



**MODELADO ACÚSTICO DE LA PROPAGACIÓN DE ONDAS SÍSMICAS
INCLUYENDO EL FENÓMENO DE ANISOTROPÍA.**

CARLOS ANDRES PORTILLA VILLAMIZAR

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO-MECANICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES**

Bucaramanga

2018

**MODELADO ACÚSTICO DE LA PROPAGACIÓN DE ONDAS SÍSMICAS
INCLUYENDO EL FENÓMENO DE ANISOTROPÍA.**

CARLOS ANDRES PORTILLA VILLAMIZAR

**Trabajo de Grado para optar al título de
Ingeniero Electrónico**

Directora

PhD. Ana Beatriz Ramírez Silva

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO-MECANICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES**

Bucaramanga

2018



DEDICATORIA

A mi SEÑOR por su amor y justicia en todos los instantes de mi vida, ya que sin su ayuda ninguna de las líneas del presente trabajo se hubiese podido escribir. “Para el que cree, sabemos que DIOS hace lo que el hombre no puede hacer”.

A mi hermano “Alfredo Peña Ruiz” el cual ha cambiado mi vida con su amor y ejemplo de guerrero incansable, gracias a su preparación durante este círculo de maduración y consolidación, me hizo abrir las puertas a un nuevo círculo de bendición.

A mis padres “Abdón Portilla y Gladis Villamizar” por su esfuerzo, ayuda y dedicación día a día en especial a mi madre por su infaltable ayuda e intercepción en todos los momentos difíciles.

A mis hermanos de la Misión Internacional Nueva Iglesia.

A mi directora, PhD Ana Beatriz Ramírez por demostrarme que la educación no está completamente escrita en los tableros, si no en el trabajo arduo del día a día.

AGRADECIMIENTOS

Al grupo de investigación CPS de la Universidad Industrial de Santander por su apoyo constante en el proceso y el desarrollo de este trabajo.

TABLA DE CONTENIDOS

	Pág.
INTRODUCCIÓN	15
1. ASPECTOS PRELIMINARES	18
1.1. OBJETIVO GENERAL.....	18
1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	18
2. MARCO TEÓRICO	19
2.1. EXPLORACIÓN SÍSMICA	19
2.1.1. Tipos de ondas sísmicas.....	19
2.2. FUNDAMENTOS DE LA ANISOTROPÍA SÍSMICA	20
2.3. INTRODUCCIÓN A LA ANISOTROPÍA POLAR	21
2.4. ANISOTROPÍA POLAR	22
2.5. PRESENCIA DE ANISOTROPÍA EN ROCAS SEDIMENTARIAS.....	25
2.6. VELOCIDAD DE FASE EXACTA PARA UN MEDIO ELÁSTICO CON ANISOTROPÍA POLAR VERTICAL.....	26
2.7. APROXIMACIÓN DE LA VELOCIDAD DE FASE PARA MEDIOS ACÚSTICOS CON ANISOTROPÍA POLAR VERTICAL (VTI)	28
2.8. VELOCIDAD MÁXIMA DE PROPAGACIÓN	29
2.9. DIFERENCIAS FINITAS.....	30
3. ECUACIONES DESACOPLADAS PARA EL MODELADO SÍSMICO (VTI) EN MEDIOS CON ANISOTROPÍA Y CONDICIONES DE FRONTERA ABSORBENTE	33

3.1. ECUACIÓN DESACOPLADA DE ONDA ACÚSTICA VTI.....	33
3.2. FRONTERAS ABSORBENTES.....	34
3.3. COEFICIENTES PARA VARIABLES AUXILIARES	34
3.4. ECUACIÓN ACÚSTICA CON FRONTERAS ABSORBENTES PARA MEDIOS VTI	35
3.5. SOLUCIÓN EN DIFERENCIAS FINITAS DE LA ECUACIÓN ACÚSTICA VTI 36	
4. RESULTADOS	39
4.1. MODELO DE UNA SOLA CAPA HORIZONTAL	39
4.2. MODELO DE TRES CAPAS HORIZONTALES.....	50
5. ANÁLISIS DE RESULTADOS	56
6. CONCLUSIONES	60
REFERENCIAS	61
BIBLIOGRAFIA.....	62

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1: Registro Sísmico.....	19
Figura 2: Onda P.....	20
Figura 3: Onda S.....	20
Figura 4: Medio con anisotropía polar vertical o VTI (izquierda) y anisotropía polar horizontal o HTI (derecha).	22
Figura 5: Diferencia entre el frente de onda esférico de un medio isótropo y el frente de onda no esférico en un medio anisótropo.	25
Figura 6: Ondícula usada o fuente de Richter para un modelo de una capa.	39
Figura 7: Un modelo de velocidad para una capa ver Figura (7)-a, el campo de onda en un medio acústico homogéneo isótropo ver Figura (7)-b, y el registro sísmico ver Figura (7)-c, en un tiempo de 0.1s. El valor para la velocidad $V_{po} = 1000 (m/s)$, y los parámetros de anisotropía son $\eta = 0, \delta = 0$ y $\varepsilon = 0$	40
Figura 8: Un modelo de velocidad para una capa ver Figura (8)-a, el campo de onda en un medio acústico homogéneo con anisotropía elíptica ver Figura (8)-b y el registro sísmico ver Figura (8)-c, en un tiempo de 0.1s. El valor para la velocidad $V_{po} = 1000 (m/s)$, y los parámetros de anisotropía son $\eta = 0, \delta = 0.2$ y $\varepsilon = 0.2$	42
Figura 9: Un modelo de velocidad para una capa ver Figura (9)-a, el campo de onda en un medio acústico homogéneo Anisotropico VTI ver Figura (9)-b, y el registro sísmico ver Figura (9)-c, con un tiempo de 0.1(s). El valor de $V_{po} = 1000 (m/s)$, y los parámetros de anisotropía son $\eta = 0.1, \delta = 0.2$ y $\varepsilon = 0.34$	43
Figura 10: Un modelo de velocidad para una capa ver Figura (10)-a, el campo de onda en un medio acústico homogéneo anisótropo VTI ver Figura (10)-b, y el registro sísmico ver Figura (10)-c, en un tiempo de 0.1(s). El valor para la velocidad	

$V_{po} = 1000 (m/s)$, y los parámetros de anisotropía son $\eta = 0.2, \delta = 0.2$ y $\varepsilon = 0.48$	45
Figura 11: Un modelo de velocidad para una capa ver Figura (11)-a el campo de onda en un medio acústico homogéneo anisótropo VTI ver Figura (11)-b y el registro sísmico ver Figura (11)-c, en un tiempo de $0.1(s)$. El valor para la velocidad $V_{po} = 1000 (m/s)$, y los parámetros de anisotropía son $\eta = 0.5, \delta = 0.2$ y $\varepsilon = 0.9$.	46
Figura 12: Un modelo de velocidad para una capa ver Figura (12)-a, el campo de onda en un medio acústico homogéneo anisótropo VTI ver Figura (12)-b ,y el registro sísmico ver Figura (12)-c, en un tiempo de $0.1s$. El valor para la velocidad $V_{po} = 1000 (m/s)$, y los parámetros de anisotropía son $\eta = 1.0, \delta = 0.2$ y $\varepsilon = 1.6$.	48
Figura 13: Ondicula usada o fuente de Richter para un modelo de tres capas.	50
Figura 14: Campo de onda en un medio acústico VTI, en donde la primera capa es isótropa, b) para un tiempo de $0.1(s)$, c) $0.2(s)$, d) $0.3(s)$ y e) registro sísmico en $0.35(s)$	51
Figura 15: Campo de onda en un medio acústico VTI, en donde la primera capa es anisótropa, b) para un tiempo de $0.1(s)$, c) $0.2(s)$, d) $0.3(s)$ y e) registro sísmico en $0.35(s)$	54
Figura 16: Un modelo de velocidades, con ecuaciones diferenciales acopladas y desacopladas con un tiempo de propagación de $0.1(ms)$	57
Figura 17: Un modelo de velocidades de tres capas, con ecuaciones diferenciales acopladas y desacopladas para diferentes tiempos, a-e) $0.1(s)$, b-f) $0.2(s)$, c-g) $0.3(s)$ d-h) el registro sísmico en $0.35(s)$	58

LISTA DE TABLAS

Pág.

Tabla 1: Parámetros de anisotropía para Rocas Sedimentarias	26
--	----

LISTA DE SIMBOLOS Y ABREVIATURAS

Símbolo Definición

σ_{ij}	Tensor De Esfuerzos.
ε_{ij}	Tensor De Deformación.
c_{ijk}	Tensor De Elasticidad.
ω	Frecuencia Angular.
v	Velocidad De Fase.
ρ	Densidad De Masa.
θ	Angulo de Fase.
\emptyset	Angulo De Grupo.
ε	Parámetro De Anisotropía Definido Por Thomsen Para La Onda P
δ	Parámetro De Anisotropía Definido Por Thomsen Para La Onda P Y SV.
η	Parámetro De Anisotropía Definido Por Tsvankin.
n	Punto de observación en un tiempo presente.
C_{mn}	Matriz De Elasticidad, Y Parámetros De Elasticidad.
v_{p0}	Velocidad de Propagación.
$Cpml$	Capa Convolutiva Perfectamente Combinada
VTI	Siglas En Inglés De Medio Transversalmente Isótropo Vertical o Anisotropía Polar Vertical.
TTI	Siglas En Inglés De Medio Transversalmente Isótropo Inclinado o Anisotropía Polar Inclineda

RESUMEN

TÍTULO: MODELADO ACÚSTICO DE LA PROPAGACIÓN DE ONDAS SÍSMICAS INCLUYENDO EL FENÓMENO DE ANISOTROPÍA.*

AUTOR: CARLOS ANDRÉS PORTILLA VILLAMIZAR**

PALABRAS CLAVES: ANISOTROPÍA POLAR, MODELADO SÍSMICO, ESTABILIDAD NUMÉRICA, DISPERSIÓN NUMÉRICA, MÉTODO PSEUDO-ESPECTRAL.

DESCRIPCIÓN:

El modelado en la sismica de reflexión brinda un camino para mejorar en el entendimiento de la estructura del subsuelo, una forma de modelar el subsuelo considerando la anisotropía polar vertical, es por medio de la ecuación de onda acústica, debido su bajo costo computacional que requiere, por lo tanto, modelar medios anisótropos bajo aproximaciones acústicas conllevan a mejorar la visión con el fin de analizar y entender la propagación de las ondas en el subsuelo. Este trabajo presenta un modelado numérico por medio de ecuaciones diferenciales parciales desacopladas de onda en medios acústicos 2-D con anisotropía polar vertical.

En una segunda parte del trabajo se presentan los algoritmos numéricos que resuelven la ecuación de onda en un medio acústico con anisotropía polar vertical, en términos de los parámetros de anisotropía ε , δ y η presentados por Thomsen y Tsvankin, basados en la técnica de diferencias finitas de segundo orden con el propósito de obtener esquemas de numéricos de segundo orden, en donde se estudió y se establecieron las condiciones de estabilidad y frontera. Dicho algoritmo permite obtener el campo de onda y el sismograma sintético que contribuye a un mejor análisis de la propagación de las ondas en modelos con este tipo de anisotropía [1].

Por lo tanto, desarrollar los modelos a partir de la hipótesis acústica en medios VTI (Isotropía Transversal Vertical), es una buena opción debido a su reducción del tiempo computacional y la aproximación en la estructura del subsuelo.

* Trabajo de Grado modalidad en investigación.

** Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones. Director: PhD. Ana Beatriz Ramírez Silva.

ABSTRACT

TITLE: ACOUSTIC MODELING OF THE PROPAGATION OF SEISMIC WAVES, INCLUDING THE ANISOTROPY PHENOMENON.*

AUTHOR: CARLOS ANDRÉS PORTILLA VILLAMIZAR**

KEYWORDS: POLAR ANISOTROPY, SEISMIC MODELING, NUMERICAL STABILITY, NUMERICAL DISPERSION, PSEUDO-SPECTRAL METHOD.

DESCRIPTION:

The modeling in the seismics of reflection offers a way to improve in the understanding of the structure of the subsoil, a way of modeling the subsoil considering vertical polar anisotropy, it is by means of the acoustic wave equation, due to the low computational cost that requires, therefore, modeling anisotropic media under acoustic approximations leads to improved vision in order to analyze and understand the propagation of the waves in the subsoil. This work presents a numerical modeling by means of uncoupled partial differential wave equations in 2-D acoustic media with vertical polar anisotropy.

In the second part of the paper we present the numerical algorithms that solve the wave equation in an acoustic medium with vertical polar anisotropy, in terms of the anisotropy parameters ε , δ and η presented by Thomsen and Tsvankin, based on the technique of second order finite differences with the purpose of obtaining schemes of second order numerical, where the conditions of stability and border were studied and established. This algorithm allows to obtain the wave field and the synthetic seismogram that contributes to a better analysis of wave propagation in models with this type of anisotropy [1].

Therefore, to develop the models from the acoustic hypothesis in VTI (Vertical Transverse Isotropy) media, is a good choice due to its reduction of computational time and approximation in the structure of the subsoil.

* Degree Project.

