

RAZONES Y PROPORCIONES Y SU CONEXIÓN CON OTRAS ÁREAS

**MARTHA CECILIA BUITRAGO PÉREZ
ADRIÁN DAVID MOJICA PERDOMO**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2007**

RAZONES Y PROPORCIONES Y SU CONEXIÓN CON OTRAS ÁREAS

**Martha Cecilia Buitrago Pérez
Adrián David Mojica Perdomo**

**Propuesta de investigación para el
Servicio Social Educativo y Trabajo de Grado II**

**Orientador
Carlos Wilson Rodríguez
Magíster en Matemáticas.**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2007**

*A nuestros Padres
Pedro y Graciela;
David y Luz Stella
Quienes nos apoyan incondicionalmente.*

AGRADECIMIENTOS

*A Dios,
nuestro protector y quien nos llena de sabiduría.
Al Grupo de investigación quienes con su disposición y entusiasmo,
hicieron posible este trabajo:
Fernando, María Camila, Giseth, Wendy Paola, Natalia, José Fernando, Katty, Brayan,
Vladimir, Brayan, Kelly, Milena, Lesly Johann, Brayan Leonardo, Antonio, Cristian Julian, Yurley
Andrea, Soley y Marcela.
A los profesores titulares del grado noveno con quienes trabajamos en cada una de las tres
instituciones: Alix Roció Duarte, Daniel Moreno, Luz Mérida Rodríguez, quienes nos brindaron
su colaboración.
Al profesor Carlos Wilson Rodríguez nuestro orientador de proyecto, por su apoyo y
motivación continúa.
Al profesor Juan de Dios Urbina por su colaboración constante.
Al profesor Gilberto Obando por haber compartido con nosotros algunas de sus
investigaciones.
A nuestros compañeros Alirio, Mayuri y Claudia, quienes nos apoyaron y motivaron.
A nuestros padres, por ese amor desinteresado y confianza depositada en nosotros.*

TABLA DE CONTENIDOS

	pág.
PRESENTACIÓN	11
CAPITULO 1. ¿POR QUÉ RAZONES Y PROPORCIONES POR MEDIO DE LAS SITUACIONES PROBLEMAS?	17
CAPITULO 2. COMENZANDO LA INVESTIGACIÓN	20
CAPITULO 3. ACTIVIDADES EN EL AULA	26
CAPITULO 4. ESTUDIANTES CONTRA SU PROCESO	42
4.1 CONFRONTACIONES	81
CAPITULO 5.	86
CONCLUSIONES	86
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	90

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Guía diagnostica respuesta uno de Natalia J. C.P	52
Figura 2. Guía diagnostica respuesta uno de Kelly J. C.V.A	52
Figura 3. Guía diagnostica respuesta uno de Katty L., C.V.A	53
Figura 4. Guía diagnostica respuesta uno de Brayan L., C.A.	53
Figura 5. Guía diagnostica respuesta dos de Brayan V. C.V.A	53
Figura 6. Guía diagnostica respuesta tres de Cristian J. C.A	54
Figura 7. Guía dos respuesta dos de Maria C., C.P	55
Figura 8. Guía dos respuesta dos de Kelly J., C.V.A	56
Figura 9. Guía dos respuesta uno de Brayan A. C.V.A	56
Figura 10. Guía dos respuesta tres de Soley. C.A	56
Figura 11. Guía dos respuesta cuatro de Yurley A. C.A	56
Figura 12. Guía dos respuesta tres Brayan A. C.V.A	57
Figura 13. Guía dos respuesta cuatro de Lesly J. C.V.A	57
Figura 14. Guía dos respuesta cinco de Katty L., C.V.A	58
Figura 15. Guía dos respuesta cinco de José F., C.P	58
Figura 16. Guía dos respuesta siete de Fernando. C.P	59
Figura 17. Guía tres respuesta tres de Kelly J., C.V.A	61
Figura 18. Guía cuatro respuesta uno de Giseth A., C.P.	63
Figura 19. Guía cuatro respuesta dos de Wendy P., C.P	65
Figura 20. Guía cuatro respuesta dos de Milena, C.V.A	65
Figura 21. Guía cinco respuesta de Gliseth A, P, C.P.	68
Figura 22. Guía cinco respuesta de Brayan V. C.V.A	68

Figura 23. Guía cinco respuesta dos Lesly J. C.V.A	69
Figura 24. Guía cinco respuesta tres de Natalia J. C.P.	70
Figura 25. Guía cinco respuesta tres de Kelly J. C.V.A	71
Figura 26. Guía cinco respuesta cuatro de Soley C.A	71
Figura 27. Guía cinco respuesta cuatro de Milena C.V.A	72
Figura 28. Guía seis respuesta uno de Brayan V C.V.A.	73
Figura 29. Guía seis respuesta dos de Soley C.A.	74
Figura 30. Guía seis respuesta dos de Wendy P, C.P.	74
Figura 31. Guía seis respuesta tres de Brayan V. C.V.A	74
Figura 32. Guía seis Respuesta cuatro de Yurley A. C.A.	75
Figura 33. Guía seis respuesta cinco de Soley C.A.	75
Figura 34. Guía seis respuesta cinco de Cristian J. C.A.	76
Figura 35. Hombre de vitrubio, tomado de (www.pauloporta.com).	77
Figura 36. Guía siete respuesta uno de Brayan A. C.V.A	78
Figura 37. Guía siete respuesta dos de Kelly J. C.V.A	80
Figura 38. Guía siete respuesta dos de Soley C.A	80
Figura 39. Guía siete respuesta tres de Marcela C.A.	80
Figura 40. Guía siete respuesta tres de Katty L. C.V.A.	80

RESUMEN

TÍTULO: RAZONES Y PROPORCIONES Y SU CONEXIÓN CON OTRAS ÁREAS

AUTORES: MARTHA CECILIA BUITRAGO PÉREZ
ADRIÁN DAVID MOJICA PERDOMO

PALABRAS CLAVES: Razón, Proporción, Situaciones Problemas, Actividades en el aula, Estudiantes contra su proceso

DESCRIPCIÓN O CONTENIDO: Las razones y proporciones son conceptos que se estudian en básica primaria y se fortalecen en los grados de séptimo y noveno, sin embargo para muchos estudiantes estos no pasan de ser un tema más que debe aprenderse, sin descubrir el incalculable valor que encierran, no solo en el momento inmediato de la comprensión, sino por la gran riqueza que estos encierran en lo que respecta a conexiones con otras áreas del conocimiento y su respectiva aplicación en la vida diaria.

Bajo una investigación de aula y un abordaje de tipo fenómeno–hermenéutico, se planteó la pregunta, *¿Qué tanto relacionan los estudiantes de noveno grado el concepto de razones y proporciones con otras áreas, de tal manera que el concepto sea comprendido?* De esta forma en el presente trabajo se exploró desde la utilización de situaciones problema como una ruta hacia la construcción del concepto de razones y proporciones con estudiantes de noveno grado de tres instituciones educativas de la ciudad.

La descripción del trabajo se realiza desde la preparación y posterior aplicación de las actividades en el aula, un análisis del proceso de los estudiantes al desarrollar cada actividad y la confrontación entre las tres situaciones, y finalmente las conclusiones.

*Proyecto de Grado.

** Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Director: Magister Carlos Wilson Rodríguez.

SUMMARY

TITLE: REASONS AND PROPORTIONS AND CONNECTIONS WITH ANOTHER AREAS

AUTHORS: MARTHA CECILIA BUITRAGO PÉREZ
ADRIÁN DAVID MOJICA PERDOMO

KEY WORDS: Reason, Proportion, Problem situations, Class room activities
Students against their process

DESCRIPTION OR CONTENT

Reasons and proportions are concepts studied in primary school and are strengthened in seventh and ninth, however for most students, these are another subjects that have to be learned, without realize of the incalculable value which they keep in not only at the moment they are understanding, but because at great to richest that these one keep in respect to connections with another areas of knowledge and their respective applications in daily life.

On a classroom investigation of hermeneutical phenomenon type was made the question, ¿how much 9° students relate reasons and proportions concept with another areas to be understood? In this form the present work explored from utilizations of problem situations as a route to the construction of the concept de reasons and proportions with 9° grade students in three high schools institutions of the town (city).

The work description is (taken out) carried out from the preparation and subsequent applications of the activities en the classroom, an analysis of the process of students at the moment of develop each activity and the comparisons among the three situations and finally the conclusions.

* Project of Degree.

** Faculty of Sciences. School of Mathematics. Director: Magister Carlos Wilson Rodriguez.

PRESENTACIÓN

En la enseñanza de la matemática se han venido buscando diversas formas para lograr un mejor aprendizaje de los contenidos matemáticos tomando como referencia el contexto en el que se encuentran los estudiantes. Freire citado por *Gerhardt*, (GERHARDT, 12, p. 1), expone la importancia del contexto social y cultural en el aprendizaje de los estudiantes, de aquí que se haga necesario hacer uso de la realidad de ellos para incentivarlos a adquirir un aprendizaje significativo¹.

Esto no es algo nuevo puesto que diversos autores lo han venido trabajando e incluso se ha planteado en los lineamientos curriculares, pero diferentes interpretaciones han conducido a una vaga concepción de lo que se quiere implementar trayendo consigo un gran contenido didáctico pero dejando atrás los conceptos matemáticos, lo cual conlleva a que la clase de matemáticas se convierta en un espacio recreativo que solo maneje juegos como estrategia de aprendizaje. Por esta causa muchos docentes prefieren alejar la didáctica de sus clases pensando que su ausencia no perjudica el desempeño diario en las clases.

De igual forma nos encontramos con unas matemáticas sin conexiones históricas y presentadas de una manera algorítmica y aislada de otras ciencias, sin ninguna importancia para la mayoría de nuestros estudiantes que buscan las aplicaciones útiles en su vida diaria.

Cuando realizamos nuestro Servicio Social Educativo y Trabajo de Grado I, en el Colegio las Américas de Bucaramanga, durante el segundo periodo del año

¹ Cuando hablamos de aprendizaje significativo hacemos referencia al proceso en el que el nuevo conocimiento esta relacionado con lo que los estudiantes ya saben. Ausubel, Novaky Hanesian, citado por (BALLESTE, 1, p.16).

2006, con estudiantes de noveno grado, habíamos planteado la enseñanza de polígonos semejantes como tema central de la práctica, pero durante una de las sesiones se presentaron inconvenientes, pues los estudiantes no conocían el concepto de razones y proporciones, el cual era fundamental para el desarrollo de la temática a seguir, además existía entre ellos una aparente aversión hacia el área justificada en la poca utilidad que esta representaba para sus vidas.

Como producto de nuestras observaciones, reflexiones y algunas lecturas, notamos que los estudiantes no manejan bien el concepto de proporción, posiblemente por la falta de relación de este tema con su contexto.

Basados en esto, surge la pregunta que enmarcará nuestra investigación: *¿Qué tanto relacionan los estudiantes de noveno grado el concepto de razones y proporciones con otras áreas, de tal manera que el concepto sea comprendido?*

Este cuestionamiento nos llevó a trazar el siguiente objetivo: *Implementar situaciones didácticas para que el estudiante establezca conexiones entre el concepto de razones y proporciones con otras áreas del conocimiento.*

Esto nos motivó a emprender la tarea de plantear estrategias que motiven a los estudiantes a ser parte activa en su aprendizaje y que, además, les ayuden a comprender mejor los conceptos de proporciones y su relación con otras áreas como Física, Medicina y el Arte entre otras.

La utilización de situaciones problemas respondió a nuestro deseo de proponer actividades que fueran atractivas y relacionadas con la realidad de los estudiantes, con su medio circundante y sobretodo que a través de estas se diera lugar a un aprendizaje significativo, en el que ellos estuvieran capacitados para asimilar el concepto de razón, proporción y sus conexiones con otras áreas del conocimiento.

En cuanto a la experiencia, esta se llevo a cabo con los estudiantes del curso noveno de los colegios Vicente Azuero de Floridablanca, las Americas de Bucaramanga, y la Presentación de Piedecuesta, las dos primeras instituciones de carácter público y la última privada. Para efectos de nuestra investigación tuvimos en cuenta el análisis de las actividades realizadas solo por seis estudiantes de cada una de las 3 instituciones. Consideramos relevante resaltar en este instante la naturaleza de la investigación, pues fue de carácter cualitativo. Esta se caracteriza por la revisión exhaustiva de todos los elementos, situaciones o factores que intervienen en una situación determinada, como lo expresa Vera, (VERA, 29, p.1), sin embargo su intencionalidad, no es la generalización para todo caso similar al analizado.

Vale la pena resaltar algunas de las características que determinan este tipo de investigación, las cuales son presentadas de manera clara por Fraenkel y Wallen, quienes son citados por (VERA, 29, p. 2).

“1 .El ambiente natural y el contexto en que se da el asunto o problema es la fuente directa y primaria, y la labor del investigador constituye ser el instrumento clave de la investigación.

2. La recolección de los datos es una mayormente verbal que cuantitativa.

3. Los investigadores enfatizan tanto los procesos como lo resultados.

4. El análisis de los datos se da más de modo inductivo.

5. Se interesa mucho saber cómo los sujetos en una investigación piensan y que significado poseen sus perspectivas en el asunto que se investiga.”

Si observamos la quinta característica, esta permite determinar la razón por la cual escogimos un grupo de seis estudiantes, por cada una de las instituciones para hacer el respectivo análisis de su experiencia, la muestra no fue mayor puesto que la revisión es exhaustiva y demanda mucha dedicación por cada uno de los sujetos que participan de la investigación, además una muestra más grande no es evidencia suficiente para determinar una tendencia, o establecer una generalización, esto se debe en gran parte al tipo de investigación con la que se esta trabajando. Finalmente hacer esto, es decir tomar una muestra mayor implica dejar escapar aspectos que pueden resultar relevantes en un

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

momento determinado, los cuales podrían visualizarse de mejor manera en un grupo más pequeño.

Esta investigación fue realizada con cada grupo de estudiantes de los diferentes colegios de la misma manera. En el colegio Vicente Azuero el grupo constaba de 40 estudiantes, en el colegio las Americas el grupo fue de 38, y en el colegio de la Presentación de 23, las edades de estos oscilan entre los 14 y 16 años, gran parte de los mismos pertenecen a estratos socioeconómicos 1, 2 y 3.



Grupo de investigación Colegio La Presentación



Grupo de investigación Colegio Vicente Azuero



Grupo de investigación Colegio Las Americas

Esta investigación se desarrolla como una experiencia de aula desde un enfoque cualitativo, lo realizamos de esta manera teniendo en cuenta el proceso del análisis de datos puesto que con estas observaciones no pretendemos generalizar sino analizar algunos casos.

El relato de nuestra investigación esta conformado por 5 capítulos los cuales explicaremos de manera breve a continuación:

En el primer capítulo “*¿Por qué razones y proporciones por medio de las situaciones problemas?*”, describimos las motivaciones que nos llevaron a plantear situaciones problemas como una estrategia de aprendizaje en el concepto de razón y proporción y la relación que se puede establecer con otras áreas.

En el segundo capítulo “*Comenzando la investigación*”, ilustramos las estrategias metodológicas y el diseño de las actividades utilizadas en el desarrollo de la investigación.

Presentamos en el tercer capítulo “*Las actividades en el Aula*” y mostramos la aplicación de la propuesta con cada una de estas, las cuales se desarrollaron con los estudiantes, sin embargo aquí no realizaremos un análisis detallado de las respuestas dadas a cada una de las actividades planteadas, además

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

describimos algunas situaciones que se dieron en el aula mientras lo realizábamos, por ejemplo aportes de algunos de ellos que no hicieron parte del grupo tomado para el análisis final, pero que enriquecieron la propuesta con sus opiniones y apreciaciones alrededor de la temática tratada. Los nombres² de los mismos no son reales, pero se escriben de esta manera para la redacción del trabajo.

Destinamos el cuarto capítulo, *“Estudiantes contra su proceso”*, al análisis del camino recorrido por los 18 estudiantes, pero haciendo referencia a la institución a la cual pertenecen, teniendo en cuenta la realidad de cada uno de los tres colegios, la Presentación, Colegio Vicente Azuero y Colegio las Américas. Posteriormente establecemos una comparación de la experiencia entre las instituciones, teniendo en cuenta algunos aspectos que consideramos fundamentales, como son los preconceptos, la interpretación y la asimilación del proceso.

Aquí tratamos de mostrar cuales fueron los procesos metacognitivos³ desarrollados por los estudiantes al apropiarse del concepto de razón y proporción y establecer las relaciones que existen con otras áreas usando situaciones problemas.

Para finalizar nuestro trabajo, presentamos en el capítulo cinco, *“concluimos”*, donde mostramos las conclusiones a las que pudimos llegar al finalizar nuestra experiencia, teniendo en cuenta las dificultades que se visualizaron, las cuales ayudaron a concluir nuestra experiencia.

² Las opiniones registradas bajo estos nombres son de estudiantes que no hicieron parte de la investigación, por lo tanto no tenemos de ellos autorización para publicar sus nombres reales.

³ Nos referimos al proceso mediante el cual los estudiantes tienen el conocimiento y llevan un seguimiento de su propio aprendizaje.

CAPITULO 1.

¿POR QUÉ RAZONES Y PROPORCIONES POR MEDIO DE LAS SITUACIONES PROBLEMAS?

Como futuros docentes del área de matemáticas debemos empezar a fomentar el la enseñanza de esta asignatura de tal forma que los estudiantes participen empleando y manipulando su ingenio en las situaciones problemas⁴ que pueden presentar en su diario vivir, en las demás áreas del conocimiento o en la profesión en la cual se desean desempeñar.

Vemos que al emplear problemas relacionados con el contexto o el entorno en el cual ellos se desenvuelven, los lleva a que se sientan involucrados en la situación y por lo tanto se esfuercen por encontrar una solución o una serie de soluciones para la misma, con esto se logra un mejor aprendizaje de los conceptos que se encuentran inmersos en cada situación problema y además los obliga a profundizar en otros que quizá no conocerían de no ser por estos sucesos. Tal como lo afirman: (OBANDO & MUNERA, 23, p.1) *“una situación problema la podemos interpretar como un contexto de participación colectiva para el aprendizaje, en el que los estudiantes, al interactuar entre ellos mismos, y con el profesor, a través del objeto de conocimiento, dinamizan su actividad matemática, generando procesos conducentes a la construcción de nuevos conocimientos. Así, esta debe permitir la acción, la exploración, la sistematización, la confrontación, el debate, la evaluación, la autoevaluación, la heteroevaluación.”*

⁴ Situación problemática como un espacio de interrogantes que posibilite, tanto la conceptualización como la simbolización y aplicación significativa de los conceptos para plantear y resolver problemas de tipo matemático.

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

Es así, como una de nuestras prioridades fue plantear problemas de fácil comprensión, donde debieran aplicar el concepto de razones y proporciones y además despertar ese interés o motivación hacia el aprendizaje de este tema.

Por eso las situaciones problemas se convierte en la base para esta investigación ya que notamos que es una estrategia de aprendizaje, la cual conduce a nuestro objetivo de llevar a los alumnos a realizar y a solidificar su propio aprendizaje.

Respecto a situaciones problemas existen diferentes concepciones, nosotros seguimos el punto de vista de Moreno y Waldegg citado por (OBANDO & MÚNERA, 23, p.1), quienes escriben:

“[...] La situación problema es el detonador de la actividad cognitiva, para que esto suceda debe tener las siguientes características:

- . Debe involucrar implícitamente los conceptos que se va a aprender.*
- . Debe representar un verdadero problema para el estudiante, pero a la vez, debe ser accesible a él.*
- . Debe permitir al alumno utilizar conocimientos anteriores.”*

De aquí la importancia de que el concepto este implícito en cada situación, con el fin de que esto le sirva al estudiante para reforzar y pensar sobre el concepto a tratar, y le lleve a preguntarse cada vez más del por qué de las cosas en nuestra realidad, esta misma idea es la propuesta de Guy Brousseau, citado por (OBANDO & MÚNERA, 23, p.2), quien expresa: *“El trabajo intelectual del alumno debe por momentos ser comparable a esta actividad científica. Saber matemáticas no es solamente aprender definiciones y teoremas para reconocer la ocasión de utilizarlas y aplicarlas, sabemos bien que hacer matemáticas implica que uno se ocupe de problemas, pero a veces se le olvida que resolver un problema no es más que parte del trabajo; encontrar buenas preguntas es tan importante como encontrarles solución. Una buena reproducción por parte del alumno de una actividad científica exigirá que él actúe, formule, observe, construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías, que los intercambie con*

otros, que reconozca las que están conformes con la cultura, que tome las que le son útiles, etc.”

