

**DETERMINACIÓN DE CURVAS DE PERMEABILIDADES RELATIVAS  
PARA CRUDO PESADO/AGUA**

**MARTA OLGA MADERA GONZÁLEZ  
JAIME ARMANDO LÓPEZ REINA**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-QUÍMICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS  
BUCARAMANGA**

**2017**

**DETERMINACIÓN DE CURVAS DE PERMEABILIDADES RELATIVAS  
PARA CRUDO PESADO/AGUA**

**MARTA OLGA MADERA GONZÁLEZ  
JAIME ARMANDO LÓPEZ REINA**

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar el título de:  
INGENIERO DE PETRÓLEOS**

**DIRECTOR  
ING. CÉSAR AUGUSTO PINEDA GÓMEZ**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-QUÍMICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS  
BUCARAMANGA**

**2017**

## DEDICATORIA

A mi Diosito lindo por su presencia maravillosa, por ser el compañero y amigo fiel en todas las circunstancias, por no permitir que renunciara a este sueño y por proporcionar todos los medios para poder cumplir con este propósito.

A mi mami, mi señora bonita, motor de mi vida, fuente de inspiración y admiración, este logro es tuyo mamá.

A mi papá, por estar allí atento a escucharme siempre, aunque repitiera siempre las mismas historias con los mismos dilemas.

A las Juanas, cuatro mujeres excepcionales cada una con su matiz y su toque, mis amigas en las locuras y en los fuertes llamados de atención, son fuente de alegría en mí vida, y más aún, después de darme el privilegio de hacerme tía de unos niños que me llenan de mucho amor y cariño.

A Delfius, Yor, Catherine, Dani, Sochis, Angelito y Yessi, ustedes muchachos son lo máximo, y este camino ha sido más fácil y llevadero gracias a ustedes, los amo.

A Manuel gracias, por enseñarme a apreciar los matices, por cambiar el lente de mi escala de grises por uno lleno de tonos vivos, tonos llenos de amor, fe y esperanza.

A Jaime, Farce gracias, trabajar con usted en este proyecto me ha enriquecido mucho.

A Doña Bernarda, por la sonrisa de Buenos días, el café por las mañanas y las charlas vespertinas.

Se que faltan muchos en esta lista, mi corazón y mi mente los guarda como un tesoro en el corazón de Dios... a todos Gracias.

*Marta Olga*

## DEDICATORIA

Agradecido, primeramente, con Dios por permitirme tener la vida, por cada una de sus bendiciones, por su amor y misericordia cada día.

A mis padres, ya que han sido ellos los que, con su amor, apoyo, ejemplo cuando enfrentaban difíciles momentos con gallardía y resiliencia, lograron impactar mi vida, gracias, porque han sido mi motor para seguir adelante, demostrándome siempre que el problema no es el problema, sino el cómo yo afronte el problema, en pos de estar siempre listo. Les estaré en deuda.

A mis maestros, con los cuales tuve el privilegio de aprender, oír sus anécdotas, de sus creencias como el de la ley de compensación que nos da la vida, o temas del ser persona, sin pasar por alto los pequeños textos como “La Carta a García” o de biografías de personajes que perseveraron como Thomas Alva Edison.

A todos mis amigos, compañeros, y personas que me han acompañado, enseñado, y compartido buenos momentos, en esta portentosa experiencia de formación profesional. A Martica, por su apoyo, compromiso y responsabilidad para con la construcción de esta tesis.

Al ingeniero Cesar Pineda, que con su experiencia nos orientó y colaboró con el desarrollo de la tesis.

Por último, quiero recordar y agradecer a la disciplina, que he considerado mi fiel amiga, a la vida, que me ha enseñado que su sendero funciona en un solo sentido.

Jaime Armando

## **AGRADECIMIENTOS**

Los autores de este proyecto expresan sus agradecimientos a:

La Universidad Industrial de Santander y a la Escuela de Ingeniería de Petróleos por todos estos años de enseñanzas por contribuir no sólo a nuestra formación profesional sino también a nuestro enriquecimiento personal.

El ingeniero Cesar Augusto Pineda Gómez, por su apoyo y su confianza, por la prontitud al resolver nuestras inquietudes.

## CONTENIDO

INTRODUCCIÓN .....	17
1 GENERALIDADES SOBRE PERMEABILIDADES RELATIVAS DE DOS FASES... .....	19
1.1 MÉTODOS DISPONIBLES PARA DETERMINACIÓN DE PERMEABILIDADES RELATIVAS .....	20
1.1.1 MÉTODOS DE LABORATORIO .....	21
1.1.2 MÉTODOS MATEMÁTICOS.....	26
1.2 YACIMIENTOS DE CRUDO PESADO .....	27
1.3 MODELOS MATEMÁTICOS DESARROLLADOS PARA LA DETERMINACIÓN DE CURVAS DE PERMEABILIDAD DOS FASES ACEITE / AGUA.....	30
2. MODELOS MATEMATICOS DESARROLLADOS PARA LA DETERMINACIÓN DE CURVAS DE PERMEABILIDAD RELATIVA CRUDO PESADO / AGUA.....	56
3. DISEÑO DEL ANALISIS ESTADISTICO Y EXPERIMENTAL .....	65
3.1 DISEÑO DE EXPERIMENTOS.....	65
3.2 ESTADISTICA DESCRIPTIVA E INFERENCIAL.....	67
3.2.1 MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL .....	68
3.2.2 MEDIDAS DE DISPERSIÓN.....	69
3.2.3 DISTRIBUCIONES DE FRECUENCIA .....	70
3.3 CRITERIOS DE SELECCIÓN DE LOS MODELOS A EVALUAR .....	74
3.4 SELECCIÓN DE LOS MODELOS A EVALUAR Y DE LAS VARIABLES A ANALIZAR .....	74
3.5 ESCENARIOS PARA ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD .....	77
3.5.1 ANALISIS DE SENSIBILIDAD .....	78
3.6 CASOS DE APLICACIÓN PARA ANÁLISIS COMPARATIVO.....	80

4. CONSTRUCCIÓN DE LA HERRAMIENTA DE CÁLCULO.....	88
4.1 DIAGRAMAS DE FLUJO DE PROCESOS .....	88
4.2 DESCRIPCIÓN DE LA INTERFAZ PARA EL USUARIO .....	92
4.3 CONSTRUCCIÓN DE MODELOS .....	96
4.4 ANALISIS DE SENSIBILIDAD .....	100
5. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	103
5.1 DISEÑO EXPERIMENTAL, ANÁLISIS ESTADÍSTICO Y COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON LA HERRAMIENTA SOFTWARE .....	103
5.1.1 DESARROLLO DEL MONTAJE EXPERIMENTAL Y ANÁLISIS ESTADÍSTICO .....	103
5.1.2 COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON LA HERRAMIENTA SOFTWARE.....	120
5.2 ANÁLISIS DE VALIDACIÓN DE LA HERRAMIENTA PARA EVALUAR EL COMPORTAMIENTO E INCERTIDUMBRE DE PERMEABILIDADES RELATIVAS EN SISTEMAS CRUDO PESADO/AGUA.....	125
5.3 DETERMINACIÓN DE LOS RANGOS DE APLICACIÓN PARA EL USO DE CADA MODELO Y DE LOS ESCENARIOS EN QUE ÉSTOS PRESENTAN MEJORES RESULTADOS .....	129
5.4 RECOMENDACIONES TÉCNICAS .....	131
6. CONCLUSIONES .....	132
7. RECOMENDACIONES .....	134
BIBLIOGRAFÍA.....	135

## LISTA DE TABLAS

TABLA 1. CONDICIONES ESTÁNDAR .....	57
TABLA 2. RESUMEN DE LOS COEFICIENTES DEL MODELO FULCHER ERTEKIN....	63
TABLA 3. VARIABLES A SENSIBILIZAR EN EL MODELO TORABI ET AL. (2015).....	75
TABLA 4. VARIABLES A SENSIBILIZAR EN EL MODELO BENNION ET AL. (2006).....	76
TABLA 5. VARIABLES A SENSIBILIZAR EN EL MODELO FULCHER ET AL. (1985) ....	77
TABLA 6. VARIACIONES PARA LAS VARIABLES A SENSIBILIZAR .....	78
TABLA 7. VARIACIONES PARA LAS VARIABLES A SENSIBILIZAR .....	79
TABLA 8. VARIACIONES PARA LAS VARIABLES A SENSIBILIZAR .....	80
TABLA 9. PROPIEDADES FÍSICAS DEL NÚCLEO DE SÍLICE .....	81
TABLA 10. DATOS DE LA PRUEBA DE LABORATORIO .....	82
TABLA 11. RESUMEN - PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS Y CONDICIONES EXPERIMENTALES .....	83
TABLA 12. PROPIEDADES PETROFÍSICAS Y FACTORES DE RECOBRO.....	84
TABLA 13. VARIACIÓN DE LAS VISCOSIDADES DE ACEITE .....	84
TABLA 14. TASAS DE INYECCIÓN DE ACUERDO.....	85
TABLA 15. PROPIEDADES FÍSICAS DEL NÚCLEO DE SÍLICE .....	86
TABLA 16. RESUMEN – PROPIEDADES DEL FLUIDO .....	87
TABLA 17. CONSTRUCCIÓN DEL MODELO TORABI ET AL. (2015) .....	96
TABLA 18. CONSTRUCCIÓN DEL MODELO BENNION ET AL. (2006) .....	98
TABLA 19. CONSTRUCCIÓN DEL MODELO FULCHER ET AL. (1985).....	99
TABLA 20. FACTORES Y NIVELES DEL DISEÑO EXPERIMENTAL DEL .....	104
TABLA 21. RESUMEN ESTADÍSTICO PARA LA PRESIÓN EXPERIMENTAL .....	106
TABLA 22. RESUMEN ESTADÍSTICO PARA EL CAUDAL DE INYECCIÓN .....	108
TABLA 23. RESUMEN ESTADÍSTICO PARA VISCOSIDAD DEL CRUDO .....	110
TABLA 24. FACTORES Y NIVELES DEL DISEÑO EXPERIMENTAL DEL .....	112
TABLA 25. RESUMEN ESTADÍSTICO PARA VISCOSIDAD DE ACEITE .....	114
TABLA 26. RESUMEN ESTADÍSTICO PARA TENSIÓN INTERFACIAL.....	116
TABLA 27. RESUMEN ESTADÍSTICO PARA VISCOSIDAD DE AGUA.....	118
TABLA 28. RESULTADOS DE LOS MODELOS DE PERMEABILIDAD RELATIVA .....	126

TABLA 29. RESUMEN DE LAS PRESIONES EXPERIMENTALES.....	127
TABLA 30. RESUMEN DE LAS TASAS DE INYECCIÓN .....	127
TABLA 31. RESUMEN DE LA VISCOSIDAD DE ACEITE .....	127
TABLA 32. RESUMEN DE LA TENSIÓN INTERFACIAL (TIF) .....	128
TABLA 33. RESUMEN DE LA VISCOSIDAD DE ACEITE .....	129
TABLA 34. RESUMEN DE LA VISCOSIDAD DE AGUA.....	129
TABLA 35. RANGOS DE APLICACIÓN PARA EL MODELO DE TORABI ET AL. (2015) .....	130
TABLA 36. RANGOS DE APLICACIÓN PARA EL MODELO DE BENNION ET AL. (2006) .....	130
TABLA 37. RANGOS DE APLICACIÓN PARA EL MODELO DE FULCHER ET AL. (1985) .....	131

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1. ESQUEMA DEL MÉTODO DE ENSAYO EN.....	22
FIGURA 2. ESQUEMA DEL MÉTODO DE PRUEBA EN ESTADO INESTABLE.....	24
FIGURA 3. VISCOSIDADES Y DENSIDADES DE HIDROCARBUROS Y OTROS LÍQUIDOS .....	29
FIGURA 4. ÁREA MOJADA ENTRE UNA FASE DE REFERENCIA Y LA ROCA EN FUNCIÓN DE LA MOJABILIDAD DE UNA FASE DE REFERENCIA .....	39
FIGURA 5. DIAGRAMAS DE CAJA.....	72
FIGURA 6. LÍNEA HORIZONTAL GRADUADA DE GRÁFICA DE CAJA.....	72
FIGURA 7. POSICIÓN DE VARIABLES SOBRE LA LÍNEA GRADUADA.....	72
FIGURA 8. LÍNEAS AUXILIARES.....	73
FIGURA 9. RESULTADO DEL DIAGRAMA CAJA Y BIGOTES.....	73
FIGURA 10. DIAGRAMA DE FLUJO DE PROCESOS DEL MODELO DE TORABI ET AL. (2015).....	89
FIGURA 11. DIAGRAMA DE FLUJO DE PROCESOS DEL MODELO DE BENNION ET AL. (2006).....	90
FIGURA 12. DIAGRAMA DE FLUJO DE PROCESOS DEL MODELO FULCHER ET AL. (1985).....	91
FIGURA 13. DATOS BÁSICOS DEL CASO BASE .....	92
FIGURA 14. HOJA DEL MODELO 1 DE LA HERRAMIENTA DE CÁLCULO .....	93
FIGURA 15. HOJA DE LA HERRAMIENTA DE CÁLCULO DONDE SE SENSIBILIZA EL MODELO 1 .....	94
FIGURA 16. VARIABLES DE ENTRADA QUE SE SENSIBILIZAN EN CADA MODELO	95
FIGURA 17. HOJA DE CÁLCULO DE HERRAMIENTA.....	96
FIGURA 18. VARIABLES Y CASOS A SENSIBILIZAR EN LA HERRAMIENTA DE CÁLCULO.....	100
FIGURA 19. DIAGRAMAS TORNADOS DE LA HERRAMIENTA DE CÁLCULO.....	102
FIGURA 20. DIAGRAMAS DE PARETO PARA EL MODELO DE TORABI ET AL. (2015) .....	105
FIGURA 21. GRÁFICO DE CAJA Y BIGOTES DEL ANÁLISIS ESTADÍSTICO .....	107

FIGURA 22. GRÁFICO DE CAJA Y BIGOTES DEL ANÁLISIS ESTADÍSTICO .....	109
FIGURA 23. GRÁFICO DE CAJA Y BIGOTES DEL ANÁLISIS ESTADÍSTICO .....	111
FIGURA 24. DIAGRAMA DE PARETO PARA EL MODELO DE FULCHER ET AL. (1985) .....	113
FIGURA 25. GRÁFICO DE CAJA Y BIGOTES DEL ANÁLISIS ESTADÍSTICO .....	115
FIGURA 26. GRÁFICO DE CAJA Y BIGOTES DEL ANÁLISIS ESTADÍSTICO .....	117
FIGURA 27. GRÁFICO DE CAJA Y BIGOTES DEL ANÁLISIS ESTADÍSTICO .....	118
FIGURA 28. DIAGRAMA TORNADO MODELO DE TORABI ET AL. (2015) PARA $K_{RW}$	120
FIGURA 29. DIAGRAMA ARAÑA MODELO DE TORABI ET AL. (2015) PARA $K_{RW}$ ....	121
FIGURA 30. DIAGRAMA TORNADO MODELO DE TORABI ET AL. (2015) PARA LA $K_{RO}$ .....	122
FIGURA 31. DIAGRAMA ARAÑA MODELO DE TORABI ET AL. (2015) PARA LA $K_{RO}$	122
FIGURA 32. DIAGRAMA TORNADO MODELO DE FULCHER ET AL. (1985) PARA $K_{RW}$ .....	123
FIGURA 33. DIAGRAMA ARAÑA MODELO DE FULCHER ET AL. (1985) PARA $K_{RW}$ .	123
FIGURA 34. DIAGRAMA TORNADO MODELO DE FULCHER ET AL. (1985) PARA $K_{RO}$ .....	124
FIGURA 35. DIAGRAMA ARAÑA MODELO DE FULCHER ET AL. (1985) PARA $K_{RO}$ .	125

## RESUMEN

### TITULO:

**DETERMINACIÓN DE CURVAS DE PERMEABILIDADES RELATIVAS PARA CRUDO PESADO/AGUA<sup>1</sup>**

**AUTORES:** MARTA OLGA MADERA GONZÁLEZ

JAIME ARMANDO LÓPEZ REINA<sup>2</sup>

**PALABRAS CLAVES:** Yacimientos de crudo pesado, Curvas de permeabilidad relativa, Estadística descriptiva, Análisis de Sensibilidad.

### CONTENIDO:

Los crudos pesados y livianos tienen propiedades físicas muy diferentes. Por lo tanto, los crudos livianos no son buenos sustitutos para las mediciones en crudos pesados. Por esta razón, se hace necesario un estudio detallado de los modelos de permeabilidad relativa; para determinar aquellos que predicen mejores curvas para este tipo de crudo. Las permeabilidades relativas de dos fases se asumen que dependen de la saturación, la saturación histórica, la mojabilidad y la estructura del poro, pero no de las viscosidades de los fluidos y densidad de las tasas de flujo.

El objetivo del presente trabajo de investigación; es realizar una recopilación de modelos existentes en la literatura, para determinación de curvas de permeabilidad relativa y seleccionar los modelos más pertinentes para sistemas crudo pesado/agua, realizando con estos un análisis de sensibilidad apoyándose en la estadística descriptiva determinando así la efectividad de estos modelos, teniendo en cuenta sus parámetros y rangos óptimos de aplicación. Las correlaciones o modelos matemáticas han sido desarrolladas por muchos investigadores con el fin de estimar permeabilidades relativas en ausencia de datos experimentales.

También se diagnosticaron las posibles causas por las cuales se pueden presentar fuentes de error al aplicar los modelos, para definir los rangos de aplicación en los que se presenta una mejor proyección de las permeabilidades relativas para sistemas crudo pesado/agua.

---

<sup>1</sup> Trabajo de grado.

<sup>2</sup> Facultad de Ingenierías Físico -Químicas. Escuela de Ingeniería de Petróleos. Director: César Augusto Pineda Gómez, Ingeniero de Petróleos.

## ABSTRACT

**TITLE:**

**PREDICTING HEAVY OIL WATER RELATIVE PERMEABILITY** <sup>3</sup>

**AUTHORS:** MARTA OLGA MADERA GONZÁLEZ

JAIME ARMANDO LÓPEZ REINA<sup>4</sup>

**KEYWORDS:** Heavy Crude Oils Reservoirs, Relative Permeability Curves, Descriptive Statistics, Sensitivity Analysis.

**CONTENT:**

Heavy and light crude oils have very different physical properties. Therefore, light crude oils are not good substitutes for measurements in heavy crude oils. Because of that, a detailed study of the relative permeability models are essential to determine those that predict better curves for these types of crude oils. The two-phase relative permeabilities are assumed to depend on saturation, saturation history, wettability and pore structure but not on fluid viscosities, densities or flow rates.

The aim of the present research study; is to compile existing models in the literature for determining the relative permeability curves, and selecting the most relevant models for heavy crude oils / water systems, doing with them a sensitivity analysis based on the descriptive statistics determining thus the effectiveness of these models, bearing in mind their parameters and optimal ranges of application. The correlations or mathematical models have been developed by many researchers in order to estimate relative permeabilities in the absence of experimental data.

The possible causes were also diagnosed by which sources of error can be presented when applying these models, to define the application ranges in which a better projection of the relative permeabilities for heavy crude oils / water systems are presented.

---

<sup>3</sup> Thesis Degree.

<sup>4</sup> Physicochemical Engineering Faculty. Petroleum Engineering School. Director: César Augusto Pineda Gómez.

## INTRODUCCIÓN

Las leyes que gobiernan el flujo simultáneo de fluidos a través del medio poroso, los conceptos y métodos empleados para la determinación de curvas de permeabilidad relativa para crudos pesados se derivan de los utilizados para aceites livianos. Pero en vista de que los crudos pesados y livianos tienen propiedades físicas muy diferentes, los crudos livianos no son buenos sustitutos para las mediciones con crudos pesados. Esta es solo una dificultad entre muchas a la hora de pretender obtener un resultado confiable. Esto sucede a nivel de laboratorio, ahora, a nivel numérico se presentan otros retos, por ejemplo, tratar a través de correlaciones reflejar todos los fenómenos físicos que se dan durante el desplazamiento de fluidos a través del núcleo.

Las correlaciones o modelos matemáticas han sido desarrolladas por muchos investigadores con el fin de estimar permeabilidades relativas en ausencia de datos experimentales, o también son utilizadas como un medio de verificación.

Este trabajo enmarca una recopilación y análisis detallado de los modelos de permeabilidad relativa en diversos escenarios, valiéndose de herramientas de cálculo sistematizadas y de la estadística descriptiva. El trabajo se divide en cinco capítulos. En el primer capítulo, se presentan generalidades acerca de la determinación de curvas de permeabilidad relativa, finalizando con un estado del arte de dichos modelos y disponiendo de los mejores para nuestro análisis de sensibilidad. En el segundo capítulo, se presentan los modelos matemáticos seleccionados de la literatura y escogidos teniendo en cuenta un criterio de selección. En el tercer capítulo se presentan el diseño de experimentos, los conceptos estadísticos y los valores asignados a cada variable para la construcción

de los escenarios y con los cuales se validará cada uno de los modelos escogidos. En el cuarto capítulo, se describe la elaboración de la herramienta de cálculo y el análisis de sensibilidad de cada una de las variables. Y, por último, en el quinto capítulo, se compara y se valora qué tan certeros son los resultados estadísticamente y de esa forma se establecen los rangos de aplicación de cada modelo, terminando con el planteamiento de las respectivas recomendaciones.

Al finalizar este trabajo se podrá conocer la aplicabilidad de estas expresiones y su sensibilidad a los parámetros de entrada, se podrá permitir o restringir su aplicación, así como valorar y describir los escenarios en que presentan mejores resultados.

## 1. GENERALIDADES SOBRE PERMEABILIDADES RELATIVAS DE DOS FASES<sup>5</sup>

El trabajo original sobre la física del flujo de dos fases fue realizado por Wyckoff & Botset (1936). Ellos introdujeron la idea de utilizar la permeabilidad efectiva a cada fluido presente en la roca en la ley de Darcy, para cuantificar el comportamiento de flujo en el medio poroso.

La permeabilidad efectiva a cada fase se define como:

$$K_{ei} = \frac{q_i \mu_i}{A(dp/dx)_i} \dots\dots\dots[1]$$

Donde:

$K_{ei}$ , es la permeabilidad efectiva.

El subíndice,  $i$ , representa tanto la fase mojante como las fases no mojantes.

La permeabilidad efectiva a cada fase se incrementa a medida que su saturación incrementa. Es cero a la saturación irreducible de la fase y es máxima a la máxima saturación de la fase. Usualmente, la permeabilidad efectiva se convierte en permeabilidad relativa dividiéndola por una permeabilidad de referencia. La escogencia de la permeabilidad de referencia es arbitraria, y puede ser cualquiera de las siguientes:

- Permeabilidad absoluta a una de las fases.
- Permeabilidad al gas corregida por efecto Klinkenberg.

---

<sup>5</sup> PEREZ CARRILLO, Edgar Ricardo. Diseño de una metodología experimental para evaluación de permeabilidades relativas tres fases. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia, Tesis 2008.

- Permeabilidad efectiva de la fase no mojante a la saturación irreducible de la fase mojante.
- Permeabilidad efectiva de la fase mojante a la saturación irreducible de la fase no mojante.

A menudo se utiliza la permeabilidad efectiva de la fase menos mojante como la permeabilidad de referencia. Generalmente se toma como permeabilidad de referencia la efectiva al aceite.

Las permeabilidades relativas no solo dependen de la saturación de las fases, sino también de la historia de saturación. Si la saturación de la fase mojante está incrementándose, el proceso se conoce como imbibición. Si la saturación de la fase mojante está disminuyéndose, el proceso se conoce como drenaje. La diferencia entre las permeabilidades relativas determinadas durante el drenaje y durante la imbibición, se conoce como histéresis.

### **1.1 MÉTODOS DISPONIBLES PARA DETERMINACIÓN DE PERMEABILIDADES RELATIVAS**

Geffen et. al., (1951) presentaron un estudio completo sobre los diferentes métodos disponibles para la determinación de las permeabilidades relativas dos fases en un medio poroso. Ellos dividieron los métodos en las cuatro categorías siguientes:

- I. Estimación a partir del historial de producción del yacimiento.
- II. A partir de datos de laboratorio publicados en la literatura técnica, sobre estudios en medios porosos similares (generalización de otros estudios de yacimiento).
- III. A partir de la derivación de las ecuaciones de flujo, utilizando leyes conocidas de dinámica de fluidos, y utilizando algunas características que pueden medirse experimentalmente de la roca (método matemático).

IV. A partir de mediciones directas de laboratorio de las características de flujo utilizando muestras representativas de roca y fluidos (método experimental).

Geffen et. al., (1951) observaron que los primeros tres métodos presentan inconsistencias que hacen de su uso algo cuestionable. En el caso del primer método, los datos del desempeño de un yacimiento están solamente disponibles para algunos tipos de procesos de flujo, y no están fácilmente disponibles durante el principio de la vida productiva de un yacimiento. Para el segundo método, los datos publicados de otras pruebas de laboratorio por lo general no son aplicables al propio caso de estudio.

Para el tercer método, la física del flujo de fluidos no se ha comprendido suficientemente como para derivar ecuaciones matemáticas exactas, que describan el flujo en geometrías de poro complejas. El cuarto método, es decir la medición directa de las permeabilidades relativas en laboratorio, utilizando muestras de núcleos representativas del yacimiento en estudio, es un método confiable para la obtención de datos de permeabilidad relativa.

Se han desarrollado tres categorías de métodos de laboratorio para la medición de las permeabilidades relativas dos fases, por lo general agua-petróleo.

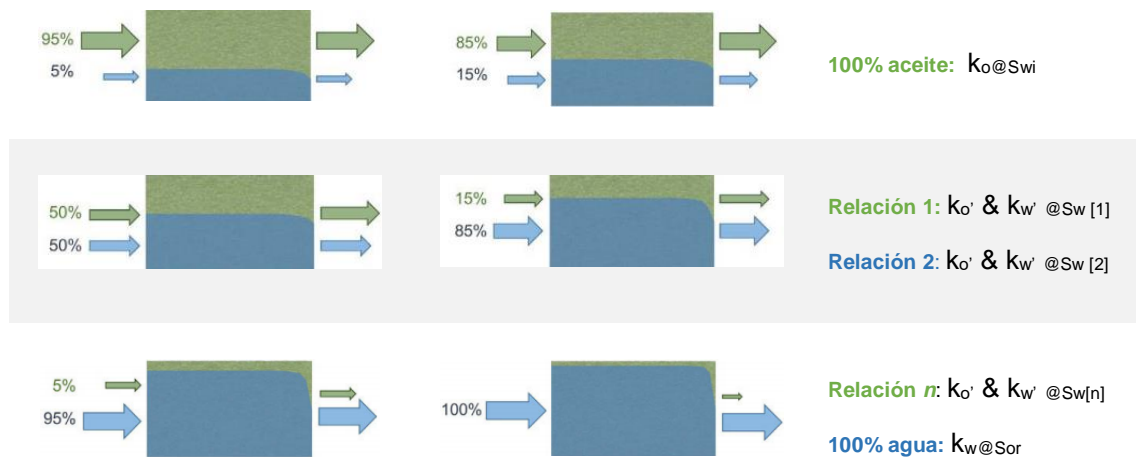
- Método de estado estacionario
- Método de estado no-estacionario
- Método de la centrífuga

### **1.1.1 MÉTODOS DE LABORATORIO**

**Método de estado estable:** En el método de estado estable, generalmente se inyectan simultáneamente en el núcleo tanto la fase mojante como la no-mojante. La caída de presión y las saturaciones se miden cuando el sistema alcanza el estado estable, es decir, cuando la caída de presión a través del núcleo, las

saturaciones, y distribución de fluidos no cambian con el tiempo. La caída de presión a través del núcleo, junto con las tasas de flujo y las viscosidades de los fluidos, se reemplaza en la ley de Darcy modificada, ecuación [1], para calcular las permeabilidades efectivas. Las saturaciones de las fases se modifican mediante la variación de la relación de las tasas de flujo de los fluidos. De esta manera, las curvas de permeabilidades relativas pueden determinarse sobre un rango representativo de saturaciones. Hassler (1994), presentó un método para medir las permeabilidades relativas al gas y al petróleo, para el cual se utilizaban platos semi-permeables en los extremos del núcleo, permitiendo a los fluidos desplazarse separadamente hacia el exterior del núcleo. En este método las caídas de presión en la fase gas se ajustan para igualar las presiones capilares (diferencia de presión en la interfase gas-petróleo) en los extremos de entrada y salida del núcleo.

Figura 1. Esquema del método de ensayo en estado estacionario (agua-aceite)



**Fuente:** McPhee, Colin; Reed, Jules; Zubizarreta, Isaskun.; "Core Analysis - A Best Practice Guide", Publisher Elsevier, 2015.

La secuencia de este método de medición puede resumirse como:

- I. Extracción de una muestra (tapón) en el núcleo seleccionado para estudio.
- II. Lavado de la muestra para eliminar el agua, petróleo y sales del medio poroso.
- III. Medición de la porosidad y permeabilidad al gas de la muestra.
- IV. Colocación de la muestra en una celda de medición adecuada (celda triaxial).
- V. Inyección de las dos fases a estudiar empleando una determinada relación de caudales.
- VI. Continuación de la inyección de ambas fases hasta que la relación de producción sea idéntica a la relación de inyección. En este punto se calcula la permeabilidad a ambas fases mediante la ley de Darcy.
- VII. Medición de la saturación de ambas fases en el medio poroso (por resistividad, Rayos X, ultrasonido o algún otro método calibrado).
- VIII. Cambio de la relación de inyección (aumentando la proporción de la fase con saturaciones creciente en el yacimiento) y se repite la secuencia.

**Método de estado Inestable:** En los métodos de estado inestable solamente se inyecta en el núcleo una de las fases. El núcleo está a la saturación irreducible de la fase desplazante. El recobro y la caída de presión a través del núcleo se registran durante el proceso de desplazamiento. Las permeabilidades relativas se calculan por varios métodos, entre ellos el más conocido es el método de Johnson, Bossler & Neumann, (1959) conocido mundialmente como método JBN, o por técnicas de ajuste histórico.

