

**INFLUENCIA DE UNA IMPUREZA SOBRE EL ESPECTRO DE UN
MAGNETOEXCITÓN EN UN ANILLO CUÁNTICO**

FRANCY KARINA DUARTE CAMACHO

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
BUCARAMANGA
2014**

**INFLUENCIA DE UNA IMPUREZA SOBRE EL ESPECTRO DE UN
MAGNETOEXCITÓN EN UN ANILLO CUÁNTICO**

FRANCY KARINA DUARTE CAMACHO

Trabajo de grado como requisito para optar al título de FÍSICA.

**Director:
Dr. LUIS CARLOS PORRAS MONROY**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
BUCARAMANGA
2014**

DEDICATORIA

A mi madre y a mi padre, quienes fueron el motor para cumplir este logro. A ellos que me llenaron cada día de motivos para vencer los obstáculos y cumplir mis metas.

Esto les pertenece, son dueños de mi trabajo y mi triunfo, son ustedes mi verdadera motivación, mi inspiración, mi ejemplo y mis fuerzas. con todo mi amor: esto es para ustedes.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	11
1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS GENERALES	13
1.1. Generalidades	13
1.2. Aproximación de masa efectiva en nanoestructuras semiconductoras	14
1.3. Aproximación adiabática	15
2. SISTEMAS DE POCAS PARTÍCULAS	17
2.1. Modelo estructural de un QR	17
2.2. Un electrón en un QR unidimensional en presencia de un campo magnético	18
2.3. Hamiltoniano para el sistema de un excitón en un QR	20
2.4. Efecto AB para un electrón en un QR unidimensional	22
2.5. Efecto de la morfología y del tamaño del hueco central del QR	23
2.6. Sistema de dos y tres partículas confinadas en un QR	25
3. DENSIDAD DE ESTADOS: DOS	28
3.1. Densidad de estados para sólidos-Bulk	29
3.2. Densidad de estados en pozos cuánticos (QWs)	30
3.3. Densidad de estados en hilos cuánticos (QWWs)	31
3.4. Densidad de estados para puntos cuánticos (QDs)	32
4. RESULTADOS Y DISCUSIONES	34
5. CONCLUSIONES	39
REFERENCIAS	40

INDICE DE FIGURAS

1.	Esquema de un anillo cuántico QR.	18
2.	Esquema de un electrón confinado en un anillo cuántico (QR).	18
3.	Esquema de un excitón X en un anillo cuántico (QR).	20
4.	Espectro energético de un electrón en un QR en función de la intensidad del campo magnético aplicado.	22
5.	Oscilaciones Aharonov-Bohm en un anillo cuántico (QR) 1D con un electrón.	23
6.	Modelos de estructuras anulares.	24
7.	Cambio en las oscilaciones Aharonov-Bohm en anillos cuánticos (QRs) 2D	24
8.	Esquema de un trión X^+ confinado en un anillo cuántico (QR).	25
9.	Dependencia de los niveles energéticos con el campo magnético aplicado para dos diferentes radios centrales: a) excitón. b) excitón positivamente cargado, trión.	26
10.	Superficies esféricas de energía constante en el espacio k	30
11.	Perímetros de energía constante en el espacio k	31
12.	Densidad de estados para: a) Bulk, b) QWs, c) QWWs y d) QDs.	32
13.	Excitón con hueco pesado y parámetros $R=40\text{nm}$, $h=6\text{nm}$, $w=10\text{nm}$: a) Excitón ligado a una donadora, b) Excitón ligado a una aceptadora, c) Excitón sin impureza	35
14.	Excitón con hueco ligero y parámetros $R=40\text{nm}$, $h=6\text{nm}$, $w=10\text{nm}$: a) Excitón ligado a una donadora, b) Excitón ligado a una aceptadora, c) Excitón sin impureza	35
15.	Excitón con hueco pesado y parámetros $R=60\text{nm}$, $h=6\text{nm}$, $w=10\text{nm}$: a) Excitón ligado a una donadora, b) Excitón ligado a una aceptadora, c) Excitón sin impureza	36
16.	Excitón con hueco ligero y parámetros $R=60\text{nm}$, $h=6\text{nm}$, $w=10\text{nm}$: a) Excitón ligado a una donadora, b) Excitón ligado a una aceptadora, c) Excitón sin impureza	36

17. Densidad de Estados (DOS) para un Excitón con hueco pesado y parámetros $R=40\text{nm}$, $h=6\text{nm}$, $w=10\text{nm}$: a) Excitón ligado a una donadora, b) Excitón ligado a una aceptadora, c) Excitón sin impureza 37
18. Densidad de Estados (DOS) para un Excitón con hueco pesado y parámetros $R=60\text{nm}$, $h=6\text{nm}$, $w=10\text{nm}$: a) Excitón ligado a una donadora, b) Excitón ligado a una aceptadora, c) Excitón sin impureza 37

RESUMEN

TITULO: INFLUENCIA DE UNA IMPUREZA SOBRE EL ESPECTRO DE UN MAGNETO-EXCITÓN EN UN ANILLO CUÁNTICO *.

AUTOR: FRANCY KARINA DUARTE CAMACHO **.

PALABRAS CLAVES: Anillo Cuántico, Impureza Donadora, Impureza Aceptadora, Excitón, Huevo Ligero, Huevo Pesado, Efecto Aharonov-Bohm, Densidad De Estados.

Se analiza las curvas de la densidad de estados de excitones con huecos ligeros y pesados y la modificación que sufren estas curvas a la hora de ligar el excitón a una impureza donadora o aceptadora en un anillo cuántico uniforme en presencia de un campo magnético externo aplicado a lo largo del eje axial de simetría, en estas curvas se tuvo en cuenta diferentes valores de las dimensiones del anillo como parámetros variables del modelo desarrollado. El problema se lleva a cabo bajo la condición de la aproximación de masa efectiva y aproximación adiabática, implementando el método de dobles series de Fourier en el desarrollo de la solución de la ecuación de onda unidimensional asociada a los portadores de carga para la parte rotacional. Se trabaja con los diferentes algoritmos y programas computacionales ya elaborados en el grupo de investigación FICOMACO los cuales permitieron realizar las diferentes curvas del espectro energético en función del campo magnético y elaborar las curvas de densidad de los estados. Se realiza una discusión del efecto mecano-cuántico Aharonov-Bohm de gran interés actual en las investigaciones experimentales, se observa las modificaciones que sufre este efecto en los sistemas propuestos cuando se tiene la influencia de una impureza en el sistema.

*Proyecto de grado.

**Facultad de ciencias, Escuela de física, MSc. Luis Carlos Porras Monroy.

ABSTRACT

TITLE: : INFLUENCE OF IMPURITIES ON THE SPECTRUM OF A QUANTUM RING MAGNETOEXCITON *.

AUTHOR: FRANCY KARINA DUARTE CAMACHO **.

KEYWORDS: Quantum Ring, Impurity Donor, Acceptor Impurity, Exciton, Light Hole, Heavy Hole, Aharonov-Bohm Effect, Density Of States.

The curves of the density of states of excitons with light and heavy holes is analyzed, and the modification suffering these curves when binding the exciton with light hole or heavy hole to a donor or acceptor impurity in a uniform quantum ring, quantum ring is in the presence of an external magnetic field applied along the axial axis of symmetry. In these curves different values of ring dimensions as variables developed model parameters were taken into account. The problem is conducted under the condition of the effective mass approximation and adiabatic approximation, by implementing the method of double Fourier series development solution dimensional wave equation associated with the charge carriers to the rotational part of the issue. It works with different algorithms and computer programs already developed in the research group FICOMACO which allowed for the different curves of the energy spectrum as a function of magnetic field and then draw the curves of density of states for each problem situation. A discussion of the quantum mechanical Aharonov-Bohm effect of great current interest in experimental research is performed, this effect changes that occur in the proposed systems when you have the influence of an impurity in the system linked to a hole exciton is observed light or heavy through. With this is carried out the analysis of the different curves of density of states.

* Thesis Project.

**Faculty of Science, school physical, Dr. Luis Carlos Porras Monroy.

INTRODUCCIÓN

El avance tecnológico en la nanociencia que se ha presentado en los últimos años ha permitido abordar espacios verdaderamente importantes para un progreso en las nanoestructuras, con estos avances se busca manipular la materia a escalas nanométricas, logrando grandes aportes científicos en la física, la química y la medicina. De las nanoestructuras surgen los sistemas de baja dimensionalidad, llamados así pues sus dimensiones son a escalas nanométricas, como: pozos cuánticos (QW) donde el movimiento de los portadores de carga es un movimiento cuasi-bidimensional debido al confinamiento que se presenta en solo una de sus dimensiones [1], Los hilos cuánticos (QWW) representando los sistemas cuasi-unidimensionales con confinamiento en dos de sus dimensiones [2] y los puntos cuánticos (QD) estructuras cuasi-cero dimensionales presentando un confinamiento en las tres dimensiones [3]. En la fabricación de estas nanoestructuras se utilizan materiales semiconductores compuestos, binarios o ternarios, la técnica más común de crecimientos para estos sistemas es la epitaxia que consiste de varios métodos, entre los principales la epitaxia de haces moleculares (MBE) [4] y la epitaxia en fase líquida [5], también se tiene la litografía [6], el grabado [6] y el depósito metal-orgánico de vapor [7].

En cuanto a la fabricación de los puntos cuánticos (QD) esta se basa en técnicas como: el método de Stranski Krastanow [8] para puntos cuánticos autoensamblados (SAQDs), y de litografía y grabado para los puntos cuánticos uniformes [6]. En litografía se tendrá la forma de los puntos cuánticos (QDs) deseados, es decir, el resultado de las nanoestructuras no serán aleatorias, se sabrá que geometría del punto cuántico resultará en el material. Estas nanoestructuras presentan diferentes morfologías, pueden ser similares geométricamente a lentes, pirámides, volcanes, discos y anillos [9, 10], donde las alturas de estas son mucho menores que sus radios base, aunque el radio sigue estando en el orden nanométrico. Además de esto, los puntos cuánticos (QD) se vuelven interesantes a la hora de su estudio pues permiten modificar sus propiedades, forma y tamaño de manera controlada por medio de cambios en sus dimensiones (radio, altura, grosor), tensión entre las capas y la temperatura, durante el proceso de crecimiento. Generalmente se trabaja con estructuras de GaAs, AlGaAs, cadmio, selenio y zinc.

El principal interés se da en los puntos cuánticos (QDs), dentro de ellos se encuentran los portadores de carga que están sometidos a un confinamiento espacial en las diferentes dimensiones de la heteroestructura, presentando fenómenos mecanocuánticos cuando el tamaño de estas nanoestructuras es comparable con la longitud de onda de De Broglie asociada a los portadores de carga confinados [11].