** Faculty of Physics Mechanics Engineering. Electrical, Electronics Engineering and Telecommunications School. Director: PhD Ana Beatriz Ramírez Silva.

INTRODUCCIÓN

El avanzado desarrollo en la sísmica de exploración a nivel mundial ha requerido investigar a profundidad el modelado sísmico, como una herramienta importante para el estudio de las propiedades cinéticas y dinámicas de la propagación de ondas en la tierra, y que es también la base para la obtención de imágenes sísmicas. A menudo se utiliza para la adquisición de parámetros de diseño y evaluación de las imágenes sísmicas adquiridas, la verificación de las interpretaciones, e incluso para la detección de hidrocarburos en forma directa.

En años anteriores la sísmica de reflexión consistía en la toma de datos de reflexión de onda P de distancias fuente a receptor cercanas. El producto en la variación de la velocidad con respecto a la dirección eran mínimos considerando así la respuesta anisótropa del suelo como innecesaria para ser incluida en el fenómeno de propagación de las ondas en el subsuelo. Debido a la creciente demanda en la ubicación de los yacimientos y a la disminución en los costos computacionales, la industria ha requerido incorporar y corregir el efecto anisótropo del subsuelo [2].

La exploración sísmica es un método que por medio de fuentes artificiales (martillo, explosivo, etc.) ubicadas en la superficie del terreno originan ondas elásticas, longitudinales y transversales las cuales son detectadas por los geófonos. Las mediciones de los intervalos de tiempo son registradas por un oscilógrafo (geófono) y usando esta información de los retardos se pueden construir las gráficas dromocrónicas (gráfica de la relación tiempo vs distancia por cada onda reflejada); de esta forma es posible determinar la velocidad de propagación de las ondas de terreno. A su vez estas velocidades permiten realizar mediciones de algunas cualidades de interés técnico como el grado de compactación del suelo, la resistencia y ripabilidad (grado de dificultad para su excavación) de las rocas [3],

donde la anisotropía como propiedad describe la variación de la velocidad con la dirección en la cual se propagan las ondas, con el objetivo de mejorar la resolución y el posicionamiento de los reflectores durante la etapa de formación de las imágenes sísmicas [2].

Es habitual en los algoritmos asumir la ecuación de onda acústica en medios isótropos como el caso más simple, donde comparada con la ecuación de onda elástica consume menor tiempo de cómputo. Debido a esto, el modelado sísmico utiliza métodos numéricos para resolver las ecuaciones que modelan la propagación de las ondas entre los cuales se encuentran los métodos de: Diferencias Finitas, Métodos Pseudoespectrales y Elementos Finitos entre otros. Teniendo como objetivos lograr la mejor imagen sísmica del subsuelo posible con los datos de superficie disponibles y proporcionar la mayor cantidad de información litológica confiable al intérprete sísmico.

En la organización de este trabajo. El primer capítulo, los objetivos generales y específicos de este trabajo de tesis. En el segundo capítulo, se introduce al tema de la anisotropía sísmica, definiciones, causas y la teoría de anisotropía polar, también se presentan las ecuaciones de velocidad de fase para un medio elástico con anisotropía polar vertical y por último se muestra el método de las diferencias finitas. En el tercer capítulo, se indica la ecuación diferencial desacoplada obtenida por McGarry and Moghaddam (2009), para medios con anisotropía VTI (Isotropía Transversal Vertical, por sus siglas en inglés), además se presenta la definición e implementación de las fronteras absorbentes. En el cuarto capítulo, se muestran los resultados obtenidos con la ecuación desacoplada obtenida por McGarry and Moghaddam en medios con anisotropía VTI (Isotropía Transversal Vertical, por sus siglas en inglés). En el quinto capítulo, se muestra el análisis de los resultados

obtenidos en el capítulo anterior y Finalmente, en el último capítulo se presentan las conclusiones que se obtuvieron con la realización de este trabajo.

1. ASPECTOS PRELIMINARES

1.1. OBJETIVO GENERAL

✓ Proponer y evaluar un algoritmo de modelado acústico de la propagación de ondas sísmicas incluyendo el fenómeno de anisotropía.

1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

✓ Formular el modelo de propagación acústico de ondas sísmicas en el subsuelo considerando el fenómeno de anisotropía.

✓ Proponer un algoritmo para el modelado de propagación acústico de ondas sísmicas en el subsuelo considerando el fenómeno de anisotropía.

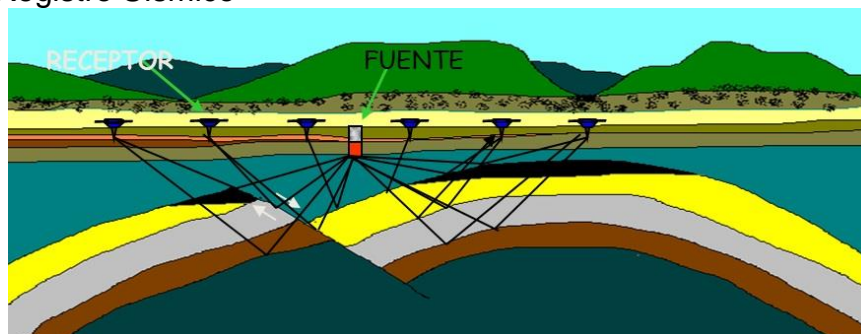
✓ Validar el algoritmo propuesto usando modelos sintéticos del subsuelo que incluyen el fenómeno de anisotropía.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. EXPLORACIÓN SÍSMICA

Es un método geofísico de bajo impacto al medio ambiente que permite conocer la forma y disposición de las diferentes capas de la tierra, mediante la generación artificial de ondas acústicas, que se desplazan a través de las capas del subsuelo y son reflejadas hacia la superficie. Éstas ondas reflejadas son captadas y registradas mediante detectores llamados geófonos. La finalidad de los programas de exploración sísmica, es la de localizar las rocas porosas que almacenan los Hidrocarburos (Petróleo y Gas), a partir de la información recibida en la superficie de las ondas que viajaron por el subsuelo. [4] .

Figura 1: Registro Sísmico



Fuente: Imagen Tomada <https://goo.gl/images/9QinEM>. Último acceso: [15 07 2018].

2.1.1. Tipos de ondas sísmicas

Onda P (primarias): Son ondas longitudinales, lo cual significa que el suelo es alternadamente comprimido y dilatado en la dirección de la propagación [3].

Figura 2: Onda P



Fuente: Imagen Tomada <https://goo.gl/images/3G6e58>. Último acceso: [15 07 2018].

Ondas S (secundarias): Son ondas transversales o de corte, lo cual significa que el suelo es desplazado perpendicularmente a la dirección de propagación, alternadamente hacia un lado y hacia el otro [3].

Figura 3: Onda S



Fuente: Imagen tomada <https://goo.gl/images/vjuxPV>. Último acceso: [15 07 2018].

2.2. FUNDAMENTOS DE LA ANISOTROPÍA SÍSMICA

En este capítulo se presenta la definición de anisotropía sísmica y su relación con el tensor de elasticidad o rigidez de Hooke un medio elástico anisótropo, con simetría. Según los diferentes ejes de simetría que se presentan, los modelos de anisotropía se clasifican en tres: i) Isotropía Transversal Vertical (VTI, por sus siglas en inglés), ii) Isotropía Transversal Horizontal (HTI, por sus siglas en inglés), y iii)

Isotropía Transversal Inclinada (TTI, por sus siglas en inglés), para el caso de estudio de este trabajo se usará específicamente la VTI.

2.3. INTRODUCCIÓN A LA ANISOTROPÍA POLAR

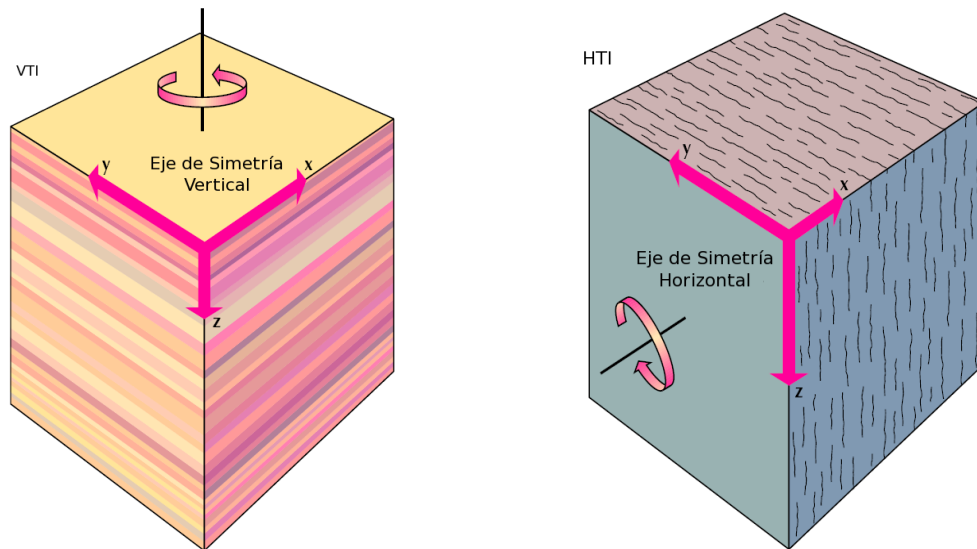
Inicialmente en la exploración sísmica se considera que, los estratos que componen la cuenca a explorar son medios isótropos, cuyas velocidades sísmicas no varían con la dirección en la cual se están propagando las ondas, sin embargo, cuando las ondas se propagan en el interior del subsuelo, este fenómeno no es totalmente correcto. La propiedad física responsable del comportamiento anisótropo del subsuelo es la elasticidad, que se representa mediante los parámetros elásticos de rigidez, contenidos en la ecuación de Hooke. Cabe resaltar que los efectos anisótropos del subsuelo deben ser determinados para remover, durante el procesamiento sísmico, las anomalías en la amplitud y los tiempos de viaje.

La anisotropía sísmica puede deberse a tres razones geológicas:

- Anisotropía intrínseca de los minerales y su alineación preferencial durante la sedimentación.
- Estratos delgados superpuestos.
- Fracturas y fallas de la escala subsísmica.

Por simplicidad geométrica la anisotropía polar posee un eje de simetría perpendicular a la dirección en la cual se depositan los sedimentos, y cuyas velocidades en el plano normal a este eje son idénticas.

Figura 4: Medio con anisotropía polar vertical o VTI (izquierda) y anisotropía polar horizontal o HTI (derecha).



Fuente: Imagen Tomada J. A. Torres Peña, «Modelado Acústico Y Migración Pspi En Medios Con Anisotropía Polar,» Bucaramanga, 2010, pp. 21.

2.4. ANISOTROPÍA POLAR

La ley de Hooke describe la relación lineal entre los esfuerzos, σ_{ij} , y las deformaciones, ε_{kl} , con el tensor de elasticidad o tensor de rigidez C_{ijkl} por medio de la siguiente ecuación [1].

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}, \quad (2.1)$$

dado que i, j, k, l varían de 1 a 3, el número de componentes del tensor de elasticidad es $3^4 = 81$, debido a la existencia de la simetría de los tensores de esfuerzo ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$) y deformación ($\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{jk}$), y el fenómeno adiabático (sin intercambio de calor con el entorno) $c_{ijkl} = c_{klij}$, implica que las constantes elásticas independientes se reduzcan a 21.

Por lo tanto, el tensor de rigidez de puede expresar como una matriz de 6 x 6, tomando parejas y haciendo corresponder (i, j) con m y (k, l) con n de la siguiente forma según la notación de Voigt.

La ecuación (2.2) muestra la representación de la matriz de coeficientes según la notación de Voigt.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{15} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & \text{SYM} & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Siendo la ecuación (2.2) el modelo general de un medio anisótropo representado por 21 componentes elásticas independientes, donde los 6 elementos de la diagonal principal, llamados rigideces características, controlan la magnitud de los esfuerzos y deformaciones, y los 15 elementos restantes se conocen como deformaciones características, los cuales controlan las relaciones geométricas entre los esfuerzos y las deformaciones.

Un problema que enfrenta la industria es la estimación adecuada de los parámetros de rigidez que rigen la propagación de las ondas P. Thomsen en 1986, definió los parámetros anisótropos adimensionales ε y δ . Considerando dichos parámetros, él observó que, para ciertas rocas sedimentarias, los valores se encontraban por debajo de 0.2 (tanto para ε como para δ), lo que él llamo rocas con anisotropía débil. Su expresión matemática se define como:

$$\varepsilon = \frac{C_{11} - C_{33}}{2C_{33}} \quad (2.3)$$

$$\delta = \frac{(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})^2}{2C_{33}(C_{33} - C_{44})} \quad (2.4)$$

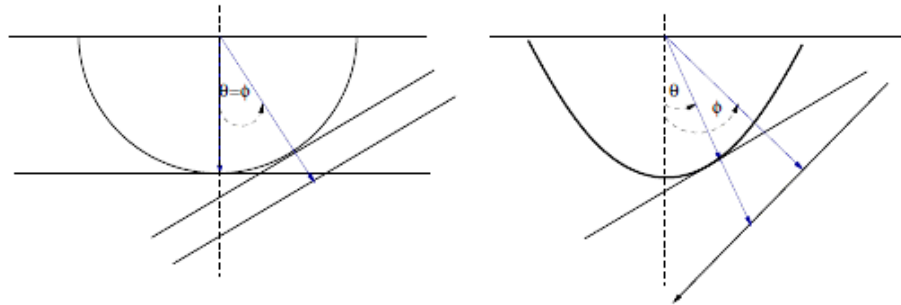
El parámetro ε de Thomsen relaciona las velocidades vertical y horizontal de las ondas P, de igual manera el parámetro δ relaciona la velocidad vertical y de sobretiempo normal de ondas P para distancias fuente a receptor cercanas.

