

**Aislación de Base e Implementación en OpenSees de un Modelo Matemático para un
Aislador Elastomérico con Núcleo de Plomo (LRB)**

Sergio Augusto Ardila Arias y Ximena Alexandra Peña Rico

Trabajo de Grado para Optar al Título de Especialista en Estructuras

Director

Gustavo Andrés Ospina Idárraga

Ingeniero Civil - PhD.

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas

Escuela de Ingeniería Civil

Especialización en Estructuras

Bucaramanga

2021

Agradecimientos

A Dios por darme la fuerza y acompañarme en cada día; por brindarme la oportunidad de aprender nuevos conceptos a diario y permitirme seguir motivado ante las adversidades.

A mis padres por ser mi apoyo y guía a lo largo de mi vida.

Sergio A. Ardila Arias

A Dios, a mi familia especialmente a mi mami, mi abuelita y mi hermano, por ser mi apoyo incondicional, mi guía, mi ejemplo, pero sobre todo por motivarme a seguir y creer en mí.

A la familia Prada Palomino por apoyarme incondicional y desinteresadamente.

Ximena A. Peña Rico

**Aislación de Base e Implementación en OpenSees de un Modelo Matemático para un
Aislador Elastomérico con Núcleo de Plomo (LRB)**

Tabla de Contenido

	Pág.
Introducción	11
1. Objetivos	18
1.1. Objetivo General	18
1.2. Objetivos Específicos.....	18
2. Marco Teórico.....	19
2.1. Introducción	19
2.2. Sistema de Protección Pasiva.....	25
2.3. Aislamiento de Base	28
2.3.1. Aisladores elastoméricos	32
2.3.2. Aislador elastomérico con núcleo de plomo (LRB)	33
3. Modelo Numérico Avanzado	36
3.1. Comportamiento Mecánico en Dirección Horizontal y Vertical	37
4. Implementación en OpenSees del Modelo Matemático	69
4.1. Preliminar.....	69
4.2. Elemento de Usuario.....	73

4.3. Evaluación del Modelo Matemático en el Software OpenSees	81
4.3.1. Recopilación de datos	82
4.3.2. Revisión de los códigos en Tcl	82
4.3.3. Procedimiento para el desarrollo de la ejecución del modelo matemático en OpenSees del LRB sometido a una carga de corte armónico	84
4.3.3.1. Código para el análisis de gravedad (LDRgravity.tcl).	85
4.3.3.2. Código para la respuesta armónica (LDRtest.tcl).....	91
4.4. Verificación y Validación.....	99
5. Conclusiones.....	104
Referencias Bibliográficas.....	106

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1. <i>Número de edificios aislados sísmicamente en los países más activos (datos de septiembre de 2013), (Martelli, Clemente, De Stefano, Forni, & Salvatori, 2014)</i>	14
Figura 2. <i>Masificación de edificios sísmicamente aislados en Japón, luego del terremoto de Kobe de 1995, (CDT- Cámara Chilena de la Construcción, 2011)</i>	15
Figura 3. <i>Distribución de la población por ubicación, (DANE, 2020)</i>	21
Figura 4. <i>Desplazamientos laterales en base fija y estructura aislada, (Taylor & Igusa, 2004)</i> .	22
Figura 5. <i>Respuesta de una base fija y estructura aislada, (Taylor & Igusa, 2004)</i>	24
Figura 6. <i>Aplicación del método de aislamiento sísmico en Japón, (Nakamura & Okada, 2019)</i>	26
Figura 7. <i>Comparación esquemática de costos en el corto y largo plazo, (González Echavarría & Pérez Echeverry, 2014)</i>	30
Figura 8. <i>Aislador elastomérico, FIP INDUSTRIALE (Aislador Elastomeric FiP industrial, 2020)</i>	33
Figura 9. <i>Aislador elastomérico con núcleo de plomo LRB, FIP INDUSTRIALE (Aislador Elastomeric FiP industrial, 2020)</i>	35
Figura 10. <i>Relación fuerza-desplazamiento idealizada de un sistema típico de aislamiento sísmico, (Constantinou, Kalpakidis, Filiatrault, & Ecker Lay, 2011)</i>	37
Figura 11. <i>Definición de rigidez efectiva, (Constantinou, Whittaker, Kalpakidis, Fenz, & Warn, 2007)</i>	38
Figura 12. <i>Componentes del modelo numérico de aislador elastomérico, (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)</i>	39

Figura 13. <i>Modelo matemático de aisladores elastoméricos en corte (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)</i>	41
Figura 14. <i>Representación alternativa del modelo matemático (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)</i>	42
Figura 15. <i>Esquema de un aislador elastomérico con núcleo y plomo, (Kalpakidis, Constantinou, & Whittaker, 2010)</i>	46
Figura 16. <i>Representación del área de superposición de un aislador circular sólido sometido a desplazamiento lateral, (Warn, Whittaker, & Constantinou, 2007)</i>	51
Figura 17. <i>Expresión de rigidez vertical normalizada ecuación Figura 30 evaluado para varios valores de “a”, (Warn, Whittaker, & Constantinou, 2007)</i>	54
Figura 18. <i>Resultados experimentales de: (a) Comparación con las predicciones de dos resortes, (b) Comparación con las predicciones de áreas superpuestas, (c) Comparación con predicción lineal en aisladores con núcleo de plomo. Adaptado de (Warn, Whittaker, & Constantinou, 2007)</i>	55
Figura 19. <i>Variación bilineal de la carga de pandeo. (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2014)</i>	57
Figura 20. <i>Mecanismo de falla en aisladores de goma bajo tensión, (a) cavitación y (b) fractura, (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015a)</i>	61
Figura 21. <i>Relación de carga-desplazamiento vertical representativa para un aislador de goma en tensión, (Constantinou, Whittaker, Kalpakidis, Fenz, & Warn, 2007)</i>	62
Figura 22. <i>Reducción de la resistencia bajo carga cíclica, (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2014)</i>	65

Figura 23. <i>Modelo matemático de aisladores elastoméricos en dirección axial, (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2014)</i>	66
Figura 24. <i>Modelo matemático de aisladores elastoméricos en corte (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)</i>	67
Figura 25. <i>Modelo físico de un aislador elastomérico, (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)</i>	68
Figura 26. <i>Representación discreta de un resorte de aislamiento elastomérico, (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)</i>	68
Figura 27. <i>Objetos OpenSees, (Mazzoni, McKenna, Scott, & Fenves, 2006)</i>	70
Figura 28. <i>Componentes del objeto Domain, (Mazzoni, McKenna, Scott, & Fenves, 2006)</i>	72
Figura 29. <i>Componentes del objeto de Analysis, (Mazzoni, McKenna, Scott, & Fenves, 2006)</i> ..	72
Figura 30. <i>Coordenadas locales y globales utilizadas en OpenSees para los elementos, (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)</i>	73
Figura 31. <i>Construcción interna de un aislador elastomérico (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)</i>	76
Figura 32. <i>Ventana de OpenSees</i>	83
Figura 33. <i>Source LDRgravity.tcl</i>	94
Figura 34. <i>Desarrollo de la ejecución del modelo matemático</i>	94
Figura 35. <i>Source LDRtest.tcl</i>	95
Figura 36. <i>Desarrollo de la ejecución de la respuesta armónica</i>	95
Figura 37. <i>Curva de histéresis del comportamiento fuerza de corte – desplazamiento</i>	97
Figura 38. <i>Comportamiento de la fuerza de corte a través del tiempo</i>	98
Figura 39. <i>Jerarquía del modelo para un aislador elastomérico, (Kumar & Whittaker, 2018)</i>	100

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. <i>Aplicación de aislamiento sísmico de base en edificaciones (Piscal & López, 2018) ...</i>	17
Tabla 2. <i>Proyectos con aislamiento sísmico diseñados por Pedelta Colombia S.A.S. en Colombia (Galvis & Betancour, 2015).....</i>	31
Tabla 3. <i>Valores de los parámetros del material (Kalpakidis, Constantinou, & Whittaker, 2010)</i>	47
Tabla 4. <i>Descripción de los argumentos de entrada del usuario para el elemento de usuario LeadRubberX (OpenSees, 2020).....</i>	74
Tabla 5. <i>Valores predeterminados de parámetros opcionales (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)</i>	78

Resumen

Título: Aislación de Base e Implementación en OpenSees de un Modelo Matemático para un Aislador Elastomérico con Núcleo de Plomo (LRB)*

Autores: Sergio Augusto Ardila Arias

Ximena Alexandra Peña Rico**

Palabras Clave: Base aislada, Aislador elastomérico con núcleo de plomo (LRB), OpenSees, Solicitación sísmica, Estructura.

Descripción:

En la actualidad es práctico y funcional implementar estrategias que permitan mitigar el riesgo ante solicitaciones sísmicas en las estructuras, de este modo se puede prevenir que dichas afectaciones pongan en riesgo la vida o la integridad de los seres humanos, y de igual forma evitar que se generen pérdidas económicas y materiales; por tal razón, es importante incentivar técnicas que le aporten a la estructura características que sirvan para contrarrestar las fuerzas sísmicas, como es el uso de la aislación en la base con la cual se puede controlar la respuesta sísmica en la estructura. En el presente documento se contextualiza la aislación sísmica y los beneficios que aporta a las estructuras, además, se expone el comportamiento mecánico en dirección horizontal y vertical de un modelo matemático avanzado, que evalúa el comportamiento del aislador elastomérico con núcleo de plomo (LRB) en sismos de diseño o sismos extremos por encima del sismo de diseño; así mismo, se implementa un ejemplo del modelo matemático obtenido del sitio web de OpenSees, con el que se puede obtener la comparación de resultados experimentales y los datos del modelo matemático evaluado en OpenSees, donde los resultados arrojados muestran que el modelo analítico puede representar el comportamiento físico del aislador razonablemente y acorde con la realidad.

* Monografía

**Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director: Gustavo Andrés Ospina Idarraga

Abstract

Title: Base Isolation and Implementation in OpenSees of a Mathematical Model for a Lead Rubber Bearing (LRB)*

Authors: Sergio Augusto Ardila Arias

Ximena Alexandra Peña Rico**

Key Words: Base isolation, Lead rubber bearings (LRB), OpenSees, Seismic request, Structure.

Description:

At present, it is practical and functional to implement strategies that allow mitigating the risk of seismic stresses on structures, in this way it is possible to prevent such effects from putting the life or integrity of human beings at risk, and in the same way avoid generate economic and material losses; for this reason it is important to encourage techniques that provide the structure with characteristics that serve to counteract seismic forces, such as the use of insulation at the base with which the seismic response in the structure can be controlled. This document contextualizes seismic isolation and the benefits it brings to structures, in addition, the mechanical behavior in horizontal and vertical directions of an advanced mathematical model, which evaluates the behavior of the lead rubber bearing (LRB) in design earthquakes or extreme earthquakes above the design earthquake; likewise, an example of the mathematical model obtained from the OpenSees website is implemented, with which the comparison of experimental results and the data of the mathematical model evaluated in OpenSees can be obtained, where the results show that the analytical model can represent the physical behavior of the lead rubber bearing, reasonably and in accordance with reality.

* Monograph

**Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director: Gustavo Andrés

Ospina Idarraga

Introducción

Considerando que el sismo transmite energía a la estructura, la cual debe ser disipada en términos de desplazamientos y amortiguamiento. Cuando los desplazamientos estructurales superan la capacidad elástica del material se presentan los daños estructurales y no estructurales, ocasionando pérdidas tanto económicas como humanas, mientras que en estructuras con sistemas de protección sísmica, para ser precisos en este caso con aislación en la base, no se presentan daños ya que ésta energía es transmitida por el suelo y disipada en el aislador sísmico por el comportamiento histerético, viscoso o friccional del dispositivo. (Molinares & Barbat Barbat, 1994)

Colombia se encuentra ubicada al norte de América del Sur, donde convergen varios tipos de fallas, lo que la hace vulnerable a los movimientos entre placas, por tal razón el país debe enfocarse en como confrontar el problema sísmico con estrategias objetivas donde se puedan evitar los daños comunes o irreversibles incursionando en el desarrollo de metodologías y el diseño de elementos que sirvan para disminuir o frenar las acciones sísmicas, promoviendo una visión más amplia de la ingeniería, ya sea con dispositivos activos o pasivos que se encarguen de controlar la respuesta sísmica de las estructuras, provocando que tengan un comportamiento confiable y más seguro cuando se encuentran bajo aceleraciones sísmicas.

El enfoque convencional de diseño admite que las estructuras incurran en el rango inelástico para sismos de intensidad moderada o severa, de manera que se presente ductilidad en los elementos estructurales y asumiendo que se pueda presentar un leve daño o daño significativo

respectivamente, tanto en elementos estructurales como no estructurales, pero evitando el colapso inmediato de las estructuras (Rochel Awad, 2012); permitiendo así a los usuarios evacuar antes de un posible desplome o colapso, salvaguardando sus vidas y la de sus mascotas. Por lo tanto, se debe procurar que los elementos estructurales presenten fallas dúctiles y evitar las fallas frágiles. Así mismo, en el diseño convencional se da prioridad a que fallen las vigas antes que las columnas, y por ende, se condiciona a que se generen rótulas plásticas primero en las vigas y después en las columnas; de ésta manera se busca que el mecanismo de falla en la estructura sea el mecanismo de viga, ya que, proporciona mayor disipación de energía.

Es inviable económicamente construir edificaciones que soporten sismos de gran magnitud sin sufrir algún tipo de daño en sus elementos estructurales (Vasco López, 2016), con base en esta afirmación se puede apreciar la importancia de implementar sistemas que puedan contrarrestar las aceleraciones en la base de las estructuras, estrategia que se puede desarrollar usando sistemas en los cuales sus características incrementen el periodo y reduzcan la aceleración basal en la estructura. Este tipo de estrategia es conveniente para toda clase de estructuras, y más aún en estructuras de nivel de importancia mayor; debido a que las normas de diseño sismo resistente para estructuras de gran importancia incrementan en cierta medida los niveles de seguridad, generando un sobre costo que crece proporcional al incremento en seguridad; el objetivo principal es proporcionar en la estructura mejor desempeño ante sismos severos y de baja ocurrencia, ya que es indispensable que éste tipo de estructuras sigan en funcionamiento después de una catástrofe, un ejemplo esencial son los hospitales que deben permanecer en uso durante y posterior a un evento sísmico.

A pesar de que hay estructuras de gran importancia como los hospitales que deben seguir operando después de un sismo, y a que se diseñan bajo criterios óptimos y especiales para cumplir tal objetivo; se ha podido evidenciar que en algunas partes después de un sismo han quedado comprometidas este tipo de estructuras, por ejemplo, en Japón después del terremoto de Kobe en 1995 algunos de sus centros de atención quedaron fuera de uso o en uso parcial, y más recientemente en Chile en el terremoto de 2010 *“el 71% de los hospitales sufrieron afectaciones de las cuales 4 resultaron totalmente inhabitables, 12 tuvieron pérdidas en más del 75% de su funcionalidad, 8 operaron sólo parcialmente luego del terremoto y 62% requirieron reparaciones”* (Genatios & Lafuente, 2016).

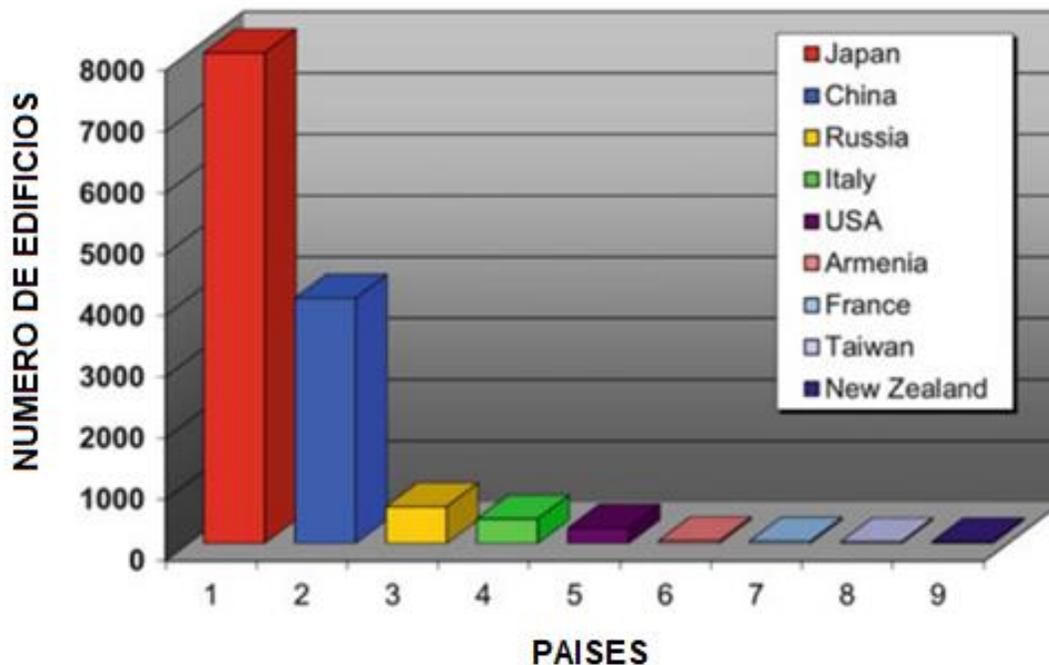
Para brindar protección adicional en las estructuras, actualmente se considera que los sistemas de control pasivo son los más utilizados (CDT - Cámara Chilena de la Construcción, 2011) y (Genatios & Lafuente, 2016). Su categoría está representada por disipadores de energía y aisladores sísmicos, de los cuales sobresalen los aisladores sísmicos; estos se usan para desacoplar la estructura y evitar que la energía provocada por los movimientos en la base se transmita en su totalidad a la superestructura; teniendo en cuenta, que al implementar esta técnica según (Piscal & López, 2018) se obtiene una leve reducción en las fuerzas sísmicas de diseño, ya que el periodo y el amortiguamiento en la estructura aumentan sin acrecentar la masa.

En el mundo hay un gran número de estructuras protegidas con técnicas ante sismos, las más utilizadas son: la disipación de energía y el aislamiento de base; estas técnicas abarcan todo tipo de construcciones (puentes, edificaciones civiles e industriales, patrimoniales, plantas nucleares), así mismo, ésta práctica se ha realizado en edificaciones nuevas o remodeladas. Se

considera que en más de 30 países se han implementado estos mecanismos de protección sísmica. En la Figura 1 se resumen los países que mayor número de edificios con aislación sísmica presentaban al año 2013. Mundialmente la aislación sísmica es reconocida como beneficiosa para construcciones primordiales, ya que, garantiza su total integridad y operatividad después de un terremoto; además, minimiza el pánico que puedan sufrir los usuarios en la superestructura (estructura por encima del aislamiento) durante un sismo, esto debido a los grandes valores de los periodos de vibración. (Martelli, Clemente, De Stefano, Forni, & Salvatori, 2014)

Figura 1

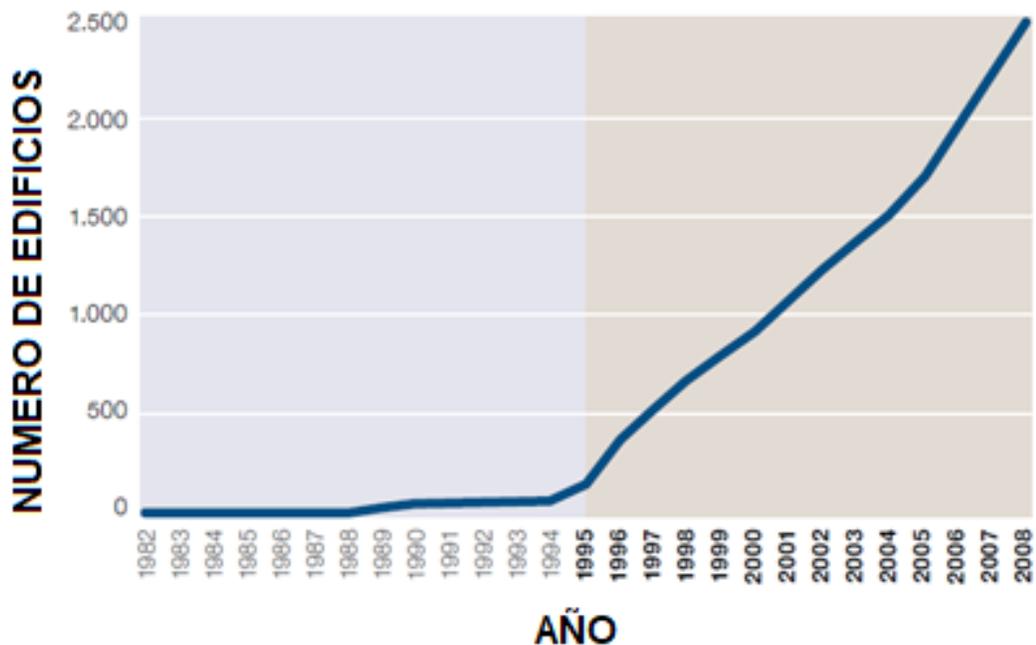
Número de edificios aislados sísmicamente en los países más activos (datos de septiembre de 2013), (Martelli, Clemente, De Stefano, Forni, & Salvatori, 2014)



En los Estados Unidos y Japón se generó un incremento importante en el desarrollo de los sistemas de aislación, justo después, de dos eventos sísmicos importantes ocurridos en la década de 1990 en donde las estructuras aisladas sometidas a aceleraciones en su base se comportaron sobresalientemente ante los terremotos, en 1995 en Japón el terremoto de Kobe y en 1994 en los Estados Unidos el terremoto de Northridge (CDT - Cámara Chilena de la Construcción, 2011). La Figura 2 resume el crecimiento continuo que ha tenido Japón en el uso de aislación basal para sus edificaciones.

Figura 2

Masificación de edificios sísmicamente aislados en Japón, luego del terremoto de Kobe de 1995, (CDT- Cámara Chilena de la Construcción, 2011)



En Colombia, en la Norma Colombiana de Diseño y Construcción Sismo Resistente, NSR10, se introdujo por primera vez la especificación de parámetros y requisitos sobre el uso de

aisladores y amortiguadores sísmicos según (Niglio & Valencia-Mina, 2013); sin embargo, la afirmación anterior no significa que el país cuente con un reglamento propio sobre aislamiento de base, y debido a este vacío normativo actualmente la NRS10 solo permite el uso de estructuras con aislamiento basal que cumplan los requisitos de normativas Estadounidenses. En la Tabla 1 se presenta la posición aproximada de Colombia en la implementación de sistemas de aislamiento en sus edificaciones frente a otros países de la región y del mundo. Actualmente en América del Sur el país con más edificios aislados es Chile y es el único que cuenta con normativa sobre aislamiento de base. Al igual que Colombia países como Perú y Ecuador se ciñen a las normas de Estados Unidos, las cuales contrastan con características locales de cada país repercutiendo negativamente en el incremento de la aislación basal. (Piscal & López, 2018)

Tabla 1

Aplicación de aislamiento sísmico de base en edificaciones

País	Número de edificios aislados
Japón	8000
China	4050
Rusia	600
Italia	400
USA	250
Chile	75
Nueva Zelanda	50
Tailandia	50
Canadá	50
Armenia	45
Turquía	40
México	25
Colombia	20
Perú	10
Ecuador	7

Nota: Tomado de (Piscal & López, 2018)

1. Objetivos

1.1. Objetivo General

Presentar la implementación en OpenSees del modelo matemático creado por (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2014) para el aislador elastomérico con núcleo de plomo LRB

1.2. Objetivos Específicos

- ✓ Contextualizar la aislación sísmica brevemente y el aislador elastomérico con núcleo de plomo LRB

- ✓ Presentar el comportamiento del aislador según el enfoque dado en (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2014) y ampliado en (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)

- ✓ Implementar el ejemplo del modelo numérico escrito por Manish Kumar en 2010 con los datos que se encuentran en el elemento LeadRubberX en la página de OpenSees.

