PROPUESTA METODOLÓGICA PARA FAVORECER EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LAS FUNCIONES SENO Y COSENO BASADA EN LA EXPERIMENTACIÓN.

ELENA JAIMES RODRIGUEZ

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUCARAMANGA
2012

PROPUESTA METODOLÓGICA PARA FAVORECER EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LAS FUNCIONES SENO Y COSENO BASADA EN LA EXPERIMENTACIÓN.

ELENA JAIMES RODRIGUEZ

Proyecto de Grado presentado como requisito para optar al título
De:
Especialista en Educación Matemática

Director:

MAGISTER HÉCTOR ALBERTO HIGUERA MARÍN

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUCARAMANGA

2012

A Dios y a la virgen María, porque invaden mi alma con su energía espiritual en momentos de confusión, dándome la paz y la tranquilidad que necesito para vivir en armonía con las personas que me rodean.

AGRADECIMIENTOS:

A mi esposo César Bossa, quien caminó a mi lado para que éste triunfo fuera una realidad y aportó sus conocimientos de ingeniería al desarrollo de ésta propuesta.

A mis hijos Carlos Augusto Bossa y Ana Sofía Bossa, que me regalaron incondicionalmente gran parte de su tiempo en los momentos que deseaban estar al lado de su mamá.

A mi suegra Emperatriz Duarte, por su apoyo incondicional.

A mi familia por sus palabras de aliento para continuar labrando mi meta.

Al profesor Alberto Higuera, quien siempre estuvo dispuesto a compartir con paciencia sus conocimientos durante el desarrollo de este trabajo.

A todos los profesores de la especialización por su dedicación en cada una de las horas de clase.

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE ANEXOS

PÁG.

RESUMEN

TITULO: PROPUESTA METODOLÓGICA PARA FAVORECER EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LAS FUNCIONES SENO Y COSENO BASADA EN LA EXPERIMENTACIÓN*.

AUTORA:
ELENA JAIMES RODRÍGUEZ**.

PALABRAS CLAVES:
Propuesta metodológica, Aprendizaje significativo, funciones seno y coseno.

El presente trabajo consiste en una propuesta metodológica, que busca aportar al proceso de enseñanza aprendizaje, elementos para una construcción significativa de las definiciones y de las propiedades de las funciones seno y coseno en estudiantes del grado décimo.

Esta propuesta parte de una investigación cualitativa y del diseño de talleres, fundamentados en la teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel, teniendo como idea central, que un aprendizaje es significativo, cuando los nuevos conocimientos son incorporados en forma sustancial y no en forma arbitraria, en la estructura cognitiva del estudiante, gracias a la actitud favorable del alumno por relacionar los nuevos conocimientos con los previos, porque él sólo aprende lo que considera valioso y a lo que le encuentra sentido. Los talleres tienen como objeto la observación y análisis de experimentos sencillos, como los que se obtienen al hacer variaciones de la velocidad y la amplitud de una partícula a velocidad constante alrededor de un círculo. Dichos talleres buscan crear un ambiente propicio para la discusión e indagación de los fenómenos presentados a través de la experimentación, favoreciendo la construcción significativa de cada una de las nociones. Un equipo graficador construido especialmente para la realización de estas actividades facilitó la realización de todas estas experiencias.

La experimentación, como herramienta educativa para la enseñanza de las matemáticas, y en particular de las funciones seno y coseno, es un recurso de gran importancia, ya que le permite al estudiante realizar procesos de observación, indagación y análisis de situaciones reales, proporcionándole elementos necesarios para construir significativamente el conocimiento y aplicarlo en la solución de problemas cotidianos.

*Proyecto de Grado.
**Facultad de Ciencias, Escuela de Matemáticas, Director: Ms. Alberto Higuera.

SUMMARY

TITLE: METHODOLOGICAL PROPOSAL FOR IMPROVING THE SIGNIFICANT LEARNING OF THE FUNCTIONS SIN AND COS BASED ON EXPERIMENTATION*.

AUTHOR:
ELENA JAIMES RODRIGUEZ**

KEY WORDS:

Methodological Proposal, Significant Learning, Functions Sin and Cos.

This work consists of a methodological proposal, which pretends to contribute to the learning-teaching process, by bringing some elements for a significant construction of the definitions and the properties of the functions sin and cos for tenth grade students.

The proposal is based on a qualitative searching and from the design of workshops supported on the theory of the significant learning by David Ausubel, having as the main idea that a learning is significant when the new knowledge is incorporated in a substantial way but not in a arbitrary one, into the cognitive structure of the student, thanks to his/her favorable attitude to relate the new with the previous knowledge because he/she just learns the one he/she considers valuable and the one has sense for him/her. The workshops have as an objective the observation and analysis of simple experiments like the ones are obtained by making variations of the velocity and the amplitude of a particle at a constant speed around a circle. The mentioned workshops pretend to create an accurate environment for the analysis and inquiring of the phenomenon exposed through experimentation which facilitates the significant construction of each one of the notions. A device which designs the graphics was intentionally elaborated to develop these activities.

Experimentation, as a pedagogical tool for the teaching of mathematics, and specifically for the functions sin and cos, is a great resource due to it follows the students to make observation, research and analysis processes of real situations. These situations give them the adequate elements to build the knowledge and apply it in the solution of daily problems meaningfully.

* Project of Degree.
**Faculty of Sciences, School of Mathematics, The Director: Ms. Alberto Higuera.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad las matemáticas se han convertido para los estudiantes un obstáculo académico y para muchos, el inicio de un fracaso escolar y universitario; lo anterior es causa de muchos factores, entre los cuales podemos mencionar la famosa enseñanza tradicional, que se caracteriza por un aprendizaje memorístico y una continua repetición de los contenidos, tanto por parte del profesor como por los estudiantes, en la cual los objetivos propuestos se visualizan, en muchos casos, por la cantidad de ejercicios resueltos mecánicamente sin significado alguno, puesto que no se les permitió relacionar el nuevo conocimiento con otro del pasado para ir logrando un aprendizaje significativo, ya que, " para lograr un aprendizaje significativo se necesita: suficiente predisposición del sujeto, un conocimiento previo, un conocimiento nuevo que tenga posibilidad de relacionarse y una interacción sujeto- objeto" (Ausubel, Novak, Hanesian, 1989).

Por otro lado debemos tener en cuenta que los jóvenes están en un periodo de transición del antiguo decreto 230, en donde, se reglamentaba que solo podía perder el año el 0.5% de la población total de la institución educativa. Reglamentación que llevó a los estudiantes a la ley del mínimo esfuerzo por las actividades académicas, y a la cultura de ser promovido, sin importar que no se hubiera alcanzado un nivel básico del conocimiento. Por lo tanto es un nuevo reto para los docentes la creación de estrategias pedagógicas que despierten expectativas en los jóvenes, muestren la importancia del conocimiento y de su aplicabilidad para ir logrando poco a poco una apropiación del conocimiento.

Las condiciones socioculturales en que viven los estudiantes constituyen otro factor importante en el aprendizaje de las matemáticas, ya que en comunidades educativas de escasos recursos, los padres de familia no tienen tiempo para realizar un verdadero acompañamiento de las actividades académicas, lo cual es importante en todo proceso educativo.

> La familia debe proveer las condiciones para potencializar dichos aprendizajes, de manera que facilite la integración social de sus hijos a la escuela. Las prácticas familiares en la labor educativa se construyen a través de representaciones sociales; éstas se expresan en estrategias y acciones de uso cotidiano explícitas e implícitas, como: revisión y realización de tareas, distribución de la rutina y uso del tiempo diario, acompañamiento para el estudio, visitas a la escuela para conocer los logros académicos y el comportamiento de los hijos, entre otras. Así, cada familia tiene sus propios valores, actitudes, principios y visiones que dan sentido al apoyo en los aprendizajes de sus hijos; es decir, su capital particular e insustituible le permite usar estrategias, prácticas y metodologías diferentes. (Espítia, Montes, 2009, p.84).

Tébar (2003), menciona que el motor del cambio en la educación es el profesor, y describe una serie de obstáculos que impiden dichos procesos, como es la resistencia del profesorado al cambio*:* “muchos maestros sienten terror a los cambios de contenidos, que les sacan de sus seguridades, de sus repetitivas programaciones. La dedicación de tiempo extra a la actualización y formación permanente ha puesto cuesta arriba el cambio para muchos profesores que precisan dedicar decenas de horas en cursos de actualización”.

En cuanto a la actualización docente, se debe tener en cuenta que las entidades gubernamentales no aportan recursos económicos para la realización de actualizaciones de calidad o simplemente no se realizan. Así mismo, no existen unos parámetros de calidad del estímulo por su preparación académica para ascenso en el escalafón, ya que muchos docentes obtienen sus especializaciones en instituciones de educación superior de trayectoria no reconocida, en las cuales no les brindan las suficientes herramientas tanto pedagógicas como en el manejo de recursos tecnológicos necesarios para atender la educación de los jóvenes de hoy en día.

Con el presente trabajo, pretendo contribuir con el mejoramiento de algunas de las problemáticas, presentadas en la enseñanza de las nociones de las funciones seno y coseno, consecuencia de los aspectos mencionados anteriormente, como la falta de interés por el aprendizaje de las mismas, el desconocimiento de su aplicación, memorización de las propiedades de dichas funciones y la falta de análisis para relacionarlas con un fenómeno natural, es decir, ausencia de competencias, las cuales están vinculadas con el desarrollo de los diferentes aspectos de toda actividad matemáticas como son: la comprensión conceptual de las nociones, la modelación, la comunicación, el razonamiento y la formulación, tratamiento y resolución de problemas; todas enfocadas hacia un mismo objetivo: *Utilizar su conocimiento para desempeñarse en una situación.*

Mi propuesta está basada en la experimentación, para la cual, se hizo el diseño de un equipo que reproduce las funciones seno y coseno, a medida que realiza el movimiento de rotación de una partícula alrededor de un círculo; mediante el apoyo de esta herramienta pedagógica se pretende analizar las propiedades de dichas funciones, experimentando con los diferentes parámetros como la velocidad y la amplitud de rotación de la partícula. A través de dichas experiencias se quiere lograr que los jóvenes establezcan variables, determinen relaciones de dependencia e independencia, de crecimiento y decrecimiento, tabulen y analicen tanto los datos, como las gráficas obtenidas, hasta que puedan determinar las propiedades y demás características de dichas funciones. Con el anterior proceso pretendo lograr un aprendizaje significativo de las funciones en mención, así como proporcionar estrategias que permitan el desarrollo del pensamiento matemático. Por lo tanto mi trabajo estará enmarcado bajo la siguiente pregunta: ¿Es posible lograr un aprendizaje significativo de las funciones seno y coseno basada en la experimentación?

JUSTIFICACIÓN

Las funciones trigonométricas como el seno y el coseno son de gran importancia en el desarrollo académico de los estudiantes, ya que, muchos de los fenómenos naturales que son periódicos pueden ser representados , analizados e interpretados mediante dichas funciones, además de lo anterior, a partir del análisis y el estudio de cada una de ellas, el estudiante puede generar nuevos conocimientos que le permiten interpretar algunos fenómenos que se ven reflejados en ramas como la física, la química, la medicina, la cartografía, la astronomía entre otras ciencias, las cuales directa e indirectamente podrían estar relacionadas con su diario vivir, permitiéndole descubrir que el estudio de las matemáticas no son sólo del aula, sino por el contrario, están íntimamente relacionadas con la realidad y con situaciones fuera de la escuela.

Por otro lado, reviste gran importancia lograr que los estudiantes vean el estudio de las matemáticas como una ciencia agradable, y que sus fundamentos pueden ser deducidos a partir de la observación y el análisis de experimentos sencillos, los cuales pueden llegar a constituirse en una valiosa herramienta en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Es por lo anterior, y con el propósito de contribuir con el desarrollo del pensamiento matemático así, como de elevar el nivel académico de los estudiantes, que presento una propuesta para favorecer el aprendizaje significativo de las nociones seno y coseno basada en la experimentación.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Elaborar una propuesta de trabajo en el aula, basada en la experimentación que favorezca el aprendizaje significativo de las funciones seno y coseno.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Revisar bibliografía actualizada que permita definir de manera apropiada, los elementos matemáticos y teóricos que requiere el desarrollo de la propuesta.

Diseñar talleres y actividades orientadas al uso de la experimentación, para favorecer un aprendizaje significativo de las funciones seno y coseno en los estudiantes del grado décimo.

Analizar los resultados obtenidos en la aplicación de la propuesta metodológica, para determinar si es posible favorecer el aprendizaje significativo de las funciones seno y coseno basado en la experimentación.

1. ANTECEDENTES Y MARCO DE REFERENCIA

1.1 ANTECEDENTES

Al realizar una revisión bibliográfica, de los diferentes proyectos de grado presentados en la Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander, sobre las funciones seno y coseno, y de cómo se implementa su enseñanza en el aula; se encontró un proyecto de grado para optar al título de Especialista en Educación Matemática, el cual fue realizado por María Claudia Gómez llamado **Análisis de la función sinusoidal** (1996). Este trabajo está orientado a identificar los elementos básicos necesarios en el estudiante para empezar a trabajar sobre la amplitud, período y desfase de la función seno; fue desarrollado en el Colegio de California (Santander). Algunas de las conclusiones a las que llegó su autora fueron:

- La disponibilidad de los conocimientos previos que posee el alumno es una condición importante y necesaria para que puedan llevar a cabo un aprendizaje lo más significativo posible.
- El método constructivista es muy efectivo para que el alumno una el saber cotidiano con el saber científico y produzca el saber escolar.

Por otro lado también encontramos el proyecto de grado llamado **Modelo didáctico para graficar las funciones trigonométricas seno y coseno desfasadas utilizando traslación** (1999) realizado por Eduardo Silva Rueda, el cual está orientado a utilizar, aplicar y analizar un modelo didáctico que le permita a los estudiantes de décimo grado, construir las gráficas de las funciones trigonométricas de las funciones seno y coseno desfasadas, el cual fue desarrollado en el Colegio Santander del municipio de Bucaramanga.

A continuación se mencionan algunas de las conclusiones a las cuales llegó el autor:

- El modelo didáctico permitió orientar al grupo en el proceso para graficar las funciones trigonométricas seno y coseno, utilizando las traslaciones con ayuda del papel calcante, y se hicieron posibles los cambios conceptuales que la adquisición de conocimientos científicos exigen.
- El conocimiento escolar es compartido y tiene su base en el flujo de comunicación generado en el aula y por lo tanto es un conocimiento.

1.2 MARCO DE REFERENCIA

Esta propuesta está fundamentada en los siguientes aspectos:

- **Fundamentación matemática**: donde se enuncia los principios teóricos que constituyen el estudio de las funciones seno y coseno.
- **Fundamentación pedagógica**: teniendo en cuenta que mi propuesta está enfocada a lograr un aprendizaje significativo, y que mediante la experimentación se desarrollan muchos parámetros característicos de este modelo pedagógico, mi trabajo está enmarcado bajo la teoría de aprendizaje de David Ausubel.
- **Fundamentación sobre la teoría del uso de experimentos** como estrategia de enseñanza aprendizaje para el favorecimiento de un aprendizaje significativo.

FUNDAMENTACIÓN MATEMÁTICA

La fundamentación matemática del presente trabajo se basa en los conceptos y propiedades de las funciones seno y coseno, de acuerdo a los programas académicos establecidos; como se trata de un proyecto para implementar en el grado décimo, se ajusta a los lineamientos curriculares determinados por el Ministerio de Educación Nacional(1998) en el área de matemáticas en dicho nivel, lo anterior implica que los componentes matemáticos involucrados deben estar enmarcados dentro del álgebra y el pensamiento variacional fundamentalmente; Dentro de los cuales debemos tener en cuenta los estándares propuestos para esta etapa, que por guardar directa relación con el desarrollo de esta propuesta menciono a continuación: comprender patrones, relaciones y funciones; Representar y analizar situaciones y estructuras matemática utilizando símbolos algebraicos; usar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas y analizar el cambio en contextos diversos (NTCM 1989,P.300).

Así mismo, en el desarrollo de esta propuesta se tiene en cuenta las competencias que se deben desarrollar en todo proceso matemático, las cuales, están presentes en todas las actividades de la vida. En matemáticas la noción de competencia está relacionada con un componente práctico, es decir, “Utilizar su conocimiento para desenvolverse en una situación determinada”. Desde este contexto ser competente significa: resolver problemas; proceso con el cual se debe lograr adquirir nuevos conocimientos, formular e investigar conjeturas matemáticas, desarrollar y evaluar argumentos y demostraciones matemáticas, usar diferentes métodos de demostración, consolidar su pensamiento matemático a través de la comunicación, comunicar su pensamiento matemático con coherencia, usar el lenguaje matemático para expresar ideas matemáticas con precisión, usar conexiones entre ideas matemáticas, aplicar las matemáticas en contextos no matemáticos, crear y utilizar representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas y utilizar representaciones para modelizar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos (NCTM, 1989).

FUNDAMENTACIÓN PEDAGÓGICA

Teniendo en cuenta que nuestra labor educativa nos exige continuamente lograr progresos en el proceso de enseñanza aprendizaje, con la finalidad de que en el aula se enseñe a pensar, a analizar y a desarrollar competencias dejando a un lado los procesos repetitivos y memorísticos, se presenta este trabajo que busca favorecer el aprendizaje significativo de las funciones seno y coseno a través de la experimentación.

¿QUÉ ES UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO?

El aprendizaje significativo es aquel que conduce a la creación de estructuras de conocimiento mediante la relación sustantiva entre la nueva información y las ideas previas de los estudiantes (Díaz, Arceo y Hernández, 2004, p. 39). Por lo tanto, se debe destacar la importancia que el estudiante tenga un conocimiento previo como antecedente para aprender, pues aún cuando tengamos un material bien elaborado es difícil lograr un nuevo conocimiento si no hay una base.

REQUISITOS PARA LOGRAR UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Según Ausubel se dan cambios en la estructura del conocimiento debido a la asimilación de las nuevas nociones; pero esto solo es posible si existen condiciones favorables:

1. Que el material a estudiar tenga significación para el estudiante, es decir que tenga un significado lógico, racionable con la estructura cognitiva para permitir un aprendizaje no arbitrario, por otro lado deben existir ideas de anclaje adecuadas en el alumno que permita la interacción del material nuevo que se presenta.
2. Debe existir una actitud favorable del alumno, predisposición para aprender de manera significativa, en lo cual juega un papel importante el docente pues debe buscar estrategias que potencien la motivación. (Díaz *et al* 2004).

