

**DISEÑO DE UN ALGORITMO PARA LA
RECONSTRUCCIÓN SELECTIVA DE UNA IMAGEN
ESPECTRAL DENTRO DE UN SISTEMA DE
MUESTREO COMPRESIVO**

DAYANNA SLENDY ESPINOSA MEJÍA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA
BUCARAMANGA

2016

DISEÑO DE UN ALGORITMO PARA LA RECONSTRUCCIÓN SELECTIVA DE UNA IMAGEN ESPECTRAL DENTRO DE UN SISTEMA DE MUESTREO COMPRESIVO

DAYANNA SLENDY ESPINOSA MEJÍA

Trabajo de grado para optar por el título de:
Ingeniera de Sistemas

Director:

M.Sc.(c) SAMUEL EDUARDO PINILLA SÁNCHEZ

Codirector:

Ph.D. HENRY ARGUELLO FUENTES

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECAÑICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA
BUCARAMANGA

2016

A Jehová Dios, quien me ha concedido el tesoro más valioso que se le puede obsequiar a un hijo: sus padres,

A Nora, mi madre, mi constante, mujer incondicional, por guiarme y enseñarme el camino adecuado, exigirme y motivarme a ser cada día mejor, brindarme su amor y cariño incondicional y permitirme llegar al lugar en el que me encuentro hoy,

A Miguel, mi padre, por inculcar en mi la disciplina, la creatividad y el amor por el arte, por enseñarme que los límites están en la mente y que puedo alcanzar todo aquello que me proponga,

A Daniel y Sofía, mis hermanos, quienes me alegran la vida, por ser las razones que motivan el alcance de cada logro y el planteamiento del siguiente,

A María Balbina, Graciliano y María Rosa, mis abuelos, por la ternura y el amor incansable, por la inmensa colaboración en mi crecimiento personal y desarrollo profesional,

A mi tío y mis tías, por poner un granito de arena en cada fase de mi vida, por aconsejarme y acompañarme en esta larga travesía,

A Jennifer y Paola, mis primas, por las historias, las anécdotas, las alegrías y las tristezas, los momentos felices y los momentos amargos. Sencillamente, por ser mis compañeras eternas.

AGRADECIMIENTOS

La autora expresa su agradecimiento:

A Samuel Eduardo Pinilla Sánchez, director del proyecto, por su tiempo, dedicación y paciencia, sus inagotables enseñanzas y su extraordinaria e incomparable guía.

Al profesor Henry Arguello Fuentes, por depositar su confianza, conferir sus conocimientos e incesable sabiduría, y permitirme ser parte de este loco mundo de la investigación.

A Helmuth Maldonado, mi compañero de trayecto, por enseñarme a volar muy alto y nunca cortarme las alas.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	14
1 IMÁGENES ESPECTRALES Y SISTEMAS DE ADQUISICIÓN	17
1.1 SISTEMAS DE ADQUISICIÓN TRADICIONALES DE IMÁGENES ESPECTRALES	19
1.1.1 Adquisición de imágenes espectrales mediante la técnica de escaneo	19
1.1.2 Sistema de adquisición de imágenes espectrales de única captura	22
2 MUESTREO COMPRESIVO DE IMÁGENES ESPECTRALES	23
2.1 PRINCIPIOS FUNDAMENTALES PARA LA RECONSTRUCCIÓN DE IMÁGENES ESPECTRALES	25
2.2 PROPIEDAD DE ISOMETRÍA RESTRICTIVA	26
2.3 PRINCIPALES COMPONENTES DE UN SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE MUESTREO COMPRESIVO	27
2.4 SISTEMAS DE ADQUISICIÓN DE MUESTREO COMPRESIVO DE IMÁGENES ESPECTRALES	29
2.4.1 Sistema de Adquisición de Imágenes Espectrales Basado en Aperturas Codificadas (CASSI)	29
2.4.2 CASSI con aperturas codificadas de color	33
2.4.3 Sistema de Adquisición de Imágenes Espectrales con Detectores Basados en Filtros Ópticos (SCCSI)	36
3 DISEÑO DE APERTURAS CODIFICADAS	39
3.1 APERTURAS CODIFICADAS COMUNES	39
3.2 DISEÑO DE APERTURAS CODIFICADAS ESPACIALMENTE SELECTIVAS	46
3.3 DISEÑO DE APERTURAS CODIFICADAS ESPECTRALMENTE SELECTIVAS	49
4 SIMULACIONES Y RESULTADOS	51
4.1 SELECTIVIDAD ESPACIAL	54
4.2 SELECTIVIDAD ESPECTRAL	66
5 CONCLUSIONES	69

APÉNDICE A	70
REFERENCIAS	72
BIBLIOGRAFÍA	80

LISTA DE FIGURAS

1.1	Comparación entre una imagen RGB y un cubo de datos espectral.	18
1.2	Secciones del cubo de datos espectral recolectados durante un período único de integración en el detector.	19
1.3	Algunos tipos de filtros usados por espectrómetros que ejercen el método de escaneo espectral.	21
2.1	Muestreo compresivo de imágenes (CSI).	24
2.2	Diferencia entre aperturas codificadas booleanas y de color.	27
2.3	Esquema de un elemento dispersivo.	28
2.4	Estructura para adquisición de imágenes utilizando un arreglo de detectores o FPA.	28
2.5	Elementos ópticos presentes en el sistema CASSI.	29
2.6	Ilustración del flujo espectral del sistema CASSI.	31
2.7	Estructura de la matriz del sistema \mathbf{H} de CASSI.	33
2.8	Elementos ópticos presentes en el CASSI de color.	34
2.9	Matriz \mathbf{H} de 6×6 con $L = 3$ y $K = 2$ y $V = (M + L - 1) = 8$	36
2.10	Esquema óptico de la arquitectura SCCSI.	37
2.11	Representación discreta del proceso de muestreo de SCCSI.	37
2.12	Estructura de la matriz del sistema \mathbf{H} de SCCSI.	38
3.1	Aperturas codificadas booleanas de 10×10 con diferentes niveles de transmitancia.	40
3.2	Estructura de la matriz del sistema \mathbf{H} para una apertura codificada booleana.	41
3.3	Diseño de una apertura codificada booleana de 10×10 y $t_r = 50\%$, con clústeres.	42
3.4	Aperturas codificadas uniformes.	43
3.5	Ilustración del paso inicial y el resultado final para la apertura codificada Jitter.	45
3.6	Apertura codificada selectiva donde $N = 20$ y $M = 36$	46
3.7	Estructura de la matriz \mathbf{H} producida por dos aperturas selectivas.	47
3.8	Apertura codificada uniforme de 20×30 con $\hat{t}_r = 50\%$ y $\tilde{t}_r = 10\%$, para la ventana y el área exterior a ésta, respectivamente.	48
3.9	Apertura codificada espectralmente selectiva de 10×10	49

3.10	Conjunto de aperturas codificadas espectralmente selectivas para un cubo de datos de 10×10 y $L = 4$	50
4.1	Imágenes originales.	51
4.2	Base de datos $\hat{\mathcal{F}}_1$ utilizada durante la evaluación del conjunto de aperturas codificadas para selectividad espacial.	52
4.3	Base de datos $\hat{\mathcal{F}}_2$ utilizada durante la evaluación del conjunto de aperturas codificadas para selectividad espacial.	53
4.4	Base de datos $\tilde{\mathcal{F}}_1$ utilizada durante la evaluación del conjunto de aperturas codificadas para selectividad espectral.	53
4.5	Base de datos $\tilde{\mathcal{F}}_2$ utilizada durante la evaluación del conjunto de aperturas codificadas para selectividad espectral.	53
4.6	Reconstrucción del cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_1$ para una selección de bandas espectrales mediante el uso de aperturas codificadas espacialmente selectivas Jitter.	55
4.8	Reconstrucción del cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_1$ para una selección de bandas espectrales mediante el uso de aperturas codificadas espacialmente selectivas booleanas.	56
4.10	Reconstrucción del cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_1$ para una selección de bandas espectrales mediante el uso de aperturas codificadas espacialmente selectivas uniformes.	57
4.12	Imágenes reconstruidas a partir de las medidas compresivas generadas $\hat{\mathcal{F}}_1$, por las aperturas codificadas espacialmente selectivas y no-selectivas.	59
4.13	Reconstrucción del cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_2$ para una selección de bandas espectrales mediante el uso de aperturas codificadas espacialmente selectivas Jitter.	60
4.15	Reconstrucción del cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_2$ para una selección de bandas espectrales mediante el uso de aperturas selectivas booleanas.	61
4.17	Reconstrucción del cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_2$ para una selección de bandas espectrales mediante el uso de aperturas codificadas espacialmente selectivas uniformes.	63
4.19	Imágenes reconstruidas a partir de las medidas compresivas de $\hat{\mathcal{F}}_2$, generadas por las aperturas codificadas espacialmente selectivas y no-selectivas.	65
4.20	Bandas espectrales de interés del cubo de datos $\tilde{\mathcal{F}}_1$ capturadas con aperturas codificadas espectralmente selectivas y no-selectivas.	67

4.21	Bandas espectrales de $\tilde{\mathcal{F}}_1$ que no pertenecen al conjunto de interés	
	\mathcal{L}_1	67
4.22	Bandas espectrales de interés del cubo de datos $\tilde{\mathcal{F}}_2$ capturadas con aperturas codificadas espectralmente selectivas y no-selectivas.	68
4.23	Bandas espectrales de $\tilde{\mathcal{F}}_2$ que no pertenecen al conjunto de interés	
	\mathcal{L}_2	68

Resumen

TÍTULO: DISEÑO DE UN ALGORITMO PARA LA RECONSTRUCCIÓN SELECTIVA DE UNA IMAGEN ESPECTRAL DENTRO DE UN SISTEMA DE MUESTREO COMPRESIVO.^(*)

AUTOR: DAYANNA SLENDY ESPINOSA MEJÍA ^(**)

PALABRAS CLAVE: IMÁGENES ESPECTRALES, MUESTREO COMPRESIVO, ADQUISICIÓN COMPRESIVA DE IMÁGENES ESPECTRALES, RECONSTRUCCIÓN SELECTIVA.

DESCRIPCIÓN:

Los sistemas de adquisición de imágenes espectrales basados en la técnica de muestreo compresivo (CSI, de su sigla en inglés), capturan la información espacio-espectral de una escena mediante la obtención mediciones bidimensionales. Recientemente, se ha desarrollado una arquitectura de muestreo llamada Sistema de Adquisición de Imágenes Espectrales Basado en Aperturas Codificadas (CASSI) que se fundamenta en la teoría CSI. CASSI captura la información utilizando aperturas codificadas para la adquisición de mediciones compresivas de la escena. Dichas aperturas, establecen el diseño de la matriz de sensado, definiendo la calidad de la reconstrucción de dicha escena. En diversas aplicaciones, la información de interés se encuentra a menudo en un área específica de la escena, por esta razón, es necesario un proceso de muestreo selectivo. Sin embargo, el sistema tradicional de CASSI generalmente escanea toda la escena, incluso cuando se requiere recuperar solo un área en particular. Por lo tanto, este trabajo de investigación presenta el análisis de diversos diseños de aperturas codificadas que proporcionan la estructura de la matriz de sensado utilizada en la recuperación de información concentrada alrededor de un área o banda de interés dentro de la escena. El enfoque propuesto permite la extracción de información local para mejorar la reconstrucción de los elementos de interés mediante el diseño de una apertura codificada precisa para cada captura de acuerdo a las características de la escena. Los resultados de simulación demuestran que la calidad que se alcanza con el enfoque propuesto es similar a la calidad obtenida con las aperturas codificadas tradicionales no-selectivas, utilizando 3 mediciones menos. Además, cuando los diseños de las aperturas codificadas selectivas se usaron con un número determinado de capturas, las reconstrucciones mejoraron hasta en 4 dB y 7 dB de PSNR con respecto al sistema no-selectivo en el área y las bandas espectrales de interés, respectivamente.

^(*) Trabajo de Investigación.

^(**) Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingeniería de Sistemas e Informática. Director, Samuel Eduardo Pinilla Sánchez. Codirector, Henry Arguello Fuentes.

Abstract

TITLE: SENSING MATRIX DESIGN FOR SPATIALLY-SELECTIVE COMPRESSIVE SPECTRAL IMAGING (*)

AUTHOR: DAYANNA SLENDY ESPINOSA MEJÍA (**)

KEYWORDS: SPECTRAL IMAGING, COMPRESSIVE SENSING, COMPRESSIVE SPECTRAL IMAGING, SELECTIVE RECONSTRUCTION.

DESCRIPTION:

Compressive Spectral Imaging (CSI) is a feasible technique for capturing spatio-spectral information of a scene using a small set of two-dimensional (2D) coded focal plane array (FPA) measurements. Recently, an optical imaging architecture called Coded Aperture Snapshot Spectral Imaging (CASSI) that embraces the CSI theory, has emerged. The CASSI system emulates the role of a spectrometer inasmuch that it captures spectral information by means of coded apertures to take 2D compressed measurements from the underlying scene. Generally, in the CASSI system, the design of the sensing matrix is established by the coded aperture designs used in the sensing process. Moreover, the quality of the reconstructions depends on the optimal coded aperture designs. In many applications, the information of interest is often found in a specific area of the scene, thus a selective sensing process is desired. However, the traditional CASSI system generally scans the whole scene even when recovering just an area or spectral band of interest is required. Hence, this research work presents the analysis of several coded aperture designs that provide a sensing matrix for obtaining more information around a specific area or band of interest in comparison with the remaining areas and bands of the scene. The proposed approach allows the extraction of local information to improve the reconstruction of these areas implementing a precise and accurate coding mask for each snapshot according to the features of the scene. Several simulations show that the image quality attained with the proposed approach is similar to the traditional non-selective coded apertures, requiring 3 snapshots less. Furthermore, when selective coded aperture designs are used with a fixed number of snapshots, the reconstructions are improved in up to 4 dB and 7 dB of PSNR with respect to the non-selective system in the area and the spectral bands of interest.

(*) Research Work.

(**) School of Physical-Mechanical Engineering. Department of Systems Engineering and Informatics. Advisor, Samuel Eduardo Pinilla Sánchez. Co-advisor, Henry Arguello Fuentes.

INTRODUCCIÓN

Las imágenes espectrales se presentan como una colección de matrices con información a lo largo del espectro electromagnético. Este tipo de información, genera un mapa espacial de variación espectral, convirtiéndose así en una herramienta útil para diversas aplicaciones como el sensado remoto [1], la industria de alimentos y la agricultura [2], las imágenes biomédicas [3], el análisis no invasivo de tejido y la detección de cáncer [4]. Una ventaja notable de las imágenes espectrales, es que éstas proveen información adicional acerca de la naturaleza de los materiales a ser visualizados.

Cuando se captura una escena, el sensor espectral produce un arreglo espacial de vectores que representa el espectro en la ubicación de cada píxel. El conjunto de información tridimensional resultante contiene dos dimensiones espaciales y una dimensión espectral conocido como cubo de datos. Es importante resaltar que los sensores espectrales permiten la estimación de las propiedades físicas de objetivos y la distribución del material de los componentes de la escena, por esta razón, es necesario que la recolección de dichas imágenes sea óptima.

Las técnicas clásicas de captura de imágenes espectrales están basadas en el escaneo de las capas bidimensionales a lo largo de las diferentes bandas espectrales escaneadas de la escena. Los métodos más comunes para la adquisición estas imágenes son el escaneo por píxel, el escaneo espacial y el escaneo espectral [5]. El método de escaneo por píxel más conocido como *Whiskbroom* utiliza un arreglo lineal de detectores que recopila la información espectral de un solo píxel, a lo largo de las dos dimensiones espaciales. A diferencia del *Whiskbroom*, el escaneo espacial o *Pushbroom* y el escaneo espectral o filtrado espectral utilizan detectores bidimensionales logrando captar porciones verticales y horizontales del cubo, respectivamente.

Las imágenes obtenidas con los sistemas tradicionales requieren de grandes cantidades de muestras y por ende, de capacidad de almacenamiento [6, 7]; sin embargo, existe una alternativa para disminuir los requerimientos de cómputo conocida como Muestreo compresivo de imágenes (CSI de su sigla en inglés Compressive Spectral Imaging). Esta teoría asegura que se puede recuperar la información de cierta imagen con una cantidad menor de muestras o medidas que las necesarias en los métodos tradicionales para la

posterior reconstrucción del cubo de datos completo [8, 9, 10, 11].

En general, un sistema de captura de imágenes espectrales basado en CSI se puede modelar matemáticamente como $\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f}$, donde $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ con $m \ll n$, corresponde a la matriz que modela el sistema, $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^n$ es la escena de interés y $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^m$ corresponde a las medidas compresivas. Este sistema sensa tanto la información espacial como la espectral de una escena usando conjuntos de proyecciones bidimensionales. Estas mediciones son procesadas posteriormente por algoritmos de optimización convexa que tienen como objetivo principal obtener una estimación de la información tridimensional.

Una de las arquitecturas de CSI más representativa es el Sistema de adquisición de imágenes espectrales basado en aperturas codificadas de única captura más conocida como CASSI [12] (de su sigla en inglés Coded Aperture Snapshot Spectral Imager), que utiliza, aperturas codificadas, un elemento dispersivo y un detector. Otros espectrómetros que aplican la teoría de CSI y hacen uso de aperturas codificadas son las arquitecturas de único píxel [13], HYCA [14], SCCSI [15] y SSCSI [16].

Las aperturas codificadas son un elemento óptico que modula espacialmente la escena permitiendo o bloqueando el paso de luz a ciertos píxeles, afectando así a todas las longitudes de onda en cada ubicación espacial [17], es decir, estas aperturas codificadas determinan las entradas diferentes de cero de la matriz de sensado permitiendo que se genere o no una mayor calidad en las reconstrucciones de acuerdo a la configuración presente.

En muchas aplicaciones como el sensado remoto y la medicina, entre otras, es de interés la selectividad espectral de la información de la escena, debido a que el comportamiento espectral es el objeto de estudio, bien sea para detección y/o clasificación de objetivos. Las bandas espectrales óptimas en cada una de estas aplicaciones dependen de factores como las condiciones atmosféricas, el tiempo del día y los objetivos de interés [18]. Recientemente, se han realizado trabajos en el diseño de aperturas codificadas para el sensado espectral selectivo, con el objetivo de optimizar la captación de información de la escena para cualquier tipo de condición [19, 20, 21].

Tanto los sistemas tradicionales como los basados en CSI, cubren espacialmente toda la escena. No obstante, en ciertos escenarios es necesario un escaneo selectivo sobre un área de interés de la escena permitiendo así un estudio detallado y posterior diagnóstico significativamente preciso. Por lo tan-

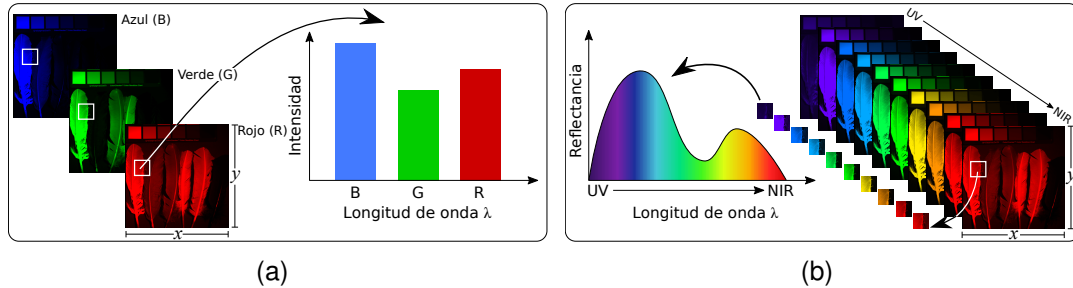
to, este proyecto desarrolla un modelo matricial y un algoritmo que permiten la optimización de la matriz de sensado de un sistema de muestreo compresivo de imágenes espectrales para mejorar la calidad de la reconstrucción de forma selectiva comparándolo con sistemas tradicionales no selectivos.

1. IMÁGENES ESPECTRALES Y SISTEMAS DE ADQUISICIÓN

El alcance perceptivo de la vista humana se encuentra dentro de ciertas limitaciones físicas. Estas limitaciones condicionan que el hombre tenga una capacidad visible en la región situada aproximadamente desde una longitud de onda de 380 nm hasta 750 nm en el espectro electromagnético. A la radiación que se encuentra dentro de este rango de longitudes de onda se le conoce como luz visible. La longitud de onda de la luz visible se encuentra relacionada entonces con su frecuencia y energía, y se encarga de definir el color que se percibe. Las cámaras tradicionales son un válido ejemplo de las limitaciones del proceso de visión del sistema humano ya que suelen proporcionar tres bandas de información por cada imagen adquirida (rojo, verde y azul o RGB). De esta manera, la información encontrada en el rango visible del espectro es agrupada en tres rangos fundamentales compuestos por los tres colores principales: rojo, verde y azul, como se muestra en la Figura 1.1 (a). Sin embargo, a pesar de que esta agrupación permite la determinación de ciertas cualidades como lo son la forma, la textura o la profundidad de un objeto dentro del espacio tridimensional, esta metodología es insuficiente debido a que ciertas aplicaciones requieren de la observación y el análisis del comportamiento espectral de cada punto espacial de la escena [22, 23, 24], conocido como firma espectral.

Las imágenes espectrales surgen como resultado a la necesidad de estudiar la información de una escena mediante la recopilación de más de tres bandas espectrales. Usualmente, este tipo de imágenes pueden ser vistas como una colección de imágenes capturadas en un rango amplio de longitudes de onda pertenecientes al espectro electromagnético generando así un cubo de datos, como se observa en la Figura 1.1 (b). Aquí se puede notar que para cada coordenada espacial (x, y) del cubo de datos, se dispone de una firma espectral que proporciona información a distintas longitudes de onda para el píxel correspondiente de la escena analizada. Por lo tanto, esto permite que la capacidad de detección y clasificación requerida en diversas áreas [25, 26, 27, 28, 29] sea mejorada, mediante la caracterización de las firmas espectrales presentes en la escena. Habitualmente, el rango espectral de un sistema de adquisición de imágenes compuesto por sensores, puede ser diseñado con el fin de abarcar una vasta porción del espectro electromagnético definiendo la resolución espectral deseada. Matemáticamente, una imagen espectral o cubo de datos obtenido mediante una u otra técnica de adquisición, es definido como $\mathcal{F} \in \mathbb{R}^{N \times M \times L}$, donde $N \times M$ representa las dimensiones espaciales y L las bandas espectrales o profundidad espectral. Una de las características más notorias de los sensores espectrales, es la estimación de las propiedades físicas de objetivos en la escena usando su firma espectral, la cual hace implícita la necesidad de recolectar dichas imágenes de forma óptima.

Figura 1.1: Comparación entre una imagen RGB y un cubo de datos espectral. En la Figura (a) se muestra una imagen RGB con solo tres bandas en las longitudes rojo, verde y azul, respectivamente. En la Figura (b) se presenta un cubo de datos espectral con dos dimensiones espaciales y una espectral.



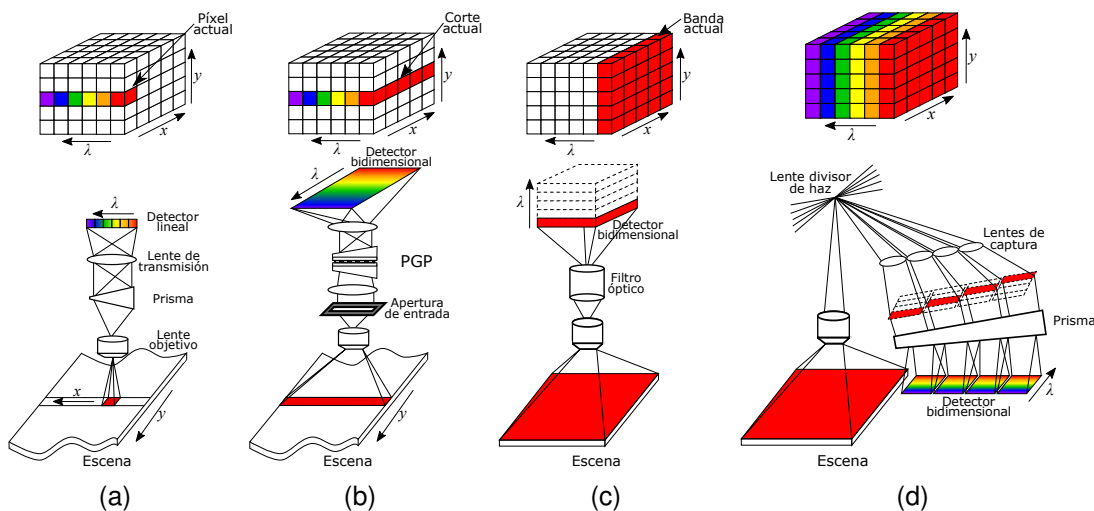
Investigaciones recientes en diseño de sensores espectrales han abierto un amplio camino para el desarrollo de aplicaciones basadas en esta técnica, desde el sensado remoto [30] y la detección de objetivos militares [31] hasta la medicina [32] y la biofísica [33]. En particular, las imágenes espectrales permiten la identificación del grado de quemadura en un paciente de cualquier edad. Algunos estudios afirman que este reconocimiento y posterior clasificación es posible ya que varias longitudes de onda penetran a diferentes profundidades dentro de la piel y varios tipos de tejido exhiben diferentes grados de absorción de luz a diversas longitudes de onda [4, 34]. Debido a la gran cantidad de información que proporcionan las imágenes espectrales, su uso se ha generalizado, y por ende, han sido ampliamente utilizadas en el campo de la agricultura donde es de gran necesidad analizar los tejidos de las plantas y sus frutos antes de realizar las cosechas, determinando una o más características de interés [35]. Mediante el uso de imágenes espectrales obtenidas con la reflectancia en infrarrojo cercano de al menos una porción de la muestra, se lleva a cabo el análisis permitiendo la determinación de uno o más agentes infecciosos o daños internos que no pueden ser detectados por un sistema automático en el rango visible.

Tradicionalmente, las imágenes espectrales son captadas por espectrómetros los cuales se conocen como elementos ópticos encargados de la medición de las propiedades de la luz que recaen sobre una porción específica del espectro electromagnético. No obstante, dicha información se encuentra restringida a la forma de medición del objetivo, por lo cual, a través de los años se han propuesto diversos tipos de arquitecturas que se ajustan a las necesidades cambiantes ópticas. A continuación, se detalla un grupo de espectrómetros y sus respectivas caracterizaciones.

1.1. SISTEMAS DE ADQUISICIÓN TRADICIONALES DE IMÁGENES ESPECTRALES

En el transcurso de los últimos años se han desarrollado diversas técnicas de adquisición de imágenes espectrales. Estas técnicas tradicionales escanean zonas adyacentes de la escena espectral y combinan los resultados para construir el cubo de datos espectral. Los espectrómetros que implementan esta técnica pueden ser divididos en dos grupos de acuerdo al método de captura de la información espectral: espectrómetros de escaneo y sistemas de adquisición de única captura. En la Figura 1.2 (a), (b) y (c), se observa el proceso de captura de tres espectrómetros tradicionales de escaneo. En la Figura 1.2 (d) se evidencia el esquema de dispositivos de imágenes espectrales de única captura.

Figura 1.2: Secciones del cubo de datos espectral recolectados durante un período único de integración en el detector, llevado a cabo mediante espectrómetros que implementan el escaneo tradicional (a), (b) y (c) y dispositivos de única captura (d).



Fuente: imagen adaptada del artículo *Review of spectral imaging technology in biomedical engineering: achievements and challenges* [36]

1.1.1 Adquisición de imágenes espectrales mediante la técnica de escaneo

Actualmente, existen diversos sensores electrónicos de alcance remoto que adquieren información a través de sistemas de escaneo. Estos sistemas suelen recorrer el terreno para construir una imagen de la superficie terrestre. Los métodos más comunes de escaneo que adquieren la información espectral teniendo en cuenta principalmente la radiación electromagnética son: el escaneo por píxel o *Whiskbroom*, el escaneo lineal o *Push-broom* y el escaneo espectral o filtrado espectral.

