

La cocina como laboratorio matemático: Una propuesta 5E para fortalecer el pensamiento matemático en los estudiantes de la sede Helechales del Colegio Ecológico de Floridablanca

Angie Julieth Gómez Carreño

Angie Sofía Reyes Jaime

Trabajo de Grado para Optar el Título de Licenciadas en Educación Básica Primaria

Directora

Jenny Patricia Acevedo Rincón

Doctora en Educación

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias Humanas

Escuela de Educación

Bucaramanga

2026

Tabla de Contenido

	Pág.
Introducción	16
1. Aproximación al Problema	18
1.1 Planteamiento del Problema	18
1.2 Justificación	22
1.3 Objetivos	23
2. Círculos Matemáticos	25
3. El Modelo 5E	27
4. Aspectos Metodológicos	30
4.1. El Colegio Ecológico de Floridablanca	30
4.2. Población.....	30
4.3. Desarrollo de la Práctica Social	31
4.4. Proyección de la Práctica Social	33
4.5. Aspectos Éticos	34
5. Análisis de la Práctica Social	36
5.1 Chef Matemático: La Misión Hamburguesa.....	36
5.1.1. Engage.....	36
5.1.2. Explore.....	37
5.1.3. Explain	41
5.1.4. Elaborate	45
5.1.5. Evaluate.....	49
5.2. Matemáticas con Sabor a Cupcake	53

5.2.1. Engage.....	54
5.2.2. Explore.....	55
5.2.3. Explain	59
5.2.4. Elaborate	60
5.2.5. Evaluate.....	68
5.3. Misión Pasta: Mide y Crea.....	72
5.3.1. Engage.....	72
5.3.2. Explore.....	76
5.3.3. Explain	81
5.3.4. Elaborate	83
5.3.5. Evaluate.....	88
5.4 Frutas, Conteo y Gráficas	92
5.4.1 Engage.....	93
5.4.2 Explore.....	96
5.4.3 Explain	100
5.4.4 Elaborate	103
5.4.5 Evaluate.....	110
5.5. La Pizza Geométrica	114
5.5.1. Engage.....	114
5.5.2. Explore.....	118
5.5.3. Explain	124
5.5.4. Elaborate	125
5.5.5. Evaluate.....	130

6. Conclusiones	136
Referencias Bibliográficas	139
Apéndices.....	147

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. <i>Proyección de la práctica social en la sede Helechales</i>	33

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1. <i>Gráfica realizada por la PUJ para el puntaje global entre urbano y rural.</i>	19
Figura 2. <i>Gráfica realizada por la PUJ para el puntaje de áreas del conocimiento entre urbano y rural.</i>	20
Figura 3. <i>Prueba Quiero ser, quiero saber 2025 del Colegio Ecológico de Floridablanca.</i>	21
Figura 4. <i>Gráfica de las fases de la práctica social.</i>	32
Figura 5. <i>Respuesta en Explore de A08.</i>	38
Figura 6. <i>Respuesta en Explore de A03.</i>	38
Figura 7. <i>Respuesta en Explore de A01 y A02.</i>	39
Figura 8. <i>Respuesta en Explain de A03.</i>	42
Figura 9. <i>Respuesta en Explain de A01</i>	43
Figura 10. <i>Respuesta en Elaborate de A04.</i>	46
Figura 11. <i>Respuesta y representación en Elaborate de A03.</i>	47
Figura 12. <i>Respuesta y representación en Elaborate de A01.</i>	48
Figura 13. <i>Respuesta y representación en Evaluate de A06.</i>	50
Figura 14. <i>Respuesta y representación en Evaluate de A03.</i>	51
Figura 15. <i>Respuesta y representación en Evaluate de A02.</i>	52
Figura 16. <i>Respuesta en Explore de A08</i>	56
Figura 17. <i>Respuesta en Explore de A03</i>	57
Figura 18. <i>Respuesta en Explore de A01.</i>	58
Figura 19. <i>Respuesta en Explain de A03.</i>	60
Figura 20 <i>Respuesta A Elaborate de A10</i>	61

Figura 21. <i>Respuesta en Elaborate de A03.</i>	62
Figura 22. <i>Respuesta en Elaborate de A05.</i>	62
Figura 23. <i>Respuesta en Elaborate de A09.</i>	64
Figura 24. <i>Respuesta en Elaborate de A03.</i>	65
Figura 25. <i>Respuesta en Elaborate de A03.</i>	65
Figura 26. <i>Respuesta en Elaborate de A01.</i>	66
Figura 27. <i>Respuesta en Evaluate de A05.</i>	69
Figura 28. <i>Respuesta en Evaluate de A03.</i>	70
Figura 29. <i>Respuesta en Evaluate de A01.</i>	71
Figura 30. <i>Respuesta en Engage de A04 y A06.</i>	73
Figura 31. <i>Respuesta en Engage de A03.</i>	74
Figura 32. <i>Respuesta en Engage de A01.</i>	75
Figura 33. <i>Respuesta en Explore de A06.</i>	77
Figura 34. <i>Respuesta en Explore de A03.</i>	79
Figura 35. <i>Respuesta en Explore de A01.</i>	80
Figura 36. <i>Respuesta en Elaborate de A06 y A08.</i>	83
Figura 37. <i>Respuesta en Elaborate de A04.</i>	85
Figura 38. <i>Respuesta en Elaborate de A01 y A03.</i>	85
Figura 39. <i>Respuesta en Elaborate de A03.</i>	86
Figura 40. <i>Respuesta en Elaborate de A01.</i>	87
Figura 41. <i>Respuesta en Evaluate de A06.</i>	88
Figura 42. <i>Respuesta en Evaluate de A03.</i>	90
Figura 43. <i>Respuesta en Evaluate de A01.</i>	91

Figura 44. Respuesta en <i>Engage</i> de A10 y A09.	93
Figura 45. Respuesta en <i>Engage</i> de A03.	94
Figura 46. Respuesta en <i>Engage</i> de A01y A02.	95
Figura 47. Respuesta en <i>Explore</i> de A07.....	97
Figura 48. Respuesta en <i>Explore</i> de A03.....	98
Figura 49. Respuesta en <i>Explore</i> de A02.....	99
Figura 50. Guía en <i>Explain</i> del grado tercero.	100
Figura 51. Guía en <i>Explain</i> del grado primero.	101
Figura 52. Guía en <i>Explain</i> del grado preescolar.....	102
Figura 53. Respuesta en <i>Elaborate</i> pictograma de A06.	103
Figura 54. Respuesta en <i>Elaborate</i> pictograma de A05.	104
Figura 55. Respuesta en <i>Elaborate</i> diagrama de barras de A06.....	104
Figura 56. Respuesta en <i>Elaborate</i> análisis de tendencia de A08.	105
Figura 57. Respuesta en <i>Elaborate</i> de A03.	107
Figura 58. Respuesta en <i>Elaborate</i> de A01 y A02.	108
Figura 59. Respuesta en <i>Elaborate</i> de A01 y A02	109
Figura 60. Respuesta en <i>Evaluate</i> de A11.	111
Figura 61. Respuesta en <i>Evaluate</i> de A11.	111
Figura 62. Respuesta en <i>Evaluate</i> de A03.	112
Figura 63. Respuesta en <i>Evaluate</i> de A01 y A02.	113
Figura 64. Respuesta en <i>Engage</i> de A04 y A05.	115
Figura 65. Respuesta en <i>Engage</i> de A03.	116
Figura 66. Respuesta en <i>Engage</i> de A02.	117

Figura 67. Respuesta en <i>Explore</i> de A05 y A07.....	119
Figura 68. Respuesta en <i>Explore</i> de A09.....	120
Figura 69. Respuesta en <i>Explore</i> de A03.....	121
Figura 70. Respuesta en <i>Explore</i> de A03.....	122
Figura 71. Respuesta en <i>Explore</i> de A02.....	123
Figura 72. Respuesta en <i>Elaborate</i> de A11.	126
Figura 73. Respuesta en <i>Elaborate</i> de A03.	127
Figura 74. Respuesta en <i>Elaborate</i> de A03.	128
Figura 75. Respuesta en <i>Elaborate</i> de A02.	128
Figura 76. Respuesta en <i>Evaluate</i> de A10 y A11.	130
Figura 77. Respuesta en <i>Evaluate</i> de A07 y A11.	131
Figura 78. Respuesta en <i>Evaluate</i> de A03.	132
Figura 79. Respuesta en <i>Evaluate</i> de A03.	133
Figura 80. Respuesta en <i>Evaluate</i> de A02.	134

Lista de Apéndices

Apéndice A. Consentimiento Informado para Padres de Familia.....	147
Apéndice B. Asentimiento Informado para Estudiantes.....	148
Apéndice C. Taller 01	149
Apéndice D. Taller 02	158
Apéndice E. Taller 03	165
Apéndice F. Taller 04	174
Apéndice G. Taller 05.....	184

Agradecimientos

Agradezco a Dios por acompañarme a lo largo de este proceso y por brindarme la fortaleza, la sabiduría y la constancia necesarias para culminar satisfactoriamente esta etapa de mi vida.

Expreso mi más sincero agradecimiento a la doctora Jenny Acevedo, directora de este trabajo de grado, por su compromiso, dedicación y acompañamiento permanente durante el desarrollo de esta práctica social. Su orientación, observaciones y aportes académicos fueron fundamentales para fortalecer mi formación profesional y personal.

Asimismo, agradezco al semillero STEAM+H por ofrecer un espacio de aprendizaje e investigación que permitió fortalecer mis capacidades académicas y personales. Gracias por brindarme oportunidades de participación en diferentes experiencias.

De igual manera, extendiendo mis agradecimientos a la Universidad Industrial de Santander por abrirme las puertas de sus espacios académicos y formativos, permitiéndome adquirir conocimientos, experiencias y aprendizajes que serán fundamentales en mi desarrollo profesional.

También quiero expresar un agradecimiento especial a la docente Clarita, así como a los estudiantes de preescolar, primero y tercero del Colegio Ecológico de Floridablanca, sede Helechales, por recibirnos en su aula y permitirnos desarrollar allí nuestra práctica social. Su disposición, participación y acogida hicieron de esta experiencia un proceso significativo y enriquecedor.

Finalmente, agradezco a las amistades que hicieron parte de este camino universitario y que, de diferentes maneras, me acompañaron durante estos años. Especialmente a Sofía, Angy, Yissela y Mafer, quienes se convirtieron en una red de apoyo fundamental, brindándome compañía, escucha y momentos de alegría que hicieron mucho más especial esta etapa académica.

Angie Julieth Gómez Carreño

Le agradezco a *Dios* por darme la sabiduría y perseverancia necesaria para culminar con toda etapa importante en mi vida.

A mi directora de trabajo de grado, la profesora *Jenny Acevedo* por todo su compromiso y dedicación que fue una guía fundamental durante el desarrollo de este trabajo. Valoro profundamente todo el tiempo e interés puesto en este proceso de formación donde cada corrección hizo parte del camino para culminar mi proyecto académico.

Al semillero *STEAM+H* que creó un espacio de investigación donde desarrollar mis capacidades al brindarme la oportunidad de participar en distintos eventos formativos enriquecedores para mi proceso formativo. También extendiendo mis agradecimientos a la *Universidad Industrial de Santander* por ser el centro educativo que me brindó la formación académica y personal al abrirme las puertas en sus diferentes espacios académicos que me llenaron de experiencias y conocimientos que serán fundamentales más adelante en mi desarrollo profesional.

Finalmente agradezco a todas las nuevas amistades que me acompañaron a lo largo de estos años universitarios, especialmente a *Mafer, Angie, Yissela y Angy*, quienes se convirtieron en una red de apoyo donde podía expresar o buscar ayuda. Por todos los buenos momentos que compartimos juntas y todas esas risas que nos acompañaron a lo largo de las clases. También a *Angela* que ha estado desde mucho antes de iniciar este proceso académico y se ha mantenido de manera constante a pesar de todos los horarios complicados y breves reuniones. Finalmente, a todos esos amigos que dejé en Cúcuta y quienes han mantenido su presencia en los mensajes y reencuentros de vacaciones, por siempre estarme apoyando a la distancia durante distintos momentos.

Angie Sofia Reyes Jaime

Dedicatoria

En primer lugar, dedico este trabajo a mis padres, *María Elena* y *José*, quienes con su esfuerzo y apoyo hicieron posible que hoy pueda alcanzar una meta más en mi vida. Gracias por acompañarme durante este proceso y por impulsarme siempre a seguir adelante.

Asimismo, agradezco a mi pareja, *Daniel*, por estar presente durante este proceso, brindándome apoyo, motivación y compañía en cada etapa.

Finalmente, dedico este logro a todas las personas que de una u otra manera hicieron parte de este camino y contribuyeron al cumplimiento de esta meta tan importante en mi vida.

Angie Julieth Gómez Carreño

En primer lugar, dedico este trabajo a mis padres, *Lorena* y *Oscar* por ser mi apoyo incondicional a lo largo de los años, por todo el amor, esfuerzo y sacrificios para acompañarme en diferentes etapas de mi vida. Estoy profundamente agradecida por cada palabra de apoyo y consejo que me llevó a lograr cada una de mis metas. También dedico este trabajo a mi hermano, *Juan Diego*, por su presencia importante en mi vida y acompañarme de diferentes maneras durante todo este proceso de maneras que pueden expresar y cómo su compañía en el final de esta esta se volvió parte de mis motivaciones para seguir adelante al hacer.

A toda mi familia que ha estado presente en diferentes momentos. Los que me recibieron aquí en la ciudad al abrirme las puertas como una compañía constante en estos años y los que están en otros lugares que con sus llamadas y mensajes fueron un impulso necesario. Este trabajo nace como fruto de mis estudios y esfuerzos que se vieron impulsados por el amor y la confianza de todos ustedes.

Angie Sofía Reyes Jaime

Resumen

Título: La Cocina como Laboratorio Matemático: Una Propuesta 5E para Fortalecer Pensamiento Matemático en los Estudiantes de la Sede Helechales del Colegio Ecológico de Floridablanca *

Autor: Angie Julieth Gómez Carreño, Angie Sofía Reyes Jaime **

Palabras Clave: Matemáticas, Modelo 5E, Rural, Círculos Matemáticos, Escenarios de Enseñanza.

Descripción:

Esta práctica social tiene como propósito realizar un análisis sistemático sobre la estrategia pedagógica 5E desde el programa de extensión *Círculos Matemáticos UIS-IPRED* donde se busca fortalecer las competencias de: modelación, comunicación, razonamiento y argumentación, resolución de problemas. Para esto es necesario reconocer de acuerdo con las cifras dadas por el DANE que el 67,5% de colegios colombianos están ubicados en áreas rurales, pero la brecha en los puntajes de pruebas de estado entre instituciones rurales e instituciones urbanas solo va en aumento, pasando de 18.5 puntos en el 2014 a 26.1 puntos en el 2024, como señala el Laboratorio de economía de Educación PUJ. Para mitigar esta brecha, la práctica social busca implementar los talleres en el Colegio Ecológico de Floridablanca sede Helechales, bajo el diseño instruccional que permea todas las cuatro fases de la práctica social: reconocimiento, organización, implementación y reflexión. La primera fase establece la problemática que se busca mitigar en la implementación de la práctica. La segunda fase es un trabajo conjunto con los estudiantes de Licenciatura en Matemática quienes se encargan de la creación de los talleres y los estudiantes de Licenciatura en Educación Básica Primaria preparan todos los materiales necesarios para la implementación. La tercera fase corresponde a la aplicación de los talleres. Finalmente, la cuarta fase corresponde a la reflexión donde se realiza el análisis de los resultados obtenidos. Las últimas tres fases se repiten de manera cíclica permitiendo el análisis sistemático.

* Trabajo de grado en la modalidad de práctica social

** Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación. Directora: Jenny Patricia Acevedo-Rincón. Doctora en Educación.

Abstract

Title: The Kitchen as a Mathematical Laboratory: A 5E Proposal to Strengthen Mathematical Thinking in the Students of the Helechales Branch of the Ecological College of Floridablanca*

Author: Angie Julieth Gómez Carreño, Angie Sofía Reyes Jaime**

Key Words: Mathematics, 5E Model, Rural, Mathematical Circles, Teaching Scenarios.

Description:

The purpose of this social practice is to carry out a systematic analysis of the 5E pedagogical strategy from the UIS-IPRED Mathematical Circles extension program, which seeks to strengthen the competencies of modeling, communication, reasoning and argumentation, problem solving. For this, it is necessary to recognize according to the figures given by DANE that 67.5% of Colombian schools are located in rural areas, but the gap in state test scores between rural and urban institutions in rural areas, but the gap in state test scores between rural and urban institutions is only increasing, going from 18.5 points in 2014 to 26.1 points in 2024, as pointed out by the Laboratorio de Economía de Educación PUJ. To mitigate this gap, the social practice project seeks to implement workshops at the Helechales Branch of the Ecological College of Floridablanca using an instructional design that permeates all four phases of the social practice: recognition, organization, implementation, and reflection. The first phase establishes the problem that the practice aims to address. The second phase involves collaborative work between undergraduate mathematics students, who create the workshops, and undergraduate elementary education students, who prepare all the necessary materials. The third phase consists of delivering the workshops. Finally, the fourth phase involves reflection, where the results are analyzed. The last three phases are repeated cyclically, allowing for systematic analysis.

* Degree work in the social practice modality

** Faculty of Human Sciences. School of Education. Bachelor's Degree in Elementary Basic Education. Director: Jenny Patricia Acevedo-Rincón. Doctor in Education.

Introducción

Las escuelas rurales según el DANE representan al 67.5% de escuelas en Colombia, sin embargo, existe una marcada brecha entre educación urbana y rural, siendo estas últimas quienes tienen puntajes más bajos en las pruebas de estado, principalmente en inglés y matemáticas. En el periodo comprendido entre 2014 y 2024 la brecha del puntaje global en las pruebas de estado ha subido un total de 7.6 puntos. Esto evidencia que la educación rural necesita una mejora en la calidad educativa para disminuir la brecha actual en la educación colombiana, puesto que la educación rural representa el mayor porcentaje de escuelas a nivel nacional.

Esta práctica social se llevará a cabo en el Colegio Ecológico de Floridablanca sede Helechales, una institución rural del municipio de Floridablanca ubicado en el departamento de Santander, donde el resultado de las pruebas de estado demuestran una urgente necesidad de fortalecer las habilidades matemáticas de los estudiantes, iniciando desde los primeros grados para sentar bases en el pensamiento matemático. Desde los Lineamientos Curriculares de Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (1998) se especifica que las matemáticas deben ser contextualizadas, de manera que se acerquen a la realidad de los estudiantes y tengan mayor impacto en su proceso de aprendizaje y aplicándolas en situaciones propias de la vida cotidiana de los estudiantes.

Autores como Chavez et al., (2025) sostienen que la educación matemática vinculada al mundo cotidiano transforma la experiencia de aprendizaje en una experiencia significativa donde se asimilan mejor los conceptos abstractos. Para esto se hace uso de la gamificación como herramienta dinámica donde los juegos de rol buscan motivar a los estudiantes para fortalecer las habilidades matemáticas, adaptando el juego al aula multigrado. Esta práctica social se vincula al programa de extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED para la enseñanza de los cinco

pensamientos matemáticos, teniendo en cuenta que este programa busca fomentar el interés y entusiasmo por las matemáticas a nivel departamental.

Para mitigar la brecha existente en la educación rural y urbana se hace necesario estructurar talleres bajo objetivos claros de aprendizaje, usando el modelo 5E donde sus cinco fases trabajen de manera progresiva buscando subir el nivel de complejidad en las actividades realizadas, para que los estudiantes del Colegio Ecológico de Floridablanca sede Helechales vivan una experiencia innovadora de aprendizaje, de esta manera se busca contribuir al desarrollo de la educación rural mostrando nuevas formas de aprendizaje de acuerdo a las necesidades propias de cada institución. Usando la cocina como situación de contexto se busca fortalecer las competencias matemáticas implementando talleres del programa de extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED, siguiendo una metodología de cuatro fases (reconocimiento, organización, implementación y reflexión) donde las últimas tres fases se repiten de manera cíclica cinco veces y la fase dos de organización se hace en conjunto con estudiantes de Licenciatura en Matemáticas.

1. Aproximación al problema

Este apartado busca identificar las bases del problema que se desea abordar durante la práctica social dando énfasis a la importancia de realizar talleres de matemáticas para el mejoramiento de los cinco pensamientos matemáticos en las áreas rurales. Se hace una lectura a la educación rural en Colombia y en el municipio de Santander en las habilidades matemáticas por medio de los resultados obtenidos en las diferentes Pruebas de Estados, a partir de esto se plantean los objetivos que se quieren lograr a lo largo del trabajo.

1.1 Planteamiento del Problema

En el censo realizado a las escuelas educativas refleja como en Colombia el 67,5% de las escuelas están ubicadas en el área rural (DANE, 2023). Para el municipio de Santander se cuenta con un total de 3.170 de escuelas formales, repartidas en 2.631 escuelas oficiales y 539 escuelas no oficiales. De las escuelas oficiales, 2.219 se encuentran ubicadas en zona rural y 101 escuelas rurales no oficiales. Es decir, en el departamento de Santander el 73,19% de las escuelas formales son rurales.

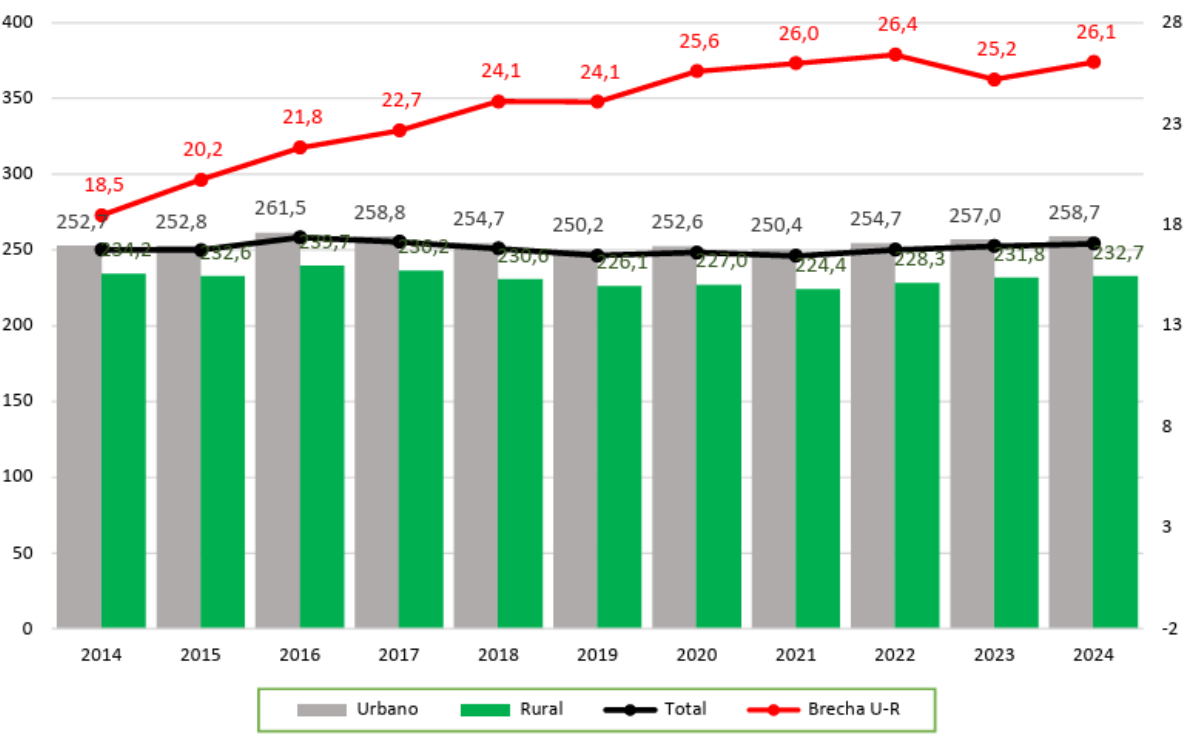
En el periodo comprendido entre 2014 y 2024, el informe realizado por la Pontificia Universidad Javeriana muestra que ha existido una brecha entre las instituciones Urbanas y Rurales donde estas últimas obtienen puntajes más bajos (Laboratorio de Economía de Educación PUJ, 2025), pasando de 18.5 puntos en el año 2014, a 26.1 puntos en el año 2024 (Figura 1).

Esto resalta cómo las instituciones ubicadas en el área rural son mayoría tanto a nivel nacional como municipal, no obstante, la educación rural presenta resultados menores en las pruebas de estado. Dejando entre ver que la calidad educativa en las escuelas rurales es menor, aunque son mayoría a nivel nacional, generando un problema educativo para toda Colombia.

Figura 1.

Gráfica realizada por la PUJ para el puntaje global entre urbano y rural.

Gráfico 6. Puntaje promedio global según zona y brechas: Pruebas Saber 11 Nacional A: 2014-2024

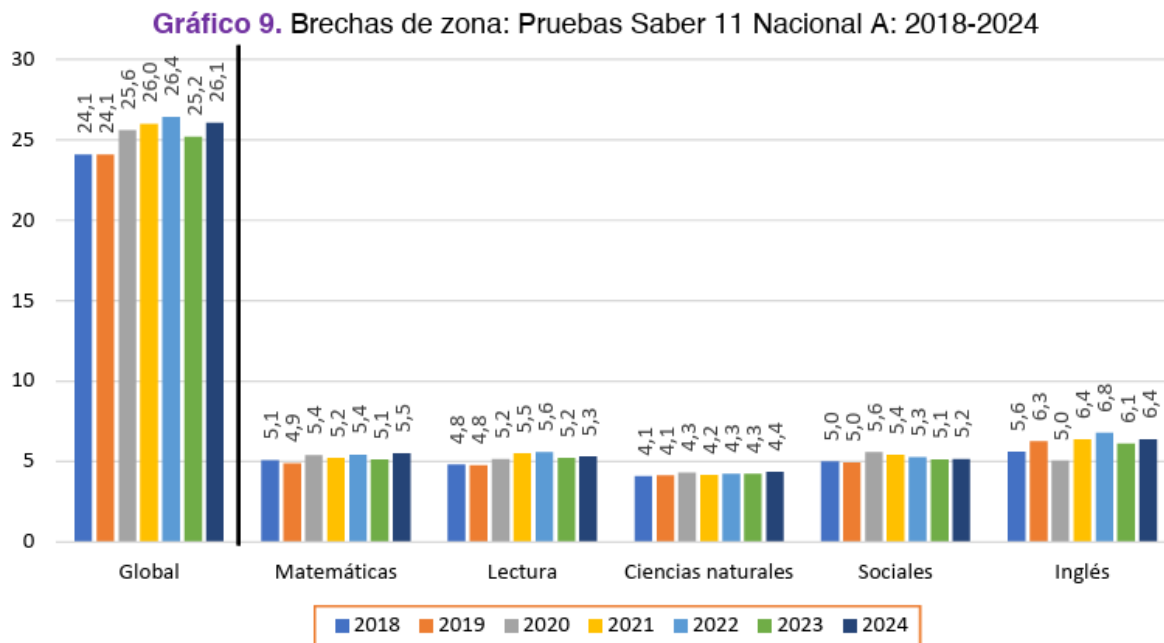


Nota: Tomado del informe 114 de las Pruebas Saber 11 del ICFES (Laboratorio de economía de Educación PUJ, 2025, p. 8).

En cuanto al análisis realizado sobre las cinco áreas del conocimiento desarrollado entre el 2018 al 2024 (Figura 2), las brechas reportadas son para las áreas de matemáticas (segundo lugar) e inglés (primer lugar). Se puede observar que durante este periodo de tiempo la brecha presenta un aumento de 0,4 consolidándose en 2024 con un total de 5,5 puntos.

Figura 2.

Gráfica realizada por la PUJ para el puntaje de áreas del conocimiento entre urbano y rural.



Nota: Tomado del informe 114 de las Pruebas Saber 11 del ICFES (Laboratorio de economía de Educación PUJ, 2025, p. 12).

Esta práctica social se desarrolla en el Colegio Ecológico de Floridablanca. Esta institución en las pruebas Quiero ser, quiero saber del Ministerio de Educación Nacional (Figura 3) evidencia una urgente necesidad de fortalecer las habilidades matemáticas, pues se encuentra solo un 38.44% de respuestas correctas a nivel institucional, por esto se entiende la necesidad de abordar los cinco pensamientos matemáticos para fortalecer el razonamiento matemático en primaria dentro de la institución.

Figura 3.

Prueba Quiero ser, quiero saber 2025 del Colegio Ecológico de Floridablanca.



Nota: Archivo personal del Colegio Ecológico de Floridablanca.

Entre las oportunidades de mejora de la institución se encuentra la planeación pedagógica y uso de estrategias activas. Para lo cual, se resalta la urgencia de fortalecer los diferentes procesos para la realización satisfactoria de las clases donde se involucran aspectos de planeación, didáctica, estrategias, metodología, evaluación y ambientes de aprendizaje.

Todo esto para favorecer el aprendizaje activo y significativo en los estudiantes (Archivo personal Colegio Ecológico de Floridablanca). Esto se debe integrar para fortalecer habilidades matemáticas en los niños de primaria de la institución educativa de modo que, se responda a la pregunta orientadora:

¿Cómo la cocina como laboratorio matemático fortalece las competencias de modelación, comunicación, razonamiento y argumentación, resolución de problemas a través de la implementación de los talleres de Círculos Matemáticos en los estudiantes de la sede Helechales Colegio Ecológico de Floridablanca?

1.2 Justificación

Es necesario que la enseñanza de la matemática actual en las escuelas rurales avance hacia nuevas formas de aprendizaje en las aulas. Se resalta la importancia de una matemática contextualizada donde realidades cotidianas sean un escenario que promueva un aprendizaje significativo, desde los Lineamientos Curriculares de Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (MEN) se resalta la importancia de esto, argumentando que “el contexto tiene un papel preponderante en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas” (1998, p.24). Es decir, el contexto no se puede desvincular de la enseñanza misma de la matemática, o relegar solo a partes específicas de las clases. Por lo que, debe permear todo el aprendizaje de modo que los nuevos conocimientos tengan un impacto real en los niños y sean capaces de construir aprendizajes significativos aplicables en situaciones cotidianas propias de la ruralidad en la que se encuentran inmersos los estudiantes del Colegio Ecológico de Floridablanca en la Sede F.

En la institución surge la necesidad de la integración de las matemáticas a las experiencias de los estudiantes para establecer relaciones entre lo abstracto y lo concreto. Esto es, considerar “la matemática con los conceptos del mundo real puede transformar esta disciplina en una experiencia significativa y práctica para que así los estudiantes puedan asimilar mejor los conceptos teóricos” (Chavez et al., 2025, p. 308).

Para esto es necesario señalar el uso de diversas estrategias como: aprendizaje basado en proyectos, aprendizaje basado en problemas, realización de organizadores gráficos y la gamificación.

En particular la gamificación se presenta como una manera dinámica para captar la atención de los estudiantes de zonas rurales al ponerlos frente a las dinámicas propias de los juegos (i.e. juegos de rol) donde para poder avanzar se requiere mayor nivel de complejidad y esto llevado

al aula propicia que los estudiantes fortalezcan habilidades de forma interconectada con una situación real en el caso de los juegos de rol. Para Gallego et al., los elementos propios del juego puestos en contextos específicos con objetivos claros de aprendizaje propician la implicación, motivación y diversión en el aula (2014, p2).

Sin embargo, es necesario señalar que esta estrategia no implica usar recursos tecnológicos para su aplicación. El pensamiento lógico-matemático logra desarrollarse al usar gamificación, sin usar necesariamente recursos digitales; además es posible adaptar recursos para transformar el aprendizaje, sin limitarse a la infraestructura para diseñar planes de clase que disminuyan la brecha de desigualdad entre la educación urbana y rural referente a la calidad educativa en Colombia (Berrocal, 2024).

Para mitigar la brecha existente en escuelas rurales se hace indispensable recurrir a programas que ayuden a cambiar las dinámicas en el aula. Con el fin de transformar las clases de matemáticas en clases que motiven a los estudiantes a aprender y fortalecer su pensamiento lógico matemático tomando contextos cercanos a ellos. Esto se debe adaptar a la realidad del aula multigrado presente en el Colegio Ecológico de Floridablanca sede Helechales donde el docente debe diseñar planes de clase coherentes a los diferentes grados del aula.

1.3 Objetivos

Esta práctica social pretende por objetivo general: Analizar las actividades de ‘la cocina como *laboratorio matemático*’ a partir de la estrategia pedagógica 5E del programa de extensión *Círculos Matemáticos*, fortaleciendo las competencias de: modelación, comunicación, razonamiento y argumentación, resolución de problemas. Para lo cual se proponen los siguientes objetivos específicos:

- Explorar los gustos, conocimientos y habilidades de un aula multigrado de estudiantes de la sede Helechales del *Colegio Ecológico de Floridablanca*.
- Implementar los talleres del programa de extensión *Círculos Matemáticos* basados en el modelo 5E contextualizados en ‘la cocina como *laboratorio matemático*’.
- Identificar el desarrollo de las competencias (modelación, comunicación razonamiento y argumentación, resolución de problemas) en los estudiantes de la sede Helechales del *Colegio Ecológico de Floridablanca*.

2. Círculos Matemáticos

Los círculos matemáticos nacen en la Unión Soviética y posteriormente se extienden por Europa y el Este donde funcionan desde hace un siglo. En el año 2018 a través de la Sociedad Colombiana de Matemáticas, en Colombia se da inicio a estos programas, volviéndose un proyecto de extensión con carácter social que busca impactar a los jóvenes de media vocacional interesados en el quehacer matemático. Por esto, desde la Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander nace el proyecto de extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED, para crear un espacio que explore el aprendizaje de la matemática de manera rigurosa y divertida.

En esta práctica social se busca llevar el programa Círculos Matemáticos UIS-IPRED a los estudiantes de primaria de la Sede Helechales del Colegio Ecológico de Floridablanca por medio de la enseñanza de los Cinco Pensamientos Matemáticos de manera divertida por medio de la exploración que fortalezca el razonamiento matemático.

De acuerdo con la página oficial de Círculos Matemáticos UIS-IPRED¹ este proyecto tiene como objetivos fortalecer la vocación por el estudio de las matemáticas en la región desde la influencia de la UIS, con el fin de incrementar el número de estudiantes en los programas de Matemáticas y Licenciatura en Matemáticas de la Escuela de Matemáticas de la UIS, permitiendo crear espacios de divulgación y formación para el desarrollo del pensamiento matemático, además, de fomentar el interés y la apreciación por las matemáticas entre los jóvenes del Departamento de Santander, logrando finalmente transmitir entusiasmo y pasión por el estudio de esta ciencia.

¹ Nota: http://matematicas.uis.edu.co/?q=Contenido_Circulos

Los Círculos Matemáticos también se encuentran en desarrollo en otros lados del mundo, dada su importancia para la enseñanza matemática actual. Como muestra Iezzi et al., (2024) Los círculos matemáticos también se encuentran presentes en Edimburgo, Reino Unido, donde el proyecto es dirigido por la Escuela de Matemáticas de la Universidad de Edimburgo como sesiones gratuitas para niños en la edad de 5-16 años. Este programa busca que los niños exploren la investigación matemática junto a los padres de familia y ha demostrado que este proyecto es crucial para aumentar los logros académicos. También busca crear conciencia de lo que es pensar como matemático, al impulsar a los niños a abordar preguntas abiertas que se basen en problemas matemáticos propios de su edad, desarrollando así hipótesis y pruebas para que puedan argumentar matemáticamente.

Además, Bryant et al., (2019) ubicados en Estados Unidos, describen desde su experiencia el uso de los círculos matemáticos y hacen especial énfasis en la importancia de que los docentes apliquen estos programas en las aulas desde la motivación, pero también para retar intelectualmente a los estudiantes a mejorar en sus habilidades matemáticas, además, el uso del programa puede ayudar al docente a abordar obstáculos o problemáticas específicas del aula, lo que permite que la enseñanza sea activa por parte de los estudiantes lo que incluye esmero por parte de todos en el aula.

3. El modelo 5E

El modelo 5E, nació como un enfoque para la enseñanza de las ciencias que fue desarrollado por el *Biological Sciences Curriculum Study* en 1987 (Ruiz-Martín & Bybee, 2022). El modelo se conforma por cinco fases que en conjunto tienen como función promover una mejor comprensión del conocimiento en los estudiantes.

La primera fase llamada *Engage* (Enganche) busca que el estudiante traiga al salón de clase los conocimientos previos que sean relevantes para la lección, para que pueda involucrarse con el nuevo conocimiento por medio de la curiosidad que provoca. Reforzando esta idea, Ausubel plantean en su libro *Psicología Educativa*: “de todos los factores que influyen en el aprendizaje, el más importante consiste en lo que el alumno ya sabe” (1980, p. 4). Lo que se encuentra estrechamente relacionado con lo que se plantea en la primera fase del modelo 5E, dando importancia a conectar el aprendizaje con el estudiante de manera directa con sus conocimientos ya existentes para que así sea mucho más significativo el posterior aprendizaje.

Segunda fase llamada *Explore* (Explorar) donde se propone una actividad guiada donde los estudiantes se apoyan de sus conocimientos previos para realizar preguntas e hipótesis durante la actividad que ayuden a formar nuevos conceptos que tengan sentido para ellos. Ya que “permite organizar los conocimientos disponibles y enlazarlos con aquellos que necesitamos adquirir.” (Gutiérrez et al., 2012, p.78) resaltando la importancia de darles un papel activo a los estudiantes en su proceso de aprendizaje para favorecer la conexión descrita en el modelo, pues se trata de generar una necesidad genuina de aprender.

Tercera fase conocida como *Explain* (Explicar) que trabaja en relación con la fase anterior. Luego de explorar sus conocimientos previos y las hipótesis que forman, los estudiantes necesitan

del profesor para dar una explicación que promueva la construcción del conocimiento. Es decir, formalizar todos los conceptos de la fase de exploración para que puedan codificarlos y posteriormente recuperarlos para promover su uso en otros contextos relevantes durante el futuro. Esto permite crear un nexo entre la memoria de corto plazo hacia la memoria a largo plazo para que los estudiantes puedan acceder al conocimiento cuando lo necesiten en diferentes contextos. Por lo que no se trata de memorizar contenidos sino de comprenderlos, estructurarlos y consolidarlos para poder movilizarlos en situaciones reales. (Rubio-González & Gómez, 2017, pp. 55-56).

Cuarta fase llamada *Elaborate* (Elaborar) busca que los estudiantes tengan un espacio de práctica extendida donde ahora apliquen estos nuevos conceptos en distintos contextos como una forma de evaluar qué tan fructífero son y lograr una comprensión aún más profunda que logre que el conocimiento perdure en el tiempo. Teniendo presente que el conocimiento no se limita a memorizar los contenidos, sino también entenderlos para poder aplicarlos en diferentes contextos de modo que los conocimientos nuevos puedan aplicarse en los conocimientos previos para lograr la transferencia de aprendizaje y por lo tanto desarrollar una comprensión sólida (Daza et al., 2025, p. 22).

Y la Quinta fase es *Evaluate* (Evaluar) es la última en este modelo. Esta fase busca ver el progreso de los estudiantes hacia los logros educativos que se plantearon, al evaluar su comprensión de los conceptos al resolver una actividad que los desafíe. Esta etapa se realiza a lo largo de las etapas anteriores como una evaluación formativa que busca la retroalimentación hasta llegar al final de la secuencia donde las actividades evaluativas en conjunto con lo anterior ayuden a determinar cómo es el nivel de comprensión de cada estudiante a lo largo de todo el proceso. Esto va en concordancia a lo que señala Martínez et al., (2012):

Dado que la competencia incluye conocimientos, comprensión, resolución de problemas, habilidades técnicas, actitudes, etc. es recomendable utilizar métodos integrados, donde en la ejecución del estudiante estén implicados todos o la mayoría de estos elementos; para ello, la observación es un método adecuado, pero exige su planificación y el diseño de instrumentos de registro. (p. 381).

En consecuencia, se hace necesario estructurar las sesiones didácticas bajo objetivos claros de aprendizaje donde cada fase cuente con propósito. Para lograr todo esto se busca usar del modelo 5E definido por Ruiz-Martín & Bybee (2022) como una forma de que el alumno participe en actividades que promuevan la comprensión de los aprendizajes. En sus cinco fases se vinculará la gamificación como estrategia, de modo que el juego permee la fase de enganche que busca captar la atención de los estudiantes; y, a lo largo de la sesión vaya complementando cada fase del modelo 5E hasta llegar a la evaluación, donde el juego desafía a demostrar la comprensión de conceptos matemáticos y usar las habilidades adquiridas.

Finalmente, se busca que los estudiantes del Colegio Ecológico de Floridablanca (sede F) vivan una experiencia de aprendizaje innovadora al desenvolverse en situaciones cotidianas que permitan fortalecer los pensamientos matemáticos, además la práctica social busca contribuir al desarrollo de la educación rural para que se tengan en cuenta nuevas formas de aprendizaje y las necesidades que lo rodean.

4. Aspectos Metodológicos

Este apartado busca describir, a modo general, la institución y población donde se desarrolla la práctica social en un aula multigrado; además de la metodología utilizada definiendo el tipo y técnica a seguir, y describiendo los pasos necesarios para llevar a cabo la práctica en un tiempo determinado.

4.1. El Colegio Ecológico de Floridablanca

Según el Manual de Convivencia Escolar (2026) es una Institución Educativa Oficial que inicio en el año 2003 y se encuentra al servicio de la comunidad campesina y rural. Actualmente la Institución Educativa cuenta con un radio de acción en zonas rurales donde las nueve sedes tienen el nombre de su respectiva vereda cuyos nombres son: Casiano Alto (sede A), Casiano Bajo (sede B), Altos de Mantilla (sede C), Guayanas (sede E), Helechales (sede F), Alsacia (sede G), Cauchos (sede H), Palmeras (sede I) y Valle de Ruitoque (sede J).