Figura 2. Esquema del método de prueba en estado inestable.

Núcleo saturado de salmuera	Sw = 100%	Permeabilidad de salmuera $k_w$
Desaturación de $S_{wi}$ con aceite	OIL Swi	Permeabilidad efectiva de aceite $k_{o@Swi}$
Etapa inicial de iny. de agua, antes de la ruptura (sólo se produce aceite)	Swi	Flujo de dos fases
Ruptura de agua	Swi	
Continuación del proceso de iny. de agua	Swi	
Punto final de iny. de agua - Saturación residual de aceite (sólo se produce agua)	Swi	Permeabilidad efectiva de salmuera $k_{w@Sor}$

**Fuente:** McPhee, Colin; Reed, Jules; Zubizarreta, Isaskun.; “Core Analysis - A Best Practice Guide”, Publisher Elsevier, 2015

Gracias al desarrollo teórico de Buckley y Leverett, completado por Welge y ampliado por Johnson et al., se pudieron realizar mediciones con el denominado método inestable. La metodología experimental puede resumirse en la siguiente secuencia:

- I. Extracción de una muestra (tapón) en el núcleo seleccionado para estudio.
- II. Lavado para eliminación de agua, petróleo y sales del medio poroso.
- III. Medición de la porosidad y permeabilidad al gas de la muestra.

- IV. Saturación de la muestra con agua de formación o equivalente.
- V. Medición de la permeabilidad absoluta al agua.
- VI. Barrido con petróleo hasta obtener  $S_{wi}$
- VII. Medición de la permeabilidad efectiva al petróleo en condiciones de agua irreducible [ $k_{o(S_{wi})}$ ].
- VIII. Ensayo de desplazamiento, por inyección de agua, registrando presiones y caudales de las fases producidas hasta obtener la  $S_{or}$ .
- IX. Medición de la permeabilidad efectiva al agua en condiciones de petróleo residual [ $k_{w(S_{or})}$ ]
- X. Lavado de las muestras para cierre de balance volumétrico.
- XI. Cálculo.

**Método de la centrífuga:** En el caso del método de la centrífuga; (equipo que utiliza la fuerza centrífuga como potencial de flujo) se ha utilizado para medir la presión capilar de rocas porosas desde 1944 (Hassler & Brunner). Hagoort, (1980) utilizó datos experimentales a partir de centrífuga para determinar las curvas de permeabilidad relativa de la fase petróleo. O'Meara & Crump, (1985) obtuvieron la permeabilidad relativa del petróleo y la presión capilar del sistema gas-petróleo de experimentos con centrífuga llevados a cabo a diferentes velocidades. En su método, la presión capilar (la cual se define como la diferencia de presión en la interfase agua-aceite), se determina a partir de datos obtenidos a condiciones aproximadamente estabilizadas al final de cada prueba. Las permeabilidades relativas se determinan por ajuste histórico de los datos de producción registrados del experimento con la centrífuga.

**1.1.2 MÉTODOS MATEMÁTICOS.** La permeabilidad relativa de la roca porosa es medida experimentalmente de manera directa desde hace mucho en la literatura relacionada con el petróleo. Sin embargo, los métodos empíricos para determinar la permeabilidad relativa son cada vez más utilizados, particularmente con la aparición de los simuladores de yacimientos.

La forma general de las curvas de permeabilidad relativa puede aproximarse mediante las siguientes ecuaciones  $k_{rw} = A(S_w)^n$ ,  $k_{ro} = B(1 - S_w)^m$ ; donde A, B, n y m son constantes.

La mayoría de los modelos matemáticos de permeabilidad relativa pueden ser clasificados bajo una de las siguientes cuatro categorías:

- I. Modelos capilares
- II. Modelos estadísticos
- III. Modelos empíricos
- IV. Modelos de redes

**Modelos capilares:** Son basados en el supuesto de que un medio poroso consiste en un paquete de tubos capilares de varios diámetros con una longitud de recorrido de fluido más larga que la muestra. Los modelos capilares ignoran la naturaleza interconectada del medio poroso y frecuentemente no proporcionan resultados realistas.

**Modelos estadísticos:** También están basados en el modelado del medio poroso por un paquete de tubos capilares con varios diámetros distribuidos aleatoriamente. El modelo puede ser descrito como si fuera dividido en un gran número de rodajas finas por planos perpendiculares a los ejes de los tubos. Las rodajas se imaginan para ser reordenadas al azar. De nuevo, el modelo estadístico tiene la misma deficiencia de no poder modelar la interconectividad natural del medio poroso.

**Modelos empíricos:** Se basan en relaciones empíricas propuestas que describen permeabilidades relativas determinadas experimentalmente y en general, han proporcionado las aproximaciones más exitosas

**Modelos de redes:** Frecuentemente se basan en el modelado del flujo de fluidos en medios porosos utilizando una red de resistencias eléctricas como una computadora analógica. Los modelos de red son probablemente las mejores herramientas para entender el flujo de fluidos en medios porosos.

## 1.2 YACIMIENTOS DE CRUDO PESADO<sup>6</sup>

El crudo pesado abarca un vasto rango a lo largo de este espectro que existe entre el petróleo extrapesado y el petróleo liviano. El Departamento de Energía de los Estados Unidos de Norteamérica (DOE, por sus siglas en inglés), define el crudo pesado como aquél que presenta densidades API de entre 10.0° y 22.3°. Sin embargo, la naturaleza no reconoce tales límites. En algunos yacimientos, el petróleo con una densidad tan baja como 7 u 8°API se considera pesado más que extrapesado, porque puede ser producido mediante métodos de producción de petróleo pesado.

Originalmente, cuando la roca generadora produce petróleo crudo, éste no es pesado. Los expertos en geoquímica generalmente coinciden en que casi todos los petróleos crudos comienzan con densidades de entre 30 y 40°API. El petróleo se vuelve pesado sólo luego de una degradación sustancial ocurrida durante la migración y luego del entrapamiento. La degradación se produce a través de una variedad de procesos biológicos, químicos y físicos. La bacteria transportada por el agua superficial metaboliza los hidrocarburos parafínicos, nafténicos y aromáticos en moléculas más pesadas. Las aguas de formación también remueven

---

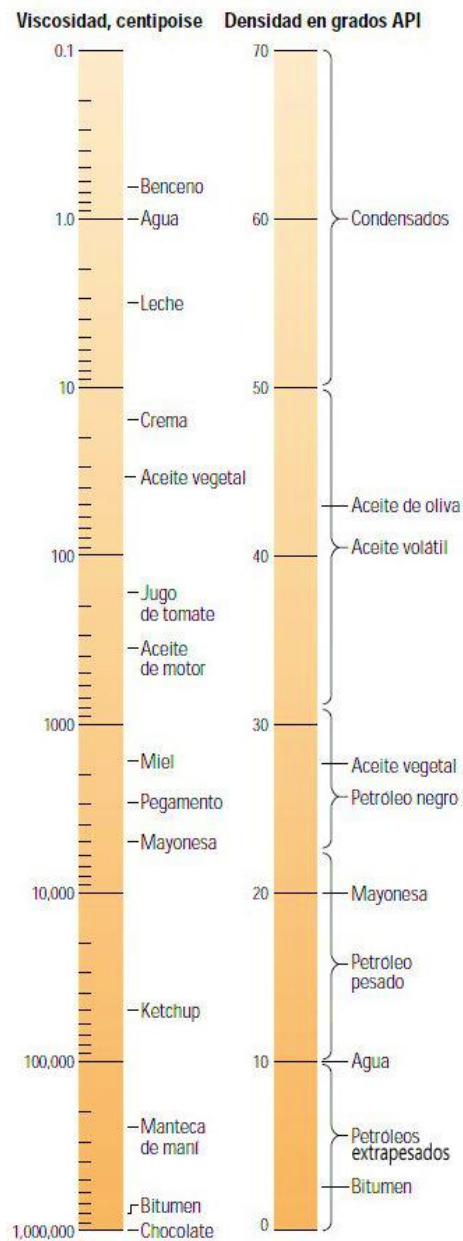
<sup>6</sup> CURTIS, Carl et al. Yacimientos de petróleo pesado. *Oilfield Review*. invierno 2002/2003, p. 32-55

hidrocarburos por solución, eliminando los hidrocarburos de menor peso molecular, los cuales son más solubles en agua. El petróleo crudo también se degrada por volatilización cuando un sello de pobre calidad permite que las moléculas más livianas se separen y escapen.

El petróleo pesado se produce típicamente de formaciones geológicamente jóvenes; Pleistoceno, Plioceno y Mioceno. Estos yacimientos tienden a ser someros y poseen sellos menos efectivos, exponiéndolos a condiciones que conducen a la formación de petróleo pesado.

Debido a que la mayoría de los campos de petróleo pesado son someros, los costos de perforación no han constituido el factor dominante, pero el uso creciente de pozos horizontales y multilaterales complejos está introduciendo algunos costos en esta etapa del desarrollo. El costo primario reside típicamente en la energía necesaria para generar e inyectar el vapor requerido para movilizar los petróleos viscosos. En muchos casos, estos costos operativos están proyectados para continuar por 80 años o más.

Figura 3. Viscosidades y densidades de hidrocarburos y otros líquidos



**Fuente:** “Yacimientos de petróleo pesado”, Oilfield Review, invierno 2002/2003

Densidades y viscosidades de los hidrocarburos y de otros líquidos. Las densidades API de los hidrocarburos líquidos varían entre 4° para los hidrocarburos ricos en bitumen y 70° para los condensados. El petróleo pesado puede poseer una viscosidad similar a la de la miel.

### 1.3 MODELOS MATEMÁTICOS DESARROLLADOS PARA LA DETERMINACIÓN DE CURVAS DE PERMEABILIDAD DOS FASES ACEITE / AGUA

**1.3.1. Modelo Zhang Lie-Hui et al. (2017)<sup>7</sup>.** Es un modelo empírico y práctico desarrollado por Zhang Lie-hui y colaboradores, que traduce los resultados de laboratorio en valores de yacimiento gracias a la combinación de la técnica de Johnson-Bossler-Naumann (JBN) y la Ley de Potencia. Se encontró que la ecuación empírica adoptada para ajustar los datos del experimento dio como resultado un buen efecto.

A continuación, presentamos las ecuaciones con sus respectivos valores de constantes empíricas desarrolladas con pruebas de laboratorio.

$a_1 =$	0.0244	$b_1 =$	0.0025
$a_2 =$	3.8848	$b_2 =$	0.1941
$a_3 =$	-0.0001	$c_1 =$	-0.1121
$a_4 =$	0.5099	$c_2 =$	0.6711

$$n = a_1 T + a_2 \dots\dots\dots [2]$$

$$S_{wi} = b_1 T + b_2 \dots\dots\dots [3]$$

$$S_{or} = c_1 \ln(T) + c_2 \dots\dots\dots [4]$$

$$k_{ro} = \left( \frac{1 - S_w - (c_1 \ln(T) + c_2)}{1 - (b_1 T + b_2) - (c_1 \ln(T) + c_2)} \right)^{(a_1 T + a_2)} \dots\dots\dots [5]$$

<sup>7</sup> LIE-HUI, Zhang et al. Effect of temperature on the oil-water relative permeability for sandstone reservoirs. International Journal of Heat and Mass Transfer 105 (2017), p. 535-548

$d_1 = -10.754$	$e_1 = 20.14$
$d_2 = 0.07689$	$e_2 = 0.0530$
$d_3 = 12635.71$	$e_3 = -1638.84$
	$e_4 = 40763.24$

$$m = a_3T + a_4 \dots\dots\dots [6]$$

$$\frac{\mu_w}{\mu_o} = \frac{1}{d_1 + d_2T + \frac{d_3}{T^{1.5}}} \dots\dots\dots [7]$$

$$k_{rw-T}^o = k_{rw-T}^o * \left( e_1 + e_2T + \frac{e_3}{T} + \frac{e_4}{T^2} \right) \dots\dots\dots [8]$$

$$k_{rw} = k_{rw-50}^o * \left( e_1 + e_2T + \frac{e_3}{T} + \frac{e_4}{T^2} \right) * \left( \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi} - S_{or}} \right)^{(a_3T + a_4)} \dots\dots\dots [9]$$

**1.3.2. Modelo Goodyear (2016)<sup>8</sup>.** A través de este método se obtiene la permeabilidad relativa del aceite y el agua. En esta ecuación la presión capilar y la viscosidad se consideran despreciables en comparación con la gravedad aplicada. En otras palabras, debido al número capilar insignificante el agua se mueve en forma de pistón durante todo el experimento.

$$k_{ro}(z, t) = - \left( \frac{\mu_o}{K(\rho_o - \rho_w)g} \right) \times \delta / \delta t \int_0^z \phi S_o dz \dots\dots\dots [10]$$

$$k_{rw}(z, t) = - \left( \frac{\mu_w}{K(\rho_o - \rho_w)g} \right) \times \delta / \delta t \int_z^1 \phi S_w dz \dots\dots\dots [11]$$

Este método requiere información que es obtenida de fotos capturadas durante el experimento y depende directamente del pixel de la fase.

---

<sup>8</sup> ANSARI, M; JAFARI, H. Investigation of effect of pore sizes and pore sorting on two phase relative permeability in imbibition process. Iran, February 2016

**1.3.3 Correlación Khanifar, M. Onur, N. Darman (2014)<sup>9</sup>.** Basándose en datos experimentales dinámicos, desarrollaron algunas correlaciones de permeabilidad relativa teniendo en cuenta el efecto de la deposición de asfáltenos. Esta correlación usa la saturación de agua normalizada como uno de los parámetros de correlación además de la deposición de asfalteno por volumen poroso como una variable independiente, denotado como  $\alpha$ . Siendo  $\alpha$  definida como la relación promedio de la cantidad de asfalteno depositado en gramos por el volumen poroso de la muestra de núcleo en centímetro cúbico ( $gr/cm^3$ ). Por lo tanto, los valores de  $\alpha$  pueden ser computados durante los experimentos por consideración al balance de masa por porcentaje en peso del componente de asfalteno a través del núcleo.

$$S_{wi} = A_1 + A_2 \times \alpha^{2.5} + A_3 \times \alpha^{3.0} \dots\dots\dots [12]$$

Donde los coeficientes  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$  son obtenidos por:

$$A_1 = 0.202399336827508 \quad | \quad A_2 = -111.679140690674 \quad | \quad A_3 = 309.96168267463$$

y,

$$S_{or} = B_1 + B_2 \times \alpha^{0.5} + B_3 \times \exp(-\alpha) \dots\dots\dots [13]$$

de los coeficientes  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  son obtenidos por:

$$B_1 = -0.449937033913859 \quad | \quad B_2 = 0.103124261863403 \quad | \quad B_3 = 0.638133880573715$$

---

<sup>9</sup> KHANIFAR, A; ONUR, M. y DARMAN, N. New Experimental Correlations to Predict Water-Oil Relative Permeability Curves Affected from Asphaltene Deposition. Malasya, March 2014.

Para desarrollar la correlación de permeabilidad relativa adecuada, los autores construyeron a partir de la ley de potencia en base a la correlación de Corey. La permeabilidad relativa del agua y el aceite como una función de la saturación de agua normalizada y la cantidad promedio de asfalteno depositado por volumen poroso:

$$k_{rw}(S_w^*) = C_1 * (S_w^*)^{C_2} + \alpha * C_3 * (S_w^*)^{(\alpha \times C_4)} \dots\dots\dots [14]$$

Donde los coeficientes  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ , y  $C_4$  son objetivos por:

$C_1 = 9.95921868622281E - 02$	$C_3 = 2.04663411338869$
$C_2 = 2.3047854830005$	$C_4 = 15.079810820436$

$$k_{ro}(S_w^*) = D_1 x (1 - S_w^*)^{D_2} + \alpha x D_3 x (1 - S_w^*)^{(\alpha \times D_4)} \dots\dots\dots [15]$$

Donde los coeficientes  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  y  $D_4$  son obtenidas por:

$D_1 = 0.922625545986362$	$D_3 = -4.10276846678706$
$D_2 = 1.4933481064284$	$D_4 = 1.49275414055384$

**1.3.4 Chimá; E. Chávez; Z. Calderón (2010)<sup>10</sup>.** Proponen una ecuación para calcular la permeabilidad relativa en fracturas. Las siguientes suposiciones son hechas en la elaboración de la ecuación matemática propuesta.

<sup>10</sup> CHIMÁ, A.; CHÁVEZ, E. y CALDERÓN, Z. An equation to predict Two-Phase Relative Permeability Curves in Fractures. Lima, Perú, 2010

1. Segregación gravitacional entre las dos fases
2. El fluido es Newtoniano y ligeramente compresible con propiedades constantes.
3. El flujo es laminar y en estado estable.

$$k_{rw} = \left[ \frac{S_w^5(\mu_{HC} - \mu_w) + S_w^3 \mu_w(3 - 2S_w)}{S_w(\mu_{HC} - \mu_w) + \mu_w} \right] \dots\dots\dots [16]$$

$$k_{rHC} = \left[ \frac{S_{HC}^5(\mu_w - \mu_{HC}) + S_{HC}^3 \mu_{HC}(3 - 2S_{HC})}{S_{HC}(\mu_w - \mu_{HC}) + \mu_{HC}} \right] \dots\dots\dots [17]$$

### 1.3.5 Correlación LET (Lomeland y Otros, 2005)

$$k_{rw} = k_{rw}^0 \frac{(S_w^*)^{L_w}}{(S_w^*)^{L_w} + E_w(1 - S_w^*)^{T_w}} \dots\dots\dots [17]$$

$$k_{ro} = k_{ro}^0 \frac{(1 - S_w^*)^{L_o}}{(1 - S_w^*)^{L_o} + E_o(S_w^*)^{T_o}} \dots\dots\dots [18]$$

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi} - S_{or}} \dots\dots\dots [19]$$

En esta ecuación solo los end-point de las saturaciones y los valores correspondientes de permeabilidad relativa tiene sentido físico y los parámetros L, E y T son empíricos. Los parámetros L describen la forma de la curva en las partes más bajas de la curva, mientras el parámetro T cambia el tope de las curvas.

### 1.3.6 Modelo de Skjaeveland (2000)<sup>11</sup>

$$k_{rw} = k_w * \frac{c_w k_{rw,ww} - c_o k_{rw,ow}}{c_w - c_o} \dots\dots\dots [20]$$

$$k_{ro} = k_o * \frac{c_w k_{ro,ww} - c_o k_{ro,ow}}{c_w - c_o} \dots\dots\dots [21]$$

Para sistemas completamente mojado por agua

$$k_{rw,ww} = S_{nm}^{3+2a_w} \dots\dots\dots [22]$$

$$k_{ro,ww} = (1 - S_{nm}^{1+2a_w})(1 - S_{nw})^2 \dots\dots\dots [23]$$

$$S_{wn} = \frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{wr} - S_{or}} \dots\dots\dots [24]$$

Para sistemas completamente mojado por aceite

$$k_{rw,ow} = (1 - S_{no}^{1+2a_o})(1 - S_{no})^2 \dots\dots\dots [25]$$

$$k_{ro,ow} = S_{no}^{3+2a_o} \dots\dots\dots [26]$$

$$S_{no} = \frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{wr} - S_{or}} \dots\dots\dots [27]$$

$$P_{c wd} = \frac{c_w}{\left(\frac{S_w - S_{wR}}{1 - S_{wR}}\right)^{a_w}} \dots\dots\dots [28]$$

---

<sup>11</sup> GHAEDI, Mojtaba *et al.* An Efficient method for determining capillary pressure and relative permeability curves from spontaneous imbibition data. Iranian Journal of Oil & Gas Science and Technology, May 2015.

$$P_{cod} = \frac{C_o}{\left(\frac{S_o - S_{oR}}{1 - S_{oR}}\right)^{a_o}} \dots\dots\dots [29]$$

$$p_c = \frac{c_w}{\left(\frac{S_w - S_{wR}}{1 - S_{wR}}\right)^{a_w}} + \frac{c_o}{\left(\frac{S_o - S_{oR}}{1 - S_{oR}}\right)^{a_o}} \dots\dots\dots [30]$$

donde,

$a_w$ ,  $a_o$  y  $c_w$ ,  $c_o$  son constantes, hay un conjunto para imbibición y otro para drenaje.

$C_w$ ,  $C_o$  es la presión umbral.

$S_w$  es la saturación de agua.

$S_{wR}$  es la saturación de agua irreducible.

$S_o$  es la saturación de aceite.

$S_{oR}$  Saturación de aceite residual.

$\frac{1}{a_w}$ ,  $\frac{1}{a_o}$  son los índices de distribución de tamaño de poro.

**1.3.7 Correlación de Kjosavik (1998)<sup>12</sup>.** Esta correlación es utilizada en yacimientos con mojabilidad mixta, sugiere hacer una ponderación de las funciones de permeabilidad relativa mojado por agua y mojado por aceite con ayuda de la función de presión capilar para el agua y el aceite.

Estas ecuaciones son válidas para procesos de imbibición:

$$k_{rwd} = k_{rw}^0 \frac{P_{c wd} \cdot k_{rwwd} - P_{cod} \cdot k_{rwod}}{P_{c wd} - P_{cod}} \dots\dots\dots [31]$$

---

<sup>12</sup> TERGE, G y LARSEN, J.A. Numerical Modelling of Capillary Transition Zones. Brisbane, Australia, October 2000

$$k_{rod} = k_{ro}^0 \frac{P_{c wd} \cdot k_{r o wd} - P_{c od} \cdot k_{r o od}}{P_{c wd} - P_{c od}} \dots\dots\dots [32]$$

Donde,

$k_{rw}^0$  es la  $k_{rw}$  a condiciones de  $S_{or}$

$k_{ro}^0$  es la  $k_{ro}$  a condiciones de  $S_{wir}$

La correlación de Kjosavik involucra, la correlación de Corey-Burdine en el desarrollo de su correlación, también involucra implícitamente el modelo de Skjaeveland para presión capilar

**1.3.8 Modelo Embid (1997)<sup>13</sup>.** Sonia Embid desarrolló la expresión modificada del Modelo Carman-Kozeny (MCK), la cual hemos denominado Modelo Embid, la cual es una función de las áreas superficiales de las interfaces fluido-fluido y fluido-roca, así como de las saturaciones de los fluidos y la tortuosidad.

El modelo utiliza áreas interfaciales y de superficie determinadas a partir de medidas de presión capilar y, por este medio, puede incorporar una mojabilidad variable y una histéresis, así como asegurar la consistencia de las propiedades petrofísicas.

A continuación, la fase 1 corresponderá a la  $k_{rw}$  y la fase 2 a la  $k_{ro}$

$$k_{r1} = S_1^3 \frac{\tau(A_{1-rock} + A_{2-rock})^2}{\tau_1(A_{12} + A_{1-rock})^2} \dots\dots\dots [33]$$

$$k_{r2} = S_2^3 \frac{\tau(A_{1-rock} + A_{2-rock})^2}{\tau_2(A_{21} + A_{1-rock})^2} \dots\dots\dots [35]$$

---

<sup>13</sup> ALPAK, Faruk; LAKE, Larry y EMBID, Sonia. Validation of a Modified Carman-Kozeny Equation to model two-phase relative permeabilities. SPE 56479, 1999.

Las ecuaciones [34] y [35] están en función del área superficial

$$k_{r1} = k_{r1}(S_1; A/B; \alpha; \beta; K; \gamma_1) \dots\dots\dots [34]$$

$$k_{r2} = k_{r2}(S_2; A/B; \alpha; \beta; K; \gamma_2) \dots\dots\dots [35]$$

Las ecuaciones [36] y [37] han sido parametrizadas con otras ecuaciones presentadas a continuación:

- a.**  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes que parametriza el area interfacial entre las fases 1 y 2.

$$\frac{A_{12}}{A_I} = S_2^\alpha (1 - S_2)^\beta \dots\dots\dots [36]$$

- b.**  $A/B$  representa la relación del área máxima que la interfase puede alcanzar con la superficie total de roca total contactada la relación de  $A_I$  respecto al area superficial total de la roca  $A_T$  está representada por el parámetro único  $A/B$

$$A = \frac{\sigma_{12}}{V_b \phi} \dots\dots\dots [37]$$

$$B = \frac{\sigma_{12}}{V_b \phi} A_T \dots\dots\dots [38]$$

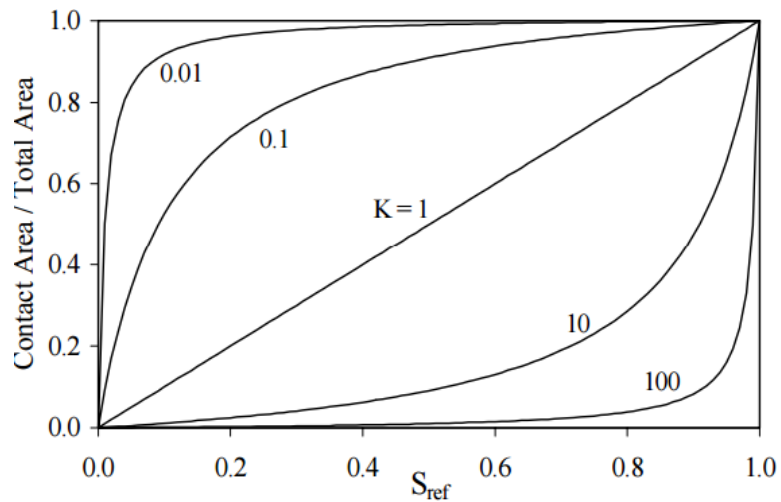
- c.**  $K$  parametriza la superficie de la roca en contacto con la fase, aunque puede ser considerado como una constante de equilibrio de reacción.
- I. Valores grandes de  $K$  corresponde a un sistema fuertemente mojado por agua
  - II. Valores pequeños de  $K$  corresponde a un sistema fuertemente mojado por aceite

III. Un medio con mojabilidad intermedia es representado por valores cercanos a 1

$$A_{j-rock} = A_T \frac{S_j}{S_j + K(1-S_j)} \dots\dots\dots [39]$$

$$A_T = A_{1-rock} + A_{2-rock} \dots\dots\dots [40]$$

Figura 4. Área mojada entre una fase de referencia y la roca en función de la mojabilidad de una fase de referencia



**Fuente:** Faruk Alpak, Larry Lake, Sonia M. Embid; “Validation of a Modified Carman-Kozeny Equation to model two-phase relative permeabilities” SPE 56479, 1999.

Las áreas superficiales derivadas de la relación de presión capilar utilizadas en el modelo MCK proporcionan una buena descripción de las permeabilidades relativas experimentales medidas bajo las mismas condiciones.

Calculamos la tortuosidad de la fase a partir del modelo de percolación simple<sup>14</sup>

$$\tau_1 = \tau S_1^{\gamma_1} \dots\dots\dots [41]$$

$$\tau_2 = \tau S_2^{\gamma_2} \dots\dots\dots [42]$$

Las ecuaciones [43] y [44] son consistentes con este comportamiento si  $\gamma_1, \gamma_2 < 0$

**1.3.9 Modelo Polikar et al. (1989)<sup>15</sup>.** Realizaron medidas en estado estable de permeabilidad relativa para bitumen de Athabasca y agua, en paquetes de arena restaurados. Se efectuaron un total de 13 experimentos, 12 en vertical y 1 horizontal, a 125°C la mayoría de las mediciones. Evaluaciones adicionales fueron elaboradas a 175°C pero no mostraron ninguna dependencia significativa de la temperatura. Las inyecciones de diversas mezclas de bitumen / agua se desarrollaron para cubrir toda la gama de saturación desde agua irreducible hasta aceite residual. A partir de los datos experimentales se obtuvo un único conjunto de curvas de permeabilidad relativa de agua bituminosa.

$$k_{rw} = a_w \times (S_w - S_{wi})^{e_w} \dots\dots\dots [43]$$

$$k_{rb} = k_{rbi} - a_b \times (S_w - S_{wi})^{e_b} \dots\dots\dots [44]$$

Las curvas resultantes mostraron un comportamiento no convencional; se encontró que la curva de bitumen era convexa. Esta forma puede ser un reflejo del proceso de desplazamiento que tiene lugar. Además, una comparación de las curvas de

---

<sup>14</sup> BEDRIKOVETSKY, P.G. y BRUINING, J. A Percolation Based Upscaling Technique for Viscous Force Dominated Water Flooding in Uncorrelated Heterogeneous Reservoirs. Paper presented at the 1995 European Symposium on Improved Oil Recovery. Vienna, May 15-17.

<sup>15</sup> POLIKAR, Marcel, *et al.* Relative permeability curves for bitumen and water in oil sand systems. January-February 1989, Volume 28, No. 1

permeabilidad relativa normalizada obtenidas experimentalmente para los aceites pesados de Alberta ha demostrado que existía una amplia variación entre los datos informados.

A menudo en simuladores numéricos, las curvas de permeabilidad relativa se presentan en una forma normalizada, tanto en saturación como en permeabilidad. Perkins y Collins<sup>16</sup> han sugerido normalizar cada curva con respecto a su propia permeabilidad relativa del punto final para satisfacer el escalamiento del modelo al prototipo. El superíndice \* se refiere a las variables normalizadas

$$k_{rw}^* = 0.998(S_w^*)^{4.14} \dots\dots\dots [45]$$

$$k_{rb}^* = 0.995(1 - S_w^*)^{0.495} \dots\dots\dots [46]$$

donde,

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{br} - S_{wi}} \dots\dots\dots [47]$$

**1.3.10 Modelo Nakornthap y Evans (1986)<sup>17</sup>.** Presentan una teoría analítica que permite la formulación de un modelo matemático para describir la variación de la permeabilidad relativa con la temperatura en un sistema agua / aceite.

El modelo matemático parte de las siguientes 2 sencillas expresiones:

---

<sup>16</sup> PERKINS, F. y COLLINS, R. Scaling Laws of Laboratory Flow Models in Oil Reservoirs. Trans. AIME, Vol.219, pp.383-385, 1960.

