregunta 9 por estudiante E6

9. La tarea de Roberto consiste en determinar si la afirmación "Todos los cuadrados son rombos, pero no todos los rombos son cuadrados" es verdadera o falsa. Ayuda a Roberto a solucionar su tarea.



¿Qué tienen en común un cuadrado y un rombo? ¿En qué se diferencian? Realiza un dibujo para contestar las preguntas.

que al voltear el rombo se vuelve un cuadrado y volteando el cuadrado se vuelve un rombo.

Esta respuesta refleja que el estudiante E4, utiliza un vocabulario básico sin enunciar propiedades del cuadrado y rombo necesarios para el trazo de dichas figuras, es decir se le dificulta las habilidades de interpretar y crear una representación para resolver un problema.

Figura 39. Ilustración de Pregunta N° 10

10. Las fichas que aparecen a continuación han sido construidas utilizando cuadrados.

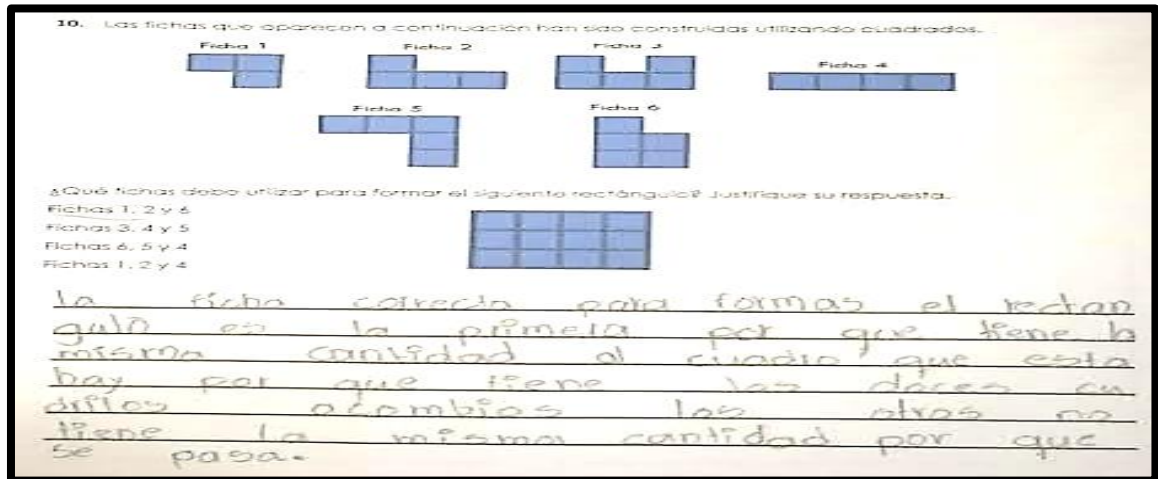
¿Qué fichas debo utilizar para formar el siguiente rectángulo? Justifique su respuesta.

Fichas 1, 2 y 6
 Fichas 3, 4 y 5
 Fichas 6, 5 y 4
 Fichas 1, 2 y 4

los estudiantes respondieron la pregunta correctamente, es decir se observa, que siguen teniendo fortalezas en este ítem, mejoraron demasiado en las respuestas con respecto a la prueba diagnóstica, porque, las justificaciones que proporcionan son coherentes con el problema planteado, argumentaron que las fichas escogidas eran porque coincide con las cantidades de los cuadros.

A continuación se muestra la respuesta del estudiante E2:

Figura 40. Respuesta a pregunta 10 por estudiante E2



Esta respuesta refleja que en el estudiantes E2, se nota desarrollo de las habilidad de interpretar representaciones geométricas para resolver problemas y en el tratamiento en el registro geométrico, el cual identifica que tiene que cubrir una figura con doce cuadros, escoge las figuras que tiene en su totalidad 12 cuadros, es decir sólo hace un reconocimiento de las figuras con un lenguaje básico sin entrar en detalle a los elementos de la figura.

4.5 COMPARACIÓN DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA Y LA PRUEBA FINAL

Para realizar esta comparación observaremos directamente las respuestas obtenidos por cada estudiante tanto en la prueba diagnóstica como en la final.

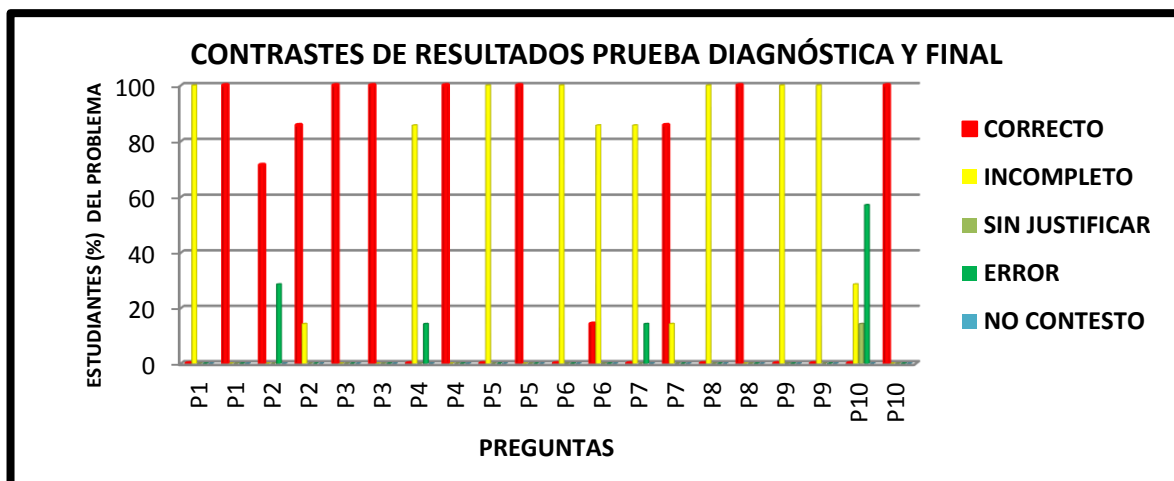
A continuación se presentan los contrastes de los resultados de la prueba diagnóstica y la prueba final:

Tabla 78. Contrastes de resultados de la prueba diagnóstica y prueba final

ES T	P 1	P 1	P 2	P 2	P 3	P 3	P 4	P 4	P 5	P 5	P 6	P 6	P 7	P 7	P 8	P 8	P 9	P 9	P1 0	P1 0
E1	I	C	C	C	C	C	I	C	I	C	I	I	I	C	I	C	I	I	SJ	C
E2	I	C	E	C	C	C	I	C	I	C	I	I	E	I	I	C	I	I	E	C
E3	I	C	C	C	C	C	I	C	I	C	I	I	I	C	I	C	I	I	E	C
E4	I	C	C	C	C	C	I	C	I	C	I	I	I	C	I	C	I	I	I	C
E5	I	C	C	I	C	C	I	C	I	C	I	I	I	C	I	C	I	I	E	C
E6	I	C	C	C	C	C	I	C	I	C	I	C	I	C	I	C	I	I	I	C
E7	I	C	E	C	C	C	E	C	I	C	I	I	I	C	I	C	I	I	E	C

	Prueba Diagnostica
	Prueba Final

Grafica 25. Contrastes de resultados de la prueba diagnóstica y prueba final



Para determinar el impacto de esta estrategia pedagógica en los estudiantes, se analizaron las transformaciones observadas a nivel de comportamiento, el desempeño académico durante esta intervención y los cambios conceptuales medidos a través de una prueba diagnóstica como en la prueba final y también se observó directamente las respuestas obtenidas por cada estudiante.

Lo ideal es que el desarrollo de las habilidades de representación se incremente entre una prueba y otra. Esto sucedió en todos los estudiantes naturalmente algunos aumentaron su habilidad de representación más que otros. Se observa

además, que en todos los casos, al comparar las respuestas obtenidas en la prueba diagnóstica y en la prueba final, se alcanzan diferencias reales, incrementando tanto el conocimiento de las propiedades de los cuadriláteros y las habilidades de representación. Se deduce que las actividades de la propuesta didáctica (Talleres) permitieron que se promoviera un desarrollo en las habilidades de representación y los conceptos de las propiedades de los cuadriláteros. Además, uno de los mayores resultados fue haber contribuido a mejorar los errores frecuentes, limitaciones y preconcepciones que demostraban los estudiantes.

En este bloque, se aborda el análisis de los datos recogidos durante la puesta en práctica de la secuencia didáctica basada en el proceso de representación geométrica con el uso del Geogebra, el cual permitió dar respuesta a los objetivos. A continuación, presento un análisis general a las que he podido llegar al finalizar el presente trabajo de investigación. Al respecto conviene decir, que los estudiantes, describían a los cuadriláteros por su apariencia global, así por ejemplo para el cuadrado manifestaban que era “igual a una mesa” porque tenía partes iguales, para el rectángulo manifestaban que “es largo y un poco ancho”, para el rombo manifestaban que era “igual al cuadrado pero inclinado”, y para el paralelogramo manifestaban que “tenía partes diferentes”, estas son respuestas que se relacionan con los descriptores del nivel de reconocimiento de elementos de los cuadriláteros geométrico.

Al inicio de la aplicación de nuestra secuencia didáctica de actividades, los estudiantes mostraban mucha despreocupación y poca motivación hacia todo lo que implicara pensar, con la aplicación de esta estrategia se observaron cambios pues en las distintas actividades propuestas se pudo evidenciar trabajo en equipo. Además los estudiantes estuvieron en actitud positiva interactuando y manipulando el GeoGebra puesto que cambió la monotonía de las clases donde solo se usaba tiza y tablero. Cada estudiante fue participante activo de su propio conocimiento. Durante el periodo evaluado de la aplicación de esta estrategia

didáctica, el desempeño académico en general fue bueno (ver tabla 77), aunque fue necesario realizar un trabajo más individualizado con unos estudiantes, para que logran superar las competencias propuestas en esta temática. Podemos decir, que el hecho que se modificaran los ambientes de enseñanza donde el estudiante pueda participar de su aprendizaje, experimentar, compartir, discutir ideas y observar; motivó al estudiante a obtener buenos resultados en su proceso de evaluación.

En síntesis general, la investigación realizada en torno a la representación geométrica en un ambiente de Geometría Dinámica, se resume diciendo; primero, que la metodología utilizada en cada taller, medio en el avance que obtuvieron los estudiantes para potenciar las habilidades de representación, segundo, el GeoGebra influyo en el aprendizaje, por que el estudiante llegó a diferenciar entre un dibujo y una construcción geométrica, finalmente, la mayoría de estudiantes aunque no utilizan un lenguaje natural matemático, todas sus elaboraciones dentro del proceso de representación son casi correctas.

5. CONCLUSIONES

En este capítulo se presentan las principales conclusiones obtenidas a partir de todo el proceso investigativo en torno a los objetivos específicos planteados, en el diseño de actividades en un ambiente tecnológico utilizando GeoGebra, en donde se promovió el desarrollo de procesos de representación y las habilidades de la misma. De igual manera, se determinan las principales contribuciones de tipo teórico y didáctico y se propone algunas sugerencias para futuros trabajos.

En el diseño y ejecución de la secuencia didáctica se tuvo el propósito de incluir el proceso de representación en el espacio para identificar las habilidades de representación que tienen los estudiantes en la solución de problemas, por lo que las actividades apuntaban a unos objetivos de aprendizaje que fueron tenidos en cuenta a la hora de su implementación. Al revisar los resultados se evidencia que la mayoría de los estudiantes al finalizar la investigación lograron mejorar las habilidades de identificación, conversión y tratamiento de representaciones geométricas.

La secuencia didáctica diseñada, según las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele y las habilidades de representación desde Duval, permitió que los estudiantes lograran mejorar la adquisición del conocimiento geométricos, por este motivo considero que fue pertinente para nuestro estudio, porque pude observar y analizar de manera detallada como se produce el avance de las habilidades de representación geométrica y el desarrollo del pensamiento espacial en los estudiantes. Las actividades de la secuencia didáctica, han sido premeditadas en cuanto ayudan a generar preguntas en los estudiantes en una interacción con sus propios compañeros y el profesor en el convenio de significados.

La utilización de la tecnología digital, resultó ser una herramienta fructífera para potenciar y desarrollar favorablemente el proceso de enseñanza-aprendizaje de las representaciones geométricas. Nuestra experiencia ratificó lo que varias investigaciones han comprobado en cuanto a que los ambientes de geometría dinámica favorecen la interacción, la cual me permitió generar en cada uno de los talleres de la investigación un ambiente agradable, conduciendo de esta forma un aprendizaje más dinámico en geometría y en la resolución de problemas.

El análisis, evaluación y sistematización hecho a los procedimientos y resultados efectuados a la secuencia didáctica, me permite aseverar que contribuyó a optimizar el nivel de habilidad de representación de los estudiantes, con relación al que se había ubicado en la evaluación diagnóstica.

Inicialmente los estudiantes mostraron algunas dificultades sobre las propiedades de los cuadriláteros, pero a medida que avanzaron en la realización de la secuencia didáctica se concientizaron en utilizar un lenguaje geométrico más apropiado y una mejor forma de escribir, justificar y argumentar teóricamente dejando a un lado las manifestaciones visuales.

6. RECOMENDACIONES

Teniendo en cuenta que la geometría en general, están dadas en un contexto de representación de objetos, continuar investigando en el campo de las representaciones es esencial para la enseñanza-aprendizaje, puesto que son ellas las que nos permiten el acceso a los objetos geométricos y al logro de procesos de comprensión en los estudiantes, tal como lo plantea Duval desde su teoría de las representaciones.

