

MODELADO Y CARACTERIZACIÓN DEL PATRÓN DE RADIACIÓN DE UNA
ANTENA DE RADAR DE PENETRACIÓN TERRESTRE

ANDRÉS FERNANDO PLATA GALVIS

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS
ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA
2019

MODELADO Y CARACTERIZACIÓN DEL PATRÓN DE RADIACIÓN DE UNA
ANTENA DE RADAR DE PENETRACIÓN TERRESTRE

ANDRÉS FERNANDO PLATA GALVIS

Trabajo de Grado para optar al título de
Ingeniero Electrónico

Director

Jheyston Omar Serrano Luna

Candidato a Doctor en Ingeniería en el área de Electrónica

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS
ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA

2019

AGRADECIMIENTOS

Este logro es gracias a todas las personas que me acompañaron y brindaron su apoyo durante este proceso.

Agradezco al profesor Jheyston Serrano por su disposición, por sus invaluable consejos y constante apoyo en el desarrollo del proyecto.

Igualmente a los profesores Ana Ramírez y Sergio Abreo por el acompañamiento y por siempre brindar los mejores recursos.

A Fabián Sánchez, Cristian Garcia, Andrés Manjarres, Katherie Floréz y a todos los miembros del grupo de investigación CPS por brindar un excelente ambiente de trabajo y sus acertadas observaciones en el trabajo.

A Cecilia Galvis y Darío Galvis por su apoyo, paciencia y darme la fortaleza para seguir adelante.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	12
1. OBJETIVOS	14
2. METODOLOGÍA	15
2.1. RADAR DE PENETRACIÓN TERRESTRE	15
2.2. MÉTODO DEL DOMINIO DE TIEMPO DE DIFERENCIA FINITA	22
2.3. CONDICIONES DE FRONTERA ABSORBENTES	26
3. PULSO ELECTROMAGNÉTICO	30
3.1. MODELANDO USANDO EL SOFTWARE GPRMAX	34
3.2. FUNCIÓN DE COSTO	36
3.3. MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN GLOBAL	39
3.4. PARALELIZACIÓN DE PROCESOS	45
4. PATRÓN DE RADIACIÓN	50
5. RESULTADOS	53
6. TRABAJO FUTUROS	68
7. CONCLUSIONES	69
BIBLIOGRAFÍA	71

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Instrumentación de un radar de penetración terrestre de la empresa GSSI.	16
Figura 2. Ejemplo de un radargrama utilizando GPR.	17
Figura 3. Estructura interna de la antena distribuida por GSSI	18
Figura 4. Posibles posiciones en la orientación de la antena en un equipo GPR.	18
Figura 5. Métodos geofísicos para la adquisición de datos GPR.	21
Figura 6. Ejemplos de modelos con y sin dispersión numérica utilizando el método de diferencias finitas.	26
Figura 7. Ilustración de un modelo 3D en terminos de celdas de Yee con una barrera absorbente PML.	27
Figura 8. Prueba realizada para comparar la energía	29
Figura 9. Sistema GPR para la prospección del subsuelo.	30
Figura 10. Diagrama de flujo de la metodología utilizada en la obtención de los parámetros de la antena.	31
Figura 11. Trazas realizadas con datos obtenidos del equipo SIR-3000.	33
Figura 12. Antena de 400[MHz] de un GPR de la empresa GSSI.	36
Figura 13. Comparación de la ubicación del espectro bilateral del pulso electromagnético modelado.	38
Figura 14. Comparación de la señal electromagnética modelada.	39
Figura 15. Metodología empleada para la optimización de los parámetros electromagnéticos.	44

Figura 16. Tiempo de ejecución empleado por cada sistema en la propagación de la onda electromagnética sobre el modelo.	47
Figura 17. Descripción gráfica del proceso de paralización de dos partículas usadas en el método PSO.	48
Figura 18. Descripción de las zonas que rodean la antena.	50
Figura 19. Estructura de una antena en forma de corbatín (<i>bowtie</i>)	52
Figura 20. Evolución de la señal modelada en tiempo como en frecuencia	55
Figura 21. Distribución de frecuencia relativa para los errores de los 50 experimentos.	58
Figura 22. Pulso electromagnético de la señal modelada y espectro en frecuencia.	59
Figura 23. Diagrama de dispersión entre la señal modelada y la señal de referencia.	60
Figura 24. Patrones de radiación de los campos eléctricos y magnéticos con la antena modelada $\epsilon_r = 4$.	61
Figura 25. Patrones de radiación de los campos eléctricos y magnéticos con la antena modelada $\epsilon_r = 8$.	62
Figura 26. Patrones de radiación de los campos eléctricos y magnéticos con dipolo $\epsilon_r = 4$.	64
Figura 27. Patrones de radiación de los campos eléctricos y magnéticos con dipolo $\epsilon_r = 8$.	65
Figura 28. Comparación de los patrones de radiación obtenidos con el modelo de la antena real vs un dipolo hertziano.	67

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Especificaciones frecuencia vs profundidad de las antenas GPR desarrolladas por la empresa GSSI.	19
Tabla 2. Descripción de la ecuaciones de Maxwell en la forma diferencial.	22
Tabla 3. Características del modelo implementado en el software GprMax para modelar la antena de un radar de penetración terrestre.	35
Tabla 4. Resultados obtenidos en la comparación de PSO con IAO para una función con de tres variables.	40
Tabla 5. Resultados obtenidos en la comparación de varios métodos analíticos.	41
Tabla 6. Intervalo de los posibles valores aceptados para cada parámetros de la antena.	42
Tabla 7. Descripción general de las características del computador.	46
Tabla 8. Descripción general de las características del servidor.	46
Tabla 9. Tiempo de ejecución para la propagación de la onda electromagnética en el modelo.	49
Tabla 10. Resumen de las pruebas para estimar la mejor combinación para el vector de velocidad.	54
Tabla 11. Tabla de frecuencia de los experimentos realizados para la obtención de los parámetros internos de la antena.	57

RESUMEN

TÍTULO: MODELADO Y CARACTERIZACIÓN DEL PATRÓN DE RADIACIÓN DE UNA ANTENA DE RADAR DE PENETRACIÓN TERRESTRE *

AUTOR: ANDRÉS FERNANDO PLATA GALVIS **

PALABRAS CLAVE: CARACTERIZACIÓN, GPR, PATRÓN DE RADIACIÓN, PSO.

DESCRIPCIÓN:

El proyecto de investigación plantea la caracterización de una antena de la marca GSSI empleada en un radar de penetración terrestre. Mediante un modelado de la antena en 3D se simula la propagación de la onda electromagnética en el espacio libre en un dominio finito para limitar el costo computacional que esto requiere. Luego con un algoritmo se estiman los parámetros internos de la antena, con estos resultados se procede a la caracterización de los patrones de radiación a diferentes distancias de la fuente para establecer la energía radiada por la antena en varias direcciones.

Existe un método de optimización local que permite estimar los parámetros eléctricos y magnéticos del subsuelo con una alta resolución a partir de los datos sísmicos adquiridos en la superficie terrestre. Este proceso es la inversión de onda completa (*FWI - Full Waveform Inversion*) que requiere un alto costo computacional y por medio de algoritmos iterativos avanzados proporciona imágenes geológicamente precisas del terreno en estudio. La FWI minimiza la diferencia entre el dato observado medido en campo con el dato modelado obtenido de simulación. En el dato modelado se requiere que huella electromagnética estime el mejor comportamiento de la fuente real, de esta manera entre mejor caracterizada este la fuente se reduce el error en los datos, por lo tanto una incertidumbre menor en la estimación de los parámetros eléctricos y magnéticos del subsuelo. De igual manera conocer los patrones de radiación de la fuente e incorporándolos en la ecuación de propagación, ayuda aún más a reducir este error.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y telecomunicaciones. Director: Jheyston Omar Serrano Luna, Candidato a doctor en ingeniería en el área de electrónica.

ABSTRACT

TITLE: MODELING AND CHARACTERIZATION OF THE RADIATION PATTERN OF A GROUND PENETRATING RADAR ANTENNA. *

AUTHOR: ANDRÉS FERNANDO PLATA GALVIS **

KEYWORDS: CHARACTERIZATION, GPR, RADIATION PATTERN, PSO.

DESCRIPTION:

The research project proposes the characterization of an antenna of the GSSI brand employed on a ground penetrating radar. Through modeling the antenna in 3D, the propagation of the electromagnetic wave in free space in a finite domain is simulated to limit the computational cost that this requires. Then with an algorithm the internal parameters of the antenna are estimated, with these results we proceed to the characterization of the radiation patterns at different distances from the source to establish the energy radiated by the antenna in several directions.

There is a method of local optimization that allows estimating the electrical and magnetic parameters of the subsurface with a high resolution from the seismic data acquired in the terrestrial surface. This process is the full waveform inversion (FWI) what requires a high computational cost and through advanced iterative algorithms provides geologically accurate images of the terrain under study. The FWI minimize the difference between the observed data measured in the field with the modeled data obtained of simulation. In the modeled data it is required that the electromagnetic footprint estimates the best behavior of the real source, in this way among the best characterized this the source reduces the mistake in the data, therefore a lower uncertainty in the estimation of the electrical and magnetic parameters of the subsoil. Similarly, knowing the radiation patterns of the source and incorporating them into the propagation equation helps further reduce this mistake.

* Bachelor Thesis

** Faculty of Physical-Mechanical Engineering. School of Electrical, Electronics and Telecommunications Engineering. Director: Jheyston Omar Serrano Luna, Candidate for a PhD in engineering in the area of electronics.

INTRODUCCIÓN

Un radar de penetración terrestre (*GPR - Ground Penetration Radar*) ofrece una solución precisa y no destructiva para mapear el subsuelo mediante la propagación de ondas electromagnéticas a diferentes frecuencias dependiendo de la profundidad de estudio del terreno. En este proyecto de investigación se utilizó una antena de la marca GSSI ¹, esta tecnología brinda un análisis en tiempo real de las capas superficiales del subsuelo, además permite a los usuarios identificar de manera segura las características y objetos enterrados antes de realizar perforaciones o abrir zanjas y así evitar impactos ambientales y/o sociales.

En el proyecto se implementó un algoritmo de optimización global que permite estimar los parámetros internos de la antena de 400[MHz] de la empresa GSSI, por medio de un modelo en 3D. Este algoritmo se ejecuta de manera iterativa donde se comparan el pulso electromagnético generado por la antena y el modelo, con el objetivo de buscar los mejores parámetros en el modelo que conlleven a propagar la misma onda electromagnética del radar. De esta manera se puede conocer la energía de radiación por la antena en diferentes direcciones mediante una gráfica de su patrón de radiación.

La finalidad del proyecto de investigación es ayudar al proceso de inversión de onda completa. La FWI es un método de optimización local iterativo que consiste en estimar parámetros (permitividad, permeabilidad y conductividad) e imágenes en el subsuelo. La FWI requiere una función de costo que busca minimizar la diferencia

¹ *ANTENNAS MANUEAL*. Geophysical Survey Systems, Inc. 40 Simon Street, Nashua, New Hampshire USA, 2009.

entre el dato observado (es el dato que se adquiere en campo) y el dato modelado obtenido de simulación, este ultimo dato se obtiene mediante un modelo que propaga la onda electromagnética que busca tener el mismo comportamiento que la fuente real usada en campo, para obtener valores cercanos a la realidad y la inversión no converja a valores erróneos, de esta manera entre mejor caracterizada este la fuente se reduce el error en los datos y por tanto una incertidumbre menor en la estimación de los parámetros eléctricos y magnéticos del subsuelo.

En los siguientes capítulos se encuentra todo el desarrollo del proyecto de investigación especificando parámetros, variables y recursos utilizados, de tal manera que pueda ser replicado para futuros estudios. Se organiza de la siguiente manera: en el capítulo 1 se exponen los objetivos en el proyecto; en el capítulo 2 se presenta una breve explicación del método de las diferencias finitas en el dominio del tiempo y las capas absorbentes que son conceptos claves en el modelado, además se contextualiza como funciona un radar de penetración terrestre; en el capítulo 3 se definen las características del modelo utilizando un software de código abierto, luego mediante un método de optimización global se estiman los parámetros internos de la antena y por ultimo se muestra la estrategia implementada para mejorar el tiempo de ejecución del algoritmo; en el capítulo 4 se obtiene el patrón de radiación de la antena mediante la propagación del pulso electromagnético caracterizado en el inciso anterior; en el capítulo 5 se exponen los resultados conseguidos en cada etapa; por último, en el capítulo 6 se presentan las conclusiones.

1. OBJETIVOS

Objetivo general

- Caracterizar la antena de transmisión de un equipo radar de penetración terrestre.

Objetivos específicos

- Seleccionar un algoritmo con base al estado-del-arte que permita obtener los patrones de radiación de una antena de penetración terrestre;
- Implementar un algoritmo usando una herramienta de desarrollo computacional que permitirá obtener el patrón de radiación;
- Comparar los patrones de radiación obtenidos mediante simulación con las mediciones reales del sistema en campo.

2. METODOLOGÍA

En el presente capítulo se contextualiza sobre los principales conceptos usados en el desarrollo del proyecto de investigación, primero se mostrara que es un radar de penetración terrestre, seguido del método de diferentes finitas en el dominio del tiempo para realizar el modelado de la antena teniendo su geometría interna, por ultimo se limita el tamaño del modelo mediante fronteras absorbentes para evitar reflexiones de la onda electromagnética en los extremos del modelo.

2.1. RADAR DE PENETRACIÓN TERRESTRE

Un radar de penetración terrestre (*GPR - Ground Penetration Radar*) es un método geofísico que esta compuesto principalmente por tres instrumentos: la unidad de control, un sistema de visualización y una o varias antenas, como se muestra en la Fig. 1. GPR es una técnica no destructiva empleada en investigaciones donde requieren un conocimiento preciso del subsuelo a profundidades cortas.

Figura 1. Instrumentación de un radar de penetración terrestre de la empresa GSSI. En a) se muestra el sistema de control SIR-3000, b) y c) son dos tipos de antenas que pueden ser usadas en GPR según la aplicación.



(a) Sistema de control y visualización.



(b) Antena de 2 GHz.

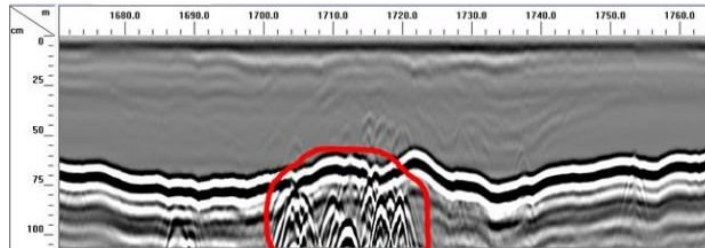


(c) Antena de 270 MHz.

Fuente: Imagen tomada del catálogo de antenas de la empresa GSSI 1.

Un georadar solo mide las variaciones del campo eléctrico debido a la profundidad de análisis el campo magnético pierde energía, por lo tanto el instrumento percibe cambios en la permitividad. El georadar funciona con dos antenas: transmisora y receptora, donde la primera emite un pulso electromagnético que viaja a través del subsuelo, posteriormente la antena receptora detecta las ondas que son reflejadas por algún objeto o capas terrestres. Después de recolectar los datos en la unidad de control del sistema GPR muestra los datos en una pantalla mediante un radar-grama Fig. 2, lo cual permite distinguir las amplitudes generadas por las reflexiones causadas por distintos elementos.