CARÁCTERÍSTICAS DE UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

1. Los conocimientos son incorporados a la estructura cognitiva de manera no arbitraria y sustancial, con lo cual, se quiere decir que el material tiene suficiente intencionalidad, al igual que no es arbitrario, para que exista una manera de relacionarlo con las ideas previas. Al respecto también se debe tener en cuenta que puede existir la posibilidad de que el material sea potencialmente significativo pero que el estudiante aprenda por repetición pues no está en disposición de hacerlo de otra manera, pues su inmadurez cognitiva no le permite asimilar estructuras complejas.

2. La incorporación del nuevo conocimiento se logra gracias al esfuerzo del estudiante de relacionar el conocimiento previo con el que se le presenta.
3. Los anteriores aspectos son la implicación de un proceso afectivo del alumno, pues él sólo quiere aprender lo que considera valioso (Ausubel *et al,* 1989).

Se debe tener presente que lo anterior es imposible lograr si no existe un docente comprometido en su continua actualización y motivado para enseñar significativamente, así como de buscar continuamente y aplicar estrategias que favorezca el aprendizaje de sus estudiantes, con una actitud positiva hacia el mejoramiento de la calidad de la educación.

LA EXPERIMENTACIÓN COMO UN PROCESO FORMATIVO

La experimentación es un recurso muy importante en el proceso de formación, ya que le brinda al estudiante una perspectiva heurística y promueve la formación de una mente científica, con lo cual se enriquece la visión para la formulación y resolución de problemas; del mismo modo se logra una formación significativa de conceptos y una estructura lógica del pensamiento (Guillén, 2008).

Zemelman, Daniels y Hyde (1998) consideran la importancia de la experimentación en el proceso educativo y afirman lo siguiente*:*

> Razonar es fundamental para saber y hacer matemáticas. El estudiante debe entender que las matemáticas hacen sentido, que no son simplemente un conjunto de reglas y procedimientos que se deben memorizar. Por ese motivo necesitan experiencias en las que puedan explicar, justificar y refinar su propio pensamiento, no limitarse a repetir lo que dice un libro de texto. Necesitan plantear y justificar sus propias conjeturas aplicando

> varios procesos de razonamiento y extrayendo conclusiones lógicas.
>
> Ayudar a que los estudiantes se muevan por etapas entre varias ideas y sus representaciones, es tarea muy importante del maestro; como también lo es, promover en los estudiantes de manera creciente, la abstracción y la generalización, mediante la reflexión y la experimentación, en lugar de ser él el único que explique y que exponga. Parte vital de hacer matemáticas conlleva, a que los estudiantes discutan, hagan conjeturas, saquen conclusiones, defiendan sus ideas y escriban sus conceptualizaciones, todo lo anterior, con retroalimentación del maestro. (Steven Zemelman, 1998)

Con lo anterior el autor nos hace reflexionar sobre la importancia que tiene la búsqueda de estrategias pedagógicas que promuevan una enseñanza de las matemáticas con sentido, en donde los estudiantes desarrollen las operaciones mentales y sus funciones cognitivas, las cuales les permitan formar los conceptos de una manera significativa y puedan ser competentes, no sólo en esta área sino en las diferentes situaciones que se les presenten en la vida, convirtiéndose así, la matemática en una base fundamental del desarrollo personal.

De igual manera, se recalca la importancia que los docentes promovamos la experimentación, ya que a través de ella podemos ir llevando a los estudiantes en un proceso de razonamiento, discusión y abstracción de conclusiones lógicas hasta llegar a la generalización; así mismo, se debe tener en cuenta que la labor del profesor no es precisamente explicar y exponer los resultados de los fenómenos ni las situaciones presentadas sino por el contrario crear los ambientes de aprendizaje propicios para promover el desarrollo de estos procesos matemáticos.

2. PROPUESTA Y METODOLOGÍA

El presente trabajo plantea una propuesta metodológica, basada en la experimentación para favorecer el aprendizaje significativo de las propiedades, definiciones y análisis de las funciones seno y coseno en estudiantes de grado décimo. Esta propuesta se desarrolló en el Colegio Roberto García Peña del municipio de Girón (Santander), con un total de 10 estudiantes.

Para el desarrollo de este trabajo, se realizó el diseño de cuatro talleres aplicados en horas acordadas entre la docente y los estudiantes durante la jornada escolar en el laboratorio del colegio. Para cada una de estas actividades se utilizó como herramienta educativa un graficador de las funciones seno y coseno, diseñado específicamente con el objetivo de que los estudiantes pudieran realizar variaciones de diferentes parámetros, como por ejemplo, la amplitud y la velocidad de una partícula que gira alrededor de un círculo con velocidad constante; Actividades que tenían por objeto permitirle al estudiante la elaboración de experiencias sencillas para la construcción significativa de las nociones de dichas funciones.

El diseño de los talleres se basó en la teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel, por lo tanto, en su estructura se muestra un lenguaje sencillo y familiar para el estudiante, el cual, se va formalizando matemáticamente a medida que el alumno va construyendo el conocimiento, proceso en el que el docente juega un papel muy importante; Por otro lado, cada una de las actividades se fundamentaron en la observación, el análisis de las experiencias y en la continua indagación de los parámetros observados. Antes de realizar

cada una de estas actividades se les indicó a los estudiantes como se manejaba el equipo y las precauciones que se debían tener.
A continuación se da a conocer la estructura de las actividades realizadas y el objetivo que se planteó para cada una de ellas.

2.1 ACTIVIDAD PRELIMINAR (Prueba diagnóstica)

Esta actividad se planeó con el objetivo de identificar los conceptos previos que los estudiantes tenían sobre las funciones y los principales parámetros que las definen como el rango, el dominio, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, así como el manejo del plano cartesiano, identificación de magnitudes y el valor numérico de una función.
La prueba constó de tres puntos los cuales fueron subdivididos de la siguiente manera:
En la primera parte de esta prueba se les solicitó a los estudiantes identificar magnitudes, variables dependientes e independientes, continuidad o discontinuidad a partir de una gráfica dada.
En la segunda parte de la prueba se les pidió a los estudiantes identificar los valores de la variable dependiente e independiente, el dominio y el rango de una función a partir de las respectivas gráficas.
En la tercera parte de la prueba se les solicitó a los estudiantes determinar los valores para los cuales la función dada era creciente, decreciente o constante.

A continuación se muestra la estructura de dicha actividad.

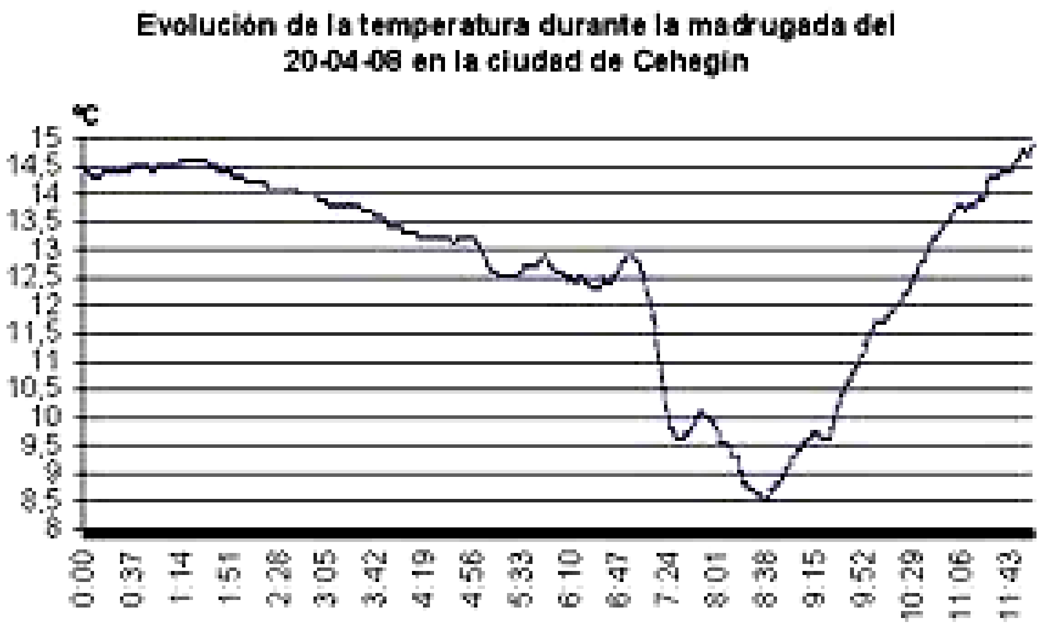
COLEGIO ROBERTO GARCIA PEÑA

MATEMÁTICAS DÉCIMO GRADO

DOCENTE: Elena Jaimes Rodríguez

NOMBRE__________________________________FECHA_______

La gráfica representa las diferentes temperaturas de una ciudad en un día específico

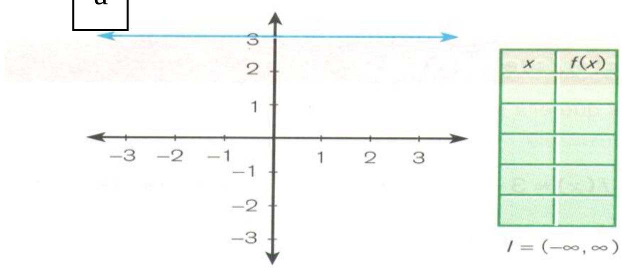


Con base en ella contestar:

1. ¿Qué magnitudes están involucradas?
2. ¿Qué magnitudes varían?
3. ¿Alguna variable depende de la otra?
4. ¿Por qué el tiempo es positivo?
5. ¿En qué momentos la temperatura es inferior a los 10 °C?
6. ¿En qué momentos la temperatura es superior a los 15 °C?
7. ¿Usted considera que la gráfica es continua o discontinua?

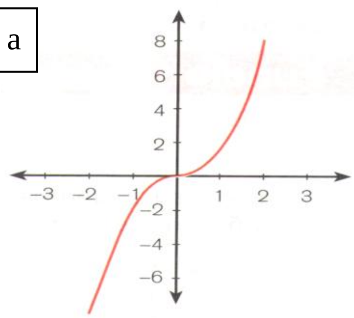
Teniendo en cuenta la siguiente gráfica elaboro una tabla de datos para la función dada.

a



Determine el dominio y el rango de la función.

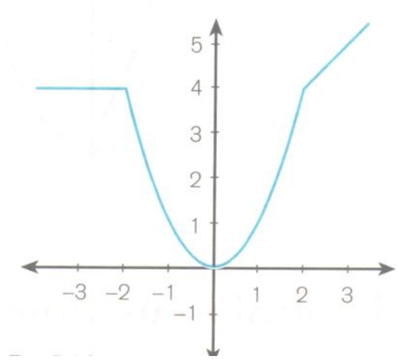
a



Dominio:

Rango:

Indique para qué valores del eje x, la función es creciente, decreciente o constante.



2.2 ACTIVIDAD 1 (Taller 1)

Esta actividad partió de una situación real que consistía en la rotación de una partícula alrededor de un círculo a velocidad constante, la cual fue recreada con el apoyo del equipo graficador; el estudiante debía analizar la situación observada y darle respuesta a las preguntas planteadas.

El objetivo de este taller se orientó a que el estudiante a través del análisis y de la observación de la situación concluyera que:

1. La rotación de una partícula alrededor de un círculo a velocidad constante representa un movimiento continuo y circular.
2. A medida que se realiza el movimiento de rotación la partícula experimenta un comportamiento creciente o decreciente de acuerdo al intervalo que recorra.
3. Al realizar el movimiento de rotación la partícula alcanza un valor máximo y un valor mínimo en la altura de su recorrido.
4. De acuerdo al punto de partida de la partícula se obtiene la gráfica de la función seno o la gráfica de la función coseno.

COLEGIO ROBERTO GARCIA PEÑA

TALLER N° 1

FECHA:______________ GRADO:_______________________

INTEGRANTES:

____

____

____

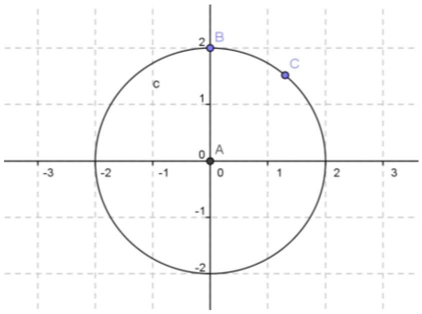
OBJETIVO: Dada una partícula que gira con rapidez constante alrededor de un disco en un tiempo determinado, analizar su posición, las variables involucradas y su relación de dependencia.

RECURSOS: graficador, lapiceros, fotocopias.

SITUACION PLANTEADA:

Una partícula gira alrededor de un disco de madera con una velocidad constante en el sentido de las manecillas del reloj en un tiempo determinado según lo muestra el montaje.

1. ¿Sí colocamos el sistema disco-partícula en el plano cartesiano qué posición le correspondería a la partícula en cualquier instante de tiempo respecto a cada uno de los ejes?



2. Ponga a rotar la partícula alrededor del disco de madera durante 5 segundos y contesta:

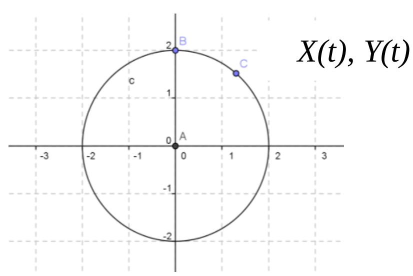
¿Qué sucede con las coordenadas que indican la posición de la partícula a medida que transcurre el tiempo?

¿Qué magnitudes están cambiando a medida que la partícula hace el movimiento de rotación?

¿El tiempo depende de la posición de la partícula o la posición de la partícula depende el tiempo?

¿Cuál magnitud considera que es independiente y cual dependiente?

A medida que la partícula realiza el movimiento de rotación, las coordenadas que me señalan la posición de la partícula *x* e *y*, van cambiando con el tiempo, esta situación la podemos representar así: X= *x (t), Y= y (t).*



Cuando la partícula recorre el primer cuadrante (O π/2) que pasa con la ordenada *Y*:

- ¿Está creciendo o decreciendo?
- ¿Lo hace rápidamente o lentamente?

Cuando la partícula recorre el segundo cuadrante (π/2 π) que pasa con la ordenada *Y:*

- ¿Está creciendo o decreciendo?
- ¿Lo hace rápidamente o lentamente?

Cuando la partícula recorre el tercer cuadrante (π 2π/3) que pasa con la ordenada Y:

- ¿Está creciendo o está decreciendo?
- ¿Lo hace rápidamente o lentamente?

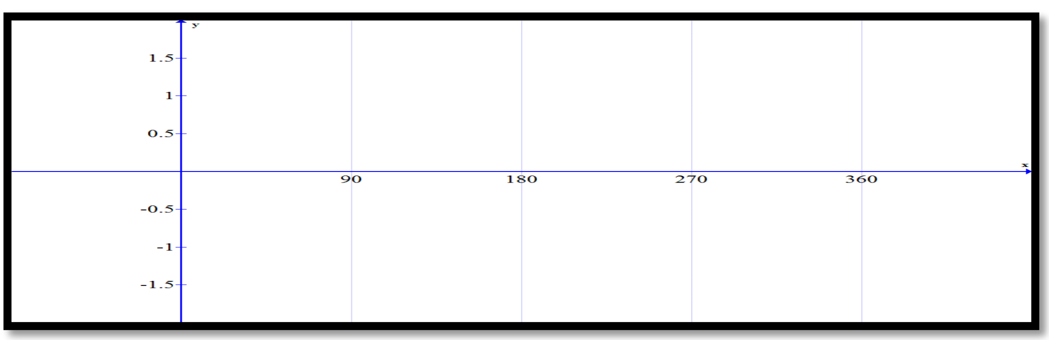
Cuando la partícula recorre el cuarto cuadrante (2π/3 2π), que pasa con la ordenada Y:

- ¿Está creciendo o está decreciendo?
- ¿Lo hace rápidamente o lentamente?

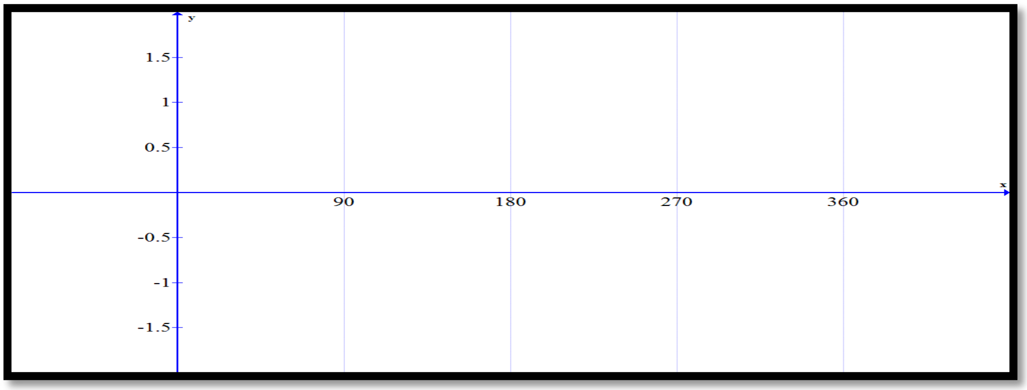
Escriba la información obtenida en la siguiente tabla:

Cuadrante	Intervalo	Comportamiento (crece o decrece)	Punto máximo o mínimo
I			
II			
III			
IV			

Realiza un gráfico con la información obtenida



Con la información anterior realizar nuevamente la gráfica pero traslade el eje vertical hasta 90.



Trasladado el eje vertical, observe, conteste y complete la información de la siguiente tabla.

Cuadrante	Intervalo	Comportamiento	Punto máximo o mínimo
I			
II			
III			
IV			

Conteste de acuerdo con la información

1. ¿Se obtiene la misma gráfica?
2. ¿En qué se diferencia la primera gráfica de la segunda gráfica?

2.3 ACTIVIDAD 2 (Taller 2)

Esta actividad constó de dos experiencias, en la experiencia N°1 los estudiantes debían hacer rotar la partícula tomando como punto de partida la posición para la cual se obtiene la gráfica de la función seno; Se les solicitó rotar la partícula una vuelta y rotular su gráfica como gráfica 1 y así sucesivamente hasta haber realizado dos, tres, y cuatro vueltas; una vez obtenidas las cuatro gráficas, correspondientes a las experiencias anteriores los estudiantes debían compararlas , establecer diferencias y semejanzas.

En la experiencia N°2, los estudiantes debían realizar el procedimiento anterior pero, el punto de inicio de rotación de partícula era la posición para la cual se obtiene la función coseno.