2. Marco Teórico

2.1. Introducción

La capa exterior de la tierra está formada de roca sólida y se le conoce como litosfera, además se encuentra dividida en grandes porciones que se encuentran en movimiento sobre el manto y que son conocidas como placas tectónicas, este movimiento puede ser divergente, convergente o transformante. Asimismo, la litosfera a través de toda su superficie se encuentra fracturada por fallas que se caracterizan por no ser longitudinales ni continuas, y se interconectan en ramificaciones que presentan curvas y desviaciones; las fallas ubicadas cerca a los bordes de las placas tectónicas presentan mayor actividad con respecto a las que se alejan más de estos límites. En Colombia los sistemas de fallas más importantes son: el del Borde Llanero, el sistema Romeral y Santa Marta – Bucaramanga. (Velasco Zárate & Sánchez Aguilar, 2015)

El territorio colombiano se encuentra al noroccidente de América del Sur, siendo afectado en ésta ubicación por tres placas tectónicas: al occidente la placa oceánica de Nazca, al oriente se encuentra la placa continental Suramericana y al norte la placa oceánica del Caribe; el movimiento de las placas tectónicas produce terremotos que según su rango de intensidad generan daños mayores o menores en la infraestructura del territorio nacional, y éste movimiento se presenta de tres formas diferentes ya que puede ocurrir que las placas se separen, se junten o se deslicen entre ellas en sentidos opuestos. Cuando dos placas se juntan o convergen se pueden producir dos efectos: si las dos placas son masas continentales se produce un límite de colisión en el cual se eleva la corteza terrestre de ambas placas produciendo montañas y si una placa oceánica choca contra una placa continental se produce subducción, que es un límite destructivo

donde la placa oceánica de mayor densidad se introduce forzosamente bajo la placa continental, y la corteza oceánica que se ha sumergido se funde para crear magma lo que puede desencadenar terremotos y erupciones en volcanes; cuando dos placas se deslizan lateralmente entre sí en sentidos opuestos se le llama movimiento transformante y se produce un límite conservativo, en el cual no se genera ni se destruye corteza pero si puede provocar grandes terremotos.

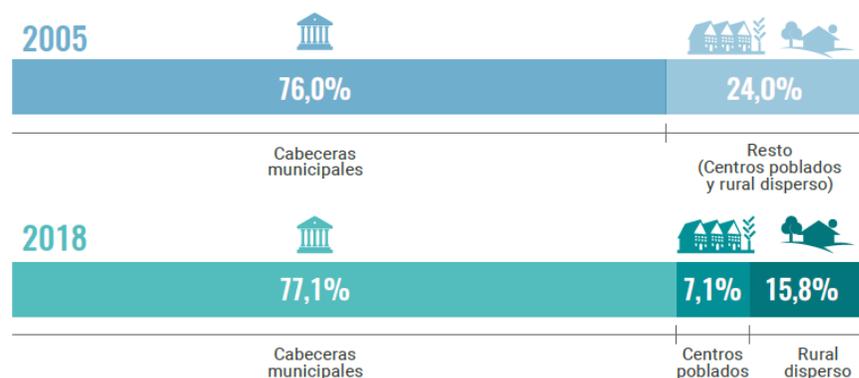
En Colombia la sismicidad no está restringida solamente en la zona de subducción del Pacífico y en el sistema de fallas de Borde Llanero, aunque, los sismos más fuertes se han presentado en estas dos zonas, la sismicidad general del país ocurre en otros sectores también y toda ésta se relaciona a continuación: Sismicidad de corteza difusa, sismicidad Andina, sismicidad de subducción del Pacífico, sismicidad intermedia de Boyacá – Santander y Nido de Bucaramanga (Taboada, Dimaté, & Fuenzalida, 1998).

Para generalizar en términos del riesgo, las erupciones volcánicas y los sismos presentan los índices más altos de pérdidas humanas y viviendas destruidas; los datos muestran que durante el periodo 1970 – 2011 en el territorio nacional las pérdidas humanas en sismos fueron 2.219, superadas durante el mismo periodo por las erupciones volcánicas que alcanzaron 24.456 víctimas. La vulnerabilidad también incide en el riesgo, además, aumenta por inadecuados procesos constructivos y la falta de planeación en el desarrollo urbanístico, otro factor que aumenta el riesgo es el aumento de la exposición debido al incremento de la población y la infraestructura en las áreas urbanas, dado que en Colombia la amenaza sísmica es considerable en algunos de sus centros poblados; éste fenómeno es evidente en el aumento de la población urbana del país, para 1938 en el país eran 8.701.816 habitantes ubicados el 70% en

zonas rurales y en zonas urbanas el 30%, porcentajes que se invirtieron en años posteriores (Mundial, 2012). Actualmente según el censo realizado en el año 2018 por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE), la población colombiana se estima en 48.258.494 habitantes, ubicándose disperso en el sector rural tan solo un 15.8% y en cabeceras municipales y centros poblados un 84.2% de la población; según estos datos el incremento de la población en zonas urbanas desde 1938 al 2018 ha sido drástico, generado también un crecimiento en la infraestructura urbana. Este comportamiento en Colombia puede ser producto de dinámicas socio demográficas relacionadas a casos de conflicto armado y desplazamiento forzado, que en parte han contribuido en el aumento del nivel de exposición al riesgo y la vulnerabilidad de la población y su infraestructura. En la Figura 3 se da a conocer una comparación de la distribución de la población en el país y su crecimiento de acuerdo a los datos recolectados en los censos de 2005 y 2018.

Figura 3

Distribución de la población por ubicación, (DANE, 2020)



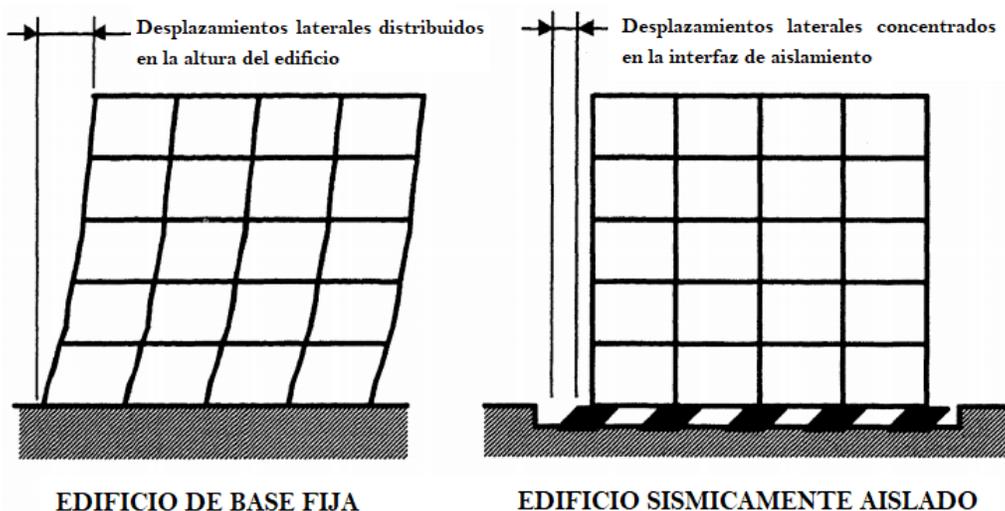
En vista que paralelamente al aumento de la población crece la infraestructura, en las ciudades se deben garantizar procesos constructivos adecuados. Además, ya que el aislamiento

sísmico ha demostrado ser efectivo en un gran número de países, vale la pena incentivar un mayor uso de este sistema de control de respuesta dinámica a través de una mayor investigación y divulgación de resultados desde la academia y la industria.

En términos generales en una estructura cotidiana la energía se disipa mediante “desplazamientos importantes entre los pisos (*derivas*), los cuales conducen a incursiones en el rango inelástico de algunos de los elementos estructurales” (Genatios & Lafuente, 2016), provocando daños en el sistema estructural y no estructural, los cuales ocasionan pérdidas económicas e incluso en algunos casos pérdidas humanas; mientras que en estructuras con sistemas de protección sísmica, en este caso en edificaciones con aislación en su base, no se presentan daños ya que ésta energía es recibida por el comportamiento histérico, viscoso o friccional del dispositivo. (Molinares & Barbat Barbat, 1994)

Figura 4

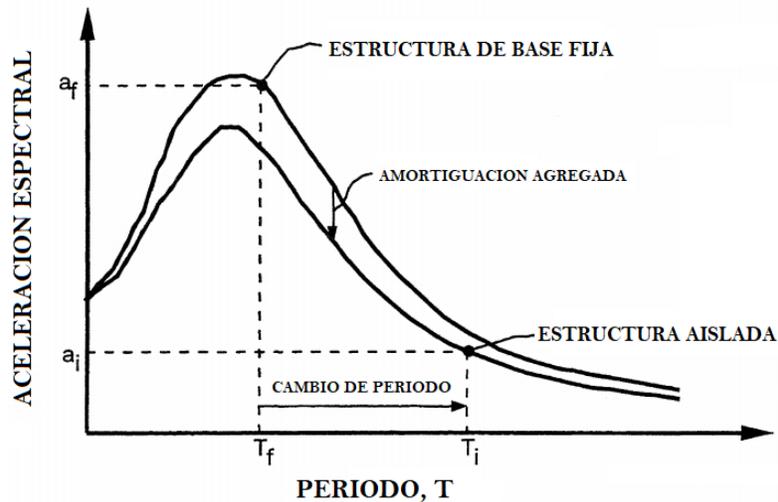
Desplazamientos laterales en base fija y estructura aislada, (Taylor & Igusa, 2004)



Por otra parte, es oportuno precisar que en dirección vertical las estructuras usualmente no se aíslan ya que son bastante rígidas y los movimientos del suelo en ésta dirección son bajos; por lo tanto, comúnmente se desprecian, siempre se da importancia a los movimientos horizontales. La Figura 4 muestra el comportamiento impuesto por el movimiento del terreno a un edificio en dos condiciones distintas, la primera condición es para una base fija y la segunda para una base aislada; en la primera el desplazamiento horizontal genera deformaciones que recaen en los elementos estructurales y no estructurales, produciendo daños que dependen de la intensidad del sismo, por el contrario, para la segunda condición la superestructura se comporta como un cuerpo rígido de manera que la deformación recae sobre el sistema de aislación. También es importante resaltar que los sistemas de aislación de base aumentan el periodo fundamental e incrementan el amortiguamiento. Estos dos cambios disminuyen la respuesta de aceleración en la estructura tal como se puede ver en la Figura 5, donde se representan dos espectros de aceleración suavizados uno para base fija y el otro para base aislada (Taylor & Igusa, 2004). La disminución en la transmisión de la aceleración del suelo que se adquiere con el uso de aislación basal para las estructuras, se resume, en que éste sistema de control pasivo es una estrategia maravillosa en edificaciones nuevas e igualmente en edificios vulnerables, como lo son los edificios patrimoniales que tienen un carácter cultural e histórico importante para la sociedad.

Figura 5

Respuesta de una base fija y estructura aislada, (Taylor & Igusa, 2004)



Según (Nakamura & Okada, 2019), además, de la vida de las personas se deben proteger una serie de objetivos que hacen parte de la vida cotidiana, de los que se rescatan la infraestructura social y las actividades económicas, a razón de que de la economía depende la reactivación social posterior a un evento sísmico de gran magnitud. Se puede decir que uno de los sistemas que puede abarcar eficazmente la protección de diferentes objetivos de manera práctica es el aislamiento basal, asimismo, este sistema de control pasivo es el más usado en el mundo y uno de sus dispositivos comúnmente utilizados en países como Estados Unidos y Japón es el aislador elastomérico con núcleo de plomo (LRB). De acuerdo con lo anterior esta monografía se desarrolla en torno al dispositivo LRB, presentando un modelo matemático realizado por (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2014) para ser usado en el lenguaje de programación libre OpenSees.

2.2. Sistema de Protección Pasiva

Los sistemas pasivos de control sísmico son los que más se usan actualmente situándose por encima de los sistemas activos o semiactivos, a causa de que no necesitan sensores o monitoreo en tiempo real, los principales sistemas de control pasivos son los disipadores de energía y los aisladores de base, con estos se reduce la respuesta dinámica en las estructuras por medio de sistemas mecánicos diseñados para disipar energía a través de calor (CDT - Cámara Chilena de la Construcción, 2011). Según (Jara Díaz & Casas Rius, 2002), este sistema es el de mayor uso, ya que la industria con mayor frecuencia utiliza para la protección de las estructuras el aislamiento basal y sus razones son fundamentales, se deben a que se caracterizan porque generalmente son: económicos, de poco mantenimiento, confiables y tienen mayor desarrollo teórico y tecnológico.

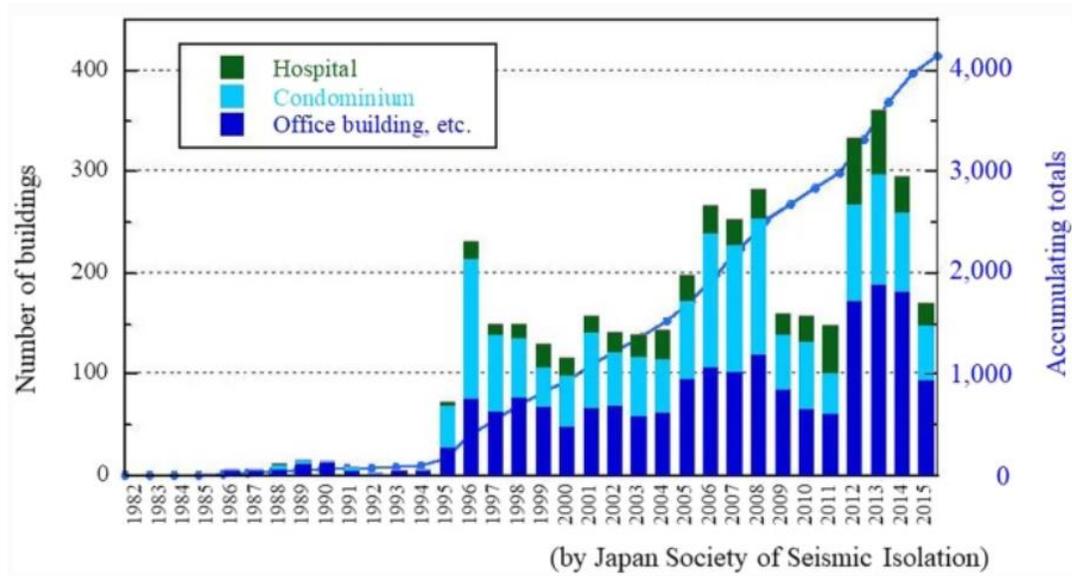
Como se mencionó anteriormente el detonante para usar éste tipo de sistemas en el caso de Japón fue el terremoto de Kobe en 1995, donde parte de la infraestructura de la zona presentó daños graves exceptuando los edificios aislados, que presentaron buen comportamiento en contraste con los edificios de base fija, aun pese a que la tecnología de control pasivo se venía aplicando moderadamente desde mediados de 1980. Este terremoto incentivó su uso como se puede ver en la figuras 2 y 6, que a partir de 1995 se incrementó de forma continua la implementación de la aislación basal en sus estructuras, y se relaciona en gran parte a que el objetivo principal de ésta tecnología es mejorar el comportamiento frente a terremotos de gran intensidad en las edificaciones; además, se indica que dicho sistema se puede aplicar en edificios nuevos o en edificios de interés que ya han estado en uso como es el caso de edificios históricos,

todo con el fin de repotenciarlos y mejorar su respuesta sísmica (Kitagawa & Midorikawa, 1998).

Japón el referente mundial en aislación de base, ha implementado éste sistema en edificaciones de diferente uso y nivel de importancia, incluso en la protección de edificios históricos. Siendo el Museo Nacional de Arte Occidental de Tokio, construido en 1958, el primer edificio que se reacondiciono con aislación en su base en el año 1998. (Saito, 2013 citado en Nakamura & Okada, 2019).

Figura 6

Aplicación del método de aislamiento sísmico en Japón, (Nakamura & Okada, 2019)



El aumento en el uso de aislación sísmica como se puede ver en la Figura 6 es producto del buen comportamiento que presentan las edificaciones a las que fue implementada ésta

tecnología, cuyo motivo es suficiente para usarla recurrentemente en edificaciones nuevas e implementarla en el reforzamiento de edificios patrimoniales, que estén ubicados en zonas donde la actividad sísmica tienen una magnitud considerable; adicionalmente éste sistema con respecto a los que dependen de algún tipo de activador que genere fuerza externa para obtener una respuesta, como es el caso de los sistemas activos, es bastante económico tanto por sus materiales como por la facilidad de respuesta que es independiente de dichos activadores. De acuerdo con lo anterior la eficacia del sistema sumado a la economía del mismo, son factores óptimos para obtener un valor extra en seguridad en las edificaciones importantes; con el fin de que una sociedad moderna mantenga sus actividades principales económicas y sociales sin interrupciones después de un terremoto, y un patrimonio cultural e histórico protegido para que sea virtud de su identidad.

La razón por la cual los sistemas de control pasivo son tan atractivos es porque estos no requieren entrada de energía como fuerza que ayude a resistir las perturbaciones externas, ventaja que no se presenta en otros sistemas de control sísmico considerando que: para el sistema activo se requiere aporte externo de energía para resistir perturbaciones externas, en los sistemas semiactivos se requiere energía externa para modificar las características dinámicas de las edificaciones, aunque no para resistir directamente las perturbaciones externas y los sistemas híbridos son la combinación de sistemas activos y pasivos en donde se requiere la energía externa para mejorar el efecto amortiguador es los sistemas pasivos. Por medio de la ecuación (1) se representa el movimiento de las edificaciones cuando se exponen a fuerzas externas dinámicas como son los terremotos o los vientos fuertes. (Kitagawa & Midorikawa, 1998)

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + q(x) = f + p \quad (1)$$

Donde:

- m = masa del sistema
- c = coeficiente de amortiguamiento viscoso del sistema vibratorio
- q = fuerza restauradora del sistema (incluyendo el comportamiento inelástico)
- f = fuerza externa que actúa sobre el sistema vibratorio
- \ddot{x} = aceleración de respuesta con respecto al suelo
- \dot{x} = velocidad de respuesta con respecto al suelo
- x = desplazamiento de respuesta con respecto al suelo
- p = fuerza de control de respuesta

Teniendo en cuenta la ecuación (1) es válido afirmar que para disminuir los daños a los que se enfrentan las estructuras debido a fuerzas externas, se debe modificar el amortiguamiento mediante la implementación de sistemas de control sísmico. Así mismo, es válido decir que estos dispositivos absorben gran parte de las fuerzas externas e incursionan en el rango inelástico disipando energía, y de esta forma transmiten a la superestructura un porcentaje muy bajo de energía manteniendo la edificación en un rango elástico sin afectación alguna.

2.3. Aislamiento de Base

La técnica del aislamiento sísmico en la base está en interrumpir la conexión suelo – estructura, desacoplándola con dispositivos de aislamiento; esta metodología provee en la superestructura no solo seguridad estructural, sino también seguridad para los habitantes de las mismas y para el entorno que allí se desarrolle ya sea social, laboral, económico, cultural, etc.

Al poner en uso ésta técnica en la estructura se reduce la cantidad de energía que pueda transmitirse del movimiento generado en la fundación a la superestructura, esto conlleva a que la estructura sufra menores deformaciones y se mantenga en el rango elástico. Por lo tanto se reduce la demanda de ductilidad en la superestructura y en consecuencia pueden surgir ventajas como: menor restricción en el diseño arquitectónico, menor detallado en elementos estructurales, entre otras (Genatios & Lafuente, 2016). Debido a que los aisladores de base incrementan el periodo fundamental de la estructura, alejándola de zonas del espectro en las que se concentra la energía del sismo (Jara Díaz & Casas Rius, 2002), el principio básico de la aislación en la base se fundamenta en la separación de la estructura del suelo por medio de sistemas flexibles en dirección horizontal que generan el aumento del periodo natural del sistema estructural. El aislamiento sísmico viene siendo una de las mejores estrategias a la hora en que se presente un terremoto grande e inusual, ya que permite que se dé un desarrollo operativo parcial o total a razón de la reducción paralela que se logra en demandas de aceleración y derivas (Warn & Ryan, 2012).

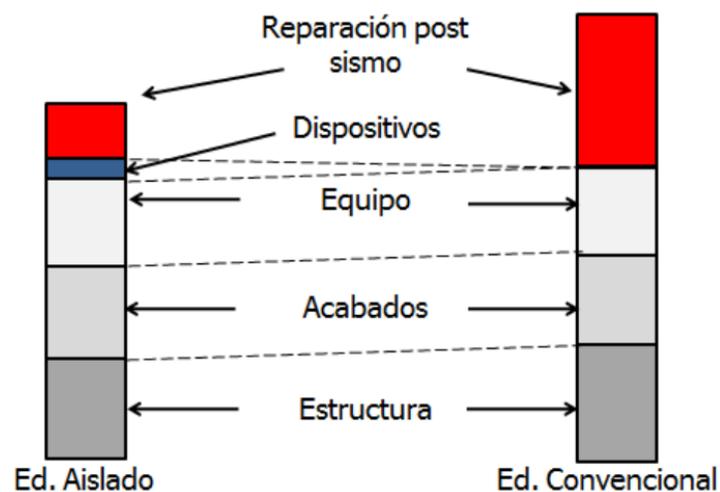
Actualmente los aisladores se pueden agrupar en dos tipos: aisladores de desplazamiento que disipan energía por medio de la fricción y aisladores elastoméricos de los cuales se profundiza un poco más adelante. En caso de que se presente algún daño o necesidad de mantenimiento, se instalan de modo que se puedan cambiar con facilidad sin necesidad de paralizar las actividades que en el edificio se estén desarrollando.

En la Figura 7 se puede observar cómo puede influir el aislamiento de base económicamente a favor del usuario después de un sismo, ésta comparación se hace en

(González Echavarría & Pérez Echeverry, 2014) donde se abordaron factores económicos como: a corto plazo (estructura, acabados, dispositivos y equipos) y a largo plazo (reparaciones después de un sismo y lucro cesante); en donde, se puede apreciar que antes del sismo la edificación aislada tiene un sobre costo en comparación con una edificación de base fija, pero después de un sismo los beneficios económicos son mayores en la edificación aislada reduciendo gastos de reparación y baja interrupción de operatividad.