Las aplicaciones de estos se centran en el ámbito industrial. En los dispositivos de luz (LED), los materiales nanoestructurados los cuales se basan en puntos cuánticos, están siendo utilizados como emisores, ésta es una aplicación típica de los puntos cuánticos, entre otras están los fotodetectores, células solares [12], transistores de efecto de campo, y una aplicación futura que se está explorando es la computación cuántica [13], donde los ordenadores almacenarían la información en forma de qubits (estados cuánticos).

Un caso particular de los puntos cuánticos (QDs) son los anillos cuánticos (QRs), estos se fabrican

por medio de técnicas de auto-ensamblado [10], pero existe otros métodos de crecimiento como el de litografía y grabado [6] donde se puede obtener un control en su forma y tamaño haciendo que se puede modificar su espectro, por este método el crecimiento se presenta de manera no aleatoria. Por primera vez los anillos cuánticos se dieron en islas de GaAs recubiertas con InAs, utilizando la técnica de epitaxia de haces moleculares [4,14]. Los anillos cuánticos son nanoestructuras que están ubicadas sobre una superficie de material semiconductor, tiene un hueco central de aproximadamente 50nm de radio base, su altura es del orden de 4nm y su ancho de 10nm, aunque pertenecen a los puntos cuánticos, estas nanoestructuras se consideran bi-dimensionales o uni-dimensionales pues su altura en comparación con las demás dimensiones es muy pequeña, resulta entonces que sus tamaños son del orden de decenas de nanómetros, siendo comparable con la longitud de onda de De Broglie [11] de los portadores, presentando así efectos cuánticos. El estudio de estas nanoestructuras es indispensable para diseñar dispositivos de tamaño nanométrico y poder seguir avanzando en la nanociencia, ofreciendo la posibilidad de controlar las propiedades optoelectrónicas de estos semiconductores [15].

Para explicar algunas propiedades de los anillos cuánticos basta con tener el problema de un solo electrón y un hueco, encontrando a estas nanoestructuras como un objeto de estudio simple, que facilita el análisis de diferentes efectos cuánticos. En ellos se puede estudiar el efecto Aharonov-Bohm [16], relacionado con las oscilaciones de niveles energéticos en presencia de campos magnéticos, las corrientes persistentes [17], entre otras como la transparencia óptica, los números mágicos y los saltos de magnetización.

1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS GENERALES

1.1. Generalidades

Un gran interés se ha tenido frente a los efectos de confinamiento cuántico en materiales semiconductores en el ámbito científico y tecnológico pues los nuevos fenómenos físicos que surgen con estos efectos han dado lugar a los sistemas de baja dimensionalidad. Desde el punto de vista de una aplicación, la necesidad de crear mejores dispositivos ópticos y/o electrónicos, que tengan nuevas propiedades, han aumentado la motivación en cuanto al desarrollo y la investigación que involucran sistemas cuánticamente confinados, como lo son los sistemas de baja dimensionalidad. Muchos de estos dispositivos son ahora realidad, los diodos láser usados en líneas de transmisión por fibra óptica y dispositivos de alta velocidad y alta frecuencia como lo son los transmisores de alta movilidad, son unos ejemplos de las aplicaciones.

Aquí entran en juego los sistemas de pocas partículas en semiconductores. En el año 1958 M.A. Lampert [18] realizó un estudio sobre la formación de complejos con portadores de carga de diferente tipo, clasificándolos en dos grupos. El primer grupo corresponde a complejos móviles, compuestos por electrones de la banda de conducción y huecos de la banda de valencia que pueden formar excitones X que resulta ser el complejo más simple, triones X^- que son excitones cargados o ionizados y uno de los sistemas más complicados son los biexcitones XX que es el caso cuando la densidad de excitones es muy grande. Estas partículas presentan una masa efectiva muy pequeña permitiéndoles una gran movilidad en el material. El segundo grupo corresponde a complejos inmóviles los cuales tiene su centro en un punto fijo debido a una impureza, ya sea una donadora D o aceptadora A estos centros pueden atrapar electrones, huecos o excitones debido a la interacción Coulombiana. Se tiene diferentes tipos, D^- se da cuando una donadora neutra D^0 atrapa a un electrón, también existen complejos formados por dos centros que ligan un electrón D_2^+ o dos electrones D_2^0 .

El avance de estos sistemas no queda sólo en la parte teórica, experimentalmente también se realizaron estudios, como lo hizo Haynes [19] quien demostró que estos complejos existen en materiales de silicio. El confinamiento juega un papel muy importante, se tiene que mayor confinamiento significa mayor estabilidad, haciendo esto que los puntos cuánticos (QDs) sean los perfectos candidatos para la observación de excitones debido al confinamiento en las tres dimensiones, esto se demostró experimentalmente [20] donde se probó que se presenta una mayor estabilidad de los excitones en puntos cuánticos (QDs) pues las partículas presentan mayor confinamiento en comparación con otras heteroestructuras, esto lleva a tener complejos mucho más estables posibilitando una mejor observación.

A la hora de un análisis teórico el confinamiento impone condiciones que hace complicada una descripción de los sistemas de pocas partículas, debido a que en la descripción exacta de estos sistemas se hace necesario incluir potenciales de interacción entre todas las partículas (portadores de carga y

las que componen la nanoestructura), resultando casi imposible una solución directa de la ecuación de Schrödinger. Para resolver este tipo de inconvenientes se ha recurrido a métodos y aproximaciones que facilitan un mejor análisis. Una de esas aproximaciones es la aproximación de masa efectiva (AME) como lo hicieron Kohn y Luttinger [21].

Los métodos aproximados que se utilizan para el cálculo del espectro energético de los complejos excitónicos y que solucionan los problemas antes mencionados, entre ellos, se encuentra el método variacional [22–24], la diagonalización matricial [25, 26], teoría de perturbaciones [27], expansión por series [28], dimensión fraccionaria [29], elementos y diferencias finitas [30, 31], soluciones numéricas de ecuaciones diferenciales [32], dimensión fractal [33] y barrido trigonométrico [34]. Estos métodos se basan en la solución directa de las ecuaciones principales y de gran relevancia, los más comunes y de mayor facilidad a la hora de programar son el método variacional y el de diagonalización matricial, en cuanto al método de teoría de perturbaciones resulta ser más complicado en su desarrollo y aplicación que el método variacional. Todos estos métodos y técnicas a la hora de un análisis del espectro de energía resultan ser un poco complicados pues se requiere de un gran trabajo computacional cuando el número de partículas crece, una salida a esto se basa en la aplicación de la aproximación adiabática (AA) [35–37], que se puede utilizar debido a la característica morfológicas que presentan los puntos cuánticos (QDs), en donde se tiene que los espesores son mucho menores que sus radios o tamaños laterales. La aproximación adiabática (AA) nos permite pasar de un problema de tres dimensiones en otros semejantes en espacios de una y dos dimensiones.

Los puntos cuánticos (QDs) se clasifican en tipo I, tipo II y tipo III. En los tipos I se tienen las partículas confinadas dentro del punto cuántico, presentando energías más bajas que en el exterior del punto. En las estructuras de tipo II se tiene una partícula dentro del punto cuántico y la otra se encuentra fuera de este, por ejemplo la partícula dentro del punto cuántico podría ser un electrón y la que se encuentra en el exterior podría ser un hueco, manteniéndose estos dos ligados por medio de la atracción Coulombiana. Estos dos son los tipos más estudiados en la ciencia, pero aún más los tipo I.

Los anillos cuánticos (QRs) son nanoestructuras que nos brindan un amplio espacio para su estudio, pues sus interesantes propiedades nos muestran que podemos lograr un gran avance en la nanotecnología. La morfología de estos y sus dimensiones son características que los vuelven más interesantes, sus radios que son mucho mayores que su altura o espesor hacen que se puedan considerar como anillos delgados, presentando un confinamiento mucho mayor en una de sus dimensiones, confinamiento que aumenta la energía de enlace resultando el estado del excitón mucho más estable. Sus condiciones permiten la aplicación de la aproximación de masa efectiva (AME) y de la aproximación adiabática (AA) a la hora de un análisis teórico.

1.2. Aproximación de masa efectiva en nanoestructuras semiconductoras

En un cristal el potencial es muy complejo y no se puede calcular fácilmente, pero se tiene que este potencial es periódico y tiene una simetría igual a la que tiene una red cristalina. A la hora de un análisis teórico para la descripción del movimiento de un electrón en este tipo de estructuras es necesario resolver la ecuación de Schrödinger y para esto se debe recurrir a ciertas aproximaciones pues resolver la ecuación de Schrödinger para el cristal resulta imposible ya que el número de variables independientes que describen el sistema está determinado por el número total de partículas del cristal.

Para reducir el número de variables se tiene como aproximaciones: la aproximación adiabática o de Born-Oppenheimer donde se considera el movimiento de los electrones en un campo de potencial de núcleos fijos, la aproximación de valencia donde se consideran variables de movimiento tan solo para los electrones de valencia, una tercera es la aproximación de campo promedio donde se supone que cada electrón de valencia percibe aproximadamente un mismo potencial promedio efectuado por todos los electrones y se puede suponer periódico.

En la teoría de los semiconductores se tiene que el problema de un electrón que se mueve en la presencia de los potenciales atómicos o de otros campos puede ser sustituido por un problema mucho más simple con una masa diferente para el electrón, llamada masa efectiva m^* que se mueve solo en presencia de campos externos, sin que estos campos se varíen bruscamente respecto a la constante de red cristalina. Entonces se tiene que el electrón está sometido tanto al potencial cristalino como a otros potenciales que no poseen ninguna periodicidad, haciendo imposible resolver la ecuación de Schrödinger de manera exacta, no obstante para la dificultad planteada existe una aproximación que resuelve el problema, la aproximación de masa efectiva (AME). La aproximación de masa efectiva juega un papel muy importante, con esta se desprecia el potencial periódico y las masas de las partículas se remplazan por masas efectivas, teniendo que la masa efectiva refleja la influencia del potencial periódico en la red sobre la dinámica de la partícula [5]. La masa efectiva de la partícula no es la misma masa de la partícula libre, un ejemplo se puede observar en los semiconductores donde la masa efectiva de los electrones es de 10 a 20 veces menor que la masa del electrón libre m_e .