Figura 2. Ejemplo de un radargrama con una antena de 400[MHz] utilizada sobre una carretera de hielo. El área en rojo muestra escombros ubicados justo debajo de la capa de hielo.



Fuente: Imagen tomada del catálogo de antenas de la empresa GSSI 1.

El proyecto trabaja con la antena de la empresa GSSI, este fabricante utiliza en sus radares antenas en forma de corbatín (*bowties*, por su traducción en inglés) con un ángulo de apertura en los corbatines de 76° y en los extremos termina en forma rectangular ², como se muestra en la Fig. 3. En esta imagen también se puede apreciar la cavidad absorbente (*por convención la llamaremos Abs*) se usa detrás del transmisor y el receptor, (*PCB - Printed Circuit Board*) es la placa de circuito impreso donde son grabadas las antenas Tx y Rx, El polietileno de alta densidad (*HDPE - High Density Polyethylene*) es la estructura que brinda protección a la antena contra daños.

² Craig. WARREN. *Numerical modelling of high-frequency ground penetrating radar antennas*. The University of Edinburgh, 2009.

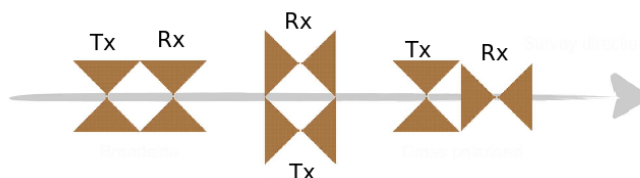
Figura 3. Estructura interna de la antena de 1.5 [GHz] distribuida por GSSI.



Fuente: Imagen tomada del trabajo de investigación 2.

La antena de transmisión tiene un patrón de radiación específico no omnidireccional, el cual puede orientarse de distintas maneras respecto al receptor, con el fin de realizar diferentes tipos de polarizaciones (Fig. 4) permitiendo tener mejores imágenes del objeto en el terreno de estudio ².

Figura 4. Posibles posiciones en la orientación de la antena en un equipo GPR.



Fuente: Imagen tomada del trabajo de investigación 2.

Las antenas son diseñadas en diferentes rangos de frecuencias y tamaños dependiendo de su aplicación, el tamaño depende de la frecuencia. Para frecuencias altas al rededor de los gigahertz [GHz] son antenas pequeñas para aplicaciones donde los objetos se encuentran a poca profundidad. En las frecuencias mas bajas megahertz [MHz] se utilizan en la geología o arqueología, ya que las ondas pueden llegar a penetrar mas profundo y detectar objetos mas grandes.

Tabla 1. Especificaciones frecuencia vs profundidad de las antenas GPR desarrolladas por la empresa GSSI.

Frecuencia [MHz]	Profundidad [m]
2600	0 a 0.4
1600	0 a 0.5
900	0 a 1
400	0 a 4
270	0 a 6
200	0 a 9
100	2 a 15

Fuente: Datos tomados del catálogo de antenas la empresa GSSI 1.

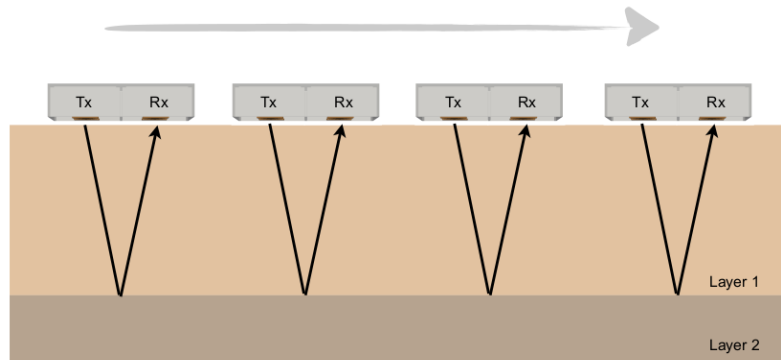
En la prospección del subsuelo utilizando GPR la profundidad de estudio depende de la frecuencia como se muestra en la Tabla 1, además cuando el terreno es muy conductivo hace que se reduzca la penetración de la onda electromagnética disminuyendo de esta manera el rango de visualización en el terreno.

En la adquisición de datos el equipo GPR puede trabajar en dos modos mono-estático o biestático. El primero modo solo usa una antena y dentro de ella tiene incorporada una fuente y un receptor, el modo biestático utiliza dos antenas por separado siendo una antena el receptor y la otra realiza la transmisión de la onda electromagnética. Estos modos permiten en el estudio geofísico llevar a cabo diferentes métodos de análisis en la adquisición de datos, por ejemplo desplazamiento común (*CO - Common Offset*), punto medio común (*CMP - Common Mid-Point*), gran ángulo reflexión-refracción (*WARR - Wide-Angle Reflection-Refraction*)³.

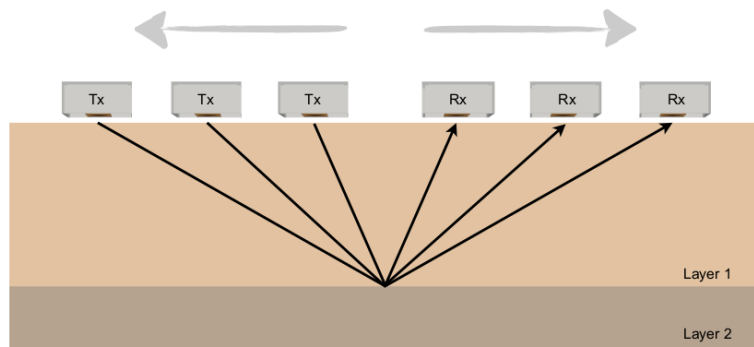
³ David J. DANIELS. *Ground Penetrating Radar*. 2.^a ed. London, United Kingdom: The Institution of Electrical Engineers, 2004.

El método de reflexión de CO es el mas utilizado ya que un radar de penetración terrestre incorpora la antena de transmisión y recepción en el mismo encapsulado, este método se basa en mover la antena en la misma dirección como se muestra en la Fig. 5, Cuando se utiliza CMP comúnmente es para encontrar un perfil de velocidad en un material sobre un punto común, se logra incrementando la separación entre el transmisor y el receptor en un punto medio sobre la línea de desplazamiento. Por ultimo en el metodo WARR la fuente se mantiene fija y el receptor se mueve en línea recta a lo largo del terreno.

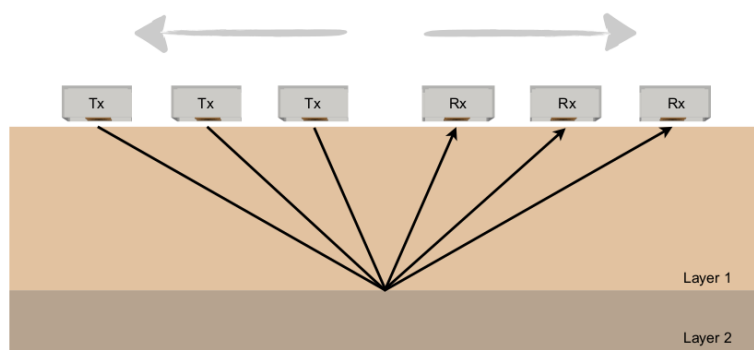
Figura 5. Métodos geofísicos para la adquisición de datos GPR. a) Método de desplazamiento común, b) Método punto medio común y c) Método gran ángulo reflexión-refracción.



(a) Método desplazamiento común (CO).



(b) Método punto medio común (CMP).



(c) Método gran ángulo reflexión-refracción (WARR).

Fuente: Imagen tomada del trabajo de investigación 2.

2.2. MÉTODO DEL DOMINIO DE TIEMPO DE DIFERENCIA FINITA

Las ecuaciones de Maxwell describen los fenómenos electromagnéticos presentes en la naturaleza, recopilando los trabajos realizados por Coulomb, Gauss, Faraday y Ampere, introduciendo el concepto de campo y corriente de desplazamiento. Sintetizando estos trabajos en cuatro ecuaciones que pueden estar descritas en forma integral o diferencial ⁴. Las ecuaciones en su forma diferencial se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Descripción de la ecuaciones de Maxwell en la forma diferencial.

	Diferencial
Ley Gauss - Campo Eléctrico	$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
Ley Gauss - Campo Magnético	$\nabla \cdot \vec{B} = 0$
Ley de Faraday	$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
Ley de Ampere	$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_s + \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Donde ρ es la densidad de carga [C/m^3], \vec{B} es la densidad de flujo magnético [Wb/m^2], \vec{E} es el campo eléctrico [V/m], \vec{J}_s es la densidad de corriente eléctrica de la fuente [A/m^2], \vec{J}_c es la densidad de corriente de conducción eléctrica [A/m^2], $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ es la densidad de corriente de desplazamiento magnético [A/m^2], $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ es la densidad de corriente de desplazamiento eléctrico [A/m^2], ϵ_0 es la permitividad eléctrica en el vacío [F/m].

Estas son las ecuaciones base la teoría electromagnética descrita por Maxwell donde se relaciona el campo eléctrico y el magnético entre sí. Pero existen ecuaciones

⁴ William HAYT y John A BUCK. *Electromagnetic theory*. 7.^a ed. McGRAW-HILL Interamericana Editores, S.A., 2006.

auxiliares (1), (2) y (3),

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad (1)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}, \quad (2)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad (3)$$

que generan una relación entre la densidad de flujo eléctrico (\vec{D}) con el campo eléctrico (\vec{E}) y la densidad de flujo magnético (\vec{B}) con el campo magnético (\vec{H}), donde σ es la conductividad eléctrica [S/m], μ es la permeabilidad [H/m].

Existe dos manera de obtener la solución numérica de las ecuaciones de Maxwell. El primero es resolviendo las ecuaciones en su forma diferencial (Tabla 2) donde se encuentran varios posibilidades como: método dominio de tiempo de diferencias finitas (*FDTD - Finite Difference Time Domain*), método de elementos finitos (*FEM - Finite Element Method*) y método de línea de transmisión (*TLM - Transmission Line Method*). La otra opción es resolver las ecuaciones de Maxwell en su forma integral mediante el método de los momentos (*MoM - Method of Moments*). El proyecto de investigación se desarrolla sobre un software de código abierto que esta basado en el método FDTD, es el mas popular para resolver las ecuaciones de Maxwell presentando estabilidad y la capacidad de modelar geometrías complejas en el estudio de GPR ⁵.

El Método de diferencias finitas en el dominio del tiempo resuelve las ecuaciones

⁵ Almendra. VILLELA. *Analysis and application of the polarization properties of the georadar signal*. Center for Scientific Research e Higher Education of Ensenada, Baja California, Mexico, 2013.

de Maxwell en 3D en su forma diferencial ⁶ (*Ecuaciones de (4) a la (9)*), al resolver estas ecuaciones divide la región de cálculo en celdas pequeñas uniformes conocidas como celdas de Yee ⁷. Las derivadas espaciales y temporales se discretizan en espacio (Δx , Δy y Δz) como en tiempo (Δt) basándose en las celdas de Yee, donde se usa la aproximación en diferencias finitas centradas. La solución se obtiene en forma iterativa, cada iteración representa un tiempo Δt donde los campos electromagnéticos se propagan, después de un cierto numero de ciclos se puede obtener la distribución de los campos en una ventana de tiempo.

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - J_{sx} - \sigma E_x \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - J_{sy} - \sigma E_y \right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - J_{sz} - \sigma E_z \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - M_{sx} - \sigma^* H_x \right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - M_{sy} - \sigma^* H_y \right) \quad (8)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - M_{sz} - \sigma^* H_z \right) \quad (9)$$

⁶ Dennis M. SULLIVAN. *Electromagnetic Simulation Using The FDTD Method*. Institute of Electrical y Electronics Engineers, New York, 2000.

⁷ Axe VIDAL y Ferran SILVA. "Electromagnetic simulation FDTD a design aid in electromagnetic compatibility". En: *Student Branch of the IEEE of Barcelona* (2003), págs. 14-16.

Donde σ^* pérdida magnética equivalente $[\omega/m]$, M_s es la densidad de corriente magnética de la fuente en las direcciones x, y y z $[A/m^2]$, J_s es la densidad de corriente eléctrica de la fuente en las direcciones x, y y z $[A/m^2]$.

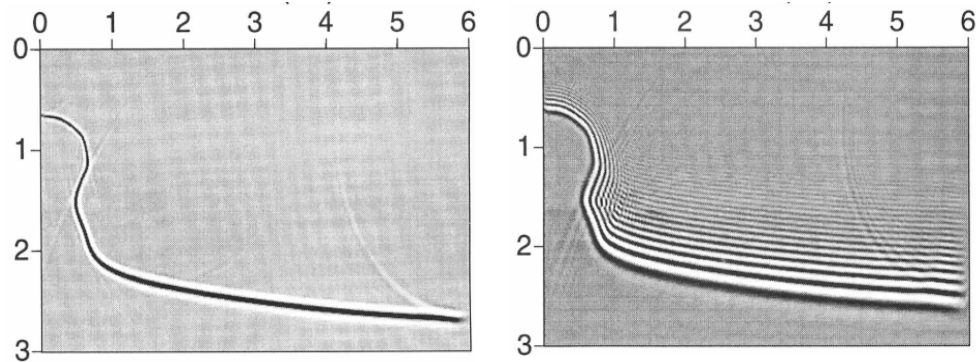
El método FDTD es un proceso numérico condicionalmente estable, la condición de estabilidad se conoce como la condición CFL (*CFL - Courant, Freidrichs y Lewy*)⁶ y está dada por la Ecuación (10), donde c es la velocidad de la luz.

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}}} \quad (10)$$

Adicionalmente se debe tener en cuenta las ondulaciones artificiales causadas en el frente de onda por la dispersión numérica, porque aun cuando computacionalmente sea estable no quiere decir que no tenga dispersión. La Fig. 6 muestra dos simulaciones idénticas, en la cual se puede apreciar este efecto. Se dice que las diferencias finitas se aproximan lo suficientemente bien cuando las oscilaciones indeseables en el campo de onda sean despreciables⁸.

⁸ Tong FEI y Ken LARNER. "Elimination of numerical dispersion in finite-difference modeling and migration by flux-corrected transport". En: *GEOPHYSICS* 60 (1995).

Figura 6. Ejemplos de modelos con y sin dispersión numérica utilizando el método de diferencias finitas.



(a) Sin dispersión numérica.

(b) Con dispersión numérica.

Fuente: tomada del artículo de Tong Fei 8.