<sup>17</sup> NAKORNTHAP, K y EVANS, Ronald. Temperature-Depend Relative Permeability and its effect on oil displacement by Thermal Methods. SPE May 1986

$$k_{rw} = \left( \frac{S_w - S_{wir}}{1 - S_{wir}} \right)^{\frac{2+3\lambda}{\lambda}} \dots\dots\dots [48]$$

$$k_{ro} = \left( 1 - \frac{S_w - S_{wir}}{1 - S_{wir}} \right)^2 * \left[ 1 - \left( \frac{S_w - S_{wir}}{1 - S_{wir}} \right)^{\frac{2+\lambda}{\lambda}} \right] \dots\dots\dots [49]$$

donde,

$\lambda$  = índice de distribución de tamaño de poro, es un número positivo, considerado constante y es única para es muestra particular de roca

La teoría desarrolla ecuaciones analíticas para la permeabilidad relativa dependiente de la temperatura en términos de saturación de agua, saturación de agua irreducible y cambio diferencial en la saturación de agua irreducible con la temperatura. Según Nakornthap y Evans, estas ecuaciones predicen y concuerdan razonablemente bien con los resultados experimentales reportados por otros investigadores.

$$\frac{dk_{rw}}{dT} = \left( \frac{2+3\lambda}{\lambda} \right) X \frac{(S_w - S_{wir})^{\frac{2(1+\lambda)}{\lambda}} (1 - S_w)}{(1 - S_{wir})^{\frac{2(1+2\lambda)}{\lambda}}} \left( \frac{dS_{wir}}{dT} \right) \dots\dots\dots [50]$$

$$\frac{dk_{ro}}{dT} = \left[ \left( \frac{2+\lambda}{\lambda} \right) \frac{(S_w - S_{wir})^{\frac{2}{\lambda} * (1 - S_w)^3}}{(1 - S_{wir})^{\frac{2(1+2\lambda)}{\lambda}}} + 2 \left[ 1 - \left( \frac{S_w - S_{wir}}{1 - S_{wir}} \right)^{\frac{2+\lambda}{\lambda}} \right] \frac{(1 - S_{wir})^2}{(1 - S_{wir})^3} \right] \left( \frac{dS_{wir}}{dT} \right) \dots\dots\dots [51]$$

También se presentan las implicaciones de los datos de permeabilidad relativa dependientes de la temperatura sobre el rendimiento del yacimiento de un proceso térmico. Estos datos junto con la aplicación de la teoría de avance frontal de Buckley-Leverett y la ecuación de flujo fraccional se usan para predecir la recuperación de petróleo.

**1.1.1. Modelo Chierici (1984)<sup>18</sup>.** Se proponen ecuaciones exponenciales de varios parámetros para las curvas de permeabilidad relativa de imbibición de agua / aceite. Algunos de estos parámetros tienen un significado físico; los otros pueden ser determinados por regresión no lineal en los puntos de datos experimentales, y se puede ajustar para representar pseudo curvas de permeabilidad relativa.

Se ha encontrado que las siguientes ecuaciones reproducen con mucha precisión las curvas de permeabilidad relativa determinadas experimentalmente, incluyendo su comportamiento en los puntos iniciales y puntos finales.

$$k_{rw} = e^{-BR_w^{-M}} \dots\dots\dots [52]$$

$$k_{ro} = e^{-AR_w^L} \dots\dots\dots [53]$$

$$R_w = \frac{S_w - S_{wir}}{1 - S_{or} - S_w} \dots\dots\dots [54]$$

$$k_{ro}^* = \frac{k_{ro}}{k_{ro}(S_{wir})} \dots\dots\dots [55]$$

donde,

- A y B son coeficientes empíricos (son números positivos)
- $k_{ro}(S_{wir})$  es la permeabilidad relativa de aceite a  $S_o = 1 - S_{wir}$
- $k_{rw}(S_{or})$  es la permeabilidad relativa de agua a  $S_w = 1 - S_{or}$
- $k_{ro}^*$  es la permeabilidad relativa normalizada de aceite.
- $k_{rw}^*$  es la permeabilidad relativa normalizada de agua.

---

<sup>18</sup> CHIERICI, G.L. Novel relations for Drainage and Imbibition Relative Permeabilities. SPE of AIME, June 1984

L y M son coeficientes empíricos (son números positivos)

N es el número de puntos de datos

$R_w$  es el parámetro de correlación.

B y M son determinados por regresión no lineal de un set de datos experimentales.

Las curvas de permeabilidad relativa del agua y el aceite se estiman usando diferentes parámetros. Observe que en esta ecuación  $R_w$  es usada, lo cual es diferente al término tradicional de saturación de agua normalizada. La  $S_{wi}$  en el denominador de la saturación de agua normalizada es reemplazada por  $S_w$ .

Afirma Chierici que, estas ecuaciones coinciden con las curvas determinadas experimentalmente, en particular en sus puntos iniciales y puntos finales, siendo mejor que el modelo Corey et al, y aún que las aproximaciones polinomiales

**1.1.2. Modelo Honarpour et al. (1982)<sup>19</sup>.** Introdujeron un conjunto de ecuaciones empíricas para imbibición de la permeabilidad relativa agua-aceite. Para areniscas y conglomerados ellos propusieron las siguientes ecuaciones.

Para yacimientos mojados por agua:

$$k_{rw} = 0.035388 \left[ \frac{S_w - S_{wir}}{1 - S_{wir} - S_{or}} \right] - 0.010874 \left[ \frac{S_w - S_{or}}{1 - S_{wir} - S_{or}} \right]^{2.9} + 0.56556 (S_w)^{3.6} (S_w - S_{wir}) \dots [56]$$

---

<sup>19</sup> MOHAMED, S y SHARAWY, E. Modeling of Two-phase Relative Permeability in Cambrian and Early Miocene Sandstone Reservoirs: A case Study, Egypt. May 2016

$$k_{ro} = 0.76067 \left[ \frac{\left[ \frac{S_o}{1-S_{wir}} \right] - S_{or}}{1-S_{or}} \right]^{1.8} \left[ \frac{S_o - S_{or}}{1-S_{wir}-S_{or}} \right]^{2.0} + 2.6318 \emptyset (1-S_{or})(S_o - S_{or}) \dots\dots\dots [57]$$

**1.3.11 Modelo Timmerman et al. (1982)<sup>20</sup>.** Timmerman sugirió las siguientes ecuaciones basadas en la presión capilar del drenaje agua-aceite, para el cálculo de valores bajos de permeabilidad relative agua-aceite<sup>21</sup>.

Para procesos de drenaje de la fase mojante:

$$k_{rw} = S_w \left( \frac{\int_{S_o}^1 \frac{dS}{P_c^2}}{\int_0^1 \frac{dS}{P_c^2}} \right)^{2.5} \dots\dots\dots [58]$$

$$k_{ro} = S_o \left( \frac{\int_0^{S_o} \frac{dS}{P_c^2}}{\int_0^1 \frac{dS}{P_c^2}} \right)^{2.5} \dots\dots\dots [59]$$

Para procesos de imbibición de la fase mojante:

$$k_{ro} = S_o \left( \frac{\int_0^{S_o} \frac{dS}{P_c^2}}{\int_0^1 \frac{dS}{P_c^2}} \right)^{2.5} \dots\dots\dots [60]$$

$$k_{ro} = S_o \left( \frac{\int_{S_o}^1 \frac{dS}{P_c^2}}{\int_0^1 \frac{dS}{P_c^2}} \right)^{2.5} \dots\dots\dots [61]$$

<sup>20</sup> TIMMERMAN, E. H. Practical Reservoir Engineering. Penwell Publ, 1982, 101.

<sup>21</sup> HONARPOUR, M., KOEDERITZ, L., HARVEY, A. Relative permeability of Petroleum Reservoirs. CRC Boca Raton.

### 1.3.12 Correlación Sigmund and McCaffery (1979)

$$k_{rw} = k_{rw}^0 \frac{(S_w^*)^{N_w + AS_w^*}}{1 + A} \dots\dots\dots [62]$$

$$k_{ro} = k_{ro}^0 \frac{(1 - S_w^*)^{N_o + B(1 - S_w^*)}}{1 + B} \dots\dots\dots [63]$$

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi} - S_{or}} \dots\dots\dots [64]$$

Los exponentes  $N_w$  y  $N_o$  son los mismos parámetros Corey. Las constantes A y B son pequeños valores constantes que linealiza las curvas cuando los valores de permeabilidad relativa se aproximan a cero. Nota que estas ecuaciones serán las mismas de la ecuación de Corey si las constantes A y B son cero.

**1.3.13 Método Shinohara (1978)<sup>22</sup>.** Este método permite la determinación de permeabilidad relativa del agua y del vapor en un yacimiento geotérmico usando historia de producción y medición de entalpías para un pozo geotérmico. Asume flujo horizontal y unidimensional, descuidando el efecto de la gravedad y reordenando términos)

$$k_{rw} = - \frac{\dot{m}_w \cdot v_w}{KA \nabla_p} = \frac{\dot{m}_w \cdot v_w}{Q^* \cdot v_s} \dots\dots\dots [65]$$

$$k_{rs} = - \frac{\dot{m}_s \cdot v_s}{KA \nabla_p} = \frac{\dot{m}_s}{Q^*} \dots\dots\dots [69]$$

$$Q^* = - \frac{KA \nabla_p}{v_s} \dots\dots\dots [66]$$

---

<sup>22</sup> GUDJONSDOTTIR, M.S, *et al.* Relative Permeability Measurements and Comparison to Field Data. Melbourne, Australia, April 2015

Cuando aplicamos este método en los datos de pozo de un campo geotérmico, la descarga total  $\dot{m}_t$  tiene que ser conocida.

$$k_{rw} = a_w \times (S_w - S_{wi})^{e_w} \dots\dots\dots [67]$$

$$\dot{m}_t = \dot{m}_w + \dot{m}_s = -KA\nabla_p \left( \frac{k_{rw}}{V_w} + \frac{k_{rs}}{V_s} \right) = -KA\nabla_p \left( \frac{k_{rw}}{V_w} \cdot \frac{V_s}{k_{rs}} + 1 \right) \dots\dots\dots [68]$$

$$\dot{m}_t = Q^* k_{rs} \left( \frac{\dot{m}_w}{\dot{m}_s} + 1 \right) \dots\dots\dots [69]$$

Además, para determinar la relación de flujo másico  $\dot{m}_w/\dot{m}_s$  a condiciones de pozo, la entalpia del fluido  $h_t$  también tiene que ser conocida. La fracción de vapor de la mezcla de dos fases es determinada por:

$$x = \frac{h_t - h_w}{h_s - h_w} \dots\dots\dots [70]$$

Donde  $h_w$  y  $h_s$  son las entalpias de agua y vapor respectivamente. La fracción de vapor en el yacimiento de dos fases puede ser usado para determinar el flujo másico de cada fase en el yacimiento para el pozo, usando la tasa de flujo total  $\dot{m}_t$  como se ve en las siguientes ecuaciones:

$$\dot{m}_w = (1 - x)\dot{m}_t \dots\dots\dots [71]$$

$$\dot{m}_s = x\dot{m}_t \dots\dots\dots [72]$$

Las suposiciones hechas para usar el método Shinohara en un pozo geotérmico para determinar las permeabilidades relativas de las dos fases en el yacimiento, son las siguientes:

- El gradiente de presión es constante para un periodo corto de tiempo para cada pozo.
- El producto de permeabilidad y área de flujo, KA es constante para cada pozo.
- El vapor en cabeza de pozo y descarga de agua son los mismos valores de pozo
- El flujo de fluidos en el yacimiento es de acuerdo a la ley de Darcy.

**1.3.14 Modelo Brooks y Corey (1964)<sup>23</sup>.** Asumieron que la presión capilar podría ser representada por:

$$P_c = P_d \left( \frac{S_w - S_{iw}}{1 - S_{iw} - S_{or}} \right)^{-(1/\lambda)} \dots\dots\dots [73]$$

Donde:

- $P_d$  es la presión de desplazamiento (Limite de presión)
- $S_{iw}$  es la saturación de agua irreducible
- $S_{or}$  es la saturación de aceite residual
- $\lambda$  es el índice de distribución de tamaño de poro

Adicionalmente, obtuvieron las siguientes correlaciones para permeabilidades relativas en un sistema aceite/agua.

---

<sup>23</sup> HAMOUDA, A; KAROUSSI, O y CHUKWUDEME, E. Relative permeability as a function of temperature, initial water saturation and flooding fluid compositions for modified oil-wet chalk. University of Stavanger, October 2008

$$k_{ro} = k_{ro}(S_{iw})[1 - S_w]^2 \left\{ 1 - (S_w)^{\left(\frac{2}{\lambda}\right)+1} \right\} \dots\dots\dots [74]$$

$$k_{rw} = k_{rw}(S_{or}) \left\{ (S_w)^{\left(\frac{2}{\lambda}\right)+3} \right\} \dots\dots\dots [75]$$

$$S_w = \frac{S_w - S_{iw}}{1 - S_{iw} - S_{or}} \dots\dots\dots [76]$$

donde,

$S_w$  es la saturación de agua normalizada basada en la saturación móvil de aceite

**1.3.15 Modelo Naar – Henderson (1961).** Naar y Henderson derivaron modelos matemáticos para predecir la permeabilidad relativa de dos fases durante la imbibición para areniscas consolidadas basándose en el concepto de la captura de la fase no mojante por la invasión de la fase mojante.<sup>24</sup>

El modelo Naar-Henderson usa la misma ecuación  $K_{rw}$  del modelo de Corey.

$$k_{ro} = \frac{[1 - 2S_w + S_{wir}]^{1.5}}{2(1 - S_{wir})^{1.5} - (1 - 2S_w + S_{wir})^{0.5}(1 - S_{wir})} \dots\dots\dots [77]$$

**1.3.16 Modelo Wyllie, Gardner y Torcaso (1958).** Wyllie y Gardner<sup>25</sup> presentaron las siguientes expresiones para el drenaje de permeabilidad relative agua-aceite.

---

<sup>24</sup> ROGHANIA, R; RASAEI, M. y HAGHIGHI, M. Prediction of Key Points of Water-oil Relative Permeability Curves Using the Linear Regression Technique. Petroleum Science and Technology, Jan 2012.

<sup>25</sup> WYLLIE, M. y GARDNER, G. The generalized Kozeny-Carmen equation, its application to problems of multi-phase flow in porous media. World Oil, 1958

$$k_{rw} = \left( \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}} \right)^2 \frac{\int_{S_{wi} P_c^2}^{S_w dS_w}}{\int_{S_{wi} P_c^2}^1 \frac{dS_w}}{\int_{S_{wi} P_c^2}^1 \frac{dS_w}} \dots\dots\dots [78]$$

$$k_{ro} = \left( \frac{1 - S_L}{1 - S_{wi}} \right)^2 \frac{\int_{S_L P_c^2}^1 \frac{dS_w}}{\int_{S_{wi} P_c^2}^1 \frac{dS_w}} \dots\dots\dots [79]$$

Wyllie y Gardner también han sugerido la siguiente ecuación para permeabilidad relativa de agua o aceite cuando una permeabilidad relativa está disponible:

$$k_{rw} = (S_w^*)^2 - k_{ro} \left( \frac{S_w^*}{1 - S_w^*} \right)^2 \dots\dots\dots [80]$$

donde,

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}} \dots\dots\dots [81]$$

$S_w^*$  es la saturación de la fase mojante móvil en un sistema mojado por agua

Basado en la relación lineal entre  $1/P_c^2$  y  $S_o/(1 - S_{wi})$ , ellos obtuvieron una ecuación de permeabilidad relativa de drenaje de agua para rocas mojadas por agua con porosidad intergranular como la siguiente:

$$k_{rw} = (S_w^*)^4 \dots\dots\dots [82]$$

Sin embargo, debido a la poca confianza de los datos de permeabilidad relativa, no puede validar su correlación por datos experimentales.<sup>26</sup>

$$k_{rw} = \sqrt{S_w} S_w^3 \dots\dots\dots [83]$$

**1.3.17. Modelo Pirson (1958)<sup>27</sup>.** Para la fase mojante en ambos procesos imbibición y drenaje, Pirson propuso la siguiente ecuación.

Para la fase no mojante de imbibición:

$$k_{ro} = \left[ 1 - \left( \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{nw}} \right) \right]^2 \dots\dots\dots [84]$$

Para la fase no mojante de drenaje:

$$k_{rnw} = (1 - S_w^*) \left[ 1 - (S_w^*)^{0.25} \sqrt{S_w} \right]^{0.5} \dots\dots\dots [85]$$

**1.3.18. Correlación de Corey (1954).** Una correlación frecuentemente usada para la aproximación de la permeabilidad relativa es la desarrollada por Corey que está en función de la ley de potencia de saturación de agua. El modelo de Corey asume que la permeabilidad relativa de la fase aceite y agua son independientes de la saturación de las otras fases y ecuaciones de permeabilidad relativa para fase agua y aceite. La correlación de Corey se da como:

---

<sup>26</sup> ROGHANIA, R; RASAEI, M.R. y HAGHIGHI, M. Prediction of Key Points of Water-oil Relative Permeability Curves Using the Linear Regression Technique. Petroleum Science and Technology, Jan 2012

<sup>27</sup> MOHAMED, S y SHARAWY, E. Modeling of Two-phase Relative Permeability in Cambrian and Early Miocene Sandstone Reservoirs: A case Study, Egypt. May 2016

$$k_{rw} = k_{rw}^0 (S_w^*)^{N_w} \dots\dots\dots [86]$$

$$k_{ro} = k_{ro}^0 (1 - S_w^*)^{N_o} \dots\dots\dots [87]$$

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi} - S_{or}} \dots\dots\dots [88]$$

En estas ecuaciones los parámetros  $N_w$  y  $N_o$  son los parámetros Corey del agua y el aceite. Estos parámetros de la permeabilidad relativa del agua y el aceite.

En diferentes fuentes, la correlación de Corey puede ser encontrada como:

$$k_{rw} = (S_w^*)^4 \dots\dots\dots [89]$$

$$k_{ro} = (1 - S_w^{*2})(1 - S_w^*)^2 \dots\dots\dots [90]$$

Donde:

$$S_w^* = \left( \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}} \right) \dots\dots\dots [91]$$

$S_w$  y  $S_{wi}$  son las saturaciones de agua y agua irreducible respectivamente.

**1.3.19 Correlación de Burdine (1953)<sup>28</sup>.** Burdine desarrolló ecuaciones de manera similar al método de Purcell para introducir un factor de tortuosidad como una función de la saturación de la fase mojante. La permeabilidad relativa de la fase mojante puede ser computada como sigue:

---

<sup>28</sup> LI, K y HORNE, R. Experimental Verification of Methods to Calculate Relative Permeability Using Capillary Pressure Data. Alaska, May 2002

$$k_{rw} = (\lambda_{rw})^2 \frac{\int_0^{S_w} \frac{dS_w}{P_c^2}}{\int_0^1 \frac{dS_w}{P_c^2}} \dots\dots\dots [92]$$

Donde  $\lambda_{rw}$  es la relación de tortuosidad de la fase mojanete. De acuerdo a Burdine,  $\lambda_{rw}$  puede ser calculada como sigue:

$$\lambda_{rw} = \frac{\tau_w(1.0)}{\tau_w(S_w)} = \frac{S_w - S_m}{1 - S_m} \dots\dots\dots [93]$$

Donde  $S_m$  es la saturación mínima de la fase mojanete de la curva de presión capilar;  $\tau_w(1.0)$  y  $\tau_w(S_w)$  son las tortuosidades de la fase mojanete cuando la saturación de la fase mojanete es igual a 100% y  $S_w$  respectivamente.

De la misma manera, las permeabilidades relativas de la fase no mojanete pueden ser calculadas por introducir la relación de tortuosidad de la fase no mojanete. La ecuación puede ser expresada como sigue:

$$k_{rnw} = (\lambda_{rnw})^2 \frac{\int_{S_w}^1 \frac{dS_w}{P_c^2}}{\int_0^1 \frac{dS_w}{P_c^2}} \dots\dots\dots [94]$$

Donde  $\lambda_{rnw}$  es la relación de tortuosidad de la fase no mojanete, la cual puede ser calculada como sigue:

$$\lambda_{rnw} = \frac{\tau_{nw}(1.0)}{\tau_{nw}(S_w)} = \frac{1 - S_w - S_e}{1 - S_m - S_e} \dots\dots\dots [95]$$

Aquí  $S_e$  es la saturación en equilibrio de la fase no mojanete;  $\tau_{nw}$  es la tortuosidad de la fase no mojanete.

### 1.3.20 Modelo Fatt – Dysktra (1951)

$$k_{rw} = \frac{\int_{S_{wir}}^{S_w} \frac{dS_w}{P_c^3}}{\int_{S_{wir}}^{S_{wm}} \frac{dS_w}{P_c^3}} \dots\dots\dots [96]$$

$$k_{ro} = \frac{\int_{S_w}^{S_{wm}} \frac{dS_w}{P_c^3}}{\int_{S_{wir}}^{S_{wm}} \frac{dS_w}{P_c^3}} \dots\dots\dots [101]$$

**1.3.21 Modelo Purcell (1949)<sup>29</sup>.** Purcell desarrolló una ecuación para computar la permeabilidad de la roca usando datos de presión capilar. Esta ecuación puede ser lealmente ampliada para el cálculo multifase de permeabilidad relativa. En el flujo de dos fases, la permeabilidad relativa de la fase mojanante puede ser calculada como sigue:

$$k_{rw} = \frac{\int_0^{S_w} \frac{dS_w}{P_c^2}}{\int_0^1 \frac{dS_w}{P_c^2}} \dots\dots\dots [97]$$

donde,

$k_{rw}$  y  $S_w$  son la permeabilidad relativa y saturación de la fase mojanante;  $P_c$  es la presión capilar como una función de la  $S_w$ .

Similarmente, la permeabilidad relativa de la fase no mojanante puede ser calculada como sigue:

$$k_{rnm} = \frac{\int_{S_w}^1 \frac{dS_w}{P_c^2}}{\int_0^1 \frac{dS_w}{P_c^2}} \dots\dots\dots [98]$$

---

<sup>29</sup> LI, K y HORNE, R. Experimental Verification of Methods to Calculate Relative Permeability Using Capillary Pressure Data. Alaska, May 2002

donde,

$k_{rnm}$  es la permeabilidad relativa de la fase no mojanete.

Puede ser visto de las ecuaciones [105] y [106] que la suma de las permeabilidades relativas de la fase mojanete y la no mojanete a una saturación específica es igual a uno. Esto puede no ser real en más medios porosos.

**1.3.22 Correlación Corey – Burdine.** Basándose en el trabajo de Purcell (1949), Corey combinó la investigación acerca de la tortuosidad de Burdine (Burdine, 1953) y desarrolló la ecuación Corey-Burdine.

$$k_{rwwd} = S_{nw}^{3+2a_{wd}} \dots\dots\dots [99]$$

$$k_{rowd} = (1 - S_{nw}^{2a_{wd}+1})(1 - S_{nw})^2 \dots\dots\dots [100]$$

donde,

$$S_{nw} = \frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{wr} - S_{or}} \dots\dots\dots [101]$$

## 2. MODELOS MATEMATICOS DESARROLLADOS PARA LA DETERMINACIÓN DE CURVAS DE PERMEABILIDAD RELATIVA CRUDO PESADO / AGUA

En este capítulo, se presentan los modelos matemáticos seleccionados de la literatura, útiles para la determinación de curvas de permeabilidad relativa crudo pesado / agua.

### 2.1 Correlación Torabi et al. (2015)<sup>30</sup>

Desarrollaron un nuevo conjunto de correlaciones para sistemas de dos fases crudo pesado/agua a partir de una serie de pruebas de inundación de muestras (tapón) de núcleos en estado inestable que tuvo en cuenta las variaciones de la presión, viscosidad, temperatura y tasa de flujo. Analizando previamente las correlaciones para permeabilidad relativa aceite/agua y los conceptos detrás del desarrollo de los procedimientos, introdujeron tres nuevos parámetros adimensionales  $P_D$ ,  $\mu_D$ , y  $q_D$  para tener en cuenta los efectos de la presión, la viscosidad del aceite, y velocidad de flujo, respectivamente.

$$P_D = \frac{P_{exp}}{P_{std}} \dots\dots\dots [102]$$

$$\mu_D = \frac{\mu_{exp}}{\mu_{std}} \dots\dots\dots [103]$$

$$q_D = \frac{q_{exp}}{q_{std}} \dots\dots\dots [104]$$

donde,

$P_{exp}$  es la presión experimental (psia)

---

<sup>30</sup> TORABI, F; MOSAVAT, N. y ZARIVNYY, O. Predicting heavy oil/water relative permeability using modified Corey-based correlations. University of Regina and University of Toronto, Canadá, 2015.

$\mu_{exp}$  es la viscosidad del aceite (cP)

$q_{exp}$  es el caudal (ml/min)

El subíndice “std” se refiere a las condiciones estándar que se definieron en este estudio para generar parámetros adimensionales.

$P_{std}$  es igual a la presión atmosférica (14,7 psia). Se le asignó el valor de 1cP a  $\mu_{std}$ , como la viscosidad estándar de salmuera. El valor para  $q_{std}$  se estableció en 0,1 ml / min, que es aproximadamente igual a la velocidad de 1 ft/día y representa la velocidad del fluido típico en el proceso de desplazamiento inmisible (por ejemplo, inyección de agua para aceite pesado).

Tabla 1. Condiciones estándar

$P_{std}$	14.7 psi
$\mu_{std}$	1 cP
$q_{std}$	0.1 ml/min

Correlaciones permeabilidad relativa caso base:

$$k_{rw} = 0.0466 \times S_w^{*2} \dots\dots\dots [105]$$

$$R^2 = 0.9248$$

$$k_{ro} = (1 - S_w^*)^2 \times (1 - S_w^{*0.1}) \dots\dots\dots [106]$$

$$R^2 = 0.9519$$

Correlaciones de permeabilidad relativa dependientes de la presión:

$$k_{rw} = 0.0466 \times (0.0588 \times P_D)^{-1.28676} \times S_w^{*2} \dots\dots\dots [107]$$

$$R^2 = 0.8855$$

$$k_{ro} = (0.0588 \times P_D)^{-0.0291} (1 - S_w^*)^2 \times (1 - S_w^{*0.1}) \dots\dots\dots [108]$$

$$R^2 = 0.9903$$

Correlaciones de permeabilidad relativa dependientes de la tasa de flujo:

$$k_{rw} = 0.0466 \times e^{0.34443 \times (2-q_D)} \times S_w^{*2} \dots\dots\dots [114]$$

$$R^2 = 0.8269$$

$$k_{ro} = e^{-0.01254 \times (2-q_D)} (1 - S_w^*)^2 \times (1 - S_w^{*0.1}) \dots\dots\dots [115]$$

$$R^2 = 0.9870$$

Correlaciones de permeabilidad relativa dependientes de la viscosidad:

$$k_{rw} = 0.0466 \times (0.0025 \times \mu_D)^{-0.34267} \times S_w^{*2} \dots\dots\dots [116]$$

$$R^2 = 0.8732$$

$$k_{ro} = (1 - S_w^*)^2 \times (1 - S_w^{*0.1 \times (0.0025 \times \mu_D)^{-0.8180}}) \dots\dots\dots [117]$$

$$R^2 = 0.9862$$

Combinando las ecuaciones [112], [114], [116], y [118] para la fase agua y las ecuaciones [113], [115], [117], y [119] para la fase aceite, resultando en las siguientes correlaciones [120] y [121] para el cálculo de las permeabilidades relativas en sistemas crudo pesado/agua:

$$k_{rw} = 0.0466 \times (0.0588 \times P_D)^{-1.28676} \times e^{0.34443 \times (2 - q_D)} \times (0.0025 \times \mu_D)^{-0.34267} \times S_w^{*2} \quad \dots [109]$$

$$R^2 = 0.978$$

$$k_{ro} = (0.0588 \times P_D)^{-0.0291} \times e^{-0.01254 \times (2 - q_D)} \times (1 - S_w^*)^2 \times \left(1 - S_w^{*0.1 \times (0.025 \times \mu_D)^{-0.818}}\right) \quad \dots [110]$$

$$R^2 = 0.931$$

donde,

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}} \quad \dots [111]$$

$S_w$  es saturación de agua y  $S_{wc}$  es la saturación de agua connata. En todas las ecuaciones es normalizada la saturación de agua.

Estas ecuaciones empíricas desarrolladas fueron evaluadas frente a la ecuación empírica de Corey para comprobar su rendimiento y grado de precisión en la estimación de las curvas de permeabilidad relativa crudo pesado/agua para los experimentos realizados en el estudio realizado por Torabi y colaboradores.

## 2.2 Correlación Bennion et al. (2006)<sup>31</sup>

Debido a las amplias diferencias en la naturaleza de las curvas de permeabilidad relativa, estas correlaciones no deben ser vistas como aquellas que reemplazan las mediciones reales de laboratorio, pero proveen estimaciones preliminares del rango que podría ser esperado de acuerdo al rango de temperaturas en una formación de arenisca productora típica de McMurray.