Con esta actividad se pretendía que el estudiante a través de estas experiencias llegara a concluir que:

1. La función seno o coseno se repite cada vez que la partícula realiza una vuelta alrededor de un círculo, por lo tanto la situación representa un fenómeno periódico.
2. El valor máximo o mínimo que la partícula alcanza al realizar su recorrido alrededor de un círculo corresponde a su radio, si se asume, que el círculo es unitario el valor máximo será 1 y el valor mínimo corresponderá a -1; de igual manera estos valores definirán el rango de la función y estarán representados en el eje vertical de la gráfica.
3. La máxima altura que alcanza la partícula al realizar su recorrido determina la amplitud de las funciones.
4. Debido a que la situación representa un fenómeno continuo, su representación gráfica estará definida para todos los números reales.

COLEGIO ROBERTO GARCIA PEÑA

TALLER N° 2

FECHA:___________________ GRADO:______________________

INTEGRANTES:

____

____

____

RECURSOS: Equipo graficador, lápiz, fotocopias.

OBJETIVO: Identificar dominio, rango, periodos y amplitud de las funciones seno y coseno.

EXPERIENCIA 1:

Procedimiento:

1. Ponga a rotar la partícula alrededor del dispositivo tomando como punto de partida la posición indicada en el montaje.

2. Cuando haya realizado una vuelta apague el equipo.
3. Observa la gráfica arrojada por el graficador y rotúlela como gráfica 1.
4. Ponga a rotar la partícula nuevamente, apague el equipo cuando haya dado dos vueltas, observa la gráfica obtenida y rotúlela como gráfica 2.
5. Realizar los anteriores pasos para tres y cuatro vueltas, observa las gráficas obtenidas y rotúlelas como gráfica 3 y gráfica 4 respectivamente.

Actividad 1

Pegue en el tablero una debajo de otra cada una de las gráficas y en el orden obtenido. Conteste las siguientes preguntas:

¿Qué observa al comparar la gráfica 1 con la gráfica 2, la gráfica 3 y la gráfica 4?

¿Para qué intervalos la gráfica se repite teniendo en cuenta la medida angular?

¿Cuánto tiempo gasta la partícula en dar una vuelta completa?

¿Considera usted que la gráfica representa un fenómeno periódico? ¿Por qué?

Ponga a rotar nuevamente la partícula sobre el disco de madera, observe el movimiento y conteste ¿para qué posiciones de la partícula en el disco se alcanza la máxima altura en la gráfica?

Actividad 2:

Observa la gráfica 1 y contesta:

¿Para qué valores del eje horizontal la gráfica está definida?

¿Cuál es el valor máximo que toma la gráfica en el eje vertical?

¿Cuál es el valor mínimo que toma la grafica en el eje vertical?

¿Para qué intervalos la gráfica se hace creciente y positiva?

¿Para qué intervalos la gráfica se hace creciente y toma valores negativos?

¿Para qué valores la gráfica se hace decreciente y toma valores positivos?

¿Para qué valores la gráfica se hace decreciente y toma valores negativos?

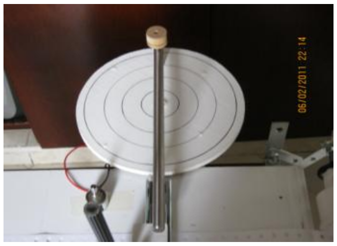
Haga un resumen de las conclusiones obtenidas a través de cada pregunta en la siguiente tabla

Y= SEN X	
Dominio	
Rango	
Intervalos crecientes	
Intervalos decrecientes	
Cortes con el eje *x*	
Intervalos en donde se repite la función	

EXPERIENCIA 2

Procedimiento:

1. Ponga a rotar la partícula pero ahora hágalo en la posición indicada en el montaje.



2. Cuando haya realizado una vuelta apague el equipo.
3. Observa la gráfica arrojada por el graficador y rotúlela como gráfica1.
4. Ponga a rotar la partícula nuevamente, apague el equipo cuando haya dado dos vueltas, observa la gráfica obtenida y rotúlela como gráfica 2.
5. Realizar los anteriores pasos para tres y cuatro vueltas, observa las gráficas y rotúlelas como gráfica 3 y gráfica 4 respectivamente.

Actividad 1:

Pegue en el tablero una debajo de otra cada una de las gráficas y en el orden obtenido. Conteste las siguientes preguntas:
¿Qué observa al comparar la gráfica 1 con la gráfica 2, la gráfica 3 y la gráfica 4?

¿Para qué intervalos la gráfica se repite teniendo en cuenta la medida angular?

¿Cuánto tiempo gasta la partícula en dar una vuelta completa?

¿Considera usted que la gráfica representa un fenómeno periódico? ¿Por qué?

Ponga a rotar nuevamente la partícula sobre el disco de madera, observe el movimiento y conteste ¿para qué posiciones de la partícula en el disco se alcanza la máxima altura en la gráfica?

Actividad 2:

Observa la gráfica 1 y contesta:
¿Para qué valores del eje horizontal la gráfica está definida.

¿Cuál es el valor máximo que toma la gráfica en el eje vertical?

¿Cuál es el valor mínimo que toma la grafica en el eje vertical?

¿Para qué intervalos la gráfica se hace creciente y positiva?

¿Para qué intervalos la gráfica se hace creciente y toma valores negativos?

¿Para qué valores la gráfica se hace decreciente y toma valores positivos?

¿Para qué valores la gráfica se hace decreciente y toma valores negativos?

Haga un resumen de las conclusiones obtenidas a través de cada pregunta en la siguiente tabla.

y= cos x	
Dominio	
Rango	
Intervalos crecientes	
Intervalos decrecientes	
Cortes con el eje *x*	
Intervalos en donde se repite la función	

2.4 ACTIVIDAD 3: (Taller 3)

Para la realización de esta actividad, se implementó en el equipo graficador un dispositivo que permite cambiar la posición de la partícula de acuerdo a diferentes diámetros de la circunferencia, la cual, constituía la trayectoria del movimiento circular, cada uno de estos diámetros se identificaron en el disco del equipo como:1 /4 , 2/4, 3 /4 y

4 /4; Lo anterior, se hizo con el objetivo de permitirle al estudiante observar y analizar los cambios que se producen en las gráficas de las funciones seno y coseno, cuando, se toma como punto de partida de la partícula diferentes longitudes de diámetros escogidos como trayectoria para el movimiento de rotación.

Esta actividad constó de dos experiencias; En la experiencia N°1, los estudiantes simularon con el apoyo del equipo graficador el movimiento de rotación de la partícula a velocidad constante iniciando en la posición según, les mostró el montaje, para la cual se obtiene la gráfica de la función coseno; durante el desarrollo de esta experiencia el estudiante debía hacer rotar la partícula para diferentes diámetros del círculo con el fin de obtener funciones de la forma $y = N \cos x$; de acuerdo a la amplitud del diámetro de la circunferencia tomada como trayectoria de la partícula el estudiante pudo obtener las gráficas de la funciones $y=1/4\cos x$, $y=2/4 \cos x$, $y=3/4 \cos x$ e $y=4/4 \cos x$. En la experiencia N°2 la posición de partida de la partícula, se escogió en el punto donde se reproduce la función seno; en esta actividad el estudiante pudo obtener funciones de la forma $y= N \operatorname{sen} x$, de igual manera, en este taller se planearon experiencias con las que los estudiantes pudieron observar y deducir, que el periodo de las funciones seno y coseno no varía al cambiar la amplitud.

Este taller se basó en la observación y en la indagación de cada una de las situaciones presentadas con el fin de llevar al estudiante al análisis y a la construcción significativa de la definición y propiedades de las funciones seno y coseno de la forma $y= N \operatorname{sen} x$ e $y= N \cos x$.

Con este taller se pretendía que los estudiantes a través de estas experiencias llegaran a concluir que:

1. Dependiendo del diámetro de la circunferencia que se escoja como trayectoria de la partícula, las gráficas de las funciones seno y

coseno sufren una variación en su amplitud, lo cual determina el parámetro "N" en la ecuación de las funciones *y= N sen x* e *y = N cos x*.

2. El periodo de las funciones seno y coseno no cambia al variar el diámetro de la trayectoria de rotación de la partícula, es decir, el periodo es independiente de la amplitud de las funciones.

COLEGIO ROBERTO GARCIA PEÑA

TALLER N° 3

FECHA _________ GRADO_______________

INTEGRANTES:

____

____

____

RECURSOS: Equipo graficador, lápiz, fotocopias.

OBJETIVO: Identificar la ecuación de una curva sinusoidal de la forma Y=*N SEN X, Y= N COS X* determinar su amplitud y su periodo.

EXPERIENCIA 1:

Procedimiento:

1. Ubique el marcador según lo muestra el montaje, encienda el graficador y deje rotar la partícula por un segundo; etiquete la gráfica arrojada como gráfica 1.

2. Realiza el procedimiento anterior para los círculos de mayor diámetro; rotula las gráficas obtenidas como gráfica 2 y gráfica 3 respectivamente.
3. Ubique una debajo de otra, cada una de las gráficas obtenidas y péguelas en el tablero.

Actividad 1

Observa, analiza las gráficas y contesta:

¿En qué se diferencian las tres gráficas?

¿Cuál de las tres gráficas tiene más altura o amplitud?

¿Cuál es la causa de que la amplitud o la altura de las gráficas sean diferentes?

¿Qué amplitud o altura tiene la gráfica 1, la gráfica 2 y la gráfica 3?

Si la gráfica correspondiente al círculo de menor diámetro me representa la función *Y*= 1/4 COS X ¿Qué función me representa la gráfica 2, la gráfica3 y la gráfica 4?

GRÁFICAS	FUNCIÓN
Gráfica 1	
Gráfica 2	
Gráfica 3	
Gráfica 4	

EXPERIENCIA 2

Procedimiento:

1. Ponga a rotar el graficador en la posición anteriormente indicada, deje rotar el disco una vuelta y toma el tiempo que tardó en hacer este recorrido, rotule la gráfica como gráfica1.
2. Realice el procedimiento anterior para los círculos de mayor diámetro, rotule las gráficas como gráfica 2 y gráfica 3 según el orden en que fueron obtenidas.
3. Pegue cada una de las gráficas en el tablero una debajo de la otra de acuerdo en el orden obtenido.

Actividad 1

De acuerdo a lo anterior, contestar:
¿En qué se diferencian las gráficas?

¿Cuál gráfica tarda en dar más su recorrido o todas lo hicieron al mismo tiempo?

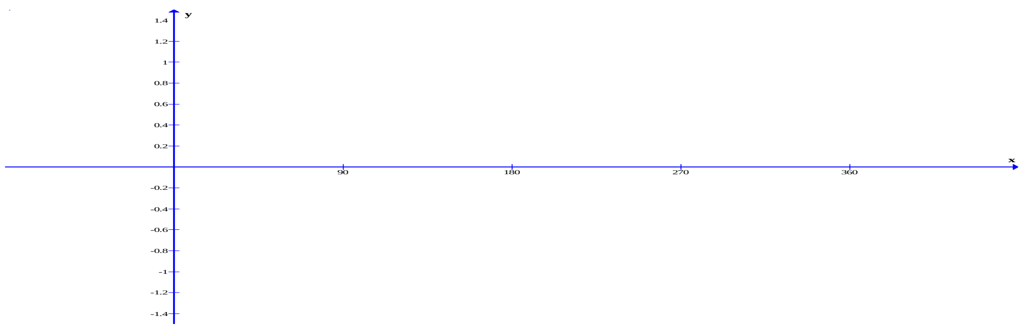
¿Para qué intervalos se encuentra definida la gráfica 1, la gráfica 2 y la gráfica 3?

¿Al modificarse la altura de una función necesariamente se modifica el intervalo para el cual la función está definida?

Escriba la información obtenida en la siguiente tabla.

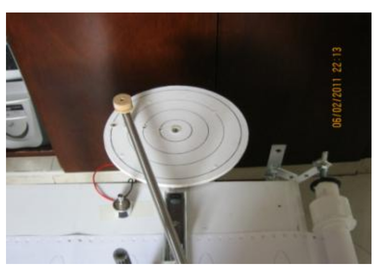
Y= N COS X			
Altura o amplitud	Ecuación	Intervalo para el cual está definida	Periodo

Grafique las curvas obtenidas en el siguiente plano cartesiano.



Actividad 2

Ubique la partícula en la posición que le indica el montaje, rote la partícula hasta completar una vuelta y tome el tiempo empleado.



Con base a la gráfica obtenida contestar:
¿A qué función corresponde la gráfica obtenida en esta posición?

Si ubicamos la partícula en la misma posición de partida ¿cambia el tiempo empleado en dar una vuelta la partícula?

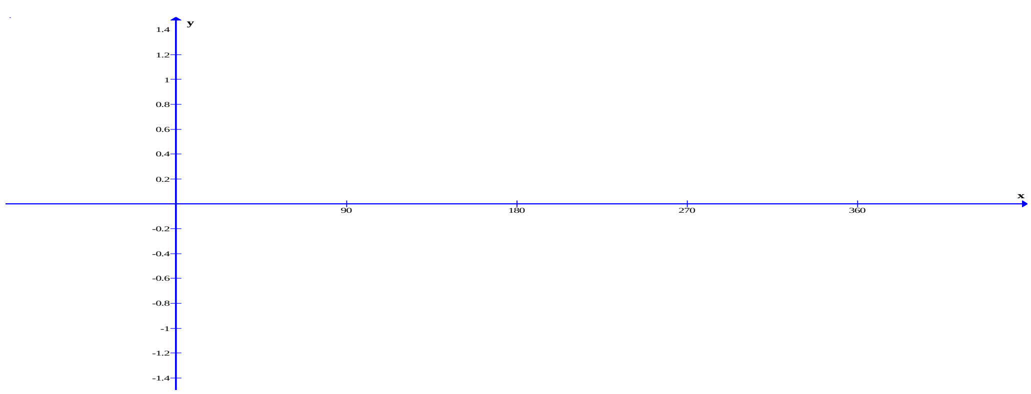
Si ubicamos la partícula en cada uno de los círculos de menor diámetro ¿qué cambio se puede observar en la gráfica?

Si la gráfica para el círculo de menor diámetro me representa la función Y= 1/4COS X, ¿Qué función me representa la gráfica obtenida cuando la partícula rota en cada uno de los siguientes círculos de mayor diámetro?

Con base en la información obtenida anteriormente complete la siguiente tabla.

Y= N SEN X			
Altura o amplitud	Ecuación	Intervalo para el cual está definida	Periodo

Teniendo en cuenta la información de la tabla anterior realice las gráficas correspondientes en el siguiente plano cartesiano.



2.5 ACTIVIDAD 4 (Taller 4)

Para esta actividad se implementó en el equipo graficador un potenciómetro, con el fin de permitirle a los estudiantes observar y analizar el efecto que tiene el aumento o disminución de la velocidad de rotación de una partícula a velocidad constante alrededor de un círculo, en cada una de las gráficas de las funciones seno y coseno.

Este taller constó de una experiencia en donde el alumno, en primer lugar rotaba la partícula en la posición indicada para una velocidad establecida como velocidad patrón (*y=sen x* o *y=cos x)*, posteriormente se les solicitó a los estudiantes rotar la partícula ajustando la velocidad de rotación a la mitad de la velocidad patrón (*y=sen(1/2x)* o *y=cos(1/2x))* y al doble de dicha velocidad (*y=sen(2x)* o *y= cos(2x))*; cada gráfica obtenida era rotulada por los estudiantes, después se les solicitó pegarlas en el tablero para observarlas, compararlas y analizar los cambios presentados y las causas de cada una de estas variaciones en las gráficas.

Con esta actividad se pretendía que el estudiante a través de estas experiencias llegara a concluir que:

1. Cuando se aumenta la velocidad de rotación de la partícula, la gráfica de la función sufre un cambio en la frecuencia, es decir el periodo de la función es más corto, se produce una compresión de la gráfica.
2. Al disminuir la velocidad de rotación de la partícula, el periodo de la función es más largo, la gráfica sufre una extensión.
3. Las variaciones que sufre las gráfica de las funciones debido a los cambios de velocidad, se identifican en la ecuación mediante un parámetro “N”, obteniendo funciones de la forma *y= sen Nx* o *y=cos Nx.*

COLEGIO ROBERTO GARCIA PEÑA

TALLER N° 4

FECHA:___________ GRADO: ________________

INTEGRANTES:

____

____

____

RECURSOS: Equipo graficador, lápiz, fotocopias.

OBJETIVO: identificar la ecuación de una curva sinusoidal de la forma *Y= SENO NX, Y= COSENO NX* determinar su amplitud y su periodo.

EXPERIENCIA 1:

Para esta experiencia en el equipo graficador se puede variar la velocidad mediante la cual se generan diferentes tipos de gráficas sinusoidales. El equipo contará con tres velocidades; una se tomará como patrón, la otra velocidad será el doble de la velocidad patrón y por último se tendrá una velocidad que será la mitad de la velocidad patrón.

Procedimiento:

1. Ubica el indicador de velocidad en P (velocidad patrón), ponga a funcionar el graficador en la posición que le indica el montaje, tome el tiempo en que gasta en recorrer la partícula una vuelta.

2. Rotule la gráfica obtenida como gráfica patrón.
3. Ubica el indicador de velocidad en velocidad 1, ponga a funcionar el graficador, tome el tiempo empleado en dar una vuelta y rotule esta gráfica como gráfica 1.
4. Ubica el indicador de la velocidad en velocidad 2, ponga a funcionar el graficador, tome el tiempo empleado en dar una vuelta y rotule esta gráfica como gráfica 2.
5. Pegue en el tablero las tres gráficas, dejando en el medio la “gráfica patrón”.

Actividad 1

Observe las gráficas y conteste:

¿En qué se diferencia las gráficas 1 y 2 de la gráfica patrón?

¿A qué se debe el cambio que presentan las gráficas?

¿Qué relación observa usted entre la gráfica obtenida y la velocidad con que la partícula gira?

¿En qué gráficas observa expansión de la gráfica y en cual observa la gráfica comprimida.

¿El tiempo empleado por la partícula para hacer el recorrido de una vuelta es el mismo para cada una de las gráficas?