Adicionalmente Alkhalifah y Tsvankin introducen η , un parámetro adicional en termino de los parámetros Thomsen el cual se encuentra definido como

$$\eta = \frac{\varepsilon - \delta}{1 + 2\delta}. \quad (2.5)$$

En la Figura 5 se puede observar la diferencia entre la propagación de un frente de onda esférico, para el caso de un medio isótropo y la propagación de un frente de onda no esférico, como el que se observaría para el caso de un medio con anisotropía. Es importante tener claridad y distinguir las diferencias entre el ángulo θ , y el ángulo ϕ . La energía de propagación define el ángulo de grupo ϕ con respecto al eje vertical, mientras que θ es el ángulo formado con la perpendicular a la tangente de la curva del frente de onda.

Figura 5: Diferencia entre el frente de onda esférico de un medio isótropo y el frente de onda no esférico en un medio anisótropo.



Fuente: Imagen Tomada E. F. Chacón Hurtado, «Modelado Numérico 2-D En Medios Acústicos Anisótropos Basado En Ecuaciones Diferenciales Parciales Acopladas Y Desacopladas,» Bucaramanga, 2016, pp. 13.

2.5. PRESENCIA DE ANISOTROPÍA EN ROCAS SEDIMENTARIAS

A continuación, se presenta una tabla de medidas de laboratorio, tomadas de [6], las cuales fueron obtenidas sobre un promedio de 300 muestras, en el cual podemos observar los diferentes parámetros de Thomsen para los diversos tipos de roca sedimentaria:

Tabla 1: Parámetros de anisotropía para Rocas Sedimentarias

Arenas	ϵ	γ	δ	σ	η
Máximo	0,359	0,195	0,197	0,257	0,097
Mínimo	-0,007	-0,003	-0,074	-0,007	-0,019
Mediano	0,057	0,035	0,038	0,008	0,003
Promedio	0,069	0,037	0,046	0,04	0,015
Carbonatos	ϵ	γ	δ	σ	η
Máximo	0,13	0,136	0,147	0,728	0,263
Mínimo	-0,016	-0,049	-0,164	-0,265	-0,062
Mediano	0,007	0,004	-0,022	0,092	0,024
Promedio	0,017	0,014	-0,016	0,124	0,04
Lutitas	ϵ	γ	δ	σ	η
Máximo	0,512	0,553	0,242	2,016	1,049
Mínimo	0,081	0,025	-0,174	0,001	0
Mediano	0,218	0,177	0,028	0,452	0,157
Promedio	0,232	0,226	0,046	0,575	0,197

Fuente: Imagen Tomada Y. Cabello, «Análisis De Velocidad En Un Medio Anisótropo De Tipo Vti Para Ondas Pp Y Ps,» Sarteneja, 2007, p. 24.

2.6. VELOCIDAD DE FASE EXACTA PARA UN MEDIO ELÁSTICO CON ANISOTROPÍA POLAR VERTICAL

La velocidad de fase de una onda hace referencia a la tasa a la cual la fase de la misma se propaga en el espacio. Ésta es la velocidad a la cual la fase de cualquier componente en frecuencia de una onda se propaga.

Ecuación de la velocidad de fase descrita por White en 1983.

$$2\rho V^2(\theta) = (C_{11} + C_{44})\sin^2\theta + (C_{33} + C_{44})\cos^2\theta \mp \sqrt{[(C_{11} - C_{44})\sin^2\theta - (C_{33} - C_{44})\cos^2\theta]^2 + 4(C_{13} + C_{44})^2\sin^2\theta\cos^2\theta}, \quad (2.6)$$

donde θ es el ángulo de fase medido desde el eje de simetría, el signo más (+) corresponde a la onda P y el menos (-) corresponde a la onda S . Al sustituir los coeficientes de rigidez en términos de los parámetros de anisotropía ε y δ propuestos Thomsen y simplificando la ecuación en donde K_x es el número de onda, ω es la frecuencia angular de la onda, V_{p0} la velocidad de propagación y ρ es la densidad del medio se obtiene la velocidad de fase.

$$\begin{aligned} C_{33} &= \alpha^2 \rho, & C_{44} &= \beta^2 \rho, & C_{11} &= \alpha^2 \rho (1 + 2\varepsilon), \\ C_{13} &= \left(\sqrt{(\alpha^2 - \beta^2)(\alpha^2 [2\delta + 1] - \beta^2)} - \beta^2 \right), \\ \beta &= \left[(2(1-f)(1+\varepsilon) + 2(\varepsilon - \delta)f)k_x^2 - \left(\frac{\omega^2}{V_{p0}^2} \right) (2-f) \right] \end{aligned} \quad (2.7)$$

Sustituyendo los coeficientes elásticos en función de los parámetros de Thomsen según la ecuación (2.7) en la ecuación (2.6), se obtiene la velocidad de fase para un medio VTI en función de los parámetros de Thomsen:

$$\frac{V^2(\theta)}{V_{p0}^2} = 1 + \varepsilon \sin^2 \theta - \frac{f}{2} \pm \frac{f}{2} \sqrt{\left(1 + \frac{2\varepsilon \sin^2 \theta}{f} \right)^2 - \frac{2(\varepsilon - \delta) \sin^2 2\theta}{f}}, \quad (2.8)$$

Donde

$$f = \left(1 - \frac{v_{s0}^2}{v_{p0}^2} \right) = \left(1 - \frac{C_{44}}{C_{33}} \right).$$

Para el caso de anisotropía elíptica se tiene que ($\varepsilon = \delta$), por lo tanto, la velocidad de fase de la onda P está dada por:

$$\frac{V^2(\theta)}{V_{p0}^2} = 1 + 2\delta \sin^2 \theta = 1 + 2\varepsilon \sin^2 \theta. \quad (2.9)$$

2.7. APROXIMACIÓN DE LA VELOCIDAD DE FASE PARA MEDIOS ACÚSTICOS CON ANISOTROPÍA POLAR VERTICAL (VTI)

La obtención de la velocidad de fase para este caso se genera a través de la expresión de la velocidad de fase exacta para medios VTI la cual fue reescrita por Tsvankin (2011) (ver Ecuación 2.8). Luego de realizar una simplificación del término $\left(1 + \frac{2\varepsilon \sin^2\theta}{f}\right)$ extrayéndolo de la raíz, se obtiene la Ecuación 2.10:

$$\frac{V^2(\theta)}{V_{p0}^2} = 1 + \varepsilon \sin^2\theta - \frac{f}{2} \pm \frac{f}{2} \left(1 + \frac{2\varepsilon \sin^2\theta}{f}\right) \sqrt{1 - \frac{2(\varepsilon - \delta) \sin^2(2\theta)}{f \left(1 + \frac{2\varepsilon \sin^2\theta}{f}\right)^2}} \quad (2.10)$$

Pestana et al. (2011) reescribió la ecuación (2.10) y expandiendo la raíz subrayada a primer orden de la siguiente manera, $\sqrt{1 - X} = 1 - X/2$, se obtiene

$$\sqrt{1 - \frac{2(\varepsilon - \delta) \sin^2(2\theta)}{f \left(1 + \frac{2\varepsilon \sin^2\theta}{f}\right)^2}} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{2(\varepsilon - \delta) \sin^2(2\theta)}{f \left(1 + \frac{2\varepsilon \sin^2\theta}{f}\right)^2} \right) = 1 - \frac{(\varepsilon - \delta) \sin^2\theta}{f \left(1 + \frac{2\varepsilon \sin^2\theta}{f}\right)^2}.$$

Sustituyendo la aproximación de la raíz en la ecuación (2.10), se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{V^2(\theta)}{V_{p0}^2} \approx 1 + \varepsilon \sin^2\theta - \frac{f}{2} \pm \frac{f}{2} \left[1 + \frac{2\varepsilon \sin^2\theta}{f} - \frac{(\varepsilon - \delta) \sin^2\theta}{f \left(1 + \frac{2\varepsilon \sin^2\theta}{f}\right)} \right], \quad (2.11)$$

Así, para desacoplar las ecuaciones diferenciales se selecciona el signo positivo (+) para la onda P y el signo negativo (-) para la onda SV (onda S en dirección Vertical) de la Ecuación (2.11).

$$\frac{V^2(\theta)}{V_{p0}^2} \approx 1 + 2\varepsilon \sin^2\theta - \frac{(\varepsilon - \delta)\sin^2\theta}{2\left(1 + \frac{2\varepsilon\sin^2\theta}{f}\right)}, \text{ Onda P}$$

$$\frac{V^2(\theta)}{V_{p0}^2} \approx 1 - f + \frac{(\varepsilon - \delta)\sin^2(2\theta)}{2\left(1 + \frac{2\varepsilon\sin^2\theta}{f}\right)^2}, \text{ Onda SV} \quad (2.12)$$

2.8. VELOCIDAD MÁXIMA DE PROPAGACIÓN

Todos los medios tienen una velocidad característica de propagación de ondas físicas, para el caso particular, ondas acústicas, y está determinado en parte por las propiedades del medio, es directamente proporcional a la densidad del medio y puede comportarse de forma isotrópica o anisotrópica dependiendo de la estructura cristalina de los minerales que hacen parte de la composición del suelo. La onda acústica es una onda de energía de presión, por lo tanto, su propagación depende del medio, esto permite establecer para cada medio valores máximos y nominales de velocidad de propagación, independientes de la frecuencia. Para el caso de estudio la velocidad del suelo se hace con un modelo sintético homogéneo, es decir que todo su espacio tiene las mismas propiedades físicas. La característica de velocidad se obtiene a partir del siguiente planteamiento:

$$\Delta t \leq \sqrt{\frac{a_1}{a_2} \frac{\Delta h}{V_{max}}}. \quad (2.13)$$

Donde a_1 y a_2 son los coeficientes de la discretización en diferencias finitas [7].

$$a_1 = 1 + 2 + 1 = 4$$

$$a_2 = 1 + 2 + 1 = 4$$

Por lo tanto.

$$V_{max} \leq \frac{\Delta h}{\Delta t}. \quad (2.14)$$

2.9. DIFERENCIAS FINITAS

El método de las diferencias finitas es un método numérico que provee una técnica simple y sencilla para la aproximación de una solución de ecuaciones diferenciales en las derivadas parciales teniendo en cuenta condiciones iniciales y condiciones de frontera. Con el fin de combinar los dominios del espacio y el tiempo (Entorno en el cual son usadas usualmente las diferencias finitas) se aplica lo que se conoce como un enmallado en el espacio para dar así una simplificación de carácter lineal a las aproximaciones de las derivadas, ignorando la no linealidad general de la función, y aproximándola mediante linealidades localizadas. Una vez se genera un mapa diferencial mediante las subdivisiones del espacio, se procede a la diferenciación en el tiempo en pasos establecidos por el usuario. A pesar de ser una técnica sencilla y fácil de usar, deben tenerse en cuenta parámetros específicos en el momento de la selección de los valores diferenciales para el enmallado y para el tiempo, ya que las funciones pueden presentar divergencias que produzcan que el método no tenga convergencia o que por otro lado de una respuesta completamente errónea.

EL PROCESO EN GENERAL DE APLICACIÓN DE ESTE MÉTODO ES EL SIGUIENTE

- Discretización del dominio espacial del problema mediante la técnica del enmallado, teniendo en cuenta las condiciones de estabilidad, consistencia y convergencia.
- Establecer los parámetros de las fronteras y las condiciones iniciales del sistema. No sólo la frontera puede contener valores iniciales, sino que para algunos modelos

puede poseer acondicionamientos especiales de absorción y reflexión generalmente usados en modelos termodinámicos, electromagnéticos, y generación de mapas de calor.

Expresiones de primer y segundo grado de las diferencias finitas:

Diferencias finitas centradas

$$\begin{aligned}\frac{\partial y}{\partial x} &\approx \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2(\Delta x)} \\ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} &\approx \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{(\Delta x)^2}\end{aligned}\tag{2.15}$$

Diferencias finitas hacia adelante

$$\begin{aligned}\frac{\partial y}{\partial x} &\approx \frac{y_{i+1} - y_i}{(\Delta x)} \\ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} &\approx \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i}{(\Delta x)^2}\end{aligned}\tag{2.16}$$

Diferencias finitas hacia atrás

$$\begin{aligned}\frac{\partial y}{\partial x} &\approx \frac{y_i - y_{i-1}}{(\Delta x)} \\ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} &\approx \frac{y_i - 2y_{i-1} + y_{i-2}}{(\Delta x)^2}\end{aligned}\tag{2.17}$$

- Aproximación de las derivadas de las ecuaciones que rigen el comportamiento del problema mediante esquemas de diferencias finitas. Existen diferentes formas

de modelar cada una de las diferencias de acuerdo al orden de las mismas o de la cantidad de puntos que se adquieran de la malla.