Curvas de Permeabilidad relativa agua-aceite a bajas temperaturas  $60 < T < 100^\circ\text{C}$

$$k_{rw} = 0.021(1 - S_N)^5 \dots\dots\dots [112]$$

$$k_{ro} = (S_N)^{2.2} \dots\dots\dots [113]$$

$$S_N = \frac{(0.60 - S_w)}{(0.45)} \dots\dots\dots [114]$$

Rango de Validación

Temperaturas: 60 - 100°C

S<sub>w</sub>: 15 - 60%

Curvas de Permeabilidad relativa agua-aceite a altas temperaturas  $150 < T < 275^\circ\text{C}$

$$k_{rw} = 0.055(1 - S_N)^{2.5} \dots\dots\dots [115]$$

$$k_{ro} = (S_N)^3 \dots\dots\dots [116]$$

---

<sup>31</sup> BENNION, D; THOMAS, F. y SCHULMEISTER, B. A Correlation of the Low and High Temperature Water-Oil Relative Permeability Characteristics of Typical Western Canadian Unconsolidated Bitumen Producing Formations. Calgary, Canadá, June 2006

$$S_N = \frac{(0.85 - S_w)}{(0.70)} \dots\dots\dots [117]$$

Rango de Validación

Temperaturas: 150 - 275°C

S<sub>w</sub>: 15 - 85%

donde,

S<sub>N</sub> es función de la saturación de agua normalizada

S<sub>w</sub> es la saturación de agua real en la cual la evaluación de la permeabilidad relativa es requerida (fracción)

k<sub>rw</sub> es la permeabilidad relativa al agua (fracción)

k<sub>ro</sub> es la permeabilidad relativa al aceite (fracción)

**2.3 Modelo Fulcher et al. (1985)<sup>32</sup>**

El siguiente modelo de permeabilidad relativa se desarrolló a partir de los datos experimentales, basados en la saturación de fluidos, tensión interfacial (IFT), viscosidades de fluidos y las saturaciones residuales, por medio de análisis de regresión. Se llevaron a cabo una serie de mediciones en estado estable para determinar si el número capilar produce cambios en las permeabilidades de dos fases o si uno de sus constituyentes, tales como la velocidad del flujo, la viscosidad del fluido o la TIF, es la variable de control.

Además, la generación del modelo consto del sistema de cálculo estadístico Minitab II<sup>®</sup>. Este sistema utiliza el análisis de regresión para determinar los mejores coeficientes para una ecuación y los parámetros estadísticos para evaluar la

---

<sup>32</sup> FULCHER, R. A. y ERTEKIN, Turgay. Effect of Capillary Number and its constituents on Two-Phase relative permeability curves. SPE-12170-PA, 1985

función. Se encontraron las siguientes formas funcionales tanto para la imbibición como para el drenaje.

$$k_{ro(dr)} = AS_w^{*[B+C \ln \gamma]} \left[ \frac{\mu_w}{\mu_o} \right]^D \dots\dots\dots [118]$$

$$k_{ro(im)} = AS_w^{*[B+C \ln \gamma + D \ln(\mu_w/\mu_o)]} \dots\dots\dots [119]$$

Las permeabilidades relativas de la salmuera (fase mojante) se modelaron como funciones tanto de las variables individuales como del número capilar, aunque las encontradas por las variables dieron un ajuste de curva ligeramente mejor.

$$k_{rw1} = AS_w^{*[B+D \ln(\mu_w/\mu_o / \gamma)]} \dots\dots\dots [120]$$

$$k_{rw2} = AS_w^{*[B+D \ln(N_c)]} \dots\dots\dots [121]$$

donde,

$S_w^*$  es una variable normalizada basada en la saturación de fluido y las saturaciones residuales

El  $S_{or}$  fue modelado en función del número capilar, y la saturación de agua irreducible de la TIF

$$S_{or} = A + B[\ln(N_c)] + C[\ln(N_c)]^2 + D[\ln(N_c)]^3 \dots\dots\dots [122]$$

$$S_{wir} = A + B[\ln(\gamma)] + C[\ln(\gamma)]^2 \dots\dots\dots [132]$$

Para evaluar los modelos de regresión, se realizaron tres pruebas experimentales utilizando diferentes sistemas de aceite / salmuera. Las curvas de prueba se compararon con las predichas del modelo de regresión y con las de las ecuaciones desarrolladas por Naar y Henderson. Los valores de  $S_w^*$ , las constantes de regresión A, B, C, y D y los parámetros estadísticos de ajuste de curva son dados a continuación:

Tabla 2. Resumen de los coeficientes del modelo Fulcher-Ertekin

Modelo	$S_w^*$	A	B	C	D
$k_{ro(dr)}$	$S_o$	0.72899	1.2861	0.08043	-0.37932
$k_{ro(im)}$	$\frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{or}}$	1.56878	1.33874	0.09187	0.08528
$k_{rw1(dr)}$	$\frac{S_w - S_{wir}}{1 - S_{wir}}$	0.70216	1.25579	0.0	-0.074482
$k_{rw1(im)}$	$\frac{S_w - S_{wir}}{1 - S_{wir}}$	0.61135	1.25875	0.0	-0.070812
$k_{rw2(dr)}$	$\frac{S_w - S_{wir}}{1 - S_{wir}}$	0.70340	0.66596	0.0	-0.071513
$k_{rw2(im)}$	$\frac{S_w - S_{wir}}{1 - S_{wir}}$	0.61135	0.69580	0.0	-0.068221
$S_{or}$	----	$+5.846 \times 10^{-1}$	$+2.96 \times 10^{-1}$	$+4.62 \times 10^{-2}$	$+1.8855 \times 10^{-3}$
$S_{wir}$	----	$+4.0214 \times 10^{-1}$	$+3.976 \times 10^{-1}$	$-7.065 \times 10^{-3}$	0.0

**Fuente:** R. A. Fulcher, Turgay Ertekin, "Effect of Capillary Number and its constituents on Two-Phase relative permeability curves" SPE, 1985

En el desarrollo de la herramienta de cálculo procederemos a emplear las siguientes ecuaciones

$$k_{rw} = 0.61135 \left[ \frac{S_w - S_{wir}}{1 - S_{wir}} \right]^{[1.25875 - 0.070812 \ln(\mu_w / \mu_o / \gamma)]} \dots \dots \dots [123]$$

$$k_{ro} = 1.56878 \left[ \frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{or}} \right]^{[1.33874 + 0.09187 \ln \gamma + 0.08528 \ln(\mu_w / \mu_o)]} \dots [134]$$

### 3. DISEÑO DEL ANALISIS ESTADISTICO Y EXPERIMENTAL

Este capítulo presenta los conceptos estadísticos y los escenarios en los cuales se validó cada uno de los modelos escogidos teniendo en cuenta el criterio de selección.

#### 3.1 DISEÑO DE EXPERIMENTOS<sup>33</sup>

El aprendizaje ocurre a través de una sucesión de actividades en las que se hacen hipótesis acerca de un proceso, por lo que se llevan a cabo ensayos para generar datos del proceso y después usar la información para establecer nuevos supuestos, acarreando nuevos experimentos sucesivamente.

En la mayoría de los diseños de experimentos se busca aplicar un análisis del experimento, más un enfoque estadístico, por lo tanto, se hace necesario poseer una idea clara de qué es exactamente lo que se va a estudiar, cómo será la recolección de datos, y de una comprensión cualitativa de la forma en que se van analizar estos datos, por lo que se requieren tres principios elementales para el diseño experimental

1. La realización de réplicas
2. La aleatorización
3. La formación de bloques

A continuación, se presenta un patrón general para diseñar un experimento:

- A. Identificación y exposición del problema. En la práctica no es sencillo darse cuenta de que, existe un problema que requiera experimentación, ni tampoco, el de desarrollar un enunciado claro, por tanto, es necesario desarrollar todas las ideas acerca de los objetivos del experimento.

---

<sup>33</sup> MONTGOMERY, Douglas. Diseño y Análisis de experimentos. Segunda Edición. Limusa Wiley. 2004

- B. Elección de los factores, los niveles y los rangos. Al experimentar se descubren los "factores potenciales del diseño" siendo aquellos en los que el experimentador posiblemente quiera hacer variar en el experimento. Una vez el experimentador ha seleccionado los factores del diseño, debe elegir los rangos en los que hará variar estos factores, así como los niveles específicos con los que se realizarán las corridas, además, deberá pensarse cómo van a controlarse los factores en los valores deseados y cómo van a medirse.
  
- C. Selección de la variable de respuesta. Suele ser de importancia determinante la identificación de los aspectos relacionados con la definición de las respuestas de interés y cómo van a medirse (planeación previa al experimento)
  
- D. Elección del diseño experimental. Implica la consideración del tamaño de la muestra (número de réplicas), la selección de un orden de corridas adecuado para los ensayos experimentales y la determinación de si entran en juego o no la formación de bloques u otras restricciones sobre la aleatorización
  
- E. Realización del experimento. Monitorear con atención el proceso experimental es vital para asegurarse de que todo se esté haciendo conforme a lo planeado. Coleman y Montgomery<sup>34</sup> sugieren realizar algunas corridas piloto antes de llevar a cabo el experimento
  
- F. Análisis estadístico de los datos. Si el diseño y ejecución del experimento han sido correctas, los métodos estadísticos necesarios no debiesen ser complicados. Se pueden recurrir a una gran cantidad de recursos para realizar el análisis estadístico de los datos, algunos de ellos son los métodos gráficos simples, software diseñados para auxiliar el análisis de los datos, modelo(s) empírico(s) derivado(s) de los datos experimentales, etcétera.

---

<sup>34</sup> MONTGOMERY, Douglas. Diseño y Análisis de experimentos. Segunda Edición. Limusa Wiley. 2004. Pág.16

La ventaja principal de los métodos estadísticos es que agregan objetividad al proceso de toma de decisiones.

G. Conclusiones y recomendaciones. El experimentador está a cargo de obtener conclusiones prácticas de los resultados y además sugerir un curso de acción

El diseño de experimentos es una herramienta de importancia fundamental en el ámbito de la ingeniería para mejorar el desempeño de un proceso de manufactura.

### **3.2 ESTADISTICA DESCRIPTIVA E INFERENCIAL**<sup>35</sup>

La estadística se clasifica en dos grandes rubros: estadística descriptiva y estadística inferencial, términos que se pueden definir como:

**Estadística descriptiva.** Conjunto de métodos que se utilizan para organizar, clasificar y presentar la información contenida en los datos por medio de gráficas o tablas, así como el conjunto de medidas para indicar su dispersión y su localización. Esta rama de la estadística presenta una descripción de la información contenida en los datos.

**Estadística inferencial.** Conjunto de métodos que se utilizan para deducir alguna característica de la población con únicamente información parcial. Con esta rama de la estadística se infiere cómo es la población de donde se obtuvo un subconjunto de datos.

---

<sup>35</sup> QUEVEDO, Urías, *et al.* Estadística para ingeniería y ciencias. México, D.F., MX: Grupo Editorial Patria, 2014. ProQuest ebrary. Web. 30 June 2017.

La estadística empleada en el desarrollo de este proyecto es la estadística descriptiva, a continuación, hablaremos de los conceptos más utilizados en este tipo de estadística.

**3.2.1 MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL.** Una medida de tendencia central es un único valor que indica el centro de una serie de números a partir de los cuales se calcula. Las medidas de centralización más comunes son la media aritmética o media, la mediana, la moda, la media geométrica y la media armónica.

**Media o media aritmética:** Es el promedio común de los datos; esto es, dados los datos  $x_1, x_2, \dots, x_n$  su media aritmética es:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \dots\dots\dots [124]$$

**Mediana:** Es el valor que se encuentra en el centro cuando se han ordenado los datos. La mediana se denota con la letra **M**.

**Moda:** La moda de un conjunto de datos es el valor que ocurre con más frecuencia y se denota como **Mo**. La moda se calcula a datos cuantitativos o cualitativos, y a diferencia de la media aritmética o de la mediana, no necesariamente es un valor único. Si los datos aparecen una sola vez, se dice que no tienen moda.

**Cuartiles:** Son medidas que indican la posición de los datos sin que ésta sea central. Los cuartiles son tres datos,  $Q_1, Q_2, Q_3$ , que dividen a la muestra en cuatro partes iguales cuando se han ordenado previamente.

- El primer cuartil,  $Q_1$ , es la mediana de la mitad de los datos más chicos y se localiza en la posición dada por  $\frac{(m+1)}{2}$ , donde  $m$  es la parte entera del resultado de la fórmula  $\frac{(n+1)}{2}$ .
- El segundo cuartil,  $Q_2$ , coincide con la mediana; esto es,  $Q_2 = M$ .
- El tercer cuartil,  $Q_3$ , es la mediana de la mitad de los datos mayores y se encuentra localizado en la posición  $\frac{(m+1)}{2}$ , contando los datos en forma descendente.
- De acuerdo con el resultado de la fórmula  $\frac{(m+1)}{2}$ , los cuartiles se calculan siguiendo la misma regla que se utilizó para encontrar la mediana.

**3.2.2 MEDIDAS DE DISPERSIÓN.** Las medidas de posición proporcionan información importante acerca de los datos; sin embargo, es insuficiente para describir como éstos se distribuyen. A continuación, se estudiarán algunas de las medidas de dispersión que se usan para describir los datos. Es importante hacer notar que únicamente a las variables cuantitativas se les puede calcular su variación.

**Rango:** Es la medida de dispersión más simple, se denota con la letra R y es igual al valor máximo menos el valor mínimo. Así pues, el rango corresponde a la longitud del intervalo donde se encuentran distribuidos los datos. Si el rango es pequeño, los datos son poco variables; y si el rango es grande, los datos pueden estar muy dispersos.

**Varianza:** Denotada por  $S^2$ , se define mediante la fórmula:

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \dots\dots\dots [136]$$

La varianza es una clase de promedio al cuadrado de las desviaciones de cada dato respecto a la media. Cuando todos los datos son iguales la varianza es igual a cero y conforme la dispersión de los datos aumenta el valor de la varianza también se incrementa. Para calcular esta medida de dispersión se utilizan todos los datos.

**Desviación estándar:** Al definir la varianza de los datos se introdujo el término al cuadrado en los sumandos para asegurar que la contribución a la suma de la variación de cada dato sea un valor positivo y que en consecuencia realmente mida que tan diferente es el dato al valor central; sin embargo, con este hecho se distorsiona la esencia de los datos, pues se cambia de unidades. La varianza mide en metros cuadrados la dispersión de los datos. Para regresar a las unidades originales se debe calcular la raíz cuadrada de la varianza que es la desviación estándar.

$$S = \sqrt{\text{varianza}} = \sqrt{S^2} \dots\dots\dots [137]$$

**3.2.3 DISTRIBUCIONES DE FRECUENCIA.** Cuando se están procesando grandes cantidades de datos es conveniente agruparlos en clases o categorías para estudiar su frecuencia.

Podemos describir los datos a través de la frecuencia absoluta, la frecuencia relativa y la frecuencia acumulada. Pero con motivo de este trabajo solo entraremos en detalle con la frecuencia absoluta.

**FRECUENCIA ABSOLUTA.** Si las variables son cualitativas (no numéricas) las clases pueden ser cada uno de sus valores. Si la variable es entera o continua en un rango amplio, las clases se forman por intervalos de preferencia de la misma longitud.

Para estudiar como agrupar los datos se definen los siguientes conceptos:

**Intervalo de clase:** Es el conjunto de valores que determina una clase, por ejemplo, los valores entre 60 y 62 forman un intervalo de clase.

Los números 60 y 62, de este ejemplo, se llaman límites de clases o límites de clases inferior o superior. El intervalo 60 - 62 incluye, teóricamente, las mediciones 59.5 – 62.5 y se llaman límites de clases.

**Marca de clases:** Es el punto medio de un intervalo y se obtiene sumando los límites superior e inferior y dividiendo entre dos.

Por ejemplo, el punto medio del intervalo 60 – 62 es  $\frac{(60+62)}{2} = 61$  y, así sucesivamente.

**Tamaño de los intervalos de clase:** Es la diferencia entre los límites o linderos superiores e inferiores.

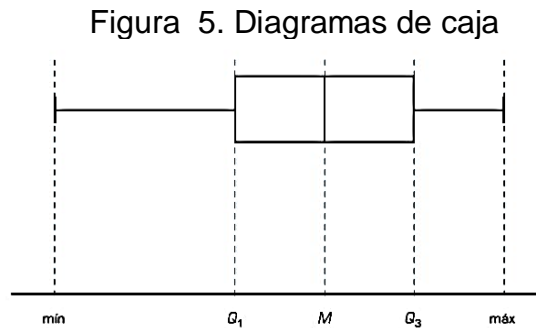
**REGLAS PARA SELECCIONAR LOS INTERVALOS DE CLASE.** Una de las prácticas más comunes para formar los intervalos de clase es:

- Obtener el mínimo y el máximo valor de los datos y calcular el rango.
- Dividir el rango entre el número de intervalos que se quiere obtener, el resultado de esta división es la longitud del intervalo de clase (1).
- Los intervalos de clase son (mín, mín+1), (mín+1, mín+2), (mín+2, mín+3), etcétera.

**MÉTODOS GRÁFICOS.** La representación gráfica de la distribución de frecuencia permite tener una mejor imagen de los datos. La manera más común de

representación gráfica de los datos se hace a través de; diagrama de tallo-hoja, histograma, polígonos de frecuencia, y diagrama de cajas.

**Diagrama de cajas:** Es una representación gráfica que utiliza los valores extremos y los cuartiles. La forma del diagrama de cajas se representa en la siguiente figura:

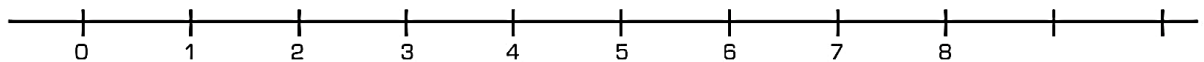


La distancia entre cada una de las medidas de posición está graduada a escala. Con este diagrama se visualiza la posición, la dispersión y la simetría de los datos; la caja es un rectángulo que indica la posición de la mitad de los datos centrales.

Para elaborar la gráfica de cajas siga los pasos:

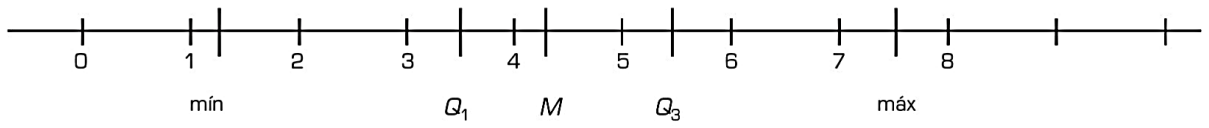
- Dibuje una línea horizontal y gradúela.

Figura 6. Línea horizontal graduada de gráfica de caja



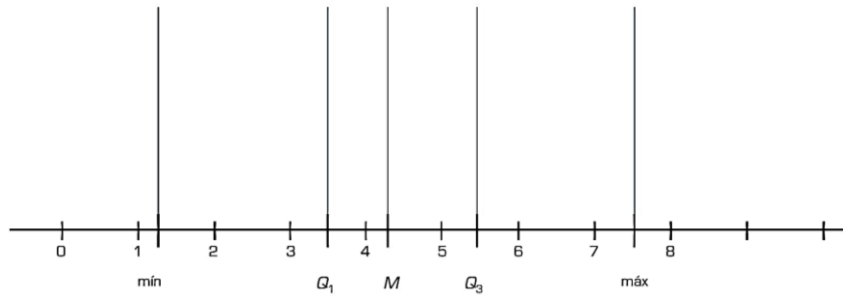
- En la línea ubique la posición del mínimo, máximo, primer cuartil, tercer cuartil y mediana.

Figura 7. Posición de variables sobre la línea graduada



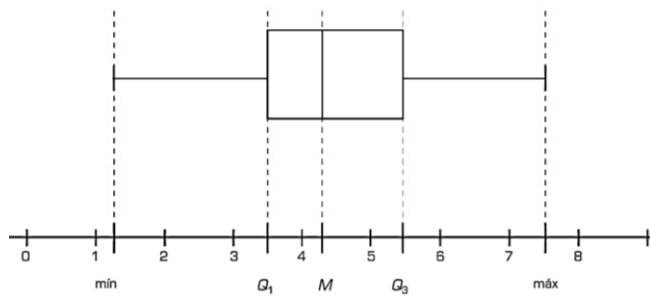
- Dibuje las líneas auxiliares.

Figura 8. Líneas auxiliares



- Dibuje el diagrama.

Figura 9. Resultado del diagrama caja y bigotes



### **3.3 CRITERIOS DE SELECCIÓN DE LOS MODELOS A EVALUAR.**

Los modelos 1 y 3 seleccionados para el análisis de sensibilidad fueron escogidos debido a que cumplían los siguientes criterios:

1. La precisión durante el desarrollo del modelo y las consideraciones realizadas al elaborar éste.
2. La influencia de las variables involucradas en cada modelo al momento de evaluar las permeabilidades relativas para sistemas crudo pesado/agua.
3. La exactitud de los resultados obtenidos en la aplicación de los modelos, comparados con la simulación de casos reales.
4. Los modelos son el desarrollo y mejora de modelos anteriormente propuestos.
5. Aplicabilidad de los modelos para ser empleados al determinar la permeabilidad relativa en casos reales.
6. Capacidad de aplicación del modelo en diversos escenarios.

El modelo 2 se seleccionó en base a otros criterios, se buscaba evaluar a partir de este, con que precisión un modelo definido para un caso particular (Formación de arenisca productora de bitumen típica de McMurray) era capaz de reflejar permeabilidades relativas conforme a los casos reales evaluados.

### **3.4 SELECCIÓN DE LOS MODELOS A EVALUAR Y DE LAS VARIABLES A ANALIZAR**

Después de realizar un análisis detallado de los estudios relacionados para la determinación de curvas de permeabilidad relativa para sistemas crudo pesado/agua durante un proceso de desplazamiento, se consideró que los modelos que serán sensibilizados en la siguiente fase, son los siguientes:

### 3.4.1 Modelo de Torabi et al. (2015)<sup>36</sup>

$$k_{rw} = 0.0466 x (0.0588 x P_D)^{-1.28676} x e^{0.34443 x (2-q_D)} x (0.0025 x \mu_D)^{-0.34267} x S_w^{*2} \dots [125]$$

$$k_{ro} = (0.0588 x P_D)^{-0.0291} x e^{-0.01254 x (2-q_D)} x (1 - S_w^*)^2 x (1 - S_w^{*0.1 x (0.025 x \mu_D)^{-0.818}}) \dots [126]$$

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}} \dots [127]$$

Tabla 3. Variables a sensibilizar en el modelo Torabi et al. (2015)

Variables a sensibilizar	
$P_{exp}$ (psi)	Presión experimental
$\mu_{oil}$ (cP)	Viscosidad del crudo
$q_{exp}$ (ml/min)	Caudal de inyección de agua experimental

### 3.4.2 Modelo Bennion et al. (2006)

Curvas de Permeabilidad relativa agua-aceite a bajas temperaturas 60<T<100°C

$$k_{rw} = 0.021(1 - S_N)^5 \dots [128]$$

$$k_{ro} = (S_N)^{2.2} \dots [129]$$

$$S_N = \frac{(0.60 - S_w)}{(0.45)} \dots [130]$$

Rango de Validación

<sup>36</sup> TORABI, F; MOSAVAT, N. y ZARIVNYY, O. Predicting heavy oil/water relative permeability using modified Corey-based correlations. University of Regina and University of Toronto, Canadá, 2015.

- Temperaturas: 60 - 100°C
- $S_w$ : 15 - 60%

Curvas de Permeabilidad relativa agua-aceite a altas temperaturas  $150 < T < 275^\circ\text{C}$

$$k_{rw} = 0.055(1 - S_N)^{2.5} \dots\dots\dots [144]$$

$$k_{ro} = (S_N)^3 \dots\dots\dots [145]$$

$$S_N = \frac{(0.85 - S_w)}{(0.70)} \dots\dots\dots [146]$$

Rango de Validación

- Temperaturas: 150 - 275°C
- $S_w$ : 15 - 85%

Donde,

$S_N$  es función de la saturación de agua normalizada

$S_w$  es la saturación de agua real en la cual la evaluación de la permeabilidad relativa es requerida (fracción)

$k_{rw}$  es la permeabilidad relativa al agua (fracción)

$k_{ro}$  es la permeabilidad relativa al aceite (fracción)

Tabla 4. Variables a sensibilizar en el modelo Bennion et al. (2006)

Variables a sensibilizar	
$T$ ( $^\circ\text{C}$ )	Temperatura
$S_w$ (fracción)	Saturación de agua

### 3.4.3 Modelo Fulcher et al. (1985)<sup>37</sup>

$$k_{ro(im)} = A S_w^{* [B+C \ln \gamma + D \ln(\mu_w/\mu_o)]} \dots\dots\dots [131]$$

$$k_{rw1} = A S_w^{* [B+D \ln(\mu_w/\mu_o / \gamma)]} \dots\dots\dots [132]$$

Tabla 5. Variables a sensibilizar en el modelo Fulcher et al. (1985)

Variables a sensibilizar	
$\gamma$ (dina/cm) [N/m]	Tensión interfacial
$\mu_o$ (cp) [Pa . s]	Viscosidad del aceite
$\mu_w$ (cp) [Pa . s]	Viscosidad del agua

Las variables a sensibilizar en cada uno de los modelos fueron seleccionadas debido a la influencia que éstas tienen sobre el comportamiento de las curvas de permeabilidad relativa.

### 3.5 ESCENARIOS PARA ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Básicamente, un análisis de sensibilidad consiste en determinar cómo se alteran las variables de salida al modificar las variables de entrada. Cuando el número de variables de entrada es mayor de dos, se hace preciso recurrir a la creación de escenarios.

<sup>37</sup> FULCHER, R. A. y ERTEKIN, Turgay. Effect of Capillary Number and its constituents on Two-Phase relative permeability curves. SPE-12170-PA, 1985

En un análisis de escenarios, se analiza el impacto conjunto de variaciones en un pool de variables<sup>38</sup>. Sin embargo, un análisis de sensibilidad permite entender el impacto aislado de la variación de cada una de las variables.

Antes de realizar un análisis de sensibilidad a los modelos seleccionados, es necesario plantear escenarios de simulación para así poder evaluar dichos modelos y analizar el comportamiento de las curvas de permeabilidad relativa, de acuerdo a la influencia de cada variable.

A partir de aquí, iremos ajustando las hipótesis para definir el **escenario normal, o más probable, o caso base**. A partir de ahí, solemos crear el escenario más **pesimista** y el más **optimista**, para llevar a cabo el análisis sobre los tres escenarios y definir la dispersión entre ellos.<sup>39</sup>

## MODELO CASO BASE

### 3.5.1 ANALISIS DE SENSIBILIDAD

**3.5.1.1 Modelo Torabi et al. (2015).** Se realiza la sensibilidad a la presión, viscosidad del crudo y tasa de inyección. Las variaciones para los diferentes casos están dadas en la tabla a continuación.

Tabla 6. Variaciones para las variables a sensibilizar en el modelo de Torabi et al. (2015)

<b>Presión [psi]</b>	<b>Caso base</b>	120
	Caso 1	30
	Caso 2	80

<sup>38</sup>Pool de variables: combinación de variables que se modifican para definir cada escenario.

<sup>39</sup> ESTEVE Vicente "Escenarios ¿Versus? Análisis de sensibilidad"

	Caso 3	150
	Caso 4	500
Viscosidad del crudo [cP]	<b>Caso base</b>	1000
	Caso 1	10
	Caso 2	100
	Caso 3	3000
	Caso 4	6000
Tasa de inyección [mL/min]	<b>Caso base</b>	0.15
	Caso 1	0.05
	Caso 2	0.1
	Caso 3	0.17
	Caso 4	0.2

**3.5.1.2 Modelo Bennion et al. (2006).** Se realiza la sensibilidad a la temperatura y a la Saturación de agua. Las variaciones para los diferentes casos están dadas en la tabla 7.

Tabla 7. Variaciones para las variables a sensibilizar en el modelo de Bennion et al.

Temperatura [°C]	<b>Caso base</b>	60
	Caso 1	260
	Caso 2	40
	Caso 3	50
	Caso 4	150

**3.5.1.3 Modelo Fulcher et al. (1985).** Se realiza la sensibilidad a la tensión interfacial, la viscosidad del aceite y la viscosidad del agua. Las variaciones para los diferentes casos están dadas en la tabla 8.

Tabla 8. Variaciones para las variables a sensibilizar en el modelo de Fulcher et al. (1985)

<b>Tensión interfacial [dinas/cm]</b>	<b>Caso base</b>	$2.45 \times 10^1$
	Caso 1	$1.40 \times 10^1$
	Caso 2	$1.70 \times 10^1$
	Caso 3	$1.0 \times 10^2$
	Caso 4	$2.0 \times 10^2$
<b>Viscosidad crudo [cP]</b>	<b>Caso base</b>	1000
	Caso 1	10
	Caso 2	100
	Caso 3	3000
	Caso 4	6000
<b>Viscosidad agua [cP]</b>	<b>Caso base</b>	0.5
	Caso 1	0.34
	Caso 2	0.45
	Caso 3	0.6
	Caso 4	0.7

### 3.6 CASOS DE APLICACIÓN PARA ANÁLISIS COMPARATIVO

Para comprobar que tan eficientes son los modelos seleccionados, se tomaron datos de pruebas experimentales de inundación de tapones para sistemas crudo pesado/agua, provenientes de la literatura. Esto debe realizarse comparando los resultados obtenidos por el modelo y los resultados de laboratorio.

Junto con el presente trabajo, los autores de éste desarrollaron una herramienta en Microsoft Excel llamada CURVAS DE PERMEABILIDAD RELATIVA PARA YACIMIENTOS DE CRUDO PESADO, con la cual se realizó el análisis de sensibilidad a los modelos seleccionados y se validó dicha herramienta con casos

de laboratorio, tomados de la literatura, los cuales se denominaron casos de aplicación.

A continuación, los casos de aplicación son mostrados detalladamente.

**3.6.1 CASO 1 – LANE MOUNTAIN 70<sup>40</sup>.** En el estudio realizado por A. Mai y A. Kantzas en 2008 usaron una arenisca preparada llamada Lane Mountain 70 la cual poseía una media de tamaño de grano de 217  $\mu\text{m}$ . Este experimento fue desarrollado para investigar la naturaleza de la imbibición en sistemas cerrados. La muestra de arena Lane Mountain 70 (LM 70) fue mezclada manualmente con un crudo pesado aproximadamente por 10 minutos, y la arena de aceite resultante (no contenía agua connata) la muestra fue dividida y empaquetada de cuatro formas diferentes.

El método de medición utilizado fue el de estado estable.