2.3. CONDICIONES DE FRONTERA ABSORBENTES

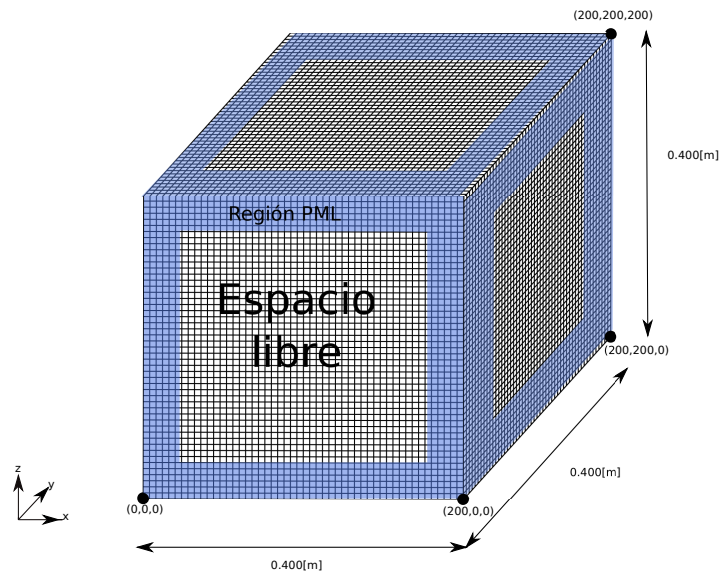
La propagación de la onda electromagnética emitida por el radar de penetración terrestre se extiende de manera infinita por el medio. En un modelo no es viable tener un medio infinito, por tal razón se debe limitar el espacio computacional. El problema de acotar el dominio es la generación de reflexiones de la onda en las fronteras del modelo si se ignoran dichas reflexiones estas retornaran de nuevo a la zona de estudio y dificultaran los análisis posteriores a no poder identificar de manera efectiva las ondas reflejadas que si proviene de un objeto en el subsuelo.

La solución es utilizar una barrera absorbente para las condiciones de contorno (*ABC - Absorb boundary conditions*) su función es absorber cualquier onda que incida sobre las fronteras para simular la propagación de ondas electromagnéticas

como si estuviera en un espacio ilimitado⁹, esta barrera absorbente se debe aplicar a una distancia mayor de 15 celdas de Yee de todas las fuentes, receptores y objetos en el subsuelo para evitar truncamientos en los datos.

El modelo 3D implementado consiste en 200 celdas de Yee para cada coordenada x , y y z , obteniendo así un total 8000,000 de celdas, como se muestra en la Fig. 7. Posteriormente se aplica la capa PML que tiene un grosor de 10 celdas en cada uno de los seis lados del dominio y la antena tiene una distancia de separación entre la barrera de 90 celdas de Yee.

Figura 7. Ilustración de un modelo 3D en terminos de celdas de Yee con una barrera absorbente PML.



La ABC utilizada en las fronteras son las capas perfectamente acopladas (*PML* - *Perfectly Matched Layer*), consisten en definir una capa ficticia que tenga igual im-

⁹ Julio CHURIO y Zoraida MORANTES. "Simulation of the propagation of electromagnetic waves in closed environments using PML absorbing boundary type in 3D". En: *Electronic Journal of Telematic Studies -Telematique* 9 (2010), págs. 84-86.

pedancia intrínseca cuando la onda cambia de medios según la Ecuación (11),

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = [\Omega], \quad (11)$$

donde Z es la impedancia del medio, μ es la permeabilidad y ε es la constante dieléctrica. Con el fin de garantizar que el coeficiente de reflexión (Γ) sea igual cero (Ecuación (12)) y de esta manera evitar reflexiones debido a las fronteras.

$$\Gamma = \frac{Z_A - Z_B}{Z_A + Z_B} \quad (12)$$

Al tener un coeficiente de reflexión igual a cero significa que la onda seguirá propagándose en el nuevo medio como venía, de tal manera que no resuelve completamente el problema planeado. Se necesitan dos cosas, mantener $\Gamma = 0$ y a su vez un medio que tenga pérdidas de energía, así la energía se agota cuando llega al límite del modelo. se puede conseguir este efecto haciendo ε y μ complejos de la Ecuación (11) donde la parte imaginaria causa las pérdidas.

En la Fig. 8 se muestran los resultados de una prueba realizada al modelo con y sin barrera absorbente de tal manera de observar el comportamiento que tiene la energía. En esta prueba se mide la energía en un punto específico. Cuando se implementa la barrera PML en el modelo el receptor mide solamente la energía del pulso emitido por la fuente y luego se hace cero, ya que solamente se propaga un pulso electromagnético; caso contrario cuando no se incorpora PML en el modelo, una porción de la energía queda oscilando por las reflexiones generadas por los límites del modelo.

Figura 8. Prueba realizada para comparar la energía medida por un receptor cuando se tiene condiciones de frontera y cuando no se usan.



3. PULSO ELECTROMAGNÉTICO

En el presente capítulo se especifica el proceso implementado para la caracterización del pulso electromagnético de una antena de 400 [MHz] de un georadar que puede alcanzar profundidades de 0 [m] hasta 5 [m] como se muestra en la Fig. 9. El equipo GPR es ideal para la detección y el mapeo de tuberías de servicios públicos, detección de túneles y aplicaciones arqueológicas. Además se utilizó en el modo modo-estático, que a su vez reciben el nombre de antenas de blindadas porque dentro de su estructura interna se encuentra la antena de transmisión y de recepción. Cuando la antena transmite pulsos electromagnéticos a través del subsuelo la otra antena recibe la señal reflejada, estas reflexiones dependen de las propiedades electromagnéticas del subsuelo como la permitividad dieléctrica ϵ [F/m], permeabilidad magnética μ [H/m] y la conductividad eléctrica σ [S/m].

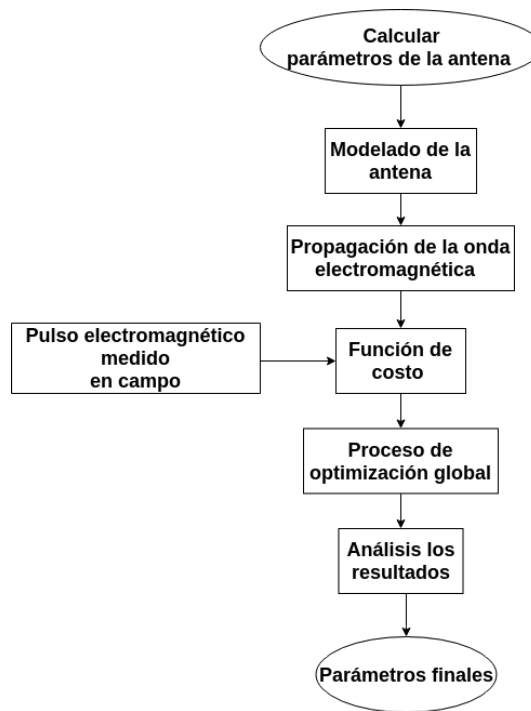
Figura 9. Sistema GPR para la prospección del subsuelo usando una antena de 400 [MHz] de la empresa GSSI.



La caracterización de antenas reales de tamaño finito con estructuras de blindaje es desafiante, porque son modelos como cajas negras debido al desconocimiento de los componentes internos dentro de ella. Por medio de estudios científicos realizados a equipos GPR ² se obtiene una visión general de su estructura interna para

posteriormente realizar a un modelo semejante a la realidad. En la Fig. 10 se muestra la estructura del algoritmo que permite caracterizar los parámetros internos de la antena.

Figura 10. Diagrama de flujo de la metodología utilizada en la obtención de los parámetros de la antena.



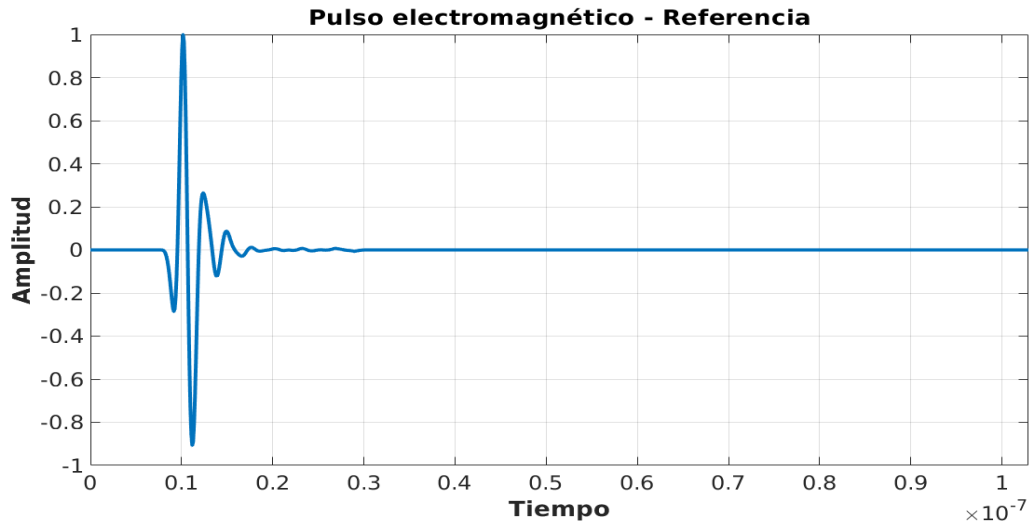
El primer paso es medir el pulso electromagnético de la antena, esta señal será la referencia para aplicar toda la metodología. En la práctica fue medida directamente de la antena por un osciloscopio portátil conocido como ScopeMeter del fabricante Fluke pero debido a las interferencias en el medio y no poder disponer de una cámara anecoica para la frecuencia de interés¹⁰, el pulso electromagnético medido se veía afectada por señales externas o reflexiones de la misma, por tal razón fue descarta-

¹⁰ En la escuela de física de la Universidad Industrial de Santander, cuenta con una cámara anecoica para frecuencia de los gigahertz.

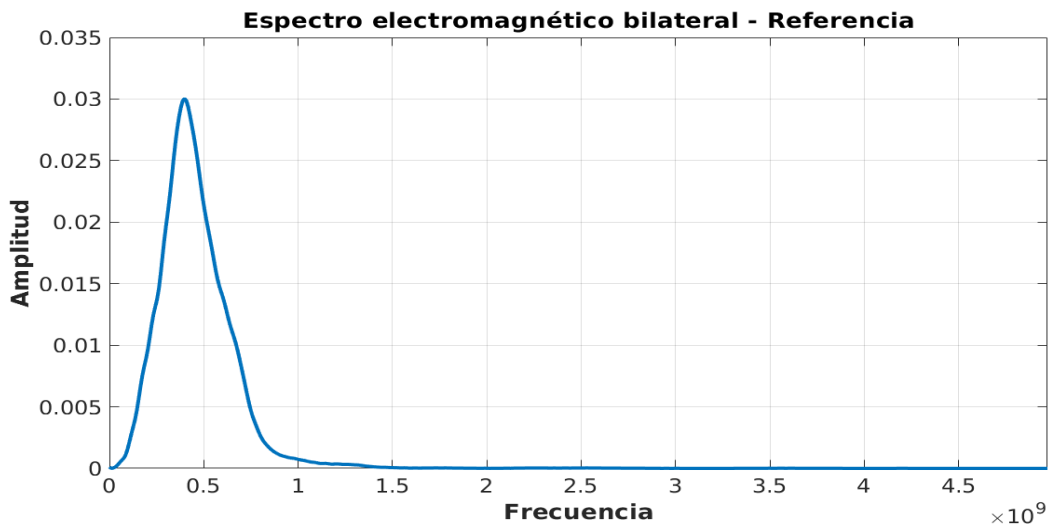
da para tomarla como señal de referencia. Solo capturar el pulso electromagnético del equipo presento un desafío, que fue solucionado usando el sistema de control SIR-3000 (Fig. 9), aprovechando una configuración en el sistema que permite capturar la onda electromagnética en la antena de recepción incorporada dentro de ella.

Los datos obtenidos son exportados en un archivo binario, los cuales fueron procesados en el software REFLEXW. Es un software para el procesamiento e interpretación sísmica (*reflexión y refracción*) y GPR. En el cual se aplican etapas de filtrado para disminuir el ruido en los datos en la señal, con el fin obtener la onda en una ventana de tiempo mayor a los 2,5 [nS] que equivale a la duración del pulso para las antenas de 400 [MHz].

Figura 11. Trazas realizadas con datos obtenidos del equipo SIR-3000.



(a) Onda electromagnética en el dominio del tiempo con una ventana de 100 nS.



(b) Espectro bilateral del pulso electromagnético.

Después se realiza un modelo de la antena en el software gprMax. es un software diseñado para simular antenas GPR y es usado en diferentes campos de investigación como geofísica, arqueología, entre otros. En él se efectuó la propagación de la onda electromagnética variando las propiedades de los materiales que conforman la

geometría en la antena, con el fin de ajustarlos de tal manera que la onda resultante sea idéntica a la onda de referencia (Fig. 11). Para esto se implemento una función de costo que estima un porcentaje de similitud entre ella. Por ultimo como es un proceso iterativo donde se van ajustando los parámetros, se implemento el método de optimización global llamado PSO (*PSO - particle Swarm Optimisation*) que toma los resultados de la función de costo para buscar la mejor combinación que conlleve a encontrar los parámetros de la antena.

3.1. MODELANDO USANDO EL SOFTWARE GPRMAX

GprMax fue creado originalmente en 1996 por el Dr. Antonis Giannopoulos, con el paso del tiempo fueron mejorando sus versiones haciéndolas mas rápidas y precisas. GprMax es un software de código abierto que simula la propagación de ondas electromagnéticas utilizando las ecuaciones de Maxwell que describen por completo los fenómenos electromagnéticos ¹¹. El software resuelve dicha ecuaciones por el método del dominio de tiempo de diferencias finitas (*FDTD*). Fue diseñado para modelar radares de penetración terrestre GPR, pero también se puede usar para modelar dipolos o incorporar fuentes con diferentes formas de onda por ejemplo ricker, gaussiana, primera y segunda derivada de la onda gaussiana y sinusoidal.

GprMax es controlado por lineas de comando escritas en Python 3. No cuenta con una interfaz gráfica de usuario (*GUI - graphical user interface*), lo cual le permite ser flexible en la programación adaptándose a las necesidades del problema a solucionar. ademas se puede ejecutar en CPU o GPU. la CPU se ha paralizado lo que permite ejecutarse en múltiples núcleos. La GPU se ha desarrollado utilizando

¹¹ Antonios. GIANNOPOULOS. "Modelling ground penetrating radar by GprMax". En: *ELSEVIER* (2015).

el lenguaje de programación CUDA-C desarrollado por Nvidia, para funcionar con nodos múltiples de GPU.

En la Tabla 3 se muestra la características generales del modelo, donde encuentra el tamaño utilizado para el modelo en sus tres direcciones x , y y z , la ventana de tiempo que dura la simulación, el tamaño de la discretización espacial y el Δt máximo permitido.

Tabla 3. Características del modelo implementado en el software GprMax para modelar la antena de un radar de penetración terrestre.

Características	Valores
Dominio (x,y,z)	0.4x0.4x0.4 [m]
$\Delta x, y, z$	0.002 [m]
Δt	3.8516664 [pS]

El valor de la discretización espacial depende de la precisión requerida y debe ser al menos diez veces menor que su longitud de onda (λ) como en la Ecuacion (13),

$$\Delta x, y, z = \frac{\lambda}{10} \quad (13)$$

y el valor de la discretización en tiempo sigue la condición de estabilidad CFL mostrada por la Ecuación (10) en el Capítulo 2.2.