- El Planteamiento del sistema de ecuaciones en diferencias finitas a resolver, en caso de tratarse de un esquema implícito, o bien planteamiento de las ecuaciones iterativas si se trata de un esquema explícito. En este punto el modelo matemático continuo que se tenga del fenómeno se convertirá en un modelo exclusivamente discreto, lo que implica tener en cuenta que la solución del sistema es discreta y aproximada. Un buen método para generalizar el modelo es partir de las propiedades de la correlación, la crosscorrelación y la regresión del sistema.

3. ECUACIONES DESACOPLADAS PARA EL MODELADO SÍSMICO (VTI) EN MEDIOS CON ANISOTROPÍA Y CONDICIONES DE FRONTERA ABSORBENTE

3.1. ECUACIÓN DESACOPLADA DE ONDA ACÚSTICA VTI

La ecuación de onda acústica para un medio anisotrópico obtenida por McGarry and Moghaddam (2009), puede expresarse como [8]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} &= c_x \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + c_y \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + c_z \frac{\partial^2 R}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 R}{\partial t^2} &= d_x \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + d_y \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + d_z \frac{\partial^2 R}{\partial z^2}\end{aligned}\tag{3.1}$$

dónde P y R son los campos de ondas pseudo-acústicos, y c_i, d_i ($i \in \{x, y, z\}$) son los coeficientes de velocidad dados por

$$\begin{aligned}c_x = c_y &= V_{po}^2(1 + 2\varepsilon); & c_z &= V_{po}^2 \\ d_x = d_y &= V_{po}^2(1 + 2\delta); & d_z &= V_{po}^2\end{aligned}$$

Donde V_{po} es la velocidad de propagación y ε, δ son los parámetros de anisotropía Thomsen.

3.2. FRONTERAS ABSORBENTES

Las fronteras absorbentes como herramienta computacional buscan prevenir reflexiones impredecibles dentro de una región de cálculo, al momento de realizar la propagación, de no aplicarlas no habrá forma de diferenciar entre la onda real y la reflejada por las fronteras no reales. Otra ventaja importante es la simulación espacial de la frontera en el infinito. Unas de las limitaciones de los sistemas computacionales con respecto al tema computacional de las diferencias finitas es que la capacidad de almacenamiento RAM, confina el espacio de simulación a sistemas “cerrados” (entendiendo por cerrado como que posee frontera). En ocasiones para algunos análisis como emisión de ondas electromagnéticas se requiere de un espacio “infinito” relativamente con la zona de aplicación, pero recrear estos espacios tan amplios para simular condiciones infinitas, sobrepasa la capacidad computacional disponible. Entonces generar fronteras absorbentes que impidan la reflexión de las ondas en las paredes del sistema “cerrado”, es una muy buena técnica para ahorro de capacidad computacional y reducción del espacio del enmallado.

3.3. COEFICIENTES PARA VARIABLES AUXILIARES

Una estrategia para simular las condiciones de frontera absorbente son las ecuaciones de CPML (capa convolucional perfectamente combinada por sus siglas en inglés), las cuales son expresiones que se derivan de las condiciones de absorción de las ondas anisotrópicas e isotrópicas y que se representan como una onda que posee unos términos de corrección, que posibilitan la eliminación de las reflexiones en las fronteras no reales, en las soluciones numéricas. Para estas condiciones se requieren de unos valores denominados R , Lx y do . Estos tres valores, son constantes para cualquier posición y momento de la propagación: dh ,

es el valor del paso espacial, y $CPMLimit$ es la cantidad de pasos sobre la cual se desea realizar la atenuación, así, Lx es el ancho de la región de CPML.

$$R = 0.001 \quad (3.2)$$

$$Lx = CPMLimit * dh \quad (3.3)$$

$$do = \frac{-3}{2Lx} \log(R) \quad (3.4)$$

El vector X se define como [9]:

$$X = \begin{cases} Lx: dh: 0 & ix \in (-0, CPMLimit] \\ 0 & ix \in (CPMLimit, Nx - CPMLimit) \\ 0: dh: Lx & ix \in (Nx - CPMLimit, Nx) \\ 0: dh: Lx & iz \in (Nz - CPMLimit + 1, Nz) \end{cases} \quad (3.5)$$

Con el vector X se calcula la atenuación de la onda incidente, en las fronteras atenuantes del sistema y sus valores son ceros en las lejanías, para que la propagación sea total.

3.4. ECUACIÓN ACÚSTICA CON FRONTERAS ABSORBENTES PARA MEDIOS VTI

Las fronteras absorbentes por medio de las ecuaciones de CPML se definen como [8]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = & c_x \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + c_y \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + c_z \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + c_x \left(\frac{\partial \psi_{p,x}}{\partial x} + \zeta_{p,x} \right) + c_y \left(\frac{\partial \psi_{p,y}}{\partial y} + \zeta_{p,y} \right) \\ & + c_z \left(\frac{\partial \psi_{r,z}}{\partial z} + \zeta_{r,z} \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 R}{\partial t^2} = & d_x \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + d_y \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + d_z \frac{\partial^2 R}{\partial z^2} + d_x \left(\frac{\partial \psi_{p,x}}{\partial x} + \zeta_{p,x} \right) + d_y \left(\frac{\partial \psi_{p,y}}{\partial y} + \zeta_{p,y} \right) \\ & + d_z \left(\frac{\partial \psi_{r,z}}{\partial z} + \zeta_{r,z} \right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Definición de las variables auxiliares $\zeta_{p,i}$ y $\zeta_{r,z}$.

$$\begin{aligned} \zeta_{p,i}^n &= a_i \zeta_{p,i}^{n-1} + b_i \left[\left(\frac{\partial^2 P}{\partial i^2} \right)^n + \left(\frac{\partial \psi_{p,i}}{\partial i} \right)^n \right] \\ \zeta_{r,i}^n &= a_i \zeta_{r,i}^{n-1} + b_i \left[\left(\frac{\partial^2 R}{\partial z^2} \right)^n + \left(\frac{\partial \psi_{r,z}}{\partial z} \right)^n \right] \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\psi_i^n = a_i \psi_i^{n-1} + b_i \left(\frac{\partial}{\partial i} \right)^n \quad (3.9)$$

En la ecuación anterior, n denota el nivel de tiempo actual para cálculos y parámetros y están dados por [9]

$$\begin{aligned} a_i &= e^{-(\sigma_i + \alpha_i) \Delta t}; & b_i &= \frac{\sigma_i}{\sigma_i + \alpha_i} (a_i - 1) \\ \sigma_i &= do * Vmax * \left(\frac{X}{Lx} \right)^2 & \alpha_i &= \pi * frecuencia * \left(\frac{Lx - X}{Lx} \right) \end{aligned} \quad (3.10)$$

3.5. SOLUCIÓN EN DIFERENCIAS FINITAS DE LA ECUACIÓN ACÚSTICA VTI

La ecuación que modela el campo en un medio acústico 2D considerando anisotropía polar vertical, (ver Ecuación (3.1)), puede resolverse fácilmente usando

métodos numéricos; para el caso de estudio se hará mediante las diferencias finitas. La derivada con respecto al tiempo de la ecuación (3.1) se aproxima por medio de diferencias finitas centradas de segundo orden, dada por la siguiente expresión [5]:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{P_{i,j}^{n+1} - 2P_{i,j}^n + P_{i,j}^{n-1}}{\Delta t^2} \quad (3.11)$$

Las derivadas de primer orden de P y R con respecto a x y z de la ecuación (3.1) y se aproximan de forma similar:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{1}{2} \left(\frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j}^{n-1}}{\Delta x} \right)$$

$$\frac{\partial R}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(\frac{R_{i,j}^{n+1} - R_{i,j}^{n-1}}{\Delta z} \right) \quad (3.12)$$

Ahora las derivadas de segundo orden de P y R con respecto a x y z de la ecuación (3.1) y se aproximan de forma similar:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{P_{i,j}^{n+1} - 2P_{i,j}^n + P_{i,j}^{n-1}}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial^2 R}{\partial z^2} = \frac{R_{i,j}^{n+1} - 2R_{i,j}^n + R_{i,j}^{n-1}}{\Delta z^2} \quad (3.13)$$

Donde $x = i\Delta x, z = i\Delta z$, pasos en la malla en dirección x y z , donde $\frac{\partial^2 P}{\partial t^2}$ es la segunda derivada del campo de presión con respecto al tiempo. Considerando los operadores, ya mencionados en las ecuaciones (3.11- 3.13), la ecuación (3.1) que representa el medio acústico VTI 2D de manera continua, ahora tendrá una representación de forma discreta, teniendo en cuenta que la malla es homogénea

$(\Delta x = \Delta z = \Delta h)$ y que es la combinación de grupos de diferencias de primer y segundo orden (3.13).

$$\begin{aligned}
 P_{i,j}^{n+1} &= 2P_{i,j}^n - P_{i,j}^{n-1} \\
 &\quad + \Delta t^2 \left(c_x \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial \psi_{p,x}}{\partial x} + \zeta_{p,x} \right) + c_z \left(\frac{\partial^2 R}{\partial z^2} + \frac{\partial \psi_{r,z}}{\partial z} + \zeta_{r,z} \right) \right) \\
 R_{i,j}^{n+1} &= 2R_{i,j}^n - R_{i,j}^{n-1} \\
 &\quad + \Delta t^2 \left(c_x \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial \psi_{p,x}}{\partial x} + \zeta_{p,x} \right) + d_z \left(\frac{\partial^2 R}{\partial z^2} + \frac{\partial \psi_{r,z}}{\partial z} + \zeta_{r,z} \right) \right) \quad (3.14)
 \end{aligned}$$

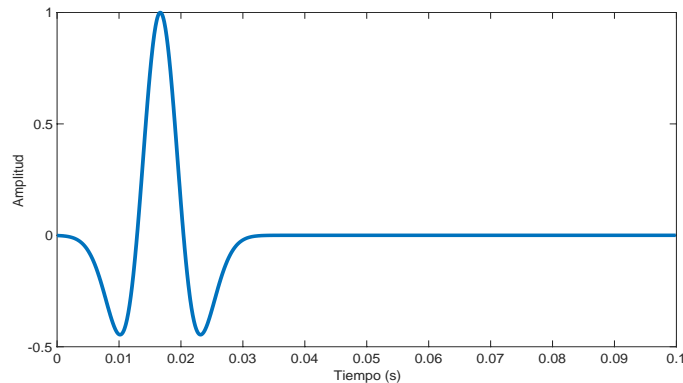
4. RESULTADOS

A continuación, se presentan los resultados obtenidos del algoritmo implementado para realizar modelado sísmico anisótropo, según la ecuación de onda desacoplada (ver Ecuación (3.1)). En estos resultados se obtienen el campo de onda para el medio acústico con su respectivo sismograma sintético. Se ha considerado anisotropía polar vertical (VTI) descrita en la ecuación (3.1)

4.1. MODELO DE UNA SOLA CAPA HORIZONTAL

En el primer modelo se considera una sola capa, se obtienen el campo de onda de un medio acústico homogéneo con anisotropía polar vertical (VTI) y el registro sísmico, se consideran diferentes valores de anisotropía, η . En todos los casos las dimensiones del modelo son, 500 (m) de longitud por 250 (m) de profundidad, la ondícula que simula la fuente se ubica en la posición $(Fz, Fx) = (125, 250)(m)$, la frecuencia fundamental de la ondícula es 60 (Hz) el paso en malla es homogéneo, $dx = dz = 1(m)$, el paso en tiempo es de, $dt = 0.1(ms)$ y la componente de la velocidad de la onda P, es de $v_{p0} = 1000(m/s)$. En el registro sintético la fuente se encuentra ubicada en la posición $(Gz, Gx) = (100, 250)(m)$.

Figura 6: Ondícula usada o fuente de Richter para un modelo de una capa.



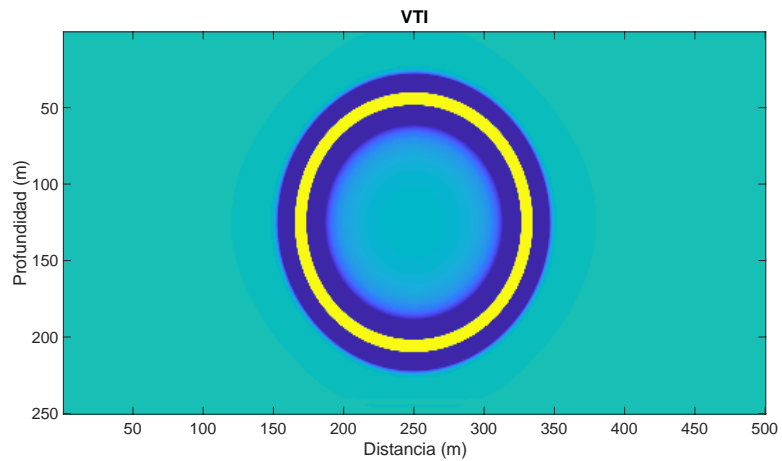
Caso 1: Medio Isótropo.