Con esta investigación he podido evidenciar que las fases de aprendizaje de Van Hiele permiten diseñar secuencias didácticas para estudiantes del nivel de educación primaria. Por ello, esta investigación abre las puertas a otras investigaciones que pueden abordar objetos matemáticos como, los triángulos, los polígonos, la circunferencia, entre otros. Además, esta investigación puede complementarse con investigaciones sobre cuadriláteros relacionados a áreas y perímetros para diferentes grados de educación primaria.

Al implementar este tipo de estrategias, es conveniente una retroalimentación constante a través de la evaluación de las actividades, que permita identificar los avances en los procesos cognitivos de los estudiantes, al igual que establecer estrategias de mejoramiento para aquellos que no alcanzan las competencias y los conocimientos propuestos en cada una de las actividades.

Diseñar secuencias didácticas para promover la habilidad de representación entre los estudiantes a través de talleres llamativos donde se vea una geometría dinámica, como una herramienta suficientemente útil en la resolución de problemas, puesto que forjan habilidades que conllevan a los estudiantes a hacer diferentes representaciones geométricas.

Dar formación a los docentes en métodos digitales y hacer conciencia de que la tecnología es una herramienta para el aprendizaje de la geometría, puesto que permite generar en los estudiantes los procesos de representación geométrica.

Introducir a la clase de geometría herramientas digitales en ambientes de aprendizaje como un medio facilitador del proceso de enseñanza-aprendizaje, esto aporta a la ejecución metodológica interactiva y dinámica con la cual se lograrán mejores resultados en el proceso de educación.

Por último, considero que el uso del GeoGebra puede usarse en diferentes ramas de las matemáticas favoreciendo el aprendizaje de los alumnos. Por ello es necesario promover técnicas de aprendizaje haciendo uso de las nuevas tecnologías en profesores y estudiantes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABASCAL, Myriam. Representaciones planas de sólidos geométricos por alumnos de educación primaria de Cantabria. Tesis maestría en educación primaria. Cantabria: Universidad de Cantabria, facultad de educación, 2014.

ASAMBLEA NACIONAL CONSTITUYENTE. Constitución política de Colombia. 2 ed. Legis. 1991

ÁVILA, Marta Viviana y MORENO, Ángela Inés. Implementación del software libre GeoGebra como herramienta en el aula para la enseñanza de las matemáticas en educación básica secundaria en la ciudad de Fusagasugá. En: Revista Colombiana de Matemática Educativa, Vol. 1, no 1. 2015.

BLANCO, Haydee. Presentaciones gráficas de cuerpos geométricos. Un análisis de los cuerpos a través de sus representaciones. Tesis Maestría en Ciencias en Matemática Educativa. México D.F: Instituto Politécnico Nacional, Facultad de Matemáticas, 2009.

BLANCO, Lorenzo y BARRANTES, Manuel. Sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje. Concepciones de los estudiantes para maestros. España: En: Relime, Vol. 6, no. 2, 2003.

CALDERON, José. Diseño de una ingeniería didáctica para promover el razonamiento inductivo y el razonamiento deductivo en el contexto de la construcción de paralelogramos, utilizando software de geometría dinámica. Bogotá D.C: Universidad Distrital Francisco José De Caldas. Facultad de Ciencias y Educación. 2016.

CALERO CERNA, Jenny Isabel. El método didáctico de resolución de problemas en el aprendizaje de la asignatura de Matemática, en los estudiantes de Segundo Semestre de Contabilidad, ISTP "Joaquín Reátegui Medina", Nauta, 2009. 2011. P. 12. Citado 10 de marzo 2015]. Disponible en http://cybertesis.unmsm.edu.pe/bitstream/cybertesis/1664/1/Calero_cj.pdf

CARRILLO GONZÁLES, Rosalba. Proyecto leo, imagino, comprendo y me recreo [en línea]. [Citado 10 de marzo 2015]. Disponible en: <http://tics-comprendo-y-aprendo.blogspot.com.co/p/proyecto.html>

CASTELLANOS, Idania. Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas, utilizando el software GeoGebra con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P.M. Tesis de maestría en matemática educativa. Tegucigalpa M.D.C: Universidad pedagógica nacional Francisco Morazán, 2002.

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, MEN. Resolución 2343 de 1996. Por la cual se adopta un diseño de lineamientos generales de los procesos curriculares del servicio público educativo y se establecen los indicadores de logros curriculares para la educación formal. Bogotá D.C, 1996.

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Ley 115 de 1994 (febrero 8) por la cual se expide la Ley general de educación. (1994). 1st ed. Santafé de Bogotá, D.C, 1994.

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. ICFES. Reporte de Resultados Pruebas Saber 3° y 5° [en línea]. Bogotá, D.C: 2014. p. 1. [Citado 10 de marzo 2015]. Disponible en: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359>.

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, MEN. Lineamientos curriculares para el área de matemáticas. Bogotá, 1988.

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de competencias en matemáticas. Bogotá, D.C: 2006.

COLOMBIA. MINISTERIO DE TECNOLOGÍAS DE INFORMACIÓN Y LAS TELECOMUNICACIONES. Ley 1341 DE 2009. "Por la cual se definen Principios y conceptos sobre la sociedad de la información y la organización de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones -TIC-, se crea la Agencia Nacional del Espectro y se dictan otras disposiciones". Bogotá D.C, 2009.

DUVAL, Raymond. Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. La Gaceta de la RSME, 2006, vol. 9, no 1.

ELLIOTT, John. La investigación-acción en educación. Ediciones Morata, 1993.

FIALLO, Jorge. Estudio del proceso de Demostración en el aprendizaje de las Razones Trigonométricas en un ambiente de Geometría Dinámica. Tesis Doctor en Matemáticas. Valencia: Universidad de Valencia. España: 2010. pp. 139-140.

GAMBOA, Ronny y BALLESTEROS, Esteban. Algunas reflexiones sobre la didáctica de la geometría. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Costa Rica: 2009.

GAMBOA, Ronny. Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. En: Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, Vol. 32, 2007.

HERNÁNDEZ, Roberto; HERNÁNDEZ COLLADO, Carlos; BAPTISTA, Pilar y CASAS PÉREZ, Luz. Metodología de la Investigación [en línea]. México: McGraw-

Hill, 2014. [Citado 10 de marzo 2015]. Disponible en: https://books.google.com.co/books?id=llzVMRMIA28C&printsec=frontcover&source= gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false.

HOYOS, Efraín y ACOSTA, César Augusto. Mejoramiento de habilidades de visualización espacial mediante el uso de un ambiente informático. Quindío: Universidad del Quindío, 2013.

JAIME, Adela y GUTIERREZ, Ángel. Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. En Teoría y práctica en educación matemática. España: Alfar, 1990.

LASTRA, Sonia. Propuesta metodológica de enseñanza aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas. Tesis Maestría. Santiago de Chile: Universidad de Chile. Facultad de Ciencias Sociales, 2005.

MAGUIÑA, Albert Thomy. Una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en el modelo van hiele. Tesis para optar el Grado Académico de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas. Perú: Universidad Pontificia Universidad Católica, Escuela de Graduados, 2013.

MARTIN, W. Lasting effects of the integrated use of graphing technologies in precalculus mathematics, citado por GAMBOA, Ronny. Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. 2007.

MCKERNAN, James. Investigación – Acción y curriculum. Métodos y discursos para profesionales reflexivos. Madrid: Morata, 1996.

MORALES, Augusto y MAJÉ Ramón. Competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación desde la enseñanza de los cuadriláteros. Tesis de Maestría en Matemáticas. Amazonas: Universidad de la Amazonía, Facultad de Ciencias de la Educación, 2010.

MORALES, Cesar Augusto y MAJÉ, Ramón. Pensamiento espacial y desarrollo de competencias matemáticas la enseñanza de un caso particular: los cuadriláteros [en línea]. 2010. Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. [Citado 10 de marzo 2015]. Disponible en: http://funes.uniandes.edu.co/1111/1/472_Pensamiento_Espacial_y_Desarrollo_Aso_colme2010.pdf

NATIONAL OF COUNCIL OF TEACHER OF MATHEMATICS NCTM. Principios y Estándares para la Educación Matemática. Estados Unidos: 2003.

NIETO, José. Talleres de formación matemática. Resolución de problemas matemáticos. Maracaibo: 2004.

PEÑA, Delcy. Uso de tecnologías de la información y la comunicación (tic) como herramienta facilitadora en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la geometría en el grado segundo del instituto agrícola de alto Jordán, Vélez. Santander. Tesis de Maestría en Tecnologías Digitales. Bucaramanga: Universidad de Santander, 2013.

PÉREZ, Luis y CABRERA, Celia Rizo. La resolución de problemas en la escuela. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, no 12.

POLYA, George. Como Plantear y Resolver Problemas. México: 1965.

POLYA, George. Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas, 1965.

POZO, Juan. Las Estrategias de Aprendizaje con contenido procedimental Memoria de Investigación. España: 1994.

SÁNCHEZ Y ZUBIETA (Eds.), Lecturas en Didáctica de las Matemáticas. México: 1993.

SCHOENFELD, citado por BARRANTES Hugo. Resolución de problemas, El Trabajo de Allan Schoenfeld [en línea]. En: Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 2006, 1, no. 1. [Citado 10 de marzo 2015]. Disponible en www.cimm.ucr.ac.cr/hbarrantes

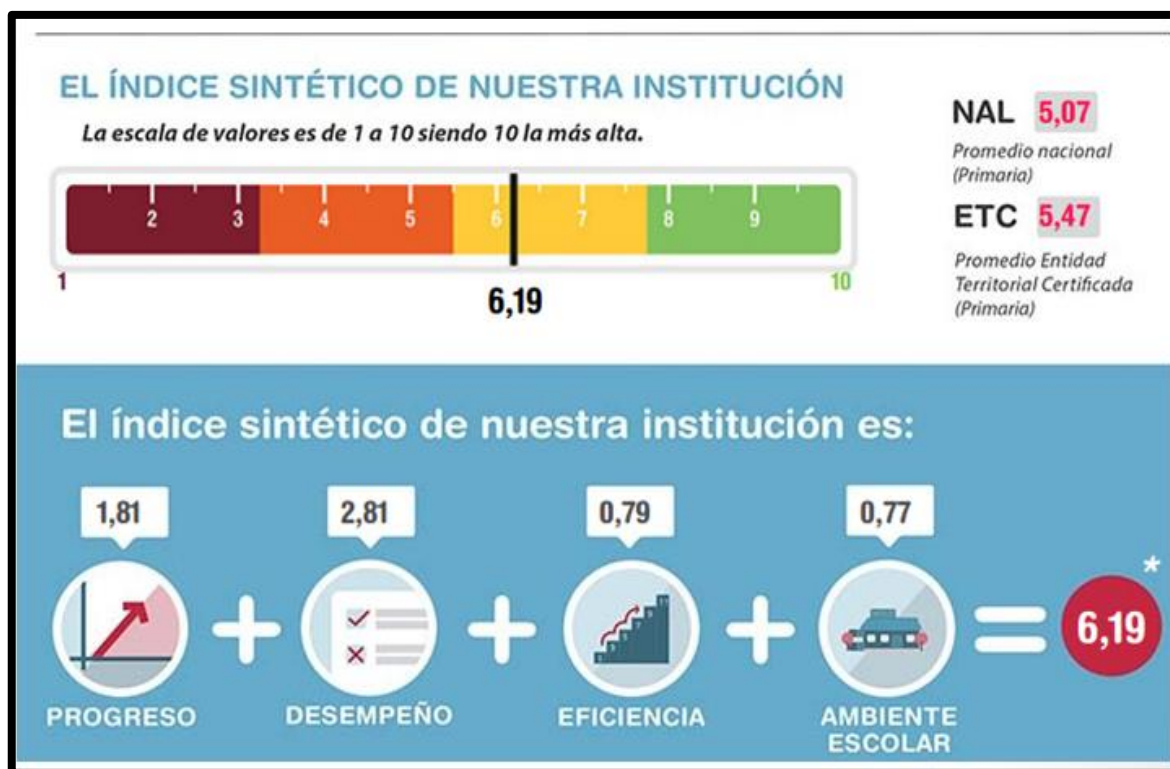
SIZA, Meredy. Incidencia de una propuesta didáctica que integra los medios informáticos, desde el enfoque socio-constructivista en el desarrollo de la competencia matemática. Tesis de Maestría en Pedagogía. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander, Facultad de Educación, 2009.

URBINA, Ludy Marisol. Estrategia metodológica para promover habilidades cognitivas, procedimentales y actitudinales para el aprendizaje de la geometría de sexto grado. Pamplona. Norte de Santander. Pamplona: Universidad de Pamplona, 2013.