Tabla 9. Propiedades físicas del núcleo de sílice

Longitud	Diámetro	Porosidad	Permeabilidad de la roca	Saturación de agua inicial
[cm]	[cm]	[%]	[mD]	[%]
17.2	3.81	36	2760	10.3

**Fuente:** MAI, An. Mechanisms of heavy Oil Recovery by Waterflooding. Thesis. University of Calgary, April 2008.

<sup>40</sup> MAI, An. Mechanisms of heavy Oil Recovery by Waterflooding. Thesis. University of Calgary, April 2008.

Tabla 10. Propiedades de los fluidos

Presión	Tasa de inyección	Viscosidad de aceite	°API	TIF
[psi]	[mL/min]	[cP]		
300	0.33	11500	11	14

**Fuente:** MAI, An. Mechanisms of heavy Oil Recovery by Waterflooding. Thesis. University of Calgary, April 2008.

Tabla 10. Datos de la prueba de laboratorio

Tasa de inyección	Velocidad	Saturación de agua inicial	Longitud del núcleo	Diámetro
[mL/min]	[m/día]	[%]	[cm]	[cm]
0.3333	0.42	10.3	17.2	3.81
0.1667	0.21	10.6	16.95	3.81
0.016	0.021	10.3	17.55	3.81
0.3	0.42	11.5	21.1	3.63
0.0167	0.023	13.2	21.1	3.63
0.188	0.512	6.9	53.2	2.6
0.333	0.09	5	53.2	2.6
0.0167	0.045	5.3	53.2	2.6

**Fuente:** MAI, An. Mechanisms of heavy Oil Recovery by Waterflooding. Thesis. University of Calgary, April 2008.

**3.6.2 CASO 2 – LOS LLANOS<sup>41</sup>.** El estudio realizado por A. F Castillo y colaboradores fue desarrollado para definir algunas dificultades técnicas y numéricas a la hora de determinar curvas de permeabilidad relativa crudo pesado/agua confiable. Los resultados de este estudio ayudaron a entender la influencia de la viscosidad y su impacto en el recobro total.

Este experimento fue desarrollado utilizando una muestra de núcleo proveniente de un yacimiento de crudo pesado ubicado en la cuenca Colombiana de los Llanos. El método de medición utilizado fue el de estado inestable.

Tabla 11. Resumen - Propiedades de los fluidos y condiciones experimentales

<b>Salmuera fresca</b>	300 ppm NaCl
<b>Viscosidad del agua</b>	0.343 cp
<b>Temperatura de yacimiento</b>	180 F
<b>Viscosidad del aceite</b>	25 cp

**Fuente:** A.F. Castillo, E.R. Perez, J.A. Rojas, J.F. Zapata,: “Numerical and Experimental Modeling of Relative Permeability in Heavy Oil Reservoirs”, SPE 123097, June 2009.

---

<sup>41</sup> CASTILLO, A.F, *et al.* Numerical and Experimental Modeling of Relative Permeability in Heavy Oil Reservoirs. SPE 123097, June 2009.

Tabla 12. Propiedades petrofísicas y factores de recobro

Profundidad (ft)	K roca (mD)	$\mu_o$ (cP)	$K_{referencia}$ ( $K_{ocw}$ )	$S_{wirr}$ (%)	$S_{or}$ (%)	FR (%)
7175	485	25	306.29	16.43	30.7	52.9
7255	6344	25	5333.92	13.5	20	65.7
7272	20122	25	16708.94	12.8	9.6	77.6

**Fuente:** A.F. Castillo, E.R. Perez, J.A. Rojas, J.F. Zapata,: “Numerical and Experimental Modeling of Relative Permeability in Heavy Oil Reservoirs”, SPE 123097, June 2009.

Tabla 13. Variación de las viscosidades de aceite

Profundidad (ft)	Permeabilidad Roca (mD)	Viscosidad del Aceite (cP)
7175	485	5
7175	485	25
7175	485	100
7175	485	1000

**Fuente:** A.F. Castillo, E.R. Perez, J.A. Rojas, J.F. Zapata,: “Numerical and Experimental Modeling of Relative Permeability in Heavy Oil Reservoirs”, SPE 123097, June 2009.

Tabla 14. Tasas de inyección de acuerdo a la permeabilidad de la roca

Permeabilidad Roca (mD)	Tasa de inyección (mL/min)
< 500	0.5 – 1
500 – 1000	1 - 1.5
> 1000	1.5 – 2

**Fuente:** A.F. Castillo, E.R. Perez, J.A. Rojas, J.F. Zapata,: “Numerical and Experimental Modeling of Relative Permeability in Heavy Oil Reservoirs”, SPE 123097, June 2009.

**3.6.3 CASO DE VALIDACIÓN – ARENISCA OTTAWA CRUDO BODO<sup>42</sup>.** A continuación, se presenta un ensayo realizado por Brij B. Maini y T. Okazawa en 1987 donde buscaban, de manera experimental, determinar el efecto de la temperatura (usando 5 temperaturas diferentes hasta 200°C) en las curvas de permeabilidad relativa para un sistema de arenisca de sílice limpia / crudo pesado / agua desionizada examinando el uso de la técnica de estado inestable para medición de permeabilidades relativas en sistemas de crudo pesado.

El aceite consistió de una mezcla de un aceite del yacimiento Bodo (Canadá) a condiciones de tanque (aproximadamente de 1200cP a 26.7°C <sup>43</sup> o 14°API <sup>44</sup>), y 3.5% en volumen de éter (punto de burbuja de 120°C)

Tabla 15. Propiedades físicas del núcleo de sílice

Tipo de arena	Longitud [cm]	Diámetro [cm]	Permeabilidad de la roca [D]
Malla de 140 a 170 de sílice	45	5.6	3039749.897

**Fuente:** B.B. Maini, T. Okazawa.; “Effects of Temperature on Heavy Oil-Water Relative Permeability of Sand”, Montreal, June 1987.

<sup>42</sup> MAINI, B. y OKAZAWA, T. Effects of Temperature on Heavy Oil-Water Relative Permeability of Sand. Montreal, June 1987.

<sup>43</sup> LAW, David. An Optimization Study for a Steam-Foam drive process in the Bodo Reservoir, Alberta. PETSOC-92-09-04, September 1992

<sup>44</sup> WASSMUTH, F.R., ARNOLD, W. y GREEN, K. Polymer flood application to improve heavy oil recovery at East Bodo. PETSOC-2007-184, June 2007

Tabla 16. Resumen – Propiedades del fluido y condiciones experimentales

<b>Presión Experimental</b>	1493.889 psi
<b>Caudal de inyección</b>	0.526 ml/min
<b>Viscosidad del crudo</b>	1190 cp
<b>Viscosidad del agua</b>	0.987 cp
<b>Temperatura</b>	21 °C
<b>Tensión interfacial</b>	30 dinas/cm

**Fuente:** B.B. Maini, T. Okazawa.; "Effects of Temperature on Heavy Oil-Water Relative Permeability of Sand", Montreal, June 1987.

## **4. CONSTRUCCIÓN DE LA HERRAMIENTA DE CÁLCULO**

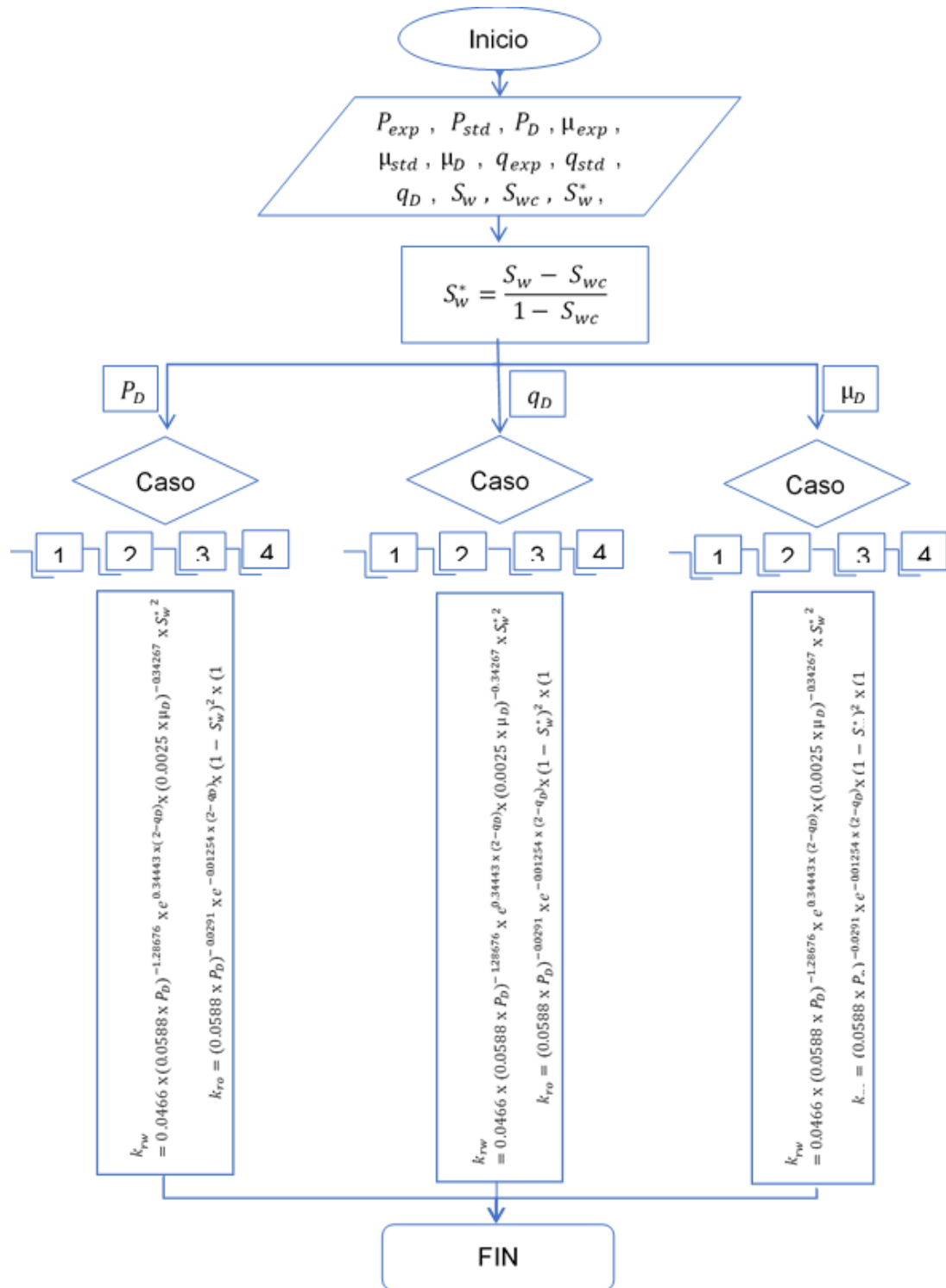
Para realizar el análisis de los modelos en cada uno de los escenarios planteados se procedió a construir una herramienta que permitiera determinar las permeabilidades relativas y la variación de ésta en dichos escenarios.

### **4.1 DIAGRAMAS DE FLUJO DE PROCESOS**

Los siguientes diagramas representan los flujos de trabajo paso a paso del proceso y de las operaciones que son llevadas a cabo para cada modelo, incluyendo las variables de entrada y las variables a sensibilizar

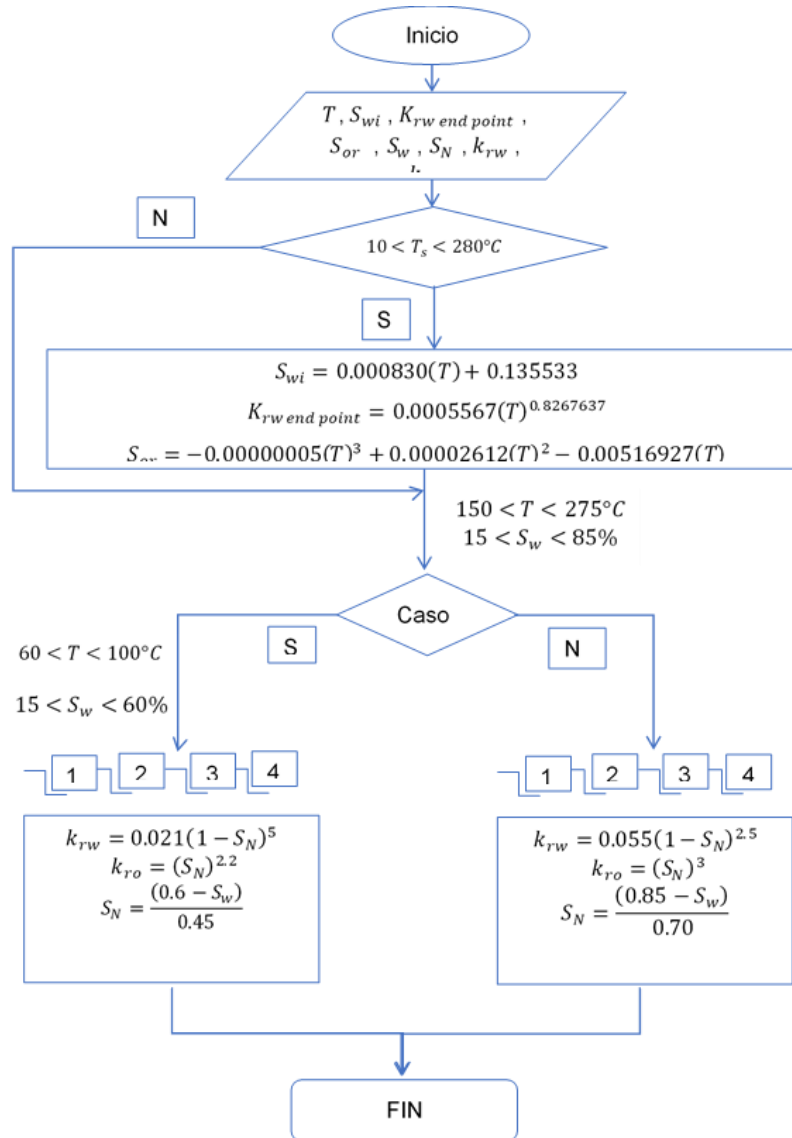
#### **4.1.1 Modelo Torabi et al. (2015)**

Figura 10. Diagrama de flujo de procesos del modelo de Torabi et al. (2015)



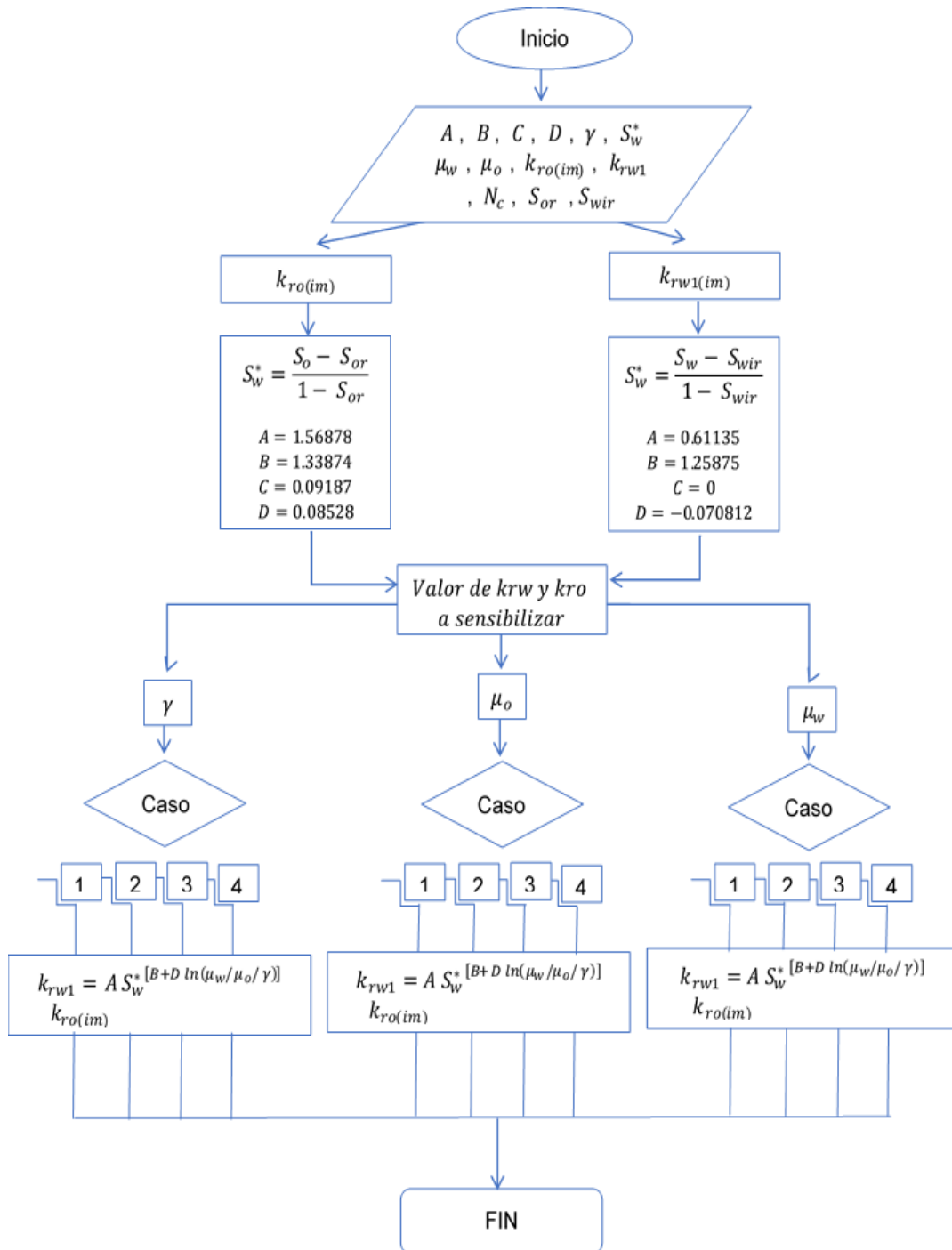
### 4.1.2 Modelo Bennion et al. (2006)

Figura 11. Diagrama de flujo de procesos del modelo de Bennion et al. (2006)



### 4.1.3 Modelo Fulcher et al. (1985)

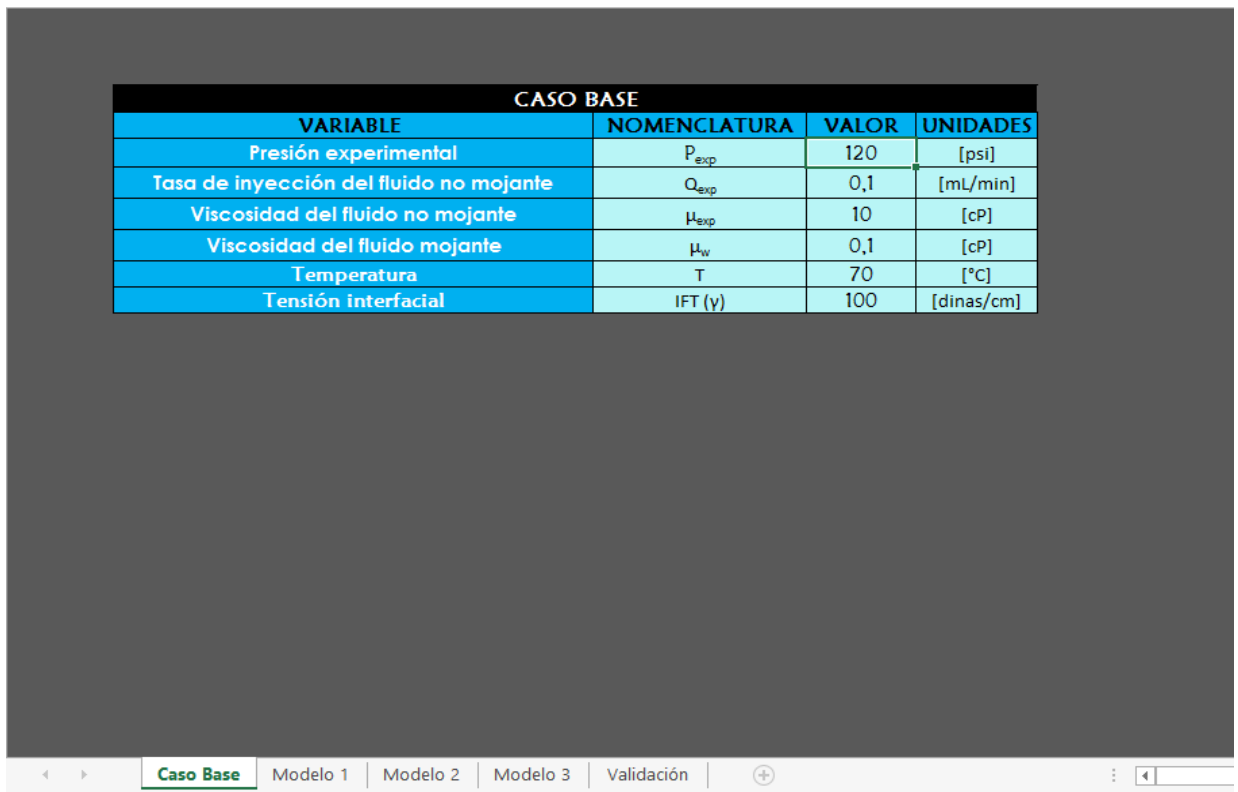
Figura 12. Diagrama de flujo de procesos del modelo Fulcher et al. (1985)



## 4.2 DESCRIPCIÓN DE LA INTERFAZ PARA EL USUARIO

La herramienta de cálculo llamada “DETERMINACIÓN DE CURVAS DE PERMEABILIDAD RELATIVA CRUDO PESADO/AGUA”, permite calcular las permeabilidades relativas a uno o varios puntos de saturación de agua específicos. A partir de esto, se evalúa el efecto positivo o negativo de las variables de entrada en cada uno de los modelos. La interfaz es bastante sencilla, y da indicaciones que permiten notar fácilmente cuales son las variables que están jugándose para el respectivo análisis. La primera pestaña en la parte inferior izquierda permite acceder a la información del caso base, que son los datos de las variables que se utilizaran para incluir en las ecuaciones de los modelos, para este caso, en cada uno de los modelos (Figura 13).

Figura 13. Datos básicos del caso base

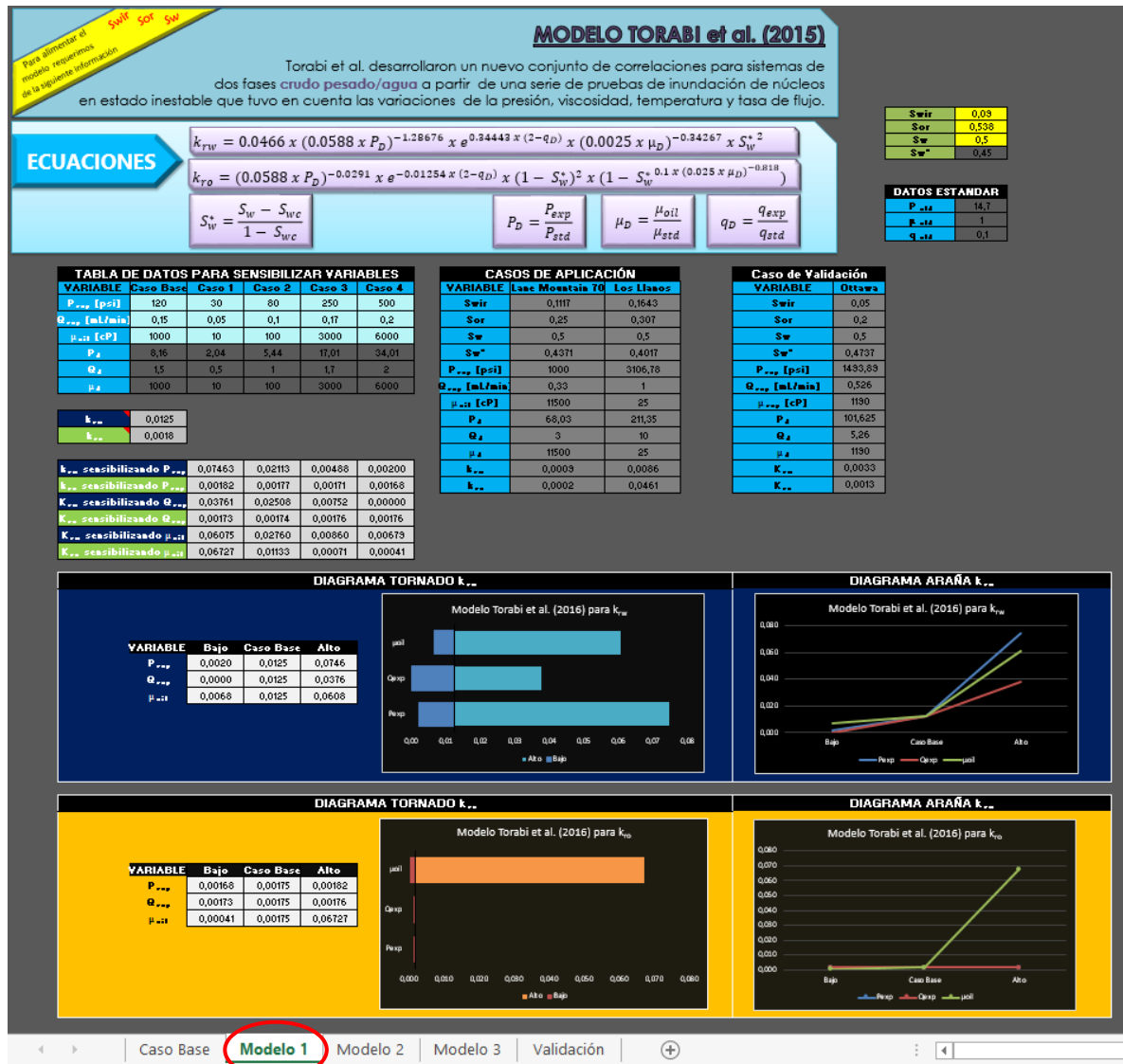


The screenshot shows a software interface with a table titled "CASO BASE". The table has four columns: "VARIABLE", "NOMENCLATURA", "VALOR", and "UNIDADES". The rows list various experimental parameters and their values. At the bottom of the interface, there is a navigation bar with tabs for "Caso Base", "Modelo 1", "Modelo 2", "Modelo 3", and "Validación".

CASO BASE			
VARIABLE	NOMENCLATURA	VALOR	UNIDADES
Presión experimental	$P_{exp}$	120	[psi]
Tasa de inyección del fluido no mojante	$Q_{exp}$	0,1	[mL/min]
Viscosidad del fluido no mojante	$\mu_{exp}$	10	[cP]
Viscosidad del fluido mojante	$\mu_w$	0,1	[cP]
Temperatura	T	70	[°C]
Tensión interfacial	IFT ( $\gamma$ )	100	[dinas/cm]

A cada modelo empleado le corresponde una hoja en la herramienta de cálculo, estas se pueden visualizar en la barra inferior izquierda, como se muestra en la Figura 14.

Figura 14. Hoja del Modelo 1 de la herramienta de cálculo



Cada modelo presenta una tabla de datos para sensibilizar variables, dichas variables son los parámetros de entrada que son sensibilizados, escogidos

previamente para cada modelo en el capítulo 3. Modificar alguno de estos valores en la tabla provocara un cambio automático en los resultados numéricos de las permeabilidades relativas para cada caso en particular.

Figura 15. Hoja de la herramienta de cálculo donde se sensibiliza el Modelo 1

**MODELO TORABI et al. (2015)**

Torabi et al. desarrollaron un nuevo conjunto de correlaciones para sistemas de dos fases **crudo pesado/agua** a partir de una serie de pruebas de inundación de núcleos en estado inestable que tuvo en cuenta las variaciones de la presión, viscosidad, temperatura y tasa de flujo.

**ECUACIONES**

$$k_{rw} = 0.0466 \times (0.0588 \times P_D)^{-1.28676} \times e^{0.34443 \times (2-q_D)} \times (0.0025 \times \mu_D)^{-0.34267} \times S_w^{*2}$$

$$k_{ro} = (0.0588 \times P_D)^{-0.0291} \times e^{-0.01254 \times (2-q_D)} \times (1 - S_w^*)^2 \times (1 - S_w^{*0.1 \times (0.025 \times \mu_D)^{-0.818}})$$

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}}$$

$$P_D = \frac{P_{exp}}{P_{std}}$$

$$\mu_D = \frac{\mu_{oil}}{\mu_{std}}$$

$$q_D = \frac{q_{exp}}{q_{std}}$$

**DATOS ESTANDAR**

$S_{wc}$	0.03
$S_{or}$	0.538
$S_w$	0.5
$S_w^*$	0.45

**DATOS ESTANDAR**

$P_{std}$	14.7
$\mu_{std}$	1
$q_{std}$	0.1

**TABLA DE DATOS PARA SENSIBILIZAR VARIABLES**

VARIABLE	Caso Base	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
$P_{exp}$ [psf]	120	30	60	250	500
$Q_{exp}$ [mL/min]	0.15	0.05	0.1	0.17	0.2
$\mu_{oil}$ [cP]	1000	10	100	3000	6000
$P_d$	8.36	2.04	5.44	17.01	34.01
$Q_d$	1.5	0.5	1	1.7	2
$\mu_d$	1000	10	100	3000	6000

**CASOS DE APLICACIÓN**

VARIABLE	Lane Mountain 70	Los Llanos
$S_{wir}$	0.1117	0.1643
$S_{or}$	0.25	0.307
$S_w$	0.5	0.5
$S_w^*$	0.4371	0.4017
$P_{exp}$ [psi]	1000	3106.78
$Q_{exp}$ [mL/min]	0.33	1
$\mu_{oil}$ [cP]	11500	25
$P_d$	68.03	211.35
$Q_d$	3	10
$\mu_d$	11500	25
$k_{ro}$	0.0009	0.0086
$k_{rw}$	0.0002	0.0461

**Caso de Validación**

VARIABLE	Ottawa
$S_{wir}$	0.05
$S_{or}$	0.2
$S_w$	0.5
$S_w^*$	0.4737
$P_{exp}$ [psi]	1493.889
$Q_{exp}$ [mL/min]	0.526
$\mu_{oil}$ [cP]	1190
$P_d$	101.6251
$Q_d$	5.26
$\mu_d$	1190
$K_{ro}$	0.0033
$K_{rw}$	0.0013

**Resultados de  $k_{rw}$  y  $k_{ro}$  para cada variable**

$k_{ro}$	0.0125			
$k_{rw}$	0.0018			
$k_{ro}$ sensibilizando $P_{exp}$	0.07463	0.02113	0.00488	0.00200
$k_{ro}$ sensibilizando $Q_{exp}$	0.00182	0.00177	0.00171	0.00168
$K_{ro}$ sensibilizando $P_{exp}$	0.03761	0.02508	0.00752	0.00000
$K_{ro}$ sensibilizando $Q_{exp}$	0.00173	0.00174	0.00176	0.00176
$K_{rw}$ sensibilizando $\mu_{oil}$	0.06075	0.02780	0.00860	0.00679
$K_{rw}$ sensibilizando $\mu_{oil}$	0.06727	0.01133	0.00071	0.00041

La tabla llamada “CASOS DE APLICACIÓN” sirve de confrontación de la herramienta a partir de datos de laboratorio publicados en la literatura técnica, sobre estudios que utilizaron muestras de núcleos provenientes de yacimientos de crudos pesados, y en otros casos núcleos sintéticos de areniscas que utilizaron fluidos provenientes de yacimientos con crudo pesado para la prueba de laboratorio. De igual manera, al lado derecho de esta tabla se presenta un “CASO DE VALIDACIÓN”.