1.3. Aproximación adiabática

Cuando se tiene el caso más simple de un electrón confinado en una nanoestructura o cuando se tiene la presencia de una impureza y de campos externos, por dar un ejemplo, la ecuación de Schrödinger correspondiente a este problema no es separable, por lo tanto no puede este problema ser resuelto de manera exacta y no se obtendrá una solución analítica. Para superar esto es necesario acudir a métodos y aproximaciones que si permitan la separación de variables. En el análisis de un cristal se divide el sistema en partículas livianas (electrones) y partículas pesadas (núcleos), las velocidades de los electrones serán mayores en comparación con las velocidades de los núcleos pues estos últimos tienen una masa mayor, despreciando así el movimiento de los núcleos atómicos, dicha consideración se le llama aproximación adiabática. En este trabajo que se refiere a sistemas de pocas partículas confinadas en nanoestructuras se toma la precisión no de la diferencia de masa entre las partículas, sino la diferencia de las dimensiones de la estructura que se maneja. Las dimensiones estudiadas de los anillos cuánticos presentan un radio del hueco central entre 20 y 60nm, su ancho esta en el orden 10nm y su altura varia de 4 a 6nm, mostrando que su altura es mucho menor que sus radios o tamaños laterales, esto tiene una consecuencia importante, el confinamiento en la sección transversal será mucho mayor que el confinamiento en la dirección angular, entonces se presenta para los portadores de carga confinados un movimiento transversal rápido y un movimiento angular o rotacional lento. Debido a esta morfología que presenta los anillos cuánticos se puede aplicar la aproximación adiabática (AA) que permite un mejor análisis desacoplando el movimiento rápido del movimiento lento, teniendo esto se busca la solución de la ecuación de Schrödinger para el problema a tratar.

La aproximación adiabática (AA) se ha podido aplicar en diferentes trabajo [38, 39], como en los problemas de una donadora neutra confinada en un anillo cuántico (QR) delgado bidimensional [40],

en un punto cuántico lenticular con dos electrones en un campo magnético en dirección axial [41] y de forma más general en un sistema de pocas partículas confinadas en un SAQD con topología de anillo [42], todo esto demostrando que esta aproximación es válida para solucionar los problemas de sistemas de pocas partículas en nanoestructuras.

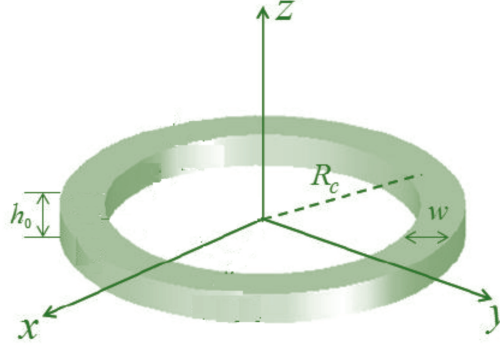
2. SISTEMAS DE POCAS PARTÍCULAS

Son los anillos cuánticos (QRs) la principal motivación de este trabajo, la formación de estas nanoestructuras se dio por primera vez para islas de GaAs recubiertas con InAs mediante la técnica de crecimiento por epitaxia de haces moleculares en el modo de Stranski-Krastanow [22] y desde entonces se han convertido en objetos de grandes estudios en los sistemas de pocas partículas en semiconductores. Los anillos cuánticos (QRs) a diferencia de las demás nanoestructuras son los únicos que no presentan una geometría simplemente conexas por lo que su topología es muy diferente, también el confinamiento en ellos es de vital importancia para los diferentes fenómenos mecano-cuánticos que se presentan. Todas estas características nos permiten observar en los anillos cuánticos (QRs) las oscilaciones periódicas en su espectro energético respecto a la variación del campo magnético llamadas Oscilaciones Aharonov-Bohm, este efecto es conocido como el efecto Aharonov-Bohm (AB), pero esta no es la única forma que ofrecen para variar su espectro energético, pues modificando su topología, sus dimensiones y su material se puede generar también cambios significativos. Todo esto se logra gracias al estudio de los diferentes tipos de complejos que se pueden confinar en un anillo cuántico, que van desde los excitones neutros X , los sistemas que se forman cuando un excitón es capaz de enlazar un electrón o un hueco mas, teniendo como resultado excitones cargados o ionizados llamados triones $X^-(e eh)$ y $X^+(h he)$, otros sistemas se dan cuando un excitón está ligado a una impureza ya sea donadora D o aceptadora A . El fin de este capítulo es mostrar de manera breve y general algunos de estos complejos y sus características a la hora de estar confinados en un anillo cuántico (QR), que efectos se presentan y que cambios se dan cuando se varían algunos parámetros.

2.1. Modelo estructural de un QR

Los parámetros geométricos y físicos para el modelo a tratar en este trabajo son los siguientes: Se toma el anillo cuántico (QR) como un medio continuo, esto se puede aplicar pues el anillo presenta dimensiones mucho mayores que las dimensiones de los portadores de carga, se considera QRs de material InAs, donde la constante dieléctrica es $\varepsilon = 13$, los valores de las masas efectivas son $m_e^* \approx 0,026m_0$, $m_l^* \approx 0,026m_0$ y $m_h^* \approx 0,45m_0$ para el electrón, el hueco ligero y el hueco pesado respectivamente, donde m_0 es la masa del electrón en el vacío. En los cálculos realizados los valores del radio de Bohr y el Rydberg efectivo correspondientes a estos parámetros son $a_0^* \approx 26,3nm$ y $R_y^* \approx 2,1nm$ respectivamente y $\gamma \approx B(T)$ como la unidad de campo magnético, la brecha entre las bandas de valencia y de conducción es $\Delta = 0,41eV$. Para las dimensiones del anillo se tiene los siguientes valores: el hueco central tendrá un radio R que oscilara entre 40nm y 60nm, para el ancho w se tiene un valor de 10nm y su altura h_0 estará en 6nm, reconociendo que la altura en comparación con las demás dimensiones es muy pequeña.

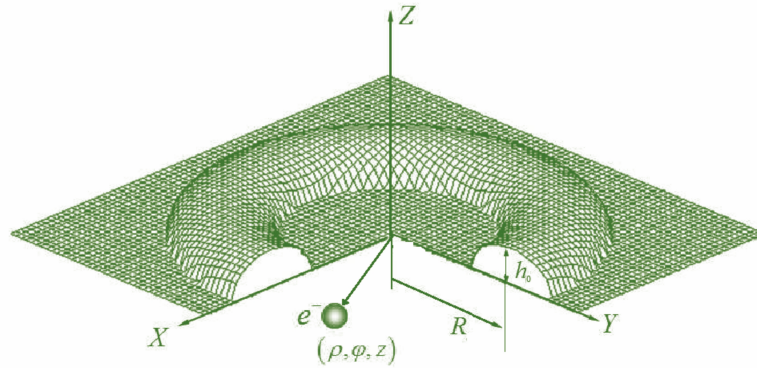
Figura 1: Esquema de un anillo cuántico QR.



2.2. Un electrón en un QR unidimensional en presencia de un campo magnético

Para dar una idea a los diferentes complejos que se pueden dar en un anillo cuántico (QR) se expone una idea simple de un electrón confinado en un anillo cuántico (QR) estando este atravesado por un campo magnético, con esto y las siguientes secciones se logra tener mayor claridad sobre los efectos que puede tener la presencia de un hueco, una impureza o ambas en esta nanoestructura.

Figura 2: Esquema de un electrón confinado en un anillo cuántico (QR).



Para empezar se expone el Hamiltoniano que describe el estado de un electrón dentro de un anillo cuántico (QR), dentro del marco de la aproximación de masa efectiva (AME), así:

$$H = \frac{1}{2m^*} \left[\mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right]^2 \quad (2.1)$$

Teniendo en cuenta que el electrón solo dispone de un grado de libertad el operador de momento lineal en coordenadas cilíndricas es:

$$\mathbf{p} = - \left[i\hbar \frac{d}{Rd\theta} \right] \hat{e}_\theta \quad (2.2)$$

Con el fin de introducir el campo magnético en la dirección del eje de simetría, es decir el campo magnético uniforme será aplicado en la dirección z se toma el vector potencial magnético como:

$$\mathbf{A} = -\frac{1}{2}(\boldsymbol{\rho} \times \mathbf{B}) \quad (2.3)$$

En su forma adimensional el Hamiltoniano (2.1) resulta:

$$H = - \left[\frac{1}{R^2} \frac{d^2}{d\theta^2} + i\gamma \frac{d}{d\theta} - \frac{\gamma^2 R^2}{4} \right] \quad (2.4)$$

En la ecuación (2.4) se puede observar los términos diamagnético y paramagnético que se dan debido a la interacción del electrón con el campo magnético aplicado. Este Hamiltoniano nos lleva a la ecuación de onda que tiene solución analítica y describe el estado m -ésimo del sistema:

$$-\frac{1}{R^2} \frac{d^2 \phi_m(\theta)}{d\theta^2} + \frac{\gamma^2 R^2}{4} \phi_m(\theta) - i\gamma \frac{d\phi_m(\theta)}{d\theta} = E_m \phi_m(\theta) \quad (2.5)$$

El electro está confinado en un anillo unidimensional por tanto su grado de libertad está en el ángulo azimutal θ , y las funciones de onda que satisfacen la ecuación de onda anterior serán funciones armónicas respecto al número cuántico azimutal m y serán:

$$\phi_m(\theta) = \frac{e^{im\theta}}{\sqrt{2\pi}} \quad (2.6)$$

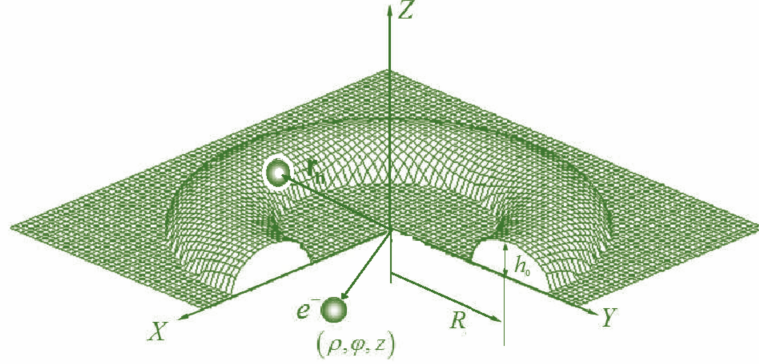
Con esto se tiene:

$$E_m = \frac{m^2}{R^2} + \frac{\gamma^2 R^2}{4} + \gamma m \quad \text{con } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.7)$$

Que son los posibles valores de energía que podrá tener el electrón en el sistema.

2.3. Hamiltoniano para el sistema de un excitón en un QR

Figura 3: Esquema de un excitón X en un anillo cuántico (QR).