De los antecedentes de las Situaciones Problema se conoce que su gran pionero fue (POLYA, 25, p.28), quién propone un modelo para la resolución de problemas comprendido en 4 fases:

- Comprender el Problema
- Crear un Plan
- Ponerlo en practica
- Examinar lo hecho

Existen varios modelos o métodos para resolver problemas pero no son una camisa de fuerza, se debe tener en cuenta que la situación problema resulte de interés al estudiante para que este se pueda apropiar de ella y buscar una estrategia que le ayude a dar solución al problema planteado.

Es por eso que al planear las actividades tuvimos en cuenta que partiendo de la historia les podríamos ayudar a despertar un mayor interés por el tema a trabajar como lo afirma. (RÍBNIKOV, 27, p.10). *“Los trabajos histórico-matemáticos descubren las variadas relaciones de las matemáticas. Entre ellas las relaciones de las matemáticas con las necesidades prácticas y las necesidades de los hombres con el desarrollo de otras ciencias; la influencia de la estructura económica y social de la sociedad y la lucha de clases sobre el contenido y carácter del desarrollo de las matemáticas.”*

Teniendo en cuenta que se quiere trabajar con los estudiantes la razón y la proporcionalidad a través de situaciones problema, las cuales le permitan establecer conexiones con otras áreas, concordamos con (OBANDO, et al, 24, p. 77), cuando afirma que *“La importancia de la proporcionalidad en los procesos escolares es ampliamente reconocida. No solo es la base para el desarrollo de conceptos centrales en las matemáticas, sino que el tratamiento de la misma es la base para otras ciencias, y sobre todo, para enfrentar muchas de las situaciones que se presentan en la vida diaria”*.

CAPITULO 2.

COMENZANDO LA INVESTIGACIÓN

La investigación tiene como referente un análisis de casos, desde una perspectiva de carácter cualitativo con un énfasis fenomenológico hermenéutico⁵ mediante la investigación en el aula.

Por otra parte, para la investigación tomamos como referencia autores como Gilberto Obando, Ricardo Luengo González, George Polya, Santos Trigo entre otros, quienes nos ayudaron a tener claridad sobre el desarrollo del tema: razones y proporciones y las conexiones con otras áreas, a través del planteamiento de situaciones problemas que resulte agradables o familiares al contexto donde se desenvuelven los estudiantes.

En un artículo publicado en el diario el tiempo el 14 de agosto de 2005, y titulado “Siete claves para acercar a los niños a las matemáticas” se presenta una serie de discusiones alrededor de una problemática que atañe a la educación matemática del país, pues esta se ha venido convirtiendo poco a poco en un martirio para los estudiantes, quienes la ven como un área algorítmica y carente de cualquier significado.

En otro aparte del mismo artículo se manifiesta la falta de habilidades matemáticas por parte de los estudiantes, reflejadas en los resultados de las pruebas saber y el examen de estado, las primeras aplicadas en los grados de tercero, quinto, séptimo y noveno y las últimas para undécimo grado, en las cuales se han notado falencias en el momento de aplicar sus conocimientos en la resolución de problemas de la vida real. A raíz de esta situación se presentó una hipótesis que recoge las apreciaciones de un grupo de expertos en el área

⁵ Este enfoque consiste en la comprensión de los fenómenos en las distintas manifestaciones Gamboa. citado por (JARAMILLO, 17).

y dice lo siguiente: “En el país se enseñan procesos mecánicos y no la aplicación de ellos”. (JEREZ, 18, p.3).

Las apreciaciones de estos expertos no difieren en mucho de las concepciones que siempre hemos tenido, las cuales nos enfrentan en las aulas de clase cada día, con esta inquietud trabajamos cada día nuestra práctica, sin poder dar una respuesta a la misma, no obstante este obstáculo no se convirtió en un impedimento para la continuación del proceso de enseñanza, por el contrario fue un factor que nos motivo para pensar en estrategias que favorecieran el aprendizaje de los estudiantes.

Las épocas van cambiando y es necesario presentar a los estudiantes una matemática que se acerque a su realidad, sobretodo en estos momentos donde las concepciones de lo realmente importante han cambiado y muchos de ellos discuten incluso por lo que deben aprender, todo esto sujeto a la aplicabilidad y funcionalidad que represente para ellos en sus proyectos de vida y en su cotidianidad.

Teniendo en cuenta esta realidad y como consecuencia de lo anterior, surgió la pregunta:

¿Qué tanto relacionan los estudiantes de noveno grado los conceptos de razones y proporciones con otras áreas, de tal manera que estos sean comprendidos?

Y así mismo surgió el objetivo de nuestra investigación el cual es: *Implementar situaciones didácticas para que el estudiante establezca conexiones entre los conceptos de razones y proporciones con otras áreas del conocimiento y lo lleven hacia un mejor entendimiento de estos.*

Buscando responder la pregunta planteada en nuestra investigación, decidimos realizar una serie de actividades, todas ellas relacionadas con conceptos de razón, proporción y sus conexiones con otras áreas del conocimiento.

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

Estas se convirtieron en una serie de talleres que fueron aplicados en tres instituciones educativas de la ciudad, con el fin de analizar e intentar dar respuesta al cuestionamiento que dio apertura a nuestra propuesta.


En cada una de las instituciones fue seleccionado un curso de noveno, del cual todos sus estudiantes participaron activamente en el desarrollo de las actividades, sin embargo solo dieciocho de ellos fueron vinculados al análisis de la propuesta, su selección se dio de manera aleatoria, seis por cada uno de los colegios participantes.

Es importante aclarar que para la autorización del proyecto de investigación y, respetando la ética moral de las personas involucradas en este proceso, se dio a conocer tanto a los docentes titulares de matemáticas, padres de familia y estudiantes de cada institución nuestro proyecto de investigación.

Se firmó una carta de autorización por las partes implicada, en la cual se autorizaba la publicación y divulgación de los diversos datos de investigación.

La carta como la que mostramos a continuación, fue repetida y firmada por los 18 estudiantes seleccionados para el análisis del proceso de investigación, mas sus padres, profesor orientador e investigadores.

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS

Bucaramanga, 18 de Julio de 2007

Señores Padres de Familia

E.S.M

Reciban un cordial saludo.

En la clase de matemáticas se está desarrollando el proyecto de investigación denominado: "RAZONES Y PROPORCIONES Y SUS CONEXIONES CON OTRAS ÁREAS".

Queremos formalmente solicitar su autorización para que su hijo(a) Kathy Lizabeth Acevedo Ortiz forme parte de nuestro grupo de investigación, como sujeto de la misma, y también para presentar y publicar los resultados de diferentes formas como fotografías, encuestas y diarios.

Dicha autorización se hace extensiva para recolectar algunos datos de su hijo(a) en forma de fotos, encuestas, entrevistas y actividades extra-clase, que consisten en reuniones llevadas a cabo en el COLEGIO VICENTE AZUERO en las horas de la mañana de el primer semestre de este año.

Agradecemos su atención y colaboración.

<u>Adrian David Mojica Perdomo</u> ADRIAN DAVID MOJICA PERDOMO Estudiante investigador Escuela de Matemáticas	<u>Martha Buitrago Perez</u> MARTHA BUITRAGO Estudiante investigador Escuela de Matemáticas
--	--

Carlos Wilson Rodriguez
CARLOS WILSON RODRIGUEZ
Orientador de la investigación
Escuela de matemáticas

Autorizamos la participación de nuestro (a) hijo(a) Kathy Lizabeth Acevedo Ortiz en la investigación realizada por ustedes.

NOMBRE PADRE DE FAMILIA: Gerardo Ortiz P.

Firma: Gerardo Ortiz P.
C.C. 77.495.962

La investigación se desarrollo teniendo como referente inicial la prueba diagnostica, la cual se presenta en el capítulo dos, sobre razones a través de situaciones problemas cercanas a su contexto o realidad como: la ubicación, estrato socioeconómico y los presaberes de los estudiantes que participaron de la investigación. El proceso que desarrolló cada uno de los estudiantes en la resolución de problemas se realizó sin ninguna introducción previa de los

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

conceptos a trabajar, sino simplemente se buscó que los estudiantes actuaran de manera libre y espontánea.

Junto a esta actividad se desarrollaron dos actividades más, en las cuales los estudiantes se apropiaban del concepto de razón y proporción teniendo como referente sus presaberes, además se socializaron dichas actividades para visualizar las posibles falencias en la adquisición del concepto.

Posteriormente se trabajaron otras actividades encaminadas a establecer las conexiones de las matemáticas con otras áreas en lo referente a las razones y proporciones.

Una vez terminadas las actividades analizamos el trabajo de los estudiantes por medio de entrevistas que nos ayudaron a comprender lo que ellos pensaban en el momento de resolver la situación problema planteada, además de complementar, aclarar dudas y observar las dificultades en las estrategias utilizadas por los mismos para resolver los problemas.

Luego de haber concluido las actividades con los estudiantes iniciamos el análisis de los datos, revisando las actividades, las entrevistas y los comentarios de ellos durante la aplicación de las pruebas y en su respectiva socialización.

Finalmente organizamos y clasificamos los datos recolectados teniendo en cuenta los 18 estudiantes seleccionados, seis por cada colegio para realizar el análisis de casos, no obstante este análisis no lo realizamos por cada uno de ellos, sino por cada una de las instituciones y culminamos con una confrontación entre las mismas con respecto a algunos ejes. Esperamos que todo esto nos ayude a acercarnos a una primera respuesta a la pregunta planteada, pues somos conscientes de que los casos son diferentes ya que cada individuo que hace parte de cada uno de los colegios, tiene su propia personalidad, su propio entorno y su propio ritmo de aprendizaje.

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

Entre el análisis de cada uno de los casos se realizó una triangulación teniendo en cuenta tres aspectos:

Los argumentos de los diversos autores que han desarrollado un proceso de investigación que tiene que ver con el tema de nuestro interés: Razones y Proporciones, las opiniones de los estudiantes a través de la información recolectada y por último nuestras propias apreciaciones, donde presentamos justificaciones, concepciones y conclusiones relevantes en el proceso de investigación con miras a responder la pregunta de investigación y lograr el objetivo planteado.

CAPITULO3.

ACTIVIDADES EN EL AULA

“Un aspecto fundamental en el aprendizaje de las matemáticas se relaciona con la necesidad de que los estudiantes puedan utilizar eficientemente el conocimiento aprendido en un contexto o situación para resolver problemas en situaciones diferentes o novedosas. En este sentido, ha existido un interés constante por determinar, las dificultades que exhiben los estudiantes al intentar transferir las ideas matemáticas hacia diversos contextos.”(SANTOS, 28, p. viii)

Teniendo en cuenta estas palabras de Santos, nos damos cuenta que la resolución de problemas es precisamente una de esas herramientas básicas que resulta muy importante y de gran ayuda en la adquisición de conceptos matemáticos y la relación con otras áreas, es por ello que el desarrollo de las actividades propias de nuestra investigación se llevó a cabo con situaciones problemas.

Iniciamos la práctica realizando la actividad diagnóstica. En esta prueba teníamos como objetivo identificar los conocimientos matemáticos de los estudiantes con relación a la razón y que se familiaricen con situaciones problemáticas como primera medida en el proceso de resolución de problemas, a través de la lectura comprensiva y el análisis. Para tal efecto se formularon seis situaciones problemas que desarrollaron de forma individual.

PRUEBA DIAGNOSTICA



Nombre: _____ Curso: _____

Practicantes: Martha Buitrago y Adrián Mojica Institución: _____

Profesora: _____

Objetivo: Identificar los presaberes sobre razón y familiarizarse con la resolución de problemas.

PRUEBA DIAGNOSTICA

1. La altura de Diana es de 1m y la de su padre es de 2m, ella quiere saber a cuanto esta su altura de la de su papá. Además sabe que la altura de su mamá es de 1.6m y la de su hermano es de menor 0.4m. ¿Cuánto esta la altura de su mamá a la de su hermano?



Diana



papá

hermano



madre

2. En un aula por cada 7 alumnos hay 4 alumnas, si en el salón hay 16 alumnas ¿Cuántas alumnos hay?
3. Usted esta trabajando en un almacén de calzado, donde se venden diferentes marcas, necesita hacer un pedido pero para hacer el pedido necesita enviarle a su socio, la cantidad que hay de cada marca respecto a otra. ¿Cómo lo haría?



REINDEER
36 uni.



ASALEIA
24 uni.



PILATOS
48 uni.



BOSI
60 uni.



CAROLINA
12 uni.

4. En un partido de baloncesto se realizaron en total 192 cestas, el partido duro una hora, se quiere promediar cuantas cestas se hicieron por cada 5 minutos. ¿Cómo lo harías?



5. José tiene 18 años y Carlos 12 años, compara la edad de José con la de Carlos.

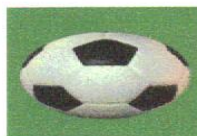


José



Carlos

6. Un balón cuesta \$2.000 y una bicicleta \$14.000, compara los precios del balón y la bicicleta.



Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

Posteriormente se socializó el trabajo, algunos estudiantes donde detectaron ellos mismos sus falencias al escuchar las argumentaciones de sus compañeros; otros concordaban con sus compañeros en dichas argumentaciones.

“Es de gran importancia los conocimientos previos que tengan los estudiantes del tema a trabajar”. (VILLAMIZAR, 30, p. 35). Consideramos que esta idea es básica antes de la realización de cualquier tipo de enseñanza, pues como lo mencionamos anteriormente se aclaran y fortalecen los presaberes que poseen los estudiantes; además la actividad diagnóstica ayuda a detectar la actitud de los estudiantes, la disposición frente al trabajo a desarrollar y es entonces donde nosotros como docentes investigadores jugamos un papel muy importante, el cual consiste en guiarlos para formar conceptos apropiados de la asignatura, además impulsarlos a generar actitudes de disposición y aceptación del trabajo para alcanzar el objetivo propuesto.

Por tal motivo en la segunda actividad se planteó el concepto de razón y se presentó un ejemplo de aplicación del mismo; posteriormente se formularon siete situaciones problema en las que los estudiantes debían dar su solución; para el desarrollo de esta guía trabajaron por parejas con el fin de enriquecer el trabajo con los aportes de otro compañero, como lo afirma, (COOPER, 11, p. 4), *“Un grupo formal y cuidadosamente construido ayuda a los estudiantes a aprender a trabajar duro y en equipo en un ambiente seguro y estimulante. Para ser efectivos, los equipos deben crearse en ambientes abiertos y de confianza, de forma que los estudiantes se vean motivados a especular, innovar, preguntar y comparar ideas conforme resuelven los problemas.”*

Coincidimos con la opinión del autor y también resaltamos la importancia del trabajo en grupo, como un espacio de fortalecimiento de las relaciones entre los estudiantes, y además ofrece un ambiente de confianza, el cual es propicio para la expresión de las ideas desde su propia realidad, desde sus preconceptos, sobretodo en aquellos estudiantes que tienen un cierto grado de timidez.

GUÍA 2

Universidad Industrial de Santander
CONSTRUIMOS FUTURO

NOMBRE: _____ **CURSO:** _____

Practicantes: Martha Buitrago y Adrián Mojica **Institución:** _____

Profesor: _____

Objetivo: Apreciarse del concepto de Razón dentro de una situación problema.

Cuando dos magnitudes homogéneas se comparan, existe una relación o razón entre ellas.

Razón: Es el cociente entre los términos de una relación.

$\frac{3}{4}$ se lee 3 es a 4 $\frac{A}{B}$ se lee A es a B además $\frac{A \rightarrow \text{antecedente}}{B \rightarrow \text{consecuente}}$

Ejemplo: Juan es un policía bachiller que está trabajando en el Jardín Botánico su jefe le pregunta: ¿Que relación o razón hay entre la altura del árbol de Caracolí que mide 36m y la altura del árbol de caucho que mide 48?

Caracolí

Caucho

Respuesta: $\frac{36}{48} = \frac{3}{4}$ la altura del árbol de Caracolí respecto a la altura de la de caucho

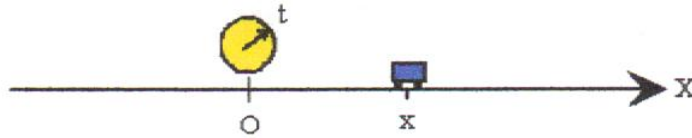
EJERCICIOS

- Lucia esta en clase de Química y le piden que haga una mezcla de 25gr de sal y 75gr de Potasio (K), su profesora le pregunta: ¿Qué razón hay entre la sal y el potasio utilizado en la mezcla?

- Don Román es un maestro de construcción que necesita construir una terraza pero tiene que hacer el pedido de ladrillo y bultos de cemento a utilizar, de ladrillo pide 220uni y de cemento 12 bultos pero el patrón le pide una relación del número de ladrillo a la cantidad de cemento utilizado, ¿cuál es?

- Luisa desea hacerle una torta a su mamá el día de su cumpleaños, ella sabe que para hacer una torta la razón del número cucharadas de azúcar respecto al número de tazas de leche es de 5 a 3, pero como quiere hacerla el doble de grande quiere saber que razón utilizar para el azúcar que así no le haga falta para poder repartir a sus amigos.

4. Unos estudiantes que están en clase de física realizan un experimento, ellos leen que la velocidad es la razón de cambio entre la distancia y el tiempo, si en el experimento ven que la distancia recorrida del móvil es de 900cm durante 15sg. ¿Cuál es su velocidad?



Sea: tiempo= t , y distancia= x . Donde: $t=15\text{seg}$ y $x=900\text{cm}$

5. Un trabajador del municipio de Floridablanca tiene el número de bebidas que consumió la gente en la feria. ¿Cuál es la razón de consumo de la cerveza respecto a las otras bebidas?



Cerveza 2500 U.

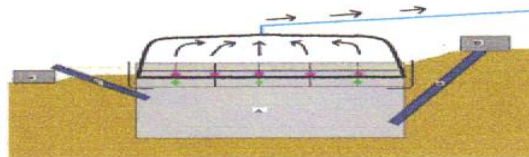


Gaseosa 500 U.



Bebidas naturales 200 U.

¿Cuánto demora en llenarse el tanque del agua de un conjunto cerrado de 90000.000cm^3 , si sabemos que el agua entra a razón de $\frac{250\text{cm}^3}{\text{seg}}$? Recuerda un litro son 1000 centímetros cúbicos.



5. David está leyendo el periódico a su papá y en él lee que los desempleados del año pasado son X personas y la de este año son Y personas, su padre le pregunta. ¿Cuál es la expresión que representa la razón de los desempleados de este año a los del año pasado?



6. Las edades de Juan y Pedro están a razón de 5 a 6 y su diferencia es 4 años. ¿Cuál es la edad de Juan y cuál la de Pedro?



Juan



Pedro

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

El hecho de tener el concepto y un ejemplo de aplicación facilita el desarrollo de las situaciones problemas como afirma Melzak citado por (SANTOS, 28, p. 47), *“En un intento por aislar y describir algunos de los principales principios metodológicos usados en el quehacer matemático ilustra el llamado principio del desvío. Este principio se refiere al desplazamiento del problema original a otro de dominio conveniente en el cual sea mas fácil de resolverlo.”*

Este hecho lo visualizamos en el momento de la socialización donde los estudiantes hablaban con mayor propiedad al exponer sus argumentos frente a la resolución del problema y afirmaban que el ejemplo de la situación problema resuelta les había ayudado

Para la tercera guía diagnóstica el objetivo que se planteó fue el de introducirlos al concepto de proporción e iniciarlos en la búsqueda de estrategias posibles en la resolución de problemas. (Ver guía 3).