Figura 7

Comparación esquemática de costos en el corto y largo plazo, (González Echavarría & Pérez Echeverry, 2014)



En América del Sur uno de los países que más ha incursionado en el uso de la aislación basal ha sido Chile. El Condominio Andalucía construido en 1992 fue el primer edificio con aislación basal en Chile y para el año 2000 se construyó el Centro San Carlos, primer hospital de América del Sur con aislación en su base (Rosas, 2005). Por otro lado, en Colombia la primera clínica con aislación basal está ubicada en Cali y en el año 2009 fue entregada por la Caja de

Compensación Familiar Del Valle COMFANDI para el servicio a la comunidad la Clínica Amiga COMFANDI (Bojacá & Orlando, 2013). En Colombia esta técnica se ha implementado con frecuencia en puentes, en la Tabla 2 se resumen algunos de los proyectos desarrollados por Pedelta Colombia S.A.S., en donde también se muestran algunas características propias de cada proyecto.

Tabla 2

Proyectos con aislamiento sísmico diseñados por Pedelta Colombia S.A.S. en

Colombia

Condición del proyecto	Nombre del proyecto (año inauguración)	Nivel de amenaza	Tipo de aislador	Reducción por aislamiento (%)	Reducción por disipación (%)
Trazados curvos en planta y alzado	Puente Portachuelo (2009)	Intermedia	Elastomérico Bajo amortiguamiento	60	-
	Redoma San Mateo (2007)	Alta	Elastomérico Bajo amortiguamiento	45	-
Pilas altas	Puentes PR-13 (en ejecución)	Alta	Elastomérico con núcleo de plomo	44	34
Suelos Blandos	Puente el Rosal (2012)	Intermedia	Elastomérico goma alto amortiguamiento	30	40
Puente Urbano con trazado curvo en planta	Puentes Cra. 44 (2011)	Alta	Elastomérico con núcleo de plomo	25	34

Nota: Tomado de (Galvis & Betancour, 2015)

2.3.1. Aisladores elastoméricos

Son dispositivos que se componen básicamente de capas de goma que se intercalan con láminas de acero unidas mediante un proceso de vulcanización, y que así mismo están cubiertos por una capa de goma cuyo fin es proteger de riesgos ambientales externos las capas internas de goma junto con las láminas de acero (Lake & Lindley, 1967 citado en Warn & Ryan, 2012). Las láminas de acero actúan esencialmente aportando rigidez vertical al sistema de aislamiento para soportar las cargas gravitacionales que se generan del peso de la superestructura, además, impiden que se abulten las capas de goma consiguiendo así mismo que en el aislador se presenten deformaciones pequeñas a causa de que puede resistir cargas verticales mayores (Kelly, 2001), por otro lado las capas de goma le aportan al sistema flexibilidad horizontal.

Según (Warn, Whittaker, & Constantinou, 2007), se caracterizan por tener un comportamiento rígido verticalmente y por ser dispositivos que alargan el periodo de vibración en las estructuras debido a su comportamiento flexible en dirección horizontal, es así como las fuerzas de inercia se reducen en la superestructura durante un sismo. Este tipo de aislamiento de base se puede modificar a razón de obtener mayor disipación de energía ya sea: aumentando el amortiguamiento del dispositivo adicionándole aditivos a la goma, o apropiándose de las propiedades del plomo como disipador de energía incrustando generalmente en el centro del dispositivo un corazón de plomo. (Aguiar Falconí, Almazán, Dechent, & Suárez, 2008).

Figura 8

Aislador elastomérico, FIP INDUSTRIALE (Aislador Elastomerico FiP industrial, 2020)



Entre este tipo de aisladores se encuentran subgéneros como:

- Aisladores elastoméricos de bajo amortiguamiento (LOW DAMPING RUBBER BEARINGS)
- Aisladores elastoméricos de goma de alto amortiguamiento - HIGH DAMPING RUBBERS BEARINGS (HDRB)
- Aisladores elastoméricos con núcleo de plomo - LEAD RUBBER BEARINGS (LRB)

2.3.2. Aislador elastomérico con núcleo de plomo (LRB)

Los aisladores con núcleo de plomo (LRB) son similares a los aisladores elastoméricos de bajo amortiguamiento puesto que su compuesto base es goma natural de bajo

amortiguamiento, la respuesta en tensión es igual debido a que el núcleo de plomo solo aporta disipación de energía y no aporta en resistencia a tracción ni rigidez vertical (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015a).

La primera vez que se utilizó el aislador con núcleo de plomo (LRB) fue en Nueva Zelanda, para el edificio William Clayton construido cerca a la falla de Wellington (Beattie, Megget, & Andrews, 2008), este aislador se inventó por W. H. Robinson en Nueva Zelanda para el año 1975 (Skinner, 1993 citado en Kalpakidis & Constantinou, 2008). Para los Estados Unidos las primeras aplicaciones de los LRB fueron a principio de 1980 en edificios y puentes (Kelly, 2001).

De acuerdo con (CDT - Cámara Chilena de la Construcción, 2011), este dispositivo tiene un nivel de amortiguamiento mayor que se encuentra entre el 25%-30% a causa del aporte que hace el núcleo de plomo ubicado en el centro del aislador; además, el plomo incurre en deformación plástica durante el sismo y al finalizar el movimiento el plomo recupera su forma después de que la goma regresa la estructura a su posición nuevamente.

Figura 9

Aislador elastomérico con núcleo de plomo LRB, FIP INDUSTRIALE (Aislador Elastomérico FiP industrial, 2020)



En el instante en el que el aislador presenta a causa de un sismo de gran magnitud niveles superiores de desplazamiento horizontal disipa energía importante en forma de calor, a causa de las deformaciones cíclicas del plomo producto del movimiento horizontal (Jara Díaz & Casas Rius, 2002). También es importante resaltar que los aisladores deben contar con suficiente resistencia y rigidez vertical para soportar las cargas gravitacionales de la superestructura, y que el edificio no sufra inestabilidad que genere algún daño estructural o incluso su colapso. Según (Oviedo & Duque, 2006) las características fundamentales y que se deben corroborar en un laboratorio para los aisladores elastoméricos son: flexibilidad en dirección horizontal, resistencia a cambios de temperatura, resistencia a corte, rigidez torsional, durabilidad y rigidez vertical.

3. Modelo Numérico Avanzado

Los modelos matemáticos pueden capturar prudentemente la respuesta para el sismo base, usando relaciones simplificadas carga–deformación, pero desprecian comportamientos para terremotos que están por encima del sismo base de diseño, en donde los aisladores elastoméricos pueden llegar a experimentar grandes deformaciones y desplazamiento lateral bajo cargas variables en el tiempo.

Aquí se presenta un resumen del modelo numérico realizado por (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2014) y ampliado teóricamente en (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c), el cual se verificó, se validó según la American Society of Mechanical Engineers (ASME) y se implementó en OpenSees. Según el autor de este modelo numérico avanzado, aun no existía un modelo numérico integrado que fuese capaz de consolidar el análisis de seis requerimientos principales para evaluar el comportamiento de un LRB que se pueden presentar dentro del sismo base de diseño, pero más aún por encima del sismo base de diseño y son:

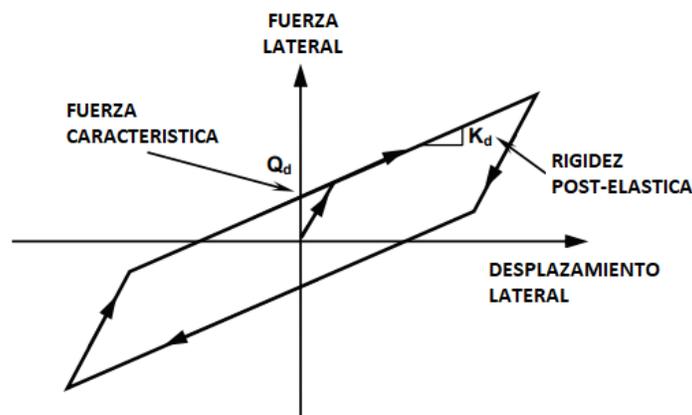
- Movimiento bidireccional acoplado en direcciones horizontales
- Acoplamiento de movimiento vertical y horizontal
- Comportamiento de cavitación y post-cavitación en tensión
- Degradación de la resistencia en cargas de tracción cíclicas debido a la cavitación
- Variación en la capacidad de carga crítica de pandeo debido al desplazamiento lateral
- Degradación de la resistencia en cargas de corte cíclico debido al calentamiento del núcleo de plomo.

3.1. Comportamiento Mecánico en Dirección Horizontal y Vertical

Con base a la información que se conoce sobre el funcionamiento de los aisladores elastoméricos, se sabe, que deben resistir las cargas gravitacionales de la estructura y los desplazamientos cíclicos horizontales sin sufrir daños, y para esto deben cumplir con algunos criterios básicos. El movimiento en la dirección horizontal es el que aporta las características por las cuales se busca implementar esta técnica de aislamiento para las estructuras y por medio del cual se ejerce el trabajo de disipación de la energía transmitida del terreno al dispositivo. La relación fuerza - desplazamiento que se da para el comportamiento de los aisladores en dicha dirección se resume en la Figura 10.

Figura 10

Relación fuerza-desplazamiento idealizada de un sistema típico de aislamiento sísmico, (Constantinou, Kalpakidis, Filiatrault, & Ecker Lay, 2011)



En corte, los aisladores elastoméricos con núcleo de plomo presentan comportamiento histerético y los aisladores elastoméricos de bajo amortiguamiento presentan comportamientos visco-elásticos, y el módulo de corte efectivo de un aislador elastomérico se obtiene a través de

datos experimentales (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c). Para efectos prácticos en la Figura 11 se puede ver gráficamente la diferencia en el comportamiento visco-elástico e histerético. La rigidez efectiva se define en la ecuación (2) y el módulo de corte efectivo se determina posteriormente mediante la ecuación (3).

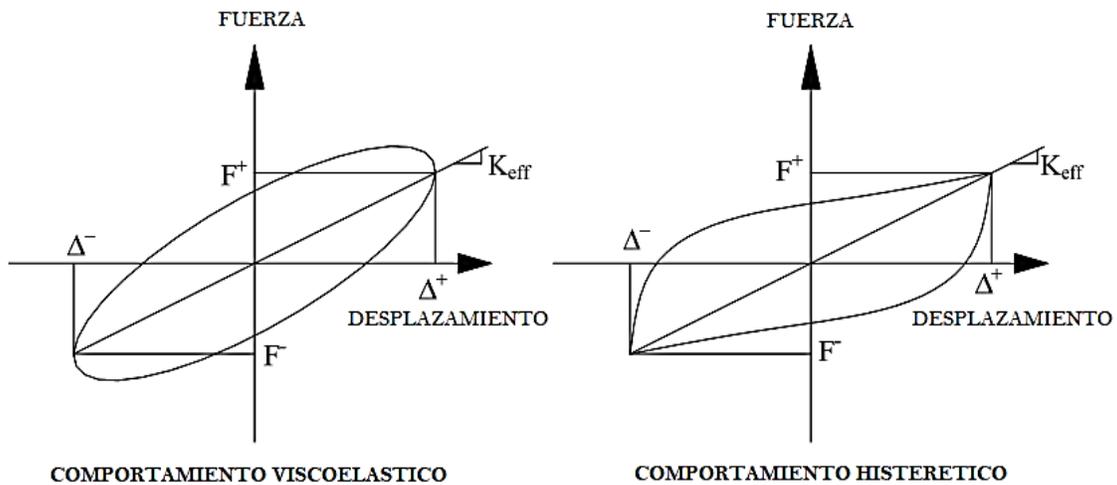
$$K_{eff} = \frac{|F^+| + |F^-|}{|\Delta^+| + |\Delta^-|} \quad (2)$$

Donde:

- Δ^+ y Δ^- = desplazamientos horizontales máximos y mínimos, obtenidos experimentalmente
- F^+ y F^- = fuerzas positivas y negativas correspondientes a los desplazamientos

Figura 11

Definición de rigidez efectiva, (Constantinou, Whittaker, Kalpakidis, Fenz, & Warn, 2007)



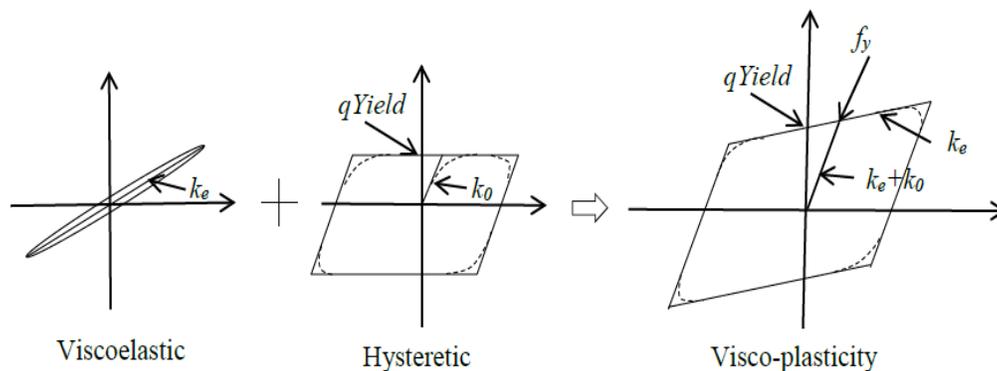
$$G_{eff} = \frac{K_{eff} * T_r}{A_r} \quad (3)$$

El módulo de corte de aisladores elastoméricos es utilizado frecuentemente como constante por gran parte de los modelos matemáticos, sin embargo, este varía con respecto a las cargas axiales y la deformación ya que a medida que aumenta la carga axial el módulo de corte G disminuye; los resultados de G obtenidos de las pruebas en aisladores sometidos a grandes deformaciones, se utilizan para la rigidez horizontal de aisladores de goma de bajo amortiguamiento, la rigidez post-fluencia de los aisladores con núcleo de plomo (LRB) y los cálculos de carga de pandeo (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2014).

La Figura 12 resume el resultado que aportan el comportamiento histerético y visco-elástico de los que resulta el modelo matemático para un aislador elastomérico con núcleo de plomo (LRB).

Figura 12

Componentes del modelo numérico de aislador elastomérico, (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)



Con frecuencia el parámetro “ α ” es asumido ya que se obtiene por medio de datos experimentales, este parámetro es la relación que existe entre la rigidez posterior a la fluencia (k_e) y la rigidez inicial (k_e+k_o), que se aprecia en el comportamiento visco-plástico de la Figura 12 y se representa según la ecuación (4); para la cual la rigidez posterior a la fluencia (k_e) es dada por la ecuación (5), y para cuando se tiene un valor dado de α , la rigidez inicial del componente histerético se puede calcular como en la ecuación (6). (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)

$$\alpha = \frac{k_e}{k_e + k_o} \quad (4)$$

$$k_e = \frac{G * A}{T_r} \quad (5)$$

$$k_o = \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) * k_e \quad (6)$$

La resistencia característica del aislador (Q_d), es calculada como el área del núcleo de plomo multiplicada por el límite elástico del plomo, como aparece en la ecuación (7); si se conoce el valor de la resistencia característica del aislador, mediante la ecuación (8) se puede obtener el límite elástico.

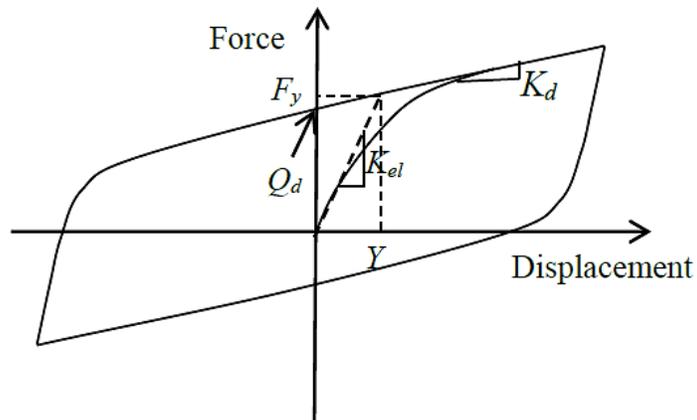
$$q_{Yield} = Q_d = \frac{f_y * \pi * D_1^2}{4} \quad (7)$$

$$f_y = \frac{Q_d}{1 - \alpha} \quad (8)$$

En (Park, Wen, & Ang, 1986) se desarrolló un modelo que predice razonablemente el comportamiento histérico biaxial, este modelo se implementa aquí según lo presentado por (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c) y se resume en la Figura 13.

Figura 13

Modelo matemático de aisladores elastoméricos en corte (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)



Sus parámetros se expresan de forma típica para el aislamiento sísmico, donde:

- K_{el} = rigidez elástica inicial
- Q_d = fuerza característica
- F_y = límite elástico
- Y = desplazamiento elástico
- K_d = rigidez post-elástica

La ecuación (9) determina el planteamiento isotrópico del modelo en términos de fuerzas restauradoras en direcciones ortogonales, F_x y F_y . Los términos de esta ecuación representan las características del aislador, los dos primeros términos se deben a la contribución de la goma y el tercero es la contribución del núcleo de plomo a la fuerza de resistencia total en el aislador. La ecuación (9) se puede comprender mejor con la Figura 14.

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = Cd * \begin{Bmatrix} \dot{U}_x \\ \dot{U}_y \end{Bmatrix} + Kd * \begin{Bmatrix} U_x \\ U_y \end{Bmatrix} + (\sigma_{YL}A_L) * \begin{Bmatrix} Z_x \\ Z_y \end{Bmatrix} \tag{9}$$

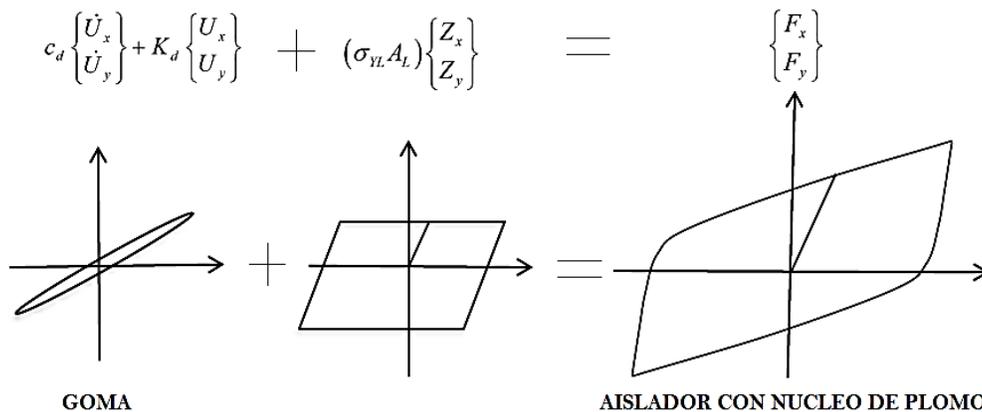
Donde:

- σ_{YL} = limite elástico efectivo del plomo
- A_L = área de la sección transversal del núcleo de plomo
- Cd = parámetro que explica la disipación de energía viscosa en la goma

Figura 14

Representación alternativa del modelo matemático (Kumar, Whittaker, &

Constantinou, 2015c)



El componente histerético de las fuerzas restauradoras se representan con las variables Z_x y Z_y las cuales tienen unidades de desplazamiento U_x y U_y , y son función del tiempo. La ecuación (10) es una ecuación diferencial que representa la interacción biaxial o acoplamiento en corte, los parámetros γ y β en la ecuación definen la forma del bucle de histéresis, y la amplitud de la fuerza de restauración está representada por A .

$$Y = \begin{Bmatrix} \dot{Z}_x \\ \dot{Z}_y \end{Bmatrix} = \left(A[I] - \begin{bmatrix} Z_x^2 (\gamma \text{Sign}(\dot{U}_{xZ_x}) + \beta) & Z_x Z_y (\gamma \text{Sign}(\dot{U}_{yZ_y}) + \beta) \\ Z_x Z_y (\gamma \text{Sign}(\dot{U}_{xZ_x}) + \beta) & Z_y^2 (\gamma \text{Sign}(\dot{U}_{yZ_y}) + \beta) \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \dot{U}_x \\ \dot{U}_y \end{Bmatrix} \quad (10)$$

En los aisladores elastoméricos con núcleo de plomo el amortiguamiento esta dado principalmente por la disipación de energía en el plomo, ya que a menudo se desprecia la amortiguación viscosa aportada por la goma de bajo amortiguamiento que hace parte del aislador (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c).

El período efectivo y la amortiguación efectiva del sistema están dados por (AASHTO, 1999; AASHTO, 2010; ASCE, 2010 citado en Constantinou, Kalpakidis, Filiatrault, & Ecker Lay, 2011):

$$T_{eff} = 2\pi \sqrt{\frac{W}{K_{eff} * g}} \quad (11)$$

$$K_{eff} = K_d + \frac{Q_d}{D} \quad (12)$$

$$\beta_{eff} = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{E}{K_{eff} D^2} \right] \quad (13)$$

Donde:

- D = Desplazamiento
- E = Energía disipada por ciclo en el desplazamiento D.

La energía disipada por ciclo para el comportamiento de la Figura 10, está dada por la siguiente ecuación:

$$E = 4Q_d(D - Y) \quad (14)$$

Donde:

- Y = desplazamiento de fluencia del sistema

El núcleo de plomo es la característica diferenciadora de los LRB con respecto a otros aisladores elastoméricos ya que se encarga de aportar amortiguamiento y disipar energía como se mencionó antes. A razón de esto se debe tener en cuenta que el límite elástico efectivo del plomo (σ_{YL}) utilizado en la ecuación (9), disminuye en relación al número de ciclos que se generen, a causa de que el núcleo de plomo bajo grandes desplazamientos cíclicos se calienta y es preciso resaltar que también este varía de acuerdo a su confinamiento; asimismo, de las propiedades geométricas del aislador y de la velocidad del movimiento también depende el grado de reducción (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c).

En (Kalpakidis, Constantinou, & Whittaker, 2010), se presentó un modelo del comportamiento histerético de los aisladores elastoméricos con núcleo de plomo (LRB) que explica el aumento de la temperatura en el núcleo de plomo. Mediante este modelo se puede pronosticar del núcleo de plomo su temperatura instantánea y el efecto repentino sobre la resistencia característica del aislador, allí también, por medio de resultados experimentales se demostró que estos resultados coinciden con las predicciones de las relaciones fuerza-desplazamiento para los aisladores LRB, que fueron sometidos a varios ciclos de movimiento armónico de alta velocidad y a movimientos aleatorios. El modelo se basa en un modelo histerético bilineal suave con una resistencia característica que depende de la temperatura instantánea en el núcleo de plomo. Las siguientes ecuaciones describen el calentamiento del núcleo de plomo:

$$\dot{T}_L = \frac{\sigma_{YL} * T_L * \sqrt{Z_X^2 + Z_Y^2} * \sqrt{\dot{U}_X^2 + \dot{U}_Y^2}}{\rho_L c_L h_L} - \frac{k_s T_L}{a * \rho_L c_L h_L} \left(\frac{1}{F} + 1.274 \left(\frac{t_s}{a} \right) (\tau)^{-\frac{1}{3}} \right) \quad (15)$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} 2 \left(\frac{\tau}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{\tau}{\pi} \right) \left[2 - \left(\frac{\tau}{4} \right) - \left(\frac{\tau}{4} \right)^2 - \frac{15}{4} \left(\frac{\tau}{4} \right)^3 \right], \quad \tau < 0.6 \\ \frac{8}{3\pi} - \frac{1}{2(\pi * \tau)^{\frac{1}{2}}} \left[1 - \frac{1}{3(4\tau)} + \frac{1}{6(4\tau)^2} - \frac{1}{12(4\tau)^3} \right], \quad \tau \geq 0.6 \end{array} \right\} \quad (16)$$

$$\tau = \frac{\alpha_s t}{a^2} \quad (17)$$

$$\sigma_{YL}(T_L) = \sigma_{YL0} e^{-E_2 T_L} \quad (18)$$

Donde:

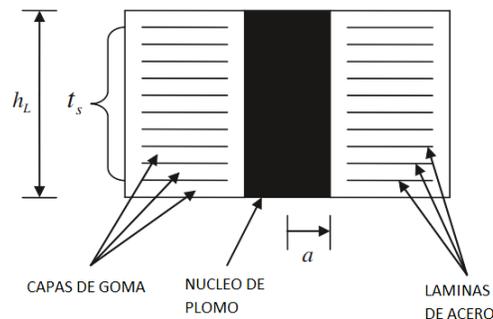
- h_L = altura del núcleo de plomo
- t_s = espesor total de las placas de acero en el aislador
- a = radio del núcleo de plomo
- c_L = calor específico del plomo
- ρ_L = densidad del plomo
- α_s = difusividad térmica del acero
- k_s = conductividad térmica del acero
- α_{YLO} = límite elástico efectivo del plomo a la temperatura de referencia
- τ = parámetro de tiempo adimensional
- t = tiempo desde el comienzo del movimiento

La Figura 15 representa los parámetros geométricos de un aislador con núcleo de plomo (LRB), los cuales son usados por las ecuaciones anteriores.