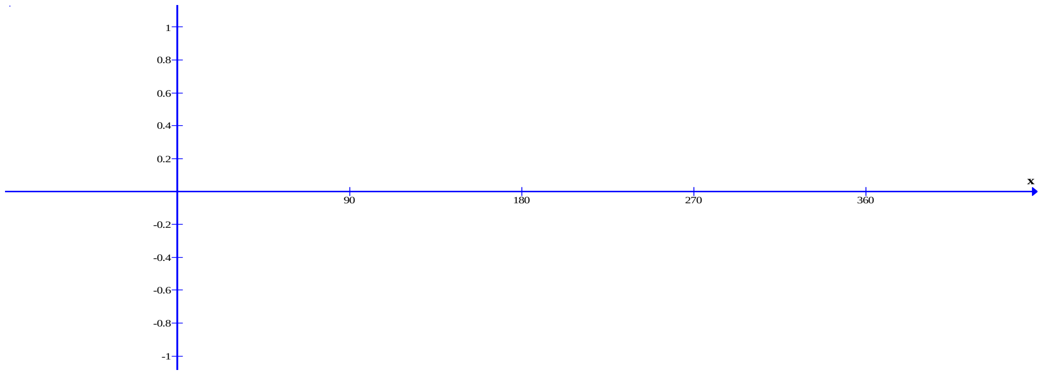
PARA TENER EN CUENTA!

Cuando cambiamos el ángulo de una función sinusoidal su gráfica sufre ya sea una compresión o una extensión; este comportamiento se identifica en las ecuaciones de las funciones mediante un parámetro que en nuestro caso es "N".

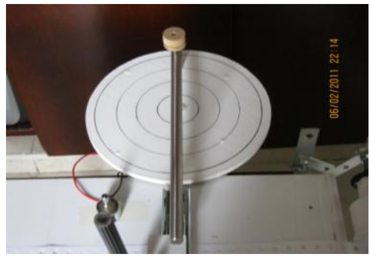
Completa la siguiente tabla con la información obtenida en la experiencia.

Y= SENO **N**X					
GRÁFICAS	PERIODO	AMPLITUD	SE COMPRIME	SE EXPANDE	ECUACIÓN
GRÁFICA 1					
GRÁFICA PATRÓN					
GRÁFICA 2					

Realice una gráfica de cada una funciones teniendo en cuenta la información de la tabla en el siguiente plano cartesiano.



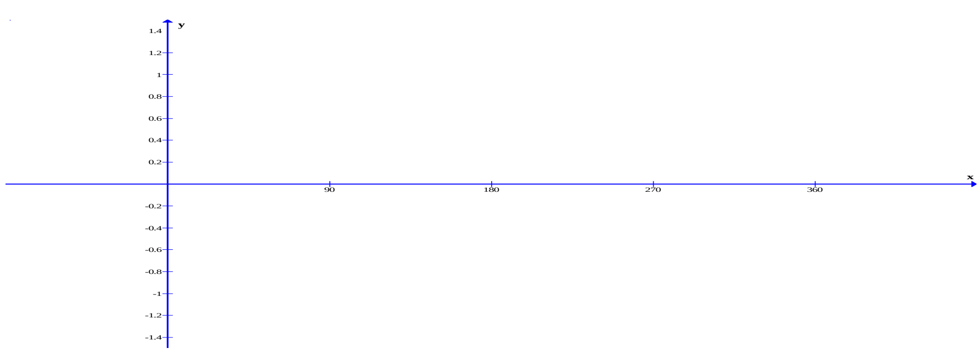
Repita el procedimiento de la experiencia 1 pero iniciando la rotación de la partícula en la posición que indica el montaje.



Completa la siguiente tabla con la información obtenida en la experiencia.

Y= COSENO **N**X					
GRÁFICAS	PERIODO	AMPLITUD	SE COMPRIME	SE EXPANDE	ECUACIÓN
GRÁFICA 1					
GRÁFICA PATRÓN					
GRÁFICA 2					

Realice una gráfica de cada una funciones teniendo en cuenta la información de la tabla en el siguiente plano cartesiano.



2.6 ACTIVIDAD FINAL (Evaluación diagnóstica)

Con la aplicación de esta actividad se pretendía, observar, medir y analizar el porcentaje de logros y dificultades en el aprendizaje de las funciones seno y coseno en los estudiantes que desarrollaron la propuesta, y en aquellos que siguieron una metodología tradicional para el aprendizaje de las mismas, por lo anterior esta evaluación, también fue aplicada a 10 estudiantes del otro grado décimo que se habían seleccionado sistemáticamente y a quienes se les había aplicado con anterioridad la prueba diagnóstica al igual que los estudiantes que participaron en el desarrollo de la propuesta.

La actividad se desarrolló en las instalaciones del colegio para un total de 20 estudiantes divididos en dos grupos de 10, de acuerdo a la metodología utilizada en el aprendizaje de las funciones y en horas diferentes para cada grupo.

En la primera parte de este taller se les presentó a los estudiantes una situación real de una partícula realizando un movimiento de rotación con velocidad constante alrededor de un círculo unitario, teniendo en cuenta el fenómeno se les solicitó construir en un plano cartesiano una gráfica que represente la situación e identificar propiedades asociadas al movimiento analizado como: intervalos crecientes y decrecientes, el dominio, el rango la amplitud, el periodo y los valores máximos y mínimos que recorre la partícula según la situación. Con este primer punto se pretendía analizar el porcentaje de logros y dificultades en la interpretación de situaciones reales periódicas que me generan las funciones seno y coseno y sus características. La segunda parte del taller está estructurada con dos actividades, en la primera se les presentó a los estudiantes dos curvas sinusoidales con diferente amplitud, teniendo en cuenta cada una de estas gráficas, se les pidió a los alumnos deducir la información correspondiente a amplitud, periodo, rango y ecuación de cada una de las funciones representadas por dichas gráficas; En la segunda actividad, se les solicitó a los estudiantes identificar cada una de las propiedades de las curvas sinusoidales a partir de las ecuaciones dadas ($y = 4sen\ x$ e $y = 2\cos x$), y dibujar un ciclo de curva. En la tercera parte del taller, se les planteó identificar propiedades como la amplitud y el periodo de las funciones sinusoidales de la forma $y = A\ sen\ Nx$ o $y = A\ cos\ NX$ partiendo del análisis de las respectivas gráficas, al igual que establecer su ecuación, teniendo en cuenta el valor del parámetro "*N*". Para cada una de las funciones graficadas.

COLEGIO ROBERTO GARCIA PEÑA

MATEMATICAS

Evaluación Diagnóstica Final

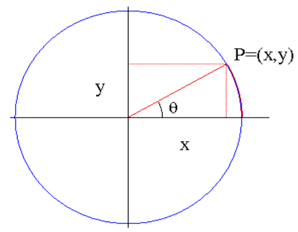
NOMBRE ------------------------------------ GRADO--------

OBJETIVO:

1. Identificar las principales características de las funciones seno y coseno mediante el análisis de fenómenos oscilatorios.
2. Obtener información sobre las características de una función sinusoidal a partir del análisis de la grafica que la define.

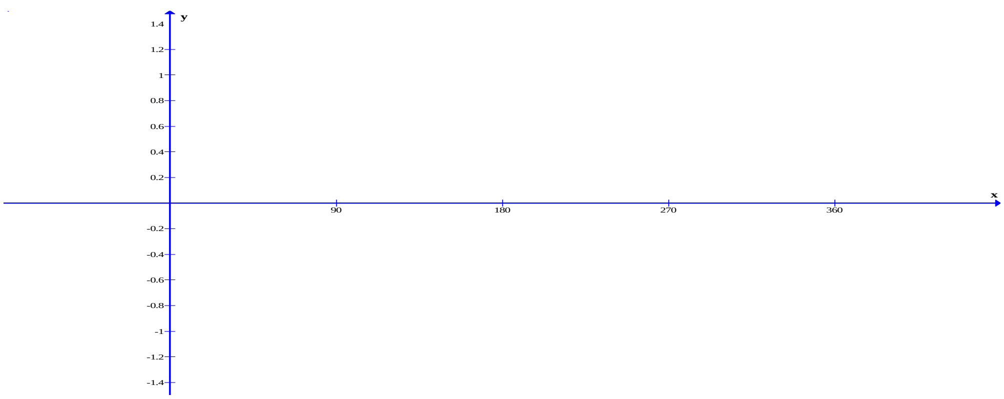
SITUACIÓN PLANTEADA

Una partícula P se mueve con una rapidez constante alrededor de un círculo unitario. Su movimiento se realiza en el sentido de las manecillas del reloj. A continuación se muestra la situación.



Teniendo en cuenta la anterior situación:

Construya en el plano de coordenadas una gráfica que represente la anterior situación teniendo en cuenta que el punto de partida de la partícula coincide con el eje positivo de las x.

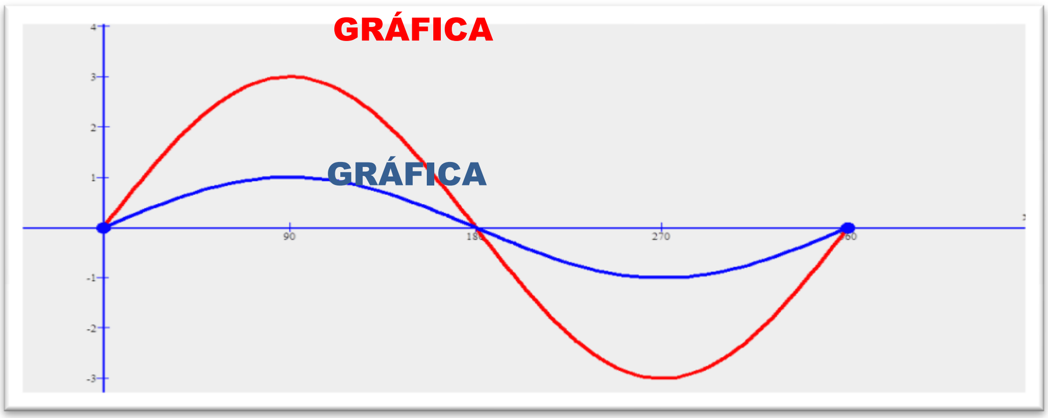


Observe la gráfica y conteste:

1. ¿Cuál es el dominio de la función que representa la gráfica?
2. ¿Cuál es el rango de la función?
3. ¿Cuál es la amplitud de la función?
4. ¿Cuál es el periodo de la función?

5. ¿Para qué intervalos la función es creciente?
6. ¿Para qué intervalos la función es decreciente?
7. ¿Cuál son los valores máximos de la función?
8. ¿Cuál son los valores mínimos de la función?
9. Escriba la ecuación correspondiente a la gráfica obtenida.
10. ¿Qué función se obtiene al trasladar el eje vertical 90°?

Observa las siguientes gráficas:

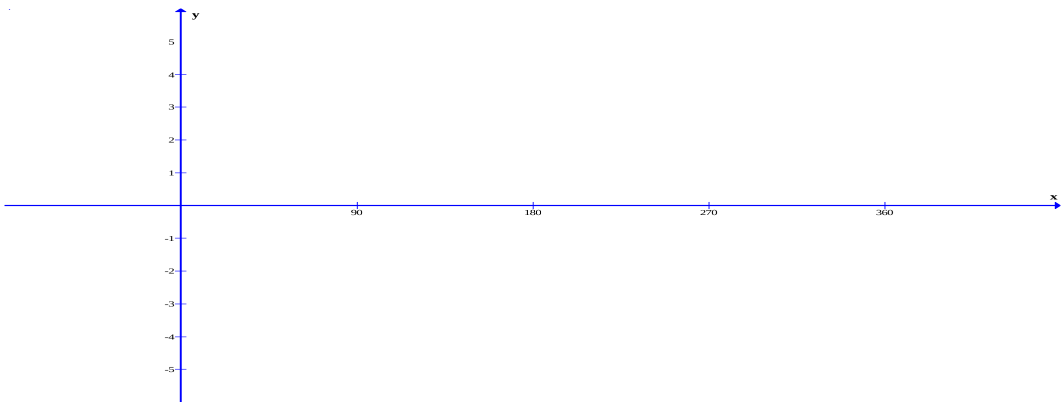


Usa los datos que se dan en la gráfica para determinar la ecuación que define cada función, su periodo y la amplitud.

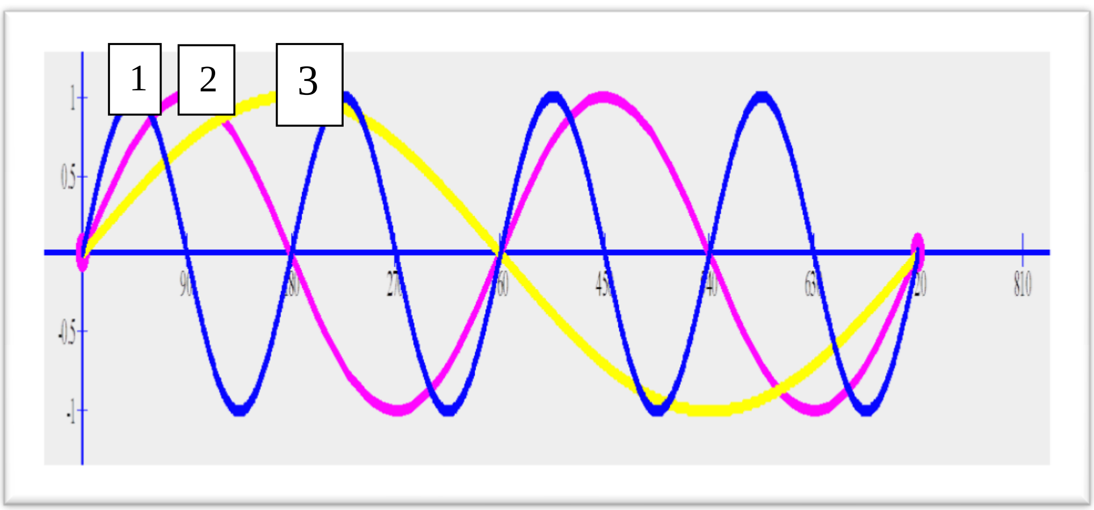
Gráficas	Amplitud	Periodo	Rango	Ecuación
Gráfica 1				
Gráfica 2				

Para cada una de las siguientes funciones halla la amplitud, el dominio, el periodo, valor máximo, valor mínimo y el rango. Dibuja un ciclo de curva en el plano cartesiano.

a. ***y = 4senx***	**b.** ***y= 2cosx***
Amplitud:	Amplitud:
Dominio:	Dominio:
Periodo:	Periodo:
Rango:	Rango:
Valor máximo:	Valor máximo:
Valor mínimo:	Valor mínimo:



Las gráficas corresponden a funciones de la forma *y=Asen nx* o *y= A cos nx.*



Observe las características de cada una de las gráficas y complete la siguiente tabla.

Gráficas	Amplitud	Periodo	Ecuación
Grafica 1			
Gráfica 2			
Gráfica 3			

3. ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS

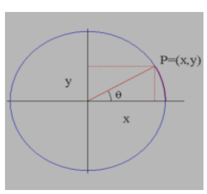
Para validar la propuesta metodológica se realizó una evaluación diagnóstica de conocimientos a 10 estudiantes, quienes realizaron su proceso de aprendizaje de las funciones seno y coseno a través de la metodología propuesta; La misma evaluación se les aplicó a igual cantidad de estudiantes que basaron su proceso de aprendizaje en una metodología tradicional, tomándose éste grupo como grupo contraste. A continuación se muestra un cuadro comparativo entre las dos metodologías de los resultados obtenidos.

OBJETIVO 1:

Identificar las principales características de las funciones seno y coseno mediante el análisis de fenómenos ondulatorios.

SITUACIÓN PLANTEADA

Una partícula P se mueve con una rapidez constante alrededor de un círculo unitario. Su movimiento se realiza en el sentido de las manecillas del reloj. A continuación se muestra la situación.



Teniendo en cuenta la anterior situación:

1. Construya en el plano de coordenadas una gráfica que represente la anterior situación teniendo en cuenta que el punto de partida de la partícula coincide con el eje positivo de las x.	
Metodología tradicional	El 70% construyó correctamente la gráfica correspondiente a la situación planteada. El 30% presentó dificultad al construir la gráfica de la situación planteada. • El 10% representa este fenómeno periódico mediante una grafica por tramos. • El 20% no tiene en cuenta que la situación se describe en un círculo unitario y la representación gráfica no guarda este parámetro.
Metodología propuesta	El 90% realizó correctamente la gráfica de la situación planteada. El 10% presentó dificultad en esta pregunta pues el estudiante no tiene en cuenta que la situación se describe en un círculo unitario y su representación gráfica no guarda este parámetro.
observaciones	En la metodología tradicional se observa dificultad para establecer cuándo un fenómeno real es continuo, lo cual lleva al estudiante a hacer una representación gráfica de la situación planteada mediante tramos. Por otro lado, tanto en la metodología tradicional como en la planteada, aunque en menor porcentaje en la última, se evidencia falta de claridad en el concepto de círculo unitario y su implicación en la representación gráfica de la función.
2. ¿Cuál es el dominio de la función que representa la gráfica?	

Metodología tradicional	El 70% no presenta dificultad en esta pregunta. El 30% presenta dificultad en esta pregunta: • El 10% responde dando un ángulo de 360°. • El 20% responde nombrando la función seno.
Metodología propuesta	El 100% contestó correctamente la pregunta.
observaciones	En cuanto a la metodología tradicional se observa confusión en este concepto y un intento del estudiante por recurrir a la memoria ya que expresa términos vistos sin ninguna coherencia para la pregunta en cuestión.
3. ¿Cuál es el rango de la función?	
Metodología tradicional	El 40% no presenta dificultad en esta pregunta. El 60% se le dificulta establecer el rango de la función: • El 30% da como respuesta la amplitud de la función. • El 20% responde con valores que no guardan relación con la grafica dada por él mismo. • El 10% aunque da un intervalo correcto su respuesta no es coherente con la representación gráfica ya que ésta la realiza por tramos y supera los valores de rango dados por él.
Metodología propuesta	El 90% no presenta dificultad en esta pregunta. El 10% establece como rango de la función (-1, 1) pero la representación gráfica que hace de la situación planteada sobrepasa estos valores.
observaciones	En cuanto a la metodología tradicional se observa que no hay claridad en el concepto ya que algunos confunden amplitud con el rango de la función; por otro lado se visualiza una incoherencia entre su saber y el hacer pues hacen la representación gráfica de la función pero no establecen correctamente los valores para

	los cuales la definieron; esta dificultad también se observa en la metodología propuesta aunque en menor porcentaje También se observa aprendizaje repetitivo ya que algunos estudiantes saben cual es la respuesta que deben dar a esta pregunta pero no tienen en cuenta que debe haber coherencia con los valores de la respectiva gráfica.
4. ¿Cuál es la amplitud de la función?	
Metodología tradicional	El 80% responde correctamente esta pregunta. El 20% presenta dificultad en establecer la amplitud de la función pues dan valores para los cuales no está definida la gráfica.
Metodología propuesta	El 90% responde correctamente esta pregunta. El 10% presenta dificultad en establecer la amplitud dando valores inferiores para los cuales la gráfica logra su máxima altura.
Observaciones	Debido al tamaño de la muestra no se aprecia una diferencia significativa entre los dos métodos.
5. ¿Cuál es el periodo de la función?	
Metodología tradicional	El 80% responde correctamente la pregunta. El 20% contesta a esta pregunta dando un ángulo de 360°.
Metodología propuesta	No se evidencia dificultad en esta pregunta, el 100% contesta correctamente la pregunta.
Observaciones	No existe una diferencia significativa entre los dos métodos debido al tamaño de la muestra.
6. ¿Para qué intervalos la función es creciente?	

