Revisión de la anomalía del portafolio de Mínima Varianza en el mercado accionario colombiano, 2008-2020.

Jennifer Celis Gutiérrez y Libardo Luis Ballesteros Alsina

Trabajo de Grado para optar por el título de Economista

Director

Alejandro Acevedo Amorocho

PhD. en Currículum, Profesorado e Instituciones Educativas

Universidad Industrial de Santander
Facultad de Ciencias Humanas
Escuela de Economía y Administración
Bucaramanga
2021

Dedicatoria

A mi madre, la mujer más fuerte y perseverante que he conocido, su ejemplo ha sido mi mayor guía y su tenacidad me ha permitido disfrutar de la vida por muchos años más, gozando de buena salud. A mi padre, que con su sacrificio y esfuerzo me brindó la oportunidad de acceder a una buena educación, con numerosas comodidades; su apoyo incondicional y su ejemplo me inspiraron a tener enfoque y ser disciplinada. A mi hermana, por motivarme, entenderme, ayudarme a forjar carácter y estar en todo momento para mí. A mi familia materna, porque no hubiese podido tener una mejor, mi mayor motivación es llenarlos de orgullo. A Libardo, por ser un gran compañero de vida, mejor amigo, confidente y llenarme el corazón de ambiciones. A mis suegros, porque han sido excelentes personas conmigo, me han brindado grandes consejos y un profundo cariño. A la memoria de mi tía Jackeline (1977-2009), porque sé que desde el cielo ha estado conmigo en todo momento.

Jennifer

Primordialmente a Dios, por darme la fortaleza necesaria para luchar y continuar con este proceso tan anhelado. A mi padre, por su apoyo incondicional, amor y sacrificio a lo largo de estos años, por ser la persona que me mostró el camino a seguir y la importancia de la educación. A mi madre, por creer en mí siempre, por haberse esforzado para apoyarme y formarme como persona. A mi hermana, por enseñarme humildad, entrega y perseverancia. A Jennifer, por creer y apoyar mis proyectos de vida. A mis suegros, por sus consejos y gran ejemplo a seguir.

Libardo

Agradecimientos

En primer lugar, a Dios, por llenarme de fe y fortaleza en los momentos más difíciles. A mi padre Raúl Armando Celis, la luz de mis ojos, por brindarme muchas oportunidades, por inspirarme a ser mejor persona con su nobleza, honestidad, bondad y generosidad, por enseñarme que las metas se logran con esfuerzo y sacrificio, porque nunca me ha dejado sola en ningún momento, es el hombre y el amor de mi vida. A mi madre Fanny Gutiérrez Cala, porque ha sido un ser de luz para mí, mi razón de ser; sin sus sacrificios no estaría en el lugar en el que estoy, es la mujer más fuerte y valiente que he conocido y estaré eternamente agradecida por su amor incondicional, porque más que una madre, ha sido una compañera de batallas, amiga, confidente y maestra, me ha enseñado grandes valores y la pureza en su corazón, la ternura en su mirada y la calidez de sus abrazos, son mi motor día a día. A mi hermana Karen, por brindarme amor y apoyo incondicional, porque sé que, a pesar de todo, siempre contaré con ella, la amo profundamente y siempre estaré agradecida porque ha influenciado mi vida de muchas formas. A Libardo, la casualidad más bonita de mi vida, porque es mi mejor partner in crime y compañero de batallas, me ha brindado un amor puro y sincero, me ha ayudado a levantarme en los momentos más difíciles, a crecer como persona y me ha alegrado la vida inmensamente.

A mis abuelos y familia materna, porque han sido un gran ejemplo de tenacidad, lucha y esfuerzo para mí y me han brindado su amor sincero. A mis tías Clara y Gloria, porque han sido incondicionales en mi proceso académico. A mis tíos Yovin, Omar, Jhon, Emiliano, Alex y Samuel, porque a pesar de los años siempre seré su sobrina consentida. A mi tía Barbara y mis primos Johan y Daniel, porque desde la distancia han estado conmigo siempre, enviándome la mejor energía. A Michael, por sus consejos y su apoyo. A mis suegros, porque son una segunda familia para mí y me han abierto las puertas de su hogar.

A la planta docente de la Escuela de Economía y Administración, especialmente a los profesores Rafael Viana, Luis Alejandro Palacio y Alexandra Cortés, por sus inspiradoras clases. A Melissa Rueda por su generosidad. A las mejores colegas y amigas que pude conocer, Alejandra y Yeimmy, por todo el apoyo incondicional, por ayudarme a ser mejor persona y siempre querer lo mejor para mí, gracias por ayudarme a no perder el foco. Por último, al profesor Alejandro Acevedo Amorocho, por su valiosa y enorme ayuda en el desarrollo del presente trabajo, a quién admiro por su calidad humana y profesional.

Jennifer

De todo corazón, a Dios, por haberme brindado tantas bendiciones y guiarme por el camino correcto. A mi padre, por ser mi mejor ejemplo a seguir, un hombre excepcional; por darme la oportunidad de realizar mi carrera profesional y vivir conmigo el proceso. A mi madre, porque siempre estuvo alentándome y enviándome su mejor energía, por enseñarme cada día a ser una persona valiente, íntegra y llena de valores, así como ella lo es. A mi hermana, por siempre contar ella y brindarme apoyo cuando lo necesité. Quiero agradecerle a Jennifer, por ser tan especial y excelente persona conmigo, por estar a mi lado en tantas batallas durante este proceso, alentándome, impulsándome y amándome.

A mis mejores amigos, Nahún, Cristhian, Raúl y Daniel, personas que han marcado mi vida de muchas formas, han sido un apoyo incondicional en mi vida personal y durante mi formación profesional. A Sergio y Miguel, por todo lo que vivimos en el proceso, por estar tanto en los malos momentos como en los buenos y brindarme su amistad sincera, sin esperar recibir algo a cambio. A mis suegros, por abrirme las puertas de su casa y convertirse en mi segunda familia. A pesar de que estuvieron presentes de la mitad de mi carrera en adelante, ejercen un papel muy importante en la construcción de mi carrera.

De igual manera mis agradecimientos a la Universidad Industrial de Santander, a toda la Facultad de Economía y a su secretaria Melissa, por siempre tener la disposición para ayudar. A mis profesores, en especial Alejandro Acevedo, Jorge Navarro, Alexandra Cortés, Mauricio Villamizar e Isaac Guerrero, quienes, con la enseñanza de sus valiosos conocimientos, aportaron día a día un crecimiento en mí vida como profesional.

Libardo

Tabla de contenido

Introducción 13

Capítulo I. El problema 16

1.1. Planteamiento del problema 16

1.2. Pregunta de investigación 18

1.3. Objetivos de la investigación 19

1.3.1. Objetivo general 19

1.3.2. Objetivos específicos 19

1.4. Justificación de la investigación 19

1.5. Delimitación de la investigación 20

Capítulo II. Marco referencial 22

2.1. Marco teórico 22

2.1.1. Teoría de Selección de Carteras de Harry Markowitz 23

2.1.2. CAPM (Modelo de Valoración de Activos de Capital) 26

2.1.3. Anomalía en el Portafolio de Mínima Varianza 29

2.2. Marco conceptual 32

2.3. Mercados de capitales 39

2.3.1. Estructura del Sistema Financiero colombiano 41

2.3.2. Estructura del mercado de valores 42

2.3.4. Profundización del mercado colombiano 47

2.4. Índice COLCAP 50

2.4.1. Construcción del COLCAP 50

2.5. Antecedentes 55

Capítulo III. Marco metodológico 61

3.1. Tipo de investigación 61

3.2. Alcance de la investigación 61
3.3. Fuente y tratamiento de la información 62
3.4. Fase I selección de activos 62
3.5. Fase II modelos de optimización de portafolios 65
3.5.1. Portafolio Mínima Varianza 67
3.5.2. Portafolios de mercado proyectados 70
3.5.3. Proyección de retornos por promedio histórico 71
3.5.4. Proyección de retornos por modelo CAPM 73
3.5.5. Benchmark COLCAP 76
4. Resultados y discusión 77
4.1. Estadísticas descriptivas de las series 78
4.2. Análisis comparativo general 80
4.2. Análisis comparativo anual 83
5. Conclusiones 111
Referencias 114
Apéndices 121

Lista de Tablas

Tabla 1. Canasta COLCAP, Ago. – Oct. 2020 54
Tabla 2. Activos seleccionados para conformar los portafolios de inversión..... 62
Tabla 3. Nombre metodológico de los portafolios…….77
Tabla 4. Estadísticas descriptivas serie Portafolio MV, 2008-2020 78
Tabla 5. Estadísticas descriptivas serie Portafolio COLCAP, 2008-2020..... 78
Tabla 6. Estadísticas descriptivas serie Portafolio Sharpe Histórico, 2008-2020..... 79
Tabla 7. Estadísticas descriptivas serie Portafolio Sharpe CAPM, 2008-2020 79

Lista de Figuras

Figura 1. Diferencia en las propiedades riesgo-rendimiento de las posiciones teóricas y empíricas de la cartera MV y MCW 17
Figura 2. Conjunto de mínimo riesgo: subconjunto ineficiente y frontera eficiente 25
Figura 3. Capital Market Line (CML) 28
Figura 4. Rendimientos acumulados de las carteras de mercado y de variación mínima de las 1000 acciones más grandes de EE. UU., 1968-2009 31
Figura 5. Conjunto factible y Frontera eficiente 37
Figura 6. Comportamiento de la utilidad marginal según la actitud al riesgo del inversionista... 38
Figura 7. Selección de una cartera óptima de Markowitz 39
Figura 8. Estructura del mercado de valores (Emisores) 43
Figura 9. Estructura del mercado de valores (Intermediarios y otros facilitadores) 44
Figura 10. Estructura del mercado de valores (Inversionistas) 45
Figura 11. Mercado primario 46
Figura 12. Mercado secundario 46
Figura 13. Evolución del tamaño del mercado accionario (capitalización bursátil) en Colombia, 2008-2020 47
Figura 14. Evolución del mercado accionario (2008-2020) 48
Figura 15. Volumen anual renta variable (acciones), 2008-2020 50
Figura 16. Portafolio de Mínima Varianza 1 de enero del 2008, Economatica 69
Figura 17. Frontera eficiente de portafolios al 1 de enero del 2008, Economatica 70
Figura 18. Portafolio de mercado óptimo con retornos proyectados por promedio histórico 1 de enero de 2008, Economatica 72
Figura 19. Frontera eficiente y Sharpe anual proyectado por promedio histórico 1 de enero de 2008, Economatica 73
Figura 20. Portafolio de mercado óptimo con retornos proyectados por CAPM, Economatica .. 75
Figura 21. Frontera eficiente y Sharpe anual proyectado por promedio histórico 1 de enero de 2008, Economatica 76
Figura 22. Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2008-2020 81
Figura 23. Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2008-2020 82

Figura 24. Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2008 84
Figura 25. Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2008..... 85
Figura 26. Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2009 86
Figura 27. Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2009..... 87
Figura 28. Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2010 88
Figura 29. Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2010..... 89
Figura 30. Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2011 90
Figura 31. Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2011..... 91
Figura 32. Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2012 92
Figura 33. Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2012..... 94
Figura 34. Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2013..... 95
Figura 35. Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2013 96
Figura 36. Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2014 97
Figura 37. Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2014..... 98
Figura 38. Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2015..... 99
Figura 39. Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2015 100
Figura 40. Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2016 101
Figura 41. Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2016..... 102
Figura 42. Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2017..... 103
Figura 43. Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2017 104
Figura 44. Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2018 105
Figura 45. Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2018..... 106
Figura 46. Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2019 107
Figura 47. Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2019..... 108
Figura 48. Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2020..... 109
Figura 49. Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2020 110

Lista de Apéndices

Apéndice A. Portafolios MV (primeros 20 de 154)..... 121
Apéndice B. P ortafolios de mercado con retornos proyectados por promedio histórico (primeros 20 de 154) 122
Apéndice C. Portafolios de mercado con retornos proyectados por CAPM (primeros 20 de 154) 123

Resumen

Título: Revisión de la anomalía del portafolio de Mínima Varianza en el mercado accionario colombiano, 2008-2020[*]

Autor: Jennifer Celis Gutiérrez, Libardo Luis Ballesteros Alsina[**]

Palabras Clave: Anomalía de baja volatilidad, optimización de carteras, portafolio de Mínima Varianza, mercado accionario colombiano, relación riesgo-rendimiento.

Descripción:

La anomalía del rendimiento superior del portafolio de Mínima Varianza, en comparación con carteras ponderadas por capitalización de mercado, ha sido identificada como uno de los mayores fenómenos de la teoría financiera. Diversos estudios empíricos realizados a nivel global han demostrado la existencia de una anomalía explotable en estrategias de baja volatilidad, lo cual tiene gran relevancia práctica, magnitud económica y desafía las nociones teóricas básicas de una compensación riesgo-retorno lineal. Ahora bien, durante los últimos años, el mercado de valores colombiano ha presentado grandes avances y desarrollos, debido al crecimiento económico sólido que la economía ha tenido desde las últimas décadas, así como la profundización del mercado financiero acompañado de un fuerte rendimiento del mercado accionario. Al distinguir dicho interés por el mercado accionario nacional, el objetivo de esta investigación es evidenciar sí las propiedades de riesgo-retorno de un portafolio de Mínima Varianza con acciones del mercado bursátil colombiano, son más favorables que las que se evidencian en sus contrapartes, es decir, se pretende identificar sí hay presencia de la anomalía de baja volatilidad en el mercado accionario colombiano. Para ello, el portafolio de Mínima Varianza creado a partir de las acciones que hacen parte del índice COLCAP, se va a comparar con tres series de portafolios por capitalización de mercado: un portafolio de mercado con retornos proyectados por promedio histórico, un portafolio de mercado con retornos proyectados por el modelo CAPM y, por último, como *benchmark* se tendrá el índice COLCAP, durante el período comprendido entre enero de 2008 a octubre de 2020.

[*] Trabajo de grado

[**] Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Economía y Administración. Director: Profesor. Alejandro Acevedo Amorocho.

Abstract

Title: Review of the anomaly of the Minimum Variance portfolio in the Colombian stock market, 2008-2020[*]

Author: Jennifer Celis Gutiérrez, Libardo Luis Ballesteros Alsina[**]

Key Words: Low volatility anomaly, portfolio optimization, Minimum Variance portfolio, Colombian stock market, risk-return ratio.

Description:

The outperformance anomaly of the Minimum Variance portfolio, compared to portfolios weighted by market capitalization, has been identified as one of the major phenomena in financial theory. Various empirical studies carried out at a global level have demonstrated the existence of an exploitable anomaly in low volatility strategies, which has great practical relevance, economic magnitude and challenges the basic theoretical notions of a linear risk-return trade-off. However, in recent years, the Colombian stock market has presented great advances and developments, due to the solid economic growth that the economy has had in recent decades, as well as the deepening of the financial market accompanied by a strong performance of the stock market. By distinguishing said interest in the national stock market, the objective of this research is to show whether the risk-return properties of a Minimum Variance portfolio with shares of the Colombian stock market are more favorable than those evidenced by their counterparts, in other words, it is intended to identify whether there is a presence of the low volatility anomaly in the Colombian stock market. For this, the Minimum Variance portfolio created from the shares that are part of the COLCAP index, will be compared with three series of portfolios by market capitalization: a market portfolio with returns projected by historical average, a market portfolio with returns projected by the CAPM model and, finally, the COLCAP index will be used as a benchmark, during the period from January 2008 to October 2020.

[*] Bachelor´s degree thesis.

[**] Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Economía y Administración. Director: Profesor. Alejandro Acevedo Amorocho.