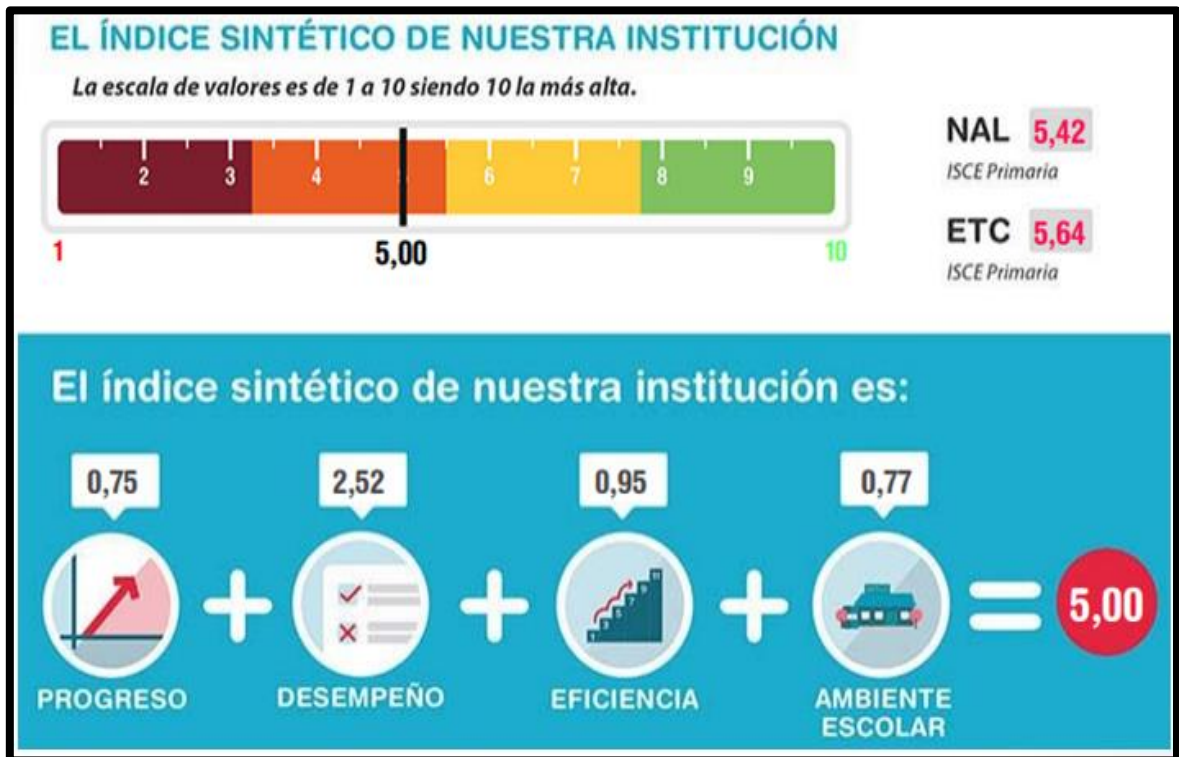
VARGAS, Gilberto y GAMBOA, Ronny. El modelo de van Hiele y la enseñanza de la geometría [en línea]. En: Revista Virtual Uniciencia, Enero-Julio 2014, no 1. p. 75. [Citado 10 de marzo 2015]. Disponible en: <http://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/4944>.

ANEXOS



ANEXO A. ÍNDICE SINTÉTICO DE CALIDAD 2014



ANEXO B. ÍNDICE SINTÉTICO DE CALIDAD 2015



ANEXO C. PRUEBA DIAGNOSTICA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS - ESCUELA DE EDUCACIÓN MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA	 
Solicitamos responda con sinceridad y responsabilidad las preguntas que aparecen a continuación. La información que nos proporcione será manejada de forma privada e institucional.	

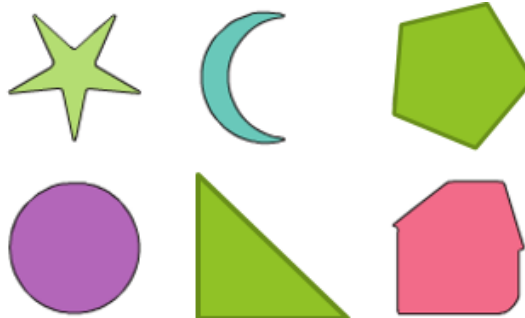
NOMBRE: _____

EDAD: _____

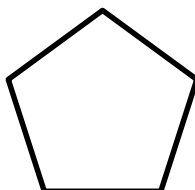
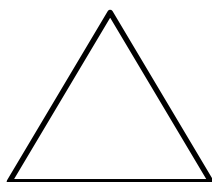
FECHA _____

PRUEBA DIAGNOSTICA

1. Señala las figuras que son polígonos. Escribe por qué consideras que son polígonos. Indica cuántos lados y vértices tiene cada uno.



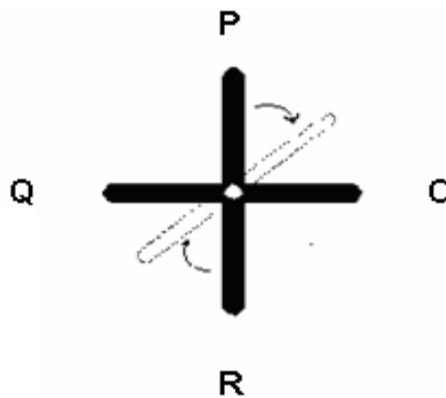
2. Traza las diagonales de cada polígono.



3. Elabora el dibujo de un polígono que cumpla con todas las características dadas.

Cuatro lados, Dos lados paralelos, Dos ángulos agudos y dos ángulos obtusos.

4. Se tienen dos palitos de igual medida, cada extremo de los palitos tiene una letra O, P, Q y R, uno de los palitos se mueve como lo indica la figura. Si traza segmentos que unan cada uno de los extremos de los palitos:



¿Cuál es la figura que se forma sin mover un palito?



(a)



(b)



(c)



(d)

¿Qué figura se forma si muevo un palito?



(a)



(b)

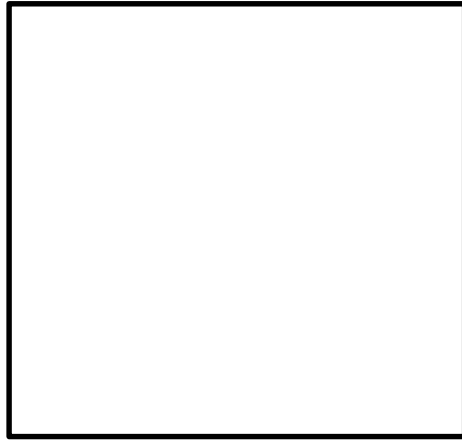


(c)



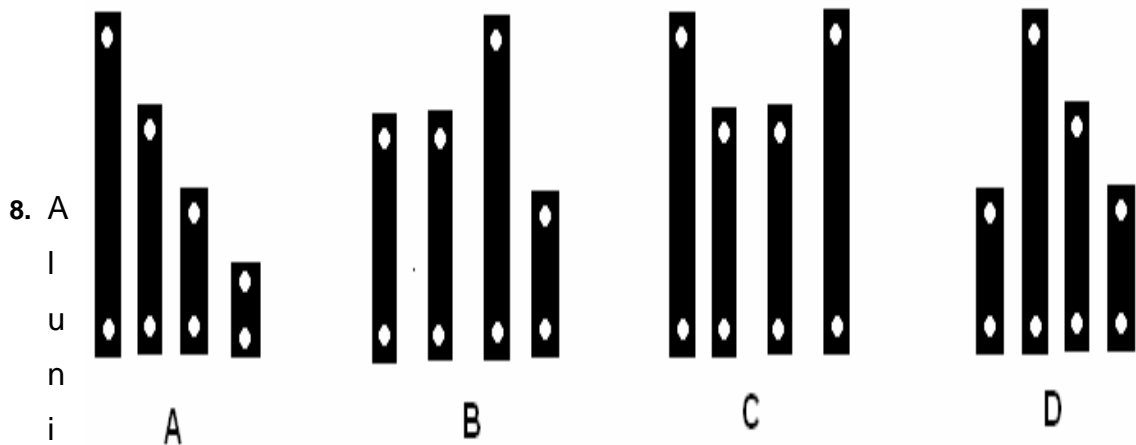
(d)

5. Construya un cuadrado y escriba los pasos que realizó para la construcción.

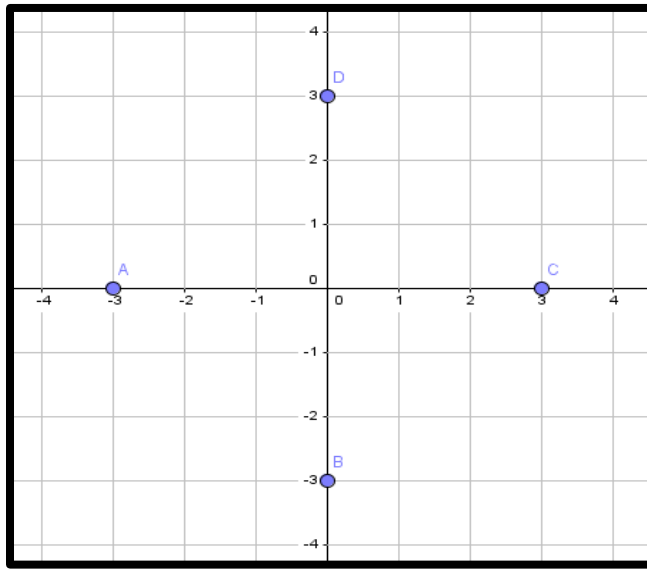


6. Describa qué es un rectángulo.

7. José debe elegir 4 palitos para construir un paralelogramo. ¿Cuáles son los palos que debería elegir José para formar el paralelogramo? ¿Por qué?



Conecte los puntos A, B, C, D y A en forma consecutiva con una línea recta. ¿Qué tipo de cuadrilátero se forma? Justifique su respuesta.

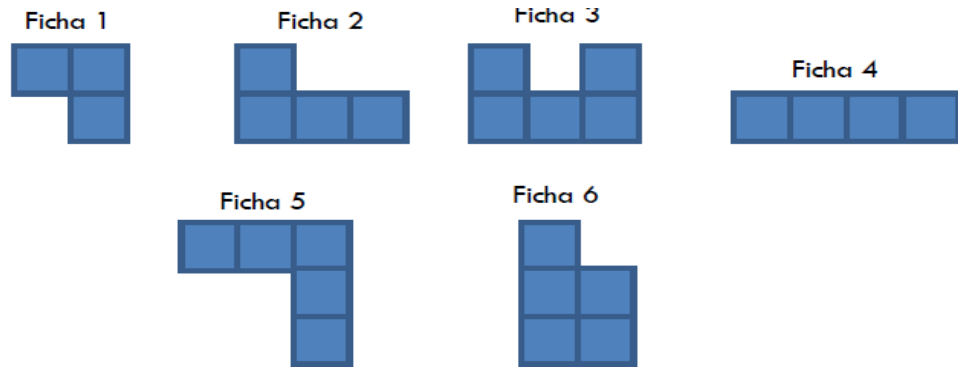


9. La tarea de Roberto consiste en determinar si la afirmación “Todos los cuadrados son rombos, pero no todos los rombos son cuadrados” es verdadera o falsa. Ayuda a Roberto a solucionar su tarea.



¿Qué tienen en común un cuadrado y un rombo? ¿En qué se diferencian?
Realiza un dibujo para contestar las preguntas.

10. Las fichas que aparecen a continuación han sido construidas utilizando cuadrados.



¿Qué fichas debo utilizar para formar el siguiente rectángulo? Justifique su respuesta.



- Fichas 1, 2 y 6
- Fichas 3, 4 y 5
- Fichas 6, 5 y 4
- Fichas 1, 2 y 4

ANEXO D. TALLER DE CUADRADO

		UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS ESCUELA DE EDUCACIÓN PLAN DE CLASE (primera semana)
FECHA :		
DIRECTOR DE COLECTIVO: Jorge Fiallo		GRADO: 4º y 5º de Básica Primaria
MAESTRO A CARGO DE LA CLASE:		GERARDO RANGEL CASTRO
TIEMPO:		TALLER N° 1

OBJETIVO:

Preparar a los educando para que reconozcan las propiedades de un cuadrado y realicen construcciones de los mismos usando las herramientas principales de GeoGebra.

ESTANDAR:

- Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.
- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.

SUBPROCESOS:

- Reconozco e identifico las características de un cuadrado.
- Resuelvo problemas relacionados con los conceptos trabajados.
- Sigo instrucciones para realizar construcciones básicas.
- Utilizo lenguaje geométrico para describir una construcción.
- Compruebo mediante la interacción con el software de geometría dinámica, que las diagonales del cuadrado son perpendiculares entre sí.



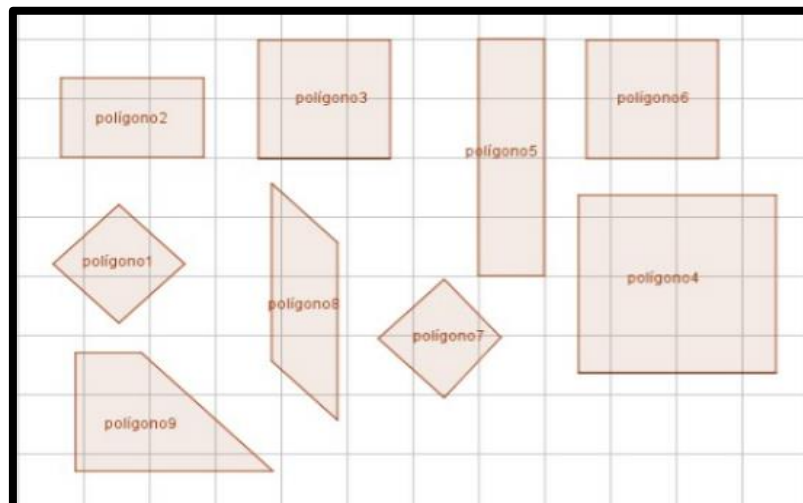
PLAN DE CLASE DE CUADRADO

CONCEPTUALES	PROCEDIMENTALES	ACTITUDINALES
Identifico las características de un Cuadrado. Identifico diversos elementos geométricos en el medio.	Justifica los procedimientos utilizados y de las respuestas encontradas en la solución de situaciones relacionadas con conceptos geométricos.	Planteo conjeturas que llevan a encontrar generalidades observables en la exploración del espacio.

FASE 1 INFORMACIÓN (Tiempo: 2 horas.)