El primer problema era el de evidenciar la razón entre dos edades con el fin de ubicar en el tema a los estudiantes, para luego resolver situaciones relacionadas con la proporción, para tal efecto se formularon tres actividades, las cuales debían ser socializadas por cada pareja de estudiantes, quienes daban su conclusión frente a lo que comprendían por proporcionalidad.

En la socialización de la actividad, algunos estudiantes hicieron la siguiente afirmación: “Qué fácil es la proporcionalidad” como el caso de Pedro, Andrea y Felipe⁶; en ese momento se aclararon dudas y se reforzó el concepto de proporción a partir de las percepciones de cada uno de los participantes.

⁶ Todos los nombres de estudiantes utilizados en este capítulo son ficticios.

GUÍA 3



NOMBRE: _____

CURSO: _____

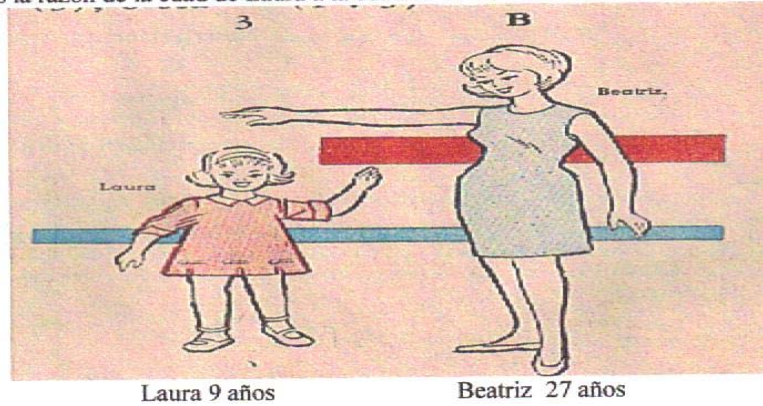
Practicantes: Martha Buitrago y Adrián Mojica

Institución: _____

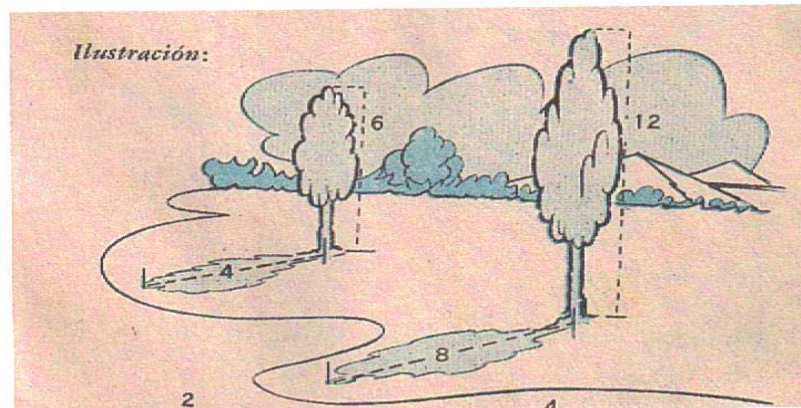
Profesor: _____

Objetivo: Familiarizarse con el concepto de proporciones en situaciones problema.

1. Cuál es la razón de la edad de Laura a la edad de su tía Beatriz.



2. Cuál es la razón de la altura de cada árbol con respecto a su sombra. Que tienen en común las dos razones.



3. Gustavo es un sastre que necesita hacer un traje para un hijo de su cliente, El sabe que la razón de metros necesarios para hacer un traje al padre del chico es $\frac{2}{6}$ de tela para camisa a tela para saco y pantalón, y tomando las medidas para el hijo nota que la razón de metros de tela para camisa a tela para saco y pantalón es de $\frac{1}{3}$. Qué tienen en común la cantidad de tela para cada uno? Qué podemos decir de las medidas del chico con las medidas de su padre?



4. La constructora Urbanas de Bucaramanga necesita realizar un edificio en las zonas del almacén Vivero, el edificio es de 12 pisos, y el número de obreros necesarios es de 60, para poder terminar la obra en 4 meses. La constructora Marval necesita realizar un mismo edificio pero de 16 pisos al frente de la obra de urbanas y desea terminarlo también en 4 meses. Qué podemos decir del número de obreros de la obra de Marval respecto a la de Urbanas?Cuál es el número de obreros necesarios para la obra de Marval?



5. Qué entiendes por proporcionalidad?

Además se enfatizó en las concepciones de (GODINO & BATANERO, 13, p.11) quienes afirman: *“Una proporción aparece en general bajo la forma de una igualdad entre dos razones. En consecuencia, el producto cruzado entre los denominadores y numeradores serán iguales entre si... una proporción permite escribir cuatro igualdades equivalentes entre dos fracciones (que suelen ser interpretadas como razones). Lo anterior se resume en la expresión algebraica siguiente:*

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Leftrightarrow \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \Leftrightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \Leftrightarrow a \times d = b \times c$$

En la cuarta actividad se planteo una simulación del trabajo realizado por Tales de Mileto quien calculó la altura de una pirámide; además se presento de manera similar el trabajo realizado por Eratostenes quien midió de una forma muy aproximada el radio de la tierra. (Ver guía histórica).

“Hoy en día estamos acostumbrados a disponer de precisos y complejos instrumentos de medida. Pero no siempre fue así. Si repasamos la capacidad instrumental de los matemáticos de hace más de dos mil años, comprobaremos que sus herramientas de medida eran rudimentarias. Sin embargo, babilonios, egipcios y griegos llevaron a cabo mediciones que aún hoy nos asombran. Dos ejemplos muy significativos son los de Eratóstenes y Tales, quienes con tan sólo un bastón y geometría fueron capaces de calcular con gran precisión medidas que hoy nos siguen asombrando.”(BRAIN, 3, p. 1).

En el primer punto se les pone en conocimiento a los estudiantes que Tales de Mileto fue uno de los primeros matemáticos que trabajó con las proporciones, pues él sabía que dos triángulos con dos ángulos iguales (triángulos congruentes) son semejantes. Con esto descubrió un sencillo método para calcular la altura de la Gran Pirámide de Kéops. Clavó un bastón en el suelo y observó que el triángulo que forma la altura de la pirámide y su sombra era semejante al triángulo formado por su bastón y la sombra de este mismo.

ACTIVIDAD HISTÓRICA

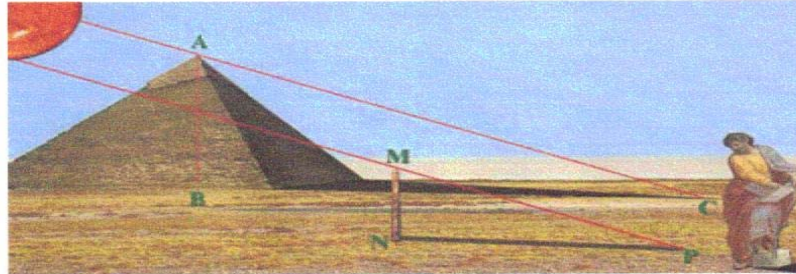


NOMBRE: _____ **CURSO:** _____

Practicantes: Martha Buitrago y Adrián Mojica **Institución:** _____

Profesor: _____

Objetivo: Observar situaciones problemas importantes en la historia de las matemáticas.
1.



THALES DE MILETO (640-545). Fue el primer geómetra griego y uno de los siete sabios de Grecia, él fue capaz de hallar la altura de las pirámides de Egipto utilizando su bastón y la sombra que este y una pirámide proyectaban. ¿Cómo lo harían ustedes?

ERATÓSTENES (aprox. 276-194 a. C.). Fue el primer matemático de la historia en medir el radio de la tierra, contemporáneo de Arquímedes y Apolonio. Eratóstenes sabía que los rayos del sol inciden paralelamente sobre la tierra y además que la tierra es redonda, noto que en Alejandría un poste producía sombra con un ángulo de 7° mientras que en Siena no se producía sombra a la misma hora logrando obtener el siguiente esquema:

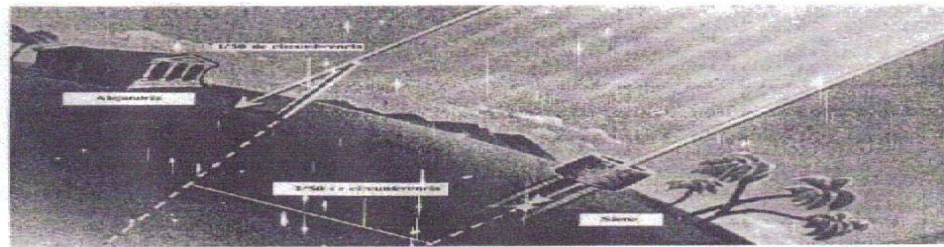
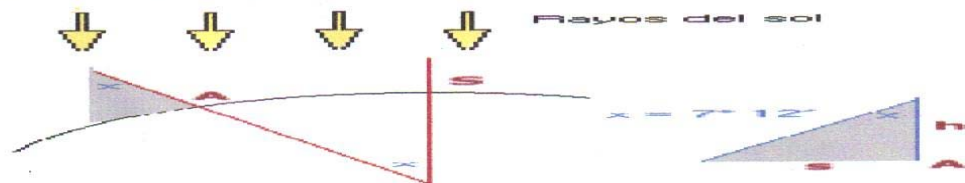


Figura 15. Eratóstenes calculó por primera vez la circunferencia terrestre, utilizando un esquema como éste para explicar la ausencia de sombras en Siena y su presencia en Alejandría en el mismo momento.

Luego midió la distancia entre Siena y Alejandría era de 5000 estadios, y teniendo el ángulo $X=7^\circ$
¿Cómo hizo para medir el radio?



Nota: La formula de la longitud de la circunferencia es de $L = 2\pi R$.
¿Si un estadio equivale a 0.156 km, a cuántos km equivale el radio de la tierra?

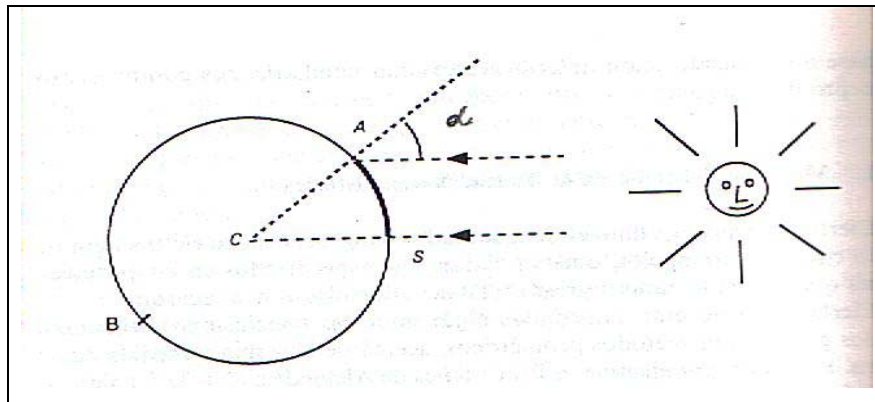
Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

Para el segundo punto se presentó el trabajo de Eratóstenes, aquí se les contó la historia:

“Observó Eratóstenes en Siena que la dirección de los rayos solares era perpendicular a la superficie terrestre en el solsticio de verano, mientras que en Alejandría tenía una cierta inclinación; pensó que este fenómeno podría ser debido a la redondez de la tierra.

Para demostrar sus pensamientos viajó siguiendo el curso del río Nilo, de una ciudad a otra, recorriendo en su camino aproximadamente la distancia de un meridiano, midió el espacio de separación de las dos poblaciones y lo fijó en unos 790km (5000 estadios).

En Alejandría midió el ángulo α que en pleno solsticio de verano formaban los rayos solares con la vertical, utilizando un gnomon⁷, obteniendo la quincuagésima parte de la circunferencia, $7^{\circ}12'$. Este ángulo resultaba igual al ACS⁸ de las verticales de Alejandría y Siena, debido a que los rayos solares en ambas poblaciones podía considerarlos paralelos dada la gran distancia del sol.



Con estas mediciones, resolvió el problema mediante una regla de tres: Comparó la longitud total de la circunferencia meridiana ASB con la del arco meridiano AS:

⁷ Reloj de sol que era utilizado en la antigüedad

⁸ Ángulo formado por las dos ciudades Siena y Alejandría.

$$\frac{2\pi R}{A\widehat{S}} = \frac{360^\circ}{\alpha} \Rightarrow 2\pi R = \frac{360^\circ \cdot A\widehat{S}}{\alpha} \Rightarrow R = \frac{360^\circ \cdot A\widehat{S}}{2\pi \cdot \alpha} = \frac{180^\circ \cdot A\widehat{S}}{\pi \cdot \alpha}$$

Con lo que llego a calcular la longitud del radio terrestre en función de la distancia de Alejandría a Siena, del ángulo de declinación de los rayos y el valor de π .”(LUENGO, 21, p. 119).

Para los estudiantes de cada una de las tres instituciones el vivenciar estos resultados fue algo sorprendente y despertó un interés por los contenidos matemáticos a la luz de la historia, como afirmaron algunos estudiantes como María “*que actividad tan bacana*”, otros como Carlos decían “*así si nos gustan las matemáticas*”.

Pues concordamos con (RÍBNIKOV, 27, p. 10), quien afirma que:” *en los trabajos de carácter histórico matemáticos se reconstruye la riqueza del contenido real del desarrollo histórico de las matemáticas. Además que los trabajos histórico matemáticos descubren las variadas relaciones de las matemáticas. Entre ellas: las relaciones de las matemáticas con las necesidades prácticas y la actividad de los hombres, con el desarrollo de otras ciencias.*”

Teniendo en cuenta este hecho trascendental y el objetivo de nuestro trabajo de establecer conexiones de las matemáticas con otras áreas se plantearon las tres actividades. (Ver guías de aplicación).

Con el desarrollo de estas actividades buscamos encaminar la investigación hacia el logro del objetivo planteado, cada una de estas estaba enfocada a presentar aplicaciones en el área de Física, Medicina y Arte y sus conexiones con el concepto de razón y proporción.

ACTIVIDADES DE APLICACIÓN



NOMBRE: _____ **CURSO:** _____

Practicantes: Martha Buitrago y Adrián Mojica **Institución:** _____

Profesor: _____

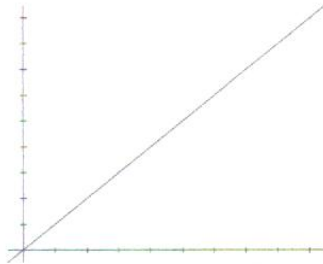
Objetivo: Observar situaciones problema en el área de física estableciendo conexiones con las razones y proporciones.

1. Un ciclista estadounidense recorre 32,5km, y desea saber cuál fue el recorrido en pies y en millas. 1m=3,281pies y 1milla=5.280pies.
Explica el procedimiento.

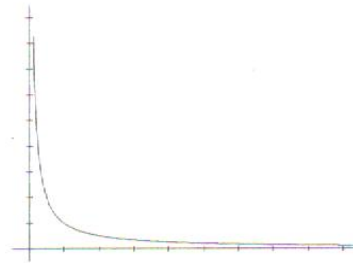
2. Un automóvil se mueve con una velocidad uniforme a razón de 90km/h durante 7 horas
 - a. Calcula la distancia recorrida.
 $dis\ tan\ cia = velocidad \times tiempo$. Es decir $d = vt$, donde d es la distancia y v es la velocidad.

 - b. Si aumenta o disminuye el tiempo que sucede con la distancia. Qué puede concluir.
 - c. Si aumenta o disminuye la velocidad que pasa con el tiempo. Qué puede concluir.
 - d. Haz una gráfica en el plano cartesiano de b (d vs t) y de c (V vs t).

Graficas de Proporcionalidad



PROPORCIÓN DIRECTA



PROPORCIÓN INVERSA

3. **Fuerza** es todo aquello que es capaz de producir, modificar o producir un movimiento. La **masa** de un cuerpo es la cantidad de materia que lo forma y la **aceleración** es la variación de velocidad. La fuerza que actúa sobre un cuerpo es igual al producto de la masa de cuerpo por la aceleración que le imprime.

$F = m.a$ donde m es la masa y a la aceleración

- a. Qué relación hay entre m y a .
- b. Gráfica esa relación.

4. La energía cinética E_C es la que tiene un cuerpo en virtud de su movimiento, por ejemplo el Aire en movimiento como un huracán, tiene gran cantidad de energía cinética, puede levantar objetos pesados y llevarlos a grandes distancias.

$\frac{m}{2} = \frac{E_C}{V^2}$ donde m es la masa del cuerpo y V es su velocidad.

- a. Despeja de la formula E_C .
- b. Qué relación hay entre E_C y la V .
- c. Qué relación hay entre la masa y la velocidad.



NOMBRE: _____ **CURSO:** _____

Practicantes: Martha Buitrago y Adrián Mojica **Institución:** _____

Profesor: _____

Objetivo: Observar situaciones problemas en el área de la medicina estableciendo conexiones con las razones y proporciones.

1. Un doctor necesita dosificar un medicamento para niños el cual sabe que para cada 6 meses de edad la dosis es de dos gotas, pero el paciente que el tiene es de 4 años de edad. ¿Cuántas gotas de este medicamento se le deben suministrar a este niño?
2. La insulina es una hormona producida por el páncreas. La insulina ayuda a que los azúcares obtenidos a partir del alimento que ingerimos lleguen a las células del organismo para suministrar energía. En los diabéticos tipo I esta hormona no es producida por lo cual deben inyectársela. Con relación a las graficas siguientes conteste las siguientes preguntas.



- a. ¿Qué relación hay en el nivel de azúcar y las dosis de insulina?
 - b. ¿Qué relación hay en la insulina suministrada en la sangre y el nivel de azúcar de esta?
3. Un médico practicante necesita dar la dosis de un antibiótico para la eliminación de una infección a un joven de 13 años, el sabe que por cada dos años de edad se le inyectan 3mg del antibiótico. ¿Cuántos mg del antibiótico deben inyectársele al joven? ¿Qué relación hay entre la edad y la cantidad de antibiótico?
 4. El Índice de Masa Corporal (IMC) es un número que pretende determinar a partir de la estatura y el peso, el rango mas saludable de masa que puede tener una persona. Se utiliza como indicador nutricional desde 1980. El IMC resulta de dividir el peso expresado en kg y la altura al cuadrado expresada en metros.

$$IMC = \frac{\text{peso}(kg)}{\text{altura}^2 (mts)}$$
 - a. ¿Qué relación hay entre la masa y la altura?
 - b. ¿Cuál grafica representaría dicha relación?
 5. La leucemia es un grupo de enfermedades de la medula ósea que implican un aumento incontrolado de glóbulos blancos (leucocitos). Un grupo de médicos investigan un medicamento que ayude a disminuir el aumento de leucocitos.
 - a. ¿Qué relación debe existir entre el nivel de leucocitos y el número de dosis del medicamento para que este sea efectivo?
 - b. ¿Cómo sería la representación gráfica de dicha relación?



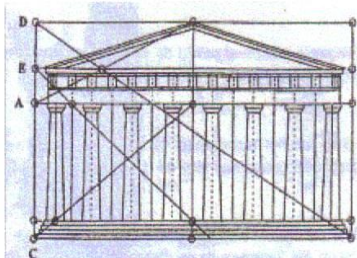
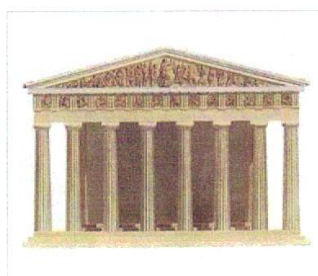
NOMBRE: _____ CURSO: _____

Practicantes: Martha Buitrago y Adrián Mojica Institución: _____

Profesor: _____

Objetivo: Establecer la relación de las razones y proporciones con el arte.