En el primer caso, se considera un medio acústico homogéneo. Los valores correspondientes a los parámetros de Thomsen son respectivamente, $\delta = 0$ y $\varepsilon = 0$. Se obtiene el frente de onda ovalado (ver imagen centrada en la Figura (7)) y el registro sísmico (ver imagen inferior en la Figura (7)).

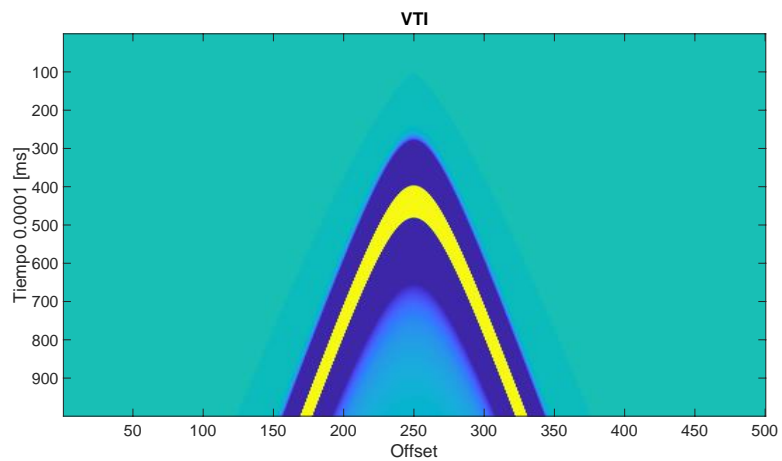
Figura 7: Un modelo de velocidad para una capa ver Figura (7)-a, el campo de onda en un medio acústico homogéneo isótropo ver Figura (7)-b, y el registro sísmico ver Figura (7)-c, en un tiempo de 0.1(s). El valor para la velocidad $V_{po} = 1000$ (m/s), y los parámetros de anisotropía son $\eta = 0, \delta = 0$ y $\varepsilon = 0$.



a)



b)

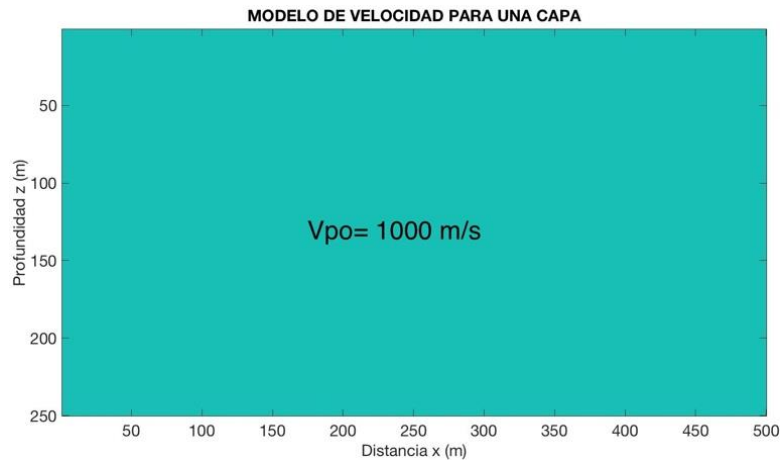


c)

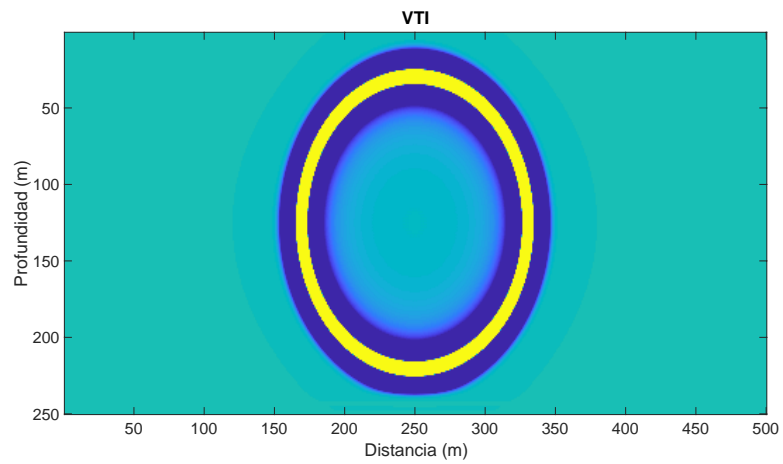
Caso 2: Medio con Anisotropía Elíptica VTI.

El segundo caso, se considera un medio acústico homogéneo con anisotropía “elíptica”, (ver Ecuación 2.9). Los valores de anisotropía de Thomsen son iguales, $\delta = 0.2$ y $\varepsilon = 0.2$ y por esta razón $\eta = 0$. A diferencia del caso anterior, se obtiene el frente de onda elíptico (ver imagen centrada en la Figura (8)) y el registro sísmico para este tipo de medio (ver imagen inferior en la Figura (8)).

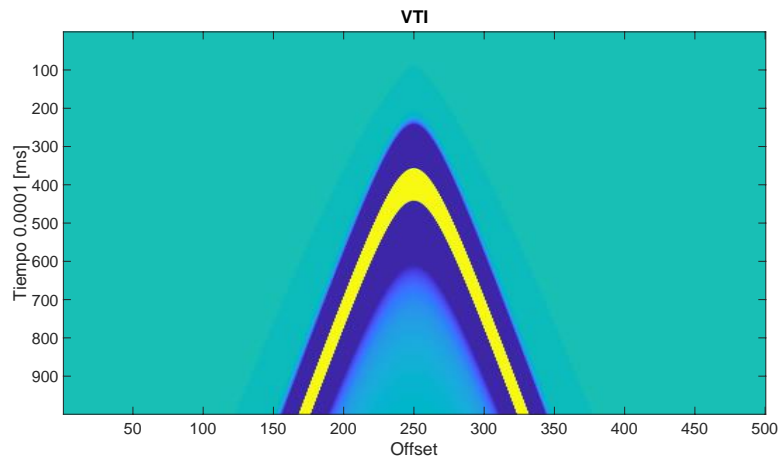
Figura 8: Un modelo de velocidad para una capa ver Figura (8)-a, el campo de onda en un medio acústico homogéneo con anisotropía elíptica ver Figura (8)-b y el registro sísmico ver Figura (8)-c, en un tiempo de 0.1(s). El valor para la velocidad $V_{po} = 1000 \text{ (m/s)}$, y los parámetros de anisotropía son $\eta = 0, \delta = 0.2$ y $\varepsilon = 0.2$.



a)



b)



c)

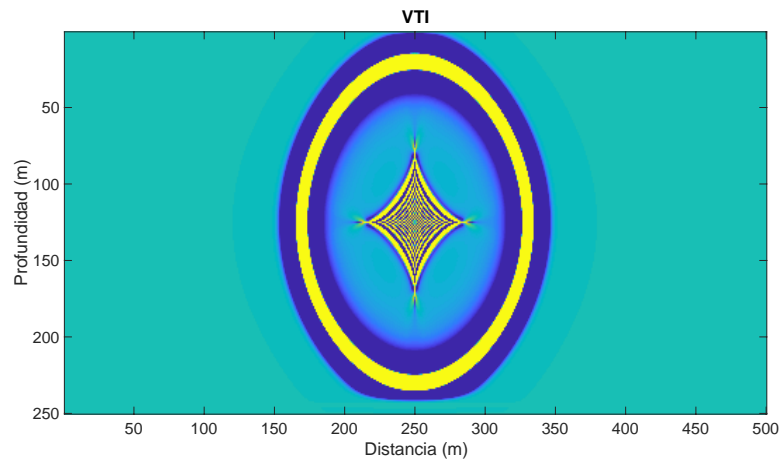
Caso 3: Medio con Anisotropía VTI, $\eta = 0.1$

El tercer caso, se considera un medio acústico homogéneo con anisotropía polar vertical, (ver Ecuación (3.1)). Los valores de anisotropía son: $\eta = 0.1$, $\delta = 0.2$ y $\varepsilon = 0.34$. Se obtiene el frente de onda para la onda compresional, P y la onda con menor velocidad, SV (ver imagen centrada en la Figura (9)). En el registro se observa la presencia de esta onda SV (ver imagen inferior en la Figura (9)).

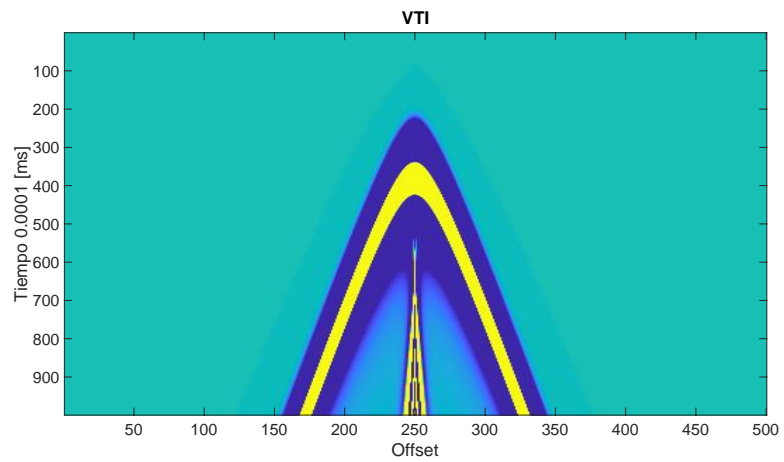
Figura 9: Un modelo de velocidad para una capa ver Figura (9)-a, el campo de onda en un medio acústico homogéneo Anisotropico VTI ver Figura (9)-b, y el registro sísmico ver Figura (9)-c, con un tiempo de 0.1(s). El valor de $V_{po} = 1000$ (m/s), y los parámetros de anisotropía son $\eta = 0.1$, $\delta = 0.2$ y $\varepsilon = 0.34$.



a)



b)

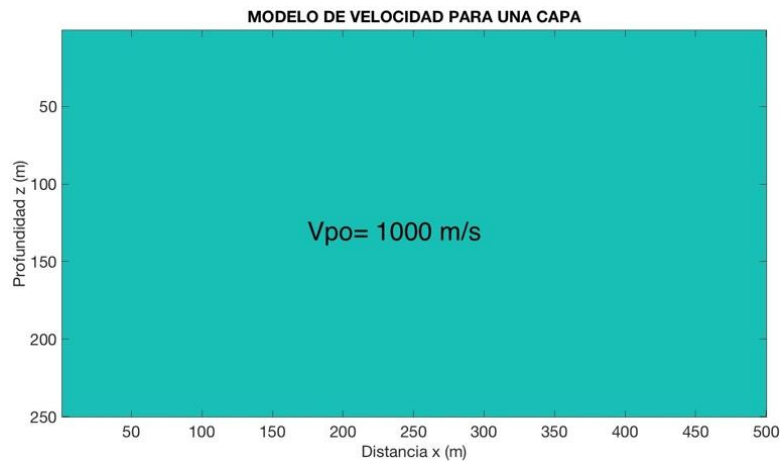


c)

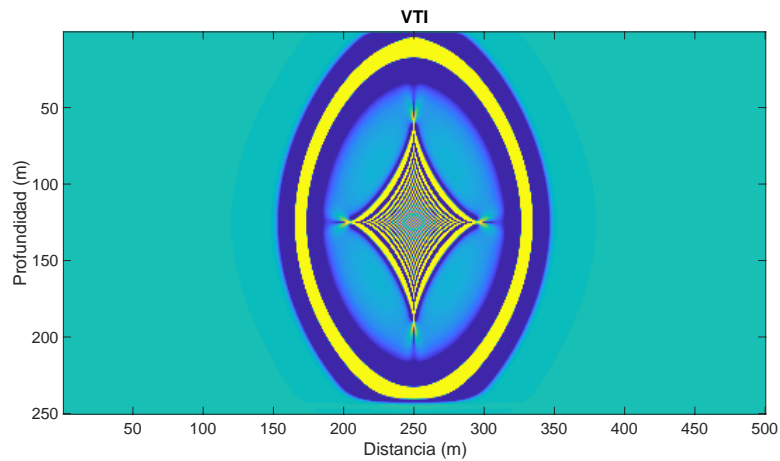
Caso 4: Medio con Anisotropía VTI, $\eta = 0.2$

El cuarto caso, se considera un medio acústico homogéneo con anisotropía polar vertical, (ver Ecuación (3.1)). Los valores de anisotropía correspondientes son $\eta = 0.2$, $\delta = 0.2$ y $\varepsilon = 0.48$. Se obtiene el frente de onda para las ondas P y SV (ver imagen centrada en la Figura (10)) y se observa más acentuado el efecto inherente de la onda SV en el registro sísmico (ver imagen inferior en la Figura (10)).