El profesor indica a sus alumnos sobre el campo de estudio que van a trabajar, como por ejemplo los conceptos que van a manejar, que problemas, materiales. Esta fase es oral, se tiene mucho en cuenta lo que el estudiante dice o escribe acerca del concepto o el objeto a tratar; mediante preguntas adecuadas para identificar el punto de partida y realizar una ruta que permita el normal desarrollo de las actividades y fases siguientes. Cabe destacar son importantes tanto las respuestas como las preguntas que puedan surgir de los estudiantes. Para ello, los estudiantes resolverán las siguientes actividades:

ACTIVIDAD 1. En las siguientes figuras, pon una **C** dentro de los cuadrados.

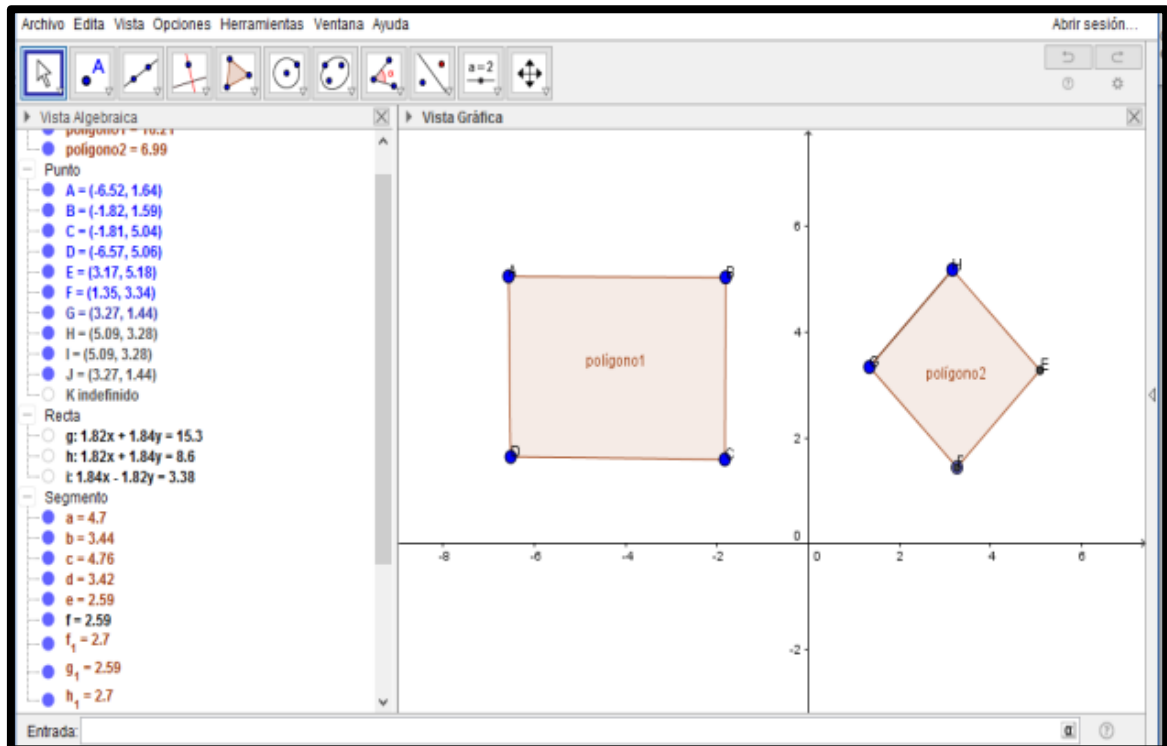


1.1 ¿En qué te has fijado para seleccionar los cuadrados?

1.2 ¿Es un cuadrado la figura 1? ¿Por qué?

1.3 ¿Es un cuadrado la figura 4? ¿Por qué?

ACTIVIDAD 2. Abra el archivo “cuadrados” de la carpeta ACTIVIDADES GEOGEBRA que se encuentra en el escritorio.



2.1 Observe los Polígonos: ABCD, EFGH ¿Indique cuál es un cuadrado? Explique.

2.2 Arrastre sobre el plano todos los vértices de los Polígonos mostrados y observe cuál o cuáles de los Polígonos mostrados siguen siendo cuadrado. Argumente tu respuesta.

2.3 ¿Qué diferencias en cuanto a la longitud de los lados del polígono 1 las del polígono 2? Explica.

2.4 ¿Hay diferencias en la amplitud de los ángulos de las dos figuras? Explica

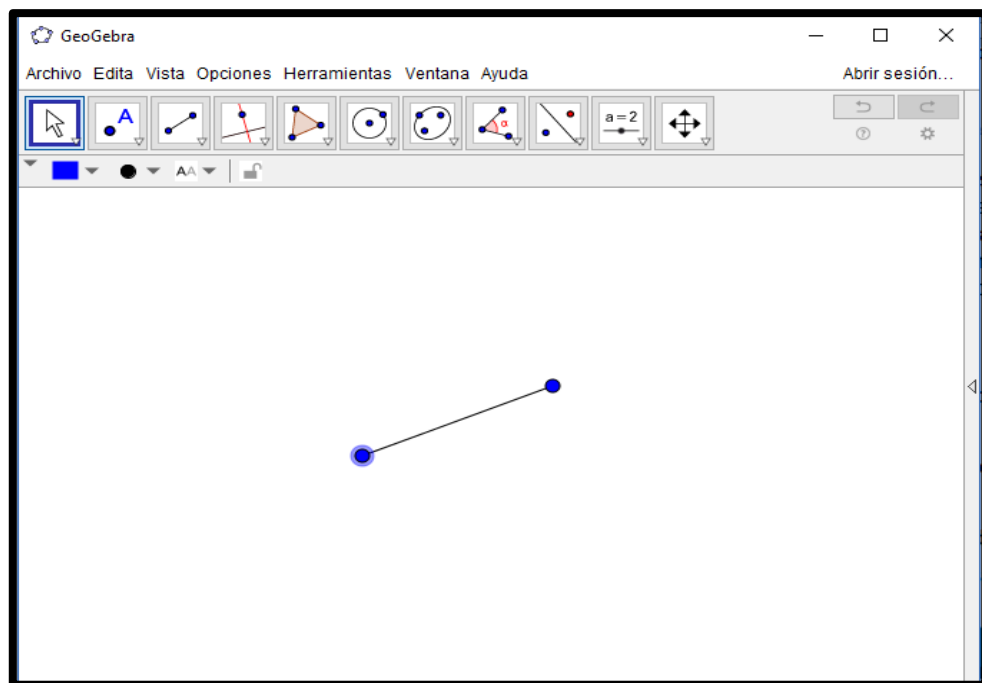
FASE 2 ORIENTACIÓN DIRIGIDA (Tiempo: 4 horas.)

Los alumnos comienzan a explorar el campo de estudio resolviendo problemas y actividades basadas en el material proporcionado por el profesor. Como su nombre lo dice el docente juega un papel importante en cuanto dirige, es decir su capacidad didáctica y secuenciada puede hacer que en el transcurso de la conceptualización trabajada se obtengan resultados muy positivos con relación al tiempo que se requiere para alcanzar el siguiente nivel.



ACTIVIDAD 3. Utilizando la herramienta del GeoGebra

3.1 Dado un segmento construya un cuadrado que tenga como uno de sus lados el segmento dado.



3.2 Determine la medida de sus lados y ángulos. Explica tu respuesta

3.3 Utilizando la herramienta del GeoGebra, rote el cuadrado construido en el ítem anterior (3). Luego verifique si las medidas de los lados y ángulos de la figura rotada varían. Justifique su respuesta.

FASE 3 EXPLICITACIÓN (Tiempo: 2 horas.)

Los alumnos intercambian sus experiencias, comentan lo que han observado, explican cómo han resuelto las actividades, etc., todo ello dentro de un contexto de diálogo en el grupo. El docente en su rol va encaminando a que el estudiante vaya descubriendo el conocimiento, sus actividades van dirigidas a corregir el lenguaje según sea el nivel donde se estén desarrollando las actividades.

ACTIVIDAD 4. ¿Qué ocurre cuando mueves los vértices de las figuras construida?

- VERTICE A. Explica tu respuesta
- VERTICE B. Explica tu respuesta
- VERTICE C. Explica tu respuesta
- VERTICE D. Explica tu respuesta

4.1 ¿Qué estrategia utilizaste para construir el cuadrado? Argumenta tu respuesta

4.2 luego de escuchar las estrategias de los demás compañeros, ¿Cuál de ellas te parece la mejor para resolver el problema? Justifica tu respuesta.

Responde después de construir el cuadrado

4.3 ¿Qué características observas en la figura? Justifica tu respuesta

4.4 ¿Qué relación tienen sus lados opuestos? Justifica tu respuesta

4.5 ¿Qué relación tienen sus lados consecutivos? Justifica tu respuesta

4.6 ¿Cuál es la relación existente entre los ángulos del cuadrado? Justifica tu respuesta

4.7 ¿Cómo son los lados del cuadrado? Justifica tu respuesta

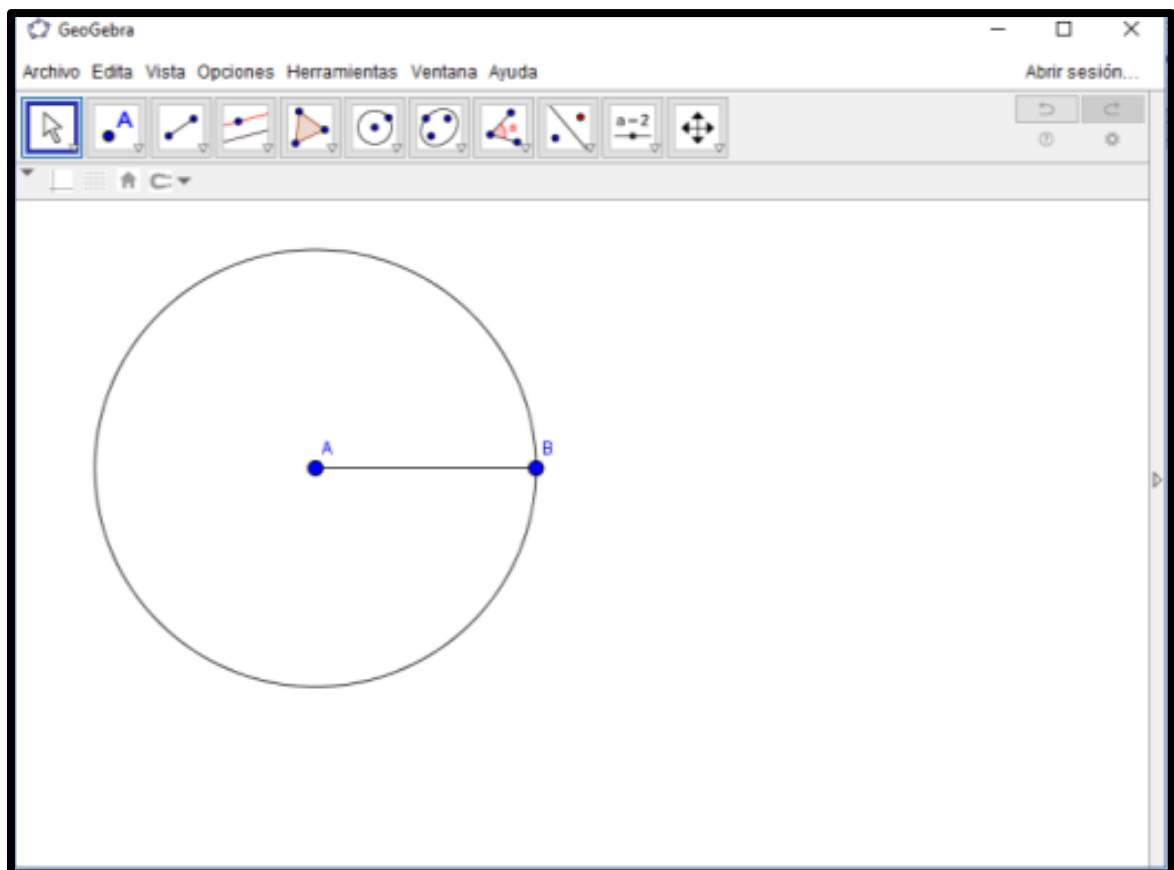
4.8 Con las relaciones que encontraste en los puntos anteriores. Define el cuadrado. Justifica tu respuesta

4.9 ¿Es correcto afirmar que el cuadrado es rectángulo? Justifica tu respuesta

FASE 4 ORIENTACIÓN LIBRE (Tiempo: 2 horas.)

Los alumnos deberán ahora aplicar y combinar los conocimientos que han adquirido en las fases anteriores para resolver actividades más complicadas. En esta fase los alumnos conocen el campo de estudio, pero todavía deben perfeccionar el conocimiento del mismo, tanto de contenidos como de habilidades de representación.

ACTIVIDAD 5: Producir construcciones para encontrar condiciones. Dados 2 puntos A y B de una circunferencia.



5.1 ¿Es posible encontrar siempre un punto C y P de manera que ABCP sea cuadrado?

5.2 construya la totalidad del cuadrado que aguante la prueba del arrastre.