1. Leonardo Da Vinci estudio a profundidad la aparición de la razón Áurea (un número especial) en el cuerpo humano, obras de arte y toda la naturaleza.
 - a. Mide desde tu hombro hasta la punta de los dedos de la mano extendida. El resultado divídelo por la medida del codo hasta la punta extendida de los dedos. También mide tu altura total y divídelo por la medida de tu ombligo al suelo. ¿Cuánto sale?
2. El Partenón de Grecia es uno de los monumentos más importantes de la civilización griega antigua y se le considera como una de las más bellas obras arquitectónicas de la humanidad.



Si $AB = 30m$ y $CD = 18.6m$ con $AC = 11.5m$ ¿A qué razón están las medidas AB respecto a CD ? ¿Qué puedo decir de los segmentos $\frac{AB}{CD}$ y de $\frac{CD}{AC}$?

Del mismo modo que el número π es importante en matemáticas, hay otro número importante en geometría que está íntimamente ligado al arte. Supón que tienes un segmento y lo quieres dividir en dos partes de tamaños distintos. Esto puedes hacerlo de muchas formas, por ejemplo:

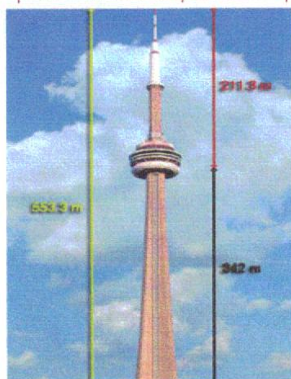


$$\frac{\text{parte mayor}}{\text{parte menor}} = \frac{3 \text{ unid.}}{1 \text{ unid.}} \quad \frac{\text{segmento total}}{\text{parte mayor}} = \frac{4 \text{ unid.}}{3 \text{ unid.}}$$

Pero solo existe una forma de dividir tal segmento, de modo que la relación (razón) entre el segmento total y la mayor de las partes sea igual a la que mantienen las dos partes entre sí, decimos que ambas partes se hallan en proporción áurea y su valor es el número de oro $FI = \Phi = 1.618$.



$$\frac{\text{parte mayor } (AB)}{\text{parte menor } (BC)} = \frac{\text{segmento total } (AC)}{\text{parte mayor } (AB)}$$



3. La Torre CN de Toronto con sus 553.3m de altura es la torre de comunicaciones más alta del mundo. Y fue construida entre 1973 y 1975, tiene un restaurante que esta a 342m del suelo que divide a las dos partes en una sección áurea.

¿Muestra que es esto cierto?

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

Por otra parte debemos resaltar la gran importancia que representó el contexto en el cual se desenvuelven los estudiantes en el diseño de este trabajo, evidencia de esto fue la expresión de algunos de ellos con respecto a la comprensión de los conceptos, la cual fue mejorada en el acercamiento a las situaciones que tenían algún tipo de relación con la realidad en la cual ellos se encuentran inmersos. Además la importancia del contexto no se restringe a la presentación de conceptos de una manera más sencilla, sino que brinda una mayor familiaridad con los mismos y le permite a quien esta aprendiéndolos superar el miedo al sistema algebraico, el cual surge en este caso como modelador de variables conocidas y no de una simple $x, y, z...$ sin sentido aparente.

CAPITULO 4.

ESTUDIANTES CONTRA SU PROCESO

Toda práctica pedagógica en la cual se haga uso continuo de la resolución de problemas como estrategia en la enseñanza de algunos conceptos, requiere de una revisión exhaustiva con respecto a las concepciones de los estudiantes, la forma de resolver cada una de las situaciones planteadas e incluso los métodos que usan para abordar cada una de estas.

Esta investigación no pudo escaparse de este mismo tipo de análisis, pues en ella usamos como guía, el planteamiento y respectiva solución por parte de los estudiantes de situaciones problema que giraron alrededor de los conceptos de razón, proporción y sus conexiones con otras áreas, cada una de estas situaciones se constituyó en parte de un taller que fue presentado a ellos en sus respectivas instituciones.

En este capítulo se presenta una descripción de cada una de las instituciones, el proceso que se realizó con los seis estudiantes de cada una de ellas, es decir el análisis de todas las actividades, en el cual se muestran las respuestas de los estudiantes y nuestra apreciación de cada una de ellas, las entrevistas a los sujetos de investigación⁹ y los fundamentos conceptuales propuestos por algunos autores alrededor de las temáticas en cuestión. Finalmente se presenta una confrontación entre las ideas que se produjeron en los tres colegios, esta se dirige alrededor de una serie de aspectos que consideramos relevantes para efectos de nuestro trabajo.

⁹ Cuando hablamos de sujetos de investigación, nos referimos al grupo de los 18 estudiantes

COLEGIO LA PRESENTACIÓN

Ubicado en la calle 6 # 5-50 del barrio la Presentación del Municipio de Piedecuesta.

“Fundado por la comunidad Hermanas de la Presentación, es una entidad con más de 108 años al servicio de la juventud piedecuestana de carácter privado, que busca impulsar el proceso de formación integral de los estudiantes mediante la personalización, culturización que permita la vivencia de los valores humanos cristianos, la formación de Líderes y la participación activa de cada uno en su formación personal y en la construcción de una sociedad más justa y fraterna.

El colegio la Presentación de Piedecuesta es una institución católica que sigue a Jesucristo y educa inspirado a la luz del evangelio, sigue las orientaciones de la iglesia como comunidad de creyentes acogiendo sus orientaciones y buscando transformar los jóvenes en sujeto de su propio desarrollo y entorno, de modo que descubra la presencia de Cristo en su propia existencia, lo identifica en cada persona y en el mundo creado por Dios.

Además tiene como misión orientar y facilitar el aprendizaje teniendo en cuenta las diferencias individuales de los estudiantes. La educación es un acompañamiento de cada joven en la conquista y desarrollo de sus diferentes dimensión.” (Manual De Convivencia, 7, p. 8).

La institución se encuentra en una residencia antigua considerada patrimonio municipal, a pesar de su tamaño solamente se encuentra un curso por cada grado. El curso que hizo parte de nuestra investigación tiene 23 estudiantes, de los cuales la mayor parte son niñas, pues este colegio se fundó con esta intención.

Este curso se caracteriza por su buen comportamiento, con algunas excepciones, es dinámico, respetuosos en el trato entre ellos, con los docentes y demás personal de la institución. Los estudiantes considerados para la investigación fueron seleccionados al azar como en las otras instituciones, a continuación los presentamos...

ESTUDIANTES.

Wendy Paola Florez

14 años

Inteligente

Extrovertida

Alegre

Responsable

Lugar de Residencia San Francisco de la Cuesta



Fernando Monrroy

14 Años

Alegre

Dinámico

Responsable

Lugar de Residencia La Macarena



Giseth Alexandra Zapata

14 Años

Vanidosa

Alegre

Responsable

Le gustan las Matemáticas

Lugar de residencia San Telmo



Natalia Juliana Crusellas

13 Años
Alegre
Inteligente
Le gusta la Lectura
Lugar de residencia El Refugio



María Camila Isaza

13 Años
Dinámica
Líder
Le gusta el deporte
Le agrada escuchar música
Lugar de residencia Piedecuestana Centro



José Fernando Aguilar

15 años
Alegre
Compañerista
Muy sociable
Le agrada el deporte
Le gustan las Matemáticas
Lugar de Residencia Ruitoque Condominio



COLEGIO TECNICO VICENTE AZUERO

Ubicado en la carrera 24 # 22-05 del municipio de Floridablanca.

Fundado en el año 1979.

“Es una institución de carácter público, que tiene sus fundamentos en la sana doctrina filosófica de autoconstrucción, partiendo de la realidad que vive el pueblo colombiano, con el horizonte latinoamericano y ejerciendo intencionalmente la facultad del recto y lógico pensamiento, para restaurar los

valores fundamentales, los que son esenciales para proyectar al joven de hoy a una sociedad del mañana donde él mismo es el constructor de su propio destino.

La institución busca la formación integral de personas para que sean Constructores de su propio destino; autocríticos con la capacidad de servicio a la comunidad y bases técnicas para tener acceso a la educación superior y para el desempeño laboral.” (PACTO DE CONVIVENCIA, 9, p. 8).

Esta institución posee una amplia planta física y tiene gran demanda estudiantil, razón por la cual existen varios cursos del mismo grado, para efectos de nuestra investigación trabajaremos con un curso (9-3) de los tres que existen en esta institución.

Este curso (9-3) tiene 40 estudiantes, los cuales trabajan con responsabilidad y disciplina, es un grupo muy agradable. A continuación presentaremos al grupo de los seis estudiantes que hicieron parte de nuestro grupo de investigación.

ESTUDIANTES.

Brayan Vladimir Márquez

14 Años

Sencillo

Introvertido

Le gusta las matemáticas.

Lugar de residencia Anda Lucia.



Kelly Johana Ríos

14 Años

Extrovertida

Alegre

Ama el deporte

Lugar de residencia Lagos II



Brayan Alberto Chacón

14 Años

Extrovertido

Amante de los video juegos

De buen humor “le gusta llamar la atención”

Lugar de residencia Lagos I



Milena Escobar

14 Años

Extrovertida

Alegre

No le gustan las Matemáticas

Lugar de Residencia Palomitas



Katy Lizeth Acevedo

14 Años

Responsable

Alegre

Extrovertida

Pila para las matemáticas

Lugar de residencia Lagos V



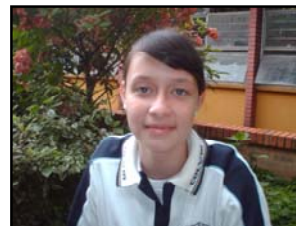
Lesly Johana Gallo

14 años

Responsable

Introversa

Lugar de residencia Lagos II



COLEGIO LAS AMÉRICAS

Ubicado en la calle 34 # 35-109 en el barrio Álvarez de la ciudad de Bucaramanga, es una institución de carácter público que busca orientar a la juventud santandereana por el amor hacia la ciencia, la tecnología, la cultura y la formación en valores para acceder a una convivencia armónica en el ámbito social.

“Fundamentada en el principio de igualdad como derecho inherente del ser humano, ofrece una formación holística, con énfasis en creencia y tecnología, siguiendo criterios de pertenencia, responsabilidad, ética social, libertad y autonomía.” (PACTO DE CONVIVENCIA, 8, p. 7).

Esta institución cuenta con una amplia planta física una gran demanda estudiantil, razón por la cual existen varios cursos del mismo grado, para efectos de nuestra investigación trabajaremos con un curso (9-1) de los tres que existen en esta institución.

El curso 9-1 es un grupo numeroso, consta de 38 estudiantes, es heterogéneo respecto a las actitudes de los estudiantes, encontramos estudiantes aplicados, indisciplinados, algunos muy activos y otros pasivos. Es un grupo que le dificulta acatar ordenes y no siempre esta dispuesto al trabajo, en algunas ocasiones notamos su indisposición para el desarrollo de las actividades, consideramos que una de las causas es el horario, pues la clase era a la penúltima hora además el constante cese de actividades por motivos de paro o actividades institucionales contribuían a esta situación.

Aunque el grupo de estudiantes que hacen parte de la investigación fueron seleccionados al azar creemos que es una buena representación del grupo en general.

A continuación presentaremos a estos seis estudiantes:

ESTUDIANTES

Brayan Leonardo Becerra

13 años

Activo

Responsable

Le gusta el fútbol

Habla constantemente en clase

Lugar de residencia kilómetro 8

Vía Pamplona.



Cristian Julián Gómez

14 años

Tímido

Responsable

Centrado en cada una de las actividades

Le gusta llenar crucigramas

Lugar de residencia Albania



Antonio Morgado

14 Años

Pasivo

Alegre

Muy distraído

Le gusta el fútbol

Lugar de residencia Albania



Yurley Andrea Cristancho

14 Años

Alegre

Noble

Muy habladora

Le gusta escuchar música

Lugar de residencia Álvarez



Soley Sánchez

15 Años

Alegre

Compañerista

Trabaja rápido para luego
hablar con sus compañeras

Le gustan las matemáticas

Lugar de residencia Albania



Marcela Pabón

13 Años

Alegre

Le gusta el deporte

Introvertida

Muy callada

Lugar de residencia Miraflores



En esta parte del trabajo nos dedicaremos a presentar las soluciones que dieron los estudiantes respecto a algunos de los problemas que constituyeron las actividades, a tratar de analizar sus respuestas y finalmente confrontarlas con las opiniones de algunos autores con referencia a la situación planteada.

En cada una de las respuestas presentadas y los apartes de la entrevista usaremos las iniciales de la institución a la cual pertenece el estudiante, con el fin de organizar de una mejor manera la revisión.

“Inicialmente yo no recordaba lo que era una razón pero al leer y analizar los problemas pude entender y solucionarlos “

(GISETH A., ENTREVISTA C.P¹⁰ 15 DE JUNIO DE 2007).

¹⁰ C.P: Colegio la Presentación

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

Estas palabras fueron pronunciadas por esta estudiante, sin embargo no representan solo su pensamiento sino el de la mayor parte de quienes hicieron parte del grupo de investigación en esta institución.

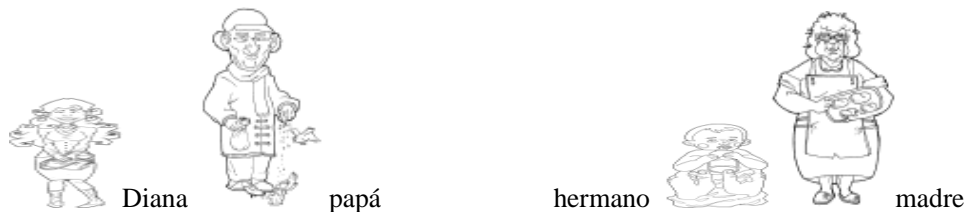
Por otra parte, en el colegio de las Americas, encontramos la opinión de un estudiante, con respecto a la actividad inicial.

“Fue difícil al principio, no entendía me toco leer y leer para saber que había que hacer” (BRAYAN L., ENTREVISTA C.A¹¹ 12 DE JUNIO DE 2007)

Las tendencias actuales de la educación apuntan al desarrollo de una excelente comprensión lectora por parte de los estudiantes, prueba de eso son los exámenes de estado, los cuales se caracterizan por la presentación de actividades que requieren el ejercicio del análisis, interpretación y argumentación a partir de un texto, una gráfica o una situación problema.

La prueba diagnostica se realizo de manera individual, en el primer punto de esta actividad los estudiantes debían determinar la diferencia que existía entre la edad de algunos personajes en comparación con otros.

1. La altura de Diana es de 1m y la de su padre es de 2m, ella quiere saber a cuanto esta su altura de la de su papá. Además sabe que la altura de su mamá es de 1.6m y la de su hermano es de menor 0.4m. ¿Cuánto esta la altura de su mamá a la de su hermano?



¹¹ C.A: Colegio las Americas

Solucion=>

1. $D=1m, P=2m, M=1,6m, H=0.4$

1.6	160cm
0.4	40cm
1.2m	120cm

Figura 1. Guía diagnostica respuesta uno de Natalia J. C.P

Aquí podemos ver el manejo que hace la estudiante de los conceptos de diferencia y también se nota como usa conversiones entre unidades, para hacer un poco más comprensibles los resultados que le aparecen al intentar resolver la situación problema. Otros estudiantes que también hicieron parte del grupo de investigación dieron respuestas similares aunque el procedimiento de resolución no fue tan completo como en el caso de Natalia, simplemente determinaron el resultado, sin embargo nosotros esperábamos que establecieran la relación entre las estaturas, es decir en la guía la altura de Diana con respecto a la de su padre es de tanto a tanto. Aunque la respuesta que dieron Natalia, Wendy, José Fernando y Maria Camila del colegio La Presentación, corresponde a la concepción que maneja la mayor parte de los estudiantes en cualquier institución y la cual pudimos corroborar en esta investigación, como se puede observar en la respuesta dada por Kelly del colegio Vicente Azuero.

esta su

su

$1.6 - 0.4 = 1.2m$

Figura 2. Guía diagnostica respuesta uno de Kelly J. C.V.A¹²

Por otra parte, se nota que el razonamiento que realizan los estudiantes del Colegio Vicente Azuero, es netamente operativo como se expresa anteriormente, no muestran ningún tipo de análisis e interpretación a

¹² C.V.A: Colegio Vicente Azuero

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

excepción del presentado por Katty, quien utiliza otro tipo de argumentación en el que da muestra de una estructura multiplicativa.

hermano es de menor 0.4m. ¿Cuánto esta la altura de su mamá a la de su hi
4 veces esta el hermano a la altura de su mamá.

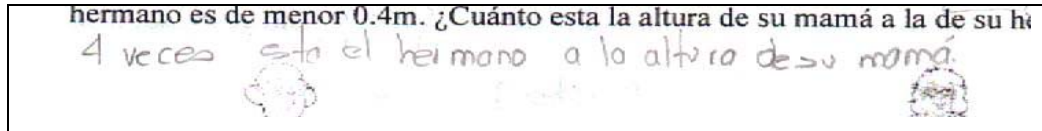


Figura 3. Guía diagnostica respuesta uno de Katty L., C.V.A

Una respuesta similar fue presentada por Brayan del colegio las Americas

1

$$\begin{array}{r} 0.4 \\ \times 4 \\ \hline 1.6 \end{array}$$

4 veces

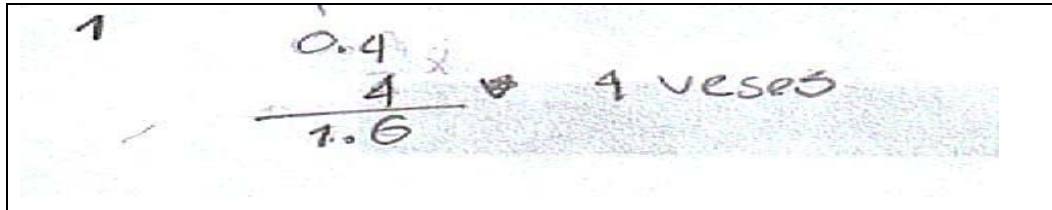


Figura 4. Guía diagnostica respuesta uno de Brayan L., C.A.

Para el numeral dos se continúa evidenciando la estructura aditiva que maneja la mayoría de los estudiantes al resolver una situación problema de este tipo.

2. En un aula por cada 7 alumnos hay 4 alumnas, si en el salón hay 16 alumnas ¿Cuántas alumnos hay?

3

$$\begin{array}{r} 7 - 4 \\ 7 - 4 \\ 7 - 4 \\ 7 - 4 \\ \hline 28 \end{array}$$

16

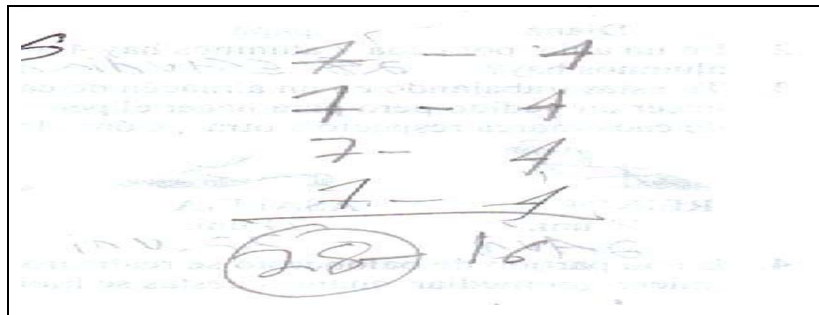


Figura 5. Guía diagnostica respuesta dos de Brayan V. C.V.A

Como lo afirma. (CARREÑO, 5, p.40), en algunas ocasiones la multiplicación aparece como una suma sucesiva de sumandos iguales, donde no se permite relacionar la multiplicación con el concepto de proporcionalidad, es por ello que en ocasiones los estudiantes consideran que la proporcionalidad se mantiene en una operación de adición y no de multiplicación

Y nuevamente podemos evidenciar este tipo de estructura aditiva es la más utilizada por los estudiantes en el momento de solucionar cualquier situación problema que corresponda a este prototipo.

Por otra parte, la respuesta 3 de Cristian del colegio las Americas no refleja las razones entre las marcas de calzado pero si establece una relación entre dos marcas tomando como referencia una de ellas y presentando la diferencia existente entre las dos, nos pareció importante destacarla, pues se empieza a notar una interpretación de los datos.