Figura 15

Esquema de un aislador elastomérico con núcleo y plomo, (Kalpakidis,

Constantinou, & Whittaker, 2010)



Los valores de los parámetros utilizados por (Kalpakidis, Constantinou, & Whittaker, 2010), se anexan en la Tabla 3. Estos son valores típicos del material relacionados con el plomo y el acero.

Tabla 3

Valores de los parámetros del material

Parámetro	Valor
c_L	$130 \frac{J}{kg^{\circ}C}$
ρ_L	$11200 \frac{kg}{m^3}$
α_s	$1,41 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s}$
k_s	$50 \frac{W}{m^{\circ}C}$
E_2	$\frac{0,0069}{^{\circ}C}$

Nota: Tomado de (Kalpakidis, Constantinou, & Whittaker, 2010)

La flexibilidad en dirección horizontal está acompañada de grandes desplazamientos laterales, normalmente del orden de 100% a 150% de deformación por corte de la goma; estos

desplazamientos pueden provocar reducciones sustanciales de la capacidad de carga y rigidez vertical en los aisladores LRB. (Warn, Whittaker, & Constantinou, 2007)

En la dirección vertical el sistema de aislación debe asumir el total de las cargas gravitacionales de la estructura sin sufrir inestabilidad, para esto se debe revisar que no se presente pandeo en compresión, según (Koh & Kelly, 1987 como se citó en Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c). Del modelo de dos resortes deriva la expresión de la carga crítica de pandeo (P_{cr}), dada por la ecuación (19), para la cual la carga de pandeo de Euler está dada por la ecuación (20).

$$P_{cr} = \sqrt{P_E * G * A_s} \quad (19)$$

$$P_E = \frac{\pi^2 * E * I_s}{h^2} \quad (20)$$

Donde:

- A_s = área de corte, ecuación (21)
- I_s = momento de inercia después de tener en cuenta la rigidez de las láminas de acero, ecuación (22)
- E = módulo de elasticidad (se usa el módulo de rotación), ecuación (23)

$$A_s = A * \frac{h}{T_r} \quad (21)$$

$$I_s = I * \frac{h}{T_r} \quad (22)$$

Donde:

- A = área de goma adherida
- I = momento de inercia del área
- Tr = espesor total de la goma
- h = altura total (excluye las placas externas, ver Figura 31)

$$E = E_r \quad (23)$$

De (Constantinou, Whittaker, Kalpakidis, Fenz, & Warn, 2007), se obtiene para aisladores circulares que el módulo de rotación es $E_r = 2GS^2$ y el módulo de compresión es $E_c = 6GS^2$. De acuerdo con lo anterior en aisladores de goma circulares el módulo de compresión y el módulo de rotación se relacionan entre sí, y por tanto el módulo de rotación se puede expresar según la ecuación (24); la expresión para el módulo a compresión en aisladores elastoméricos con orificio interno se da en la ecuación (46).

$$E_r = \frac{E_c}{3} \quad (24)$$

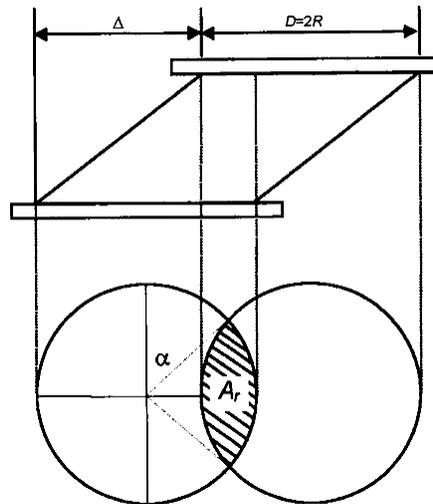
Por causa del desplazamiento en dirección horizontal la carga crítica de pandeo (P_{cr}) se reduce y la rigidez vertical del aislador también; este factor es muy importante y se debe tener en cuenta con el fin de garantizar que el aislador sea estable al desplazarse la cara superior del

dispositivo de su posición natural, ya que mientras ocurre este desfase el aislador está soportando la carga axial que recibe de la superestructura. A continuación se proporciona una breve recopilación del modelo establecido por (Warn, Whittaker, & Constantinou, 2007), donde se considera una expresión lineal por partes que se ajusta con el comportamiento experimental de los aisladores LRB, y que es comparada junto con resultados experimentales a expresiones derivadas del método de reducción de área y del modelo de dos resortes.

En el método de reducción de área se propone que para un aislador la capacidad de carga es cero cuando su desplazamiento horizontal es equivalente al diámetro del aislador, debido a que el área sobrepuesta (A_r) no tendría magnitud alguna para un desplazamiento como ese. A pesar de la afirmación anterior, las pruebas experimentales demuestran que cuando $A_r = 0$ la capacidad de carga del aislador aún tiene un valor mínimo que puede ser alrededor del 20%. En la Figura 16 se da la representación de un aislador circular sometido a un desplazamiento en dirección horizontal (Δ), donde (A_r) es el área superpuesta entre las placas internas inferior y superior del aislador.

Figura 16

Representación del área de superposición de un aislador circular sólido sometido a desplazamiento lateral, (Warn, Whittaker, & Constantinou, 2007)



De la ilustración anterior se puede deducir la rigidez vertical normalizada, ya que para un desplazamiento horizontal igual a cero el área superpuesta es igual al área del aislador, asimismo la rigidez vertical no se modifica, esta relación se determina como:

$$\frac{Kv}{Kv0} = \left(\frac{Ar}{Ab} \right) \quad (25)$$

Donde:

- $Kv0$ = rigidez vertical inicial
- Ar = área superpuesta
- Ab = área adherida de goma

El área adherida de goma (A_b) se toma como el área en planta del aislador como en la ecuación (26), A_r está dada por la ecuación (27) y en la ecuación (28) se despeja el valor α (ángulo subtendido por la cuerda del área de superposición en el centro del aislador). además, cabe mencionar que el diámetro (D) siempre será $2R$. La ecuación (29) expresa la reducción de la carga crítica de pandeo (P_{cr}) que se relaciona con el método de reducción de área, debido a que este método genera resultados conservadores (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c).

$$A_b = \pi * R^2 \quad (26)$$

$$A_r = \frac{D^2 * (\alpha - \text{sen}\alpha)}{4} \quad (27)$$

$$\alpha = 2 * \cos^{-1} \left(\frac{\Delta}{D} \right) \quad (28)$$

$$P'_{cr} = P_{cr} * \frac{A_r}{A_b} \quad (29)$$

Para complementar un poco más, con las ecuaciones (27) y (28) se puede evaluar el comportamiento del área superpuesta (A_r) con respecto al desplazamiento (Δ); de aquí se puede afirmar que al evaluar para un desplazamiento cero el valor de α será π y A_r será igual a A_b , por otro lado, al evaluar en un desplazamiento máximo (Δ máx) siendo este $2R$ se obtiene que α será cero y A_r será igual a cero. Para los dos resultados anteriores de A_r se obtiene después de despejar la rigidez vertical (K_v) en la ecuación (25), que cuando $A_r = A_b$ la rigidez vertical es igual a la rigidez vertical inicial, $K_v = K_{v0}$, y cuando $A_r = 0$ la rigidez vertical es igual a cero,

$K_v=0$, de tal manera, se ratifica que numéricamente la rigidez vertical debería ser nula cuando en el aislador el desplazamiento es igual a su diámetro.

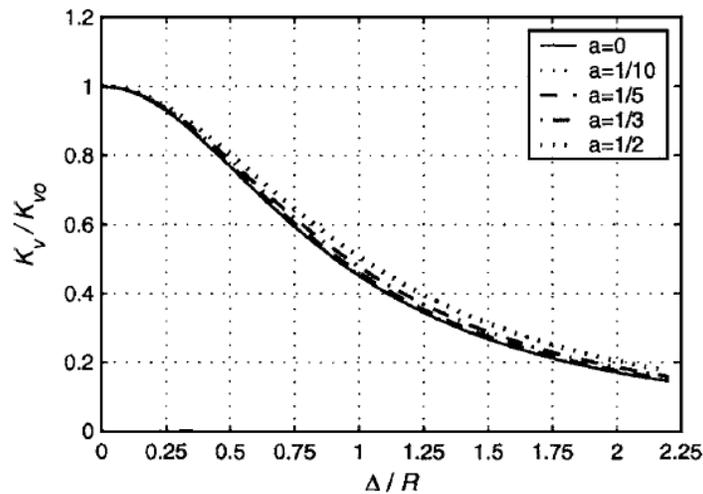
Ya que se está evaluando la rigidez vertical, es preciso saber que tanto puede verse afectada esta por el orificio interno que se deja en los aisladores LRB para confinar el plomo, puesto que con este orificio se reduce la superficie transversal en el aislador, donde se recibe la carga vertical de la superestructura; así mismo, se debe tener en cuenta lo mencionado en la descripción de los aisladores LRB, donde se precisa que el núcleo de plomo no aporta en la rigidez vertical y tampoco en la resistencia a la tracción. Para abordar este tema, en (Warn, Whittaker, & Constantinou, 2007) se evaluó por medio de la ecuación (30) la posible influencia que se da en la rigidez vertical por el cambio de tamaño del orificio interno en el aislador, con una sección transversal de radio R y con un orificio central de radio interno R_i ; el tamaño del orificio interno se modifica a partir de la variable “ a ” que puede ir desde de 0 hasta 1. Para efectos prácticos la relación de los diámetros y la variable “ a ” se expresa como $R_i=a*R$.

En la Figura 17 se resume gráficamente el comportamiento de la rigidez vertical para un aislador sometido a desplazamiento horizontal, donde el diámetro del orificio interno varía desde 0 a 0.5 veces el diámetro externo del aislador; de esta prueba se concluyó que los aisladores elastoméricos pueden tener un orificio interno igual a la mitad del diámetro externo, $R_i=0.5*R$, sin que se presente mayor variación en la rigidez vertical en comparación con un aislador sin orificio interno sometido a iguales condiciones. En consecuencia, con lo dicho anteriormente la ecuación (30) se puede reformular haciendo que el valor de “ a ” sea igual a cero, de esta modificación se obtiene la ecuación (31).

$$\frac{Kv}{Kvo} = \frac{1}{\left[1 + \frac{12}{\pi^2} * \left(\frac{1}{1+a^2}\right) * \left(\frac{\Delta}{R}\right)^2\right]} \quad (30)$$

Figura 17

Expresión de rigidez vertical normalizada ecuación (30) evaluado para varios valores de "a", (Warn, Whittaker, & Constantinou, 2007)



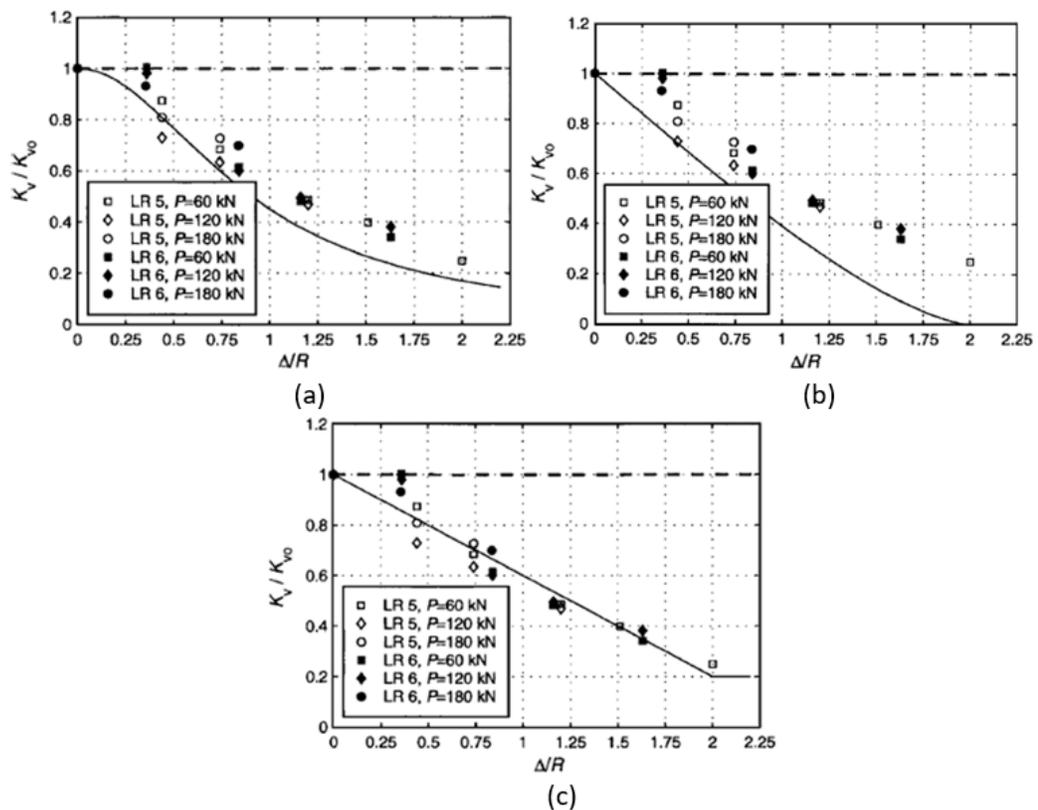
$$\frac{Kv}{Kvo} = \frac{1}{\left[1 + \frac{12}{\pi^2} * \left(\frac{\Delta}{R}\right)^2\right]} \quad (31)$$

Para concluir acerca de cómo se establece la reducción en la rigidez vertical que se da a causa del desplazamiento horizontal se presenta la Figura 18, donde se muestran los resultados experimentales del comportamiento de los aisladores bajo carga axial y desplazamiento horizontal en 3 gráficos (a, b y c), y estos resultados se contraponen para cada gráfico con una ecuación analítica que expresa la reducción de la rigidez vertical; cada gráfico representa con una línea continua el comportamiento de la ecuación analítica, además, con una línea discontinua se

representa la rigidez vertical cuando el desplazamiento horizontal del aislador es cero, donde al evaluar el desplazamiento en cero como resultado se obtiene que $K_v = K_{v0}$ y en caso de que el desplazamiento sea mayor a cero entonces $K_v < K_{v0}$.

Figura 18

Resultados experimentales de: (a) Comparación con las predicciones de dos resortes, (b) Comparación con las predicciones de áreas superpuestas, (c) Comparación con predicción lineal en aisladores con núcleo de plomo. Adaptado de (Warn, Whittaker, & Constantinou, 2007)



Para la Figura 18(a) la línea continua está dada por la ecuación (31) que se deriva del modelo de dos resortes. En la Figura 18(b) se muestra la formulación con el método del área

superpuesta de la ecuación (25), aunque también representa la reducción de la rigidez vertical a medida que aumenta el desplazamiento, esta difiere con los resultados experimentales cuando el desplazamiento es equivalente al diámetro del aislador puesto que da una rigidez vertical de cero, contradiciendo así los resultados experimentales que representan para este desplazamiento aproximadamente el 20% de la rigidez vertical inicial (K_{vo}). El método lineal por partes se representa en la Figura 18(c) donde el comportamiento de la ecuación (32) se evalúa con los resultados obtenidos en los ensayos experimentales, este método se basa en suponer que la rigidez vertical del aislador decrece linealmente durante el desplazamiento horizontal, y al llegar al desplazamiento máximo $\Delta=2R$ se mantiene constante en aproximadamente un 20% de K_{vo} ; es una reducción lineal que se aproxima a los resultados experimentales con una desviación de datos menor pese a que es una formulación empírica, que se surgió de condiciones como $K_v/K_{vo} \approx 0.2$ para $\Delta=2R$ dada por el modelo de dos resortes y la afirmación de que $K_v/K_{vo}=1$ cuando $\Delta=0$.

$$\frac{K_v}{K_{vo}} = 1 - 0.4 * \left(\frac{\Delta}{R}\right), \quad \text{para} \quad \frac{\Delta}{R} \leq 2 \quad (32)$$

$$\frac{K_v}{K_{vo}} = 0.2, \quad \text{para} \quad \frac{\Delta}{R} > 2$$

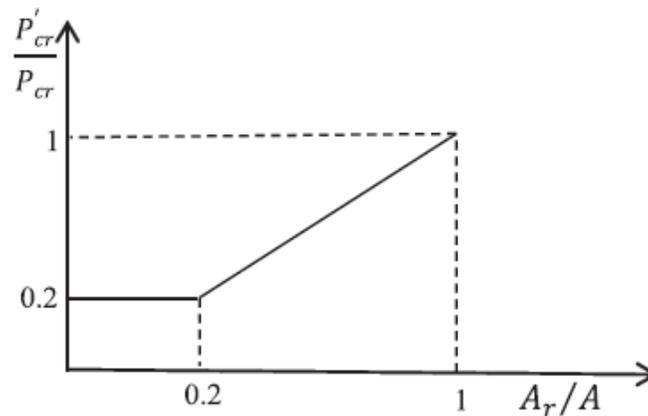
Teniendo claro que la ecuación (32) propuesta por (Warn, Whittaker, & Constantinou, 2007) se aproxima bastante bien a la reducción de la rigidez vertical, es prudente que se reformule en base a esta la ecuación de la reducción de la carga crítica de pandeo que viene dada por el método de reducción de área, tal cual como se plantea en (Kumar, Whittaker, &

Constantinou, 2014) y (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c), y se define según la ecuación (33). La Figura 19 representa la aproximación bilineal de la ecuación (33).

$$P'_{cr} = \begin{cases} P_{cr} * \frac{A_r}{A_b} & \text{para } \frac{A_r}{A_b} \geq 2 \\ 0.2 * P_{cr} & \text{para } \frac{A_r}{A_b} < 0.2 \end{cases} \quad (33)$$

Figura 19

Variación bilineal de la carga de pandeo. (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2014)



Es claro y ha quedado evidenciado que el movimiento vertical y horizontal deben funcionar armónicamente, visto que el comportamiento del aislador depende del acoplamiento que exista entre estos movimientos, para (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2014) se considera el acoplamiento debido a que existe dependencia con el desplazamiento horizontal por parte de la rigidez vertical, ya que, esta disminuye mientras este aumenta y a que la rigidez en corte varia con carga axial. A continuación, se representa la rigidez vertical del aislador en la ecuación (34)

obtenida del modelo de dos resortes (Koh& Kelly, 1987 citado en Kumar, Whittaker, &Constantinou, 2014) y una aproximación muy precisa de la rigidez horizontal con la ecuación (36) propuesta por (Kelly, 1993 citado en Kumar, Whittaker, &Constantinou, 2014).

$$Kv = \frac{A * Ec}{Tr} * \frac{1}{\left[1 + \frac{3}{\pi^2} * \left(\frac{uh}{r}\right)^2\right]} \quad (34)$$

Donde:

- A = área adherida de goma
- Tr = espesor total de goma
- uh = desplazamiento lateral del aislador
- Ec= módulo de compresión del aislador (esfuerzo axial promedio / esfuerzo axial promedio en una capa de goma)
- r= radio de giro del área de goma unida, ecuación (35)

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (35)$$

$$K_H = \frac{A * G}{Tr} * \left[1 - \left(\frac{P}{P'cr}\right)^2\right] = K_{HO} * \left[1 - \left(\frac{P}{P'cr}\right)^2\right] \quad (36)$$

Donde:

- KH0= rigidez horizontal con carga axial cero

EL análisis del comportamiento en compresión pura en aisladores elastoméricos está bien establecido y corroborado con pruebas experimentales, así mismo, existen modelos matemáticos que capturan de manera precisa el comportamiento para carga regular, sin embargo, en cargas extremas no son apropiados debido a que se deben tener en cuenta grandes variaciones en las cargas axiales y el acoplamiento de respuestas horizontales y verticales. Todo lo contrario, ocurre para el comportamiento de deformación en tensión que se caracteriza por ser altamente no lineal y para este no existe un modelo matemático robusto que analice su comportamiento, por este motivo se debe investigar para formular un modelo matemático preciso. (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)

A causa de que las cargas axiales pueden ser representadas como construcciones de gran altura, el aislador elastomérico puede presentar esfuerzos de tracción que se consideran indeseables para estos dispositivos, es tanto así que en algunas normas limitan el esfuerzo de tracción en la goma. Como ya se mencionó anteriormente el aislador elastomérico de bajo amortiguamiento y el aislador elastomérico con núcleo de plomo (LRB) se comportan igual bajo tracción, por tanto, su análisis es el mismo. Con base en esta afirmación se deja por sentado que no se tiene en cuenta el núcleo de plomo para cargas de tracción. De acuerdo con (Iwabe, Takayama, Kani, & Wada, 2000), a medida que la deformación por tracción aumenta se observan las características no lineales del tipo de histéresis bilineal, y también se puede notar que al aplicar el 100% de la deformación por tracción con el 200% de deformación por corte compensada los aisladores de goma no se rompen.

Mediante ensayos experimentales se ha demostrado que las cargas de tracción en cilindros de goma adheridos generan fisuras internas en las que su tamaño y forma depende de las propiedades de la goma; adicionalmente se pueden presentar fallas prematuras con cargas por debajo de la carga de rotura en gomas deficientes y que estas fisuras disminuyen a medida que se aumenta el grosor de las capas. En cualquier espesor se ha encontrado que depende linealmente del módulo de Young de la goma. (Gent, Lindley, & Rideal, 1959)

Un fenómeno que se da a partir de las cargas de tracción y que no es menos importante, es el fenómeno de cavitación. De este fenómeno se puede deducir que es el crecimiento de imperfecciones propias de la goma generadas en respuesta a estímulos externos y se manifiestan con cavidades internas en la goma (Lefèvre, Ravi-Chandar, & Lopez-Pamies, 2015). Según (Raayai-Ardakani, Earl, & Cohen, 2019), cuando un sólido se lleva al límite este falla por cavitación o fractura, estos tipos de falla se pueden ver en la Figura 20, donde la cavitación se debe al crecimiento de las imperfecciones previas del elemento y la fractura se caracteriza por la división del material formando una nueva superficie.