5.3 Enuncien las condiciones que debe cumplir C y P.

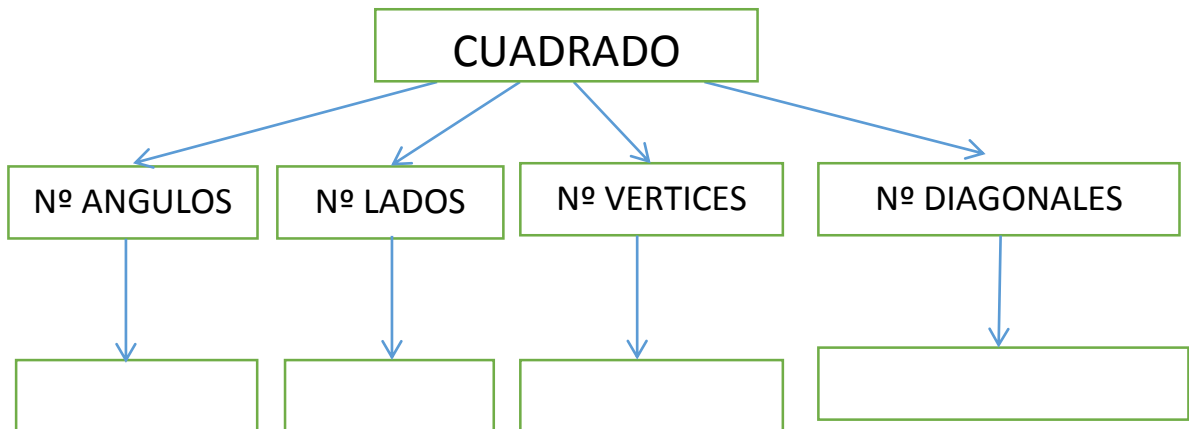
Luego de la construcción responde:

5.4 ¿Cómo son las diagonales del cuadrado que construiste? Justifique su respuesta

FASE 5 INTEGRACIÓN (Tiempo: 1 horas.)

Esta última sesión corresponde a la fase de integración, cuyo objetivo es adquirir una visión global de lo aprendido. Esta actividad será utilizada para concluir con la presentación de cuadrados.

ACTIVIDAD 6. Complete el diagrama mostrado con los nombres colocados en los recuadros.



ANEXO E. TALLER DE PARALELOGRAMO

 	UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS ESCUELA DE EDUCACIÓN PLAN DE CLASE (Segunda semana)
FECHA :	
DIRECTOR DE COLECTIVO: Jorge Fiallo	GRADO: 4º y 5º de Básica Primaria
MAESTRO A CARGO DE LA CLASE:	GERARDO RANGEL CASTRO
TIEMPO:	TALLER Nº 2

OBJETIVO:

Preparar a los educando para que reconozcan las propiedades de un Paralelogramo y realicen construcciones de los mismos usando las herramientas principales de GeoGebra.

ESTANDAR:

- Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.
- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.

SUBPROCESOS:

- Reconozco e identifico las características de un Paralelogramo.
- Resuelvo problemas relacionados con los conceptos trabajados.
- Sigo instrucciones para realizar construcciones básicas.
- Utilizo lenguaje geométrico para describir una construcción.

CONCEPTUALES	PROCEDIMENTALES	ACTITUDINALES
Identifico las características de un Paralelogramo. Identifico diversos elementos geométricos en el medio.	Justifica los procedimientos utilizados y de las respuestas encontradas en la solución de situaciones relacionadas con conceptos geométricos.	Planteo conjeturas que llevan a encontrar generalidades observables en la exploración del espacio.

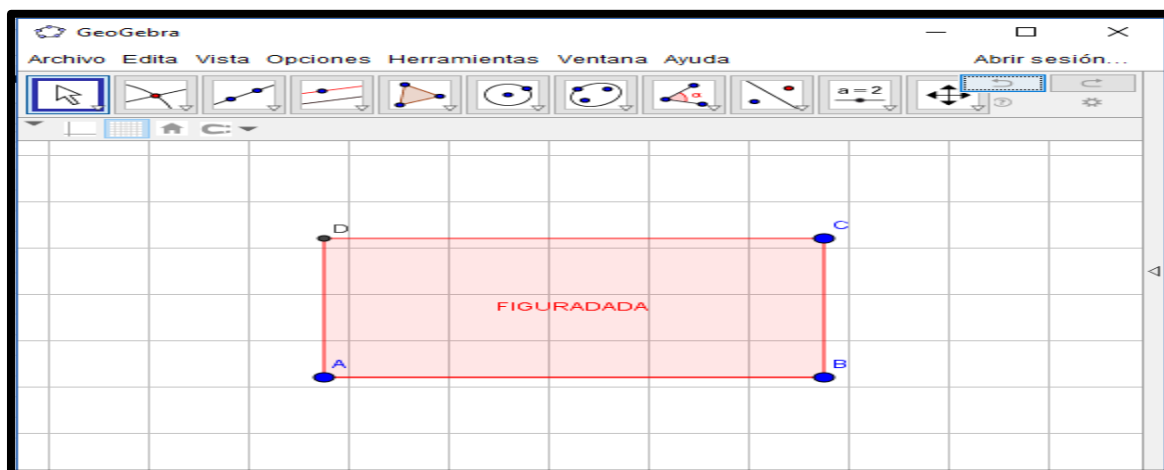
PLAN DE CLASE DE PARALELOGRAMO



FASE 1 INFORMACION (Tiempo: 2 horas.)

El profesor indica a sus alumnos sobre el campo de estudio que van a trabajar, como por ejemplo los conceptos que van a manejar, que problemas, materiales. Esta fase es oral, se tiene mucho en cuenta lo que el estudiante dice o escribe acerca del concepto o el objeto a tratar; mediante preguntas adecuadas para identificar el punto de partida y realizar una ruta que permita el normal desarrollo de las actividades y fases siguientes. Cabe destacar son importantes tanto las respuestas como las preguntas que puedan surgir de los estudiantes. Para ello, los estudiantes resolverán las siguientes actividades:

ACTIVIDAD 1. Abra el archivo “paralelogramos” de la carpeta ACTIVIDADES GEOGEBRA que se encuentra en el escritorio.



- 1.1 Observe la figura dada: ABCD. ¿Indique que figura es? Explique.
- 1.2 Dibuja la anterior figura utilizando lápiz y papel, ¿Explique cómo la construyó?
- 1.3 Utilizando la herramienta de GeoGebra, construya una figura igual a la dada ABCD.
- 1.4 Arrastre sobre los lados y vértices de la figura modelo y de la figura que construyo y observe que sucede. Argumente tu respuesta.
- 1.5 ¿Qué diferencias encuentras en cuanto a la longitud de los lados de la figura dada y la figura construida? Explica.
- 1.6 ¿Hay diferencias en la amplitud de los ángulos de las dos figuras? Explica

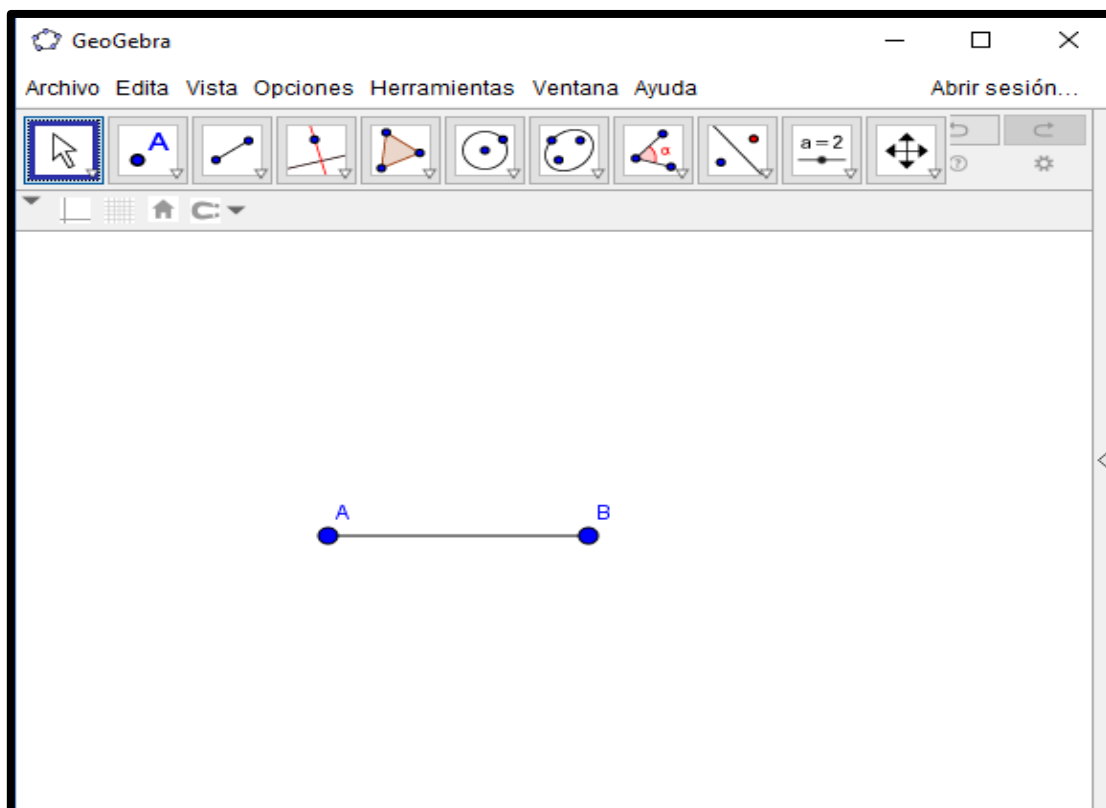
FASE 2 ORIENTACIÓN DIRIGIDA (Tiempo: 4 horas.)

Los alumnos comienzan a explorar el campo de estudio resolviendo problemas y actividades basadas en el material proporcionado por el profesor. Como su nombre lo dice el docente juega un papel importante en cuanto dirige, es decir su capacidad didáctica y secuenciada puede hacer que en el transcurso de la conceptualización trabajada se obtengan resultados muy positivos con relación al tiempo que se requiere para alcanzar el siguiente nivel.



ACTIVIDAD 2. Utilizando la herramienta del GeoGebra

2.1 Dado un segmento construya un paralelogramo que tenga como uno de sus lados el segmento dado. Archivo PARALELOGRAMO1.



2.2 Describa el proceso de construcción de la figura.

2.3 Determine la medida de sus lados y ángulos. Explica tu respuesta

2.4 Utilizando la herramienta del GeoGebra, rote el paralelogramo construido en el ítem anterior (3). Luego verifique si las medidas de los lados y ángulos de la figura rotada varían. Justifique su respuesta.

FASE 3 EXPLICACIÓN (Tiempo: 2 horas.)

Los alumnos intercambian sus experiencias, comentan lo que han observado, explican cómo han resuelto las actividades, etc., todo ello dentro de un contexto de diálogo en el grupo. El docente en su rol va encaminando a que el estudiante vaya descubriendo el conocimiento, sus actividades van dirigidas a corregir el lenguaje según sea el nivel donde se estén desarrollando las actividades.

- 3.1** ¿Qué estrategia utilizaste para construir el paralelogramo? Argumenta tu respuesta
- 3.2** luego de escuchar las estrategias de los demás compañeros, ¿Cuál de ellas te parece la mejor para resolver el problema? Justifica tu respuesta.
Responde después de construir el paralelogramo
- 3.3** ¿Qué características observas en la figura? Justifica tu respuesta
- 3.4** ¿Qué relación tienen sus lados opuestos? Justifica tu respuesta
- 3.5** ¿Cuál es la relación existente entre los ángulos del paralelogramo? Justifica tu respuesta
- 3.6** ¿Cómo son los lados del paralelogramo? Justifica tu respuesta
- 3.7** Con las relaciones que encontraste en los puntos anteriores. Define el paralelogramo. Justifica tu respuesta

FASE 4 ORIENTACIÓN LIBRE (Tiempo: 2 horas.)

Los alumnos deberán ahora aplicar y combinar los conocimientos que han adquirido en las fases anteriores para resolver actividades más complicadas. En esta fase los alumnos conocen el campo de estudio, pero todavía deben perfeccionar el conocimiento del mismo, tanto de contenidos como de habilidades de representación.

ACTIVIDAD 5: Producir construcciones para encontrar condiciones.

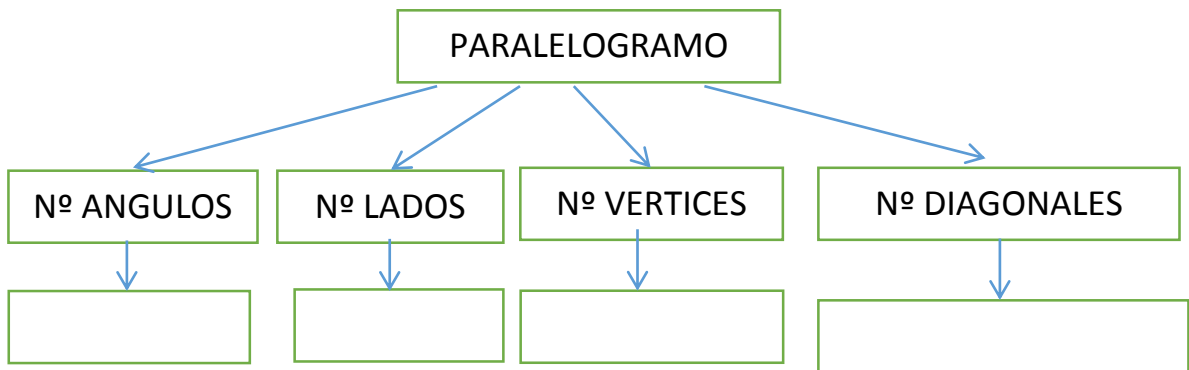
- 5.1** Construya un cuadrilátero cualquiera, y acomódelo para que parezca paralelogramo.
- 5.2** Es posible ajustar esa figura para que tenga un lado de 3 cm, otro de 4 cm y otro de 3,2 cm? y que siga pareciendo paralelogramo. ¿Porque?
- 5.3** Si un cuadrilátero tiene lados opuestos paralelos entonces es paralelogramo. ¿Porque?
- 5.4** Si un cuadrilátero es paralelogramo entonces sus lados opuestos tienen igual medida. ¿Porque?