Las primeras variables que aparecen en la “TABLA DE DATOS PARA SENSIBILIZAR VARIABLES” son las variables de entrada señaladas en la figura a continuación, ver Figura 16.

Figura 16. Variables de entrada que se sensibilizan en cada modelo

Para alimentar el modelo requerimos de la siguiente información **P<sub>exp</sub>** **Q<sub>exp</sub>** **μ<sub>oil</sub>**

**MODELO TORABI et al. (2015)**

Torabi et al. desarrollaron un nuevo conjunto de correlaciones para sistemas de dos fases **crudo pesado/agua** a partir de una serie de pruebas de inundación de núcleos en estado inestable que tuvo en cuenta las variaciones de la presión, viscosidad, temperatura y tasa de flujo.

ECUACIONES

$$k_{rw} = 0.0466 \times (0.0588 \times P_D)^{-1.28676} \times e^{0.34443 \times (2-Q_D)} \times (0.0025 \times \mu_D)^{-0.34267} \times S_w^{*2}$$

$$k_{ro} = (0.0588 \times P_D)^{-0.0291} \times e^{-0.01254 \times (2-Q_D)} \times (1 - S_w^*)^2 \times (1 - S_w^* \times 0.1 \times (0.025 \times \mu_D)^{-0.818})$$

Sw <sub>ir</sub>	0.31
S <sub>or</sub>	0.28
S <sub>w</sub>	0.5
S <sub>w</sub> *	0.28

$S_w^* = \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}}$

$P_D = \frac{P_{exp}}{P_{std}}$

$\mu_D = \frac{\mu_{oil}}{\mu_{std}}$

$Q_D = \frac{q_{exp}}{q_{std}}$

TABLA DE DATOS PARA SENSIBILIZAR VARIABLES					
VARIABLE	Caso Base	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
P <sub>exp</sub> [psi]	120	30	80	150	500
Q <sub>exp</sub> [mL/min]	0.1	0.05	0.17	0.15	0.1
μ <sub>oil</sub> [cP]	1000	100	10	100	10000
P <sub>d</sub>	8.16	2.04	5.44	10.20	34.01
Q <sub>d</sub>	1	0.5	1.7	1.5	1
μ <sub>d</sub>	1000	100	10	100	10000

CASOS DE APLICACIÓN		
VARIABLE	Lane Mountain 70	Los LLanos
P <sub>exp</sub> [psi]	1000	3106.78
Q <sub>exp</sub> [mL/min]	0.33	1
μ <sub>oil</sub> [cP]	11500	25
P <sub>d</sub>	68.03	211.35
Q <sub>d</sub>	3	10
μ <sub>d</sub>	11500	25
k <sub>rw</sub>	-0.0135	-0.0040
k <sub>ro</sub>	0.9605	0.0931

Caso de Validación	
VARIABLE	Ottawa
P <sub>exp</sub> [psi]	1493.889
Q <sub>exp</sub> [mL/min]	0.526
μ <sub>exp</sub> [cP]	1190
P <sub>d</sub>	101.6251
Q <sub>d</sub>	5.26
μ <sub>d</sub>	1190
K <sub>rw</sub>	-0.02089
K <sub>ro</sub>	0.949472

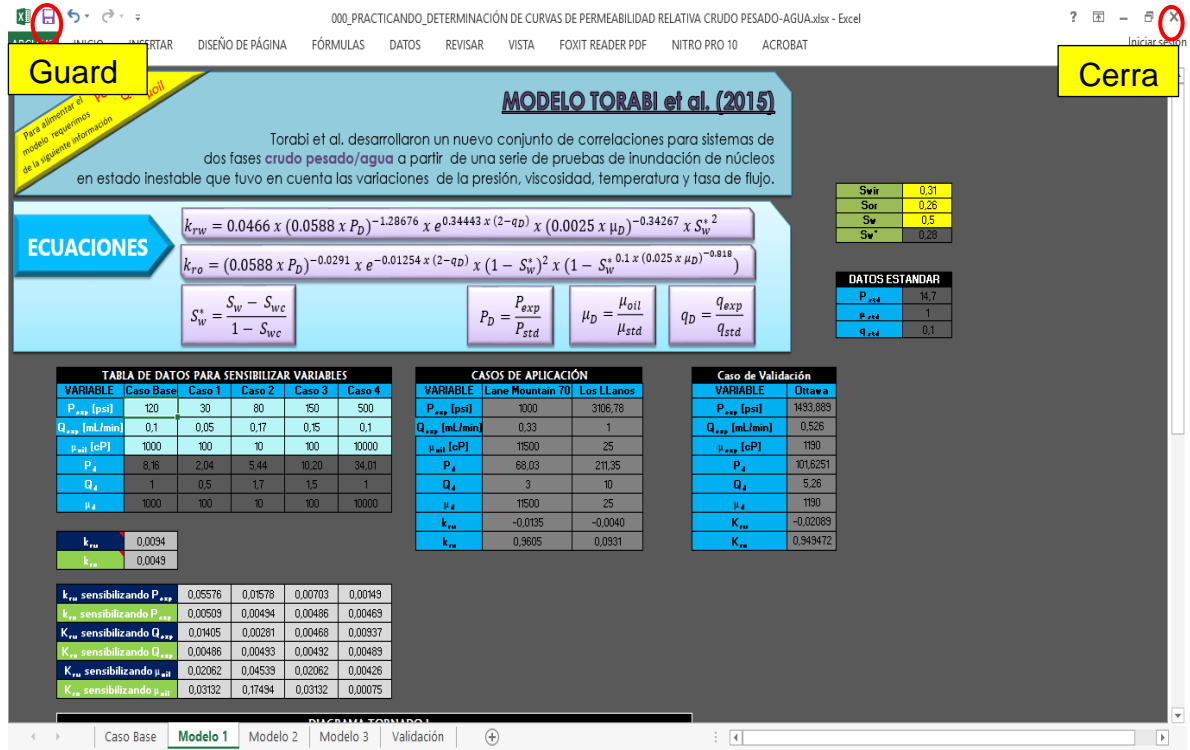
k <sub>rw</sub>	0.0094
k <sub>ro</sub>	0.0049

k <sub>rw</sub> sensibilizando P <sub>exp</sub>	0.05576	0.01578	0.00703	0.00149
k <sub>ro</sub> sensibilizando P <sub>exp</sub>	0.00509	0.00434	0.00486	0.00469
K <sub>rw</sub> sensibilizando Q <sub>exp</sub>	0.01405	0.00281	0.00468	0.00937
K <sub>ro</sub> sensibilizando Q <sub>exp</sub>	0.00486	0.00493	0.00492	0.00489
K <sub>rw</sub> sensibilizando μ <sub>oil</sub>	0.02062	0.04539	0.02062	0.00426
K <sub>ro</sub> sensibilizando μ <sub>oil</sub>	0.03132	0.17494	0.03132	0.00075

◀ ▶
Caso Base **Modelo 1** Modelo 2 Modelo 3 Validación
⊕

Para guardar datos, abrir la herramienta y cerrarla respectivamente se procede de la misma forma que una hoja de cálculo de Microsoft Excel. Ver Figura 17

Figura 17. Hoja de cálculo de herramienta



### 4.3 CONSTRUCCIÓN DE MODELOS

#### 4.3.1 Modelo Torabi et al. (2015)

Tabla 17. Construcción del modelo Torabi et al. (2015)

<b>CONDICIONES DE APLICACIÓN</b>	<p>Correlación matemática para sistemas de dos fases crudo pesado/agua que tiene en cuenta las variaciones de la presión, viscosidad, temperatura y tasa de flujo.</p> <p>Las pruebas de inundación de muestras de núcleos fueron hechas en estado inestable.</p>
<b>VARIABLES DE ENTRADA</b>	<p><math>P_{exp}</math>: Presión experimental, psi</p> <p><math>P_{std}</math>: Presión estándar, 14.7 psi</p>

	<p><math>P_D</math> : Parámetro adimensional de presión</p> <p><math>\mu_{exp}</math> : Viscosidad experimental del aceite, cP</p> <p><math>\mu_{std}</math> : Viscosidad estándar de salmuera, 1 cP</p> <p><math>\mu_D</math> : Parámetro adimensional de viscosidad del aceite</p> <p><math>q_{exp}</math> : es el caudal, ml/min</p> <p><math>q_{std}</math> : Velocidad del fluido típico en el proceso de desplazamiento inmiscible, 0.1 ml/min</p> <p><math>q_D</math> : Parámetro adimensional de velocidad de flujo.</p> <p><math>S_w</math> : Saturación de agua</p> <p><math>S_{wc}</math> : Saturación de agua connata</p> <p><math>S_w^*</math> : Saturación de agua normalizada</p> <p><math>k_{rw}</math> : Permeabilidad relativa del agua.</p> <p><math>k_{ro}</math> : Permeabilidad relativa del aceite</p>
<b>VARIABLES A SENSIBILIZAR</b>	<p><math>P_{exp}</math> : Presión experimental, psi</p> <p><math>\mu_{exp}</math> : Viscosidad experimental del aceite, cP</p> <p><math>q_{exp}</math> : es el caudal, ml/min</p>
<b>RESULTADO DEL MODELO</b>	<p><math>k_{rw}</math> : Permeabilidad relativa al agua.</p> <p><math>k_{ro}</math> : Permeabilidad relativa al aceite</p>

#### 4.3.2 Modelo Bennion et al. (2006)

Tabla 18. Construcción del modelo Bennion et al. (2006)

<p><b>CONDICIONES DE APLICACIÓN</b></p>	<p>Esta correlación provee estimaciones preliminares que podrían ser esperadas en areniscas típicas de McMurray de acuerdo al rango de temperaturas que van de <math>60 &lt; T &lt; 100^{\circ}\text{C}</math> y saturaciones de agua que van de 15 - 60%. También determina para un rango de temperatura que va de <math>150 &lt; T &lt; 275^{\circ}\text{C}</math> y un rango de saturación de 15 - 85%. La prueba fue realizada por el método de estado inestable.</p>
<p><b>VARIABLES DE ENTRADA</b></p>	<p><math>T</math> : Temperatura  <math>S_{wi}</math> : Saturación de agua inicial  <math>K_{rw \text{ end point}}</math> : end-point de la permeabilidad relativa del agua.  <math>S_{or}</math> : Saturación de aceite residual  <math>S_w</math> : Saturación de agua  <math>S_N</math> : Saturación normalizada de agua  <math>k_{rw}</math> : Permeabilidad relativa del agua  <math>k_{ro}</math> : Permeabilidad relativa del aceite</p>
<p><b>VARIABLES A SENSIBILIZAR</b></p>	<p><math>T</math> : Temperatura  <math>S_w</math> : Saturación de agua</p>
<p><b>RESULTADO DEL MODELO</b></p>	<p><math>k_{rw}</math> : Permeabilidad relativa al agua.  <math>k_{ro}</math> : Permeabilidad relativa al aceite</p>

### 4.3.3 Modelo Fulcher et al. (1985)

Tabla 19. Construcción del modelo Fulcher et al. (1985)

<p style="text-align: center;"><b>CONDICIONES DE APLICACIÓN</b></p>	<p>Modelo desarrollado a partir de datos experimentales, basado en la saturación de fluidos, TIF, viscosidad de fluidos y saturaciones residuales mediante análisis de regresión. La prueba fue realizada en estado estable, por el método de Penn.</p>
<p style="text-align: center;"><b>VARIABLES DE ENTRADA</b></p>	<p><math>A, B, C, D</math>: Son constantes de regresión y parámetros estadísticos de ajuste obtenidas a través de las pruebas.</p> <p><math>\gamma</math> : Tensión interfacial</p> <p><math>N_c</math>: Numero Capilar</p> <p><math>\mu_w</math>: Viscosidad de la salmuera</p> <p><math>\mu_o</math>: Viscosidad del aceite</p> <p><math>S_{or}</math>: Saturación de aceite residual</p> <p><math>S_{wir}</math>: Saturación de agua irreducible</p> <p><math>S_w^*</math>: Saturación de agua normalizada</p> <p><math>k_{rw1}</math>: Permeabilidad relativa del agua para imbibición</p> <p><math>k_{ro(im)}</math>: Permeabilidad relativa del aceite para imbibición</p>
<p style="text-align: center;"><b>VARIABLES A SENSIBILIZAR</b></p>	<p><math>\gamma</math> : Tensión interfacial</p> <p><math>\mu_w</math>: Viscosidad de la salmuera</p> <p><math>\mu_o</math>: Viscosidad del aceite</p>

<b>RESULTADO DEL MODELO</b>	$k_{rw1}$ : Permeabilidad relativa al agua para imbibición $k_{ro(im)}$ : Permeabilidad relativa al aceite para imbibición
-----------------------------	---

#### 4.4 ANALISIS DE SENSIBILIDAD

Para el análisis de sensibilidad en la herramienta de cálculo, se definió un caso base y cuatro casos más, dos de estos cuatro casos evalúan las permeabilidades relativas a valores inferiores mientras que los otros dos las evalúan a valores superiores, esto se hace para observar el cambio que estos valores ejercen sobre los resultados de permeabilidad relativa al agua y al aceite.

Cada modelo consta de variables de entrada, para hacer el análisis de sensibilidad fueron seleccionadas las que se consideraron ejercían mayor influencia en sistemas crudo pesado/agua (Ver Figura 18).

Figura 18. Variables y casos a sensibilizar en la herramienta de cálculo

**MODELO TORABI et al. (2015)**

Torabi et al. desarrollaron un nuevo conjunto de correlaciones para sistemas de dos fases **crudo pesado/agua** a partir de una serie de pruebas de inundación de núcleos en estado inestable que tuvo en cuenta las variaciones de la presión, viscosidad, temperatura y tasa de flujo.

**ECUACIONES**

$$k_{rw} = 0.0466 \times (0.0588 \times P_D)^{-1.28676} \times e^{0.34443 \times (2-Q_D)} \times (0.0025 \times \mu_D)^{-0.34267} \times S_w^{*2}$$

$$k_{ro} = (0.0588 \times P_D)^{-0.0291} \times e^{-0.01254 \times (2-Q_D)} \times (1 - S_w^*)^2 \times (1 - S_w^{*0.1 \times (0.025 \times \mu_D)^{-0.818}})$$

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}}$$

$$P_D = \frac{P_{exp}}{P_{std}}$$

$$\mu_D = \frac{\mu_{oil}}{\mu_{std}}$$

$$Q_D = \frac{q_{exp}}{q_{std}}$$

Swir	0.31
Sor	0.26
Sw	0.5
Sw*	0.28

DATOS ESTANDAR	
Pstd	14.7
μstd	1
qstd	0.1

**Casos a**

TABLA DE DATOS PARA SENSIBILIZAR VARIABLES					
VARIABLE	Caso Base	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
P <sub>exp</sub> [psij]	120	30	80	150	500
Q <sub>exp</sub> [mL/min]	0.1	0.05	0.17	0.15	0.1
μ <sub>oil</sub> [cP]	1000	100	10	100	10000
μ <sub>std</sub>	8.16	2.04	5.44	10.20	34.01
Sw	0	0.5	1.7	1.5	1
μ <sub>std</sub>	0	100	10	100	10000

CASOS DE APLICACIÓN		
VARIABLE	Lane Mountain 70	Los LLanos
P <sub>exp</sub> [psij]	1000	3106.78
Q <sub>exp</sub> [mL/min]	0.33	1
μ <sub>oil</sub> [cP]	11500	25
P <sub>d</sub>	68.03	211.35
Q <sub>d</sub>	3	10
μ <sub>d</sub>	11500	25
k <sub>rw</sub>	-0.0135	-0.0040
k <sub>ro</sub>	0.9605	0.0931

Caso de Validación	
VARIABLE	Ottawa
P <sub>exp</sub> [psij]	1493.889
Q <sub>exp</sub> [mL/min]	0.526
μ <sub>exp</sub> [cP]	1190
P <sub>d</sub>	101.6251
Q <sub>d</sub>	5.26
μ <sub>d</sub>	1190
K <sub>rw</sub>	-0.02089
K <sub>ro</sub>	0.949472

k <sub>rw</sub>	0.0094
k <sub>ro</sub>	0.0043

k <sub>rw</sub> sensibilizando P <sub>exp</sub>	0.05576	0.01578	0.00703	0.00149
k <sub>ro</sub> sensibilizando P <sub>exp</sub>	0.00509	0.00494	0.00486	0.00469
K <sub>rw</sub> sensibilizando Q <sub>exp</sub>	0.01405	0.00281	0.00468	0.00937
K <sub>ro</sub> sensibilizando Q <sub>exp</sub>	0.00486	0.00493	0.00432	0.00489
K <sub>rw</sub> sensibilizando μ <sub>oil</sub>	0.02062	0.04539	0.02062	0.00426
K <sub>ro</sub> sensibilizando μ <sub>oil</sub>	0.03132	0.17494	0.03132	0.00075

**Variables a**

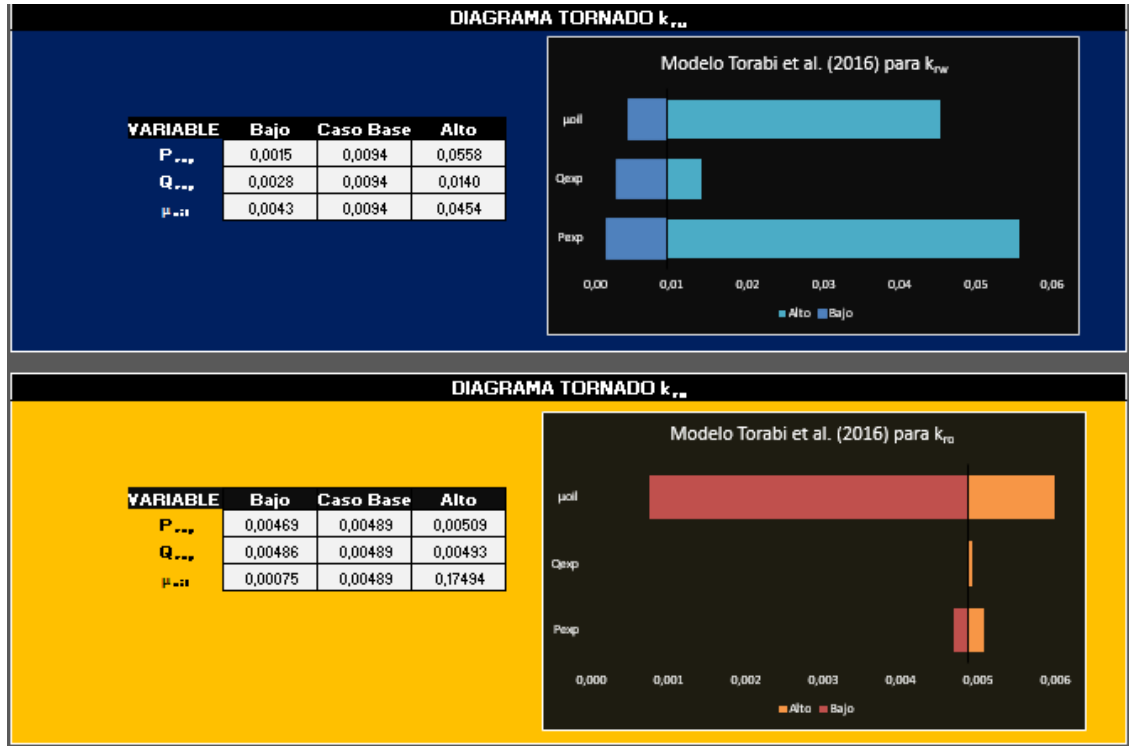
Modelo 1 | Modelo 2 | Modelo 3 | Validación

El usuario sólo debe ubicarse sobre la celda para introducir los valores de las variables de entrada escogidas para el análisis de sensibilidad y agregar el dato deseado, obtendrá automáticamente una respuesta.

Luego de obtener un resultado, se puede observar un diagrama tornado el cual muestra gráficamente la respuesta esperada en situaciones donde se varía el valor específico; en caso de seleccionar varios parámetros, cada uno de ellos va presentando variaciones mientras que los demás no sufren modificaciones. Así mismo, se aplica el diagrama araña, el cual permite establecer el impacto porcentual de la variación de las incertidumbres presentes. La finalidad de estos análisis es

determinar aquellas variables de entrada de mayor influencia en la permeabilidad relativa. (Ver Figura 19)

Figura 19. Diagramas tornados de la herramienta de cálculo



## **4. ANÁLISIS DE RESULTADOS**

En este capítulo, se muestra el diseño experimental, el análisis estadístico y se comparan los resultados obtenidos con la herramienta software, además se valora qué tan certeros son los resultados estadísticos y de esta forma se establecen los rangos de aplicación de cada modelo.

### **5.1 DISEÑO EXPERIMENTAL, ANÁLISIS ESTADÍSTICO Y COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON LA HERRAMIENTA SOFTWARE**

En esta sección, se presentan los diseños de experimentos, el software empleado, factores y sus niveles de influencia.

**5.1.1 DESARROLLO DEL MONTAJE EXPERIMENTAL Y ANÁLISIS ESTADÍSTICO.** Para la optimización cuantitativa de las variables sensibilizadas, se llevó a cabo un diseño experimental factorial multinivel, el cual para los modelos 1 y 3 consistió de 125 experimentos cada uno, planteado a partir del software Statgraphics Centurion XVII.

**Modelo de Torabi et al. (2015).** Las variables estudiadas se presentan en la Tabla 20

Tabla 20. Factores y niveles del diseño experimental del Modelo de Torabi et al. (2015)

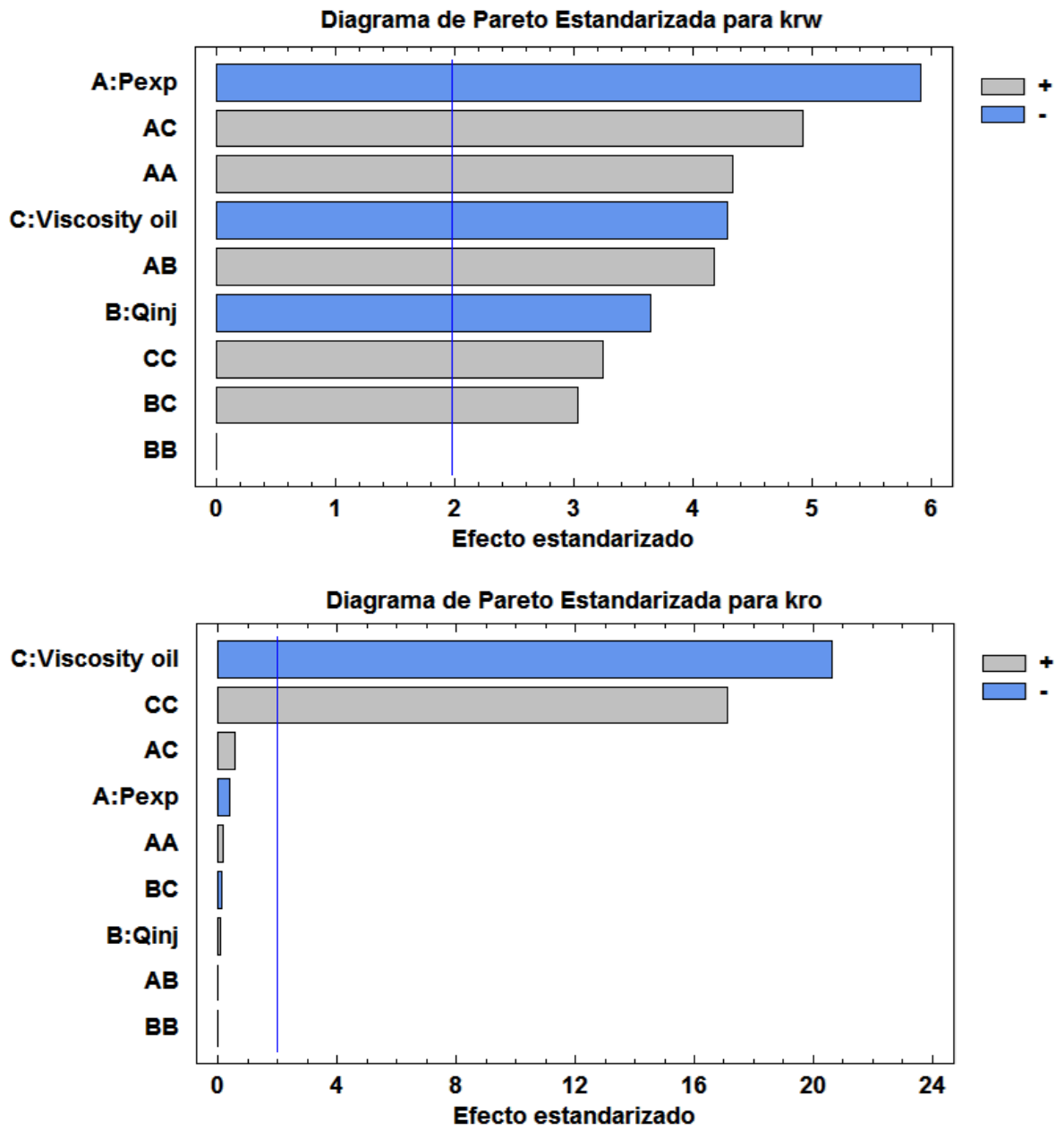
FACTOR	NIVELES				
	CASO 1	CASO 2	CASO BASE	CASO 3	CASO 4
$P_{exp}$ [psi]	120	30	80	250	500
$Q_{exp}$ [mL/min]	0.15	0.05	0.1	0.17	0.2
$\mu_{oil}$ [cP]	1000	10	100	3,000	6,000
<b>RESPUESTAS (<math>K_{rw}</math>, <math>K_{ro}</math>)</b>					

Los factores son las variables que se sensibilizaron, los niveles hacen referencia a los 5 casos, incluyendo el caso base, que se manejaron para obtener las permeabilidades relativas, siendo respectivamente, dos bajos, uno medio (caso base) y dos altos.

A continuación, se muestra un diagrama de Pareto, el cual nos permite comparar de forma cuantitativa y ordenada las variables a sensibilizar según su contribución al modelo, el objetivo de esta comparación es clasificar dichas variables en dos categorías, las poco vitales (variables muy importantes en la contribución) y los muchos triviales (elementos poco importantes en ellas). Además, se presentan gráficos de caja y bigotes, los cuales ofrecen un resumen de 5 números de una muestra de datos. La caja central abarca la mitad de los datos, extendiéndose desde el cuartil inferior hasta el cuartil superior. Las líneas que se extienden en los extremos inferior y superior de la caja (los bigotes) muestran la ubicación del valor más grande y más pequeño de la muestra. La línea vertical del interior de la caja corresponde al valor de la mediana, mientras que el signo (+) muestra la ubicación de la media muestral. El hecho de que el bigote superior sea levemente más largo

que el inferior, y que la media sea relativamente más grande que la mediana, significa un sesgo positivo en los datos<sup>45</sup>.