Se da a conocer el Hamiltoniano para el caso general de un excitón confinado en un anillo cuántico (QR) en presencia de un campo magnético uniforme orientado a lo largo del eje z , perpendicular al plano de anillo, este Hamiltoniano servirá como guía para los demás correspondientes a los diferentes complejos en la nanoestructura. El Hamiltoniano mencionado es:

$$H = \sum_k \left[\frac{1}{2m_k^*} \left(\mathbf{p}_k - \frac{q_k}{c} \mathbf{A}_k \right)^2 + V_k(\mathbf{r}_k) \right] + \frac{1}{2} \sum_{k \neq j} \frac{q_k q_j}{\varepsilon |\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_j|} \quad (2.8)$$

Donde m_k^* son las masas efectivas para el electrón m_e^* y para el hueco m_h^* , q_k se refiere a la carga ($\pm e$), ε la permitividad eléctrica del material, \mathbf{r}_k es el vector posición de cada partícula, $\mathbf{p}_k = -i\hbar\nabla_k$ es el operador de momento lineal y $\mathbf{A}_k = -\frac{1}{2}\mathbf{r} \times \mathbf{B}$, con esto se puede llevar el Hamiltoniano (2.8) a una forma adimensional más reducida, usando el radio de Borh a_0^* , el Rydberg efectivo R_y^* y el factor de Landau γ como medidas de longitud, de energía y de intensidad de campo magnético respectivamente, así:

$$H = \sum_k \frac{1}{\mu_k} \left[-\nabla_k^2 + s_k i \gamma \frac{\partial^2}{\partial \theta_k} + \frac{1}{4} \rho_k^2 \gamma^2 \right] + V(\mathbf{r}_k) + \sum_{k \neq j} \frac{s_k s_j}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_j|} \quad (2.9)$$

Donde $s_k = -1$ para el electrón y $s_k = 1$ para el hueco y:

$$\mu_k = \frac{\mu}{m_k^*} \quad \text{con} \quad \mu = \frac{m_e^* m_h^*}{m_e^* + m_h^*} \quad (2.10)$$

Teniendo en cuenta el carácter 1D del movimiento de las partículas y desplegando ∇_k^2 la ecuación (2.9) se escribe como:

$$H = \sum_k H_k^{fast} + H_k^{slow} + \sum_{k \neq j} \frac{s_k s_j}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_j|} \quad (2.11)$$

Donde:

$$H_k^{fast} = -\frac{1}{\mu_k} \left[\frac{1}{\rho_k} \frac{\partial}{\partial \rho_k} \left(\rho_k \frac{\partial}{\partial \rho_k} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z_k^2} - \frac{1}{4} \rho_k^2 \gamma^2 \right] + V(\rho_k, z_k) \quad (2.12)$$

$$H_k^{slow} = -\frac{1}{\mu_k} \left[\frac{1}{\rho_k^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta_k^2} - s_k i \gamma \frac{\partial^2}{\partial \theta_k} \right] \quad (2.13)$$

Aquí se muestra el movimiento rápido en dirección axial y radial, el movimiento rotacional lento, los términos magnéticos y la interacción Coulombiana. Ya con el anterior desarrollo se llega a la forma general del Hamiltoniano de un excitón en n anillo cuántico (QR):

$$H = 2 \left(\frac{\pi^2}{\hbar^2} + \frac{\pi^2}{w^2} \right) - \frac{1}{I_h} \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta_h^2} \right) - \frac{1}{I_e} \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta_e^2} \right) + \frac{\gamma^2 \bar{R}^2}{4} \left(\frac{1}{\mu_h} + \frac{1}{\mu_e} \right) +$$

$$+ i \frac{\gamma}{\mu_h} \left(\frac{\partial}{\partial \theta_h} \right) - i \frac{\gamma}{\mu_e} \left(\frac{\partial}{\partial \theta_e} \right) - V_c(\theta_h - \theta_e) \quad (2.14)$$

En (2.14) se tiene:

$$\bar{R}^2 \approx R^2 + \frac{w^2}{12} \quad (2.15)$$

$$I_k \approx \mu_k \bar{R}^2; k = e, h \quad (2.16)$$

$$V_c(\theta_h - \theta_e) \approx 2/\sqrt{\frac{w^2}{4} + \frac{\bar{R}^2 \sin^2(\theta_h - \theta_e)}{2}} \quad (2.17)$$

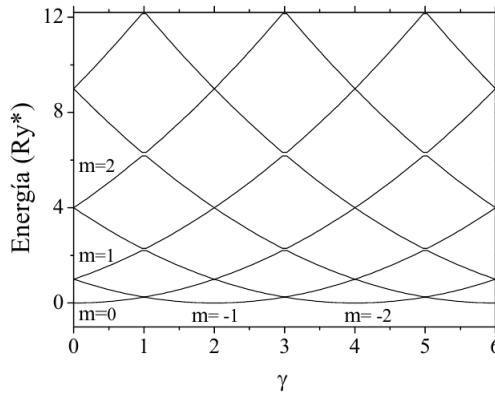
Teniendo en cuenta que h_0 es la altura del anillo, w es el ancho y \bar{R} es el radio el cual es mucho mayor que los dos anteriores parámetros.

2.4. Efecto AB para un electrón en un QR unidimensional

Se puede presentar un análisis breve de algunos resultados que se dan con el procedimiento que se realizó anteriormente. Uno de los aspectos estudiados es el efecto Aharonov-Bohm (AB) de este tipo de nanoestructuras con pocas partículas, a continuación se expone de manera general y concisa algunas consecuencias de este efecto por medio del espectro energético en función de un campo magnético aplicado en la dirección perpendicular al plano del anillo para un electrón en un anillo cuántico (QR) unidimensional.

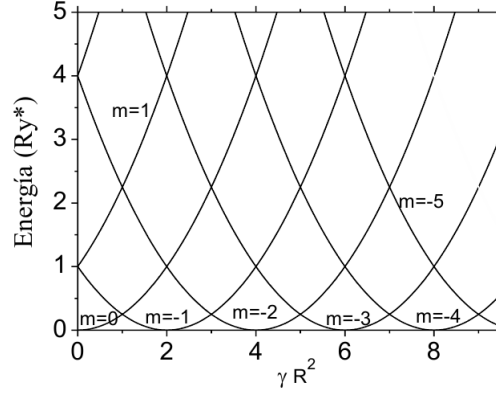
De la ecuación (2.7) el termino $\gamma^2 R^2/4$ es la energía correspondiente a la parte diamagnética, siendo esta siempre positiva produciendo un incremento en la energía cinética del electrón, γm es la energía que corresponde al termino paramagnético, este podrá ser positivo o negativo esto lo definirá el giro de la partícula dentro del anillo, el cual está determinado por el signo de m , por ultimo m^2/R^2 se refiere a la energía cinética del electrón en ausencia del campo magnético.

Figura 4: Espectro energético de un electrón en un QR en función de la intensidad del campo magnético aplicado.



En la Fig. 4 se observa que cada nivel energético con $|m| \geq 1$ esta doblemente degenerado en ausencia del campo magnético externo, debido a que la energía relacionada con el acople paramagnético depende del sentido de giro del electrón, entonces cuando se aplica el campo magnético la doble degeneración se rompe. El electrón tiene dos sentidos de giro, horario con m positivo y anti-horario con m negativo, cuando gira en sentido horario el termino paramagnético produce un incremento de la energía y cuando gira en sentido anti-horario se da una reducción en la energía. La competencia entre los términos diamagnético y paramagnético conduce a oscilaciones de la energía del estado base en función de la intensidad de campo magnético, esto es conocido como oscilaciones Aharonov-Bohm.

Figura 5: Oscilaciones Aharonov-Bohm en un anillo cuántico (QR) 1D con un electrón.

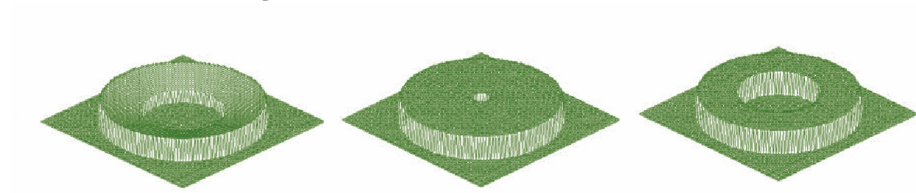


Siguiendo con la Fig. 5, cuando el aumento del campo magnético lleva a que el valor γR^2 sea igual a un número impar, las curvas adyacentes se cruzan y el momento magnético del estado base para este valor se incrementa bruscamente a saltos, pero cuando γR^2 es igual a un número par, la energía del estado base se hace igual a cero siendo el momento angular diferente de cero, entonces se tiene que para los valores de campo magnético existen estados con la energía cero y momento angular diferente de cero, y es aquí donde aparecen las corrientes persistentes. También hace presencia aquí el efecto Aharonov-Bohm (AB), se puede observar un efecto de transparencia del anillo ante el campo electromagnético, pues el electrón no requiere de energía adicional para realizar la transición del estado base al estado excitado más cercano, esto se da pues la brecha que existe entre el estado base y el primer estado excitado se anula para valores equidistantes de intensidad de campo magnético con $\gamma = 2|m + 1|/R^2$, todo este conjunto de comportamientos y propiedades optoelectrónicas son consecuencia del efecto Aharonov-Bohm (AB).

2.5. Efecto de la morfología y del tamaño del hueco central del QR

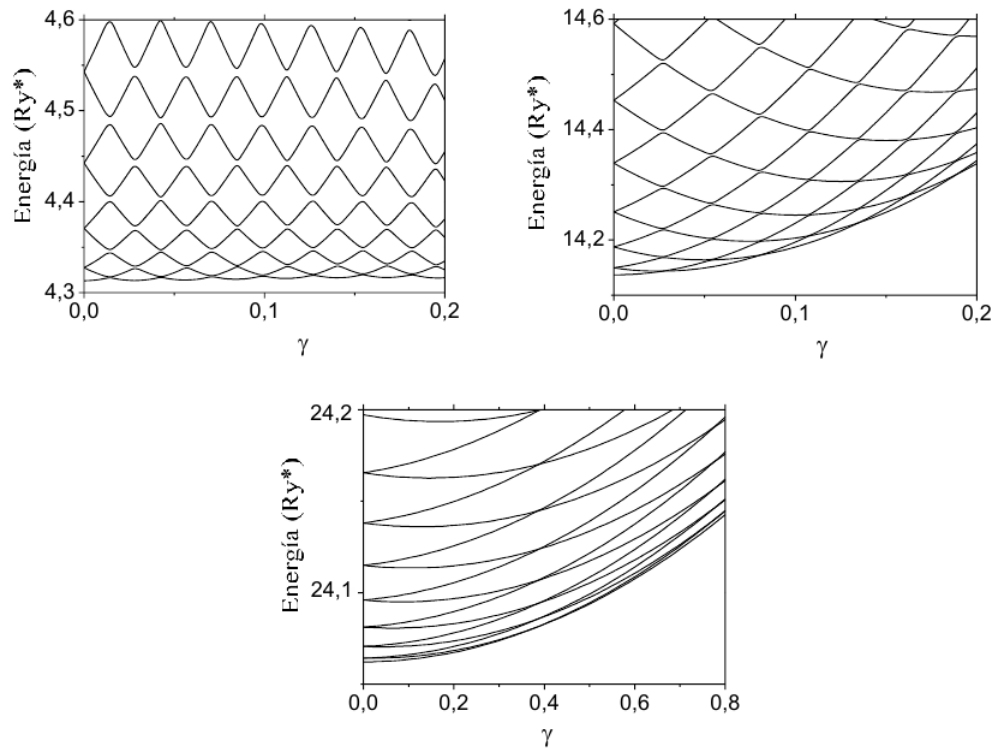
Se tienen diferentes tipos de estructuras anulares, todas ellas nacen de la modificación de la morfología del anillo, se puede variar el ancho del anillo, el grosor, la curvatura, su altura y el tamaño del hueco central y de esta forma se va presentando diferentes modelos, que pasan por discos, anillos, volcanes entre otros. Se muestra entonces el efecto que tiene cambiar el tamaño del hueco central en una estructura anular.