Espectrómetro *Whiskbroom*

Este tipo de espectrómetro de imagen también conocido como método de escaneo por píxel, fue usado inicialmente por el *Earth Resources Technology Satellites* y luego implementado por el *Airborne Visible/Infrared Imaging Spectrometer* (AVIRIS, por sus siglas en inglés) en el *Jet Propulsion Laboratory* para el sensado remoto de la tierra [6]. Este sistema, usualmente utiliza espejos rotatorios con el fin de escanear la escena de lado a lado, de forma perpendicular a la dirección en la que se encuentra la plataforma del sensor. Los espejos rotatorios redireccionan la luz reflejada a un punto donde uno o varios detectores se encuentran agrupados. Como se observa en la Figura 1.2 (a), un único punto es escaneado a lo largo de las dos dimensiones espaciales (x, y) , moviendo ya sea el objeto o el detector. Consecutivamente, la luz reflejada es dispersada por un prisma para ser luego recibida por el arreglo lineal de detectores. Debido a que este sistema tiene una menor cantidad de detectores, el proceso de calibración es mucho más sencillo comparado con el de otro tipo de sensores. No obstante, este enfoque requiere de tablas de posicionamiento motorizado de dos ejes para terminar la adquisición de la imagen, lo que implica una configuración compleja de hardware. Adicionalmente, este espectrómetro consume una gran cantidad de tiempo ya que necesita escanear ambas dimensiones espaciales, tanto x como y .

Espectrómetro *Pushbroom*

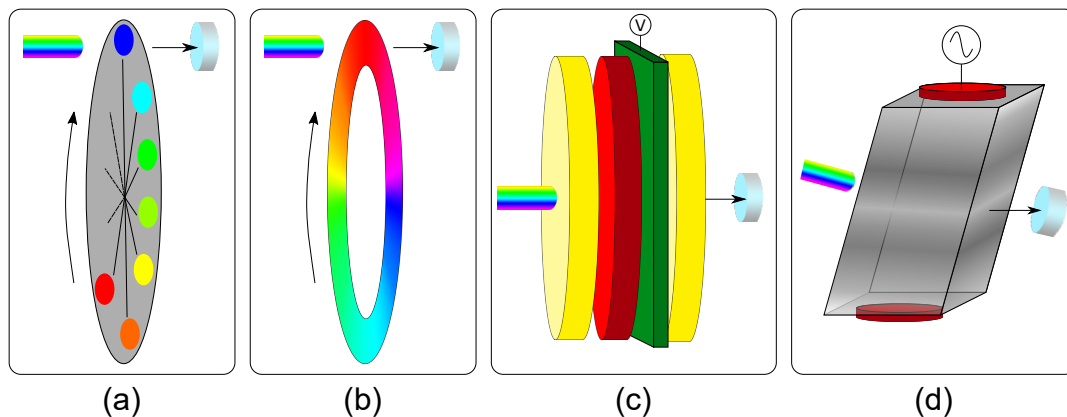
Este sistema también conocido como método de escaneo lineal, ha sido ampliamente utilizado por diversos sistemas de satélites de observación terrestre que operan desde el espacio, como lo son el *Satellite Pour l'Observation de la Terre* (SPOT, de sus siglas en francés) y el *Advanced Land Imager* (ALI, de sus siglas en inglés). A diferencia del *Whiskbroom* que escanea un único punto a la vez, el método *Pushbroom* puede adquirir simultáneamente un corte tanto de información espacial como de información espectral, es decir, una imagen $y - \lambda$ con una dimensión espacial y y una dimensión espectral λ pueden ser tomadas al mismo tiempo con un detector bidimensional. Como se muestra en la Figura 1.2 (b), este método captura un corte del objeto, y lo dispersa mediante la ayuda de un prisma (*Prism-Grating-Prism* o PGP) sobre el detector bidimensional, en el cual la información espacial es desplegada a lo largo de un eje y la información espectral a lo largo del otro. Seguidamente, el cubo de datos espectral puede ser obtenido escaneando el corte en la dirección de otro eje espacial. Un espectrómetro de este tipo puede obtener más luz que el de *Whisksbroom*, debido a que se puede quedar en un área particular por un largo tiempo suministrando una captura considerable sobre el detector y a la vez obtener una resolución espectral relativamente alta [37]. Sin embargo, en la mayoría de espectrómetros *Pushbroom*, la cámara o el objeto deben moverse a medida que una línea de la imagen es adquirida en cada escaneo, así como el movimiento presentado en el proceso debe estar sincronizado con la velocidad de adquisición del detector, esto con el fin de asegurar la medición de una

imagen fluida; de lo contrario el proceso de captura de la segunda dimensión espacial podría tener como resultado una imagen distorsionada.

Espectrómetro de imagen por filtrado espectral

El escaneo espectral, usualmente conocido como método de banda secuencial, captura cada banda como una imagen en escala de grises con la información espacial completa. Como se observa en la Figura 1.2 (c), generalmente este enfoque utiliza filtros ópticos en lugar de un prisma ubicado enfrente del detector bidimensional. La luz atraviesa los lentes de enfoque para luego ser filtrados induciendo solo una banda estrecha del espectro que incide en el plano focal del detector. Por lo tanto, la imagen de determinada longitud de onda puede ser capturada en un momento dado, y el cubo de datos es completado sintonizando la longitud de onda de salida del filtro como una función del tiempo [38]. En este tipo de escaneo, la escena es captada totalmente en el plano focal, una banda espectral a la vez, pasando a través de las longitudes de onda espectrales. Por consiguiente, el número de bandas espectrales adquirido depende por completo de la elección del usuario. Además, un rango dinámico puede ser conservado debido a que diversas capturas pueden ser empleadas a diferentes longitudes de onda. La arquitectura básica para un espectrómetro de escaneo espectral está compuesta por lentes objetivo, un filtro óptico, lentes de enfoque y un detector bidimensional. Los filtros ópticos más comunes utilizados son los ajustables como una rueda de filtros o los sintonizables eléctricamente tales como filtro variable circular (CVF, de sus siglas en inglés) [39], filtro ajustable de cristal líquido (LCTF, de sus siglas en inglés) [40] y filtro ajustable acústico-óptico (AOTF, de sus siglas en inglés) [41, 42]. Los filtros anteriormente descritos se pueden evidenciar en la Figura 1.3.

Figura 1.3: Algunos tipos de filtros usados por espectrómetros que ejercen el método de escaneo espectral. Estos espectrómetros capturan banda por banda y hacen uso de filtros comunes como la rueda de filtros (a) el filtro circular variable (b), el filtro ajustable líquido cristal (c), y el filtro acústico-óptico ajustable (d).



Usualmente, el filtro CVF permite el paso de luz de determinada longitud de onda dependiendo de la posición de incidencia del haz de luz sobre la superficie del filtro. Por otra parte, el filtro LCTF y AOTF son componentes eléctrico-ópticos compuestos por partes no móviles. El sistema LCTF más común permite el paso de determinadas longitudes de onda aplicando un voltaje variable sobre un cristal líquido polarizable que se sitúa entre dos polarizadores lineales (Figura 1.3 (c)). Un filtro AOTF usa un cristal (como dióxido de telurio o TeO_2) el cual se aplican ondas acústicas; en cada frecuencia de las ondas acústicas, el cristal se deforma constituyendo una red de difracción con un período específico, permitiendo así el paso de diferentes longitudes de onda en una dirección dada.

1.1.2 Sistema de adquisición de imágenes espectrales de única captura

Este método busca muestrear tanto la información espacial como la espectral en el detector con solo una toma. Normalmente, los espectrómetros de *Whiskbroom*, *Pushbroom* y filtrado espectral necesitan escanear ya sea en la dimensión espacial o en la espectral limitando la resolución temporal, el enfoque de única captura es una técnica que no requiere hacer un escaneo sobre alguna dimensión. Como se muestra en la Figura 1.2 (d), este método puede obtener un cubo de datos completo en una sola integración, mediante la representación directa de las zonas de la imagen dispersa, procediendo a redistribuirlas sobre el detector simultáneamente [43]. Debido a que el proceso de adquisición es fijo, el uso de partes móviles en la estructura no es requerido, por lo tanto, la disminución de errores de observación es un factor común habilitado, y de igual forma, se hace posible la captura de eventos dinámicos dentro del campo de visión del espectrómetro [44, 45]. Sin embargo, a pesar de que este enfoque puede adquirir información directamente con un proceso posterior mínimo para reconstruir el cubo de datos, las resoluciones espacial y espectral son limitadas debido a que el número total de vóxeles^(*) no puede exceder el número total de píxeles del detector que se encuentra en el espectrómetro. Por consiguiente, para una dimensión determinada del detector, se puede incrementar el muestreo espacial a expensas del espectral y viceversa [46].

Estudios recientes, han permitido la implementación de una nueva arquitectura basada en esta técnica [47, 48]. La obtención del cubo de datos mediante única captura, se lleva a cabo por hardware óptico compuesto por aperturas codificadas que permiten la adquisición de proyecciones bidimensionales. Estas proyecciones son emitidas a un prisma para ser dispersadas y transmitidas al detector. Luego, el cubo de datos es recuperado de las muestras codificadas haciendo uso de un algoritmo de optimización convexa. Este enfoque propuesto emplea la técnica de muestreo compresivo de imágenes (CSI, de sus siglas en inglés), como se verá en el capítulo siguiente.

^(*) El vóxel (del inglés *volumetric pixel*) es la unidad cúbica que compone un objeto tridimensional. Conocido como la unidad mínima procesable de un cubo de datos, es el equivalente del píxel en un objeto bidimensional.

2. MUESTREO COMPRESIVO DE IMÁGENES ESPECTRALES

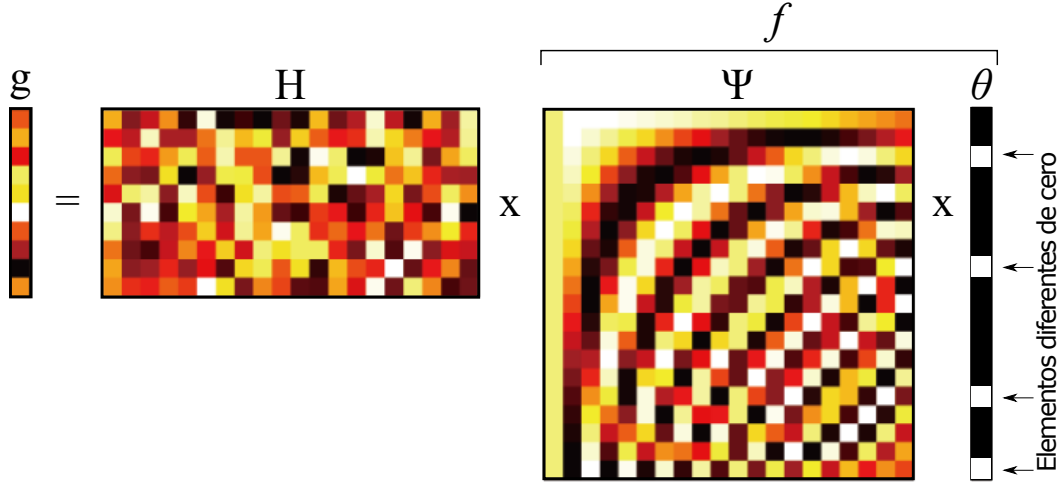
Las técnicas de adquisición de imágenes espectrales tradicionales requieren de la captura de una cantidad de mediciones proporcionales a las dimensiones de la imagen, sin embargo, gran parte de la información que se recolecta, se descarta luego de ser comprimida. De esta manera, resulta ineficiente captar toda la información de la escena para luego comprimirla. Estas técnicas obedecen el conocido criterio de Nyquist que dicta la necesidad de capturar un número enorme de muestras para reconstruir completamente el cubo de datos. Debido a que las imágenes espectrales son imágenes de gran tamaño que necesitan ser procesadas computacionalmente, se han realizado estudios con el objetivo principal de obtener estas imágenes comprimidas directamente [49, 50, 51].

Recientemente, una teoría matemática llamada Muestreo Compresivo (CS, de sus siglas en inglés) que permite muestrear y comprimir a la vez una señal, ha surgido para demostrar que se puede anular el criterio de Nyquist, ya que señales naturales tales como imágenes espectrales exhiben una representación dispersa cuando se expresan en una base conveniente [9]. Esta teoría ha sido ampliamente utilizada en diversas aplicaciones de procesamiento de señales e imágenes como lo son la resonancia magnética [50, 52], la tomografía computarizada [53, 54] y las redes de computadores [55], entre otras. Particularmente la aplicación de la teoría de CS en imágenes espectrales se ha denominado Muestreo Compresivo de Imágenes (*Compressive Spectral Imaging*, CSI de sus siglas en inglés).

La teoría de CSI afirma que se puede reconstruir una imagen espectral a partir de un número menor de mediciones aleatorias o semi-aleatorias que el exigido por el criterio de Nyquist [56, 57]. Para hacer esto posible, CSI se basa en dos principios fundamentales: la escasez (*sparsity* en inglés) que está relacionada con la imagen espectral de interés, y la incoherencia que está ligada al método de muestreo utilizado.

- **La escasez:** indica que la imagen espectral obtenida de la escena pueda ser representada en una base conveniente con poca cantidad de coeficientes [58]. En algunas de estas imágenes es posible observar una correlación entre los píxeles adyacentes y las bandas espectrales, es decir, encontrar la cualidad de escasez entre ellas. Sin embargo, la mayoría de imágenes que se obtienen en la realidad, no la tienen [59]. Matemáticamente, se tiene una imagen espectral como $\mathcal{F} \in \mathbb{R}^{N \times M \times L}$ o $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^{NML}$ en su forma vectorial, como se ilustra en la Figura 2.1, la cual puede expandirse en una base ortonormal (Fourier, wavelet, coseno, entre otras)

Figura 2.1: Muestreo compresivo de imágenes (CSI). Aquí g es el vector de medidas compresivas, H es la matriz del sistema, Ψ es la base de representación escasa y θ es la secuencia o vector de coeficientes escasos.



Fuente: imagen adaptada de *Compressive imaging for multi-dimensional data acquisition* [60]

representada por $\Psi = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n]$, así:

$$f = \sum_{i=1}^n \theta_i \psi_i, \quad (2.1)$$

donde θ es la secuencia de coeficientes escasos de f , tal que $\theta_i = \langle f, \psi_i \rangle$. De acuerdo a esta notación se puede expresar f como el producto interno entre Ψ y θ , donde Ψ es una matriz de $NML \times NML$, con $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ como columnas, donde $n = NML$. Formalmente, se dice que f es *S-sparse* o escasa en una base de representación Ψ , si $f = \Psi\theta$ puede ser aproximada por una combinación lineal de S vectores de Ψ con $S \ll n$. CSI permite que f sea recuperada de $m = KN(M + L - 1)$ proyecciones aleatorias con alta probabilidad cuando $m \gtrsim S \log(n) \ll n$. Así, la escasez o *sparsity* indica que cuando una imagen tiene una expansión escasa, es posible descartar los coeficientes más pequeños sin perder gran cantidad de información de la imagen espectral.

- **La incoherencia:** hace referencia a la estructura de las formas de onda de muestreo utilizada en CSI, que a diferencia de la imagen espectral de interés, tiene una representación densa en la base Ψ . Dadas dos bases ortonormales $\langle H, \Psi \rangle$, donde H es una matriz de $NV \times NML$ con $V = M + L - 1$ que corresponde a la base de muestreo para f , y Ψ es la base de representación para f en el dominio escaso [61]. La coherencia entre las bases ortonormales H y Ψ se define como el máximo valor absoluto del producto interno entre los elementos de las dos bases dado

por:

$$\mu\langle \mathbf{H}, \Psi \rangle = \sqrt{NM} \cdot \max_{1 \leq i, j \leq NM} |\langle \mathbf{H}_i, \psi_j \rangle|, \quad (2.2)$$

De forma general, la coherencia mide la mayor correlación entre dos elementos cualesquiera de \mathbf{H} y Ψ [62]. Si \mathbf{H} y Ψ poseen elementos correlacionados, la coherencia es grande, de otra forma, es pequeña. La teoría de CSI se centra en los pares con baja coherencia. Así, la selección de la base de representación y de la matriz \mathbf{H} debe ser realizada de manera que la matriz $\mathbf{A} = \mathbf{H}\Psi$ satisfaga la Propiedad de Isometría Restrictiva (RIP, de sus siglas en inglés), como se evidenciará en la sección 2.2.

De esta forma, CSI afirma que es posible diseñar protocolos de muestreo capaces de capturar la información esencial de imágenes con la característica de escasez y condensarla en una cantidad pequeña de datos. Estos protocolos de muestreo son no-adaptativos y requieren simplemente relacionar la información de la imagen con un número pequeño de formas de onda fijas, las cuales son incoherentes con la base escasa. Seguidamente, las imágenes espectrales de interés son reconstruidas adecuadamente de la cantidad de medidas compresivas mediante el uso de algoritmos de optimización.

2.1. PRINCIPIOS FUNDAMENTALES PARA LA RECONSTRUCCIÓN DE IMÁGENES ESPECTRALES

La teoría de CSI, como se mencionaba anteriormente, utiliza algoritmos de optimización convexa para reconstruir la imagen espectral a partir del conjunto de medidas compresivas \mathbf{g} . De esta manera, el problema inverso de CSI consiste en recuperar θ de tal forma que la función costo sea minimizada

$$\tilde{\mathbf{f}} = \Psi(\arg \min_{\theta} \|\mathbf{g} - \mathbf{A}\theta\|_2^2 + \tau \|\theta\|_1), \quad (2.3)$$

donde τ es una constante de regularización [58]. Usualmente, para la reconstrucción de las imágenes espectrales se requieren algoritmos de rápida convergencia que resuelvan el problema de $\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f}$.

Actualmente, los algoritmos de reconstrucción de CSI, pueden clasificarse en cinco grandes enfoques [63]. Los algoritmos de búsqueda codiciosa obtienen una estimación escasa de θ de forma iterativa, identificando uno o más componentes que permitan alcanzar la mejor reconstrucción posible [64]. Algunos de los algoritmos que implementan este enfoque son: el *Orthogonal Matching Pursuit* (OMP, de sus siglas en inglés) [65], el *Stagewise Orthogonal Matching Pursuit* (StOMP) [66] y el *Compressive Sampling Matching Pursuit* (CoSaMP) [67]. El siguiente enfoque, reemplaza el problema combinatorio con un problema de optimización convexa como el de la Ecuación 2.3, aprovechando la estructura del problema [68]. Este enfoque es utilizado por los algoritmos: *Sparse reconstruction by separable approximation* (SpaRSA) [69], *Two-step*

Iterative Shrinkage/Thresholding (TwIST) [70] y *Gradient projection for sparse reconstruction* (GPSR) [71]. Los algoritmos de enfoque bayesiano, asumen una distribución a-priori para favorecer la escasez de los coeficientes que se desconocen [72]; éstos desarrollan la estimación de un conjunto de parámetros de alta probabilidad a-posteriori [73]. En la última categoría se encuentran los algoritmos de fuerza bruta; éstos hacen una estimación de la representación escasa de θ de un conjunto soporte con el fin de evaluar todas las posibles soluciones [74]. En este trabajo de investigación se presentan los resultados obtenidos utilizando el algoritmo GPSR.

2.2. PROPIEDAD DE ISOMETRÍA RESTRICTIVA

Generalmente, los diferentes enfoques de CSI son ejemplos de arquitecturas que forman sistemas de ecuaciones indeterminados donde el número total de muestras m del detector es significativamente menor que el número de vóxeles desconocidos n en el cubo de datos a reconstruir (*i.e.* $g = \mathbf{H}\mathbf{f}$, donde $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ con $m \ll n$), el cual es conocido como un problema mal definido. Además, si se realizará una inversión lineal directamente del problema se tendría un número infinito de soluciones.

La *Restricted Isometry Property* (RIP, de sus siglas en inglés) se encarga de determinar el número mínimo de capturas necesarias para la adecuada reconstrucción de \mathbf{f} y el diseño óptimo de las aperturas codificadas. Particularmente, una matriz \mathbf{A} satisface la RIP de orden S , si existe una constante de isometría restrictiva $\delta_S \in (0, 1)$ (ínfimo) de tal forma que para cualquier vector θ S -sparse se cumple

$$(1 - \delta_S)\|\theta\|_2^2 \leq \|\mathbf{A}\theta\|_2^2 \leq (1 + \delta_S)\|\theta\|_2^2. \quad (2.4)$$

Desde la perspectiva de CSI, un buen sistema matricial debe satisfacer la Ecuación 2.4 para el S más grande posible cercano a m . Determinadas clases de matrices de sensado incluidas aquellas cuyas entradas son realizaciones independientes e idénticamente distribuidas de manera gaussiana o Bernoulli, son conocidas por generar sistemas matriciales que satisfacen la RIP, siempre que el número de mediciones m es lo suficientemente grande con respecto a la escasez S [75]. De hecho, una matriz de sensado gaussiana es universal en el sentido en que el sistema $\mathbf{A} = \mathbf{H}\Psi$ satisface la RIP con alta probabilidad independientemente de la elección de la base ortonormal [76]. En particular, para CASSI, la RIP juega un papel fundamental en el diseño óptimo del conjunto de aperturas codificadas, el cual es el encargado de maximizar la calidad de las reconstrucciones.

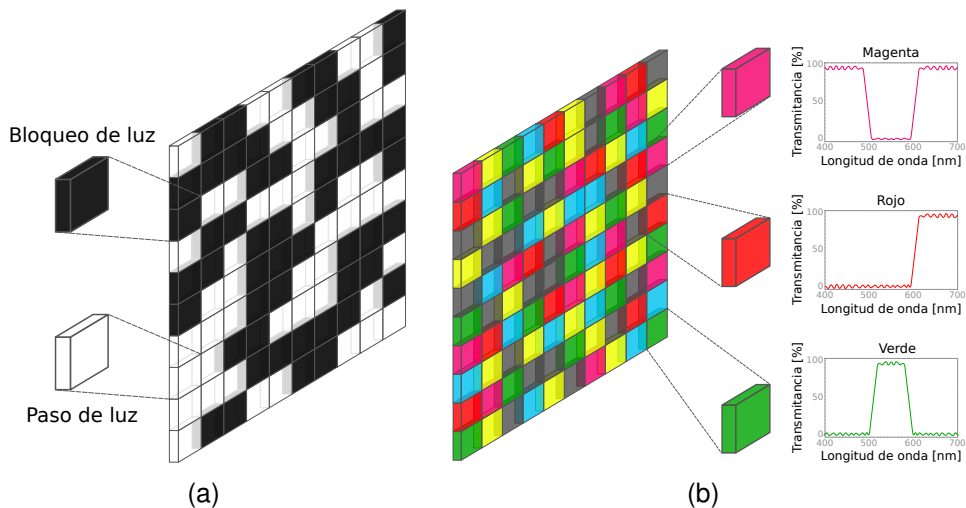
2.3. PRINCIPALES COMPONENTES DE UN SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE MUESTREO COMPRESIVO

En los sistemas de CSI, la adquisición de las proyecciones codificadas del cubo de datos se lleva a cabo mediante el uso de ciertos elementos ópticos. A continuación se presenta una descripción detallada de estos componentes que hacen posible la codificación de la luz obtenida de la escena.

Aperturas codificadas

Para la toma de proyecciones codificadas del cubo de datos, una arquitectura que implementa la teoría de CSI utiliza elementos ópticos como arreglos de detectores y aperturas codificadas. Específicamente, algunas aperturas llamadas booleanas permiten o bloquean el paso de la luz incidente mediante $\{0, 1\}$, siendo los unos los elementos de paso y los ceros los elementos de bloqueo, como se muestra en la Figura 2.2 (a) y las aperturas de color son aquellas compuestas por elementos que modulan la luz espectralmente. La Figura 2.2 (b) ilustra una apertura de color cuyos elementos de modulación son filtros pasa-bajo, pasa-alto y pasa-banda o de bloqueo, los cuales se encuentran ubicados aleatoriamente en el diseño.

Figura 2.2: Diferencia entre aperturas codificadas booleanas y de color.

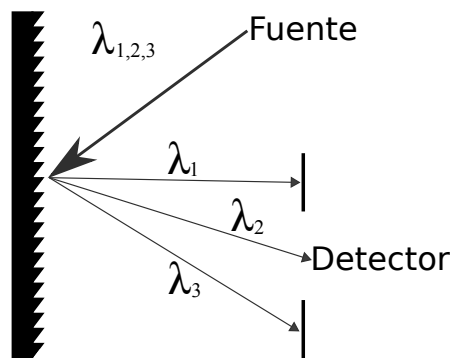


Los diferentes diseños de aperturas codificadas a analizar e implementar en el presente trabajo de investigación, se describirán de forma detallada en el capítulo 3.

Elementos dispersivos

Otro componente óptico fundamental de los dispositivos de CSI es un elemento con estructura periódica, el cual tiene como función principal dividir y dispersar la luz que entra en las rejillas, en sus respectivas frecuencias o componentes espectrales, como se ilustra en la Figura 2.3. Los elementos dispersivos más comunes incluyen prismas y rejillas. Las direcciones de los haces dependen de la separación de dichas rejillas y de las longitudes de onda de la luz.

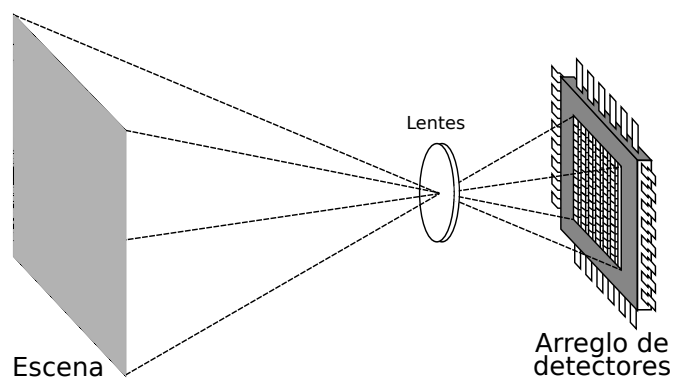
Figura 2.3: Esquema de un elemento dispersivo. Los haces de luces infringen en la rejilla para ser divididos y dispersados formando una coloración estructural sobre el detector.



Detectores bidimensionales de plano focal

Un arreglo de detectores o *Focal Plane Array* (FPA, de sus siglas en inglés) es una matriz de detectores colocados en el plano focal de un lente o sistema óptico con el fin de representar imágenes, *i.e.* un sensor que se localiza en el lugar del rollo de una cámara [77]. A menudo, se refiere a conjuntos de detectores infrarrojos, sin embargo, también se puede aplicar a las matrices que responden a otras partes del espectro, particularmente, a las bandas visibles y las de radio, como se observa en la Figura 2.4.

Figura 2.4: Estructura para adquisición de imágenes utilizando un arreglo de detectores o FPA.



2.4. SISTEMAS DE ADQUISICIÓN DE MUESTREO COMPRESIVO DE IMÁGENES ESPECTRALES

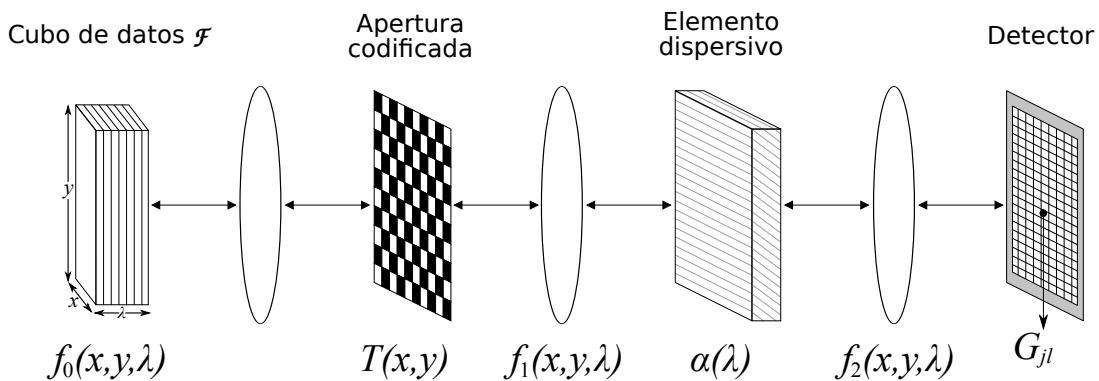
Generalmente, las técnicas de CSI capturan una escena utilizando un dispositivo de única captura sin tener la necesidad de escanearla, tal como se muestra en la Figura 1.2 (d). Contrario a los métodos tradicionales, CSI no realiza el muestreo sobre los vóxeles directamente, sino que captura proyecciones codificadas aleatorias de la escena, la cual es reconstruida mediante el uso de un algoritmo de optimización convexa, encargado de determinar una aproximación a la imagen espectral original.