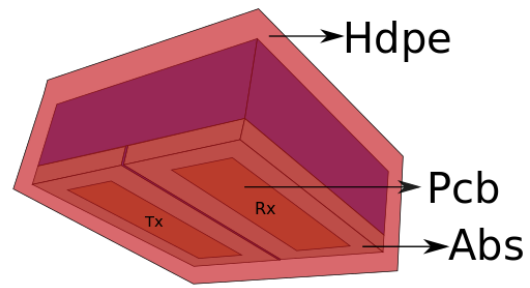
En el diseño de la antena se variaron parámetros como la resistencia de la fuente y el receptor, donde la fuente usa una forma de onda gaussiana alineada en el eje y . Los materias utilizados en la construcción de la geometría de la antena también fueron modificados, como la permitividad y conductividad abs, permitividad pcb y

permitividad hdpe. La Fig. 12, muestra las ubicaciones dentro de la antena. Estos parámetros cambiaban aleatoriamente en un rango específico, con el fin de estimar mediante un método de optimización global cual es la mejor configuración de tal manera que el pulso electromagnético modelado se asemeje al medido directamente en la antena.

Figura 12. Antena de 400[MHz] de un GPR de la empresa GSSI.



(a) Antena real de 400 MHz.



(b) Modelado de la antena de 400 MHz.

3.2. FUNCIÓN DE COSTO

La función de costo se usa para conocer el porcentaje de similitud que tiene la onda electromagnética modelada con la señal de referencia. En la función de costo se realizan dos tipos de análisis en tiempo y frecuencia. En cada análisis se da una medida de afinidad entre 0 y 1, luego se computan los dos resultados asignado un peso para cada análisis según la Ecuación (14) y de esta manera se obtiene solo un porcentaje de similitud.

$$función_de_costos = Métrica_tiempo * 0.60 + Métrica_frecuencia * 0.40 \quad (14)$$

La métrica en el dominio de la frecuencia se basa en la transformada discreta de

Fourier descrita por la Ecuación (15), se convierten las señales del dominio tiempo al dominio de la frecuencia ¹², Después se obtiene el espectro bilateral de cada señal para estimar el porcentaje de error entre ellas. Luego se compara la ubicación del pico máximo del espectro y de esta manera se establece cuantitativamente que tan cercano se encuentra la componente en frecuencia de la onda modelada a los 400 [MHz].

$$Y[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{\frac{-j2\pi nk}{N}}, k = 0, 1, 2, \dots, N - 1 \quad (15)$$

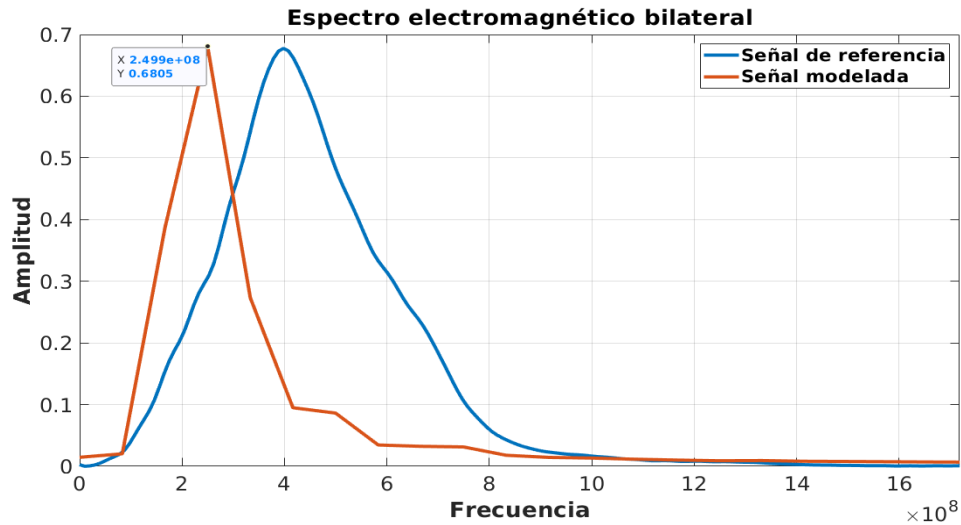
$$N = 2^m, m = \text{entero}. \quad (16)$$

Donde $x[n]$ es la señal muestreada, $Y[k]$ es el espectro de la señal en tiempo discreto y N es el numero de muestras que es potencia de 2.

En la Fig. 13 se compara en frecuencia la propagación de la onda electromagnética modelada estableciendo los siguientes parámetros en el modelo de la antena: resistencia de la fuente y receptor = 48.990925[Ω], permitividad abs = 13.963191, conductividad abs = 0.047644, permitividad pcb = 22.454401, permitividad hdpe = 23.667117 (en la Fig. 3 del Capítulo 2 se muestran estos parámetros. dando como resultado una similitud del 62.7854 % con el espectro de referencia).

¹² Ashok. AMBARDAR. *Digital Signal Processing: A Modern Introduction*. 3.^a ed. Michigan Technological University, 2003.

Figura 13. Comparación de la ubicación del espectro bilateral del pulso electromagnético modelado.



La métrica en el dominio del tiempo se basa en el análisis en el dominio del tiempo se comparó la afinidad de dos señales mediante el coeficiente de correlación ¹³, descrita por la Ecuación (17). Antes de aplicar este proceso se deben acondicionar las señales, primero se normalizo de tal manera que la amplitud varíe en un rango de -1 a 1, luego se debe realizar un remuestreo al pulso electromagnético modelado ya que tiene un periodo de muestreo diferente a los datos de la señal de referencia, por ultimo se alinean ambas señales para que comiencen en el mismo instante de tiempo.

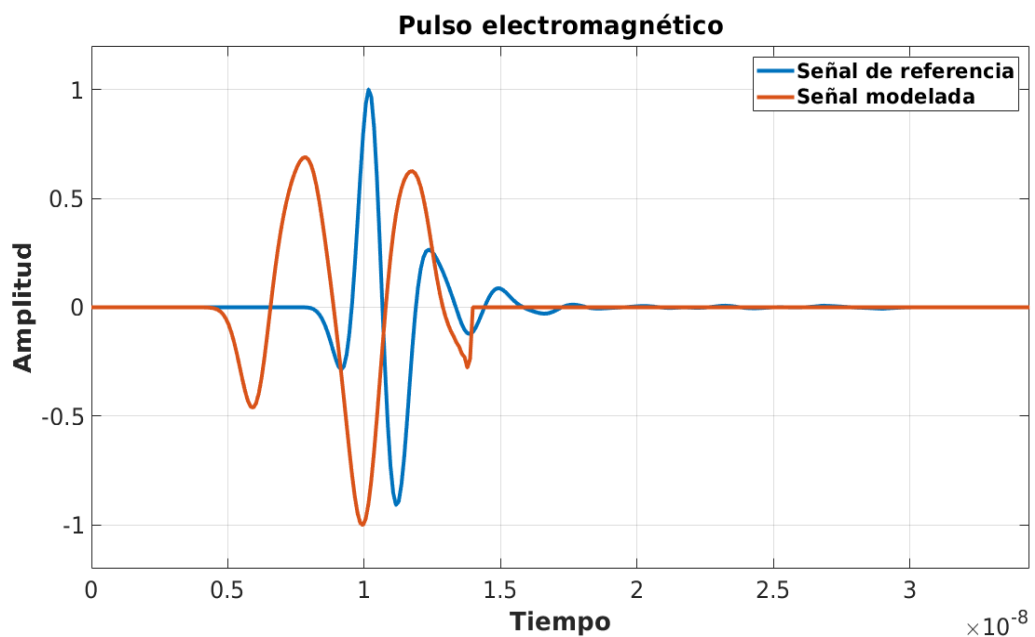
$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2)(\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2)}} \quad (17)$$

Donde X y Y representa la señal de referencia y modelada respectivamente, n es el tamaño de la onda y \bar{X} , \bar{Y} es el promedio de las señales.

¹³ George C. CANAVOS. *probability and statistics with applications and methods*. 1.^a ed. Virginia Commonwealth University, 1988, págs. 477-478.

Tomando los mismos parámetros de la antena utilizados en el análisis en frecuencia se compara la señal modelada en tiempo. Obteniendo 24.5923 % en similitud en ambas señales (Fig. 14).

Figura 14. Comparación de la señal electromagnética modelada.



3.3. MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN GLOBAL

En aplicaciones de ingeniería existen diferentes métodos analíticos para resolver problemas como los métodos globales y locales, entre ellos se encuentran técnicas determinísticas, heurísticas, entre otras. En la literatura existen estudios que comparan estos métodos con el fin de aportar información a la hora de seleccionar el mejor algoritmo que se adapte a cada tipo de problema.

En el artículo de Vanegas ¹⁴ se realizan varios experimentos comparando los métodos de partición por análisis de intervalos (IAO) en el caso determinístico y la optimización por enjambre de partículas (PSO) para el caso heurístico, los criterios que se tuvieron en cuenta en este estudio fueron la precisión del dato y velocidad de convergencia. La Tabla 4 se muestran los resultados obtenidos para encontrar el óptimo global de una función multimodal de tres variables sujeta a restricciones.

Tabla 4. Resultados obtenidos en la comparación de PSO con IAO para una función con de tres variables.

Estadística en los datos	PSO	IAO
Media	0.06548154764	4.63670498645
Desv. estándar	0.0001254758	9.93954590902
Tiempo de ejecución	8.85191 [s]	408.009457[s]

Fuente: tomada del artículo 14.

Al final de las pruebas concluyen que el método IAO es más precisión del orden de 10^{-12} en comparación con PSO con una precisión del orden 10^{-10} , pero la ventaja que destacan es que PSO fue 80 % mas rápido que IAO en converger a una solución.

En el trabajo de Dr. Warren ² compara múltiples métodos como: red neuronal artificial (*ANN - Artificial Neural Network*), algoritmo genético (*GA - Genetic Algoritmo*), PSO y el método de taguchi. La Tabla 5 se resumen sus resultados, en el cual

¹⁴ Diego VANEGAS y Rodrigo CORREA. "Comparison of optimization techniques by interval analysis and particle swarm for functions with restrictions." En: *The Dialnet Foundation of the University of La Rioja* (2011).

concluye que los métodos globales ofrecen ventajas en poder manejar funciones discontinuas y no diferenciales, soluciones con un gran número de dimensiones, pero una desventaja es que su tasa de convergencia puede ser lenta, en cambio los métodos locales dependen de gran medida de las condiciones iniciales y no manejan bien discontinuidades.

Tabla 5. Resultados obtenidos en la comparación de varios métodos analíticos.

Método	Optimización global	Función discontinua	Función no diferenciable	Velocidad convergencia
ANN	Justo	Bueno	Bueno	Bueno
GA	Justo	Bueno	Bueno	Justo
PSO	Bueno	Bueno	Bueno	Bueno
Taguchi	Bueno	Bueno	Bueno	Bueno

Fuente: tomada del trabajo de 2.

En este proyecto un método global es de gran utilidad porque el problema tiene un espacio de solución desconocido, además se quiere que tenga una tasa de convergencia rápida para múltiples parámetros y por último es preferible una técnica que implemente múltiples partículas para evitar que el método quede atrapado fácilmente en un mínimo local cuando solo se tiene una partícula para todo el método, por estas razones escogió el método de optimización global PSO.

El método de optimización global realiza variaciones en los parámetros de construcción de la antena en busca de la mejor configuración, con el fin que el pulso modelado se asemeje al pulso de referencia tomado en campo. Los parámetros deben estar dentro de un rango de valores especificados mostrados en la Tabla 6.

Tabla 6. Intervalo de los posibles valores aceptados para cada parámetros de la antena.

Parámetros	Límites		Unidades
	Inferior	Superior	
Resistencia	1	1000	Ω
Permitividad abs	1	30	F/m
Conductividad abs	0	20	S/m
Permitividad pcb	1	30	F/m
Permitividad hdp	1	30	F/m

Donde la conductividad indica la facilidad que un material es capaz de conducir una corriente eléctrica ¹⁵ y La permitividad está determinada por la tendencia de un material a polarizarse ante la aplicación de un campo eléctrico.

PSO crea de manera aleatoria un grupo de partículas en un espacio determinado, cada partícula mantiene la memoria de su mejor vector de posición y su vector de velocidad ¹⁶. En cada iteración se realiza un ajuste de velocidad de la partícula donde se determina conjuntamente por la mejor posición anterior ocupada por la partícula y la mejor posición del grupo de partículas según la Ecuación (18),

$$v(i) = w * v(i) + c_1 * r_1 * (M_{local}(i) - X_{posición}(i)) + c_2 * r_2 * (M_{global} - X_{posición}(i)), \quad (18)$$

donde w , c_1 , c_2 son constantes propias de cada problema de optimización en el capítulo de resultados se hallan estos valores, r_1 y r_2 son valores aleatorios entre

¹⁵ William D. CALLISTER. *Introduction to the science and engineering of materials*. 6.^a ed. Department of materials science y engineering, The University of Utah, 2015, págs. 613-646.

¹⁶ Mrinal SEN y Paul STOFFA. *Global optimization methods in geophysical inversion*. 2.^a ed. the United States of America by Cambridge University Press, New York, 2013, págs. 153-154.

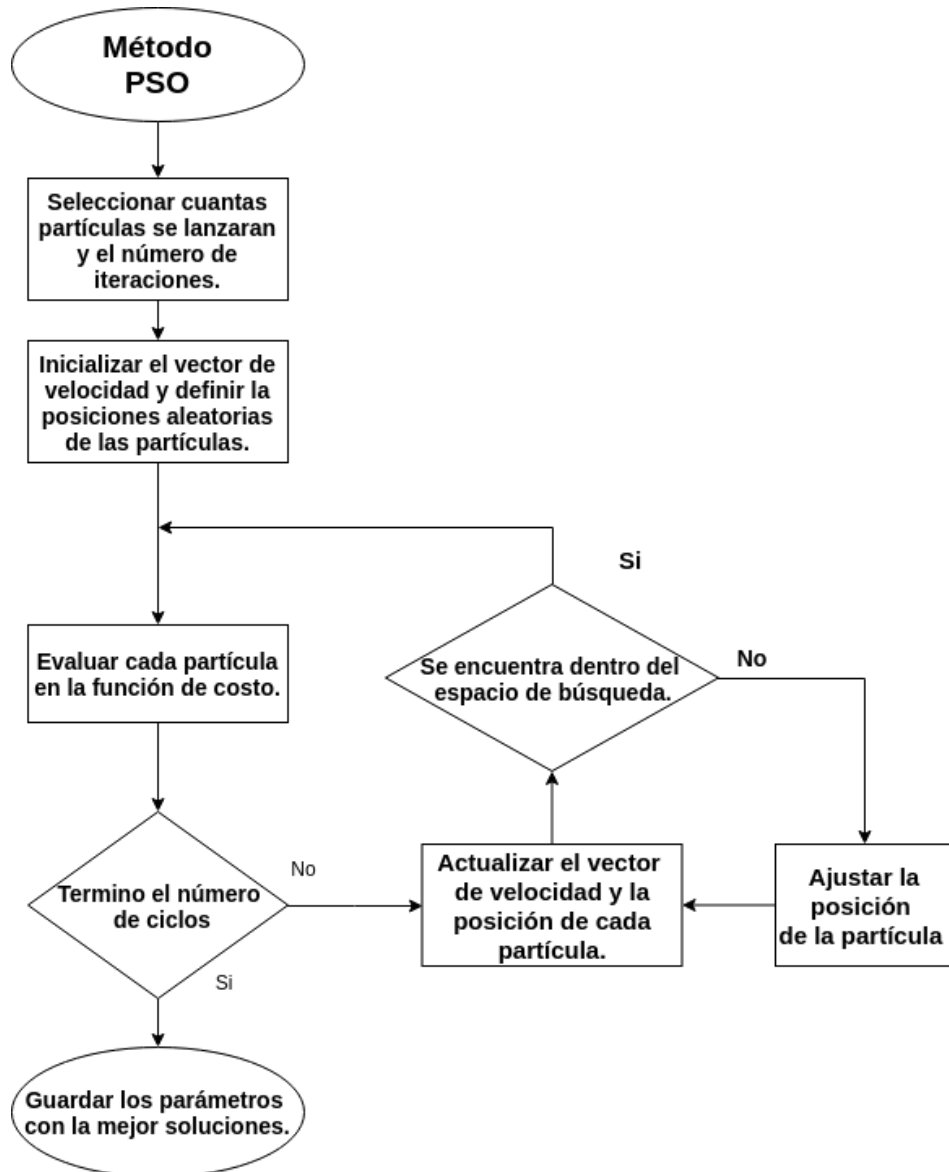
0 y 1, $X_{posición}$ es la posición actual de la partícula, M_{global} es la mejor posición del grupo de partículas, X_{local} es la mejor posición ocupada anteriormente por la partícula. El vector de posición se actualiza con la posición actual más el nuevo vector de velocidad como se muestra en la Ecuación (19).

$$X_{posicin} = X_{posicin}(i) + v(i) \quad (19)$$

La nueva velocidad se usa para calcular una nueva posición para la partícula, de manera general funciona debido a que cada solución que arroja cada partícula utiliza su propia experiencia, a este valor se conoce como máximo local, junto con las experiencias de sus partículas vecinas (*máximo global*) para generar una nueva solución a seguir. Este proceso se repite hasta terminar todas los ciclos propuestos por el usuario o hasta llegar a un mínimo de error deseado.