Introducción

Durante las últimas décadas, con el auge de las inversiones en renta variable, es decir, en el mercado accionario, una de las estrategias de inversión que más popularidad ha adquirido es la del portafolio de Mínima Varianza, desarrollado teóricamente por Harry Markowitz (1952, 1959). Una de sus características más relevantes, es que este portafolio está diseñado con el fin de minimizar el riesgo de cartera para un nivel de rentabilidad dada, en otras palabras, es la cartera de inversión que contiene el nivel más bajo de riesgo o variación sin depender de estimaciones de rentabilidad. Por ende, no existe otro portafolio que para un determinado nivel de rentabilidad pueda tener un riesgo menor. La teoría de Markowitz (1952) con el enfoque de media-varianza en el análisis del portafolio, incorporó la frontera eficiente del mercado, la cual ha permitido la creación ilimitada de portafolios ajustados a los criterios de retorno y riesgo de cada inversionista. En este sentido, cada portafolio está conformado por todas las combinaciones de riesgo-rentabilidad que puedan obtenerse entre los múltiples activos que hacen parte de éste.

No obstante, Clarke, de Silva, y Thorley (2006) señalan que en los últimos años la implementación empírica de la teoría de Markowitz ha dado lugar a ciertos problemas prácticos, como la complejidad de las técnicas econométricas necesarias para un conjunto de activos mayor, y los problemas que resultan por las estimaciones de los retornos esperados. Ante estos inconvenientes, se ha cuestionado la eficiencia de los índices ponderados por capitalización de mercado, cuando hay numerosas alternativas de inversión que en la práctica son más rentables. En este sentido, Haugen y Baker (1991) están entre los primeros investigadores que cuestionaron dicho índice ponderado, argumentando que la estrategia de inversión que consiste en igualar el mercado es ineficiente, incluso si los inversores optimizan racionalmente la relación entre el riesgo y el retorno esperado en equilibrio, en un mercado de capitales informalmente eficiente. En Colombia, esta anomalía ha sido estudiada por Viveros (2013), para el período comprendido entre el año 2007 y 2013, sin embargo, en su estudio no se encuentran evidencias significativas de la presencia de esta anomalía.

El mercado de valores colombiano ha presentado grandes avances y desarrollos durante los últimos años. Esto debido al crecimiento económico sólido que la economía ha tenido desde las últimas décadas, así como la profundización del mercado financiero acompañado de un fuerte rendimiento del mercado accionario. Al distinguir dicho interés por el mercado accionario

nacional, la presente investigación tiene como objetivo evidenciar si las propiedades de riesgo-retorno de un portafolio de Mínima Varianza con acciones del mercado bursátil colombiano, son más favorables en comparación con tres portafolios por capitalización de mercado: el índice COLCAP, un portafolio de mercado con retornos proyectados por promedio histórico y un último portafolio de mercado con retornos proyectado por CAPM, durante el período comprendido entre enero de 2008 a octubre de 2020.

El presente trabajo se puede utilizar como insumo en la discusión sobre la existencia de una anomalía en el portafolio de Mínima Varianza desarrollado por Harry Markowitz (1952). Se utilizó información financiera de 42 acciones colombianas, proporcionada por la herramienta para análisis de acciones y fondos de inversión Economatica. El período de estudio seleccionado data desde enero de octubre del año 2008, hasta octubre del año 2020. Siendo así, para dar cumplimiento al objetivo de la investigación, se calcularon cuatro series de portafolios de inversión: en primer lugar, un portafolio de Mínima Varianza: en segundo lugar, un portafolio de Máximo Desempeño proyectado bajo la metodología de retornos históricos; en tercer lugar, un portafolio de Máximo Desempeño proyectado bajo la metodología CAPM y; por último, el portafolio de mercado, el índice COLCAP, con el fin de evidenciar que el fenómeno teórico de la anomalía del Portafolio de Mínima Varianza está presente en el mercado colombiano para los años objeto de estudio.

Los resultados anteriores proporcionan grandes aportes a la discusión sobre la presencia de anomalías en los portafolios de inversión, particularmente el de Mínima Varianza. En la presente investigación se logra evidenciar que el fenómeno teórico de la anomalía del portafolio de Mínima Varianza está presente en el mercado de valores colombiano en la mayoría de los años objeto de estudio. En consonancia con lo anterior, un hecho particular que se hace pertinente mencionar, es la susceptibilidad de la presencia de la anomalía al período de estudio que se utilice, puesto que, cuando se realiza la comparación a largo plazo (desde el año 2008 al 2020, es decir, doce años) no hubo presencia de la anomalía de baja volatilidad; mientras que, al comparar portafolios anuales, se pudo detectar la presencia de la anomalía en la mayoría de los años. Siendo así, la presente investigación está conformada por cinco secciones: la primera, aborda lo concerniente al problema de investigación; en la segunda, se realiza una contextualización y referenciación del problema; en la tercera, se especifica la metodología empleada para el análisis desarrollado; en la cuarta se

desarrollan y se discuten los resultados y, por último, en la quinta sección se mencionan las conclusiones del estudio.

Capítulo I. El problema

El presente apartado se centra en la descripción, planteamiento y justificación del problema que se abordará en este trabajo de investigación. Aquí se definen los objetivos, así como la pregunta de investigación que gira en torno al performance del portafolio de Mínima Varianza en Colombia. Los objetos de estudio de esta investigación están constituidos por la posible presencia de una anomalía en la compensación riesgo-retorno de la cartera de mínima varianza en el mercado colombiano, en comparación con dos portafolios tangentes y el índice COLCAP. A continuación, se profundizará en cada uno de estos aspectos.

1.1. Planteamiento del problema

Durante las últimas décadas, con el auge de las inversiones en renta variable, es decir, en el mercado accionario, una de las estrategias de inversión que más popularidad ha adquirido es la del MVP. Una de sus características más relevantes, es que este portafolio está diseñado con el fin de minimizar el riesgo de cartera para un nivel de rentabilidad dada, en otras palabras, es la cartera de inversión que contiene el nivel más bajo de riesgo o variación sin depender de estimaciones de rentabilidad. Por ende, no existe otro portafolio que para un determinado nivel de rentabilidad pueda tener un riesgo menor.

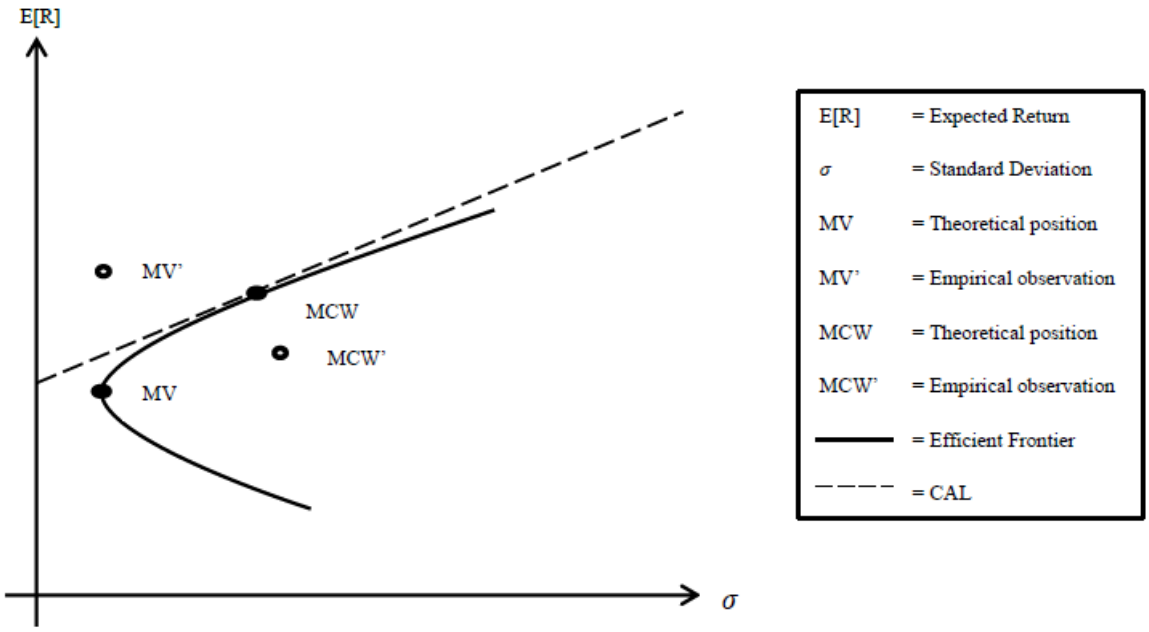
Teniendo esto en cuenta, las nociones teóricas de la compensación entre el riesgo y el retorno se centran en que hay mayores posibilidades de obtener una rentabilidad mayor que las de un activo libre de riesgo, al asumir inversiones en activos más volátiles o riesgosos. Sin embargo, recientemente se han realizado estudios que comparan diferentes estrategias de inversión y, se ha descubierto que estrategias de baja volatilidad (es decir, menor riesgo) han llegado a percibir mayores rentabilidades que estrategias de alta volatilidad o que emparejan al mercado. Este comportamiento anormal en la compensación riesgo-retorno de las carteras menos riesgosas se conoce como la anomalía del portafolio de Mínima Varianza.

Como se puede observar en la Figura 1, teóricamente el portafolio de MV es la cartera de menor riesgo de la frontera eficiente y, el MCW se encuentra en el punto de tangencia entre la frontera eficiente y la línea del mercado de capitales o Capital Allocation Line (CAL). No obstante, empíricamente no está sucediendo así; en numerosas observaciones el MVP presenta un

rendimiento superior al del MCW y, este último, realmente no está siendo eficiente, pues se observa que se está ubicado por debajo de la frontera eficiente (MCW' en la Figura 1). Dentro de este orden de ideas, la situación descrita anteriormente supone la existencia de una anomalía explotable del MVP.

Figura 1

Diferencia en las propiedades riesgo-rendimiento de las posiciones teóricas y empíricas de la cartera MV y MCW



Nota: Tomado de Van Leur (2013).

En Estados Unidos, Baker, Bradley y Wurgler (2011) han encontrado una fuerte evidencia de que el impulso en una cartera de baja volatilidad histórica, supera una cartera de alta volatilidad histórica en los períodos de mediano plazo (es decir, la conformada de 3 a 12 meses); llamaron a este efecto la anomalía de baja volatilidad. En el mercado colombiano, Viveros (2013) analizó en qué casos se aplica y se puede sacar provecho de la anomalía de baja volatilidad en portafolios conformados por activos que cotizan en el mercado colombiano, ajustando por desviación estándar de retornos y beta para determinar la presencia de la anomalía de baja volatilidad y de ese modo formular una estrategia de conformación de portafolios basándose en esta. Sin embargo, en este estudio no se evidenció rastro de la anomalía de baja volatilidad en el mercado de valores

colombiano y tampoco se encontró un patrón determinante de retornos entre los activos, con un periodo de estimación que cubre datos entre julio de 2007 a diciembre de 2012, para una muestra de acciones listadas como no listadas.

Esta anomalía estaría revelando ciertas incongruencias en la construcción y proyección de los portafolios de inversión, puesto que los cálculos teóricos distan en gran medida del comportamiento real. Así, la existencia de esta anomalía en el mercado accionario colombiano tendría grandes connotaciones a nivel práctico, puesto que se explorarían estrategias de inversión con mayores posibilidades de obtener altas rentabilidades, asumiendo o arriesgando en menor medida el capital. Sin embargo, otras posibilidades en torno a la existencia de esta anomalía estarían relacionadas con la existencia de otros factores de riesgo intrínseco que no son observables; esto explicaría en gran medida el rendimiento superior que esta cartera de baja volatilidad está experimentando.

Con relación a lo expuesto anteriormente y, teniendo en cuenta que "en América Latina, la mayoría de los estudios se centra en los aspectos económico y comercial y deja rezagado el campo financiero en el análisis de la integración" (Romero, Ramírez y Guzmán, 2013, p.57), se hace necesario evidenciar sí para el mercado de valores colombiano, estrategias basadas en el MVP pueden presentar rentabilidades mayores que una estrategia MCW, es decir, sí en el mercado accionario colombiano hay presencia de la anomalía de baja volatilidad. En este caso, el índice ponderado por capitalización de mercado o *benchmark* será el índice COLCAP, junto a dos portafolios óptimos más: uno con retornos proyectados por promedio histórico y otro con retornos proyectados por CAPM.

1.2. Pregunta de investigación

A partir de la problemática planteada se establece el siguiente interrogante de investigación:

¿Cuáles evidencias permiten identificar la existencia de una anomalía en el performance del Portafolio de Mínima Varianza en el mercado accionario colombiano?

1.3.Objetivos de la investigación

Con el fin de cumplir con el propósito de la investigación, que es probar la existencia de una anomalía en el Portafolio del Mínima Varianza en el mercado colombiano, durante el período comprendido entre los años 2008 y 2020, se plantean los siguientes objetivos.

1.3.1. Objetivo general

Evidenciar que el fenómeno teórico de la anomalía del portafolio de Mínima Varianza está presente en el mercado de valores colombiano para los años objeto de estudio.

1.3.2. Objetivos específicos

- Calcular las series de portafolios óptimos correspondientes: Mínima Varianza, portafolios de mercado con retornos proyectados por promedios históricos y CAPM, y el índice COLCAP, para el período comprendido entre los años 2008-2020.
- Comparar los portafolios calculados, teniendo como referencia la serie alcanzada para los portafolios de Mínima Varianza.
- Determinar la existencia de la anomalía del portafolio de Mínima Varianza con respecto a las propiedades de riesgo-rendimiento para cada año del período de estudio.

1.4. Justificación de la investigación

El interés por las estrategias de inversión basadas en varianza mínima ha aumentado sustancialmente en las últimas décadas. Esta popularidad se puede evidenciar en la reciente aparición de índices de mínima volatilidad MSCI para varios mercados nacionales, internacionales y globales, los índices desarrollados por la institución Morgan Stanley Capital Internacional (MSCI), conocidos como índices MSCI, se han posicionado como uno de los referentes más importantes de la industria financiera, puesto que, permiten conocer la evolución de los mercados a nivel mundial y son referentes en la gestión de estrategias de inversión, inclusive, Alemania y Reino Unido han lanzado índices de mínima volatilidad MSCI como el DAXplus y el FTSE 100, respectivamente. En este sentido, la presente investigación tiene como fin discutir el papel del portafolio de mínima varianza en contraste con tres portafolios: el portafolio de mercado (COLCAP), un portafolio proyectado con retornos históricos de las acciones y un tercer portafolio

proyectado por CAPM, para plantear estrategias de renta variable que estén gestionadas por el riesgo adecuadamente.

En un informe, la MSCI (2012) señala que la crisis financiera y la prolongada recesión económica, que comenzó en el 2008, estuvo acompañada de regulaciones más estrictas en el sector bancario y de pensiones, lo que provocó una mayor aversión a la volatilidad de los activos. Momentos posteriores a esta crisis, son marcadas las tendencias y preferencias por estrategias de renta variable de baja volatilidad, como la estrategia de varianza mínima. Otra razón importante que contribuyó a la popularidad repentina de dichas estrategias fue el rendimiento superior percibido del portafolio de mínima varianza en comparación con el portafolio ponderado por capitalización del mercado. En un mercado eficiente, en el que las betas están relacionadas linealmente con los rendimientos de las acciones, esto no sería posible. Así, el diseño de un portafolio para reducir el riesgo de cartera, en teoría, debe generar rendimientos más bajos.

Por esta razón, es de gran relevancia probar si la percepción de dicha anomalía en el MVP también existe en el mercado accionario colombiano. En otras palabras, se analizará una violación histórica de los principios de riesgo y rentabilidad ante el rendimiento superior percibido de las estrategias de mínima varianza. Es importante responder si el portafolio de mínima varianza es una valiosa oportunidad de inversión futura, que podría servir como un punto de referencia relevante, en lugar de las estrategias basadas en ponderación del mercado. En este sentido, trabajar en la búsqueda de mejores oportunidades de inversión, puede contribuir significativamente en el desarrollo de diferentes iniciativas que dinamicen el mercado accionario colombiano.