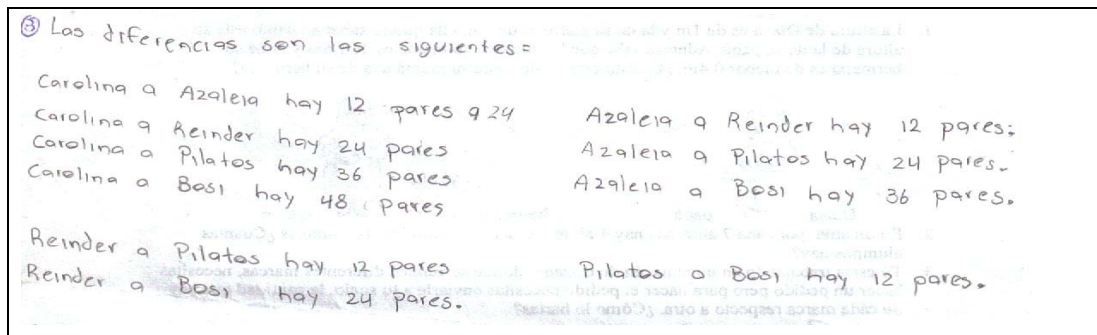


Figura 6. Guía diagnostica respuesta tres de Cristian J. C.A

Teniendo en cuenta las palabras de Labarrere que afirma *“Resulta necesario contemplar la solución de problemas no solo como una actividad cuya enseñanza posibilita a los alumnos a enfrentarse a los problemas de la escuela y la vida fuera de ella, sino también como una vía de alcanzar niveles altos en su desarrollo intelectual; en las formas del pensamiento y en su disposición general para investigar y comprender los fenómenos de la realidad”*. (LABARRERE, 19, p. 2).

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas


En la segunda actividad se presentó una pequeña explicación del concepto de razón, y un ejemplo donde debían usar este concepto, parece que esto ocasionó que los estudiantes comprendieran un poco más las comparaciones, además la socialización que se presentó posterior a la guía diagnóstica trajo mayor claridad al respecto.

Cuando dos magnitudes homogéneas se comparan, existe una relación o razón entre ellas.


Razón: Es el cociente entre los términos de una relación.

$\frac{3}{4}$ se lee 3 es a 4 $\frac{A}{B}$ se lee A es a B además

Ejemplo: Juan es un policía bachiller que está trabajando en el Jardín Botánico su jefe le pregunta. ¿Que relación o razón hay entre la altura del árbol de Caracolí que mide 36m y la altura del árbol de caucho que mide 48?



Caracolí



Caucho

Respuesta: $\frac{36}{48} = \frac{3}{4}$ la altura del árbol de Caracolí respecto a la altura de la de caucho.

En el ejemplo que se presentó, las magnitudes fueron simplificadas sin especificarlo, sin embargo en el desarrollo de las guías se ve como los estudiantes hicieron uso de esta herramienta para describirlas en su mínima expresión es decir que fueran irreducibles¹³.

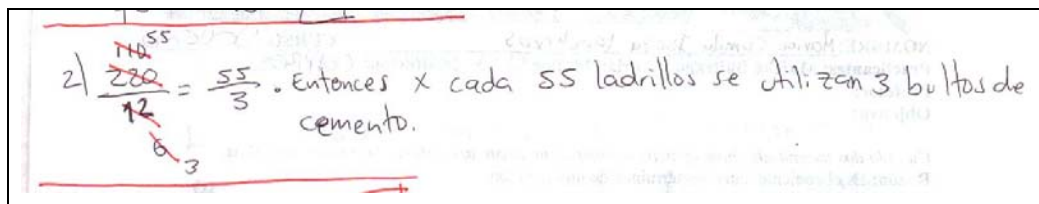


Figura 7. Guía dos respuesta dos de Maria C., C.P

¹³ Una fracción es irreducible si el máximo común divisor entre el numerador y el denominador es 1.



Figura 8. Guía dos respuesta dos de Kelly J., C.V.A

Observamos que establecieron la razón de manera correcta, posteriormente simplificaron la respuesta y al final la mayoría dio un interpretación a la misma, en la socialización ratificaron la comprensión de la situación problema planteada y los resultados a los que llegaron.

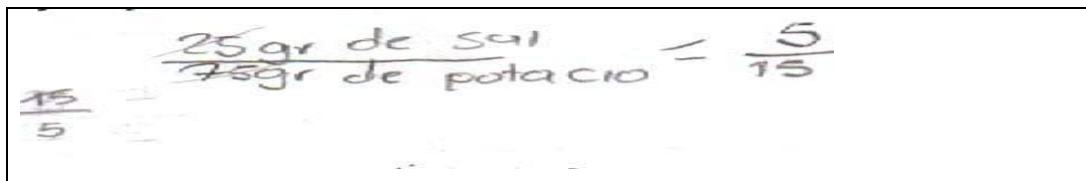


Figura 9. Guía dos respuesta uno de Brayan A. C.V.A

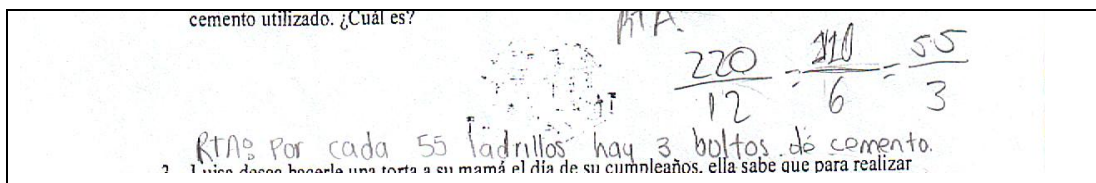


Figura 10. Guía dos respuesta tres de Soley. C.A

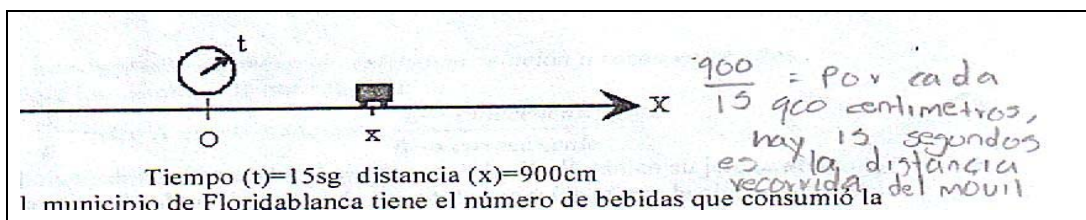


Figura 11. Guía dos respuesta cuatro de Yurley A. C.A

“Después pude mejorar y comprender que una razón es una comparación entre dos cosas, es un cociente o un fraccionario.”

(BRAYAN, ENTREVISTA. C.V.A 12 DE JUNIO 2007).

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

Referente a estas palabras encontramos afirmaciones de autores que esclarecen de alguna manera el significado de razón y el tipo de comparación que se realiza comúnmente por parte de los estudiantes.

Batanero, C. Afirma que las razones se refieren a cantidades de magnitudes medibles cada una con su respectiva unidad pero que de igual manera existen diferencias con las fracciones ya que las razones comparan objeto heterogéneos es decir que se pueden establecer con unidades diferentes mientras que en las fracciones se comparan objetos de la misma unidad de medida, se confunde debido a que en algunas ocasiones se utiliza el mismo tipo de notación, la fraccionaria, pero no siempre es la manera de representar una razón, por otra parte en las fracciones el denominador no puede ser cero. De igual manera las razones no siempre son números racionales aquí aparece una notable diferencia con las fracciones porque estas siempre son interpretadas como cocientes de enteros.



Figura 12. Guía dos respuesta tres Brayan A. C.V.A

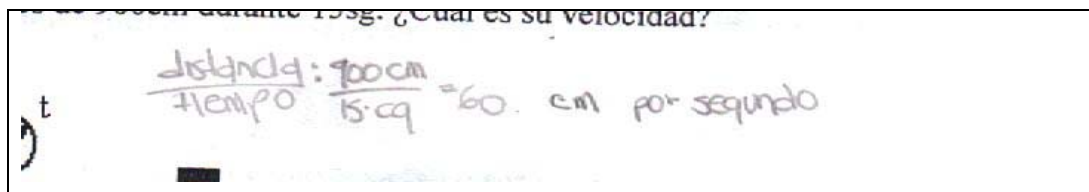


Figura 13. Guía dos respuesta cuatro de Lesly J. C.V.A

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

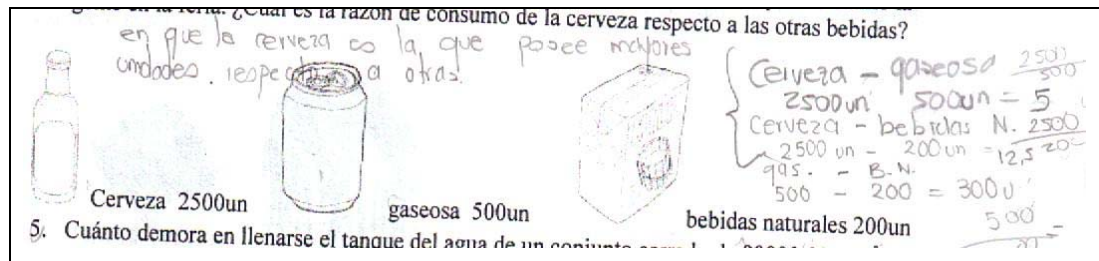


Figura 14. Guía dos respuesta cinco de Katty L., C.V.A

La mayoría de los estudiantes realizaron las comparaciones de manera correcta, estableciendo las razones que correspondían a cada situación problema sin embargo fueron pocos los que le dieron interpretación a las mismas.

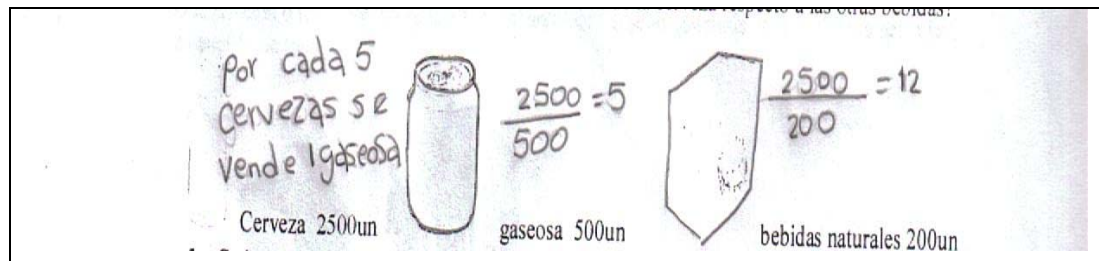



Figura 15. Guía dos respuesta cinco de José F., C.P

En su respuesta se nota como el joven empezó a relacionar e interpretar los elementos que se estaban comparando, lo cual representa un gran avance, pues no se restringió a establecer la razón únicamente. Esto es muestra que el conocimiento esta siendo interiorizado pues se superó el algoritmo como fin único para hacer uso de este como herramienta para comprender la situación y darle respuesta en términos de sus componentes.

En una investigación, (LABARRERE, 19, p.2), afirma que: " *hay alumnos que aceptan los problemas de manera pasiva, sin reflexionar, de la manera en que han sido formulados y buscan simplemente la respuesta. Esto corresponde a la mayoría de los estudiantes, los cuales se restringieron únicamente a la aplicación de un proceso rígido y estático para determinar una solución, la cual es valida pero no responde a la dinámica subyacente a la situación problema planteada en primera instancia.*"


Más adelante encontramos la respuesta de un estudiante al numeral 7, en el cual hace uso de las fracciones equivalentes para determinar la solución.

7. Las edades de Juan y Pedro están a razón de 5 a 6 y su diferencia es 4 años. ¿Cuál es la edad de Juan y cuál la de Pedro?



Juan Pedro

7. Las edades de Juan y Pedro están a razón de 5 a 6 y su diferencia es 4 años. ¿Cuál es la edad de Juan y cuál la de Pedro?

$$\frac{5}{6} \times \frac{4}{4} = \frac{20}{24}$$


Juan 20 años Pedro 24 años

Figura 16. Guía dos respuesta siete de Fernando. C.P

Al analizar la respuesta que dio el estudiante Fernando Monrroy llegamos a pensar que el valor que usaba para amplificar hacía referencia a la diferencia dada en el problema, pero al estar en la entrevista con el nos comentó “Yo calculé la diferencia entre el numerador y el denominador y me dio uno, entonces como la diferencia debía ser 4, fui multiplicando el numerador y el denominador por el mismo número y calculaba la diferencia, hasta que encontré la que me pedían. Como el número que me servía para multiplicar fue 4, por eso lo escribí así” (FERNANDO, ENTREVISTA. C.P 15 DE JUNIO DE 2007).

Los estudiantes afirmaron que los problemas fueron muy interesantes, pues hacían referencia a situaciones de la vida cotidiana, sin embargo algunos de ellos aseguraron que en un primer instante las actividades fueron un poco confusas, pero esto fue mejorado por la definición que se daba sobre razón en

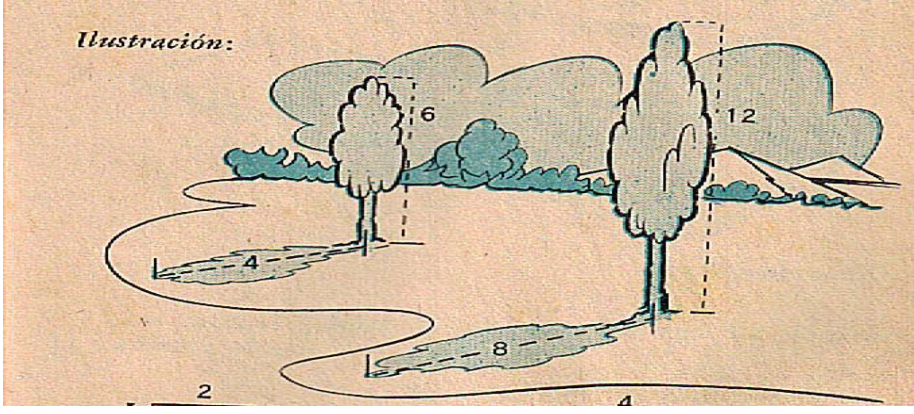
la primera parte de la guía. No obstante la conformidad de los estudiantes se dio por el hecho de haber determinado el número que representaba la solución, sin preocuparse por la articulación de un significado a la misma. Con respecto a lo anterior (COLOMBO, 10, p. 81), afirma que " *los estudiantes sienten que cuando piensan pierden el tiempo. Quieren hacer, medir, calcular sin profundizar en el ¿cómo?, el ¿por qué?, ni en el ¿para qué? Sin embargo, un trabajo guiado de reflexión grupal permite superar estas situaciones*". En nuestro caso pudimos notar que en el momento de la socialización de las actividades al realizar un análisis de las preguntas, los estudiantes notaron que no era suficiente con el resultado de la situación, sino que debían hacer una interpretación del mismo.

La tercera actividad tenía como finalidad reconocer el concepto de proporcionalidad en una situación problema y poder extraerlo de allí para formalizar sobre el mismo en cualquier otra situación.

En el numeral dos de esta actividad, se presentó una situación que iba a ser base para la introducción histórica del concepto y aplicación de la proporcionalidad.

2. Cuál es la razón de la altura de cada árbol con respecto a su sombra.
Que tienen en común las dos razones.

Ilustración:



La ilustración muestra un paisaje con un río que fluye de izquierda a derecha. Hay dos árboles. El árbol más pequeño a la izquierda tiene una altura de 6 unidades y una sombra que mide 4 unidades. El árbol más grande a la derecha tiene una altura de 12 unidades y una sombra que mide 8 unidades. En la parte inferior del dibujo, se indican las distancias desde un punto de referencia: 2 unidades hasta el primer árbol y 4 unidades hasta el segundo árbol. El fondo muestra montañas y nubes.

En lo que respecta al mismo, los estudiantes lograron determinar las razones que correspondían a cada uno de los árboles, observándose el mismo problema que en la actividad anterior, pues a pesar de determinarlo de manera algorítmica no se dio la interpretación para cada uno de ellos y menos en la relación entre ambos, aunque algunos estudiantes al simplificar obtuvieron resultados iguales, pero no dijeron nada al respecto.

Las respuestas de los estudiantes mantuvieron el matiz de falta de interpretación e incluso en una respuesta se evidenció un manejo errado del concepto de razón, el cual era la base para toda la construcción que se estaba dando.

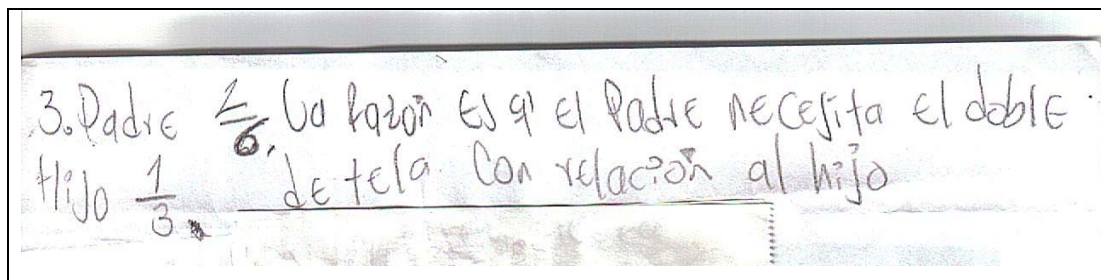


Figura 17. Guía tres respuesta tres de Kelly J., C.V.A

Aquí la estudiante presenta un manejo de la razón en términos de su significado en otra área del conocimiento, como las ciencias sociales o lenguaje, pues la presenta como la justificación de un evento y no como la relación entre un par de números, sin embargo en una respuesta posterior ella misma realiza una interpretación adecuada de una situación en la cual debía usar el concepto en cuestión.

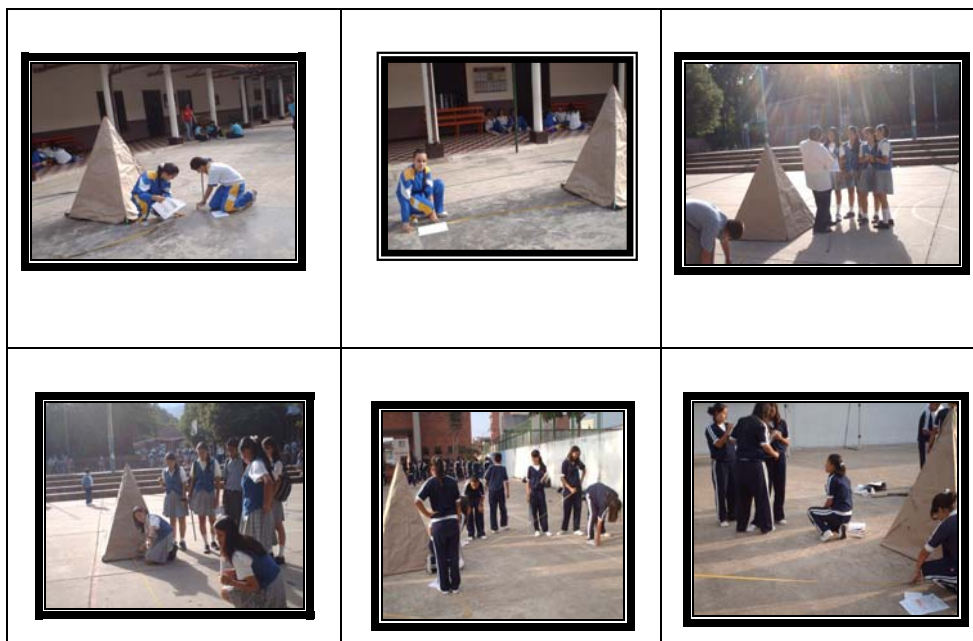
“La visión histórica transforma meros hechos y destrezas sin alma en porciones de conocimiento buscadas ansiosamente y en muchas ocasiones con genuina pasión por hombres de carne y hueso que se alegraron inmensamente cuando por primera vez dieron con ellas.” (GUZMAN, 15, p.11).