2.4.1 Sistema de Adquisición de Imágenes Espectrales Basado en Aperturas Codificadas (CASSI) El sistema de adquisición de imágenes espectrales basado en aperturas codificadas (CASSI de su sigla en inglés Coded Aperture Snapshot Spectral Imager) introducido por Kittle *et al.* [78], es un ejemplo de sensor CSI que obtiene medidas compresivas.

Modelo óptico

Esta arquitectura propone la adquisición de la información espacio-espectral de la escena mediante un conjunto de mediciones bidimensionales [12] como se observa en la Figura 2.5. Usualmente, este sensor utiliza una apertura codificada, un elemento dispersivo y un detector bidimensional para capturar estas medidas [79, 80].

Figura 2.5: Elementos ópticos presentes en el sistema CASSI.



La codificación de la imagen espectral se realiza durante la aplicación de la apertura codificada $T(x,y)$ a la fuente espacio-espectral $f_0(x,y,\lambda)$, donde (x,y) son las coordenadas espaciales y λ hace referencia a la longitud de onda, dando como resultado un campo codificado $f_1(x,y,\lambda)$ [80].

El campo que resulta de este proceso es luego dispersado espectralmente por el elemento dispersivo que incide en el detector como

$$f_2(x, y, \lambda) = \iint T(x', y') f_0(x', y', \lambda) \times h(x' - \alpha(\lambda) - x, y' - y) dx' dy', \quad (2.5)$$

donde $T(x', y')$ es la función de transmisión que representa la apertura codificada, $h(x' - \alpha(\lambda) - x, y' - y)$ es la respuesta al impulso del sistema, y $\alpha(\lambda)$ es la dispersión inducida por el prisma (asumiendo una dispersión lineal). Cada corte espectral del cubo de datos es entonces modulado espacialmente por la apertura codificada y dispersada por el elemento dispersivo. Las medidas compresivas en el detector son el producto de la integración del campo $f_2(x, y, \lambda)$ sobre el rango espectral del detector.

Modelo discreto

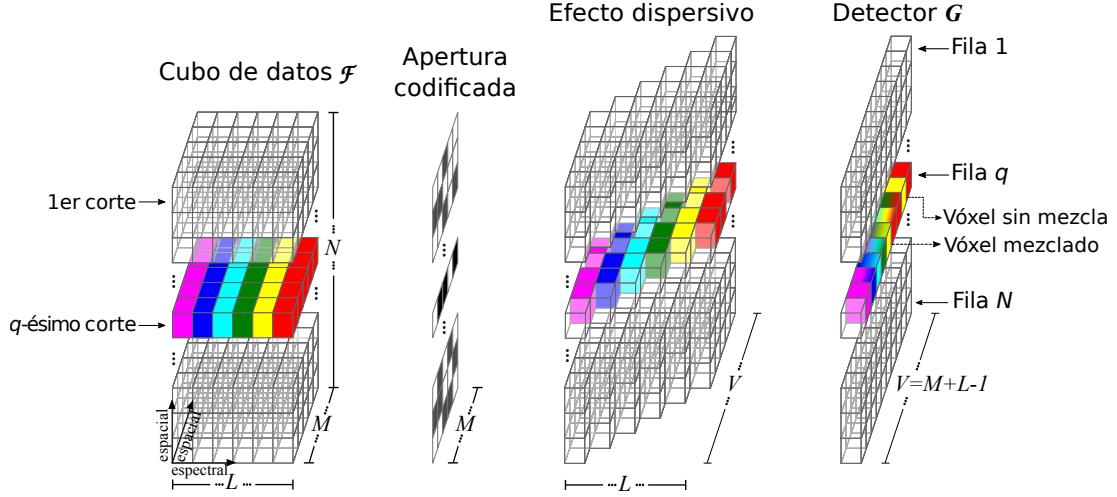
El proceso de muestreo del sistema CASSI se ilustra en la Figura 2.6. Aquí, la densidad espacio-espectral de la fuente $f_0(x, y, \lambda)$ puede ser escrita de forma discreta como $\mathcal{F}_{j\ell k}$ donde los índices j y ℓ representan las coordenadas espaciales y k determina el k -ésimo plano espectral. Asumiendo que el filtro pasa banda del instrumento limita los componentes espectrales entre λ_1 y λ_2 , y la longitud del lado de cada píxel del detector es Δ_d , se tiene que el número de bandas L que se puede resolver está limitado por $L = \alpha \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\Delta_d}$, donde $\alpha\lambda$ es la dispersión inducida por el prisma. La resolución espectral se encuentra limitada por $\frac{\Delta_d}{\alpha}$. Adicionalmente, se asume que la longitud del lado de cada píxel de la apertura codificada Δ_c satisface $\kappa\Delta_c = \Delta_d$, donde $\kappa \geq 1$ es un entero. De esta manera, la resolución espacial, tanto horizontal como vertical, se encuentra limitada por Δ_d .

Para las escenas espectral y/o espacialmente detalladas, una sola captura no es suficiente ya que ésta no provee las medidas compresivas necesarias para una reconstrucción adecuada. El incrementar el número de capturas, contando con una apertura codificada por captura que permanece fija durante el tiempo de integración del detector, permitirá aumentar rápidamente la calidad de la reconstrucción de la imagen espectral. Así, cada captura agrega simultáneamente NV medidas compresivas, donde $V = M + L - 1$, haciendo que el número total disponible de medidas con K capturas sea de KNV . Por otra parte, la salida discretizada en el detector corresponde a la i -ésima apertura codificada $T_{j\ell}^i \in \{0, 1\}$ y está dada por

$$G_{j\ell}^i = \sum_{k=0}^{L-1} \mathcal{F}_{j(\ell-k)k} T_{j(\ell-k)}^i + \omega_{j\ell}^i \quad i = 0, \dots, K-1, \quad (2.6)$$

donde $G_{j\ell}^i$ es la intensidad medida en la posición (j, ℓ) del detector cuyas dimensiones son $N \times V$; la expresión $(\ell - k)$ refleja el efecto de dispersión al

Figura 2.6: Ilustración del flujo espectral del sistema CASSI. El q -ésimo corte del cubo de datos \mathcal{F} con los componentes espectrales, es codificado por una fila de la apertura y dispersado por el prisma. El detector captura la intensidad integrando la luz codificada. Esta intensidad puede ser representada como vóxeles mezclados y sin mezclar.



desplazar cada banda espectral horizontalmente un píxel, y $\omega_{j\ell}$ es el ruido del sistema de muestreo obtenido en la posición (j, ℓ) . La i -ésima medida del detector G^i de la Ecuación 2.6 puede ser escrita en notación matricial como

$$\mathbf{g}_i = \mathbf{H}_i \mathbf{f} + \boldsymbol{\omega}_i, \quad (2.7)$$

donde $\mathbf{g}_i \in \mathbb{R}^{NV}$ es la forma vectorizada de las medidas $G^i \in \mathbb{R}^{N \times V}$, $\mathbf{H}_i \in \{0, 1\}^{NV \times NML}$ representa el efecto de la apertura codificada y el elemento dispersivo y $\mathbf{f} = [\mathbf{f}_0^T, \dots, \mathbf{f}_{L-1}^T]^T$ es el vector que representa el cubo de datos \mathcal{F} , donde \mathbf{f}_k es la vectorización de la k -ésima banda espectral. Específicamente, las entradas de \mathbf{f}_k pueden ser expresadas como

$$(\mathbf{f}_k)_\ell = \mathcal{F}_{(\ell-rN)rk}, \quad \text{para } \ell = 0, \dots, NM - 1, \quad k = 0, \dots, L - 1, \quad (2.8)$$

donde $r = \lfloor \frac{\ell}{N} \rfloor$. La vectorización de la apertura codificada T^i está definida como

$$\mathbf{t}_\ell^i = T_{(\ell-rN)r}^i, \quad \text{para } \ell = 0, \dots, NM - 1, \quad i = 0, \dots, K - 1. \quad (2.9)$$

Similarmente, la salida G^i se define como

$$(\mathbf{g}_i)_\ell = G_{(\ell-rN)r}^i, \quad \text{para } \ell = 0, \dots, NV - 1, \quad i = 0, \dots, K - 1. \quad (2.10)$$

Con la representación matricial mencionada anteriormente, la salida \mathbf{g}_i puede

ser expresada como

$$\mathbf{g}_i = \overbrace{\begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{t}^i) & \mathbf{0}_{N(1) \times NM} & \cdots & \mathbf{0}_{N(L-1) \times NM} \\ & \text{diag}(\mathbf{t}^i) & \cdots & \\ & & \ddots & \\ \mathbf{0}_{N(L-1) \times NM} & \mathbf{0}_{N(L-2) \times NM} & \cdots & \text{diag}(\mathbf{t}^i) \end{bmatrix}}^{\mathbf{H}_i} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_0 \\ \mathbf{f}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_{L-1} \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

donde $\text{diag}(\mathbf{t}^i)$ es una matriz diagonal de $NM \times NM$ cuyas entradas son los elementos de la apertura codificada \mathbf{t}^i , $\mathbf{0}_{N(1) \times NM}$ y $\mathbf{0}_{N(L-1) \times NM}$ son matrices $N(1) \times NM$ y $N(L-1) \times NM$ de valor cero, respectivamente. Usando matrices de permutación cíclica, la matriz \mathbf{H}_i de la Ecuación 2.11, puede ser representada de forma compacta como la suma del producto entre las matrices

$$\mathbf{H}_i = \sum_{j=0}^{L-1} (\Theta_V)^{jN} [\text{diag}(\mathbf{t}^i) \quad \mathbf{0}]^T \bar{\mathbf{I}} (\Theta_n)^{-jNM}, \quad (2.12)$$

donde $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{N(L-1) \times NM}$ es una matriz de valor cero, y la estructura de la matriz de permutación $\Theta_V \in \mathbb{R}^{V \times V}$ es

$$\Theta_V = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

La matriz Θ_n tiene la misma estructura de Θ_V en la Ecuación 2.13, y $\bar{\mathbf{I}}$ es $\bar{\mathbf{I}} = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0}]$, donde \mathbf{I} es una matriz identidad de $NM \times NM$ y $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{NM \times NM(L-1)}$ es una matriz de valor cero. Note que en la Ecuación 2.12 el vector \mathbf{t}^i es desplazado por la rotación de las matrices Θ_V y Θ_n , describiendo el efecto del prisma. Las matrices \mathbf{H}_i de la Ecuación 2.12, son ensambladas en la matriz \mathbf{H} como

$$\mathbf{H} = [\mathbf{H}_0^T, \cdots, \mathbf{H}_{K-1}^T]^T. \quad (2.14)$$

La Figura 2.7 ilustra la estructura de la matriz \mathbf{H} con $N = 3$, $M = 4$, $L = 3$ y $K = 1$, donde las entradas $(\mathbf{t}^i)_{j\ell}$ son aperturas codificadas vectorizadas. Aquí, se puede observar que la j -ésima fila de la matriz \mathbf{H} contiene al menos L elementos diferentes de cero. Además, cada uno de estos elementos de la matriz $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_0^T, \cdots, \mathbf{h}_{KNV-1}^T]^T$ puede ser escrito como

$$(\mathbf{h}_j)_\ell = \begin{cases} (\mathbf{t}^i)_{j-rN}, & \text{si } \ell = (j \text{ mód } N') \text{ y } j - rN \geq 0 \\ 0, & \text{de otra manera,} \end{cases} \quad (2.15)$$

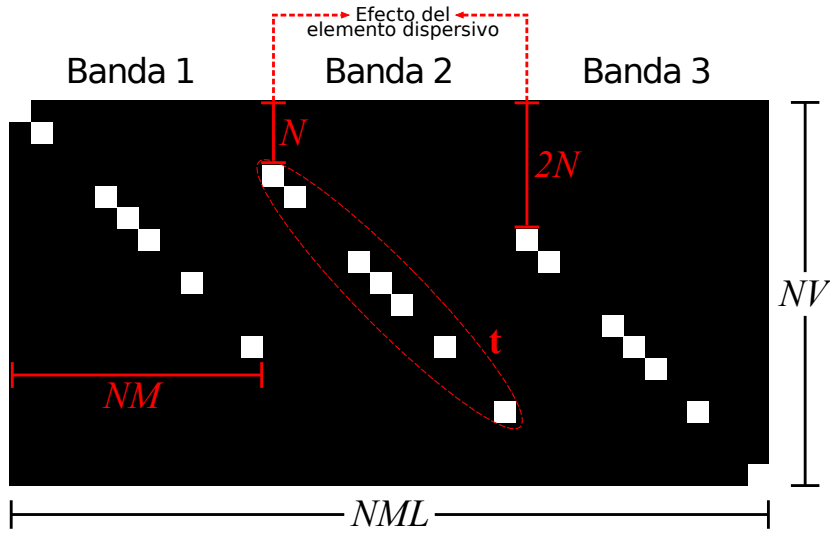
para $i = \lfloor \frac{j}{NV} \rfloor$, $\ell = 0, \cdots, NML - 1$, donde $r = \lfloor \frac{\ell}{NM} \rfloor$ y $N' = NM - N$. La concatenación de las salidas $\mathbf{g} = [\mathbf{g}_0^T, \cdots, \mathbf{g}_{K-1}^T]^T$ puede ser escrita de manera

estándar como un sistema lineal de ecuaciones indeterminado

$$\mathbf{g} = \mathbf{A}\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\omega} = \mathbf{H}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\omega}, \quad (2.16)$$

donde $\mathbf{A} = \mathbf{H}\boldsymbol{\Psi} \in \mathbb{R}^{KNV \times NML}$ es la matriz de sensado, \mathbf{H} es la matriz que modela el sistema, $\boldsymbol{\theta}$ es una representación escasa del cubo de datos en una base tridimensional $\boldsymbol{\Psi}$, y $\boldsymbol{\omega}$ representa el ruido del sistema. La matriz \mathbf{H} de la Ecuación 2.16 cuenta con el efecto de la apertura codificada y el elemento dispersivo [12].

Figura 2.7: Estructura de la matriz del sistema \mathbf{H} de CASSI con $N = 3$, $M = 4$, $L = 3$ y $K = 1$. Los cuadros blancos indican los píxeles de la apertura codificada \mathbf{t} que permiten el paso de la luz, los elementos oscuros son iguales a cero.



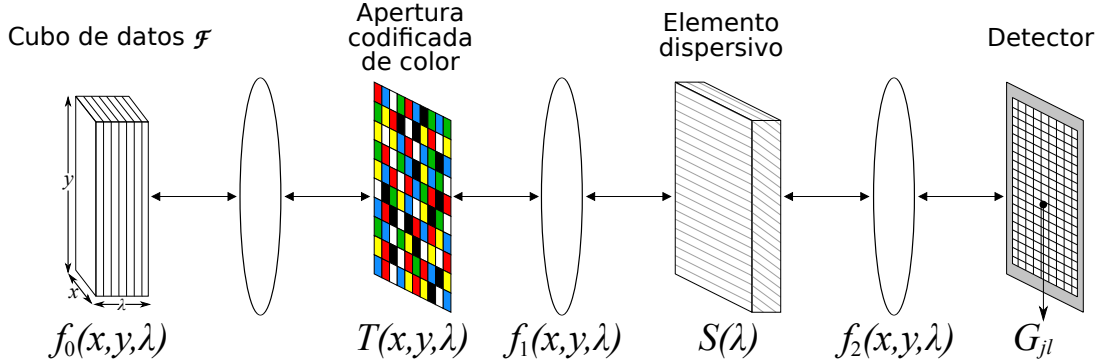
2.4.2 CASSI con aperturas codificadas de color El sistema CASSI que implementa aperturas codificadas de color se puede apreciar en la Figura 2.8 [80, 81]. La codificación de la imagen espectral se realiza durante la aplicación de la apertura codificada $T(x, y, \lambda)$ a la fuente espacio-espectral $f_0(x, y, \lambda)$, donde (x, y) son las coordenadas espaciales y λ hace referencia a la longitud de onda, dando como resultado un campo codificado $f_1(x, y, \lambda)$ [80]. El campo que resulta de este proceso es luego dispersado espectralmente por el elemento dispersivo antes de que éste incida en el detector como

$$f_2(x, y, \lambda) = \iint T(x', y', \lambda) f_0(x', y', \lambda) \times h(x' - S(\lambda) - x, y' - y) dx' dy', \quad (2.17)$$

donde $T(x', y', \lambda)$ es la función de transmisión que representa la apertura codificada, $h(x' - S(\lambda) - x, y' - y)$ es la respuesta al impulso del sistema, y $S(\lambda)$ es la dispersión inducida por el prisma. Cada corte espectral del cubo de datos es entonces modulado tanto espacial como espectralmente por la apertura

codificada de color y dispersada por el elemento dispersivo. Las medidas compresivas en el detector son el producto de la integración del campo $f_2(x, y, \lambda)$ sobre el rango espectral del detector.

Figura 2.8: Elementos ópticos presentes en el CASSI de color. La apertura codificada de paso/bloqueo es reemplazada por la apertura codificada de color $T(x, y, \lambda)$.



La fuente $f_0(x', y', \lambda)$ puede ser escrita en forma discreta como $\mathcal{F}_{j\ell k}$, los índices j y ℓ representan las coordenadas espaciales y k determina el k -ésimo plano espectral. El vóxel $\mathcal{F}_{j\ell k}$ representa la medición de la intensidad concentrada en una región espacio-espectral específica de la fuente. Sea Δ la distancia entre los píxeles del detector y sea λ_k la discretización del eje espectral para $k = 0, \dots, L - 1$. El rango de la k -ésima banda espectral es $[\lambda_k, \lambda_{k+1}]$, donde λ_k es la solución de la ecuación dada por

$$S(\lambda_{k+1}) - S(\lambda_k) = \Delta, \quad k = 0, \dots, L - 1 \quad (2.18)$$

Por tanto, el vóxel $\mathcal{F}_{j\ell k}$ se define como

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{j\ell k} &= \int_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}} \int_{j\Delta}^{(j+1)\Delta} \int_{i\Delta}^{(i+1)\Delta} f_0(x, y, \lambda) dx dy d\lambda \\ &= \iiint_{\Omega_{j\ell k}} f_0(x, y, \lambda) dx dy d\lambda \\ &= c_{j\ell k} \cdot f_0(x_j, y_\ell, \gamma_k), \end{aligned} \quad (2.19)$$

para $j\ell = 0, \dots, N - 1$, $k = 0, \dots, L - 1$, donde $c_{j\ell k}$ representa un peso de cuadratura, $\Omega_{j\ell k}$ es la región definida por los intervalos de integración, y (x_j, y_ℓ, γ_k) son los índices de los valores en $\Omega_{j\ell k}$. Sea $T_{j\ell k}^i \in \{0, 1\}$ la discretización de la apertura codificada de color $T^i(x, y, \lambda)$ de tal forma que

$$T^i(x, y, \lambda) = \sum_{j\ell k} T_{j\ell k}^i \text{rect} \left(\frac{x}{\Delta} - j - \frac{1}{2}, \frac{y}{\Delta} - \ell - \frac{1}{2}, \frac{\lambda}{\sigma_k} - k - \frac{1}{2} \right), \quad (2.20)$$

donde se asume que la longitud de lado de cada píxel cuadrado de la apertura codificada es también igual a Δ , y $\sigma_k = \lambda_{k+1} - \lambda_k$. Las resoluciones espacia-

les tanto horizontales como verticales se encuentran entonces limitadas por la resolución del detector Δ . La apertura codificada discretizada $T_{j\ell k}^i$ es una estructura tridimensional mientras que la apertura codificada tradicional tiene una estructura bidimensional. La i -ésima medida discretizada del detector puede ser expresada como

$$G_{j\ell}^i = \sum_{k=0}^{L-1} \mathcal{F}_{j(\ell-k)k} T_{j(\ell-k)k}^i + \omega_{j\ell}^i \quad i = 0, \dots, K-1, \quad (2.21)$$

donde $G_{j\ell}^i$ es la intensidad medida en la (j, ℓ) -ésima posición del detector cuyas dimensiones son $N \times V$, con $V = M + L - 1$; y $\omega_{j\ell}^i$ es el ruido del sistema de muestreo obtenido en la posición (j, ℓ) . La i -ésima medida del detector G^i de la Ecuación 2.21 puede ser escrita en notación matricial como

$$\mathbf{g}_i = \mathbf{H}_i \mathbf{f} + \boldsymbol{\omega}_i, \quad (2.22)$$

donde $\mathbf{g}_i \in \mathbb{R}^{NV}$ es un vector que representa las medidas $G^i \in \mathbb{R}^{N \times V}$. $\mathbf{f} = [\mathbf{f}_0^T, \dots, \mathbf{f}_{L-1}^T]^T$ es el vector que representa el cubo de datos \mathcal{F} , donde \mathbf{f}_k es la vectorización de la k -ésima banda espectral. La salida \mathbf{g}_i puede ser expresada como

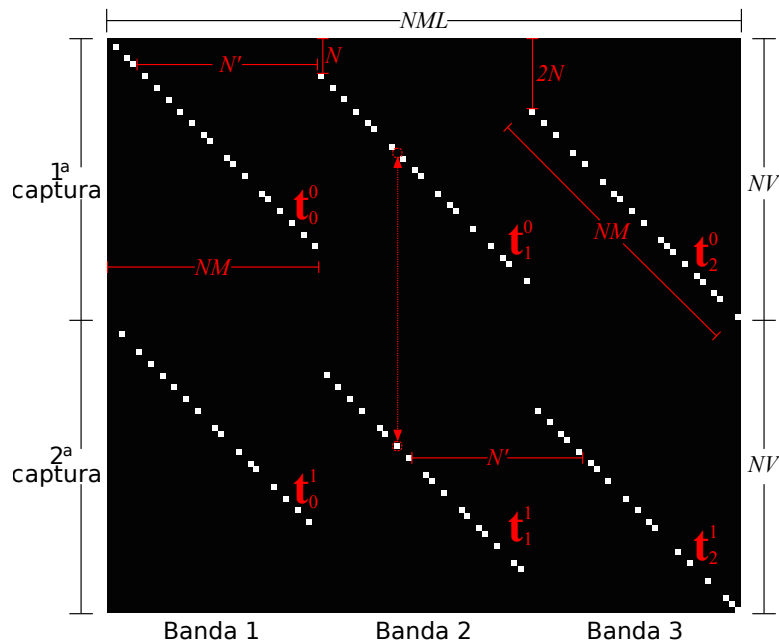
$$\mathbf{g}_i = \overbrace{\begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{t}_0^i) & \mathbf{0}_{N(1) \times NM} & \dots & \mathbf{0}_{N(L-1) \times NM} \\ & \text{diag}(\mathbf{t}_1^i) & \dots & \\ & & \ddots & \\ \mathbf{0}_{N(L-1) \times NM} & \mathbf{0}_{N(L-2) \times NM} & \dots & \text{diag}(\mathbf{t}_{L-1}^i) \end{bmatrix}}^{\mathbf{H}_i} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_0 \\ \mathbf{f}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_{L-1} \end{bmatrix}, \quad (2.23)$$

donde $\text{diag}(\mathbf{t}_k^i)$ es una matriz diagonal de $NM \times NM$ cuyas entradas son los elementos de la apertura codificada \mathbf{t}^i vectorizada. Note que cuando las aperturas codificadas de paso/bloqueo son utilizadas se tiene que $\mathbf{t}_0^i = \mathbf{t}_1^i = \dots = \mathbf{t}_{L-1}^i$. De esta forma, se tiene que las aperturas de color permiten alcanzar estructuras óptimas de las matrices \mathbf{H}^i de tal forma que sus entradas están menos correlacionadas. El conjunto de las K capturas puede expresarse como

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_0 \\ \mathbf{g}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{K-1} \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{H}_0 \\ \mathbf{H}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{K-1} \end{bmatrix}}^{\mathbf{H}} \mathbf{f}. \quad (2.24)$$

En la Figura 2.9 se observa una matriz \mathbf{H} generada por dos aperturas codificadas de color aleatorias de 6×6 con $L = 3$ y $K = 2$.

Figura 2.9: Matriz \mathbf{H} de 6×6 con $L = 3$ y $K = 2$ y $V = (M + L - 1) = 8$. La línea punteada resalta que las aperturas codificadas están diseñadas de tal forma que $(\mathbf{t}_k^0)_j + (\mathbf{t}_k^1)_j = 1$ para todo j y k .



2.4.3 Sistema de Adquisición de Imágenes Espectrales con Detectores Basados en Filtros Ópticos (SCCSI)

El sistema de adquisición de imágenes espectrales con detectores basados en filtros ópticos (SCCSI) implementa los conceptos de CSI. Esta arquitectura reemplaza el detector FPA tradicional por un detector con un arreglo de filtros ópticos. Además, un elemento dispersivo permite capturar la información espacio-espectral de la escena en una sola toma [15]. Un filtro óptico permite el paso de la luz con determinadas propiedades, suprimiendo o atenuando la luz restante. Los filtros ópticos más comunes son los filtros de color (Figura 2.3 (b)) los cuales permiten o bloquean el paso de luz de ciertas longitudes de onda. La atenuación filtrada se mide mediante la transmitancia del medio filtrante, o por su inversa: la absorbancia [82, 83, 84].

Avances recientes en las técnicas de litografía y tecnologías de recubrimiento [85, 86, 87, 88, 89] han permitido la implementación de agrupaciones de filtros ópticos con distinta respuesta espectral sobre los detectores FPA. Una de las grandes ventajas que proporciona este sistema es el enriquecimiento del esquema de codificación ya que el problema de reconstrucción es mejor condicionado. Por otra parte, el diseño es más compacto en comparación con otras arquitecturas de CSI, esto debido a que presenta ausencia de partes móviles. Adicionalmente, esta combinación de filtros ópticos de color y el elemento dispersivo incrementa la resolución espacial y espectral obtenible [90]. En la Figura 2.10, se muestran los componentes del sistema SCCSI, en donde el detector se encuentra ubicado en el plano focal del lente. Posteriormente, la Figura 2.11 exhibe el modelo del proceso de muestreo de SCCSI.

Figura 2.10: Esquema óptico de la arquitectura SCCSI.