La Fig. 15 se expone paso a paso como se aplico esta técnica para encontrar los parámetros que modelan la antena.

Figura 15. Metodología empleada para la optimización de los parámetros electromagnéticos.



Metodología:

- 1 Seleccionar cuantas partículas se van a lanzar y las iteraciones del proceso.
- 2 Inicializar el vector de velocidad en cero y darle posiciones de manera aleatorias a las partículas dentro del rango permitido (ver Tabla 6).

- 3 Evaluar en la función de costo en cada posición de las partículas.
- 4 Guardar en el vector de máximo local cada solución que devuelve la función de costo después de ser evaluada, y escoger cual es la mejor solución de todas las partículas, este ultimo dato se guarda como el máximo global.
- 5 Actualizar el vector de velocidad y el vector de posición.
- 6 Verificar si la nueva posición no se sale del rango permitido, si es así ajustar nuevamente el vector de velocidad.
- 7 Repetir los paso del 3 al 6 hasta que se termine las iteraciones o se llegue a un mínimo de error permitido.
- 8 Guardar los parámetros con la mejor solución.

3.4. PARALELIZACIÓN DE PROCESOS

La propagación de la onda electromagnética se realiza en un modelo 3D, lo cual requiere un alto costo computacional debido a la discretización en tiempo, donde cada Δt los campos electromagnéticos se propagan sobre el modelo hasta realizar el número necesario de iteraciones para alcanzar el tiempo ($T_{window} = 12[nS]$) requerido en la simulación según la Ecuación (20) ¹¹, en nuestro caso necesita 3117 iteraciones ($N_{iteraciones}$) para retornar a un resultado.

$$T_{window} = \Delta t * N_{iteraciones} \quad (20)$$

El algoritmo de caracterización emplea un método de optimización global en el cual tendrá que propagar la onda electromagnética tantos ciclos sean requeridos para converger a los parámetros deseados, por esta razón se desea disminuir el tiempo

en la propagación de la onda lo mas posible.

Se realizaron pruebas que fueron lanzadas en dos equipos de computo diferentes. Ambos equipos fueron proporcionados por el grupo de investigación CPS de la Universidad Industrial de Santander (UIS). En las Tablas 7 y 8, se presentan las especificaciones de los equipos de computo utilizados.

Tabla 7. Descripción general de las características del computador.

Computador Portátil:
-Procesador: Intel (R) Corporation-Core i7. -Frecuencia de operación: 2.6 [GHz]. -Núcleos 8 con 2 hilos por núcleos. -Memoria Ram: * CPU: 16GB. * Unidad de procesamiento gráfico (GPU): GeForce GTX 960M de 2GB.

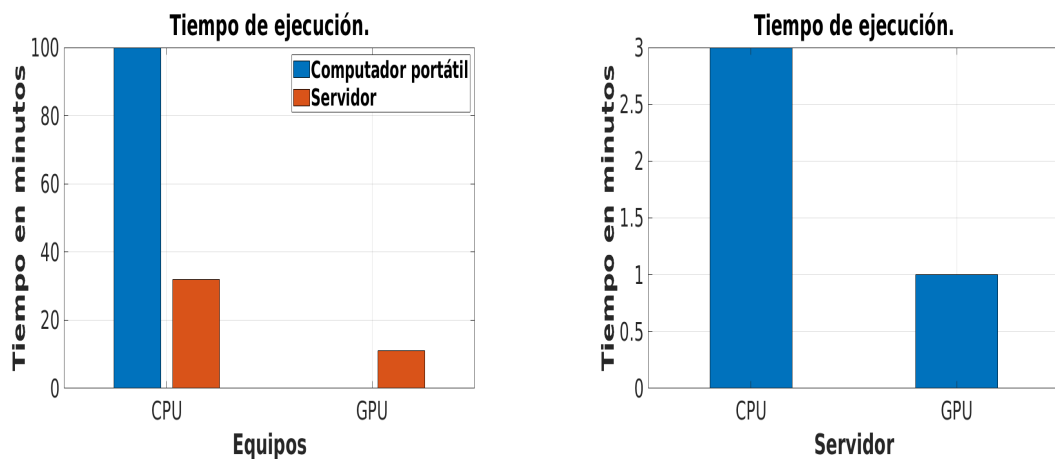
Tabla 8. Descripción general de las características del servidor.

Servidor:
-Procesador: Intel (R) Xeon(R) CPU E5-2670 v3. -Frecuencia de operación: 2.3 [GHz]. -Núcleos 48 con 2 hilos por núcleos. -Memoria Ram: * CPU: 195GB. * Unidad de procesamiento gráfico (GPU): Tesla K40c de 12GB.

En cada prueba se mide el costo computacional del modelo cuando la antena se encuentra en el espacio libre usando el software GprMax. En el primer ensayo se

emplea una discretización espacial de 1 [mm] con una resolución en la geometría de 1 [mm], la Fig. 16 se puede observar que la CPU del servidor presento el menor tiempo en la ejecución debido a que utiliza 12 núcleos en comparación de la CPU del portátil que solo utiliza 2 núcleos para el proceso. Para reducir aun mas el tiempo se corre el programa en la unidad de procesamiento gráfico (*GPU - graphic processing unit*) del servidor el cual disminuye el tiempo a 11 minutos. Para aprovechar mas los recursos brindados por el grupo de investigación se utiliza un nodo del clúster, en el cual se realizan dos propagaciones en paralelo, una GPU para cada propagación (como se muestra en la Fig. 17) y con esto se logra realizar dos simulación en los mismo 11 minutos, ademas se reducen a la mitad los ciclos empleados en el método PSO.

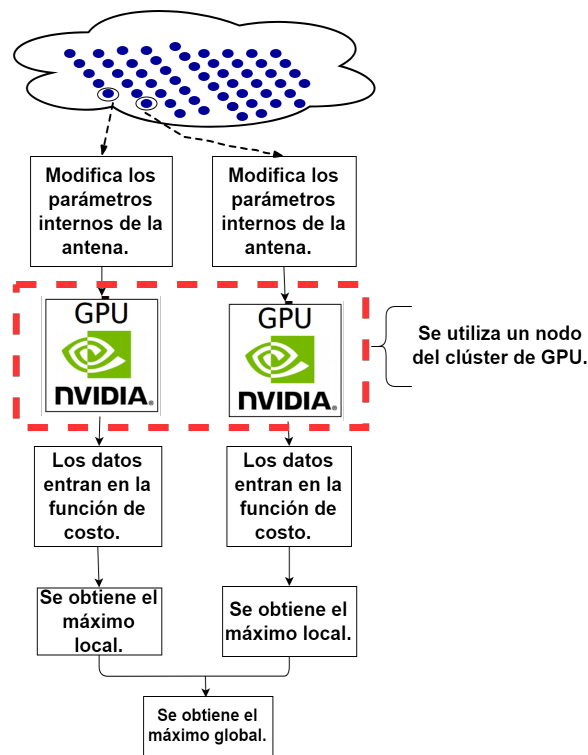
Figura 16. Tiempo de ejecución empleado por cada sistema en la propagación de la onda electromagnética sobre el modelo.



(a) Comparación de los tiempos en cada prueba.

(b) Tiempos cambiando la prueba inicial y usando solo el servidor.

Figura 17. Descripción gráfica del proceso de paralización de dos partículas usadas en el método PSO.



Por ultimo se cambio la discretización de $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.001$ [mm] a 0.002 [mm] y la resolución en la geometría de la antena de 1 [mm] a 2 [mm], con el fin de observar como disminuye el tiempo, en este caso solo se experimenta con la CPU y GPU del servidor como se muestra en la Fig. 16. En la Tabla 9 se resumen los resultados de todas las pruebas.

Tabla 9. Tiempo de ejecución para la propagación de la onda electromagnética en el modelo.

Equipo	Discretización Espacial	Resolución	RAM	Iteraciones	Tiempo
CPU Portatil	0,001	0,001	4.59 GB	6233	100 [min]
CPU Servidor	0,001	0,001	4.59 GB	6233	32 [min]
GPU Servidor	0,001	0,001	4.59 GB	6233	11 [min]
CPU Servidor	0,002	0,002	626 MB	3117	4 [min]
GPU Servidor	0,002	0,002	626 MB	3117	1 [min]

Al final se estableció las siguientes características para el algoritmo: la discretización $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.002$ [mm] con una resolución en la geometría de la antena de 2 [mm], usando 20 partículas haciendo 40 iteraciones en el método de optimización para tener como resultado un proceso con 820 propagaciones contando las 20 propagaciones de las condiciones iniciales, por lo tanto se estima un tiempo total alrededor 820 minutos para terminar el algoritmo.

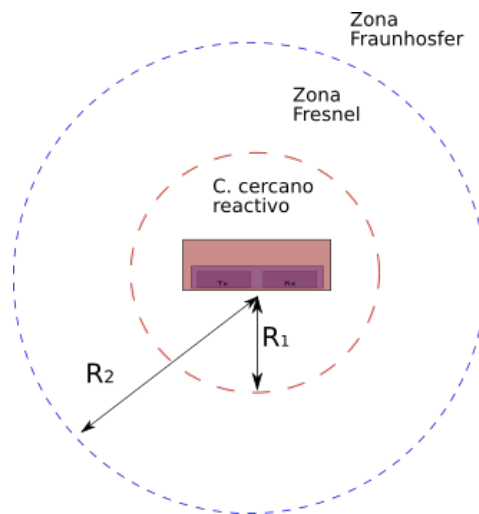
PSO se aplica con éxito para rastrear la solución de un sistema, porque el enjambre de partículas se agrupan en torno a las mejores posiciones locales o a la mejor posición global. Además puede ocurrir que una partícula del enjambre no pueda alcanzar ningún punto de interés en el espacio del problema en una iteración, por esta razón se debe asignar suficientes iteraciones en el algoritmo ¹⁷. Finalmente se analiza el comportamiento del enjambre después de realizar múltiples experimentos con el fin de garantizar que el enjambre realmente converger a una solución específica.

¹⁷ Russell EBERHART y Yuhui SHI. "Particle Swarm Optimization: Developments, Applications and Resources." En: *Institute of Electrical and Electronics Engineers, New York* (2001).

4. PATRÓN DE RADIACIÓN

El patrón de radiación es la distribución de energía en el espacio circundante de una antena, se puede representar mediante un ecuación o una grafica en función de coordenadas espaciales ¹⁸. El espacio que rodea una antena se divide en tres regiones (como se muestra en la Fig. 18): campo cercano reactivo es región envuelve inmediatamente a la antena, campo cercano también conocida como zona de Fresnel la distribución del campo depende de la distancia desde la antena, campo lejano o zona de Fraunhofer la distribución del campo es independiente de la distancia desde la antena ¹⁹.

Figura 18. Descripción de las zonas que rodean la antena.



¹⁸ Constantine A. BALANIS. *Antenna Theory, Analysis and Design*. 2.^a ed. Arizona State University, 1997, págs. 28-35.

¹⁹ Harry M. JOL. *Ground Penetrating Radar: Theory and Applications*. 1.^a ed. Elsevier's Science Technology Rights Department in Oxford., 2009, págs. 102-110.

El limite inferior teórico de la zona de Fresnel está a una distancia R_1 de la fuente de antena y esta dada por la Ecuación (21),

$$R_1 = 0.62 * \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}}, \quad (21)$$

donde la D es la distancia más grande de la antena ($D = 2 * (L + h) = 0.24[m]$, L y h se muestran en la Fig. 19), λ es la longitud de onda. R_2 en la Ecuación (22) representa el limite entre la zona de Fresnel y la zona Fraunhofer.

$$R_2 = \frac{2D^2}{\lambda} \quad (22)$$

La distribución de la energía radiada se calculo en función de la posición de un receptor a lo largo de una trayectoria cerrada con un radio constante según la Ecuación (23),

$$\Psi(r, \theta) = \sum_{t=0}^T E(r, \theta)^2, \quad (23)$$

donde Ψ es la energía total y E es el campo eléctrico ambos valores en un radio r y angulo θ específicos, la sumatoria se realiza en el dominio del tiempo ²⁰.

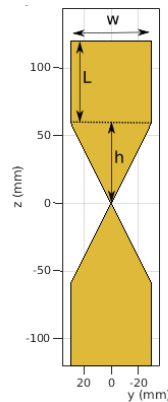
La antena de 400 [MHz] tiene una profundidad de análisis aproximadamente entre 0 [m] a 4 [m], se podría conocer la distribución de energía de la antena a distancias mayores de 1 [m] pero se esta limitado por la memoria RAM que consume el modelo para propagar la onda electromagnética, un ejemplo realizado para determinar la energía radiada por la antena a un metro de profundidad se requiere tener disponible 145 [GB] de memoria RAM en el equipo de computo. Por esta razón es útil

²⁰ Craig WARREN y Antonios GIANNOPOULOS. "Characteriasation of a ground penetrating radar antenna in lossless homogeneous and lossy heterogeneous environments". En: *Signal Processing* (2016), págs. 222-223.

reconocer el comportamiento de los patrones de radiación en las tres regiones (Fig. 18), en el campo lejano los patrones de radiación comienzan a converger a medida que se aumenta la distancia desde la fuente hacia el receptor, es decir empiezan hacer independientes del radio de observación y de esta manera se podría estimar el comportamiento para profundidades mayores ²¹.