1.5. Delimitación de la investigación

La investigación que se va a realizar se enfoca en probar si las propiedades de riesgo-rendimiento del portafolio de mínima varianza son más favorables en cuanto a la relación riesgo-retorno que las del índice COLCAP y dos portafolios de mercado óptimos construidos a partir de este índice, cuyas metodologías para proyectar las rentabilidades serán, por un lado, mediante proyecciones de retorno calculadas por su promedio histórico y, por otra parte, proyecciones de retorno calculadas por el modelo CAPM, durante el período de enero de 2008 a octubre de 2020. Lo anterior se llevará a cabo haciendo uso de las bases de datos y las herramientas de Economatica, tomando como base teórica los aportes de Markowitz (1952), Sharpe (1964), Clarke, de Silva and

Thorley (2011) y Van Leur (2013), los dos primeros porque sentaron las bases teóricas más influyentes en el tema de esta investigación y, los últimos porque encontraron hallazgos relevantes que refutan las teorías pioneras. Así, siguiendo dichas líneas teóricas y trabajando sistemáticamente la información recolectada, se podrán arrojar resultados que den respuesta al problema previamente planteado.

Capítulo II. Marco referencial

El presente apartado se centra en lo correspondiente a la caracterización teórica y contextualización del problema que se abordará en este trabajo de investigación. Aquí se expondrán las teorías centrales de los planteamientos en cuestión, así como los conceptos más relevantes en torno a la teoría de carteras. Dentro de los modelos teóricos de análisis que hacen parte la teoría de carteras, los que conforman el eje de esta investigación son: la teoría de portafolios eficientes de Harry Markowitz y el modelo de Valoración de Activos de Capital o CAPM (Capital Assets Pricing Model, por sus siglas en inglés, a partir de ahora se utilizará el acrónimo). Siguiendo lo anterior, se pretenden cuestionar la eficiencia de las teorías mencionadas, dado que se podrían violar sus postulados ante la existencia de una anomalía en la compensación riesgo-retorno de la cartera de mínima varianza en el mercado colombiano en comparación con el índice COLCAP y dos portafolios de mercado óptimos con retornos proyectados por promedio histórico y CAPM. Hecha esta salvedad, en las subsecciones 2.1, 2.2, 2.3, 2.4 y 2.5 se desarrolla el marco teórico, el marco conceptual, se contextualiza sobre el mercado de capitales, el índice COLCAP y los antecedentes de la investigación, respectivamente. A continuación, se profundizará en cada uno de estos aspectos.

2.1. Marco teórico

Las recientes corrientes de las finanzas que, junto con el desarrollo de la computación, han dado origen a nuevas soluciones en torno al problema de optimizar las inversiones de capital. Estos análisis dieron origen a la teoría moderna de portafolios (MTP, por sus siglas en inglés), cuya base es el modelo propuesto por Harry Markowitz, que tiene como fundamento el comportamiento racional del inversor. A partir de este modelo, se han desarrollado una serie de teorías, como el modelo diagonal o de mercado de Sharpe (1964) y los modelos de fijación de precios en equilibrio Capital Assets Pricing Model o Teoría de Valoración de Activos financieros (CAPM) y Arbitrage Pricing Theory o Teoría de Valoración por Arbitraje (APT) enunciada por primera vez por Stephen A. Ross en 1976.

Los postulados de la MTP, pese a su reciente reconocimiento, se han transformado en una pieza esencial en la estructura de la teoría financiera. Según Romero (2011), debido a esto, surge

una nueva rama: la economía financiera. Su propósito es estudiar los activos financieros a la luz del análisis económico, en sus dos aspectos distintivos: el carácter intertemporal y la incertidumbre. De esta forma, Romero (2011) menciona que se abren tres campos de estudio para la teoría financiera; estos son, la valoración de los activos financieros en el contexto de la incertidumbre, la forma eficiente de tomar decisiones en el ámbito intertemporal incierto y, la organización y regulación eficiente de los mercados financieros.

La Teoría Moderna del Portafolio está constituida por la Teoría de Selección de Carteras de Harry Markowitz en 1952 y también, de los aportes y planteamientos que realizó William Sharpe a la teoría de formación de precios de los activos financieros en 1964, denominado como Capital Asset Pricing Model (CAPM). La Teoría Moderna de Portafolio es una estructura de inversión para poder seleccionar y construir portafolios de inversiones, en los cuales se logre obtener una rentabilidad máxima esperada de la cartera y simultáneamente minimizar el riesgo de la inversión (González, 2014). En busca de profundizar en estas teorías que son el eje central de la presente investigación, las siguientes secciones se encargarán de reseñar sus principales postulados y su relación con el problema tratado en torno a la anomalía de baja volatilidad. De este modo, se esbozarán en primera medida los aportes teóricos de Markowitz, hasta llegar al CAPM y lo concerniente a la anomalía del portafolio de Mínima Varianza.

2.1.1. Teoría de Selección de Carteras de Harry Markowitz

El modelo que propuso el economista Harry Markowitz (1952) ha sido considerado a partir de la época de los cincuenta como un modelo elemental para la selección de carteras óptimas en los mercados de capitales. Ha logrado un éxito a nivel teórico en el medio de las finanzas respecto a la estructuración de cartera y en la amplia búsqueda para reducir el riesgo y lograr maximizar los retornos de la inversión, la cual es posible al diversificar el portafolio. Cabe recalcar que el riesgo es sinónimo de volatilidad del rendimiento de cada activo, siendo así, Markowitz (1952) presenta tres hipótesis en su modelo los cuales se mencionarán a continuación:

1) El rendimiento que presente cualquier portafolio es considerado un fenómeno estocástico, donde el inversionista estima una distribución de probabilidad para el periodo de estudio. El valor esperado de la variable aleatoria es utilizado para lograr cuantificar la rentabilidad.

2) La varianza o la desviación estándar son usadas para medir la dispersión, como medida del riesgo de la variable aleatoria de rentabilidad; dicha medida tiene que realizarse en forma individual, es decir, a cada activo y también a todo el portafolio.

3) El inversionista al tener una conducta irracional lo conduce a preferir la composición de un portafolio que le represente una mayor rentabilidad, teniendo en cuenta un definido nivel de riesgo (aversión al riesgo)

El modelo de Markowitz propone dos alternativas para calcular las ponderaciones wi donde: w corresponde a la proporción de inversión que se destina al activo y i que corresponde a la variable a determinar en la optimización. Estas ponderaciones se encuentran relacionadas a cada activo dispuesto en el portafolio, por ende, la primera consiste en la reducción del riesgo de la cartera y está atada a una función de rentabilidad la cual se mostrará a continuación:

$$Min\ \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i * w_j \sigma_{ij}$$

Sujeto a:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i * E(R_i) = V^*$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

$$w_i \geq 0\ donde\ i = 1,2, \dots, n$$

Donde,

n: es el número de activos financieros

$\sigma 2$ (Rp): es la varianza del portafolio

p, σij: es la covarianza entre los rendimientos de los activos i y j,

(Rp): es el rendimiento de la cartera p

$E(Ri)$: es el rendimiento esperado de la cartera p de tal forma que al variar el parámetro $V*$ se podrán tener las ponderaciones wi que minimizan el riesgo y también su valor correspondiente.

La segunda forma tiene como base lograr la maximización de la rentabilidad esperada de la cartera y está sujeto a un riesgo máximo constituido. A continuación, se presentará la fórmula matemática para calcularla (Franco, Avendaño y Barbutín, 2011):

$$Máx\ E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i * E(R_i)$$

Sujeto a:

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i * w_j \sigma_{ij} \leq \sigma^2 o$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

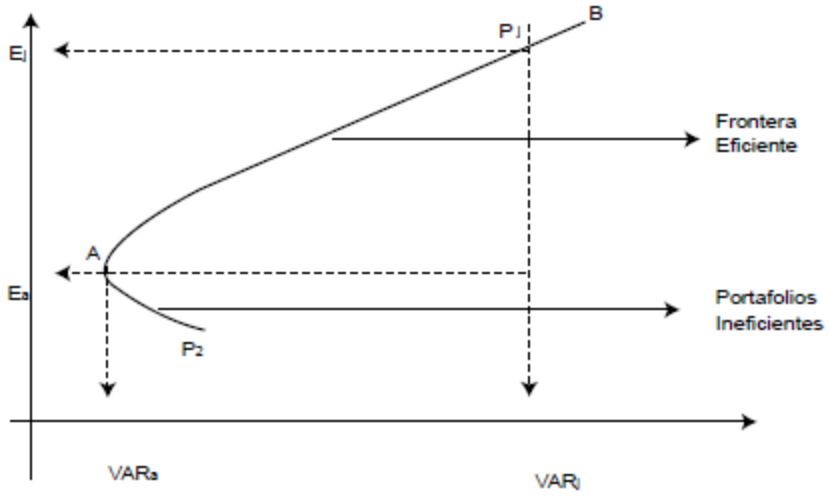
$$w_i \geq 0\ (i = 1, \dots, n)$$

Dónde: $\sigma^2 o$ es la varianza máxima admitida

Ahora bien, teniendo en cuenta las combinaciones de rendimiento-riesgo [(Rp), $\sigma 2$ (Rp)] de cada cartera que se considera eficiente, se calculan bajo el método de máxima verosimilitud. Dicho método se fundamenta en la hipótesis de que los rendimientos se dan en una distribución de probabilidad normal (Gutiérrez, 2019). De esta forma, la combinación mencionada anteriormente suministra el mayor rendimiento para cada nivel de riesgo y a su vez, esta combinación conduce a la representación gráfica conocida como frontera eficiente que brinda la optimización de portafolios. Al momento de conocer la frontera eficiente, el inversionista escoge su cartera óptima dependiendo de su perfil de riesgo (Mendizábal, Miera y Zubia, 2002). A continuación, en la Figura 2 se ilustra la curva de frontera eficiente (AB), donde cada punto de ella concierne a un portafolio eficiente.

Figura 2

Conjunto de mínimo riesgo: subconjunto ineficiente y frontera eficiente.



Nota: Tomado de Buenaventura, G. & Cuevas, A. (2005)

2.1.2. CAPM (Modelo de Valoración de Activos de Capital)

Los reconocidos economistas Sharpe (1962) y Lintner (1965) desarrollaron el modelo de valoración de activos de capital, de forma independiente, en un entorno de mercado de capitales perfecto y en un mundo de dos periodos. El modelo propuesto se fundamenta en la teoría de portafolio media varianza, la cual fue propuesta y desarrollada por Markowitz (1952,1959). A continuación, se muestra la formulación matemática de dicho modelo:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i * \left[E(R_m) - R_f\right]$$

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{\sigma^2_{Rm}}$$

Donde:

Rm: Rentabilidad del mercado

Rf: Rentabilidad del activo libre de riesgo

β: Mide el efecto de variaciones del mercado sobre la cartera

Este modelo determina que el retorno que se requiere de un activo de alto riesgo es equivalente a la tasa libre de riesgo Rf sumando un premio por el riesgo que al mismo tiempo

corresponde al premio por el riesgo de mercado [$(Rm)-Rf$], el cual se multiplica por el riesgo no diversificable (sistemático) del activo riesgoso (βi) como se observa en la fórmula ilustrada anteriormente. Sin embargo, el CAPM ha presentado críticas que no son específicamente a su formulación, sino que dichas críticas aparecen cuando se efectúan estimaciones empíricas del CAPM. Ahora bien, la estimación del riesgo sistemático se puede hacer calculando el modelo de mercado en exceso de retorno, el cual presenta la siguiente formulación:

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_i * \left(R_{mt} - R_{ft}\right) + \varepsilon_{it}$$

Donde,

α_i : indicador de la evolución del valor bursátil *i* con respecto a su índice de referencia.

ε_{it} : riesgo no sistemático del activo *i* en el período *t.*

Teniendo en cuenta que el CAPM es un modelo que esclarece los rendimientos (retornos), entonces en el modelo que se ilustra anteriormente no sería pertinente rechazar la hipótesis nula en lo que corresponde a que α_i es igual a cero. Puesto que, según el modelo, si $\alpha_i = 0$, la inversión obtuvo un rendimiento adecuado con respecto al riesgo asumido. No obstante, en un test de corte transversal que fue realizado a este modelo por Douglas (1968), Black, Jensen y Scholes (1972), Miller y Scholes (1972), Blume y Friend (1973), Fama y MacBeth (1973), se concluyó que la hipótesis nula de que α_i es igual a cero se rechaza, lo cual significaría que no se espera que el retorno en exceso del portafolio de mercado sea igual a cero. El promedio de α_i comúnmente resulta ser positivo para el portafolio que presenta un menor riesgo sistemático y negativo para el portafolio que presenta un alto riesgo sistemático. Asimismo, Sharpe (1966) desarrolló la ratio conocida actualmente como Ratio de Sharpe, la cual fue presentada por este teórico inicialmente como *reward-to-variability ratio.* Sharpe presenta la siguiente fórmula para calcular la ratio:

$$RS = \frac{E(R_m) - Rf}{std(R_m)}$$

Donde,

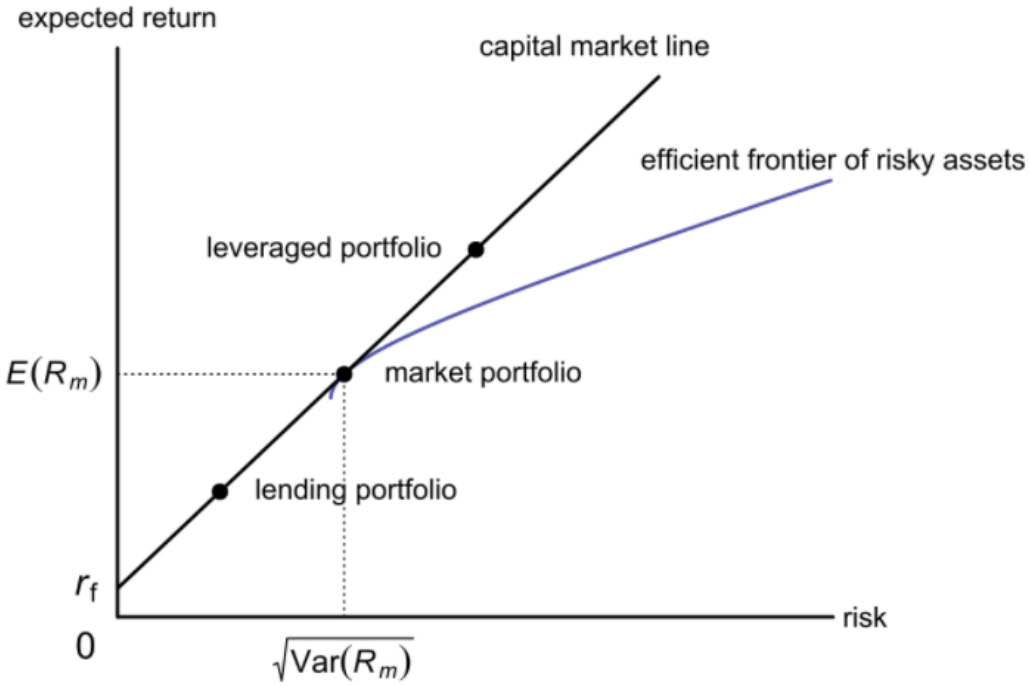
$std(R_m)$: es la desviación estándar de la rentabilidad de mercado.

Ahora bien, para efectos de la presente investigación, se hace necesario señalar los aportes teóricos desarrollados por Sharpe, con respecto a la relación entre la RS y la Capital Market Line

(CML, por sus siglas en inglés, de ahora en adelante se utilizará el acrónimo). En primer lugar, la CML es una línea tangente que resulta de la unión entre el intercepto correspondiente al eje de coordenadas y el punto de origen con el activo libre de riesgo o *risk free* (0, *Rf*) en el plano de media varianza, como se observa en la Figura 3. Dicha línea tangente abarca las carteras eficientes existentes, pero en el punto tangente de la recta CML con la frontera eficiente, se generan las coordenadas de la desviación estándar del mercado, como también los rendimientos esperados de un portafolio, el cual, en teoría se conoce como *Market Portafolio* o portafolio de mercado.