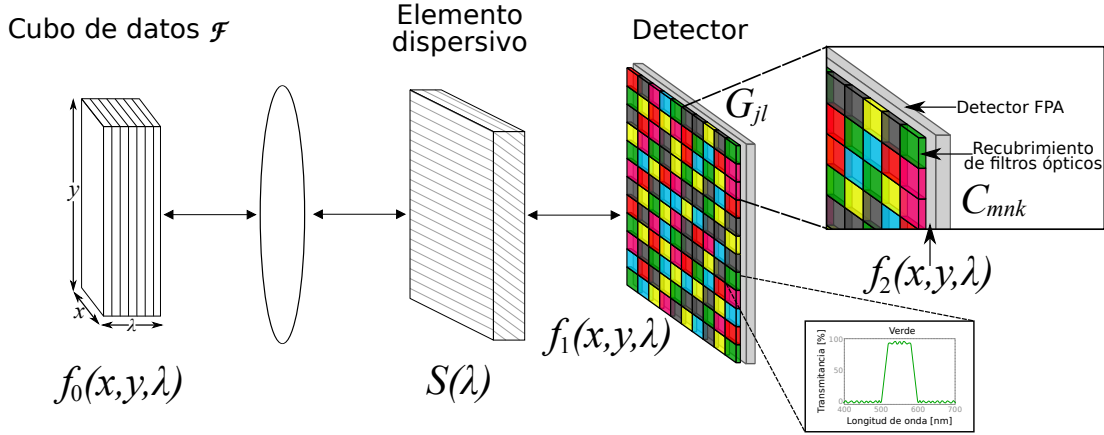
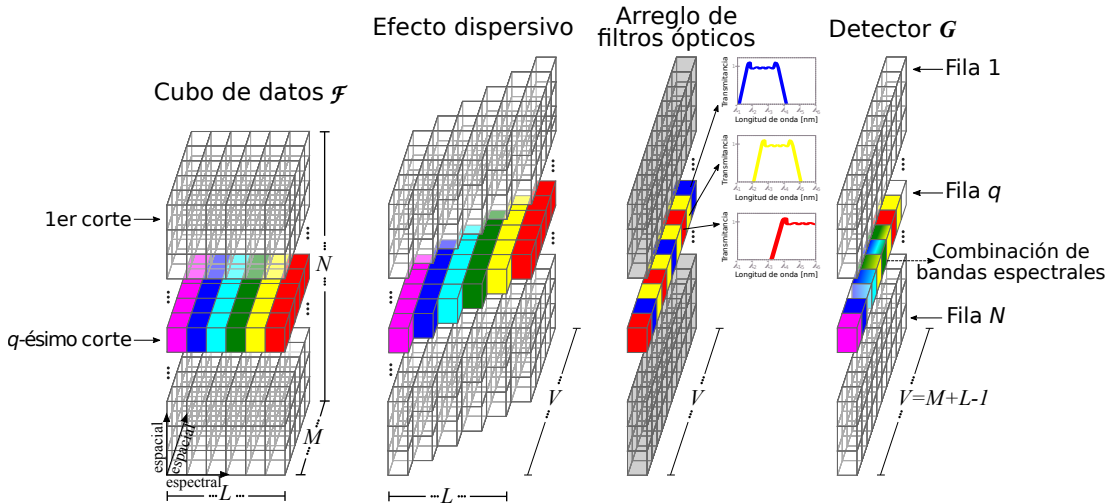


Figura 2.11: Representación discreta del proceso de muestreo de SCCSI. Cada banda espectral de entrada es dispersada de acuerdo a la función $S(\lambda)$. Luego, el arreglo de filtros ópticos codifica la luz dispersada antes de que ésta sea capturada por el detector FPA.



En general, la matriz de filtros ópticos puede ser representada como un arreglo tridimensional C_{jlk} de tamaño $N \times V \times L$, en el cual las respuestas espectrales de los filtros ópticos pueden ser discretizadas para L valores. Habitualmente, el modelo discreto del proceso de la arquitectura SCCSI, descompone \mathcal{F} espectralmente mediante el efecto del elemento dispersivo de tal forma que cada banda espectral es desplazada horizontalmente un píxel. La imagen espectral dispersada es codificada por el arreglo de filtros ópticos C_{jlk} para luego ser capturada por el detector FPA. De esta manera, cada píxel del detector contiene información de diferentes posiciones espaciales y componentes espectrales de la escena original. La intensidad captada en el píxel (j, ℓ) del detector se puede expresar matemáticamente como

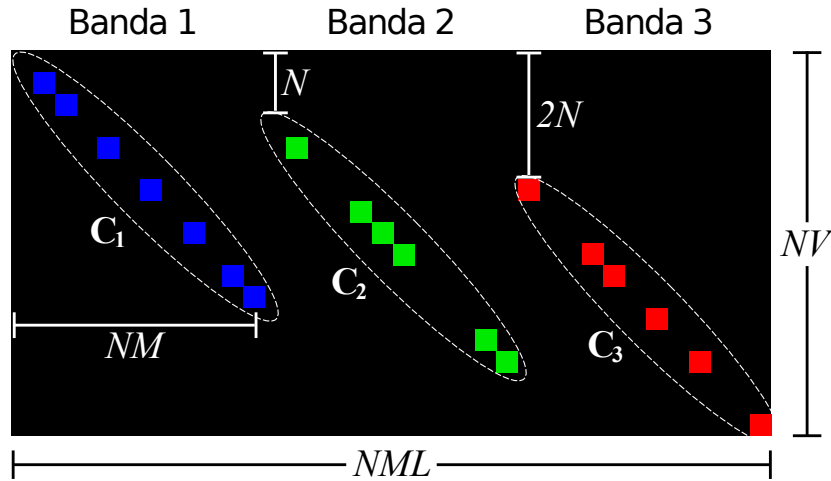
$$G_{j\ell} = \sum_{k=0}^{L-1} \mathcal{F}_{j(\ell-k)k} C_{j\ell k}, \quad (2.25)$$

obteniendo una matriz de medidas de $N \times V$. La proporción de intensidad que pasa a través del arreglo de filtros ópticos, conocida como transmitancia, puede ser calculada como

$$t_r = \frac{1}{NVL} \sum_{j=1}^N \sum_{\ell=1}^M \sum_{k=1}^L C_{j\ell k}. \quad (2.26)$$

El proceso anterior se describe de forma matricial utilizando la Ecuación 2.16, donde \mathbf{g} es la representación vectorizada de las medidas $G_{j\ell}$ de la Ecuación 2.25. El vector \mathbf{f} es la representación de la imagen espectral discretizada \mathcal{F} y \mathbf{H} es la matriz de $NV \times NML$ que modela el sistema. Un ejemplo de la estructura de la matriz \mathbf{H} para SCCSI con $N = 3$, $M = 4$, $L = 3$ y $K = 1$ se evidencia en la Figura 2.12.

Figura 2.12: Estructura de la matriz del sistema \mathbf{H} de SCCSI con $N = 3$, $M = 4$, $L = 3$ y $K = 1$. Los cuadros de color representan los píxeles del filtro óptico que permiten el paso de una banda espectral específica.



Cuadro 2.1: Resumen de variables.

Variable	Dimensiones	Descripción
N		Dimensión espacial horizontal del cubo de datos
M		Dimensión espacial vertical del cubo de datos
L		Número de bandas espectrales
K		Número de capturas del sistema
V	$M + L - 1$	Longitud vectorial
m	KNV	Medidas disponibles para K shots
\mathbf{f}	$n = NML$	Forma vectorizada del cubo de datos $\mathcal{F} \in \mathbb{R}^{N \times M \times L}$
\mathbf{T}^i	$N \times M$	i -ésima apertura codificada
\mathbf{t}^i	NM	Forma vectorizada de \mathbf{T}^i
\mathbf{g}_i	NV	i -ésima medida vectorizada
\mathbf{H}_i	$NV \times n$	Representación de la matriz del sistema para la i -ésima captura
\mathbf{H}	$m \times n$	Representación de la matriz del sistema para las K capturas
$\mathbf{A} = \mathbf{H}\Psi$	$m \times n$	Matriz de sensado

3. DISEÑO DE APERTURAS CODIFICADAS

Comúnmente, las aperturas codificadas usadas en el sistema CASSI son matrices Hadamard, matrices con realizaciones aleatorias Bernoulli o variables aleatorias gaussianas [79]. El uso de estas aperturas está motivado por el hecho de que el problema inverso se encuentra mejor condicionado durante la estimación de mínimos cuadrados y que poseen propiedades de la RIP (mencionada en la sección 2.2) bien establecidas.

Como se menciona en el capítulo anterior, un componente fundamental en la solución del problema inverso de CSI, es la estructura de la matriz de sensado $A \equiv H\Psi$, debido a que ésta determina la calidad de la reconstrucción. No obstante, a pesar de que la arquitectura CASSI impone parcialmente una estructura escasa bien condicionada a la matriz de sensado, las aperturas codificadas que se utilizan en cada captura, son las encargadas de definir la estructura de dicha matriz A .

El objetivo principal de CASSI es diseñar de manera óptima el conjunto de aperturas codificadas que minimice el número de capturas y permita la obtención de una mejor aproximación a la solución, logrando una mejor calidad en la reconstrucción. Para tal fin, este trabajo de investigación examina la interacción entre la RIP y el conjunto de aperturas codificadas a usar en el sistema CASSI.

3.1. APERTURAS CODIFICADAS COMUNES

En el proceso de selección del conjunto de aperturas codificadas a utilizar en los sistemas de CSI, es importante que los parámetros que hacen que el rendimiento del sistema sea el mejor, se determinen óptimamente. A continuación se presentan algunos diseños de aperturas codificadas habitualmente usadas con este tipo de arquitecturas.

Aperturas codificadas booleanas

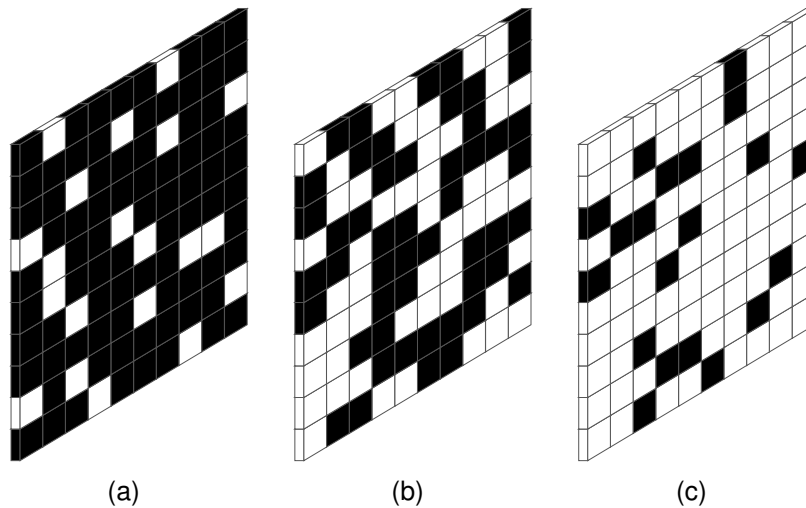
Específicamente, una apertura codificada tradicional conocida como Booleana, está conformada por píxeles blancos o entradas diferentes de cero representando los elementos translúcidos que permiten que la luz pase, y los píxeles negros o entradas cero se presentan como los elementos de bloqueo. De este modo, se genera un patrón de codificación sobre el objeto de interés [91]. Además, de acuerdo a la configuración de estos componentes de paso/bloqueo, se determina la transmitancia de la apertura codificada. Esta transmitancia se define como los elementos de paso sobre el total de elementos definen el porcentaje de transmitancia, como se evidencia en la Ecuación 3.1. De igual manera, la calidad de la reconstrucción de la imagen espectral

depende de la selección adecuada de los valores de transmitancia que se calculan como

$$t_r = \frac{1}{NM} \sum_{j=1}^N \sum_{\ell=1}^M T_{j\ell}, \quad (3.1)$$

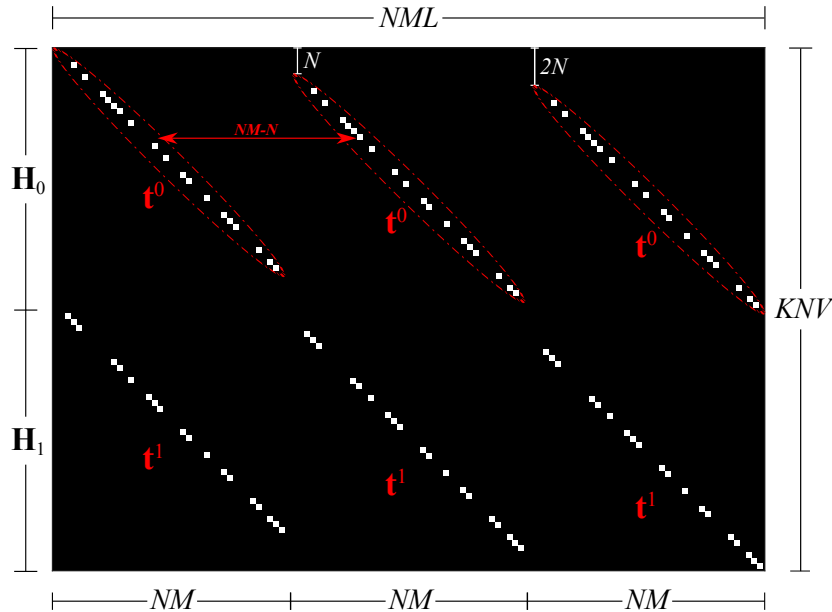
donde $\mathbf{T} \in \{0, 1\}^{N \times M}$. Usualmente, las entradas de este tipo de apertura codificada pueden ser modeladas como realizaciones aleatorias de Bernoulli con parámetro t_r , es decir, $T_{j\ell} \sim Be(t_r)$. En la Figura 3.1 se pueden observar tres ejemplos de aperturas codificadas booleanas con diferentes niveles de transmitancia.

Figura 3.1: Aperturas codificadas booleanas de 10×10 con diferentes niveles de transmitancia. (a) $t_r = 20\%$, (b) $t_r = 50\%$ y (c) $t_r = 80\%$. Los píxeles blancos permiten el paso de luz, mientras que los píxeles negros la bloquean.



Comúnmente, en los sistemas de CSI, \mathbf{A} es determinada por la matriz \mathbf{H} [20, 81]. Esta matriz \mathbf{H} consiste en un conjunto de patrones diagonales que se repiten con un desplazamiento en dirección horizontal, tantas veces como número de bandas espectrales hayan. Cada patrón diagonal, encerrado en la Figura 3.2, corresponde al primer patrón de apertura codificada implementado. El siguiente conjunto de patrones diagonales es determinado por la apertura codificada utilizada en la siguiente captura. Por lo tanto, la matriz del sistema \mathbf{H} tendría tantos conjuntos de patrones diagonales como número de capturas hayan. Además, la estructura de la matriz $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{KVN \times NML}$ presentada en esta Figura 3.2, se encuentra compuesta por $[\mathbf{H}_0, \mathbf{H}_1]$, y contempla el muestreo de tres bandas espectrales con dos capturas del sistema.

Figura 3.2: Estructura de la matriz del sistema \mathbf{H} para una apertura codificada booleana. Los patrones diagonales encerrados corresponden a la apertura codificada vectorizada utilizada en la primera captura. La segunda apertura codificada determina el siguiente conjunto de patrones. La matriz contempla el muestreo de tres bandas espectrales con dos capturas.



A continuación, se presenta el algoritmo que genera el conjunto de aperturas codificadas con realizaciones aleatorias de Bernoulli para K capturas, con determinada transmitancia t_r . Éste presenta un complejidad temporal de $O(KN^2)$, donde $M = N$ y $K \ll N$.

Algoritmo 1 Algoritmo de creación de las aperturas codificadas booleanas para K capturas.

Entradas: Dimensiones para cada apertura codificada $N \times M$, transmitancia t_r , número de capturas K .

Salida: Conjunto de aperturas codificadas booleanas C .

```

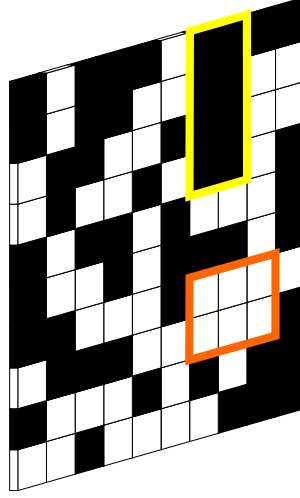
1: Procedimiento APERTURA_BOOLEANA( $N, M, t_r, K$ )
2:   para  $k = 1$  hasta  $K$  hacer
3:     para  $i = 1$  hasta  $N$  hacer
4:       para  $j = 1$  hasta  $M$  hacer
5:          $T_{ij}^k \leftarrow Be(t_r)$  ▷ Asignación de transmitancia
6:       fin para
7:     fin para
8:      $C \leftarrow \{\mathbf{T}^1, \dots, \mathbf{T}^K\}$  ▷ Conjunto de aperturas codificadas
9:   fin para
10: fin Procedimiento

```

Aperturas codificadas uniformes

Usualmente, las aperturas codificadas booleanas permiten la formación de clústeres como se puede ver en la Figura 3.3. En particular, el recuadro naranja de la apertura codificada contiene una gran cantidad de entradas diferentes de cero, mientras que el recuadro amarillo abarca un clúster de ceros.

Figura 3.3: Diseño de una apertura codificada binaria de 10×10 y $t_r = 50\%$, con clústeres. El recuadro amarillo representa una agrupación de entradas iguales a cero, mientras que el naranja muestra una cantidad considerable de elementos de paso.



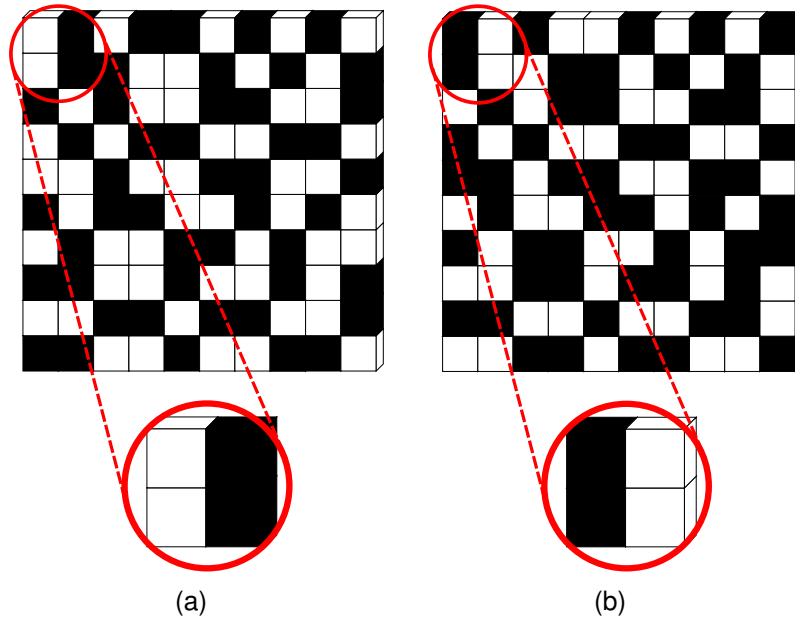
Las aperturas codificadas uniformes han sido usadas recientemente en CSI con el objetivo de disminuir los clústeres y muestrear de una manera más significativa [92]. El conjunto $\{\mathbf{T}^i \in \{0, 1\}^{N \times M} \mid i = 0, \dots, K-1\}$ de aperturas codificadas satisface la restricción $\sum_{i=0}^{K-1} (T_{j\ell}^i)^2 = C_K$, es decir, la suma del conjunto de aperturas codificadas se encuentra limitada a ser igual a una constante. De esta forma, dicho conjunto estará compuesto por variables aleatorias dependientes. En este caso, la variable aleatoria $z = T_{\ell_1(\ell_2-j_1)}^0 T_{\ell_1(\ell_2-j_2)}^0 + \dots + T_{\ell_1(\ell_2-j_1)}^{K-1} T_{\ell_1(\ell_2-j_2)}^{K-1}$ tiene al menos C_K elementos con valor 1. La media y la varianza de z son calculados en el Apéndice A, dando como resultado $m_t = \frac{C_K^2}{K}$, $\sigma_t^2 = \frac{C_K^2}{K^2(K-1)}(K - C_K)^2$, y

$$\sigma_T^2 = \frac{1}{KC_K} (\sqrt{m_t^2(1+K) + K\sigma_t^2} - m_t). \quad (3.2)$$

Dado que $1 \leq C_K \leq K$, la minimización de σ_T^2 con respecto a C_K conduce a que $C_K = 1$. El valor mínimo de σ_T^2 es $\frac{1}{K^2}(\sqrt{K^2+1} - 1)$. Por lo tanto, para el conjunto de aperturas codificadas dado $\{T_{j\ell}^0, \dots, T_{j\ell}^{K-1}\}$, dicho conjunto tiene un solo elemento diferente de cero en cada posición (j, ℓ) . Específicamente, $\sum_{i=0}^{K-1} T_{j\ell}^i = 1$ para todo j y ℓ . El parámetro σ_T^2 decrece aproximadamente de forma proporcional a $2K$, lo cual es deseable con el fin de satisfacer la RIP en CASSI.

La Figura 3.4 muestra un par de aperturas codificadas uniformes de 10×10 con $t_r = 50\%$, siendo cada una el complemento de la otra. Note que en cada posición (j, ℓ) del conjunto, hay un solo elemento diferente de cero. Cuando $K \approx L$, la varianza $\sigma_T^2 \approx \frac{1}{K}(\sqrt{K^2 + 1} - 1)$ como se muestra en el Apéndice A.

Figura 3.4: Aperturas codificadas uniformes siendo (a) $t_r = 50\%$ el complemento de (b) $t_r = 50\%$.



Siguiendo el criterio explicado anteriormente, el Algoritmo 2, desarrollado en [93], obtiene la información espacio-espectral de la escena a través de múltiples capturas en CASSI. Este algoritmo inicia a partir de un conjunto de aperturas codificadas aleatorias \mathbf{T}^0 y determina la distancia entre las entradas de valor uno del conjunto de tal forma que la varianza sea reducida. En general, el algoritmo tiene tres ciclos: i y j aseguran las máximas distancias horizontales y verticales; el ciclo k preserva un elemento de valor uno a través de las capturas en cada punto espacial. Este algoritmo analiza ventanas de $n_1 \times n_2$ del conjunto de aperturas codificadas para cada captura W_k , y decide en qué apertura se ubica la entrada con valor igual a 1, de acuerdo a la varianza mínima obtenida. Se tiene que n_1 y n_2 pueden ser fijados para que estén cercanos a L . El proceso es llevado a cabo en los puntos espaciales indexados como (Ω_i, β_j) y H_1, H_2 y μ son vectores con valores iguales a uno usados para calcular la concentración de unos a lo largo de los ejes verticales y horizontales. Este algoritmo presenta un complejidad temporal de $O(KN^2)$, donde $M = N$ y $K \ll N$.

Algoritmo 2 Algoritmo de creación de las aperturas codificadas uniformes para K capturas.

Entradas: Dimensiones $N \times M$, número de capturas K .

Salida: Conjunto de aperturas codificadas uniformes C .

```

1: Procedimiento APERTURA_UNIFORME( $N, M, K$ )
2:    $\mathbf{T}^0 \leftarrow Be(1/K)$ ,    $n_1 \leftarrow K - 1$ ,    $n_2 \leftarrow K - 1$ 
3:   para  $i = 1$  hasta  $N$  hacer
4:     para  $j = 1$  hasta  $M$  hacer
5:       para  $k = 1$  hasta  $K$  hacer
6:          $(W_k)_{a,b} \leftarrow T_{\Omega_i - \frac{n_1}{2} - a; \beta_j - \frac{n_2}{2} - b}^k$             $\triangleright$  Puntos espaciales:  $(\Omega_i, \beta_j)$ 
7:          $S_k \leftarrow \|H_1 W_k - (H_1 W_k) \frac{\mu}{n_1}\|_{\ell_2} + \|W_k H_2 - (W_k H_2)^T \frac{\mu}{n_2}\|_{\ell_2}$ 
8:       fin para
9:        $T_{\Omega_i, \beta_j}^k \leftarrow 0$                                             $\triangleright k = 1$  hasta  $K$ 
10:       $T_{\Omega_i, \beta_j}^{k^*} \leftarrow 1$                                         $\triangleright k^* = \arg \min\{S_k\}$ 
11:     fin para
12:   fin para
13:    $C = \{\mathbf{T}^1, \dots, \mathbf{T}^K\}$ 
14: fin Procedimiento

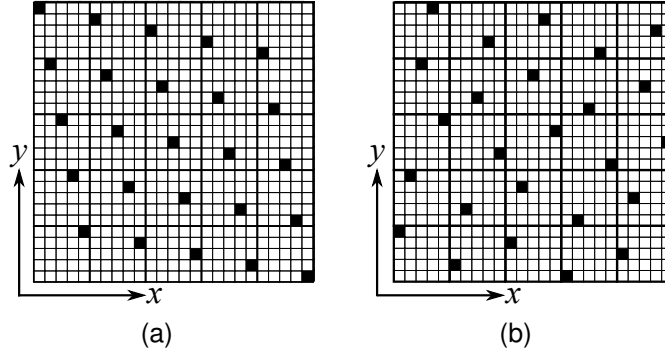
```

Aperturas codificadas Jitter

Las aperturas codificadas Jitter introducidas por Kensler [94], implican estratificar E muestras dividiendo la zona en celdas de igual área. Esto, usando una rejilla de $n \times m$, donde $E = nm$ con $n \leq m$, y posicionando aleatoriamente una muestra en cada celda. De esta forma, se evita el agrupamiento ya que las muestras pueden asociarse a una posición determinada. Sin embargo, este método padece cuando las muestras son proyectadas en el eje x o el eje y . En este caso, se tiene efectivamente solo n o m estratos en vez de E . Esto puede incrementar considerablemente la varianza de los bordes, especialmente cuando los ejes están casi alineados. Para solucionar el problema en mención, se fija una de las coordenadas para todas las muestras y se intercambia aleatoriamente la otra coordenada. La Figura 3.5 presenta la implementación del código Jitter con el paso inicial y el final. El arreglo final de la Figura 3.5 (b) permite la reducción de agrupamientos.

A continuación se presenta el Algoritmo 3 que implementa la construcción de aperturas codificadas mediante este enfoque. Aquí, las muestras se ubican en un orden llamado arreglo canónico, como se muestra en la Figura 3.5 (a). Seguidamente, el algoritmo reparte las muestras de forma aleatoria, moviendo primero la coordenada x en cada columna mientras deja estática la coordenada y y viceversa. Éste presenta un complejidad temporal de $O(4KN^2) \sim O(\tilde{K}N^2)$, donde $M = N$ y $\tilde{K} = 4K \ll N$.

Figura 3.5: Ilustración del paso inicial y el resultado final para la apertura codificada Jitter. (a) Arreglo canónico. Las líneas gruesas representan los límites de la celda bidimensional. Las líneas delgadas son las muestras de los subestratos horizontales y verticales. (b) Con un intercambio correlacionado.



Algoritmo 3 Algoritmo de creación de las aperturas codificadas Jitter para K capturas.

Entradas: Dimensiones $N \times M$, transmitancia t_r , número de capturas K .