Figura 6: Modelos de estructuras anulares.



Para anillos cuánticos (QR) las forma de las curvas del espectro energético al disminuir el tamaño del hueco central se modifican significativamente, presentándose el efecto Aharonov-Bohm (AB) cuando se tiene anillos delgados. Para anillos 2D cuando se presenta un incremento en el ancho del anillo debido a la disminución del radio interno, esto es, cuando se pasa de un anillo a un disco, las oscilaciones Aharonov-Bohm en los niveles más bajos se van apagando sucesivamente. Esto se puede observar en la Fig. 7.

Figura 7: Cambio en las oscilaciones Aharonov-Bohm en anillos cuánticos (QRs) 2D para diferentes valores del hueco central, convirtiéndose el anillo (arriba) en disco (abajo).

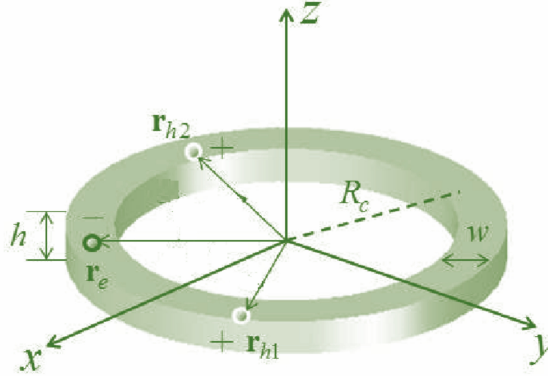


2.6. Sistema de dos y tres partículas confinadas en un QR

El efecto Aharonov-Bohm (AB) ha sido detectado en diferentes experimentos ópticos [6], su gran importancia se refleja en los diferentes estudios realizados en su nombre, el análisis de este efecto en los anillos cuánticos (QR) se le atribuye a la posibilidad para el electrón y el hueco, en este caso, de realizar efecto túnel y encontrarse en posiciones opuestas del anillo.

Por medio de un análisis del espectro energético para complejos como el excitón X y el trión X^+ (excitón cargado positivamente) se muestra el efecto Aharonov-Bohm (AB) para estos, cuando están confinados en un anillo cuántico (QR) en presencia de un campo magnético aplicado a lo largo del eje de simetría.

Figura 8: Esquema de un trión X^+ confinado en un anillo cuántico (QR).



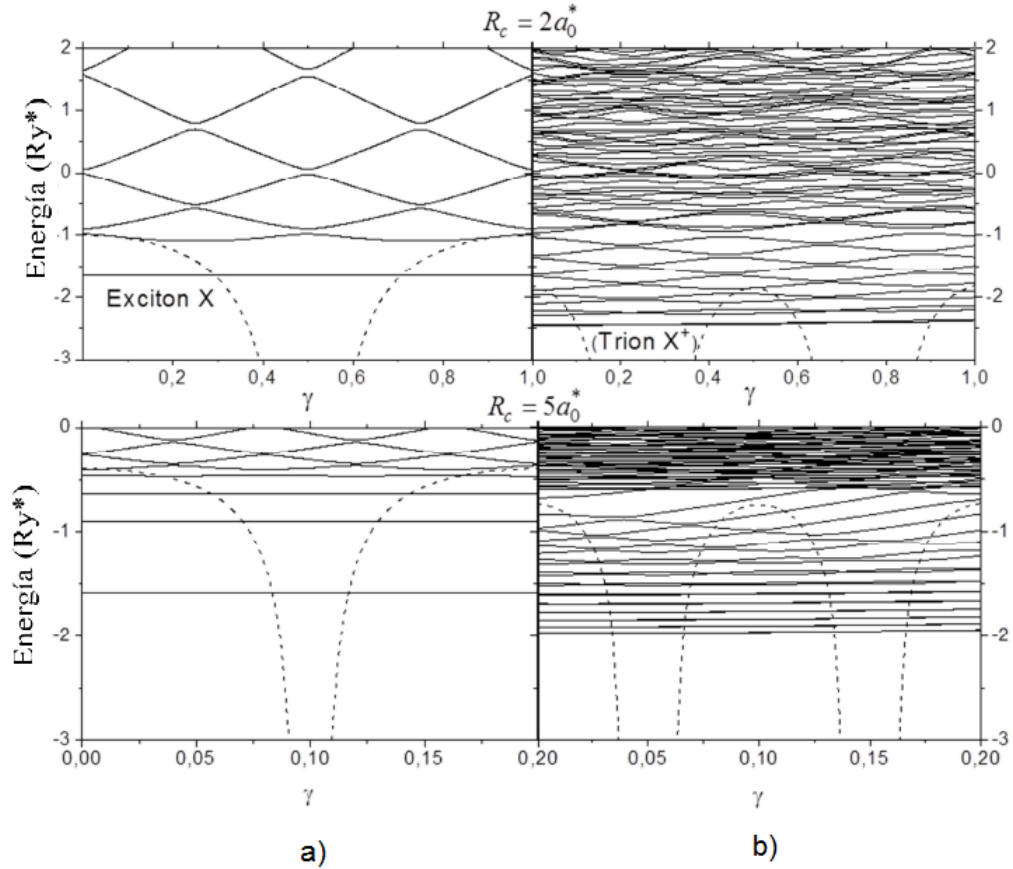
El Hamiltoniano en coordenadas cilíndricas para los complejos X y X^+ en el marco de la aproximación de masa efectiva y en su forma adimensional, es de la forma:

$$H = \sum_k \left\{ \frac{1}{\mu_k} \left[-\nabla_k^2 + i\gamma\eta_k \frac{\partial}{\partial \theta_k} + \frac{\gamma^2 \rho_k^2}{4} \right] + V_k(\rho_k, z_k) \right\} + \sum_{k \neq j} \frac{2\eta_k \eta_j}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_j|} \quad (2.18)$$

con $k, j = h1, h2, e$

Donde $k = h1, h2, e$ corresponde al primer hueco, al segundo hueco y al electrón respectivamente, $\eta_{h1} = \eta_{h2} = 1$, $\eta_e = -1$ para el caso del X^+ y $\eta_{h1} = 1$, $\eta_{h2} = 0$ y $\eta_e = -1$ para el caso del X , el potencial de confinamiento $V_k(\rho_k, z_k)$ que se toma como barrera infinita es igual a cero dentro del anillo e infinito en los demás lugares fuera del anillo.

Figura 9: Dependencia de los niveles energéticos con el campo magnético aplicado para dos diferentes radios centrales: a) excitón. b) excitón positivamente cargado, trión.



En la parte baja del máximo de la curva de energía potencial, se encuentran los niveles de energía que no varían con respecto al campo magnético externo. El electrón y el hueco oscilan alrededor de su centro de masa en un estado enlazado, esto se debe a que la atracción electrostática para estos estados es mayor que la energía cinética, el movimiento oscilatorio no produce corriente alguna, por lo tanto el campo magnético externo no afecta a estos estados. En cuanto a los niveles de energía arriba del máximo de energía potencial tiene una mayor energía cinética. cuando las partículas rotan producen una corriente, esta interacción de corriente cambia la energía del sistema debido a la contribución de los términos diamagnético y paramagnético en el Hamiltoniano, esto conlleva a un reordenamiento y cruces de los niveles de energía en la parte superior mostrada en la Fig. 9.

Para el trión X^+ , se le asocian las energías bajas correspondientes al movimiento lento de los dos huecos, debido a la combinación de oscilaciones simétricas y antisimétricas cercanas a la posición

del electrón, estas se mezclan debido a las corrientes de túnel a lo largo del anillo en presencia del campo magnético. Con respecto a los diferentes radios de la Fig. 9, se encuentra que a medida que se aumenta el radio se aumenta el número de estados oscilatorios con energías que no dependen del campo magnético aplicado, pero también lleva a una disminución de la brecha de energía entre estados estacionarios, esto es consecuencia de un mayor momento de inercia que se da debido al aumento del radio.

3. DENSIDAD DE ESTADOS: DOS

Existen algunas propiedades que se pueden describir por medio de un análisis de los diferentes sistemas en nanoestructuras, la densidad de estados (DOS) nos abre un camino a este estudio. La DOS nos permite tener un análisis más detallado, nos brinda información sobre las propiedades ópticas como la tasa de absorción y emisión, entre otras. Se dará entonces un recorrido general por la DOS para un sólido o bulk, un pozo, un hilo y un punto cuántico.

La DOS es una función que al multiplicarse por un intervalo de energía nos da como resultado la concentración total de estados disponibles en dicho rango de energía, es decir:

$$N(E) = f(E)dE \quad (3.1)$$

$$N(E_2) - N(E_1) = \int_{E_1}^{E_2} f(E)dE \quad (3.2)$$

Donde (3.2) nos dice la concentración total de estados entre las energías E_1 y E_2 , esto para un intervalo grande, pero se puede tener esta expresión para un intervalo muy pequeño, teniendo como resultado:

$$N(E_0 < E < E_0 + dE) = N'(E)dE \quad (3.3)$$

Donde $N'(E)dE$ es la densidad de estados (DOS) y se define como el número de estados por unidad de volumen por unidad de energía:

$$f(E) = \frac{dN(E)}{dE} \quad (3.4)$$

Puede definirse $N(E)$ como:

$$N(E) \sim \sum_i \vartheta(E - E_i) \quad (3.5)$$

Con la función de paso:

$$\vartheta(E - E_i) \quad (3.6)$$

La densidad de estados DOS se puede escribir en términos de la función delta de Dirac por medio de (3.4):

$$f(E) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(E(x_0) - E(x)) dx \quad (3.7)$$

donde dx se refiere al elemento de volumen, de área o de línea según el espacio donde se esté aplicando.