Figura 3

Capital Market Line (CML)



Nota: Tomado de Munasca (2015)

De esta forma, el portafolio de mercado corresponde al portafolio con la mayor relación entre rentabilidad y riesgo. Así, donde se presenta el punto óptimo, es la cartera que logra maximizar *tanθ*, que es la pendiente, y se convierte en el portafolio más significativo del mercado, puesto que sería el portafolio que le proporciona a todos los activos ponderaciones según las proporciones que existen el mercado. Se calcula de la siguiente forma:

$$tan\theta = \frac{E(R_m) - rf}{std(R_m)}$$

Teniendo en cuenta la fórmula anterior, θ corresponde al ángulo generado entre el eje horizontal y la línea que pasa por (0, *Rf*) y el punto $\left(\left(std(R_m), E(R_m)\right)\right.$, que es una cartera eficiente de activos con riesgo.

2.1.3. Anomalía en el Portafolio de Mínima Varianza

Durante las últimas décadas, con el auge de las inversiones en renta variable, es decir, en el mercado accionario, una de las estrategias de inversión que más popularidad ha adquirido es la del portafolio de Mínima Varianza. Una de sus características más relevantes, es que este portafolio está diseñado con el fin de minimizar el riesgo de cartera para un nivel de rentabilidad dada, en otras palabras, es la cartera de inversión que contiene el nivel más bajo de riesgo o variación sin depender de estimaciones de rentabilidad. Por ende, no existe otro portafolio que para un determinado nivel de rentabilidad pueda tener un riesgo menor.

Según Van Leur (2013), en contraste con el índice ponderado por capitalización de mercado, los porcentajes de inversión del MVP no dependen de ningún pronóstico de retorno de stock. A su vez, Clarke, de Silva y Thorley (2006) encuentran que las estrategias basadas en estimaciones de retornos esperados suelen ser hipersensibles a pequeñas variaciones en los retornos pronosticados y esto puede conducir a porcentajes de cartera muy desequilibrados. De esta forma, como la construcción del MVP está basada únicamente en la estimación de la matriz de covarianza, los elementos que la componen, la varianza y la covarianza de un activo, suelen ser más persistentes y predecibles en el tiempo, por lo anterior, el MVP ha llegado a presentar mejores propiedades desde un punto de vista práctico. Asimismo, como este es independiente de las estimaciones de retornos esperados, esto es más útil para ciertos inversores que no quieren estar buscando constantemente retornos atractivos.

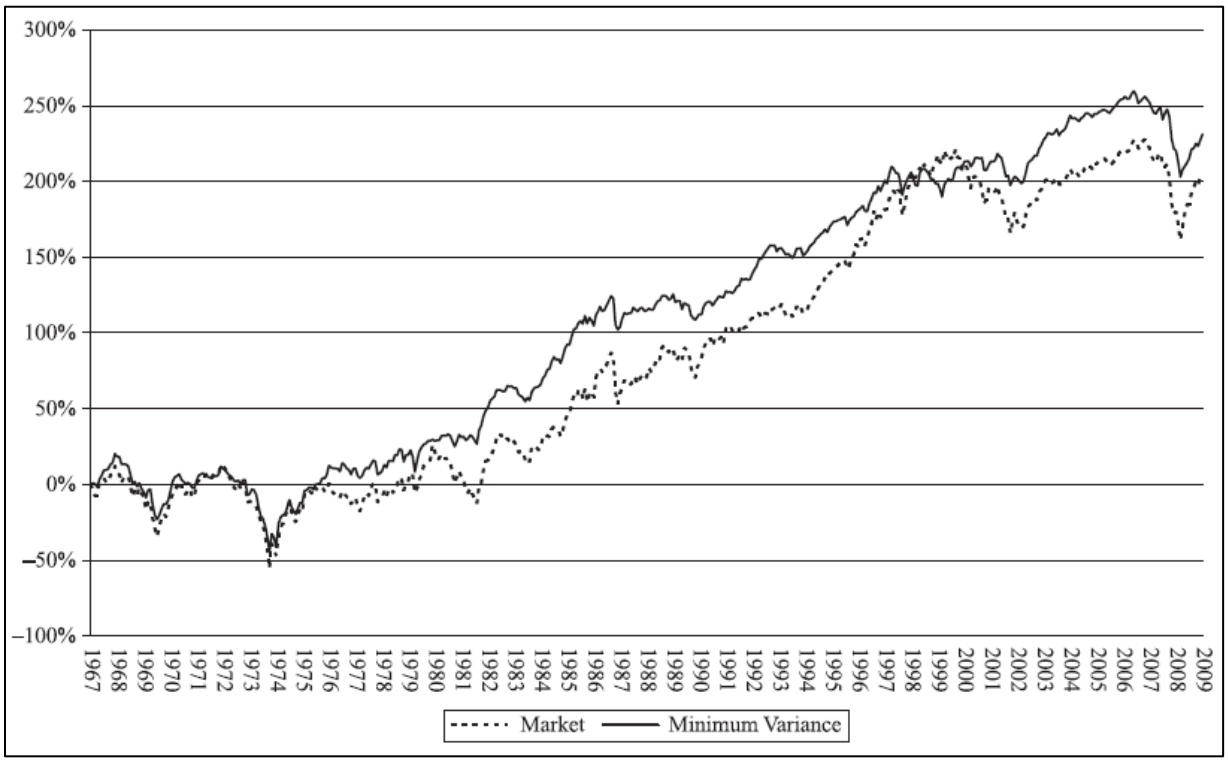
Para el mercado accionario norteamericano, Baker, Bradley y Wurgler (2011) han encontrado una fuerte evidencia de que el impulso en una cartera de baja volatilidad histórica, supera una cartera de alta volatilidad histórica en los períodos de mediano plazo (es decir, la conformada de 3 a 12 meses); llamaron a este efecto la anomalía de baja volatilidad. En el mercado colombiano,

Viveros (2013) analizó en qué casos se aplica y se puede sacar provecho de la anomalía de baja volatilidad en portafolios conformados por activos que cotizan en el mercado colombiano, ajustando por desviación estándar de retornos y beta para determinar la presencia de la anomalía de baja volatilidad y de ese modo formular una estrategia de conformación de portafolios basándose en esta. Sin embargo, en este estudio no se evidenció rastro de la anomalía de baja volatilidad en el mercado de valores colombiano y tampoco se encontró un patrón determinante de retornos entre los activos, con un periodo de estimación que cubre datos entre julio de 2007 a diciembre de 2012, para una muestra de acciones listadas como no listadas.

Hecha esta salvedad, Clarke, de Silva y Thorley (2011), siguiendo los hallazgos realizados por Haugen y Baker (1991), intentaron detectar estrategias de inversión distintas a las que buscan emparejar el mercado y que a su vez fueran eficientes, realizaron una investigación similar. Estos primeros, analizaron el rendimiento de las carteras de renta variable que tienen la variación más baja posible, mediante un análisis de los portafolios de varianza mínima a gran escala, desde 1960 hasta 2009. Dentro de sus descubrimientos, encontraron que el exceso de retorno acumulado realizado del MVP durante el período analizado fue más alto que el del índice ponderado por capitalización de mercado o Market Capitalization Weighted (MCW, por sus siglas en inglés y de aquí en adelante se utilizará el acrónimo), como se puede observar en la Figura 4. A su vez, su investigación determina que el riesgo realizado del MPV sigue siendo menor al del MCW, lo cual iría en contra del comportamiento teórico.

Figura 4

Rendimientos acumulados de las carteras de mercado y de variación mínima de las 1000 acciones más grandes de EE. UU., 1968-2009



Nota: Tomado de Clarke, de Silva, y Thorley (2011).

De igual forma, en los últimos años muchos investigadores han evidenciado un comportamiento similar del MVP, a través de estudios en los que se percibe un rendimiento superior de este portafolio en comparación con carteras ponderadas por capitalización de mercado; algunos de estos, mencionados en el análisis realizado por Van Leur (2013) son: "Jagannathan y Ma (2003); Behr, Güttler, y Miebs 2(008); Nielsen y Aylursubramanian (2008); Baker, Bradley, y Wurgler (2011); Blitz y van Vliet (2011); Blitz, Pang, y van Vliet (2013); y Kuo and Li (2013)" (p. 5). En este sentido, se pude afirmar que hay múltiples hallazgos que proporcionan una evidencia valiosa en torno al desempeño excepcional generalizado que están teniendo los portafolios de mínima varianza, con respecto a otros índices de referencia ponderados por capitalización de mercado.

En consecuencia, Van Leur (2013) plantea que estos resultados dan lugar a una percepción general de la existencia de una anomalía en las teorías financieras tradicionales, la cual se ilustró

anteriormente en la Figura 1. En este sentido, el MVP ya no estaría presentando un comportamiento acorde a la teoría, sino que, posiblemente esté ofreciendo rentabilidades más altas que la cartera MCW, asumiendo un riesgo menor. En términos generales, teóricamente el portafolio de MV es la cartera de menor riesgo de la frontera eficiente y, el MCW se encuentra en el punto de tangencia entre la frontera eficiente y la línea del mercado de capitales o Capital Allocation *Line* (CAL). No obstante, empíricamente no está sucediendo así, lo cual supone la existencia de una anomalía de baja volatilidad; en numerosas observaciones el MVP presenta un rendimiento superior al del MCW y, este último, realmente no está siendo eficiente, pues se observa que se está ubicado por debajo de la frontera eficiente (MCW' en la Figura 1). Dentro de este orden de ideas, la situación descrita anteriormente supone la existencia de una anomalía explotable del MVP.

2.2. Marco conceptual

En el presente apartado se abordarán componentes muy importantes que conforman la Teoría Moderna del Portafolio. Al realizar una revisión teórica se encuentra que existen unos lineamientos básicos que conforman los pilares en los que se fundamentan la totalidad de los modelos de gestión de carteras. En primer lugar, el principal objetivo de un modelo de gestión de carteras radica en lograr maximizar la rentabilidad y a su vez minimizar el riesgo, de lo anterior, se hallan varios modelos y cada uno define la rentabilidad y el riesgo con parámetros distintos. Sin embargo, todo tienen el mismo fin: alcanzar la máxima rentabilidad posible de la inversión asumiendo el mínimo riesgo. De esta forma, se hace necesario esbozar los precedentes conceptuales que hacen parte de esta teoría y, a su vez, definir los lineamientos que hacen parte de éstos, como se hará a continuación.

Para comenzar, una de las métricas más importantes en la optimización de portafolios, a saber, el rendimiento esperado, es la rentabilidad que se espera de un portafolio, la cual resulta ser el promedio ponderado de la rentabilidad esperada de los valores individuales. Estos habitualmente son calculados utilizando los comportamientos históricos de los retornos. No obstante, se presenta una desventaja al usar el comportamiento histórico de los retornos para proyectar los rendimientos que se desean alcanzar. Dicha desventaja es la incertidumbre respecto al periodo de tiempo que se utilizara para tomar la muestra (Fabozzi, Gupta y Markowitz, 2002). En sí, no existe una respuesta

totalmente correcta respecto al periodo se debe utilizar (5 años, 10 años o un periodo de tiempo más largo), esto se debe a la volatilidad e incerteza a la que se enfrentan los mercados. Sin embargo, resulta apropiado suponer que, si en un mercado o activo se evidencia un rendimiento que se puede considerar satisfactorio y a la vez consecuente, teniendo en cuenta diversas condiciones económicas y políticas, el rendimiento histórico puede convertirse en un barómetro acertado del posible desempeño futuro del mercado o activo (Fabozzi, Gupta y Markowitz, 2002).

En un mismo contexto, Richard O. Michaud (1989) menciona que el manejo de parámetros históricos como medidores de los parámetros esperados insertan sesgos relevantes, lo cual hace que los portafolios eficientes resultantes por el modelo se formen principalmente con activos que presenten alta rentabilidad, mínima varianza y baja correlación con otros activos. Esto conduce a formar portafolios que se concentran en muy pocos títulos y, además, van a ser poco atractivo para los inversionistas. Esto se soluciona al introducir restricciones con el fin de limitar el porcentaje máximo del capital que se dedica a cada activo.

Ahora bien, continuando con otra métrica fundamental, el riesgo de cartera es la posibilidad que existe en la diferencia que se puede generar entre el rendimiento real de cualquier inversión y lo que se esperaba de dicho rendimiento (Gitman & Joehnk, 2009). Es importante resaltar que lo fundamental en lo que concierne al riesgo de un activo, no es el riesgo aislado de cada activo de forma individual sino la proporción que cada uno de estos activos aislados le genera al riesgo del portafolio.

El riesgo de una cartera puede ser sistemático y no sistemático, estos conforman el riesgo total que posee un activo. El primero, es considerado como el riesgo de mercado o riesgo no diversificable, no puede erradicarse porque depende de factores como el PIB, la inflación, entre otros y genera un alto impacto en la mayoría de los activos; el segundo, es conocido como el riesgo especifico (del activo) o riesgo diversificable, el cual afecta a un activo individualmente o pocos activos del portafolio ya que se puede controlar mediante la diversificación del portafolio (Ross, Westerfield y Jaffe, 2012). Estos son los dos tipos de riesgo comúnmente analizados para todos los portafolios, se puede estudiar y reducir a través del concepto de la diversificación, es un concepto básico de la Teoría Moderna del Portafolio y se enfatiza en aplicar el concepto de diversificación.

Así, teniendo en cuenta lo expuesto anteriormente, la relación entre el riesgo y la rentabilidad esperada para un inversionista debe ser positiva ya que el inversor conservará un activo con alto riesgo si es retribuido o compensado con un mejor retorno esperado. Para medir el riesgo se utiliza la desviación estándar, la cual ejerce un papel absoluto y esta medición calcula la dispersión que posiblemente tendrán los rendimientos respecto a los rendimientos que se desean alcanzar de cualquier activo. Por lo tanto, si en un activo se obtiene una desviación estándar muy alta, significa que la inversión en dicho activo tiene un alto riesgo, por ende, el inversionista le exigirá una tasa de retorno más alta que incentive y compense por arriesgar el capital. Además, cabe señalar que la volatilidad es sinónimo de riesgo y se refiere específicamente al tamaño de las variaciones en el valor de un activo.

En cuanto a la varianza de los retornos del portafolio, es un factor determinante para calcular la volatilidad, pues, como se mencionó anteriormente, la volatilidad es sinónimo de riesgo y esta es la medida de los cuadrados de las dispersiones (desviaciones) que se dan en un activo con base a la rentabilidad esperada (Ross, Westerfield y Jaffe, 2002). Siendo así, en un portafolio la varianza mide la volatilidad, es decir, cada vez que la varianza sea mayor, la volatilidad también aumentará, por ende, el activo será más riesgoso. En lo mencionado por Ross, Westerfield y Jaffe (2012) cuando se tiene un portafolio en el que estén unidos varios activos y se presenta la situación de que algunos activos están perdiendo valor, es común que esa disminución que se está presentando sea compensada con el incremento de los activos en el portfolio, de tal forma que se minimiza el riesgo. Es decir, que la varianza total de un portafolio estará por debajo del promedio ponderado de las varianzas de los activos analizados individualmente. Analistas han observado que la varianza (riesgo) de una cartera decrece cuando la cantidad de activos en dicha cartera aumenta, por lo tanto, habrá una significativa mejora en la frontera eficiente.

La raíz de la varianza da como resultado la desviación estándar, que en otros términos es el riesgo que posee un activo. Los inversionistas tienen en cuenta que cuando aceptan adquirir un activo, reciben rentabilidades más bajas de las que se esperaban. Esto se basa en el modelo propuesto por Markowitz respecto a la selección de carteras donde muestra un supuesto general que expresa que los inversionistas deciden invertir asimilando los retornos y los riesgos. Por lo tanto, en el caso de que la desviación estándar aumente, el riesgo se incrementará y será mayor el potencial de retorno esperado.