Salida: Conjunto de aperturas codificadas Jitter C .

```

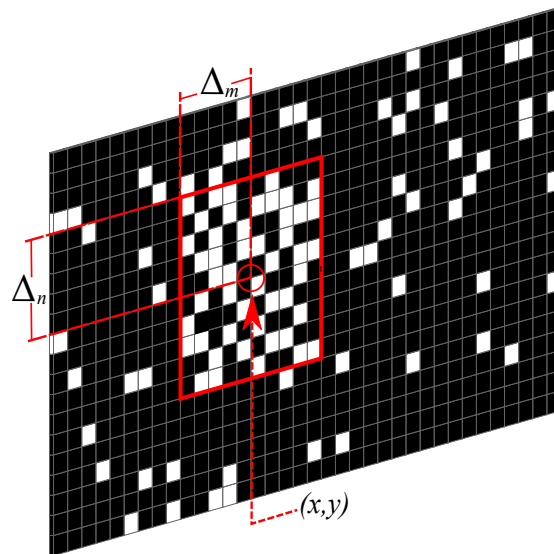
1: Procedimiento APERTURA_JITTER( $N, M, t_r, K$ )
2:   para  $g = 1$  hasta  $K$  hacer
3:      $n \leftarrow \lceil \sqrt{NMt_r} \rceil, \quad m \leftarrow \lceil \sqrt{NMt_r} \rceil$ 
4:     para  $j = 1$  hasta  $n$  hacer  $\triangleright$  Definición de valores para cada posición de  $P$ 
5:       para  $i = 1$  hasta  $m$  hacer
6:          $P_{(j-1)n+i,1} \leftarrow i + (j-1)n, \quad P_{(j-1)m+i,2} \leftarrow (i-1)n + j$ 
7:       fin para
8:     fin para
9:     para  $j = 1$  hasta  $m$  hacer
10:       $k \leftarrow \lceil (j-1) + \text{rand} \cdot (m-j) \rceil$ 
11:      para  $i = 1$  hasta  $n$  hacer
12:         $P_{(j-1)n+i,1} \leftarrow P_{kn+i,1}$ 
13:      fin para
14:    fin para
15:    para  $i = 1$  hasta  $n$  hacer  $\triangleright$  Intercambios aleatorios
16:       $k \leftarrow \lceil i + \text{rand} \cdot (n-i) \rceil$ 
17:      para  $j = 1$  hasta  $m$  hacer
18:         $P_{(j-1)n+i,2} \leftarrow P_{(j-1)n+k,2}$ 
19:      fin para
20:    fin para
21:    para  $i = 1$  hasta  $nm$  hacer  $\triangleright$  Distribución de las posiciones
22:       $Q_{i,1} \leftarrow \lceil \frac{P_{i,1}n}{nm} \rceil, \quad Q_{i,2} \leftarrow \lceil \frac{P_{i,2}n}{nm} \rceil$ 
23:       $x \leftarrow Q_{i,1}, \quad y \leftarrow Q_{i,2}$ 
24:       $T_{x,y}^k \leftarrow 1$   $\triangleright$  Asignación de elementos de paso
25:    fin para
26:     $C \leftarrow \{T^1, \dots, T^K\}$ 
27:  fin para
28: fin Procedimiento

```

3.2. DISEÑO DE APERTURAS CODIFICADAS ESPACIALMENTE SELECTIVAS

Para lograr la selectividad espacial es necesario definir unos parámetros fundamentales para la implementación como se describe a continuación. Sean $(x, y) \in U \times R$ donde $U = \{1, \dots, N\}$ y $R = \{1, \dots, M\}$, las coordenadas del centro del área de interés. Se definen Δ_n y Δ_m como la altura y la anchura de la ventana respectivamente. Ahora, note que para Δ_m, Δ_n dados, los posibles valores de x y y son $\Delta_m < x < M - \Delta_m$ y $\Delta_n < y < N - \Delta_n$. Sean \hat{t}_r y \tilde{t}_r la transmitancia interna y externa de la ventana diseñada de acuerdo a la Ecuación 3.1, respectivamente. La Figura 3.6 muestra el diseño de una apertura codificada espacialmente selectiva donde el muestreo se centraliza en el interior de la ventana enmarcada en rojo con coordenadas $(x, y) = (10, 15)$ y $\Delta_n = 5$, $\Delta_m = 5$; mientras las transmitancias seleccionadas son $\hat{t}_r = 50\%$ y $\tilde{t}_r = 10\%$ en la zona interna y externa de la ventana, correspondientemente.

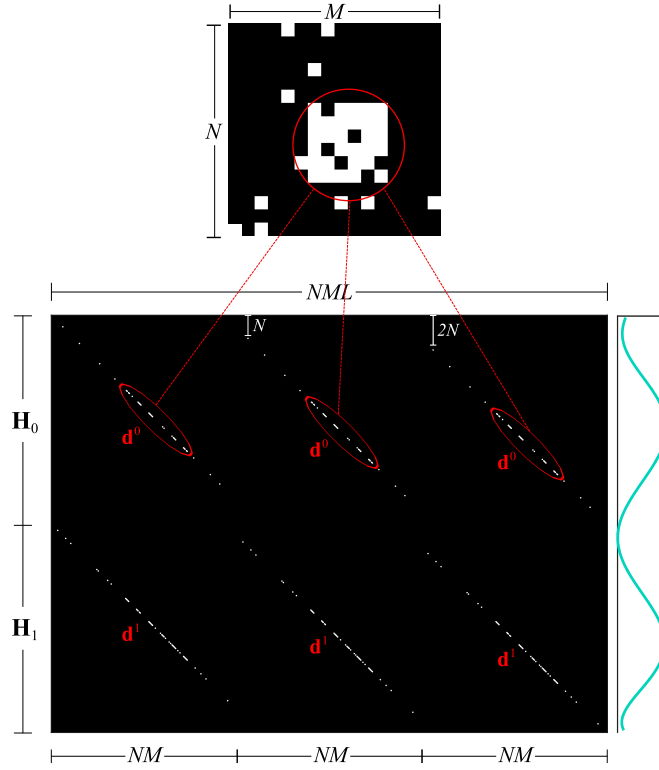
Figura 3.6: Apertura codificada selectiva donde $N = 20$ y $M = 36$. El centro de la zona de interés es $(x, y) = (10, 15)$ usando $\Delta_n = 5$, $\Delta_m = 5$ y $\hat{t}_r = 50\%$. La transmitancia externa es $\tilde{t}_r = 10\%$.



Aperturas codificadas booleanas

El diseño para este tipo de aperturas es fijado como se menciona previamente, sin embargo, se especifica la zona de interés de tal forma que la distribución de la ventana de interés sea aleatoria y se tenga una concentración considerablemente mayor en comparación con la de la zona externa. La Figura 3.7 muestra la configuración de la matriz H del sistema CASSI generada por aperturas codificadas selectivas. Los óvalos rojos encierran una mayor concentración de muestras que equivalen a la zona de interés.

Figura 3.7: Estructura de la matriz \mathbf{H} producida por dos aperturas selectivas. La matriz \mathbf{H}_0 corresponde a la primera captura producida por la apertura codificada vectorizada \mathbf{d}^0 y muestra la centralización de la información.



Aperturas codificadas uniformes

Sea $C = \{\mathbf{T}^k \mid 1 \leq k \leq K\}$ el conjunto de aperturas codificadas espacialmente selectivo, donde K es el número de capturas. Específicamente, la transmitancia de cada apertura codificada uniforme \mathbf{T}^k en la zona de interés es calculada como $\tilde{t}_r = \frac{1}{K}$ y todo el conjunto satisface la restricción dada por

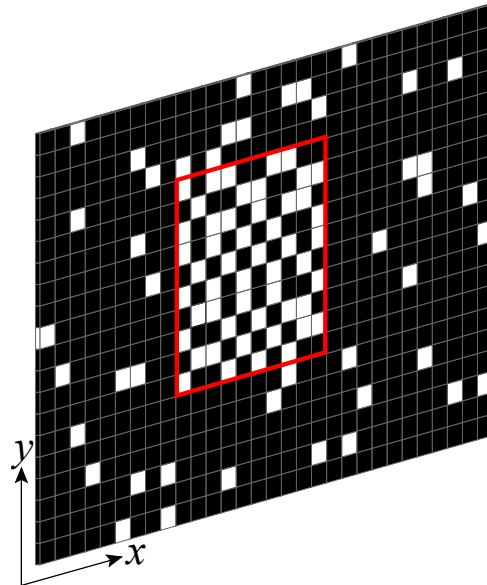
$$\sum_{j=x-\Delta_n}^{x+\Delta_n} \sum_{\ell=y-\Delta_m}^{y+\Delta_m} \sum_{k=1}^K T_{j\ell}^k = 1, \quad (3.3)$$

donde (x, y) es el centro de la zona de interés y $\mathbf{1}$ es una matriz de $(2\Delta_n) \times (2\Delta_m)$ con todos los elementos 1. En la Figura 3.8 se observa un ejemplo de una apertura codificada uniforme de 20×30 , con $\hat{t}_r = 50\%$ y $\tilde{t}_r = 10\%$, para la zona de interés y el área exterior a ésta, respectivamente.

Aperturas codificadas Jitter

Las aperturas codificadas selectivas con distribución Jitter, se construyen de la misma forma como menciona la sección 3.1. La distribución que se emplea en la región externa a la ventana es aleatoria y con una menor proporción de muestras por apertura codificada.

Figura 3.8: Apertura codificada uniforme de 20×30 con $\hat{t}_r = 50\%$ y $\tilde{t}_r = 10\%$, para la ventana y el área exterior a ésta, respectivamente.



Algoritmo 4 Algoritmo para la selectividad espacial de imágenes espectrales.

Entradas: Imagen espectral f , parámetro de regularización τ , centro del área de interés a reconstruir (x, y) , dimensiones de la ventana Δ_m y Δ_n , transmitancia de la ventana \hat{t}_r y transmitancia de la zona externa \tilde{t}_r , número de capturas K , apertura seleccionada E .

Salida: Imagen espectral reconstruida \tilde{f} .

```

1: Procedimiento SELECTIVIDAD_ESPACIAL( $f, \tau, (x, y), \Delta_m, \Delta_n, \hat{t}_r, \tilde{t}_r, K, E$ )
2:   para  $k = 1$  hasta  $K$  hacer
3:      $\mathbf{T}^k \leftarrow Be(\tilde{t}_r)$  ▷ Transmitancia de la zona externa
4:   fin para
5:   switch  $E$  hacer ▷  $E \in \{1, 2, 3\}$ 
6:     case 1
7:        $C \leftarrow \text{APERTURA\_BOOLEANA}(2\Delta_n, 2\Delta_m, \hat{t}_r, K)$ 
8:     case 2
9:        $C \leftarrow \text{APERTURA\_JITTER}(2\Delta_n, 2\Delta_m, \hat{t}_r, K)$ 
10:    case 3
11:       $C \leftarrow \text{APERTURA\_UNIFORME}(2\Delta_n, 2\Delta_m, K)$ 
12:    fin switch
13:    para  $k = 1$  hasta  $K$  hacer
14:       $\mathbf{T}_{x-\Delta_n:x+\Delta_n, y-\Delta_m:y+\Delta_m}^k \leftarrow \mathbf{C}^k$  ▷ Asignación de las aperturas a la zona de interés
15:    fin para
16:     $\mathbf{H} \leftarrow [\mathbf{H}_1^T, \dots, \mathbf{H}_K^T]^T$  ▷ Cada  $\mathbf{H}_i$  se define de acuerdo a la Ecuación 2.11
17:     $\tilde{\theta} \leftarrow \arg \min_{\theta} \|\mathbf{g} - \mathbf{H}\Psi\theta\|_2^2 + \tau\|\theta\|_1$  ▷ Aproximación obtenida mediante algoritmo GPSR
18:     $\tilde{f} \leftarrow \Psi\tilde{\theta}$  ▷ Reconstrucción de la imagen espectral
19:  fin Procedimiento

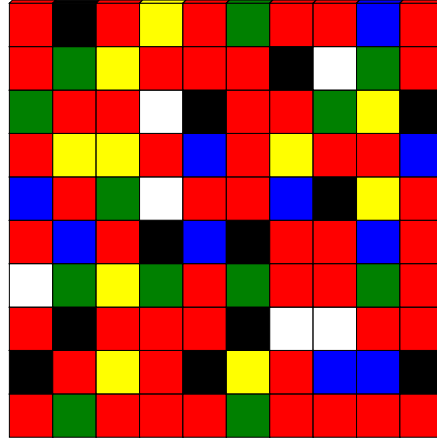
```

3.3. DISEÑO DE APERTURAS CODIFICADAS ESPECTRALMENTE SELECTIVAS

En particular, la selectividad espectral es alcanzada en el sistema CASSI reemplazando las aperturas codificadas de paso/bloqueo por filtros ópticos selectivos. Específicamente, las frecuencias de corte de los filtros ópticos están optimizadas de tal manera que la RIP del CASSI se satisface mejor.

Las aperturas codificadas de color óptimas reducen el número de mediciones requeridas por el sistema CASSI para la reconstrucción adecuada. En la Figura 3.9 se evidencia una apertura codificada espectralmente selectiva con una transmitancia del 50 % para el color rojo; las demás bandas se muestrean en una proporción de aproximadamente el 10 %.

Figura 3.9: Apertura codificada espectralmente selectiva de 10×10 . Ésta, permite el paso concentrado de la información que equivale a los elementos de las bandas de la gama del rojo.

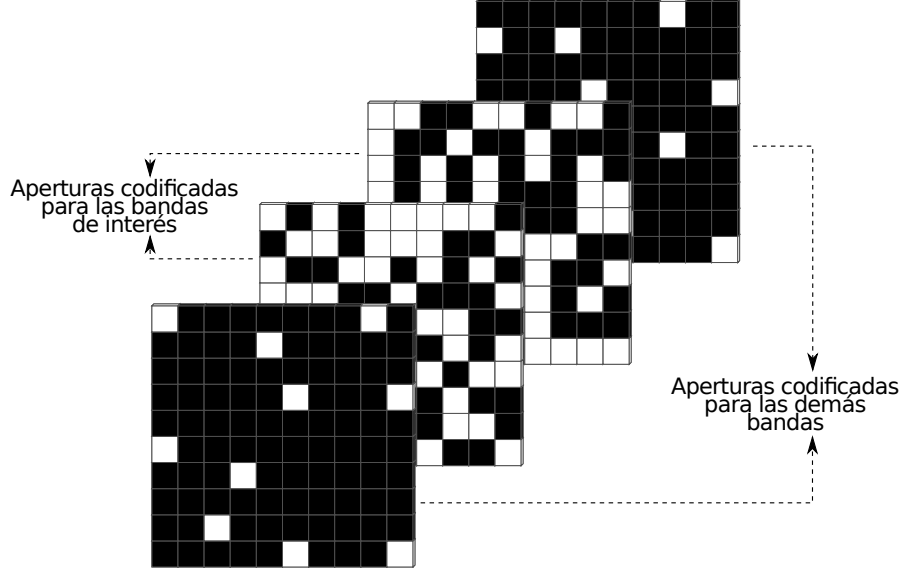


Formalmente, suponga que es necesario recuperar en mayor proporción un número dado de bandas espectrales L_x que se encuentra en las posiciones $\{p_1, p_2, \dots, p_{L_x}\} \subseteq \mathcal{L}$, dentro del cubo de datos espectral. Para esto, se produce una matriz $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{N \times M}$ con realizaciones aleatorias de Bernoulli y \hat{t}_{re} para cada una de las bandas espectrales de interés. Por otra parte, la matriz \mathbf{T} con $\tilde{t}_{re} \ll \hat{t}_{re}$, representa la apertura codificada para una banda que no está contenida en el conjunto \mathcal{L} . De esta forma el usuario puede seleccionar una combinación de bandas espectrales para la recuperación adecuada de las mismas

$$\mathbf{T}^{k,\ell} = \begin{cases} Be(\hat{t}_{re}), & \text{si } \ell \in \mathcal{L} \\ Be(\tilde{t}_{re}), & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (3.4)$$

Ahora, usando la Ecuación 2.3, es posible reconstruir las bandas espectrales de interés $\{f_{p_1}, f_{p_2}, \dots, f_{p_{L_x}}\}$ simultáneamente. En la Figura 3.10 se observa un conjunto de aperturas codificadas que implementan la selectividad espectral. Éstas muestrean el conjunto de bandas espectrales de interés en \mathcal{L} con una transmitancia $\hat{t}_{re} = 50\%$ y las demás, es decir, $\{1, 4\}$ con $\tilde{t}_{re} = 10\%$.

Figura 3.10: Conjunto de aperturas codificadas espectralmente selectivas para un cubo de datos de 10×10 y $L = 4$. Las dos aperturas internas $\{2, 3\}$ se encargan del muestreo del conjunto de bandas de interés. Éstas son capturadas en mayor proporción en comparación con las demás bandas.



A continuación se describe el Algoritmo 5 encargado de muestrear ciertas bandas con mayor precisión en comparación con las demás. De acuerdo a las dimensiones del cubo de datos, este algoritmo genera un conjunto de aperturas codificadas que permite el paso de muestras en una proporción mayor si las bandas pertenecen al grupo de interés. La complejidad temporal presentada aquí es de $O(KN^2L) = O(KLN^2) \sim O(\frac{N^3}{2})$.

Algoritmo 5 Algoritmo para la selectividad espectral de imágenes espectrales.

Entradas: Imagen espectral f , parámetro de regularización τ , transmitancia de las bandas seleccionadas \hat{t}_{re} y transmitancia de las bandas restantes \tilde{t}_{re} , número de capturas K , conjunto de bandas seleccionadas \mathcal{L} .

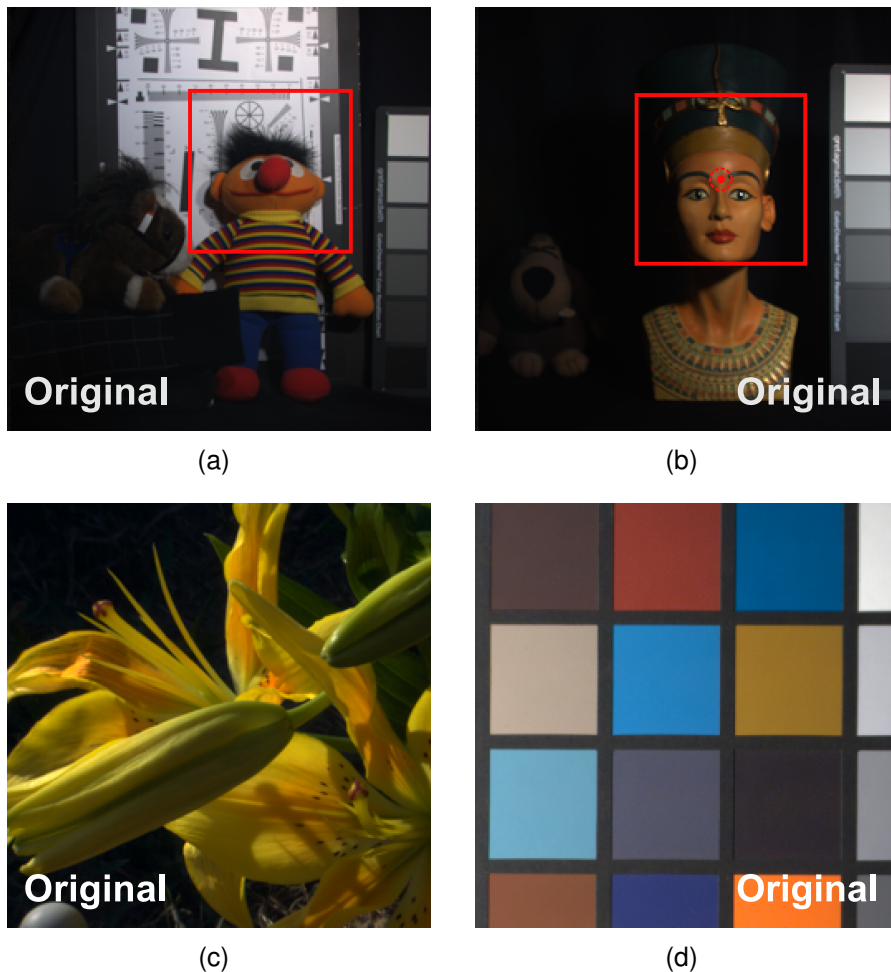
Salida: Imagen espectral reconstruida \tilde{f} .

- 1: **Procedimiento** SELECTIVIDAD_ESPECTRAL($f, \tau, \hat{t}_{re}, \tilde{t}_{re}, K, \mathcal{L}$)
 - 2: **para** $k = 1$ hasta K **hacer**
 - 3: **para** $\ell = 1$ hasta L **hacer**
 - 4: $\mathbf{T}^{k,\ell} = \begin{cases} Be(\hat{t}_{re}), & \text{si } \ell \in \mathcal{L} \\ Be(\tilde{t}_{re}), & \text{de otra manera} \end{cases}$
 - 5: **fin para**
 - 6: **fin para**
 - 7: $C \leftarrow \{\mathbf{T}^{1,1}, \mathbf{T}^{1,2}, \dots, \mathbf{T}^{K,L}\}$ $\triangleright |C| = KL$
 - 8: $\mathbf{H} \leftarrow [\mathbf{H}_1^T, \dots, \mathbf{H}_K^T]^T$ \triangleright Cada \mathbf{H}_i se define de acuerdo a la Ecuación 2.23
 - 9: $\tilde{\boldsymbol{\theta}} \leftarrow \arg \min \|\mathbf{g} - \mathbf{H}\Psi\boldsymbol{\theta}\|_2^2 + \tau\|\boldsymbol{\theta}\|_1$ \triangleright Aproximación obtenida mediante GPSR
 - 10: $\tilde{f} \leftarrow \Psi\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ \triangleright Reconstrucción de la imagen espectral
 - 11: **fin Procedimiento**
-

4. SIMULACIONES Y RESULTADOS

El desempeño del conjunto de aperturas codificadas selectivas diseñado para reconstruir con mayor precisión áreas y bandas espectrales de interés en el sistema CASSI, fue evaluado mediante la realización de diferentes simulaciones. Para la selectividad espacial se utilizaron dos cubos de datos $\hat{\mathcal{F}}_1$ y $\hat{\mathcal{F}}_2$ tomados de [95], cuyas resoluciones espaciales son 256×256 , y resolución espectral de $L = 12$, cada uno. Las bandas espectrales de estos cubos de datos se encuentran en el rango de 400 nm a 700 nm. Para la selectividad espectral se utilizaron dos cubos de datos $\tilde{\mathcal{F}}_1$ tomado de [96], y $\tilde{\mathcal{F}}_2$ tomado de [97]; sus resoluciones espaciales son 256×256 , y resolución espectral es $L = 24$. Aquí, las bandas espectrales se encuentran en el rango de 400 nm a 720 nm, cada uno. La Figura 4.1 muestra las imágenes originales de cada uno de los cubos de datos.

Figura 4.1: Imágenes originales. Para las reconstrucciones con selectividad espacial (a) y (b), el recuadro rojo encierra la zona de interés que se construirá con mayor precisión y el punto rojo indica sus coordenadas (x, y) ; para la selectividad espectral (c) y (d).



En la Figura 4.2 y la Figura 4.3, se presentan las bandas espectrales $L = \{\lambda_1, \dots, \lambda_{12}\}$ para los cubos de datos usados en selectividad espacial. De la misma forma, en la Figura 4.4 y la Figura 4.5 se evidencian 12 de las $L = \{\lambda_1, \dots, \lambda_{24}\}$ bandas totales de los cubos de datos para selectividad espectral. En ambos casos, se presentan las bandas con sus longitudes de onda centrales. Las simulaciones fueron realizadas sobre Matlab 2015a en dos equipos de cómputo: un Intel(R) Xeon(R) E5-2697 v3 de 2.60 GHz, 28 núcleos y 192 GB de memoria RAM, y el segundo con un procesador Intel(R) Core i7-4790 de 3.60 GHz, 8 núcleos y 32 GB de memoria RAM.

Las medidas compresivas utilizadas en la reconstrucción de cada uno de los cuatro cubos de datos fueron obtenidas haciendo uso de las Ecuaciones 2.6 y 2.21, para la selectividad espacial y la selectividad espectral, respectivamente. Estas medidas junto con la matriz de muestreo \mathbf{H} , obtenida mediante la Ecuación 2.15, y una constante de regularización τ fueron utilizadas como entrada para el algoritmo de reconstrucción GPSR.

El parámetro de regularización τ fue seleccionado de manera que cada simulación utilizará el valor que da como resultado la mejor reconstrucción posible. Por otra parte, se utilizó una base de representación tridimensional $\Psi = \Psi_C \otimes \Psi_{2D}$, donde Ψ_C es la base coseno y Ψ_{2D} es una base Wavelet Symmlet de orden 8 bidimensional. Además, la calidad de las reconstrucciones fue evaluada mediante la métrica relación pico señal a ruido (PSNR, de sus siglas en inglés).

Figura 4.2: Base de datos $\hat{\mathcal{F}}_1$ utilizada durante la evaluación del conjunto de aperturas codificadas para selectividad espacial. En esta figura se aprecian las bandas espectrales que conforman el cubo de datos junto con sus respectivas longitudes de onda en el rango de 400 nm (λ_1) a 700 nm (λ_{12}).

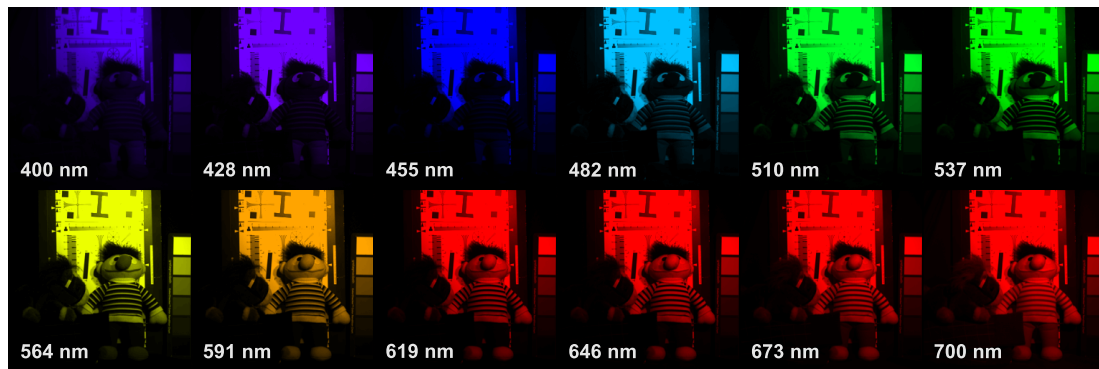


Figura 4.3: Base de datos $\hat{\mathcal{F}}_2$ utilizada durante la evaluación del conjunto de aperturas codificadas para selectividad espacial. En esta figura se aprecian las bandas espectrales que conforman el cubo de datos junto con sus respectivas longitudes de onda en el rango de 400 nm (λ_1) a 700 nm (λ_{12}).

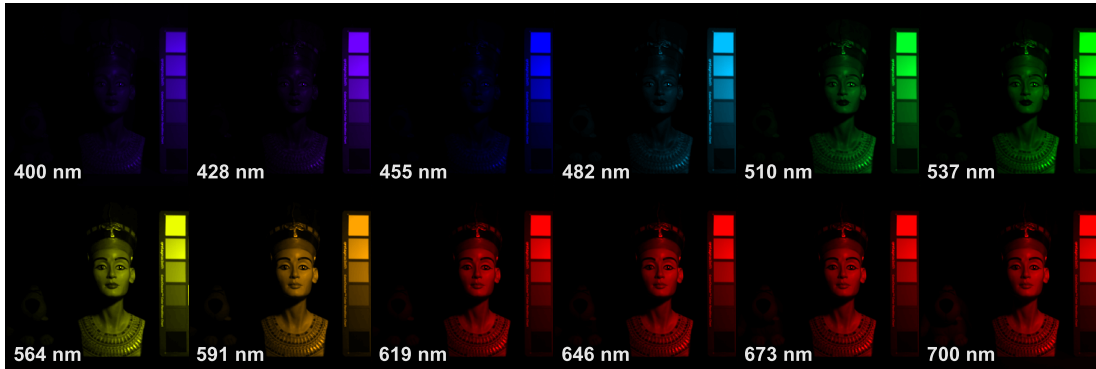


Figura 4.4: Base de datos $\tilde{\mathcal{F}}_1$ utilizada durante la evaluación del conjunto de aperturas codificadas para selectividad espectral. En esta figura se aprecian algunas de las bandas espectrales del cubo de datos junto con sus respectivas longitudes de onda en el rango de 400 nm (λ_1) a 720 nm (λ_{24}).