Para el año 2030, el Colegio Ecológico de Floridablanca tiene como visión ser una institución integral donde los conocimientos formen estudiantes líderes en su territorio, consolidándose de esta forma como un espacio de conocimiento académico. Además, el Colegio Ecológico de Floridablanca en su misión busca ofrecer una educación contextualizada donde se vinculen los saberes cotidianos de los estudiantes de una manera incluyente e innovadora, para formar estudiantes autónomos que proyecten sus conocimientos en proyectos de vida pertinentes. (Colegio Ecológico de Floridablanca, 2026).

4.2. Población

En la Sede F Helechales se cuenta con dos aulas para preescolar y primaria donde se trabaja bajo la modalidad multigrado y se encuentran distribuidos en dos aulas (*A* y *B*).

El aula A, cuenta con 10 estudiantes Preescolar, primero y tercero, y el aula B, cuenta con 14 estudiantes segundo, cuarto y quinto. La práctica se desarrolla en el aula A, donde se cuenta con dos estudiantes del grado preescolar (una niña y un niño), una estudiante del grado primero y siete estudiantes del grado tercero (dos niñas y cinco niños). Uno de los estudiantes del grado tercero se encuentra repitiendo año ya que no logró las competencias requeridas en el proceso lectoescritor. Adicionalmente, destacar que a partir del desarrollo del taller 4, se integra un nuevo estudiante a grado tercero.

Los estudiantes de preescolar cuentan con un horario de 7:30 a.m. a 12:30 p.m. y los demás estudiantes cuentan con el horario de 6:30 a.m. a 12:30 p.m. La última hora de clase es destinada al desarrollo de habilidades extracurriculares. Las condiciones socioeconómicas del grupo de estudiantes se encuentran entre estrato uno y dos, la mayoría de los estudiantes cuentan con madres cabeza de hogar y el trabajo de los padres en su mayoría proviene de la agricultura.

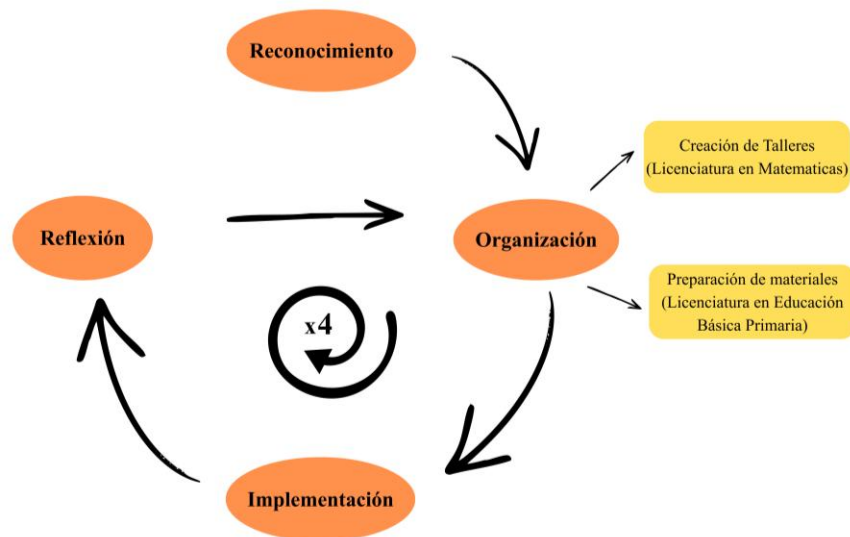
4.3. Desarrollo de la Práctica Social

Esta práctica se caracteriza por mantener el diseño instruccional propio de los Círculos Matemáticos, en este los espacios de aprendizaje se contextualizan y analizan continuamente y en retrospectiva para poder llegar a una mejora. Este diseño es acompañado por el experimento de enseñanza, ya que al tiempo que se realiza cada taller estos se adecúan a una planeación conjunta con los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas abordando las temáticas expuestas por la docente titular y cada taller es analizado posterior a cada aplicación (Molina et al., 2011, p.79).

La Práctica Social se desarrolla por medio de cuatro fases (reconocimiento, organización, implementación y reflexión) que se repiten de manera cíclica un total de cinco veces (Figura 4).

Figura 4.

Gráfica de las fases de la práctica social.



En la primera fase, *reconocimiento*, se enmarca la práctica social identificando una problemática que se busca mitigar con la implementación, así se define metodología y técnicas a implementar. Posteriormente, la segunda fase, *organización*, se trabaja en conjunto con los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas quienes se encargan de la creación de los talleres a aplicar mientras los estudiantes de Licenciatura en Educación Básica Primaria se encargan de la preparación de materiales necesario para los talleres.

En una tercera fase, *implementación*, cada taller se implementa un día a la semana en una sesión de dos horas en el salón multigrado junto a sus guías y material necesario. Y, finalmente, en la fase cuatro, *reflexión*, se analizan los resultados obtenidos en la implementación del taller según los objetivos planteados. Después de esta fase vuelve a reiniciarse el proceso desde la fase de organización hasta terminar con todos los talleres.

4.4. Proyección de la Práctica Social

Tabla 1.

Proyección de la práctica social en la sede Helechales

Actividad	Descripción	Fecha inicio	Fecha Fin
Capítulo 1	Aproximación al problema	3 de febrero	17 de febrero
Capítulo 2	Círculos matemáticos	18 de febrero	03 de marzo
Capítulo 3	Marco teórico	04 de marzo	17 de marzo
Capítulo 4	Aspectos metodológicos	18 de marzo	31 de marzo
Preparación 1	Elaboración del material necesario para la aplicación 1	1 de abril	07 de abril
Aplicación 1	Desarrollo del primer taller con estudiantes de la IE CEF - Sede F	08 de abril	08 de abril
Reflexión 1	Análisis y reflexión sobre los resultados Aplicación 1	09 de abril	21 de abril
Preparación 2	Elaboración del material necesario para la aplicación 2	09 de abril	21 de abril
Aplicación 2	Desarrollo del segundo taller con estudiantes de la IE CEF - Sede F	22 de abril	22 de abril
Reflexión 2	Análisis y reflexión sobre los resultados Aplicación 2	23 de abril	28 de abril
Preparación 3	Elaboración del material necesario para la aplicación 2	23 de abril	28 de abril

Aplicación 3	Desarrollo del tercer taller con estudiantes de la IE CEF - Sede F	29 de abril	29 de abril
Reflexión 3	Análisis y reflexión sobre los resultados Aplicación 3	30 de abril	12 de mayo
Preparación 4	Elaboración del material necesarios para la aplicación 4	30 de abril	12 de mayo
Aplicación 4	Desarrollo del cuarto taller con estudiantes de la IE CEF - Sede F	13 de mayo	13 de mayo
Reflexión 4	Análisis y reflexión sobre los resultados Aplicación 4	14 de mayo	19 de mayo
Preparación 5	Elaboración del material necesarios para la aplicación 5	14 de mayo	19 de mayo
Aplicación 5	Desarrollo del quinto taller con estudiantes de la IE CEF - Sede F	20 de mayo	20 de mayo
Reflexión 5	Análisis y reflexión sobre los resultados Aplicación 5	21 de mayo	26 de mayo
Conclusiones		26 de mayo	02 de junio
Informe		13 de Julio	

4.5. Aspectos Éticos

De acuerdo con el U.S *Department of Health & Human Service* (1979) el informe Belmont contiene reglas, especificaciones y generalidades, para guiar diversos trabajos que involucren a otras personas. Dentro de este informe en el Apéndice B, se identifican tres generalidades importantes definidas como principios éticos básicos. Estos son, primero Respeto a las personas,

donde todas las personas tienen autonomía que se debe reconocer y proteger. El segundo principio es la Beneficencia donde todas las personas deben recibir un trato ético y además asegurar su bienestar maximizando beneficios y disminuyendo los daños. El tercer principio es Justicia, que establece una equidad en cómo se distribuyen las cargas y beneficios.

En el apéndice C se encuentran descritos el consentimiento informado, donde se tiene la capacidad de elegir si participar o no, donde se garantiza que las personas involucradas reciban la suficiente información. (*U.S Department of Health & Human Service, 1979*).

En la práctica social estos principios éticos básicos se encuentran presentes al elaborar consentimiento y asentimiento informados, donde en el consentimiento informado les da a conocer a los padres de familia o representante legal sobre la práctica y ellos dan o no su consentimiento de que sus hijos participen (Apéndice A).

Por otra parte, el asentimiento informado va dirigido a los estudiantes donde ellos aceptan o no participar, sin reemplazar la autorización legal dada por los padres o representante (Apéndice B).

5. Análisis de la práctica social

Este apartado busca analizar de manera cualitativa los cinco talleres desarrollados en el Colegio Ecológico de Floridablanca, organizándolos en su orden de aplicación y describiendo cada uno de los cinco momentos del taller que corresponden a cada una de las etapas del modelo 5E.

5.1 Chef Matemático: La Misión Hamburguesa

Este taller (Apéndice C) busca fortalecer el pensamiento variacional en los estudiantes, a través de la cocina como contexto, haciendo uso de las hamburguesas como un medio para identificar patrones en diferente grado de dificultad según el grado abordado, el taller se desarrolló para un aula multigrado (preescolar, primero y tercero).

5.1.1. *Engage*

Durante este taller se encontraban presentes todos los estudiantes de primero y tercero, en los estudiantes de preescolar un estudiante llegó alrededor de diez minutos tarde; además, toda la clase se llevó a cabo con la observación de la profesora titular.

Para este momento se buscaba atrapar la atención de los estudiantes al presentarles el rol que desarrollarán como chefs de una hamburguesería, permitiendo que exploren y conozcan el material didáctico presentado, en este caso los ingredientes para preparar hamburguesas, este momento se hizo de forma general ante todo el grupo de niños.

Las respuestas ante el planteamiento de este juego de rol fueron positivas y los niños se veían bastante emocionados por la situación propuesta y por el material. Por esto, se debe entender que los materiales concretos son fundamentales en la enseñanza primaria al permitir que los estudiantes interactúen con objetos físicos que más adelante les ayudarán a representar conceptos matemáticos. Esto según Piaget & Inhelder (1997), donde los materiales manipulativos ayudan en

la transición del pensamiento concreto al abstracto como proceso clave para el desarrollo cognitivo.

El desarrollo de esta fase se alinea con el objetivo de Círculos Matemáticos para transmitir entusiasmo y pasión por el estudio de las matemáticas, donde se busca motivar e incentivar a los niños en el estudio de las matemáticas, en este caso logrado con la presentación de un juego de rol. Presentar una situación de la vida cotidiana se toma como una fortaleza para la motivación del grupo, ya que presentar situaciones relacionadas con su vida genera cercanía ante la actividad presentada y mostrar material concreto apoya la situación en sí misma a dar contexto y permanecer en el juego de rol.

5.1.2. Explore

Durante este momento se encontraban todos los niños presentes, una docente guio la actividad para preescolar y primero, mientras que al mismo tiempo la otra docente dirigía la actividad de tercero.

En este momento los chicos de tercero se sentaron en círculo en el piso para tener mayor visibilidad y acceso al material requerido para la actividad a desarrollar. Los estudiantes de tercero tenían un pedido de siete hamburguesas para un cliente, al ser siete estudiantes cada uno se hizo cargo de realizar una de las hamburguesas del pedido; una vez realizadas las hamburguesas se tenía que realizar el conteo de ingredientes utilizados siguiendo la plantilla en la guía (Apéndice C) como se muestra en la figura 5. En este momento todos los estudiantes lograron desarrollar de manera satisfactoria la actividad, haciendo uso del material concreto, posteriormente analizando el pedido y realizando las sumas correspondientes en la guía, como se puede ver en la figura 5, en esta figura también se puede evidenciar como un estudiante en el espacio de la suma donde las

hamburguesas no llevan este ingrediente lo deja en blanco y realiza la suma de los ingredientes usados, solo usando el cero al realizar la suma de quesos.

Figura 5.

Respuesta en Explore de A08.

Orden correcto de los ingredientes:
pan - carne - queso - lechuga - tomate - carne - queso - pan

01 Pedido
3 hamburguesas con todo
1 hamburguesa sin lechuga
1 hamburguesa sin vegetales
2 hamburguesas sin queso y con una sola carne

Suma el pan	total
$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$	14
Suma la carne	total
$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1$	12
Suma el queso	total
$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 0 + 0$	10
Suma la lechuga	total
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \text{ } + \text{ }$	5
Suma el tomate	total
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \text{ }$	6

Nota. La figura muestra el conteo de lechuga y tomate el estudiante A08 deja los espacios en blanco cuando corresponde a un cero.

En grado primero se tenía que realizar tres hamburguesas en material concreto y después el conteo de los ingredientes usados, llenando la tabla con dicha información como se ve en la figura 6.

Figura 6.

Respuesta en Explore de A03.

Después de armar tus hamburguesas, cuenta cuántos ingredientes usaste.

Cantidad de ingredientes para 3 hamburguesas					
Queso		Carne		Pan	
suma	total	suma	total	suma	total
$1+1+1$	3	$1+1+1$	3	$2+2+2$	6

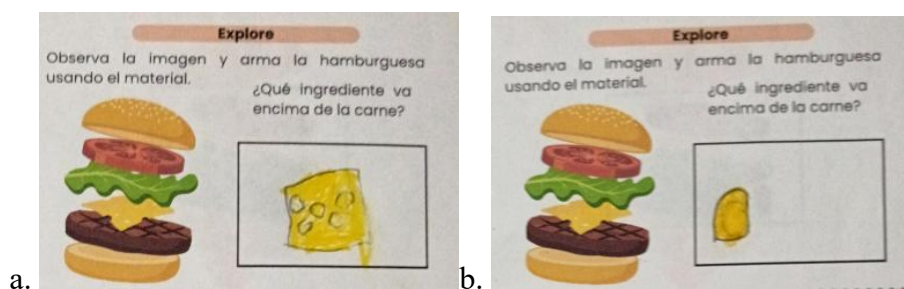
Nota. En el círculo rojo se puede evidenciar la escritura espejo del número seis.

Se resalta que la estudiante es capaz de realizar sumas al usar sus dedos como forma de conteo, además de reconocer el símbolo de la suma al llamarlo “cruz” e identificar que debe ir entre cada número que se va a sumar. Sin embargo, es necesario destacar que al momento de escribir el número seis, lo hace en forma de espejo (Figura 6). Como señala Dehaene (2014) la escritura en espejo es algo que puede ocurrir en la etapa de adquisición de la lectura y escritura, siendo un pequeño periodo donde los niños empiezan a escribir, pero que luego desaparece.

En el grado preescolar se armó una hamburguesa con el material didáctico siguiendo el orden de la imagen para luego identificar qué ingrediente va encima de la carne como se muestra en la figura 7. Los estudiantes lograron identificar correctamente el ingrediente de la pregunta, pero es necesario resaltar como uno de los estudiantes no logra identificar que los cuadrados tienen vértices y ángulos rectos (Figura 7). Según Ochaíta (1983) los niños están en una etapa temprana donde empieza a dibujar sin tener en cuenta las proporciones, distancias o proyecciones, lo que significa que estos fallos no son debido a una falta de habilidad motriz, sino a la falta de desarrollo de las habilidades de perspectiva.

Figura 7.

Respuesta en Explore de A01 y A02.



Nota: a) Proporción del queso en estudiante A01. b) Proporción del queso en estudiante A02.

En la Figura 7a, el estudiante logra hacer un dibujo que corresponde a una proporción más cercana a la forma requerida, en este caso un cuadrado realizado desde una perspectiva superior a pesar de que la imagen se encuentra en perspectiva oblicua, mientras que por otro lado en la Figura 7b se puede ver que el estudiante guarda una menor proporción con la figura ya que no conserva lados rectos, ni vértices.

En esta fase se desarrollaron los contenidos de reconocer patrones, análisis de la variación entre cantidades y el manejo de operaciones como suma y multiplicación, centrado en las nociones de variación en los estudiantes mediante material concreto para construir, replicar y entender regularidades.

Aquí se puede resaltar el uso de material concreto como puente entre lo concreto y abstracto, tal como lo indican los Lineamiento Curriculares de Matemáticas establecidos por el Ministerio de Educación Nacional: “La selección de textos escolares y de los materiales didácticos es determinante en la calidad y pertinencia de las representaciones y por ende de la comunicación.” (1998, p. 23). Siendo que el material debe ser coherente con el propósito educativo y cumplir una función para el aprendizaje que ayude a dar significado a los conceptos a partir de experiencias concreta, y trascienda su uso decorativo.

Sin embargo se hace necesario explicar a los niños el uso que se le dará al material teniendo siempre presente en qué momentos se usará y para qué, evitando que los estudiantes se distraigan, en este caso, especialmente con los niños de tercero se presentó esta dificultad, ya que al tener gran emoción por participar y usar el material concreto, dos estudiantes querían seguir utilizando el material restante mientras los demás ya se encontraban realizando el conteo del pedido realizado, para lo cual se les recordó el orden de la actividad y se incorporaron en la dinámica de los demás, continuando así con éxito esta fase.

Además, se evidencia en el desarrollo de esta fase que en posteriores actividades se pueden realizar situaciones de mayor complejidad para los niños de preescolar y primero, ya que se observó gran facilidad para identificar los patrones en el caso de los niños de preescolar; y en el caso de la estudiante de primero logra realizar las sumas con relativa facilidad.

5.1.3. Explain

En esta fase una docente se encontraba con los estudiantes de preescolar y primero, mientras que la otra docente se encontraba con los estudiantes de tercero, todos en el mismo salón, en este momento los estudiantes de tercero se ubicaron parados en frente del tablero y los estudiantes de preescolar y primero se encontraban desarrollando esta fase en sus mesas de trabajo, durante esta fase se busca formalizar los conceptos abordados.

Los estudiantes de tercero escucharon primero la explicación de la docente de cómo:

“2 carnes + 2 carnes + 2 carnes = 6 carnes” se puede representar también con la multiplicación: “2 carnes x 3 hamburguesas = 6 carnes”.

Posterior a esto los estudiantes expresaron que ellos se sabían las tablas de multiplicar, y se desarrollan en el tablero algunas situaciones propuestas por la docente como:

“Si un cliente quiere cinco hamburguesas y en cada hamburguesa tres carnes:
¿Cuántas carnes se necesitan para preparar el pedido? Y ¿cuántos panes se necesitan para preparar el pedido?”.

Es necesario comprender que el tablero sigue siendo un material indispensable en el aula, y se debe aprovechar su potencial para que los niños hagan uso de él, así como se describe en los Estándares Básicos de Competencias establecidos por el Ministerio de Educación nacional: “a través de las situaciones, los recursos se hacen mediadores eficaces en la apropiación de conceptos

y procedimientos básicos de las matemáticas y en el avance hacia niveles de competencia cada vez más altos.” (MEN, 2006, p.75). En este caso los niños realizaban la representación de la situación propuesta en el tablero, después se establecieron varias situaciones aumentando en su dificultad y se resolvieron en el tablero con las respuestas de los niños. En algunas ocasiones presentaban dificultad, especialmente con los múltiplos de 7, por la dificultad que existe para memorizar la secuencia, en casos en los que tenían que volver a realizar el cálculo mental (forma predilecta de realizar operaciones).

La estudiante de primero escuchó al inicio de esta fase una explicación de cómo una sola hamburguesa necesita dos panes, entonces a más número de hamburguesas, más número de panes. La explicación se mostró con ayuda del material didáctico para visualizar que dos hamburguesas necesitan cuatro panes y tres hamburguesas necesitan seis panes. A partir de esa explicación, ella siguió con la secuencia de panes al ir sumando con ayuda de sus propios dedos, notando que por cada hamburguesa extra que tuviera que realizar, se le sumaba dos al número de panes utilizados (Figura 8).

Figura 8.

Respuesta en Explain de A03.

Descubre la secuencia aditiva que se encuentra al hacer hamburguesas.

Inicia con los panes, ¿Cuántos panes hay en una hamburguesa? 2

Después piensa ¿cuántos panes necesitas para 2 hamburguesas? 4

¿Cuántos panes se necesitan para 3 hamburguesas? 6

¿Cuántos panes se necesitan para 4 hamburguesas? 8

¿Cuántos panes se necesitan para 5 hamburguesas? 10

Hagamos la secuencia contando los panes

2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32 34 36 38 40 42 44 46 48 50 52 54 56 58 60 62 64 66 68 70 72 74 76 78 80 82 84 86 88 90 92 94 96 98 100

Nota. Se puede ver cómo logra completar las secuencias de manera satisfactoria y el número seis en espejo.

El conteo con dedos es descrito por Sixtus et al., (2018) como “uno de los primeros pasos en el desarrollo de conceptos numéricos maduros” y la asociación entre números y dedos ayuda en la adquisición del concepto de números al facilitar la comprensión fundamental de los números, lo que demuestra cómo el estudiante va adquiriendo poco a poco este proceso matemático. Además, al igual que en la fase anterior, la escritura espejo mencionada por Dehaene (2014) se mantiene al momento de escribir el número seis ambas veces.

Para los niños de grado preescolar se les mostró dos hamburguesas, una siguiendo los patrones:

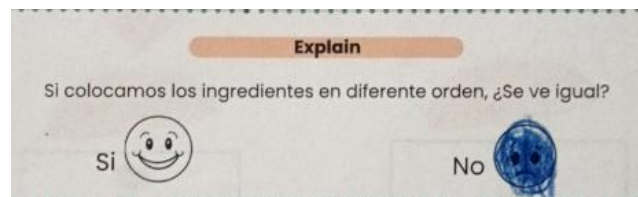
Patrón 1: pan, carne, queso, lechuga, tomate y pan,

Patrón 2: pan, queso, tomate, lechuga, carne y pan.

Se les permitía a los estudiantes analizar cómo se veían ambas hamburguesas para luego hacer la pregunta “Si colocamos los ingredientes en diferente orden ¿Se ve igual?” a lo que ellos respondían coloreando la carita feliz si la respuesta es “sí” o la carita triste si la respuesta es “no” (Figura 9).

Figura 9.

Respuesta en Explain de A01



Nota. Muestra de cómo se respondía a la pregunta por el estudiante A01.

Ambos estudiantes lograron responder de manera correcta a la pregunta. De manera verbal señalaron las diferencias entre ambas hamburguesas al decir “El queso debe estar encima de la

carne” o “la carne debe ir encima del pan de abajo”, lo que demuestra cómo los estudiantes logran comprender que existe un orden establecido de los ingredientes y que cambiar dicho orden da como resultado algo diferente.

Esto se alinea con lo dicho los Estándares Básicos de Competencias en “Este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos” (MEN, 2006, p.66) como una forma de desarrollar el reconocimiento en cuanto a los cambios que los estudiantes deben empezar a identificar desde temprana edad para desarrollar el Pensamiento Variacional.

En esta fase se buscaba formalizar y verbalizar los conceptos aprendidos mencionados anteriormente, donde se logra identificar las secuencias, sumas y multiplicaciones a desarrollar iniciando con situaciones para comprender patrones. Todo esto de acuerdo con los Estándares Básicos de Competencias quienes establecen el desarrollo del pensamiento variacional partiendo desde el estudio e identificación de los criterios y normas que rigen las regularidades o patrones, de esta manera se logran reconocer sus diferencias y similitudes para así fortalecer la capacidad de identificar en qué consiste en sí mismo el patrón o regularidad, logrando reproducirlo a través de un algoritmo, procedimiento o fórmula. (MEN, 2006, p.66).

Esta fase demuestra el uso del material didáctico como fundamental para el desarrollo de las bases de la comprensión en los estudiantes, ya que ayuda a la percepción concreta de conceptos más abstractos como en el caso de grado primero, donde al visualizar la primera parte de la secuencia, logra comprender que debe ir sumando dos panes por cada hamburguesa mientras los de grado preescolar pueden comprender la variación que existe al cambiar el orden de ingredientes y cómo ambas hamburguesas dejan de ser iguales.

Por otra parte, en grado tercero, nace la necesidad de trabajar a mayor profundidad las secuencias numéricas con números más grandes como lo son el siete, ocho y nueve, ya que es donde los estudiantes empiezan a demostrar una dificultad, lo que abre una oportunidad de traer problemas un poco más complejos que permitan el desarrollo y la práctica de multiplicaciones más complejas.

5.1.4. Elaborate

En esta fase una docente se encontraba con los estudiantes de preescolar y primero, mientras la otra docente se encontraba con los estudiantes de tercero, los niños de preescolar y primero se encontraban a la parte izquierda del salón sentados en el piso para poder manipular de mejor manera el material; por otro lado, los estudiantes de tercero se encontraban sentados en círculo en la parte derecha del salón. La docente titular del aula se encontraba en su escritorio dentro del aula. En el desarrollo de esta fase por alrededor de cinco minutos se fue la luz, situación que era familiar para los estudiantes y no hubo mayor reacción ante esto, los estudiantes se ubicaron en sus puestos más cerca de las ventanas para contar con mayor luz y continuaron sin afectar el desarrollo de la actividad.

Los estudiantes de tercero debían calcular cuántos ingredientes necesitaban para preparar un pedido, tomando en cuenta que el patrón establecido para las hamburguesas era:

Patrón: pan, carne, queso, carne, queso, lechuga, tomate y pan.
--

Debían realizar las operaciones en el espacio indicado para cada ingrediente y finalmente completar una tabla con la cantidad total de cada ingrediente. Los niños se encontraban sentados en círculo y con los ingredientes en el centro, de manera que podían agarrar el material para visualizar cómo quedaba alguna de las hamburguesas del pedido si no estaban seguros de la cantidad de ingredientes que llevaba.

Primero, por turno asignado se leía una parte del pedido y se analizaba la cantidad que se necesitaba de algún ingrediente y así con las cinco partes, los estudiantes iban realizando las operaciones en su hoja de trabajo, algo que resaltó en este momento fue que al saber la operación que debían realizar la decían en voz alta y algunos copiaban o empezaban a preguntar al estudiante que había dicho la respuesta, después de que ocurrió la primera vez, la docente debió mediar la situación y aclarar que no debían decir la respuesta en voz alta pues todos debían lograr encontrar la respuesta por su cuenta.

La situación disminuyó, pero en algunas ocasiones a algunos estudiantes les ganaba la emoción de encontrar la respuesta y se les escapaba la respuesta en voz alta. Además, todos lograron encontrar de manera satisfactoria las respuestas para completar la tabla de cantidad total de ingredientes como se puede ver en la Figura 10.

Figura 10.

Respuesta en Elaborate de A04.

01 Pedido 2 hamburguesas doble carne 5 hamburguesas sencillas (una sola carne) 3 hamburguesas con doble tomate 6 hamburguesas con sólo carne y queso 2 hamburguesas con el doble de queso													
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Ingredientes</th><th>cantidad total</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Pan</td><td>36</td></tr> <tr> <td>Carne</td><td>37</td></tr> <tr> <td>Queso</td><td>35</td></tr> <tr> <td>Lechuga</td><td>72</td></tr> <tr> <td>Tomate</td><td>15</td></tr> </tbody> </table>	Ingredientes	cantidad total	Pan	36	Carne	37	Queso	35	Lechuga	72	Tomate	15	Operaciones $ \begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 5 \times 1 = 5 \\ 2 \times 3 = 6 \\ 6 \times 2 = 12 \\ 3 \times 6 = 18 \\ 4 \times 2 = 8 \end{array} $ $4 + 5 + 6 + 12 + 18 + 8 = 35$ Operaciones $ \begin{array}{l} 1 \times 2 = 2 \\ 1 \times 5 = 5 \\ 1 \times 3 = 3 \\ 1 \times 2 = 2 \end{array} $ $2 + 2 + 5 + 3 = 12$ Operaciones $ \begin{array}{l} 1 \times 2 = 2 \\ 1 \times 5 = 5 \\ 2 \times 3 = 6 \end{array} $
Ingredientes	cantidad total												
Pan	36												
Carne	37												
Queso	35												
Lechuga	72												
Tomate	15												

Nota. El estudiante corrige usando tachones sobre operaciones que no corresponde.

Sin embargo, se evidencia en algunos estudiantes que al realizar las operaciones borran o tachan algunas operaciones, ya que ellos mismos logran identificar que no corresponden. Es importante resaltar lo descrito en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas sobre los errores:

“Una actividad importante en el desarrollo del razonamiento matemático es aprender de los errores que cometemos” (MEN, 1998, p.61) comprendiendo que el proceso de fortalecimiento de un pensamiento no es lineal, y presentar errores es parte del proceso, valorarlos como parte del proceso nos permiten avanzar a una comprensión cada vez más compleja, en este caso, poder comprender que una operación realizada no es la más adecuada, demuestra que se está avanzando en el desarrollo del razonamiento matemático.

En esta fase el estudiante de primer grado recibe una nueva orden donde un pedido le da el patrón “Carne, queso, lechuga y tomate” que debe ir entre dos panes, con la condición de que dicho patrón se debe repetir cinco veces y es fundamental respetar el orden. El estudiante da la respuesta de manera correcta al dibujar primero cómo se vería dicho patrón una sola vez y luego replicarlo cinco veces para poder completar con el pedido como se ve en la Figura 11.

Figura 11.

Respuesta y representación en Elaborate de A03.



Nota. a) Representación concreta con material didáctico. b) Respuesta realizada en la guía.

Adicionalmente, ella decidió contar por iniciativa propia cuántos ingredientes usó para hacer la gran hamburguesa, escribiendo las respuestas en el espacio que había en la parte inferior izquierda como se ve en la Figura 11b.

Luego de completar la actividad en la hoja de trabajo, se usó el material didáctico como una forma de visualizar la respuesta obtenida por el estudiante. Teniendo en cuenta que “El material facilita la comprensión y la comunicación porque permite referirse a un soporte físico, favorece la visualización, la motivación y la actitud positiva hacia la Matemática” (Arrieta, 1998, p. 107) En esta parte de la actividad, el uso del material físico de las hamburguesas refuerza de manera tangible que los estudiantes logren reconocer los patrones para autoevaluar su respuesta e identificar los errores si en dado caso llegaran a ocurrir.

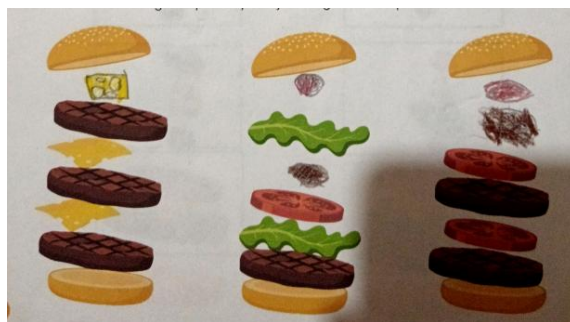
En el grado preescolar los estudiantes reciben tres hamburguesas con patrones incompletos que ellos debían observar para luego dibujar los ingredientes faltantes. Primero ellos repetían el patrón en voz alta varias veces hasta darse cuenta de que en la primera hamburguesa faltaba el queso el cual se dibujaba.

Patrón: Carne, queso, carne, queso, carne.

Repetían lo mismo en la segunda hamburguesa donde se dibuja la carne y el tomate, y en la tercera hamburguesa donde faltaba nuevamente la carne y el tomate como se muestra en la Figura 12.

Figura 12.

Respuesta y representación en Elaborate de A01.



Nota. Los patrones completados por el estudiante respetando las formas de la comida y sus colores.

Es necesario resaltar cómo el dibujo de la carne y los tomates son bastante idénticos al ser círculos, donde el color es lo que ayuda a diferenciarlos siendo el tomate de color rojo y la carne de color marrón. Esta actividad de patrones en estudiantes de grado preescolar se sustenta en Zapatera (2022) habla sobre cómo es necesario introducir de manera gradual el pensamiento algebraico en los primeros años de escolarización con tareas como la generalización de patrones, como una forma de sentar bases para más adelante en la etapa educativa hacer más fácil el paso de la aritmética al álgebra.

En esta fase se buscaba aplicar los conocimientos a situaciones con un nivel de mayor complejidad y/o abstracción. Todo esto de acuerdo con el tercer objetivo de Círculos Matemáticos de generar espacios de divulgación y formación en pensamiento matemático.

Esto demuestra la importancia del material concreto como herramienta para la visualización en situaciones más complejas, donde en ocasiones no se necesita hacer toda la situación con material, sino que sirva de apoyo. Esto se evidencia también al momento de presentar momentos de desequilibrio cognitivo donde los estudiantes deben tomarse un poco más de tiempo para comprender la situación que se plantea y cómo solucionarla, en estas ocasiones se debe valorar el error como parte del proceso y mejorar en base a él.

5.1.5. Evaluate

En esta fase una docente se encontraba con los estudiantes de preescolar y primero, ellos continuaron sentados en la parte izquierda del salón. Por otro lado, la otra docente se encontraba con los estudiantes de tercero, los estudiantes se desplazaron por todo el salón al realizar las encuestas, y al resolver las preguntas finales se sentaron en sus sillas de trabajo. A lo largo de la fase la docente titular estuvo en su escritorio dentro del aula.

Los estudiantes de tercero debían realizar una encuesta a 10 de sus compañeros o maestras, acerca de la cantidad de ingrediente que prefieren en su hamburguesa. Con los datos recolectados ir llenando la tabla hasta completarla y finalmente hacer el conteo total de cuántos ingredientes necesitan para preparar una hamburguesa para cada uno según sus gustos, al realizar esta suma una buena parte del grupo tuvo errores en uno o dos ingredientes al encontrar el total. Una vez completada la tabla, los estudiantes tenían que responder a dos situaciones problema. Al tener diferentes datos, todos los estudiantes realizaron de manera independiente la solución a su respectiva situación. A la hora de desarrollar la situación problema número uno, en su mayoría prefirieron hacer uso de la suma repetida como se ve en la Figura 13.

Figura 13.

Respuesta y representación en Evaluate de A06.

Estudiante	Pan	Carne	Queso	Lechuga	Tomate
Clara	2	1	2	2	2
sofia	2	3	2	1	4
Meloni	2	1	1	0	2
Angie	2	1	2	2	3
Diego	1	15	9	2	0
oscar	5	5	5	5	5
Jhame	2	2	2	0	5
Jusi	1	2	2	2	5
Dilan	2	2	3	7	7
Andrés	2	2	2	0	0
Total	27	34	30	27	27

¿Cuántos ingredientes serían necesarios para preparar 3 hamburguesas para cada persona del salón?
 Respuesta: 63 panes, 63 carne, 63 queso, 63 lechuga, 81 tomates

a.

27	43	30	27
27	43	30	27
27	43	30	27
81	129	90	81

b.

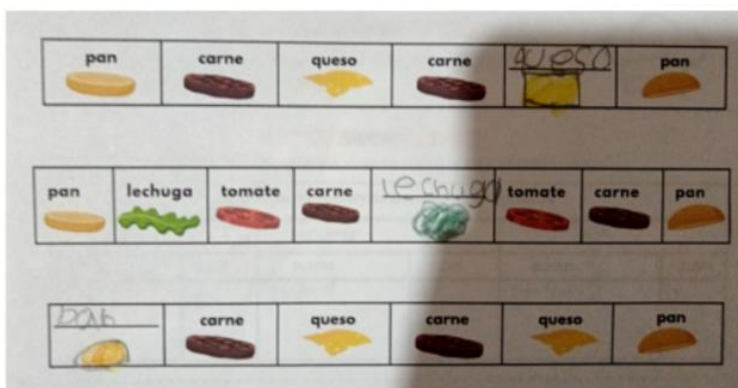
Nota. a) Respuestas de la encuesta en la tabla. b) Sumas repetitivas.

De acuerdo con Van Dooren, et al., (2010) la suma repetida se encuentra estrechamente vinculada a las situaciones de variación y proporción, tanto así que los estudiantes razonan de manera aditiva en problemas o situaciones multiplicativas. Sin embargo, es importante resaltar que se presenta dificultad al realizar sumas de números de dos dígitos llevando, de igual manera al realizar multiplicaciones en las que deben llevar. Además, es de resaltar que todos lograron identificar el procedimiento que debían realizar (suma repetida o multiplicación para llegar a una solución). El caso particular del estudiante A06, realiza la sumatoria en la tabla de manera satisfactoria y realiza sumas repetidas para encontrar la solución al problema, pero al calcular la cantidad de carnes necesarias invierte el número “34” y realiza la suma repetida con el número “43”.

Para la última actividad con la estudiante de primer grado se le presentan tres patrones con los ingredientes de hamburguesas donde debe escribir el nombre del ingrediente que hace falta y dibujarlo en el espacio correspondiente. La estudiante logra completar la actividad únicamente observando el patrón y sin necesidad de usar el material didáctico como se ve en la Figura 14.

Figura 14.

Respuesta y representación en Evaluate de A03.



Nota. Representación de la lechuga respetando sus curvas según la imagen guía.

Es necesario resaltar cómo el dibujo del estudiante intenta imitar lo mejor posible a las imágenes presentadas de manera que el queso tiene forma de rectángulo, en la lechuga imita las curvas y en el pan mantiene esa forma más plana. Esto va de acuerdo con lo dicho por Ochaíta (1983) sobre cómo los estudiantes que se encuentran en la etapa de realismo visual hacen un mayor esfuerzo en copiar las figuras geométricas respetando las perspectiva y proporciones

En grado preescolar a los estudiantes se les presentaba dos hamburguesas donde se tenían dos patrones:

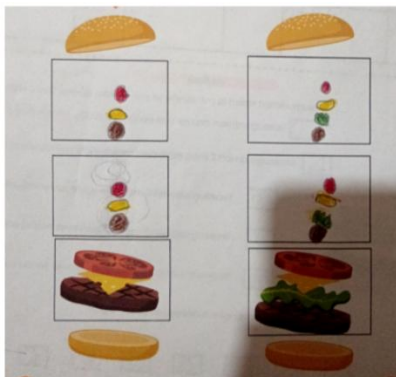
Patrón 1: Pan, carne, queso, tomate y pan.

Patrón 2: Pan, lechuga, queso, tomate y pan.

Ellos debían ampliar el patrón de ingredientes para que se repitiera otras dos veces en los cuadros vacíos para así formar dos hamburguesas grandes. Ambos estudiantes lograron completar el patrón de manera satisfactoria para ambas hamburguesas, pero, es necesario señalar que al momento de dibujar usaban la prueba y error en el primer espacio en blanco al momento de hacer que los ingredientes estuvieran en dicho espacio como se ve en la Figura 15.

Figura 15.

Respuesta y representación en Evaluate de A02.



Nota. Respuesta con múltiples correcciones al momento de dibujar en el espacio.

Esto se relaciona con Ochaíta (1983) donde los estudiantes que empiezan a expresarse de manera gráfica, es normal que no tenga claro las relaciones de espacio y perspectiva, debido al desconocimiento de estas. Pero ellos logran superar esta dificultad para luego hacer correctamente el dibujo dentro del primer espacio, de modo que en los siguientes espacios no fue necesario corregir de manera constante ya que tenían una guía visual realizada por ellos mismos.

En esta fase se buscaba evaluar en los estudiantes de preescolar y primer grado la forma de interpretar y completar los patrones, mientras en tercer grado se evalúa la forma en que logran resolver problemas de variación usando operaciones como la suma y la multiplicación. Esto de acuerdo con los Estándares Básicos de Competencia donde los estudiantes deben ser capaces de reconocer y describir las regularidades y patrones en distintos contextos.

Para los estudiantes de grado preescolar podemos observar cómo es necesario trabajar aún más en sus representaciones gráficas para poder dominar la perspectiva y los espacios en las figuras de modo que sus dibujos pueden ser aún más claros, mientras en el estudiante de primer grado es necesario que sus actividades tengan un grado más de dificultad para poder desarrollar de manera completa sus habilidades matemáticas.

En tercer grado es necesario seguir trabajando en las sumas largas, pues al sumar los totales de la encuesta, algunos presentaban errores, sobre todo cuando son sumas con reagrupación. Por otra parte, es necesario reforzar el uso de la multiplicación como forma de resolver problemas, ya que varios preferían trabajar la suma de manera repetida a multiplicar para obtener los resultados.

5.2. Matemáticas con Sabor a Cupcake

Este Taller (Apéndice D) busca fortalecer el pensamiento numérico en los estudiantes, usando la cocina como contexto, haciendo uso de los *toppings* (chispas y cerezas) de *cupcakes*

para sumar, multiplicar y dividir cantidades en los diferentes grados de dificultad según el grado abordado, el taller se desarrolló en los grados: preescolar, primero y tercero.

5.2.1. *Engage*

Durante este taller faltaron los estudiantes A02 y A07, pertenecientes a preescolar y tercero respectivamente, su ausencia fue debido a problemas familiares, por lo que toda esta clase se desarrolló con ocho (8) estudiantes. La docente titular del salón se encontró en el aula durante el desarrollo de todo el taller, en su escritorio.

Para este momento se buscaba captar la atención de los estudiantes presentado el rol de reposteros de *cupcakes*, permitiendo que observaran los *cupcakes*, las chispas de colores y las cerezas que iban a usar durante el desarrollo de la clase. A los estudiantes se les presentó dos *cupcakes* armados con diferentes *toppings* donde ellos debían señalar cuál tenía más chispas de un color o cual tenía menos cerezas, además de señalar cuál tenía más *toppings* de manera general al sumar todo de manera individual. Esto se realizó de forma general para los tres grados de estudiantes, el estudiante de preescolar contaba los *toppings* según su forma, aparte cerezas y chispas, la estudiante de primero lograba hacer conteos reuniendo diferentes características como forma, color y también podían hacer el conteo de *toppings* por cupcake; los estudiantes de tercero lograron hacer afirmaciones más complejas como “Aunque los *toppings* varían en forma, ambos tienen la misma cantidad de *toppings*”. En esta fase volvemos a retomar a Piaget & Inhelder (1997), sobre cómo el material manipulativo es una ayuda para el desarrollo cognitivo al facilitar el paso del pensamiento concreto al abstracto.