Reconociendo que la perspectiva histórica nos ayuda a visualizar las ciencias como algo cercano y real que se ha dado de manera paulatina y con mucho

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

esfuerzos para alcanzar significados importantes en el contexto social, consideramos que nuestros estudiantes deben conocer como fue el desarrollo y origen de teorías que hoy manejamos con tanta propiedad y sin detenernos a pensar en todas la implicaciones que se dieron para llegar a dichos resultados, además los docentes debemos propiciar ese clima de construcción de conocimiento de manera natural sin pretender que nuestros estudiantes descubran aceleradamente resultados que en la antigüedad tardaron mucho tiempo, es aquí donde el maestro juega un papel de monitor que encamina hacía los resultados esperados, mediando este proceso con las herramientas que nuestra sociedad actual permite, las cuales fueron a su vez construidas por otros hombres que nos antecedieron.

Para los estudiantes fue de gran motivación realizar una actividad por fuera del aula de clase, esta fue realizada de 7:00 a 8:00 a.m., pues notamos que era el instante propicio, ya que pruebas preliminares nos indicaban que en otra hora la sombra no se proyectaba de manera conveniente a nuestros intereses. Los estudiantes ubicados en la cancha con los materiales respectivos, empezaron a tomar las medidas, después de las debidas instrucciones y el recuento histórico.



En el momento de establecer las razones se aclaró que la base original de la pirámide es cuadrada, también fue necesario explicarles la necesidad de agregar a la medida de la sombra de la pirámide la mitad de la longitud de un lado de su base, para que las razones establecidas correspondieran, pues la proyección de la sombra se debe calcular desde la línea que representa su altura, pero esta se encuentra en el centro de la pirámide¹⁴, la cual corresponde a la mitad de la longitud de uno de los lados, por ser de base cuadrada.

Los resultados que obtuvieron para el modelo propuesto fueron bastante aproximados.

$$P_2 = \frac{60}{150} = \frac{x}{387} \quad \rightarrow \quad 387 \times \frac{60}{150} = x = \boxed{154.8}$$

$$\frac{360}{7} = \frac{x}{5000} = \frac{360}{7} \times 5000 = x = \boxed{257142.86}$$

Figura 18. Guía cuatro respuesta uno de Giseth A., C.P.

En el numeral 2 de esta misma actividad se presentó una situación problema que fue resuelta por Eratóstenes que consistió en la medición del radio de la tierra.

ERATÓSTENES (aprox. 276-194 a. C.). Fue el primer matemático de la historia en medir el radio de la tierra, contemporáneo de Arquímedes y Apolonio. Eratóstenes sabía que los rayos del sol inciden paralelamente sobre la tierra y además que la tierra es redonda, noto que en Alejandría un poste producía sombra con un ángulo de 7° mientras que en Siena no se producía sombra a la misma hora logrando obtener el siguiente esquema:

¹⁴ Definición de Pirámide regular: es la pirámide que tiene por base un polígono regular y el pie de su altura coincide con el centro de este polígono. En la pirámide regular las caras laterales son triángulos isósceles iguales.

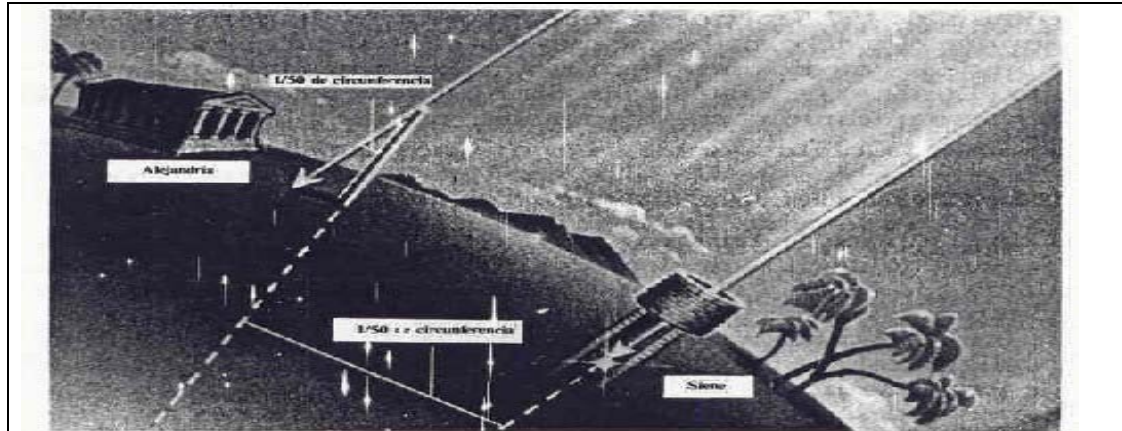
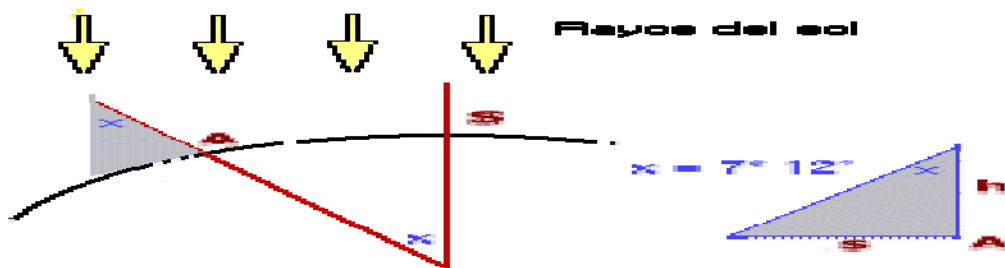


Figura 15. Eratóstenes calculó por primera vez la circunferencia terrestre, utilizando un esquema como éste para explicar la ausencia de sombras en Siena y su presencia en Alejandría en el mismo momento.

Luego midió la distancia entre Siena y Alejandría era de 5000 estadios, y teniendo el ángulo $X=7^\circ$ ¿Cómo hizo para medir el radio?



Nota: La **formula de la longitud de la circunferencia** es de $L = 2\pi R$.
¿Si un estadio equivale a 0.156 Km., a cuántos Km. equivale el radio de la tierra?

Inicialmente se les recordó a los estudiantes que la medida en grados de una circunferencia es de 360, también se les dijo que históricamente se conocía que en el arco que se formaba entre las ciudades de Siena y Alejandría se tenía en un ángulo de 7 grados, estas dos medidas fueron usadas para establecer una razón, de la misma forma se determinó otra razón entre la distancia de las dos ciudades antes nombradas y la longitud de la tierra $L = 2\pi R$, con el fin de calcular el radio de la tierra por medio de un sencillo despeje de la variable en estudio.

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

Handwritten work by Wendy P., C.P. showing calculations for a circle's circumference and area. The work includes the following steps:

$$C = 2\pi r = 5000$$

$$\frac{2\pi r}{360^\circ} = \frac{5000}{7^\circ}$$

$$2\pi r \cdot 7^\circ = 5000 \cdot 360^\circ$$

$$r = \frac{5000 \cdot 360^\circ}{2\pi \cdot 7^\circ} = \frac{5000 \cdot 51.42}{2\pi} = \frac{257100}{6.28} = 40939.49$$

$$r = 40939.49$$

Additional calculations shown:

$$1 = \frac{1800.000}{7}$$

$$100 \cdot 40939.49 = 4093949$$

$$10 \cdot 4093949 = 40939490$$

$$1000 \cdot 4093949 = 4093949000$$

$$10000 \cdot 4093949 = 40939490000$$

$$100000 \cdot 4093949 = 409394900000$$

$$1000000 \cdot 4093949 = 4093949000000$$

Figura 19. Guía cuatro respuesta dos de Wendy P., C.P

Handwritten work by Milena, C.V.A. showing calculations for a circle's radius and circumference. The work includes the following steps:

$$C = 2\pi r = 5000$$

$$\frac{2\pi r}{360^\circ} = \frac{5000}{7^\circ}$$

$$2\pi r \cdot 7^\circ = 5000 \cdot 360^\circ$$

$$r = \frac{5000 \cdot 360^\circ}{2\pi \cdot 7^\circ} = \frac{5000 \cdot 51.42}{2\pi} = \frac{257100}{6.28} = 40939.49$$

$$r = 40939.49$$

Additional calculations shown:

$$\frac{1 \text{ es}}{0,156 \text{ km}} = \frac{4095 \text{ e}}{\text{km}}$$

Figura 20. Guía cuatro respuesta dos de Milena, C.V.A

“En el marco del proceso de aprendizaje, la enseñanza de contenidos ha predominado sobre el desarrollo de procesos de pensamientos, lo que ha conducido a que el estudiante se centre exclusivamente en los productos, tenga una visión estática de los fenómenos y no la relacione con las diversas áreas del conocimiento”. (LÓPEZ, 20, p. 1).

Teniendo en cuenta esta afirmación y el objetivo de nuestra investigación desarrollamos las actividades de aplicación con este grupo de estudiantes, quienes en el momento de la socialización nuevamente dejaron ver que para ellos es más importante obtener los resultados pedidos que hacer una interpretación de los mismos. Para la respuesta del numeral 1 afirmaron que fue más difícil porque no recordaban el manejo de medidas pero

posteriormente se dieron cuenta que lo podían solucionar aplicando regla de tres.

“Este problema me pareció difícil por las medidas utilizadas (estadios y grados).” (ANTONIO, ENTREVISTA. C.A 12 DE JUNIO).

Aquí nuevamente sale a relucir que la mayoría de nuestros estudiantes no tienen un manejo de las diferentes unidades de medidas, para algunos les resulta un poco complicado y en la mayoría de los casos esto de alguna manera restringe el proceso.

Como se observa del trabajo de (OBANDO, et al. 24, p. 77), en la vida diaria son muy comunes diversas situaciones que hacen referencia al concepto de proporcionalidad, además este concepto está íntimamente ligado con otras áreas del conocimiento que en muchas ocasiones utilizamos sin darle la interpretación correspondiente y el grado de utilidad que tiene en dicha disciplina, a continuación presentaremos algunas áreas del conocimiento en las cuales se ve claramente la aplicación del concepto de razón y proporción.

Las actividades que se presentaron en las siguientes secciones tenían que ver con aplicaciones de las proporciones en otras ciencias, al respecto, (GUACANEME, 14, p. 63), afirma que las ideas de proporción y proporcionalidad a pesar de su importancia no son encontradas en muchas aplicaciones o estas no son puestas al alcance de todos los estudiantes. Quizá por esta razón se vea esta temática como parte de una disciplina en particular, y no como inmersa en otras áreas del conocimiento por medio de las conexiones que esta tiene con aquellas.

Si cada uno de los estudiantes llegará a tener conocimiento de las conexiones de las proporciones con otras áreas sentiría una atracción mayor por el aprendizaje, en lo que concierne a esto algunos autores como, (LUENGO, 21, p. 42), proponen que debemos buscar relaciones entre la proporcionalidad y

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

otras áreas como ciencias naturales, lenguaje, ciencias sociales, etc. Las cuales son áreas donde no se han establecido estos planteamientos, a través de los textos y en las clases mismas por los docentes de forma concreta y didáctica.

La primera actividad presentaba relaciones con el área de física, nuestro objetivo era la determinación de las conexiones existentes entre esta área y los conceptos de proporción. El primer numeral hacía referencia a la determinación del recorrido que realizaba un ciclista.

1. Un ciclista estadounidense recorre 32,5km, y desea saber cuál fue el recorrido en pies y en millas. $1\text{m}=3,281\text{pies}$ y $1\text{milla}=5.280\text{pies}$. Explica el procedimiento.

Para los estudiantes fue bastante complejo en un primer momento, pues las unidades en que fue presentada la situación problema, a pesar de ser conocidas no han sido de uso común para ellos, sin embargo lo resolvieron al aplicar reglas de tres, con el fin de expresarlo todo en términos comunes, al respecto (CARREÑO,5,p. 57), afirma que los estudiantes usan la regla de tres continuamente frente a este tipo de situaciones, pues es un modelo muy válido siempre que el mismo lo vea como un recurso dinámico y no como una simple operación que le arroja un resultado que está buscando.

“Con la expresión regla de tres se designa un procedimiento que se aplica a la resolución de problemas de proporcionalidad en los cuales se conocen tres de los cuatro datos que componen las proporciones y se requiere calcular el cuarto. Aunque aplicado correctamente el razonamiento supone una cierta ventaja algorítmica en el proceso de solución, ya que se reduce a la secuencia de una multiplicación de dos de los números, seguida de una división por el tercero, con frecuencia muchos alumnos manipulan los números de una manera aleatoria y sin sentido de lo están haciendo. En cierto modo el

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

algoritmo les impide comprender la naturaleza del problema, sin preocuparse de si la correspondencia entre las cantidades es de proporcionalidad directa, inversa, o de otro tipo. La regla de tres se llega a aplicar de manera indiscriminada en situaciones en las que es innecesaria o impertinente.” (GODINO & BATANERO, 15, p. 14).

Por otra parte (OBANDO, et. al, 24, p. 78), afirma que:”la regla de tres es un proceso algorítmico que sintetiza los elementos conceptuales y procedimentales que fundamentan la proporcionalidad directa. En este sentido, ella deberá ser vista como resultado de haber estudiado todo lo relativo a la proporcionalidad directa y no como tradicionalmente se hace, el punto de partida para su estudio.

Handwritten student work on grid paper showing three conversion problems using the rule of three:

1. Kilo \rightarrow 1,000 mts
32.5 Kilo \rightarrow X
 $X = \frac{32.5 \text{ Kilo} \times 1,000 \text{ mts}}{1 \text{ Kilo}}$
 $X = 32,500 \text{ mts.}$

1 mt \rightarrow 3,281 pies
32,500 mts. \rightarrow X
 $X = \frac{1 \text{ pie} \times 32,500 \text{ mts}}{3,281 \text{ mts}}$
 $X = 9,905,516 \text{ pies.}$

1 milla \rightarrow 5,280 pies
9,905,516 pies \rightarrow X
 $X = \frac{1 \text{ milla} \times 9,905,516 \text{ pies}}{5,280 \text{ pies}}$

Figura 21. Guía cinco respuesta de Gliseth A, P, C.P.

Handwritten student work on grid paper showing conversion steps:

32,5 km \rightarrow 32,5 x 1,000 = 32,500 m

1. millas = 1 m = 3,281 pies
1 milla = 5,280 pies
1 m \rightarrow 3,281 pies
32,500 \rightarrow X
 $X = 3,281 \text{ pies } 32,500$
 $X = 10,66.325$

Figura 22. Guía cinco respuesta de Bryan V. C.V.A

Para los siguientes numerales de esta actividad se abordaron situaciones problemas relacionadas con la velocidad, la fuerza y la energía cinética. Además se les presentó las graficas de proporcionalidad directa e inversa.

“Las graficas nos hacen un gran aporte para entender los problemas.”
(SOLEY, ENTREVISTA. C.A 12 DE JUNIO DE 2007).

“Las graficas nos ayudan a entender mas el problema.”
(JESSICA, ENTREVISTA. C.A 14 DE JUNIO DE 2007)

“Las gráficas nos ayudan como para no quedarnos siempre en lo mismo. Nos ayudan ha aprender más, algunas nos indican que se esta aplicando y como se deben emplear”, (WENDY, ENTREVISTA. C.P JUNIO 15 DE 2007)

Al analizar un poco el comentario de estos estudiantes, se logra entender que los elementos presentados son muy validos, pues adquieren el valor de ser una forma diferente de observar el mismo concepto, y además lo esclarecen. Además se nota en el mismo comentario que para ellos la gráfica no se restringe a la descripción del fenómeno en estudio, sino que esta les permite realizar inferencias sobre la construcción bajo condiciones similares, pero con diferentes valores para alguna de las variables. (MUÑOZ, 22, P. 2), presenta los gráficos como una estrategia para clarificar aspectos relacionados a una situación problema.

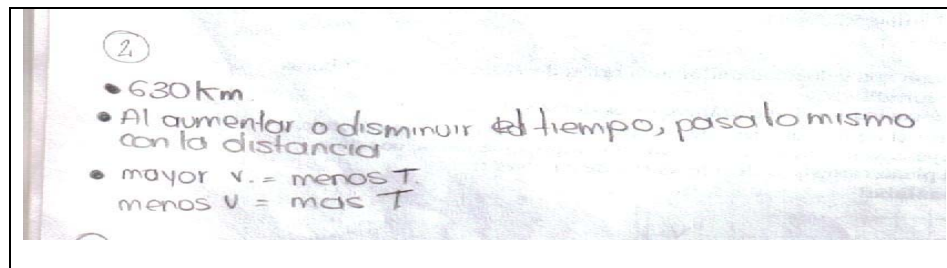


Figura 23. Guía cinco respuesta dos Lesly J. C.V.A

En el numeral tres y cuatro de la actividad presentamos los conceptos de fuerza y energía cinética, primero con una definición sencilla, posteriormente la relación con los elementos que intervienen en cada uno de estos y finalmente una actividad de interpretación de los mismos con ayuda de gráficas que debían realizar para lograr una mejor comprensión de los conceptos.

3. **Fuerza** es todo aquello que es capaz de producir, modificar o producir un movimiento. La **masa** de un cuerpo es la cantidad de materia que lo forma y la **aceleración** es la variación de velocidad. La fuerza que actúa sobre un cuerpo es igual al producto de la masa de cuerpo por la aceleración que le imprime.

$$F = m.a \quad \text{donde } m \text{ es la masa y } a \text{ la aceleración}$$

- Qué relación hay entre m y a .
 - Gráfica esa relación.
4. La energía cinética E_C es la que tiene un cuerpo en virtud de su movimiento, por ejemplo el

Aire en movimiento como un huracán, tiene gran cantidad de energía cinética, puede levantar objetos pesados y llevarlos a grandes distancias.

$$\frac{m}{2} = \frac{E_C}{V^2}, \quad \text{donde } m \text{ es la masa del cuerpo y } V \text{ es su velocidad.}$$

- Despeja de la formula E_C .
- Qué relación hay entre E_C y la V .
- Qué relación hay entre la masa y la velocidad.

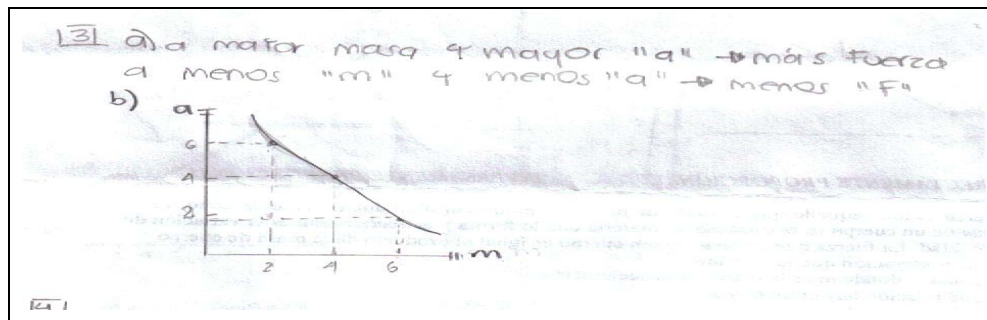


Figura 24. Guía cinco respuesta tres de Natalia J. C.P.

En la respuesta presentada por Natalia, se nota un avance con respecto a la pregunta, porque esta pretendía la determinación de la relación entre la masa y la aceleración, sin embargo ella determina la variación de la fuerza como sujeta a las componentes anteriores, al realizar esto fue más fácil para ella construir el modelo gráfico de esta situación, de manera similar estableció la relación entre la energía cinética y la velocidad, pero esta fue interpretada de una manera incorrecta. Pudimos notar que el procedimiento para despejar las variables fue manejado muy bien por los estudiantes.