Figura 20

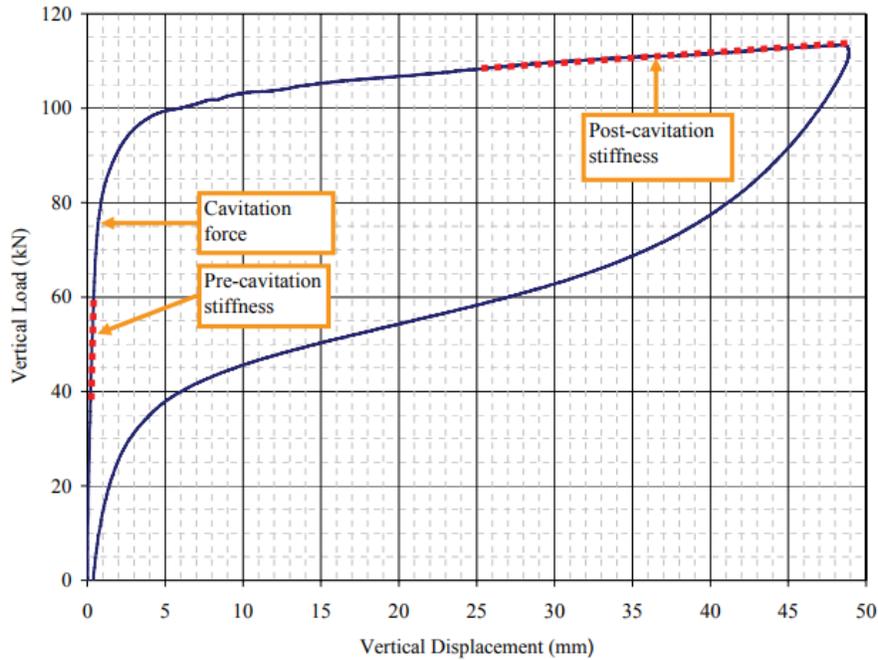
Mecanismo de falla en aisladores de goma bajo tensión, (a) cavitación y (b) fractura, (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015a)



Dado que los aisladores elastoméricos se encuentran expuestos a cargas de tracción es válido decir que por esta razón presentan cierto margen de vulnerabilidad, para que se pueda presentar aumento de las cavidades propias de la goma posterior a la carga y descarga de esfuerzos mecánicos; de manera que se sugiere que “la cavitación se produce a una presión negativa de aproximadamente $3G$, donde G es el módulo de corte” (Gent, 1990 citado en Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c). En la Figura 21 se puede ver el ciclo del comportamiento de un aislador elastomérico en tensión que cambia de acuerdo al esfuerzo que se ejerza sobre este, cada ciclo se manifiesta en 3 fases (pre-cavitación, cavitación y post-cavitación), que posteriormente se pueden repetir o no dependiendo de cómo sea el comportamiento de carga y descarga.

Figura 21

Relación de carga-desplazamiento vertical representativa para un aislador de goma en tensión, (Constantinou, Whittaker, Kalpakidis, Fenz, & Warn, 2007)



De investigaciones realizadas con anterioridad se obtiene que la fuerza de cavitación está dada por la ecuación (37).

$$F_c = 3GAo \quad (37)$$

Donde:

- Ao = área de goma unida antes de la cavitación, en aisladores LRB se desprecia el núcleo de plomo para cálculos de cavitación
- G = módulo de corte (se obtiene experimentalmente)

Las pruebas experimentales que se han realizado en el pasado demostraron que posterior a la cavitación, en los aisladores elastoméricos se presenta disminución en su rigidez a medida que aumenta la deformación por tracción; por otro lado se deduce que el área real del aislador corresponde al área de goma adherida al inicio de la cavitación, y que esta decrece a medida que se incrementan las cavidades en la goma debidas a la deformación por tracción. (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2014)

Se sugiere en (Constantinou, Whittaker, Kalpakidis, Fenz, & Warn, 2007 citado en Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c) una expresión dada en la ecuación (38) para la rigidez post-cavitación.

$$K_{post-cavitación} = \frac{E * A}{T_r} \quad (38)$$

Donde:

- E = módulo de elasticidad de la goma (se usa el módulo de Young de la goma)
- A = área adherida de la goma (se asume que permanece igual incluso después de formación de grietas a causa de la cavitación)

Como se acaba de mencionar, después de la cavitación hay un cambio de rigidez que va disminuyendo por causa del aumento de la deformación por tracción, este proceso se desarrolla debido a que va disminuyendo el área adherida a causa del incremento de cavidades y el tamaño de las mismas. La tasa de reducción del área a causa de la deformación por tracción es dada por la ecuación (39).

$$\frac{\partial A}{\partial u} = -kA \quad (39)$$

k es una constante de proporcionalidad definida como el parámetro de cavitación, describe la variación posterior a la cavitación de la rigidez a la tracción, y se obtiene a través de calibración con datos experimentales (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c).

Por medio de procesos matemáticos explicados en (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c) surgen las ecuaciones (40) y (41). La ecuación (40) representan la rigidez instantánea post-cavitación que describe la variación de la rigidez a la tracción del aislador elastomérico, donde esta disminuye exponencialmente y su tasa de disminución es controlada por el parámetro k, y la ecuación (41) representa la fuerza de tracción en el aislador.

$$K_{post-cavitación} = \frac{E * A_o}{T_r} * e^{-k(u-uc)} \quad (40)$$

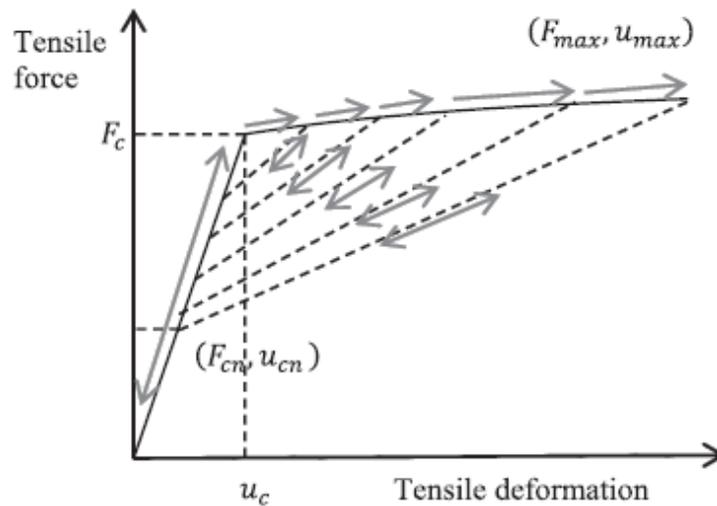
$$F = F_c \left[1 + \frac{1}{K * T_r} * (1 - e^{-A(u-ur)}) \right] \quad (41)$$

Una vez entendido que las cargas en tracción para los aisladores elastoméricos son perjudiciales ya que incrementa las cavidades de la goma y post-cavitación se reduce la rigidez a la tracción, se debe tener en cuenta que bajo cargas cíclicas la fuerza de tracción también se degrada. En la Figura 22 se presenta la degradación de la fuerza a tracción bajo las cargas cíclicas, los daños que se generan a partir de las micro-fisuras en la goma son definitivos y por

cada ciclo van aumentando, haciendo que la fuerza de cavitación vaya teniendo menor capacidad.

Figura 22

Reducción de la resistencia bajo carga cíclica, (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2014)



Lo que ocurre es que cada vez que la carga impuesta en tracción se lleve por encima del punto (F_{cn}, U_{cn}) , se va a presentar una deformación que será no lineal y que tendrá su descarga por un camino diferente al de carga, reduciendo por cada ciclo la resistencia a la tracción hasta llegar a un punto mínimo (F_{cn}, U_{cn}) ; en cada ciclo se genera el área confinada entre el recorrido de carga y descarga que corresponde a la energía histerética debida al daño en el aislador. De acuerdo con (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2014), mediante rectas se pueden aproximar los recorridos de descarga entre los puntos de menor cavitación (U_{cn}, F_{cn}) y máxima deformación $(U_{máx}, F_{máx})$, la ubicación de estos dos puntos depende del número de ciclos, matemáticamente se define un índice de daño Φ que representa el daño acumulado en el aislador

y se da entre ($0 \leq \Phi \leq 1$), de esta manera se afecta la fuerza de cavitación (F_c) y se proporciona una fuerza de cavitación modificada (F_{cn}) que expresa la reducción de la resistencia a la cavitación.

$$F_{cn} = F_c(1 - \Phi) \tag{42}$$

Con la Figura 23 y la Figura 24, se representan los modelos matemáticos que capturan gráficamente las características de la teoría anterior en las direcciones vertical y horizontal para los aisladores LRB.

Figura 23

Modelo matemático de aisladores elastoméricos en dirección axial, (Kumar,

Whittaker, & Constantinou, 2014)

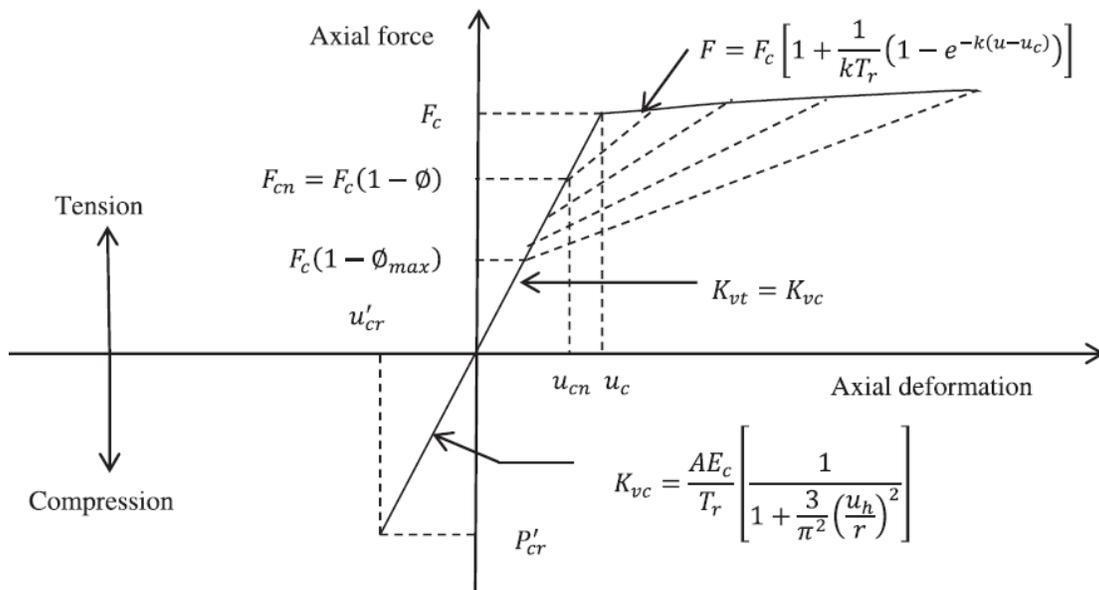
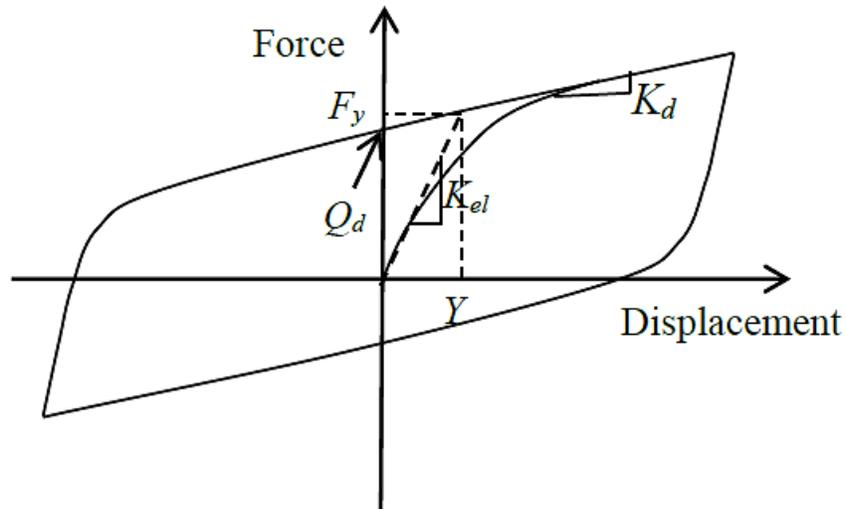


Figura 24

Modelo matemático de aisladores elastoméricos en corte (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)



Es importante tener en cuenta que de acuerdo con (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c), en una estructura en la que se implemente la aislación basal, los comportamientos de torsión y rotación de los aisladores elastoméricos están representados por resortes elásticos lineales, debido a que estos no afectan significativamente el comportamiento global de la estructura.

El modelo físico del dispositivo de aislamiento elastomérico se considera como un elemento discreto que se basa en 2 nodos y 12 grados de libertad, teniendo en cuenta que los nodos 1 y 2 se conectan por seis resortes que demuestran el comportamiento elemental de un aislador en seis direcciones.

Figura 25

Modelo físico de un aislador elastomérico, (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)

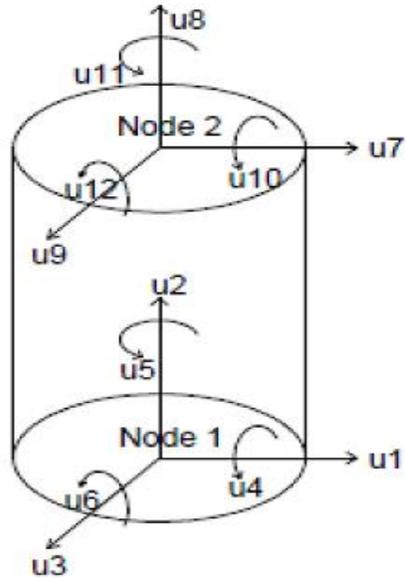
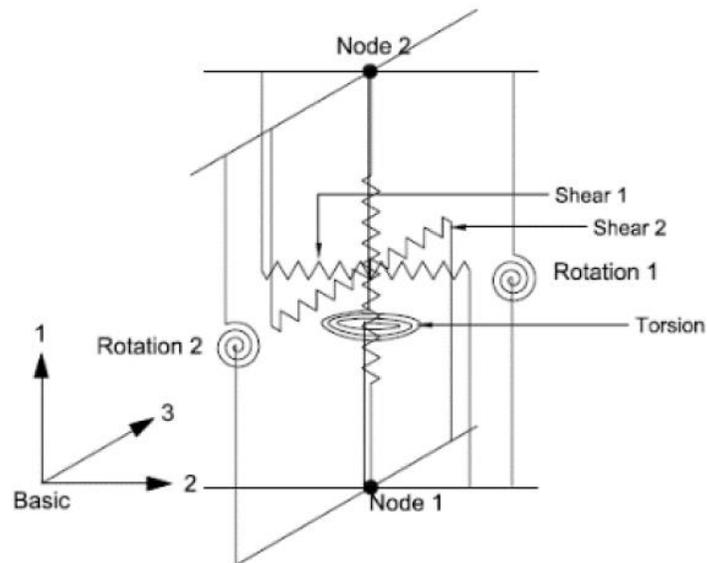


Figura 26

Representación discreta de un resorte de aislamiento elastomérico, (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)



Los resortes lineales en torsión y rotacionales se consideran desacoplados, debido a que no se espera que interfieran significativamente en la respuesta de un aislador elastomérico afectando su desarrollo; en este sentido indirectamente por medio del uso de expresiones que representan las propiedades mecánicas en una dirección que dependen de los parámetros de respuesta en la otra dirección, el acoplamiento en dirección horizontal y vertical, así mismo, el acoplamiento de los resortes de corte, se considera directamente mediante el uso de un modelo bidireccional acoplado. (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2014)

4. Implementación en OpenSees del Modelo Matemático

4.1. Preliminar

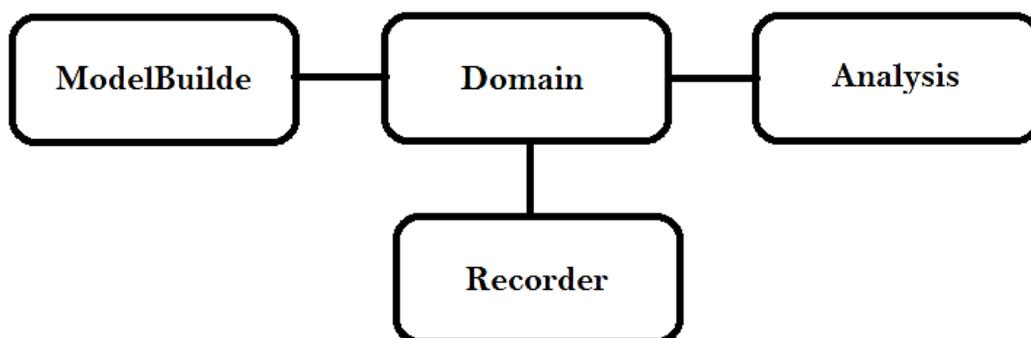
Open System for Earthquake Engineering Simulation de forma abreviada “OpenSees”, es una plataforma de software que sirve para la investigación y aplicación de simulación en sistemas estructurales y geotécnicos. Se desarrolló por el Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER) con el apoyo de la National Science Foundation debido a que la ingeniería sísmica moderna utiliza modelos y simulación para comprender el comportamiento de los sistemas durante los terremotos. El software al tener un enfoque de código abierto ofrece muchos beneficios en simulación avanzada de sistemas estructurales y geotécnicos con modelos realistas de comportamiento no lineal, además, tiene una amplia gama de procedimientos y algoritmos que se pueden adaptar para solucionar problemas no lineales complejos para cargas dinámicas y estáticas. OpenSees está puesto a disposición para usuarios y desarrolladores de forma gratuita en <http://opensees.berkeley.edu>.

OpenSees está desarrollado en C++ y utiliza varias bibliotecas numéricas como Fortran y C. Tcl es un lenguaje de programación tipo Script y para el análisis se crean los modelos escribiendo código Tcl en un procesador de texto (Aguar Falconí, Almazán, Dechent, & Suárez, 2008). De acuerdo con (Mazzoni, McKenna, Scott, & Fenves, 2006), “*el lenguaje Tcl proporciona herramientas de programación útiles, como manipulación de variables, evaluación de expresiones matemáticas y estructuras de control*”.

El modelo de análisis en OpenSees se crea por medio de un conjunto de módulos, que se encargan de: construir el modelo de elementos finitos, especificación del procedimiento de análisis, selección de cantidades a monitorear mientras el análisis y la salida de resultados. Durante cada análisis de elementos finitos se crean cuatro tipos de objetos en OpenSees, estos se resumen en la Figura 27. (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)

Figura 27

Objetos OpenSees, (Mazzoni, McKenna, Scott, & Fenves, 2006)



Los objetos creados se describen a continuación según (Mazzoni, McKenna, Scott, & Fenves, 2006):

- **ModelBuilde:** construye los objetos en el modelo (Mass, Section, Node, Element, Material, Load Pattern, TimeSeries, Transformation, Block, Constraint) y los agrega al dominio.
- **Domain:** Mantiene el estado del modelo en el tiempo t_i y $(t_i + dt)$, es responsable de almacenar los objetos creados por el objeto ModelBuilder y de proporcionar acceso a los objetos Analysis y Recorder de estos objetos, este objeto tiene algunos componentes que se pueden ver en la Figura 28.
- **Recorder:** monitorea los parámetros definidos por el usuario en el modelo durante el análisis, un ejemplo puede ser el historial de desplazamiento en un nodo durante un análisis transitorio, o el estado completo del modelo en cada paso del procedimiento de solución y registra el estado en un archivo o en base de datos a intervalos seleccionados durante el análisis.
- **Analysis:** es responsable de realizar el análisis, aquí es donde se mueve el modelo del estado en el tiempo t al estado en el tiempo $t + dt$. Esto varía desde un simple análisis lineal estático hasta un análisis no lineal transitorio. En OpenSees cada objeto de análisis se compone de varios objetos componentes que definen el tipo de análisis o cómo se realiza el análisis, los componentes de este objeto se pueden ver en la Figura 29.

Figura 28

Componentes del objeto Domain, (Mazzoni, McKenna, Scott, & Fenves, 2006)

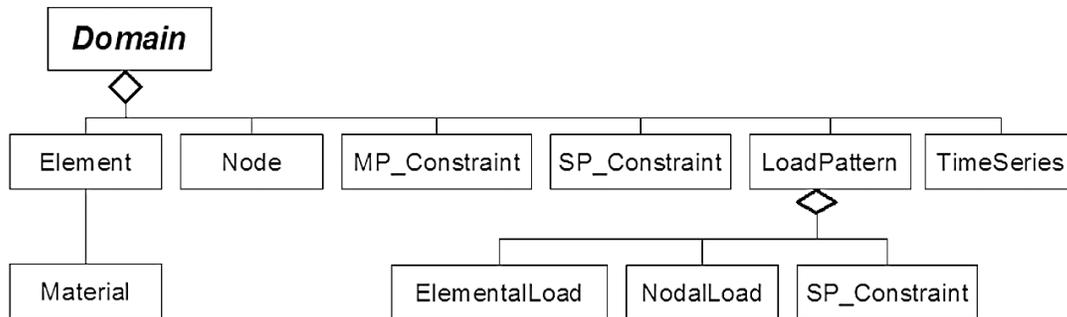
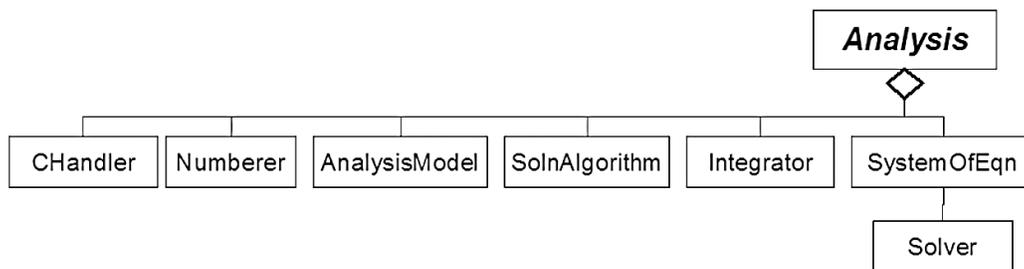


Figura 29

Componentes del objeto de Analysis, (Mazzoni, McKenna, Scott, & Fenves,

2006)



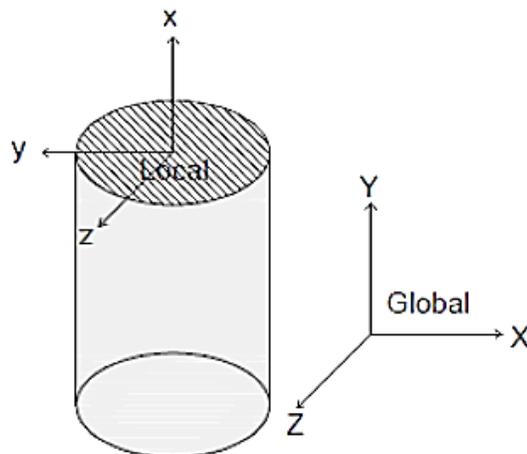
El objeto Element se construye utilizando procesamientos de C++, cada elemento tiene tareas específicas y ciertas propiedades que dan un enfoque orientado a representar objetos físicos, su tarea principal es proporcionar el vector de fuerza y la matriz de rigidez, siempre en un elemento se deben definir las siguientes dos variables: la primera es una etiqueta de elemento y la segunda son etiquetas de los nodos que definen el elemento; en la mayoría de los software los modelos se deben resolver en el sistema de coordenadas globales y aunque en la mayoría de los problemas OpenSees usa el sistema de coordenadas global no es necesario implementarlo,

dando de esta manera oportunidad de asumir que el vector del eje Y local es el eje X global como la opción predeterminada en los elementos del usuario (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c).