Ahora bien, la covarianza y correlación de los rendimientos son una medición de la relación entre el rendimiento de un activo y el rendimiento de otro activo. La covarianza mide la relación lineal entre dos variables, sin embargo, los valores de la covarianza no están estandarizados, mientras que los coeficientes de correlación, que miden tanto la fuerza como la dirección de la relación lineal entre dos variables, sí están estandarizados. En suma, estas herramientas evalúan cómo están relacionadas dos variables aleatorias entre sí. Ahora bien, si el resultado de la relación de los rendimientos entre dos variables aleatorias es positivo, su covarianza será mayor que cero; para el caso de que dicha relación de los rendimientos sea negativa, su covarianza será menor que cero y, si no están relacionados los rendimientos de las dos variables aleatorias, su covarianza será cero. Markowitz afirma que: "es necesario evitar invertir en valores con alta covarianza entre sí" (Markowitz, 1952, p. 89).

El coeficiente de correlación de los rendimientos depende de la covarianza, puesto que se calcula dividiendo la covarianza entre el producto de las desviaciones estándar de las variables. De esta forma, una covarianza positiva siempre producirá una correlación positiva y, de igual forma, si la covarianza es negativa la correlación también lo será. Como se ha mencionado, la incidencia de la diversificación en el desempeño del portafolio es muy importante, por ende, la Teoría Moderna de Portafolio introduce la medida de correlación para cuantificar dicha diversificación. Siendo así, si la medición arroja que entre los activos existe una correlación positiva, significa que las variables se encuentran positivamente correlacionadas; en caso contrario, si una correlación es negativa, significa que las variables se encuentran negativamente correlacionadas y, si la correlación arroja un valor de cero, esto significa que las variables no se encuentran correlaciones, es decir, sus rendimientos son independientes de los otros activos con los que se compara (Ross, Westerfield y Jaffe, 2012).

Cabe recalcar que para lograr controlar o reducir el riesgo es indispensable tener en cuenta la varianza de los activos y también la correlación entre el activo en el que se va a invertir y el peso que este tiene en la cartera. Para ello, la mejor situación es que exista una correlación perfectamente negativa que elimine el riesgo en su totalidad, puesto que, un portafolio conformado con activos poco correlacionados o con una correlación perfectamente negativa será menos volátil, de esta forma se estaría diversificando en mayor grado el portafolio, lo cual se explicará detalladamente a continuación (Brealey, Myers y Allen, 2010).

Como se mencionó anteriormente, la diversificación depende principalmente de las correlaciones que se dan en el mercado accionario, en lo concerniente a la diversificación internacional, durante los últimos 40 años en varias investigaciones se ha evidenciado que las correlaciones entre los mercados de valores se han incrementado fuertemente. Por ejemplo, Dennis P. Quinn y Hans-Joachim Voth (2008) encontraron que la liberación financiera que se efectuó en el siglo pasado, estuvo acompañada por un incremento en la correlación de los mercados de valores nacionales con los extranjeros.

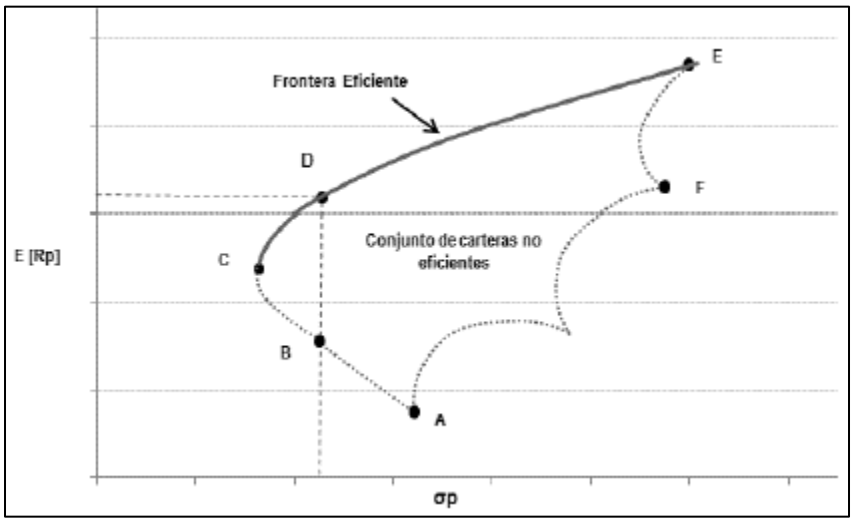
La diversificación es el factor más importante en lo que concierne a la minimización del riesgo, esencialmente implica la asignación de inversión entre diferentes instrumentos financieros, sectores y demás clases donde se pueden decidir y realizar inversiones, es decir, que el inversionista se enfoque en diferentes clases de activos, por ejemplo, invertir en bonos, bienes raíces, etc. La diversificación en la Teoría Moderna de Portafolio y en la selección de carteras de Markowitz es el componente principal y de mayor vitalidad, sin embargo, la minimización del riesgo solo se puede ejecutar cuando el inversionista se enfoca en el riesgo no sistemático ya que este es diversificable, mientras que el riesgo sistemático no se puede controlar o diversificar. Por lo tanto, la matización del riesgo no se podrá conducir a cero. Además, como se mencionó anteriormente, cuando se realizan inversiones en escala internacional se efectúa una mayor diversificación en comparación de realizar inversiones a nivel nacional, esto trae consigo grandes beneficios (Gitman y Joehnk, 2009).

Ahora bien, otro componente teórico fundamental, es la frontera eficiente. Teniendo en cuenta lo que menciona Gonzáles (2014), un conjunto factible (conjunto de oportunidades) representa todos los portafolios que se podrían formar de un grupo de N valores. En la siguiente figura, los puntos A, B, C, D, E, F, ejemplifican dichos portafolios. En primer lugar, en la curva entre los puntos C y E están ubicados los portafolios eficientes, es decir, los que poseen mayor rendimiento esperado a cierto nivel de riesgo dado. Así, en el punto C se ubica el portafolio de Mínima Varianza y el cual resulta ser el portafolio eficiente con menor riesgo posible. Su contraparte sería el portafolio ubicado en el punto E, que es el de máxima rentabilidad esperada. Por otra parte, en el punto B se ubica un portafolio ineficiente, en esta situación, un inversionista no adquiriría este portafolio porque, a un mismo nivel de riesgo podría invertir en D y obtener mejores rentabilidades. Ante estas posibilidades, Markowitz (1952), señala que los inversionistas

tendrán en cuenta su aversión o propensión al riesgo para elegir un portafolio entre el punto C o E de la frontera eficiente.

Figura 5

Conjunto factible y Frontera eficiente

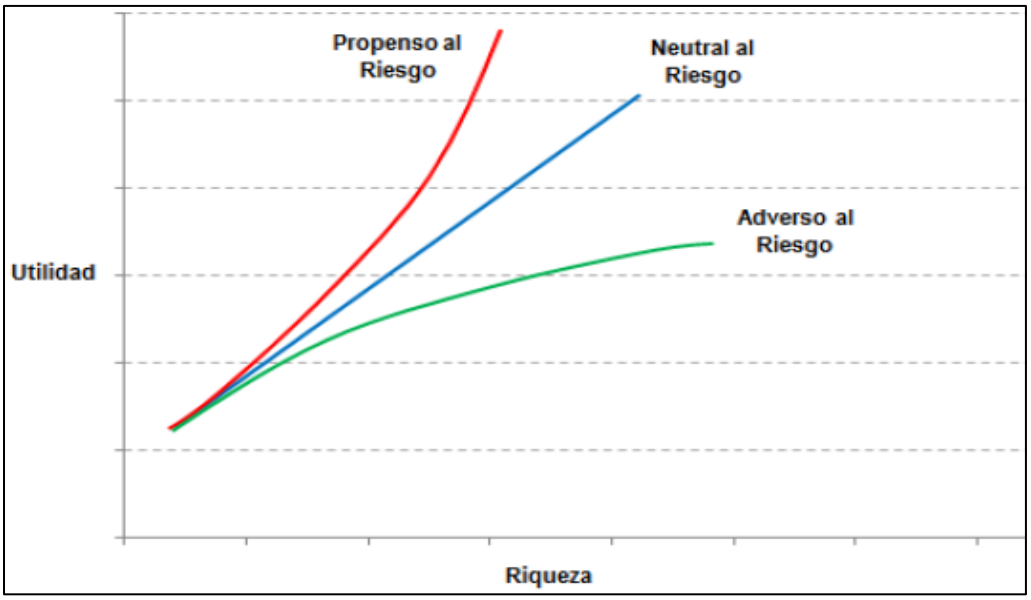


Nota: Tomado de González (2014)

Ahora bien, otro aspecto fundamental que se debe tener en cuenta es el comportamiento de la utilidad marginal según la preferencia al riesgo del inversionista. En la Figura 6 se ilustrará dicha preferencia al riesgo y su comportamiento.

Figura 6

Comportamiento de la utilidad marginal según la actitud al riesgo del inversionista.



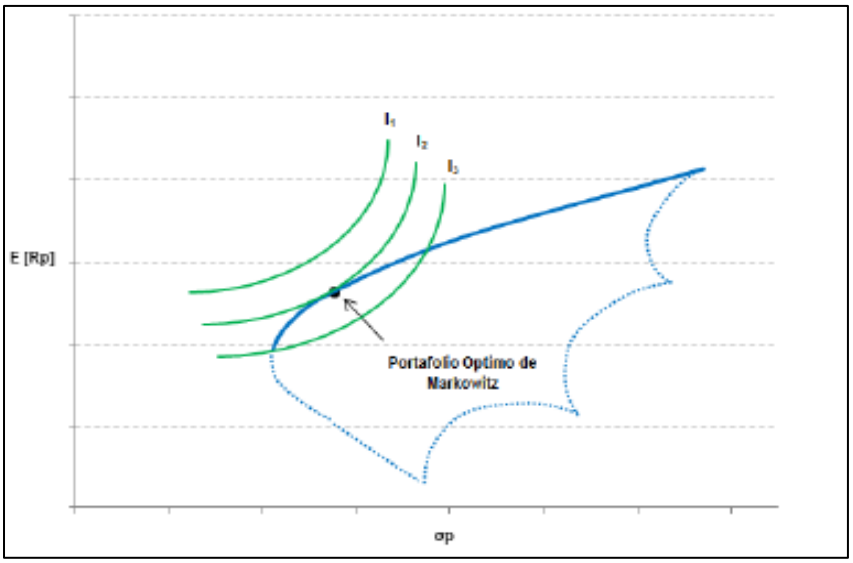
Nota: Tomado de González (2014).

Como se puede observar en la figura anterior, dependiendo del perfil o la preferencia que el inversor tenga frente al riesgo, la utilidad marginal adoptará un comportamiento especifico. Así, un inversionista con un perfil de riesgo propenso al riesgo obtendrá una función de utilidad marginal creciente, por lo tanto, para este inversionista un mismo valor de aumento en la riqueza genera un crecimiento en la utilidad. Para el caso contrario, es decir, un inversionista con un perfil adverso al riesgo obtendrá una función de utilidad marginal decreciente, por ende, un mismo valor de crecimiento en la riqueza produce una reducción de la utilidad. Además, en el caso de un inversor con un perfil neutral al riesgo obtendrá una función de utilidad constante ya que un mismo valor de aumento de riqueza genera un mismo nivel de crecimiento en la utilidad.

Según Markowitz (1952), la curva de indiferencia es el factor clave para que un inversionista logre un portafolio óptimo. La curva de indiferencia o de utilidad es diferente para cada inversionista ya que se encuentra en función de su perfil de riesgo.

Figura 7

Selección de una cartera óptima de Markowitz.



Nota: Tomado de Gonzáles (2014)

Markowitz, en su teoría de selección de carteras se basa en dos aspectos que resultan ser implícitos. El primero, corresponde a la insaciabilidad en la cual considera que los inversionistas no prefieren los niveles más bajos de riqueza terminal, pero si los más altos. El segundo, corresponde a la aversión al riesgo donde Markowitz considera que los inversores tendrán la tendencia a elegir siempre una cartera con desviación estándar baja. Teniendo esto en cuenta, los dos aspectos mencionados anteriormente generan un mapa de curvas de indiferencia para cada tipo de inversionista (perfil de riesgo) localizados en distintos puntos de la frontera eficiente. Siendo así, para Markowitz la cartera óptima corresponde al punto ubicado en la tangente entre las curvas de indiferencia del inversionista y el grupo eficiente como se observa en la Figura 7.

2.3. Mercados de capitales

Previamente a hacer énfasis en el mercado de valores en Colombia, se hace pertinente resaltar la importancia de los mercados financieros desde un punto de vista económico. Para comenzar, los mercados de capitales son aquellos medios a través de los cuales se distribuyen los recursos que han sido acumulados mediante el excedente del público (ahorro), y éstos se canalizan de forma

efectiva hacia agentes que lo demandan, es decir, los inversionistas (Asobancaria, 2019). Asimismo, según la BVC (2014):

> El sistema financiero es el conjunto de instituciones y operaciones a través de las cuales se transfieren recursos disponibles para depositar o invertir (sector superavitario), a las empresas que los requieren para sus proyectos (sector deficitario). El sistema financiero comprende el mercado bancario, también llamado intermediado, y el mercado de valores, también llamado desintermediado. (p.21).

En este sentido, la misión principal de un sistema financiero es captar el excedente de los ahorros y dirigirlo hacia prestadores públicos y privados. Para lograr su objetivo de una manera eficiente, éste debe ser transparente, líquido y eficiente. En este orden de ideas, los mercados financieros son estrictamente necesarios en cualquier economía: éstos cumplen una función de redistribución óptima, debido a que los excedentes se canalizan a los mejores usos en función de la rentabilidad esperada y de las expectativas de retornos sobre el capital adquirido. Así, "en la medida en la que existe capital superavitario para financiar necesidades de inversión, la economía toma parte de esos excedentes para ampliar sus fronteras de producción, innovar y poder ampliar y mejorar las condiciones de vida de los ciudadanos" (Vargas, 2018, p.8).

Ahora bien, los mercados de capitales hacen parte del sistema financiero y están conformados por "los préstamos de quienes tienen más recursos de lo que necesitan, a quienes requieren más recursos de lo que tienen" (Vargas, 2018, p.8,). Estos intercambios se regulan naturalmente en equilibrio por el costo de oportunidad del dinero, es decir, la tasa de inversión por cada oportunidad de valor para usar el dinero. De esta forma, "un mercado de capitales profundo y sólido permite canalizar de manera eficiente el ahorro hacia la inversión y facilita la generación de valor agregado" (Asobancaria, 2019, p.7). Además, diversos estudios han probado la existencia de una relación positiva entre el desarrollo de los instrumentos e instituciones relacionadas con el proceso de intermediación financiera, la eficiencia en la asignación de recursos en la economía y, la dinámica del crecimiento económico. En suma, contar con un mercado financiero desarrollado brinda mayores oportunidades de crecimiento económico y, en contraste, un mercado con poca profundización e inestable se convierte en un obstáculo para el progreso económico.

Un mercado de capitales funciona de forma óptima cuando la información se da en tiempo real y es transparente. Esto implica que el funcionamiento correcto depende de la capacidad del mercado para "minimizar los costos de transacción sobre los intercambios de naturaleza bursátil" (Vargas, 2018, p.9). Cabe señalar que los costos de transacción se definen en la literatura como aquellos costos de buscar y recolectar información, de contratar y monitorear acuerdos, y los que surgen ante problemas de incentivos entre compradores y vendedores. De igual forma, la literatura económica hace énfasis en que para que los mercados financieros operen adecuadamente, son indispensables la competencia y una gran cantidad de participantes, principalmente desde el lado de la oferta de recursos o de bienes prestables de la economía.