3.1. Densidad de estados para sólidos-Bulk

Para llegar a la densidad de estados DOS para un bulk se empieza por calcular los estados disponibles en un espacio de fase k , para efectos de un mejor entendimiento se considera trabajar con una esfera, es decir, encontrar los estados de k encerrados en una esfera, como se observa en la Fig. 10. Recordando que se está trabajando a escalas atómicas donde se presentan efectos cuánticos y esto nos lleva a que las componentes de k estén cuantizadas, entonces se tiene que el electrón solo puede tomar ciertos valores de k en el espacio de fase tridimensional, el cual es llenado con pequeños elementos de volumen:

$$V_{3D} = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^3 \quad (3.8)$$

Y la densidad de estados DOS resulta:

$$f(k) = \frac{2}{V} \int_{-\infty}^{\infty} 4\pi k_0^2 \delta(E(k_0) - E(k)) dk_0 \quad (3.9)$$

Utilizando las propiedades de la función delta de Dirac se llega a la densidad de estados en función de k como:

$$f(k) = \frac{L^3 m^*}{\pi^2 \hbar^2} k \quad (3.10)$$

Pero el propósito es llegar a la DOS en función de la energía, que es el número de niveles energéticos en el intervalo dE que se tiene en un volumen L^3 , así:

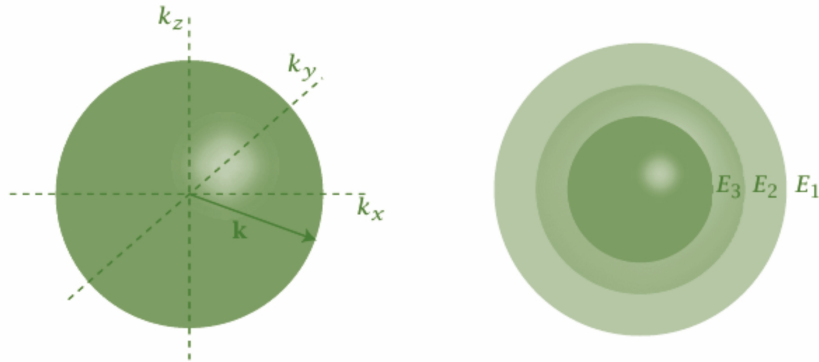
$$f(E) = \frac{f(k)}{L^3} \quad (3.11)$$

De (3.11) se llega a la expresión final para la densidad de estados DOS en un sólido (bulk):

$$f(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}} \quad (3.12)$$

La ecuación (3.12) es proporcional a la raíz cuadrada de la energía, esta resulta ser una función continua debido a que los electrones no se encuentran confinados en ninguna dirección.

Figura 10: Superficies esféricas de energía constante en el espacio k .



Tomada de: Introductory Nanoscience, Physical and Chemical Concepts, Masaru Kuno; Modificada por el autor.

3.2. Densidad de estados en pozos cuánticos (QWs)

El procedimiento para encontrar la DOS para pozos cuánticos (QWs) es análogo a lo anterior, la diferencia radica en que se tendrá solo dos grados de libertad cambiando el confinamiento, se tiene ahora el problema de encontrar los estados de k en una superficie bidimensional, como se puede observar en la Fig. 11, esta superficie está limitada por dos circunferencias de radios k y $k + dk$, ahora cada estado ocupa un área:

$$V_{2D} = \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2 \quad (3.13)$$

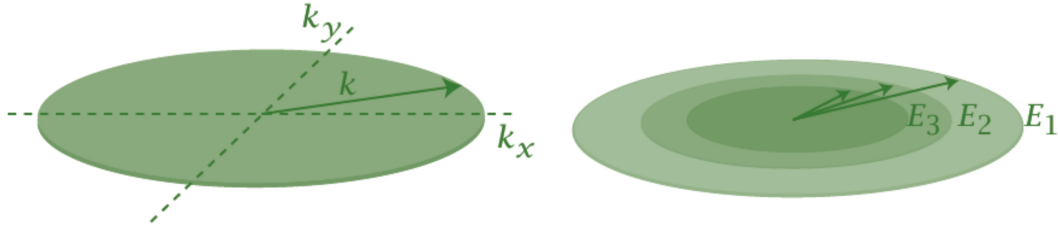
Siguiendo el procedimiento para el bulk, se puede llegar a:

$$f(E) = \frac{m^*}{\pi\hbar^2} \quad (3.14)$$

Donde la expresión (3.14) es la densidad de estados (DOS) en un pozo cuántico (QW), pero esta no depende de la energía y esto la hace constante, es necesario tener en cuenta los demás niveles de energía en el pozo, para esto se recurre a la función paso (3.6) con esto (3.14) se transforma en:

$$f(E) = \frac{m^*}{\pi\hbar^2} \sum_{i=1}^n \vartheta(E - E_i) \quad (3.15)$$

Figura 11: Perímetros de energía constante en el espacio k .



Tomada de: Introductory Nanoscience, Physical and Chemical Concepts, Masaru Kuno; Modificada por el autor.

3.3. Densidad de estados en hilos cuánticos (QWWs)

Anteriormente se trataba con volúmenes y áreas para bulks y pozos respectivamente, ahora nos referimos a longitudes, teniendo dos grados de libertad menos, es decir, una sola dimensión. El espacio ocupado por cada estado k es:

$$V_{1D} = \frac{2\pi}{L} \quad (3.16)$$

Siguiendo el mismo procedimiento, se llega a la densidad de estados en términos de la energía:

$$f(E) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{E^{1/2}} \quad (3.17)$$

Teniendo en cuenta los demás estados confinados en el hilo cuántico, entonces la densidad de estados en cualquier energía particular es la suma sobre todas las sub-bandas en ese punto, de esta forma (3.17) resulta como:

$$f(E) = \sum_i^n \frac{1}{\pi} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^n \frac{\vartheta(E - E_i)}{(E - E_i)^{\frac{1}{2}}} \quad (3.18)$$

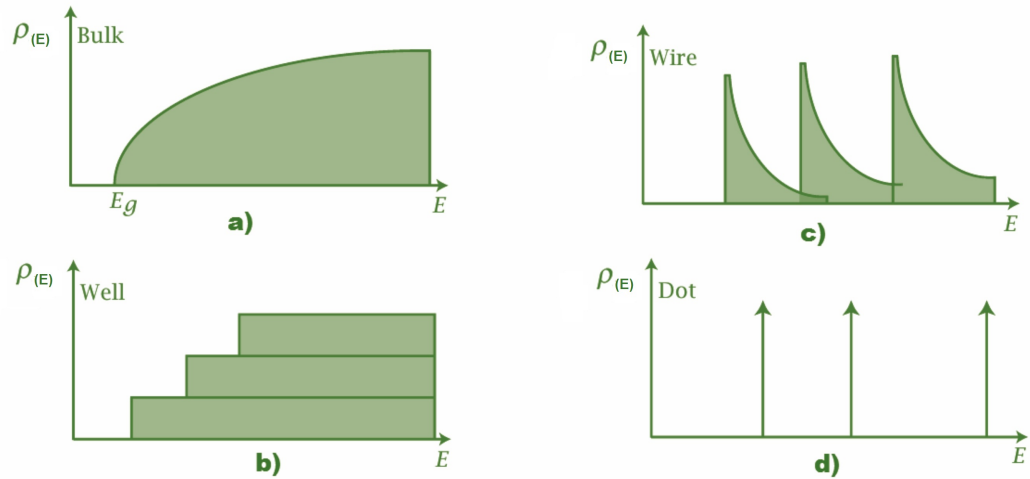
3.4. Densidad de estados para puntos cuánticos (QDs)

Debido al confinamiento en las tres dimensiones la situación en los puntos cuánticos es diferente, se podría decir que se tiene ahora cero dimensiones, por lo tanto todos los niveles energéticos están cuantizados y la densidad de estados es solo una serie de funciones delta de Dirac, así:

$$f(E) \approx \sum_{i=1} \vartheta(E - E_i) \quad (3.19)$$

A continuación una figura que representa los procedimientos anteriores.

Figura 12: Densidad de estados para: a) Bulk, b) QWs, c) QWWs y d) QDs.



Tomada de: Introductory Nanoscience, Physical and Chemical Concepts, Masaru Kuno; Modificada por el autor.

De la comparación de los diferentes resultados mostrados para la densidad de estados DOS de bulk (3D), pozos cuánticos (2D) e hilos cuánticos (1D) y de la Fig. 12 se puede observar como la reducción

en los grados de libertad para el movimiento de los electrones da como resultado a reducciones en la forma de la función $f(E)$ con una reducción en factores de $E^{1/2}$. En la Fig. 12 se detalla la forma de la función densidad de estados, para bulk se presenta una forma parabólica, para un sistema bidimensional como los pozos cuánticos se tiene una forma de escalera, que es constante para los intervalos de niveles energéticos, en los hilos cuánticos (QWWs) se da una curva con picos representada por la ecuación (3.18). En el caso de tener un confinamiento en todas las direcciones, no se presentan curvas, pues todos los niveles energéticos se encuentran cuantizados, esto lleva a obtener para la forma de la densidad de estados de los puntos cuánticos (QDs) picos discretos dados por la función (3.19) y no curvas de dispersión.

4. RESULTADOS Y DISCUSIONES

En diferentes trabajos se han analizado espectros energéticos de excitones neutros X y positivamente cargados X^+ y se demostró que en presencia de un campo magnético externo, la mayoría de niveles energéticos oscilan debido a la interacción de la corriente de túnel inducida por el campo magnético que genera rotaciones del electrón y hueco en las direcciones contrarias. Sin embargo, la amplitud de oscilación de varios niveles energéticos más bajos se hace muy pequeña, incluso la oscilación se apaga completamente cuando la masa del hueco es significativamente mayor que la del electrón [42–45]. Este mismo efecto se observa en presencia de la impureza donadora en un anillo cuántico (QR) debido a localización de los portadores de carga. De esta manera fue demostrado que la dependencia de los niveles energéticos del excitón en un campo magnético externo es muy sensible a la composición del excitón y a la presencia de las impurezas en el anillo cuántico (QR).

Particularmente, la modificación del espectro energético y de la densidad de los estados en presencia de un campo magnético contiene información que ayuda a verificar que tipo de excitón está presente en el anillo cuántico (QR) y si está este excitón libre o ligado a una donadora D^+ o a una aceptadora A^- , es por esto que en la presente sección se analizan las alteraciones que sufren en cada caso las curvas de las densidades de los estados DOS. Los valores de los parámetros físicos para los resultados se encuentran en la sección 2.1. Las curvas de la densidad de estados $\rho(E)$ de las fig. 17 y fig. 18 se calcularon en este trabajo a través de la relación:

$$\rho(E) = \sum_k \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma}{(E - E_k)^2 + \Gamma^2} \quad (4.1)$$

en la relación (4.1) se tiene que E_K son las energías de todo el sistema y Γ se refiere al ancho de banda para nuestro modelo.