En la Figura 30 se representan las orientaciones predeterminadas en los ejes X y Y del sistema de coordenadas local; la orientación predeterminada se puede cambiar instaurando una orientación arbitraria que defina las direcciones X y Y locales.

Figura 30

Coordenadas locales y globales utilizadas en OpenSees para los elementos,
(Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)



4.2. Elemento de Usuario

En OpenSees el aislador elastomérico con núcleo de plomo se representa por el elemento de usuario LeadRubberX, que personifica un aislador elastomérico de bajo amortiguamiento pero con parámetros y funciones adicionales para representar el calentamiento en el núcleo de plomo bajo desplazamientos cíclicos grandes. Como argumentos de entrada el

elemento utiliza parámetros geométricos y materiales básicos de los aisladores elastoméricos en donde se incluyen parámetros obligatorios y opcionales, en la Tabla 4 se resumen los argumentos de entrada del elemento.

Tabla 4

Descripción de los argumentos de entrada del usuario para el elemento de usuario LeadRubberX

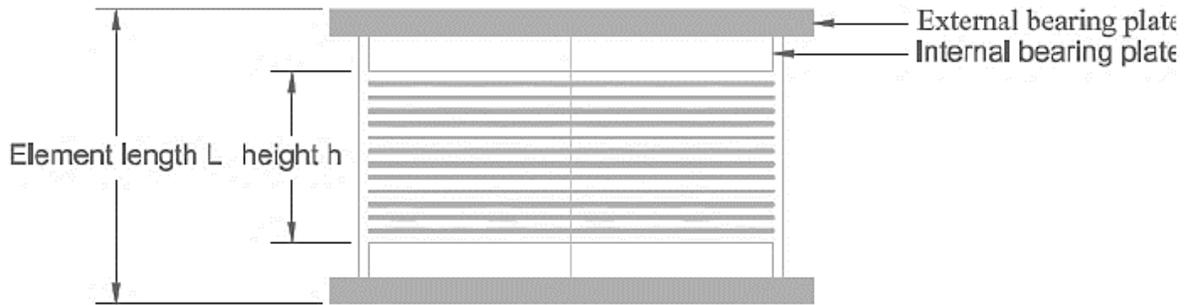
Argumento de entrada	Definición
\$ eleTag	Etiqueta de objeto de elemento único
\$ Nd1 \$ Nd2	Nodos finales
\$ Fy	Límite elástico
\$ alpha	Relación de rigidez post-fluencia
\$ Gr	Módulo de corte del cojinete elastomérico
\$ Kbulk	Módulo de volumen de goma
\$ D1	Diámetro interno
\$ D2	Diámetro exterior (excluyendo el espesor de la cubierta)
\$ ts	Espesor de capa de calce de acero simple
\$ tr	Espesor de una sola capa de goma
\$ n	Número de capas de goma
\$ x1 \$ x2 \$ x3	Componentes vectoriales en coordenadas globales que definen el eje x local (opcional)
\$ y1 \$ y2 \$ y3	Componentes vectoriales en coordenadas globales que definen el eje y local (opcional)

\$ kc	Parámetro de cavitación (opcional)
\$ PhiM	Parámetro de daño (opcional)
\$ ac	Parámetro de reducción de fuerza (opcional)
\$ sDratio	Distancia de corte desde iNode como una fracción de la longitud del elemento (opcional)
\$ m	Masa del elemento (opcional)
\$ cd	Parámetro de amortiguación viscoso (opcional)
\$ tc	Espesor de la cubierta (opcional)
\$ qL	Densidad del plomo (opcional)
\$ cL	Calor específico del plomo (opcional)
\$ kS	Conductividad térmica del acero (opcional)
\$ aS	Difusividad térmica del acero (opcional)
\$ tag1	Etiqueta para incluir cavitación y post-cavitación (opcional)
\$ tag2	Etiqueta para incluir la variación de la carga de pandeo (opcional)
\$ tag3	Etiqueta para incluir variación de rigidez horizontal (opcional)
\$ tag4	Etiqueta para incluir variación de rigidez vertical (opcional)
\$ tag5	Etiqueta para incluir la degradación de la resistencia en corte debido al calentamiento del núcleo de plomo (opcional)

Nota: Tomado de (*OpenSees*, 2020)

Figura 31

Construcción interna de un aislador elastomérico (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c)



La Figura 31 muestra los detalles geométricos de un aislador elastomérico. La altura que se utiliza en las propiedades mecánicas del aislador está dada por:

$$h = n * t_r + (n - 1)t_s \quad (43)$$

Donde:

- t_r = espesor de una sola capa de goma
- t_s = espesor de la lámina de acero
- n = número de capas de goma
- $n * t_r = T_r$, espesor total de la goma

La longitud total del elemento “L” como se observa en la Figura 31, comprende la distancia entre en nodo1 y nodo2 y viene dada por la siguiente ecuación:

$$L = nt_r + (n - 1)t_s + 2t_{ib} + 2t_{eb} \quad (44)$$

Donde:

- t_{ib} = espesor de la placa de apoyo interna
- t_{eb} = espesor de la placa de apoyo externa

A continuación, se presenta el comando usado en OpenSees para construir el objeto de elemento en 3 dimensiones llamado LeadRubberX, para el cual el signo \$ indica el valor del parámetro y este lo precede, y los parámetros opcionales se encuentran encerrados por <>.

```
element LeadRubberX $eleTag $Nd1 $Nd2 $Fy $alpha $Gr $Kbulk $D1 $D2 $ts $tr $n
<<$x1$x2$x3>$y1$y2$y3><$kc><$PhiM><$ac><$sDratio><$m><$cd><$tc><$qL><$cL>
<$kS><$aS><$tag1> <$tag2><$tag3><$tag4><$tag5>
```

Los parámetros del elemento se definen en la Tabla 4 y en la Tabla 5 se resumen los valores predeterminados de los parámetros opcionales, en el elemento LeadRubberX se utilizan parámetros de calentamiento adicionales los cuales se resumen en la Tabla 3. Estos valores de calefacción predeterminados de los parámetros están dados en el sistema internacional de unidades (SI) y deben ser suprimidos si se utiliza el sistema inglés. La relación de distancia de corte para aisladores circulares y cuadrados tiene un valor predeterminado de 0.5 y es la distancia del centro de corte desde el nodo 1, el parámetro de masa tiene un valor predeterminado de 0 ya que se supone que los aisladores no tienen masa.

Para incorporar características de un aislador elastomérico con núcleo de plomo se utilizan cinco etiquetas en el elemento LeadRubberX, para incluir o excluir la etiqueta se condiciona a 1 o 0 respectivamente. Las etiquetas se definen a continuación:

- tag1 = Etiqueta 1, incorpora cavitación y pos-cavitación
- tag2 = Etiqueta 2, incorpora la variación de la carga de pandeo
- tag3 = Etiqueta 3, incorpora variación de rigidez horizontal
- tag4 = Etiqueta 4, incorpora variación de rigidez vertical
- tag5 = Etiqueta 5, incorpora la degradación de la resistencia en corte dada al calentamiento del núcleo de plomo

Tabla 5

Valores predeterminados de parámetros opcionales

PARÁMETRO	VALOR
\$ kc	10
\$ PhiM	0.75
\$ ac	1
\$ sDratio	0.5
\$ m	0
\$ cd	128,000 N-s/m
\$ tc	0
\$ qL	11,200 kg/m ³

\$ cL	130 J/(kg°C)
\$ kS	50 W/(m°C)
\$ aS	1.4E-5 m ² /s
\$ tag1	0
\$ tag2	0
\$ tag3	0
\$ tag4	0
\$ tag5	0

Nota: Adaptado de (*Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c*)

Factor de forma en aisladores de goma

$$s = \frac{D_o^2 - D_i^2}{4D_o t_r} \quad (45)$$

Donde:

- Di = diámetro interno
- Do = diámetro exterior (no se incluye el espesor de la cubierta)
- tr = espesor de una sola capa de goma

Módulo de compresión

$$E_c = \left(\frac{1}{6GS^2F} + \frac{4}{3K} \right)^{-1} \quad (46)$$

Donde:

- G = módulo de corte efectivo de la goma
- S = factor de forma
- F = factor que tiene en cuenta el orificio central de la goma (para aisladores sin orificio central se toma un valor de 1, en caso contrario se utiliza según (Constantinou, Whittaker, Kalpakidis, Fenz, & Warn, 2007) la ecuación(47).
- K = módulo volumétrico de la goma

$$F = \frac{\left(\frac{D_o}{D_i}\right)^2 + 1}{\left(\frac{D_o}{D_i} - 1\right)^2} + \frac{1 + \frac{D_o}{D_i}}{\left(1 - \frac{D_o}{D_i}\right) \ln\left(\frac{D_o}{D_i}\right)} \quad (47)$$

- $\frac{D_o}{D_i} = r$, relación de diámetro exterior e interior

Momento de inercia

$$I = \frac{\pi}{64} [(D_o + t_c)^4 - D_I^4] \quad (48)$$

Donde:

- t_c = adición al diámetro exterior, que consta de la contribución que proporciona la mitad del recubrimiento al momento de inercia.

Rigidez vertical

$$K_{vo} = \frac{A_o * E_c}{T_r} \quad (49)$$

Rigidez horizontal

$$K_{HO} = \frac{G * A_o}{T_r} \quad (50)$$

Para las ecuaciones (49) y (50) los parámetros corresponden así:

- A_o = área de goma unida
- T_r = espesor total de las capas de goma

Desplazamiento crítico en compresión

$$U_{cr} = \frac{P_{cr}}{K_{vo}} \quad (51)$$

Desplazamiento de cavitación en tensión

$$U_c = \frac{F_c}{K_{vo}} \quad (52)$$

4.3. Evaluación del Modelo Matemático en el Software OpenSees

A continuación, se presenta el ejemplo al que se puede acceder en la página web de OpenSees (<https://opensees.berkeley.edu/>) para el elemento LeadRubberX, este modelo fue escrito por Manish Kumar en julio de 2011, y su actualización más reciente es del 26 de junio de 2016. Los archivos obtenidos para la evaluación del modelo matemático son: el análisis de

gravedad (LDRgravity.tcl) y la respuesta armónica (LDRtest.tcl), los cuales contienen el modelo matemático y el desarrollo de la prueba respectivamente. Esta prueba consta en someter el aislador elastomérico con núcleo de plomo a una carga de corte armónico y comparar los resultados experimentales con la respuesta obtenida en OpenSees del elemento LeadRubberX.

4.3.1. Recopilación de datos

Los datos de la excitación sísmica y los resultados experimentales de la prueba de laboratorio se descargan de la página de OpenSees, estos se encuentran en un archivo comprimido llamado Excitation.zip del cual se obtiene para la prueba de corte armónico con OpenSees la aceleración (LDAcc.txt), la velocidad (LDVel.txt) y el desplazamiento (LDDisp.txt), y de la prueba experimental un archivo (LDexperimental.txt) que contiene el desplazamiento y la fuerza resultantes de una prueba de corte armónico llevada a cabo en un laboratorio para el aislador LRB. Es fundamental que los archivos se guarden en la carpeta donde se ubica el ejecutable de OpenSees, para que en el momento de correr el modelo matemático sometido a la carga armónica este procedimiento sea exitoso, de igual manera los archivos Tcl con el modelo matemático y la respuesta armónica deben estar en la misma carpeta.

4.3.2. Revisión de los códigos en Tcl

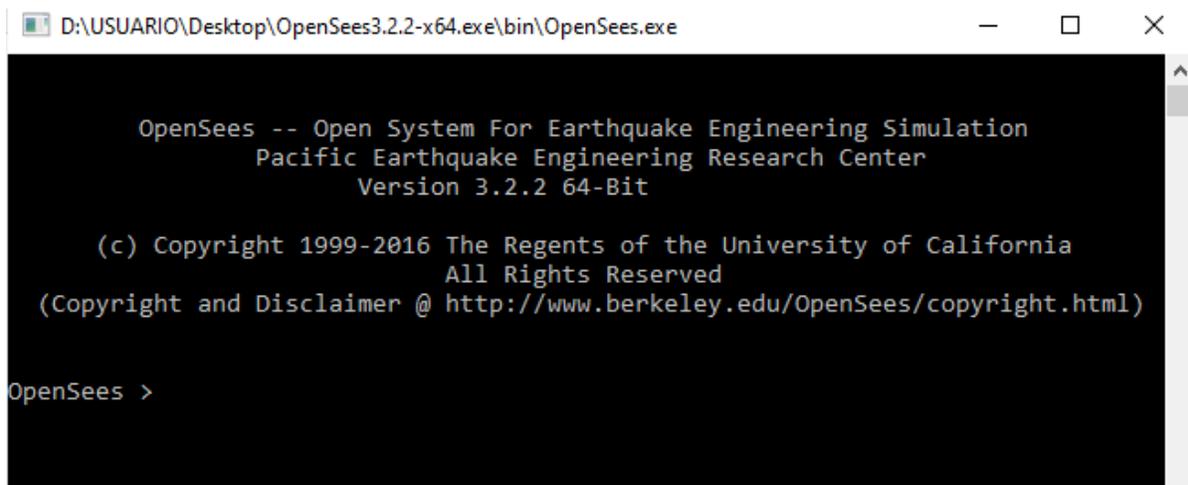
Los códigos pueden ser escritos directamente en el ejecutable de OpenSees (ver

Figura 32), aunque no es recomendable porque no es práctico ni eficiente, ya que una vez sea ingresada la información no se puede cambiar posteriormente, y si llegado el caso necesita ser modificada se debe escribir de nuevo; por esa razón, es común usar archivos

externos de extensión (.tcl) donde si es posible modificar los comandos cuantas veces sea necesario y una vez listos sean ejecutados en OpenSees. Para este proceso se utilizó el editor de texto Notepad++ por medio del cual se accedió a los archivos que contienen el modelo matemático y la respuesta armónica que aquí se van a usar.

Figura 32

Ventana de OpenSees



```
D:\USUARIO\Desktop\OpenSees3.2.2-x64.exe\bin\OpenSees.exe

OpenSees -- Open System For Earthquake Engineering Simulation
Pacific Earthquake Engineering Research Center
Version 3.2.2 64-Bit

(c) Copyright 1999-2016 The Regents of the University of California
All Rights Reserved
(Copyright and Disclaimer @ http://www.berkeley.edu/OpenSees/copyright.html)

OpenSees >
```

Al revisar la información contenida en los archivos externos y comparar sus versiones actuales con las anteriores se encontraron dos inconsistencias en los códigos, la primera de ellas fue que en el análisis de gravedad (LDgravity.tcl) en su primera versión se hacía referencia al uso de unidades del sistema inglés (kips, pulg, seg), la cual se actualizó haciendo un cambio en la notación de unidades al sistema de unidades internacional (N, m, seg), sin embargo, en su última actualización se omitió esa actualización anterior y solo se actualizó el reemplazo del parámetro uyh por alfa. Por consiguiente, aquí se asumió el cambio de notación que se tuvo en cuenta

anterior a la última actualización y con esto se da por sentado que las unidades son del sistema internacional. La segunda inconsistencia se debe a que en la respuesta armónica (LDRtest.tcl), el archivo (LDRgravity.tcl) es llamado por el nombre LDgravity.tcl, conflicto que se corrigió para poder ejecutar el modelo. En seguida se presenta un resumen del desarrollo básico de los códigos del modelo en lenguaje Tcl. Es importante conocer que en los códigos lo que se encuentre después de un signo # son comentarios que aportan información sobre los comandos y/o parámetros del modelo.

4.3.3. Procedimiento para el desarrollo de la ejecución del modelo matemático en OpenSees del LRB sometido a una carga de corte armónico

A continuación, se pretende explicar brevemente el desarrollo, en OpenSees, del modelo de un aislador elastómero con núcleo de plomo sometido a una carga de corte armónico, cuyo objetivo es conseguir los datos de desplazamiento y fuerza para representar mediante una gráfica la curva de histéresis y el comportamiento de la fuerza en el tiempo.

Lo primero que se realiza en el modelo es definir los parámetros físicos del elemento en unidades del sistema internacional, para los cuales también se incluyen los parámetros que se deben tener en cuenta para el calentamiento en el núcleo de plomo, así mismo, el valor de la gravedad, la masa de la estructura, los parámetros que se obtienen en la calibración experimental, entre otros; una característica importante del modelo es que en este ejemplo solo se incluye la etiqueta 5 que incorpora la degradación de la resistencia en corte debida al calentamiento del núcleo de plomo. Se considera que la causa es debido a que se está evaluando una prueba de corte armónico en la que el calentamiento en el núcleo de plomo influye en los resultados; de

acuerdo con el proceso también se definen las características mecánicas en dirección horizontal y vertical que se argumentaron en la teoría, los nodos y sus restricciones, el elemento LeadRubberX, se establece la carga generada por el peso de la estructura ($P=M*g$) y se crea un patrón de carga simple con series de tiempo lineales para así proceder a dar inicio con el desarrollo del análisis de gravedad, el cual posteriormente se va analizar para los valores impuestos por la prueba con respecto al desplazamiento, la velocidad y la aceleración con los que se va a someter al dispositivo LRB, para finalmente registrar con este análisis la fuerza y el desplazamiento resultante del modelo numérico que se asemeja a la realidad física del aislador LRB.

En seguida se presentan los códigos del modelo matemático en lenguaje Tcl, tal cual como se obtienen de la página web de OpenSees, con el objetivo de dar a conocer su planteamiento, primero se presenta el análisis de gravedad (LDRgravity.tcl) y seguido a este la respuesta armónica (LDRtest.tcl); adicionalmente se presenta un paso a paso por medio del cual se logra el desarrollo del modelo y se obtienen los resultados.

4.3.3.1. Código para el análisis de gravedad (LDRgravity.tcl).

```
#####
#-----Department of Civil, Structural and Environmental Engineering-----#
#-----University at Buffalo-----#

#Modeling of elastomeric bearings in compression and tension for response history analysis#
#Written By: Manish Kumar (mkumar2@buffalo.edu)#
#Date: July, 2011 #
#####
```

#Units: kips, in, sec

#Units: N, m, sec

#Remove existing model

wipe

#-----

#User Defined Parameters

#-----

set g 9.810;	# Acceleration due to gravity
set pi 3.14159;	# Value of pi
set M 146890;	# Mass of superstructure
set alpha 0.05;	# Post-elastic stiffness ratio in shear
#set G 0.450e+06;	# Shear modulus of rubber obtained from testing of elastomeric bearings at large shear strains
set G 0.870e+06;	# This value was calculated from Kd=1080000 N/m as provided in the bearing
set K 2000e+06;	# Bulk modulus of rubber
set ts 4.76e-03;	# Thickness of steel shim plates
set tr 9.525e-03;	# Thickness of a single rubber layer
set n 16;	# Number of rubber layers
set D1 139.7e-03;	# Internal diameter of lead rubber bearing
set D2 508e-03;	# Outer diameter of lead rubber bearing
set tc 12.7e-03;	# Bearing cover
set kc 20;	# Parameter for vertical cavitation
set PhiM 0.75;	# Maximum damage index
set ac 1.0;	# Strength degradation parameter
set cd 128000;	# Viscous damping parameter
set sDratio 0.5;	# Shear distance ratio
set mb 0.0;	# Mass of the bearing

```

set tag1 0;
set tag2 0;
set tag3 0;
set tag4 0;
set tag5 1;

#For heating effects in case of lead rubber bearings
set Fy10 13.00e+06;
set TL1 20;
set qL 11200;
set cL 130;
set kS 50;
set aS 1.41e-05;

# Yield stress of lead initially
# Initial temperature in Fahrenheit
# Density of lead in kg/m3
# Specific heat of lead in N-m/Kg oC
# Thermal conductivity of steel m2/s
# Diffusivity

#-----
#Derived Parameters
#-----

set A [expr ($pi/4)*(($D2+$tc)**2-$D1**2)];
set S [expr ($D2*$D2-$D1*$D1)/(4*$D2*$tr)];
set Tr [expr $n*$tr];
set h [expr $Tr + ($n-1)*$ts];
set r [expr $D2/$D1];
set F [expr ($r*$r+1)/(($r-1)*($r-1)) + (1+$r)/((1-$r)*log($r))];

# Bonded area
# Shape factor
# Total rubber thickness
# Total height of bearing
# Outer to inner diameter ratio
# Diameter modification factor

#For horizontal motion
set Qd [expr $Fy10*$pi*$D1*$D1/4];
set k2 [expr $G*$A/$Tr];
set k1 [expr $k2/$alpha];
set Fy_h [expr $Qd/(1-$alpha)];
set uy_h [expr $Fy_h/$k1];
set Ccr [expr 2*sqrt(($k2)*$M)];
set DampingRatio [expr $cd/$Ccr];

# Characteristic strength of lead rubber bearing
# Post-yield stiffness of bearing
# Elastic stiffness of bearing
# Yield strength of elastomeric bearing in horizontal direction
# Yield displacement of elastomeric bearing in horizontal direction (same as uy_h of lead)
# Critical damping
# Damping in the elastomeric bearing

#For vertical motion

```

```

set Ec [expr 1.0/((1.0/(6.0*$G*$S*$S*$F))+(4.0/(3.0*$K)))];
set E [expr 3*$G];
set I [expr ($pi/64)*((D2)**4-$D1**4)];
set r [expr sqrt(I/A)];
set Kpre [expr $A*$Ec/$Tr];
set Kpost [expr $A*$E/$Tr];
set Fc [expr 3*$G*$A];
set uc [expr $Fc/$Kpre];
set Er [expr $Ec/3];
set As [expr $A*$h/$Tr];
set Is [expr $I*$h/$Tr];
set Pe [expr $pi*$pi*$Er*$Is/($h*$h)];
set Pcr [expr -sqrt($Pe*$G*$As)];
set ucr [expr $Pcr/$Kpre];

# Compressive modulus of elastomeric bearing
# Elastic modulus
# Moment of inertia of bearing
# Radius of gyration
# Pre-cavitation stiffness in Tension
# Post-cavitation stiffness in Tension
# Cavitation force
# Cavitation displacement
# Rotation modulus of bearing
# Adjusted shear area of bearing
# Adjusted moment of inertia of bearing
# Euler buckling load of bearing
# Critical buckling load in compression
# Critical displacement in compression

#print parameters
# puts " G: $G, K, $K, A : $A, Tr: $Tr, h: $h, S: $S, F: $F"
# puts " Horizontal motion: k1: $k1, k2: $k2, Fy_h: $Fy_h"
# puts " Vertical motion: Ec: $Ec, E: $E, r: $r, Kpre: $Kpre, Kpost: $Kpost, Fc: $Fc, uc: $uc, Pcr: $Pcr, ucr: $ucr"
#-----
#Start of model generation
#-----

# Elastomeric bearing is modeled as 2 node and 3 DOF element of
height h
#Create Model Builder
model basic -ndm 3 -ndf 6

# Create nodes
node 1 0 0 0
node 2 0 $h 0.0

# Define single point constraints (Constrain the isolator against rotation at both nodes)
fix 1 1 1 1 1 1
fix 2 0 0 0 1 1

#Define material and element for elastomeric bearings