2.3.1. Estructura del Sistema Financiero colombiano

El mercado de capitales colombiano nació finalizando la década de los 80, como respuesta a la necesidad de financiación del Gobierno Nacional. Sin embargo, "al comienzo era un mercado poco profundo, ilíquido, concentrado y muy volátil" (Asobancaria, 2019, p.9). Por tal motivo, se realizó la Primera Misión del Mercado de Capitales hacia 1995, cuyos resultados señalaron la importancia de mejorar este mercado para beneficio de la estabilidad macroeconómica del país y su desarrollo económico. El mercado de capitales es un eslabón importante del sistema financiero, puesto que está conformado por el sector bancario y el no bancario; los cuales incluyen a los mercados de acciones y de bonos, que resultan ser indicadores relevantes de la situación económica a nivel mundial.

En Colombia, el mercado de capitales comprende el sector bancario, también llamado intermediado, y el sector no bancario o desintermediado, es decir, el mercado de valores. Por una parte, en el sector bancario "la transferencia de recursos de los sectores superavitarios a los sectores deficitarios tiene lugar a través de entidades que actúan como intermediarios financieros" (BVC, 2014, p.21), estas entidades, de forma independiente, vinculan a los depositantes con quienes necesitan financiación. Así, los intermediarios del mercado bancario tienen como objetivo captar recursos del sector superavitario, para poder realizar operaciones activas de crédito, como otorgar préstamos, al sector deficitario.

Por otra parte, en cuanto a la transferencia de recursos de sectores superavitarios a sectores deficitarios en el mercado de valores, esta se da "a través de una relación directa entre ambos

sectores mediante la emisión de valores por parte de las empresas que requieren recursos y la suscripción de dichos valores por parte de los inversionistas" (BVC, 2014, p.21). En este sentido, el sector deficitario puede captar directamente los recursos de los sectores ofertantes o superavitarios, sin necesidad de una institución u organismos intermediarios como los establecimientos bancarios. Sin embargo, hay ciertos profesionales autorizados para realizar la transferencia de recursos en este mercado, con el fin de que su funcionamiento sea eficiente y óptimo. Las entidades encargadas de este proceso son vigiladas por la Superintendencia Financiera, con el fin de brindar transparencia y orden en las transacciones que se realicen. Es preciso resaltar que la intermediación del mercado de valores dista de la que realizan las entidades bancarias, puesto que en la primera el objetivo es poner en contacto a inversionistas y empresas que requieran recursos, mientras que en la segunda el objetivo es captar recursos para después colocarlos como disponibles.

2.3.2. Estructura del mercado de valores

En la década de los noventa, las principales bolsas del país Bogotá, Medellín y Occidente (Cali), consolidaron la idea de crear una única bolsa de valores en el país. Así, la Bolsa de Valores de Colombia (BVC) comenzó sus operaciones el 3 de julio de 2001, cuando se consolidaron y fusionaron las Bolsas de Bogotá, Medellín y Occidente en una sola bolsa, la BVC; una compañía privada en la que se transan, negocian y registran las operaciones más importantes sobre valores en Colombia. Sin embargo, no fue sino hasta el 2005 que el mercado colombiano comenzó a tener un avance sustancial. Esto se dio principalmente porque a partir de ese año se decretó el marco normativo y regulatorio para el funcionamiento del mercado de capitales.

Luego, con la ley 964 de 2005 le dio orden al sistema y creó herramientas con el fin de estimular la llegada de capitales, reforzar la confianza de los consumidores, incluir funciones de supervisión, vigilancia, registro y manejo al regular los participantes a actividades e instrumentos financieros; de esta forma se originó el Sistema Integral de Información del Mercado de Valores, convirtiéndose en un recurso para difundir y divulgar la información de las transacciones y así propender por un mercado más transparente, eficiente, saludable y receptivo. Estudios relacionados, como el de Maya y Torres (2005) y Agudelo (2009, 2010) han evidenciado un

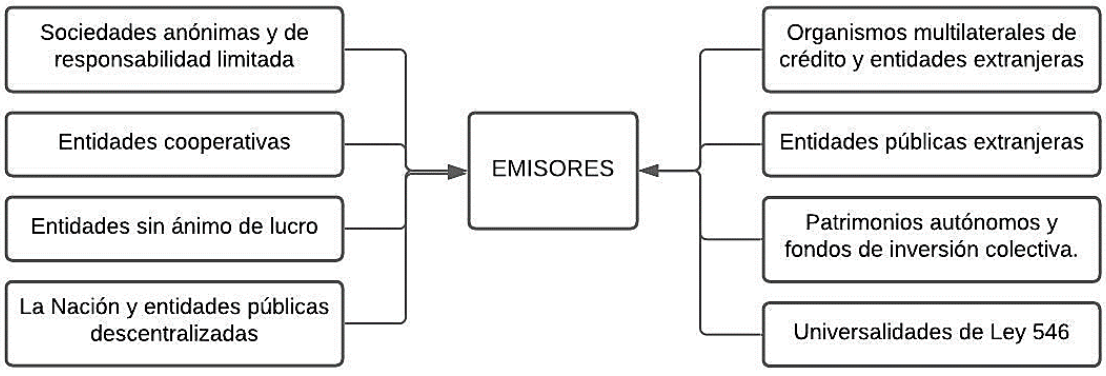
aumento de la eficiencia débil, la liquidez y la actividad bursátil del mercado accionario colombiano tras la fusión, respectivamente (Arroyave y Agudelo, 2012).

Como consecuencia de lo anterior, se comenzaron a crear sistemas y estrategias para que las empresas y las comisionistas de bolsas tuvieran mayores rentabilidades. Hoy en día, la BVC ofrece servicios multiproducto y multimercado, así como ofrece plataformas de negociación para mercado de acciones, derivados estandarizados y renta fija. Según la BVC (2014) "el mercado de valores está principalmente compuesto por tres actores: los emisores de valores, los inversionistas, y los facilitadores o intermediarios entre emisores e inversionistas" (p. 25). Como se mencionó anteriormente, este es un mercado desintermediado, en el que se tranzan acciones, títulos de renta fija, derivados y otros.

En el mercado de valores se aplican los mismos principios y leyes que en la mayoría de los mercados. Existe una oferta, que en este caso son los emisores de valores y, por el lado de la demanda son los inversionistas. En Colombia quienes tienen el permiso de emitir valores son las entidades públicas o privadas que requieren financiamiento, el cual consiguen por medio de títulos de propiedad o de deuda (Superintendencia Financiera de Colombia, 2008). A continuación, en la Figura 8 se presenta la estructura de este mercado con respecto a cada uno de los actores mencionados previamente.

Figura 8

Estructura del mercado de valores (Emisores)

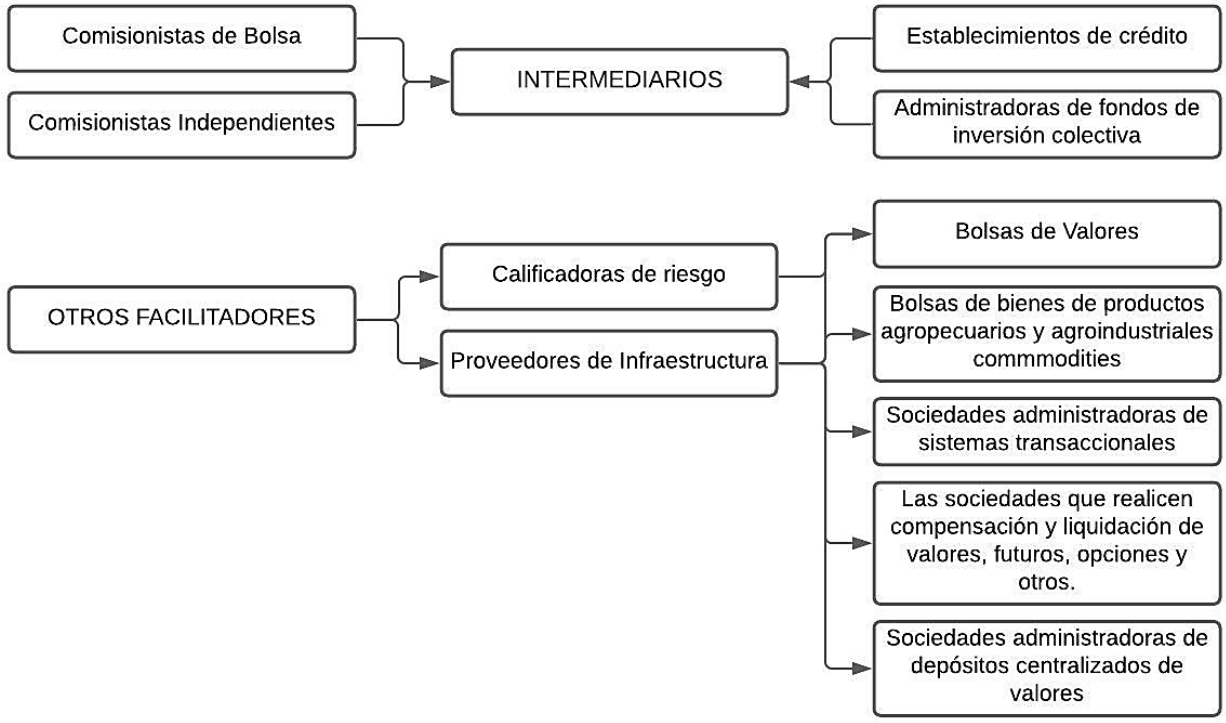


Nota: Tomado de BVC (2014).

Por parte de los emisores, son empresas que tienen como fin crecer y financiarse mediante una oferta pública en el mercado bursátil, al emitir valores de deuda o de capital. Los emisores pueden ser entidades del Estado o empresas privadas y su característica principal es que son quienes respaldan la inversión. Cabe resaltar que cada uno de los emisores expuestos en la Figura 8, están sujetos a diferentes regulaciones y/o reglas, teniendo en cuenta ciertos requisitos para cada uno.

Figura 9

Estructura del mercado de valores (Intermediarios y otros facilitadores)



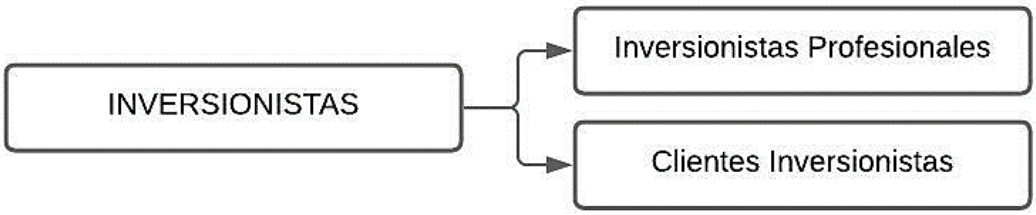
Nota: Tomado de BVC (2014).

Con respecto a la intermediación, según la BVC (2014) en el mercado de valores ésta hace referencia a las operaciones que tienen por finalidad o efecto el acercamiento de demandantes y oferentes en sistemas de negociación de valores o en el mercado mostrador, ya sea por cuenta propia o ajena. La intermediación tiene tres finalidades: en primer lugar, comprar o vender valores inscritos en el Registro Nacional de Valores y Emisores (RNVE), ya sea en el mercado primario o en el secundario; en segundo lugar, comprar o vender valores inscritos en un sistema local de cotizaciones de valores extranjeros en el mercado secundario; y, por último, realizar operaciones

con derivados y productos estructurados a los cuales se les reconozca la calidad de valores. En la Figura 9 se pueden observar las instituciones y entidades que actúan como intermediarios en el mercado accionario colombiano.

Figura 10

Estructura del mercado de valores (Inversionistas)



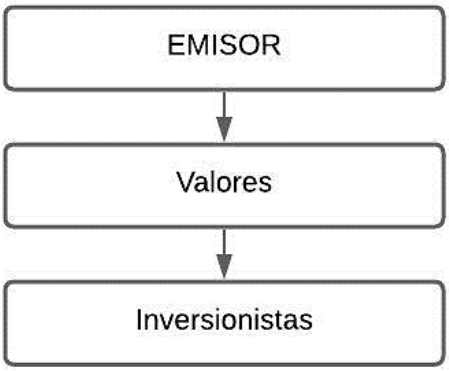
Nota: Tomado de BVC (2014).

Pasando a los inversionistas, son las personas que adquieren valores en el mercado de valores como últimos beneficiarios. Como se observa en la Figura 10, los inversionistas pueden ser de dos tipos: inversionistas profesionales y los clientes inversionistas; en cuanto al primer tipo, son aquellos que cuentan con la experiencia y conocimientos necesarios para comprender, evaluar y gestionar los riesgos inherentes en cualquier decisión de inversión, además, en el momento de su clasificación debe contar, entre otros requisitos, con un patrimonio igual o superior a diez mil (10.000) SMLV; mientras que, en el segundo tipo están aquellos clientes que no tienen la calidad de inversionista profesional de acuerdo a los criterios mencionados anteriormente.

Ahora bien, este mercado se puede dividir según varios criterios. En primer lugar, se clasifica como Primario si los inversionistas adquieren los valores directamente del emisor, y como Secundario, si la negociación se da sobre valores previamente emitidos y que se encuentran en circulación. En segundo lugar, se clasifican según el sistema a través el cual se lleva a cabo la negociación, en este sentido, el mercado puede ser bursátil, si se realiza por medio de la bolsa de valores o extrabursátil, si no lo hace. Por último, se denomina Mercado Principal cuando se habilita al público en general a invertir en acciones o Segundo Mercado si solo se les permite a inversionistas profesionales. A continuación, en las Figura 11 y 12 se muestran la estructura del mercado Primario y Secundario de forma detallada.

Figura 11

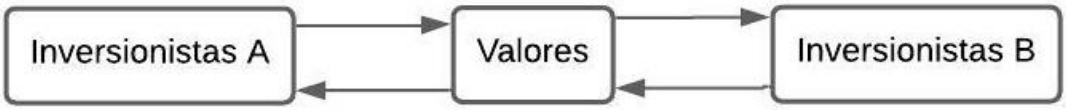
Mercado primario



Nota: Tomado de BVC (2014).

Figura 12

Mercado secundario



Nota: Tomado de BVC (2014).

Hecha esta salvedad, en Colombia, según la BVC (2014) los sistemas transaccionales fundamentales son los siguientes:

a) El Mercado Electrónico Colombiano (MEC)
b) Sistema Electrónico de Negociación (SEN)
c) Sistemas de Cotización de Valores Extranjeros

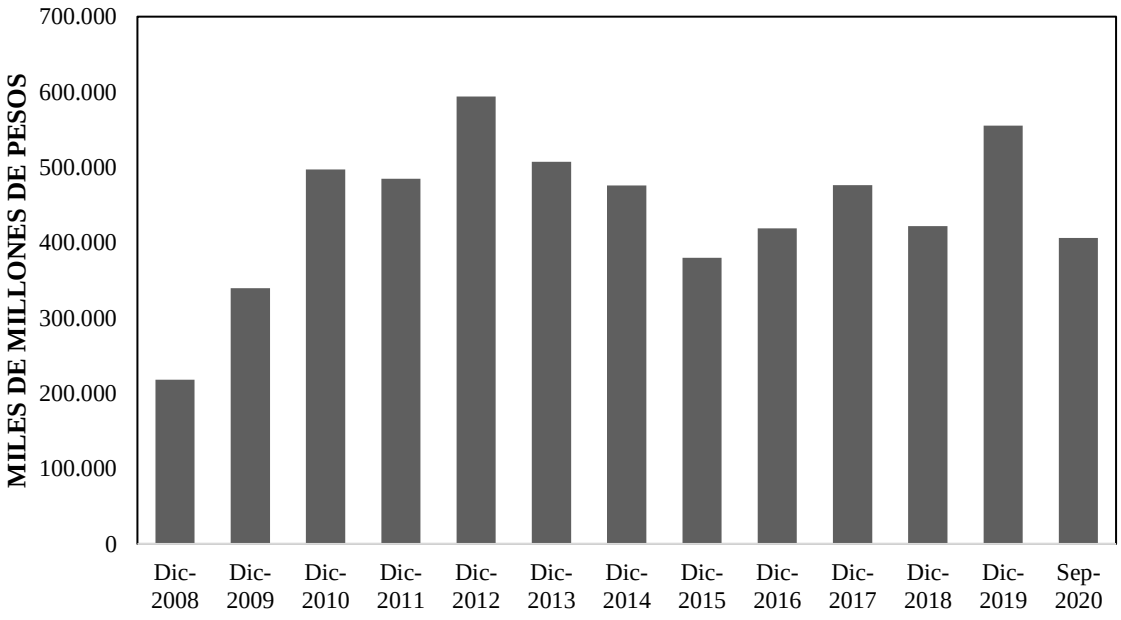
En el MEC, se transan y negocian valores diferentes a las acciones y bonos convertibles en acciones, además, es administrado y reglamentado por la BVC. Por otro lado, en el SEN, se negocian principalmente valores de deuda pública interna o externa, en este sistema pueden participar establecimientos de crédito, sociedades fiduciarias, comisionistas de bolsa, entre otras, y es administrado por el Banco de la República. Finalmente, los Sistemas de Cotización de Valores Extranjeros son mecanismos de carácter multilateral y transicional a los que pueden acceder miembros o agentes que se encuentren afiliadas a éstos, para realizar operaciones sobre valores extranjeros listados en estos sistemas.