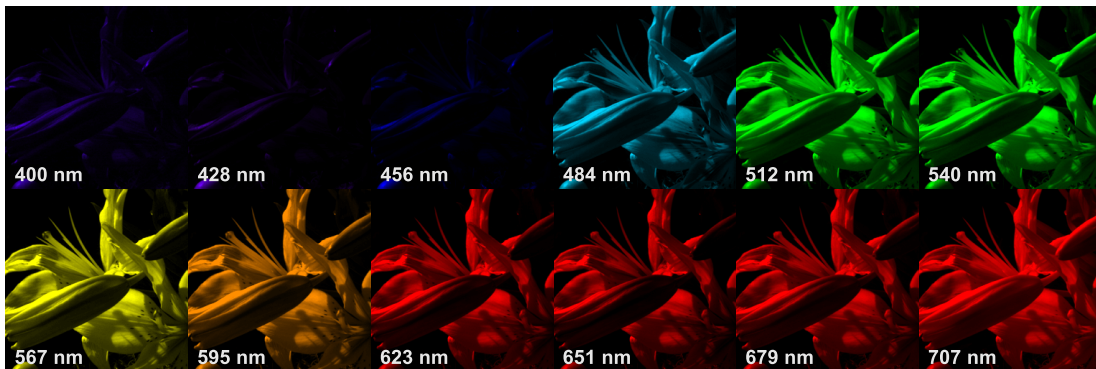
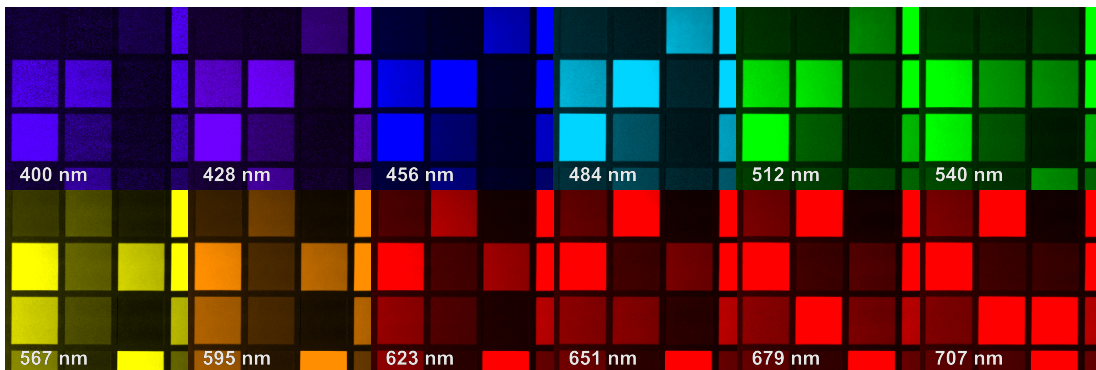


Figura 4.5: Base de datos $\tilde{\mathcal{F}}_2$ utilizada durante la evaluación del conjunto de aperturas codificadas para selectividad espectral. En esta figura se aprecian algunas de las bandas espectrales del cubo de datos junto con sus respectivas longitudes de onda en el rango de 400 nm (λ_1) a 720 nm (λ_{24}).



4.1. SELECTIVIDAD ESPACIAL

Las simulaciones que se presentan a continuación muestran el desempeño del diseño de las aperturas codificadas espacialmente selectivas en la reconstrucción de áreas de interés en los cubos de datos $\hat{\mathcal{F}}_1$ y $\hat{\mathcal{F}}_2$. Los valores óptimos para el diseño de los parámetros \hat{t}_r , \tilde{t}_r , Δ_m y Δ_n se determinaron para cada conjunto de aperturas codificadas espacialmente selectivo. Los resultados presentados en las gráficas son realizaciones promedio de una cantidad de iteraciones igual a 50.

Los valores para las transmitancias \hat{t}_r y \tilde{t}_r , interna y externa, respectivamente, se variaron en los rangos de $20\% \leq \hat{t}_r \leq 60\%$ y $5\% \leq \tilde{t}_r \leq 20\%$, sin embargo para el caso de las aperturas codificadas uniformes, la transmitancia interna fue tomada de $\hat{t}_r = 25\%, 33\%, 50\%$; esto con el fin de determinar sus valores óptimos. Por otra parte, el tamaño de la ventana correspondiente a la zona de interés se fijó de 100×100 , por tanto los valores de Δ_m y Δ_n en la apertura codificada se variaron entre $50 \leq \Delta_m, \Delta_n \leq 56$.

El número de capturas usado en el diseño de las aperturas codificadas espacialmente selectivas para reconstruir la zona de interés fue tomado como $K = 5$, y en el caso de las aperturas no-selectivas fue $K = 8$. Las transmitancias óptimas se determinaron como el valor mínimo de \hat{t}_r y \tilde{t}_r cuando la calidad de la reconstrucción no incrementa. De igual forma, el valor óptimo para el alto y el ancho de la ventana de la zona de interés, son los valores mínimos de Δ_m, Δ_n cuando la calidad de la reconstrucción no incrementa.

En la Figura 4.6, se presenta la descomposición de la reconstrucción del cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_1$ para una selección de bandas espectrales $L = \{\lambda_1, \lambda_4, \lambda_8, \lambda_{12}\}$. Las bandas presentadas en la primera línea representan los resultados obtenidos mediante el uso de aperturas codificadas no-selectivas con $K = 8$; las de la segunda se obtuvieron según la aproximación adquirida con el Algoritmo 4 que implementa aperturas codificadas espacialmente selectivas Jitter.

La Figura 4.7 muestra que la calidad de la reconstrucción para el cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_1$ en la zona de interés obtenida con las aperturas Jitter, deja de incrementar cuando $\hat{t}_r = 30\%$ y $\tilde{t}_r = 16,25\%$. Por lo tanto, la transmitancia óptima interna y externa para la reconstrucción de la zona de interés usando este tipo de aperturas selectivas es 30% y $16,25\%$, respectivamente. De acuerdo al desempeño alcanzado, la estructura de Jitter no requiere una ventana más grande para reconstruir esta zona, ya que la calidad de las ventanas con tamaño $\Delta_m = \Delta_n = 50$ presentan un comportamiento similar al de las de tamaño $\Delta_m = \Delta_n = 56$. El desempeño alcanzado con estas aperturas es de hasta 26.4 dB de PSNR usando las transmitancias óptimas.

Figura 4.6: Reconstrucción del cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_1$ para una selección de bandas espectrales mediante el uso de aperturas codificadas espacialmente selectivas Jitter.

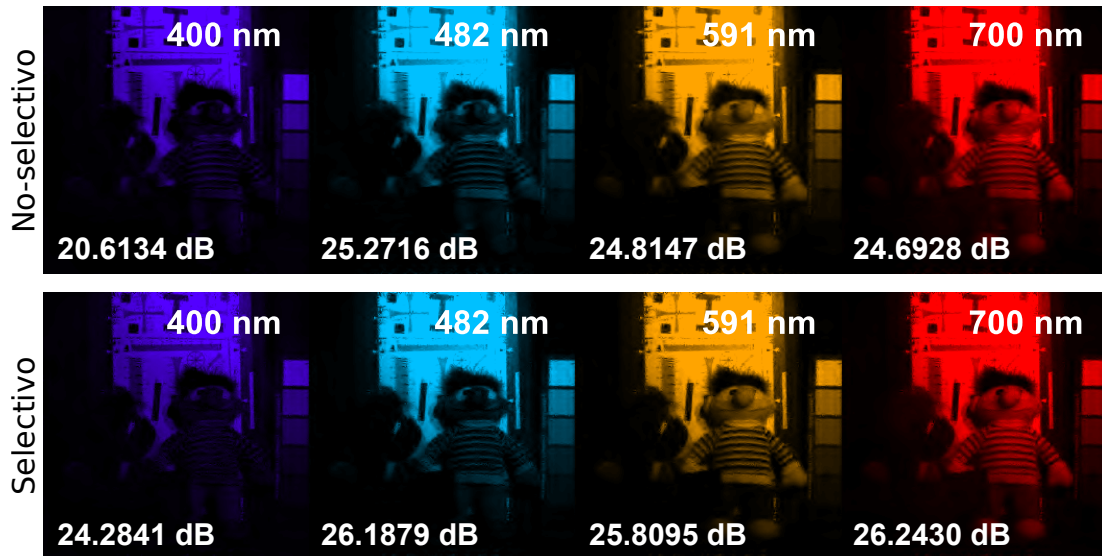
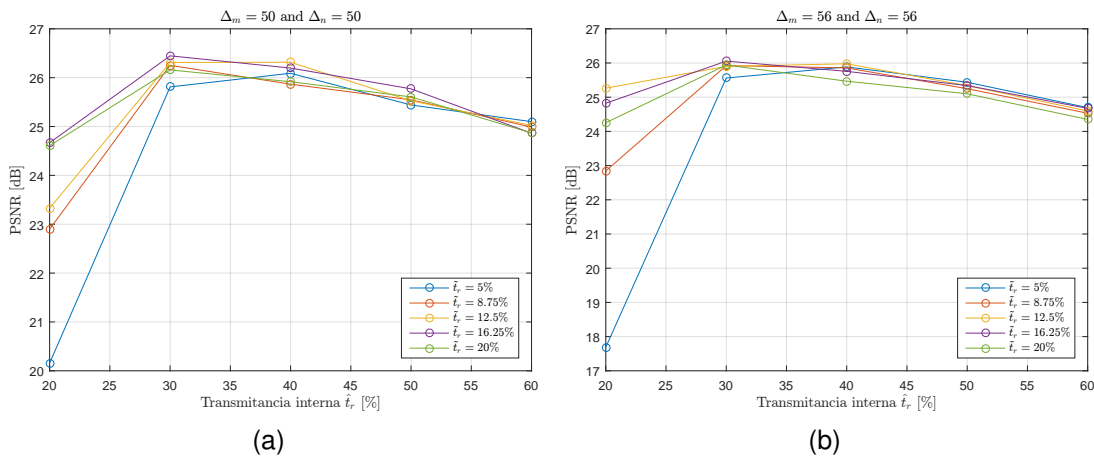
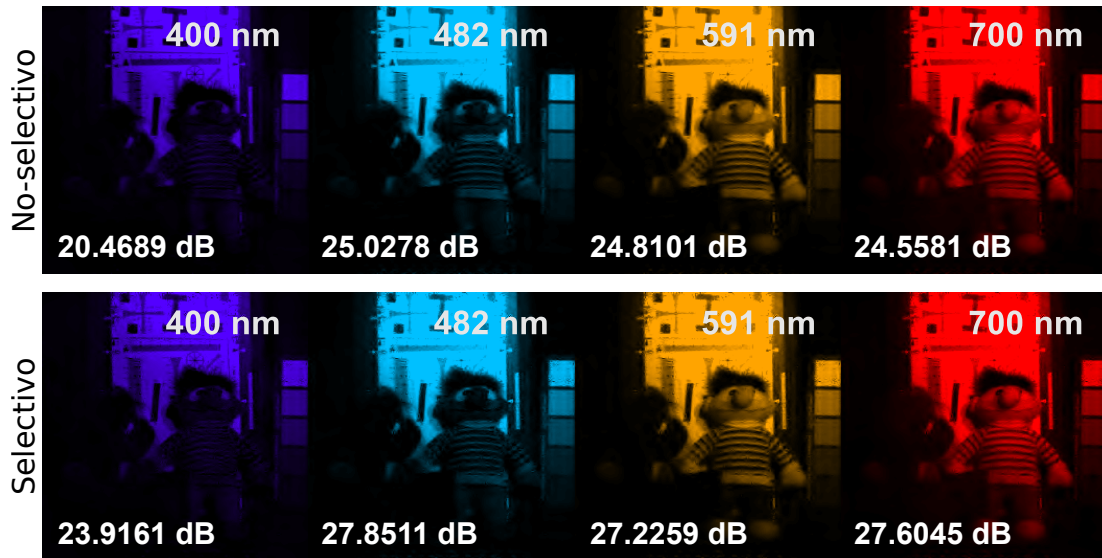


Figura 4.7: Comparación de las transmitancias y los tamaños de las ventanas para las aperturas codificadas espacialmente selectivas Jitter.



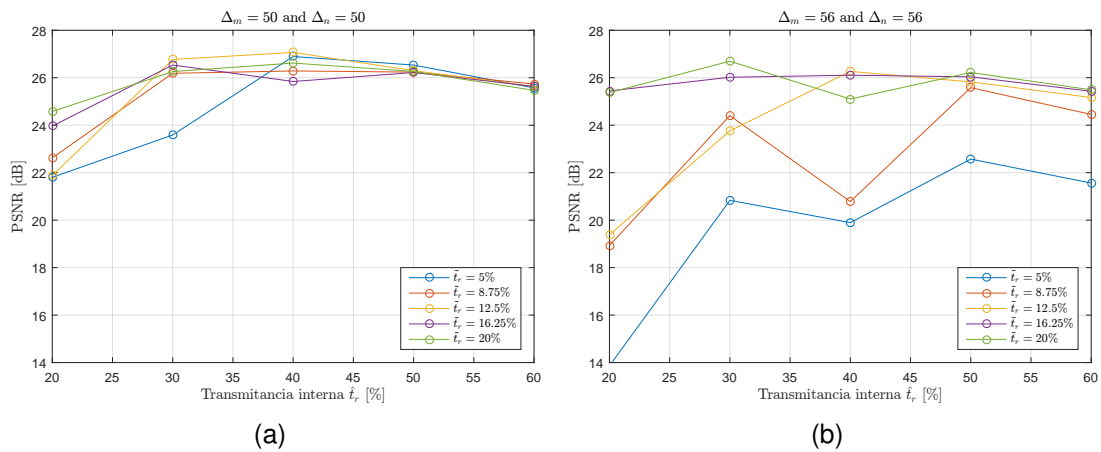
En la Figura 4.8 se presenta la descomposición de la reconstrucción del cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_1$ para una selección de bandas espectrales $L = \{\lambda_1, \lambda_4, \lambda_8, \lambda_{12}\}$. Las bandas presentadas en la primera línea representan los resultados obtenidos mediante el uso de aperturas codificadas no-selectivas booleanas con $K = 8$; las de la segunda se obtuvieron según la aproximación adquirida con el Algoritmo 4 que implementa aperturas codificadas espacialmente selectivas booleanas.

Figura 4.8: Reconstrucción del cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_1$ para una selección de bandas espectrales mediante el uso de aperturas codificadas espacialmente selectivas booleanas.



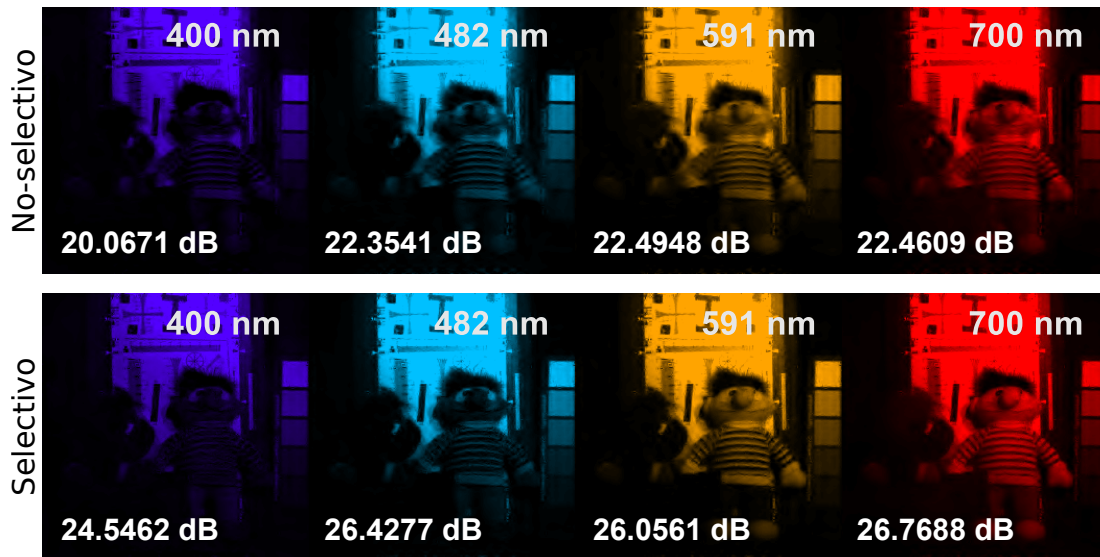
La Figura 4.9 indica que la calidad de la reconstrucción para el cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_1$ en la zona de interés obtenida con las aperturas booleanas, deja de incrementar cuando $\hat{t}_r = 40\%$ y $\hat{t}_r = 12,5\%$. Por lo tanto, la transmitancia óptima interna y externa para la reconstrucción de la zona de interés usando este tipo de aperturas selectivas es 40% y $12,5\%$, respectivamente. De acuerdo al desempeño alcanzado, las aperturas booleanas no requieren una ventana más grande para reconstruir esta zona, ya que la calidad de las ventanas con tamaño $\Delta_m = \Delta_n = 50$ presentan un comportamiento estable en comparación con las de tamaño $\Delta_m = \Delta_n = 56$. El desempeño alcanzado con estas aperturas es de hasta 26.8 dB de PSNR usando las transmitancias óptimas.

Figura 4.9: Comparación de las transmitancias y los tamaños de las ventanas para las aperturas codificadas espacialmente selectivas booleanas.



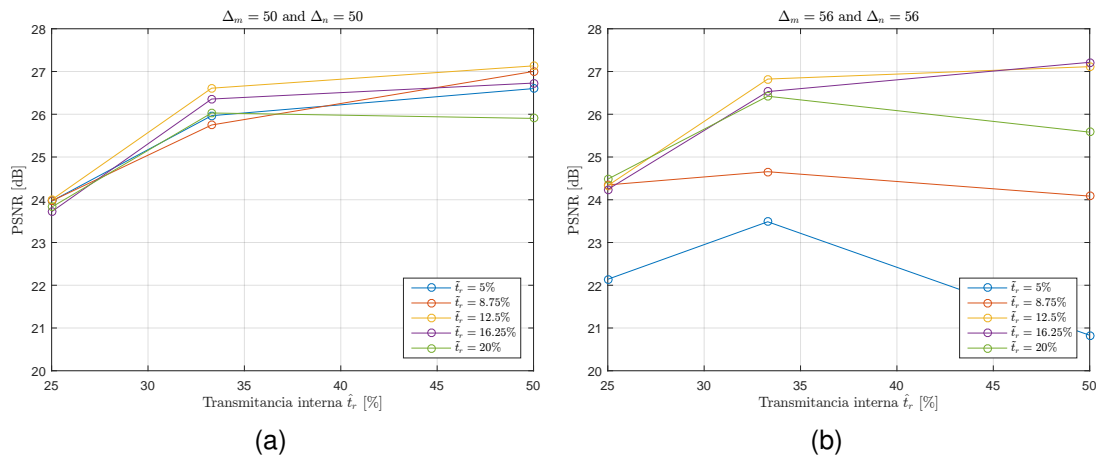
La Figura 4.10 presenta una descomposición de la reconstrucción del cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_1$ para la selección de bandas espectrales $L = \{\lambda_1, \lambda_4, \lambda_8, \lambda_{12}\}$. Las bandas presentadas en la primera línea representan los resultados obtenidos mediante el uso de aperturas codificadas no-selectivas uniformes con $K = 8$ mientras que la segunda línea muestra la aproximación adquirida con el algoritmo que implementa aperturas codificadas espacialmente selectivas uniformes con $K = 5$.

Figura 4.10: Reconstrucción del cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_1$ para una selección de bandas espectrales mediante el uso de aperturas codificadas espacialmente selectivas uniformes.



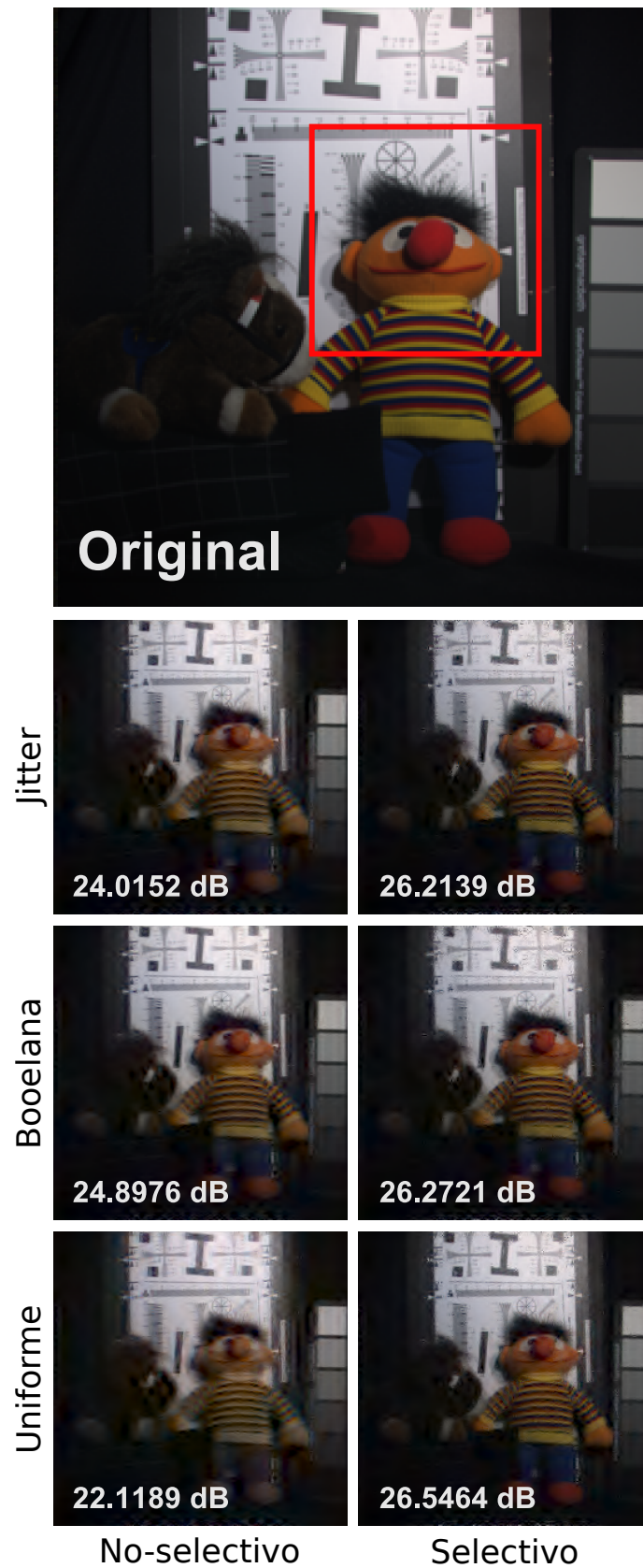
La Figura 4.11 representa los resultados para las transmitancias usadas en las aperturas codificadas espacialmente selectivas uniformes en la reconstrucción de la zona de interés. Note que para la construcción de las estructuras uniformes el valor máximo posible para la transmitancia es $\hat{t}_r = 50\%$. Además, como la calidad de reconstrucción de la zona de interés no aumenta cuando $\hat{t}_r = 50\%$, el valor de la transmitancia interna óptima para reconstruir la zona de interés usando este tipo de apertura uniforme, es 33% . De acuerdo al rendimiento obtenido, el valor mínimo de \tilde{t}_r que hace que la calidad de la reconstrucción no incremente, depende del tamaño de la ventana, ya que el valor óptimo para $\Delta_m = \Delta_n = 50$ es $\tilde{t}_r = 12,5\%$ y para $\Delta_m = \Delta_n = 56$ es $\tilde{t}_r = 16,25\%$. El rendimiento logrado por el diseño de las aperturas codificadas espacialmente selectivas uniformes es de hasta 27.2 dB de PSNR.

Figura 4.11: Comparación de las transmitancias y los tamaños de las ventanas para las aperturas codificadas espacialmente selectivas uniformes.



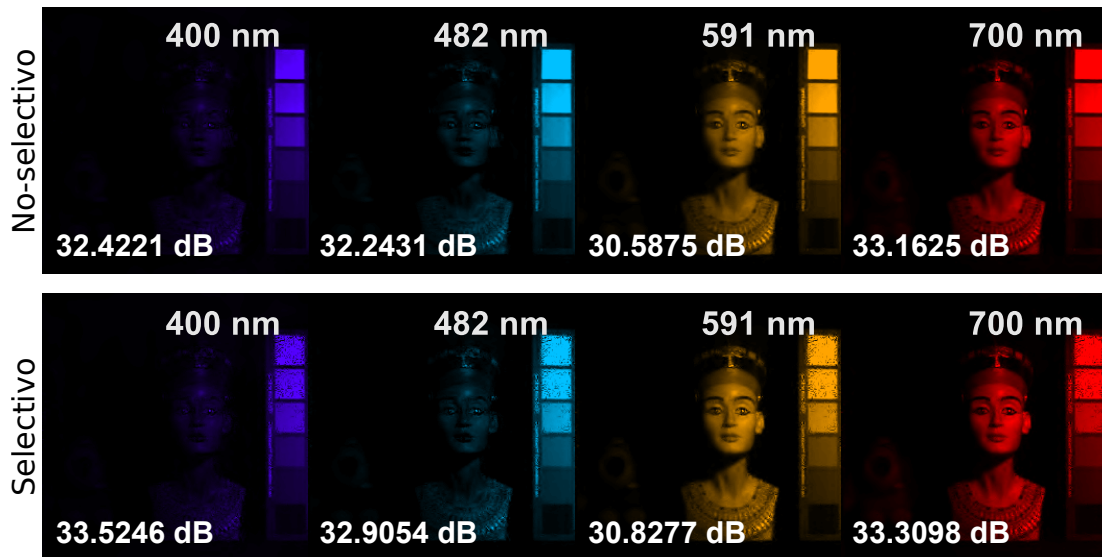
A continuación se muestran las imágenes obtenidas a partir del cubo de datos reconstruido con las medidas compresivas en el sistema CASSI. Estas medidas fueron adquiridas usando aperturas codificadas selectivas y no-selectivas. En esta Figura 4.12 se observa la calidad de reconstrucción alcanzada con cada apertura y se compara con la imagen original. La primera columna corresponde al desempeño logrado con el enfoque tradicional no-selectivo y la segunda al selectivo. Los resultados se ordenaron de manera ascendente de acuerdo al desempeño selectivo. Note que el más alto rendimiento en las reconstrucciones selectivas fue obtenido con las aperturas codificadas espacialmente selectivas uniformes, la cual alcanza una mejora de hasta 4.4 dB de PSNR, y el rendimiento más pobre es el conseguido con las aperturas codificadas espacialmente selectivas Jitter. Estos resultados demuestran que las aperturas codificadas espacialmente selectivas uniformes requieren menos transmitancia que las otras aperturas para reconstruir la misma zona de interés. En general, la calidad de reconstrucción de esta zona que se obtiene con las aperturas selectivas, es mejorada como mínimo en 2 dB de PSNR utilizando una menor cantidad de capturas.

Figura 4.12: Imágenes reconstruidas a partir de las medidas compresivas generadas $\hat{\mathcal{F}}_1$, por las aperturas codificadas espacialmente selectivas y no selectivas.



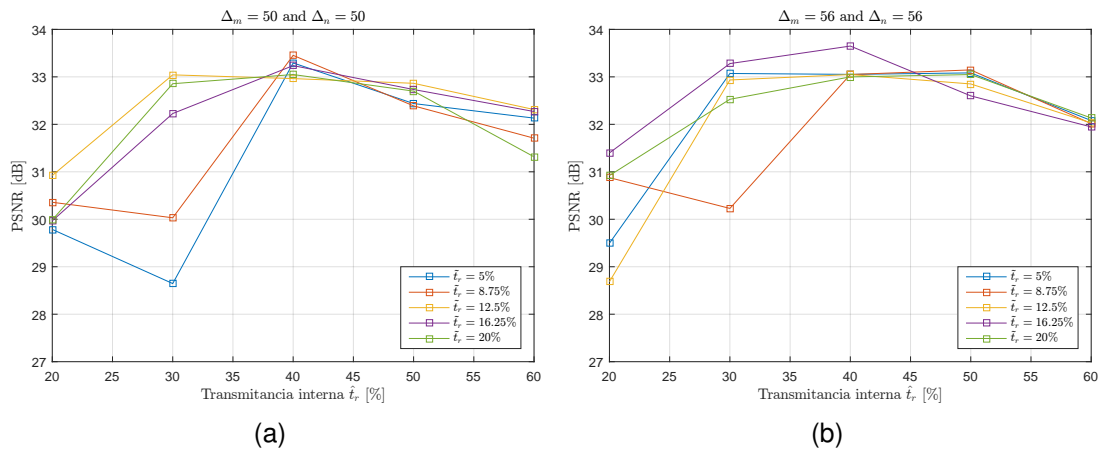
En la Figura 4.13, se presenta la descomposición de la reconstrucción del cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_2$ para una selección de bandas espectrales $L = \{\lambda_1, \lambda_4, \lambda_8, \lambda_{12}\}$. Las bandas presentadas en la primera línea representan los resultados obtenidos mediante el uso de aperturas codificadas no-selectivas con estructura de Jitter y $K = 8$; las de la segunda se obtuvieron según la aproximación adquirida con el Algoritmo 4 que implementa aperturas codificadas espacialmente selectivas Jitter.