5.5 ¿Cómo son las diagonales del paralelogramo que construiste? Justifique su respuesta

FASE 5 INTEGRACIÓN (Tiempo: 1 horas.)

Esta última sesión corresponde a la fase de integración, cuyo objetivo es adquirir una visión global de lo aprendido. Esta actividad será utilizada para concluir con la presentación de Paralelogramos.

ACTIVIDAD 6. Complete el diagrama mostrado con los nombres colocados en los recuadros.



ANEXO F. TALLER DE RECTÁNGULO

 	UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS ESCUELA DE EDUCACIÓN PLAN DE CLASE (Tercera semana)
FECHA :	
DIRECTOR DE COLECTIVO: Jorge Fiallo	GRADO: 4º y 5º de Básica Primaria
MAESTRO A CARGO DE LA CLASE:	GERARDO RANGEL CASTRO
TIEMPO:	TALLER N° 1

OBJETIVO:

Preparar a los Estudiantes para que reconozcan las propiedades de un Rectángulo y realicen construcciones de los mismos usando las herramientas principales de GeoGebra.

ESTANDAR:

- Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.
- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.

SUBPROCESOS:

- Reconozco e identifico las características de un Rectángulo.
- Resuelvo problemas relacionados con los conceptos trabajados.
- Sigo instrucciones para realizar construcciones básicas.
- Utilizo lenguaje geométrico para describir una construcción.

CONCEPTUALES	PROCEDIMENTALES	ACTITUDINALES
Identifico las características de un Rectángulo. Identifico diversos elementos geométricos en el medio.	Justifico los procedimientos utilizados y de las respuestas encontradas en la solución de situaciones relacionadas con conceptos geométricos.	Planteo conjeturas que llevan a encontrar generalidades observables en la exploración del espacio.

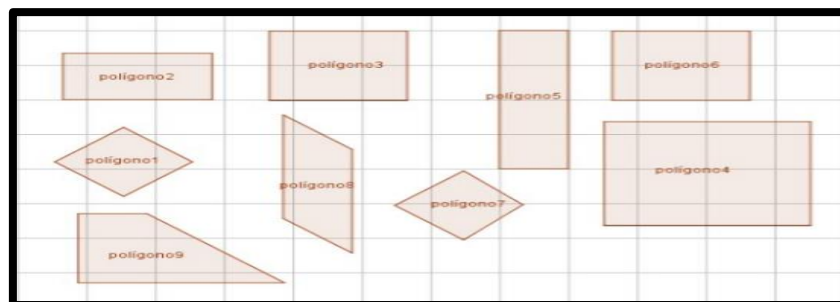
PLAN DE CLASE RECTÁNGULO



FASE 1 INFORMACION (Tiempo: 2 horas.)

El profesor indica a sus alumnos sobre el campo de estudio que van a trabajar, como por ejemplo los conceptos que van a manejar, que problemas, materiales. Esta fase es oral, se tiene en cuenta lo que el estudiante dice o escribe acerca del concepto o el objeto a tratar; mediante preguntas adecuadas para identificar el punto de partida y realizar una ruta que permita el normal desarrollo de las actividades y fases siguientes. Cabe destacar son importantes tanto las respuestas como las preguntas que puedan surgir de los estudiantes. Para ello, los estudiantes resolverán las siguientes actividades:

ACTIVIDAD 1. En las siguientes figuras de Polígonos, pon una **R** dentro de los Rectángulos.

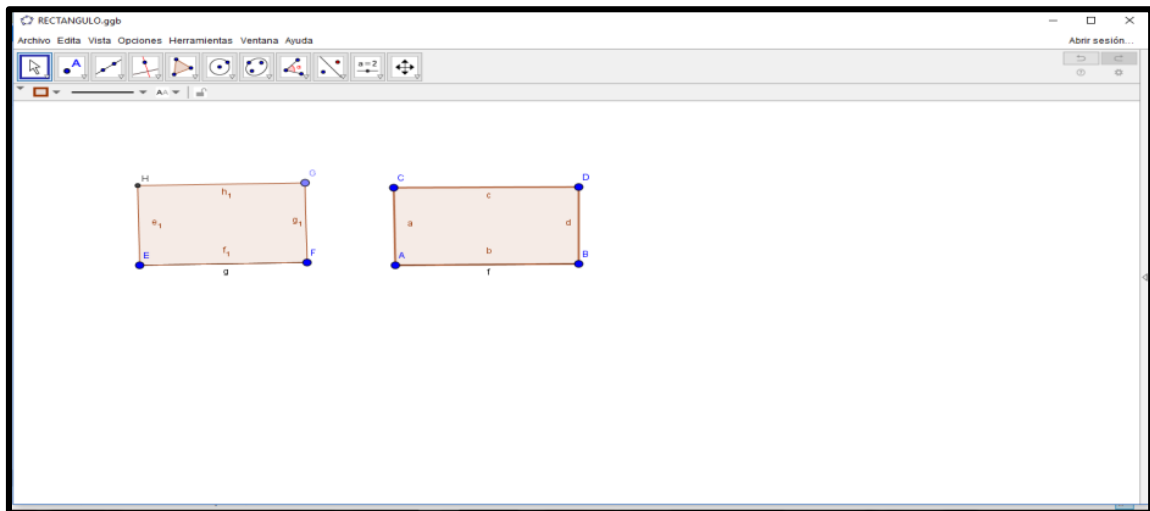


1.1 ¿En qué te has fijado para seleccionar los Rectángulos?

1.2 ¿Es un Rectángulo el Polígono 1? ¿Por qué?

1.3 ¿Es un Rectángulo el Polígono 4? ¿Por qué?

ACTIVIDAD 2. Abra el archivo “Rectángulo” de la carpeta ACTIVIDADES GEOGEBRA que se encuentra en el escritorio.



2.1 Observe los Polígonos: ABCD, EFGH ¿Indique cuál es un Rectángulo? Explique.

2.2 Arrastre sobre el plano todos los vértices que se puedan Arrastrar de los Polígonos del Archivo “Rectángulo” y observe cuál o cuáles de los Polígonos siguen siendo Rectángulo. Argumente tu respuesta.

2.3 ¿Qué diferencias existen en cuanto a la longitud de los lados del polígono 1 y las del polígono 2? Explica tu Respuesta

2.4 ¿Hay diferencias en la amplitud de los ángulos de las dos figuras? Explica

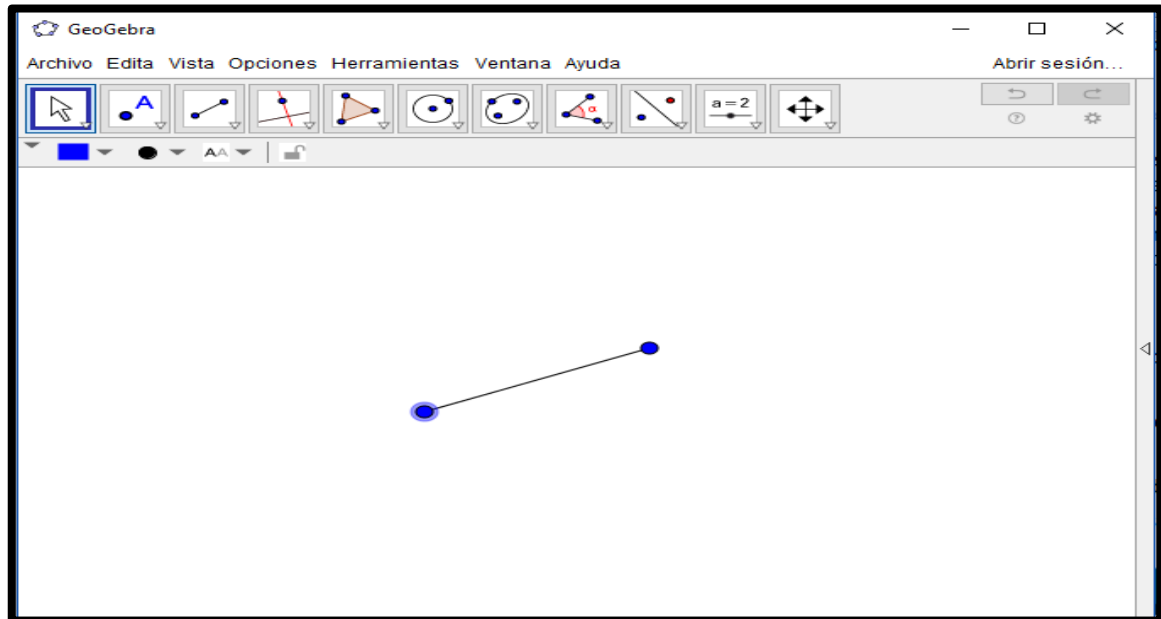
FASE 2 ORIENTACIÓN DIRIGIDA (Tiempo: 4 horas.)

Los alumnos comienzan a explorar el campo de estudio resolviendo problemas y actividades basadas en el material proporcionado por el profesor. Como su nombre lo dice el docente juega un papel importante en cuanto dirige, es decir su capacidad didáctica y secuenciada puede hacer que en el transcurso de la conceptualización trabajada se obtengan resultados muy positivos con relación al tiempo que se requiere para alcanzar el siguiente nivel.



ACTIVIDAD 3. Utilizando la herramienta del GeoGebra

3.1 Dado un segmento construya un Rectángulo que tenga como uno de sus lados el segmento dado y que no se deforme al arrastrar algunos de sus vértices o lados.



3.2 Halle la medida de sus lados y ángulos. Explica tu respuesta.

3.3 ¿Qué relación hay entre los ángulos del rectángulo? ¿Por qué?

3.4 ¿Qué relación hay entre los lados del rectángulo? ¿Por qué?

3.5 Arrastre el Rectángulo construido en el ítem anterior (3.1). ¿La medida de los ángulos varía? Justifique su respuesta.

3.6 ¿La relación entre los pares de lados del rectángulo varía? Justifique su respuesta.

FASE 3 EXPLICACIÓN (Tiempo: 2 horas.)

Los alumnos intercambian sus experiencias, comentan lo que han observado, explican cómo han resuelto las actividades, etc., todo ello dentro de un contexto de diálogo en el grupo. El docente en su rol va encaminando a que el estudiante vaya descubriendo el conocimiento, sus actividades van dirigidas a corregir el lenguaje según sea el nivel donde se estén desarrollando las actividades.

ACTIVIDAD 4.

4.1 ¿Qué ocurre cuando Arrastras los vértices de las figuras construida?

- Cuando arrastras el VERTICE A. Explica tu respuesta
- Cuando arrastras el VERTICE B. Explica tu respuesta
- Cuando arrastras el VERTICE C. Explica tu respuesta
- Cuando arrastras el VERTICE D. Explica tu respuesta

4.2 ¿Qué estrategia utilizaste para construir el Rectángulo? Argumenta tu respuesta

4.3 luego de escuchar las estrategias de los demás compañeros, ¿Cuál de ellas te parece la mejor para resolver el problema? Justifica tu respuesta.

Responde después de construir el Rectángulo

4.4 ¿Qué características observas en la figura? Justifica tu respuesta

4.5 ¿Qué relación tienen sus lados opuestos? Justifica tu respuesta

4.6 ¿Qué relación tienen sus lados consecutivos? Justifica tu respuesta

4.7 ¿Cuál es la relación existente entre los ángulos del Rectángulo? Justifica tu respuesta

4.8 ¿Cómo son los lados del Rectángulo? Justifica tu respuesta

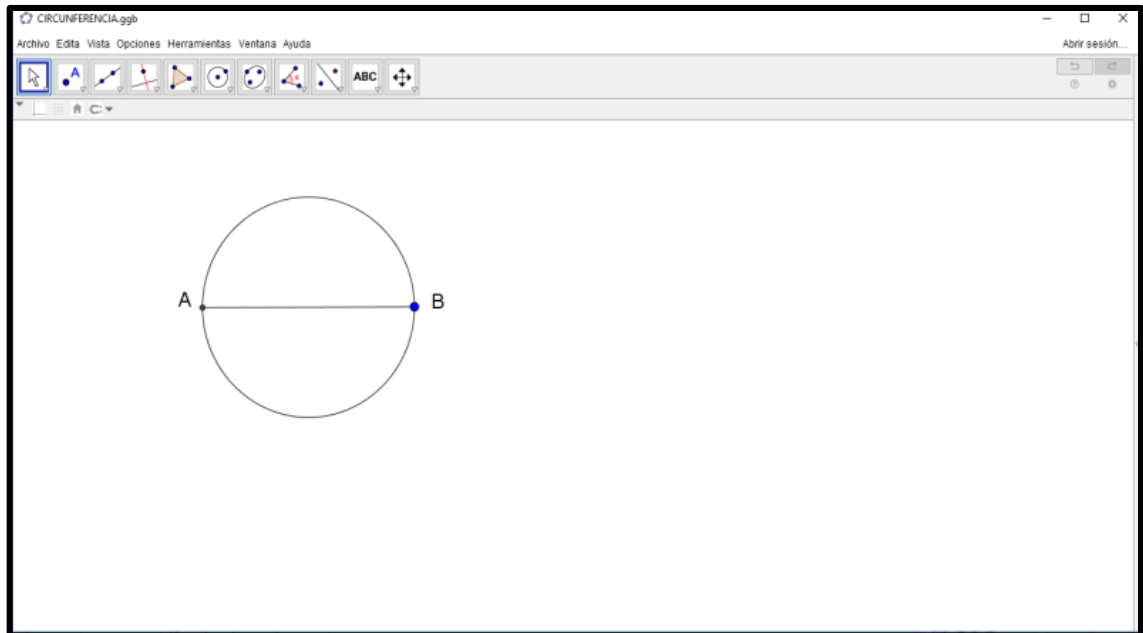
4.9 Con las relaciones que encontraste en los puntos anteriores. Define el Rectángulo. Justifica tu respuesta

4.10 ¿Es correcto afirmar que el Rectángulo es un cuadrado? Justifica tu respuesta.