<table>
<tr><td>Metodología tradicional.</td><td>El 70% contesta correctamente la pregunta.
El 30% presenta dificultad en establecer los intervalos crecientes de la función:
El 10% contesta esta pregunta dando un ángulo para el cual la función esta definida.
El10% da un intervalo en el cual la función es creciente y decreciente.
El 10% construye para la situación una gráfica por tramos y establece algunos intervalos para los cuales esta función es creciente.</td></tr>
<tr><td>Metodología propuesta.</td><td>El 100% responde correctamente a esta pregunta.</td></tr>
<tr><td>Observaciones</td><td>En la metodología tradicional se observa confusión en la noción de crecimiento de una función y en el concepto de intervalo ya que el estudiante realiza correctamente la gráfica pero en algunos casos se limita a expresar el intervalo de crecimiento como un ángulo para el cual se encuentra definida la función y en otros casos da un intervalo para el cual la función tiene comportamiento creciente y decreciente.
La metodología propuesta muestra según los resultados ser una buena herramienta para la enseñanza de este tema.</td></tr>
<tr><td colspan="2">7. ¿Para qué intervalos la función es decreciente?</td></tr>
<tr><td>Metodología tradicional.</td><td>El 70% contesta correctamente la pregunta.
El 30% presenta dificultad en establecer los intervalos decrecientes de la función:
El 10% da la respuesta incompleta ya que solo establece un intervalo para el cual la función es decreciente; el otro no lo menciona.
El 10% contesta con un ángulo.
El 10% construye para la situación una gráfica por tramos y establece algunos intervalos para los cuales</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>esta función es decreciente.</td></tr>
<tr><td>Metodología propuesta.</td><td>El 100% contesta correctamente la pregunta.</td></tr>
<tr><td>Observaciones</td><td>Al igual que el caso anterior en la metodología tradicional se observa falta de claridad en el concepto de decrecimiento de una función y en el concepto de intervalo.</td></tr>
<tr><td colspan="2">8. ¿Cuál son los valores máximos de la función?</td></tr>
<tr><td>Metodología tradicional</td><td>El 80% responde correctamente la pregunta.
El 20% presenta dificultad en esta pregunta:
• El 10% representa la situación mediante una gráfica por tramos que supera en el eje vertical el valor de 1; el estudiante contesta que 1 es el valor máximo de la función.
• El 10% responde dando los valores de 1 y -1.</td></tr>
<tr><td>Metodología propuesta</td><td>El 90% responde correctamente la pregunta.
• El 10% presenta dificultad en establecer el valor máximo de a función ya que responde dando el ángulo para el cual se establece el valor máximo de la función.</td></tr>
<tr><td>Observaciones</td><td>En la metodología tradicional se observa una respuesta mecánica por parte del estudiante ya que da el valor de 1 porque sabe que corresponde a la respuesta de este tipo de preguntas pero su representación gráfica no guarda coherencia con el fenómeno presentado.
Por otro lado se evidencia confusión en el concepto de valor máximo de la función ya que responde con valores para los cuales la función alcanza su máxima y mínima altura.
En cuanto a la metodología propuesta se observa una confusión de variables ya que el estudiante proporciona el</td></tr>
</table>

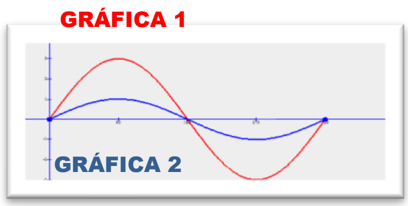
	ángulo para el cual se establece el valor máximo de la función, no tiene claro que este valor se relaciona con la altura de la función.
9. ¿Cuál son los valores mínimos de la función?	
Metodología tradicional	El 80% responde correctamente esta pregunta. El 20% presenta dificultad en establecer el valor mínimo de la función. • El 10% responde dando el valor de -1 pero este valor no corresponde con la representación gráfica del fenómeno dado por él ya que es una gráfica por tramos que sobrepasa el valor de -1, de igual manera la gráfica no corresponde a la situación planteada. • El 10% responde a esta pregunta dando el valor de 0.
Metodología propuesta	El 90% responde correctamente esta pregunta. El 10% presenta dificultad en establecer el valor mínimo de la función ya que escribe es el ángulo para el cual la función tiene el valor mínimo.
Observaciones	En cuanto a la metodología tradicional se evidencia confusión en el concepto de valor mínimo de la función como en el caso anterior, también se puede observar que el estudiante asume como valor mínimo de la función el mínimo valor representado en el eje vertical positivo para la gráfica. En cuanto a la metodología propuesta se observa confusión de variables como en el caso anterior
10. Escriba la ecuación correspondiente a la gráfica obtenida.	
Metodología tradicional	El 80% establece correctamente la ecuación de la gráfica obtenida. El 20% presenta dificultad en establecer la relación grafica – ecuación.

	• El 10% escribe que la ecuación correspondiente a la gráfica es la función seno, pero la gráfica que realizó corresponde a una función por tramos. • El 10% no responde esta pregunta.
Metodología propuesta	El 100% responde correctamente la pregunta.
Observaciones	Teniendo en cuenta los resultados se observa un porcentaje mínimo de dificultad y la diferencia no es significativa entre los dos métodos; sin embargo se puede apreciar que el estudiante mecánicamente da como respuesta el nombre de la función que relaciona con el tema visto, sin tener en cuenta que dicha función tiene unas propiedades que la hacen única, demostrando confusión en el concepto de la función seno y sus características.
11. ¿Qué función se obtiene al trasladar el eje vertical 90°?	
Metodología tradicional.	El 90% responde correctamente esta pregunta. El 10% responde que al trasladar el eje de la grafica 90° se obtiene la función coseno pero el fenómeno presentado en la situación lo representó mediante una función por tramos.
Metodología propuesta.	El 100% responde correctamente esta pregunta.
Observaciones	Debido al tamaño de la muestra se considera que la diferencia entre los dos métodos no es significativa.

OBJETIVO 2:

Obtener información sobre las características de una función sinusoidal a partir de análisis de la gráfica que la define.

Usa los datos que se dan en la gráfica para determinar la ecuación que define cada función, su periodo, el rango y la amplitud.



GRÁFICA	AMPLITUD	PERIODO	RANGO	ECUACIÓN
Graf. 1				
Graf. 2				

1. Amplitud y periodo

Metodología tradicional.	El 100% de los estudiantes no presentan dificultad al extraer la información de las gráficas en cuanto a la amplitud y al periodo.
Metodología propuesta.	El 100% establecen correctamente la amplitud y el periodo de la función.
Observaciones.	Según los resultados obtenidos se observa que independientemente de la metodología que se utilice siempre se obtendrán resultados positivos en la enseñanza de estos conceptos: establecer la amplitud y el periodo de una función partiendo de la gráfica.

2. Rango de la función.

Metodología tradicional	El 90% establece correctamente el rango de las funciones partiendo de la gráfica. El 10% presenta dificultad para establecer el rango de las funciones teniendo en cuenta las gráficas pues da como rango el valor de 3 para la gráfica 1 y el valor de 1 para la gráfica 2.
Metodología propuesta	El 100% de los estudiantes establece correctamente el rango de las funciones partiendo de las gráficas.
Observaciones	Debido al tamaño de la muestra no se evidencia una diferencia significativa entre los dos métodos.
3. Formulación de la ecuación	
Metodología tradicional	En cuanto a la formulación de la ecuación se observó una dificultad del 100%. • El 60% contesta que la ecuación que corresponde a la gráfica 1 es *y=senx,* lo cual es incorrecto y la ecuación que corresponde a la gráfica 2 es *y =senx* lo cual es correcto. • El 10% contesta que la ecuación Correspondiente a la gráfica 1 es *y=senx* y la ecuación correspondiente a la gráfica 2 es *y=tanx,* ambas respuestas incorrectas. • El 30% responde que la ecuación que corresponde a la gráfica 1 es *y=tanx,* lo cual es incorrecto y la ecuación que corresponde a la grafica 2 *y=senx* lo cual es correcto.
Metodología propuesta	El 50% formula correctamente la ecuación de ambas funciones. El 50% se le dificultad establecer correctamente la ecuación de las funciones: • El 30% responde que la función correspondiente a gráfica 1 es *y=senx*, lo cual es incorrecto y la ecuación

	que corresponde a la gráfica 2 es la función seno lo cual es correcto. • El 20% contesta que la ecuación correspondiente a la gráfica 1 es y= sen3x que es incorrecto y la ecuación de la gráfica 2 es y= sen x lo cual es correcto.
Observaciones	En la metodología tradicional se observa que el estudiante no tiene claro que la variación de la altura de la gráfica implica la adición de un parámetro en su ecuación original para indicar la amplitud de dicha función, esta dificultad también se evidencia en la metodología propuesta aunque en menor porcentaje. Por otro lado se observa confusión al establecer las ecuaciones de las funciones correspondientes cuando se presentan variaciones en su gráfica.

OBJETIVO 3:
Obtener información sobre las características de una función sinusoidal a partir del análisis de la ecuación que la define.

1. Para cada una de las siguientes funciones halla la amplitud, el dominio, el periodo, valor máximo, valor mínimo y el rango. Dibuja un ciclo de curva.

a. *y = 4senx*	b. *y= 2cosx*
Amplitud:	Amplitud:
Dominio:	Dominio:
Periodo:	Periodo:
Rango:	Rango:
Valor máximo:	Valor máximo:
Valor mínimo:	Valor mínimo:

1. Valor máximo y valor mínimo de la función.	
Metodología tradicional	El 70% contesta correctamente esta pregunta. El 30% presenta dificultad en establecer el valor máximo y el valor mínimo de las funciones: • El 10% contesta que el valor máximo y el valor mínimo de la función en ambos casos es 5 lo cual es incorrecto teniendo en cuenta las ecuaciones dadas. • El 20% no da el valor máximo ni mínimo de la función.
Metodología propuesta	El 90% contesta correctamente la pregunta. El 10% presenta dificultad en establecer el valor máximo de la función. • El 10% da como respuesta el ángulo en el cual se produce el valor máximo y el valor mínimo de la función.
Observaciones	En la metodología tradicional se evidencia desconocimiento del significado de los parámetros involucrados en las ecuaciones. En la metodología propuesta se observa una confusión en las variables esto se debe a que el estudiante visualiza realmente el circulo “unitario” y mentalmente lo divide en ángulos observando directamente que en algunos ángulos la gráfica alcanza su máximo valor; el profesor al hacer uso de este equipo debe ser claro en el manejo de las variables al que se hace referencia y su respectiva visualización en el equipo.
2. Amplitud de las funciones	
Metodología tradicional	El 70% contesta correctamente la pregunta. El 30%presenta dificultad en establecer la amplitud de las

	funciones: • El 10% contesta que la amplitud de ambas funciones según la ecuación dada es de 5 lo cual es incorrecto. • El 20% no responde la pregunta.
Metodología propuesta	El 100% establece correctamente la amplitud de las funciones de las ecuaciones dadas.
Observaciones	Al igual que en el caso anterior en la metodología tradicional se evidencia desconocimiento del significado de los parámetros involucrados en las ecuaciones sinusoidales.
3. Periodo de las funciones	
Metodología tradicional	El 60% da correctamente el periodo de las funciones. El 40% presenta dificultad en establecer el periodo de las funciones: • El 20% da correctamente el periodo de una función y escribe incorrectamente el periodo de la otra función. • El 20% no responde la pregunta.
Metodología propuesta	El 100% establece correctamente el periodo de ambas funciones.
Observaciones	En la metodología tradicional, se observa falta de claridad al establecer el periodo de una función teniendo en cuenta la ecuación de la misma, ya que los estudiantes dan correctamente el periodo para una función pero establecen incorrectamente el periodo de la otra función bajo las mismas condiciones de pregunta. En cuanto a la metodología propuesta, teniendo en cuenta los resultados se evidencia que es una buena herramienta educativa para la enseñanza de este concepto.

4. Rango de las funciones.	
Metodología tradicional	El 70% responde correctamente esta pregunta. El 30% presenta dificultad en establecer el rango de las funciones: • El 10% establece que el rango de ambas funciones es 5 lo cual es incorrecto teniendo en cuenta las ecuaciones dadas. • El 20% no da ningún valor para el rango de las funciones.
Metodología propuesta	El 100% responde correctamente la pregunta.
Observaciones	En la metodología tradicional se observa desconocimiento del concepto de rango de una función, de igual manera se manifiesta dificultad para extraer información de una ecuación ya que algunos estudiantes dan valores que no son coherentes con la pregunta y otros no responden.
5. Dominio de las funciones.	
Metodología tradicional	El 70% halla correctamente el dominio de las funciones. El 30% presenta dificultad en establecer el dominio de las funciones: • El 10% contesta a esta pregunta con un ángulo. • El 20% no responde la pregunta.
Metodología propuesta	El 100% establece correctamente el dominio de las funciones.
Observaciones	En la metodología tradicional se observa confusión al establecer el dominio de una función partiendo de su ecuación ya que algunos estudiantes responde a esta pregunta con un ángulo y otros no la responden.

	Se evidencia una respuesta positiva en la enseñanza de estos conceptos con el uso de la metodología propuesta.
6. Gráfica de las funciones.	
Metodología tradicional.	• *y= 4 senx* El 80% grafica correctamente la función *y=4 sen x.* El 20% no realiza la grafica de la función *y=4 sen x:* • *y= 2cosx* El 10% representa correctamente la grafica de la función *y= 2cos x.* El 90% tiene dificultad en representar gráficamente la función de *y=2cos x:* • El 20% no realiza la grafica correspondiente a la función. • El 10% realiza la gráfica de la función coseno sin tener en cuenta la amplitud que le indica la ecuación. • El 60% representa la función *y= 2cos x* como la función *y=2 sen x.*
Metodología propuesta.	• *y =4senx* El 70% grafica correctamente la función *y = 4 sen x.* El 30% grafica correctamente la función de *y= 4sen x* pero al denotarlas lo hace como *y= 4sen x.* • *y= 2cosx* El 70% representa correctamente la gráfica de *y=2cosx.* El 30% realiza correctamente la grafica de *y=2cos x* pero al denotarla lo hace como pero al denotarla lo hace como *y=cos2x.*
Observaciones.	• Para *y= 4 senx* La diferencia entre los dos métodos no es significativa debido al

tamaño de la muestra.

- Para *y= 2cosx.*

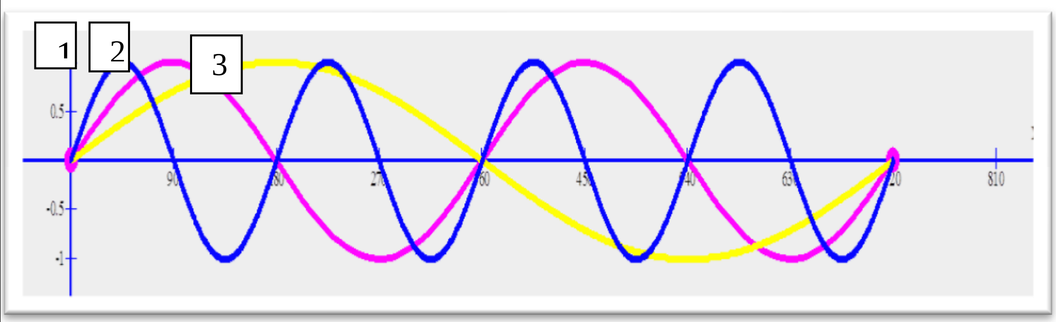
En la metodología tradicional se evidencia en un porcentaje desconocimiento de las características gráficas de la función coseno a partir de su ecuación. Por otro lado, se puede apreciar dificultad para interpretar el significado de los parámetros involucrados en la ecuación de la función, y por último se encuentra confusión entre los conceptos de función seno y función coseno.

En la metodología propuesta se evidencia falta de apreciación al denotar la función, ya que los estudiantes realizan correctamente la gráfica pero escriben mal su ecuación aún teniéndola escrita en su evaluación.

OBJETIVO 4:

Obtener información sobre las características de una función sinusoidal de la forma *y= Asen nx* a partir del análisis de la grafica que la define.

Las gráficas corresponden a funciones de la forma *y=Asen nx* o *y= A cos nx.*



Observe las características de cada una de las gráficas y complete la siguiente tabla

GRÁFICA	AMPLITUD	PERIODO	ECUACIÓN
Grafica 1			
Gráfica 2			
Gráfica 3			

1. Amplitud de las funciones	
Metodología tradicional	El 80% establece correctamente la amplitud de la funciones. El 20% presenta dificultad en establecer la amplitud de las funciones: • El 10% establece la amplitud de las funciones como un rango entre 0 y 1. • El 10% no da ningún valor para la amplitud.
Metodología propuesta	El 100% establece correctamente la amplitud de las funciones a partir de la gráfica.
Observaciones	No se evidencia una diferencia significativa al establecer la amplitud de las funciones entre los dos métodos debido al tamaño de la muestra.
2. Periodo de las funciones.	
Metodología tradicional.	El 100% no establece correctamente el periodo de las funciones sinusoidales a partir de sus gráficas. • El 10% no responde la pregunta. • El 90% responde que el dominio de las funciones es 720°.
Metodología propuesta.	El 100% establece correctamente el dominio de las funciones a partir de las gráficas.
Observaciones.	En la metodología tradicional el estudiante asume el periodo de las funciones como el ángulo donde la gráfica termina su recorrido, sin analizar los cambios que se originan en el periodo de la función cuando la gráfica se comprime o se expande.