Esta fase busca cumplir con el objetivo de Círculos Matemáticos sobre transmitir entusiasmo y pasión en el estudio de las matemáticas. Durante el *Engage* se quiere motivar a los niños con la

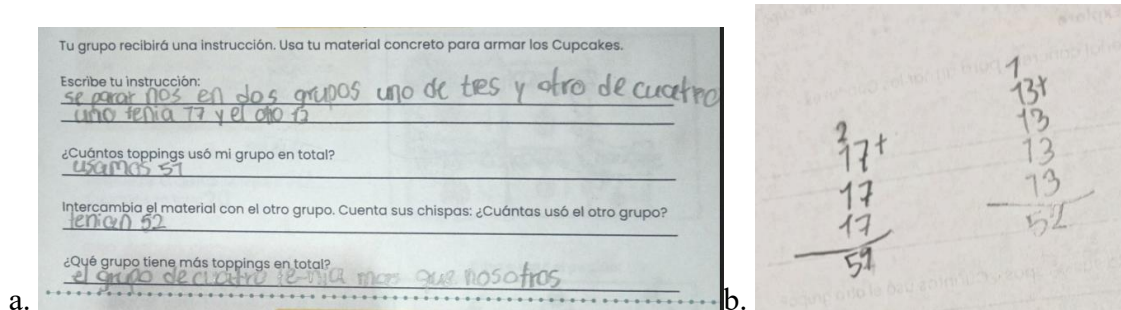
clase que está por desarrollarse al presentar el juego de rol junto al material didáctico que apoyará la situación.

5.2.2. *Explore*

En esta fase las docentes se dividen nuevamente, una acompañando a los estudiantes de preescolar y primero, la otra docente trabajando con los estudiantes de tercer grado. Los ocho estudiantes que se presentaron al taller llegaron de manera puntal.

Los estudiantes de tercer grado debían dividirse en dos grupos para preparar dos órdenes de *cupcakes*. Un grupo conformado por tres estudiantes tenía que realizar tres *cupcakes* donde cada cupcake debía tener 17 *toppings*. El otro grupo es de 4 cuatro estudiantes y debía realizar cuatro *cupcakes* con 13 *toppings* cada uno, dado que para este grupo hizo falta un estudiante, la profesora ayudó con la realización del cuarto cupcake de este grupo.

Una vez realizados los *cupcakes*, los estudiantes pasaron a resolver unas preguntas en la hoja de trabajo donde, primero debían escribir la instrucción que se les dio para notar si estaban escuchando y entendiendo las indicaciones. Luego, debían pasar a sumar cuántos *toppings* usaron en total cada grupo, en el caso del grupo 1 sumaron el número 17 un total de tres veces y el grupo dos sumó el número 13 un total de cuatro veces. Una vez obtenidas las respuestas ellos anotaban el resultado en la respuesta de la segunda pregunta. Ahora los grupos intercambiaron, de modo que el grupo de tres fue a observar los *cupcakes* del grupo de cuatro, y el grupo de cuatro fue a observar los *cupcakes* del grupo de tres. Ahora debían realizar la suma del grupo contrario y anotar la respuesta en la tercera pregunta. Teniendo ambos resultados, los estudiantes finalizan escribiendo cuál de los dos grupos tiene más *toppings* en total y anotando la respuesta en la pregunta final como en la Figura 16.

Figura 16.*Respuesta en Explore de A08*

Nota. a) Respuestas a las preguntas. b) Suma de *toppings* de cada grupo.

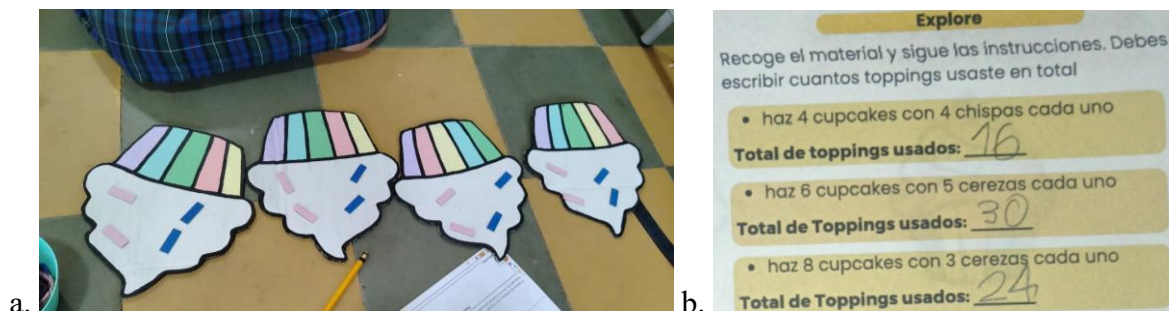
Los estudiantes en esta actividad lograron responder todas las preguntas de manera satisfactoria, aunque no todos escribieron las sumas ya que son capaces de realizar cálculos de manera mental de una forma ágil y rápida.

Es importante destacar cómo el uso de habilidades en el cálculo mental son importantes según De La Rosa (2020) ya que estas son habilidades que perduran y se pueden utilizar en el día a día al ser un recurso bastante útil y práctico en la vida cotidiana, además de ser indispensable de ejercitar para aumentar su desarrollo desde edades tempranas para así poder enfrentar diferentes problemas matemáticos.

En esta fase los estudiantes de primero y preescolar se sentaron en el suelo con la docente para tener un mejor manejo del material concreto. La estudiante de primero tenía tres pedidos a realizar, cada uno decía la cantidad de *cupcakes* y cuántos *toppings* debía llevar cada uno, primero los realizó en el material y posteriormente realizó el conteo de cuántos *toppings* en total utilizó para cada pedido. Logró hacer los pedidos y hacer el conteo de manera satisfactoria, así como se ve en la Figura 17.

Figura 17.

Respuesta en Explore de A03



Nota. a) Representación en material concreto. b) Respuesta a las preguntas.

Se muestra fortaleza en el pensamiento numérico y el manejo de los números naturales teniendo en cuenta que el conteo implica la relación de muchos conceptos previos, así como lo indican los Lineamientos Curriculares de Matemáticas refiriéndose al conteo:

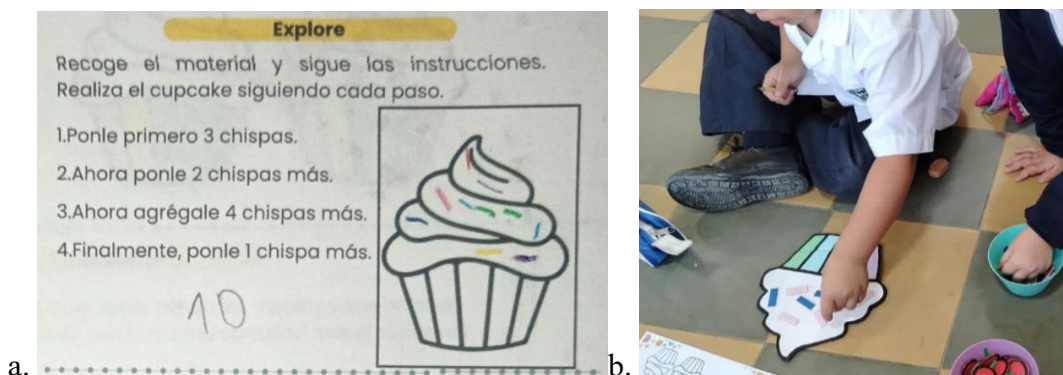
Suponen una comprensión profunda del sistema de numeración decimal, no sólo para tener una idea de cantidad, de orden, de magnitud, de aproximación, de estimación, de las relaciones entre ellos, sino además para desarrollar estrategias propias de la resolución de problemas. (1998, p. 17)

Demostrando que la estudiante de primero logra desarrollar estrategias para la solución de problemas sencillos y se apoya en el material concreto (Figura 17a) para llegar a la solución con mayor seguridad.

El estudiante de preescolar con ayuda del material concreto debía seguir una serie de instrucciones, posteriormente plasmarlo en la hoja de trabajo con ayuda de colores, se evidencia que logra hacer el cálculo sin ningún contratiempo, además de escribir de manera satisfactoria el resultado de cuántas chispas usó como se ve en la Figura 18.

Figura 18.

Respuesta en Explore de A01.



Nota. a) Respuesta en la guía. b) Estudiante A01 apoyándose en el material concreto.

De acuerdo con Gelman & Gallistel (1978), esto corresponde a los cinco principios que guían el conteo, siendo el primero la correspondencia uno a uno sin repetir; el segundo principio es un orden estable; el tercero corresponde a la cardinalidad, siendo esta que el último número dicho corresponde a la cantidad contada; el cuarto corresponde a la abstracción donde se puede llevar el conteo a diferentes contextos, situaciones u objetos; el quinto principio señala la irrelevancia del orden en el conteo. De acuerdo con estos principios se puede decir que la actividad de conteo propuesta y desarrollada por los estudiantes cumple con los cinco principios descritos por Gelman y Gallistel.

En esta fase se buscaba identificar los conocimientos que tienen los estudiantes de tercer grado sobre el conteo, la suma y la comparación de cantidades para identificar cuál es mayor que y cuál es menor que. En los estudiantes de primero y preescolar también se buscó identificar el trabajo en el conteo para resolver problemas sencillos. Esto va principalmente de acuerdo con lo expresado por los Estándares Básicos de Competencia sobre el estudio de números naturales para el conteo de cantidades discretas que es cuando se aprende al separar objetos que podemos ir

contando uno por uno. De esta fase obtenemos como aprendizaje el uso del material concreto para la abstracción de aprendizaje en los más pequeños, además de la necesidad de ejercitar en los estudiantes de tercero el uso del conteo mental para resolver problemas cortos, ya que esta habilidad es bastante útil en la vida cotidiana para resolver problemas rápidos.

5.2.3. *Explain*

El salón aún permanecía dividido de modo que la explicación se divide en una docente para los niños de preescolar y primero, mientras la otra docente da la explicación únicamente para los estudiantes de tercero. Esto con el fin del manejar los diferentes niveles de complejidad de grupo.

Para los estudiantes de tercer grado se usó el tablero para poder explicar la relación entre el conteo de las sumas repetitivas con la multiplicación. En este caso se les explicaba:

Si un *cupcake* tiene cinco chispas ¿cuántas chispas hay en total en tres *cupcakes*? Esto se puede presentar como $5 + 5 + 5 = 15$ o en forma de multiplicación como 5×3 .

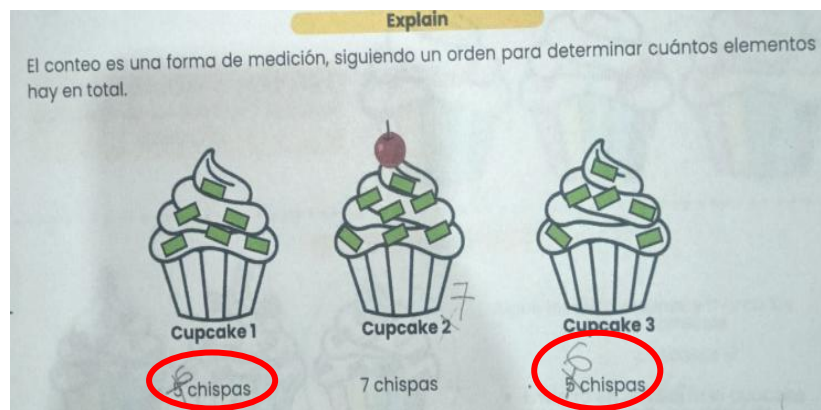
También se les explicó la división como una forma de repartir cantidades en partes iguales, a lo que ellos comentaron que ya habían empezado a aprender a dividir en sus clases con la profesora titular. A partir de esta explicación, se hacen otros ejemplos en el tablero donde los estudiantes participan para poder resolverlo, mostrando sus capacidades en suma y multiplicación, además de entender la explicación para resolver los siguientes problemas de la actividad.

Para los estudiantes de primero y preescolar se hace la explicación del conteo con ayuda del material concreto y cómo al decir la cantidad todos podemos entender a qué se refieren, por ejemplo: “vamos todos a hacer un *cupcake* con 5 chispas”.

Todos lograron hacerlo gracias al conteo, además se les invita a contar y colorear las chispas del momento *explain*. En el conteo y verificación de los *toppings* la estudiante de primero logra encontrar un error en la hoja de trabajo y corregirlo, así como se muestra en la figura 19.

Figura 19.

Respuesta en Explain de A03.



Nota. Estudiante A03 identifica dos errores de conteo.

Según los Estándares Básicos de Competencia, la enseñanza de las matemáticas debe dejar de ser abordada como la enseñanza de simples algoritmos mecánicos, para centrarse en que los estudiantes entiendan el porqué de los números, la numeración y el sentido de las operaciones que están realizando. Esto para que puedan lograr una aplicación práctica de los aprendizajes obtenidos.

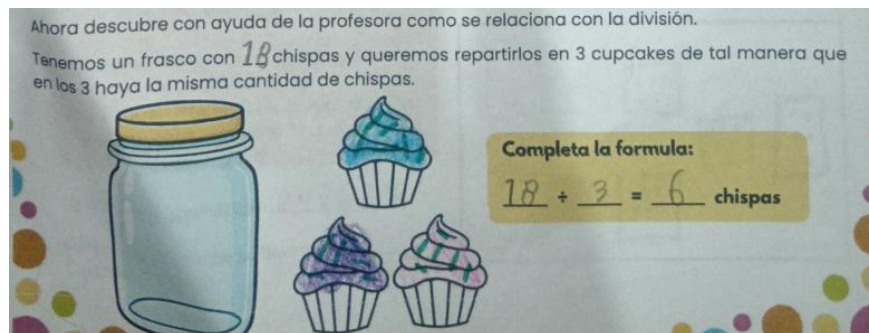
5.2.4. Elaborate

Antes de iniciar esta fase se hace una pequeña interrupción de 20 minutos donde los estudiantes hacen una pausa activa que empezaron a implementar con la profesora titular durante el resto de la semana. Una vez finalizada la pausa activa, se continua con la clase.

Los estudiantes de tercero en esta fase realizan una pequeña división para comprobar lo aprendido durante la fase anterior. Uno de ellos empieza leyendo en voz alta para sus compañeros la actividad donde van a tener un frasco con chispas que deben repartir en partes iguales entre tres *cupcakes*. La profesora les dice que van a tener 18 chispas para los tres *cupcakes*, así que con toda esa información ellos responden al problema haciéndose la pregunta: ¿Qué número multiplicado por 3 da 18? Una vez obtienen la respuesta ellos escriben la operación junto al resultado y dibujan la repartición de las chispas en los *cupcakes* vacíos que se encuentran en la hoja como se ve en la Figura 20.

Figura 20

Respuesta A Elaborate de A10



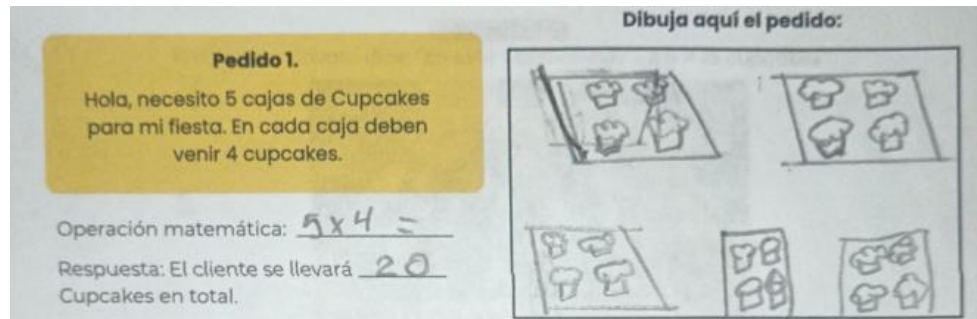
Nota. Representación visual y división realizada.

Durante esta actividad ellos logran desarrollar correctamente la división, aunque muestran algo de inseguridad al momento de escribir la respuesta ya que buscaban confirmar el resultado al ver a sus otros compañeros.

En la siguiente parte de esta fase ellos tenían que realizar tres pedidos de *cupcakes* usando las notas que dejaron los clientes para ellos. El primer pedido se trata de una multiplicación donde debían averiguar cuántos *cupcakes* tienen en total si una caja tiene cuatro *cupcakes* y hay un total de 5 cajas para luego representar el pedido en un dibujo como en la Figura 21.

Figura 21

Respuesta en Elaborate de A03.



Nota. Multiplicación realizada por el estudiante junto a su representación visual.

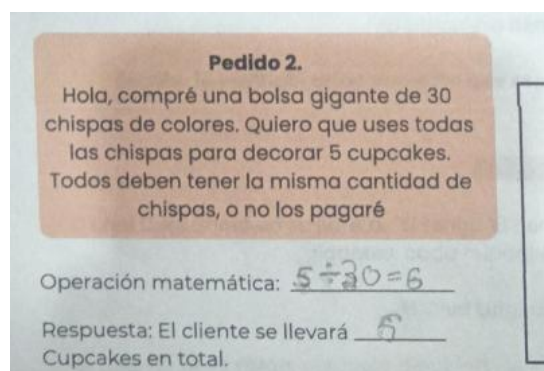
Este pedido fue el que realizaron con mayor facilidad, reflejando que la multiplicación es la operación en la que tienen un mejor dominio.

En el segundo pedido ellos debían repartir 30 chispas entre cinco *cupcakes*. Aunque todos lograron llegar a la respuesta correcta, es necesario señalar como existe una inversión entre el dividendo (30) y el divisor (5), escribiendo la división como en la Figura 22:

$$5 \div 30 = 6 \text{ en vez de } 30 \div 5 = 6.$$

Figura 22.

Respuesta en Elaborate de A05



Nota. División con el dividendo y divisor invertidos.

Esta inversión entre el dividendo y el divisor es un error señalado por Bustamante-Santos & Flores-Macías como:

Ante situaciones que involucran conceptos, nociones y procedimientos matemáticos aun no consolidados, los estudiantes emplean teoremas-en-acto de otros ámbitos que ya dominan, como los del sistema de escritura alfabética, lo cual provoca que escriban la división siguiendo el orden de lo que dicen y confundiendo la relación entre dividendo y divisor. (2017, p. 114).

Esto se resalta no como un error, sino como una descoordinación al momento de usar el lenguaje matemático, propio de no tener un dominio sobre el concepto, lo que los lleva a aplicar las reglas de la división de una manera intuitiva basado en cómo ellos entienden por medio del lenguaje, en este caso:

En 5 *cupcakes* debo repartir 30 chispas.

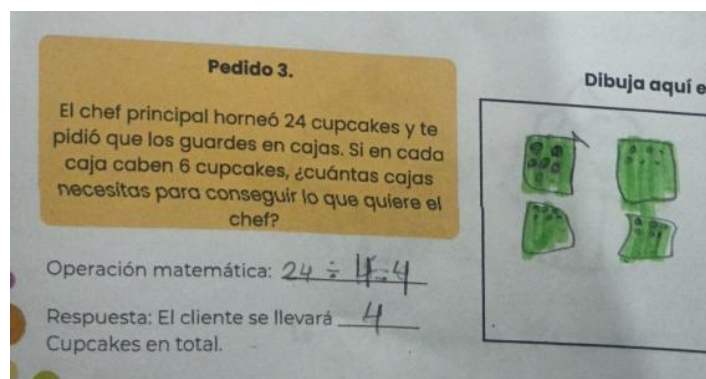
Afirmación que ellos expresan para entender el problema y que ellos comunican en el lenguaje matemático como $5 \div 30 = 6$.

Como parte final de esta fase, se le presentaba a los estudiantes un último pedido donde tenían que averiguar cuántas cajas se necesitan si tienen 24 *cupcakes* y en cada caja debe ir 6 *cupcakes*.

Los estudiantes logran resolver la actividad, aunque es necesario destacar que un par de estudiantes cometen un error al poner el 4 también como divisor, pero igualmente manteniendo la respuesta correcta y al momento de dibujar el pedido también lo hace de forma correcta al poner las cuatro cajas con seis *cupcakes* cada uno (Figura 23).

Figura 23.

Respuesta en Elaborate de A09.



Nota. Error en el divisor, aunque la imagen representa de correctamente las cuatro cajas con seis *cupcakes* cada uno.

Es necesario tener en cuenta que, aunque es un pequeño error, su aparición no es del todo negativa pues como señala Villota (2014) “En consecuencia, los errores son esenciales para la adquisición de conocimiento negativo y, por consiguiente, son componentes necesarios del proceso de aprendizaje” de modo que los errores son parte del aprendizaje y deben ser usados para que los estudiantes analicen y comprendan, esto busca que en un futuro se pueda usar como aprendizaje para prevenir que se repitan nuevamente.

La estudiante de primero debía resolver un problema de sustracción, para poder resolverlo se apoyó del material concreto con completa autonomía, logrando encontrar la respuesta por su cuenta. Sin embargo, al plasmarlo en la hoja de trabajo no sabía qué operación matemática había resuelto, por lo que en la casilla de operaciones solo ubica el número nueve que corresponde a la respuesta encontrada, además en la línea de respuesta vuelve a escribir el número nueve y se hace un intento por escribir la unidad de medida que se usó que en este caso fueron chispas (Figura 24).

Figura 24.

Respuesta en Elaborate de A03.

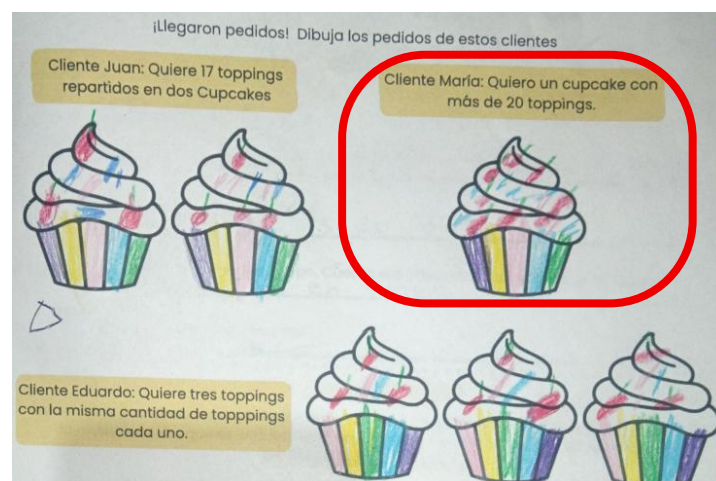
The image shows a worksheet titled "Elaborate" with a section "Situación problema". The problem text is: "Si tienes 20 chispas y le colocas 11 a un cupcake, ¿Cuántas chispas te quedan? Después de usar el material concreto, plasma tu respuesta y procedimiento en este espacio:". Below the text is a large box labeled "Procedimiento" where the student has written the number "9". At the bottom left, there is a line labeled "Respuesta:" followed by the handwritten text "9 chispas".

Nota. Respuesta de la estudiante al problema de sustracción.

Además, en la siguiente parte se debían resolver problemas de cómo repartir una cantidad en diferentes *cupcakes*, hacer más *toppings* y también de dibujar cantidades que cumplan con la regla. La estudiante logró resolver los problemas de forma satisfactoria como se puede ver en la Figura 25.

Figura 25.

Respuesta en Elaborate de A03.



Nota. Se presentan dificultades al identificar la expresión “más de”.

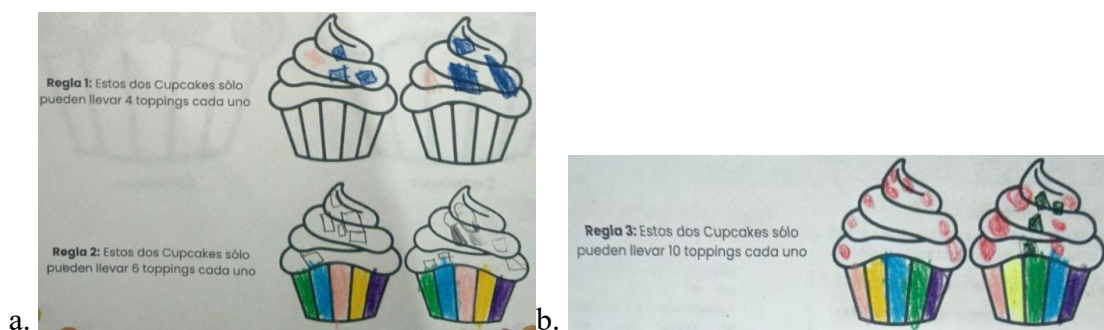
Presentan dificultad únicamente en la situación que pedía más de veinte *toppings*, pues al leer el problema se quedaba únicamente con la cantidad que se escuchaba, veinte en este caso, e ignoraba el “con más de”, se debió leer varias veces el problema y explicar a qué hacía referencia cuando se dice “con más de”.

En relación con esto Alsina (2006) describe que la adquisición de la noción de número recae en el desarrollo de las habilidades de clasificación y seriación, pues se establece cuando los niños logran identificar y agrupar para posteriormente contar, logrando establecer una correspondencia biyectiva donde logran identificar los elementos de dos grupos diferentes y compararlos, para lo que pueden hacer uso de los cuantificadores como: más que, menos que, más grande, más pequeño, entre otros.

Por otro lado, el estudiante de preescolar debía escuchar, seguir tres reglas y hacer los respectivos *cupcakes* para cada una de las reglas. Aquí el estudiante necesitó escuchar dos o tres veces cada situación antes de empezar a dibujarla, en la regla número uno se puede notar que hace los *cupcakes* de manera simétrica, sin embargo, en la regla número tres, los *toppings* y su ubicación son diferentes como se ve en la Figura 26.

Figura 26.

Respuesta en Elaborate de A01.



Nota. a) representación simétrica en la regla 1 b) representación asimétrica de la regla 3.

Sin embargo, se realiza con satisfacción el conteo de lo *toppings*. Vale recalcar que “El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos.” (MEN, 1998, p. 26) por esto es importante seguir brindando situaciones contextualizadas en donde se tenga que hacer uso del conteo y se permita experimentar, como se logra ver en la figura 26 el estudiante al desarrollar lo descrito en la regla dos tuvo que borrar en algunas ocasiones hasta llegar a la respuesta que quería dar.

Reforzando que es indispensable permitir que los niños experimenten y aprendan del error, viendo siempre el error como parte de un aprendizaje que no es lineal.

Para esta fase se espera ver cómo los estudiantes de tercero manejan las operaciones de multiplicación y división por medio de la resolución de problemas, donde muestren su capacidad para entender lo que leen de manera matemática y cómo lo relacionan con alguno de los algoritmos que pueda dar solución al problema planteado. Por parte de primero, se observa cómo maneja los cuantificadores básicos para dar respuesta a las situaciones planteadas, mientras que en preescolar se maneja el conteo como forma inicial del pensamiento numérico.

Toda esta fase se alinea con lo dicho por los Estándares Básicos de Competencia para el pensamiento numérico donde los niños deben aprender formas de conteo y operaciones usando experiencias, en este caso, actividades contextualizadas, que les permita entender lo que representa cada acción ya que “generan una comprensión del concepto de número asociado a la acción de contar con unidades de conteo simples o complejas y con la reunión, la separación, la repetición y la repartición de cantidades discretas” (MEN, 2006, p. 59).

Esta fase permite observar cómo son los algoritmos matemáticos de los estudiantes en sus diferentes fases de aprendizaje según la complejidad, junto a cómo la forma del lenguaje al

momento de expresarse puede influir en la forma en que entienden y representan operaciones matemáticas. También se destaca cómo el uso de cuantificadores son necesarios y deben trabajarse más en el aula ya que esto les ayuda a realizar comparaciones entre números, sirviendo como una base para las operaciones matemáticas que se busca puedan realizar en el futuro.

5.2.5. Evaluate

En esta fase final los estudiantes de tercer grado se acomodan nuevamente en sus asientos para mayor comodidad, luego de guardar el material didáctico que fue usado. Por parte de los estudiantes de preescolar y primero, la actividad se realizó en el suelo de inicio a fin.

Los estudiantes de tercero finalizan el taller al tomar el papel de inspectores donde ellos van a tener dos pruebas de pasteleros novatos que deben leer para evaluar si las afirmaciones son correctas o no y marcarlo en la casilla correspondiente. Si la respuesta es que el pastelero novato no tiene razón, ellos deben escribir la operación que se debe realizar para obtener el resultado correcto. En la primera prueba ellos observan una imagen de una bandeja llena de *cupcakes* y como la afirmación del pastelero es:

Tengo $3 \times 5 = 15$ *cupcakes*.

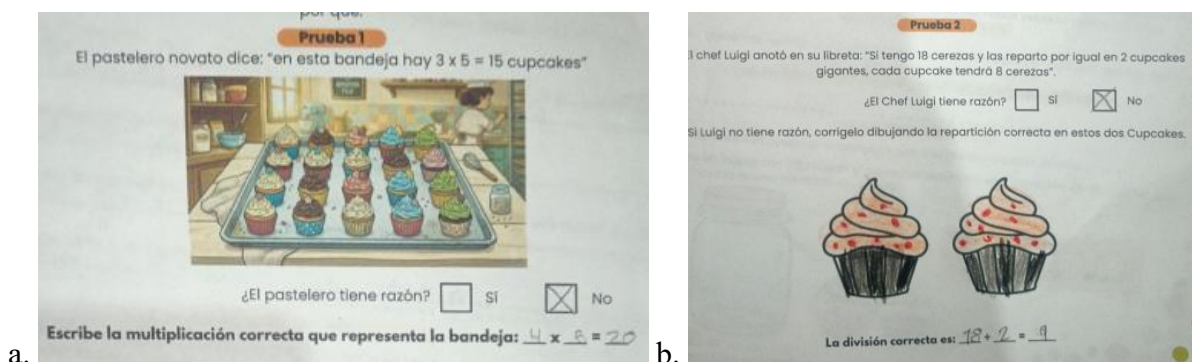
Ellos cuentan de manea detenida los *cupcakes* para notar que la afirmación es incorrecta, a lo que marcan la casilla correspondiente para luego contar los *cupcakes* de las filas y columnas, realizando la operación: $4 \times 5 = 20$ *cupcakes*, llegando a la solución adecuada del problema.

En la segunda prueba se les presenta al chef Luigi que tiene 18 cerezas que debe repartir de manera equitativa entre dos *cupcakes*, lo que significa que cada cupcake debe tener 8 cerezas. Ellos encuentran que la respuesta del pastelero novato es incorrecta ya que, si cada cupcake tiene 8 cerezas, al momento de sumar las cerezas utilizadas en total les da un número diferente a 18.

Marcan que el chef no tiene razón y ellos mismos realizan la repartición de cerezas en los dibujos de los *cupcakes* y escriben la división de las cerezas como $18 \div 2 = 9$ (Figura 27).

Figura 27.

Respuesta en Evaluate de A05.



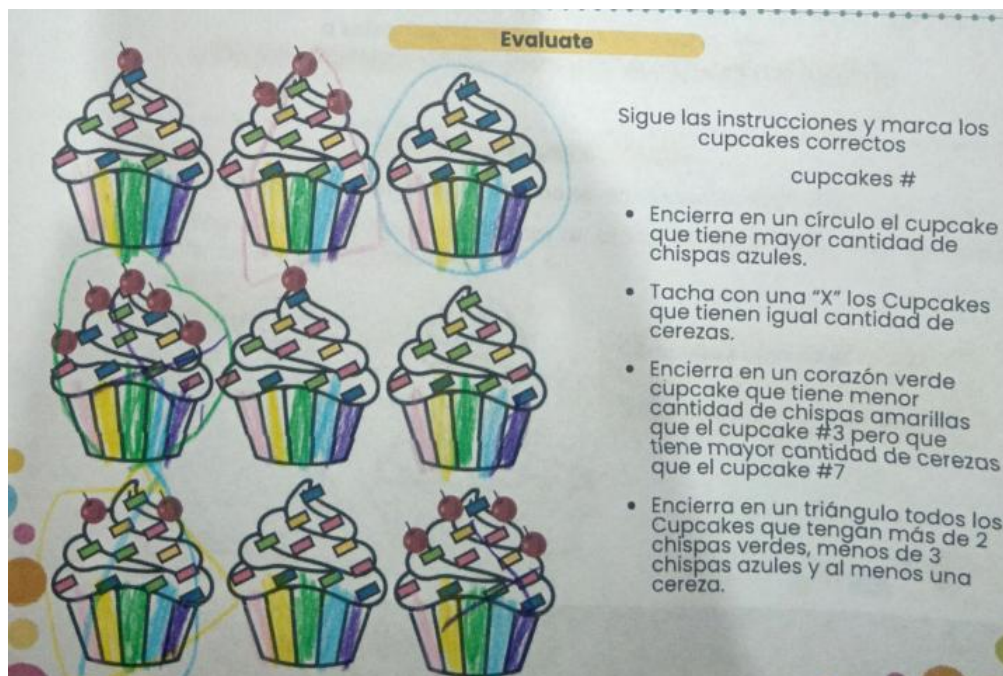
Nota. a) Respuesta a la prueba 1 A05, b) Respuesta a la prueba 2 del estudiante A05.

En esta fase, los estudiantes mostraron una mejor habilidad para analizar las pruebas planteadas e identificar su veracidad. Ellos se apoyaron de las imágenes presentadas para poder verificar los resultados o las afirmaciones de los chefs novatos y luego dar la respuesta adecuada. Esto va de acuerdo con lo dicho por Badía & Balbuena (2022) sobre cómo "la visualización en clase tiene sus propios valores pedagógicos, entre los que podemos citar: como facilitadora de la comprensión matemática en general" Ya que al poder observar lo que deben realizar, ellos analizan de mejor manera los problemas y logran relacionarlo con una operación matemática para así llegar a la respuesta adecuada.

Por su parte, la niña de primero debía leer las instrucciones y marcar los *cupcakes* correctos, logra identificar correctamente los *cupcakes* descritos en las indicaciones uno, tres y cuatro (Figura 28).

Figura 28.

Respuesta en Evaluate de A03.

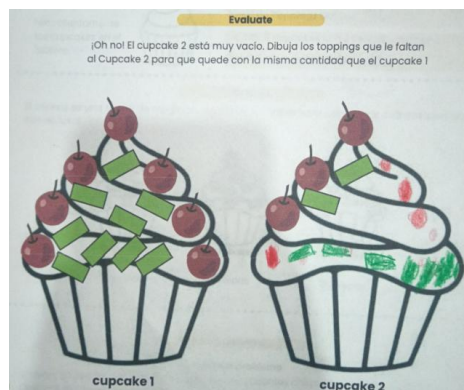


Nota. Respuesta de la estudiante a las instrucciones dadas.

La estudiante presenta dificultad al establecer la indicación dos, donde se pedía tachar con una "X" los *cupcakes* con igual cantidad de cerezas, sin embargo, tacha dos *cupcakes* que no corresponden a esta instrucción, uno con cinco cerezas y el otro con cuatro. Esto responde a un error de conteo, entendiéndose desde el Ministerio de Educación Nacional que "Cuando los números se usan para contar, cada uno se asocia a un elemento de un conjunto de objetos discretos. Este contexto conlleva el correcto empleo de la correspondencia biunívoca que a cada número asocia un objeto." (1998, p.26) en este caso se comete un error en la correspondencia biunívoca, estableciendo una igualdad errónea. Por otro lado, el estudiante de preescolar debía observar dos *cupcakes*, y completar el cupcake número dos para que tuviera igual cantidad de *toppings* que el cupcake número uno como se muestra en la Figura 29.

Figura 29.

Respuesta en Evaluate de A01.



Nota. El estudiante logra completar el conteo de *toppings* para igual las cantidades.

Se puede evidenciar que logra realizar con satisfacción la actividad, sin embargo, los *toppings* no se ubican todos en la misma posición que en el cupcake número uno (en especial las chispas), y se logra ver que el estudiante había excedido la cantidad de cerezas que necesitaba dibujar y borra para dejar las cerezas necesarias.

Por lo que se puede afirmar que el estudiante logra hacer una correcta correspondencia biyectiva (Alsina, 2006), en donde establece correctamente el conteo de los dos conjuntos, en este caso de los *cupcakes* y los relaciona entre sí para lograr llegar a una igualdad de elementos.

Esta fase da como finalizado todos los temas propuestos para el desarrollo del taller. En tercero se concluye con el uso de operaciones matemáticas de multiplicación y división en la repartición para la resolución de problemas usando la visualización como apoyo. También se termina de fortalecer el uso de cuantificadores al comparar los números y leer las instrucciones para señalar la imagen que cumpla con la condición de “mayor que”, “menor que” o “igual que”. Por último, en preescolar concluye con el uso de conteo al comparar dos conjuntos contando sus elementos y luego completar las cantidades faltantes para igualar los dos conjuntos.

Esto va de acuerdo a lo dicho en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas sobre la importancia de desarrollar diferentes métodos de cálculo en los niños, ya sea de manera escrita u oral, junto a que desarrollen una comprensión en las operaciones fundamentales como lo son la multiplicación y división, esto por medio del desarrollo de problemas asociados a la adición repetida para la multiplicación y la repartición para la división, lo que permite que gradualmente empiezan a tener mejor habilidad al momento de trabajar con operaciones más adelante en su vida académica (1998). Resaltando como aprendizaje para las maestras la importancia de la validación de las diferentes formas de expresión de acuerdo con las edades de los estudiantes, comprobando el que el dibujo sirve como medio de expresión antes que las grafías.

5.3. Misión Pasta: Mide y Crea

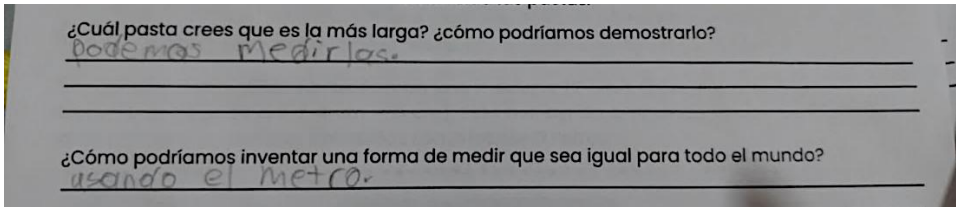
Este Taller (Apéndice E) busca fortalecer el pensamiento métrico en los estudiantes, por medio de la cocina a través del uso de la pasta como medio para la medición a través de medidas no convencionales y convencionales. El taller se desarrolló en los grados: preescolar, primero y tercero.

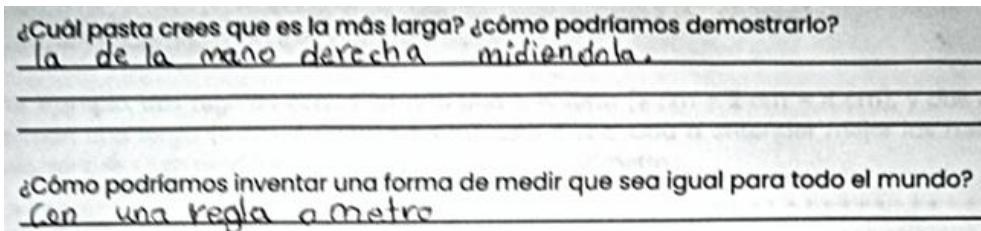
5.3.1. Engage

Al igual que en el taller anterior, faltaron los estudiantes A02 y A07 de preescolar y tercer grado respectivamente, debido a problemas familiares según lo informado por la profesora titular, pero se espera que regresen para el siguiente taller. La clase se vuelve a dividir con una profesora para tercer grado quien realizó esta fase con los estudiantes en sus puestos, mientras la otra profesora estaba con preescolar y primero, quienes trabajaron en el suelo del salón. Los estudiantes de tercero analizaron dos pastas que la docente mostró, en la mano derecha tenía la pasta más larga y en la mano izquierda la pasta más corta, se les pedía responder a las preguntas (Figura 30).

Figura 30.

Respuesta en Engage de A04 y A06.

a.  ¿Cuál pasta crees que es la más larga? ¿cómo podríamos demostrarlo?
podemos medirlas.
¿Cómo podríamos inventar una forma de medir que sea igual para todo el mundo?
usando el metro.

b.  ¿Cuál pasta crees que es la más larga? ¿cómo podríamos demostrarlo?
la de la mano derecha midiendola.
¿Cómo podríamos inventar una forma de medir que sea igual para todo el mundo?
con una regla o metro

Nota: En la figura 36a estudiante A04 solo responde a una de las dos preguntas iniciales. Figura 36b el estudiante A06 responde a las dos preguntas.

En el primer espacio para responder, se debían responder a dos preguntas, sin embargo, como en la Figura 30a en dos casos se pudo evidenciar como se respondía únicamente a la segunda pregunta, ya que se había contestado de manera oral a la primera, pues todos estaban de acuerdo en que la pasta más larga era la de la mano derecha.

Además, todos los estudiantes llegaron a la conclusión de que se debía medir para poder demostrar cuál de las dos pastas era más larga con datos (Figura 30). Para el segundo espacio de respuesta todos los estudiantes concordaban en que para medir igual se debía utilizar una regla o metro, evidenciando el uso de centímetros como medida estándar predilecta. Sin embargo, el estudiante A10 no responde de manera escrita a la pregunta, sólo de manera oral.

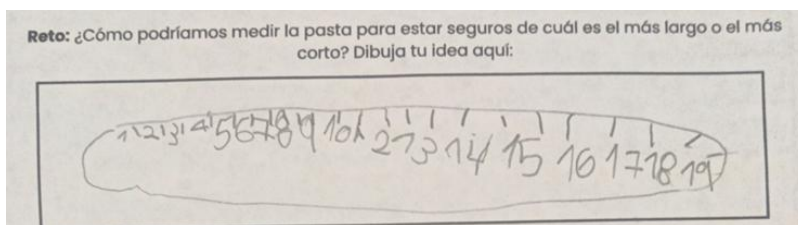
Aquí se puede evidenciar que la actividad de enganche para el estudiante que presenta un retraso en el proceso lecto escritor, supone una actividad que no le genera interés, así como hacen

énfasis Hidi & Boscolo (2007) la escritura implica procesos físicos, mentales y sociales, no solamente cognitivos, la parte afectiva cuenta con un papel indispensable en este proceso y la motivación no puede suponerse como intrínseca para cada estudiante en el aula. Si la actividad de escritura no cuenta con la motivación suficiente para realizarse puede ser evitada por los estudiantes.