FASE 4 ORIENTACIÓN LIBRE (Tiempo: 2 horas.)

Los alumnos deberán ahora aplicar y combinar los conocimientos que han adquirido en las fases anteriores para resolver actividades más complicadas. En esta fase los alumnos conocen el campo de estudio, pero todavía deben perfeccionar el conocimiento del mismo, tanto de contenidos como de habilidades de representación.

ACTIVIDAD 5: Producir construcciones para encontrar condiciones. Dados 2 puntos A y B de una circunferencia.



5.1 ¿Es posible encontrar siempre un punto C y P de manera que ABCP sea Rectángulo? Justifica tu respuesta

5.2 Construya la totalidad del Rectángulo que aguante la prueba del arrastre.

5.3 Enuncien las condiciones que debe cumplir C y P. Justifica tu respuesta

Luego de la construcción responde:

5.4 ¿Cómo son las diagonales del Rectángulo que construiste? Justifique su respuesta

FASE 5 INTEGRACIÓN (Tiempo: 1 horas.)

Esta última sesión corresponde a la fase de integración, cuyo objetivo es adquirir una visión global de lo aprendido. Esta actividad será utilizada para concluir con la presentación del Rectángulo.

ACTIVIDAD 6. Complete el siguiente cuadro con los conceptos de las propiedades del rectángulo.

NOMBRE	FIGURA	PROPIEDADES DE LOS ÁNGULO	PROPIEDADES DE LOS LADOS	PROPIEDADES DE LAS DIAGONALES
RECTÁNGULO				

ANEXO G. TALLER DE ROMBO

		UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS ESCUELA DE EDUCACIÓN PLAN DE CLASE (Cuarta semana)	
		FECHA :	
DIRECTOR DE COLECTIVO: Jorge Fiallo		GRADO: 4º y 5º de Básica Primaria	
MAESTRO A CARGO DE LA CLASE:		GERARDO RANGEL CASTRO	
TIEMPO:		TALLER N° 1	

OBJETIVO:

Preparar a los Estudiantes para que reconozcan las propiedades de un Rombo y realicen construcciones de los mismos usando las herramientas principales de GeoGebra.

ESTANDAR:

- Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.
- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.

SUBPROCESOS:

- Reconozco las propiedades del rombo usándolas en la resolución de un problema matemático.
- Resuelvo problemas relacionados con los conceptos trabajados.
- Sigo instrucciones para realizar construcciones básicas.
- Utilizo lenguaje geométrico para describir una construcción.

EPTUALES	PROCEDIMENTALES	ACTITUDINALES
Identifico las características de un Rombo. Identifico diversos elementos geométricos en el medio.	Justifico los procedimientos utilizados y de las respuestas encontradas en la solución de situaciones relacionadas con conceptos geométricos.	Planteo conjeturas que llevan a encontrar generalidades observables en la exploración del espacio.

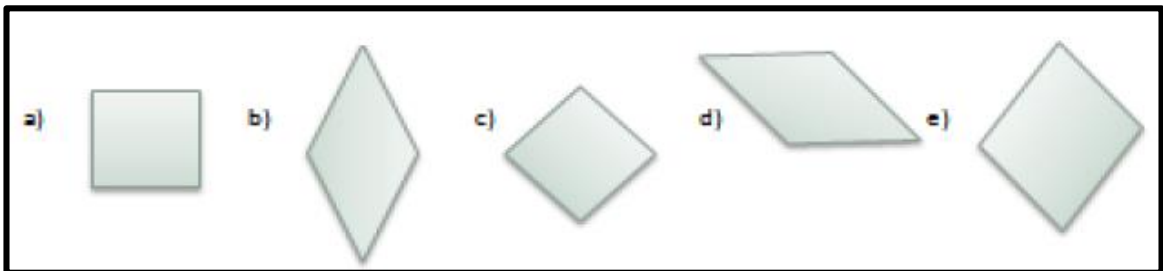
PLAN DE CLASE ROMBO

FASE 1 INFORMACION (Tiempo: 2 horas.)

El profesor indica a sus estudiantes sobre el campo de estudio que van a trabajar, como por ejemplo los conceptos que van a manejar, que problemas, materiales. Esta fase es oral, se tiene en cuenta lo que el estudiante dice o escribe acerca del concepto o el objeto a tratar; mediante preguntas adecuadas para identificar el punto de partida y realizar una ruta que permita el normal desarrollo de las actividades y fases siguientes. Cabe destacar son importantes tanto las respuestas como las preguntas que puedan surgir de los estudiantes. Para ello, los estudiantes resolverán las siguientes actividades: Uno de los aprendizajes esperados o Intenciones didácticas, es que los estudiantes describan las propiedades del Rombo.

ACTIVIDAD 1. Esteban necesita encargarle, a un carpintero, por teléfono, la elaboración de varias piezas de madera para hacer un rompecabezas. Las formas y tamaños de las piezas son como se muestran a continuación.

1.1 Anoten debajo, la información que Esteban tendría que darle (por teléfono) al carpintero, para que las haga igual a un Rombo. Argumente tu respuesta



1.2 ¿Cuáles de los anteriores cuadriláteros son rombos?

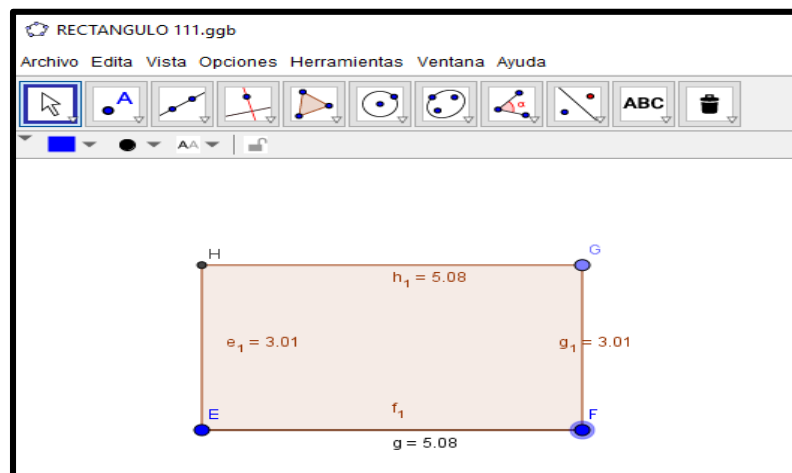
- Si ___ No___ ¿porque?
- Si ___ No___ ¿porque?
- Si ___ No___ ¿porque?
- Sí ___ No___ ¿porque?
- Si ___ No___ ¿porque?

FASE 2 ORIENTACIÓN DIRIGIDA (Tiempo: 4 horas.)

Los alumnos comienzan a explorar el campo de estudio resolviendo problemas y actividades basadas en el material proporcionado por el profesor. Como su nombre lo dice el docente juega un papel importante en cuanto dirige, es decir su capacidad didáctica y secuenciada puede hacer que en el transcurso de la conceptualización trabajada se obtengan resultados muy positivos con relación al tiempo que se requiere para alcanzar el siguiente nivel.



ACTIVIDAD 2 Abra el archivo “Rectángulo” de la carpeta ACTIVIDADES GEOGEBRA que se encuentra en el escritorio.

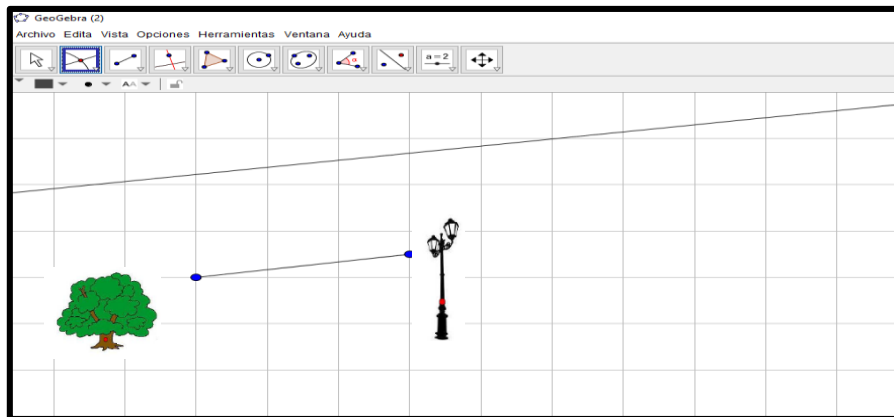


- 2.1** Realice la construcción de un rombo teniendo en cuenta que debe hacerlo a partir del rectángulo dado. Justifica tu respuesta
- 2.2** Halle la medida de sus lados y ángulos. Explica tu respuesta
- 2.3** ¿Qué ocurre con las longitudes de los lados del rombo cuando efectúas la prueba del arrastre?? Justifica tu respuesta
- 2.4** ¿La medida de los ángulos varía? Justifique su respuesta
- 2.5** ¿Hay diferencias en la amplitud de los ángulos del polígono inicial (rectángulo) y el polígono construido (rombo)? Explica tu respuesta.
- 2.6** ¿Qué relación observas entre el área del polígono inicial (rectángulo) y el área del polígono construido (rombo)? Explica tu respuesta.

FASE 3 EXPLICITACIÓN (Tiempo: 2 horas.)

Los alumnos intercambian sus experiencias, comentan lo que han observado, explican cómo han resuelto las actividades, etc., todo ello dentro de un contexto de diálogo en el grupo. El docente en su rol va encaminando a que el estudiante vaya descubriendo el conocimiento, sus actividades van dirigidas a corregir el lenguaje según sea el nivel donde se estén desarrollando las actividades.

ACTIVIDAD 3. En un pequeño pueblo entre las montañas, un legendario aventurero cansado y al borde de la muerte ha enterrado un tesoro. En el plano que ha dejado, solamente está señalado un árbol y una farola. También ha anotado que el árbol, la farola y el punto donde está enterrado el tesoro, son tres vértices de un rombo. Sabemos que uno de los vértices esta sobre la pista rectilínea azul celeste.



- 3.1 Si el tesoro se encuentra sobre la pista rectilínea, ¿Dónde habría que cavar para encontrar el tesoro? Explica tu respuesta
- 3.2 ¿Y si el tesoro se encuentra en el otro vértice del rombo? Explica tu respuesta
- 3.3 ¿En qué punto se cortan las diagonales del rombo? Explica tu respuesta
- 3.4 ¿Qué ángulo forman las diagonales del rombo? Explica tu respuesta

ACTIVIDAD 4.

- 4.1 ¿Qué ocurre cuando Arrastras los vértices de las figuras construida?
- Cuando arrastras el VERTICE A. Explica tu respuesta
 - Cuando arrastras el VERTICE B. Explica tu respuesta
 - Cuando arrastras el VERTICE C. Explica tu respuesta
 - Cuando arrastras el VERTICE D. Explica tu respuesta
- 4.2 ¿Qué estrategia utilizaste para construir el Rombo? Argumenta tu respuesta
- 4.3 Luego de escuchar las estrategias de los demás compañeros, ¿Cuál de ellas te parece la mejor para resolver el problema? Justifica tu respuesta.
- Responde después de construir el Rombo
- 4.4 ¿Qué características observas en la figura? Justifica tu respuesta
- 4.5 ¿Qué relación tienen sus lados opuestos? Justifica tu respuesta
- 4.6 ¿Qué relación tienen sus lados consecutivos? Justifica tu respuesta

4.7 ¿Cuál es la relación existente entre los ángulos del Rombo? Justifica tu respuesta

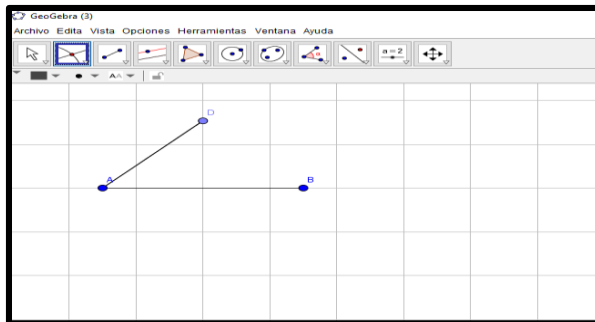
4.8 ¿Cómo son los lados del Rombo? Justifica tu respuesta

4.9 Con las relaciones que encontraste en los puntos anteriores. Define el Rombo. Justifica tu respuesta

FASE 4 ORIENTACIÓN LIBRE (Tiempo: 2 horas.)

Los alumnos deberán ahora aplicar y combinar los conocimientos que han adquirido en las fases anteriores para resolver actividades más complicadas. En esta fase los alumnos conocen el campo de estudio, pero todavía deben perfeccionar el conocimiento del mismo, tanto de contenidos como de habilidades de representación.

ACTIVIDAD 5: Construya un rombo conociendo la diagonal mayor (AB) y uno de sus lados (AD), que aguante la prueba del arrastre.



5.1 ¿Es posible encontrar siempre un punto C y D de manera que ABCD sea Rombo? Justifica tu respuesta

5.3 Enuncien las condiciones que debe cumplir C y D. Justifica tu respuesta

5.4 ¿Cómo son las diagonales del Rombo que construiste? Justifique su respuesta



FASE 5 INTEGRACIÓN (Tiempo: 1 horas.)

Esta última sesión corresponde a la fase de integración, cuyo objetivo es adquirir una visión global de lo aprendido. Esta actividad será utilizada para concluir con la presentación del Rombo.

ACTIVIDAD 6. Complete el siguiente cuadro con los conceptos de las propiedades del rombo.