	Teniendo en cuenta los resultados obtenidos se puede observar que la metodología propuesta es una herramienta valiosa para la enseñanza de este tema.
3. Ecuación de las funciones.	
Metodología tradicional.	El 100% presenta dificultad en establecer la ecuación de las funciones: • El 30% no responde la pregunta. • El 20% escribe que la ecuación correspondiente a cada una de las graficas es la función seno. • El 40% contesta que la ecuación que corresponde a la gráfica 1 es la de la función seno y la correspondiente a la gráfica 2 es la función coseno. • El 10% contesta que la ecuación que corresponde a la gráfica 1 es la de la función coseno y la correspondiente a la gráfica 2 es la de la función seno.
Metodología propuesta.	El 100% escribe correctamente la ecuación de las funciones.
Observaciones	Teniendo en cuenta los resultados obtenidos por los estudiantes utilizando la metodología tradicional, se evidencia en un porcentaje desconocimiento del comportamiento gráfico de una curva sinusoidal de la forma *y= sen nx;* por otro lado en un porcentaje del 20% se observa que los estudiantes no establecen la diferencia entre una curva sinusoidal con un comportamiento de expansión o compresión con una función seno básica o con parámetros igual a 1. En un 40% se observa confusión entre las funciones seno y coseno al ser representada gráficamente la función seno comprimida; por otro lado también se observa que los estudiantes no identifican claramente las características de la función seno y la función coseno.

El uso de una metodología basada en la experimentación para favorecer el aprendizaje significativo de las funciones seno y coseno, le permite al estudiante enriquecer sus puntos de vista para la identificación y solución de situaciones, así como de fortalecer significativamente el proceso de formalización de los conceptos y una estructura lógica del pensamiento.

Una vez analizados diversos aspectos como la observación, la indagación y los resultados obtenidos por los estudiantes en los cuales se implementó la propuesta metodológica, en contraste, con los resultados obtenidos por los estudiantes que siguieron una metodología tradicional para el aprendizaje de las mismas funciones, se encuentra una diferencia significativa en los siguientes aspectos:

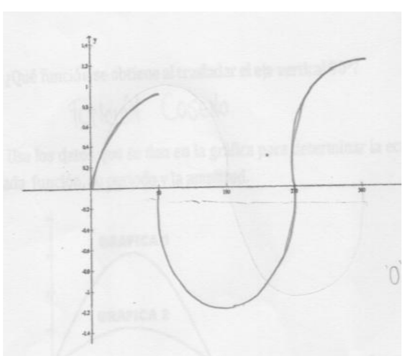
En los estudiantes que realizaron su proceso de aprendizaje utilizando una metodología tradicional, se observa un porcentaje del 60% de dificultad para establecer el rango de una función, en comparación con los que siguieron la metodología propuesta; Es de resaltar que este porcentaje es más alto cuando deben especificar este concepto a partir del análisis de una situación real, ya que, cuando lo hacen a partir de las gráficas dadas, este porcentaje se reduce a un 10%, de igual modo, cuando lo hacen a partir de las ecuaciones de las funciones se reduce a un 30%; también se observa una importante diferencia entre las dos metodologías del 30% de dificultad para establecer el dominio de la función; En general, los estudiantes hacen referencia al rango de una función como su amplitud o simplemente dan valores que no guardan una relación lógica con la representación gráfica propuesta por ellos, y que en gran porcentaje es la correcta para la situación planteada. Respecto al dominio, algunos estudiantes lo establecen como el ángulo para el cual la función completa un ciclo, y otros simplemente dan como respuesta la función seno; Otra diferencia significativa entre las dos metodologías se encuentra al establecer los intervalos crecientes y decrecientes de la función, ya que los estudiantes orientados bajo una metodología tradicional, responden a esta pregunta dando un ángulo para el cual la función está definida, y en otros casos responden con un intervalo donde la función presenta un comportamiento creciente y decreciente.

Por otro lado también se encuentra una diferencia significativa entre los dos métodos, cuando los estudiantes deben extraer información de funciones sinusoidales de la forma $y=A \operatorname{sen} x$ o $y= A \cos x$ a partir de sus ecuaciones. Entre las dificultades más notorias en los estudiantes que siguieron una metodología tradicional en el aprendizaje de estos temas tenemos: Un 30% de dificultad para establecer la amplitud de la función, el mismo porcentaje de dificultad se observó al establecer el dominio, el rango, los valores máximos y mínimos y un 40% de dificultad para deducir el periodo de la función sinusoidal; Cuando se les pide analizar la gráfica de dichas curvas, se observa una dificultad del 100% para establecer la ecuación de la función; En términos generales, los estudiantes no respondieron cuando se les preguntó la amplitud de la función y otros dieron un número natural sin relación con la ecuación, el dominio lo dan como un ángulo y otros no responden, el periodo lo establecen correctamente para unas funciones e incorrectamente para otras, cuando se les pide establecer el valor máximo y mínimo de la función, simplemente escriben cualquier número natural y los demás no responden.

Una diferencia significativa entre los dos métodos del 100%, se observa en la dificultad que tienen los estudiantes que siguieron una metodología tradicional, para establecer el periodo de una curva sinusoidal de la forma $y= \operatorname{sen} nx$; la mayoría de los alumnos dieron como el periodo de la función el ángulo en el cual termina gráficamente la curva, e igual porcentaje de dificultad se observa al establecer la ecuación de dicha función.

Enseñar desde el tablero conceptos como el dominio, la amplitud, el periodo, valores máximos y mínimos, el rango, intervalos crecientes y decrecientes de una función seno o coseno, y tratar de interpretar dichas características en situaciones reales utilizando sólo esta herramienta, genera en los estudiantes confusión en estos conceptos y apreciaciones erróneas como las anteriormente mencionadas, ya que, los estudiantes incorporan su nuevo conocimiento de forma arbitraria y mecanicista. A continuación se muestra algunos ejemplos de las dificultades observadas:

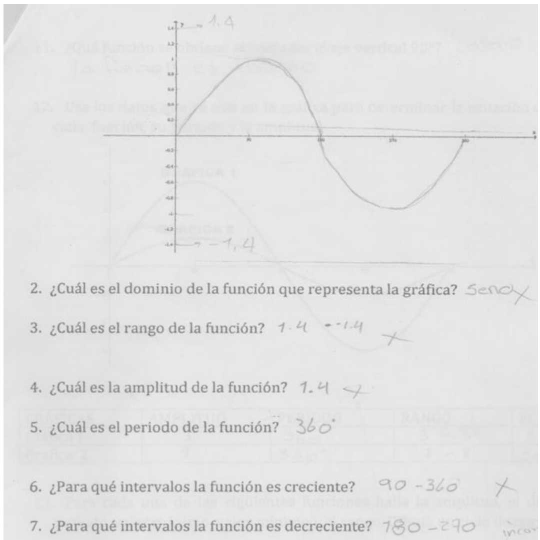
Al realizar la representación gráfica de una situación, que plantea la rotación de una partícula alrededor de un círculo unitario con velocidad constante, algunos estudiantes que orientaron su proceso de aprendizaje mediante una metodología tradicional, presentaron el siguiente bosquejo.



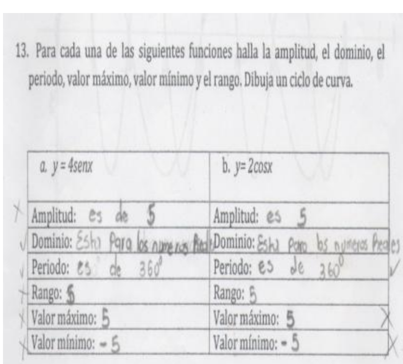
Cuando el docente intenta que el estudiante interprete situaciones utilizando como herramienta educativa un enunciado en el cuaderno, y la respectiva gráfica realizada por él en el tablero, se evidencia en los estudiantes la dificultad para identificar y seleccionar las características de una situación, llevándolos a realizar una representación gráfica incoherente con el fenómeno presentado.

Teniendo en cuenta lo anterior, si la situación planteada se constituye en el punto de partida del profesor para el análisis de las diferentes propiedades de las funciones, se induce al estudiante a la necesidad de aprender dichas propiedades de memoria, porque el alumno no le encuentra sentido ni relación con lo que él sabe, lo que conlleva a otros tipos de dificultades.

Por ejemplo, en la figura se observa que aunque el estudiante grafica correctamente la situación, establece como rango de la función los



valores máximo y mínimo del eje vertical, la amplitud la toma como el valor máximo del eje vertical positivo, para los intervalos en donde la función es creciente da un rango en el que la gráfica toma un comportamiento creciente y decreciente, lo cual evidencia desconocimiento de la noción de crecimiento y decrecimiento en una función, al hacer referencia al dominio de la función, el estudiante no logra interpretar que los ángulos también hacen parte del sistema de los números reales, aislando estos temas de las demás nociones matemáticos; En pocas palabras los estudiantes dan valores aprendidos de memoria para cada concepto, sin asimilar que el comportamiento de estos fenómenos oscilatorios tienen unas características muy particulares y que dan origen a las

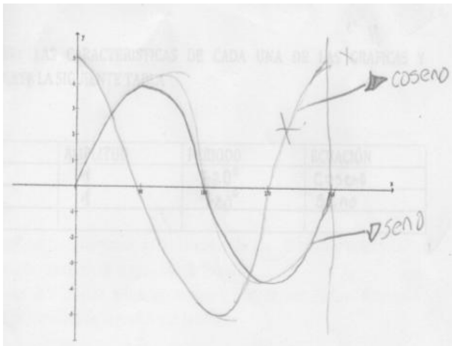


13. Para cada una de las siguientes funciones halla la amplitud, el dominio, el periodo, valor máximo, valor mínimo y el rango. Dibuja un ciclo de curva.

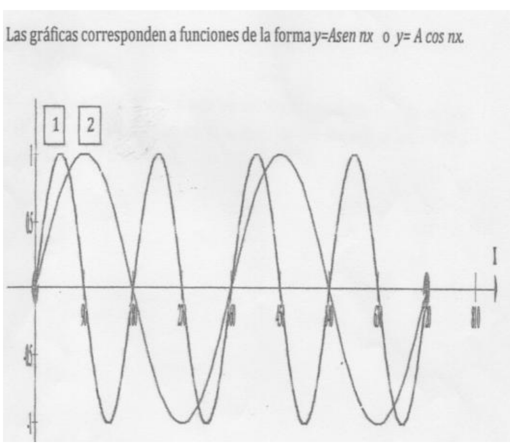
a. $y = 4senx$	b. $y = 2cosx$
Amplitud: es de 5	Amplitud: es 5
Dominio: Esta para los numeros Reales	Dominio: Esta para los numeros Reales
Periodo: es de 360°	Periodo: es de 360°
Rango: 5	Rango: 5
Valor máximo: 5	Valor máximo: 5
Valor mínimo: -5	Valor mínimo: -5

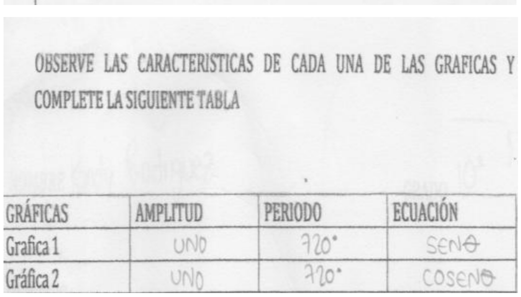
funciones seno y coseno con unas propiedades definidas. Por otro lado, es de gran importancia considerar los siguientes aspectos:

Dadas las funciones *y=4senx* e *y=2cosx,* se observa en este ejemplo, que el estudiante establece como amplitud de las funciones el valor de 5 lo cual es una respuesta incoherente con las ecuaciones planteadas, asume que rango y amplitud es el mismo concepto pues a ambas propiedades les asigna el mismo valor, las gráficas las realiza con la amplitud establecida por él sin tener en cuenta las ecuaciones que se le dan en el enunciado, y las denota como *coseno y seno,* lo cual demuestra desconocimiento del parámetro (*A*) de una función sinusoidal de la forma *y= A senx* e *y= A cos x.*



Como se menciona anteriormente, otra dificultad observada en los resultados obtenidos por los estudiantes que siguieron una metodología tradicional en el aprendizaje de dichas funciones, se relaciona con la determinación del periodo y la ecuación para una función sinusoidal de la forma *y= sen nx* o *y= cos nx;* en las figuras se observa un ejemplo de algunas de las situaciones presentadas.




OBSERVE LAS CARACTERISTICAS DE CADA UNA DE LAS GRAFICAS Y COMPLETE LA SIGUIENTE TABLA

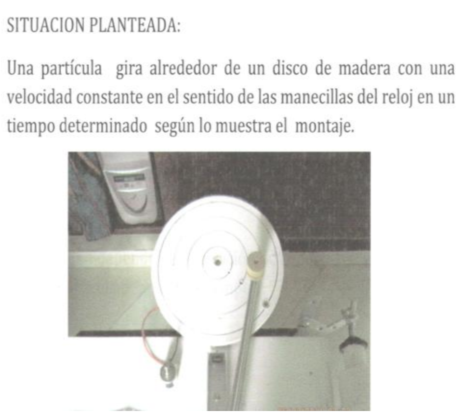
GRÁFICAS	AMPLITUD	PERIODO	ECUACIÓN
Grafica 1	UNO	720°	SENO
Gráfica 2	UNO	720°	COSENO

El estudiante asume como periodo de la función el ángulo en el cual la gráfica termina su trazado, es decir, 720°; se presenta confusión en la noción de ciclo o una vuelta de la partícula en un movimiento circular. Por otro lado, se evidencia falta de claridad en las características gráficas de la función seno y coseno, pues asume cambio de función cuando se presenta una compresión o expansión en la gráfica, demostrando desconocimiento en estos conceptos y como consecuencia, el estudiante no se encuentra en condiciones para establecer parámetros que especifiquen éste criterio en una ecuación de la forma *y= A sen nx* o *y= A cos nx.*

La metodología propuesta para la enseñanza de estos temas es una herramienta de gran ayuda, ya que le permite al estudiante visualizar realmente el fenómeno y establecer una conexión de sus pre- saberes con el nuevo conocimiento.

Para esta metodología se construyó como herramienta educativa un equipo graficador, y el proceso de enseñanza de las funciones seno y coseno, se desarrolla a través de cuatro talleres diseñados fundamentalmente para que los estudiantes observen, analicen las experiencias obtenidas, se cuestionen y relacionen los nuevos contenidos con las ideas existentes en su aprendizaje cotidiano.

Empleando esta metodología las situaciones que se plantean como punto de partida para que el estudiante deduzca las diferentes propiedades de las funciones se presentan de la siguiente manera:


SITUACION PLANTEADA:

Una partícula gira alrededor de un disco de madera con una velocidad constante en el sentido de las manecillas del reloj en un tiempo determinado según lo muestra el montaje.

Aquí se plantea la situación acompañada del equipo graficador que realiza el fenómeno planteado. (Este planteamiento hace parte del taller 1).

Con el apoyo de este dispositivo los estudiantes observan, analizan y establecen los diferentes comportamientos del fenómeno presentado;

esta actividad es orientada mediante la continua indagación por parte de la docente sobre los aspectos relevantes a observar y analizar en la simulación del fenómeno, dicha actividad se extiende en el transcurso del taller. (Ver taller 1).

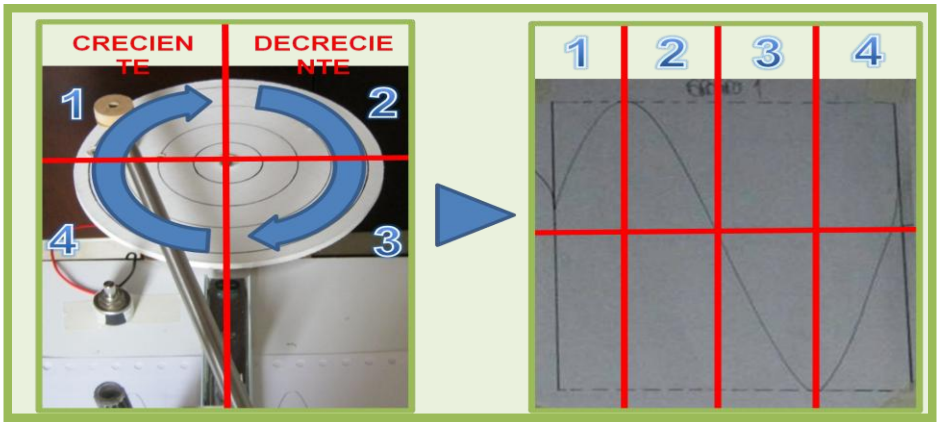
Veamos la utilización de esta herramienta educativa, y la forma como permite favorecer el aprendizaje significativo de las funciones seno y coseno en la enseñanza de los conceptos mencionados.

El equipo graficador realiza la simulación del fenómeno que consiste en la rotación de una partícula en sentido horario a velocidad constante alrededor de un círculo.

Utilizando esta herramienta, es más fácil para el estudiante deducir mediante la observación que se trata de un movimiento continuo, y establecer los cuadrantes de la circunferencia para las cuales la partícula realiza un movimiento ascendente o descendente, a medida que la partícula rota alrededor del círculo de madera; posteriormente se hace referencia a esta idea como intervalos crecientes y decrecientes de la función; Se debe tener en cuenta que para la construcción de esta noción, es básico que el alumno posea el preconcepto de ángulos 0°, 90° 180° y 360° para una circunferencia.

Al enfocarse hacia la enseñanza del rango de la función, los estudiantes identifican en el círculo de madera, el punto donde la partícula estará en una posición máxima y en una posición mínima al realizar el movimiento de rotación, y dependiendo de si se establece como radio del circulo la unidad estos valores serán 1 y -1 respectivamente, posteriormente se hace referencia a este intervalo como rango de la función, la posición máxima se relaciona con el valor máximo de la función, su altura o amplitud y la posición mínima con el valor mínimo de la función. Una vez el estudiante ha deducido mediante la observación y el análisis del fenómeno las propiedades que acompañan este movimiento, las verifican con la respectiva gráfica (ver taller 2), veamos por ejemplo la función seno.