A la estudiante de primero se le realiza un pequeño juego donde se acomodan las pastas en la mano de la profesora y solo dejaba ver una pequeña parte saliendo para que las tres pastas parecieran iguales. Ahora el estudiante debía tomar la pasta que creyera fuera la más larga, a lo que el estudiante sacó la mediana para luego revisar. Luego de eso tenía que responder una pregunta donde iba a dibujar cómo medir la pasta como se muestra en la Figura 31

Figura 31.

Respuesta en Engage de A03.



Nota. La estudiante dibuja una regla según sus saberes.

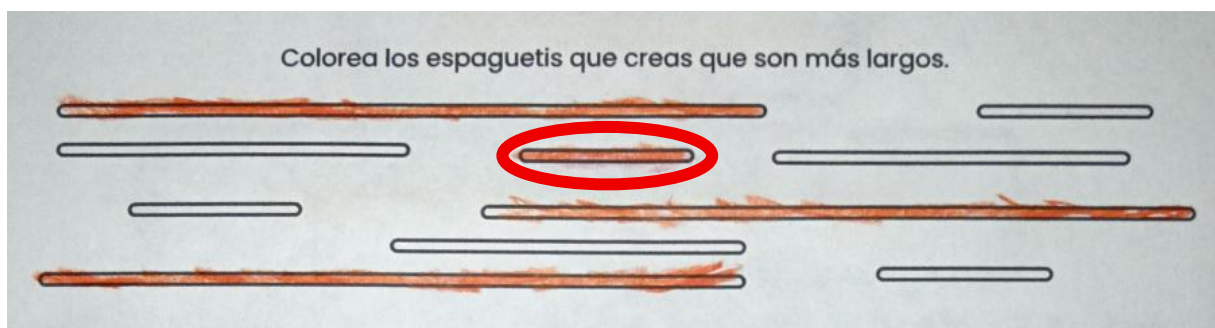
Ella tiene noción de la regla como instrumento para medir que debe usar en estos casos, además es capaz de dibujar las rayas que marcan cada centímetro para enumerarlos. Es necesario destacar cómo al momento de escribir los números, tiene problemas para manejar el espacio como se ve al iniciar con el número uno estando pequeños y conforme avanza hasta llegar al 19 se van haciendo más grandes.

Este problema se puede relacionar con el desarrollo de motricidad fina que según Shunta & Chasi (2023) es una capacidad que está en desarrollo constante, sobre todo en la destreza manual para que los niños en la escritura obtengan un mejor dominio en los planos horizontales y verticales junto a una organización en el espacio. Esta falta de maduración en el desarrollo motriz es lo que daría como resultado la escritura no lineal y de diferentes tamaños que presenta el estudiante al escribir los números de la regla.

En preescolar el estudiante recibe su hoja de trabajo donde se pueden observar varios espaguetis de diferentes tamaños colocados de forma aleatoria, donde él debe verlos a detalle para identificar cuáles son los más largos y colorearlos (Figura 32).

Figura 32.

Respuesta en Engage de A01.



Nota. Identificación de los espaguetis con un error que el niño reconoce, pero no corrige.

El estudiante logra señalar correctamente los tres espaguetis más largos para colorearlos, sin embargo, es necesario destacar que también colorea uno de los más pequeños, aunque en el momento de la actividad se le señaló la diferencia de tamaños para preguntar si estaba seguro de sus espaguetis coloreados, el estudiante no quería corregir para poder pasar a la siguiente actividad con el material didáctico que tenían que pegar en la hoja de trabajo.

En esta fase se buscaba indagar sobre los conocimientos previos de los estudiantes respecto a los sistemas convencionales y no convencionales de medición, así como el reconocimiento de adjetivos como largo, mediano y corto para describir una longitud. Esto de acuerdo con el tercer logro propuesto en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas con respecto al pensamiento métrico: “La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de ‘capturar lo continuo con lo discreto’.” (1998, p. 42).

También es necesario destacar que se debe mejorar el momento de presentar el material didáctico con los estudiantes, sobre todo en los más pequeños de preescolar, ya que el estudiante quería pasar con más rapidez a la siguiente actividad con dicho material, por lo que su respuesta, aunque se dio cuenta que era incorrecta, no quería corregirla pues eso significaba que iba a seguirse retrasando. En cuanto a los estudiantes de tercero, es necesario que en esta fase la escritura no se reduzca únicamente a responder preguntas, sino que tengan una finalidad que los estudiantes puedan percibir como una motivación para responder.

5.3.2. *Explore*

Las profesoras están cada una trabajando con uno de los dos grupos de estudiante, con el grupo de tercero que se mantiene en sus asientos mientras el grupo de preescolar y primero siguen el suelo para el desarrollo del taller.

En tercero la docente explica la actividad que se debe realizar, en este caso completar una tabla con la medida de unas pastas, la pasta número uno corresponderá a la pasta más corta y seguirán en orden ascendente. Después de explicar, reparte paquetes de pasta a los estudiantes, en cada paquete había una pasta de cada una de las siguientes medidas:

8cm, 16cm, 24cm y 32cm.

Una vez que cada estudiante tenía su paquete de pasta, la docente reparte una cantidad específica de reglillas a cada estudiante.

veinte cortas, diez medianas y cinco largas.

Cuando los estudiantes contaban con el material necesario se explica una vez más la actividad a desarrollar, los estudiantes para completar la tabla debían medir cada una de las pastas con cada tipo de reglilla (Figura 33), y además medirla en centímetros con ayuda de una regla.

Figura 33.

Respuesta en Explore de A06.

Explore

El método de los expertos: debes medir cuatro espaguetis diferentes usando dos sistemas de medida: reglillas y centímetros.

Registra tus hallazgos aquí:

Pasta	Reglilla larga	Reglilla mediana	Reglilla corta	Centímetros
Pasta 1	1	2	4	8
Pasta 2	2	4	8	15
Pasta 3	3	6	12	22
Pasta 4	4	8	16	30

¿Encontraste alguna relación entre las medidas en reglillas?
 si hay una lata necesito 2 medianas y 4 cortas

¿Encontraste alguna relación entre las medidas en reglillas y las medidas en centímetros?
 hay tres años

Nota. Respuesta de A06.

Los estudiantes lograron hacer uso del material concreto sin dificultad y se apropiaron de él para realizar las medidas, sin embargo todos presentaron dificultad en la medición con regla, todos midieron con satisfacción la pasta número uno cuya medida corresponde a ocho centímetros, sin embargo, en las pastas siguientes que tenían una mayor longitud se presentaron dificultades principalmente mostrando la diferencia de un centímetro con la medida real, y en algunos casos

como el estudiante A06, hay una medida que presenta una diferencia de dos centímetros con la medida real.

Esto puede obedecer a que al iniciar la actividad se hace el recordatorio de que para usar regla se debe medir desde el número cero, puesto que los estudiantes tienden a empezar a medir desde el uno en la regla. Es decir, lo cumplieron con la primera pasta, pero en las siguientes volvieron posiblemente a medir desde el número uno.

Este error en medición es algo común como lo dicen Deitz et. al. (2009) en su investigación, los estudiantes tienden a iniciar las mediciones desde el número uno, pues presentan dificultades para comprender el concepto del cero como unidad de partida, ya que al contar objetos cercanos tiende a iniciarse desde el número uno y esto se traslada a la medición en medidas convencionales como centímetros con ayuda de la regla.

Una vez los estudiantes de tercero completaban la tabla debían responder a dos preguntas como se ve en la figura 33, en la primera pregunta debían explicar si encontraban una relación entre las reglillas, y todos lograron encontrarla como se puede ver en la figura 33, encontrando que las medidas de las reglillas se podían relacionar entre sí.

Sin embargo, en la segunda pregunta donde se preguntaba por una relación entre la medida de las reglillas y los centímetros no se encontraba relación y los niños escribían sobre lo que encontraban en la tabla como se ve en la figura 33, obedeciendo a cuántas veces se repetía un número queriendo expresar que el número ocho se encontraba tres veces en la tabla. Se debe tomar en cuenta que en la tabla no se podía ver una relación clara entre las reglillas y los centímetros porque las medidas en centímetros no corresponden a las medidas reales.

En primero la estudiante toma tres espaguetis de diferentes tamaños y los mide usando tres reglillas de diferentes tamaños: Larga, mediana y corta. Cada espagueti se mide usando todas las reglillas y anotando las respuestas de cuántas usó en la tabla (Figura 34).

Figura 34.

Respuesta en Explore de A03.

Toma los tres espaguetis que tienes y mide usando las diferentes reglillas. Luego escribe cuantas reglillas usaste

Pasta	Reglilla larga	Reglilla mediana	Reglilla corta
Pasta 1	3	6	12
Pasta 2	2	4	8
Pasta 3	1	2	4

Nota. Respuesta del estudiante A03 comparando las medidas de los tres espaguetis con los tres grupos de reglillas.

La estudiante mide cada uno de los espaguetis, eligiendo iniciar por largo hasta el más corto, empezando a medir con cada grupo de reglillas y anotando en la tabla cuántas usa de cada una, aunque la profesora tiene que ayudarla a mantener los espaguetis extendidos mientras va midiendo, la estudiante logra medir correctamente los tres espaguetis usando cada uno de los grupos de reglillas, así que ahora la profesora le hace una pregunta: ¿Qué patrón puede notar en la tabla?

A lo que la estudiante responde que entre más pequeña sea la reglilla, va a necesitar muchas más mientras con las reglillas más grandes necesita menos. Aunque ella se da cuenta de que hay una relación en el aumento de reglillas utilizadas, no es capaz de establecer que se refiere a usar el doble de cantidad respecto a la reglilla anterior. Todo esto va de acuerdo a como se da en los

estudiantes el aprendizaje para la medición dado por Romo (2025) “El aprendizaje de la medición sigue un proceso lógico: primero se perciben diferencias entre objetos, luego se comparan, después se observa que se necesita una referencia para medir” (p. 114). Esto se demuestra en como ella primero percibe cuál de los espaguetis es más largo al compararlos entre ellos y luego nota que para poder comunicar el tamaño de los objetos, es necesario usar el sistema no convencional de medida que son las reglillas, escribiendo la actividad usada para comparar cuántos necesitó en cada espagueti.

Por parte del estudiante de preescolar, se le presentan cuatro espaguetis que el estudiante decide primero acomodar de mayor a menor para luego pegarlos en la hoja de trabajo y luego medirlos usando los tres grupos de reglillas, anotando cuántas usó de cada una (Figura 35).

Figura 35.

Respuesta en Explore de A01.

Explore

Vamos a usar nuestras reglillas para medir. Toma la Pasta 1 y pon las reglillas al lado para ver cuántas mide. Luego haz lo mismo con la Pasta 2.

Reglillas cortas: 2	Reglillas medianas: 1	Reglillas largas: 1
Reglillas cortas: 3	Reglillas medianas: 1	Reglillas largas: 1
Reglillas cortas:	Reglillas medianas: 1	Reglillas largas: 1
Reglillas cortas:	Reglillas medianas: 1	Reglillas largas:

Nota. Estudiante A01 pega los espaguetis de mayor a menor para luego realizar las mediciones y anotar las respuestas.

El estudiante empieza queriendo usar las tres reglillas para medir todos los espaguetis, además va intercambiando entre las diferentes reglillas cuando se da cuenta que la longitud es menor o mayor, hasta lograr que ambos sean igual de largos al observarlos y nota las respuestas

en el taller. Eso se relaciona a lo dicho con Romo (2025) “Para que un niño comprenda las diferencias entre los objetos, así como su masa, longitud o volumen, necesita explorarlos con sus propias manos siendo así imprescindible la manipulación” (p. 14) donde el aprendizaje a edades tempranas se relaciona al uso del material concreto por medio de una experiencia visual que les permite comprender las medidas usando sus manos para comprar y reemplazar las reglillas usadas.

En esta fase se buscaba explorar sobre las formas de medición convencionales y no convencionales, haciendo uso de reglillas y reglas, buscando establecer una relación entre diferentes tipos de medidas. Esto se alinea con el logro número seis establecido en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas con respecto a el pensamiento métrico: “La diferencia entre la unidad y el patrón de medición.” (1998, p. 42).

Este momento también se debe tener en cuenta que es muy importante establecer el rol del material concreto dentro de la clase para que las reglillas no cuenten como factor distractor principalmente con el estudiante de preescolar, quien quería jugar con las reglillas después de realizar la actividad asignada.

5.3.3. Explain

Antes de iniciar los estudiantes realizaron una pausa activa, como en la anterior aplicación. Para esta fase los estudiantes de tercero se pararon alrededor del tablero y los niños de primero y preescolar continuaron trabajando en el suelo. Los estudiantes de tercero escuchaban la explicación de cómo una reglilla grande equivale a dos medianas o cuatro cortas. Proponiendo ejemplos para que ellos los resolvieran como:

¿Cuántas reglillas medianas necesito para medir lo mismo que cinco reglillas grandes? ¿Cuántas pequeñas necesitaría?

Haciendo la comparación en el tablero y completando con los datos que decían los estudiantes o corrigiendo si era necesario. Aquí se puede evidenciar una vez más la importancia de material manipulativo para la adquisición de conceptos matemáticos o en este caso para ayudar a identificar un patrón. Una vez la docente identificó que todos los estudiantes comprendieron la relación entre reglillas se hizo la comparación con centímetros, donde se dio la información base, teniendo en cuenta que la reglilla corta mide dos centímetros.

Y a partir de esta información los estudiantes empezaron a decir sus hipótesis, para lograr la construcción grupal de que la reglilla corta mide dos centímetros, la mediana cuatro centímetros y la larga ocho centímetros.

Una vez afianzada esta relación se realizaron diferentes ejemplos con números más grandes para un mayor nivel de complejidad.

Los estudiantes de preescolar y primero recibieron esta fase en conjunto, al explicar cómo los objetos, en este caso las pastas, se pueden diferenciar en medidas largas, medianas y cortas de manera visual al compararlas entre ellas mismas ubicándolas una al lado de la otra. Además de que las reglillas son un método de medición no convencional, estando separadas en diferentes colores donde la verde son las más largas, las marrones son medianas y las naranjas son las reglillas más cortas. Luego se comparaba entre ellas para que pudieran identificar cuántas medianas se necesitan para hacer una larga y cuántas cortas se necesitan para hacer una mediana y una larga:

Se necesitan dos reglillas medianas para hacer una larga.

Se necesitan dos reglillas cortas para hacer una mediana.

Se necesitan cuatro reglillas cortas para hacer una larga.

Ellos iban observando y manipulando las reglillas, para imitar las demostraciones de la profesora, captando cómo se deben acomodar al momento de medir y cómo las magnitudes de las

reglillas se relacionan entre sí. Esta fase buscaba explicar la correspondencia entre patrones de medidas convencionales y no convencionales, llegando a puestas en común donde se pueden comparar diferentes formas de medir. Esto se ajusta al objetivo de Círculos Matemáticos que busca generar espacios de difusión donde los niños se apropien de las matemáticas y potencien sus habilidades.

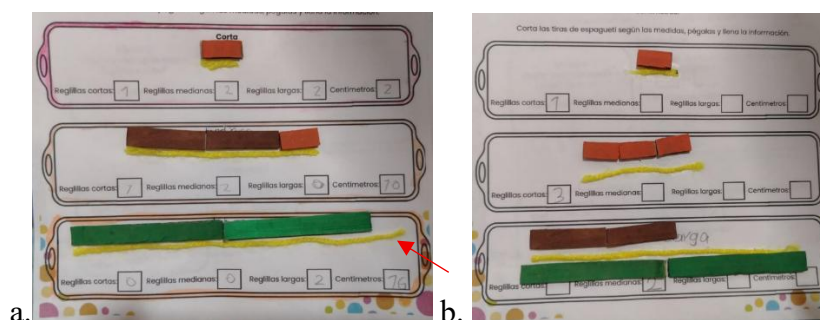
5.3.4. Elaborate

En esta fase los estudiantes de tercero se sentaron nuevamente en sus sillas y los estudiantes de primero y preescolar continuaron trabajando en el suelo.

La docente que se encontraba con los estudiantes de tercero les recuerda que en este taller son chefs italianos, y ahora van a medir sus propias pastas, ahora ellos tenían que definir cuál sería su pasta corta, mediana y larga. Para esto la docente le entrega a cada estudiante un pequeño ovillo de lana de un largo aproximado de tres metros y treinta centímetros, se les explica que van a medir con las reglillas el largo del que quieren sus pastas, posteriormente la cortaran y pegaran en la casilla asignada para después escribir la medida en reglillas y en centímetros (Figura 36).

Figura 36.

Respuesta en Elaborate de A06 y A08.



Nota. En la figura 36a y 36b las reglillas se superponen para comprobar las medidas, los estudiantes solo pegaron la pasta después de medirlas.

La mayoría de los estudiantes logran hacer la actividad propuesta de manera satisfactoria sin embargo, se pueden evidenciar dos desaciertos, en la figura 36a se puede observar un error de medición en la tercera pasta, pues el largo de la pasta no corresponde a la longitud expresada en reglillas y centímetros, además la misma estudiante A06 en la primera pasta mide con una reglilla corta, pero escribe también dos medianas, dos largas y la equivalencia a dos centímetros, sin embargo el error no persiste y las dos pastas posteriores logra identificar las unidades de medida.

Por otra parte, el estudiante A08, como se ve en la figura 36b, mide correctamente las primeras dos pastas con las reglillas, sin embargo, en la tercera pasta se equivoca de unidad y ubica dos reglillas medianas en lugar de dos largas que son las que corresponden a la medida, además no ubica la respectiva equivalencia en centímetros.

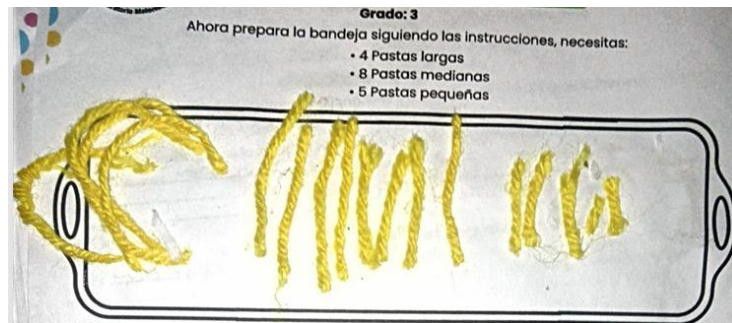
Es importante comprender que la medición no es una labor fácil, ante esto Ospina & Oviedo aseguran que la medición debe asociarse con “Dividir, Iteración de unidad, Transición, Conservación, Acumulación de distancia y Relación al número” (2019, p. 37) Entendiendo que al dividir se refiere a la acción mental que se hace en una unidad de medida ya sea centímetros o como en este caso donde los estudiantes debían medir lana (pasta) con reglillas y posteriormente cortarla.

Ante esto, la imprecisión puede aparecer en cualquier parte del proceso, por eso es importante seguir proponiendo actividades donde se deben usar diferentes unidades de medida y cada vez ir reduciendo la imprecisión presente o el “error”.

Una vez definido el largo de las pastas, los estudiantes de tercero debían medir, cortar y pegar las pastas en una bandeja siguiendo las instrucciones como se puede ver en la figura 37.

Figura 37.

Respuesta en Elaborate de A04.



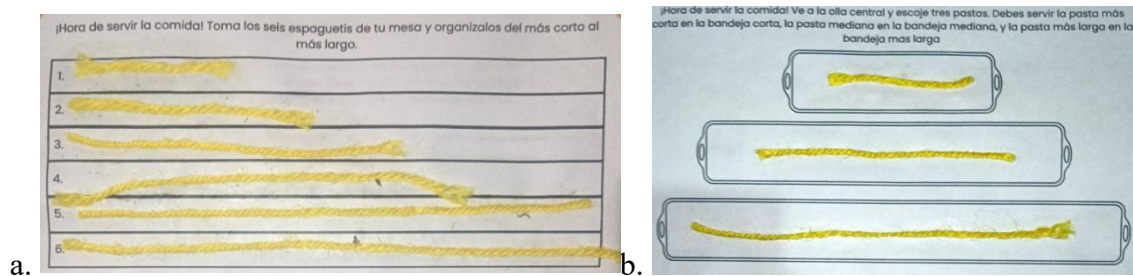
Nota. Respuesta del estudiante A04 evidencia imprecisión en las medidas.

Se evidencia una gran inexactitud con algunas de las pastas que deberían medir lo mismo, es decir, dentro del grupo de pastas pequeñas hay unas que miden notoriamente menos que otras y lo mismo sucede con el grupo de pastas medianas.

La primera parte de los estudiantes de primero y preescolar era idéntica. La estudiante de primero tenía que organizar seis espaguetis de menor a mayor, mientras el estudiante de preescolar organizaba tres espaguetis también de menor a mayor (Figura 38).

Figura 38.

Respuesta en Elaborate de A01 y A03.



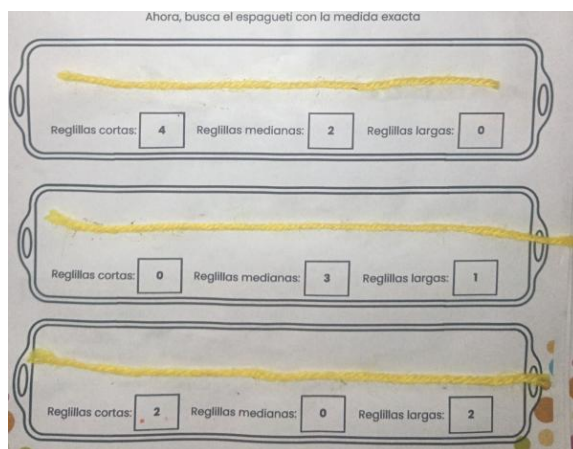
Nota. La figura 38a corresponde a la organización de primer grado y la figura 38b corresponde a la organización de grado preescolar.

Ambos estudiantes lograron organizar los espaguetis y de manera verbal expresaron cuál era la más larga, cuál era la más corta y las demás las identificaban como las medianas. Esto va de acuerdo con lo dicho por Godino et al., (2002) sobre cómo al iniciar la enseñanza de la medida en los estudiantes de preescolar y primer ciclo de primaria, ellos deben reconocer cómo los objetos tienen atributos medibles al compararlos para poder ordenarlos y expresar lo que identificaron por medio de un lenguaje sencillo propio de su edad como lo es decir más largo o más corto.

En la segunda parte de esta fase, la estudiante de primero tenía que buscar tres pastas con las medidas exactas que decía cada bandeja. Una vez identificadas las tres pastas, la debía pegar en la bandeja correspondiente (Figura 39).

Figura 39.

Respuesta en Elaborate de A03.



Nota. Respuesta de la estudiante con cada pasta en la bandeja correspondiente.

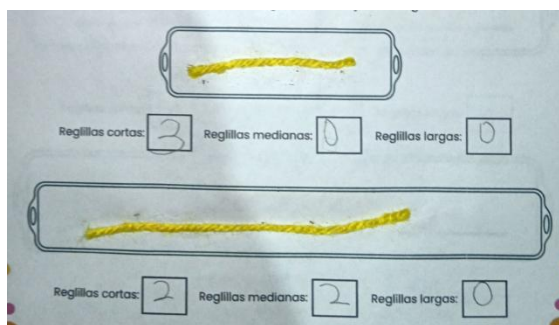
La estudiante, primero organizó las reglillas que le pedía cada bandeja para luego empezar a comparar cada uno de los espaguetis hasta encontrar los que cumplían con la medida que era pedida. Luego los pegó en la bandeja correspondiente, aunque tuvo algo de dificultad con el segundo espagueti ya que era más largo que la bandeja y se salía, por lo que ella pensó que tenía

que cortarlo. Todo esto se alinea con lo dicho sobre que es mejor según Godino et al., (2002) como “En este caso, medir una cantidad consiste en determinar las veces que esa cantidad contiene a la cantidad (o cantidades) que se toman como referencia (unidades de medida)”.

El estudiante de preescolar en esta segunda parte recibe dos espaguetis, de modo que primero debe acomodar el más corto en la bandeja más corta y el más largo en la bandeja más larga para luego medir con las reglillas como se ve en la Figura 40.

Figura 40.

Respuesta en Elaborate de A01.



Nota. Organización y respuesta del estudiante a los dos espaguetis.

El decide que va a medir usando solo las reglillas naranjas y marrones por decisión propia. Al igual que en la fase de *Explore*, va intercambiando las reglillas hasta lograr la longitud exacta de los espaguetis para luego escribir la respuesta en cada espacio en blanco, rellenando con ceros las reglillas que no usó. Aquí el estudiante aplica ambas cosas dichas por Godino et al. (2002) donde por medio de la manipulación típica para preescolar, él va comparando y midiendo cada espagueti para luego determinar la cantidad que contiene cada unidad de medida usada, que en este caso son las reglillas.

En esta fase se busca que los estudiantes pongan en práctica lo aprendido durante la fase anterior, haciendo uso de medidas convencionales y no convencionales para realizar la medición

de pastas, esto se ajusta al logro número ocho establecido en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas donde se establece “el trasfondo social de la medición” (1998, p. 42) al establecer una situación anclada a la vida cotidiana. En cuanto a mejora, es necesario tener en cuenta que los objetos a medir (espaguetis) no deben ser mayores que la bandeja donde se van a ubicar, ya que eso puede provocar que los estudiantes se sientan inseguros en su respuesta, como fue el caso de la estudiante de primer grado que iba a cortar el espagueti para que entrara correctamente en el espacio indicado, mientras en tercer grado algunos optan por doblar el espagueti para no salirse de la bandeja.

5.3.5. Evaluate

En esta fase los estudiantes de tercer grado continuaron trabajando en sus sillas y los estudiantes de primero y preescolar continuaron trabajando en el suelo.

Los estudiantes de tercero debían personificar el rol de jueces de la cocina, leer dos enunciados y determinar si es posible que ambos chefs tengan razón (Figura 41) además de justificar su respuesta.

Figura 41.

Respuesta en Evaluate de A06.

Eres el Juez principal. Determina si ambos pueden tener la razón y explica por qué.

Dilema 1: Chef 1: "¡esta pasta mide 4 regillios cortos!" Chef 2: "¡imposible! ¡esta pasta mide 1 regillio largo!"	Tu veredicto: ¿Es posible que ambos chefs tengan la razón? Si: ☒ No: ☐ Justifica tu respuesta: Los medidos miden lo mismo
Dilema 2: Chef 1: "¡esta pasta mide 3 regillios medianos!" Chef 2: "¡estas equivocados! ¡esta pasta mide 8 regillios cortos!"	Tu veredicto: ¿Es posible que ambos chefs tengan la razón? Si: ☐ No: ☒ Justifica tu respuesta: porque mide 6 regillios cortos

Nota. La estudiante A06 responde de manera satisfactoria la fase *Evaluate*.

Todos los estudiantes lograron identificar cuál era la afirmación en la que ambos chefs tenían razón y cuál era la afirmación en la que ambos chefs no podían tener razón, los estudiantes se ayudaron del material concreto para identificar si las afirmaciones eran o no eran ciertas, por eso en la justificación ellos contraponen otra afirmación como el estudiante A06 en la figura 41 donde afirma que midió y por eso conoce que son iguales o se contrapone la afirmación con lo necesario para que ambos tengan razón.

Es importante resaltar la importancia de la argumentación matemática, así como señalan los Estándares Básicos de Competencias que “se asuma la clase como una comunidad de aprendizaje donde docentes y estudiantes interactúan para construir y validar conocimiento, para ejercer la iniciativa y la crítica y para aplicar ese conocimiento en diversas situaciones y contextos” (2006, p. 42), establecer roles ayuda a interpretar diferentes ambientes, motivar y además potenciar el razonamiento al poner situaciones en donde sea necesario justificar, como en este caso al ser un juez de la cocina.

La estudiante de primer grado para finalizar la actividad tenía que asumir el rol de juez para las tres pastas que cortó otro chef. Tenía que tomar cada pasta y leer el veredicto que daba cada chef sobre la longitud del espagueti como:

Esta pasta mide 10 reglillas pequeñas.
--

Para comprobar la veracidad, debía tomar la cantidad indicada de reglillas y comparar ambas longitudes, notando si necesitaba más o menos reglillas en caso de ser una afirmación falsa o si ambas medidas son iguales en caso de ser verdadero. Es necesario responder cuál es la medida verdadera de cada pasta y justificar la respuesta (Figura 42).

Figura 42.

Respuesta en Evaluate de A03.

El veredicto del chef

Lee el veredicto de cada chef y responde si el chef tiene razón o no tiene razón. Pega la pasta y luego responde las preguntas

Regilla corta = Naranja
Regilla mediana = Morón
Regilla larga = Verde

Esta pasta mide 10 regillas pequeñas

¿Cuántas regillas mide la pasta? 5

¿El chef tiene razón? No

¿Por qué? Explicalo con tus palabras: Yo medi y use 5

Esta pasta mide 6 regillas medianas

¿Cuántas regillas mide la pasta? 6

¿El chef tiene razón? Si

¿Por qué? Explicalo con tus palabras: Yo medi y use 6

Esta pasta mide 2 regillas grandes

¿Cuántas regillas mide la pasta? 5

¿El chef tiene razón? Si

¿Por qué? Explicalo con tus palabras: Yo medi y use 5

Nota. La estudiante mide cada espagueti y lo pega para dar la respuesta.

La estudiante logra responder toda la fase de manera satisfactoria al identificar que dos de los veredictos tenían razón mientras uno estaba mal. Ella midió cada espagueti y justificó de manera escrita sus respuestas, aunque usa frases cortas ya que está iniciando el proceso de escritura, logra expresar correctamente sus ideas. Esto va de acuerdo a lo dicho en la “comunicación durante la actividad” de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) “Es conveniente incitarlos para que expliquen lo que están haciendo y pensando y, si es posible, que “justifiquen” de alguna manera el por qué o para qué lo están haciendo” (p. 88) que es lo que se buscaba con esta fase para conocer como la estudiante analiza lo realizado e intenta verbalizar a su modo para explicar su razonamiento.

Para preescolar el estudiante iba a realizar una actividad que combinara todo lo aprendido anteriormente. Primero iba a pegar los espaguetis para luego encerrar en un círculo la raya más larga si es el espagueti largo, la raya mediana si se trata del espagueti mediano y la raya pequeña si se trata del espagueti pequeño. Finalmente se mide con las rejillas y se escribe el número de rejillas que usó (Figura 43).

Figura 43.

Respuesta en Evaluate de A01.

Figure 43 shows three horizontal measurement strips, each containing a piece of spaghetti and a ruler with three types of grid lines: short, medium, and long. Below each strip is a section for recording the number of grid lines used.

Strip 1 (Top): The spaghetti is measured against the long grid lines. The data entry section shows: Numero de Reglillas usadas: Reglillas cortas: 1, Reglillas medianas: 0, Reglillas largas: 2.

Strip 2 (Middle): The spaghetti is measured against the medium grid lines. The data entry section shows: Numero de Reglillas usadas: Reglillas cortas: 0, Reglillas medianas: 1, Reglillas largas: 1.

Strip 3 (Bottom): The spaghetti is measured against the short grid lines. The data entry section shows: Numero de Reglillas usadas: Reglillas cortas: 3, Reglillas medianas: 0, Reglillas largas: 0.

Nota. Respuestas del estudiante de preescolar luego de pegar los espaguetis.

Como se puede ver, el estudiante logra resolver toda la evaluación de manera satisfactoria. Él decide primero acomodar los espaguetis de mayor a menor para luego encerrar en un círculo la línea que represente mejor la longitud. Luego de pegar el espagueti, el estudiante usa las rejillas

para poder medir y anotar cuántas usó en cada bandeja. La finalidad del uso de las reglillas fue dada por Calle & Ochoa (2026) sobre cómo enseñar medidas no convencionales para la longitud, sirve como un estímulo en el pensamiento lógico de los estudiantes, sobre todo por el material concreto. Esto fue algo que el estudiante logró identificar por medio de la manipulación dada por Godino et al. (2002) anteriormente para finalmente identificar a simple vista en objetos el atributo de ser largos, medianos y cortos.

La enseñanza de las medidas no convencionales abarca temas como la masa, la capacidad y la longitud. Estos apoyan a la estimulación de un pensamiento lógico en los educandos. Implementar este tipo de recursos facilita a los individuos relacionar los conceptos matemáticos con su entorno a través de materiales concretos.

En la fase final de este taller se buscaba que los estudiantes lograran demostrar y justificar los conocimientos adquiridos a lo largo de la sesión, logrando utilizar de manera satisfactoria medidas no convencionales, además de identificar la correspondencia con expresiones como corto, mediano y largo. Esto se alinea a lo descrito en los Estándares Básicos de Competencias donde refiere: “La evaluación formativa ha de poner énfasis en la valoración permanente de las distintas actuaciones de los estudiantes cuando interpretan y tratan situaciones matemáticas y a partir de ellas formulan y solucionan problemas” (2006, p. 75) tomando en cuenta que esta fase responde a lo desarrollado durante toda la sesión.

5.4 Frutas, Conteo y Gráficas

Este taller (Apéndice F) busca fortalecer el pensamiento aleatorio, se busca analizar los gustos de los niños del salón con respecto a su fruta favorita, representando la información a través de pictogramas o diagramas de barras, resolviendo situaciones alineadas con el nivel de complejidad de acuerdo al grado, el taller se desarrolló en los grados: preescolar, primero y tercero.

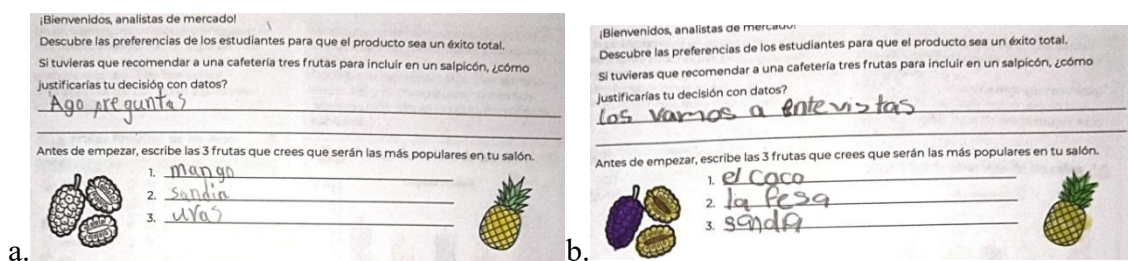
5.4.1 Engage

En este taller se presentaron todos los estudiantes del salón, aunque adicionalmente se unió un nuevo estudiante en el grupo de tercer grado. La profesora titular explica que el estudiante ya asistía a tercer grado en otra sede de la misma institución, pero el cambio se realizó debido al trabajo de los padres al ubicarse ahora en esta zona escolar, además de mencionar que estos cambios son bastante normales entre las sedes.

A los estudiantes de tercero se les presentaba la situación como analistas de mercado para una cafetería de frutas que vende salpicón. Para esto, ellos deben responder dos preguntas (Figura 44).

Figura 44.

Respuesta en *Engage* de A10 y A09.



Nota. La figura 44a responde a la primera pregunta cómo hacer preguntas mientras la figura 44b responde hacer entrevistas.

Los estudiantes logran identificar que, para conocer los gustos de un grupo de personas, en este caso sus compañeros, es necesario hablar con ellos de modo que varios señalaban que se deben realizar preguntas, mientras otros lo nombraban como hacer entrevistas tal y como se muestra en la figura 44. Es necesario resaltar que varios estudiantes presentaban errores en la escritura en la palabra “hago” ya que no escriben la h al inicio, algo que es señalado por Ferreiro (2006) como

parte del desarrollo de escritura de los niños en la parte silábico-alfabética donde ocurre la “omisión de letras” que en estado puede atribuirse a la característica muda de las letras “h” llevando a que los estudiantes lo omitan.

Luego de establecer el método de recolección, ellos escribían tres frutas que creían podían ser las favoritas basándose en lo que conocen de sus compañeros.

La estudiante de primero debía responder a dos preguntas como se puede ver en la figura 45.

Figura 45.

Respuesta en *Engage* de A03.

The image shows a worksheet titled "Engagement" with two questions and handwritten answers. The first question is "¿Cuál es tu fruta favorita de todas?" with the answer "ferrisa" written on a line. The second question is "Si quisiéramos hacer una ensalada para toda la clase, ¿cómo podemos saber qué frutas poner para que a la mayoría le guste?" with the answer "preguntar" written on a line. Below the questions is a row of ten fruit illustrations: an apple, a strawberry, a bunch of bananas, a pear, a bunch of grapes, two cherries, a slice of watermelon, an orange, a pineapple, and a bowl of citrus segments.

Nota. Respuesta a las preguntas por parte de la estudiante A03.

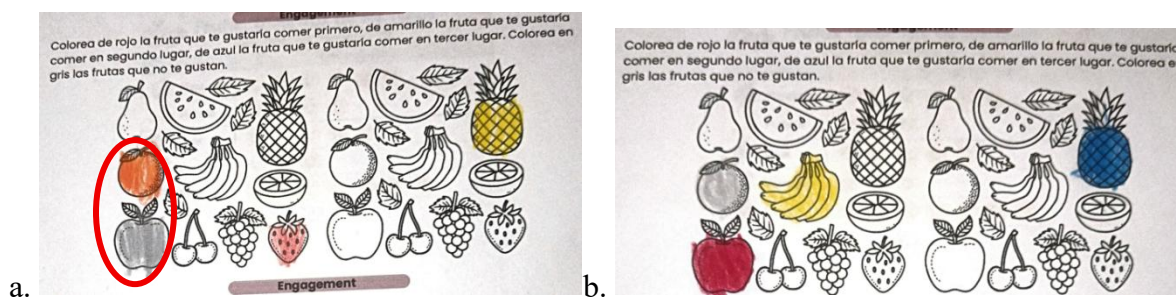
La estudiante responde primero a las preguntas de manera oral y después de manera escrita, las responde de manera orgánica y sin dificultad, presentando únicamente un reto la escritura, pues aún se encuentra en la etapa silábico-alfabética de la lengua de acuerdo con los descrito por Emilia Ferreiro (2006) donde en esta etapa están en proceso de la adquisición de todas las reglas o normas en torno a la lengua y por ende a lograr una escritura alfabética.

Aquí la estudiante A03 invierte letras que pertenecen a una misma sílaba, comprendiendo las letras que deben ir, pero escribiéndolas en diferente orden como el caso de la palabra “fresa” al escribir “fersa”. Además, se evidencia que la estudiante ve la opción de preguntar como una forma de comprobar hipótesis y obtener información.

Por otro lado, los estudiantes de preescolar debían colorear de un color específico la fruta que se indicaba de acuerdo a sus gustos (Figura 46).

Figura 46.

Respuesta en *Engage* de A01y A02.



Nota. En la figura 46a) el estudiante A01 colorea de naranja la fruta en lugar de azul, porque corresponde a su color natural. Figura 46b) la estudiante A02 sigue las instrucciones.

Aquí se evidencia que el estudiante A01 se encuentra bastante arraiga en la etapa descrita por Piaget & Inhelder (1997) como operaciones concretas, donde se aferra a la idea de que las naranjas son de color naranja y por esta razón no puede colorearla de azul así la instrucción diga que la coloree de este color; sin embargo, logra colorear la manzana de color gris sin suponer un desafío. Por otro lado, la estudiante A02 colorea siguiendo las instrucciones sin ninguna dificultad (Figura 46).

En esta fase se busca atraer la atención de los estudiantes al ubicarlos en un contexto y rol que se va a desarrollar a lo largo del taller. En los estudiantes de tercero y primero se conoce cómo

ellos identifican el hacer preguntas o entrevistas como un método para hacer un sondeo que permita lograr las respuestas necesarias en cuanto a los gustos de sus compañeros. Mientras en preescolar, las preguntas se hacen más personales y con las respuestas marcando en dibujos con colores ya que ellos no saben escribir, pero igualmente es un método de sondeo acorde a su edad.

En esta fase se busca iniciar lo dicho por los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) sobre cómo este tipo de actividades que busca realizar preguntas para luego recolectar las respuestas y su posterior análisis, son situaciones importantes que se debe llevar a cabo gracias a las diferentes formas de abordar el tema, lo que permiten una variedad en el desarrollo, además de que se permite poner a prueba diferentes conocimientos matemáticos en desarrollo como lo son los números y las mediciones.

5.4.2 Explore

En esta fase el salón se mantiene dividido como se ha realizado en talleres anteriores donde una profesora trabaja con estudiantes de tercero y otra con estudiantes de primero y preescolar. En esta ocasión, ambos grupos trabajaron en sus mesas, aunque separados para evitar que las indicaciones se mezclaran, además de que cada grupo tenía un tablero para poder usar y explicar lo que fuera necesario.

Para los estudiantes de tercero se realizó una recolección y organización de datos entre sus compañeros y la profesora para que fueran un total de nueve votos. A los estudiantes se les explicó que solo podían votar una vez, así que se les permitió que primero conocieran las seis frutas entre las opciones para luego pasar a la recolección de datos, donde se iba a ir mencionando fruta por fruta y los estudiantes debían levantar la mano si esa era su elección para que luego sus compañeros llenaran la tabla (Figura 47).

Figura 47.

Respuesta en *Explore* de A07.

Encuesta a tus compañeros y registra los resultados en la siguiente tabla de frecuencia.