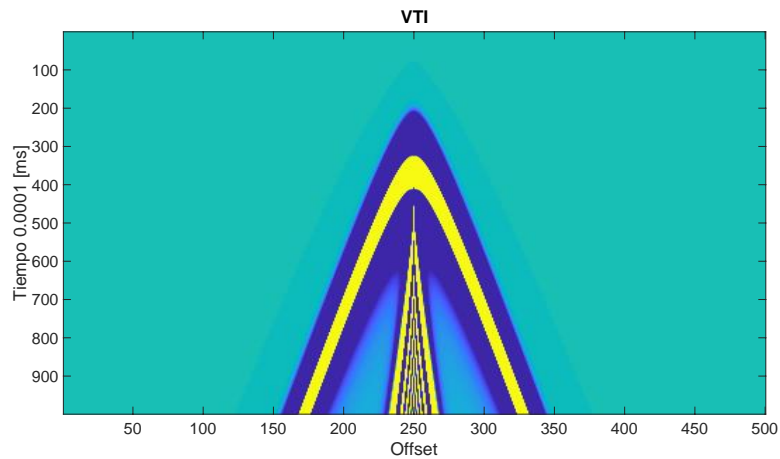
Figura 10: Un modelo de velocidad para una capa ver Figura (10)-a, el campo de onda en un medio acústico homogéneo anisótropo VTI ver Figura (10)-b, y el registro sísmico ver Figura (10)-c, en un tiempo de 0.1(s). El valor para la velocidad $V_{po} = 1000$ (m/s), y los parámetros de anisotropía son $\eta = 0.2$, $\delta = 0.2$ y $\varepsilon = 0.48$.



a)



b)



c)

Caso 5: Medio con Anisotropía VTI, $\eta = 0.5$

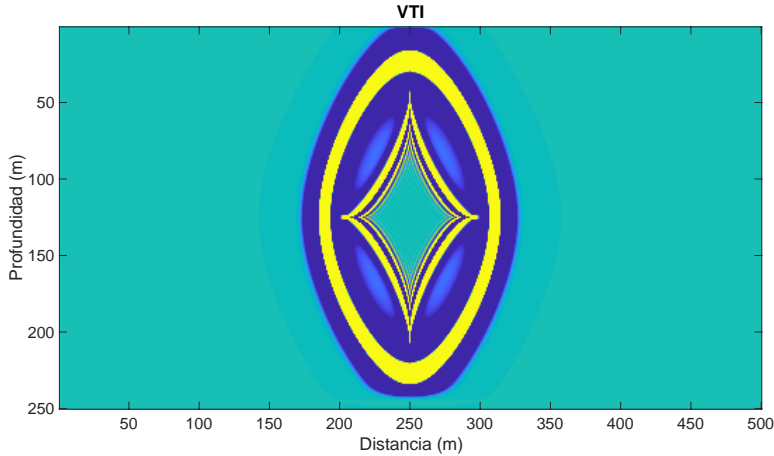
El quinto caso, se considera un medio acústico homogéneo con anisotropía polar vertical, (ver Ecuación (3.1)). Los valores de anisotropía correspondientes son $\eta = 0.5$, $\delta = 0.2$ y $\varepsilon = 0.9$. Se obtiene el campo de onda P y SV (ver imagen centrada en la Figura (11)) y el correspondiente registro (ver imagen inferior en la Figura (11)).

Figura 11: Un modelo de velocidad para una capa ver Figura (11)-a el campo de onda en un medio acústico homogéneo anisótropo VTI ver Figura (11)-b y el registro

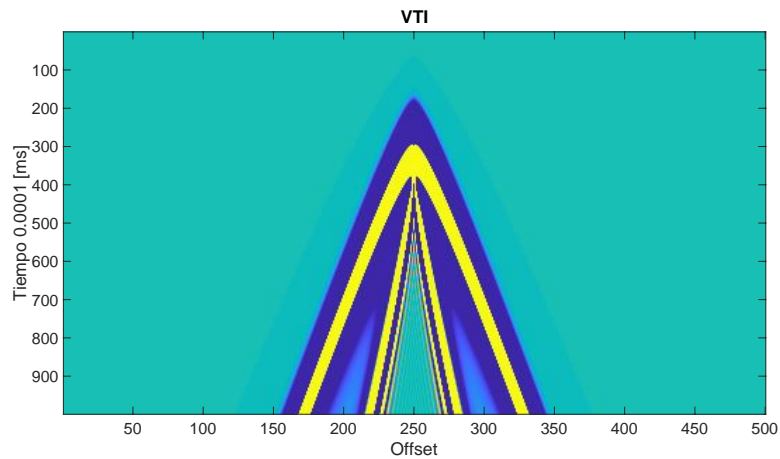
sísmico ver Figura (11)-c, en un tiempo de 0.1(s). El valor para la velocidad $V_{po} = 1000 \text{ (m/s)}$, y los parámetros de anisotropía son $\eta = 0.5$, $\delta = 0.2$ y $\varepsilon = 0.9$.



a)



b)



c)

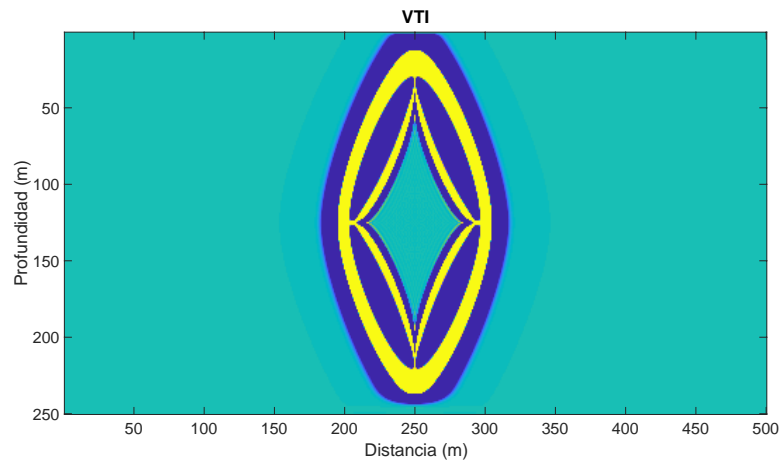
Caso 6: Medio con Anisotropía VTI, $\eta = 1.0$

El último caso, se considera un medio acústico homogéneo con anisotropía polar vertical, (ver Ecuación (3.1)). Los valores de anisotropía correspondientes son $\eta = 1.0$, $\delta = 0.2$ y $\varepsilon = 1.6$. Se obtiene el frente de onda para una anisotropía fuerte en las dos ondas P y SV (ver imagen centrada en la Figura (12)) e igualmente, se observa en el registro (ver imagen inferior en la Figura (12)).

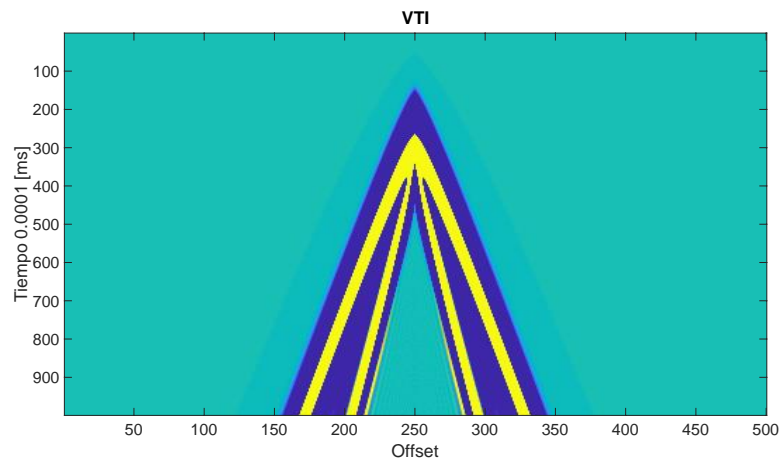
Figura 12: Un modelo de velocidad para una capa ver Figura (12)-a, el campo de onda en un medio acústico homogéneo anisótropo VTI ver Figura (12)-b, y el registro sísmico ver Figura (12)-c, en un tiempo de 0.1(s). El valor para la velocidad $v_{p0} = 1000$ (m/s), y los parámetros de anisotropía son $\eta = 1.0$, $\delta = 0.2$ y $\varepsilon = 1.6$.



a)



b)

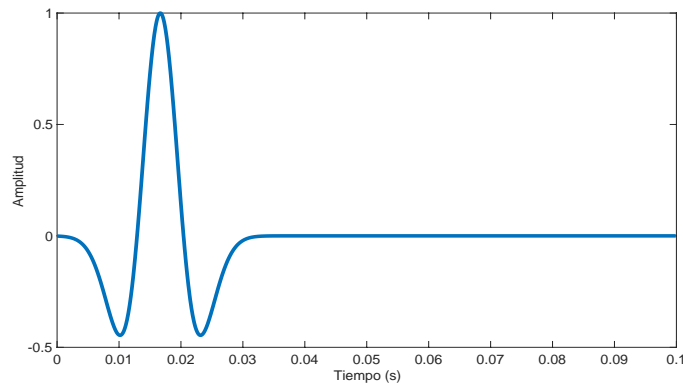


c)

4.2. MODELO DE TRES CAPAS HORIZONTALES

Este modelo 2 consiste en tres capas dispuestas horizontalmente y paralelas, el primer cambio de litología se encuentra a 100 (m), y el segundo a 250 (m). Las dimensiones del modelo son 1000 (m) de longitud por 500 (m) de profundidad, la ondícula que simula la fuente se ubica en la posición $(Fz, Fx) = (30,500)(m)$, la frecuencia fundamental de la ondícula 60 (Hz), el paso en malla es homogéneo ($dx = dz = 1(m)$), el paso temporal de $dt = 0.1(ms)$. Se ubicaron geófonos para registrar la información en una posición $(Gz, Gx) = (30,500)(m)$.

Figura 13: Ondícula usada o fuente de Richter para un modelo de tres capas.



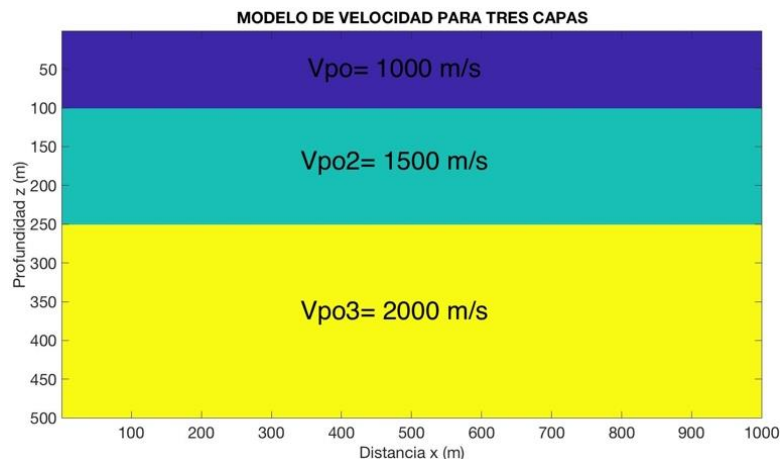
Caso 1: Primera capa horizontal, $\eta = 0$.

El primer caso, se considera un medio acústico heterogéneo con anisotropía VTI, en donde, el valor de velocidad de la primera capa isótropa es de $v_{po1} = 1000 (m/s)$, la velocidad en la segunda capa $v_{po2} = 1500 (m/s)$ y en la tercera capa $v_{po3} = 2000 (m/s)$.

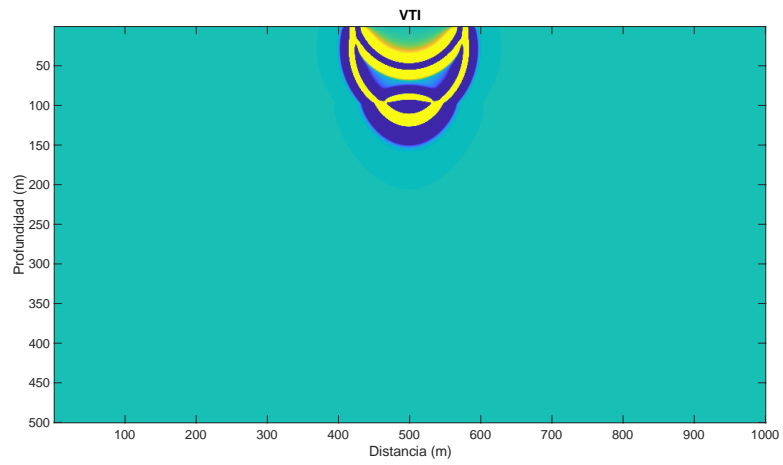
Los valores de anisotropía son respectivamente $\eta_1 = 0$, $\eta_2 = 0,1$ y $\eta_3 = 0.2$. En todas las capas, el valor de anisotropía de Thomsen, $\delta = 0.2$, excepto en la capa isótropa. En la Figura (14) se presenta a) un modelo de velocidades de tres capas,

un para el campo de onda para diferentes tiempos, b) 0.1(s), c) 0.2(s), e) 0.3(s) y e) el registro sísmico en 0.35(s). Se puede observar en la Figura (14), que, al ubicar la fuente en una capa isótropa, no aparece ningún rastro de la onda SV, ni en el modelado, ni tampoco en el sismograma. Como se puede ver en la Figura (14)-b una vez que la onda atraviesa la barrera donde hay el primer cambio de litología se puede observar que a medida que la onda avanza aumenta su excentricidad comparada con la incidente, dado el cambio de velocidad por las propiedades del medio. También se puede apreciar una porción de la onda reflejada, que asciende de nuevo a la superficie. De igual manera en la Figura (14)-c se ve el mismo fenómeno a medida que la onda cambia de capa. Una porción de la onda se ve reflejada y otra porción avanza deformándose con respecto a la anterior debido al cambio de velocidad. En la imagen (14)-d se evidencia la presencia de las tres capas y como afecta a la onda propagada. Las reflexiones dejan ver claramente las fronteras en 100 y 250 metros.