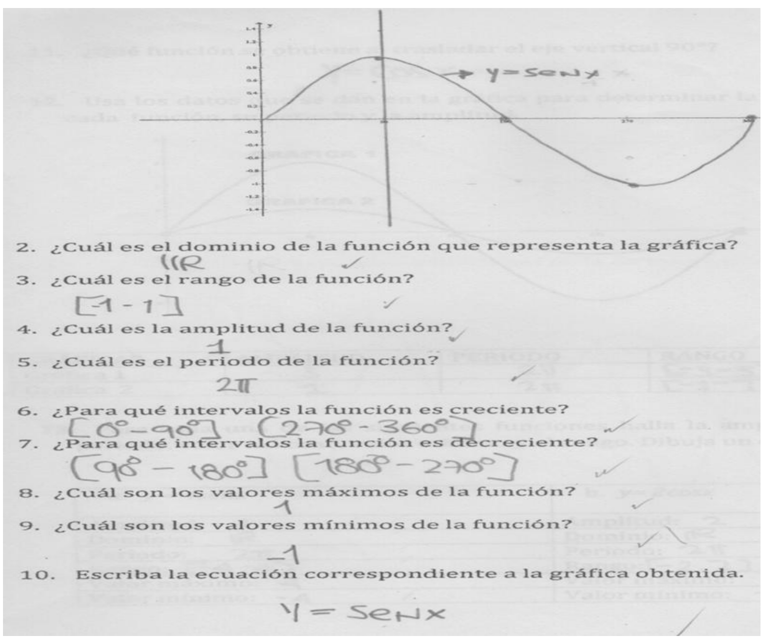
Si la partícula gira en sentido de las manecillas del reloj tenemos:



Una vuelta 2π Un ciclo de curva 2π (periodo)

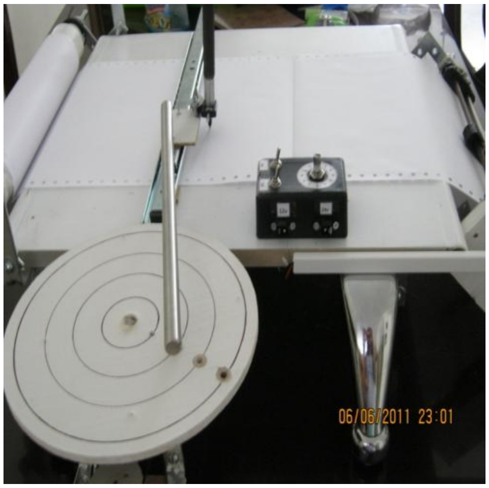
El estudiante que utiliza esta metodología relaciona significativamente cada una de las características asociadas con este tipo de movimientos, por lo tanto, establece correctamente valores como el rango, el dominio, la amplitud, intervalos crecientes y decrecientes y demás propiedades de las funciones seno y coseno.

En esta figura se observa un ejemplo de la evaluación presentada por un estudiante, que realizó su proceso de aprendizaje de estas funciones utilizando la metodología propuesta.

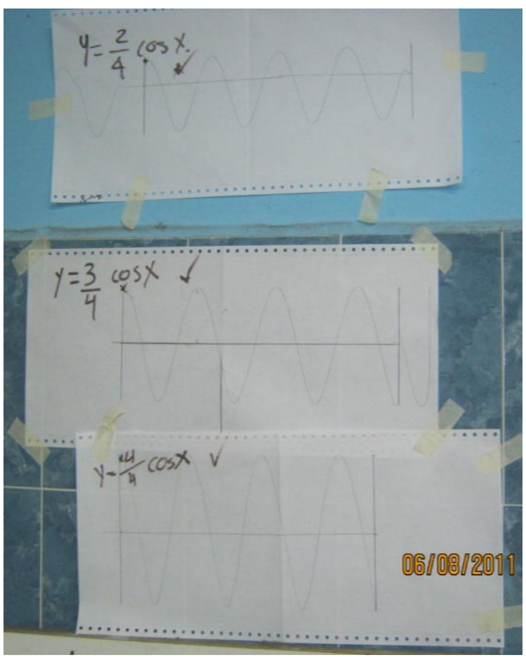

y=senx

2. ¿Cuál es el dominio de la función que representa la gráfica?
IR
3. ¿Cuál es el rango de la función?
[-1 - 1]
4. ¿Cuál es la amplitud de la función?
1
5. ¿Cuál es el periodo de la función?
2π
6. ¿Para qué intervalos la función es creciente?
[0°-90°] [270°-360°]
7. ¿Para qué intervalos la función es decreciente?
[90° - 180°] [180° - 270°]
8. ¿Cuál son los valores máximos de la función?
1
9. ¿Cuál son los valores mínimos de la función?
-1
10. Escriba la ecuación correspondiente a la gráfica obtenida.
Y = Senx

En cuanto a la enseñanza de las funciones seno y coseno de la forma *y=Asenx* e *y=Acosx,* que involucran parámetros (A) en sus ecuaciones (ver taller 3), el equipo graficador permite realizar variaciones en sus dispositivos, de tal manera que los estudiantes puedan observar la influencia de dichos parámetros en las gráficas de las funciones.



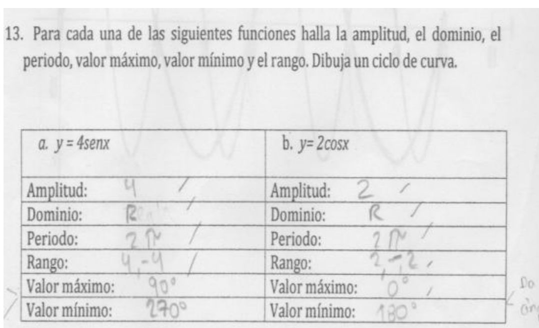
El disco que hace parte del dispositivo está fraccionado en círculos de diferentes radios: 1/4, 2/4, 3/4 y 4/4; Cada uno de estos radios me representa el valor del parámetro (A) en la ecuación que es la amplitud; dependiendo de la posición en que se ubique la partícula, se refleja un comportamiento de variación en la altura de la gráfica.



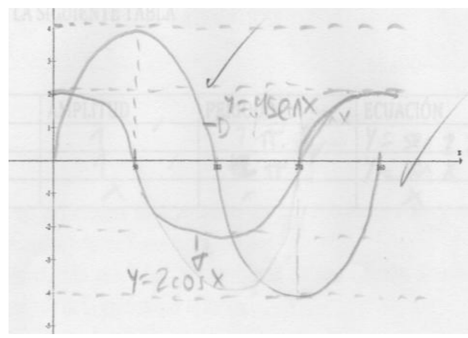
En la figura se aprecia como los estudiantes relacionan el valor de los radios de cada círculo con la altura de cada función; a mayor radio mayor altura de la gráfica, esa altura posteriormente se designa con el nombre de amplitud; posteriormente se hace claridad de que este valor es un parámetro que debe estar involucrado en la ecuación para identificar la función a la que se haga referencia.

A continuación, se muestra un ejemplo de un resultado obtenido por un estudiante, que siguió la metodología planteada en el proceso aprendizaje de las funciones de la forma *y= Asenx* e *y= Acosx.*

En él se observa que el alumno, en primer lugar, identifica el parámetro que hay en cada una de estas ecuaciones, y reconoce su significado gráfico, pues realiza el bosquejo de cada una de estas curvas teniendo en cuenta los valores de éste, de igual manera, reconoce que la presencia de este valor en ecuaciones de la forma *y= Asenx* *e y= Acosx,* no altera las propiedades de las funciones como el periodo y el dominio, y por el contrario, sí cambia los valores de la amplitud y el rango.


13. Para cada una de las siguientes funciones halla la amplitud, el dominio, el periodo, valor máximo, valor mínimo y el rango. Dibuja un ciclo de curva.

a. y = 4senx		b. y= 2cosx	
Amplitud:	4	Amplitud:	2
Dominio:	R	Dominio:	R
Periodo:	2π	Periodo:	2π
Rango:	4,-4	Rango:	2,-2
Valor máximo:	90°	Valor máximo:	0°
Valor mínimo:	270°	Valor mínimo:	180°



Por otro lado se evidencia un error en cuanto a los valores máximo y mínimo de la función, el estudiante está dando los ángulos para los cuales las funciones alcanzan dichos valores.

Por la anterior razón, y debido a la dificultad que se observa en el aspecto mencionado, se debe hacer mayor énfasis en la ubicación de cada una de las variables en el eje respectivo del plano coordenado, según indicaciones expuestas en el presente trabajo en el capítulo de recomendaciones.

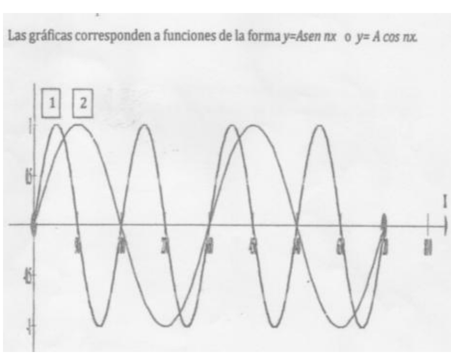
Para la enseñanza de funciones de la forma *y=sen (nx)* e *y=cos (nx),* se implementó en el equipo graficador un potenciómetro, con el fin de regular la velocidad de rotación de la partícula y permitirle al estudiante la observación, y el análisis de movimientos circulares cuando hay variación de velocidad y la influencia de este parámetro en la gráfica (ver taller 4).

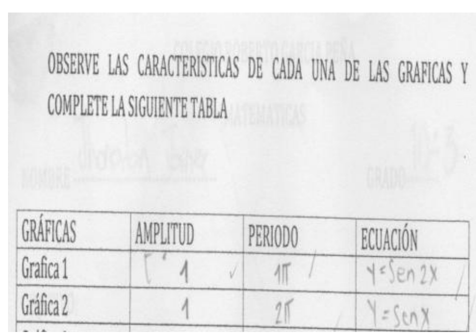
Cuando el estudiante aumenta la velocidad de rotación de la partícula, observa que la gráfica que representa dicho fenómeno sufre una variación, posteriormente se relaciona esta idea con el término de compresión de la gráfica.

Por el contrario, cuando se disminuye la velocidad de rotación de la partícula, la gráfica que representa dicha situación se "ensancha", esta expresión se relaciona con el término de expansión de la gráfica.

Uno de los aspectos a resaltar, es que el estudiante observa a través de su experiencia con el equipo, que el periodo de la función presenta un cambio dependiendo del tipo de comportamiento que sufre la gráfica "compresión o expansión".

Una vez adquirido estos conceptos significativamente, se aclara formalmente que este comportamiento se debe indicar con un parámetro(n) en la ecuación de la función; veamos un ejemplo de un resultado obtenido por un estudiante que siguió esta metodología en el aprendizaje de las funciones de la forma *y=sen (nx)* e *y=cos (nx).*





OBSERVE LAS CARACTERISTICAS DE CADA UNA DE LAS GRAFICAS Y COMPLETE LA SIGUIENTE TABLA

NOMBRE .... GRADO ....

GRÁFICAS	AMPLITUD	PERIODO	ECUACIÓN
Grafica 1	1	1π	Y=Sen 2X
Gráfica 2	1	2π	Y=SenX

Se evidencia que el estudiante visualiza el comportamiento de compresión de la gráfica (1) y por lo tanto su periodo sufre un cambio con respecto a la otra gráfica (2), tiene claro que el concepto de periodo está relacionado con la idea de una vuelta de la partícula alrededor de una circulo, y por lo tanto, éste sufre variación si la partícula va más rápido o más lento. En este caso en particular, la velocidad de la partícula que representa la gráfica 1, es el doble de la velocidad de la partícula que representa la gráfica 2, de ahí las ecuaciones propuestas por el estudiante para las respectivas gráficas.

Con la metodología propuesta se le da la oportunidad al estudiante de construir su conocimiento, se le da libertad para explorar en lugar de inducir a la forma de resolverlo, se le brinda herramientas educativas para que interprete el mundo real matemáticamente, logrando que el nuevo conocimiento, se relacione con contenidos e ideas existentes en la memoria; Por lo anterior y por los resultados obtenidos, se evidencia que con mi propuesta metodológica si es posible favorecer el aprendizaje significativo de las funciones seno y coseno.

4. CONCLUSIONES GENERALES Y RECOMENDACIONES.

CONCLUSIONES

- El uso de la experimentación en la enseñanza de las matemáticas, y para el caso particular de las funciones seno y coseno, constituye una herramienta educativa de gran importancia, ya que, a través de ella, el docente puede crear un ambiente propicio para el desarrollo de procesos como la observación, indagación y análisis de situaciones reales, lo cual le permite al estudiante construir significativamente el conocimiento y aplicarlo en la solución de problemas cotidianos.

- A través de metodologías como la propuesta, el estudiante percibe directamente la estrecha relación entre los fenómenos físicos y las matemáticas, como la que existe entre el fenómeno de rotación de una partícula alrededor de un círculo con velocidad constante, con las definiciones y propiedades de las funciones seno y coseno.

- La construcción significativa de las definiciones y propiedades de las funciones seno y coseno, se da en forma más práctica y tangible mediante el uso de herramientas tecnológicas como la utilizada en este proyecto: el equipo graficador.

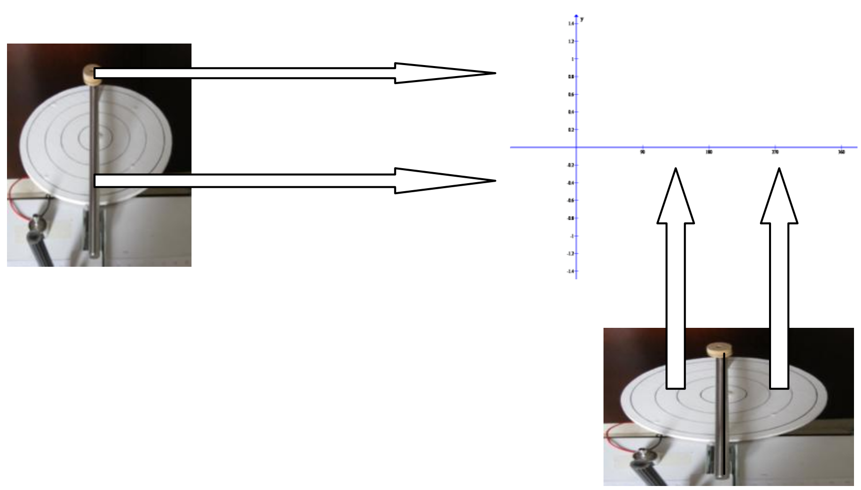
- La estructura propuesta para el desarrollo de cada una de las actividades desde el punto de vista experimental, permite que el proceso de aprendizaje del estudiante sea más dinámico y motivador, lo cual constituye una estrategia que difiere del esquema de enseñanza tradicional repetitivo y monótono.

- Al permitir la observación directa de fenómenos físicos, como el de la rotación de una partícula con velocidad constante alrededor de un círculo, se observa que es más fácil para el estudiante establecer los valores de los parámetros "*N*" y su significado, que se presentan en ecuaciones sinusoidales de la forma $y = N\,sen x$, $y = N\cos x$, $y = sen\,(Nx)$, $y = \cos\,(Nx)$.

RECOMENDACIONES

1. Una vez realizado el trabajo, se observa la importancia de contar con varios equipos graficadores, para que la mayoría de los estudiantes puedan manipularlo y establecer los diferentes parámetros indicados en cada uno de los talleres.

2. Se recomienda que el docente utilice un vocabulario preciso y claro al designar las variables que se quieren observar en cada práctica; Ya que el estudiante tiene la tendencia a visualizar el fenómeno en forma global, y en ocasiones deja de lado la variable de interés; Por otro lado, se debe hacer una mejor ubicación visual de las variables observadas al rotar la partícula con respecto al plano de coordenadas de la siguiente manera:
    - La altura máxima y la altura mínima de la trayectoria circular que recorre la partícula representada en el disco, se ubica en el eje vertical del plano de coordenadas.
    - La circunferencia que recorre la partícula alrededor del disco, se divide mentalmente en ángulos, estos valores se ubican en el eje horizontal del plano de coordenadas.



3. Con el propósito de reforzar lo aprendido en el aula, se recomienda asignar a los estudiantes talleres complementarios, que involucren el desarrollo de actividades por competencias de acuerdo a los temas vistos en cada uno de los talleres.

4. Se le recomienda al docente realizar un taller sobre el manejo del equipo graficador antes de iniciar las actividades, ya que el manejo inadecuado del mismo ocasiona el mal funcionamiento de dicha herramienta educativa.

5. Después de desarrollar este trabajo, se observa la posibilidad de realizar el proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones de la forma $y= (\operatorname{sen}x) + a$, $y= (\cos x) + a$, $y=\operatorname{sen}(x+a)$, $y=\cos(x+a)$ mediante la variación de algunas actividades contempladas en los talleres.

6. Reconociendo las dificultades, valdría la pena tratar de construir o implementar en el equipo graficador, un dispositivo que me permita hacer experimentaciones similares a las dadas en este trabajo, con funciones como la tangente y la secante.

BIBLIOGRAFIA

Ausubel, D. P., Novak, J. D. y Hanesian, H. (1989). *Psicología educativa: Un punto de vista cognitivo.* México: Trillas.

Espítia, R. y Montes, M. (2009). *Influencia de la familia en el proceso educativo de los menores del barrio Costa Azul de Sincelejo.*

Tébar, L. (2003). *El Perfil del Profesor Mediador*. Madrid: Santillana.

Gómez, M. (1996). *Análisis de la función sinusoidal.* Tesis de especialización no publicada, Universidad Industrial de Santander.

Silva, E. (1999). *Modelo didáctico para graficar las funciones seno y coseno desfasadas utilizando traslaciones.* Tesis especialización no publicada, Universidad Industrial de Santander.

Ministerio de Educación Nacional, (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas.* Bogotá: Magisterio.

Principios y estándares para la educación matemática. (1989). Sevilla: Sociedad Andaluza de E educación Matemática.

Díaz Barriga, F. y Hernández, G. (2004). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*: *una interpretación constructivista*. México: McGRAW-HILL.