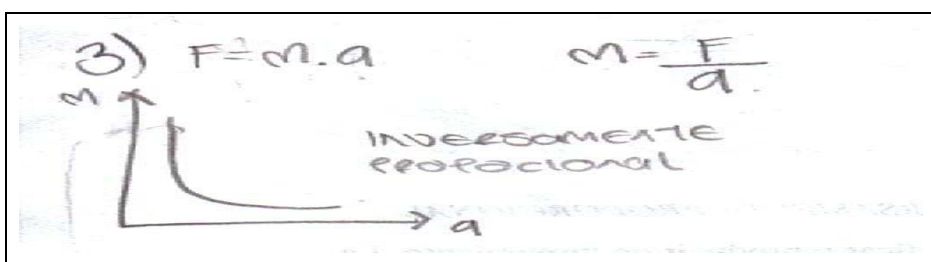


Figura 25. Guía cinco respuesta tres de Kelly J. C.V.A

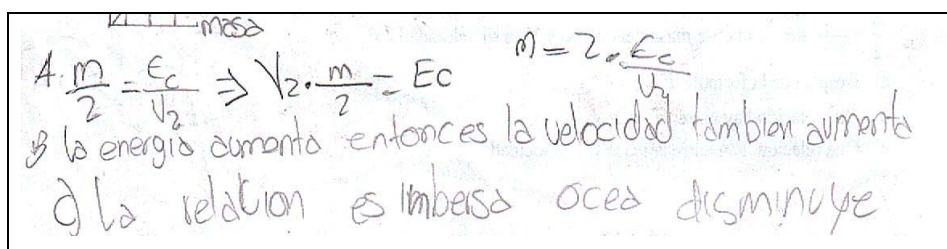


Figura 26. Guía cinco respuesta cuatro de Soley C.A

De igual manera se nota que los estudiantes se limitaron a realizar un simple despeje de las variables indicadas sin ir más allá, es lo que suele suceder en la mayoría de los cursos de física donde los estudiantes solamente les interesa aplicar la fórmula para determinar el valor pedido. Se ve en la respuesta al numeral 4.

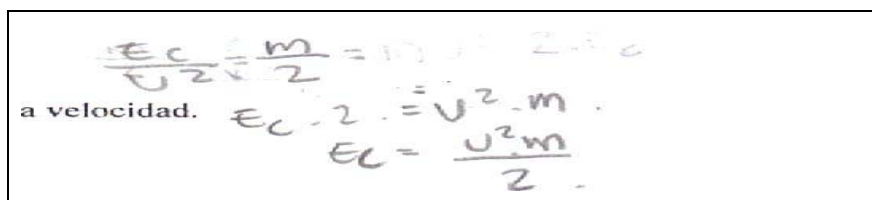


Figura 27. Guía cinco respuesta cuatro de Milena C.V.A

Pero esta situación se debe a que la mayor parte de los docentes se contentan con que el estudiante sea capaz de solucionar el problema y le restan interés a la interpretación que el pueda hacer del mismo, es por ello que en una publicación de la UNESCO, (1995) citada por (LÓPEZ, 20, p. 2), se señala que: *“Hay que instruir a los alumnos acerca de la metodología empleada acerca de la matemática. Esto significa la comprensión de la naturaleza, poder y limitaciones de la organización y planificación matemática que incluye los procesos de simbolización, interpretación, definición y axiomatización. Entonces hay que dotar al alumno de la posibilidad de desarrollar una serie de actividades que son las que describen como componentes de la inteligencia general, como son la comprensión verbal, fluidez verbal, habilidad numérica, visualización espacial, retención de imágenes, número o palabras y razonamiento.”*

La siguiente actividad se trató de las aplicaciones en el área de la medicina, seleccionamos esta por dos razones, primero porque es tema de interés común, pues cualquier persona ha estado relacionada de una u otra manera con este campo, la segunda razón tiene que ver con las motivaciones de los estudiantes, pues para muchos de ellos esta representa la mayor aspiración profesional, en un documento del ministerio de educación nacional que es citado por (LUENGO,21,p. 42), presenta algunos objetivos para la enseñanza de las matemáticas, entre los cuales se destaca el siguiente *“Identificar utilizaciones y aplicaciones diversas del conocimiento matemático en distintos ámbitos de la actividad humana (social, científica, tecnológica, estética, laboral,...) percibiendo el papel que juega como lenguaje e instrumento en situaciones muy diversas.”*

En este orden de ideas encontramos expresiones que ratifican la relación existente del trabajo de clase, con la vida diaria. *“Una actividad muy práctica*

que me gusto mucho, porque la relacioné con la profesión de mi mamá, puesto que ella es enfermera.” (KELLY, ENTREVISTA. C.V.A 14 DE JUNIO 2007).

“Los problemas nos ayudaron a entender la relación de las matemáticas con la medicina y algunas enfermedades que uno puede tener.”

(CRISTIAN ENTREVISTA. C.A 12 DE JUNIO DE 2007).

En la primera situación encontramos que varios estudiantes al realizar los cálculos dieron una interpretación a los datos suministrados que facilitó encontrar el resultado.

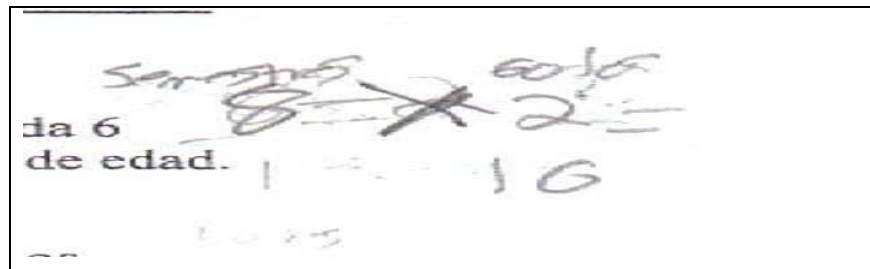
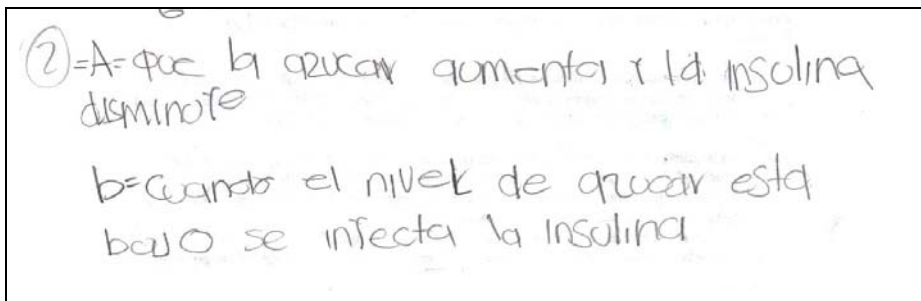


Figura 28. Guía seis respuesta uno de Brayan V C.V.A.

En el numeral dos al establecer la relación entre el nivel de azúcar y las dosis de insulina teniendo como referencias la grafica la interpretación fue errónea, mientras que en ese mismo numeral al establecer la relación entre la insulina suministrada en la sangre y el nivel de azúcar de está en la grafica la interpretación fue acertada.

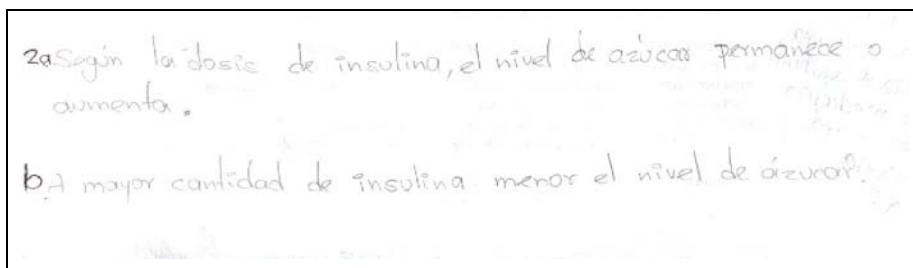
En ocasiones las situaciones planteadas en el salón de clase se tienden a resolver por parte de los estudiantes como problemas de su vida cotidiana, teniendo en cuenta esto consideramos que pudo ser una de las causas para que los estudiantes dieran esa primera interpretación.



② = A = que la azúcar aumenta y la insulina disminuye
b = cuando el nivel de azúcar está bajo se infecta la insulina

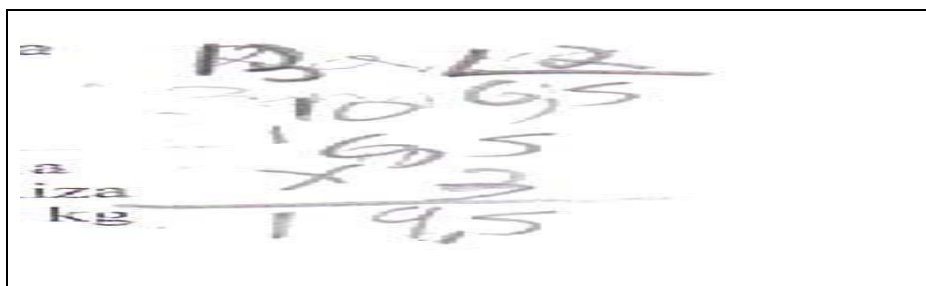
Figura 29. Guía seis respuesta dos de Soley C.A.

De igual manera en el numeral 3 se evidencia el empleo de las proporciones para el cálculo de la variable pedida, no obstante tampoco realiza la interpretación de la solución.



2a Según la dosis de insulina, el nivel de azúcar permanece o aumenta.
b A mayor cantidad de insulina menor el nivel de azúcar.

Figura 30. Guía seis respuesta dos de Wendy P, C.P.



$$\begin{array}{r} 10 \text{ G/S} \\ \times 1,95 \\ \hline 195 \\ 1950 \\ \hline 1950 \end{array}$$

Figura 31. Guía seis respuesta tres de Brayan V. C.V.A

Por otra parte en el numeral 4 y 5 establecieron las relaciones y presentaron las graficas de manera acertada. En el caso de la comparación entre la altura y la masa algunos estudiantes tomando como referencia la fórmula simplemente dieron valores que les permitiera observar la relación que se presentaba, como es el caso de Yurley del colegio Las Americas.

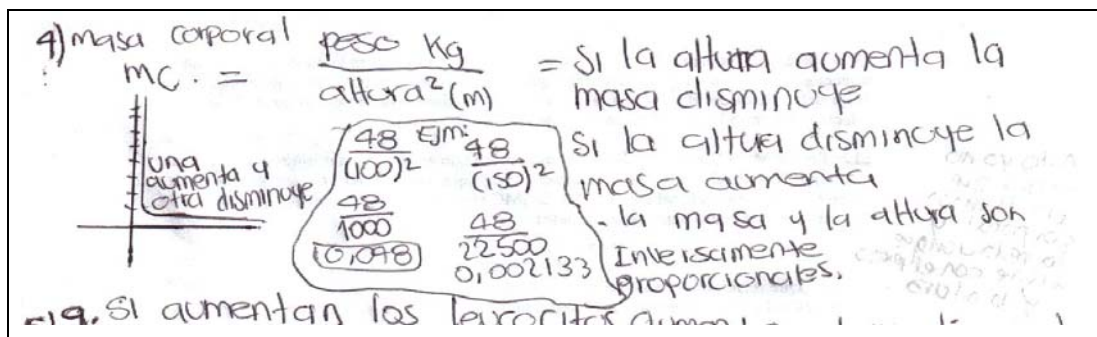


Figura 32. Guía seis Respuesta cuatro de Yurley A. C.A.

Para el numeral cinco algunos estudiantes describieron la relación entre el nivel de leucocitos y la dosis del medicamento, sin embargo muchos de ellos la interpretaron en términos del número de leucocitos y las dosis necesarias de medicamento para controlarlos, trayendo consigo la construcción de una situación directamente proporcional. No obstante otro grupo de los mismos estudiantes realizó esta descripción pero desde el punto de vista de dosis aplicadas y el número de leucocitos que se pueden generar después de estas.

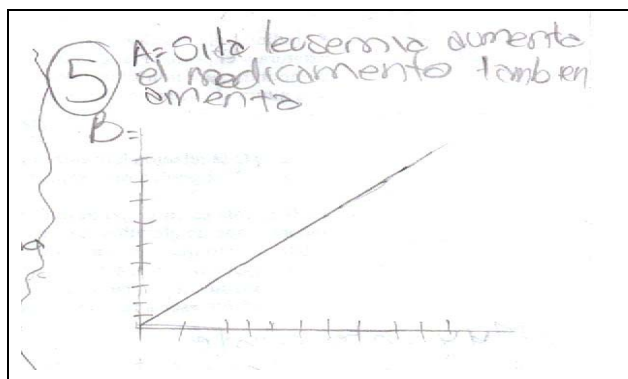


Figura 33. Guía seis respuesta cinco de Soley C.A.

Por otra parte otro grupo de estudiantes realizó esta descripción pero desde el punto de vista de dosis aplicadas y el número de leucocitos que se pueden generar después de estas.

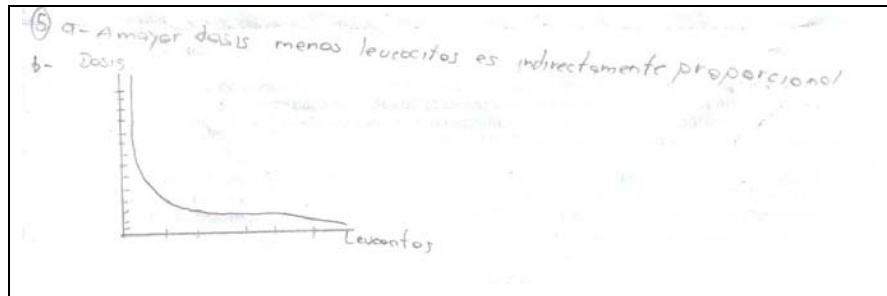


Figura 34. Guía seis respuesta cinco de Cristian J. C.A.

Parece que esta actividad fue bastante significativa para los estudiantes, pues algunos de ellos expresaron comentarios a favor de la misma, entre estos destacamos el siguiente:

“La guía médica me gusto mucho, porque mi papá es médico y me motivo más”
(JOSÉ FERNANDO, ENTREVISTA, C.P, 15 DE JUNIO DE 2007)

Situaciones como estas son de gran motivación para continuar con nuestro trabajo, pues esto muestra que de una u otra forma estamos consiguiendo el objetivo propuesto y nos impulsa a continuar en el mejoramiento y fortalecimiento de esta propuesta, la cual puede redundar en beneficios para los estudiantes, no solo de las instituciones donde realizamos la investigación, sino de cualquier otra que plantee una estrategia similar a la que estamos presentando.

Si observamos la naturaleza, ya sea la tierra, el cielo, el mar o el firmamento, vemos que el mundo en su conjunto es una obra armónica y bella, proporcionada en tamaño y agradable a los sentidos, pero ¿porqué nos parece así?... (CLEMENTE, 6, p.1).

Es imposible pasar nuestra mirada alrededor de este mundo sin darnos cuenta que estamos rodeados de una increíble variedad de objetos que embellecen esta tierra, no podíamos dejar atrás esta increíble fuente de recursos sin explorar algunas actividades que permitieran a los estudiantes conocer un poco más sobre las matemáticas, mientras observaban algunas grandes obras del ser humano que sin la existencia de los elementos que presentamos no habrían sido realizables.

En medio de la contemplación que acompaña al hombre desde sus inicios, encontramos la descripción de elementos matemáticos sobre su propio cuerpo, este es el caso de LEONARDO DA VINCI y las proporciones que estableció entre las partes del cuerpo, las cuales se reflejan en su hombre de vitrubio.

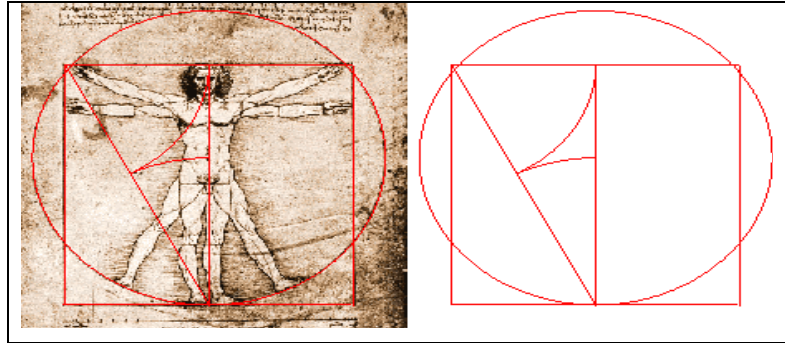


Figura 35. Hombre de vitrubio, tomado de (www.pauloporta.com).

En la proporción que se establece aquí aparece un número conocido como el número de oro¹⁵, al respecto (HOSTETTLER, 16, p. 49), afirma que este es un número fascinante cuyo papel en la estética no se ha aclarado todavía, pero aún así es digno de un estudio exhaustivo y serio.

Agrippa H. citado por (BONELL, 2, p. 24), afirma: *“Puesto que el hombre es obra de Dios, la más bella, la más perfecta, su imagen, y compendio del mundo universal, es llamado por ello el pequeño mundo, y por consiguiente encierra en su composición mas completa, en su armonía... todos los números, las medidas, los pesos, los movimientos...”*

En el numeral uno queríamos presentar la razón Áurea de una manera práctica, es por ello que les propusimos la siguiente actividad.

¹⁵ Número de oro o razón áurea, abreviado generalmente como ϕ es un número irracional algebraico que corresponde a la raíz positiva de la ecuación $x^2 - x - 1 = 0$. Tomado de la revista Hipótesis (HOSTETTLER, 16, p. 44)

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

a. Mide desde tu hombro hasta la punta de los dedos de la mano extendida. El resultado divídelo por la medida del codo hasta la punta extendida de los dedos. También mide tu altura total y divídelo por la medida de tu ombligo al suelo. ¿Cuánto sale?

La cual resulto muy interesante porque se vieron obligados a medirse entre ellos mismos y ha establecer unas razones con medidas obtenidas, con el fin de determinar la razón Áurea.

Después de haber determinado esta razón y socializar los resultados obtenidos los estudiantes se mostraron un poco sorprendidos ya que no comprendían porque todos se acercaban a un mismo número, este fue el momento propicio para dar una breve explicación sobre el número de oro.

Durante la entrevista nos enteramos que para los estudiantes este número era algo nuevo, ya que nunca habían escuchado de él.

" Es hora de reconocer en nuestro uso diario de los números a uno muy especial, que aparece repetidamente en las conversaciones de matemáticas. Es el número de oro, ϕ también conocido como la proporción áurea. Es uno de los conceptos matemáticos que aparecen una y otra vez ligados a la naturaleza y el arte, compitiendo con π , en popularidad y aplicaciones. ϕ Está ligado al denominado rectángulo de oro y a la sucesión de Fibonacci. Aparece repetidamente en el estudio del crecimiento de las plantas, las piñas, la distribución de las hojas en un tallo, la formación de caracolas... y por supuesto en cualquier estudio armónico del arte." (BRAIN, 4, p. 1).

1 Brazo 63 cm Codo 39 (1,59 completo (codo) ancho 1,58
Ombligo 98

$$\frac{63}{39} = \frac{1,58}{98}$$
$$1,61 = 1,61$$

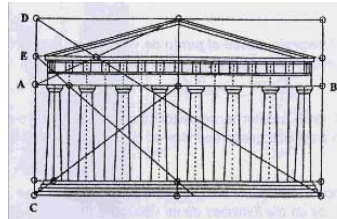
Figura 36. Guía siete respuesta uno de Bryan A. C.V.A

Por otra parte, en el numeral dos y tres nos pareció pertinente presentar dos monumentos arquitectónicos, en los cuales se encuentra implícita la razón áurea, por una parte en busca de mostrar una vez más este número y por otra

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

parte en aras de establecer las conexiones entre el arte y las proporciones matemáticas.

1. El Partenón de Grecia es uno de los monumentos más importantes de la civilización griega antigua y se le considera como una de las más bellas obras arquitectónicas de la humanidad.



Si $AB = 30m$ y $CD = 18.6m$ con $AC = 11.5m$ ¿A qué razón están las medidas AB respecto a CD ? ¿Qué puedo decir de los segmentos $\frac{AB}{CD}$ y de $\frac{CD}{AC}$?



3. La Torre CN de Toronto con sus 553.3m de altura es la torre de comunicaciones más alta del mundo. Y fue construida entre 1973 y 1975, tiene un restaurante que esta a 342m del suelo que divide a las dos partes en una sección áurea. ¿Muestra que es esto cierto?