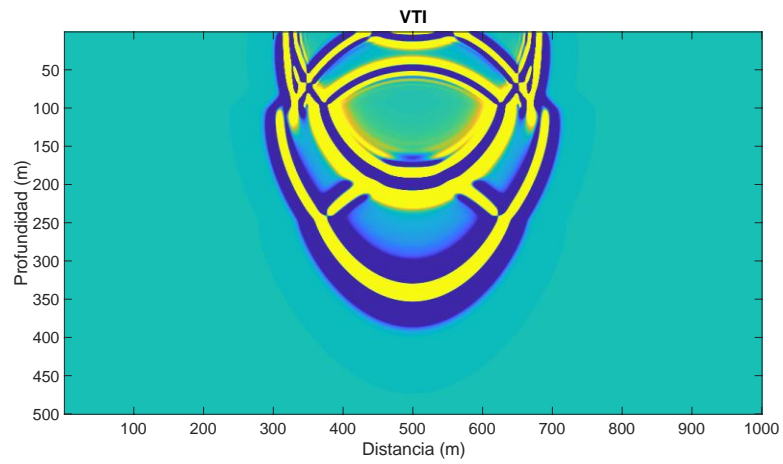
Figura 14: Campo de onda en un medio acústico VTI, en donde la primera capa es isótropa, b) para un tiempo de 0.1(s), c) 0.2(s), d) 0.3(s) y e) registro sísmico en 0.35(s).



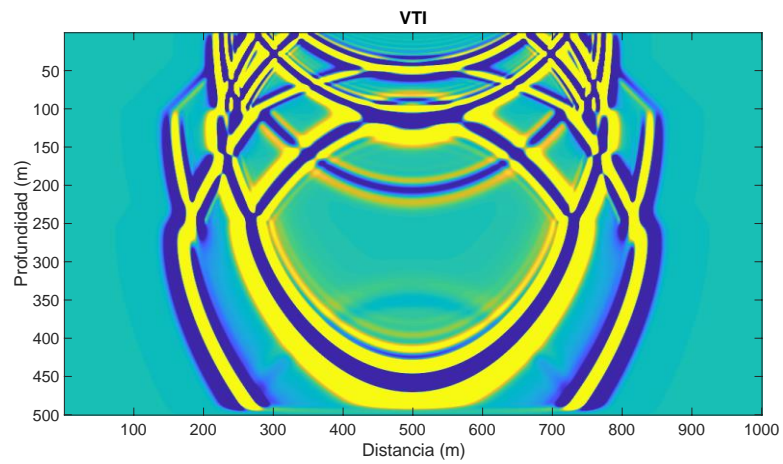
a) Modelo de velocidad para tres capas



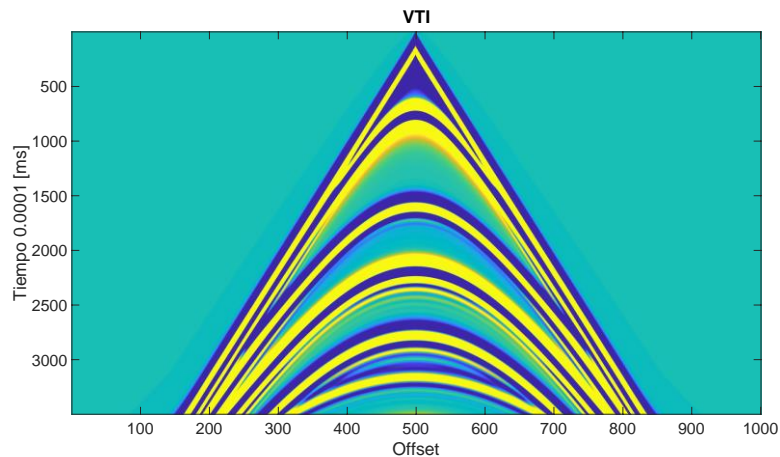
b) Tiempo de propagación 0.1(s)



c) Tiempo de propagación 0.2(s)



d) Tiempo de propagación 0.3(s)

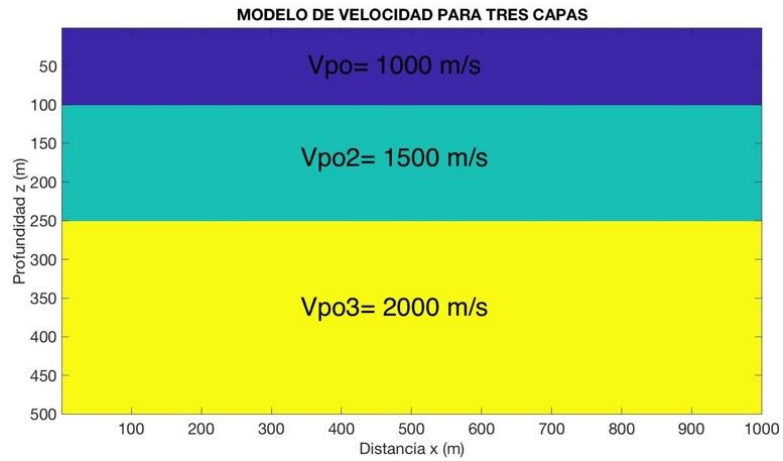


e) Tiempo de propagación 0.35(s)

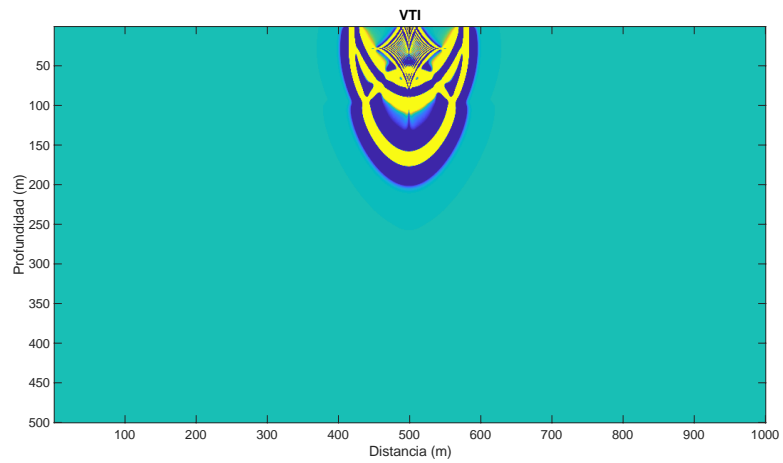
Caso 2: Primera capa horizontal, $\eta = 0.2$.

Se modelo la propagación para tres capas horizontales homogéneas, pero con la diferencia en la primera capa, esta capa posee un valor $\eta = 0.2$ y una velocidad $v_{po1} = 1000 \text{ (m/s)}$, la segunda capa posee un valor de anisotropía $\eta = 0.3$ y una velocidad $v_{po2} = 1500 \text{ (m/s)}$ y la tercera capa tiene $\eta = 0.4$ y un valor $v_{po3} = 2000 \text{ (m/s)}$. En la Figura (15) a) un modelo de velocidades de tres capas, un para el campo de onda para diferentes tiempos, b) 0.1(s), c) 0.2(s), d) 0.3(s) e) el registro sísmico en 0.35(s). Se puede observar en la Figura (15) que a diferencia de la Figura anterior se observa el efecto inherente al cambio de medio. De la misma manera que en el caso anterior hay rebotes en los cambios de medio, pero por otro lado se puede apreciar que las reflexiones son más amplias. Lo esperado es que en un momento del tiempo los reflejos ascendentes que llegan a las capas inmediatamente superiores empiecen a generar nuevos reflejos que forman patrones de aspecto ovoide (forma de huevo), y observando con atención, se evidencia que se generan intersecciones entre las curvas ascendentes y descendentes, y uniendo estas intersecciones se aprecia claramente la existencia del cambio de litología.

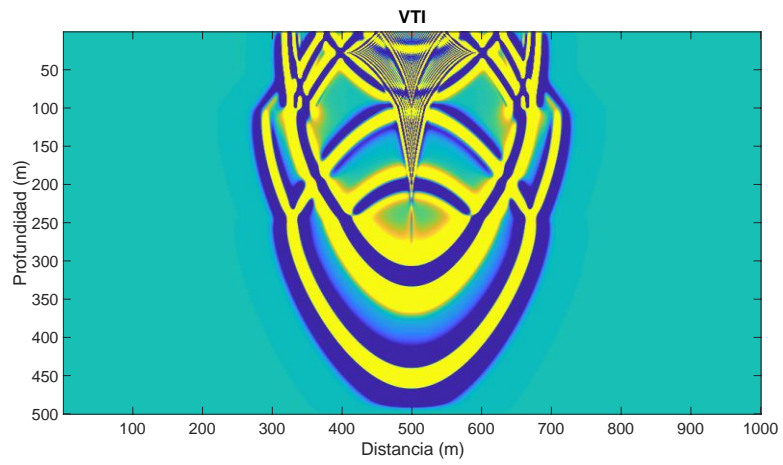
Figura 15: Campo de onda en un medio acústico VTI, en donde la primera capa es anisótropa, b) para un tiempo de 0.1(s), c) 0.2(s), d) 0.3(s) y e) registro sísmico en 0.35(s).



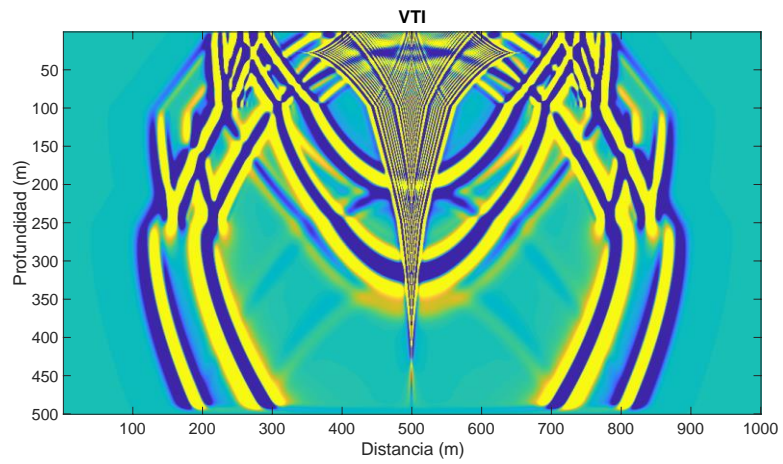
a) Modelo de velocidad para tres capas



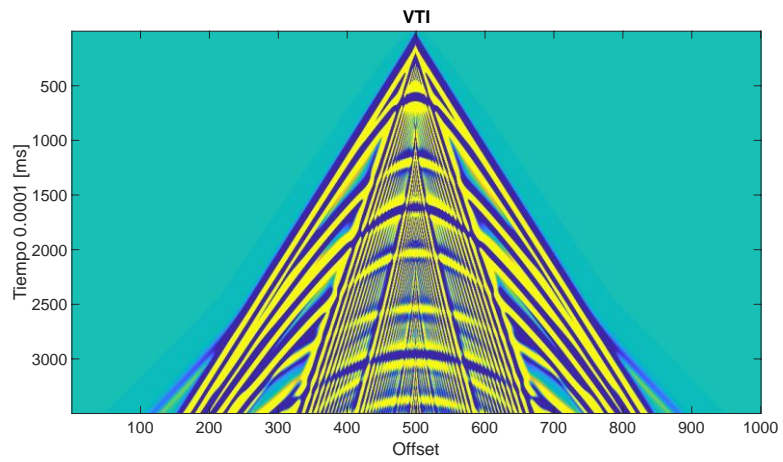
b) Tiempo de propagación 0.1(s)



c) Tiempo de propagación 0.2(s)



d) Tiempo de propagación 0.3(s)



e) Tiempo de propagación 0.35(s)

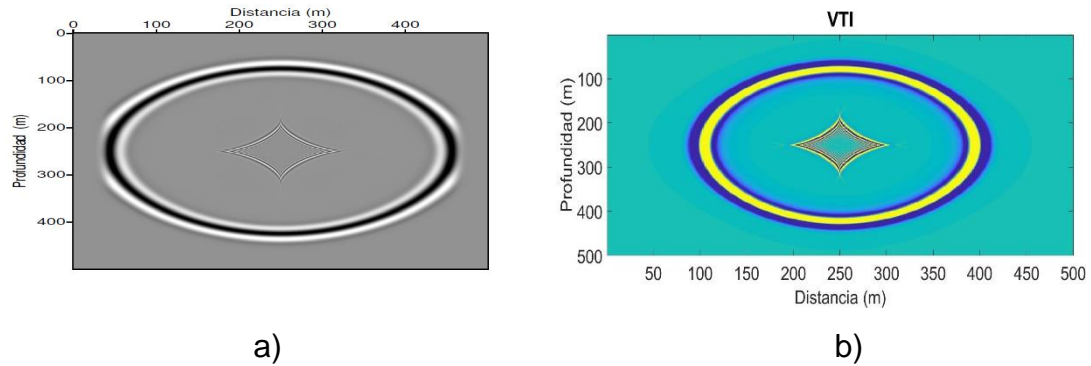
5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Una vez obtenidos los resultados presentados en el capítulo 4 de este libro de tesis fueron comparados con el estado del arte de medios acústicos con anisotropía referenciados en el numeral [1] y [5] de la bibliografía.