FRUTA	CONTEO (MARCAS)	FRECUENCIA
 Manzana		1
 Banano		0
 Fresa		1
 Pera		2
 Mandarina		1
 Coco		4
TOTAL	/	9

Nota. Tabla con la información recolectada por el estudiante.

La actividad se realizó pasando por cada fruta, donde cada mano levantada se representaba haciendo un palito en la columna de conteo. Una vez se preguntó por cada fruta, los estudiantes pasaron esas marcas de conteo a escribir la frecuencia y luego realizar la suma de votos para asegurarse de que fuera un total de nueve. Esto se señala por Alsina et al. (2020) sobre como en primaria es necesario que los estudiantes realicen un método de conteo que les ayude en el recuento, como lo es utilizar los palitos, para que luego estas marcas sean traducidas en la escritura de la frecuencia, de modo que ellos entiendan el significado de los números en el contexto de las tablas.

La estudiante de primero debía preguntar a los demás estudiantes del salón su fruta favorita dentro de las cuatro opciones presentadas (Figura 48) y cada voto se representaba con un palito en la tabla.

Figura 48.

Respuesta en *Explore* de A03.

La recolección de datos

Preguntale a todos tus compañeros "¿cuál de estas frutas es tu favorita?"

Marca las respuestas con palitos. Cada palito es un voto. Luego de preguntar cuenta los votos y escríbelos en la columna de la derecha.

Frutas	Votos	Total de votos
		3
		4
		6
		0

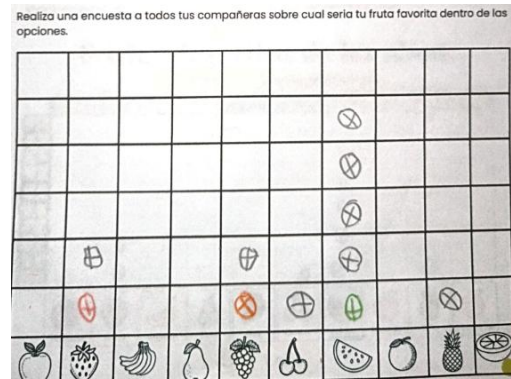
Nota. La estudiante A03 realiza la pregunta a estudiantes y dos docentes.

La estudiante A03 cada vez que realizaba la pregunta a algún compañero o docente registraba con palitos la respuesta y finalmente logra hacer el conteo de votos para cada fruta, esto se define de acuerdo con Alsina et al. (2020) como tablas de recuento cuando inicialmente se hace el conteo con palos, y finalmente se convierten en tablas de frecuencia al analizar los datos de forma numérica estableciendo la frecuencia de cada variable. (p. 103).

Los estudiantes de preescolar debían preguntar a los demás compañeros del salón su fruta favorita dentro de las diez opciones presentadas y representar gráficamente la información obtenida (Figura 49).

Figura 49.

Respuesta en *Explore* de A02.



Nota. La estudiante A02 representa con equis las respuestas obtenidas.

La estudiante A02 escogió representar las respuestas de sus compañeros con equis en las casillas asignadas, cada casilla daba el espacio para representar una respuesta. De acuerdo con Alsina et al. (2020) esta tabla obedece a una tabla de recuento, donde cada equis representa un voto.

En esta fase busca conocer cómo los estudiantes recolectan la información y la organizan con marcas en sus tablas antes de pasarlo a la frecuencia con ayuda de los números. Con toda esta fase funcionando de acuerdo a los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) sobre “considerar situaciones de aplicación reales para introducir los conceptos aleatorios, deben preparar y utilizar situaciones de enseñanza abiertas, orientadas hacia proyectos y experiencias en el marco aleatorio y estadístico, susceptibles de cambios y de resultados inesperados e imprevisibles.” (p. 49) Marcando cómo la introducción del pensamiento aleatorio debe desarrollarse en situaciones contextualizadas que les permita trabajar con resultados que sean inesperados y aleatorios para ellos, en este caso cuál fruta es la favorita para las personas del salón.

Es necesario destacar cómo los estudiantes se desarrollaron de manera ordenada al momento de obtener la información al levantar la mano al momento de elegir su fruta favorita y permaneciendo atentos de que cada estudiante eligiera una sola vez. Además de cómo los estudiantes de tercero estuvieron atentos a responder de manera ordenada a sus compañeros de preescolar y primero para que ellos también llenaran sus tablas con la información de las frutas.

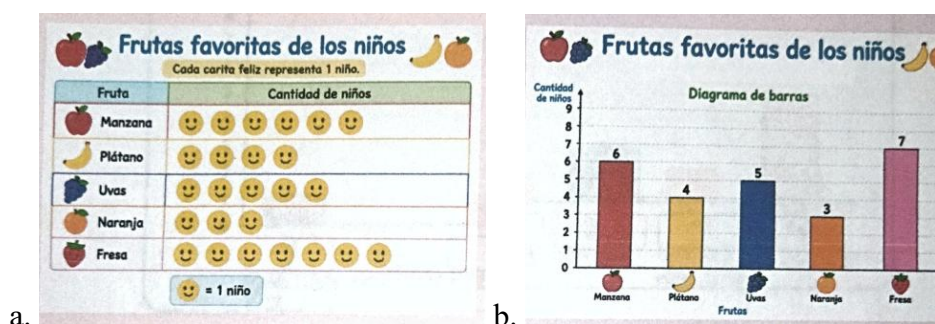
5.4.3 Explain

En esta fase se desarrolló continuando con la misma organización de la fase anterior. Para este momento ambas docentes utilizaron el tablero, por lo que los dos pequeños grupos dentro del aula contaban con un tablero que podían usar de manera independiente.

Los estudiantes de tercero recibieron una explicación sobre el uso de pictogramas para representar una información, donde cada carita feliz representa a un niño para luego explicar cómo realizar el gráfico de barras, donde cada barra representa una fruta y la altura que alcanza se relaciona a la cantidad de votos que obtuvo como se puede ver en la Figura 50.

Figura 50.

Guía en *Explain* del grado tercero.



Nota. La figura 50a) representa el pictograma del ejemplo y la figura 50b) representa el diagrama de barras.

Una vez ellos logran entender la relación entre ambas representaciones, se les explica lo que es la moda en la estadística, siendo el dato que más se repite y el que ellos aquí identifican como la fresa al ser el dato que tiene mayor número de votos o como una estudiante señalaba

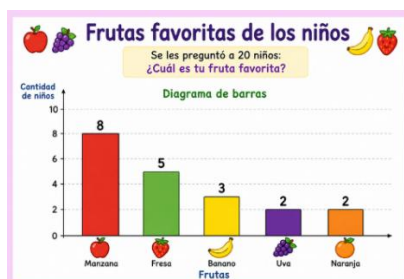
La moda es la que tiene la barra más alta.

Ellos también realizaron un ejemplo guiado en el tablero para la explicación, solo que usando información con tres comidas rápidas como lo son la pizza, papas locas y hamburguesa. Primero se hizo la recolección de datos donde cada estudiante puso una “carita” en la comida que eligen y luego otro estudiante se ofreció a realizar el gráfico de barras para finalmente en grupo señalar cuál es la moda de este ejemplo. Aunque todos participaban, es necesario destacar cómo el estudiante nuevo identificado como A11, es un poco tímido al integrarse en actividades grupales debido a que hasta ahora los está conociendo, por lo que era necesario llamarlo y pedir silencio para que él pudiera expresarse de manera cómoda.

La estudiante de primero recibió una explicación sobre los diagramas de barras, donde las barras representan la cantidad de datos obtenidos en cada una de las opciones o variables. Además, interpretó el gráfico en la hoja de trabajo (Figura 51).

Figura 51.

Guía en *Explain* del grado primero.



Nota. Gráfica para apoyar la explicación en el grado primero.

La estudiante realiza un análisis de manera oral donde responde de manera adecuada a preguntas como:

¿Cuál fue la fruta favorita de los niños entrevistados? ¿Cuál fue la segunda fruta favorita?

Demostrando comprensión de la gráfica y la relación entre las barras y los datos en los ejes.

Los estudiantes de preescolar recibieron una explicación sobre los pictogramas, donde para la representación de los datos se usan dibujos, en este caso se usaron caritas felices (Figura 52).

Figura 52.

Guía en *Explain* del grado preescolar.



Nota. Gráfica para apoyar la explicación de grado preescolar.

Los estudiantes realizaron el análisis de la gráfica de manera oral, comprendiendo la relación entre el dibujo y lo que representa, en este caso votos a la fruta favorita. Los estudiantes respondieron de manera satisfactoria y sin dudar a preguntas como:

¿Cuál fue la fruta favorita? ¿Cuál fue la fruta con menos votos?

En esta fase se buscaba explicar los gráficos de barras y pictogramas de acuerdo al grado de dificultad, así como el concepto de moda para los estudiantes de tercero. Esto se alinea con los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) donde se expresa que “Los proyectos y

experiencias estadísticas que resultan interesantes y motivadores para los estudiantes generalmente consideran temas externos a las matemáticas lo cual favorece procesos interdisciplinarios de gran riqueza.” (p. 49) donde al mostrar un tema de interés como las frutas favoritas se establece un ambiente enriquecedor para el aprendizaje donde se motiva a los estudiantes y los datos obtienen un sentido más allá de conceptos matemáticos.

5.4.4 Elaborate

Esta fase se desarrolla siguiendo la misma ubicación dentro del salón que las fases anteriores, sin embargo, para esta fase no fue necesario el uso del tablero.

Los estudiantes de tercero retomaban la tabla realizada en el *explore*, para ahora escribir los datos en forma de un pictograma, como se muestra en la Figura 53

Figura 53.

Respuesta en *Elaborate* pictograma de A06.

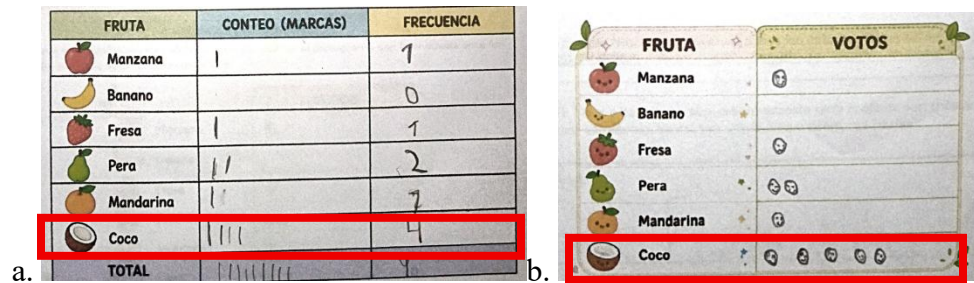


Nota. La figura 53a) muestra la tabla del *explore* y la figura 53b) muestra su representación como pictograma.

Aquí podemos ver cómo el estudiante imita su tabla anterior, para reemplazar los palitos con caritas felices, donde cada carita feliz representa a un estudiante. La mayoría de estudiantes logró hacerlo de manera correcta, aunque muy pocos presentaron un error en el conteo del pictograma (Figura 54).

Figura 54.

Respuesta en *Elaborate* pictograma de A05.



Nota. La figura 54a) muestra la tabla del *explore* y la figura 54b) muestra el error al momento de contar los cocos del pictograma.

Donde al momento de dibujar las caritas de los cocos, puso una adicional, contando un total de cinco en vez de los cuatro que ya había marcado en la tabla anterior.

Ahora ellos debían representar el pictograma en el diagrama de barras donde como lo aprendieron en la fase de *explain*, tal y como se muestra en la Figura 55.

Figura 55.

Respuesta en *Elaborate* diagrama de barras de A06.



Nota. Representación del pictograma del estudiante.

Aquí podemos ver cómo el estudiante ahora representa en diagramas de barras las respuestas obtenidas de la fruta. Primero escribe el nombre de cada fruta y luego dibuja la barra a

una altura que llegue a coincidir con la frecuencia de votos que fueron obtenidos. Es necesario destacar cómo las líneas de cada número sirvieron como guía y los estudiantes respetaron para lograr la altura deseada que cumpliera con la cantidad.

Por último, ellos realizan un análisis de los datos obtenidos en los gráficos al responder a las preguntas como se muestra en la Figura 56.

Figura 56.

Respuesta en *Elaborate* análisis de tendencia de A08.

Análisis de tendencias y formulación de preguntas
Observa tus gráficos y responde:

Las dos frutas más populares son:      

Las dos frutas menos populares son:      

Escribe una posible moda que observes sobre las características de las frutas más escogidas: por qué es más rico

Si la cafetería fuera a hacer una segunda encuesta para mejorar aún más la atención al cliente al hacer salpicones de colores ¿Qué nueva pregunta harías

que frutas azules le gustaría

Nota. Respuesta al análisis de tendencia con un pequeño error en las frutas populares.

Para la primera pregunta cada estudiante tenía que encerrar las dos frutas más populares y en la segunda las dos frutas o la fruta menos popular. Aunque lo hicieron correctamente, es necesario señalar que debido a que ambas filas de frutas estaban muy juntas, algunos estudiantes encerraron de manera errónea, como se muestra en la Figura 56 donde el estudiante encierra el banano en frutas populares usando un marcador amarillo, pero al notar su error da aviso a la

profesora y decide corregir usando el lápiz para que al momento del análisis se pueda recordar dicho error. La siguiente pregunta sobre una posible moda en las características de las frutas más escogidas donde muchos de ellos señalaron:

“Están votando más porque es más rico” o “Están votando más por el coco ya que tiene agua”.

Finalmente, ellos ahora debían formular una pregunta que les ayudará a conocer qué frutas son necesaria para hacer salpicones de colores, a lo que los hicieron preguntas para un salpicón azul como:

¿Qué frutas azules les gustaría?

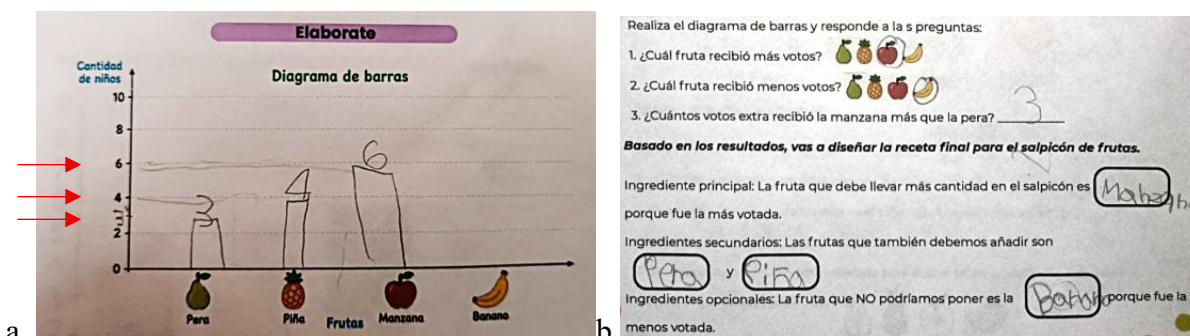
Todo lo desarrollado en esta fase se mantiene a lo dicho por Alsina et al. (2020) sobre la representación de gráficos, ahora centrándonos en la organización de datos de tablas de frecuencia, de una manera más visual como lo son los pictogramas y diagramas de barras. El pictograma lo define como una gráfica que marca el paso entre las representaciones concretas a las abstractas, donde cada imagen representa un valor, en este caso una carita feliz es un estudiante.

Luego, se nos habla de los diagramas de barras que se pueden considerar como representaciones más abstractas en comparación al pictograma donde “los datos de cada valor de una variable en el eje horizontal, asociados a su frecuencia absoluta en el eje vertical” (p. 105). Buscando de esta forma que ellos sepan manejar ambas representaciones gráficas, entendiendo el valor de cada dibujo y la altura que deben alcanzar las barras para ser asociados a la frecuencia de cada valor. Sumado a que finalmente se busca que ellos desarrollen una capacidad en el análisis de datos que les ayuda a resolver preguntas y más a futuro puedan llevar dicha capacidad a la vida cotidiana.

La estudiante de primero debía graficar los datos recolectados en la fase de *Explore*, y posteriormente responder a unas preguntas con base a la gráfica (Figura 57).

Figura 57.

Respuesta en *Elaborate* de A03.



Nota. La figura 57a) corresponde a la gráfica realizada y 57b) Respuestas dadas a las preguntas en base a la gráfica.

La estudiante logró graficar los datos de manera satisfactoria (figura 57a) se resalta que en el eje correspondiente a la cantidad de niños la numeración se encuentra de dos en dos, y una de las respuestas que A03 debía graficar corresponde a un número impar, por lo que la estudiante escribe el número tres en el sitio correspondiente para guiarse y elaborar la barra correspondiente, ella realiza unas líneas desde el número para graficar las barras y cerciorarse de elaborar la correcta gráfica. Aquí se puede afirmar que la estudiante logra elaborar lo definido por Alsina et al., (2020) como gráfico de barras estableciendo que “corresponde a una representación más abstracta que un pictograma, donde se representan los datos de cada valor de una variable en el eje horizontal, asociados a su frecuencia absoluta en el eje vertical”, en este momento la estudiante logra hacer la gráfica y además responder de manera satisfactoria a todas las preguntas establecidas sobre el grupo de datos recolectados (figura 57b) demostrando su comprensión sobre la gráfica elaborada.

Los estudiantes de preescolar debían iniciar esta fase realizando un pictograma con los datos recolectados en la fase de *Explore* (figura 58).

Figura 58.

Respuesta en *Elaborate* de A01 y A02.



Nota. 58a) Pictograma elaborado por A01, 58b) Pictograma elaborado por A02.

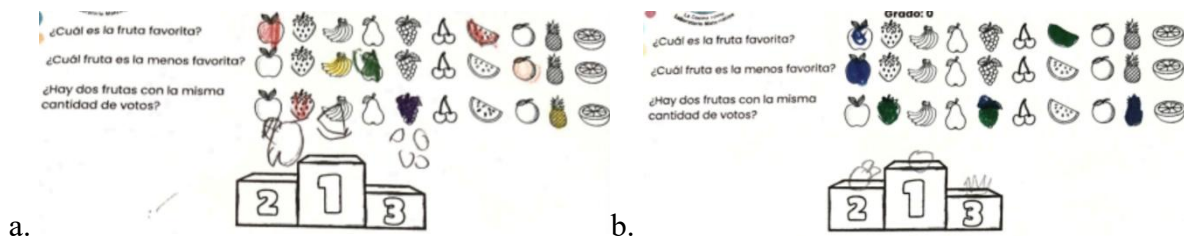
Al realizar el pictograma ambos estudiantes presentaron dificultades al ubicar las caritas felices, principalmente por el tamaño, pues la cantidad de caritas felices corresponde a los datos requeridos.

No obstante, se resalta que la estudiante A02 no graficó los votos obtenidos en las uvas. Es válido resaltar lo establecido por Alsina et al., (2020) quienes describen que “Un pictograma corresponde a un paso intermedio desde las representaciones concretas a representaciones abstractas, como los gráficos de barras.” (pp. 104 - 105) recordando que los estudiantes aún se encuentran en la etapa de operaciones concretas de acuerdo con Piaget & Inhelder (1997), y este tipo de gráficas suponen mayor dificultad.

Una vez que los estudiantes tenían su pictograma debían responder a unas preguntas coloreando la o las frutas necesarias (Figura 59).

Figura 59.

Respuesta en *Elaborate* de A01 y A02



Nota. 59a) Respuestas de A01, 59b) Respuestas de A02

El estudiante A01 en la primera pregunta

¿Cuál es la fruta favorita?

Colorea la manzana y la sandía, donde la manzana no corresponde a la fruta favorita, la fruta con más votos fue la sandía. Por otro lado, la estudiante A02 ubica la sandía, y se ve un tachón en la manzana, esto obedece a un error cuando iba a responder la segunda pregunta donde casi la marca en el sitio equivocado. Este error pudo ocurrir con el estudiante A01.

En la segunda pregunta

¿Cuál fruta es la menos favorita?

Los dos estudiantes tuvieron una interpretación diferente, el estudiante A01 coloreó las frutas con cero votos y la estudiante A02 coloreó la fruta con menos votos.

Para la tercera pregunta

¿Hay dos frutas con la misma cantidad de votos?

Ambos estudiantes marcaron la fresa, uva y piña, si bien la fresa y uva tienen la misma cantidad de votos, la piña cuenta con una cantidad diferente, en la estudiante A02 se logra ver que

la fresa y uva están marcadas con un color diferente a la piña, sin embargo, no marca la cereza que es la fruta que tuvo igual cantidad de votos a la piña.

En esta fase se buscaba que los estudiantes demostraran los conocimientos adquiridos sobre las gráficas de barras y/o pictogramas de acuerdo al grado, además los estudiantes de tercero abordaron el concepto de moda de manera orgánica utilizando con confianza. Esto se alinea a lo establecido en los objetivos de los Círculos Matemáticos donde se establece que buscan desarrollar la competencia y/o habilidad analítica y argumentativa.

En cuanto a la realización de diagramas de barras para los estudiantes de tercero y primero, se hace nuevamente el señalamiento de la importancia de que estas gráficas cuenten con una línea guía que permita ver a los estudiantes a qué altura se debe llevar cada barra, ya que, en esta fase tan temprana de aprendizaje, es una guía visual que permite una mayor comprensión sobre cómo traducir la frecuencia a un nivel más abstracto y entendible.

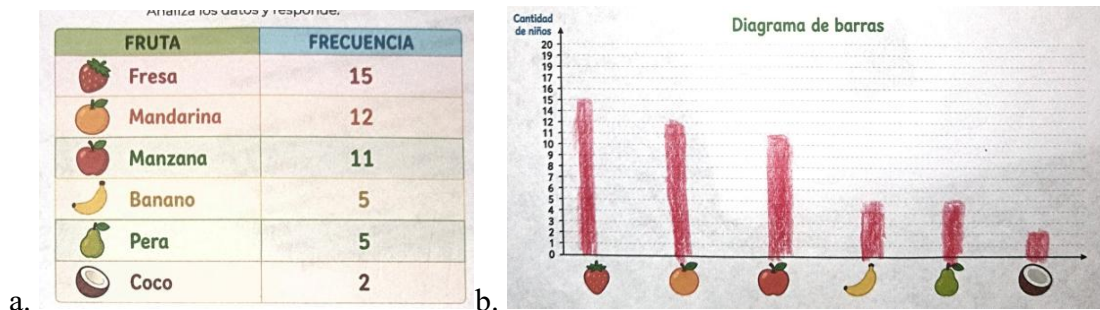
5.4.5 Evaluate

Para el desarrollo de esta última fase los estudiantes se encontraban en la misma ubicación, sin embargo, se encontraban emocionados porque a las nueve de la mañana asistirían los bomberos a desarrollar una charla con ellos y les habían prometido que jugarían con el agua del camión de bomberos. Para mediar la emoción de los estudiantes las maestras les recordaron que aún quedaba tiempo antes de la llegada de los bomberos, donde lograrían terminar el taller y esperarlos con emoción.

Los estudiantes de tercero ahora debían realizar una última actividad usando nuevos datos de una tabla de frecuencia la cual debían representar en el diagrama de barras para luego responder dos preguntas en el análisis de tendencia (Figura 60).

Figura 60.

Respuesta en *Evaluate* de A11.

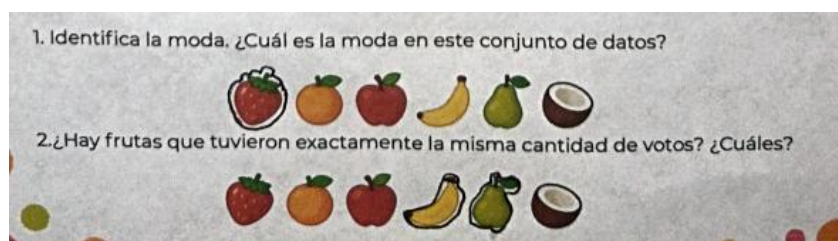


Nota. La Figura 60a) muestra la tabla de frecuencia y la Figura 60b) la representación gráfica.

Todos los estudiantes lograron realizar de manera correcta el diagrama de barras, mostrando a lo largo del taller una mayor destreza al momento de realizar el paso de una frecuencia a la representación graficar, lo que va de acuerdo a lo dicho por Godino et al., (2003) “el gráfico de barras visualiza mejor la frecuencia absoluta, así como la idea de escala numérica para las frecuencias” (p. 133). Luego ellos hacen el análisis de la tendencia de datos por medio de las dos preguntas (Figura 61).

Figura 61.

Respuesta en *Evaluate* de A11.



Nota. El estudiante encierra correctamente las fresas en el análisis del diagrama.

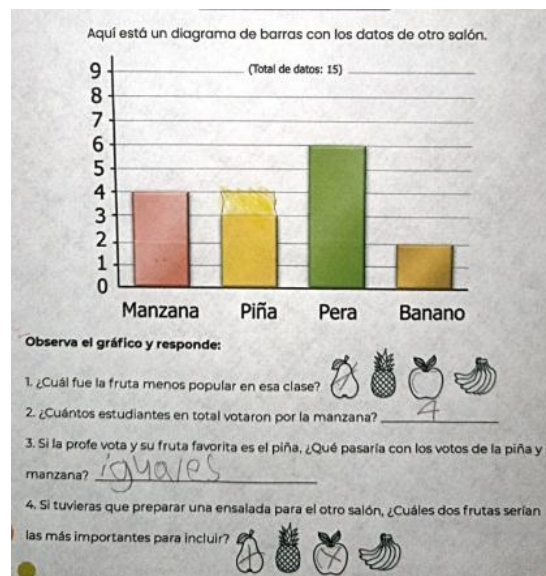
Todos los estudiantes logran encerrar la fresa como la moda al ser el dato que más se repite ya que tiene el numerador mayor en la frecuencia absoluta o la barra más grande en el diagrama

de barras, además de que identifica la banana y la pera como las frutas con la misma cantidad de votos. Esto va de acuerdo a lo que dice Godino et al., (2003) sobre cómo los estudiantes a lo largo de su progreso estadístico son capaces de reconocer la moda en un conjunto de datos donde son capaces de asociar el concepto con la información que obtienen. También es necesario señalar que aquí no se presenta el error de encerrar de manera incorrecta, ya que los grupos de frutas están separados por la pregunta, lo que permite que los estudiantes no repitan el error producido en *elaborate*.

La estudiante de primero contaba con una situación diferente, donde se le presentaba un diagrama de barras de las respuestas en otro salón (Figura 62).

Figura 62.

Respuesta en *Evaluate* de A03.



Nota. Respuesta al *evaluate* de A03.

A partir de este gráfico debía responder cuatro preguntas, las cuales respondió sin ninguna dificultad e incluso para guiarse en la respuesta a la pregunta número tres.

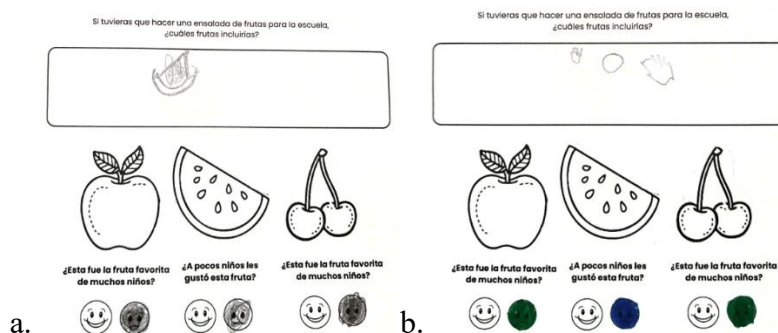
Si la profe vota y su fruta favorita es la piña, ¿qué pasaría con los votos de la piña y la manzana?

Decidió por iniciativa propia agregar el voto de la situación y plasmarlo en el gráfico de barras como se ve la modificación en el gráfico (Figura 62). Demostrando su comprensión de la gráfica y fácil adaptación para agregar más información, demostrando lo descrito por Fuentes et al. (2014) donde se destaca “la importancia de trabajar desde muy pequeños los conceptos y objetos estadísticos al igual que los conceptos y objetos matemáticos.” (p. 386) para que al presentar estas situaciones de corte estadístico se adapten a ellas y puedan resolverlas con facilidad.

Los estudiantes de preescolar debían dibujar qué frutas deberían incluir en una ensalada de fruta de acuerdo con los datos (Figura 63).

Figura 63.

Respuesta en *Evaluate* de A01 y A02.



Nota. 63a) Respuestas estudiante A01, 63b) respuesta estudiante A02.

El estudiante A01 sólo dibuja la fruta con mayor cantidad de votos, aunque la pregunta fuera en plural:

Si tuvieras que hacer una ensalada de frutas para la escuela, ¿cuáles frutas incluirías?

Por otro lado, la estudiante A02 dibuja las frutas en el mismo orden que las dibujó en el podio, comprendiendo que las frutas con mayor cantidad de votos fueron sandía, fresa y uva.

Además, ambos estudiantes de preescolar lograron responder de manera satisfactoria a las preguntas planteadas, demostrando su comprensión ante la situación.

En esta fase se buscaba corroborar los aprendizajes adquiridos a lo largo del taller, en torno a la gráfica y comprensión de diagramas de barras y pictogramas, comprobando lo descrito en los Estándares Básicos de Competencias (2006) “Las situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo en las matemáticas escolares son situaciones que superan el aprendizaje pasivo, gracias a que generan contextos accesibles a los intereses y a las capacidades intelectuales de los estudiantes.” (p. 72) demostrando que establecer este tipo de situaciones favorece y potencia el aprendizaje de los estudiantes.

Todo el taller se realizó con una buena comprensión de parte de los estudiantes, los cuales expresaron un gran manejo para la organización de gráficos y el análisis de los datos logrando formular y responder a preguntas para situaciones similares, organizar las frecuencias de mayor a menor e identificar la moda. Esto empieza a sembrar lo que a futuro será un mayor entendimiento sobre el pensamiento aleatorio y el uso de otros gráficos para representar la información obtenida.

5.5. La Pizza Geométrica

Este taller (Apéndice G) quiere fortalecer el pensamiento geométrico por medio de las pizzas y los *toppings* para conocer cómo los estudiantes identifican figuras geométricas, sus vértices y lados; además de identificar y hacer construcciones simétricas, para finalmente lograr identificar los movimientos en plano de traslación y rotación.

5.5.1. Engage

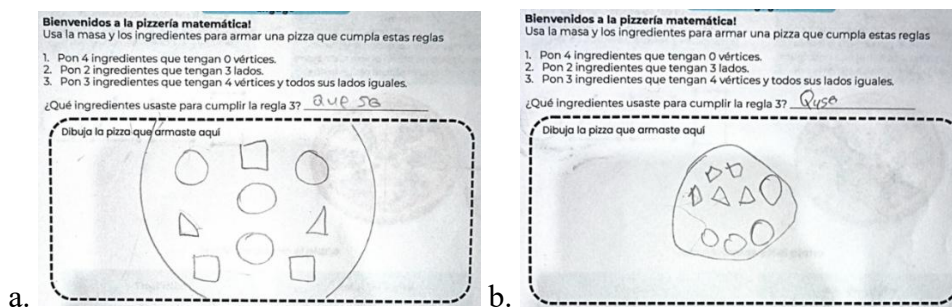
En este taller hizo falta el estudiante A01 de preescolar, por lo que la clase se desarrolló con 10 estudiantes en total. El salón se dividió como de costumbre con una profesora desarrollando el taller con los de preescolar y primero, mientras la otra profesora se encargaba de los estudiantes

de tercer grado. Para iniciar con el taller, la clase se empezó a desarrollar en el suelo para poder usar cómodamente el material didáctico de las pizzas.

Los estudiantes de tercero se ubicaron en el suelo en la parte derecha del salón formando un círculo donde en el medio se encontraban los *toppings* para las pizzas. Para iniciar el desarrollo de este momento la docente les introdujo el juego de rol de la sesión correspondiente a ser unos pizzeros, posterior a esto se leyó en voz alta la parte de *Engage* para comprender qué debían realizar con el material, después a cada estudiante se le dio una masa de pizza, y se presentó cada uno de los *toppings* indicando qué ingrediente representaban. Los estudiantes armaron su pizza en el material concreto siguiendo las instrucciones y después la presentaron en el espacio correspondiente en la hoja de trabajo (Figura 64).

Figura 64.

Respuesta en *Engage* de A04 y A05.



Nota. a) Respuesta del estudiante A04, b) respuesta del estudiante A05.

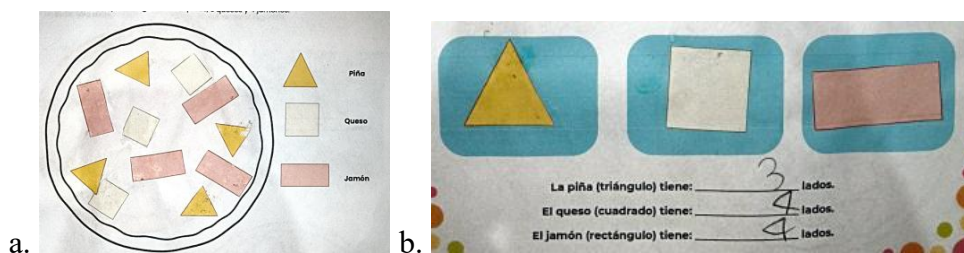
En las respuestas de los estudiantes se puede evidenciar que la mayoría de estudiantes, como es el caso del estudiante A04 en la figura 64a, reconocen y pueden graficar figuras geométricas evidenciando aproximaciones a características como los lados rectos y los vértices de las figuras. Sin embargo, algunos estudiantes en menor cantidad, como en el caso del estudiante A05 en la figura 64b, presentan dificultad al graficar figuras como los cuadrados, sin identificar

los ángulos rectos que caracterizan la figura, presentando ángulos similares a los triángulos dibujados. Esto evidencia que el estudiante A05 se encuentra aún en proceso de afianzar el nivel cero descrito por Castro (2001) como el nivel correspondiente a “Visualización o reconocimiento” (p. 376) ya que en este nivel los estudiantes logran identificar y reproducir las diferentes figuras geométricas, sin embargo, A05 presenta dificultades para la representación gráfica de estas, por otra parte, también se puede afirmar que los demás estudiantes tienen afianzado este nivel del pensamiento espacial.

La estudiante de primer grado recibió el material didáctico de la pizza junto a los *topping* necesarios para poder realizar la actividad. Primero va a recibir la masa de cartón y tiene que acomodar los topping para que sean tres piñas, cuatro jamones y cuatro quesos. Luego tenían que representar nuevamente esa pizza en su hoja de trabajo usando los recortables y escribir el número de lados de cada figura geométrica (Figura 65).

Figura 65.

Respuesta en *Engage* de A03.



Nota. La figura 65a) Reconocimiento de figuras con lados rectos y Figura 65b) conteo de lados.

La estudiante logra armar la figura en el material didáctico y luego repite la actividad en la hoja de trabajo de forma adecuada para que cubran toda la masa. Luego pegan un ingrediente en los cuadros azules y empieza a asociar el ingrediente con una figura y su número de lados al decir:

La piña es un triángulo que tiene tres lados, el jamón es un rectángulo con cuatro lados y el queso es un cuadrado que también tiene cuatro lados.

Esto evidencia que la estudiante reconoce las figuras y señala sus propiedades según lo dicho por Castro (2001) hablando sobre los niveles de Van Hiele, específicamente en el nivel 1 llamado análisis, donde la estudiante es capaz de analizar las propiedades y señalarlas, como se muestra en el taller al identificar cuál figura es la que deben utilizar y el número de lados que tiene cada una.

Para preescolar la estudiante recibe el material didáctico con los *topping* junto a su masa de pizza. La primera indicación en esta fase es que debe armar pizzas usando únicamente ingredientes que sean circulares, los cuales ella identifica para luego resolver la hoja de trabajo (Figura 66).

Figura 66.

Respuesta en *Engage* de A02.



Nota. Pizza con ingredientes circulares del A02.

La estudiante separa correctamente sus ingredientes con lados rectos de los circulares para poder pegarlos en su pizza, aunque es necesario resaltar que ella no dispersa los ingredientes sobre la masa, sino que va siguiendo una línea imaginaria. Que la estudiante logre identificar correctamente que es una figura circular, es resaltado por Muñoz-Guinea (2022) donde se señala:

“La forma circular y el recorrido circular forma parte de todos nosotros desde edades tempranas, siendo el círculo una forma redundante en el ser humano en la primera infancia” (p. 45) Lo que señala cómo el círculo es la primera figura que los niños empiezan a reconocer y trabajar debido a que es fácil de identificar de manera visual.

En esta fase se busca generar un ambiente de motivación al realizar el juego de rol de ser pizzeros que se desarrollará a lo largo de todo el taller. En los estudiantes de tercero se identifica si los estudiantes reconocen las figuras geométricas (círculo, cuadrado, triángulo y rectángulo) además, validar que reconocen el término vértice y lado. Por otro lado, la estudiante de primero es capaz de contar los lados que conforman las figuras rectangulares, y triangulares mientras la estudiante de preescolar clasifica las figuras circulares al separarlos de los demás.

Esta fase se alinea con lo establecido en los objetivos de los Círculos Matemáticos, al presentar una propuesta motivadora que promueve el gusto a las matemáticas, en un ambiente contextualizado con ayuda del juego de rol. Se destaca el uso de material didáctico al momento de abordar el pensamiento espacial y sistemas geométricos, ya que tener las figuras en sus manos y poder manipularlas, es una gran ayuda visual ya que ellos van tocando sus lados y sus puntas, o las curvas en caso de ser círculos. Esto permite una apropiación más significativa del tema, ya que vinculan lo aprendido con la experiencia sensorial que brinda el material.

5.5.2. *Explore*

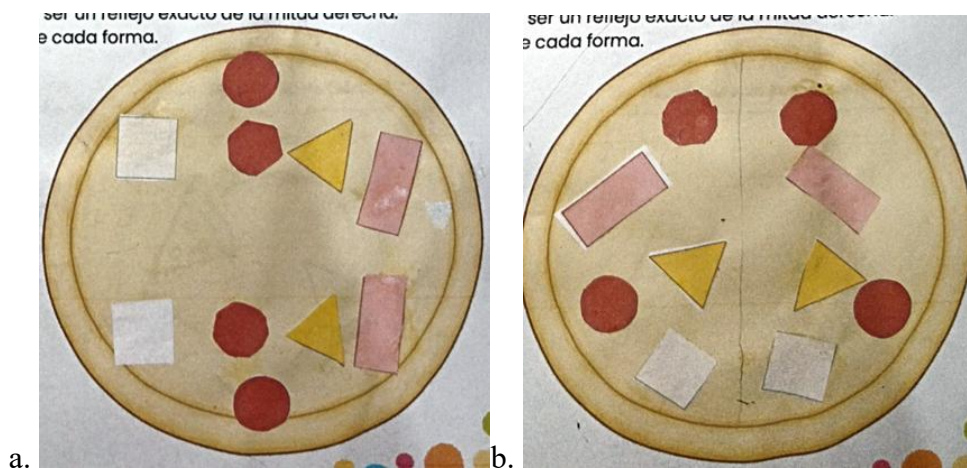
En este momento la clase se seguía desarrollando en el suelo para ambos grupos de estudiantes. Los estudiantes de tercero leyeron nuevamente en voz alta las instrucciones para comprender qué actividad iban a realizar antes de dar la indicación para hacerla, una vez se hizo la lectura en voz alta donde se identificaba qué debían realizar en la hoja de trabajo, donde se encontraba el gráfico de una masa de pizza, y debían seguir las instrucciones de:

“Lo que hay en la mitad izquierda debe ser un reflejo exacto de la mitad derecha” y “Debes usar al menos un ingrediente de cada forma”.

Después de la lectura se les entregó a los estudiantes una hoja con los recortables de los ingredientes para la pizza, ellos recortaron y pegaron en su masa (Figura 67).

Figura 67.

Respuesta en *Explore* de A05 y A07.



Nota. a) Aproximación a la simetría del estudiante A05, b) aproximación a la simetría del estudiante A07.

Se destacan los acercamientos de los estudiantes A05 y A07, pues lograron hacer construcciones simétricas, por una parte, el estudiante A05 hace una construcción simétrica que no cumple con el eje establecido en las instrucciones, ya que la instrucción indicaba que la parte izquierda se debía reflejar en la derecha, pero el estudiante refleja la parte superior en la inferior de la pizza. Por otro lado, la estudiante A07 logra cumplir de manera satisfactoria todas las indicaciones dadas para este momento. Es importante destacar lo descrito por Castro (2001) “cualquier propuesta, en este sentido, debería partir de situaciones de indagación que permitan identificar las propiedades de los movimientos para diferenciarlos y clasificarlos” (p. 441)

comprendiendo que entender y conceptualizar los movimientos en el plano requiere de una exploración previa, que es especialmente lo que busca hacer esta parte del taller.

No obstante, los demás estudiantes no lograron hacer construcciones que cumplan con los criterios de simetría (Figura 68).

Figura 68.

Respuesta en *Explore* de A09.



Nota. Aproximación a la simetría del estudiante A09.