```

```
#element elastomericBearing $eleTag $iNode $jNode $ke $fy $alpha -P $matTag -Mz $matTag <-orient $x1
$x2 $x3 $y1 $y2 $y3> <-mass $m>
```

```
#element elastomericBearing 1 1 2 $k1 $Fy_h [expr $k2/$k1] -P 3 -T 3 -My 3 -Mz 3
```

```
element LeadRubberX 1 1 2 $Fy_h $alpha $G $K $D1 $D2 $ts $tr $n 0 1 0 1 0 0 $kc $PhiM $ac $sDratio
$mb $cd $tc $qL $cL $kS $aS $tag1 $tag2 $tag3 $tag4 $tag5
```

```
#-----
```

```
#Define loads
```

```
#-----
```

```
# Apply gravity load on isolated mass
```

```
set P [expr $M*$g]
```

```
#Create a plain load pattern with linear timeseries
```

```
pattern Plain 1 "Linear" {
```

```
load 2 0.0 -[expr $P] 0.0 0.0 0.0 0.0
```

```
}
```

```
#-----
```

```
#Start of analysis generation
```

```
#-----
```

```
system BandSPD
```

```
constraints Transformation
```

```
numberer RCM
```

```
test NormDispIncr 1.0e-15 10 3
```

```
algorithm Newton
```

```
integrator LoadControl 1
```

```
analysis Static
```

```
#-----
```

```
# Start of recorder generation
```

```
#-----
```

```
#Create a recorder to monitor nodal displacements and force in elastomeric bearing element
```

```
#recorder Node -file dispGravity.out -time -node 2 -dof 1 2 3 disp
```

```
#recorder Element -file forceGravity.out -time -ele 1 force
```

```
#-----
```

```
# Finally perform the analysis
```

```
#-----
```

```
#As load increment was given as 0.1, 10 analysis steps are assigned to linearly increase the load from 0 to P.
```

```
set ns 0
```

```
set ok 0
```

```
# while { $ok == 0 && $ns < 10 } {
```

```
  # set ok [analyze 1]
```

```
  # set currentDisp [nodeDisp 2 2]
```

```
  # if { $currentDisp < $ucr } {
```

```
    # set ok 2;
```

```
    # break
```

```
  # }
```

```
#if the analysis fails try initial tangent iteration
```

```
# if { $ok != 0 } {
```

```
  # puts "regular newton failed .. lets try an initial stiffness for  
  this step"
```

```
  # test NormDispIncr 1.0e-12 1000
```

```
  # algorithm ModifiedNewton -initial
```

```
  # set ok [analyze 1]
```

```
  # if { $ok == 0 } { puts "that worked .. back to regular newton" }
```

```
  # test NormDispIncr 1.0e-12 1000
```

```
  # algorithm Newton
```

```
# }
```

```
# incr ns 1
```

```
# }
```

```
set ok [analyze 1]
```

```
# Print a message to indicate if analysis successful or not
```

```
if { $ok == 0 } {
```

```
  puts "Gravity analysis completed SUCCESSFULLY";
```

```
}
```

```
if { $ok == 2 } {
```

```
  puts "Failure in buckling";
```

```
}
```

```
if {($ok !=0) && ($ok !=2)} {  
  puts "Gravity analysis completed FAILED";  
}  
#Print out the state of element 1  
#print ele 1  
#print material
```

4.3.3.2. *Código para la respuesta armónica (LDRtest.tcl).*

```
#source the gravity analysis file  
source LDRgravity.tcl  
  
#set the gravity loads to be constant & reset the time in the domain  
loadConst -time 0.0  
  
#assign mass to the node 2  
mass 2 $M $M $M 0 0 0  
  
#set parameters  
set dt [expr 0.01]  
set dt1 [expr 0.01]  
  
#set timeseries  
set dispSeries "Series -dt $dt1 -filePath LDDisp.txt -factor 1";  
set velSeries "Series -dt $dt1 -filePath LDVel.txt -factor 1";  
set accelSeries "Series -dt $dt1 -filePath LDAcc.txt -factor 1";  
  
pattern MultiSupport 2 {  
  groundMotion 1 Plain -disp $dispSeries -vel $velSeries; #-accel $accelSeries  
  imposedMotion 2 1 1;  
  
};
```

```
#set the rayleigh damping factors for nodes and elements
#rayleigh 0.0 0.0 0.0 0.000625

#output recorder
#Create a recorder to monitor nodal displacements
#recorder Node -file force.out -time -node 2 -dof 2 reaction

recorder Element -file basicForce.out -time -ele 1 basicForce

recorder Element -file basicDisplacement.out -time -ele 1 basicDisplacement
#recorder Element -file Element1.out -time -ele 1 section 1 fiber 0.10 0.10 stressStrain
#-----
#Analysis
#-----

system SparseGeneral

constraints Transformation

test NormDispIncr 1.0e-5 20 0
algorithm Newton
numberer Plain
integrator Newmark 0.5 0.25
analysis Transient

# set some variables
set tFinal [expr 7470*0.01]
set tCurrent [getTime]
set ok 0

# Perform the transient analysis
while {$ok == 0 && $tCurrent < $tFinal} {

    set ok [analyze 1 $dt]

    # if the analysis fails try initial tangent iteration
    if {$ok != 0} {

puts "regular newton failed .. lets try an initail stiffness for this step"

test NormDispIncr 1.0e-12 100 0
```

```
algorithm ModifiedNewton -initial
set ok [analyze 1 $dt]

if {$ok == 0} {puts "that worked .. back to regular newton"}

test NormDispIncr 1.0e-12 10
algorithm Newton
}

set tCurrent [getTime]
}

# Print a message to indicate if analysis succesfull or not
if {$ok == 0} {
  puts "Transient analysis completed SUCCESSFULLY";
} else {
  puts "Transient analysis completed FAILED";
}

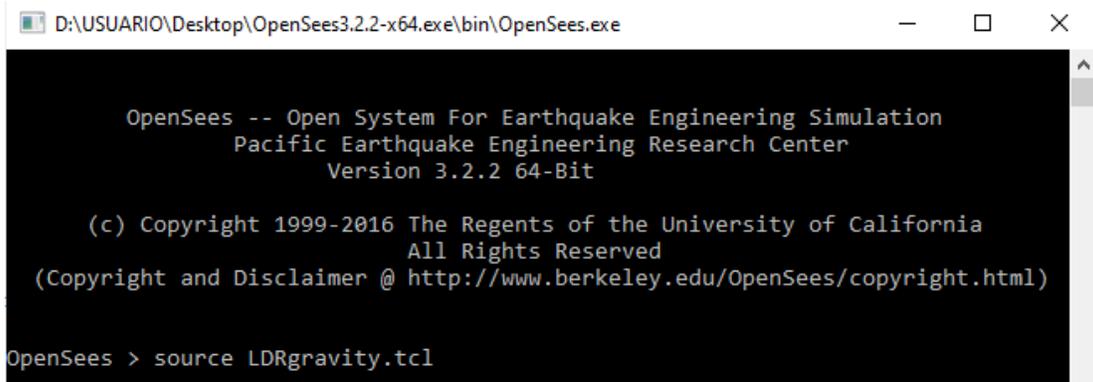
#print ele 1
```

El procedimiento para el desarrollo en OpenSees del modelo numérico, se lleva a cabo con los siguientes pasos:

1. Agrupar en la misma carpeta el ejecutable de OpenSees, los archivos Tcl (modelo numérico y prueba armónica) y los archivos txt (aceleración, velocidad y desplazamiento) con los cuales se va a ejecutar la prueba.
2. Abrir el ejecutable de OpenSees y llamar el archivo Tcl que contienen el modelo numérico del LRB escribiendo el comando “*source LDRgravity.tcl*”, ver Figura 33.

Figura 33

Source LDRgravity.tcl



```
D:\USUARIO\Desktop\OpenSees3.2.2-x64.exe\bin\OpenSees.exe

OpenSees -- Open System For Earthquake Engineering Simulation
Pacific Earthquake Engineering Research Center
Version 3.2.2 64-Bit

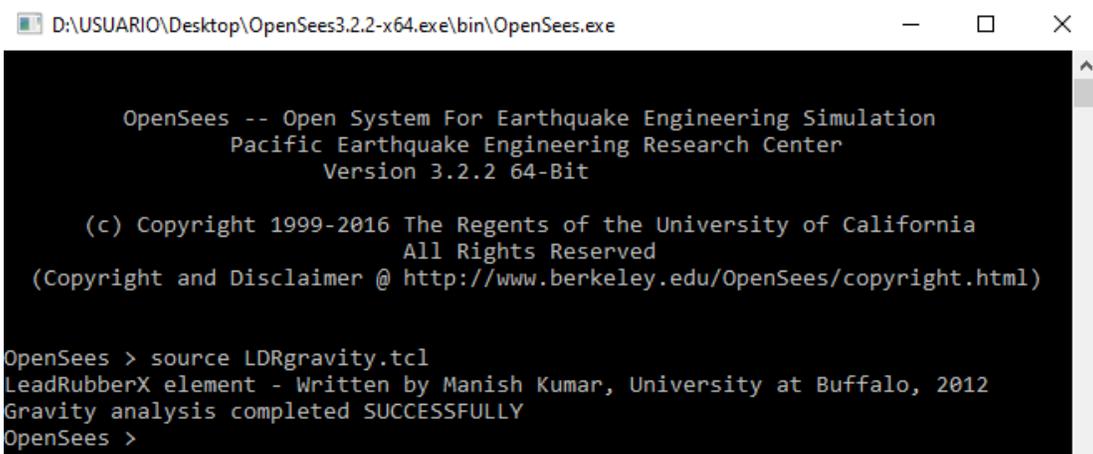
(c) Copyright 1999-2016 The Regents of the University of California
All Rights Reserved
(Copyright and Disclaimer @ http://www.berkeley.edu/OpenSees/copyright.html)

OpenSees > source LDRgravity.tcl
```

3. Presionar la tecla Enter para ejecutar el modelo, de ahí aparece el siguiente mensaje: el análisis se ha completado exitosamente, ver Figura 34.

Figura 34

Desarrollo de la ejecución del modelo matemático



```
D:\USUARIO\Desktop\OpenSees3.2.2-x64.exe\bin\OpenSees.exe

OpenSees -- Open System For Earthquake Engineering Simulation
Pacific Earthquake Engineering Research Center
Version 3.2.2 64-Bit

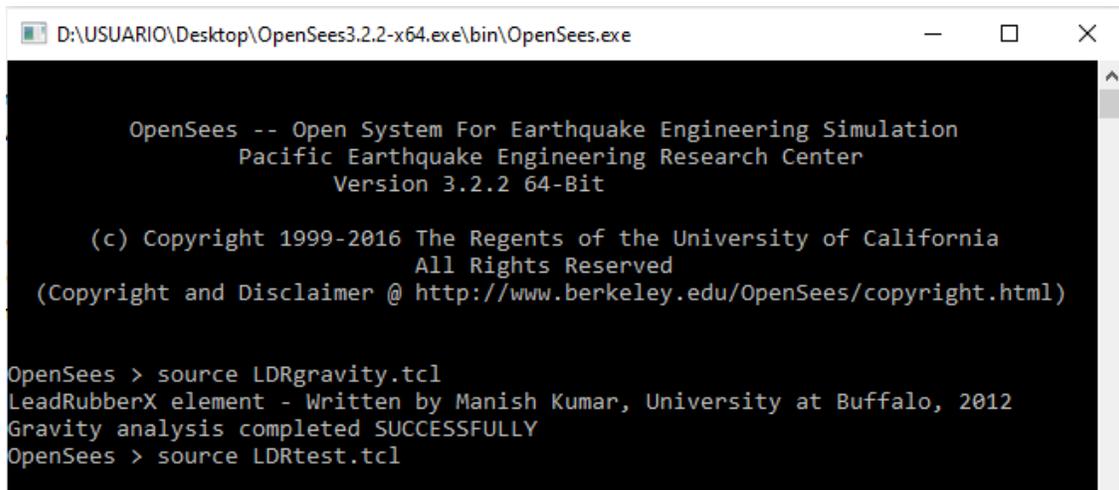
(c) Copyright 1999-2016 The Regents of the University of California
All Rights Reserved
(Copyright and Disclaimer @ http://www.berkeley.edu/OpenSees/copyright.html)

OpenSees > source LDRgravity.tcl
LeadRubberX element - Written by Manish Kumar, University at Buffalo, 2012
Gravity analysis completed SUCCESSFULLY
OpenSees >
```

4. Llamar el archivo Tcl que contiene la respuesta armónica escribiendo el comando “*source LDRtest.tcl*”, ver Figura 35.

Figura 35

Source LDRtest.tcl



```
D:\USUARIO\Desktop\OpenSees3.2.2-x64.exe\bin\OpenSees.exe

OpenSees -- Open System For Earthquake Engineering Simulation
Pacific Earthquake Engineering Research Center
Version 3.2.2 64-Bit

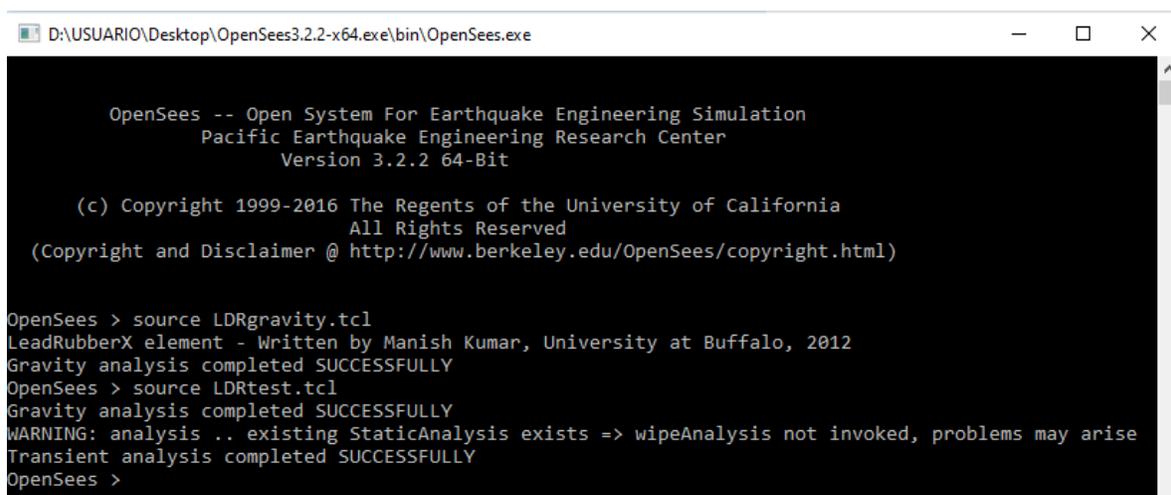
(c) Copyright 1999-2016 The Regents of the University of California
All Rights Reserved
(Copyright and Disclaimer @ http://www.berkeley.edu/OpenSees/copyright.html)

OpenSees > source LDRgravity.tcl
LeadRubberX element - Written by Manish Kumar, University at Buffalo, 2012
Gravity analysis completed SUCCESSFULLY
OpenSees > source LDRtest.tcl
```

5. Presionar la tecla Enter para ejecutar la respuesta armónica, de ahí aparece un nuevo mensaje que dice: el análisis se ha completado exitosamente, ver Figura 36.

Figura 36

Desarrollo de la ejecución de la respuesta armónica



```
D:\USUARIO\Desktop\OpenSees3.2.2-x64.exe\bin\OpenSees.exe

OpenSees -- Open System For Earthquake Engineering Simulation
Pacific Earthquake Engineering Research Center
Version 3.2.2 64-Bit

(c) Copyright 1999-2016 The Regents of the University of California
All Rights Reserved
(Copyright and Disclaimer @ http://www.berkeley.edu/OpenSees/copyright.html)

OpenSees > source LDRgravity.tcl
LeadRubberX element - Written by Manish Kumar, University at Buffalo, 2012
Gravity analysis completed SUCCESSFULLY
OpenSees > source LDRtest.tcl
Gravity analysis completed SUCCESSFULLY
WARNING: analysis .. existing StaticAnalysis exists => wipeAnalysis not invoked, problems may arise
Transient analysis completed SUCCESSFULLY
OpenSees >
```

Realizados los anteriores pasos se da por terminada la ejecución del modelo numérico, a partir de la ejecución del análisis se generan dos archivos de datos: basicDisplacement.out y basicForce.out; con estos datos se grafica en Excel la curva de histéresis y el comportamiento en el tiempo de la fuerza cortante del modelo numérico desarrollado en OpenSees; las gráficas se contraponen con los resultados de la prueba experimental obtenidos del archivo LDexperimental.txt, así se puede comparar de manera visual la precisión que hay entre estos dos resultados. En la Figura 37 y en la Figura 38 se dan a conocer los graficados que resumen estos comportamientos, en color rojo se representan los datos experimentales y en verde la respuesta generada del modelo numérico en OpenSees.

De los resultados obtenidos podemos interpretar o deducir que la fuerza máxima aplicada experimentalmente es de 351,57 KN en sentido positivo y en sentido negativo -342 KN para un desplazamiento máximo de 116,509 mm, y en OpenSees la fuerza máxima aplicada experimentalmente es de 338,77 KN en sentido positivo y en sentido negativo -332,12 KN para un desplazamiento máximo de 116,51 mm. Con estos resultados se tiene una mejor precisión en cuanto a desplazamiento horizontal, sin embargo, una diferencia considerable con la fuerza aplicada; con respecto al comportamiento de la fuerza a través del tiempo se puede decir que se mantienen prácticamente constante, excepto al final donde hay cierta diferencia entre los resultados experimentales y del modelo matemático.

Figura 37

Curva de histéresis del comportamiento fuerza de corte – desplazamiento

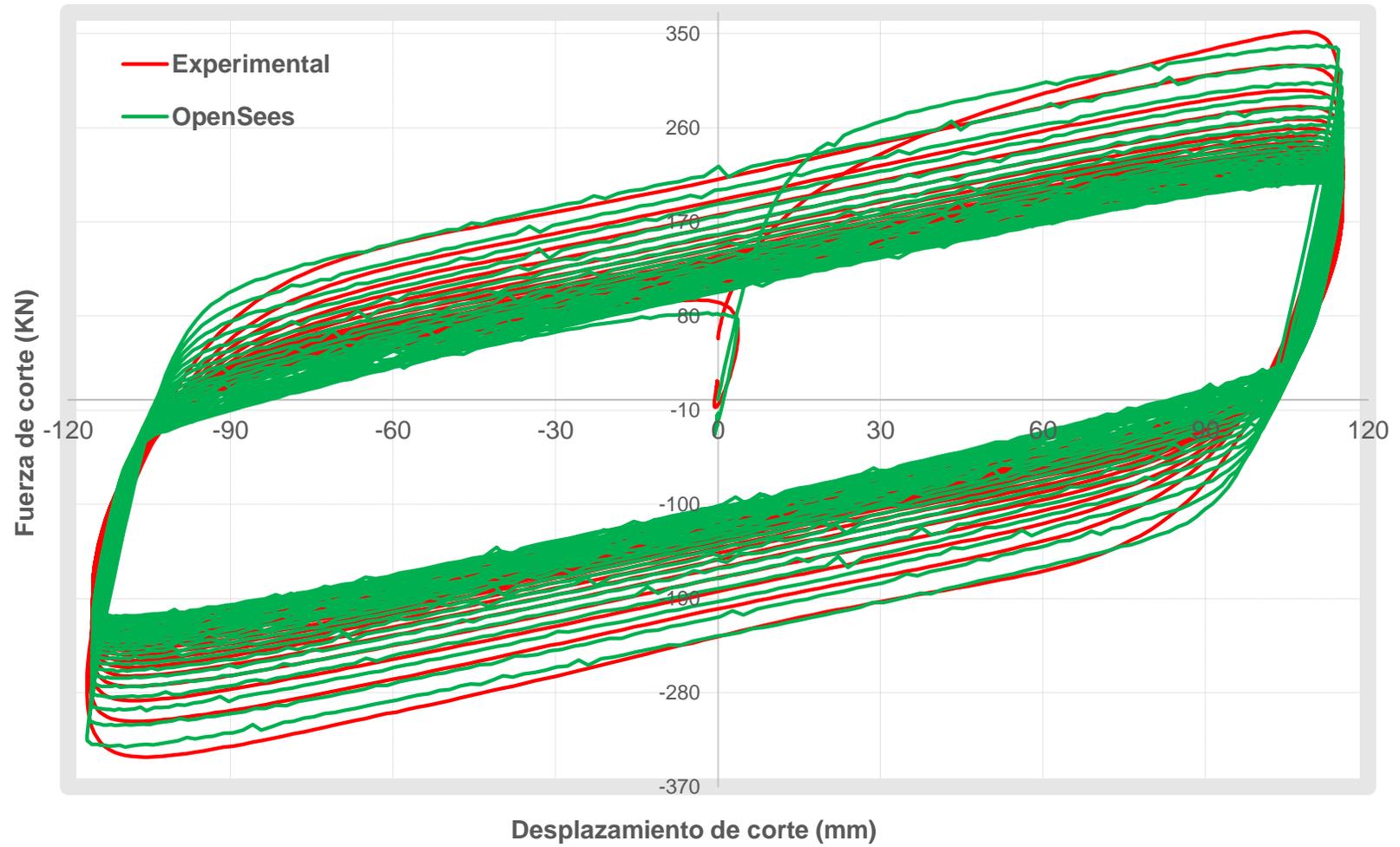
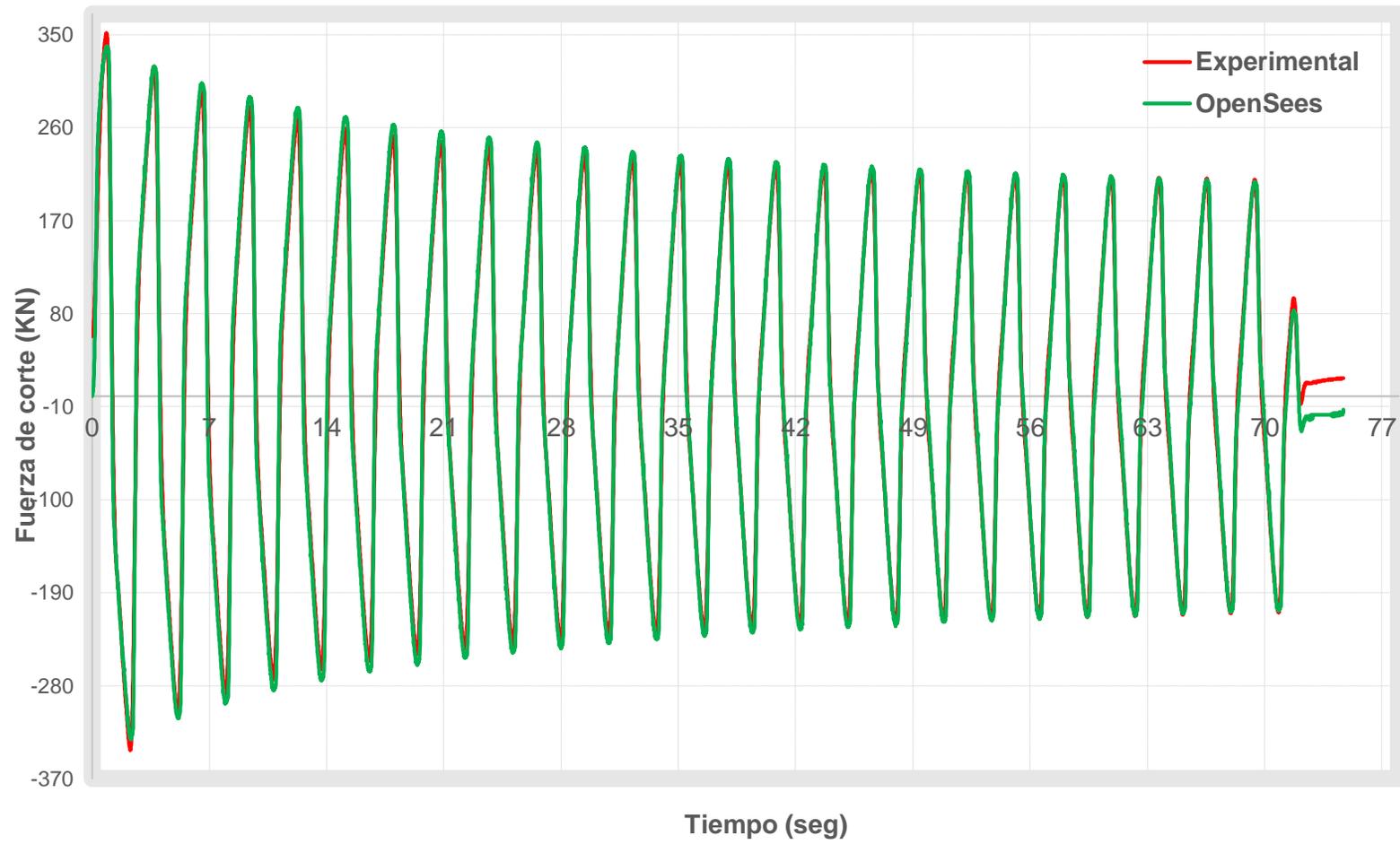