La antena usada por GPR tiene la forma de un corbatín que en realidad es la combinación de dos parches triangulares que terminan en forma rectangular como se muestra en la Fig. 19 y son fabricados en un solo sustrato. Para la antena de 400 [MHz] tiene las siguientes características: un ancho (w) de 6 [cm], la altura del rectángulo (L) 6 [cm] y la altura del triángulo (h) es 6 [cm].

Figura 19. Estructura de una antena en forma de corbatín (*bowtie*)



En el capítulo de resultados se obtiene los patrones de radiación con todos los componentes internos que incorpora un radar de penetración terrestre, además se analiza el comportamiento de la antena en el aire y cuando tiene un material que simula una superficie terrestre.

²¹ Nectaria DIAMANTI y Peter ANNAN. "Characterizing the energy distribution around GPR antennas". En: *Applied Geophysics* (2013), págs. 83-90.

5. RESULTADOS

En el método de optimización global PSO se menciona el vector de velocidad que actualiza la posición de cada partícula según la Ecuación (18). En esta ecuación se nombran cinco constantes (w, c_1, r_1, c_2, r_2) donde r_1 y r_2 son valores aleatorios entre 0 y 1, en cambio w, c_1 y c_2 son valores que dependen de cada problema de optimización, es decir estos datos se hallan mediante sintonización. Se realizó el siguiente proceso para hallar estos valores, primero a cada variable se le asignó un valor aleatorio y se aplicó el algoritmo de PSO para conocer el comportamiento de las partículas en cada iteración. Después de terminar la simulación se cambia el valor de solo una constante dejando las otras intactas, luego se inicia nuevamente el proceso de optimización. Este ciclo continúa hasta variar cada incógnita en la ecuación.

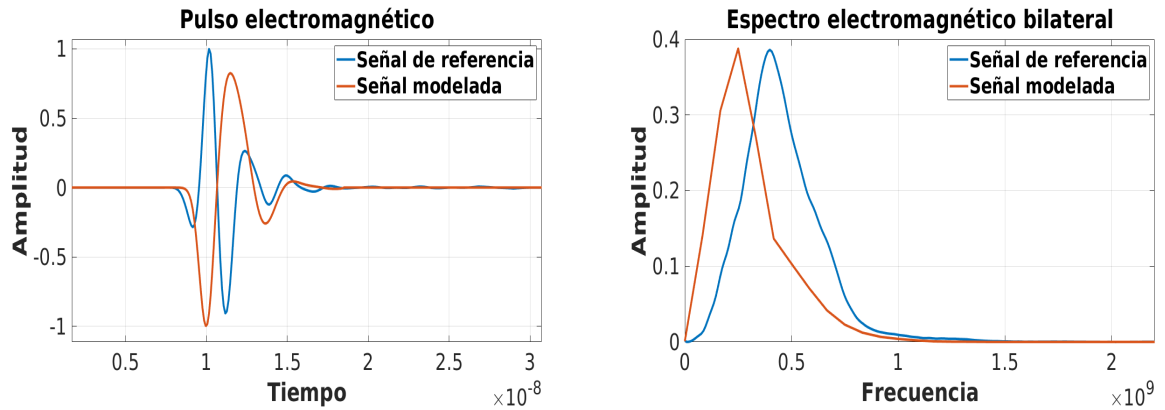
El criterio para escoger los valores adecuados para las variables (w, c_1, c_2) es que las partículas mejoren su ubicación después de cada iteración, esto se representa mediante un porcentaje. En el método PSO se lanza con 10 iteraciones se busca que en cada ciclo mejore dicho porcentaje. El resumen de las pruebas realizadas se muestran en la Tabla 10.

Tabla 10. Resumen de las pruebas para estimar la mejor combinación para el vector de velocidad.

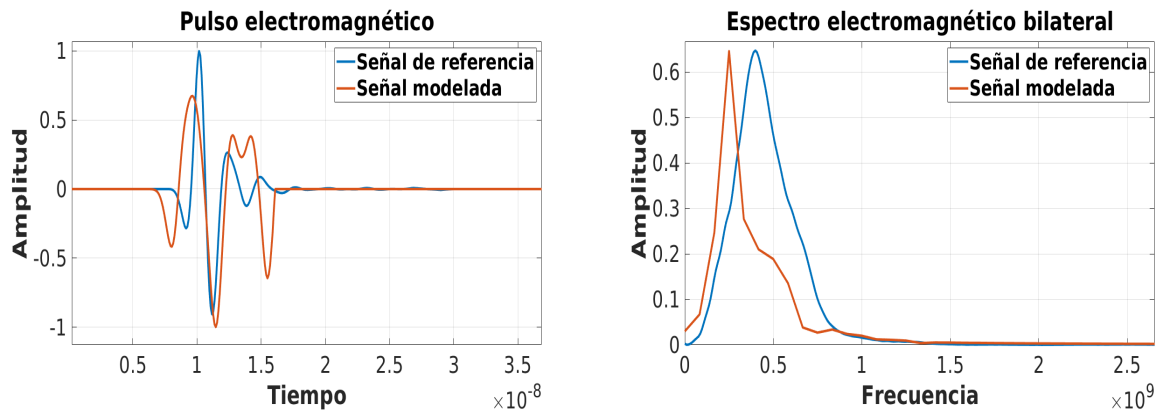
PSO, Antena de 400[MHz]								
Pruebas	Partículas	Iteraciones	W	C1	C2	Numero de cambios por ciclo	Menor	Mayor
1	10	10	0.7	2.05	2.05	2	56.0353 %	69.14.06 %
2	10	20	0.7	2.05	2.05	3	57.0762 %	66.2840 %
3	20	10	0.9	2.05	2.05	2	56.8466 %	66.3055 %
4	20	10	0.4	2.05	2.05	3	51.5536 %	68.7211 %
5	20	10	1.3	2.05	2.05	1	60.8291 %	66.2420 %
6	20	10	2.2	2.05	2.05	1	60.8291 %	68.9303 %
7	20	10	0.3	2.05	2.05	5	56.7319 %	69.5732 %
8	20	10	0.3	4.05	2.05	6	56.8466 %	69.1119 %
9	20	10	0.3	5.05	2.05	8	60.7844 %	61.9789 %
10	20	10	0.3	0.5	2.05	5	60.7844 %	88.4372 %
11	20	10	0.3	1.5	2.05	5	57.0762 %	69.4253 %
12	20	10	0.3	0.5	3.05	4	60.7844 %	62.6031 %
13	20	10	0.3	0.5	6,2	3	52.2599 %	70.6858 %
14	20	10	0.3	0.5	7,2	2	59.5754 %	68.7351 %
15	20	10	0.3	0.5	1,8	6	60.8291 %	61.5947 %
16	20	10	0.3	0.5	0,8	5	56.8466 %	57.2605 %
17	20	10	0.3	0.5	0,5	5	51.3896 %	57.2812 %
18	20	10	0.3	0.5	2,5	6	56.7319 %	70.6709 %
19	20	10	0.3	0.5	2,1	6	57.5647 %	70.4532 %
20	20	10	0.3	0.5	2,08	3	60.7844 %	95.4314 %

Se establecido que la mejor configuración para las constantes en este problema de optimización fueron $w = 0.3$, $c_1 = 0.5$, $c_2 = 2.05$, donde los resultados se muestran en la prueba numero 10 según la Tabla 10. Fue una de las pruebas con mayor porcentaje de coincidencia entre las señales que se están comparando, además de 10 iteraciones que realizó el algoritmo presento mejoras en 5 ciclos. La Fig. 20 representa un ejemplo de como el método va convergiendo a la señal de referencia al transcurrir las iteraciones, en este ejemplo se usaron 20 partículas con 40 iteraciones para el método de optimización.

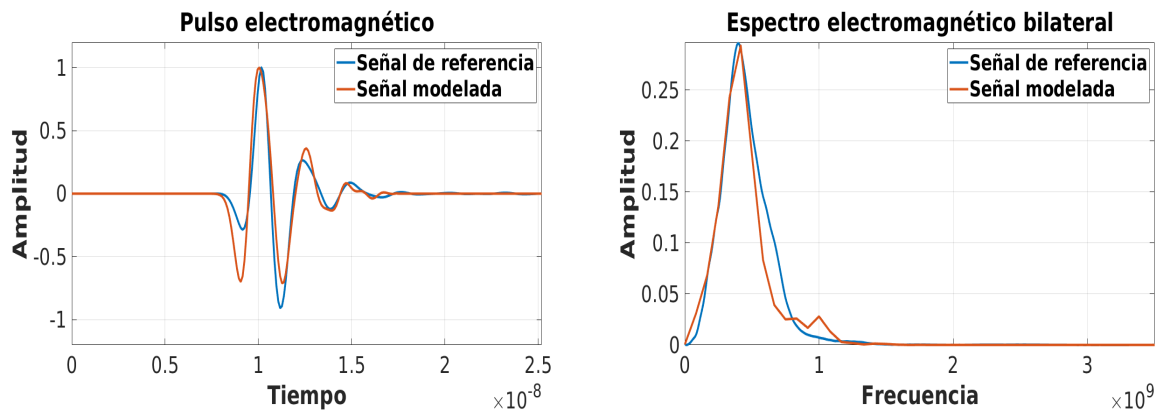
Figura 20. En (a) el método se encuentra en la iteración número 12, en (b) la iteración es la número 24 y en (c) la número 33.



(a) Se compara la señal en tiempo y frecuencia con un porcentaje de error del 65.0309 %.



(b) Se compara la señal en tiempo y frecuencia con un porcentaje de error del 29.3142 %.



(c) Se compara la señal en tiempo y frecuencia con un porcentaje de error del 4.5686 %.

Después de conocer las constantes del problema de optimización (w, c_1 y c_2) se procede a realizar 50 experimentos. Los resultados se analizan mediante una tabla de frecuencia y un histograma. La tabla de frecuencia se realiza con el error final que arroja cada experimento, para determinar el número de clases que deben existir en la tabla se aplica la regla de Sturges ¹³ donde c es el número de clases y n es el número de experimentos.

$$c = 1 + \log_2(n) \quad (24)$$

$$c = 1 + \log_2(50) = 6,643856$$

Como c es un número es un par se aproxima hacia arriba, si c fuera impar se aproxima hacia abajo.

La Tabla 11 representa el resumen de los resultados obtenidos después de los 50 experimentos, donde Min es el error mínimo conseguido, Max es el error máximo, R es el rango de los datos, k es ancho de la clase que equivale al cociente entre el rango de los datos y el número de clases, LI y LS representa el límite inferior y superior respectivamente, X es la marca de clase es el valor medio de cada intervalo, F es la frecuencia absoluta, FR es la frecuencia relativa, es el cociente entre la frecuencia absoluta y el número de experimentos.

Tabla 11. Tabla de frecuencia de los experimentos realizados para la obtención de los parámetros internos de la antena.

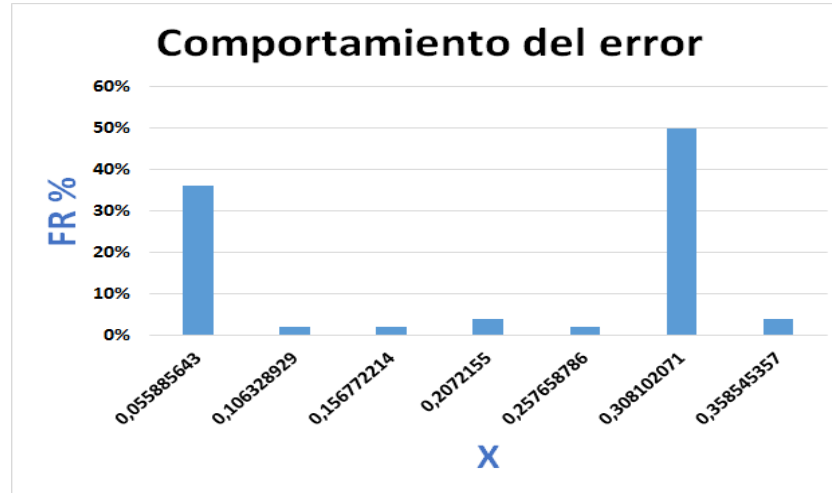
Pruebas - Antena 400 [MHz]					
	LI	LS	X	F	FR
[)	0,030664	0,081107	0,055885	18	36 %
[)	0,081107	0,131550	0,106328	1	2 %
[)	0,131550	0,181993	0,156772	1	2 %
[)	0,181993	0,232437	0,2072155	2	4 %
[)	0,232437	0,282880	0,257658	1	2 %
[)	0,282880	0,333323	0,308102	25	50 %
[]	0,333323	0,383767	0,358545	2	4 %

n	50
Min	0,030664
Max	0,383767
c	7
R	0,353103
K	0,05044329

Observando el comportamiento del histograma (Fig. 21) se puede apreciar que sigue una distribución binomial ²², es decir el algoritmo converge a dos tipos de modas: una para errores pequeños que se encuentran en el rango [3.0664 %, 8.1107 %) y el otro para errores grandes entre [28.2880 %, 33.3323 %). Este tipo de distribución resulta de contar el número de éxitos al repetir n-veces un experimento, en el caso de estudio un evento de éxito se representa cuando el algoritmo sigue de manera correcta a la señal de referencia obteniendo errores pequeños entre las dos señales y de fracaso cuando los errores superan el 10 %, en otras palabras el algoritmo no encuentra la mejor configuración que conlleve a la estimación de los parámetros internos de la antena.

²² Douglas MONTGOMERY y George RUNGER. *Probability and statistics applied to engineering*. 2.^a ed. Limusa Wiley, 2003, págs. 112-118.

Figura 21. Distribución de frecuencia relativa para los errores de los 50 experimentos.

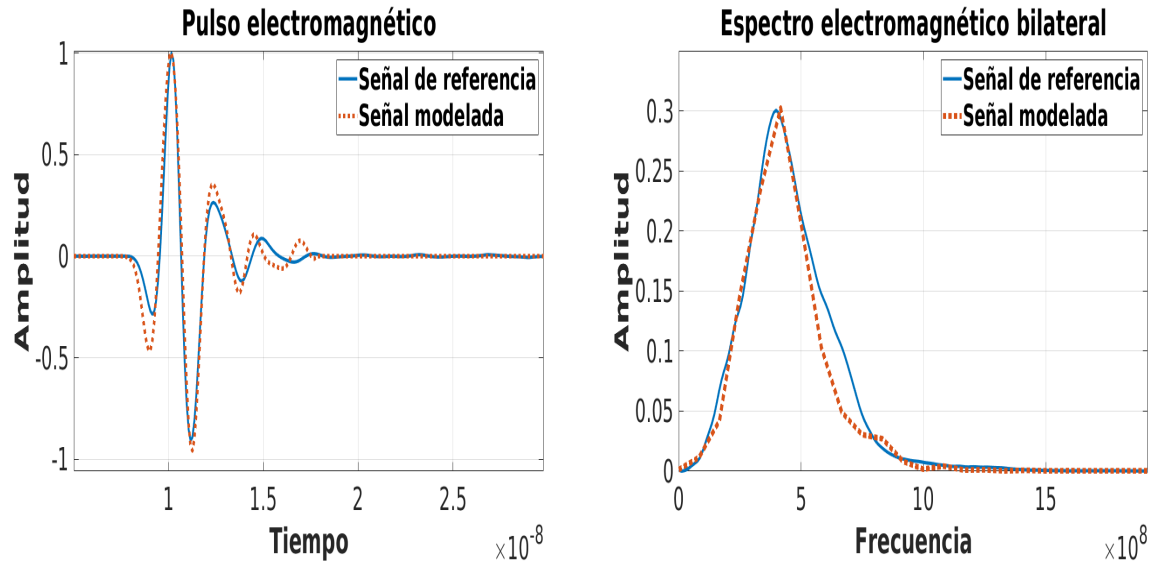


Se analiza el comportamiento de los 5 parámetros internos de la antena de manera independiente con respecto al error, las cuales se agrupan los eventos de éxito y de fracaso con el fin de estimar que parámetros influyen más en el error.