Figura 13: Excitón con hueco pesado y parámetros $R=40\text{nm}$, $h=6\text{nm}$, $w=10\text{nm}$: a) Excitón ligado a una donadora, b) Excitón ligado a una aceptadora, c) Excitón sin impureza

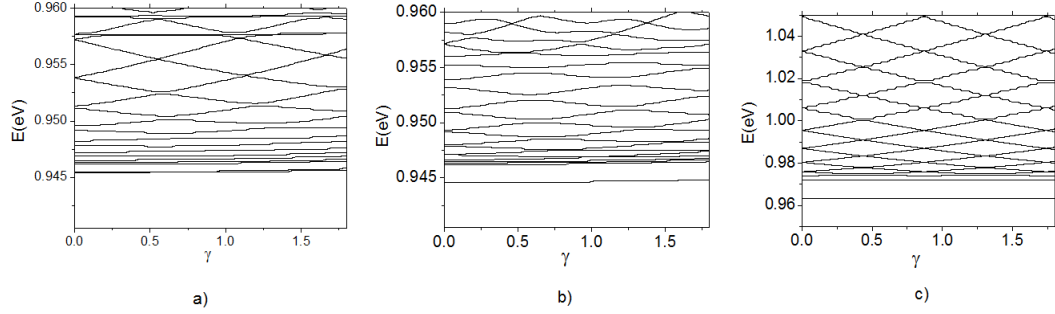
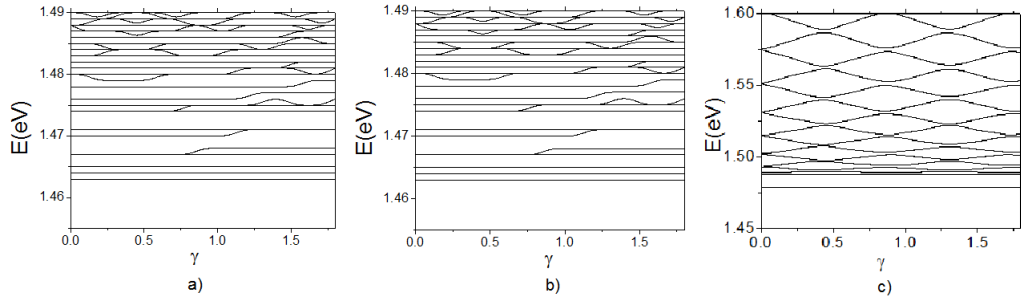


Figura 14: Excitón con hueco ligero y parámetros $R=40\text{nm}$, $h=6\text{nm}$, $w=10\text{nm}$: a) Excitón ligado a una donadora, b) Excitón ligado a una aceptadora, c) Excitón sin impureza



En las figuras 13 a 16 se muestran las energías de los niveles más bajos para un excitón en función del campo magnético externo aplicado a lo largo del eje z , en los tres diferentes casos de un excitón ligado a una donadora, un excitón ligado a una aceptadora y un excitón libre.

De la fig. 13 se puede observar que cuando se tiene el excitón ligado a una impureza los niveles de energía descienden, mostrando oscilaciones Aharonov-Bohm para valores de energía en los cuales no se presentaban estas cuando se tenía el excitón no ligado a una impureza. En el primer nivel de energía de la fig. 13 c) se presenta un aplanamiento total, mientras que cuando se tiene la impureza fig. 13 a) y fig. 13 b) el aplanamiento ya no es tan fuerte para el primer nivel, sin embargo la presencia de la donadora o aceptadora conduce a un aplanamiento de las curvas de las oscilaciones Aharonov-Bohm para los niveles de energía más bajos, las oscilaciones, por decirlo de algún modo, se “apagan”, mientras que para el excitón libre se ve claramente un comportamiento normal del efecto AB, con amplitudes de las curvas mayores que las amplitudes del excitón ligado a la impureza. Las oscilaciones AB se presentan en los niveles superiores debido a la competencia de los términos diamagnético y paramagnético, este “apagado” de las oscilaciones se puede ver un poco más en el caso del excitón ligado a la aceptadora. Del mismo modo se presenta en la fig.15 en cuanto al hecho de estar o no estar el excitón ligado a una impureza. La presencia de una impureza lleva a la ruptura de la simetría rotacional del sistema,

trayendo como consecuencia un desdoblamiento de los niveles de energía que se presentaban como degenerados en el excitón no ligado a la impureza, convirtiéndose estos en estados diferentes para diferentes valores de energía, dejando de ser degenerados.

Los efectos anteriores cambian un poco cuando se tiene un hueco ligero, comparando las figuras 13- 14 y las figuras 15 - 16 se tiene que el resultado de aplanamiento se da más para el caso de hueco pesado, como resultado se tiene amplitudes mayores de las curvas de las oscilaciones Aharonov-Bohm para el excitón con hueco ligero debido al incremento de la energía cinética para este caso.

Figura 15: Excitón con hueco pesado y parámetros $R=60\text{nm}$, $h=6\text{nm}$, $w=10\text{nm}$: a) Excitón ligado a una donadora, b) Excitón ligado a una aceptadora, c) Excitón sin impureza

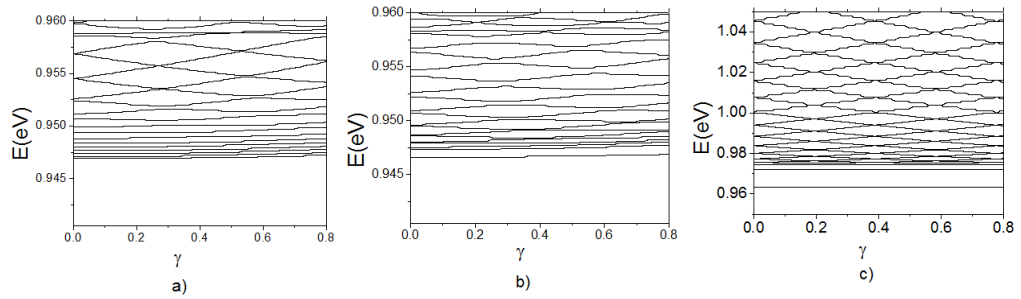
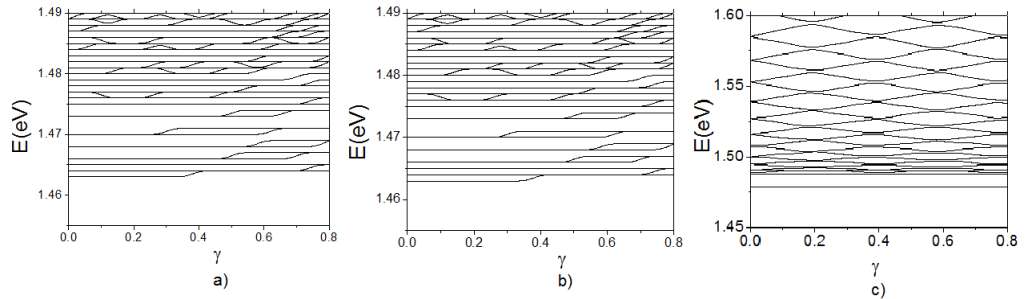


Figura 16: Excitón con hueco ligero y parámetros $R=60\text{nm}$, $h=6\text{nm}$, $w=10\text{nm}$: a) Excitón ligado a una donadora, b) Excitón ligado a una aceptadora, c) Excitón sin impureza



Lo anterior se refiere a los cambios que se dan, comparando el excitón ligado a una impureza o libre, al excitón con hueco ligero y al excitón con hueco pesado, ya sea que estén en presencia de la impureza o no, pero se presentan cambios también debido a los diferentes radios del anillo cuántico (QR). Cuando se aumenta el radio, en este caso de 40nm a 60nm , los primeros niveles se desplazan hacia niveles más altos de energía, esto se puede apreciar mejor en la figuras 13: a), b) y 15: a), b), para el excitón libre se observa una densidad mayor de los niveles de energía. Una consecuencia del aumento del radio es de nuevo el aplanamiento de las curvas de las oscilaciones Aharonov-Bohm y la disminución de sus amplitudes.

Teniendo en cuenta que la energía cinética del electrón es proporcional a $1/R^2$ en cambio la energía

potencial es proporcional a $1/R$, debido a esto cuando se tiene un radio mayor radio, aumenta el momento de inercia, dificultando entonces que el electrón rote, entonces se necesita de una mayor energía para que se presente una rotación del electrón entre la impureza y el hueco, por tanto a mayor radio la energía cinética en comparación con la energía potencial es más pequeña, entonces se necesitara más energía para generar la primera corriente túnel y así observar las oscilaciones Aharonov-Bohm, aunque estas tendrán una amplitud mayor para el radio de 40nm que para el radio de 60nm. Los primeros niveles, los más bajos, corresponden a estados donde el movimiento es tan solo de vibración y no se genera una corriente y por lo tanto no muestran oscilaciones AB, estos son independientes de la variación del campo magnético aplicado, en cuanto a los niveles más altos, estos tiene la energía necesaria para provocar un movimiento rotacional del electrón y así generar corriente, mostrando las oscilaciones AB, siendo estas energías sensibles a la variación del campo magnético externo, esta consecuencia se puede confirmar cuando se comparan las figuras 13 y 15, en donde se da un desplazamiento de los niveles de energía a niveles más altos cuando se tiene un radio mayor.

Figura 17: Densidad de Estados (DOS) para un Excitón con hueco pesado y parámetros $R=40\text{nm}$, $h=6\text{nm}$, $w=10\text{nm}$: a) Excitón ligado a una donadora, b) Excitón ligado a una aceptadora, c) Excitón sin impureza

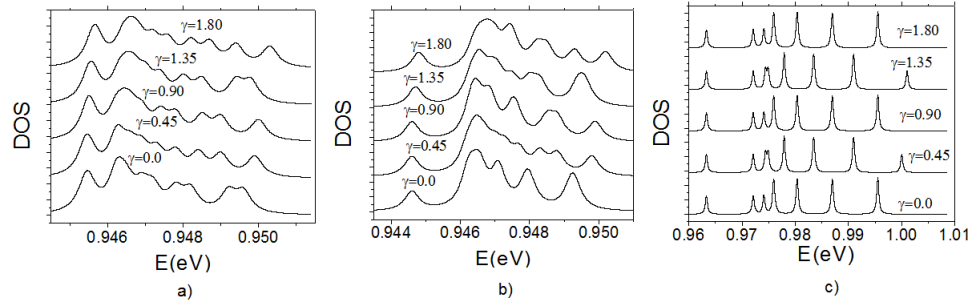
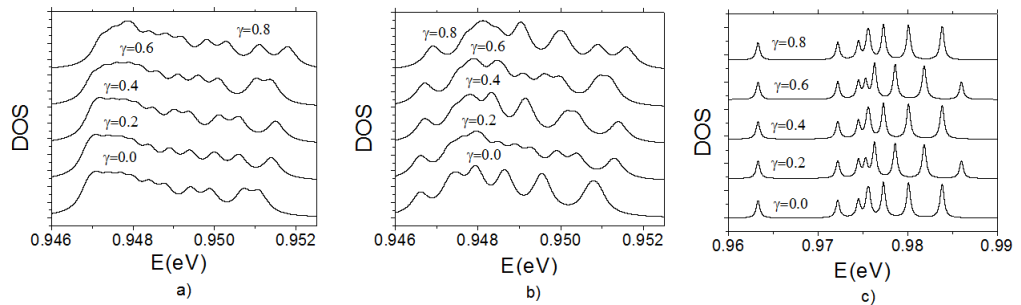