Caso 1: Medio con Anisotropía VTI, $\eta = 0.08$

En el primer caso, se muestra un medio acústico anisótropo cuyas dimensiones del modelo son, 500 (m) de longitud por 500 (m) de profundidad, la ondícula que simula la fuente se ubica en la posición $(Fz, Fx) = (250, 250)(m)$, la frecuencia fundamental de la ondícula es 60 (Hz) el paso en malla es homogéneo, $dx = dz = 0.694(m)$, el paso en tiempo es de, $dt = 0.17(ms)$ y la componente de la velocidad de la onda P, es de $v_{p0} = 1000(m/s)$. Los valores correspondientes a los parámetros de Thomsen son respectivamente, $\delta = 0.1$ y $\varepsilon = 0.2$. Se puede observar en la Figura (16) la similitud de la propagación en un medio anisotropico debido a que presenta la misma forma de onda y en ambos casos hay presencia de la onda Sv teniendo en cuenta los mismos parámetros de diseño en para ambas Figuras, en la Figura 16-(a) representa el campo de onda obtenido por medio de ecuaciones diferenciales acopladas en medios con anisotropía. De igual manera en la Figura 16-(b) se representa el campo de onda obtenido por medio de ecuaciones diferenciales desacopladas en medios con anisotropía.

Figura 16: Un modelo de velocidades, con ecuaciones diferenciales acopladas y desacopladas con un tiempo de propagación de 0.1(ms)

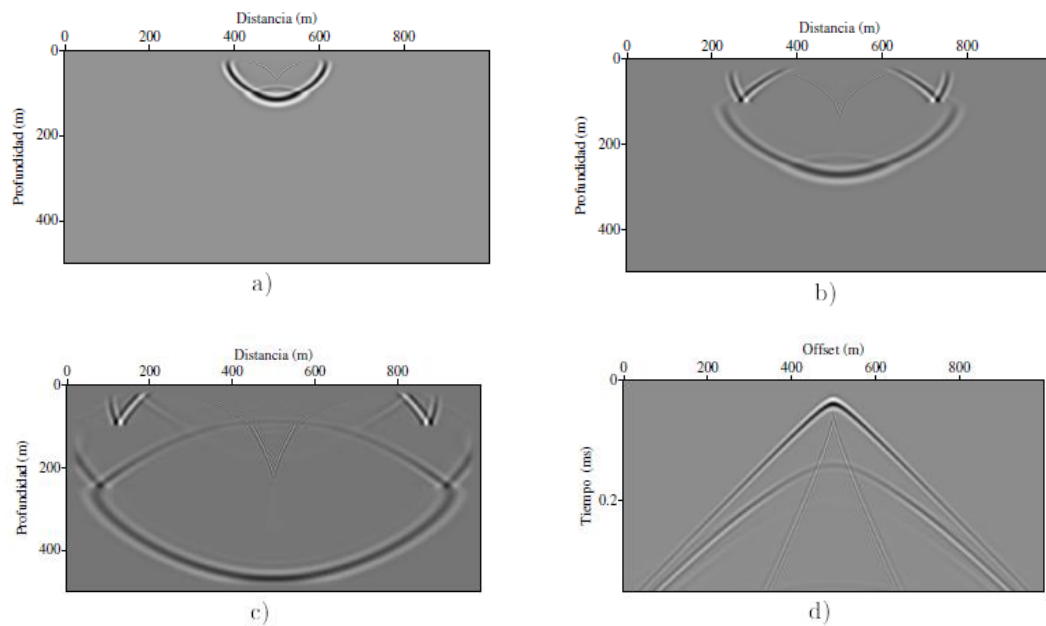


Caso 2: Modelo de tres capas con primera capa horizontal, $\eta = 0.2$.

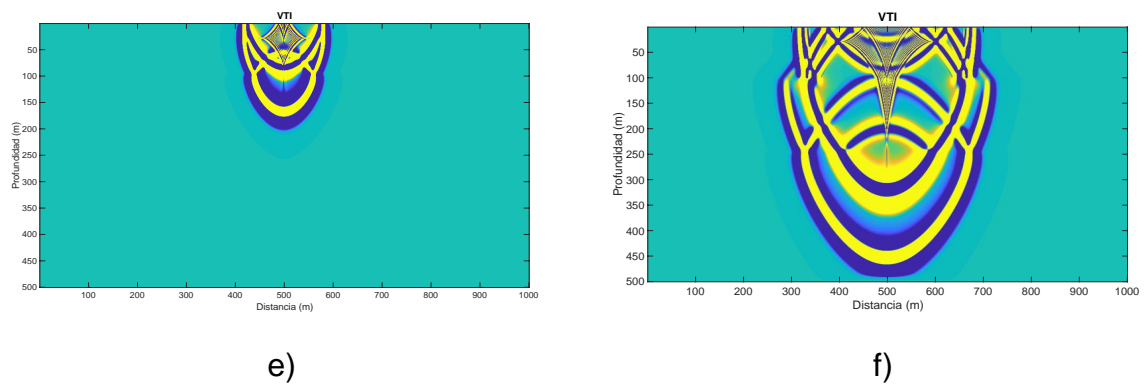
Este modelo 2 consiste en tres capas dispuestas horizontalmente y paralelas, el primer cambio de litología se encuentra a 100 (m), y el segundo a 250 (m). Las dimensiones del modelo son 1000 (m) de longitud por 500 (m) de profundidad, la ondícula que simula la fuente se ubica en la posición $(Fz, Fx) = (30, 500)(m)$, la frecuencia fundamental de la ondícula 60 (Hz), el paso en malla es homogéneo ($dx = dz = 1(m)$), el paso temporal de $dt = 0.1(ms)$. Se ubicaron geófonos para registrar la información en una posición $(Gz, Gx) = (30, 500)(m)$. Además se modeló la propagación para tres capas horizontales homogéneas, pero con la diferencia en la primera capa, esta capa posee una velocidad $v_{p01} = 1000 (m/s)$, la segunda capa posee una velocidad $v_{p02} = 1500 (m/s)$ y la tercera capa tiene un valor $v_{p03} = 2000 (m/s)$. Los valores de anisotropía son respectivamente $\eta_1 = 0.2$, $\eta_2 = 0.3$ y $\eta_3 = 0.4$. En todas las capas, el valor de anisotropía de Thomsen, $\delta = 0.2$. Se puede observar en la Figura (17) ciertas similitudes como la misma forma de onda, las intercepciones de las ondas en los cambios de litología y la presencia de la onda Sv. Dentro de las diferencias la propagación de la onda avanza con mayor velocidad en el modelo 2 debido a esto se presenta una mayor cantidad

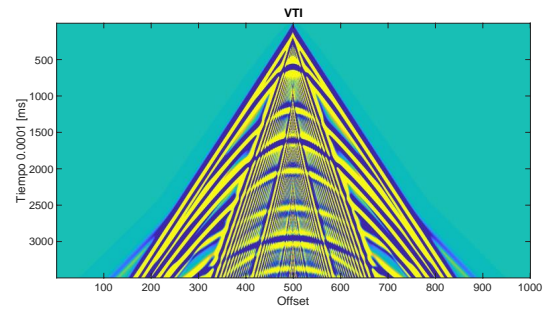
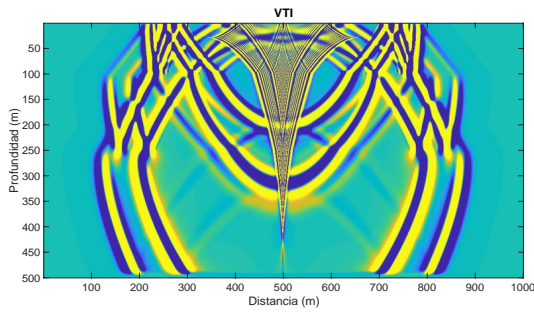
de reflexiones en la Figura 17-(h) por el aumento de los choques de las ondas en los cambios de litología.

Figura 17: Un modelo de velocidades de tres capas, con ecuaciones diferenciales acopladas y desacopladas para diferentes tiempos, a-e) 0.1(s), b-f) 0.2(s), c-g) 0.3(s) d-h) el registro sísmico en 0.35(s)



Modelo 1: Modelo de 3 capas con ecuaciones diferenciales acopladas





Modelo 2: Modelo de tres capas con ecuaciones diferenciales desacopladas

g)

h)

6. CONCLUSIONES

- El desarrollo del algoritmo muestra la forma de modelar un medio acústico en donde se incluye el fenómeno de anisotropía en la propagación de las ondas en el suelo, basado en ecuaciones diferenciales parciales en el dominio del tiempo, que por medio de diferencias finitas, permite obtener esquemas numéricos de segundo orden, en donde se tuvieron en cuenta las condiciones de estabilidad y de frontera.
- El modelado numérico en medios acústicos con anisotropía polar vertical es más favorable para el costo computacional, en comparación con medios que tienen anisotropía polar inclinada, debido a que no requiere la intervención de componentes angulares. Por lo tanto, desarrollar los modelos a partir de la hipótesis acústica en medios VTI, es una buena elección debido a su reducción de tiempo computacional y aproximación en la estructura del subsuelo.
- Se pudo comprobar que el modelo responde de la forma esperada para los modelos sintéticos del subsuelo tanto de una capa como a varias capas (3 para el caso de estudio), Esto permite el modelamiento de otro tipo de subsuelo que tengan una característica de composición estratificada, siempre y cuando se tenga en cuenta las limitaciones espaciales y de cómputo del modelo.
- Durante la realización de este trabajo fue posible comprobar que el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo exige herramientas de cómputo con especificaciones muy por encima de las de un computador personal. A medida que la complejidad de los casos fue incrementada con modelos de tres capas, los tiempos de cálculo se incrementaron junto con los requerimientos de espacio en la memoria RAM del computador, debido a este hecho fue necesario utilizar equipos de cómputo con recursos superiores a los normales.

REFERENCIAS

- [1] E. F. Chacón Hurtado, «Modelado Numérico 2-D En Medios Acústicos Anisótropos Basado En Ecuaciones Diferenciales Parciales Acopladas Y Desacopladas,» Bucaramanga, 2016, pp. 18, 28-40, 51-53, 112-114.
- [2] D. A. Gómez Reyes, M. A. Centeno Miranda y S. Chávez Pérez, «Anisotropía Sísmica Una Breve Revisión General,» 2015, pp. 1-4, 20-29.
- [3] H. Hormazabal y A. Pinto M, «Prospección Sísmica,» Universidad Tecnológica de Chile (Inacap Maipú), Chile, 2011.
- [4] C. Y. Morales Romero, «Exploración Sísmica Mundial,» [En línea]. Available: <https://exploracionsismica.webnode.com.co/prospectiva-exploracion-sismica/>. [Último acceso: 15 07 2018].
- [5] J. A. Torres Peña, «Modelado Acústico Y Migración Pspi En Medios Con Anisotropía Polar,» Bucaramanga, 2010, pp. 19-21, 30-33, 49-51.
- [6] Y. Cabello, «Análisis De Velocidad En Un Medio Anisótropo De Tipo Vti Para Ondas Pp Y Ps,» Sarteneja, 2007, p. 24.
- [7] R. S. a. R. P. B. Larry R. Lines, *GEOPHYSICS*, vol. 64, nº 3, pp. 967-969, 1999.
- [8] D. Pasalic y R. McGarry, «Convolutional Perfectly Matched Layer For Isotropic And Anisotropic Acoustic Wave Equations,» Acceleware Corp.
- [9] D. L. Abreo Carrillo, «Informe 1,» April 27, 2015.

BIBLIOGRAFIA

C. Y. Morales Romero, «Exploración Sísmica Mundial,» [En línea]. Available: <https://exploracionsismica.webnode.com.co/prospectiva-exploracion-sismica/>. [Último acceso: 15 07 2018].

D. A. Gómez Reyes, M. A. Centeno Miranda y S. Chávez Pérez, «Anisotropía Sísmica Una Breve Revisión General,» 2015, pp. 1-4, 20-29.

D. L. Abreo Carrillo, «Informe 1,» April 27, 2015.

D. Pasalic y R. McGarry, «Convolutional Perfectly Matched Layer For Isotropic And Anisotropic Acoustic Wave Equations,» Acceleware Corp.

E. F. Chacón Hurtado, «Modelado Numérico 2-D En Medios Acústicos Anisótropos Basado En Ecuaciones Diferenciales Parciales Acopladas Y Desacopladas,» Bucaramanga, 2016, pp. 18, 28-40, 51-53, 112-114.

H. Hormazabal y A. Pinto M, «Prospección Sísmica,» Universidad Tecnológica de Chile (Inacap Maipú), Chile, 2011.

J. A. Torres Peña, «Modelado Acústico Y Migración Pspi En Medios Con Anisotropía Polar,» Bucaramanga, 2010, pp. 19-21, 30-33, 49-51.

R. S. a. R. P. B. Larry R. Lines, *GEOPHYSICS*, vol. 64, nº 3, pp. 967-969, 1999.

Y. Cabello, «Análisis De Velocidad En Un Medio Anisótropo De Tipo Vti Para Ondas Pp Y Ps,» Sarteneja, 2007, p. 24.