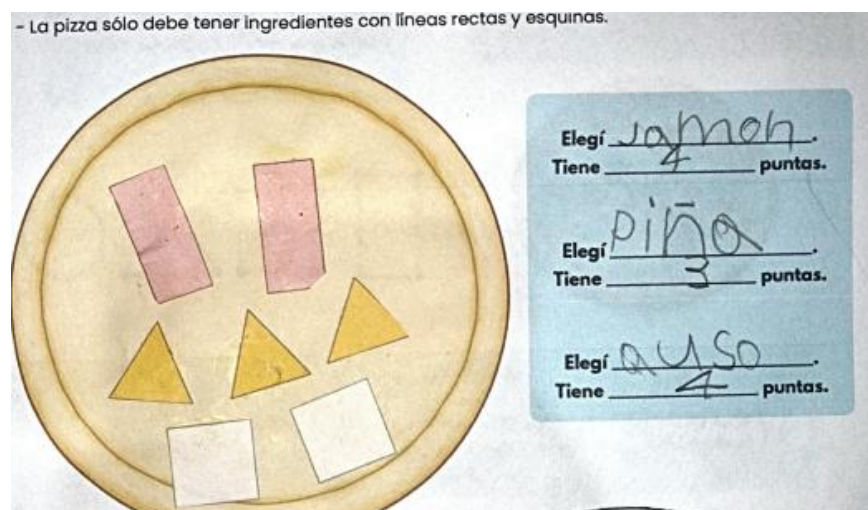
La mayoría de estudiantes logra hacer una primera construcción con el material concreto elaborando una simetría similar a la propuesta en la figura 67a, donde el estudiante A05 realiza una simetría reflexiva de la parte superior con la inferior. Pero, al pegar los ingredientes los estudiantes los mezclan y pierden esa simetría, esto se relaciona con el desarrollo de la motricidad fina en los estudiantes, teniendo en cuenta lo descrito por Ramírez-Aguirre et al., quienes afirman que “Los docentes deben ejercitarlas de manera gradual y acorde al grado de madurez del niño, es fundamental para el desarrollo de habilidades de experimentación y aprendizaje de lo que le rodea”

(2017, p.44) enfatizando una vez más en la importancia de experimentar como parte del proceso de aprendizaje y en este caso del fortalecimiento de las habilidades motrices.

A la estudiante de primero se le entregó otro sobre lleno de *toppings* con diferentes formas para que ella eligiera únicamente los ingredientes con líneas rectas y esquinas que se identificaban en este momento como vértices. Una vez identificadas las figuras, las debía pegar en la masa y en el cuadro azul de al lado escribir qué ingrediente eligió y el número de puntos (Figura 69).

Figura 69.

Respuesta en *Explore* de A03.



Nota. Respuesta de la estudiante A03 al clasificar las figuras.

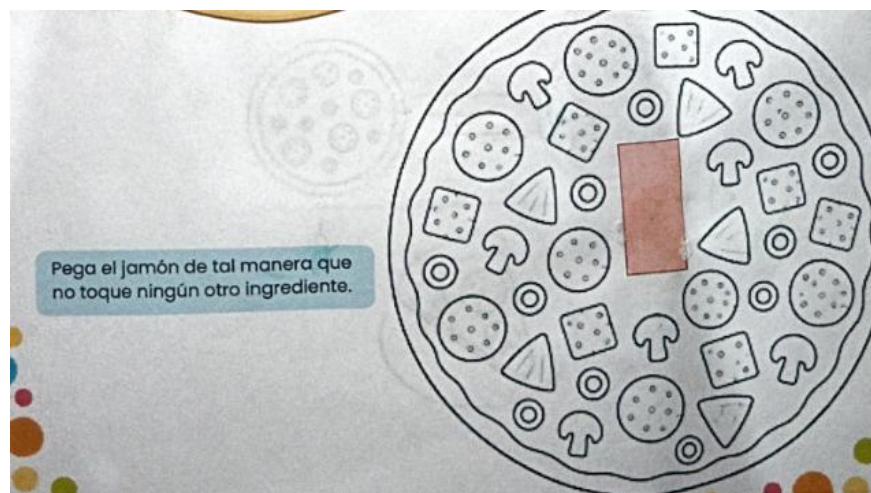
Del grupo de figuras en el sobre, ella logra apartar correctamente las figuras que cumplen con la condición de tener únicamente líneas rectas y esquinas. Luego ella tomaba el material didáctico para tocarlo e identificar que los puntos son las esquinas que unen las líneas y cuenta los puntos de cada figura para poder responder. Se destaca que este conocimiento está ligado a lo dicho por Sobalvarro & Camacho (2018) donde señalan cómo se da el proceso de aprendizaje sobre los conceptos de las figuras geométricas de manera kinestésica al pintar y señalar, resultando

así en más probabilidades de aprender. Esto se relaciona con la estudiante A03, quien toca los lados de las figuras para poder señalar correctamente mientras hace el conteo, reconociendo satisfactoriamente al recorrer los lados y las esquinas.

En la siguiente parte de la actividad, la estudiante recibe la imagen de una pizza con un espacio donde debe ir el ingrediente del jamón, pero al igual que los demás ingredientes, este no puede tocarse con otros (Figura 70).

Figura 70.

Respuesta en *Explore* de A03.



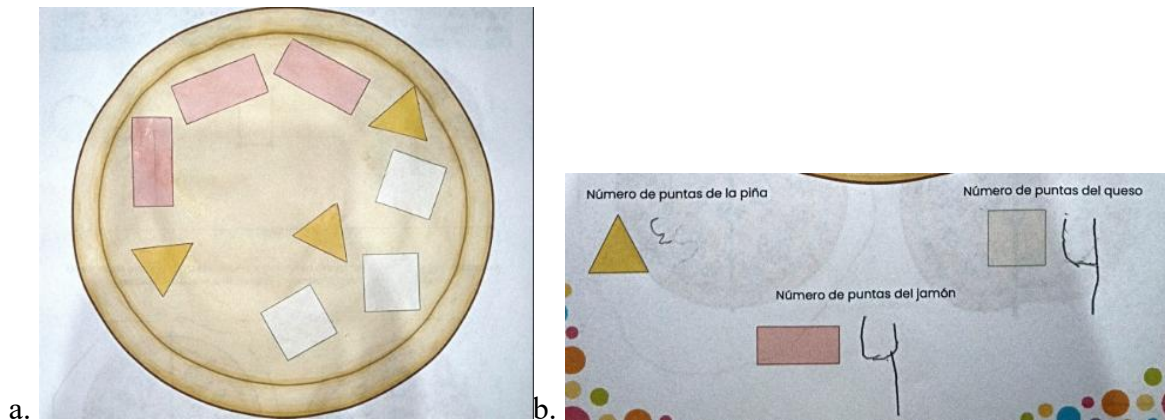
Nota. Respuesta de la estudiante a la ubicación de jamón.

A03 logra tomar el jamón del grupo de ingredientes al reconocer que debe ser un rectángulo como se trabajó anteriormente y, con mucho cuidado pega el ingrediente evitando lo mejor posible que toque a los demás ingredientes cercanos.

La estudiante de preescolar también recibió un sobre con las figuras que iba a usar (triángulos, cuadrados y rectángulos) las cuales pegó sobre la pizza para luego contar las puntas y escribir el número en la parte inferior (Figura 71).

Figura 71.

Respuesta en *Explore* de A02.



Nota. la figura 71a) muestra cómo la estudiante pegó las figuras en la pizza y 71b) muestra cómo la estudiante logra contar los puntos de la figura.

A02 pega correctamente las figuras en la masa de pizza para luego contar el número de puntos en voz alta y señalando cada punta, para luego escribir el número junto a la imagen correspondiente. Es necesario resaltar que, aunque la estudiante es capaz de contar, tiene dificultades al momento de escribir los números, sobre todo al escribir el número tres ya que lo hace en forma de espejo.

Aquí la estudiante muestra cómo, según Castro (2001) ya alcanza el nivel 1 de Van Hiele al reconocer una de las propiedades de las figuras, en este caso cuántos puntos tiene cada una, señalando cómo los cuadrados y rectángulos tienen cuatro puntos, mientras los triángulos solo tienen tres. Sin embargo, hay que señalar nuevamente a Dehaene (2014) sobre la escritura espejo que presenta la estudiante en el número tres y que es algo típico en esta etapa de los niños donde están adquiriendo la escritura.

Lo elaborado en esta fase busca explorar los conocimientos previos en torno a la simetría por parte de los estudiantes de tercero, y para el grado primero y preescolar se hizo la exploración en torno al concepto de vértice.

Esto toma en cuenta lo descrito por los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, donde se hace especial énfasis en que los sistemas geométricos toman el pensamiento espacial ya que es un “Conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales” comprendiendo que la identificación de las figuras geométricas se alinea con su representación espacial y material para llegar a una cognición más compleja cada vez.

Como aspecto de mejora al abordar figuras geométricas como el caso de los círculos, se puede llevar el material dispuesto ya recortado para que las representaciones sean lo más fieles posibles a la figura geométricas, ya que en estas edades aún se está en proceso de mejora de la motricidad fina y la coordinación visomanual.

5.5.3. Explain

Para esta fase, aunque el grupo seguía dividido en tercero con una profesora, y preescolar junto a primer grado con otra profesora, la explicación sobre el tema fue bastante similar.

Todos los grados recibieron una explicación sobre las características que tiene las figuras como lo son los lados y los vértices, junto al concepto de simetría, como un diseño donde al trazar un eje de simetría que divide la imagen, ambas partes son un reflejo exacto del otro. Para afianzar esta explicación, se usaba el material didáctico como forma de señalar las características de las figuras de una forma más visual y concreta que permita la manipulación para el entendimiento, además de crear una pizza simétrica que, al señalar el eje, ellos puedan captar cómo se reflejan

ambos lados para ser idénticos y una pizza asimétrica para que reconozcan cuando ambas partes no son iguales, lo cual también contribuye al aprendizaje.

Además, primero y tercero recibió una explicación adicional sobre los movimientos en el plano, en este caso sobre la traslación como un movimiento en línea recta que no debe alterar la figura y la rotación o giro que es mover una figura alrededor de un punto. Esta explicación también iba acompañada del uso del material didáctico, teniendo en cuenta que los niveles de razonamiento gracias a conocimientos previos son mucho mayores en comparación a preescolar.

Toda esta explicación busca ir con lo establecido por los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (2006) sobre cómo es necesario que un estudiante tenga apropiación de conocimientos geométricos al estudiar las caras, bordes y vértices de las figuras junto a la noción de simetría acompañado con los movimientos que estas figuras pueden realizar, creando así con la geometría una forma de enseñar el pensamiento espacial.

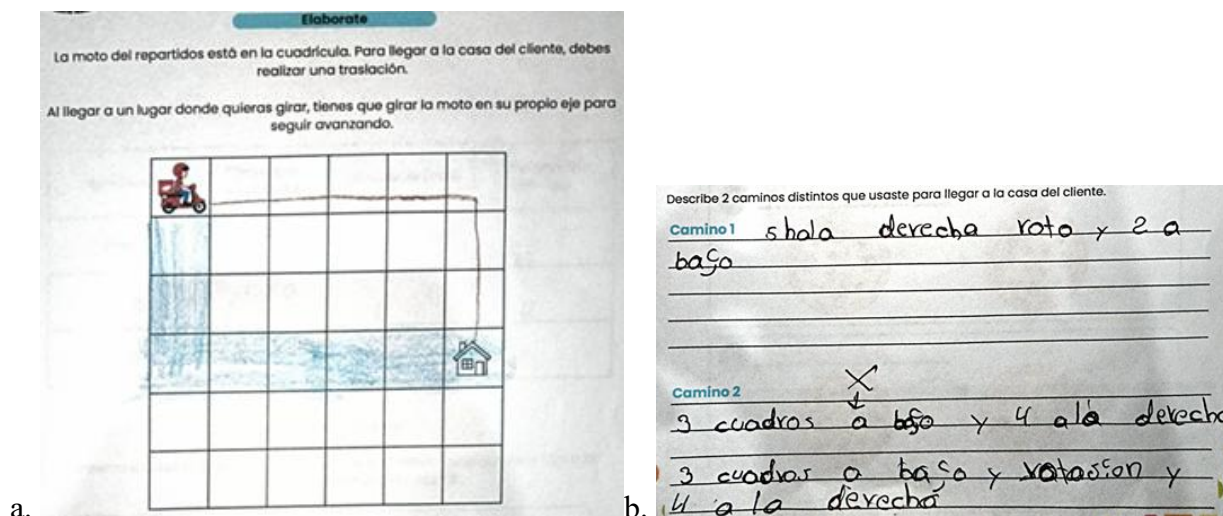
5.5.4. Elaborate

Para esta fase la docente con el grado de tercero les pide ubicarse en sus sillas de trabajo en la parte izquierda del salón, y los estudiantes de primero y preescolar siguieron desarrollando el taller en el suelo junto a la otra docente.

Los estudiantes de tercero contaban con una situación donde necesitaban que el repartidor entregara su pizza en la casa, para esto, el repartidor debía desplazarse en la cuadrícula siguiendo las instrucciones (Figura 72), cada estudiante debía encontrar dos caminos para llegar a la casa, y posteriormente describirlos.

Figura 72.

Respuesta en *Elaborate* de A11.



Nota. 72a) Representación gráfica de los caminos, 72b) Descripción escrita de los caminos.

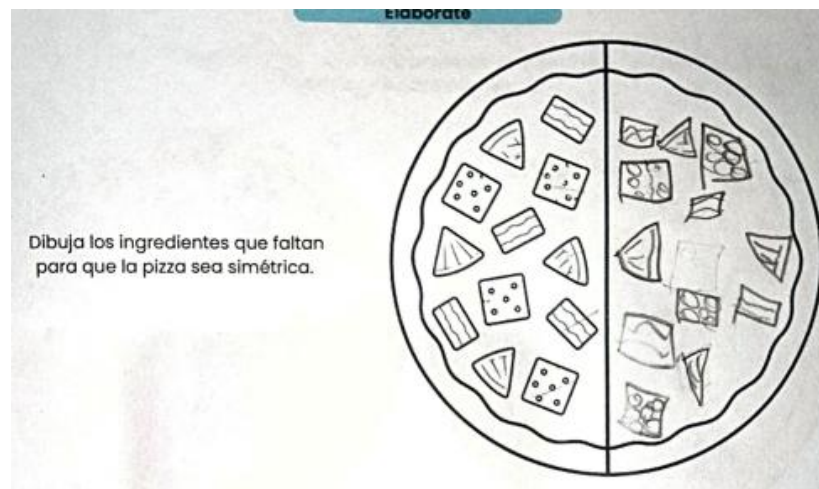
Todos los estudiantes logran completar este punto de manera satisfactoria como se logra ver en la figura 72 donde el estudiante A11 gráfica y describe los caminos, identificando cuando comete un error y señalando para posteriormente escribirlo de manera correcta.

Esta actividad busca crear una relación real con el concepto de rotación y traslación comprendiendo lo descrito por Castro (2001) “En la práctica no suele darse un movimiento de manera simple, sino como composición de varios movimientos” (p. 436) comprendiendo que movimientos como rotación y traslación se relacionan entre sí en la vida diaria donde se realizan composiciones de movimientos todo el tiempo.

En esta fase, la estudiante de primero recibe la imagen con la mitad de ingredientes en una pizza, a lo que ella debe completar la pizza dibujando los ingredientes en el otro lado, de modo que sea simétrica (Figura 73).

Figura 73.

Respuesta en *Elaborate* de A03.



Nota. Pizza simétrica dibujada por la estudiante.

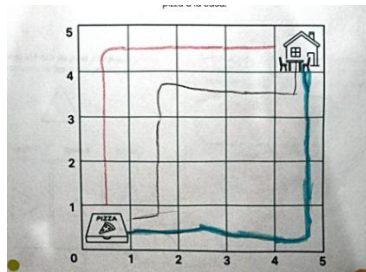
Tanto por la observación durante el desarrollo de la fase, junto a la imagen final realizada por la estudiante, se puede destacar como ella busca lograr la simetría al intentar posicionar en el lado contrario los ingredientes de la forma más exacta, además de dibujar las rayas y puntos de cada ingrediente para seguir respetando el reflejo.

Sin embargo, es evidente cómo la estudiante tiene algunos errores al momento de dibujar cada figura, en el espacio o la dirección en la que se orientan. Sin embargo, según Ochaíta (1983) es posible ubicar a la estudiante en una etapa de “realismo visual” donde se esfuerza en que sus figuras geométricas mantengan la distancia y proporciones que ellos abstraen de la mitad ya dibujada, para luego dibujarlo siguiendo el esquema mental que formaron, sin necesidad de pasar por la fase de ensayo y error.

En la segunda parte de esta fase, ella debía dibujar tres caminos posibles a realizar por un repartidor en una cuadrícula, para llevar la pizza hasta la casa (Figura 74).

Figura 74.

Respuesta en *Elaborate* de A03.



Nota. Representación de las tres rutas a tomar.

La estudiante hace las tres rutas siguiendo movimientos de derecha, izquierda y arriba, evitando hacer alguna en diagonal, repitiendo la salida por el cuatro a la derecha de la pizza, pero luego tomando otro camino para lograr hacer los tres caminos distintos. Esto va de acuerdo a Castro (2001) sobre cómo al momento de enseñar el movimiento, se da por medio de la realización de varios movimientos seguidos que no alteran el tamaño de la figura a desplazar. Esto permite ver cómo ella logra orientarse en un plano para seguir un camino compuesto de varias líneas rectas para llegar al lugar deseado.

La estudiante de primero por su parte tiene que analizar dos pizzas para encerrar en un círculo la pizza simétrica y tachar la pizza asimétrica (Figura 75).

Figura 75.

Respuesta en *Elaborate* de A02.



Nota. Identificación de simetría de la estudiante.

La estudiante tarda un momento ya que empieza a comparar ambas pizzas y a recordar la explicación de la fase anterior, antes de decidir correctamente qué pizza debe encerrar y qué pizza debe tachar, lo que indica un buen reconocimiento sobre lo que es la simetría y cómo identificarla.

Esto se alinea a Berciano et al., (2021) quien señala lo importante que es trabajar e investigar las dificultades para adquirir este concepto en edades tempranas, dada su importancia en la vida cotidiana para evitar que a futuro la no adquisición de paso a errores y dificultades en el aprendizaje de la geometría. Nos señala también cómo el acercamiento debe darse en el aula usando el eje de simetría, destacando como este concepto es realmente una noción intuitiva en los estudiantes pequeños, detectando con precisión cuándo una figura es simétrica sobre una asimétrica.

En esta fase se buscaba que los estudiantes de tercero demostraran sus conocimientos sobre los movimientos en el plano y su capacidad para describir de manera matemática diferentes caminos. La estudiante de primero por su parte debía comprobar su conocimiento sobre simetría y movimientos en el plano; y los estudiantes de preescolar evidenciaron sus conocimientos sobre simetría. Todo esto se orienta a lo descrito por el Ministerio de Educación en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas donde se describe cómo los sistemas geométricos tienen gran incidencia en el pensamiento espacial puesto que: “es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales.”

Durante esta fase se pudo apreciar cómo los estudiantes trabajan luego de la explicación y cómo los ejemplos ayudan al desarrollo de nuevos conocimientos, mostrando una mejora en las

respuestas realizadas, lo que resalta el papel de los profesores en el aula para el desarrollo de nuevos conocimientos.

5.5.5. Evaluate

Esta última fase se realizó con los estudiantes de grado tercero que aún permanecen en sus mesas mientras preescolar y primero seguían trabajando en el suelo ya que expresaron que era más cómodo para ellas al tener el material cerca.

Los estudiantes de tercero debían completar una tabla respondiendo con base a las características de algunos de los *toppings* trabajados como se puede ver en la figura 76, recordando que

Las piñas eran triángulos, los quesos eran cuadrados y los pepperoni eran círculos.

Figura 76.

Respuesta en *Evaluate* de A10 y A11.

a.

b.

Nota. 76a) Respuesta del estudiante A10 76b) Respuesta del estudiante A11.

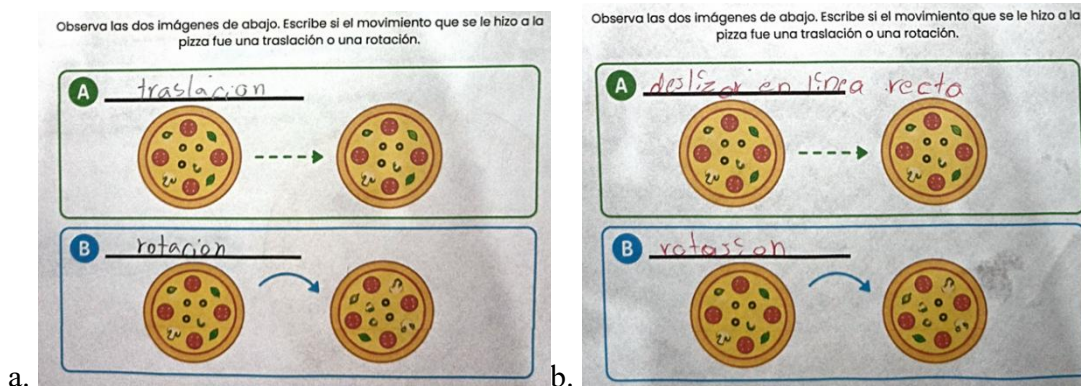
La mayoría de los estudiantes respondieron de manera satisfactoria la tabla, sin embargo, resalta que algunos estudiantes como el estudiante A10 en la figura 76a en lugar de escribir “círculo” que en este caso es la figura que representa al pepperoni, tiene la intención clara de escribir “redondo”, evidenciando que busca describir la característica predominante de la figura, sin embargo, no la menciona por su nombre. Por otro lado, el estudiante A11 fue el único que hizo

una representación gráfica de las figuras en lugar de escribir el nombre, también evidencia un error que tuvo al mencionar uno de los *toppings*, pues, después de escribir piña se equivocó de reglón y escribió queso en la misma casilla en lugar de escribirlo en la casilla correspondiente. Todo esto se relaciona directamente con lo descrito por Castro (2001) quien define la geometría como “el estudio de las propiedades invariantes de las figuras al aplicarle determinadas transformaciones”, pues se evidencia que los estudiantes comprenden las características invariables de las figuras planas abordadas encontrando una correspondencia entre figura geométrica, cantidad de lados y cantidad de vértices.

Una vez que los estudiantes de tercero finalizaban la tabla debían observar dos imágenes y escribir a qué movimiento del plano correspondía (Figura 77).

Figura 77.

Respuesta en *Evaluate* de A07 y A11.



Nota. 77a) Respuesta del estudiante A07, 77b) Respuesta del estudiante A11.

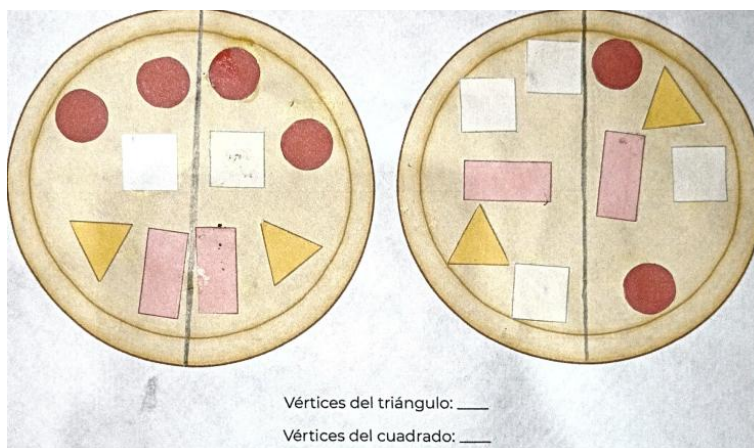
La mayoría de estudiantes logró identificar el nombre del movimiento en el plano (Figura 77a), sin presentar mayor dificultad para hacerlo. Sin embargo, el estudiante A11 (Figura 77b) en lugar de ubicar el nombre del movimiento de traslación describe el movimiento, comprendiendo de qué movimiento se trata pero sin recordar el nombre en concreto, aquí se evidencia que los

estudiantes entienden lo descrito por Castro (2001) “La conservación o no de una orientación del plano es un criterio que distingue las simetrías de los giros y las traslaciones, y que permite clasificar los movimientos” (p. 440) donde ellos logran identificar de qué movimiento se trata o su característica principal en el caso del estudiante A11.

La estudiante de primero tenía su última fase dividida en dos partes. Primero tenía que dibujar en la pizza de la izquierda una pizza simétrica y en la pizza de la derecha una pizza asimétrica, además de trazar el eje de simetría en ambas pizzas. Luego escribir el número de vértices que tiene el triángulo y el cuadrado (Figura 78).

Figura 78.

Respuesta en *Evaluate* de A03.



Nota. Realización de las pizzas de la estudiante sin respuesta a vértices.

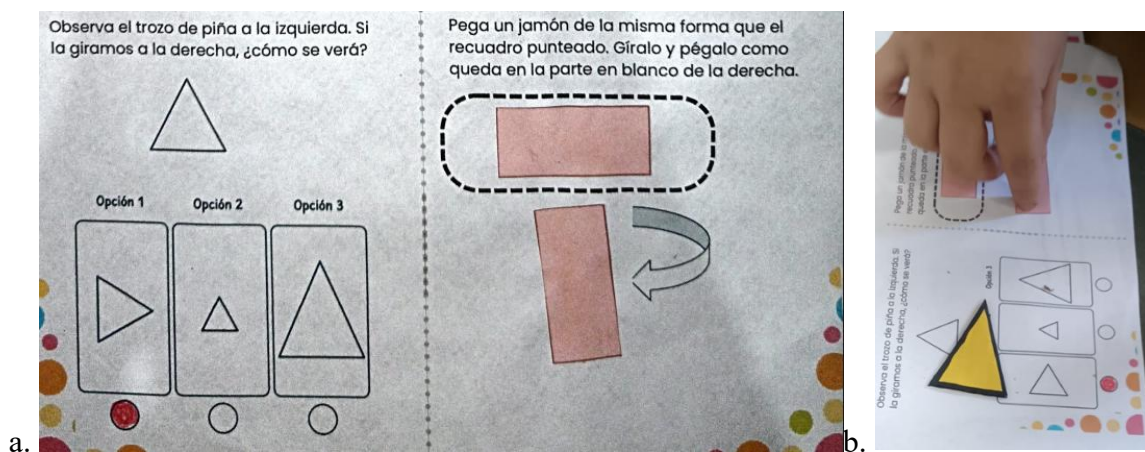
Ella primero traza los ejes de simetría de ambas pizzas para luego ubicar los ingredientes y finalmente pegarlos cuando está segura de su respuesta. Es necesario destacar como, aunque la simetría no es perfecta, la estudiante logra un excelente acercamiento donde reconoce que ambos lados deben verse como un espejo, aunque comete errores muy mínimos en cuanto a la ubicación. Esto va de acuerdo a lo ya expuesto sobre Berciano et al., (2021) en cómo el estudiante logra

reconocer que en la simetría bilateral existe el eje de simetría el cual dibuja y que, a partir de este eje, la imagen debe reflejarse conservando tanto el tamaño como la forma. Ella logra respetar esta similitud como si se tratara de un espejo, aunque no es del todo prolijo, lo que comprueba un conocimiento base que debe irse trabajando para que desarrolle conceptos de geometría en edades más avanzadas y que requieren mayor habilidad cognitiva de aprendizaje. También es necesario destacar como ella no escribió el número de vértices en las figuras y decide pasar a la siguiente actividad, esto se le puede atribuir al tamaño y ubicación, ya que es bastante fácil saltarlo para seguir respondiendo.

En la segunda parte la estudiante demostró lo aprendido sobre la rotación usando dos ingredientes de la pizza. Ambos ingredientes iban a girar a la derecha y ella debía señalar y pegar cómo quedaría luego de hacer la rotación (Figura 79).

Figura 79.

Respuesta en *Evaluate* de A03.



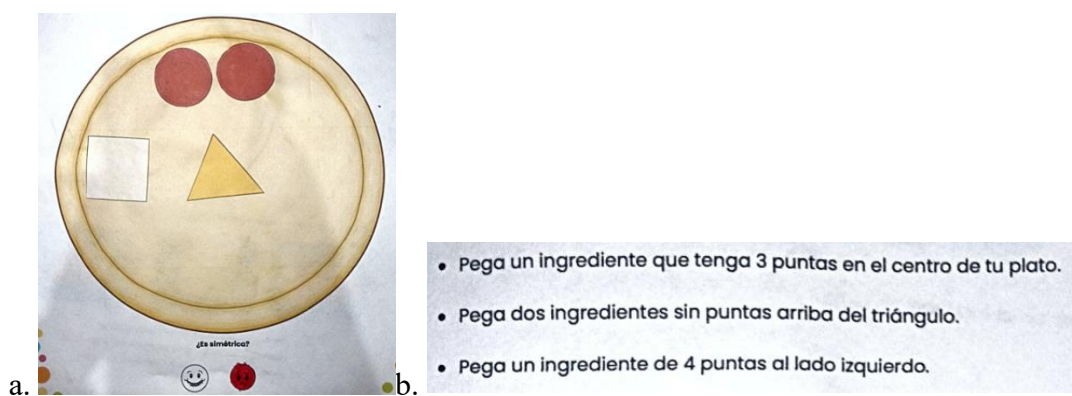
Nota. La figura 79a) muestra la respuesta de la estudiante y la figura 79b) muestra como ella manipuló el material para llegar a la respuesta.

En ambas situaciones logra encontrar la respuesta adecuada, señalando cómo ella logra hacer este proceso por medio de la manipulación del material como muestra la figura 79b. Ella es quien decide hacerlo ya que encuentra algo difícil no tener una representación concreta y visual que le ayude en su tarea. Esto va de acuerdo a lo dicho por Castro (2001) sobre cómo la estudiante logra una transformación del tipo b, que él reconoce como votación o giro, donde la conservación de dicho criterio en el plano, es lo que permite que se distinga la simetría, traslaciones y los giros. Aunque esta rotación en un bajo nivel de dificultad, dado el grado y edad de la estudiante, pero que sirve como una base para la enseñanza futura.

En preescolar la estudiante debe seguir las instrucciones para pegar correctamente los ingredientes en la masa de pizza según la ubicación dada, para luego señalar si la pizza es simétrica o asimétrica.

Figura 80.

Respuesta en *Evaluate* de A02.



Nota. La Figura 80a) representa la respuesta de la estudiante y la Figura 80b) muestra las instrucciones a seguir.

La profesora lee las instrucciones al estudiante para que ella escoja la figura que mejor se adapte a la descripción y pegarla en la ubicación indicada. Ella hace correctamente las

instrucciones demostrando un conocimiento en clasificar figuras según el número de vértices, además de reconocer a qué se refieren palabras como “en el centro”, “arriba de” y “al lado izquierdo” para ubicarse espacialmente en la figura de la masa de pizza. Estoy de acuerdo con Castro (2001) sobre “Las primeras nociones de situación se establecen respecto a uno mismo: delante, detrás; arriba, abajo; a un lado, a otro lado, sirven para expresar las posiciones de objetos en la edad infantil, así como los desplazamientos” y como más adelante, ellos pueden pasar estas expresiones a otros objetos que no sean ellos mismo, que es lo que el estudiante logra en la pizza al ubicar las figuras siguiendo las instrucciones de centro, arriba e izquierda.

Esta fase busca ver el desarrollo final de todo lo visto durante el taller al demostrar cómo los estudiantes lograron alcanzar los diversos conocimientos en propiedades de las figuras bidimensionales con los números de vértices y lados de la figura, además de los diferentes movimientos en el plano por medio de la rotación y traslación, y adicionalmente la simetría, todo de acuerdo a los niveles aprendizaje de cada grupo de estudiante. Es importante destacar que al fortalecer los sistemas geométricos se debe tomar en cuenta lo descrito en los Estándares Básicos de Competencias “como todos los sistemas, los geométricos tienen tres aspectos: los elementos de que constan, las operaciones y transformaciones con las que se combinan, y las relaciones o nexos entre ellos.” comprendiendo que la geometría va mucho más allá de las figuras geométricas y por ende se deben abordar las transformaciones y nexos entre ellos desde primaria.

Aunque se desarrolla con éxito la sesión final, es necesario destacar cómo la ubicación y el tamaño influyen en la resolución completa del trabajo, como se pudo ver en la estudiante de primer grado. Se señala cómo es necesaria una buena organización al momento de diagramar futuros talleres para evitar errores parecidos.

6. Conclusiones

La presente práctica social encontró que la matemática contextualizada en la cocina para un aula multigrado, permite el fortalecimiento de las diferentes competencias gracias a la variedad de elementos que se pueden utilizar y relacionar con la matemática para crear un aprendizaje significativo mitigando la brecha entre educación urbana y rural.

Permitiendo que se exploraran los gustos, conocimientos y habilidades específicas del aula abordada para lograr un diseño de clase que se adaptara a ellos, logrando así un aprendizaje personalizado donde ellos fortalecieron una matemática de carácter cercano a la vida cotidiana. Para lograrlo, se implementaron cinco talleres del programa de extensión Círculos Matemáticos donde el uso de material didáctico y con propósito claro para cada clase motivaba a los estudiantes y enriquecía las experiencias de aprendizaje, además, con ayuda del modelo 5E se logra identificar cómo se desarrollan las competencias de los estudiantes a lo largo de cada taller.

La modelación, se fortaleció principalmente en el momento de *elaborate* de los talleres donde los estudiantes debían representar de diferentes maneras las situaciones propuestas, logrando con cada taller un nivel más alto de complejidad en sus representaciones.

La comunicación se afianzó a lo largo de todos los momentos de los talleres, usualmente de forma oral, donde los estudiantes expresaron sus hallazgos o razonamientos a los diferentes escenarios, presentando una mayor seguridad en sus conocimientos de manera gradual.

El razonamiento y argumentación permeaban todos los talleres en todos sus momentos, desde las conjeturas iniciales en el *engage* hasta sus argumentaciones finales en el *evaluate*, a lo largo de todos los talleres los estudiantes fortalecían su razonamiento y argumentación buscando las diferentes posibilidades para la resolución de los juegos de rol planteados.

La resolución de problemas se presentaba principalmente en la fase de *explore* y *evaluate* donde la implementación de un rol definido les permitió visualizarse en cómo llegar a resolver el problema aplicando sus presaberes o los conceptos matemáticos definidos durante la fase de *explain*.

Esto responde al objetivo general donde se analizan todos los talleres para identificar la pertinencia a lo largo de la práctica social, permitiendo establecer una experiencia motivadora partiendo de una metodología activa que sitúa al estudiante como el protagonista de su aprendizaje, alineado con los objetivos de *Círculos Matemáticos* que buscan no sólo fortalecer las capacidades analíticas, argumentativas y críticas de los estudiantes, sino también, fomentar el gusto hacia las matemáticas donde se produzcan espacios de divulgación que ayuden a mitigar la brecha entre la educación rural y urbana.

Por consiguiente, esta investigación puede seguir robusteciéndose en investigaciones de diferentes áreas del conocimiento acompañadas por estrategias gamificadas que se apoyen en el material concreto. Esto junto al modelo 5E donde la enseñanza se realiza de manera estructurada y secuencial para generar un conocimiento progresivo y contextualizado, lo que permite el paso a un aprendizaje significativo en los estudiantes.

A partir de esta práctica social se sugiere para futuros proyectos, que los docentes mediadores conozcan la comunidad a la que se dirigen, para así establecer en las sesiones un contexto cercano y motivador para los estudiantes. Además, es indispensable que el docente conozca e indague sobre el modelo 5E antes de aplicarlo para conocerlo y darle un sentido a este mismo dentro del aula. Todo esto apoyado por *Círculos Matemáticos UIS* donde quedarán en su página oficial todos los talleres aplicados en esta práctica social, para que a futuro puedan continuar la implementación de este proyecto.

Por último, se identifica como principal limitación la elaboración de material concreto para cada sesión, reconociendo que esto implica tiempo por parte del docente, sin embargo, es parte fundamental para visualizar de manera tangible los saberes, por esto se propone que las escuelas tengan un banco de materiales donde los docentes de una misma institución puedan apoyarse entre ellos para hacer más accesible el uso de material.

Referencias Bibliográficas

- Alsina, A. (2006). *Cómo desarrollar el pensamiento matemático de los 0 a los 6 años*. Editorial Octaedro, S.L.
- Alsina, A., Vásquez, C., Muñoz-Rodríguez, L., & Rodríguez-Muñoz, L. (2020). ¿Cómo promover la alfabetización estadística y probabilística en contexto? Estrategias y recursos a partir de la COVID-19 para educación primaria. *Épsilon - Revista de Educación Matemática*, 104, 99-128.
https://www.researchgate.net/publication/342665787_Como_promover_la_alfabetizacion_estadistica_y_probabilistica_en_contexto_Estrategias_y_recursos_a_partir_de_la_COVID-19_para_Educacion Primaria_How_to_promote_statistical_and_probabilistic_literacy_in
- Arrieta, M. (1998). Medios materiales en la enseñanza de la matemática. *Revista de Psicodidáctica* (5), 107-114. <https://www.redalyc.org/pdf/175/17517803011.pdf>
- Ausubel, D. (1980). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. Editorial Trillas.
<https://www.scribd.com/document/461254772/Ausubel-1980-Psicologia-educativa-pdf>
- Badía, V., & Balbuena, D. (2022). El papel de la visualización en el proceso de enseñanza y aprendizaje del análisis matemático. *Alternativas*, 23(2), 5-10.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=9453058>
- Berciano, A., Jiménez-Gestal, C., & Salgado, M. (2021). Detección de dificultades en el proceso de aprendizaje del concepto de simetría en educación infantil. *Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, 6(2), 24-46.
<https://periodicos.ufs.br/ReviSe/article/view/16006>

- Berrocal, C. (2024). Fundamentos teóricos sobre la gamificación sin recursos digitales en el fortalecimiento de la Inteligencia Lógico-Matemática. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(2), 3860–3878.
<https://ciencialatina.org/index.php/cienciala/article/download/10803/15919>
- Bryant, L., Bryant, S., & White, D. (2019). Striking the Right Chord: Math Circles Promote (Joyous) Professional Growth. En *Association for Women in Mathematics series* (pp. 89-97). https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-19486-4_9
- Bustamante-Santos, A., & Flores-Macías, R. (2017). Las reflexiones de Andrea: un análisis microgenético de la comprensión de la división en el contexto de un problema. *Educación Matemática*, 29(1), 91-116. <https://www.revista-educacion-matematica.org.mx/revista/2017/03/29/las-reflexiones-de-andrea-un-analisis-microgenetico-de-la-comprension-de-la-division-en-el-contexto-de-un-problema/>
- Calle, E., & Ochoa, A. (2026). Materiales concretos para la enseñanza de medidas no convencionales en segundo grado. *Revista Mamakuna*, 25, 68-80.
<https://revistas.unae.edu.ec/index.php/mamakuna/article/view/1294/1157>
- Castro, E. (2001). Didáctica de la matemática en la educación primaria. Editorial Síntesis.
- Chavez, G., Pozo, J., Quintana, L., & Vincés, L. (2025). Enseñanza de la matemática a través de contextos de la vida cotidiana. *Revista Científica De Innovación Educativa Y Sociedad Actual “ALCON,”* 5(1), 306–314. <https://soeici.org/index.php/alcon/article/view/413/673>
- Colegio Ecológico de Floridablanca. (2026). Manual de Convivencia Escolar. <http://www.col-ecologicofloridablanca-sem-fla.ie.edu.co/noticias/manual-de-convivencia-escolar>

- Daza, S., Changoluisa, M., Espinoza, E., & Lara, L. (2025). *Enseñar con propósito: técnicas efectivas para lograr un aprendizaje real y duradero*. Páginas Brillantes Ecuador. Quito, Ecuador. <https://paginasbrillantesecuador.com/editorial/public/detail/63>
- De La Rosa, U. (2020). *El cálculo mental como una estrategia para la resolución de operaciones de adición y sustracción en segundo grado de primaria* [Informe de Practicas Profesionales, Benemérita Y Centenaria Escuela Normal Del Estado De San Luis Potosí]. <https://repositorio.beceneslp.edu.mx/jspui/bitstream/20.500.12584/392/1/Ulises%20Guadalupe%20De%20La%20Rosa%20Mart%c3%adnez.pdf>
- Dehaene, S. (2014). *El cerebro lector: últimas noticias de las neurociencias sobre la lectura, la enseñanza, el aprendizaje y la dislexia*. https://www.academia.edu/82855753/Dehaene_Stanislas_El_Cerebro_Lector
- Deitz, K., Huttenlocher, J., Kwon, M., Levine, S., & Ratliff, K. (2009). Children's Understanding of Ruler Measurement and Units of Measure: A Training Study. *Proceedings Of The Annual Meeting Of The Cognitive Science Society*, 31, 2391-2395. <https://escholarship.org/uc/item/5cz2r7vj>
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE. (2023). *Educación formal (EDUC)*. <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/educacion/poblacion-escolarizada/educacion-formal#informacion-2023>
- Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander. (s,f). Círculos Matemáticos UIS. http://matematicas.uis.edu.co/?q=Contenido_Circuitos
- Ferreiro, E. (2006). La escritura antes de la letra. *CPU-e Revista de Investigación Educativa*, 3, 1-52. <https://www.redalyc.org/pdf/2831/283121724001.pdf>

- Fuentes, S., Arteaga, P., & Batanero, C. (2014). Gráficos estadísticos y tablas: Una actividad exploratoria en educación infantil. En F. España. (Eds), *XV Congreso De Enseñanza Y Aprendizaje De Las Matemáticas*. (pp. 385-393). Editorial S.A.E.M. Thales.
<https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/graficos-estadisticos-y-tablas-una-actividad-exploratoria-en-educacion-infantil/>
- Gallego, F., Molina, R. & Llorens, F. (2014). Gamificar una propuesta docente. Diseñando experiencias positivas de aprendizaje. XX Jornadas sobre la Enseñanza Universitaria de la Informática. Oviedo. <https://rua.ua.es/server/api/core/bitstreams/ac3d1dfa-5644-4966-b3a3-26d35ad2e97d/content>
- Gelman, R., & Gallistel, C. (1978). *The Child's Understanding of Number*. Harvard University Press. https://eva.udelar.edu.uy/pluginfile.php/25021/mod_folder/content/0/0674116372-The%2BChilds%2BUnderstanding%2Bof%2BNumber.pdf?forcedownload=1
- Godino, J., Batanero, C., & Roa, R. (2002). *Medida de magnitudes y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Granada.
<https://digibug.ugr.es/handle/10481/95703>
- Godino, J., Batanero, C., Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Granada. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf
- Gutiérrez, J., de la Puente, G., Martínez, A., & Piña, E. (2012) *Aprendizaje Basado en Problemas: Un camino para aprender a aprender* (1nd ed.). Universidad Nacional Autónoma de México.
https://portalacademico.cch.unam.mx/materiales/libros/pdfs/librocch_abp.pdf

Hidi, S., & Boscolo, P. (2007). *Writing and Motivation*. Elsevier.