Figura 20. Diagramas de Pareto para el modelo de Torabi et al. (2015)



<sup>45</sup> STATPOINT, Inc. STATGRAPHICS Centurion XV. Manual del usuario.2006

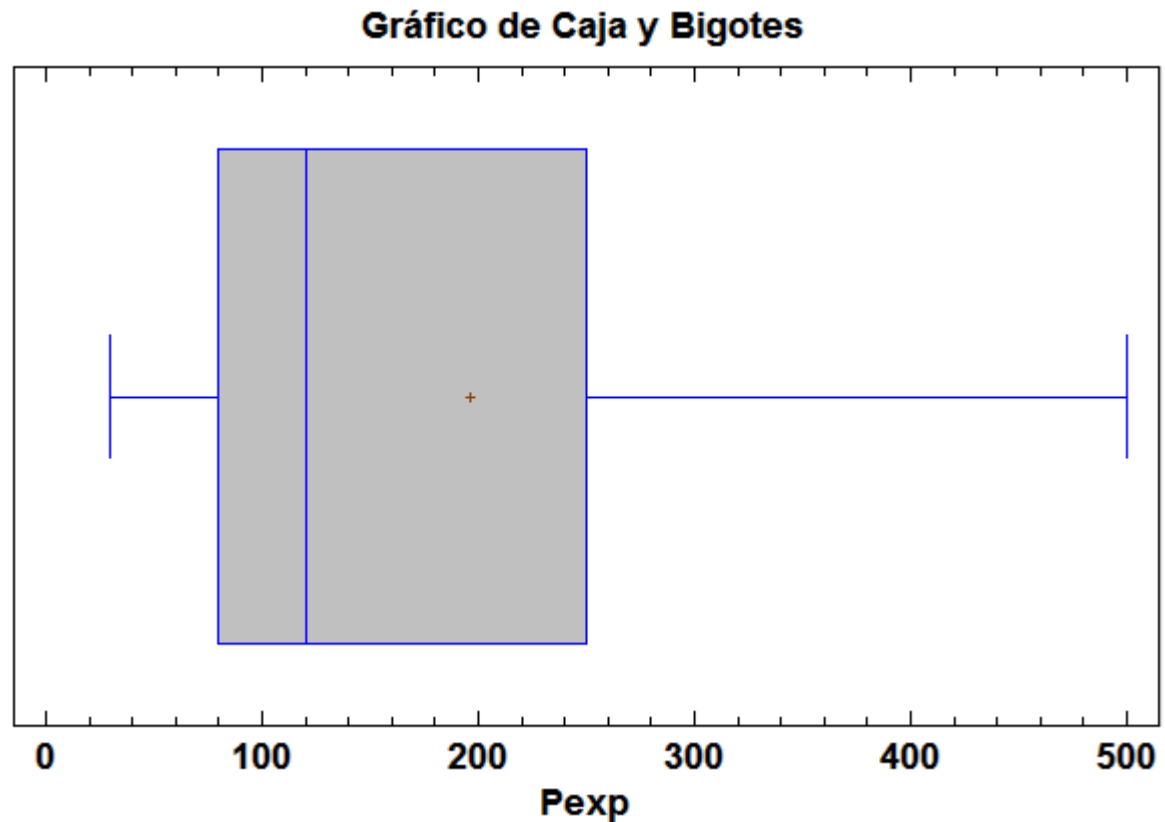
Para llevar a cabo el análisis estadístico de cada variable en los escenarios planteados se usó el software Statgraphics Centurion XVII. A continuación, se analizará de manera detallada cada variable a sensibilizar en este modelo.

- **Presión experimental ( $P_{exp}$ ).** En la Tabla 21 se muestran los resultados obtenidos de dicho análisis para la presión experimental en este modelo.

Tabla 21. Resumen Estadístico para la Presión Experimental

<b>Recuento</b>	5
<b>Promedio</b>	196
<b>Mediana</b>	122
<b>Varianza</b>	35532.3
<b>Desviación estándar</b>	188.494
<b>Coefficiente de variación</b>	96.1704%
<b>Mínimo</b>	30
<b>Máximo</b>	500
<b>Rango</b>	470
<b>Sesgo estandarizado</b>	1.23117
<b>Curtosis estandarizada</b>	0.652512

Figura 21. Gráfico de caja y bigotes del análisis estadístico para la presión experimental



**Prueba de confianza.** Intervalos de confianza del 95% para la media:  $196.0 \pm 234.047$  [-38.047; 430.047]

Intervalos de confianza del 95% para la desviación estándar: [112.933; 541.648]

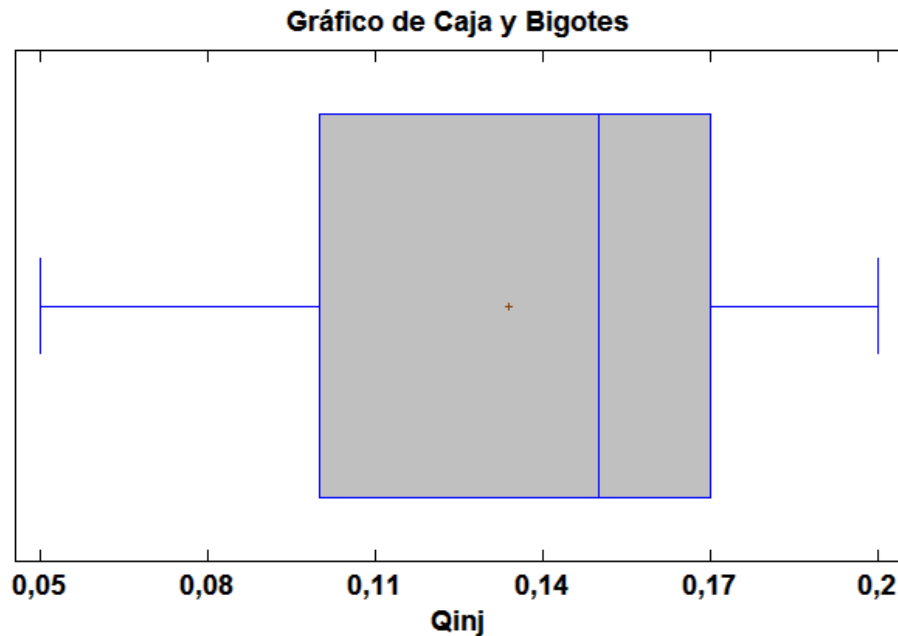
La interpretación típica de estos intervalos es que contienen la media verdadera de la población de la que fueron extraídas las muestras, el 95% de las veces. Por lo tanto, puede establecerse con un 95% de confianza que la media verdadera de la presión se encuentra en algún lugar entre 196.0 y 234.047, mientras que la desviación estándar verdadera se ubica entre 112.933 y 541.648.

- **Caudal de inyección ( $Q_{inj}$ ).** En la Tabla 22 se muestran los resultados obtenidos de dicho análisis para el caudal de inyección en este modelo.

Tabla 22. Resumen Estadístico para el Caudal de inyección

<b>Recuento</b>	5
<b>Promedio</b>	0.134
<b>Mediana</b>	0.15
<b>Varianza</b>	0.01
<b>Desviación estándar</b>	0.0594138
<b>Coefficiente de variación</b>	44.3387%
<b>Mínimo</b>	0.05
<b>Máximo</b>	0.2
<b>Rango</b>	0.15
<b>Sesgo estandarizado</b>	-0.532756
<b>Curtosis estandarizada</b>	-0.362008

Figura 22. Gráfico de caja y bigotes del análisis estadístico para el Caudal de inyección.



**Prueba de confianza.** Intervalos de confianza del 95% para la media:  $0.134 \pm 0.0737722$  [0.0602278; 0.207772]

Intervalos de confianza del 95% para la desviación estándar: [0.0355968; 0.170729]

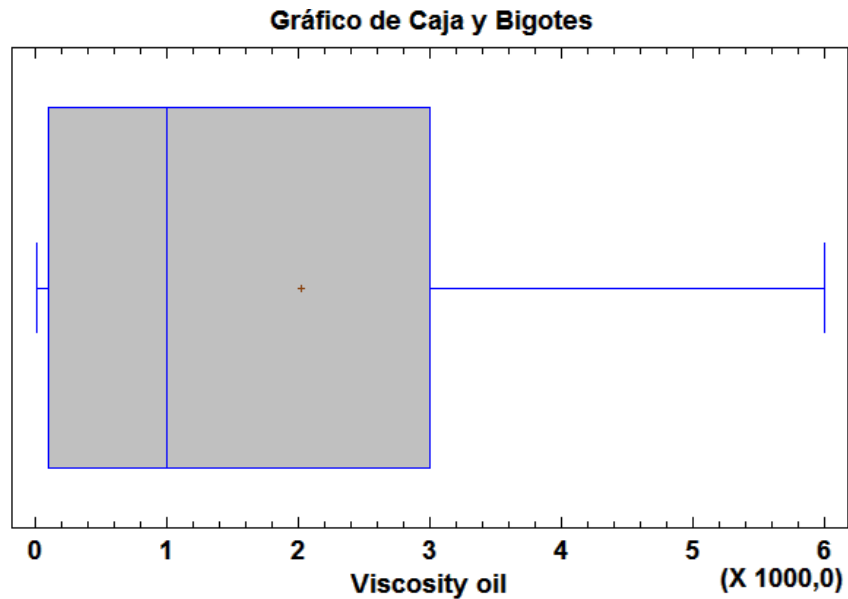
La interpretación típica de estos intervalos es que contienen la media verdadera de la población de la que fueron extraídas las muestras, el 95% de las veces. Por lo tanto, puede establecerse con un 95% de confianza que la media verdadera de la Qinj se encuentra en algún lugar entre 0.0602278 y 0.207772, mientras que la desviación estándar verdadera se ubica entre 0.0355968 y 0.170729

- **Viscosidad del crudo (Viscosity oil).** En la Tabla 23 se muestran los resultados obtenidos de dicho análisis para la viscosidad del crudo en este modelo.

Tabla 23. Resumen Estadístico para Viscosidad del crudo

<b>Recuento</b>	5
<b>Promedio</b>	2022
<b>Mediana</b>	1000
<b>Varianza</b>	6391795.2
<b>Desviación estándar</b>	2528.22
<b>Coefficiente de variación</b>	125.036%
<b>Mínimo</b>	10
<b>Máximo</b>	6,000
<b>Rango</b>	5,990
<b>Sesgo estandarizado</b>	1.11972
<b>Curtosis estandarizada</b>	0.292855

Figura 23. Gráfico de caja y bigotes del análisis estadístico para la Viscosidad del crudo.



**Prueba de confianza.** Intervalos de confianza del 95% para la media:  $2022.0 \pm 3139.22$  [-1117.22; 5161.22]

Intervalos de confianza del 95% para la desviación estándar: [1514.74; 7264.99]

La interpretación típica de estos intervalos es que contienen la media verdadera de la población de la que fueron extraídas las muestras, el 95% de las veces. Por lo tanto, puede establecerse con un 95% de confianza que la media verdadera de la Viscosidad de aceite se encuentra en algún lugar entre -1117.22 y 5161.22, mientras que la desviación estándar verdadera se ubica entre 1514.74 y 7264.99

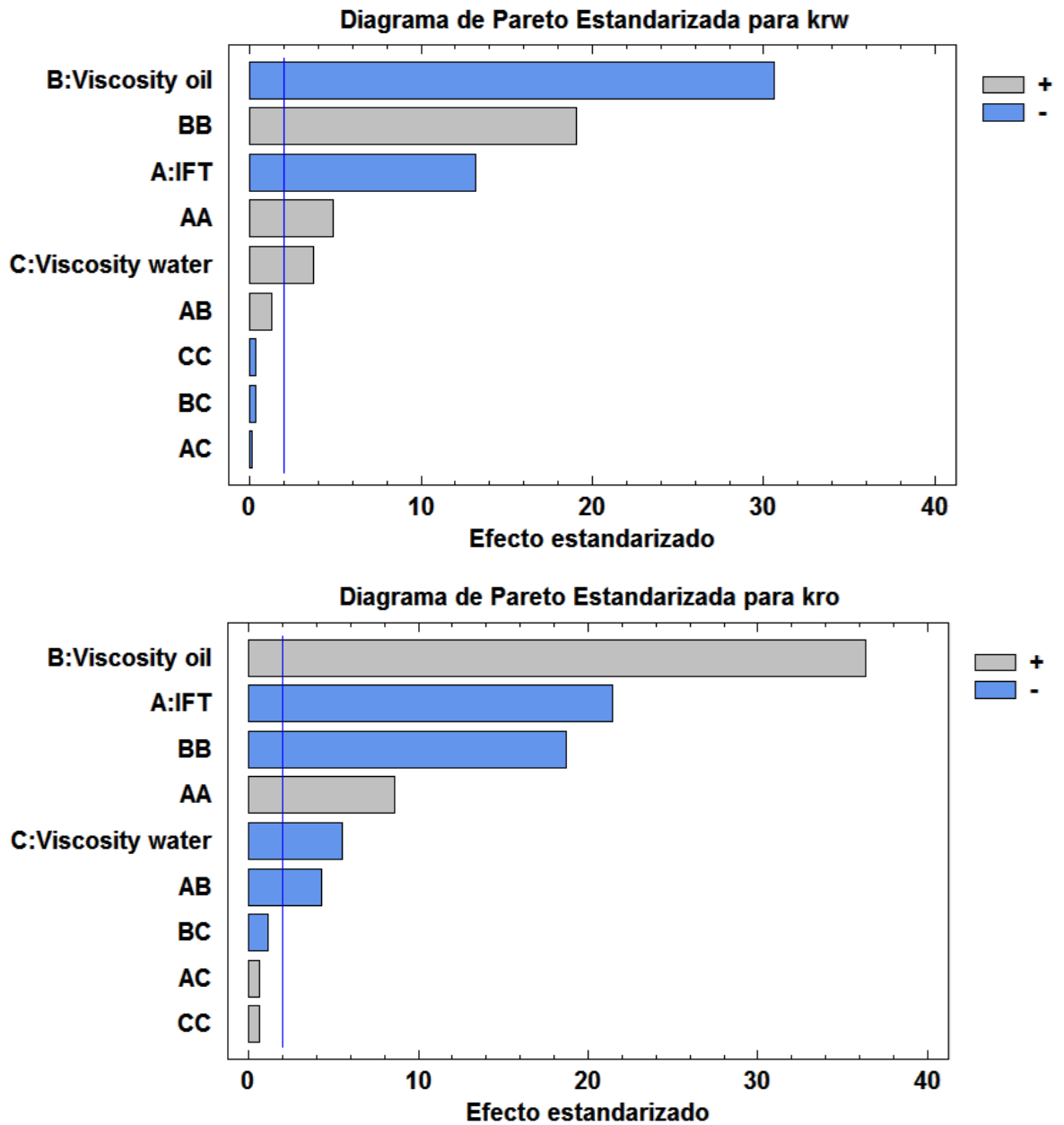
**Modelo de Fulcher et al. (1985).** Las variables estudiadas se presentan en la Tabla 24.

Tabla 24. Factores y niveles del diseño experimental del modelo Fulcher et al. (1985)

FACTOR	NIVELES				
	CASO 1	CASO 2	CASO BASE	CASO 3	CASO 4
IFT ( $\gamma$ ) [dinas/cm]	$1.40 \times 10^1$	$1.70 \times 10^1$	$2.45 \times 10^1$	$1.0 \times 10^2$	$2.0 \times 10^2$
$\mu_o$ [cP]	10	100	1000	3000	6000
$\mu_w$ [cP]	0.34	0.45	0.5	0.6	0.7
<b>RESPUESTAS (<math>K_{rw}</math>, <math>K_{ro}</math>)</b>					

De igual manera que el modelo anterior, los factores son las variables que se sensibilizaron, y los niveles hacen referencia a los 5 casos, incluyendo el caso base, manejados para obtener las permeabilidades relativas, siendo respectivamente, dos bajos, uno medio (caso base) y dos altos.

Figura 24. Diagrama de Pareto para el modelo de Fulcher et al. (1985)



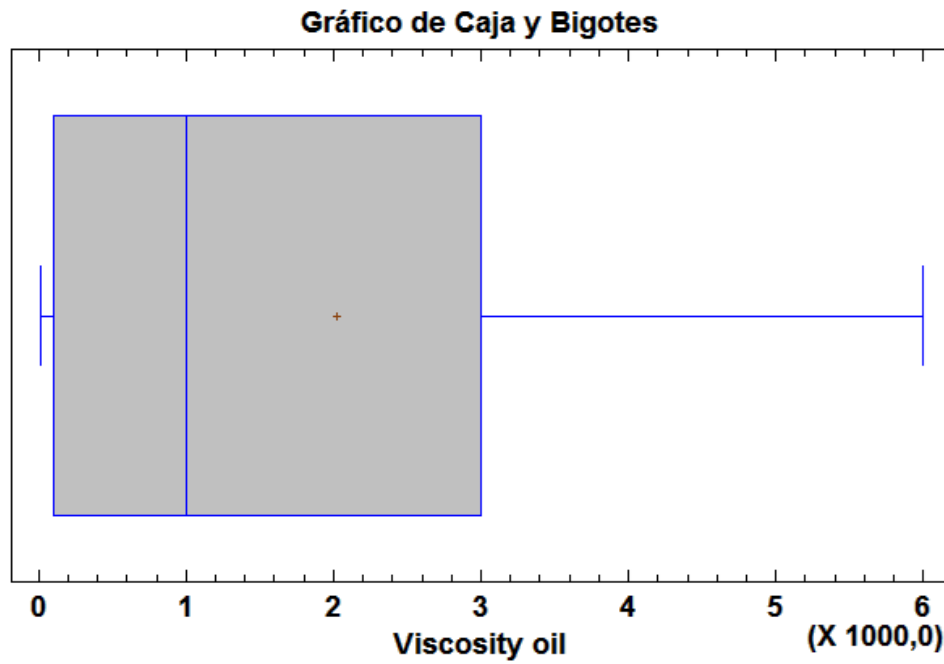
A continuación, se analizará de manera detallada cada variable a sensibilizar de este modelo.

- **Viscosidad de aceite (Viscosity oil).** En la Tabla 25 se muestran los resultados obtenidos del análisis concerniente a la variable Viscosidad de aceite en este modelo

Tabla 25. Resumen Estadístico para Viscosidad de aceite

<b>Recuento</b>	5
<b>Promedio</b>	2022.0
<b>Mediana</b>	1,000
<b>Varianza</b>	6391896.368
<b>Desviación estándar</b>	2528.22
<b>Coefficiente de variación</b>	125.036%
<b>Mínimo</b>	10
<b>Máximo</b>	6,000
<b>Rango</b>	5,990
<b>Sesgo estandarizado</b>	1.11972
<b>Curtosis estandarizada</b>	0.292855

Figura 25. Gráfico de caja y bigotes del análisis estadístico para la Viscosidad de aceite



**Prueba de confianza.** Intervalos de confianza del 95% para la media: 2022.0 +/- 3139.22 [-1117.22; 5161.22]

Intervalos de confianza del 95% para la desviación estándar: [1514.74; 7264.99]

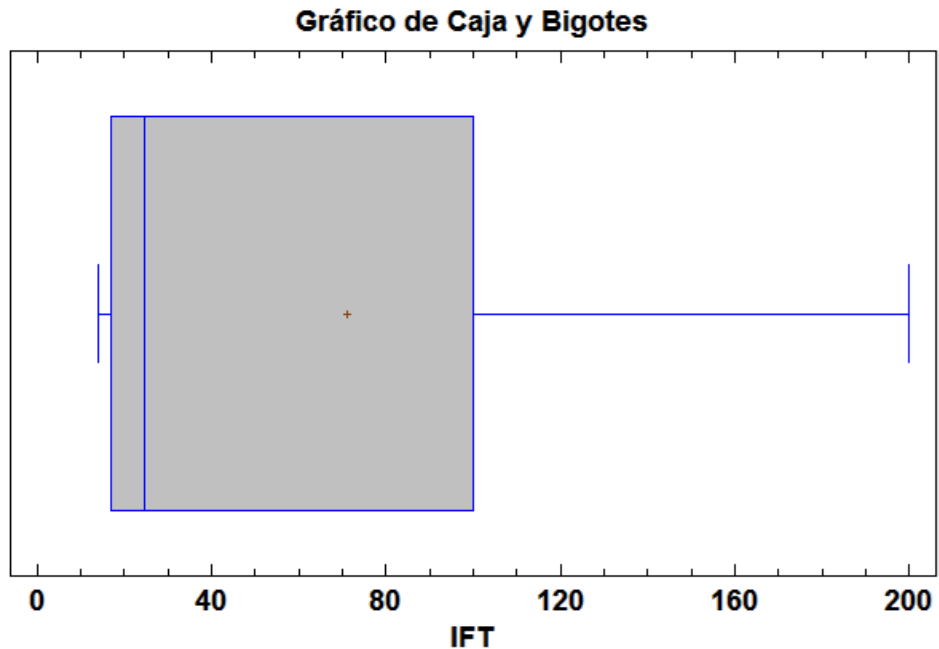
La interpretación típica de estos intervalos es que contienen la media verdadera de la población de la que fueron extraídas las muestras, el 95% de las veces. Por lo tanto, puede establecerse con un 95% de confianza que la media verdadera de la Viscosidad de aceite se encuentra en algún lugar entre -1117.22 y 5161.22, mientras que la desviación estándar verdadera se ubica entre 1514.74 y 7264.99

- **Tensión interfacial (IFT).** En la Tabla 26 se muestran los resultados obtenidos del análisis concerniente a la variable tensión interfacial (IFT) en este modelo

Tabla 26. Resumen Estadístico para Tensión Interfacial

<b>Recuento</b>	5
<b>Promedio</b>	71.1
<b>Mediana</b>	24.5
<b>Varianza</b>	6452.2984
<b>Desviación estándar</b>	80.3262
<b>Coefficiente de variación</b>	112.976%
<b>Mínimo</b>	14
<b>Máximo</b>	200
<b>Rango</b>	186
<b>Sesgo estandarizado</b>	1.26238
<b>Curtosis estandarizada</b>	0.469088

Figura 26. Gráfico de caja y bigotes del análisis estadístico para la Tensión Interfacial



**Prueba de confianza.** Intervalos de confianza del 95% para la media:  $71.1 \pm 99.7385$  [-28.6385; 170.838]

Intervalos de confianza del 95% para la desviación estándar: [48.1261; 230.822]

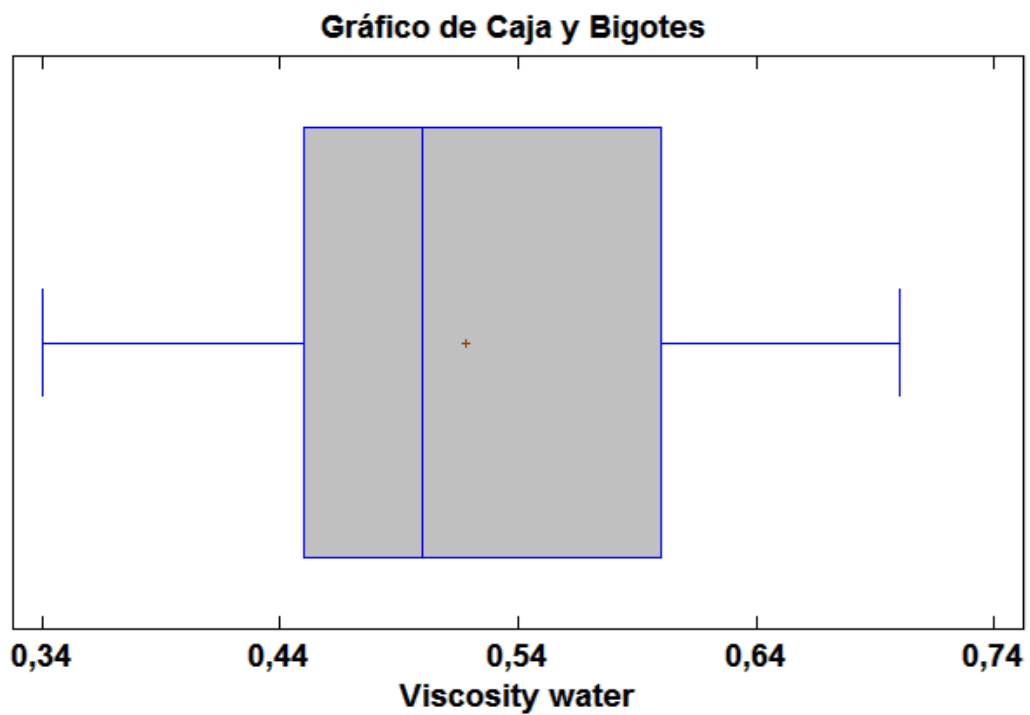
La interpretación típica de estos intervalos es que contienen la media verdadera de la población de la que fueron extraídas las muestras, el 95% de las veces. Por lo tanto, puede establecerse con un 95% de confianza que la media verdadera de la IFT se encuentra en algún lugar entre -28.6385 y 170.838, mientras que la desviación estándar verdadera se ubica entre 48.1261 y 230.822

- **Viscosidad de agua (Viscosity water).** En la Tabla 27 se muestran los resultados obtenidos del análisis concerniente a la variable Viscosidad de agua (Viscosity water) en este modelo

Tabla 27. Resumen Estadístico para Viscosidad de agua

<b>Recuento</b>	5
<b>Promedio</b>	0.518
<b>Mediana</b>	0.5
<b>Varianza</b>	0.019119
<b>Desviación estándar</b>	0.138275
<b>Coefficiente de variación</b>	26.694%
<b>Mínimo</b>	0.34
<b>Máximo</b>	0.7
<b>Rango</b>	0.36
<b>Sesgo estandarizado</b>	0.0891871
<b>Curtosis estandarizada</b>	-0.268284

Figura 27. Gráfico de caja y bigotes del análisis estadístico para la Viscosidad de agua



**Prueba de confianza.** Intervalos de confianza del 95% para la media: 0.518 +/- 0.171692 [0.346308; 0.689692]

Intervalos de confianza del 95% para la desviación estándar: [0.0828452; 0.397341]

La interpretación típica de estos intervalos es que contienen la media verdadera de la población de la que fueron extraídas las muestras, el 95% de las veces. Por lo tanto, puede establecerse con un 95% de confianza que la media verdadera de la viscosidad de agua se encuentra en algún lugar entre 0.346308 y 0.689692, mientras que la desviación estándar verdadera se ubica entre 0.0828452 y 0.397341

**Análisis Estadístico.** De manera general las tablas de resumen estadístico para cada variable en los modelos, incluye medidas de tendencia central, medidas de variabilidad y medidas de forma. De particular interés aquí son el sesgo estandarizado y la curtosis estandarizada, las cuales pueden utilizarse para determinar si la muestra proviene de una distribución normal. Valores de estos estadísticos fuera del rango de -2 a +2 indican desviaciones significativas de la normalidad, lo que tendería a invalidar cualquier prueba estadística con referencia a la desviación estándar. En estos casos, los valores del sesgo estandarizado y curtosis estandarizada se encuentran dentro del rango esperado para datos provenientes de una distribución normal.

**5.1.2 COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON LA HERRAMIENTA SOFTWARE.** A continuación, se presentarán los diagramas tornado y araña para analizar la sensibilidad de las variables en cada modelo. Lo que nos permite identificar las variables críticas para futuros trabajos de permeabilidades relativas. Sin embargo, aunque es muy fiable no permite ver el efecto de interrelación de las variables que si se puede observar en los gráficos de los diseños experimentales anteriormente presentados. Es necesario tener en cuenta para el diagrama araña que entre mayor sea la pendiente de la línea graficada mayor es el efecto que genera en la variable de salida.

#### **Modelo de Torabi et al. (2015)**

Figura 28. Diagrama tornado modelo de Torabi et al. (2015) para  $k_{rw}$

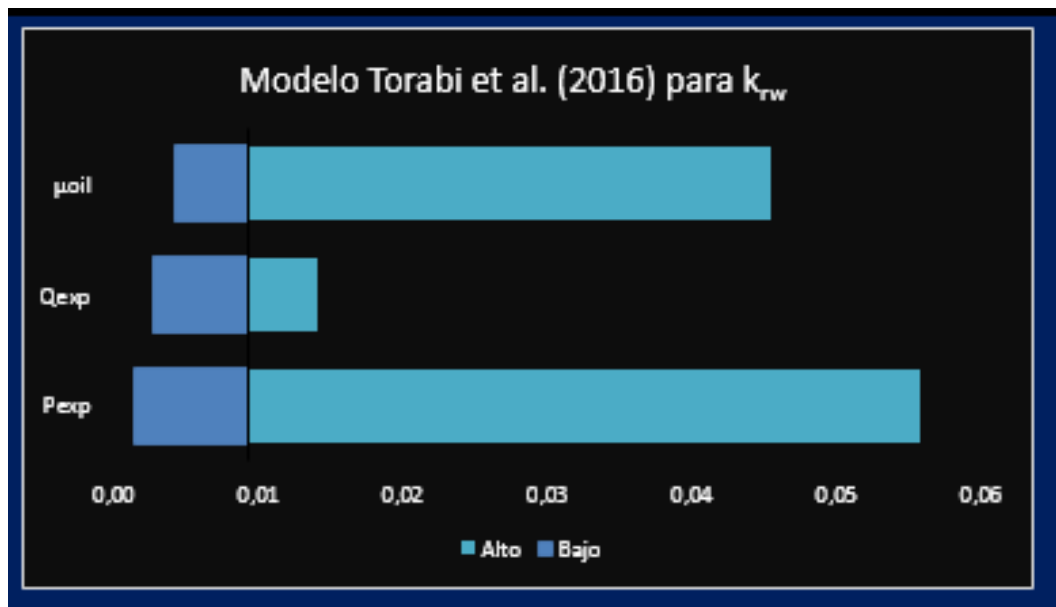
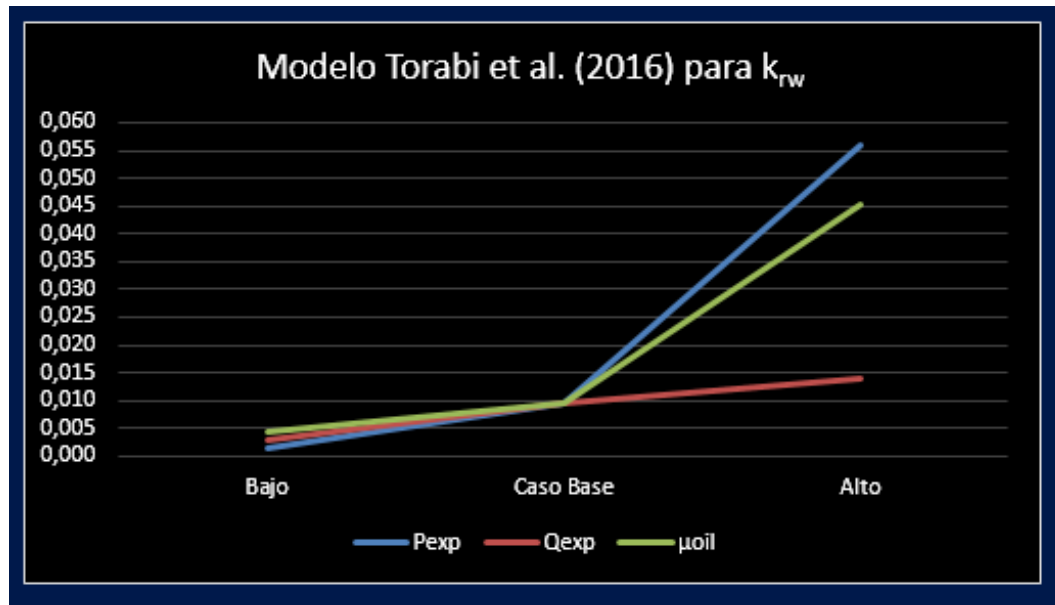


Figura 29. Diagrama araña modelo de Torabi et al. (2015) para  $k_{rw}$



Los diagramas anteriores nos permiten visualizar que la variable que más contribuye en la determinación de la permeabilidad relativa al agua en sistemas crudo pesado/agua para el modelo de Torabi et al. (2015), es la presión experimental, seguida de la viscosidad del crudo y la que menos influencia tiene en la permeabilidad relativa al agua es el caudal de inyección. Lo anterior fue corroborado con el diagrama de Pareto que arrojó el diseño de experimentos.