Figura 4.13: Reconstrucción del cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_2$ para una selección de bandas espectrales mediante el uso de aperturas codificadas espacialmente selectivas Jitter.



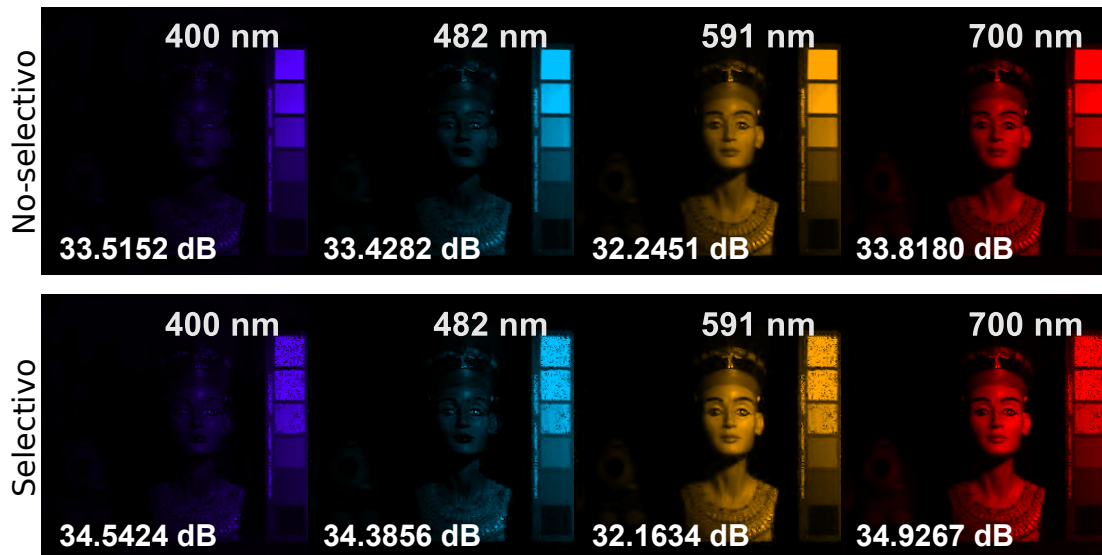
La Figura 4.14 muestra que la calidad de la reconstrucción para el cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_2$ en la zona de interés obtenida con las aperturas Jitter, deja de incrementar cuando $\hat{t}_r = 40\%$ y $\hat{t}_r = 16,25\%$. Por lo tanto, la transmitancia óptima interna y externa para la reconstrucción de la zona de interés usando este tipo de aperturas selectivas es 40% y $16,25\%$, respectivamente. De acuerdo al desempeño alcanzado, la estructura de Jitter no requiere una ventana más grande para reconstruir esta zona, ya que la calidad de las ventanas con tamaño $\Delta_m = \Delta_n = 50$ presentan un comportamiento similar al de las de tamaño $\Delta_m = \Delta_n = 56$. El desempeño alcanzado con estas aperturas es de hasta 33.6 dB de PSNR usando las transmitancias óptimas.

Figura 4.14: Comparación de las transmitancias y los tamaños de las ventanas para las aperturas codificadas espacialmente selectivas Jitter.



En la Figura 4.15 se presenta la descomposición de la reconstrucción del cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_2$ para una selección de bandas espectrales $L = \{\lambda_1, \lambda_4, \lambda_8, \lambda_{12}\}$. Las bandas presentadas en la primera línea representan los resultados obtenidos mediante el uso de aperturas codificadas no-selectivas booleanas con $K = 8$; las de la segunda se obtuvieron según la aproximación adquirida con el Algoritmo 4 que implementa aperturas selectivas booleanas.

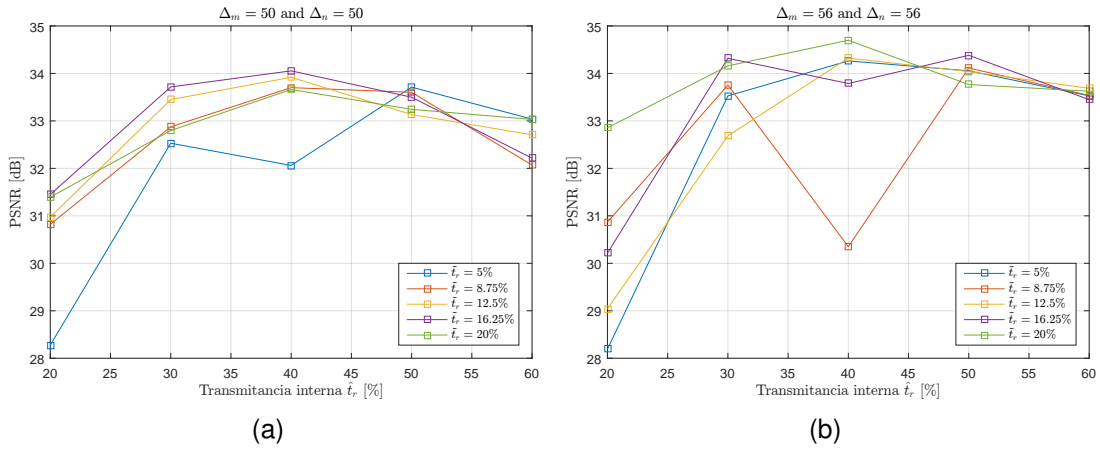
Figura 4.15: Reconstrucción del cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_2$ para una selección de bandas espectrales mediante el uso de aperturas selectivas booleanas.



La Figura 4.16 indica que la calidad de la reconstrucción para el cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_2$ en la zona de interés obtenida con las aperturas booleanas, deja de incrementar cuando $\hat{t}_r = 40\%$ y $\hat{t}_r = 20\%$. Por lo tanto, la transmitancia óptima interna y externa para la reconstrucción de la zona de interés usando este tipo de aperturas selectivas es 40% y 20%, respectivamente. De acuerdo

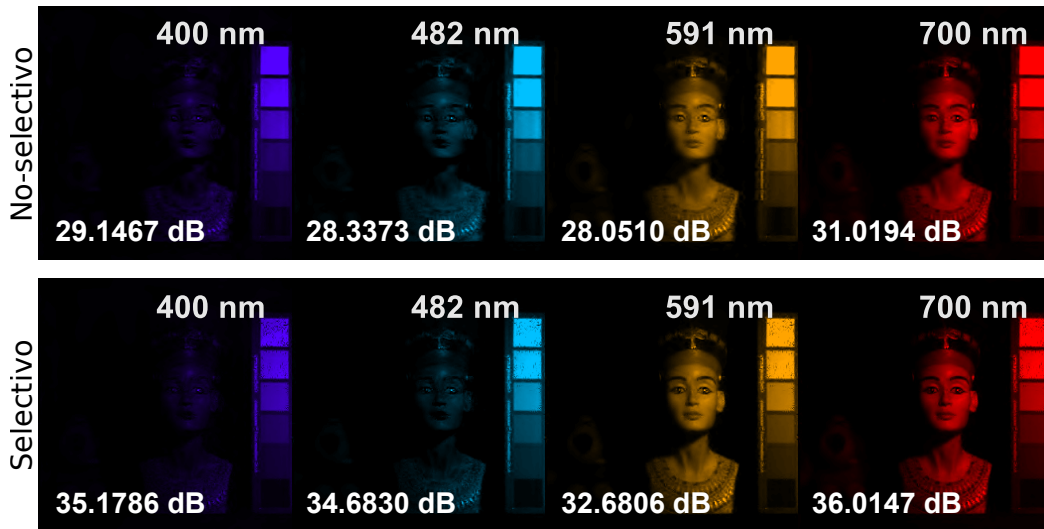
al desempeño alcanzado, las aperturas booleanas no requieren una ventana más grande para reconstruir esta zona, ya que la calidad de las ventanas con tamaño $\Delta_m = \Delta_n = 50$ presentan un comportamiento similar a las ventanas de tamaño $\Delta_m = \Delta_n = 56$. El desempeño alcanzado con estas aperturas es de hasta 34.7 dB de PSNR usando las transmitancias óptimas.

Figura 4.16: Comparación de las transmitancias y los tamaños de las ventanas para las aperturas codificadas espacialmente selectivas booleanas.



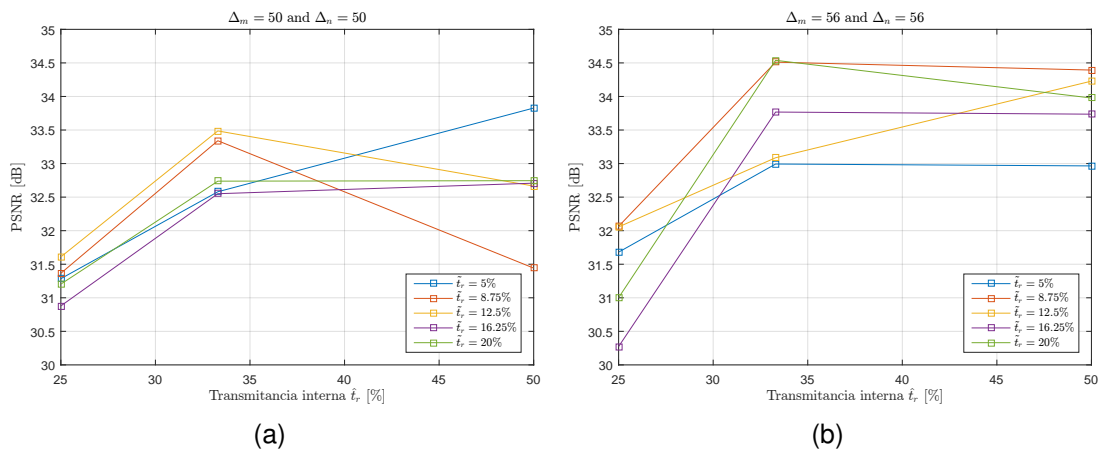
La Figura 4.17 presenta una descomposición de la reconstrucción del cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_2$ para la selección de bandas espectrales $L = \{\lambda_1, \lambda_4, \lambda_8, \lambda_{12}\}$. Las bandas presentadas en la primera línea representan los resultados obtenidos mediante el uso de aperturas codificadas no-selectivas uniformes con $K = 8$ mientras que la segunda línea muestra la aproximación adquirida con el algoritmo que implementa aperturas codificadas espacialmente selectivas uniformes con $K = 5$.

Figura 4.17: Reconstrucción del cubo de datos $\hat{\mathcal{F}}_2$ para una selección de bandas espectrales mediante el uso de aperturas codificadas espacialmente selectivas uniformes.



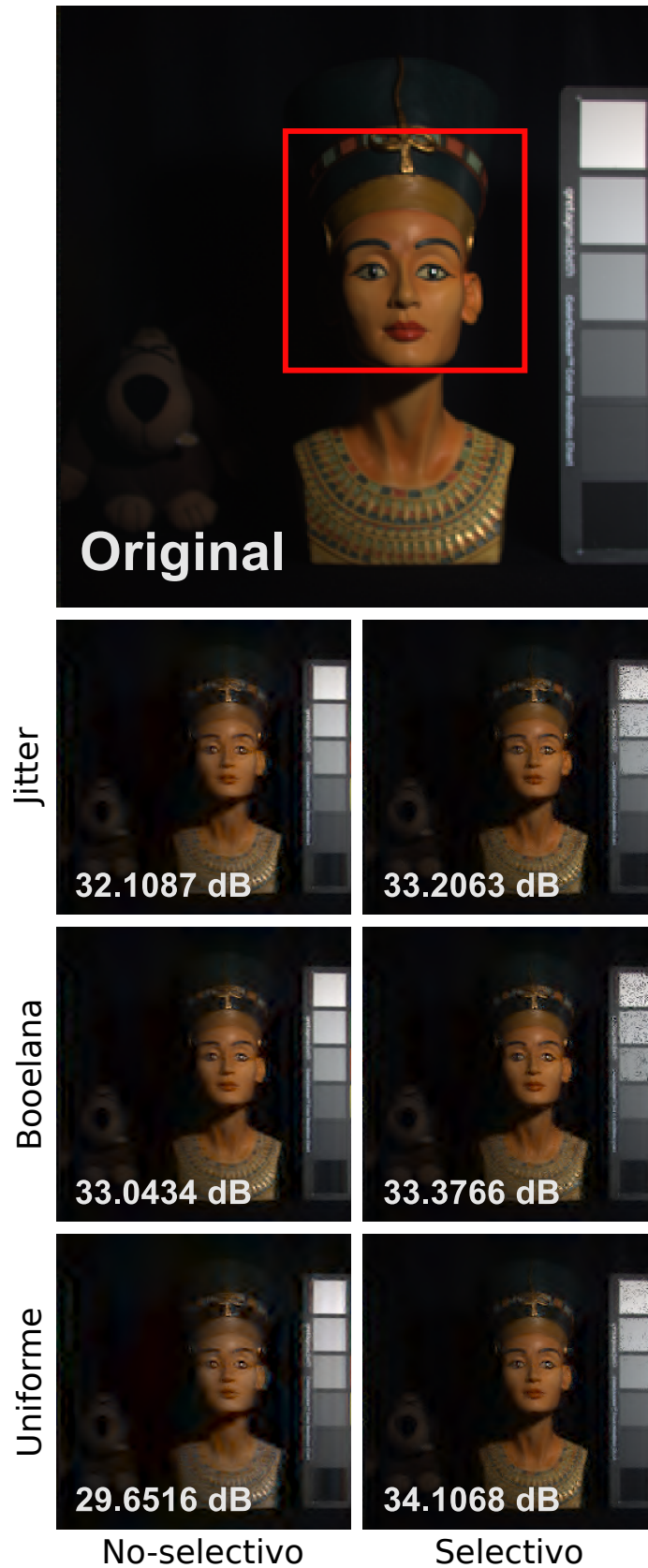
La Figura 4.18 representa los resultados para las transmitancias usadas en las aperturas codificadas espacialmente selectivas uniformes en la reconstrucción de la zona de interés. Debido a que la calidad de reconstrucción de la zona de interés no aumenta cuando $\tilde{t}_r = 50\%$, el valor de la transmitancia interna óptima para reconstruir la zona de interés usando este tipo de apertura uniforme, es 33%. De acuerdo al rendimiento obtenido, el valor mínimo de \tilde{t}_r que hace que la calidad de la reconstrucción no incremente, depende del tamaño de la ventana, ya que el valor óptimo para $\Delta_m = \Delta_n = 50$ es $\tilde{t}_r = 12,5\%$ y para $\Delta_m = \Delta_n = 56$ es $\tilde{t}_r = 8,75\%$. El rendimiento logrado por el diseño de las aperturas codificadas espacialmente selectivas uniformes es de hasta 34.5 dB de PSNR, el cual requiere de un tamaño de ventana mayor.

Figura 4.18: Comparación de las transmitancias y los tamaños de las ventanas para las aperturas codificadas espacialmente selectivas uniformes.



Finalmente, en la Figura 4.19 se muestran las imágenes obtenidas a partir del cubo de datos reconstruido con las medidas compresivas en el sistema CASSI. Estas medidas fueron adquiridas utilizando aperturas codificadas selectivas y no-selectivas. En esta figura, se puede observar la calidad de reconstrucción alcanzada con cada apertura y se compara con la calidad de la imagen original. La primera columna corresponde al desempeño logrado con el enfoque tradicional no-selectivo y la segunda al enfoque propuesto selectivo. Los resultados se ordenaron de manera ascendente de acuerdo al desempeño selectivo. Cabe resaltar que el rendimiento más alto en las reconstrucciones selectivas fue obtenido con las aperturas codificadas espacialmente selectivas uniformes, las cuales alcanzan una mejora de hasta 4.4 dB de PSNR, y el rendimiento más pobre es el conseguido con las aperturas codificadas espacialmente selectivas Jitter. Estos resultados demuestran que las aperturas uniformes requieren menos transmitancia que las otras aperturas para reconstruir la misma zona de interés. En general, la calidad de reconstrucción de esta zona que se obtiene con las aperturas selectivas, alcanza a presentar un PSNR similar e inclusive mejor que el de las aperturas no-selectivas, usando una menor cantidad de capturas.

Figura 4.19: Imágenes reconstruidas a partir de las medidas compresivas de $\hat{\mathcal{F}}_2$, generadas por las aperturas codificadas espacialmente selectivas y no-selectivas.



4.2. SELECTIVIDAD ESPECTRAL

Con el objetivo de evaluar la selectividad espectral para ciertas bandas de interés de la escena que se encuentran en determinado rango espectral, se desarrollaron las simulaciones que se presentan a continuación. Estos resultados muestran el desempeño del diseño de las aperturas codificadas espectralmente selectivas en la reconstrucción de bandas de interés en los cubos de datos $\tilde{\mathcal{F}}_1$ y $\tilde{\mathcal{F}}_2$. El valor óptimo para el parámetro de regularización τ se determinó tanto para el enfoque tradicional como para el propuesto, generando un valor promedio para el estudio de ambos planteamientos.

Para el diseño de las aperturas espectralmente selectivas con distribución de Bernoulli, se definió una transmitancia para las bandas de interés como $\hat{t}_{re} = 50\%$, permitiendo que éstas sean las que contengan la mayor concentración de información en el rango espectral. En cuanto a la transmitancia de las demás bandas, que no se encuentran en este conjunto, se aplicó $\tilde{t}_{re} = 10\%$. En el método no-selectivo, se fija una transmitancia del 50% en todas las bandas, sin discriminar alguna.

Para estos experimentos, un perfil espectral con distribución de Bernoulli fue evaluado. El proceso de muestreo fue simulado con 12 shots para ambos enfoques y el proceso de reconstrucción fue desarrollado usando el algoritmo GPSR con una cantidad de iteraciones igual a 200. En particular, para el conjunto de bandas de interés fijado en el cubo de datos $\tilde{\mathcal{F}}_1$ se definió $\mathcal{L}_1 = \{\lambda_3, \lambda_7, \lambda_{12}\}$. De igual forma, para el cubo de datos $\tilde{\mathcal{F}}_2$ se fijó $\mathcal{L}_2 = \{\lambda_9, \lambda_{10}, \lambda_{11}, \lambda_{12}\}$.

En la Figura 4.20 se muestra la reconstrucción del conjunto de bandas de interés \mathcal{L}_1 , tanto para el enfoque tradicional como para el enfoque propuesto. Aquí, cada banda del método selectivo presenta una mejora desde 4.1 dB hasta 7 dB en comparación con las del método no-selectivo. Así mismo, en la Figura 4.21 se observa que las bandas que no pertenecen al conjunto de interés se muestrearon en una menor proporción, es decir, mientras el enfoque selectivo emplea $\tilde{t}_{re} = 10\%$ y el tradicional utiliza una transmitancia del 50%, el primero genera una calidad de reconstrucción similar e inclusive mejor de hasta 2 dB.

Figura 4.20: Bandas espectrales de interés del cubo de datos $\tilde{\mathcal{F}}_1$ capturadas con aperturas codificadas espectralmente selectivas y no-selectivas. Aquí se puede observar que se obtiene una mejora considerable cuando se trata del enfoque propuesto (segunda línea).

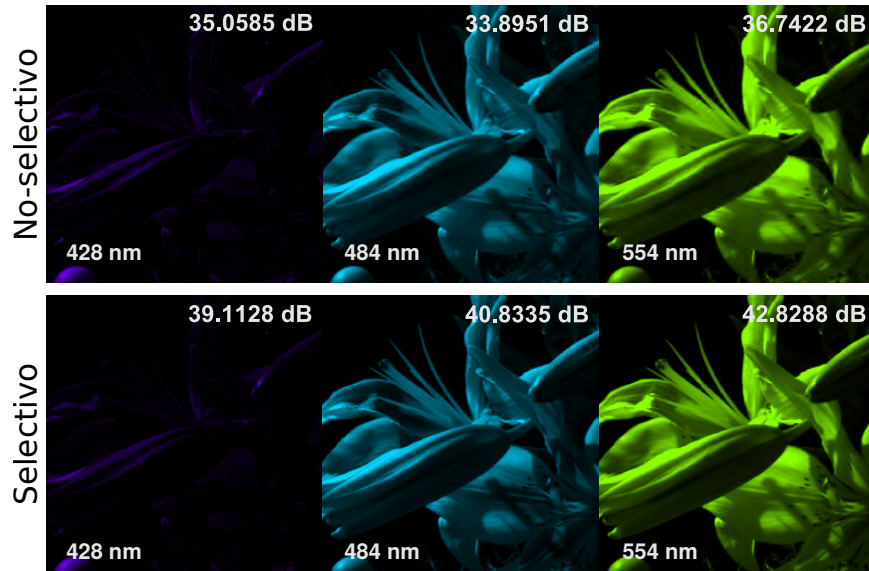
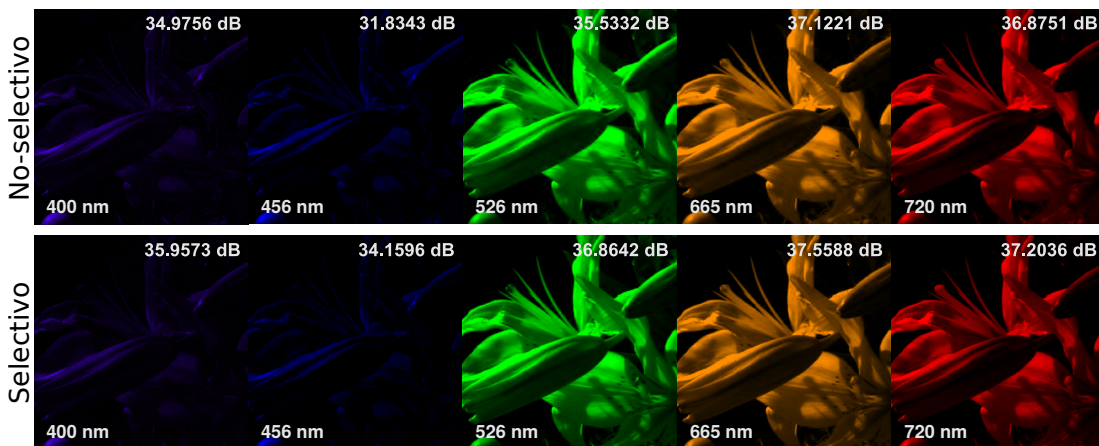


Figura 4.21: Bandas espectrales que no pertenecen al conjunto de interés \mathcal{L}_1 . La descomposición de las bandas espectrales de $\tilde{\mathcal{F}}_1$ obtenidas de la reconstrucción del cubo de datos, tanto para el enfoque propuesto como para el tradicional, es presentada. La primera línea muestra las bandas adquiridas con el método no-selectivo para una transmitancia de 50%. En la segunda línea se observan las bandas del enfoque selectivo con $\tilde{t}_{re} = 10\%$.



Para el segundo cubo de datos, $\tilde{\mathcal{F}}_2$, la Figura 4.22 muestra la reconstrucción del conjunto de bandas de interés \mathcal{L}_2 , para el enfoque tradicional y el propuesto. Cada banda del método selectivo presenta una mejora de 4 dB hasta 4.5 dB en comparación con las del método no-selectivo. De igual forma, en la Figura 4.23 se observa que las bandas que no pertenecen al conjunto de interés \mathcal{L}_2 se muestrearon en menor cantidad, es decir, mientras el enfoque selectivo

vo emplea una transmitancia $\tilde{t}_{re} = 10\%$, el tradicional utiliza una del 50% , sin embargo, el primero, genera una calidad de reconstrucción similar al segundo e inclusive mejor de hasta 2.1 dB.

Figura 4.22: Bandas espectrales de interés del cubo de datos $\tilde{\mathcal{F}}_2$ capturadas con aperturas codificadas espectralmente selectivas y no-selectivas. Aquí se puede observar que se obtiene una mejora considerable cuando se trata del enfoque propuesto (segunda línea).

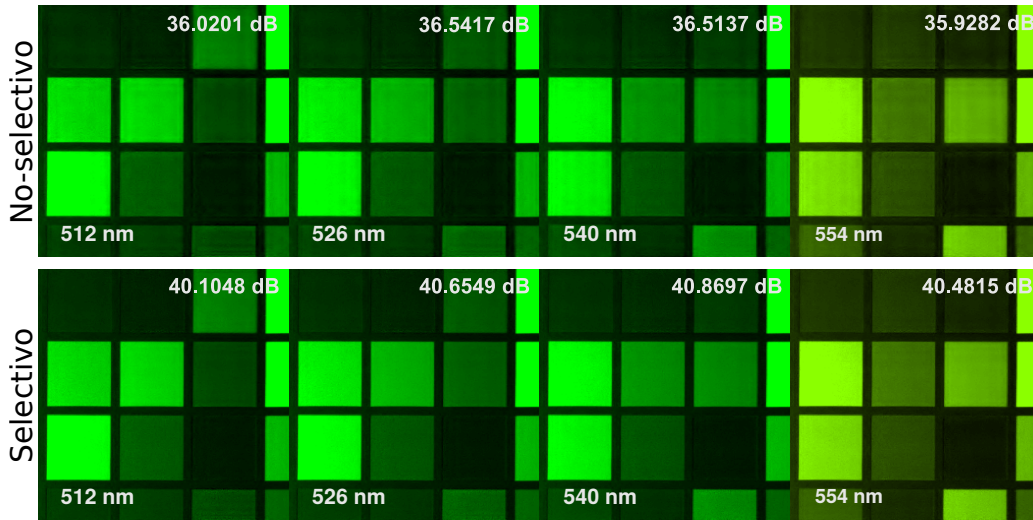
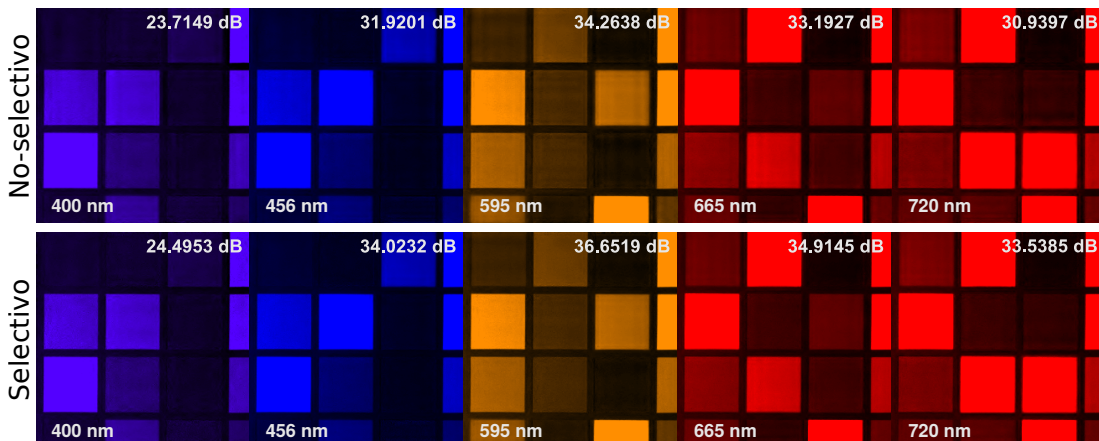


Figura 4.23: Bandas espectrales que no pertenecen al conjunto de interés \mathcal{L}_2 . La descomposición de las bandas espectrales de $\tilde{\mathcal{F}}_2$ obtenidas de la reconstrucción del cubo de datos, tanto para el enfoque propuesto como para el tradicional, es presentada. La primera línea muestra las bandas adquiridas con el método no-selectivo para una transmitancia de 50% . En la segunda línea se observan las bandas del enfoque selectivo con $\tilde{t}_{re} = 10\%$.