NOMBRE	FIGURA	PROPIEDADES DE LOS ÁNGULO	PROPIEDADES DE LOS LADOS	PROPIEDADES DE LAS DIAGONALES
Rombo				

ANEXO H. PRUEBA FINAL

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS - ESCUELA DE EDUCACIÓN MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA		
Solicitamos respuesta con sinceridad y responsabilidad las preguntas que aparecen a continuación. La información que nos proporcione será manejada de forma privada e institucional.		

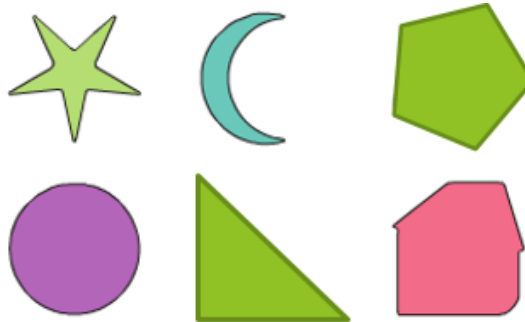
NOMBRE: _____

EDAD: _____

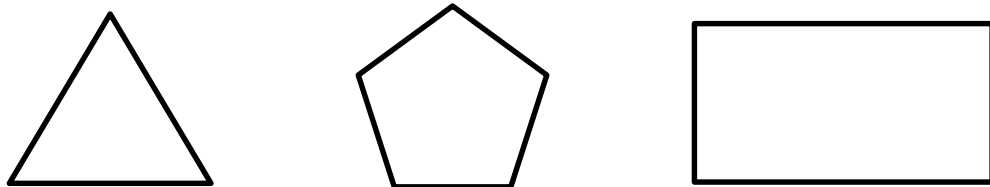
FECHA _____

PRUEBA FINAL

1. Señala las figuras que son polígonos. Escribe por qué consideras que son polígonos. Indica cuántos lados y vértices tiene cada uno.



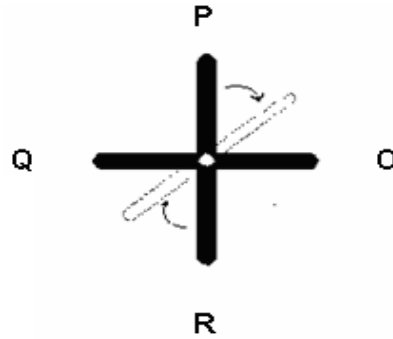
2. Traza las diagonales de cada polígono.



3. Elabora el dibujo de un polígono que cumpla con todas las características dadas.

Cuatro lados, Dos lados paralelos, Dos ángulos agudos y dos ángulos obtusos.

4. Se tienen dos palitos de igual medida, cada extremo de los palitos tiene una letra O, P, Q y R, uno de los palitos se mueve como lo indica la figura. Si traza segmentos que unan cada uno de los extremos de los palitos:



¿Cuál es la figura que se forma sin mover un palito?



(a)



(b)



(c)



(d)

¿Qué figura se forma si muevo un palito?



(a)



(b)

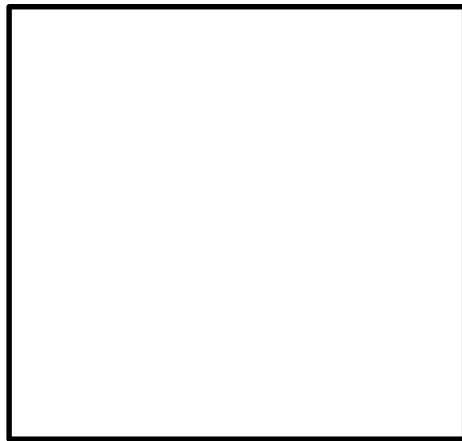


(c)



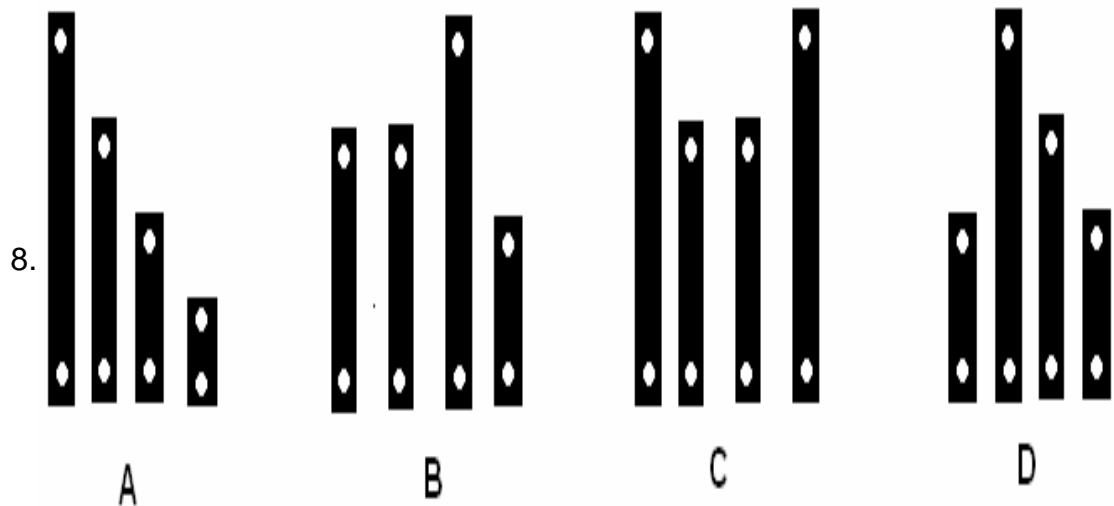
(d)

5. Construya un cuadrado y escriba los pasos que realizó para la construcción.

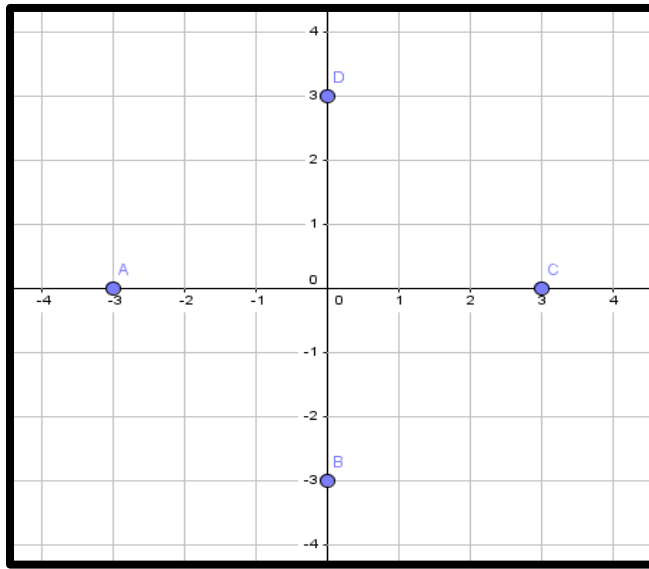


6. Describa qué es un rectángulo.

7. José debe elegir 4 palitos para construir un paralelogramo. ¿Cuáles son los palos que debería elegir José para formar el paralelogramo? ¿Por qué?



ir en forma consecutiva con una línea recta los puntos A, B, C, D y A. ¿Qué tipo de cuadrilátero se forma? Justifique su respuesta.

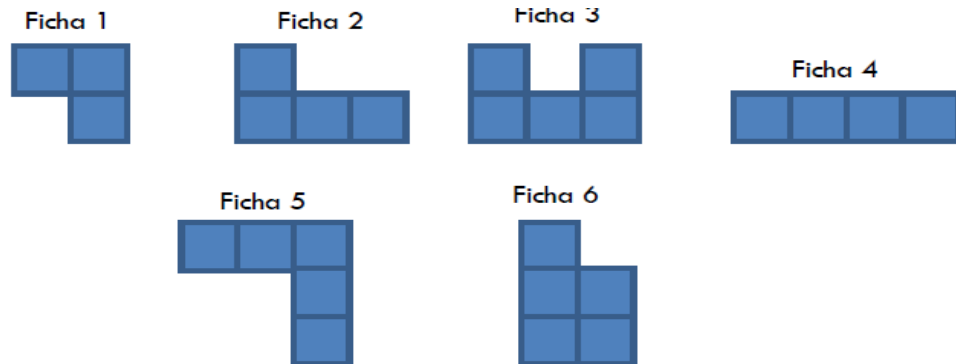


9. La tarea de Roberto consiste en determinar si la afirmación “Todos los cuadrados son rombos, pero no todos los rombos son cuadrados” es verdadera o falsa. Ayuda a Roberto a solucionar su tarea.



¿Qué tienen en común un cuadrado y un rombo? ¿En qué se diferencian?
Realiza un dibujo para contestar las preguntas.

10. Las fichas que aparecen a continuación han sido construidas utilizando cuadrados.



¿Qué fichas debo utilizar para formar el siguiente rectángulo? Justifique su respuesta.



Fichas 1, 2 y 6

Fichas 3, 4 y 5

Fichas 6, 5 y 4

Fichas 1, 2 y 4

ANEXO I. CONSENTIMIENTO INFORMADO PADRES O ACUDIENTES DE ESTUDIANTES

		FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS ESCUELA DE EDUCACIÓN MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA
-----------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------

CONSENTIMIENTO INFORMADO
PADRES O ACUDIENTES DE ESTUDIANTES

Institución Educativa El pórtico Escuela La Paz- Código Dane: 268615000941 – Municipio: Rionegro Santander

Nombre de la Investigación: LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES UTILIZADAS EN EL DESARROLLO DE HABILIDADES DE REPRESENTACIÓN EN EL ESPACIO, BAJO UN ENFOQUE DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Este es un estudio que tiene como objetivo caracterizar las prácticas docentes. Para poder desarrollar este propósito es necesario grabar algunas clases, tomar fotografías, entrevistar a los niños y niñas durante sus actividades académicas.

Las anteriores evidencias sólo serán utilizadas con propósitos investigativos de carácter académico y la identidad de su hijo (a) nunca será publicada en ninguna red social para fines comerciales, lo mismo que su nombre se mantendrá en anonimato con estricta confidencialidad.

De igual manera, la participación del (la) estudiante no tendrá repercusiones o consecuencias en sus actividades escolares, evaluaciones o calificaciones en el curso y no generará ningún costo.

Yo Ruth Estupian
mayor de edad, () madre, () padre o () acudiente del estudiante JUAN MARJET PICO de 8 años de edad, he sido informado (a) acerca del objetivo del proyecto de investigación el cual se requiere para que el docente de mi hijo (a) pueda desarrollar sus prácticas pedagógicas como requerimiento para obtener el título de Magister y doy mi consentimiento.

Lugar y fecha: 1ª de FEBRERO 2017

Ruth Estupian
FIRMA PADRE - MADRE - ACUDIENTE
CC 63 447 011 de Rionegro, SI

ANEXO J. CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA EL RECTOR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA PARTICIPANTE DE LA INVESTIGACIÓN

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA EL PÁRRICO**
MUNICIPIO DE RIONEGRO DEPARTAMENTO SANTANDER
PARRALIA CAL GAMA
RESOLUCIÓN CORRE DE S.M.D. 31 DEL 2017
C.A.M. 20071600041



CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA EL RECTOR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA PARTICIPANTE DE LA INVESTIGACIÓN

El propósito de esta ficha de consentimiento es proveer al máximo representante institucional participante en esta investigación una clara explicación de la naturaleza de la misma.

La presente investigación será realizada por la estudiante *Gerardo Rangel Castro* bajo la dirección de *Dr. Jorge Flórez*, de la Maestría en Pedagogía de la Universidad Industrial de Santander. El objetivo principal de este estudio es *Potenciar habilidades de representación en el espacio a estudiantes de Básica Primaria de una Escuela Rural del Municipio de Rionegro - Santander, con la ayuda de un software matemático interactivo bajo un enfoque de resolución de problemas.*

Si usted autoriza su participación, la del cuerpo docente y la revisión de documentos institucionales, se les podrá responder preguntas en una entrevista que tomará poco tiempo y lo que responda se tendrá en cuenta para reconocer el alcance de los objetivos propuestos, del mismo modo, el análisis del Plan asignatura, el planeador y algunas guías de aprendizaje utilizadas por los maestros serán revisadas para el respectivo análisis.

La información que se recoja será confidencial y no se usará para ningún otro propósito fuera de los de esta investigación. Las respuestas al cuestionario serán codificadas usando un número de identificación, y por lo tanto, serán anónimas.

Si tiene alguna duda sobre este proyecto, puede hacer preguntas en cualquier momento. Si algunas de las preguntas de la entrevista le parecen incómodas, tiene usted el derecho de hacérselo saber al investigador o de no responderla.

Desde ya le agradezco su valiosa participación.


YANETH LAGOS MACHUCA
Rectora

**Institución Educativa El Párrico – Dirección Sede A: Vereda la Reforma, Km 21, vía al mar.
Rionegro - Santander**

ANEXO K. DECLARACIÓN DEL DOCENTE INVESTIGADOR

DECLARACIÓN DEL DOCENTE INVESTIGADOR

Yo certifico que le he explicado al menor de edad y a su padre o acudiente, la naturaleza y el objetivo de la investigación, y que ellos entienden en qué consiste su participación, los posibles riesgos y beneficios implicados.

Todas las preguntas que los sujetos me han hecho le han sido contestadas en forma adecuada. Así mismo, he leído y explicado adecuadamente las partes del asentimiento y el consentimiento informado.

Hago constar con mi firma.

Nombre del investigador: Gerardo Rangel Castro

Firma: Gerardo Rangel Castro

Cedula de Ciudadanía número: 91.464.927 Pionegro

Fecha: 01-02-2017

ANEXO L. CERTIFICADO DEL CURSO DE CAPACITACIÓN DE NIH