En el evento de éxito los parámetros $\varepsilon_r abs$ y σabs se establecieron en un rango de valores mas pequeño que el previsto al iniciar el algoritmo (Tabla 6, en la Sección 3.3), es decir para obtener mejores resultados estos parámetros deben situarse en algún valor del nuevo intervalo. En el evento de fracaso pasa algo similar con la $\varepsilon_r pcb$ y $\varepsilon_r hpd$, en este caso se quiere excluir el intervalo encontrado del inicial.

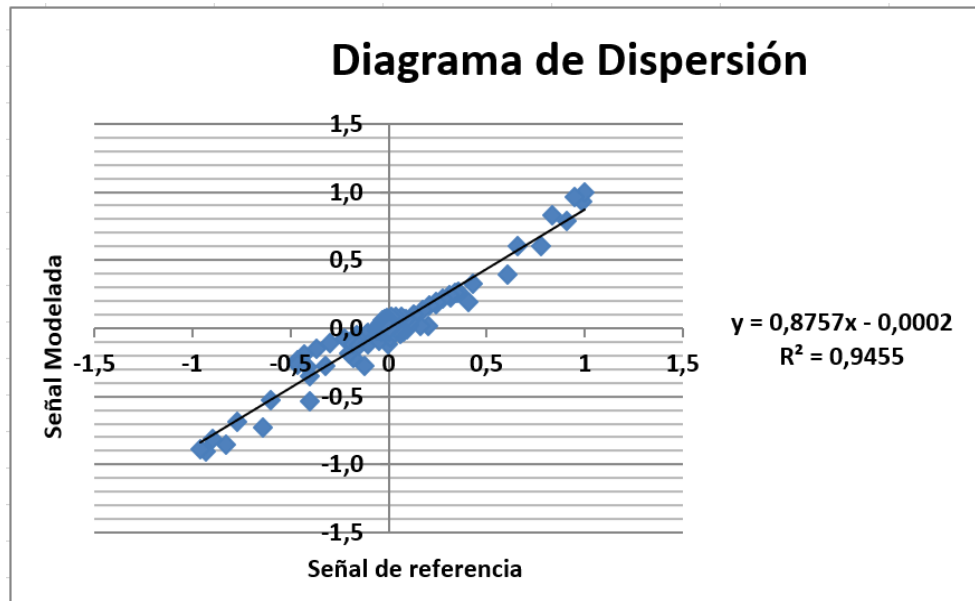
Después de ajustar los nuevos intervalos en el algoritmo se procedió a realizar 15 experimentos, obteniendo una señal modelada con un error del 2,6528 % (Fig. 22). Los parámetros encontrados que modelan la estructura interna de la antena son: resistencia de la fuente y receptor = 49.224245 [Ω], permitividad abs = 3.89622 [F/m], conductividad abs = 0.023594 [S/m], permitividad pcb = 7.445100 [F/m], permitividad hdpe = 1.000877 [F/m].

Figura 22. Pulso electromagnético de la señal modelada y espectro en frecuencia.



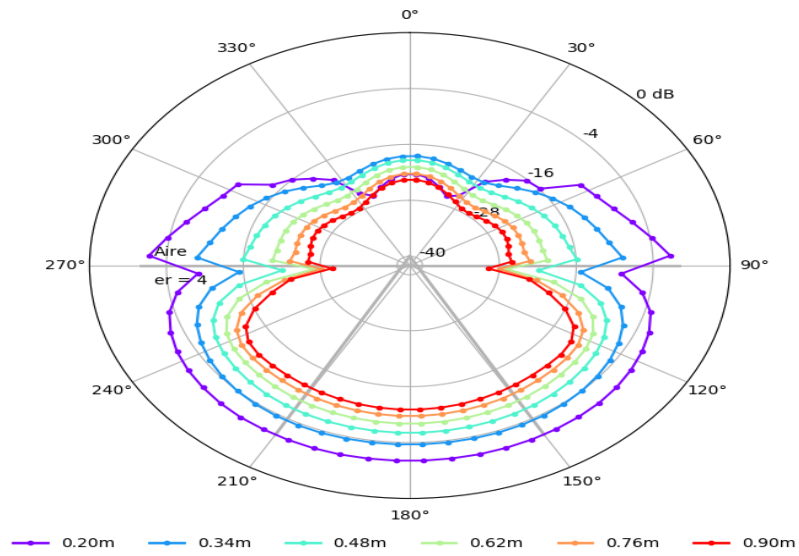
La Fig. 23 representa el diagrama de dispersión en el cual se analiza la relación entre la señal de referencia (eje x) y la modelada (eje y), mediante el coeficiente de correlación r describe como están relacionadas: $r = 1$ las señales se encuentran perfectamente acopladas, $0 < r < 1$ las dos señales aumentan con cierta proporción, $r = 0$ no hay una relación directa. En la Fig. 23 se traza una línea de ajuste esta pasa por la mayoría de los puntos, es decir tiene una relación directa con un $r = 0.9724$.

Figura 23. Diagrama de dispersión entre la señal modelada y la señal de referencia.

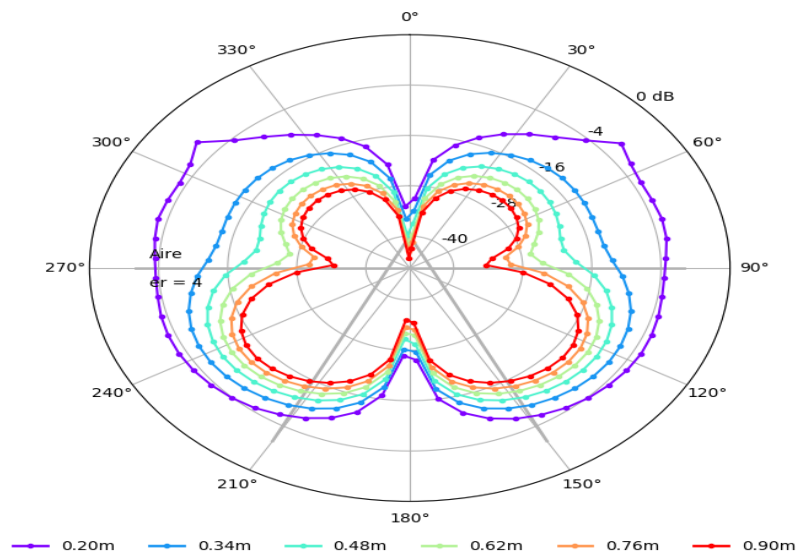


Con los parámetros internos de la antena finalmente establecidos se procedió a calcular el diagrama de radiación en un modelo 3D con un tamaño 2.6 [m] x 2.6 [m] x 2.34 [m] y sobre un terreno. Se calculó la energía radiada por la antena a diferentes distancias (0.2 [m], 0.36 [m], 0.52 [m], 0.68 [m], 0.84 [m], 1 [m]), con el fin conocer el comportamiento de la energía cuando la permitividad relativa cambia en el subsuelo y se mantiene constante la permeabilidad relativa, conductividad y sin pérdidas magnéticas Fig. 24.

Figura 24. Patrones de radiación de los campos eléctricos y magnéticos con la antena modelada. (a) y (b) cuando la $\epsilon_r = 4$.

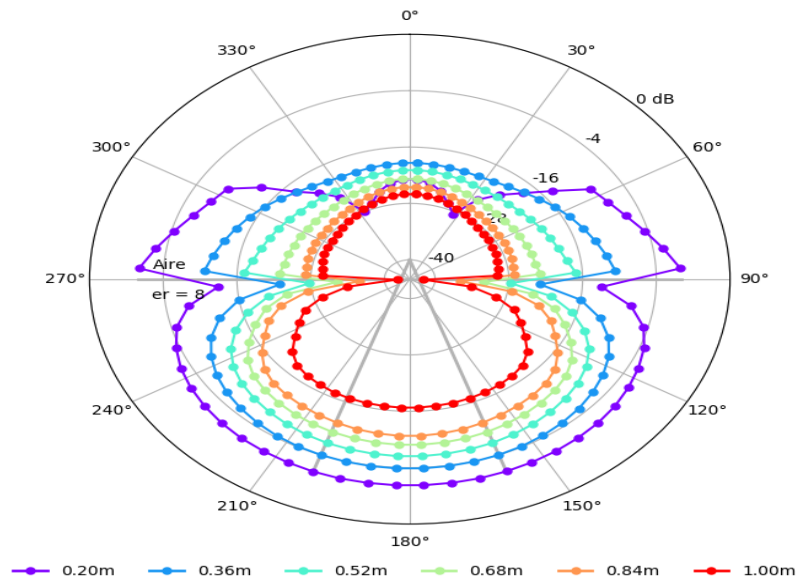


(a) Diagrama de radiación con la antena modelada - campo eléctrico, $\epsilon_r = 4$.

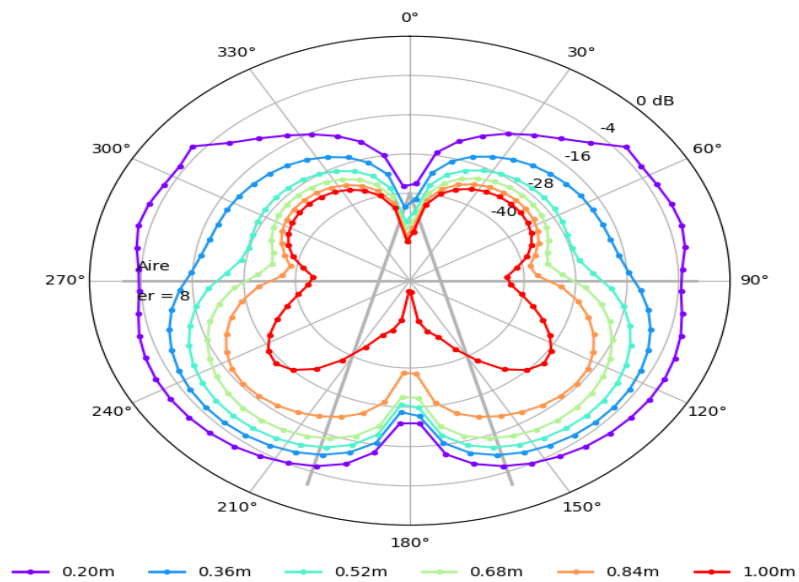


(b) Diagrama de radiación con la antena modelada - campo magnético, $\epsilon_r = 4$.

Figura 25. Patrones de radiación de los campos eléctricos y magnéticos con la antena modelada. (a) y (b) cuando la $\epsilon_r = 8$.



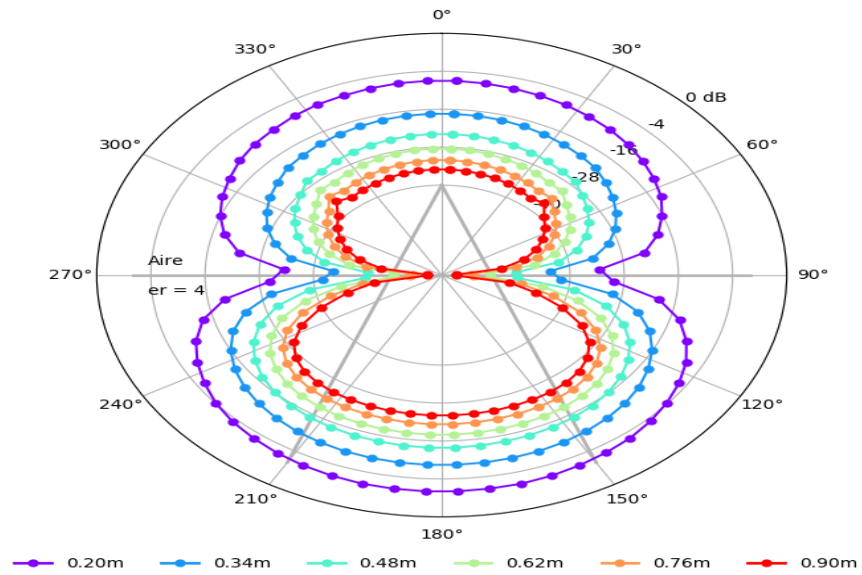
(a) Diagrama de radiación con la antena modelada - campo eléctrico, $\epsilon_r = 8$.



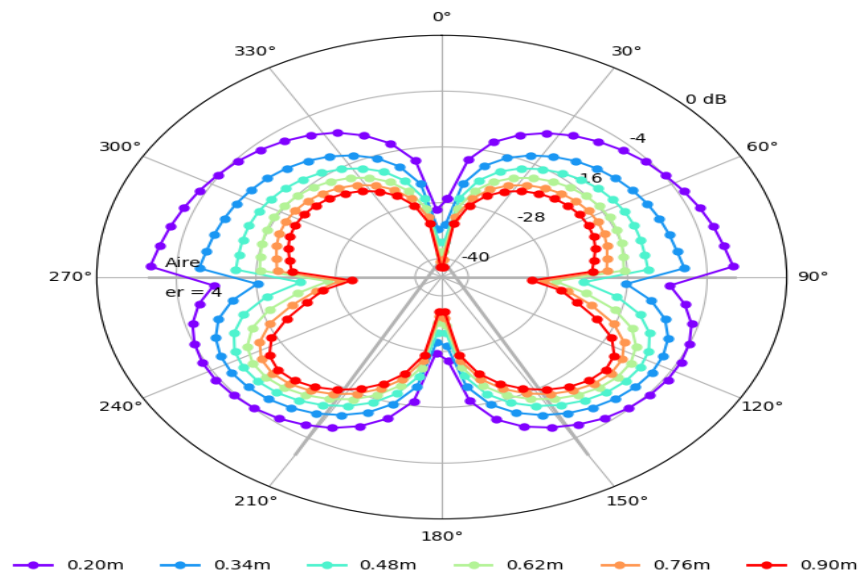
(b) Diagrama de radiación con la antena modelada - campo magnético, $\epsilon_r = 8$.

Una fuente de dipolo hertziana teórica alimentada con una forma de onda de Ricker con una frecuencia central de $f_c = 400$ [MHz], es la mejor aproximación para simular teóricamente una antena GPR¹⁹. Se calculan los patrones de radiación al propagar la onda electromagnética con el dipolo en el mismo terreno utilizado para la fuente modelada, de esta manera se puede estimar un error entre los resultados obtenidos para los dos terrenos.

Figura 26. Patrones de radiación de los campos eléctricos y magnéticos con dipolo. (a) y (b) cuando la $\epsilon_r = 4$.