2.3.4. Profundización del mercado colombiano

En el mercado de valores, la profundización se mide a través de tres variables: el tamaño, la liquidez, la eficiencia y la concentración del mercado. El tamaño del mercado accionario se mide por la ratio entre la capitalización bursátil y el Producto Interno Bruto (PIB). La liquidez, definida como la facilidad de negociar, ya sea comprar o vender, una acción en cierto momento a un precio razonable, se mide mediante la ratio entre el valor total de los valores transados en el mercado de valores y el PIB, entre más alta sea esta relación, hay más liquidez. Con respecto a la eficiencia, esta se mide por medio de la ratio entre el tamaño o capitalización del mercado y su liquidez. Por último, la concentración del mercado se calcula utilizando la proporción representativa del monto total de las acciones de los diez emisores principales inscritos en bolsa, contra la capitalización bursátil del mercado.

Figura 13

Evolución del tamaño del mercado accionario (capitalización bursátil) en Colombia, 2008-2020



La figura anterior muestra que desde el año 2008 hasta el 2012 hubo una tendencia alcista muy marcada, lo cual refleja un crecimiento significativo del mercado accionario. Sin embargo, se puede observar que desde el año 2013 hasta el 2015 se presentó una desaceleración en el crecimiento del tamaño del mercado accionario en Colombia. No fue sino hasta el año 2019 que

se comenzó a recuperar dicho crecimiento, los más recientes resultados y la evolución del mercado colombiano evidencian que a septiembre del 2020 el nivel de capitalización bursátil del mercado está similar al cierre del 2018, pese al desequilibrio de la pandemia. En general, los últimos años se ha presentado una leve tendencia al crecimiento, como se puede observar en el año 2019, tomando como base la capitalización bursátil.

Teniendo en cuenta lo anterior, el crecimiento del mercado accionario ha sido persistente en la última década. Esto se puede evidenciar en la Figura 14, que muestra la evolución del monto promedio transado en el mercado de acciones, teniendo en cuenta índices bursátiles para mercados de diferentes regiones como MILA (SPMILA), Europa (Euro Stoxx), Asia (FTSE Eprat Nareit Asia), Estados Unidos (Dow Jones), MSCI Emerging Markets y a nivel global el MSCI All Country World Index, así como la evolución del COLCAP (índice sobre la variación en el comportamiento de los precios de las acciones en el mercado bursátil colombiano). Como se puede observar en la Figura 14, a mediados del 2014 el COLCAP presentó una tendencia a la baja, con una leve recuperación a finales del 2015. Sin embargo, a comienzos del 2020 todos los índices presentaron una fuerte caída producto de la pandemia, de la cual la mayoría de los mercados ya se está recuperando.

Figura 14

Evolución del mercado accionario (2008-2020)

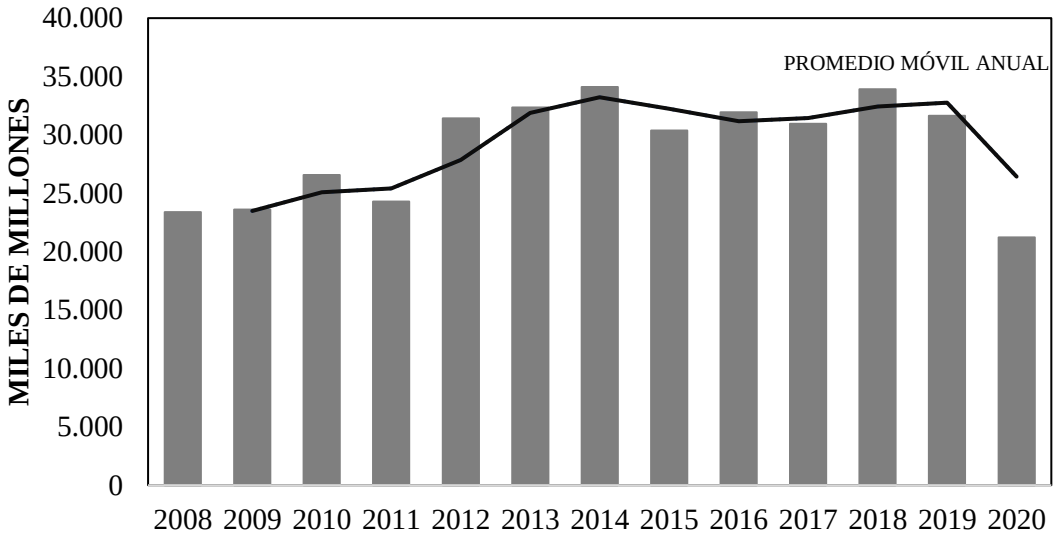
Ahora bien, es importante mencionar que existen varios criterios para clasificar los valores. Para efectos de este trabajo se clasificarán según la forma en que se determinan sus rendimientos, es decir, de renta fija o de renta variable. Con respecto a los de renta fija, como su nombre lo indica, poseen rendimientos fijos, que han sido predeterminados con anterioridad desde la negociación o suscripción y, por tanto, siempre se conoce su rendimiento en cualquier momento del tiempo. Por otra parte, los de renta variable se caracterizan porque su rendimiento es desconocido siempre por el inversionista y depende principalmente del comportamiento y resultado financiero del emisor. Teniendo esto en cuenta, la Ley 964 del Auto regulador de Mercado de Valores de Colombia (Congreso de la República, 2005) cataloga como valores los siguientes:

- Acciones
- Bonos
- Papeles comerciales
- Certificados de depósitos de mercancías
- Cualquier título o derecho resultante de un proceso de titularización
- Cualquier título representativo de capital de riesgo
- Certificados de depósitos a término
- Aceptaciones bancarias
- Cédulas hipotecarias
- Cualquier título de deuda pública

En el desarrollo de este trabajo, para la construcción de los portafolios correspondientes nos centraremos únicamente en las acciones. Finalmente, en cuanto a la liquidez del mercado, esta por lo general es medida tomando en cuenta el volumen de operaciones sobre acciones. De esa manera, se puede calcular la facilidad para comprar y vender valores en determinado mercado. La Figura 15 muestra el volumen anual sobre títulos de renta variable transados en la BVC. Como se puede observar, el volumen en renta variable no ha tenido cambios significativos durante la última década, lo particular es la disminución en el presente año, como consecuencia del desequilibrio financiero provocado por la pandemia.

Figura 15

Volumen anual renta variable (acciones), 2008-2020



2.4. Índice COLCAP

Uno de los principales índices de referencia de la BVC, es el índice de precios COLCAP, cuya apertura fue el 15 de enero de 2008 y, en 2013 remplazó al Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia (IGBC). Según la BVC (2018) este índice refleja las variaciones de los precios de mínimo las veinte acciones más líquidas del mercado y, con respecto al porcentaje de participación de cada acción, este está determinado por el valor de capitalización bursátil ajustada correspondiente, es decir, el valor del número de acciones en circulación a la fecha según su último precio. De esta forma, el valor del COLCAP se calcula como la sumatoria del precio de cada acción que conforma la canasta del índice por el peso que tiene dentro de la misma, ajustado por un factor de enlace (BVC, 2018).

2.4.1. Construcción del COLCAP

El valor del COLCAP se calcula como la sumatoria del precio de cada acción que conforma la canasta del índice por el peso que tiene dentro de la misma, ajustado por un factor de enlace (BVC, 2018). Así,

$$COLCAP(t) = E \sum_{i=1}^{n} w_i \, P_i(t)$$

Donde,

$t =$ Instante en el cual se calcula el valor del índice.

$i =$ Número de acciones que componen el índice.

$n =$ Número de acciones en el índice en el instante t.

$w_i =$ Factor de ponderación de la acción i en el instante t.

$P_i =$ Precio de la acción i en el instante t.

E = Es el factor de enlace, mediante el cual se da continuidad al índice cuando se presente un rebalanceo o recomposición de la canasta o en caso de darse eventos corporativos que lleven a variaciones en el índice. Se calcula a través de la siguiente fórmula:

$$E = \frac{\text{Último valor del índice antes de aplicar el proceso}}{\text{Valor teórico del índice después de aplicar el proceso}}$$

Donde,

$proceso =$ recomposición, rebalanceo o aplicación de evento corporativo

$Valor\ teórico\ del\ índice\ después\ de\ aplicar\ el\ proceso = \sum_{i=1}^{n} P_i * w_i$

El valor base con el que inició el COLCAP en la apertura de la rueda del 15 de enero de 2008 fue de 1.000 puntos. Asimismo, la canasta del COLCAP está compuesta por mínimo 20 acciones de diferentes emisores. La composición del índice se actualiza cada año y las empresas que hacen parte de éste deben cumplir con ciertas características de liquidez. A su vez, la mayor participación que puede llegar a tener una acción es del 20%, donde,

$$Participación_i(t) = \frac{w_i P_i(t)}{\sum_{i=1}^{n} w_i P_i(t)}$$

Para determinar las acciones que componen la canasta del COLCAP la BVC usa una medida de liquidez denominada Función de Selección, la cual se calcula con información previa de volumen, rotación y frecuencia de cada una de las acciones seleccionadas. En términos generales, el volumen es el monto en dinero total negociado sobre una acción en el último año bursátil (360 días calendario). La rotación es la relación entre el número de acciones negociadas

de una especie sobre sus acciones en circulación, a diferencia del volumen, esta relación se calcula para los últimos 180 días bursátiles. Por último, la frecuencia es la proporción del total de ruedas realizadas en los últimos 90 días bursátiles, en las cuales se realizó por lo menos una operación de contado de la acción. Así, las fórmulas correspondientes son:

$$\boldsymbol{Volumen} = \sum_{i=1}^{360} Monto\ en\ dinero\ negociado\ en\ el\ día\ i$$

$$\boldsymbol{Rotación} = \sum_{i=1}^{180} \left[\frac{Número\ de\ acciones\ negociadas\ en\ el\ día\ i}{Número\ de\ acciones\ en\ circulación\ vigentes\ en\ el\ día\ i}\right]$$

$$\boldsymbol{Frecuencia} = \left[\frac{Número\ de\ ruedas\ en\ las\ que\ se\ negoció\ la\ acción}{Número\ de\ ruedas\ realizadas\ en\ el\ período}\right] * 100$$

Teniendo la información de las variables de volumen, rotación y frecuencia descritas anteriormente, se realiza la normalización de las mismas con el fin de hacer comparables las variables, ésta se realiza de la siguiente forma.

Para normalizar la frecuencia, se utiliza la siguiente fórmula:

$$F_i = \left[\frac{f_i - \mu_f}{\sigma_f}\right]$$

Donde,

$F_i =$ Valor normalizado de la frecuencia de la acción i

$f_i =$ Frecuencia de la acción i

$\mu_f =$ Media de la serie de la frecuencia

$\sigma_f =$ Desviación estándar poblacional de la frecuencia

La media (μ_f) se define como:

$$\mu_f = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i}{n}\right]$$

La desviación estándar poblacional (σ_f) se define como:

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(f_i - \mu_f)^2}{n}}$$

La normalización de la rotación se a través de la siguiente fórmula:

$$R_i = \left[\frac{r_i - \mu_r}{\sigma_r}\right]$$

Donde,

$R_i =$ Valor normalizado de la rotación de la acción i

$r_i =$ Rotación de la acción i

$\mu_r =$ Media de la serie de la rotación

$\sigma_f =$ Desviación estándar poblacional de la rotación

La media μ_r se define como:

$$\mu_r = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} r_i}{n}\right]$$

La desviación estándar poblacional (σ_r) se define como:

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(r_i - \mu_r)^2}{n}}$$

Por último, la normalización del volumen se realiza con la siguiente fórmula:

$$V_i = \left[\frac{v_i - \mu_v}{\sigma_v}\right]$$

Donde,

$V_i =$ Valor normalizado del volumen de la acción i

$v_i =$ Volumen de la acción i

$\mu_v =$ Media de la serie del volumen

$\sigma_v =$ Desviación estándar poblacional del volumen

La media μ_v se define como:

$$\mu_v = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i}{n}\right]$$

La desviación estándar poblacional (σ_v) se define como:

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(v_i - \mu_v)^2}{n}}$$

Teniendo las variables normalizadas para cada una de las acciones de la muestra, se calcula la función de selección. Las ponderaciones para cada variable y la fórmula de la función de selección se definen de la siguiente forma:

$$F(S_i) = 15\%(F_i) + 5\%(R_i) + 80\%(V_i)$$

Donde,

$i =$ Cada acción seleccionable

$F_i =$ Frecuencia normalizada de *i*

$R_i =$ Rotación normalizada de *i*

$V_i =$ Volumen normalizado de *i*

A continuación, se muestran las acciones que componen el COLCAP para el tercer trimestre del 2020.

Tabla 1

Canasta COLCAP, Ago. – Oct. 2020

POSICIÓN	NEMOTÉCNICO	EMPRESA	PARTICIPACIÓN
1	PFBCOLOM	BANCOLOMBIA S.A.	13,958%
2	ECOPETROL	ECOPETROL S.A.	13,124%
3	ISA	INTERCONEXION ELECTRICA S.A. E.S.P.	11,676%
4	GEB	GRUPO ENERGIA BOGOTA S.A. E.S.P.	8,755%
5	BCOLOMBIA	BANCOLOMBIA S.A.	7,446%
6	NUTRESA	GRUPO NUTRESA S.A	6,656%
7	GRUPOSURA	GRUPO INVERSIONES SURAMERICANA	6,070%
8	PFAVAL	GRUPO AVAL ACCIONES Y VALORES S.A.	4,602%
9	GRUPOARGOS	GRUPO ARGOS S.A.	3,915%
10	BOGOTA	BANCO DE BOGOTA S.A.	3,256%

11	PFDAVVNDA	BANCO DAVIVIENDA S.A	3,253%
12	CELSIA	CELSIA S.A E.S.P	2,856%
13	CORFICOLCF	CORPORACION FINANCIERA COLOMBIANA S.A.	2,856%
14	PFGRUPSURA	GRUPO INVERSIONES SURAMERICANA	2,355%
15	CEMARGOS	CEMENTOS ARGOS S.A.	2,234%
16	PFGRUPOARG	GRUPO ARGOS S.A.	2,145%
17	PROMIGAS	PROMIGAS S.A. E.S.P.	1,391%
18	PFCEMARGOS	CEMENTOS ARGOS S.A.	0,878%
19	CNEC	CANACOL ENERGY LTD	0,806%
20	MINEROS	MINEROS S.A.	0,544%
21	PFCORFICOL	CORPORACION FINANCIERA COLOMBIANA S.A.	0,362%
22	CLH	CEMEX LATAM HOLDING	0,335%
23	BVC	BOLSA DE VALORES DE COLOMBIA S.A.	0,312%
24	EXITO	ALMACENES EXITO S.A.	0,141%
25	ETB	EMPRESA DE TELECOMUNICACIONES DE BOGOTA S.A. E.S.P.	0,076%

Nota: Tomado de BVC (2020).