5. CONCLUSIONES

Un algoritmo para la construcción de aperturas codificadas selectivas, que genera el diseño de la matriz de sensado para la selectividad de imágenes espectrales dentro de un sistema de muestreo compresivo, ha sido desarrollado. Además, el diseño de los parámetros óptimos para las aperturas codificadas selectivas fue determinado. El enfoque propuesto maximiza la cantidad de información en una zona o banda específica de interés, en comparación con el resto de la escena o las demás bandas. El diseño propuesto se implementó para el CASSI tradicional con aperturas codificadas de paso/bloqueo y el CASSI de color con filtros ópticos. Además, su complejidad temporal y espacial fue analizada. Por otra parte, se incluyó el algoritmo en mención, en el proceso de adquisición de imágenes espectrales del sistema CASSI. Consecutivamente se utilizó el algoritmo GPSR para resolver el problema inverso de reconstrucción.

Los resultados selectivos obtenidos se compararon con los no-selectivos en el sistema CASSI. Estas simulaciones muestran el aumento de la calidad de reconstrucción de una imagen espectral cuando el proceso es llevado a cabo de forma selectiva mientras se disminuye el número de capturas, para el caso espacial. Espectralmente, se definieron ciertas bandas de interés para luego ser reconstruidas con mayor precisión en comparación con las otras. Específicamente, para la selectividad espacial se alcanzó una mejora de hasta 4.4 dB para los cubos de datos $\hat{\mathcal{F}}_1$ y $\hat{\mathcal{F}}_2$ cuando se reduce el número de capturas a $K = 5$, es decir, una disminución de hasta el 37,5% de las medidas en este enfoque selectivo. Para la selectividad espectral, la mejora fue de 4.1 dB hasta 7 dB en el cubo de datos $\tilde{\mathcal{F}}_1$ y en el cubo de datos $\tilde{\mathcal{F}}_2$, de 4 dB hasta 4.5 dB. Estos resultados indican que las estructuras propuestas llevan a la obtención de una mejor reconstrucción tanto en las dimensiones espacial como espectral.

APÉNDICE A

ESTADÍSTICO DE SEGUNDO ORDEN DE LAS APERTURAS CODIFICADAS

Sea Ω un vector aleatorio de longitud K , cuyos componentes son permutaciones aleatorias del vector $[0, \dots, K-1]$. Específicamente, $\Omega_i \in \{0, \dots, K-1\}$ y $\Omega_i \neq \Omega_j$ para todo $i \neq j$. Note que las entradas Ω_i son variables aleatorias correlacionadas. Se definen Ω^1 y Ω^2 como dos vectores aleatorios independientes con las mismas propiedades estadísticas de Ω .

Conjunto de aperturas codificadas uniformes Sea s el vector tal que $s_i = 1$ para $i = C_K, \dots, K-1$. Este vector s tiene C_K elementos iguales a cero y $K - C_K$ elementos diferentes de cero. De esta forma, las entradas de la variable aleatoria $z = D_{\ell_1(\ell_2-j_1)}^1 D_{\ell_1(\ell_2-j_2)}^1 + D_{\ell_1(\ell_2-j_1)}^2 D_{\ell_1(\ell_2-j_2)}^2 + \dots + D_{\ell_1(\ell_2-j_1)}^K D_{\ell_1(\ell_2-j_2)}^K$ pueden ser vistas como $D_{\ell_1(\ell_2-j_1)}^i = s_{\Omega_i^1}$ y $D_{\ell_1(\ell_2-j_2)}^i = s_{\Omega_i^2}$. La variable z puede ser escrita como

$$z = \sum_{i=0}^{K-1} s_{\Omega_i^1} s_{\Omega_i^2}. \quad (1)$$

La media $m_t = E(z)$ puede ser estimada como

$$E(z) = \sum_{i=0}^{K-1} E(s_{\Omega_i^1}) E(s_{\Omega_i^2}) = K \frac{C_K}{K} \frac{C_K}{K} = \frac{C_K^2}{K}. \quad (2)$$

La varianza $\sigma_t^2 = \text{Var}(z)$ puede ser estimada como

$$\begin{aligned} \sigma_t^2 &= E \left(\left(\sum_{i=0}^{K-1} s_{\Omega_i^1} s_{\Omega_i^2} \right)^2 \right) - m_t^2 \\ &= \sum_{i=0}^{K-1} E(s_{\Omega_i^1}^2 s_{\Omega_i^2}^2) + \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0, j \neq i}^{K-1} E(s_{\Omega_i^1} s_{\Omega_j^1} s_{\Omega_i^2} s_{\Omega_j^2}) - m_t^2 \\ &= \sum_{i=0}^{K-1} E(s_{\Omega_i^1}^2) E(s_{\Omega_i^2}^2) + \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0, j \neq i}^{K-1} E(s_{\Omega_i^1} s_{\Omega_j^1}) E(s_{\Omega_i^2} s_{\Omega_j^2}) - m_t^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=0}^{K-1} E^2(s_{\Omega_i^1}^2) + \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0, j \neq i}^{K-1} E^2(s_{\Omega_i^1} s_{\Omega_j^1}) - m_t^2 \\
&= K \left(\frac{C_K}{K} \right)^2 + K(K-1) E^2(s_{\Omega_i^1} s_{\Omega_j^1}) - m_t^2.
\end{aligned} \tag{3}$$

El término $E(s_{\Omega_i^1} s_{\Omega_j^1})$ puede ser estimado como $E(s_{\Omega_i^1} s_{\Omega_j^1}) = \sum_{i=0}^{K-1} E(s_{\Omega_i^1} s_{\Omega_j^1} / \Omega_i^1 = i) P(\Omega_i^1 = i)$ que se expresa como

$$\begin{aligned}
E(s_{\Omega_i^1} s_{\Omega_j^1}) &= \sum_{i=0}^{C_K-1} \sum_{j=0, j \neq i}^{C_K-2} (1) P(\Omega_j^1 = j) P(\Omega_i^1 = i) \\
&= \sum_{i=0}^{C_K-1} \sum_{j=0, j \neq i}^{C_K-2} (1) \frac{1}{K-1} \frac{1}{K} \\
&= \frac{C_K(C_K-1)}{K(K-1)}.
\end{aligned} \tag{4}$$

Reemplazando 4 en 3 se obtiene $\sigma_t^2 = \frac{C_K^2}{K^2(K-1)}(K - C_K)^2$, $m_t = \frac{C_K^2}{K}$ y $\rho = \frac{K+C_K^2-2C_K}{(K-1)K}$.

REFERENCIAS

- [1] Gary A Shaw and Hsiao-hua K Burke. Spectral imaging for remote sensing. *Lincoln Laboratory Journal*, 14(1):3–28, 2003.
- [2] Renfu Lu and Yud-Ren Chen. Hyperspectral imaging for safety inspection of food and agricultural products. In *Photonics East (ISAM, VVDC, IEMB)*, pages 121–133. International Society for Optics and Photonics, 1999.
- [3] Tuan H Pham, Frederic Bevilacqua, Thorsten Spott, Jan S Dam, Bruce J Tromberg, and Stefan Andersson-Engels. Quantifying the absorption and reduced scattering coefficients of tissue-like turbid media over a broad spectral range with noncontact fourier-transform hyperspectral imaging. *Applied optics*, 39(34):6487–6497, 2000.
- [4] Greg Mooradian, Mark Weiderhold, Ali E Dabiri, and Chris Coyle. Hyperspectral imaging methods and apparatus for non-invasive diagnosis of tissue for cancer, July 21 1998. US Patent 5,782,770.
- [5] Adi Shay, Isaac Y August, and Adrian Stern. Compressive and classical hyperspectral systems: a fundamental comparison. In *SPIE Sensing Technology+ Applications*, pages 948408–948408. International Society for Optics and Photonics, 2015.
- [6] Robert O Green, Michael L Eastwood, Charles M Sarture, Thomas G Chrien, Mikael Aronsson, Bruce J Chippendale, Jessica A Faust, Betina E Pavri, Christopher J Chovit, Manuel Solis, et al. Imaging spectroscopy and the airborne visible/infrared imaging spectrometer (aviris). *Remote Sensing of Environment*, 65(3):227–248, 1998.
- [7] Esko Herrala, Jukka T Okkonen, Timo S Hyvarinen, Mauri Aikio, and Jorma Lammasniemi. Imaging spectrometer for process industry applications. In *Optics for Productivity in Manufacturing*, pages 33–40. International Society for Optics and Photonics, 1994.
- [8] Emmanuel J Candès, Justin Romberg, and Terence Tao. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 52(2):489–509, 2006.
- [9] David L Donoho. Compressed sensing. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 52(4):1289–1306, 2006.
- [10] Mário AT Figueiredo, Robert D Nowak, and Stephen J Wright. Gradient projection for sparse reconstruction: Application to compressed sensing and other inverse problems. *Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal of*, 1(4):586–597, 2007.

-
- [11] Jose L Paredes and Gonzalo R Arce. Compressive sensing signal reconstruction by weighted median regression estimates. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 59(6):2585–2601, 2011.
- [12] Gonzalo R Arce, David J Brady, Lawrence Carin, Henry Arguello, and David S Kittle. Compressive coded aperture spectral imaging: An introduction. *Signal Processing Magazine, IEEE*, 31(1):105–115, 2014.
- [13] Marco F Duarte, Mark A Davenport, Dharmpal Takhar, Jason N Laska, Ting Sun, Kevin E Kelly, Richard G Baraniuk, et al. Single-pixel imaging via compressive sampling. *IEEE Signal Processing Magazine*, 25(2):83, 2008.
- [14] Gabriel Martin, José M Bioucas-Dias, and Antonio Plaza. Hyca: A new technique for hyperspectral compressive sensing. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 53(5):2819–2831, 2015.
- [15] Claudia V Correa, Henry Arguello, and Gonzalo R Arce. Snapshot colored compressive spectral imager. *JOSA A*, 32(10):1754–1763, 2015.
- [16] Xing Lin, Yebin Liu, Jiamin Wu, and Qionghai Dai. Spatial-spectral encoded compressive hyperspectral imaging. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 33(6):233, 2014.
- [17] Henry Arguello Fuentes and Gonzalo R Arce. Coded aperture compressive spectral imaging. In *Symposium of Signals, Images and Artificial Vision-2013: STSIVA-2013*, 2013.
- [18] Henry Arguello and Gonzalo Arce. Spectrally selective compressive imaging by matrix system analysis. In *Computational Optical Sensing and Imaging*, pages CM4B–5. Optical Society of America, 2012.
- [19] Henry Arguello and Gonzalo R Arce. Code aperture optimization for spectrally agile compressive imaging. *JOSA A*, 28(11):2400–2413, 2011.
- [20] Henry Arguello and Gonzalo R Arce. Rank minimization code aperture design for spectrally selective compressive imaging. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 22(3):941–954, 2013.
- [21] Hoover Rueda, Armando Calderon, and Henry Arguello Fuentes. Spectral selectivity in compressive spectral imaging based on grayscale coded apertures. In *Image, Signal Processing, and Artificial Vision (STSIVA), 2013 XVIII Symposium of*, pages 1–5. IEEE, 2013.
- [22] Prasad S Thenkabail, Ronald B Smith, and Eddy De Pauw. Hyperspectral vegetation indices and their relationships with agricultural crop characteristics. *Remote sensing of Environment*, 71(2):158–182, 2000.
- [23] Jón Atli Benediktsson, Jón Aevvar Palmason, and Johannes R Sveinsson. Classification of hyperspectral data from urban areas based on extended

-
- morphological profiles. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 43(3):480–491, 2005.
- [24] Matthew L Clark, Dar A Roberts, and David B Clark. Hyperspectral discrimination of tropical rain forest tree species at leaf to crown scales. *Remote sensing of environment*, 96(3):375–398, 2005.
- [25] Ana Ramirez, Henry Arguello, Gonzalo R Arce, and Brian M Sadler. Spectral image classification from optimal coded-aperture compressive measurements. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 52(6):3299–3309, 2014.
- [26] Patricia K Lebow, Charles C Brunner, Alberto G Maristany, and David A Butler. Classification of wood surface features by spectral reflectance. *Wood and fiber science*, 28(1):74–90, 2007.
- [27] Mathieu Fauvel, Jón Atli Benediktsson, Jocelyn Chanussot, and Johannes R Sveinsson. Spectral and spatial classification of hyperspectral data using svms and morphological profiles. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 46(11):3804–3814, 2008.
- [28] Chein-I Chang. *Hyperspectral imaging: techniques for spectral detection and classification*, volume 1. Springer Science & Business Media, 2003.
- [29] Dan-Ning Jiang, Lie Lu, Hong-Jiang Zhang, Jian-Hua Tao, and Lian-Hong Cai. Music type classification by spectral contrast feature. In *Multimedia and Expo, 2002. ICME'02. Proceedings. 2002 IEEE International Conference on*, volume 1, pages 113–116. IEEE, 2002.
- [30] Andrés Fernando Jiménez-López, Fabián Rolando Jiménez-López, and Mariana Jiménez-López. Análisis multiespectral de la vegetación para aplicaciones de sensado remoto. *Iteckne*, 12(2):156–167, 2015.
- [31] Soraya Blázquez, Sergio Muñoz, Antonio Plaza, Pablo Martínez, and Abel Paz. Implementación paralela y validación preliminar de un nuevo algoritmo para detectar targets en imágenes hiperespectrales.
- [32] Gary E Carver, Daniel L Farkas, Jerome Porque, Ken S Feder, and Paul S Westbrook. Visible wavelength fiber bragg grating arrays for high speed biomedical spectral sensing. In *Bragg Gratings, Photosensitivity, and Poling in Glass Waveguides*, page BThB5. Optical Society of America, 2010.
- [33] Randolph Menzel. Spectral sensitivity and color vision in invertebrates. In *Comparative physiology and evolution of vision in invertebrates*, pages 503–580. Springer, 1979.
- [34] Victor J Anselmo and Terrence H Reilly. Medical diagnosis system and method with multispectral imaging, October 16 1979. US Patent 4,170,987.

-
- [35] RG Damberg and BE Stummer. Hyperspectral imaging of contaminants in products and processes of agriculture. world intellectual property organization wo/2007/041755, 2007.
- [36] Qingli Li, Xiaofu He, Yiting Wang, Hongying Liu, Dongrong Xu, and Fangmin Guo. Review of spectral imaging technology in biomedical engineering: achievements and challenges. *Journal of biomedical optics*, 18(10):100901–100901, 2013.
- [37] Bruno Aiazzi, Luciano Alparone, Alessandro Barducci, Stefano Baronti, Paolo Marcoionni, Ivan Pippi, and Massimo Selva. Noise modelling and estimation of hyperspectral data from airborne imaging spectrometers. 2006.
- [38] Neelam Gupta. Development of staring hyperspectral imagers. In *2011 IEEE Applied Imagery Pattern Recognition Workshop (AIPR)*, pages 1–8. IEEE, 2011.
- [39] Clair L Wyatt. Infrared spectrometer: Liquid-helium-cooled rocketborne circular-variable filter. *Applied optics*, 14(12):3086–3091, 1975.
- [40] Anat Sneh and Kristina M Johnson. High-speed continuously tunable liquid crystal filter for wdm networks. *Journal of lightwave technology*, 14(6):1067–1080, 1996.
- [41] Patrick J Treado, Ira W Levin, and E Neil Lewis. High-fidelity raman imaging spectrometry: a rapid method using an acousto-optic tunable filter. *Applied spectroscopy*, 46(8):1211–1216, 1992.
- [42] Ming Gang Xu, Harald Geiger, and John P Dakin. Modeling and performance analysis of a fiber bragg grating interrogation system using an acousto-optic tunable filter. *Journal of lightwave technology*, 14(3):391–396, 1996.
- [43] L Weitzel, A Krabbe, H Kroker, N Thatte, LE Tacconi-Garman, M Cameron, and R Genzel. 3d: The next generation near-infrared imaging spectrometer. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 119(3):531–546, 1996.
- [44] William R Johnson, Daniel W Wilson, Wolfgang Fink, Mark Humayun, and Greg Bearman. Snapshot hyperspectral imaging in ophthalmology. *Journal of biomedical optics*, 12(1):014036–014036, 2007.
- [45] Michael Descour, CE Volin, BK Ford, EL Dereniak, PD Maker, and DW Wilson. Snapshot hyperspectral imaging. In *Integrated Computational Imaging Systems*, page IThA4. Optical Society of America, 2001.
- [46] Liang Gao, Robert T Kester, and Tomasz S Tkaczyk. Compact image slicing spectrometer (iss) for hyperspectral fluorescence microscopy. *Optics express*, 17(15):12293–12308, 2009.

-
- [47] Yitzhak August, Chaim Vachman, Yair Rivenson, and Adrian Stern. Compressive hyperspectral imaging by random separable projections in both the spatial and the spectral domains. *Applied optics*, 52(10):D46–D54, 2013.
- [48] ME Gehm, R John, DJ Brady, RM Willett, and TJ Schulz. Single-shot compressive spectral imaging with a dual-disperser architecture. *Optics express*, 15(21):14013–14027, 2007.
- [49] Rebecca M Willett, Roummel F Marcia, and Jonathan M Nichols. Compressed sensing for practical optical imaging systems: a tutorial. *Optical Engineering*, 50(7):072601–072601, 2011.
- [50] Michael Lustig, David Donoho, and John M Pauly. Sparse mri: The application of compressed sensing for rapid mr imaging. *Magnetic resonance in medicine*, 58(6):1182–1195, 2007.
- [51] Yonina C Eldar and Gitta Kutyniok. *Compressed sensing: theory and applications*. Cambridge University Press, 2012.
- [52] Mariya Doneva, Peter Börnert, Holger Eggers, Christian Stehning, Julien S en egas, and Alfred Mertins. Compressed sensing reconstruction for magnetic resonance parameter mapping. *Magnetic Resonance in Medicine*, 64(4):1114–1120, 2010.
- [53] Guang-Hong Chen, Jie Tang, and Shuai Leng. Prior image constrained compressed sensing (piccs): a method to accurately reconstruct dynamic ct images from highly undersampled projection data sets. *Medical physics*, 35(2):660–663, 2008.
- [54] Kihwan Choi, Jing Wang, Lei Zhu, Tae-Suk Suh, Stephen Boyd, and Lei Xing. Compressed sensing based cone-beam computed tomography reconstruction with a first-order method. *Medical physics*, 37(9):5113–5125, 2010.
- [55] Jarvis Haupt, Waheed U Bajwa, Michael Rabbat, and Robert Nowak. Compressed sensing for networked data. *IEEE Signal Processing Magazine*, 25(2):92–101, 2008.
- [56] Shihao Ji, Ya Xue, and Lawrence Carin. Bayesian compressive sensing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 56(6):2346–2356, 2008.
- [57] Marco F Duarte and Richard G Baraniuk. Spectral compressive sensing. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 35(1):111–129, 2013.
- [58] Emmanuel J Cand es and Michael B Wakin. An introduction to compressive sampling. *IEEE signal processing magazine*, 25(2):21–30, 2008.
- [59] Alfred M Bruckstein, David L Donoho, and Michael Elad. From sparse solutions of systems of equations to sparse modeling of signals and images. *SIAM review*, 51(1):34–81, 2009.

-
- [60] Laboratory of Information Photonics. Compressive imaging for multi-dimensional data acquisition. http://www-lip.ist.osaka-u.ac.jp/research/ci_multiplex-e.html. En línea; Accedida: 2016-07-17.
- [61] Emmanuel Candes and Justin Romberg. Sparsity and incoherence in compressive sampling. *Inverse problems*, 23(3):969, 2007.
- [62] David L Donoho and Xiaoming Huo. Uncertainty principles and ideal atomic decomposition. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(7):2845–2862, 2001.
- [63] Joel A Tropp and Stephen J Wright. Computational methods for sparse solution of linear inverse problems. *Proceedings of the IEEE*, 98(6):948–958, 2010.
- [64] Stéphane G Mallat and Zhifeng Zhang. Matching pursuits with time-frequency dictionaries. *IEEE Transactions on signal processing*, 41(12):3397–3415, 1993.
- [65] Joel A Tropp and Anna C Gilbert. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit. *IEEE Transactions on information theory*, 53(12):4655–4666, 2007.
- [66] David L Donoho, Yaakov Tsaig, Iddo Drori, and Jean-Luc Starck. Sparse solution of underdetermined systems of linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit. *IEEE Transactions on Information Theory*, 58(2):1094–1121, 2012.
- [67] Deanna Needell and Joel A Tropp. Cosamp: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 26(3):301–321, 2009.
- [68] Scott Shaobing Chen, David L Donoho, and Michael A Saunders. Atomic decomposition by basis pursuit. *SIAM review*, 43(1):129–159, 2001.
- [69] Stephen J Wright, Robert D Nowak, and Mário AT Figueiredo. Sparse reconstruction by separable approximation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 57(7):2479–2493, 2009.
- [70] José M Bioucas-Dias and Mário AT Figueiredo. A new twist: two-step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration. *IEEE Transactions on Image processing*, 16(12):2992–3004, 2007.
- [71] Robert D Nowak, Stephen J Wright, et al. Gradient projection for sparse reconstruction: Application to compressed sensing and other inverse problems. *IEEE Journal of selected topics in signal processing*, 1(4):586–597, 2007.
- [72] David P Wipf and Bhaskar D Rao. Sparse bayesian learning for basis selection. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 52(8):2153–2164, 2004.

-
- [73] Philip Schniter, Lee C Potter, and Justin Ziniel. Fast bayesian matching pursuit. In *Information Theory and Applications Workshop, 2008*, pages 326–333. IEEE, 2008.
- [74] Alan Miller. *Subset selection in regression*. CRC Press, 2002.
- [75] Richard Baraniuk, Mark Davenport, Ronald DeVore, and Michael Wakin. A simple proof of the restricted isometry property for random matrices. *Constructive Approximation*, 28(3):253–263, 2008.
- [76] Richard G Baraniuk. Compressive sensing. *IEEE signal processing magazine*, 24(4), 2007.
- [77] Peter B Denyer. Matrix array image sensor chip, September 6 1994. US Patent 5,345,266.
- [78] David Kittle, Kerkil Choi, Ashwin Wagadarikar, and David J Brady. Multiframe image estimation for coded aperture snapshot spectral imagers. *Applied Optics*, 49(36):6824–6833, 2010.
- [79] David J Brady. *Optical imaging and spectroscopy*. John Wiley & Sons, 2009.
- [80] Ashwin Wagadarikar, Renu John, Rebecca Willett, and David Brady. Single disperser design for coded aperture snapshot spectral imaging. *Applied optics*, 47(10):B44–B51, 2008.
- [81] Henry Arguello, Hoover Rueda, Yuehao Wu, Dennis W Prather, and Gonzalo R Arce. Higher-order computational model for coded aperture spectral imaging. *Applied Optics*, 52(10):D12–D21, 2013.
- [82] H Angus Macleod. *Thin-film optical filters*. CRC press, 2001.
- [83] R Magnusson and SS Wang. New principle for optical filters. *Applied physics letters*, 61(9):1022–1024, 1992.
- [84] CK Madsen and G Lenz. Optical all-pass filters for phase response design with applications for dispersion compensation. *IEEE Photonics Technology Letters*, 10(7):994–996, 1998.
- [85] Sangjin Kim, Eunsung Lee, Monson H Hayes, and Joonki Paik. Multifocusing and depth estimation using a color shift model-based computational camera. *IEEE Transactions on Image Processing*, 21(9):4152–4166, 2012.
- [86] JD Barrie, KA Aitchison, GS Rossano, and MH Abraham. Patterning of multilayer dielectric optical coatings for multispectral ccDs. *Thin Solid Films*, 270(1):6–9, 1995.

-
- [87] PA Stupar, RL Borwick, JF DeNatale, PH Kobrin, and WJ Gunning. Mems tunable fabry-perot filters with thick, two sided optical coatings. In *TRANSDUCERS 2009-2009 International Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems Conference*, pages 1357–1360. IEEE, 2009.
- [88] David Hays, Anis Zribi, Shankar Chandrasekaran, Shivappa Goravar, Sandip Maity, Leonard R Douglas, Kevin Hsu, and Ayan Banerjee. A hybrid mems–fiber optic tunable fabry–perot filter. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 19(2):419–429, 2010.
- [89] Yosuke Bando, Bing-Yu Chen, and Tomoyuki Nishita. Extracting depth and matte using a color-filtered aperture. In *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, volume 27, page 134. ACM, 2008.
- [90] Claudia V Correa, Henry Arguello, and Gonzalo R Arce. Compressive spectral imaging with colored-patterned detectors. In *2014 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pages 7789–7793. IEEE, 2014.
- [91] Patrick Llull, Xuejun Liao, Xin Yuan, Jianbo Yang, David Kittle, Lawrence Carin, Guillermo Sapiro, and David J Brady. Coded aperture compressive temporal imaging. *Optics express*, 21(9):10526–10545, 2013.
- [92] Chen Fu, Henry Arguello, Brian M Sadler, and Gonzalo R Arce. Compressive spectral polarization imaging by a pixelized polarizer and colored patterned detector. *JOSA A*, 32(11):2178–2188, 2015.
- [93] Claudia V Correa, Henry Arguello, and Gonzalo R Arce. Spatio-spectral uniform multi-frame coded apertures for compressive spectral imaging. In *2015 IEEE Global Conference on Signal and Information Processing (GlobalSIP)*, pages 614–618. IEEE, 2015.
- [94] Andrew Kensler. Correlated multi-jittered sampling. *Mathematical Physics and applied mathematics*, 7:86–112, 1967.
- [95] Computer Vision Laboratory. CAVE — Projects: multispectral image database. <http://www1.cs.columbia.edu/CAVE/databases/multispectral/>.
- [96] David H. Foster, Sérgio M. Nascimento, and Amano Kinjiro. Hyperspectral images of natural scenes 2004. http://personalpages.manchester.ac.uk/staff/david.foster/Hyperspectral_images_of_natural_scenes_04.html.
- [97] The Color Group. The UEA Multi-spectral Database 2006. http://www2.cmp.uea.ac.uk/Research/compvis/Data/MultiSpec_Images/.

BIBLIOGRAFÍA

CANDÈS, Emmanuel J. y WAKIN, Michael B. An introduction to compressive sampling. IEEE signal processing magazine, 2008, vol. 25, no 2, p. 21-30.

DONOHO, David L. Compressed sensing. IEEE Transactions on information theory, 2006, vol. 52, no 4, p. 1289-1306.

BARANIUK, Richard G. Compressive sensing. IEEE signal processing magazine, 2007, vol. 24, no 4.

CANDÈS, Emmanuel J. y ROMBERG, Justin. Sparsity and incoherence in compressive sampling. Inverse problems, 2007, vol. 23, no 3, p. 969.

ARCE, Gonzalo R., et al. Compressive coded aperture spectral imaging: An introduction. IEEE Signal Processing Magazine, 2014, vol. 31, no 1, 105 p.

FARD, Mahdi Milani, et al. Compressed Least-Squares Regression on Sparse Spaces. En AAI. 2012.

MARCIA, Roummel F. y WILLETT, Rebecca M. Compressive coded aperture superresolution image reconstruction. En 2008 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. IEEE, 2008. p. 833-836.

KITTLE, David, et al. Multiframe image estimation for coded aperture snapshot spectral imagers. Applied Optics, 2010, vol. 49, no 36, p. 6824-6833.

MARCIA, Roummel F.; HARMANY, Zachary T. y WILLETT, Rebecca M. Compressive coded aperture imaging. En IS&T/SPIE Electronic Imaging. International Society for Optics and Photonics, 2009. p. 72460G-72460G-13.

WAGADARIKAR, Ashwin A., et al. Spectral image estimation for coded aperture snapshot spectral imagers. En Optical Engineering+ Applications. International Society for Optics and Photonics, 2008. p. 707602-707602-15.

ARGUELLO, Henry, et al. Higher-order computational model for coded aperture spectral imaging. Applied Optics, 2013, vol. 52, no 10, p. D12-D21.

BUSBOOM, Axel; SCHOTTEN, Hans Dieter; ELDERS-BOLL, Harald. Coded aperture imaging with multiple measurements. JOSA A, 1997, vol. 14, no 5, p. 1058-1065.