Figura 38

Comportamiento de la fuerza de corte a través del tiempo



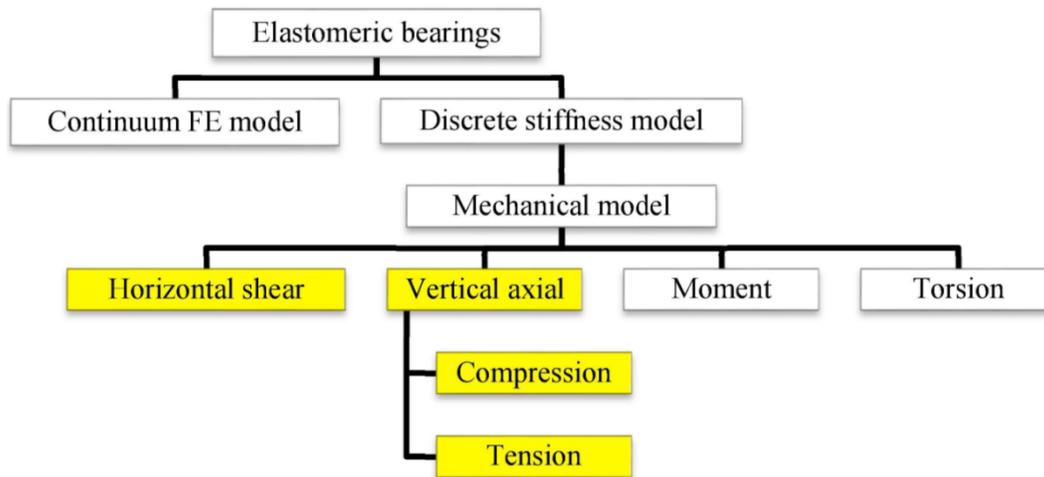
4.4. Verificación y Validación

Los resultados expuestos en la Figura 37 y en la Figura 38 concuerdan bien visualmente y dejan la certeza que el comportamiento horizontal en el modelo matemático se interpreta adecuadamente, ya que genera gran aproximación con los resultados experimentales. De acuerdo con (Kumar & Whittaker, 2018) la verificación se hace con el fin de evaluar la precisión que se logra para un modelo matemático que está siendo representado por un modelo computacional, y ésta se debe realizar antes de proceder a validar el modelo; a partir de ahí se inicia con la validación del modelo que es donde se evalúa la exactitud con la que el modelo matemático representa la realidad física. Los modelos matemáticos deben ser verificados y validados a fin de reducir la incertidumbre que se pueda tener sobre estos, y por ende se debe generar credibilidad para hacer uso de los mismos ya que son aproximaciones del comportamiento físico real de los dispositivos de aislación basal.

En (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015c) y (Kumar & Whittaker, 2018) se presenta el proceso de verificación y validación del modelo matemático el cual se lleva a cabo bajo ciertos parámetros y las mejores prácticas de la ASME, allí se sigue un procedimiento jerárquico en el cual se omiten los comportamientos de torsión y momento, debido a que se considera que estos no repercuten en los comportamientos rotacional y torsional de un edificio aislado a nivel global, ya que, principalmente los aisladores son exigidos en dirección vertical y horizontal. En la Figura 39 se puede ver representada por medio de un mapa conceptual la jerarquía del proceso.

Figura 39

Jerarquía del modelo para un aislador elastomérico, (Kumar & Whittaker, 2018)



Además, el comportamiento en compresión y corte no se tienen en cuenta en ese proceso ya que para estos comportamientos se toma como base el aporte realizado por otros autores que los han evaluado y validado. De acuerdo con (Kumar, Whittaker, & Constantinou, 2015b) la carga crítica de pandeo y el acoplamiento horizontal - vertical están validados en (Warn, Whittaker, & Constantinou, 2007), y en (Kalpakidis, Constantinou, & Whittaker, 2010) está validada la disminución de la resistencia a causa del calentamiento en el núcleo de plomo bajo cargas cíclicas de corte.

El proceso de validación y verificación realizado por (Kumar & Whittaker, 2018) se hizo para aisladores elastoméricos de bajo amortiguamiento y aisladores elastoméricos con núcleo de plomo, y se implementó además de OpenSees en softwares comerciales como ABAQUS y LS-DYNA; a continuación, se presentan algunas de las conclusiones que surgieron de este proceso realizado al modelo matemático propuesto para un aislador elastomérico

sometido a cargas de tracción. Es preciso mencionar que para este desarrollo los modelos matemáticos son verificados y posteriormente calibrados, empleando datos experimentales con los que se determinan ciertos parámetros desconocidos; cumpliendo con lo anterior se le da paso a la validación en donde se usan datos de una serie de experimentos que caracterizan el comportamiento de los aisladores elastoméricos en tensión, para este caso se dispuso de varios aisladores elastoméricos de bajo amortiguamiento fabricados por un par de proveedores, los cuales se sometieron a pruebas que buscaban validar el modelo fenomenológico del aislador elastomérico en tensión; en estas pruebas los dispositivos fueron fabricados por proveedores diferentes y es importante conocer que tienen diferente módulo de corte, sin embargo sus características geométricas son similares; de lo que se pudo concluir por los autores de la prueba, aquí se rescata lo siguiente: OpenSees y los softwares comerciales ABAQUS y LS-DYNA arrojan un margen de error por debajo de 5% en los resultados de verificación código a código, interpretando con este resultado que existe cierta concordancia entre estos tres softwares; sin embargo, los resultados de validación muestran que los softwares comerciales no pueden capturar el comportamiento posterior a la cavitación en los aisladores elastoméricos; otro aspecto importante es que en los aisladores con núcleo de plomo (LRB) se establece que el componente del modelo matemático que más induce al error es el calentamiento del plomo, también, se puede deducir a partir de los resultados experimentales los cuales representan el comportamiento del aislador en tensión, que existe por parte de estos similitud razonable que se asemeja al modelo matemático; y por último es apropiado que los experimentos de calibración usados para definir los parámetros desconocidos del modelo matemático, sean diferentes a los de las pruebas experimentales del modelo matemático, esto se debe hacer con el fin de reducir el margen de error en la validación.

Según (Kumar & Whittaker, 2013) actualmente están adecuadamente instaurados los comportamientos de los aisladores elastómeros en corte y compresión, por supuesto el comportamiento de los resultados numéricos está a su vez validado con resultados de pruebas experimentales. Como ya se mencionó anteriormente las validaciones para el calentamiento del núcleo de plomo y los efectos de acoplamiento se han realizado por parte de otros autores, en (Warn, Whittaker, & Constantinou, 2007) se presenta lo concerniente al acoplamiento en dirección vertical donde se llevaron a cabo pruebas experimentales en aisladores elastoméricos de bajo amortiguamiento y en aisladores elastoméricos con núcleo de plomo (LRB). Allí se usaron de cada tipo de dispositivo una pareja las cuales se sometieron a desplazamientos en dirección horizontal acompañados de carga axial en compresión, con el fin de evaluar el comportamiento de la rigidez vertical y su eventual disminución; los dispositivos de aislamiento estaban constituidos con las mismas propiedades en sus materiales y características geométricas similares, en donde la única diferencia que se tenía era el núcleo central de plomo de los LRB. De estas pruebas se puede concluir que la rigidez vertical en los aisladores disminuye al incrementar el desplazamiento horizontal y que la manera de obtener más precisión a la hora de predecir esta disminución de rigidez, está dada de una formulación lineal por partes empírica de la cual se habló anteriormente en este documento y que se representa por medio de la ecuación (32).

Para abordar la dirección horizontal, se toma como tema principal el calentamiento del núcleo de plomo a causa del movimiento horizontal que se presenta en respuesta a las cargas laterales, el calentamiento en el plomo está condicionado al incremento del número de ciclos, y a causa de éste se reduce la resistencia característica y la disipación de energía por ciclo del aislador elastomérico con núcleo de plomo (LRB). En (Kalpakidis & Constantinou, 2009b) se

realizó la verificación y validación en base al modelo analítico presentado por (Kalpakidis & Constantinou, 2008) y (Kalpakidis & Constantinou, 2009a), la valoración se desarrolló evaluando seis aisladores (LRB) de diferentes características geométricas en ocho pruebas diferentes. De ahí se concluyó que los resultados experimentales coinciden con las proyecciones analíticas, por consiguiente, el modelo analítico puede representar la resistencia característica y la energía disipada por ciclo en los LRB.

5. Conclusiones

Actualmente los sistemas pasivos de control son los más usados, y de estos se destaca la aislación de base gracias a que es una técnica eficiente que permite reducir simultáneamente las derivas y la aceleración en el edificio. Su auge inició después de evidenciar el buen resultado que presentaron los edificios aislados durante los terremotos de Kobe en Japón y Northridge en Estados Unidos; además es económica, eficiente y practica de instalar o remover.

Los aisladores elastoméricos con núcleo de plomo son de los más usados, debido a que tienen un buen rendimiento a causa de que el plomo disipa energía e incrementa el amortiguamiento.

A partir de las condiciones de sismicidad en Colombia se debería fomentar mucho más la investigación y el desarrollo de esta tecnología de modo local, con el fin de que su implementación en el país sea asequible en cuanto a costos. Los estudios como el mostrado en este documento hablan de que estos dispositivos son estructuralmente viables como solución al problema de control de respuesta dinámica ante sismos.

La respuesta dinámica obtenida con el modelo OpenSees y mostrados en la figura 37 muestran que el modelo numérico alcanza una precisión muy alta al compararse con los datos experimentales. Por ejemplo, los datos experimentales proporcionados indican un desplazamiento máximo de -116.51mm con una carga cortante de -282.2 KN. Los correspondientes valores numéricos son -116.51mm (error de 0.0%) y -323.87 KN (error de

14.8%). Al seleccionar el valor máximo de cortante como referencia, las parejas de desplazamiento-cortante son 108.2mm y 351.57 KN (experimentales), y los respectivos valores numéricos son de 109.02 mm (error de 0.75%) y 337.32 KN (error de -4.1%). Los ciclos de histéresis prácticamente se superponen uno a uno, indicando que la propuesta para modelación de este tipo de elementos de aislamiento sísmico puede proveer una alta confianza sobre el desempeño del aislador real.

El éxito del modelo numérico propuesto por Kumar, al menos para lo demostrado por el ejercicio documentado en este trabajo de grado, está en la posibilidad de incorporar variables críticas en el comportamiento no lineal del aislador, como lo son el comportamiento hiperelástico del material, el efecto de cavitación del material y la variación de la capacidad de carga del aislador por cuenta de la carga axial transmitida.

Referencias Bibliográficas

- Aguiar Falconí, R., Almazán, J. L., Dechent, P., & Suárez, V. (2008). Aisladores de base elastoméricos y FPS. *Valle de los Chillos, Ecuador: Centro de Investigaciones Científicas, Escuela Politécnica del Ejército*. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/277302150_Aisladores_de_base_Elastomericos_y_FPS
- Aislador Elastomérico FiP industrial*. (16 de 10 de 2020). Obtenido de https://www.fipindustriale.it/public/S02_SI-esp.pdf
- Beattie, G., Megget, L., & Andrews, A. (2008). The historic development of earthquake engineering in New Zealand. *Proceeding of the 14th world conference on earthquake engineering, October*, (págs. 12-17).
- Bojacá, M., & Orlando, G. (2013). Aisladores sísmicos elastoméricos en centros de salud, caso Clínica Comfandi.
- CDT - Cámara Chilena de la Construcción. (2011). *Sistemas de Aislación Sísmica y Disipación de Energía*.
- Constantinou, M. C., Whittaker, A., Kalpakidis, Y., Fenz, D., & Warn, G. P. (2007). Performance of seismic isolation hardware under service and seismic loading. *Technical Rep. No. MCEER-07, 12*.
- Constantinou, M., Kalpakidis, I., Filiatrault, A., & Ecker Lay, R. (2011). LRFD-Based Analysis and Design Procedures for Bridge Bearings and Seismic Isolators: MCEER-11-0004. *MCEER: Buffalo, NY, USA*.

DANE. (16 de 10 de 2020). Obtenido de <https://www.dane.gov.co/files/censo2018/infografias/info-CNPC-2018total-nal-colombia.pdf>

Galvis, F., & Betancour, N. (2015). *Aislamiento sísmico en Colombia: Caso de estudio Puentes Cra. 44, Cali*.

Genatios, C., & Lafuente, M. (2016). *Introducción al uso de aisladores y disipadores en estructuras*. CAF. doi:978-980-422-056-2

Gent, A. N., Lindley, P. B., & Rideal, E. K. (1959). Internal rupture of bonded rubber cylinders in tension. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 249(1257), 195-205. doi:10.1098/rspa.1959.0016

González Echavarría, K. J., & Pérez Echeverry, E. (2014). *Estudio económico a corto y largo plazo de una edificación aislada sísmicamente en su base mediante aisladores elastoméricos*. Universidad EIA.

Guzmán, H. (2013). Nuevo edificio El Aulario. *Civilizate*(3), 24-29.

Iwabe, N., Takayama, M., Kani, N., & Wada, A. (2000). Experimental study on the effect of tension for rubber bearings. *Proceedings: 12th World Conference on Earthquake Engineering*.

Jara Díaz, M., & Casas Rius, J. R. (2002). *Control de vibraciones en puentes: un estado del arte y de la práctica*. Centre Internacional de Mètodes Numèrics en Enginyeria (CIMNE). Obtenido de <http://hdl.handle.net/2117/28367>

Kalpakidis, I. V., & Constantinou, M. C. (2008). *Effects of heating and load history on the behavior of lead-rubber bearings*. State University of New York at Buffalo.

- Kalpakidis, I. V., & Constantinou, M. C. (2009a). Effects of Heating on the Behavior of Lead-Rubber Bearings. I: Theory. *Journal of Structural Engineering*, 135(12), 1440-1449. doi:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000072
- Kalpakidis, I. V., & Constantinou, M. C. (2009b). Effects of Heating on the Behavior of Lead-Rubber Bearings. II: Verification of Theory. *Journal of Structural Engineering*, 135(12), 1450-1461. doi:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000071
- Kalpakidis, I. V., Constantinou, M. C., & Whittaker, A. S. (2010). Modeling strength degradation in lead-rubber bearings under earthquake shaking. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 39(13), 1533-1549. doi:10.1002/eqe.1039
- Kelly, T. E. (2001). Base isolation of structures: Design guidelines. *Wellington, New Zealand: Holmes Consulting Group Ltd.*
- Kitagawa, Y., & Midorikawa, M. (1998). Seismic isolation and passive response-control buildings in Japan. *Smart materials and structures*, 7(5), 581.
- Koh, C. G., Kelly, J. M., National Science Foundation (U.S.), University of California, Berkeley, & Earthquake Engineering Research Center. (1987). *Effects of axial load on elastomeric isolation bearings*. Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California ; For sale by the National Technical Information Service, U.S. Dept. of Commerce. Obtenido de <http://worldcat.org>
- Kumar, M., & Whittaker, A. (2013). Mechanical properties of elastomeric seismic isolation bearings for analysis under extreme loadings. *IASMiRT*.
- Kumar, M., & Whittaker, A. S. (2018). Cross-platform implementation, verification and validation of advanced mathematical models of elastomeric seismic isolation bearings. *Engineering*

- Structures*, 175, 926-943. Obtenido de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029617340324>
- Kumar, M., Whittaker, A. S., & Constantinou, M. C. (2014). An advanced numerical model of elastomeric seismic isolation bearings. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 43(13), 1955-1974. doi:10.1002/eqe.2431
- Kumar, M., Whittaker, A. S., & Constantinou, M. C. (2015a). Experimental investigation of cavitation in elastomeric seismic isolation bearings. *Engineering Structures*, 101, 290-305. Obtenido de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029615004575>
- Kumar, M., Whittaker, A. S., & Constantinou, M. C. (2015b). Response of base-isolated nuclear structures to extreme earthquake shaking. *Nuclear Engineering and Design*, 295, 860 - 874. doi:<https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2015.06.005>
- Kumar, M., Whittaker, A., & Constantinou, M. (2015c). *Seismic isolation of nuclear power plants using elastomeric bearings*. doi:10.13140/RG.2.1.3440.4886/1
- Lefèvre, V., Ravi-Chandar, K., & Lopez-Pamies, O. (2015). Cavitation in rubber: an elastic instability or a fracture phenomenon? *International Journal of Fracture*, 192, 1573-2673. doi:10.1007/s10704-014-9982-0
- Martelli, A., Clemente, P., De Stefano, A., Forni, M., & Salvatori, A. (2014). Recent Development and Application of Seismic Isolation and Energy Dissipation and Conditions for Their Correct Use. En A. Ansal, *Perspectives on European Earthquake Engineering and Seismology: Volume 1* (págs. 449--488). Cham: Springer International Publishing. doi:10.1007/978-3-319-07118-3_14

- Mazzoni, S., McKenna, F., Scott, M. H., & Fenves, G. L. (2006). OpenSees command language manual. (C. E. Berkeley, Ed.) *Pacific Earthquake Engineering Research (PEER) Center*, 264.
- Molinares, N., & Barbat Barbat, H. A. (1994). *Edificios con aislamiento de base no lineal*. Centre Internacional de Mètodes Numèrics en Enginyeria (CIMNE). Obtenido de <http://hdl.handle.net/2117/27019>
- Mundial, B. (2012). Análisis de la gestión del riesgo de desastres en Colombia: un aporte para la construcción de políticas públicas. Obtenido de <http://hdl.handle.net/20.500.11762/18426>
- Nakamura, Y., & Okada, K. (2019). Review on seismic isolation and response control methods of buildings in Japan. *Geoenvironmental Disasters*, 6(1), 1-10. doi:10.1186/s40677-019-0123-y
- Niglio, O., & Valencia-Mina, W. (2013). Evolución de la ingeniería sísmica, presente y futuro: Caso Colombia e Italia. *VI Congreso Colombiano de Ingeniería Sísmica, Bucaramanga. UIS, AIS, UPB*.
- OpenSees. (16 de 10 de 2020). Obtenido de <https://opensees.berkeley.edu/>
- Oviedo, J. A., & Duque, M. (2006). SISTEMAS DE CONTROL DE RESPUESTA SÍSMICA EN EDIFICACIONES. *Revista EIA*, 105 - 120. Obtenido de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1794-12372006000200010&nrm=iso
- Park, Y. J., Wen, Y. K., & Ang, A. H.-S. (1986). Random vibration of hysteretic systems under bi-directional ground motions. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 14(4), 543-557. doi:10.1002/eqe.4290140405

- Piscal, C., & López, F. (2018). Consecuencias de la posible aplicación a Colombia de las normas más actuales sobre aislamiento sísmico de edificios. *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, 21(4), 1390-0315.
- Raayai-Ardakani, S., Earl, D. R., & Cohen, T. (2019). The intimate relationship between cavitation and fracture. *Soft Matter*, 15(25), 4999-5005. doi:10.1039/C9SM00570F
- Rochel Awad, R. (2012). *Análisis y diseño sísmico de edificios*. Universidad Eafit.
- Rosas, J. (2005). *Aislación Sísmica de un Edificio de Oficinas de Siete Pisos.(Análisis Comparativo de Comportamiento y Costos con un Edificio Tradicional)*. Valdivia: UACH.
- Sistema de Control de Respuesta Sísmica* . (05 de 06 de 2006). Obtenido de Rev.EIA.Esc.Ing.Antioq no.6 Envigado : http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1794-12372006000200010
- Taboada, A., Dimaté, C., & Fuenzalida, A. (1998). Sismotectónica de Colombia: deformación continental activa y subducción. *Física de la Tierra*, 10, 111-147.
- Taylor, A. W., & Igusa, T. (2004). *Primer on Seismic Isolation*. American Society of Civil Engineers. doi:10.1061/9780784407516
- Vasco López, P. M. (2016). *Sismo resistencia en edificios de hormigón y acero para zonas de alta peligrosidad sísmica en el Ecuador*. Universidad Técnica de Ambato. Facultad de Ingeniería Civil y Mecánica. Maestría en Estructuras Sismo Resistentes. Obtenido de <http://repositorio.uta.edu.ec/jspui/handle/123456789/22521>
- Velasco Zárate, J. H., & Sánchez Aguilar, J. J. (2015). *Terremotos en Colombia: dónde ocurren, por qué se producen y cómo afrontarlos*. Editorial Universidad Nacional de Colombia. Obtenido de <https://bibliotecavirtual.uis.edu.co:4259/es/ereader/uis/129008?page=1>

Warn, G. P., & Ryan, K. L. (2012). A Review of Seismic Isolation for Buildings: Historical Development and Research Needs. *Buildings*, 2(3), 300-325. Obtenido de <https://www.mdpi.com/2075-5309/2/3/300>

Warn, G. P., Whittaker, A. S., & Constantinou, M. C. (2007). Vertical Stiffness of Elastomeric and Lead–Rubber Seismic Isolation Bearings. *Journal of Structural Engineering*, 133(9), 1227 - 1236. Obtenido de <https://bibliotecavirtual.uis.edu.co/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=asn&AN=26231777&lang=es&site=eds-live>