Esta actividad resulto muy interesante para los estudiantes inicialmente porque hacia referencia a la toma de medidas relacionadas con algunas partes de su cuerpo y por otra parte porque debían establecer proporciones entre dos estructuras arquitectónicas que no les eran muy familiares. Aquí algunos estudiantes afirmaron: "No conocía las estructuras, ni que tuvieran la propiedad

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

de la razón Áurea pero habíamos escuchado antes lo de número de oro en artística" (KELLY, ENTREVISTA, C.A, 14 DE JUNIO DE 2007).

2) $\frac{30}{18.6} = 1.61$ Pta: la razon de las medidas son 1.61
 $\frac{18.6}{11.6} = 1.61$ Ptas se puede decir que la 2 razones son proporcionales.
 $\frac{30}{18.6} = 1.61$

Figura 37. Guía siete respuesta dos de Kelly J. C.V.A

2) $\frac{AB}{CD} = \frac{30m}{18.6m} = 1,61$
 $\frac{CD}{AC} = \frac{18.6}{11.5} = 1,61$
 estas medidas son proporcionales.

Figura 38. Guía siete respuesta dos de Soley C.A

3) $\frac{342m}{211.3m} = 1.6$
 $\frac{553.3m}{342m} = 1.66$
 parte mayor / parte menor

Figura 39. Guía siete respuesta tres de Marcela C.A.

¿es esto cierto?
 $\frac{342}{211.3} = \frac{553.3}{342} = 1,618 = 1,617$
 son proporcionales

Figura 40. Guía siete respuesta tres de Katty L. C.V.A.

Para los estudiantes también fue de gran interés conocer estas obras de la creatividad humana, pues para la mayoría de ellos el Partenón era una construcción maravillosa de la antigüedad, pero sin ningún interés de no se por su estructura, entonces para ellos fue un sobresalto comprender que este

presenta la razón que estábamos estudiando. Frente al otro monumento los comentarios fueron restringidos al desconocimiento de la misma, y al asombro ocasionado por la aparición del número de oro.

El trabajo con los estudiantes de cada una de las instituciones fue gratificante, pues cada uno de los sujetos de la investigación se involucraron en la misma de manera activa, y de una u otra forma se noto como ellos se fueron apropiando de cada uno de los conocimientos que esperábamos que logran desarrollar en el desarrollo de esta serie de actividades, además lo concerniente a los aspectos disciplinarios, nunca fue un inconveniente, pues cada uno de ellos mantuvo su mejor disposición para la labor que realizaba, no obstante algunos mostraron mayor interés que otros dejándolo ver en el trabajo que se entregaba al final de cada una de las secciones. Por otra parte, el hacer parte de un proyecto de investigación fue un factor de motivación aún mayor.

4.1 CONFRONTACIONES

En esta tomaremos como referencia algunos ejes que consideramos fundamentales en el análisis del proceso en cada una de las instituciones.

- . Preconceptos
- . Interpretaciones
- . Asimilación del Proceso.

4.1.1 PRECONCEPTOS

“Nadie llega a la ciencia con la mente en blanco. Antes de recibir instrucción científica formal los alumnos ya han tenido tiempo de formarse ideas propias acerca de cómo funciona la naturaleza. Han hecho observaciones, quizá inconscientemente, y ha sacado conclusiones de sentido común, pero que por

lo general no se ajustan al conocimiento científico aceptado.” (RÉGULES, 26, p. 1).

En general en cada una de las tres instituciones los estudiantes se muestran familiarizados con la resolución de problemas, en cuanto al concepto de razón se noto que el manejo inicial es el de estructura aditiva salvo pequeñas excepciones en cada una de las tres instituciones, pero vale la pena resaltar que en el colegio de las Américas los estudiantes mostraron un poco mas de interpretación de los resultados a partir del manejo del concepto que poseían.

A pesar de ser un tema que ha sido tratado desde quinto de primaria y posteriormente reforzado en séptimo grado, algunos estudiantes no recordaban el concepto o alguna situación que tuviera relación con el mismo, es lo que suele suceder en la mayoría de los casos ya que los estudiantes se preocupan por dar respuestas en el momento en que sean requeridas pero no se apropian totalmente de los contenidos, de manera que en cualquier instante puedan referenciarlos o asociarlos con cualquier situación que les sea presentada.

Por otra parte cuando se trabaja estos contenidos no se da un manejo didáctico que permita relacionar los temas con su realidad o entorno, para que la asimilación sea consistente por la misma manera en que se asume.

4.1.2 INTERPRETACIÓN

“El análisis constituye una operación mental del pensamiento que ocupa un lugar central en el conocimiento del mundo.” (LABARRERE, 19, p. 69).

Como la estrategia utilizada fue la de resolución de problemas resulta interesante analizar como fueron las interpretaciones que tuvieron los estudiantes frente a cada situación problema en cada una de las instituciones.

Concordamos con Labarrere quien dice que cuando se habla de análisis del texto en un problema no solo se alude a esta operación del pensamiento sino que hay algo más como la interacción o la relación de todos aquellos procesos

que facilitan el desarrollo de la actividad mental de cada estudiante en el momento en que resuelve la situación planteada, por ello este proceso es muy complejo pero es a través de él que se pueden conseguir innumerables resultados que contribuyen a la adquisición de un verdadero aprendizaje por parte de quienes intervienen en él, en este caso los estudiantes y el mismo docente.(LABARRERE,19, p. 69).

En cada una de las instituciones encontramos un análisis superficial de las situaciones problema planteadas puesto que se veía que los estudiantes se centraban en los datos numéricos y no los relacionaban con el contexto presentado, esto conducía a que la solución del problema se presentara a través de operaciones mecánicas haciendo uso de los datos numéricos.

Esta situación estuvo muy presente en el trabajo de los estudiantes del colegio Vicente Azuero para quienes la solución a los problemas no iba más allá de la solución numérica con una mínima interpretación de algunos estudiantes.

De igual manera se observó que los estudiantes no tienen análisis de los términos o palabras clave del problema que por lo general conducen a una buena estrategia de solución, en algunos casos unos estudiantes hicieron uso de estas palabras claves y dieron una mejor interpretación de la situación problema planteada. Es el caso del colegio las Americas y la Presentación donde en una de las actividades de aplicación la mayoría de los estudiantes no tuvo en cuenta el contexto del problema y los términos utilizados, sino que se limitaron a interpretar tan solo una parte del enunciado impidiendo dar una amplia solución e interpretación de la misma.

De otra parte, también notamos en las tres instituciones que las situaciones problema planteadas fueron interpretadas a partir del entorno de cada estudiante, resultando para algunos más agradable que para otros una determinada situación.

Además observamos que los estudiantes del colegio Vicente Azuero no dedicaron el tiempo suficiente para analizar la situación planteada porque como

ya lo dijimos anteriormente se preocupaban simplemente por la resolución numérica del problema, mientras que en las otras dos instituciones (La Presentación y Las Américas) los estudiantes se tomaron más tiempo para interpretar la situación problema y plantear una estrategia de solución.

En cuanto a los medios y procedimientos de análisis tenemos que hacer referencia a los modelos gráficos que estuvieron presentes en dos de las actividades de aplicaciones, estos modelos resultaron de gran utilidad para una mejor interpretación de las situaciones problema, no obstante en algunos casos impidió un mejor análisis del problema como fue el caso del colegio Vicente Azuero donde la mayoría de los estudiantes se limitaron a decir si la situación correspondía a una representación directamente proporcional o inversamente proporcional.

Vale la pena resaltar que la interpretación que se observó durante la socialización de cada una de las pruebas en las tres instituciones, los estudiantes presentaban una argumentación válida, y que contribuyó a la apropiación y fortalecimiento de los conceptos trabajados, además, en algunas ocasiones los estudiantes referían la situación problema a su entorno familiar.

4.1.3 ASIMILACIÓN DEL PROCESO

Durante el proceso de investigación siempre se observó la motivación y disposición de parte de los estudiantes ante las actividades propuestas, aunque en las dos instituciones oficiales se presentaron contratiempos debido al cese de actividades por motivo del paro de docentes.

En cada uno de las tres instituciones el proceso fue muy similar, recordemos que se aplicaron las mismas pruebas en todos los colegios.

En el colegio la Presentación se alcanzó el objetivo propuesto de manera paulatina, en un primer momento, una parte muy pequeña del grupo de estudiantes manejaba el concepto de razón, pero al final de la investigación la mayoría de los estudiantes habían adquirido no solo el concepto de razón sino

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

el de proporción y pudieron establecer relaciones de estos conceptos con otras áreas, hasta el punto de formular otras situaciones problemas en las cuales estaban inmersos los conceptos trabajados. Algunas de estas situaciones fueron familiares a su entorno.

De igual manera en el colegio Vicente Azuero asimilaron rápidamente el concepto de razón y proporción y lo evidenciaban como una aplicación en otras áreas del conocimiento, a estos estudiantes les resultaba interesante observar situaciones de aplicación donde eran validos dichos conceptos, por la misma estructura o manejo de las situaciones problemas, notamos una gran habilidad en los procesos algorítmicos que son muy utilizados por ellos, que les resultaba mucho más práctico, por ejemplo tendían a aplicar regla de tres en la mayoría de las situaciones problemas donde hallaban la cuarta proporcional.

En el caso del colegio Las Américas el proceso siempre fue al mismo ritmo pero no obstante también se alcanzo el objetivo, los estudiantes se mostraron asombrados por las relaciones existentes entre las razones y las proporciones con otras áreas del conocimiento y valoraron estas situaciones apropiándose de las mismas como lo pudimos corroborar en la socialización de cada una de estas actividades, teniendo en cuenta la forma como se expresaban al plantear su solución frente a determinada situación. Por ejemplo en guía de aplicaciones de Física y Medicina mostraron especial interés.

Para las tres instituciones resulto trascendental la aplicación histórica y de arte porque no solo visualizaron los conceptos sino que los construyeron en modelo a escala en el caso de hallar la altura de la pirámide, además, el saber que este no es un concepto nuevo sino que hace muchos siglos que los grandes matemáticos los trabajaron y que hoy aparecen plasmados en estructuras arquitectónicas y además se encuentran en nuestro propio cuerpo y también tienen aplicaciones en situaciones de nuestro entorno social, familiar y profesional.

CAPITULO 5.

CONCLUSIONES

⌚ Para la mayoría de los estudiantes es muy común el uso de estructuras aditivas al resolver una situación problema que involucra conceptos de razón y proporción, no obstante durante la realización de esta investigación y la respectiva aplicación de las actividades ellos lograron desarrollar la estructura multiplicativa, como una mejor estrategia en el momento de resolución de las mismas situaciones.

⌚ A través de las actividades se observó que la mayoría de los estudiantes cuando se les presenta una situación problema tienden a buscar las variables que intervienen en la misma, con el fin de establecer una solución de forma algorítmica, consideramos que aquí los docentes juegan un papel fundamental por que son quienes deben ayudar a los alumnos a ir más allá de una simple solución algorítmica, para ello creemos que es de gran ayuda formular preguntas que contribuyan a dicha interpretación de las situaciones problemas planteadas, presentándole a los estudiantes la matemática como una herramienta para resolver problemas de su contexto y no como simples operaciones, además presentar la asociación de los conceptos con el área de interés que se esté trabajando.

⌚ Durante el desarrollo del proceso se notó que los estudiantes se apropiaban de la situación problema planteada y en ocasiones cuando les resultaba difícil de comprender para abordar una estrategia de solución, asociaban la misma con otra que les era familiar y de la cual ya conocían elementos para su respectiva solución.

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

⌚ Presentar la matemática de forma aislada y sin conexiones aparentes con otras áreas ha representado un retroceso para la educación actual, sobre todo en lo que concierne a la enseñanza de la misma, debido a que la construcción de ella nunca ha estado desconectada de la realidad, pues en ocasiones ha sido causa y en otras consecuencia de desarrollos científicos, por este motivo consideramos necesario retomar el camino de la matemática y su relación con otras ciencias, y obtuvimos muy buenos resultados, pues para los estudiantes represento el conocer la matemática de su realidad, aquella que sirve para describir fenómenos naturales y para nosotros significa retomar la senda antigua.

⌚ Resulta de suma importancia la construcción del conocimiento teniendo como referente el proceso histórico de cada uno de los conceptos que se desean estudiar, porque ayuda a entender ideas que parecen difíciles de un modo más adecuado, además el desarrollo histórico de estos humaniza el área, la cual se ha presentado durante gran parte de las épocas de la historia como reservada para los genios, pero lejana de cualquier persona del común.

⌚ Consideramos que el entorno de cada uno de los estudiantes juega un papel fundamental en la investigación, por que para algunos de ellos era más significativa una situación problema que fuera familiar o social, que alguna que careciera de los mismos, por otra parte al expresar las justificaciones que argumentaban su solución al problema lo hacían con mucha seguridad y mostrando interés y dominio de los conceptos matemáticos que intervenían en el problema.

⌚ El hecho de presentar gráficas o solicitar la construcción de las mismas, resulto en la mayoría de los casos de gran utilidad, pero consideramos que este acierto se debe a que se presentaron los gráficos dentro de una situación

problema que le da fuerza a la interpretación de la misma para que esta no quede suelta o aislada de un contexto.

Por otra parte para algunos estudiantes no resulto eficaz por que ellos simplemente memorizaron el esquema gráfico (*corresponde a una gráfica de proporcionalidad directa o inversa*) y asimismo analizaron las situaciones problema presentadas, pues simplemente se limitaron a clasificarlas de acuerdo al modelo que representaban.

⌚ Aunque cada estudiante aprende a su propio ritmo, es decir tienen diversos estilos de aprendizaje, producto de las diferencias individuales, creemos que el trabajo por parejas fue muy importante, porque al compartir con otros se genera conflicto, y este fortalece el aprendizaje con argumentos sólidos que están fundamentados en la teoría, además el aprendizaje de los diversos conceptos y la asociación con otras áreas, da como resultado un trabajo activo, ya que cada miembro del equipo aporta a partir de su propia experiencia y ayuda a que los demás asimilen conceptos que para ellos antes no existían o eran desconocidos.

⌚ Consideramos que es importante que los docentes en ocasiones presenten situaciones modelo, es decir ejemplos o aclaraciones que contribuyan a adquirir el concepto que se desea trabajar, o mejoren la comprensión del estudiante, sin embargo debe quedar claro que no se debe hacer un uso excesivo de este planteamiento para no incurrir en limitantes para el desarrollo creativo del mismo.

⌚ Durante la socialización de cada una de las actividades nos sentimos satisfechos por los resultados obtenidos, pues es allí donde los estudiantes desarrollan ese espíritu critico y argumentativo al momento de fijar su postura frente a la situación planteada, aquí los docentes podemos conocer a nuestros estudiantes en diversos aspectos como son: la apropiación de conceptos, el manejo e interpretación de la teoría, la asociación con su entorno y los

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

aspectos socioculturales que ayudan a generar un clima de amistad y respeto entre todos los participantes de la experiencia educativa.

↑ Finalmente es importante aclarar que la resolución de problemas no es la única estrategia para la asimilación de los conceptos de razón y proporción y sus conexiones con otras áreas, pero si consideramos que para esta investigación cobro mucha relevancia por causa del mismo planteamiento de cada una de las actividades y el compromiso por parte de todos los participantes de la investigación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BALLESTER, A. El aprendizaje significativo en la práctica. España.(2002)
2. BONELL, C. *La divina proporción*. Editorial Alfaomega. Barcelona. España. (2000)
3. BRAIN, L. Con un bastón basta. Recuperado el 2 de Junio de 2007 de <http://aula.elmundo.es/aula/laminas.html>. (1999).
4. _____.El número de oro. Recuperado el 2 de Junio de 2007 de <http://aula.elmundo.es/aula/laminas.html> . (2007).
5. CARREÑO, J. *Pensamiento Variacional: De La Proporcionalidad Directa Simple A La Noción De Función Lineal De La Forma $f(x)=kx$* . Monografía de Especialización. Bucaramanga: UIS. (2007)
6. CLEMENTE, C. *La razón áurea: El mundo como proporción*. Concurso Ibercaja de Periodismo Científico. Zaragoza. España. (2005).
7. Colegio de la Presentación. Manual de Convivencia. Piedecuesta. (2006)
8. Colegio las Americas. Proyecto Educativo Institucional (PEI). Bucaramanga. (2006).
9. Colegio Vicente Azuero. Pacto de Convivencia. Floridablanca. (2006).
10. COLOMBO, L. La resolución de problemas en el aula. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, Vol. 20, no 1, 75-85. (1998).
11. COOPER, J. Las Estrategias y Técnicas Didácticas en el Rediseño. Recuperado el 20 de junio 2007 de <http://www.sistema.items.mx/va/dide/inf-doc/estrategias/colaborativo>
12. GERHARDT, P. Paulo Freire. *Revista Perspectiva (UNESCO)*, Vol. XXIII, no 3-4, 463-484. (1993).
13. GODINO, J., BATANERO, C. *Proporcionalidad*. Granada. España. (2002).

14. GUACANEME, E. *Estudio Didáctico de la proporción y la proporcionalidad: Una aproximación a los aspectos matemáticos formales y a los textos escolares de matemáticas*. Tesis Maestría. Calí: UNIVALLE. (2001).
15. GUZMAN, M. de. *Enseñanza de las ciencias y la matemática*. Recuperado el 15 de mayo de 2007 de www.oei.org.co/oeivirt/edumat.htm. (s.f.).
16. HOSTETTLER, M. El número de oro. *Hipótesis Apuntes científicos unidandinos*, no 7, 42-52. (2006).
17. JARAMILLO, D. Material de clase Seminario de investigación Especialización en Educación Matemática. Bucaramanga: UIS. (2004).
18. JEREZ, C. Siete claves para acercar a los niños a las matemáticas. Periódico El Tiempo. (Domingo 14 del 2005)
19. LABARRERE, S. *Bases pedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela*. Pueblo y educación. Ciudad de la Habana. Cuba. (1987).
20. LÓPEZ, J. *Estrategias metacognitivas en la solución de problemas matemáticos*. Universidad de Carabobo. Venezuela. (2005).
21. LUENGO, R., SANCHEZ, C., MENDOZA, M., CASAS, L., MARQUEZ, L., BLANCO, L. *Proporcionalidad Geométrica y Semejanza.*, Editorial Síntesis. España. (1990).
22. MUÑOZ, M. *La aplicación de los gráficos en la didáctica de la traducción científico-técnica* Recuperado el 20 de mayo de 2007 de http://147.96.1.15/BUCM/revistas/edu/11300531/articulos/DIDA9999110_145A.PDF. (1999).
23. OBANDO, G. & MUNERA, J. Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática. *Revista educación y pedagogía*, Vol. XV, no 35, 1-17. (2003).
24. OBANDO, G., POSADA, F., GALLO, O., GUTIERREZ, J., JARAMILLO, C., MONSALVE, O., MÚNERA, J., SILVA, G., y VANEGAS, M. *Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico*. Editorial Artes y Letras Ltda. Medellín. Colombia. (2006).
25. POLYA, G. *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas. México. (1998).

Razones y Proporciones y su conexión con otras áreas

26. RÉGULES, S. *De Los preconceptos y la dificultad para enseñar ciencias*. Recuperado el 2 de Junio de 2007 de <http://redescolar.ilce.edu.mx>. (s.f.).
27. RIBNIKOV, K. (*Historia de las matemáticas*. Editorial Mir. Moscú. Rusia. (1991).
28. SANTOS, L. *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. Editorial Iberoamérica. México. (1997).
29. VERA, L. *La investigación cualitativa*. Recuperado el 30 de Junio de 2007 de http://ponce.inter.edu/cai/reserva/lvera/INVESTIGACION_CUALITATIVA.pdf .(s.f.).
30. VILLAMIZAR, E. *Resolución de Problemas Propuesta para el Aprendizaje de los Conceptos de Razón y Proporción de los Estudiantes de Sexto Grado*. Monografía de pregrado. Bucaramanga: UIS. (1999).