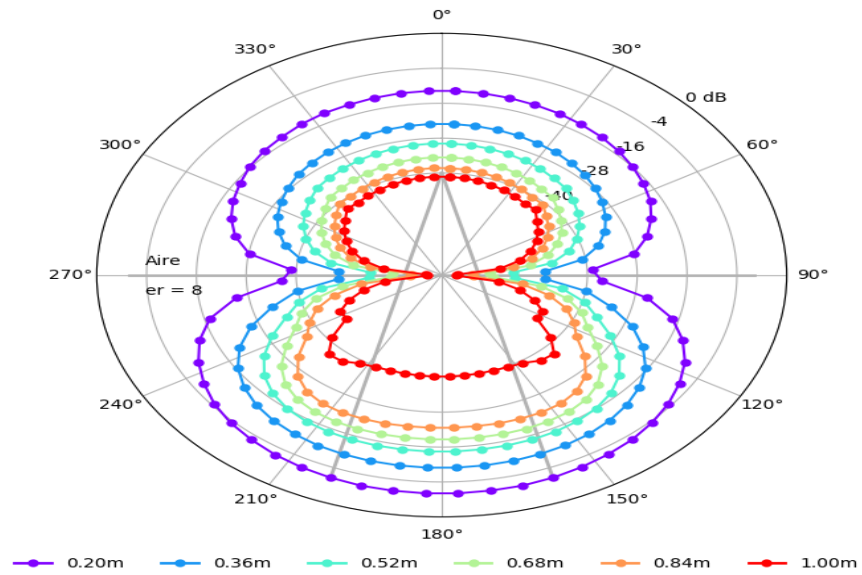


(a) Diagrama de radiación con dipolo - campo eléctrico, $\epsilon_r = 4$.

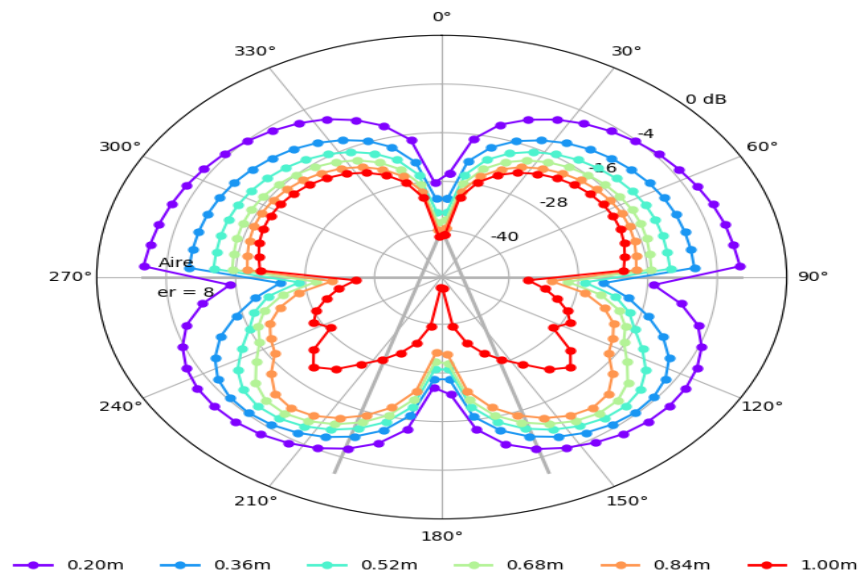


(b) Diagrama de radiación con dipolo - campo magnético, $\epsilon_r = 4$.

Figura 27. Patrones de radiación de los campos eléctricos y magnéticos con dipolo. (a) y (b) cuando la $\epsilon_r = 8$.



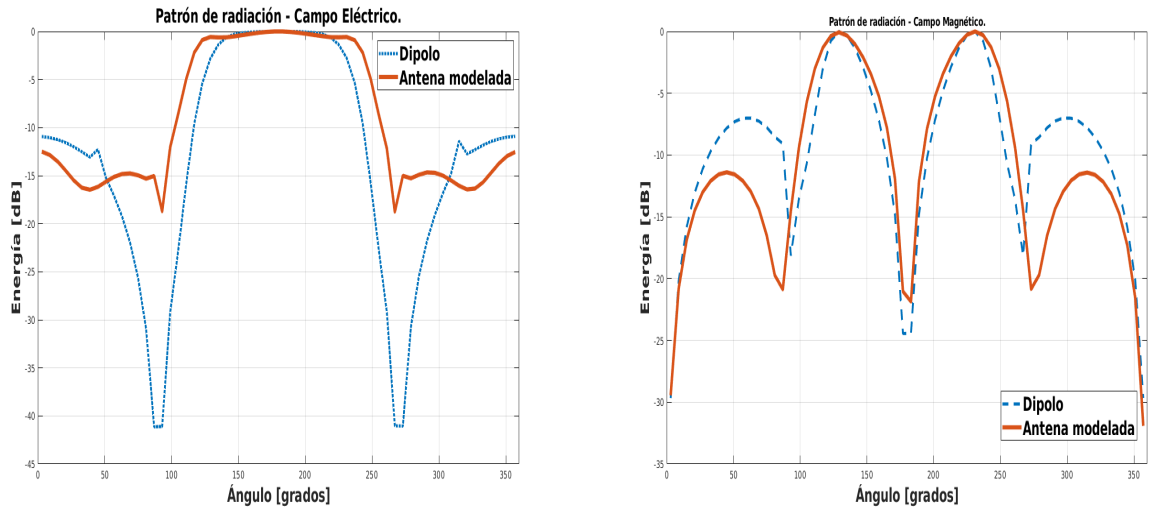
(a) Diagrama de radiación con dipolo - campo eléctrico, $\epsilon_r = 8$.



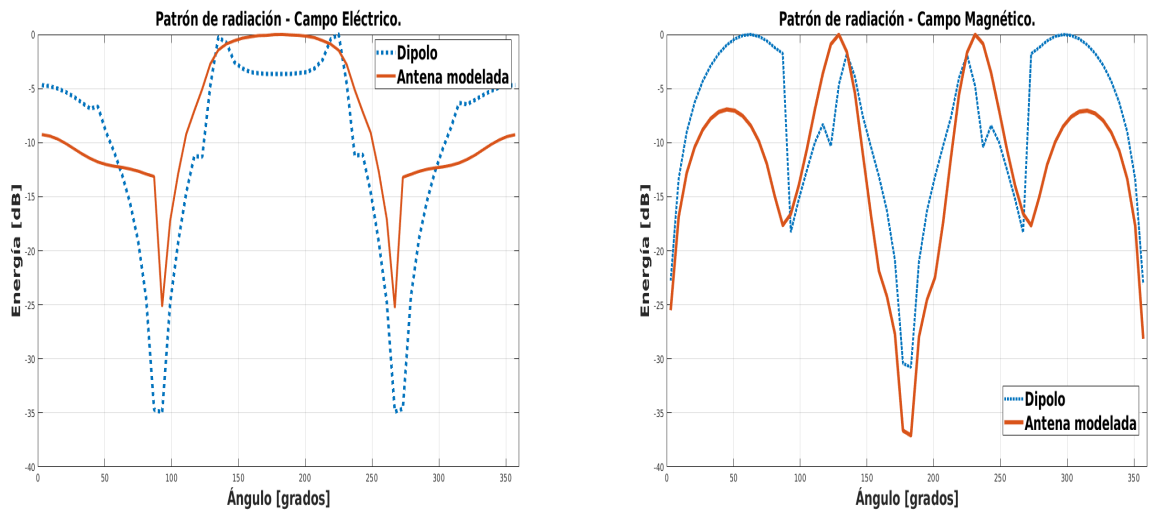
(b) Diagrama de radiación con dipolo - campo magnético, $\epsilon_r = 8$.

Finalmente se comparó los patrones obtenidos en las dos pruebas en el rango de valores de 90 grados a 270 grados para la mitad inferior, porque para la mitad superior el dipolo no presenta pérdidas en la energía en comparación al modelo de la antena real que sí presenta pérdidas por su estructura interna. Para los dos casos de estudios ($\epsilon_r = 4$, $\epsilon_r = 8$) se calculó el coeficiente de correlación para el campo eléctrico y campo magnético, para la prueba con permitividad relativa 4 se obtuvo un $r = 0.804$ para campo eléctrico y $r = 0.791$ en el campo magnético, cuando se cambió la permitividad relativa a 8 se consiguió un $r = 0.790$ y $r = 0.853$ respectivamente.

Figura 28. Comparación de los patrones de radiación obtenidos con el modelo de la antena real vs un dipolo hertziano.



(a) Comparación de la energía radiada a una distancia de un metro de profundidad con $\epsilon_r = 4$.



(b) Comparación de la energía radiada a una distancia de un metro de profundidad con $\epsilon_r = 8$.

6. TRABAJO FUTUROS

Optimizar la forma de ejecutar el algoritmo mediante la programación en paralelo, esto permite mejorar el rendimiento del código y reducir el tiempo de ejecución. En el presente trabajo fue un criterio a mejorar por la gran cantidad de experimentos requeridos, por medio de la comunicación MPI (*MPI - Message Passing Interface*) permite utilizar diferentes GPUs para la propagación de la onda electromagnética sobre el modelo como si se tratara de una sola. Lo cual permite aprovechar mayor cantidad de recursos del clúster.

Ampliar el método de optimización de tal manera que permita variar una mayor cantidad de parámetros que componen la antena, esto implica un aumento en el consumo de memoria RAM en modelo y un mayor tiempo de ejecución.

Adicionalmente se deja abierta la metodología planteada para diferentes antenas GPR, de esta manera se podría obtener otros modelos para otros fabricantes de antenas como MALA, Sensors & Software, Radio Detection, entre otros. Mediante la validación de la huella electromagnética de cada fabricante y su geometría interna se puede caracterizar los componentes internos de cada antena.

7. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se logró la implementación de un proceso de optimización global, como herramienta para resolver un problema de caracterización, en el cual se consiguió determinar cinco parámetros internos de una antena real de tamaño finito con estructura de blindaje utilizada por un GPR. Obteniendo una señal modelada con características similares tanto en tiempo como en frecuencia al pulso electromagnético real emitido por una antena de 400[MHz] (Fig. 22), alcanzando una señal modelada con un error del 2,6528 %. A su vez se logró adaptar y modificar la geometría interna de la antena descrita por librerías y funciones realizadas en el lenguaje de programación en Python, de tal manera que se pueda extrapolar para otras antenas con diferentes frecuencias.

Se diseñó e implementó un algoritmo que pueda modificar: los parámetros (ϵ_r , σ , μ_r y σ_*) de los materiales que compone a la antena, propagar la onda electromagnética sobre un modelo que puede estar en el espacio libre o en un terreno, tomar los campos electromagnéticos para evaluarlos posteriormente en la función de costo, con fin de retornar un valor numérico que representa el error de la señal real con respecto a la modelada. Este algoritmo es computacionalmente estable y evita la dispersión numérica de los datos. A su vez se logró implementar el algoritmo en un nodo del clúster utilizando dos GPUs de forma paralela.

Las simulaciones realizadas sobre un modelo de antena completa GPR de alta frecuencia sobre un semiplano dieléctrico sin pérdidas proporcionan una guía básica sobre cómo la antena irradiará energía en entornos más realistas, donde se puede apreciar como el comportamiento varía según cambia las propiedades del terreno. Las regiones de Fresnel y la zona Fraunhofer se ven afectadas por el cambio de

permitividad cuando aumenta la regiones disminuyen.

BIBLIOGRAFÍA

- AMBARDAR, Ashok. *Digital Signal Processing: A Modern Introduction*. 3.^a ed. Michigan Technological University, 2003 (vid. pág. 37).
- ANTENNAS MANUEAL. Geophysical Survey Systems, Inc. 40 Simon Street, Nashua, New Hampshire USA, 2009 (vid. pág. 12).
- BALANIS, Constantine A. *Antenna Theory, Analysis and Design*. 2.^a ed. Arizona State University, 1997, págs. 28-35 (vid. pág. 50).
- CALLISTER, William D. *Introduction to the science and engineering of materials*. 6.^a ed. Department of materials science y engineering, The University of Utah, 2015, págs. 613-646 (vid. pág. 42).
- CANAVOS, George C. *probability and statistics with applications and methods*. 1.^a ed. Virginia Commonwealth University, 1988, págs. 477-478 (vid. págs. 38, 56).
- CHURIO, Julio y Zoraida MORANTES. "Simulation of the propagation of electromagnetic waves in closed environments using PML absorbing boundary type in 3D". En: *Electronic Journal of Telematic Studies -Telematique* 9 (2010), págs. 84-86 (vid. pág. 27).
- DANIELS, David J. *Ground Penetrating Radar*. 2.^a ed. London,United Kingdom: The Institution of Electrical Engineers, 2004 (vid. pág. 19).
- DIAMANTI, Nectaria y Peter ANNAN. "Characterizing the energy distribution around GPR antennas". En: *Applied Geophysics* (2013), págs. 83-90 (vid. pág. 52).

- EBERHART, Russell y Yuhui SHI. "Particle Swarm Optimization: Developments, Applications and Resources." En: *Institute of Electrical and Electronics Engineers, New York* (2001) (vid. pág. 49).
- FEI, Tong y Ken LARNER. "Elimination of numerical dispersion in finite-difference modeling and migration by flux-corrected transport". En: *GEOPHYSICS* 60 (1995) (vid. pág. 25).
- GIANNOPOULOS, Antonios. "Modelling ground penetrating radar by GprMax". En: *ELSEVIER* (2015) (vid. págs. 34, 45).
- HAYT, William y John A BUCK. *Electromagnetic theory*. 7.^a ed. McGRAW-HILL Interamericana Editores, S.A., 2006 (vid. pág. 22).
- JOL, Harry M. *Ground Penetrating Radar: Theory and Applications*. 1.^a ed. Elsevier's Science Technology Rights Department in Oxford., 2009, págs. 102-110 (vid. págs. 50, 63).
- MONTGOMERY, Douglas y George RUNGER. *Probability and statistics applied to engineering*. 2.^a ed. Limusa Wiley, 2003, págs. 112-118 (vid. pág. 57).
- SEN, Mrinal y Paul STOFFA. *Global optimization methods in geophysical inversion*. 2.^a ed. the United States of America by Cambridge University Press, New York, 2013, págs. 153-154 (vid. pág. 42).
- SULLIVAN, Dennis M. *Electromagnetic Simulation Using The FDTD Method*. Institute of Electrical y Electronics Engineers, New York, 2000 (vid. págs. 24, 25).

- VANEGAS, Diego y Rodrigo CORREA. "Comparison of optimization techniques by interval analysis and particle swarm for functions with restrictions." En: *The Dialnet Foundation of the University of La Rioja* (2011) (vid. pág. 40).
- VIDAL, Axe y Ferran SILVA. "Electromagnetic simulation FDTD a design aid in electromagnetic compatibility". En: *Student Branch of the IEEE of Barcelona* (2003), págs. 14-16 (vid. pág. 24).
- VILLELA, Almendra. *Analysis and application of the polarization properties of the georadar signal*. Center for Scientific Research e Higher Education of Ensenada, Baja California, Mexico, 2013 (vid. pág. 23).
- WARREN, Craig. *Numerical modelling of high-frequency ground penetrating radar antennas*. The University of Edinburgh, 2009 (vid. págs. 17, 18, 30, 40).
- WARREN, Craig y Antonios GIANNOPOULOS. "Characterisation of a ground penetrating radar antenna in lossless homogeneous and lossy heterogeneous environments". En: *Signal Processing* (2016), págs. 222-223 (vid. pág. 51).