<https://es.scribd.com/document/670792085/Suzanne-Hidi-Pietro-Boscolo-Writing-and-Motivation-Volume-19-Studies-in-Writing-Studies-in-Writing-2006>

Iezzi, F., Goddard, B. & O'Brien, M., (2024) Virtual Maths Circles: helping young people to think like researchers. *Research for All* 8(1).

<https://journals.uclpress.co.uk/r4a/article/id/3138/>

Laboratorio de Economía de la Educación (LEE) de la Pontificia Universidad Javeriana. (2025).

Informe No. 114. Pruebas Saber 11: cerrando brechas de sector, más no de género y de zona. <https://www.javeriana.edu.co/recursosdb/d/lee/inf-114-informe-saber-11-2025-lee>

Martínez, A., Cegarra, J., & Rubio, J. (2012). Aprendizaje basado en competencias: una propuesta para la autoevaluación docente. *Profesorado*, 16(2), 373-386.

<https://revistaseug.ugr.es/index.php/profesorado/article/view/19944/19427>

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Estándares básicos de competencias*. MEN.

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos curriculares de Matemáticas*. MEN.

Molina, M., Castro, E., Molina, J., & Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza De Las Ciencias Revista de Investigación Y Experiencias Didácticas*, 29(1), 75–88.

<https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/243824/353427>

Muñoz-Guinea, E. (2022). Geometría y arte. Jugando con círculos en educación infantil. *Edma 0-6 Educación Matemática En la Infancia*, 11(1), 39-65.

[https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/55313/revistas_uva_es__edmain_article_vew_6207_4697.pdf?sequence=3&isAllowed=y](https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/55313/revistas_uva_es__edmain_article_view_6207_4697.pdf?sequence=3&isAllowed=y)

- Ochaíta, E. (1983). La teoría de Piaget sobre el desarrollo del conocimiento espacial. *Studies in Psychology: Estudios de Psicología*, 4(14-15), 93-108.
<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/65886.pdf>
- OpenIA. (2026). Imágenes ilustrativas usadas en los talleres [Imagen creada por Inteligencia Artificial]. <https://chat.openai.com>
- OpenIA. (2026). Logo usado en los talleres sobre cocina matemática [Imagen creada por Inteligencia Artificial]. <https://chat.openai.com>
- Ospina, C., & Oviedo, A. (2019). *Entendiendo la longitud: errores en el uso de la regla* [Tesis de Licenciatura, Universidad de los Llanos].
<https://repositorio.unillanos.edu.co/server/api/core/bitstreams/e1018a40-716e-401a-bfde-4ffce8080b8c/content>
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1997). *La psicología del niño*. Editorial Morata.
<https://www.pensamientopenal.com.ar/system/files/2014/12/doctrina38882.pdf>
- Ramírez-Aguirre, G., Gutiérrez-Cedeño, M., León-Piguave, A., & Vargas-Cruz, M. (2017). Coordinación grafoperceptiva: incidencia en el desarrollo de la motricidad fina en niños de 5 a 6 años de edad. *Revista Ciencia Unemi*, 10(22), 40-47.
<https://www.redalyc.org/journal/5826/582661263004/582661263004.pdf>
- Romo, A. (2025). *Matemática manipulativa aplicada al aprendizaje de la medida en el segundo ciclo de educación primaria* [Trabajo Fin de Grado, Universidad de Valladolid].
<https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/82431/TFG-G8000.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Rubio-González, J., & Gómez, T. (2017). Cognición contextualizada: Una propuesta didáctica y psicopedagógica socioconstructivista para la enseñanza-aprendizaje del derecho. *Revista*

- Pedagogía Universitaria Y Didáctica Del Derecho*, 4(2), 40-63.
<https://www.aacademica.org/juan.rubio.gonzalez/9.pdf>
- Ruiz-Martín, H., Bybee, R. (2022) The cognitive principles of learning underlying the 5E Model of Instruction. *IJ STEM Ed* 9, 21. <https://doi.org/10.1186/s40594-022-00337-z>
- Shunta, E. & Chasi, J. (2023). La motricidad fina en la educación inicial. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(1), 3568-3598.
<https://ciencialatina.org/index.php/cienciala/article/view/4677/7126>
- Sixtus, E., Lindemann, O., & Fischer, M. (2018). Stimulating numbers: signatures of finger counting in numerosity processing. *Psychological Research*, 84(1), 152–167.
<https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/29344725/>
- Sobalvarro, L., & Camacho, M. (2018). El aprendizaje de la noción de objeto según la forma en niños de educación preescolar: Propuesta Geometría en movimiento. *Revista Educación*, 42(2), 554-572. <https://doi.org/10.15517/revedu.v42i2.28195>
- U.S Department of Health & Human Service. (1979). *The belmont report*.
<https://www.hhs.gov/ohrp/regulations-and-policy/belmont-report/read-the-belmont-report/index.html>
- Van Dooren, W., De Bock, D, & Verschaffel, L. (2010). From Addition to Multiplication ... and Back: The Development of Students' Additive and Multiplicative Reasoning Skills. *Cognition and Instruction*, 28(3), 360–381.
<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/07370008.2010.488306>
- Villota, J. (2014). *División, errores y soluciones metodológicas* [Trabajo de Investigación, Universidad de Nariño]. <https://sired.udenar.edu.co/298/1/90120.pdf>

Zapatera, A. (2022). La generalización de patrones como herramienta para introducir el pensamiento algebraico en educación primaria. *Educación Matemática*, 34(2), 134–152.
<https://doi.org/10.24844/em3402.05>

Apéndices

Apéndice A. Consentimiento Informado para Padres de Familia.

Universidad Industrial de Santander
Facultad de Ciencias Humanas
Escuela de Educación
Prácticas Social de Trabajo de Grado Cohorte IV



Bucaramanga, 08 de abril de 2026

Autorización de los Padres de Familia

Somos **Angie Julieth Gómez** y **Angie Sofia Reyes**, estudiantes de la **Universidad Industrial de Santander (UIS)**, del programa de **Licenciatura en Educación Básica Primaria**, quienes actualmente cursamos Trabajo de Grado en modalidad Practica Social. Nos dirigimos a ustedes con el fin de solicitar su autorización para tomar fotografías de sus hijos en la realización de los talleres de matemáticas. El material recopilado (fotos) será utilizado únicamente con el objetivo de apoyar nuestro proceso de formación docente y será tratado con la más estricta confidencialidad, respetando la privacidad de cada estudiante. En ningún momento las imágenes serán utilizadas para otros fines que no sean los indicados ni se compartirán públicamente.

Agradecemos su colaboración y apoyo en este proceso, y solicitamos su consentimiento firmando en el espacio correspondiente a continuación.

Yo, _____, acudiente de _____, estudiante del grado _____ del Colegio Ecológico de Floridablanca Sede Helachales, autorizo a las estudiantes **Angie Julieth Gómez** y **Angie Sofia Reyes**, de la Universidad Industrial de Santander (UIS), quienes actualmente se encuentran realizando su Trabajo de Grado en modalidad Practica Social, a tomar fotografías de mi hijo/a los días que se desarrollen los talleres, con el fin de registrar el trabajo que se realizará con los estudiantes durante esa jornada, para fines exclusivamente académicos.

Por favor, si tiene alguna inquietud o comentario, no dude en contactarnos al _____.

Angie Julieth Gómez
Practicante UIS

Angie Sofia Reyes
Practicante UIS

Nombre completo: Acudiente

Apéndice B. Asentimiento Informado para Estudiantes.

Universidad Industrial de Santander
 Facultad de Ciencias Humanas
 Escuela de Educación
 Prácticas Social de Trabajo de Grado Cohorte IV



Bucaramanga, 08 de abril de 2026

Asentimiento informado para niños y niñas menores de edad

Somos **Angie Julieth Gómez** y **Angie Sofia Reyes**, estudiantes de la **Universidad Industrial de Santander (UIS)**, del programa de **Licenciatura en Educación Básica Primaria**, quienes actualmente cursamos Trabajo de Grado en modalidad Practica Social. Nos dirigimos a ustedes con el fin de solicitar su autorización para su participación en los talles de matemáticas junto a la toma de fotografías. El material recopilado (fotos) será utilizado únicamente con el objetivo de apoyar nuestro proceso de formación docente y será tratado con la más estricta confidencialidad, respetando la privacidad de cada estudiante. En ningún momento las imágenes serán utilizadas para otros fines que no sean los indicados ni se compartirán públicamente.

Agradecemos su colaboración y apoyo en este proceso, y solicitamos su asentimiento firmando en el espacio correspondiente a continuación.

Yo, _____, estudiante del grado _____ del Colegio Ecológico de Floridablanca Sede Helachales, autorizo a las estudiantes **Angie Julieth Gómez** y **Angie Sofia Reyes**, de la Universidad Industrial de Santander (UIS), quienes actualmente se encuentran realizando su Trabajo de Grado en modalidad Practica Social, a tomar fotografías de mí, los días que se desarrollen los talleres, con el fin de registrar el trabajo que se realizará con los estudiantes durante esa jornada, para fines exclusivamente académicos.

Si acepto pinto la carita feliz

Si no acepto pinto la carita triste



 Angie Julieth Gómez
 Practicante UIS

 Angie Sofia Reyes
 Practicante UIS

Apéndice C. Taller 01



Programa de Extensión Cículos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

Taller 1 Chef Matemático: La Misión Hamburguesa

Grado: 0

Docentes: Angie Julieth Gómez Carreño y Angie Sofía Reyes Jaime

Nombre: _____



Engagement

¡Hola! En esta ocasión todos van a ser los chef encargados de una hamburguesería.

Toma tus ingredientes.



Explore

Observa la imagen y arma la hamburguesa usando el material.



¿Qué ingrediente va encima de la carne?

Explain

Si colocamos los ingredientes en diferente orden, ¿Se ve igual?

Si



No



Elaborate

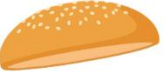
Sigue el patrón y dibuja los ingredientes que faltan.





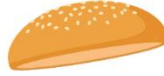














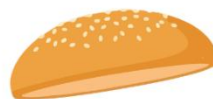
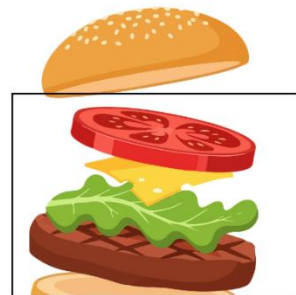
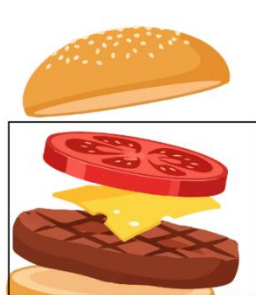



Programa de Extensión Cículos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



Evalúate

Completa las hamburguesas siguiendo el patrón.







Programa de Extensión Cículos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

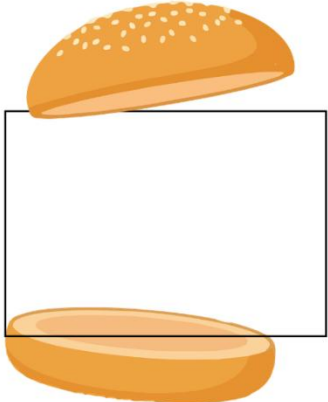


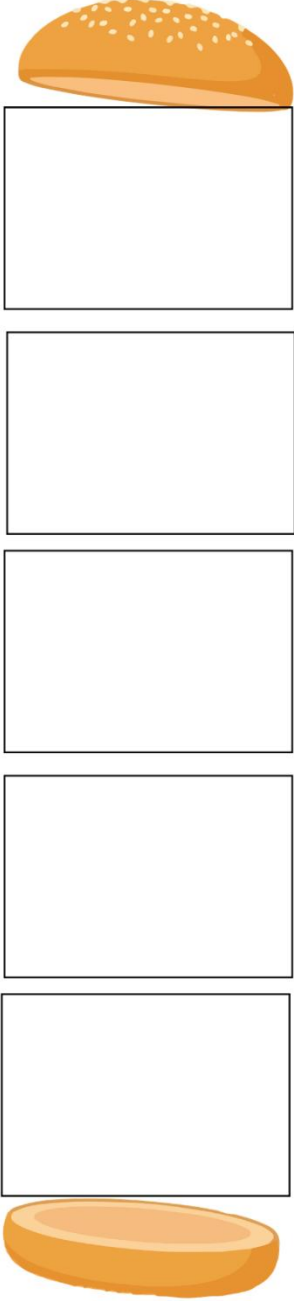
Elaborate

Un cliente llegó a tu cocina con un pedido particular

“Quiero pedir todo lo que traen 5 hamburguesas en una sola hamburguesa gigante”

En una hamburguesa, el patrón a seguir es: carne, queso, lechuga y tomate







Programa de Extensión Cículos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



Evalúe

Completa el patrón escribiendo el nombre del ingrediente y dibujándolo

pan 	carne 	queso 	carne 	_____	pan 
--	--	--	--	-------	--

pan 	lechuga 	tomate 	carne 	_____	tomate 	carne 	pan 
--	--	---	--	-------	--	--	--

_____	carne 	queso 	carne 	queso 	pan 
-------	--	--	--	---	--



Programa de Extensión Cículos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



Taller 1 Chef Matemático: La Misión Hamburguesa

Grado: 3

Docentes: Angie Julieth Gómez Carreño y Angie Sofía Reyes Jaime

Nombre: _____

Engagement

¡Hola! En esta ocasión todos van a ser los chef encargados de una hamburguesería. Toma tus ingredientes.



Explore

Arma el pedido de hamburguesas siguiendo el orden correcto de los ingredientes. Cada vez que completes una hamburguesa, cuenta y registra cuántas llevas.

Orden correcto de los ingredientes:
 pan - carne - queso - lechuga - tomate - carne - queso - pan

01 Pedido

3 hamburguesas con todo

1 hamburguesa sin lechuga

1 hamburguesa sin vegetales

2 hamburguesas sin queso y con una sola carne

Suma el pan	total
____ + ____ + ____ + ____ + ____ + ____ + ____	

Suma la carne	total
____ + ____ + ____ + ____ + ____ + ____ + ____	

Suma el queso	total
____ + ____ + ____ + ____ + ____ + ____ + ____	

Suma la lechuga	total
____ + ____ + ____ + ____ + ____ + ____ + ____	

Suma el tomate	total
____ + ____ + ____ + ____ + ____ + ____ + ____	



Programa de Extensión Cículos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



Taller 1 Chef Matemático: La Misión Hamburguesa

Explain

Presta atención para comprender como: $2 \text{ carnes} + 2 \text{ carnes} + 2 \text{ carnes} = 6 \text{ carnes}$

también se puede calcular como: $2 \text{ carnes} \times 3 \text{ hamburguesas} = 6 \text{ carnes}$.

Explore

Lee el pedido de hamburguesas y calcula cuántos ingredientes necesitas en total. Realiza las operaciones y, al final, completa la tabla con la cantidad total de cada ingrediente.

Orden correcto de los ingredientes:

pan – carne – queso – carne – queso – lechuga – tomate – pan

01

Pedido

2 hamburguesas doble carne

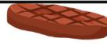
5 hamburguesas sencillas (una sola carne)

3 hamburguesas con doble tomate

6 hamburguesas con sólo carne y queso

2 hamburguesas con el doble de queso

Operaciones 

Operaciones 



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



Taller 1 Chef Matemático: La Misión Hamburguesa
Grado: 3

01
Pedido

2 hamburguesas doble carne

5 hamburguesas sencillas (una sola carne)

3 hamburguesas con doble tomate

6 hamburguesas con sólo carne y queso

2 hamburguesas con el doble de queso

Ingredientes	cantidad total
Pan	
Carne	
Queso	
Lechuga	
Tomate	

Operaciones

Operaciones

Operaciones



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



Taller 1 Chef Matemático: La Misión Hamburguesa

Grado: 3

Evalue

Realiza una encuesta a tus compañeros para descubrir qué ingredientes prefieren en una hamburguesa. Luego, calcula las cantidades necesarias para preparar una hamburguesa para cada uno.

Estudiante	Pan 	Carne 	Queso 	Lechuga 	Tomate 
Total					

¿Cuántos ingredientes serían necesarios para preparar 3 hamburguesas para cada persona del salón?

Respuesta: _____

¿Cuántos ingredientes serían necesarios para preparar 5 hamburguesas para cada persona del salón?

Respuesta: _____

Apéndice D. Taller 02



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



Taller 2 Matemáticas con Sabor a Cupcake
Grado: 0
Docentes: Angie Julieth Gómez Carreño y Angie Sofia Reyes Jaime
Nombre: _____

Engagement

¡Hola! En esta ocasión todos van a ser los reposteros encargados de una tienda de cupcakes.

Mira atentamente los cupcakes en el tablero.



Explore

Recoge el material y sigue las instrucciones. Realiza el cupcake siguiendo cada paso.

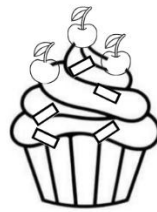
1. Ponle primero 3 chispas.
2. Ahora ponle 2 chispas más.
3. Ahora agrégale 4 chispas más.
4. Finalmente, ponle 1 chispa más.



Explain

El cupcake tiene 5 chispas y 3 cerezas

¡Colorealos!



Elaborate

Sigue cada regla para decorar correctamente ambos cupcake

Regla 1: Estos dos Cupcakes sólo pueden llevar 4 toppings cada uno



Regla 2: Estos dos Cupcakes sólo pueden llevar 6 toppings cada uno





Programa de Extensión Cículos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

Taller 2 Matemáticas con Sabor a Cupcake

Grado: 0

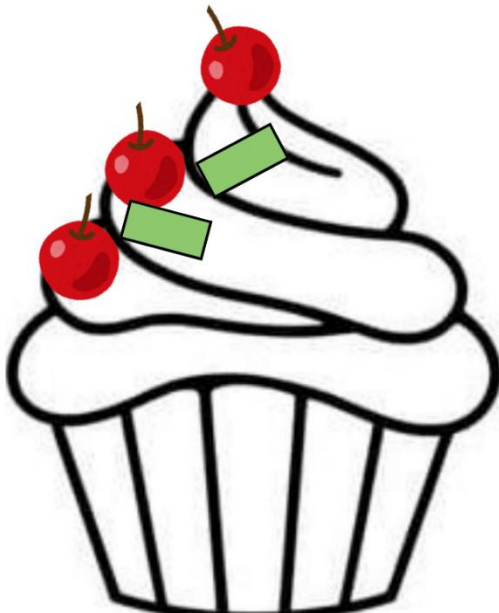
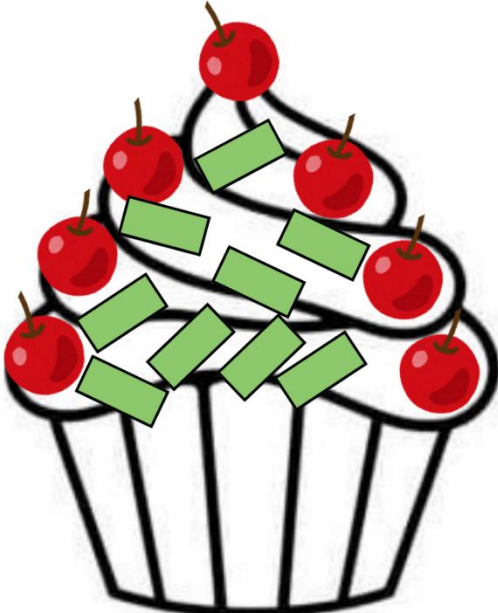


Regla 3: Estos dos Cupcakes sólo pueden llevar 10 toppings cada uno



Evalue

¡Oh no! El cupcake 2 está muy vacío. Dibuja los toppings que le faltan al Cupcake 2 para que quede con la misma cantidad que el cupcake 1



cupcake 1 **cupcake 2**



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



Taller 2 Matemáticas con Sabor a Cupcake
Grado: 1

Docentes: Angie Julieth Gómez Carreño y Angie Sofia Reyes Jaime
Nombre: _____

Engagement

¡Hola! En esta ocasión todos van a ser los reposteros encargados de una tienda de cupcakes.

Mira atentamente los cupcakes en el tablero.



Explore

Recoge el material y sigue las instrucciones. Debes escribir cuantos toppings usaste en total

- haz 4 cupcakes con 4 chispas cada uno

Total de toppings usados: _____

- haz 6 cupcakes con 5 cerezas cada uno

Total de Toppings usados: _____

- haz 8 cupcakes con 3 cerezas cada uno

Total de Toppings usados: _____

Explain

El conteo es una forma de medición, siguiendo un orden para determinar cuántos elementos hay en total.



Cupcake 1

5 chispas



Cupcake 2

7 chispas



Cupcake 3

5 chispas

Elaborate

Situación problema
 Si tienes 20 chispas y le colocas 11 a un cupcake, ¿Cuántas chispas te quedan?
 Después de usar el material concreto, plasma tu respuesta y procedimiento en este espacio:

Procedimiento

Respuesta: _____



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



Taller 2 Matemáticas con Sabor a Cupcake

Grado: 1

¡Llegaron pedidos! Dibuja los pedidos de estos clientes

Cliente Juan: Quiere 17 toppings repartidos en dos Cupcakes



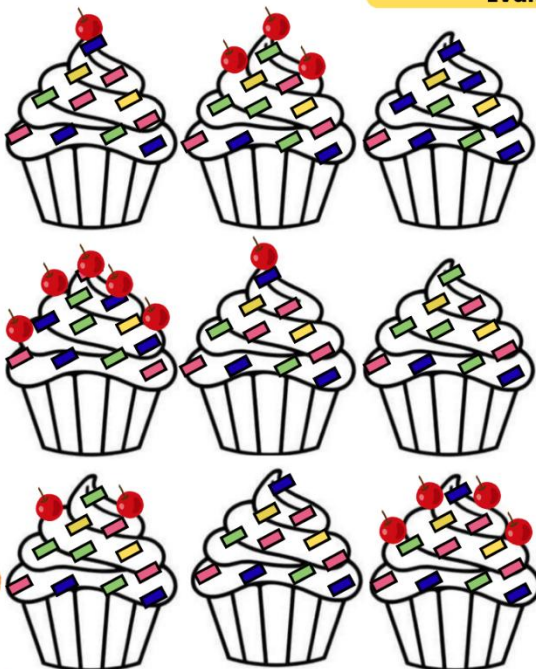
Cliente María: Quiero un cupcake con más de 20 toppings.



Cliente Eduardo: Quiere tres toppings con la misma cantidad de toppings cada uno.



Evalúate



Sigue las instrucciones y marca los cupcakes correctos

cupcakes #

- Encierra en un círculo el cupcake que tiene mayor cantidad de chispas azules.
- Tacha con una "X" los Cupcakes que tienen igual cantidad de cerezas.
- Encierra en un corazón verde cupcake que tiene menor cantidad de chispas amarillas que el cupcake #3 pero que tiene mayor cantidad de cerezas que el cupcake #7
- Encierra en un triángulo todos los Cupcakes que tengan más de 2 chispas verdes, menos de 3 chispas azules y al menos una cereza.



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

Taller 2 Matemáticas con Sabor a Cupcake

Grado: 3

Docentes: Angie Julieth Gómez Carreño y Angie Sofía Reyes Jaime

Nombre: _____




Engagement

¡Hola! En esta ocasión todos van a ser los reposteros encargados de una tienda de cupcakes. Mira atentamente los cupcakes en el tablero.

Explore

Tu grupo recibirá una instrucción. Usa tu material concreto para armar los Cupcakes.

Escribe tu instrucción:

¿Cuántos toppings usó mi grupo en total?

Intercambia el material con el otro grupo. Cuenta sus chispas: ¿Cuántas usó el otro grupo?

¿Qué grupo tiene más toppings en total?

Explain

Recuerda que cuando las cantidades son grandes o se repiten muchas veces, podemos usar la multiplicación, que es una forma rápida de sumar varias veces la misma cantidad

por ejemplo, $5 + 5 + 5 = 3 \times 5$

Cuando queremos repartir una cantidad en partes iguales, usamos la división, que nos ayuda a saber cuánto le corresponde a cada uno

por ejemplo, repartir 10 dulces entre 2 niños da 5 para cada uno

Elaborate

Ahora descubre con ayuda de la profesora como se relaciona con la división.

Tenemos un frasco con __ chispas y queremos repartirlos en 3 cupcakes de tal manera que en los 3 haya la misma cantidad de chispas.



Completa la fórmula:

____ ÷ ____ = ____ chispas



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

Taller 2 Matemáticas con Sabor a Cupcake
Grado: 3



¡Llegaron los pedidos de las fiestas!

Lee las notas de los clientes, haz los dibujos necesarios para guiarte y escribe la operación matemática que usaste para resolver el problema (multiplicación o división).

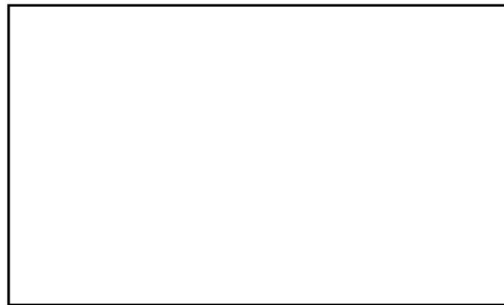
Pedido 1.

Hola, necesito 5 cajas de Cupcakes para mi fiesta. En cada caja deben venir 4 cupcakes.

Operación matemática: _____

Respuesta: El cliente se llevará _____
Cupcakes en total.

Dibuja aquí el pedido:



Pedido 2.

Hola, compré una bolsa gigante de 30 chispas de colores. Quiero que uses todas las chispas para decorar 5 cupcakes. Todos deben tener la misma cantidad de chispas, o no los pagaré

Operación matemática: _____

Respuesta: El cliente se llevará _____
Cupcakes en total.

Dibuja aquí el pedido:



Pedido 3.

El chef principal horneó 24 cupcakes y te pidió que los guardes en cajas. Si en cada caja caben 6 cupcakes, ¿cuántas cajas necesitas para conseguir lo que quiere el chef?

Operación matemática: _____

Respuesta: El cliente se llevará _____
Cupcakes en total.

Dibuja aquí el pedido:





Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



Taller 2 Matemáticas con Sabor a Cupcake

Grado: 3

Evalúate

Ahora imaginemos que somos los inspectores. Debes revisar si los pasteleros novatos hicieron bien su trabajo.

Marca con una "X" si lo hicieron mal, o con un chulo "✓" si lo hicieron bien. Debes explicar por qué.

Prueba 1

El pastelero novato dice: "en esta bandeja hay $3 \times 5 = 15$ cupcakes"



¿El pastelero tiene razón? ☐ Sí ☐ No

Escribe la multiplicación correcta que representa la bandeja: $___ \times ___ = ___$

Prueba 2

El chef Luigi anotó en su libreta: "Si tengo 18 cerezas y las reparto por igual en 2 cupcakes gigantes, cada cupcake tendrá 8 cerezas".

¿El Chef Luigi tiene razón? ☐ Sí ☐ No

Si Luigi no tiene razón, corrígelo dibujando la repartición correcta en estos dos Cupcakes.



La división correcta es: $___ \div ___ = ___$

Apéndice E. Taller 03



Programa de Extensión Cículos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

Taller 3 Misión Pasta: Mide y crea
Grado: 0

Docentes: Angie Julieth Gómez Carreño y Angie Sofia Reyes Jaime

Nombre: _____



Engagement

Bienvenidos a nuestro restaurante italiano. Hoy vamos a cocinar espaguetis. Pero miren, hay espaguetis de diferentes tamaños. ¿Cuál creen que es el más largo? ¿Cómo podemos saber cuánto miden?

Colorea los espaguetis que creas que son más largos.

Explore

Vamos a usar nuestras reglillas para medir. Toma la Pasta 1 y pon las reglillas al lado para ver cuántas mide. Luego haz lo mismo con la Pasta 2.

Reglillas cortas:	Reglillas medianas:	Reglillas largas:

Reglillas cortas:	Reglillas medianas:	Reglillas largas:

Reglillas cortas:	Reglillas medianas:	Reglillas largas:

Reglillas cortas:	Reglillas medianas:	Reglillas largas:

Explain

Las tres medidas de pasta:

	larga
	mediana
	corta



Programa de Extensión Cículos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

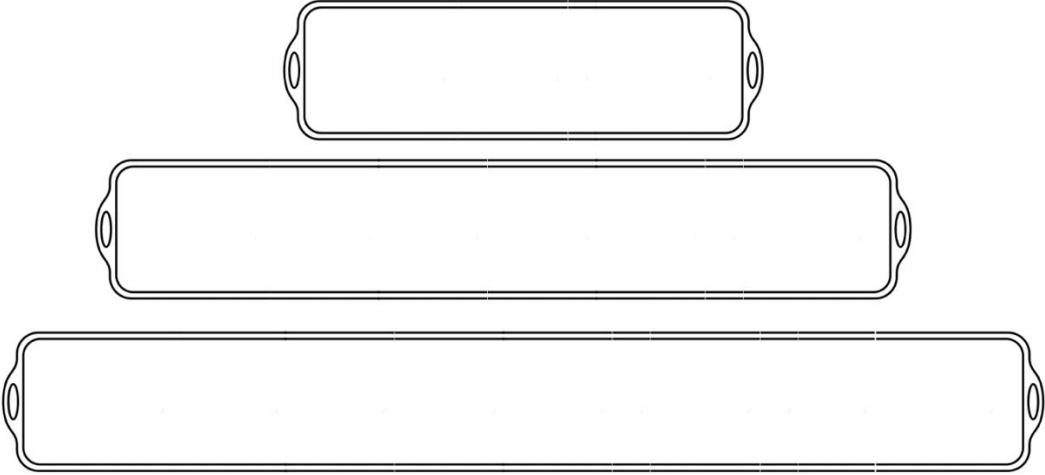


Taller 3 **Misión Pasta: Mide y crea**

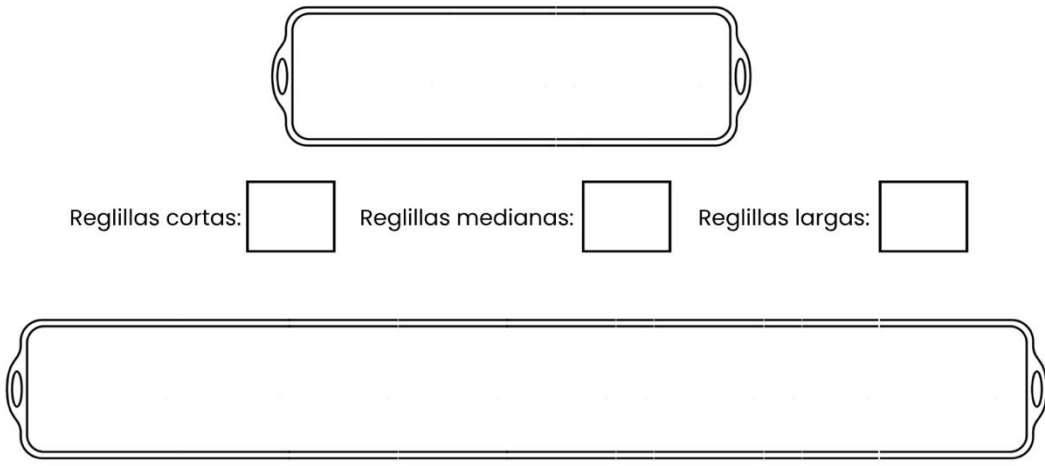
Grado: 0

Elabore

¡Hora de servir la comida! Ve a la olla central y escoje tres pastas. Debes servir la pasta más corta en la bandeja corta, la pasta mediana en la bandeja mediana, y la pasta más larga en la bandeja mas larga



¡Hora de servir la comida! Ve a la olla central. Debes servir la pasta más corta en la bandeja corta y la pasta más larga en la bandeja mas larga.



Reglillas cortas:

Reglillas medianas:

Reglillas largas:

Reglillas cortas:

Reglillas medianas:

Reglillas largas:



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

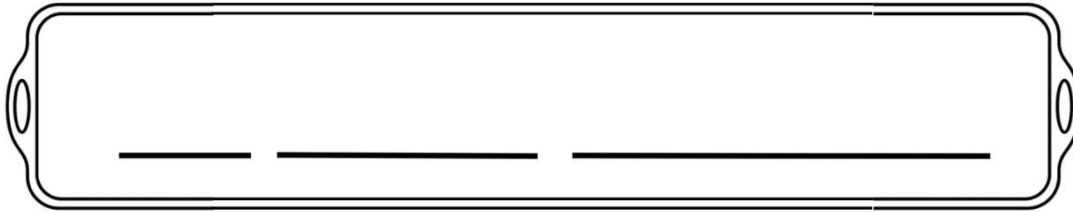
Taller 3 **Misión Pasta: Mide y crea**

Grado: 0

Evalúate



Ahora eres el juez del restaurante, así que toma las tres pastas. Médelas con tus reglillas, escribe el número de reglillas que usas, pega la pasta y encierra en un círculo si es corta, mediana o larga.



Numero de Reglillas usadas:

Reglillas cortas:

Reglillas medianas:

Reglillas largas:

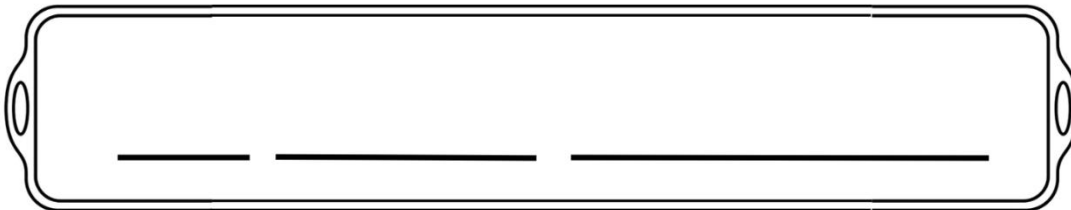


Numero de Reglillas usadas:

Reglillas cortas:

Reglillas medianas:

Reglillas largas:



Numero de Reglillas usadas:

Reglillas cortas:

Reglillas medianas:

Reglillas largas:



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales





Taller 3

Misión Pasta: Mide y crea

Grado: 1

Docentes: Angie Julieth Gómez Carreño y Angie Sofia Reyes Jaime

Nombre: _____

Engagement

Bienvenidos a nuestro restaurante italiano. Hoy vamos a cocinar espaguetis. Pero primero presta atención al juego.

Reto: ¿Cómo podríamos medir la pasta para estar seguros de cuál es el más largo o el más corto? Dibuja tu idea aquí:

Explore

¡A medir!

Toma los tres espaguetis que tienes y mide usando las diferentes reglillas. Luego escribe cuantas reglillas usaste

Pasta	Reglilla larga	Reglilla mediana	Reglilla corta
Pasta 1			
Pasta 2			
Pasta 3			

Explain

Las tres medidas de pasta:

larga

mediana

corta



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



Taller 3 **Misión Pasta: Mide y crea**

Grado: 1

Elabore

¡Hora de servir la comida! Toma los seis espaguetis de tu mesa y organízalos del más corto al más largo.

1.
2.
3.
4.
5.
6.

Ahora, busca el espagueti con la medida exacta

Reglillas cortas: 4 Reglillas medianas: 2 Reglillas largas: 0

Reglillas cortas: 0 Reglillas medianas: 3 Reglillas largas: 1

Reglillas cortas: 2 Reglillas medianas: 0 Reglillas largas: 2



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales





Taller 3

Misión Pasta: Mide y crea

Grado: 1

Evalúate

El veredicto del chef

Reglilla corta = Naranja
Reglilla mediana = Marrón
Reglilla larga = Verde

Lee el veredicto de cada chef y responde si el chef tiene razón o no tiene razón. Pega la pasta y luego responde las preguntas

Esta pasta mide 10 reglillas pequeñas

¿Cuántas reglillas mide la pasta? _____

¿El chef tiene razón? _____

¿Por qué? Explícalo con tus palabras: _____

Esta pasta mide 6 reglillas medianas

¿Cuántas reglillas mide la pasta? _____

¿El chef tiene razón? _____

¿Por qué? Explícalo con tus palabras: _____

Esta pasta mide 2 reglillas grandes

¿Cuántas reglillas mide la pasta? _____

¿El chef tiene razón? _____

¿Por qué? Explícalo con tus palabras: _____



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales





Taller 3

Misión Pasta: Mide y crea

Grado: 3

Docentes: Angie Julieth Gómez Carreño y Angie Sofia Reyes Jaime

Nombre: _____

Engagement

Bienvenidos a nuestro restaurante italiano. Hoy vamos a cocinar espaguetis. Primero presta atención a las pastas.

¿Cuál pasta crees que es la más larga? ¿cómo podríamos demostrarlo?

¿Cómo podríamos inventar una forma de medir que sea igual para todo el mundo?

Explore

El método de los expertos: debes medir cuatro espaguetis diferentes usando dos sistemas de medida: reglillas y centímetros.

Registra tus hallazgos aquí:

Pasta	Reglilla larga	Reglilla mediana	Reglilla corta	Centímetros
Pasta 1				
Pasta 2				
Pasta 3				
Pasta 4				

¿Encontraste alguna relación entre las medidas en reglillas?

¿Encontraste alguna relación entre las medidas en reglillas y las medidas en centímetros?



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



Taller 3 **Misión Pasta: Mide y crea**

Grado: 3

Explain

La medición es la forma de saber cuánto mide un objeto, comparándolo con una unidad. Para aprender, podemos usar unidades no convencionales como las reglillas.

En este caso, cada reglilla tiene un tamaño: la corta mide 2 cm, la mediana mide 4 cm y la larga mide 8 cm. Podemos medir objetos usando estas reglillas y contando cuántas necesitamos. También podemos encontrar patrones.

Por ejemplo, dos reglillas cortas forman una mediana ($2\text{ cm} + 2\text{ cm} = 4\text{ cm}$), y dos medianas forman una larga ($4\text{ cm} + 4\text{ cm} = 8\text{ cm}$). Esto nos ayuda a entender mejor las medidas y a relacionarlas con unidades conocidas como los centímetros.



Elaborate

¡Ahora vamos a cortar y preparar pedidos especiales!

Define tú mismo el largo de tus pastas: larga, mediana y corta, tanto en reglillas como en centímetros.

Corta las tiras de espagueti según las medidas, pégalas y llena la información.

Corta

Reglillas cortas:
Reglillas medianas:
Reglillas largas:
Centímetros:

Mediana

Reglillas cortas:
Reglillas medianas:
Reglillas largas:
Centímetros:

Largo

Reglillas cortas:
Reglillas medianas:
Reglillas largas:
Centímetros:



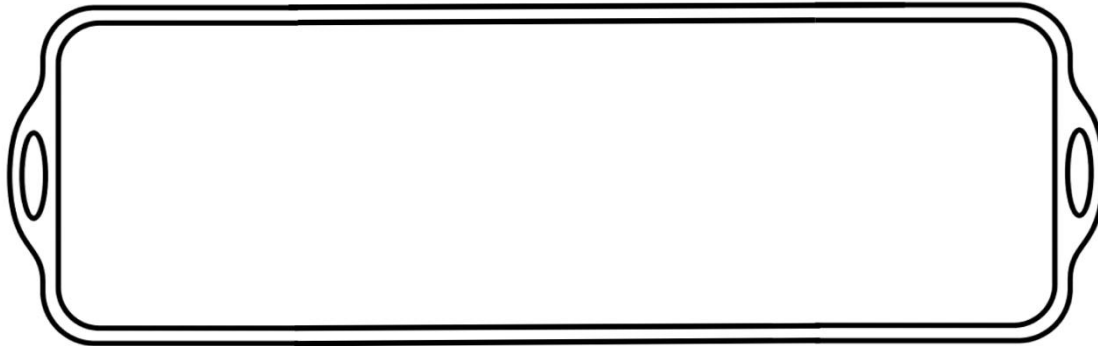
Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

Taller 3 **Misión Pasta: Mide y crea**

Grado: 3

Ahora prepara la bandeja siguiendo las instrucciones, necesitas:

- 4 Pastas largas
- 8 Pastas medianas
- 5 Pastas pequeñas

Evalúate

El panel de jueces

Eres el Juez principal. Determina si ambos pueden tener la razón y explica por qué.

Dilema 1:

Chef 1: "¡Esta pasta mide 4 reglillas cortas!"

Chef 2: "¡Imposible! ¡Esta pasta mide 1 reglilla larga!"

Tu veredicto:

¿Es posible que ambos chefs tengan la razón?

Si: ☐ No: ☐

Justifica tu respuesta:

Dilema 2:

Chef 1: "¡Esta pasta mide 3 reglillas medianas!"

Chef 2: "¡Estas equivocado! ¡Esta pasta mide 8 reglillas cortas!"

Tu veredicto:

¿Es posible que ambos chefs tengan la razón?

Si: ☐ No: ☐

Justifica tu respuesta:

Apéndice F. Taller 04



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



Taller 4 Frutas, Conteo y Gráficas

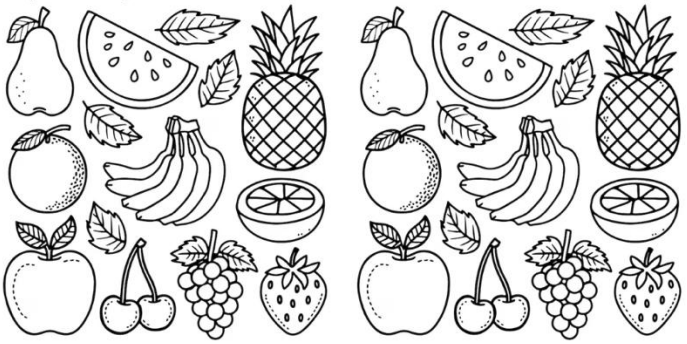
Grado: 0

Docentes: Angie Julieth Gómez Carreño y Angie Sofia Reyes Jaime

Nombre: _____

Engagement

Colorea de rojo la fruta que te gustaría comer primero, de amarillo la fruta que te gustaría comer en segundo lugar, de azul la fruta que te gustaría comer en tercer lugar. Colorea en gris las frutas que no te gustan.