Figura 18: Densidad de Estados (DOS) para un Excitón con hueco pesado y parámetros $R=60\text{nm}$, $h=6\text{nm}$, $w=10\text{nm}$: a) Excitón ligado a una donadora, b) Excitón ligado a una aceptadora, c) Excitón sin impureza



En las curvas de densidad de los estados de las figuras 17 y 18 se da un corrimiento al rojo de los picos que corresponden a los niveles de energía más bajos, aquí se presenta que las gráficas se

encuentran entre sistemas de 1D y 2D como se muestra en la fig. 12, por eso el comportamiento que se da como resultado es una combinación de picos y curvas en las curvas de DOS. En las figuras 17 c) y 18 c) se observa curvas con picos más definidos en comparación con las curvas para el excitón ligado a la aceptadora o a la donadora, pues es la presencia de la impureza la que hace que exista el aplanamiento de las curvas y esto se ve reflejado en la forma de las curvas de DOS, para el excitón libre se presentan estados degenerados en los niveles superiores de energía, mientras que para el excitón ligado a la impureza estos estados se desdoblan dando como resultado más picos con bases más anchas y picos no tan definidos, esto se confirma con las figuras 17 a), 17 b), 18 a) y 18 b) para los diferentes valores del campo magnético aplicado.

5. CONCLUSIONES

Se propone que por medio de la modificación del espectro energético y de las curvas de densidad de estados para un anillo cuántico que confina un excitón con hueco pesado y ligero, estando libre o ligado a una impureza en presencia de un campo magnético, se encuentra la información necesaria para definir qué tipo de excitón está presente en el anillo cuántico (QR).

- ♣ Se muestra que para un excitón libre se presenta el comportamiento típico del efecto AB, con pocos niveles en donde las oscilaciones AB no se presentan, pero cuando se tiene el excitón ligado a la impureza donadora o aceptadora los niveles de energía descienden a niveles más bajos, y se muestra un aplanamiento de estas curvas en las oscilaciones AB.
- ♣ Para el aumento del radio del anillo cuántico (QR) con el excitón ligado a la impureza los niveles de energía se desplazan esta vez a niveles de energía más altos, se observa un aplanamiento significativo en las curvas de las oscilaciones AB y una disminución de sus amplitudes, este efecto se acentúa para el caso del hueco pesado, resultado para el caso del hueco ligero amplitudes mayores en las oscilaciones. Los primeros niveles corresponden a un movimiento de vibración, donde no se genera corriente por tanto se da la ausencia de las oscilaciones AB, y en los niveles superiores se prestan un movimiento de rotación que permite observar las diferentes curvas de las presentes oscilaciones AB.
- ♣ A la hora de tener el excitón no ligado a una impureza, se presenta las DOS con picos más definidos y espaciados entre ellos, cuando se tiene el excitón en presencia de la impureza aceptadora o donadora, se da un corrimiento al rojo de los picos que corresponden a los niveles más bajos de energía, donde se tiene solo un movimiento de vibración y para los niveles superiores, donde si existe un movimiento rotacional, se presenta la división de los estados degenerados, obteniendo dos picos no tan definidos donde antes se tenía un solo pico-curva, esto es un desdoblamiento de esos estados degenerados.

Referencias

- [1] T. Ando, A. B. Fowler and F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* 54 (1982) 437
- [2] D. R. Bowler, *J. Phys: Condens. Matter*, 16 (2004) R721
- [3] L. Jacak, P. Hawrylak, A. Wójs: *Quantum Dots*, Springer-Verlag, New York (1997)
- [4] L. G. Bartolomé, *Crecimiento Por MBE De Nanoestructuras Semicondutoras III-V Para Tecnologías De Información Cuánticas*, Tesis De Maestría, Universidad Complutense De Madrid (2012)
- [5] P. Harrison: *Quantum Wells, Wires, and Dots*, Willey-Interscience, UK (2005)
- [6] M. Bayer, M. Korkusinski, P. Hawrylak, T. Gutbrod, M. Michel, A. Forchel, *Phys. Rev. Lett.* 90 (2003) 186801
- [7] J. Singh: *Physics of Semiconductor and their Heterostructures*, McGraw-Hill ,Singapore (1993)
- [8] L. Jacak, P. Hawrylak, and A. Wójs: *Quantum Dots*, Springer, Berlin (1998)
- [9] M. Grundman, O. Stier, and D. Bimberg, *Phys. Rev. B* 52, 11969 (1995)
- [10] A. Lorke, R. Luyken, A. Govorov, J. Kotthaus, J. M. García, and P. M. Petroff, *Phys. Rev. Lett.*, 84, 2223 (2000)
- [11] Y. Sugimoto, N. Ikeda, N. Carlsson, K. Asakawa, N. Kawai, and K. Inoue, *J. Appl. Phys.* 91, 922 (2002); M. Geller, C. Kapteyn, L. Müller-Kirsch, R. Heitz, and Bimberg, *. Stat. Sol. (b)* 238, 258 (2003)
- [12] V. M. Aroutiounian, S. Petrosyan, A. Khachatryan, K. J. Touryan: *Quantum Dot Solar Cells*, SPIE (2001)
- [13] D. Loss, D. Divicenzo, *Phys. Rev. A* 57, 120-126 (1998)
- [14] J. M. Garcia, T. Mankad, P. O. Holtz, P. J. Wellman, and P. M. Petroff, *Appl. Phys. Lett.* 72, 3172 (1998)
- [15] M. L. Sadowski, M. Potenski, and M. Grynberg: *Optical Properties of Semiconductor Nanostructures*, Kluwer Academic Publishers, USA (1990)
- [16] Y. Aharonov, D. Bohm, *Phys. Rev.* 155 (1959) 485
- [17] M. B Tuttiker, Y. Imry, R. Landauer, *Phys. Lett. A* 96 (1983) 365

- [18] M. A. Lampert, Phys. Rev. Lett. 1, 450 (1958)
- [19] J. R. Haynes, Phys. Rev. Lett. 17, 866 (1966)
- [20] R. J. Warburton, C. S. Durr, K. Karrai, J. P. Kotthaus, G. Madeiros-Ribeiro, and P. M. Petroff, Phys. Rev. Lett. 79, 5282 (1997)
- [21] R. Timm, H. Eisele, A. Lenz, L. Ivanova, G. Balakrishnan, D. L. Huffaker and M. Dähnel, Phys. Rev. Lett. 101, 256101 (2008)
- [22] I. D. Mikhailov, F. J. Betancur, and L. F. García, Phys. Stat. Sol. (b) 224, 757(2001)
- [23] S. Le Goff and B. Stébé, Phys. Rev. B 47, 1383 (1993)
- [24] I. D. Mikhailov and F. J. Betaneur, Phys. Stat. Sol. (b) 213,325(1999)
- [25] P. A. Maksym and T. Chacraborty, Phys. Rev. Lett. 65, 108 (1990)
- [26] J. J. S. De Groote, J. E. M. Hornos, and A. V. Chaplik, Phys. Rev. B 46, 12773 (1992)
- [27] A. Matulis and F. M. Peeters, J. Phys.: Condens. Matter 6 7751 (1994)
- [28] M. El Said, J. Phys. I, France 5, 1027 (1995)
- [29] X-F He, Phys. Rev. B 42, 11751(1990)
- [30] K. L. Janssens, F. M. Peeters, and V. A. Schweigert, Phys. Rev. B 63, 205311 (2000)
- [31] B. Szafran, J. Adamowski, and S. Bednarek, Physica E 5, 185 (2000)
- [32] R. Escorcía, R. Robayo, and I. D. Mikhailov, Phys. Stat. Sol. (b) 230, 431(2002)
- [33] I. D. Mikhailov, F. J. Betancur, R. A. Escorcía, and J. Sierra-Ortega, Phys. Stat. Sol. (b) 234, 590 (2002)
- [34] F. J. Betancur, I. D. Mikhailov, and L. E. Oliveira, J. Appl. Phys. D 31, 3391 (1998)
- [35] D. Xu, and J-L Zhu, Phys. Rev. B 72, 075326 (2005)
- [36] F. M. Peeters and V. A. Schweigert, Phys. Rev. B 53, 1468 (1996)
- [37] L. Wendler and V. M. Fomín, Phys. Rev. B 51, 17814 (1994)
- [38] F. J. Betancur, W. Gutiérrez, I. D. Mikhailov and H. Paredes, Braz. J. Phys 36, No. 3B, 882 (2006)
- [39] J. H. Marín, I. D. Mikhailov, and J. Betancur, J. Phys. Condens. Matter 18, 1005 (2006)
- [40] W. Gutiérrez, Estados Ligados De Portadores De Carga En Heteroestructuras Semiconductoreas, Tesis Doctoral, Universidad Industrial De Santander (2010)
- [41] A. Blanco, Espectro Energético De Dos Electrones Confinados En Un Punto Cuántico: Método De Galerkin, Trabajo de Tesis, Universidad Industrial De Santander (2013)

- [42] F. Prada, sistemas de pocas partículas en anillos cuánticos no uniformes, Tesis Doctoral, Universidad Industrial de Santander (2012)
- [43] D. Velasco, Efecto Aharonov-Bohm en anillos casi-circulares, Trabajo de Tesis, Universidad Industrial de Santander (2009)
- [44] L. Porrás, I. D. Mikhailov, Journal of Physics: Conference Series 466 (2013) 012026
- [45] L. Porrás, I. D. Mikhailov, Physisc E, Vol 53 (2013)

CITAS BIBLIOGRAFICAS

GUTIERREZ, William. PORRAS, Luis. And MIKHAILOV. Heavy And Ligth Hole Magneto-Excitons Bound To Donor In Quantum Ring. En; Physica E. June, 2014. N° 211 p. 63

HARRISON, Paul. Quantum Wells, Wires And Dots: Theoretical Anda Computational Physics Of Semiconductor Nanostructures. 2 ed. UK: Wiley-Interscience, 2005. 243p.

PORRAS, Luis. And MIKHAILOV, Iliia. Exciton Complexes In Impurity Doped Quantum Ring. En; IOPscience. January, 2013. N°4 p. 466

PORRAS, Luis. And MIKHAILOV, Iliia. Neutral And Positively Charged Excitons In Quantum Ring. En; Physic E. April, 2013. N° 41 p. 53