Recuperado el 10 de octubre de 2010 de:
http://www.paedagogium.com/NumerosAnteriores/treintayuno/01.html

Zemelman, S., Daniels, H. y Hyde, A. (1998). *Best practice: New standars for teaching and learning in América´s school: E.U. Hinemann.*

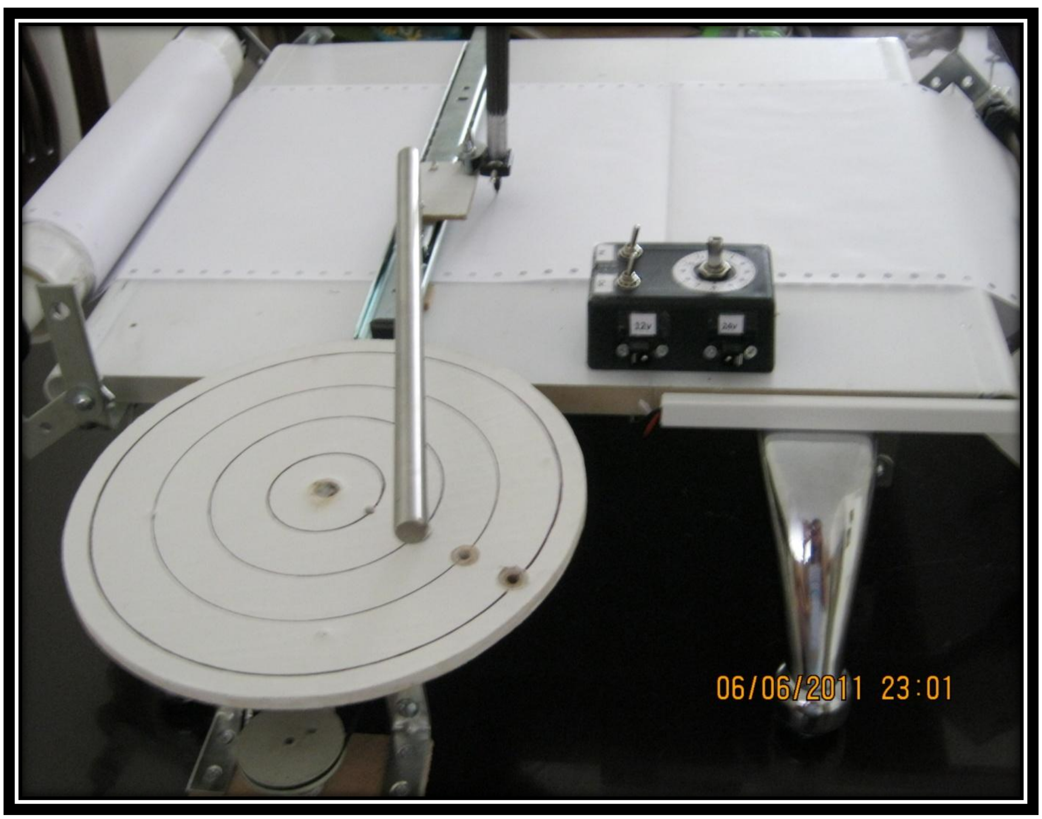
Salinas, P. Alinas, J. Pulido, R. Santos, F. Escobedo, J. y Garza, J (2002) *Elementos del Cálculo.* México: Trillas.

ANEXOS

ANEXO A: MANUAL DEL EQUIPO GRAFICADOR.

MANUAL DEL USUARIO

EQUIPO GRAFICADOR DE LAS FUNCIONES SENO Y COSENO



CONTENIDO:

Introducción.

Descripción general.

Instrucciones de uso.

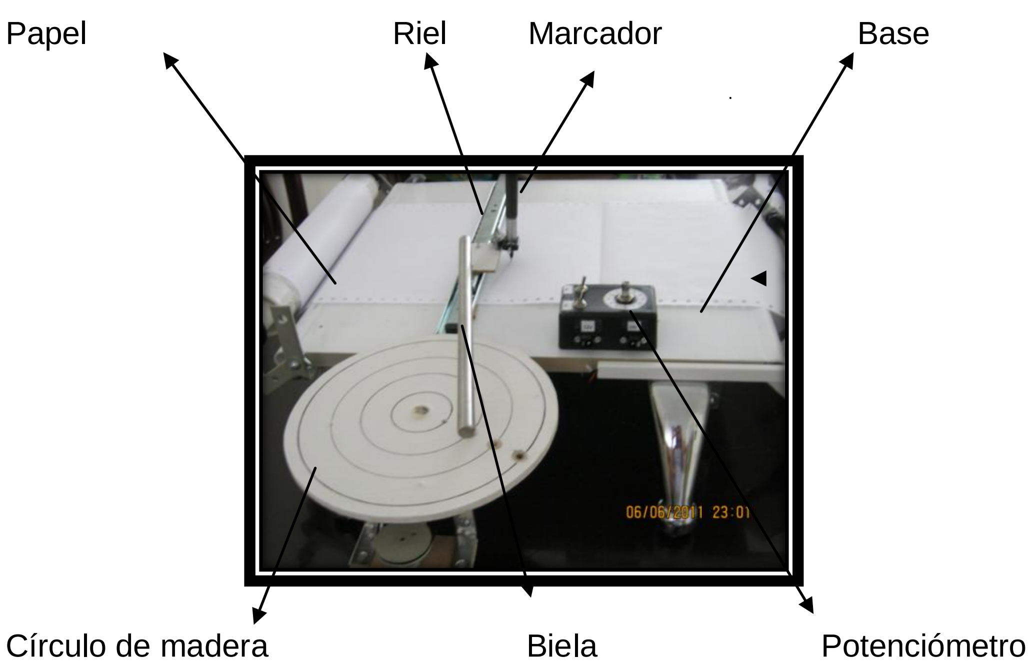
Cómo obtener las gráficas.

Recomendaciones.

INTRODUCCIÓN

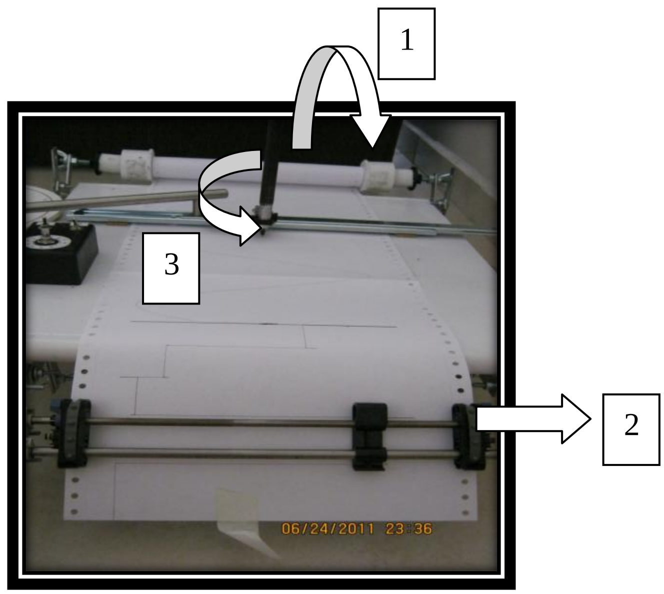
Este equipo fue creado exclusivamente para el aprendizaje de las funciones seno y coseno, así como de algunas curvas sinusoidales de la forma *y=n sen x, y= cos x, y= sen nx e y= cos nx.*
Esta guía le explica cómo realizar cada una de las funciones mencionadas, una descripción general de los elementos que lo componen, la forma como se pone en funcionamiento y algunas recomendaciones.

DESCRIPCIÓN GENERAL

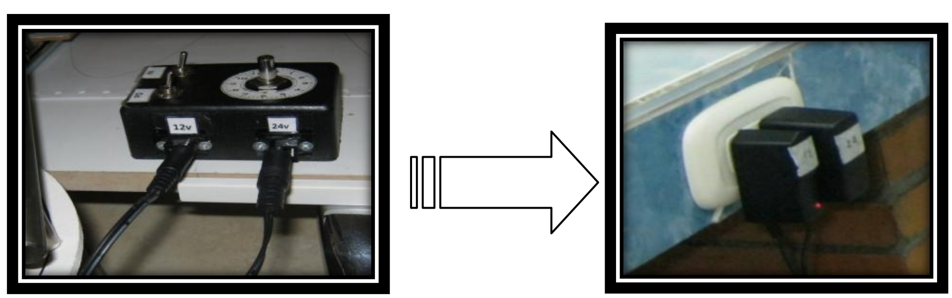


INSTRUCCIONES DE USO

1. Recargue el papel en el rodillo lateral.
2. Ajuste el papel en los engranajes.
3. Ajuste el marcador en la arandela.



4. Alimente el motor de la polea con una fuente de 24V.
5. Alimente el motor del tractor del papel con una fuente de 12v.

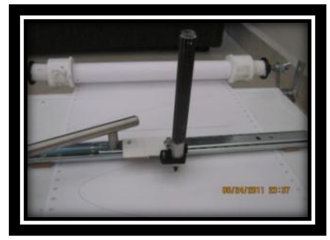


CÓMO OBTENER LAS GRÁFICAS.

Gráfica de la función *y=sen x.*

1. Accione la palanca de la polea(A), deje rotar la biela hasta que se ubique el marcador en el centro del papel y detenga la polea (B).

A



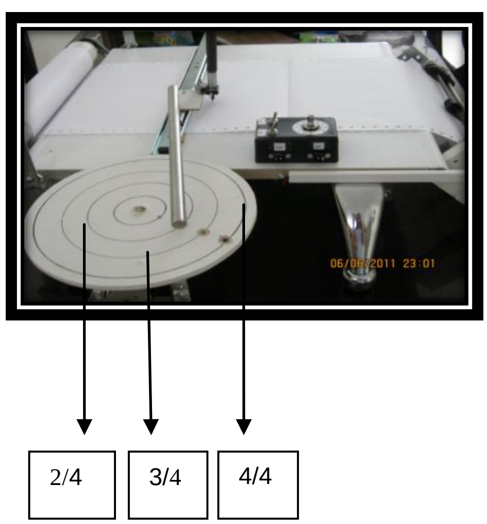
B

2. Ubique la biela en el círculo de mayor diámetro.
3. Accione al mismo tiempo la palanca de la polea y la de del tractor de papel.
4. Detenga ambos dispositivos cuando considere suficiente tramo de curva graficada.

Gráficas de la funciones de la forma *y= n sen x*

1. Gráfica de la función *y= ¼ sen x.*
2. Gráfica de la función y=2/4 sen x.
3. Gráfica de la función *y=3/4 sen x.*
4. Gráfica de la función *y= 4/4 sen x o y= sen x.*

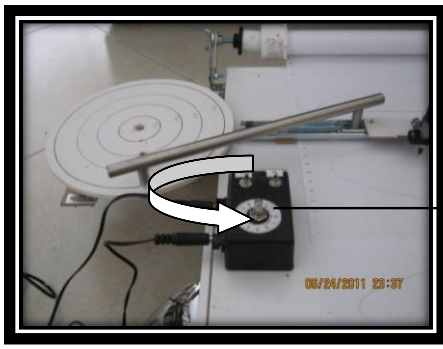
Para obtener estas gráficas se procede como en los pasos anteriores, pero se ubica la biela en el círculo que tenga el radio correspondiente según la ecuación.



Gráficas de las funciones de la forma: *y= sen nx*

1. Gráfica de la función *y = sen 2x*

- Siga los pasos dados para graficar la función *y= sen x,* tome esta curva como curva patrón, gire la perilla del potenciómetro hasta lograr que la longitud de onda de la curva generada tenga la mitad de la longitud de onda de la curva patrón.



Potenciómetro

RECOMENDACIONES

Alimentar los motores de la polea y del tractor del papel con una fuente diferente a la indicada puede ocasionar que estos dispositivos dejen de funcionar.

Se debe estar atento de no invertir los voltajes especificados en cada dispositivo al hacer uso del equipo.

Los brazos que sostienen en papel deben tener el mismo ángulo de inclinación de lo contrario el papel se atascará en el recorrido.

Ubique correctamente el papel en los engranajes del tractor para evitar que el papel se tuerza.

NOTA:

EL PROCEDIMIENTO PARA OBTENER LAS GRÁFICAS DE LAS FUNCIONES COSENO ES EL MISMO, SÓLO QUE EL DOCENTE DEBE CORRER EL EJE VERTICAL 90°.

ANEXO B: TRABAJO DE EXPERIENCIAS CON LOS ALUMNOS.

COLEGIO ROBERTO GARCIA PEÑA

TALLER N° 3

FECHA 08/06/11 GRADO: 10-3

INTEGRANTES:

Angel Gonzalez Duarte

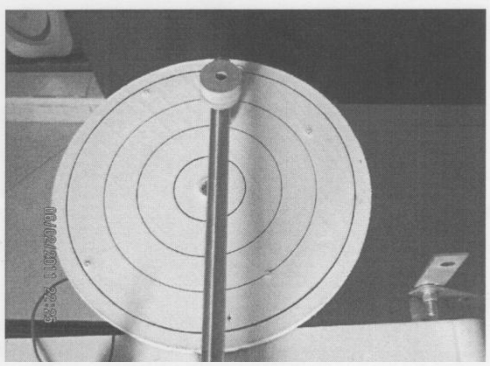
Jwilson Julian Vega V.

RECURSOS: Equipo graficador, lápiz, fotocopias.

OBJETIVO: Identificar la ecuación de una curva sinusoidal de la forma Y=*N SEN X*, *Y= N COS X* determinar su amplitud y su periodo.

EXPERIENCIA 1:

1. Ubique el marcador según lo muestra el montaje, encienda el graficador y deje rotar la Partícula por un segundo; etiquete la gráfica arrojada como gráfica 1.



2. Realiza el procedimiento anterior para los círculos de mayor diámetro; rotula las gráficas obtenidas como gráfica 2 y gráfica 3 respectivamente.
3. Ubique una debajo de otra cada una de las gráficas obtenidas y péguelas en el tablero.

DE ACUERDO CON EL ANTERIOR PROCEDIMIENTO CONTESTAR:

1. ¿En qué se diferencian las tres gráficas?
   en la altura y la amplitud
2. ¿Cuál de las tres gráficas tiene más altura o amplitud?
   la grafica N.3
3. ¿Cuál es la causa de que la amplitud o la altura de las gráficas sea diferente?
   el cambio del radio
4. ¿Qué amplitud o altura tiene la gráfica 1, la gráfica 2 y la gráfica 3?
   2/4 3/4 4/4
5. Si la gráfica correspondiente al círculo de menor diámetro me representa la función *Y*= 1/4 SENO X ¿Qué función me representa la gráfica 2, la gráfica3 y la gráfica 4?
   coseno

GRÁFICAS	FUNCIÓN
Grafica 1	Y= 1/4 cos X
Gráfica 2	Y= 2/4 cos X
Gráfica 3	Y= 3/4 cos X
Gráfica 4	Y= 4/4 cos X

EXPERIENCIA 2

Ponga a rotar el graficador en la posición anteriormente indicada, deje rotar el disco una vuelta y toma el tiempo que tardó en hacer este recorrido, rotule la gráfica como gráfica1.

Realice el procedimiento anterior para los círculos de mayor diámetro, rotule las gráficas como gráfica 2 y gráfica 3 según el orden en que fueron obtenidas.
Pegue cada una de las gráficas en el tablero una debajo de la otra de acuerdo en el orden obtenido.

DE ACUERDO A LO ANTERIOR, CONTESTAR:

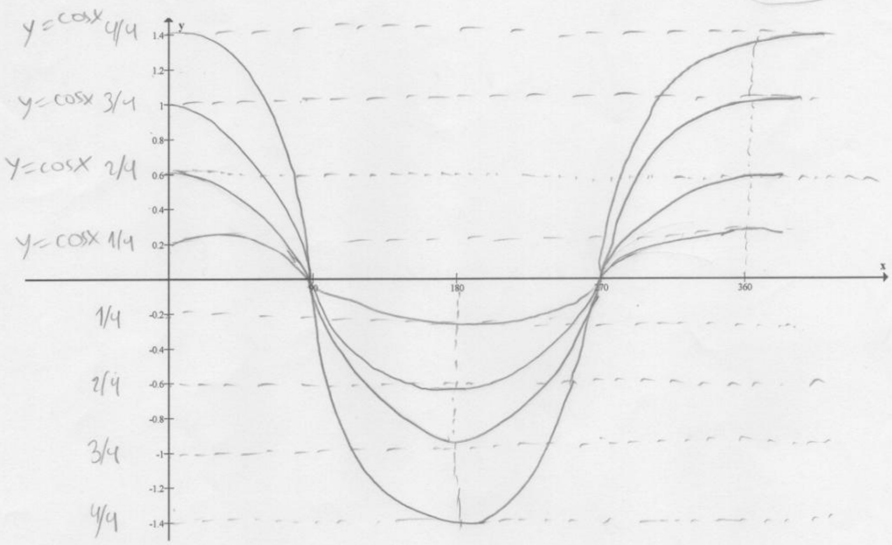
1. ¿En qué se diferencian las gráficas?
   la amplitud
2. ¿Cuál gráfica tarda en dar más su recorrido o todas lo hicieron al mismo tiempo? todas al mismo tiempo
3. ¿Para qué intervalos se encuentra definida la gráfica 1, la gráfica 2 y la gráfica 3? 360°, 360°, 360° = 1080
4. ¿Al modificarse la altura de una función necesariamente se modifica el intervalo para el cual la función está definida?
   es lo mismo

ESCRIBA LA INFORMACIÓN OBTENIDA EN LA SIGUIENTE TABLA

Y = N COS X			
ALTURA O AMPLITUD	ECUACIÓN	INTERVALO PARA EL CUAL ESTA DEFINIDA	PERIODO O TIEMPO EN QUE TARDA EN DAR UNA VUELTA
1/4	Y= 1/4 cos X	[0° - 360°]	1,6
2/4	Y= 2/4 cos X	[0° - 360°]	1,6
3/4	Y= 3/4 cos X	[0° - 360°]	1,6
4/4	Y= 4/4 cos X	[0° - 360]	1,6

GRAFIQUE LAS CURVAS OBTENIDAS EN EL SIGUIENTE PLANO CARTESIANO

Y = cos X



ANEXO C: ALGUNOS COMENTARIOS DE LOS ESTUDIANTES

1] que opina de esta forma de aprender

Buena x es didactica y rapida para aprender, pero lo que nos ayudo fue el aparato que fue mas facil para aprender.

2) que le gusto y no le gusto

- me gusto que la profesora traja material bueno para aprender
- no me gusto el desperdisio de hojas
- no me gusto que fueron algunos, ~~bueno~~ si no fuera todo el salon

1¿Que opina de esta forma de aprender las funciones? ✓

2¿Que le gusto y que no le gusto?

1) me parece que se aprende más rápido y mejor ya que podemos obser var. bien la grafica.

2) Me gusto todo

- que opina de esta forma de aprender las funciones. ✓
- que le gusto y que no le gusto.

Solución

1). que es muy buena por que uno aprende y se distrae que (y la v) y no se enreda tanto es mucho mas facil de aprender las funciones.

2) que me gusto:
que uno entiende mucho mejor

1) que opina de esta forma de aprender las funsiones.
2) que le gusto de los talleres y que no le gusto.

(1) pues que nos explico mas con precición y me parecio mas facil de aprender las funsiones

(2) me gusto que la profesora nos enseño a trabajar en el graficador

*No me gusto el desperdicio de hojas.