Engagement

Realiza una encuesta a todos tus compañeros sobre cual sería tu fruta favorita dentro de las opciones.



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



Taller 4 Frutas, Conteo y Gráficas

Grado: 0

Explain

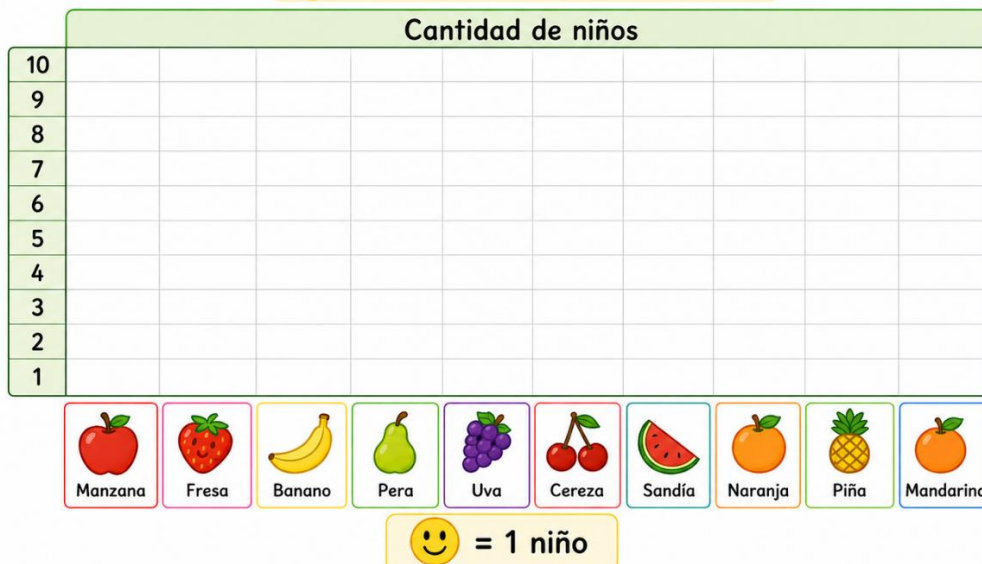


Elaborate

Ahora realiza el pictograma con la información que recolectaste antes.

Frutas favoritas de los niños

😊 Cada carita feliz representa 1 niño.





Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



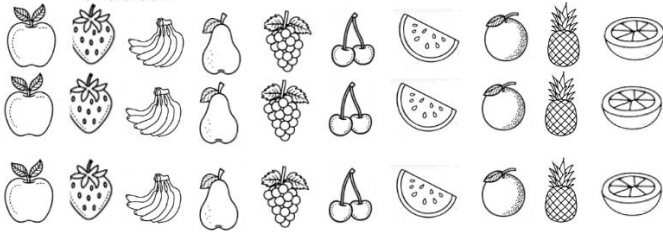
Taller 4 Frutas, Conteo y Gráficas

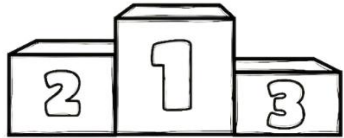
¿Cuál es la fruta favorita?

¿Cuál fruta es la menos favorita?

¿Hay dos frutas con la misma cantidad de votos?

Grado: 0





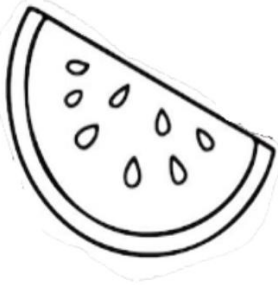
Evaluate

Si tuvieras que hacer una ensalada de frutas para la escuela,
¿cuáles frutas incluirías?



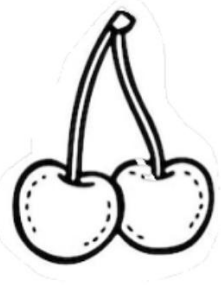
¿Esta fue la fruta favorita de muchos niños?



¿A pocos niños les gustó esta fruta?



¿Esta fue la fruta favorita de muchos niños?






Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

Taller 4 Frutas, Conteo y Gráficas

Grado: 1

Docentes: Angie Julieth Gómez Carreño y Angie Sofía Reyes Jaime

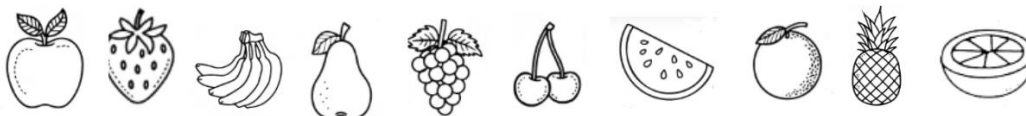
Nombre: _____



Engagement

¿Cuál es tu fruta favorita de todas? _____

Si quisiéramos hacer una ensalada para toda la clase, ¿cómo podemos saber qué frutas poner para que a la mayoría le guste?



Explore

La recolección de datos

Preguntale a todos tus compañeros “¿cuál de estas frutas es tu favorita?”

Marca las respuestas con palitos. Cada palito es un voto. Luego de preguntar cuenta los votos y escríbelos en la columna de la derecha.

Frutas	Votos	Total de votos
		
		
		
		



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



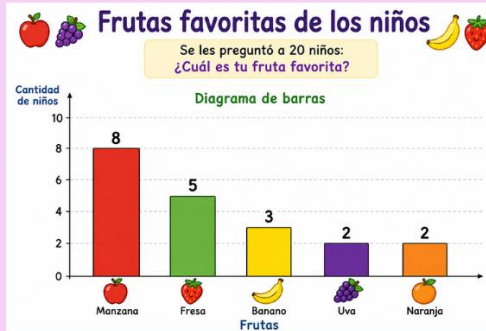
Taller 4

Frutas, Conteo y Gráficas

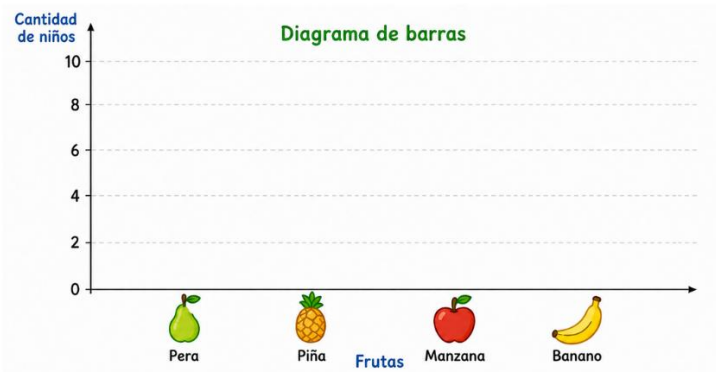
Grado: 1

Explain

Un diagrama de barras es un dibujo con barras (rectángulos) que sirve para mostrar y comparar cantidades. Cada barra representa algo (por ejemplo, una fruta) y su altura indica cuánto hay. Mientras más alta es la barra, mayor es la cantidad.



Elaborate



Realiza el diagrama de barras y responde a las preguntas:

- ¿Cuál fruta recibió más votos?
- ¿Cuál fruta recibió menos votos?
- ¿Cuántos votos extra recibió la manzana más que la pera? _____

Basado en los resultados, vas a diseñar la receta final para el salpicón de frutas.

Ingrediente principal: La fruta que debe llevar más cantidad en el salpicón es porque fue la más votada.

Ingredientes secundarios: Las frutas que también debemos añadir son

y

Ingredientes opcionales: La fruta que NO podríamos poner es la porque fue la menos votada.



Programa de Extensión Cículos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



Taller 4

Frutas, Conteo y Gráficas

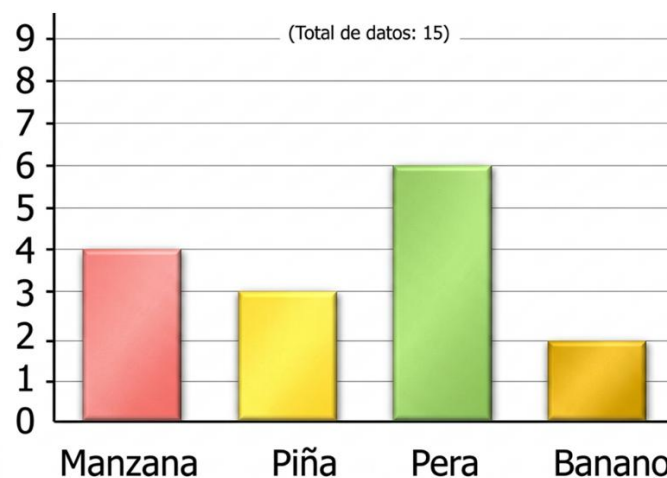
Grado: 1

Vamos a dibujar el salpicón.
Asegúrate de dibujar más
cantidad de la fruta ganadora



Evalúate

Aquí está un diagrama de barras con los datos de otro salón.



Observa el gráfico y responde:

1. ¿Cuál fue la fruta menos popular en esa clase?



2. ¿Cuántos estudiantes en total votaron por la manzana? _____

3. Si la profe vota y su fruta favorita es el piña, ¿Qué pasaría con los votos de la piña y la manzana? _____

4. Si tuvieras que preparar una ensalada para el otro salón, ¿Cuáles dos frutas serían las más importantes para incluir?





Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

Taller 4 **Frutas, Conteo y Gráficas**

Grado: 3

Docentes: Angie Julieth Gómez Carreño y Angie Sofia Reyes Jaime

Nombre: _____



Engagement

¡Bienvenidos, analistas de mercado!

Descubre las preferencias de los estudiantes para que el producto sea un éxito total.

Si tuvieras que recomendar a una cafetería tres frutas para incluir en un salpicón, ¿cómo justificarías tu decisión con datos?

Antes de empezar, escribe las 3 frutas que crees que serán las más populares en tu salón.



1. _____
2. _____
3. _____



Explore

Recolección y organización de datos

Encuesta a tus compañeros y registra los resultados en la siguiente tabla de frecuencia.

FRUTA	CONTEO (MARCAS)	FRECUENCIA
 Manzana		
 Banano		
 Fresa		
 Pera		
 Mandarina		
 Coco		
TOTAL		



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

Taller 4 **Frutas, Conteo y Gráficas**

Grado: 3

Docentes: Angie Julieth Gómez Carreño y Angie Sofia Reyes Jaime

Nombre: _____

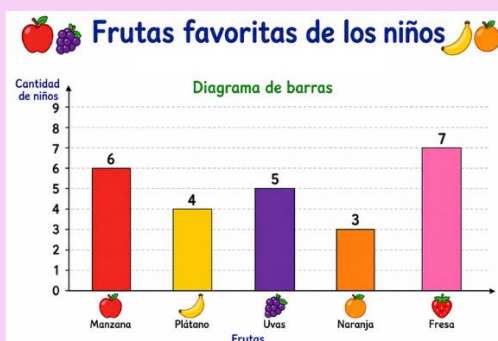


Explain

Un pictograma es un dibujo o imagen que representa información. En lugar de usar muchas palabras o números, usamos dibujos para mostrar datos de forma fácil. Sirve para contar, comparar y entender información rápidamente.



Un diagrama de barras es un dibujo con barras que sirve para mostrar y comparar cantidades. Cada barra representa algo (por ejemplo, una fruta) y su altura indica cuánto hay. Mientras más alta es la barra, mayor es la cantidad.


Moda

La moda en estadística es el dato que más se repite. Por ejemplo, si preguntamos a varios niños cuál es su fruta favorita y la mayoría dice fresa, entonces la manzana es la moda.

Elaborate

Ahora que eres dueño de una cafetería vamos a realizar el pictograma con la encuesta anterior de modo que cada voto sea una carita feliz

FRUTA	VOTOS
 Manzana	
 Banano	
 Fresa	
 Pera	
 Mandarina	
 Coco	



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

Taller 4 **Frutas, Conteo y Gráficas**

Grado: 3

Docentes: Angie Julieth Gómez Carreño y Angie Sofia Reyes Jaime

Nombre: _____



Usa los mismos datos para crear un diagrama de barras preciso.
 Asegúrate de ponerle título al gráfico, nombrar los ejes y usar una escala adecuada.



Análisis de tendencias y formulación de preguntas

Observa tus gráficos y responde:

Las dos frutas más populares son: 

Las dos frutas menos populares son: 

Escribe una posible moda que observes sobre las características de las frutas más escogidas: _____

Si la cafetería fuera a hacer una segunda encuesta para mejorar aún más la atención al cliente al hacer salpicones de colores ¿Qué nueva pregunta harías



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

Taller 4 **Frutas, Conteo y Gráficas**

Grado: 3

Docentes: Angie Julieth Gómez Carreño y Angie Sofia Reyes Jaime

Nombre: _____

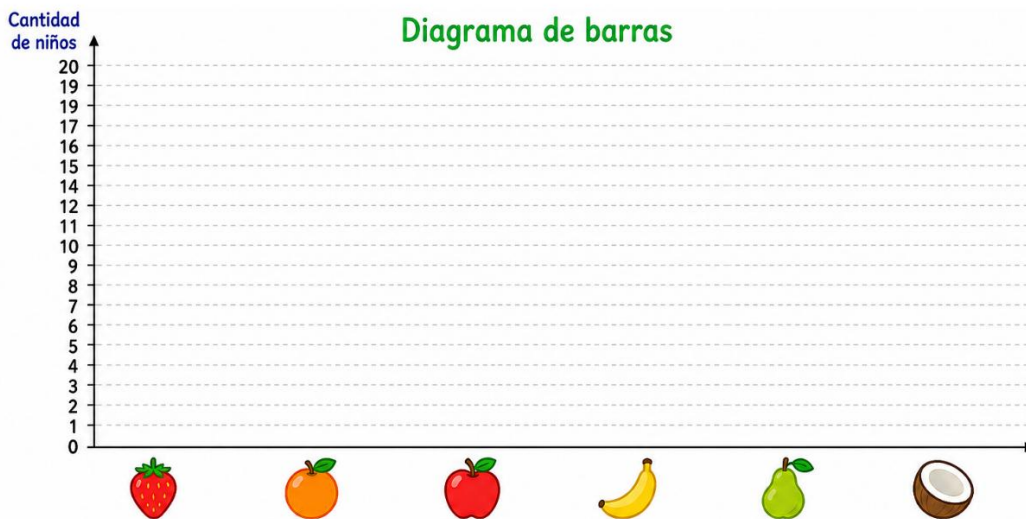


Evalúate

Analiza los datos y responde.

FRUTA	FRECUENCIA
 Fresa	15
 Mandarina	12
 Manzana	11
 Banano	5
 Pera	5
 Coco	2

1. Crea un diagrama de barras. No olvides todos los elementos de un buen gráfico



1. Identifica la moda. ¿Cuál es la moda en este conjunto de datos?



2. ¿Hay frutas que tuvieron exactamente la misma cantidad de votos? ¿Cuáles?



Apéndice G. Taller 05



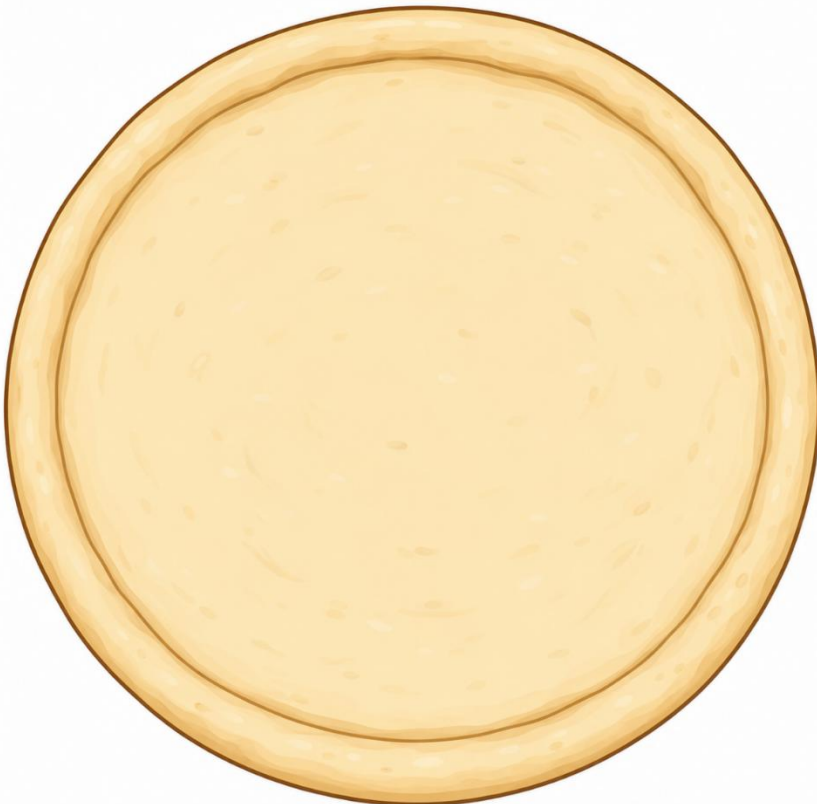
Programa de Extensión Ciclos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

Taller 5 **La Pizzería Geométrica**
Grado: 0

Docentes: Angie Julieth Gómez Carreño y Angie Sofía Reyes Jaime
Nombre: _____

Engage

Ponle solo los toppings circulares a tu pizza.





Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

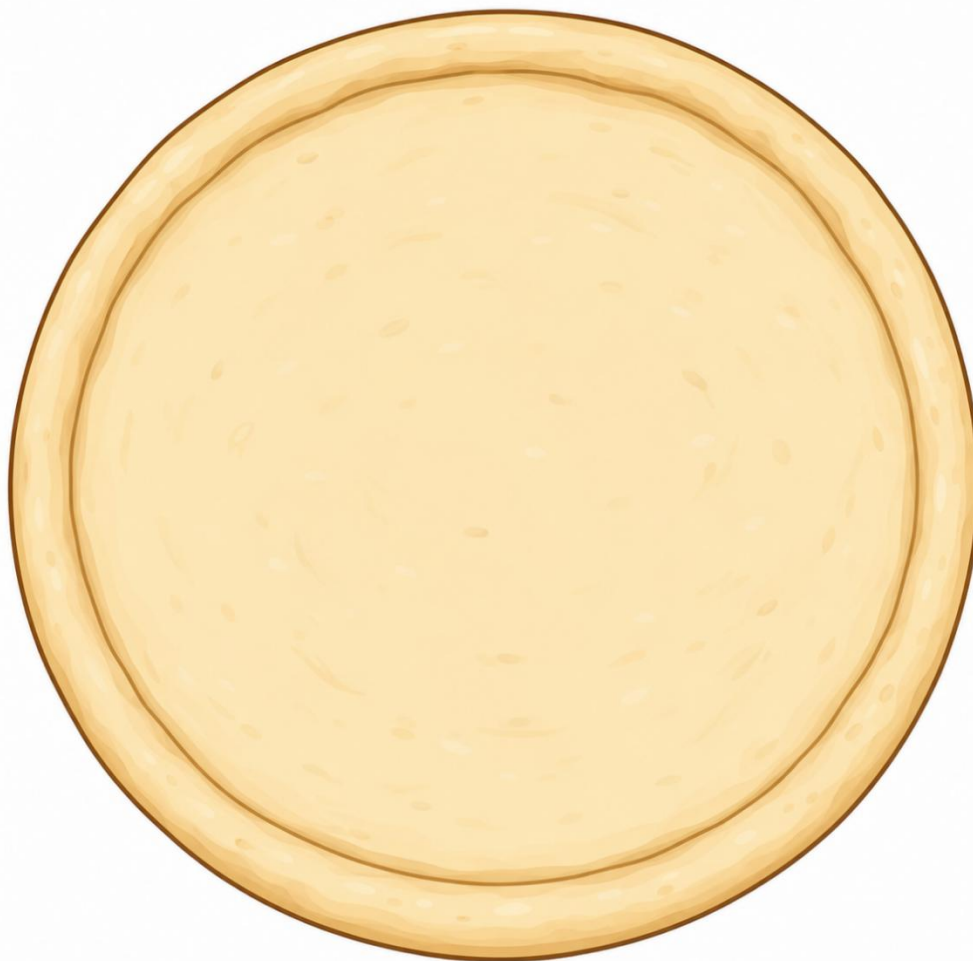
Taller 5 **La Pizzería Geométrica**

Grado: 0

Explore



Cuéntale a la profesora cuántas puntas tienen los toppings y pégalo en la pizza



Número de puntas de la piña



Número de puntas del queso



Número de puntas del jamón





Programa de Extensión Cículos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



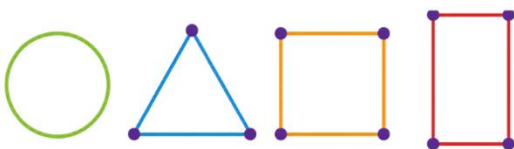
Taller 5 La Pizzería Geométrica

Grado: 0

Explain

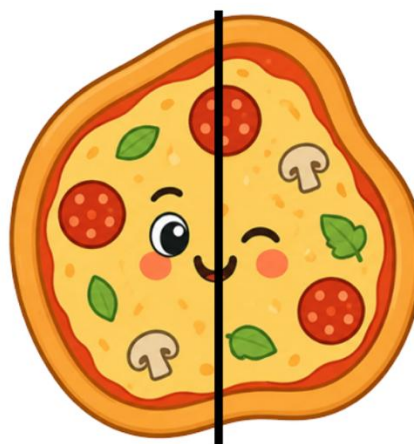
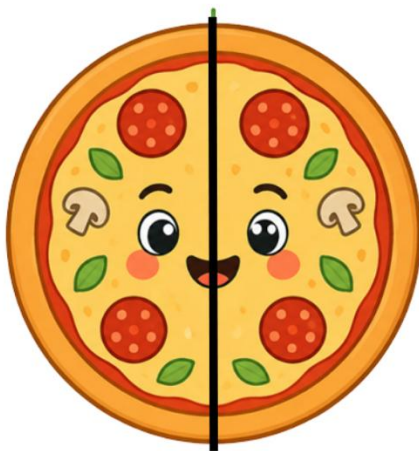
Las formas de nuestros ingredientes tienen nombres. Sus puntas se llaman vértices.

Existe algo llamado simetría. Si cortamos nuestra pizza exactamente por la mitad y los dos lados son iguales, tenemos una pizza simétrica.



Elaborate

Observa las pizzas a continuación y encierra en un círculo grande la pizza que es igual en ambos lados. La que no es igual en ambos lados tachala con una X.





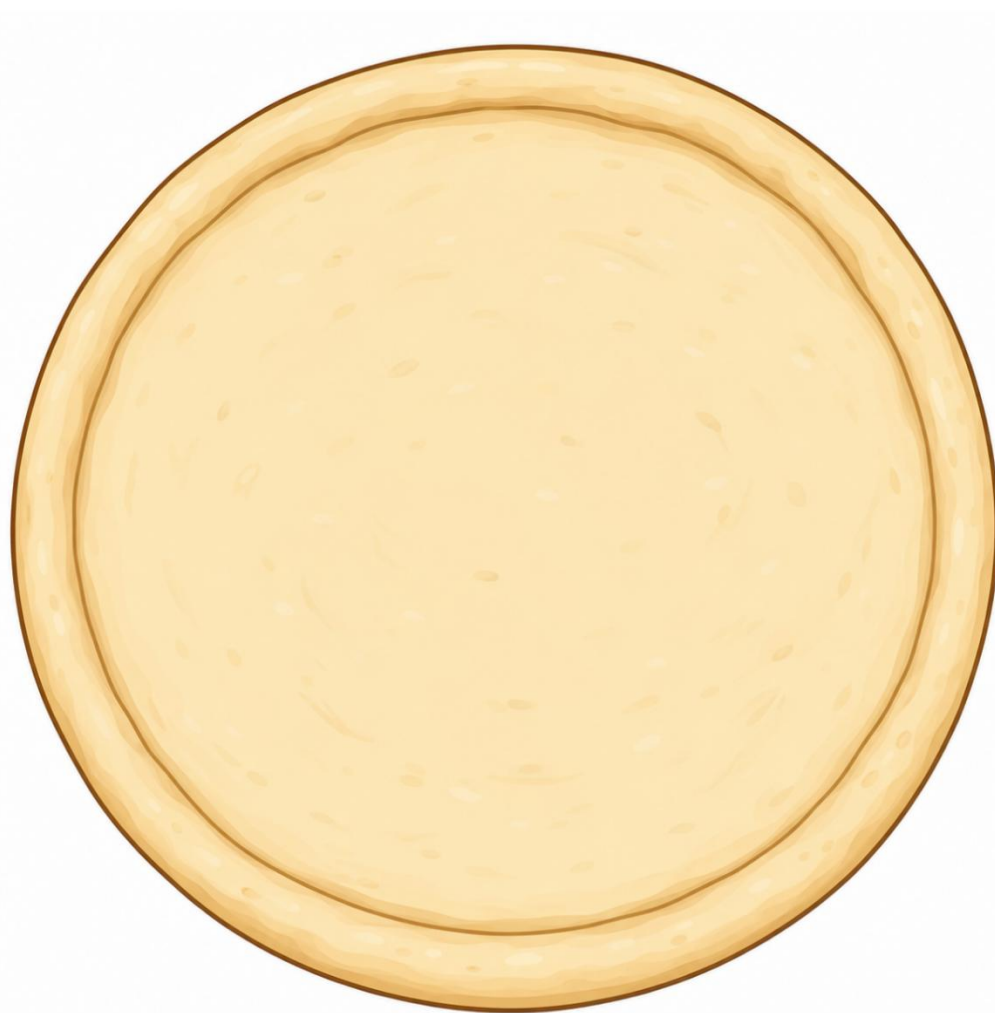
Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

Taller 5 **La Pizzería Geométrica**
Grado: 0

Evalúate



- Pega un ingrediente que tenga 3 puntas en el centro de tu plato.
- Pega dos ingredientes sin puntas arriba del triángulo.
- Pega un ingrediente de 4 puntas al lado izquierdo.



¿Es simétrica?





Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

Taller 5 **La Pizzería Geométrica**

Grado: 1

Docentes: Angie Julieth Gómez Carreño y Angie Sofía Reyes Jaime

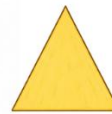
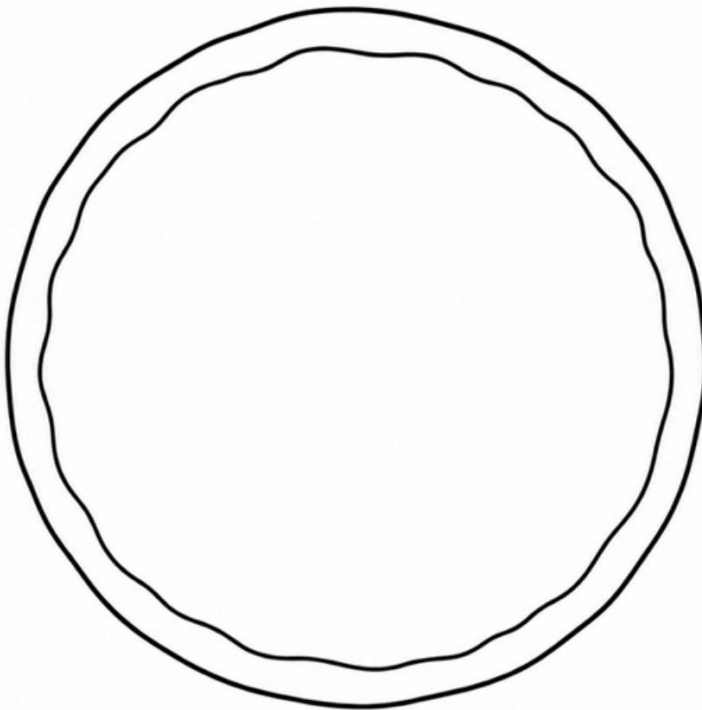
Nombre: _____



Engage

¡Bienvenidos a la pizzería geométrica!

Toma tu masa de pizza. Pega en ella 4 piñas, 3 quesos y 4 jamones.



Piña



Queso



Jamón

Toma un ingrediente de cada uno (piña, queso y jamón) y pégalos en el recuadro siguiente.



La piña (triángulo) tiene: _____ lados.

El queso (cuadrado) tiene: _____ lados.

El jamón (rectángulo) tiene: _____ lados.



Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

Taller 5 **La Pizzería Geométrica**

Grado: 1

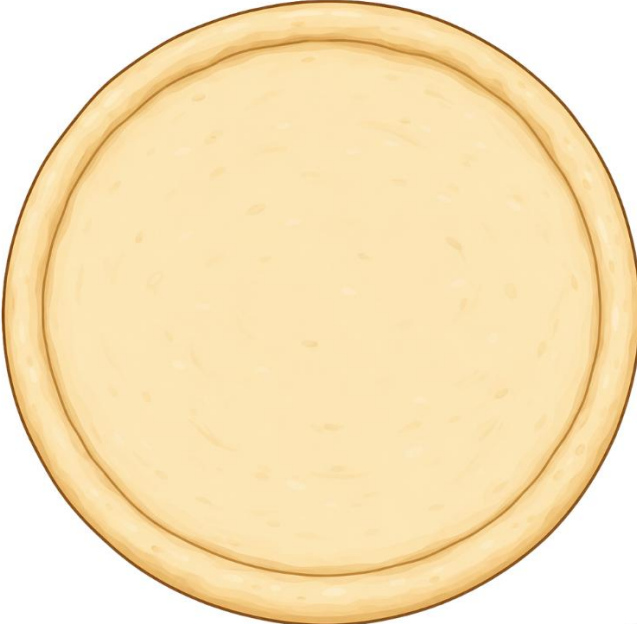
Explore



¡Llegaron nuevas formas de hacer pizza!

Ha llegado un cliente a la pizzería que quiere una pizza con esta instrucción:

- La pizza sólo debe tener ingredientes con líneas rectas y esquinas.



Elegí _____.

Tiene _____ puntas.

Elegí _____.

Tiene _____ puntas.

Elegí _____.

Tiene _____ puntas.

Pega el jamón de tal manera que no toque ningún otro ingrediente.





Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



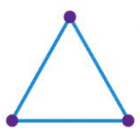
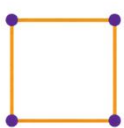
Taller 5 La Pizzería Geométrica

Grado: 1

Explain

Lados y vértices

Las figuras geométricas planas están formadas por lados y vértices. El círculo es especial porque no tiene lados rectos ni vértices.

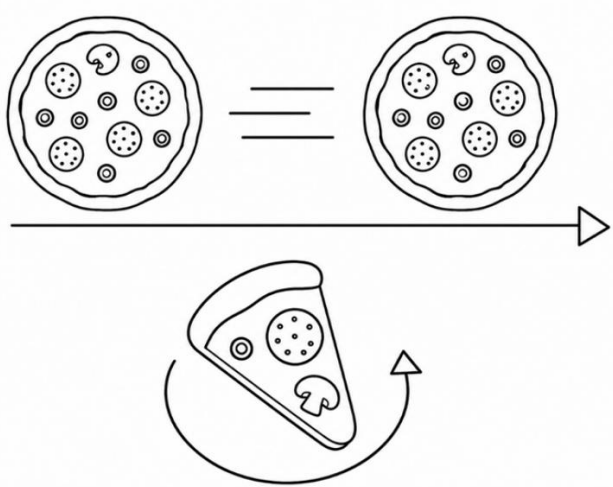

Simetría

Una figura es simétrica si al cortarla por la mitad, las dos partes son exactamente iguales.



Traslación y giro

Quando movemos una pizza de una mesa a otra sin cambiar su forma, hacemos una traslación. Si le damos vueltas a la pizza, hacemos un giro.





Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

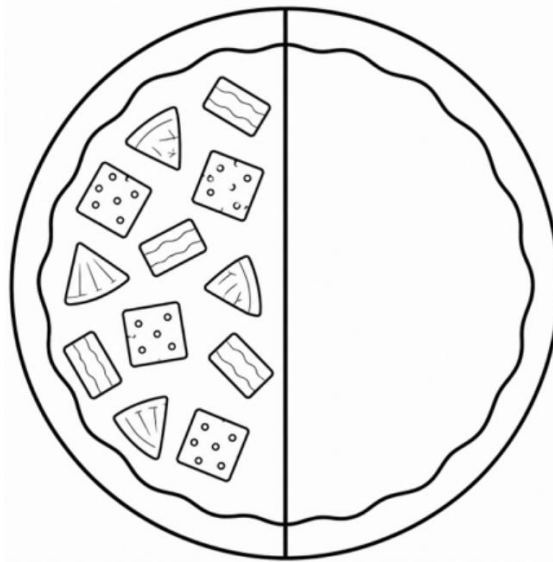


Taller 5 La Pizzería Geométrica

Grado: 1

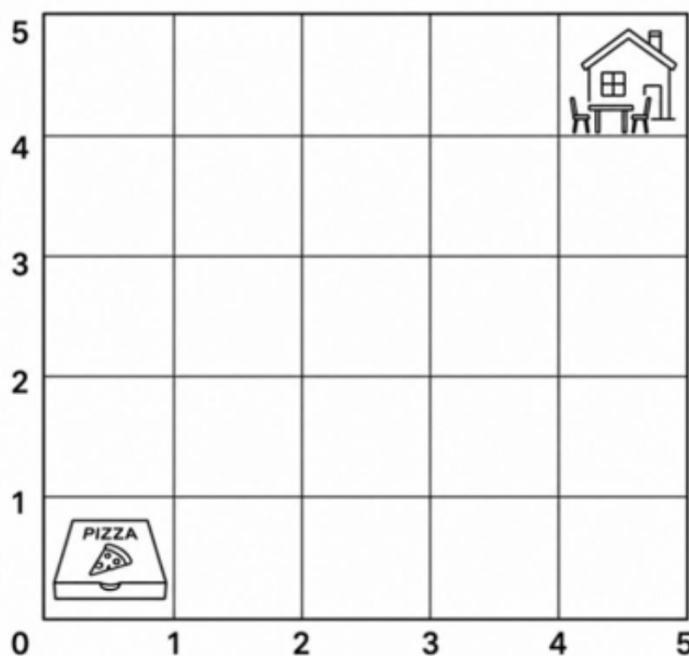
Elaborete

Dibuja los ingredientes que faltan para que la pizza sea simétrica.



En la cuadrícula, mueve la caja de pizza siguiendo estas instrucciones:

Mover en direcciones arriba, abajo, derecha e izquierda. Traza 3 caminos posibles para llevar la pizza a la casa.





Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales

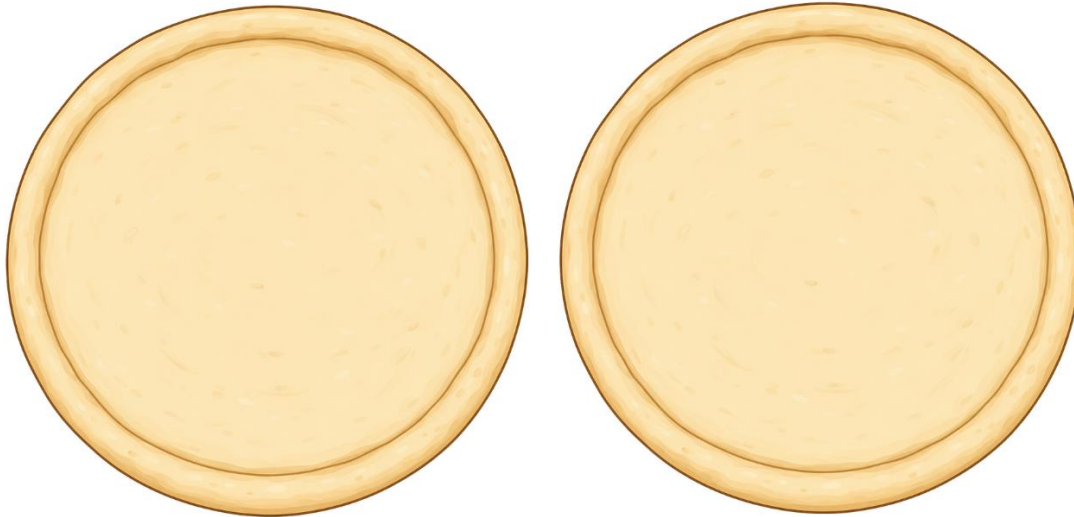


Taller 5 La Pizzería Geométrica

Grado: 1

Evaluate

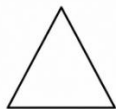
Observa las dos masas de pizza. En la de la izquierda que sea una pizza simétrica y en la derecha una pizza asimétrica



Vértices del triángulo: ____

Vértices del cuadrado: ____

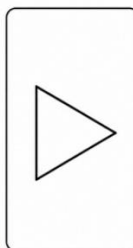
Observa el trozo de piña a la izquierda. Si la giramos a la derecha, ¿cómo se verá?



Opción 1

Opción 2

Opción 3



Pega un jamón de la misma forma que el recuadro punteado. Gíralo y pégalo como queda en la parte en blanco de la derecha.





Programa de Extensión Cículos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales





Taller 5

La Pizzería Geométrica

Grado: 3

Docentes: Angie Julieth Gómez Carreño y Angie Sofía Reyes Jaime

Nombre: _____

Engage

Bienvenidos a la pizzería matemática!

Usa la masa y los ingredientes para armar una pizza que cumpla estas reglas

1. Pon 4 ingredientes que tengan 0 vértices.
2. Pon 2 ingredientes que tengan 3 lados.
3. Pon 3 ingredientes que tengan 4 vértices y todos sus lados iguales.

¿Qué ingredientes usaste para cumplir la regla 3? _____

Dibuja la pizza que armaste aquí

Explore

Usa tu masa e ingredientes para crear un diseño de pizza que cumpla las normas:

- Lo que hay en la mitad izquierda debe ser un reflejo exacto de la mitad derecha.
- Debes usar al menos un ingrediente de cada forma.

Cuando estés seguro pega los ingredientes en la masa de pizza





Programa de Extensión Círculos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



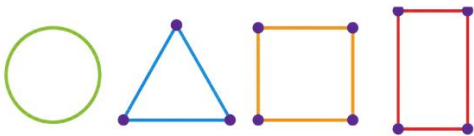
Taller 5 La Pizzería Geométrica

Grado: 3

Explain

Características de las figuras

Las figuras geométricas se identifican por su número de lados y vértices.



Simetría

Una figura geométrica o un diseño tiene simetría si podemos trazar una línea imaginaria que la divida en dos partes que son el reflejo exacto la una de la otra.



Movimientos en el plano

Traslación

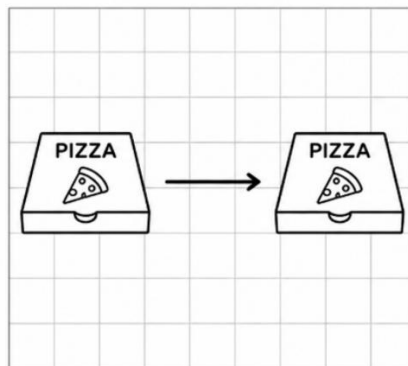
Es mover una figura en línea recta (arriba, abajo, izquierda, derecha) sin cambiar su tamaño ni posición.

Rotación o giro

Es girar una figura alrededor de un punto. Puede ser un giro de cuarto de vuelta o media vuelta.

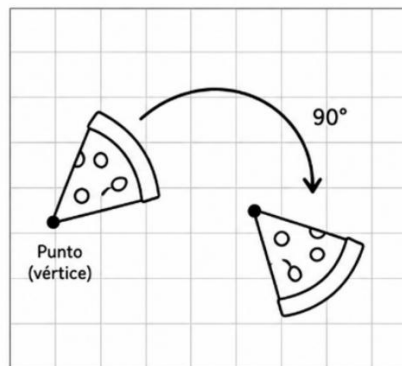
TRASLACIÓN

Deslizar en línea recta



ROTACIÓN

Girar sobre un punto (vértice)





Programa de Extensión Cículos Matemáticos UIS-IPRED
Licenciatura en Educación Básica Primaria UIS
Colegio Ecológico de Floridablanca - Sede Helechales



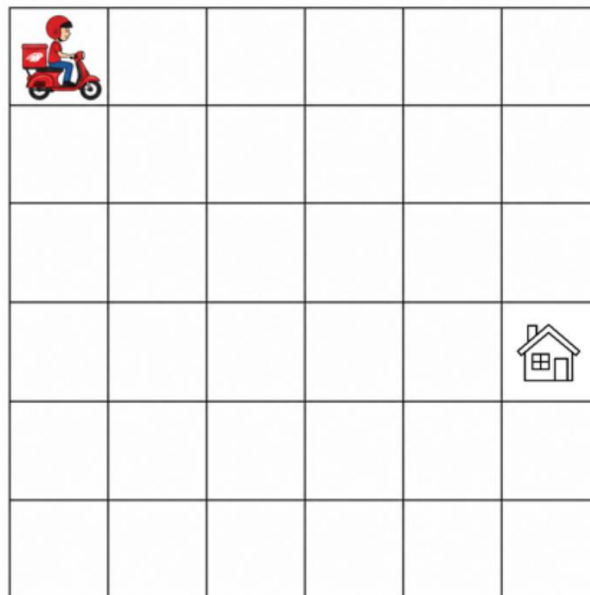
Taller 5 La Pizzería Geométrica

Grado: 3

Elaborete

La moto del repartidos está en la cuadrícula. Para llegar a la casa del cliente, debes realizar una traslación.

Al llegar a un lugar donde quieras girar, tienes que girar la moto en su propio eje para seguir avanzando.



Describe 2 caminos distintos que usaste para llegar a la casa del cliente.

Camino 1

Camino 2