Figura 30. Diagrama tornado modelo de Torabi et al. (2015) para la  $k_{ro}$

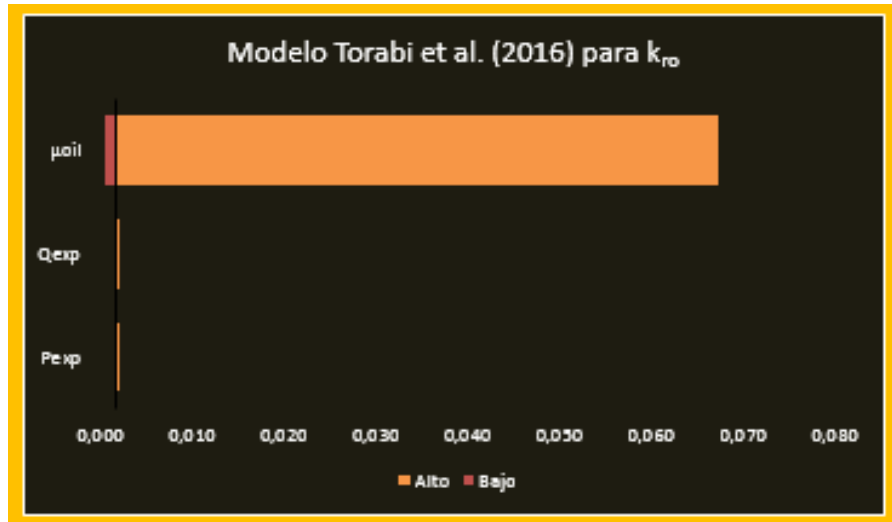
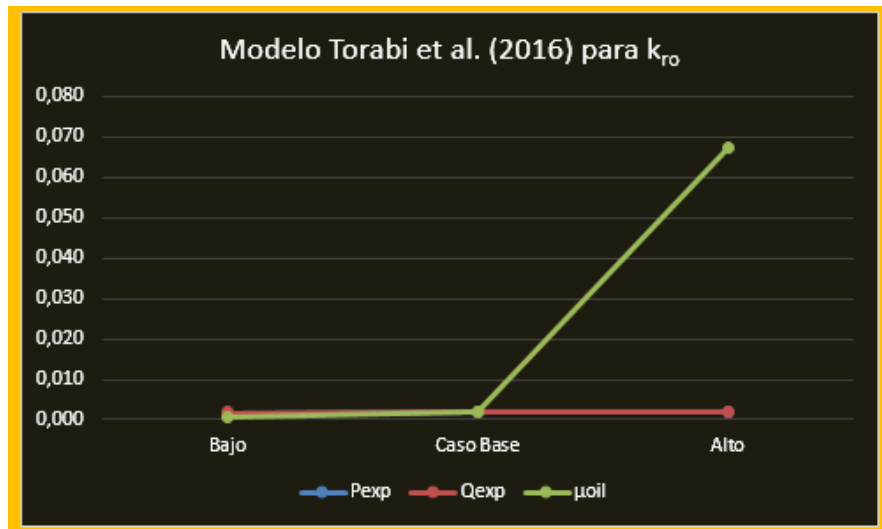


Figura 31. Diagrama araña modelo de Torabi et al. (2015) para la  $k_{ro}$



Los diagramas anteriores nos permiten visualizar que la variable que más contribuye en la determinación de la permeabilidad relativa al aceite en sistemas crudo pesado/agua para el modelo de Torabi et al. (2015), es la viscosidad del crudo, mientras que las otras variables en juego (Presión experimental y caudal de inyección) ejercen una influencia prácticamente nula para la permeabilidad relativa

al aceite. Lo anterior fue corroborado con el diagrama de Pareto que arrojó el diseño de experimentos.

### Modelo de Fulcher et al. (1985)

Figura 32. Diagrama tornado modelo de Fulcher et al. (1985) para  $k_{rw}$

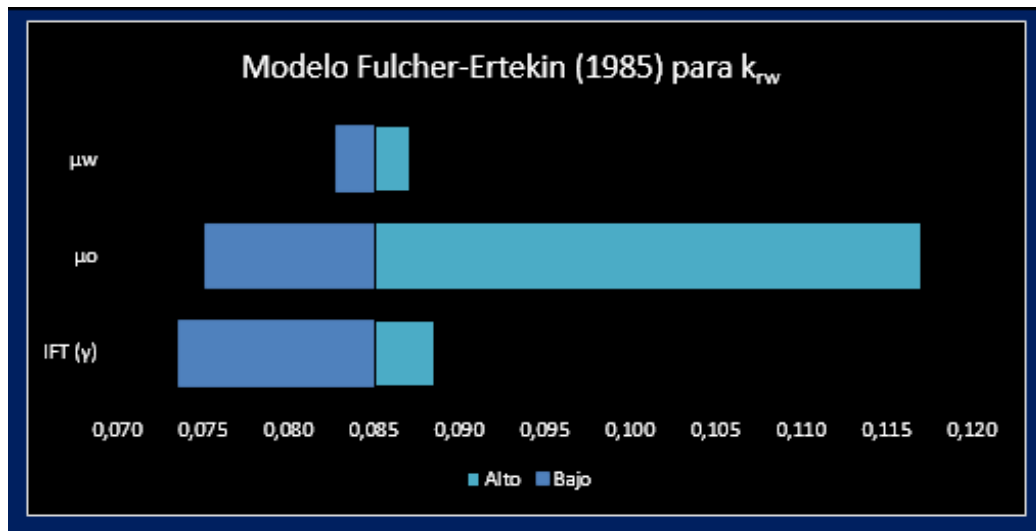
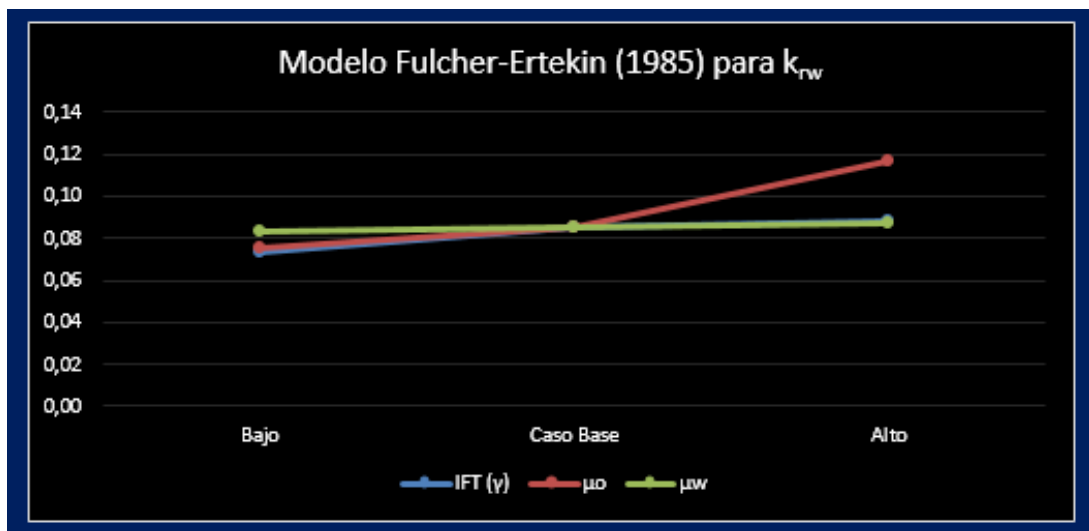


Figura 33. Diagrama araña modelo de Fulcher et al. (1985) para  $k_{rw}$



De acuerdo a los diagramas anteriores se puede concluir que la variable que mayor efecto tiene en el modelo Fulcher et al. (1985) para la permeabilidad relativa al agua es la viscosidad del aceite, seguido de la TIF y en menor medida la viscosidad del agua, ejerciendo esta última muy poca influencia en la determinación de la permeabilidad relativa al agua. Lo anterior fue corroborado con el diagrama de Pareto que arrojó el diseño de experimentos.

Figura 34. Diagrama tornado modelo de Fulcher et al. (1985) para  $k_{ro}$

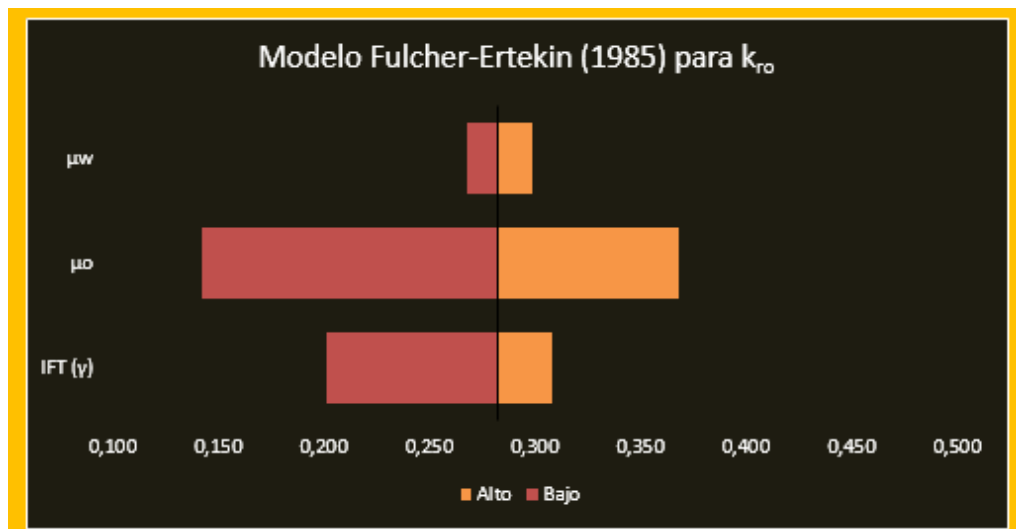
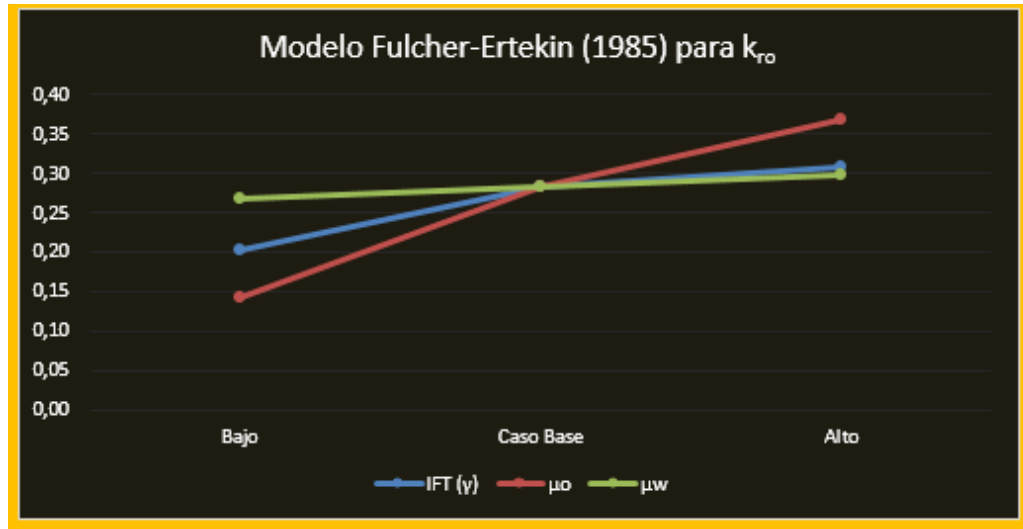


Figura 35. Diagrama araña modelo de Fulcher et al. (1985) para  $k_{ro}$



Los diagramas anteriores nos permiten visualizar que la variable que más contribuye en la determinación de la permeabilidad relativa al aceite en sistemas crudo pesado/agua para el modelo de Fulcher et al. (1985), es la viscosidad del crudo, seguidas de la TIF y la viscosidad del agua que muestran una influencia muchísimo menor para la permeabilidad relativa al aceite. Lo anterior fue corroborado con el diagrama de Pareto que arrojó el diseño de experimentos.

## 5.2 ANÁLISIS DE VALIDACIÓN DE LA HERRAMIENTA PARA EVALUAR EL COMPORTAMIENTO E INCERTIDUMBRE DE PERMEABILIDADES RELATIVAS EN SISTEMAS CRUDO PESADO/AGUA

Para llevar a cabo la validación de la herramienta, se seleccionaron dos pruebas experimentales de la literatura (Lane Mountain 70 y Los Llanos) y una prueba para la validación (Ottawa), con ellos se realizó una tabla para comparar el error asociado a cada uno de los modelos. De esta forma se pueden determinar las fuentes de error asociado a cada uno ellos. La Tabla 28 presenta cada uno de los modelos con

su error asociado, dicho error es calculado a partir del valor real de las permeabilidades relativas en cuestión, mediante la siguiente ecuación:

$$\%E = \frac{\text{Valor Real} - \text{Valor Teórico}}{\text{Valor Real}} * 100$$

A continuación, cada uno de los valores de  $k_{rw}$  y  $k_{ro}$  determinados se realizaron a 0.5 de saturación de agua

Tabla 28. Resultados de los modelos de permeabilidad relativa

MODELO	LANE MOUNTAIN 70		LOS LLANOS		OTTAWA	
	$k_r$ phase @Sw=0.5	% Error	$k_r$ phase @Sw=0.5	% Error	$k_r$ phase @Sw=0.5	% Error
Modelo Torabi et al. - $k_{rw}$	0.0009	80.21	0.0086	50.26	0.0033	62.29
Modelo Torabi et al. - $k_{ro}$	0.0002	99.41	0.0461	48.57	0.0013	99.16
Modelo Fulcher-Ertekin - $k_{rw}$	0.1069	2274.56	0.1129	554.62	0.1370	1456.46
Modelo Fulcher-Ertekin - $k_{ro}$	0.6631	1474.03	0.2796	211.88	0.5622	269.90

**5.2.1 Análisis del modelo de Torabi et al. (2015).** Según la Tabla 28, se puede examinar que este modelo presenta un error del 80.21% para  $k_{rw}$  y 99.41% para  $k_{ro}$  con el núcleo Lane Mountain 70, de 50.26% para  $k_{rw}$  y 48.57% para  $k_{ro}$  con el núcleo de Los Llanos, y para el caso de validación (Ottawa) en 62.29% para  $k_{rw}$  y 99.16% para  $k_{ro}$ . Estos valores se presentaron, ya que este modelo fue concebido con 5 sets de pruebas en estado inestable con condiciones máximas claramente inferiores a las obtenidas en la literatura para la generación de los casos de aplicación; los datos son expuestos a continuación.

Tabla 29. Resumen de las presiones experimentales

Tipo de roca	$P_{exp}$ [psi]
Modelo Torabi	500
Lane Mountain 70	1,000
Los Llanos	3,106.78
Ottawa con crudo del yacimiento Bodo	1,493.889

Tabla 30. Resumen de las tasas de inyección

Tipo de roca	$Q_{iny}$ [mL/min]
Modelo Torabi	0.4
Lane Mountain 70	0.33
Los Llanos	1
Ottawa con crudo del yacimiento Bodo	0.526

Tabla 31. Resumen de la viscosidad de aceite

Tipo de roca	$\mu_o$ [cP]
Modelo Torabi	400.2
Lane Mountain 70	11,500
Los Llanos	25
Ottawa con crudo del yacimiento Bodo	1,190

Por otra parte, no se descartan las incidencias propias de las características del núcleo (porosidad, permeabilidad absoluta de la roca, etc.) sobre el modelo, las cuales no generamos ninguna hipótesis debido a que estas propiedades de la roca no fueron publicadas en la literatura.

Finalmente, y aunque se presenten valores de error poco aceptables en los resultados, el modelo de Torabi et al. (2015) presenta mayor precisión para  $k_{rw}$  que para  $k_{ro}$ .<sup>46</sup>

**5.2.2 Análisis del modelo de Fulcher et al. (1985).** Según Tabla 28, se puede examinar que este modelo presenta un error mayor del 100% para  $k_{rw}$  y  $k_{ro}$  con el núcleo Lane Mountain 70, mayor del 100% para  $k_{rw}$  y  $k_{ro}$  para el núcleo de Los Llanos, y del caso de validación (Ottawa) mayor al 100% para  $k_{rw}$  y  $k_{ro}$ . Estos valores se presentaron, ya que este modelo fue concebido en 25 sets de pruebas en estado estable, siendo el método el primer valor diferenciador, debido a que los datos obtenidos para los tipos de roca como LM70, Los Llanos y Ottawa fueron obtenidos en estado inestable, y donde la viscosidad de aceite ha sido el factor más importante para este modelo, bajo el cual tomó como base un crudo poco viscoso (5.195 cP) muy inferior a los obtenidos en la literatura para la generación de los casos de aplicación; los datos son expuestos a continuación.

Tabla 32. Resumen de la tensión interfacial (TIF)

Tipo de roca	TIF [dinas/cm]
Modelo Fulcher et al.	$2.45 \times 10^1$
Lane Mountain 70	$1.4 \times 10^1$
Los Llanos	$6 \times 10^1$
Ottawa con crudo del yacimiento Bodo	$3 \times 10^1$

<sup>46</sup> TORABI, F; MOSAVAT, N. y ZARIVNYY, O. Predicting heavy oil/water relative permeability using modified Corey-based correlations. University of Regina and University of Toronto, Canadá, 2015.

Tabla 33. Resumen de la viscosidad de aceite

Tipo de roca	$\mu_o$ [cP]
Modelo Fulcher et al. (fase oleica)	5.195
Lane Mountain 70	11,500
Los Llanos	25
Ottawa con crudo del yacimiento Bodo	1,190

Tabla 34. Resumen de la viscosidad de agua

Tipo de roca	$\mu_w$ [cP]
Modelo Fulcher et al. (fase acuosa)	0.892
Lane Mountain 70	1.0002
Los Llanos	0.343
Ottawa con crudo del yacimiento Bodo	0.987

### 5.3 DETERMINACIÓN DE LOS RANGOS DE APLICACIÓN PARA EL USO DE CADA MODELO Y DE LOS ESCENARIOS EN QUE ÉSTOS PRESENTAN MEJORES RESULTADOS

Después de realizar la validación de la herramienta y de analizar las posibles fuentes de error en el cálculo de las permeabilidades relativas de cada modelo para unos campos específicos, es necesario determinar los rangos de aplicación de cada variable sensibilizada para tener unas permeabilidades relativas óptimas. En las siguientes tablas se presentan los rangos de aplicación de cada una de las variables.

### 5.3.1 Análisis del modelo de Torabi et al. (2015)

Tabla 35. Rangos de aplicación para el modelo de Torabi et al. (2015)

		Rangos de aplicación
Presión experimental	$P_{exp}$ (psi)	250 - 500
Viscosidad del crudo	$\mu_{oil}$ (cP)	> 24.3 recomendable > 400
Caudal de inyección de agua	$q_{exp}$ (ml/min)	0.2 - 0.4

### 5.3.2 Análisis del Modelo Bennion et al. (2006)

Tabla 36. Rangos de aplicación para el modelo de Bennion et al. (2006)

		Rangos de aplicación	
Temperatura	$T$ (°C)	Alta temperatura	Baja temperatura
		60 – 100	150 – 275
Saturación de agua	$S_w$ (fracción)	0.15 – 0.6	0.15 – 0.85

### 5.3.3 Análisis del modelo de Fulcher et al. (1985)

Tabla 37. Rangos de aplicación para el modelo de Fulcher et al. (1985)

		Rangos de aplicación
Tensión interfacial	$\gamma$ (dina/cm)	0.0389 - 37.9 recomendado < 5.5
Viscosidad de fase oleica	$\mu_o$ (cP)	2.029 - 11.297
Viscosidad de fase acuosa	$\mu_w$ (cP)	0.892 - 954

### 5.4 RECOMENDACIONES TÉCNICAS

Las mediciones en laboratorio de permeabilidades relativas deben ser diseñadas teniendo en cuenta el uso final de los datos y la aproximación deseada. Esto es importante, una buena aproximación debe ser determinada teniendo en cuenta tres factores: Contar con muestras óptimas roca/fluido; una buena metodología experimental; y una técnica de cálculo lo más precisa posible. Por lo tanto, es inútil gastar mucho esfuerzo en obtener una preservación perfecta del núcleo si la técnica usada experimentalmente no es la mejor. Es deseable esforzarse por el mismo nivel de precisión en todos los tres pasos.

En concordancia con algunos autores se notó que un problema evidente de las correlaciones para determinar permeabilidades relativas en sistemas agua-petróleo es la ecuación de saturación. En general, un yacimiento no contiene agua en todos sus puntos, sino que ésta proviene desde alguna región (capa) o desde el fondo, por lo tanto, no existe una ecuación adecuada que proporcione la información precisa acerca del estado de saturación.

## 6. CONCLUSIONES

- Cuando no se tienen datos experimentales, se usan correlaciones generalizadas para representar la permeabilidad relativa de la formación. Sin embargo, si las características del yacimiento se desvían fuertemente a la de los yacimientos en los que se basa la correlación, los resultados pueden tener un error considerable.
- Por los resultados observados en la tabla que compara el error asociado a cada uno de los modelos se demuestran finalmente, que no es inútil la medición de la permeabilidad relativa en sistemas crudo pesado/agua, el modelo de Torabi et al. (2015) cumplió con las expectativas.
- Los modelos presentados en este trabajo determinaron permeabilidades relativas para el agua y el aceite en casos específicos y no pueden ser aplicados en todas las condiciones.
- Los datos publicados de otras pruebas de laboratorio por lo general no son aplicables al propio caso de estudio.
- La herramienta de cálculo determina las permeabilidades relativas al agua y al aceite bajo condiciones de aplicación de dos modelos seleccionados para sistemas crudo pesado/agua. A su vez, permite evaluar las permeabilidades relativas a diferentes escenarios de aplicación realizando consigo un análisis de sensibilidad.
- Según los análisis de sensibilidad y estadístico de los modelos seleccionados, se pudo evidenciar que el parámetro que genera un mayor impacto en los modelos propuestos por Torabi et al. (2015) y Fulcher et al. (1985) para el cálculo

de las permeabilidades relativas en sistemas crudo pesado/agua es la viscosidad del crudo.

- El modelo de Bennion et al. (2006) no pudo ser sensibilizado, este modelo está en función de coeficientes numéricos contenidos en la ecuación y no en función de parámetros o variables, por lo tanto, no fue posible hacer un análisis de sensibilidad.
- Para garantizar una mejor determinación de curvas de permeabilidad relativa en sistemas crudo pesado/agua, se determinaron rangos óptimos de aplicabilidad para el uso de los modelos evaluados.
- Para el análisis del desplazamiento de fluidos en sistemas crudo pesado/agua a escala de laboratorio, es de vital importancia determinar las condiciones experimentales bajo las cuales se hizo la medición, ya que la comprensión del flujo de fluidos altamente viscosos en el medio poroso es muy importante en el plan de desarrollo preciso para yacimientos de crudo pesado.

## 7. RECOMENDACIONES

- Desarrollar un proyecto de investigación donde se lleven a cabo pruebas de laboratorio con la finalidad de evaluar el desempeño de los métodos experimentales para la determinación de permeabilidades relativas en estado inestable con respecto al estado estable en sistemas crudo pesado/agua. Además, podrían evaluarse las dificultades técnicas que puedan presentarse durante la adquisición de los datos para la construcción de las curvas de permeabilidad relativa en yacimientos de aceite pesado.
- Definir en laboratorio una serie de procedimientos claves en el modelado numérico y experimental para la determinación de las curvas de permeabilidad relativa en crudo pesado.
- Diseñar escenarios de análisis de sensibilidad para evaluar cada modelo seleccionado en este trabajo de grado, evaluando el comportamiento de crudos livianos versus crudos pesados. Diseñar también una herramienta de cálculo que permita evaluar los escenarios planteados y compararlos.

## BIBLIOGRAFÍA

- ALPAK, Faruk; LAKE, Larry y EMBID, Sonia. Validation of a Modified Carman-Kozeny Equation to model two-phase relative permeabilities. SPE 56479, 1999.
- ANSARI, Mehran; JAFARI, Hojat. Investigation of effect of pore sizes and pore sorting on two phase relative permeability in imbibition process. Iran, February 2016.
- BENNION, D; THOMAS, F. y SCHULMEISTER, B. A Correlation of the Low and High Temperature Water-Oil Relative Permeability Characteristics of Typical Western Canadian Unconsolidated Bitumen Producing Formations. Calgary, Canadá, June 2006.
- BEDRIKOVETSKY, P.G. y BRUINING, J. A Percolation Based Upscaling Technique for Viscous Force Dominated Water Flooding in Uncorrelated Heterogeneous Reservoirs. Paper presented at the 1995. European Symposium on Improved Oil Recovery. Vienna, May 15-17.
- CASTILLO, A.F, *et al.* Numerical and Experimental Modeling of Relative Permeability in Heavy Oil Reservoirs. SPE 123097, June 2009.
- CHIERICI, Gian Luigi. Novel relations for Drainage and Imbibition Relative Permeabilities. SPE of AIME, June 1984.
- CHIMÁ, A.; CHÁVEZ, E. y CALDERÓN, Z. An equation to predict Two-Phase Relative Permeability Curves in Fractures. Lima, Perú, 2010.
- CURTIS, Carl et al. Yacimientos de petróleo pesado. *Oilfield Review*. invierno 2002/2003, p. 32-55.
- ERTEKIN, Turgay. Effect of Capillary Number and its constituents on Two-Phase relative permeability curves. SPE-12170-PA, 1985.
- GHAEDI, Mojtaba *et al.* An Efficient method for determining capillary pressure and relative permeability curves from spontaneous imbibition data. Iranian Journal of Oil & Gas Science and Technology, May 2015.

- GUDJONSDOTTIR, M.S, *et al.* Relative Permeability Measurements and Comparison to Field Data. Melbourne, Australia, April 2015.
- HAMOUDA, A; KAROUSSI, O y CHUKWUDEME, E. Relative permeability as a function of temperature, initial water saturation and flooding fluid compositions for modified oil-wet chalk. University of Stavanger, October 2008.
- HONARPOUR, Mehdi., KOEDERITZ, Leonard., HARVEY, Herbert. Relative permeability of Petroleum Reservoirs. CRC Boca Raton.
- KHANIFAR, A; ONUR, M. y DARMAN, N. New Experimental Correlations to Predict Water-Oil Relative Permeability Curves Affected from Asphaltene Deposition. Malasya, March 2014.
- LAW, David. An Optimization Study for a Steam-Foam drive process in the Bodo Reservoir, Alberta. PETSOC-92-09-04, September 1992.
- LI, Kewen y HORNE, Roland. Experimental Verification of Methods to Calculate Relative Permeability Using Capillary Pressure Data. Alaska, May 2002.
- LIE-HUI, Zhang *et al.* Effect of temperature on the oil-water relative permeability for sandstone reservoirs. International Journal of Heat and Mass Transfer 105 (2017), p. 535-548.
- MAI, An. Mechanisms of heavy Oil Recovery by Waterflooding. Thesis. University of Calgary, April 2008.
- MAINI, B. y OKAZAWA, T. Effects of Temperature on Heavy Oil-Water Relative Permeability of Sand. Montreal, June 1987.
- MOHAMED, S y SHARAWY, E. Modeling of Two-phase Relative Permeability in Cambrian and Early Miocene Sandstone Reservoirs: A case Study, Egypt. May 2016.
- MONTGOMERY, Douglas. Diseño y Análisis de experimentos. Segunda Edición. Limusa Wiley. 2004

- NAKORNTHAP, K y EVANS, Ronald. Temperature-Depend Relative Permeability and its effect on oil displacement by Thermal Methods. SPE May 1986.
- PEREZ CARRILLO, Edgar Ricardo. Diseño de una metodología experimental para evaluación de permeabilidades relativas tres fases. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia, Tesis 2008.
- PERKINS, F. y COLLINS, R. Scaling Laws of Laboratory Flow Models in Oil Reservoirs. Trans. AIME, Vol.219, pp.383-385, 1960.
- POLIKAR, Marcel, *et al.* Relative permeability curves for bitumen and water in oil sand systems. January-February 1989, Volume 28, No. 1
- QUEVEDO, Urías, *et al.* Estadística para ingeniería y ciencias. México, D.F., MX: Grupo Editorial Patria, 2014. ProQuest ebrary. Web. 30 June 2017.
- ROGHANIA, R; RASAEI, M.R. y HAGHIGHI, M. Prediction of Key Points of Water-oil Relative Permeability Curves Using the Linear Regression Technique. Petroleum Science and Technology, Jan 2012.
- TERGE, G y LARSEN, J.A. Numerical Modelling of Capillary Transition Zones. Brisbane, Australia, October 2000.
- TIMMERMAN, E. H. Practical Reservoir Engineering. Penwell Publ, 1982, 101.
- TORABI, Farshid; MOSAVAT, Nader. y ZARIVNYY, Ostap. Predicting heavy oil/water relative permeability using modified Corey-based correlations. University of Regina and University of Toronto, Canadá, 2015.
- WASSMUTH, F.R., ARNOLD, W. y GREEN, K. Polymer flood application to improve heavy oil recovery at East Bodo. PETSOC-2007-184, June 2007.
- WYLLIE, M. y GARDNER, G. The generalized Kozeny-Carmen equation, its application to problems of multi-phase flow in porous media. World Oil, 1958.