La Tabla 1 ilustra la distribución de la participación de las acciones en la canasta del índice COLCAP para los meses de agosto y octubre del año 2020. Como se puede evidenciar en esta tabla, las acciones con una participación mayor al 10% en el COLCAP durante este período son PFBANCOLOM (Acción preferencial de Bancolombia S.A.) con 13,958%, ECOPETROL con 13,124% e ISA (Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P) con 11,676%. Por tanto, durante dicho período, los sectores que han impulsado el desempeño del COLCAP han sido el Financiero, el de Hidrocarburos (petróleo y gas) y el de Servicios.

2.5. Antecedentes

Las primeras aplicaciones financieras de los procesos estocásticos, teoría que estudia los acontecimientos aleatorios en relación al tiempo regidos por leyes de probabilidad, se originan con

la aplicación de las matemáticas financieras, específicamente, con el trabajo fundamental del matemático francés Louis Bachelier (1870-1946), la “Théorie de la spéculation”, tesis publicada en 1900 en París. En su investigación, Bachelier introdujo el movimiento Browniano, utilizando argumentos de probabilidad para describir los precios de los títulos en su tesis doctoral, desarrollando así una teoría de valoración de opciones financieras. Así, las ideas innovadoras de Bachelier superaron el nivel prevaleciente de la teoría financiera que existía hasta ese momento.

Sin embargo, no fue hasta la mitad del siglo XX, que el papel de las matemáticas en los problemas financieros fue reconocido. Estos nuevos análisis dieron origen a la teoría moderna de portafolios (MTP, por sus siglas en inglés), cuya base es el modelo propuesto por Harry Markowitz, trabajo que lo hizo merecedor del Premio Nobel en el año 1990, que tiene como fundamento el comportamiento racional del inversor. A partir de este modelo, se han desarrollado una serie de teorías, como el modelo diagonal o de mercado de Sharpe y los modelos de fijación de precios en equilibrio Capital Assets Pricing Model o Teoría de Valoración de Activos financieros (CAPM) y Arbitrage Pricing Theory o Teoría de Valoración por Arbitraje (APT).

Así, en su Teoría Moderna del Portafolio, Harry Markowitz (1952) creó un modelo para la selección de carteras de inversión enfocado en la experiencia, esto corresponde al análisis de variables estadísticas durante un periodo de tiempo determinado. Las muestras que siguen estos datos estadísticos son observadas y a su vez utilizadas para lograr pronosticar los comportamientos que dichos activos van a tener en el futuro, lo cual definiría o determinaría la óptima selección de una cartera en concreto. El gran aporte de Markowitz fue descubrir que al combinar dos o más valores es posible conseguir una mejor relación rentabilidad-riesgo. No obstante, la Teoría Moderna del Portafolio presentada tenía varios problemas. El principal inconveniente era las hipótesis de partida que proponía. El modelo posee una gran cantidad de hipótesis respecto a los inversores y también a los mercados.

Seguidamente, aparece el modelo propuesto por Tobin en 1958 el cual mantiene la naturaleza del modelo de Markowitz (1952). En el modelo de Tobin, se incluye el activo libre de riesgo en los portafolios de inversión, además se supone que la cantidad de capital que el inversionista puede llegar a pedir es ilimitada a el tipo de interés libre de riesgo. Cabe recalcar que un activo que se considera libre de riesgo es un activo con riesgo 0 (cero) ya que su rentabilidad es plenamente cierta. Dicha inclusión mencionada anteriormente donde se combina las carteras

eficientes con el activo libre de riesgo, genera solo un portafolio de inversión eficiente que adquiere la máxima rentabilidad para cualquier nivel de aversión al riesgo. Teniendo en cuenta lo anterior, existe una línea de cambio que une el activo libre de riesgo (Rf) con la Cartera de Mercado y se conoce como Línea de Mercado de Capitales (LMC). Esta línea muestra todas las posibles combinaciones entre la Cartera de Mercado y el activo libre de riesgo en las que se puede invertir. Sin embargo, el modelo que propone Tobin posee los mismos inconvenientes que se han expresado anteriormente en la Teoría Moderna de Carteras, Markowitz (1952). La razón es porque el modelo de Tobin es una continuación del trabajo que realizó Markowitz.

Luego, para los años sesenta aparecen Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966) con el modelo Capital Asset Pricing Model (CAPM). Este modelo surgió de la idea de que los inversionistas no deben estar enfocados y preocupados por el riesgo que se conoce como sistemático sino por el no sistemático (específico), ya que el riesgo sistemático no se puede llegar a diversificar. Por el contrario, con el riesgo específico si se tiene la posibilidad de diversificar, por lo tanto, es el riesgo en el cual los inversionistas si debieran enfocarse y preocuparse. El modelo CAPM brinda la oportunidad de calcular los rendimientos que se esperan de la inversión en un activo, en función de los rendimientos del activo libre de riesgo, Beta (β) y también la prima de riesgo de mercado. A lo largo del tiempo, las betas de los activos cambian como también los rendimientos esperados, las varianzas y las correlaciones entre éstos. Dicho modelo tuvo un gran furor y se extendió ya que su uso se caracteriza por ser sencillo y de carácter intuitivo. No obstante, sigue siendo una evolución de la Teoría Moderna del Portafolio, por ende, sufre los mismos problemas que presenta la teoría los cuales se han mencionado anteriormente. Se han realizado estudios que han arrojado las abundantes limitaciones que tiene la teoría. Además, algunos autores en la búsqueda de las debilidades de este modelo, han encontrado las siguientes: dificultad del cálculo de la tasa libre de riesgo y del cálculo del coeficiente Beta (β), así como inconvenientes en el cálculo del ajuste la prima de riesgo del mercado.

Consecutivamente, aparece el autor Fischer Black en el año 1972 con una versión del modelo CAPM denominada *"Zero Beta Capital Asset Pricing Model"*. La diferencia entre el modelo CAPM original y esta versión desarrollada por Fischer (1972) es que la segunda versión no se tiene en cuenta el activo libre de riesgo. Siendo así, los inversores no pueden invertir en dicho activo, por lo tanto, buscan sustituir esa inversión por una cartera cuya Beta sea 0 (cero). El

modelo propuesto por Fischer Black es más robusto empíricamente que el modelo CAPM original y se aplica de forma similar. Por ende, el modelo de Fischer padece los mismos inconvenientes.

A continuación, aparecen Fama y French (1992), quienes proponen un modelo que, al igual que el Zero Beta, se desarrolló como una versión mejorada del CAPM original. Es un modelo de valoración que introduce tres factores para lograr manifestar los rendimientos esperados de los activos, esto se debe a la baja relación entre las rentabilidades esperadas y sus Betas con el mercado. Los tres factores del modelo mencionados anteriormente son los siguientes: Beta, capitalización de las empresas y el riesgo de invertir en una empresa con un alto *"*Book to Market Equity Ratio*"*.

El modelo de Fama y French (1992) posee una mayor complejidad que el CAPM original pero esta complejidad es compensada con un mejor nivel explicativo del modelo. A pesar de que el modelo presenta una mayor capacidad para predecir, presenta algunos matices que se mencionaran a continuación: en primer lugar, los factores incluidos por Fama y French no se pueden considerar como globales, es decir, no deberían ser los mismos para cada mercado. En segunda instancia, si el modelo se ejecuta a mercados emergentes, el poder explicativo del factor el cual tiene en cuenta *"*Book to Market Equity Ratio*"* permanece. Por el contrario, el factor que tiene en cuenta el "Market Equity Value*"* reduce su poder explicativo. Siendo así, dependiendo del mercado que se analice el factor reduce o aumenta su capacidad explicativa.

Para el año 1976, Stephen Ross propuso una teoría alternativa al modelo CAPM llamada "Arbitrage Pricing Theory" (APT- El modelo de Valoración por Arbritaje). La teoría de Stephen presenta las siguientes hipótesis: en primer lugar, hay una serie de factores comunes los cuales tienen la capacidad de definir los rendimientos de los activos; en segundo lugar, hay una variada cantidad de activos en los cuales se puede hacer una inversión de tal manera que se pueda diversificar el riesgo no sistemático; en tercer lugar, se considera que los mercados son eficientes y se presenta una competencia perfecta; por último, la cantidad de factores que expresan los rendimientos de los activos no llega a ser mayor que la cantidad de activos subsisten en el mercado.

Ahora bien, al realizar la revisión de literatura acerca de la anomalía del portafolio de Mínima Varianza propuesto por Harry Markowitz (1952), se hallaron una serie de autores, los cuales han elaborado estudios similares. Haugen y Baker (1991) mostraron que las carteras de MV que no se apoyan en ninguna teoría de rendimiento esperado, se muestran prometedoras en

términos de valor agregado sobre el índice de referencia ponderado por capitalización de mercado. Jagannathan y Ma (2003) encontraron que las carteras de tangencia, sean ilimitadas o no, no tienen un desempeño tan bueno como las carteras de mínima varianza global hablando en términos del índice de Sharpe fuera de la muestra. Seguidamente, Fama y French (2004) hallaron que la versión desarrollada del CAPM por Sharpe (1964) y Lintner (1965) nunca ha logrado ser un éxito empírico. Roll (1977) mantiene una apreciación sobre el CAPM, la cual se resume en que dicho modelo nunca ha sido probado ya que existe un gran problema en la cartera de mercado: es teórica y empíricamente esquiva.

Clarke, Silva y Thorley (2006) descubrieron que las acciones con una volatilidad idiosincrásica histórica más alta obtienen rendimientos realizados más bajos. Prosiguiendo, Nielsen y Aylursubramanian (2008), descubrieron que las estrategias de baja volatilidad no requieren pronósticos de rentabilidad, en algunos casos pueden ser más eficientes que las estrategias que compensan el riesgo y la rentabilidad esperada. Behr, Güttler y Miebs (2008), mostraron que los portafolios de MV parecen superar la cartera de referencia ponderada por valor en función de todas las métricas de rendimiento consideradas que incorporan una medida total de riesgo.

Seguidamente, Baker y Wurgler (2011), consideran que el rendimiento superior a largo plazo de las carteras de bajo riesgo es quizás la mayor anomalía en las finanzas, pues tiene una gran magnitud económica, relevancia práctica y desafía la noción básica de una compensación riesgo-retorno. Clarke, Silva y Thorley (2011) descubrieron en sus resultados analíticos y empíricos que el rendimiento promedio sorprendentemente fuerte de las carteras de mínima varianza está relacionado con la conocida crítica CAPM. Luo, Cahan, Jussa, Chen y Álvarez (2011), demostraron que un lado del MVP se basa en la fijación de precios erróneos del riesgo, por lo que tenderá a tener un rendimiento superior cuando los inversores cambien su apetito por el riesgo a la baja (se vuelven reacios al riesgo) y a un rendimiento inferior cuando los inversores aumentan su apetito por el riesgo (se vuelven menos aversos al riesgo).

De igual forma, Kuo y Li (2012), encontraron que, al comparar el rendimiento de sus carteras de baja volatilidad ponderadas por fundamentos con las carteras de referencia relevantes, sus carteras obtuvieron resultados significativamente superiores. Blitz, Pang y Vliet (2013) documentaron una clara presencia de un efecto de volatilidad en los mercados emergentes:

contrariamente a las predicciones de modelos teóricos como el CAPM, que postulan que la relación entre riesgo y rentabilidad debe ser positiva; encontraron que la relación empírica entre riesgo y rentabilidad en los mercados de renta variable emergentes es plana, o incluso negativa. Por último, Van Leur (2013) es el autor más reciente en el estudio de la anomalía del MVP y halló que la cartera de MV a gran escala "sin restricciones" de largo plazo, demuestra un rendimiento superior ajustado al riesgo fuera de la muestra con respecto a su cartera de referencia ponderada por capitalización de mercado (MCW) entre enero de 1976 y diciembre de 2012.

Capítulo III. Marco metodológico

Al investigar las propiedades de riesgo-retorno del portafolio de Mínima Varianza durante los años 2008-2020, se analizará la existencia de una anomalía de baja volatidad -que consiste en un rendimiento superior en la compensación riesgo-retorno de estos portafolios de mínima volatilidad- al contrastar el PMV con tres portafolios: el portafolio de mercado (COLCAP), un portafolio proyectado con retornos históricos de las acciones y un tercer portafolio proyectado por CAPM. Para lograr lo previamente expuesto, se construirán los portafolios anuales y mensuales a partir de la base de datos de Economatica. El punto de partida de este estudio coincidió con la apertura del índice COLCAP en el mercado accionario colombiano, hasta octubre del 2020.

Ahora bien, para estudiar la existencia de una posible anomalía, debemos observar el comportamiento del portafolio de Mínima Varianza en particular, como lo plantearon Clarke, de Silva y Thorley (2006), en comparación con el benchmark. En este orden de ideas, es pertinente establecer las características que inciden en la elección de las acciones y la construcción de cada uno de los portafolios correspondientes.

3.1. Tipo de investigación

El tipo de investigación propuesto para efectos del presente trabajo será de carácter cuantitativo, puesto que se pretende hacer una comparación de diferentes series de portafolios de inversión durante los años 2008-2020 obedeciendo al objetivo que gira en torno al análisis de las propiedades de riesgo-retorno del portafolio de mínima varianza. Además, se emplea un alcance exploratorio en la medida en que las anomalías en el portafolio de mínima varianza es un problema que no se ha estudiado en Colombia, por lo que se preparará el terreno para nuevos estudios. Para efectos de la construcción de los portafolios se considerarán los datos a partir de 2008 hasta el 2020.

3.2. Alcance de la investigación

La investigación considera la posible anomalía existente en el portafolio de mínima varianza, la cual se va a probar a través de un análisis comparativo con portafolios representativos del mercado. A partir de allí, indagar sobre este comportamiento anormal tiene un alcance exploratorio, pues esta perspectiva no se ha tenido en cuenta para Colombia. En este sentido,

determinar la existencia de un comportamiento anormal en contra de la teoría, logrará brindar nociones sobre las estrategias de mínima varianza y, generar mayores oportunidades de inversión a nivel nacional. Así pues, como se mencionó anteriormente, esta investigación tiene alcance exploratorio puesto que se analizará un problema poco estudiado en la literatura económica, se indagará desde una perspectiva innovadora en la teoría financiera y se preparará el terreno para nuevos estudios.

3.3. Fuente y tratamiento de la información

Como se mencionó en primera instancia, la principal fuente de información serán las bases de datos del portal de Big Data Economatica. Asimismo, el manejo de los datos seleccionados y el análisis estadístico de los portafolios se realizará por medio de este programa.

3.4. Fase I selección de activos

Los activos financieros de inversión que se contemplaron para el desarrollo del trabajo fueron explícitamente de renta variable (acciones de entidades) por lo que, para comenzar con la selección, se analizaron los activos incluidos en el índice bursátil más importante del mercado de valores de Colombia, es decir, el COLCAP. No obstante, dado que las canastas se rebalancean anual y trimestralmente, se optó por filtrar las acciones que siempre han estado vigentes en el índice desde su creación en 2008 hasta el 2020. Como resultado, se obtuvo una lista de 42 activos, los cuáles siempre han estado presentes en la canasta del COLCAP desde su creación en 2008. En la siguiente tabla, se presentan en detalle los activos tomados en cuenta para la conformación de los cuatro (4) portafolios analizados en esta investigación

Tabla 2

Activos seleccionados para conformar los portafolios de inversión

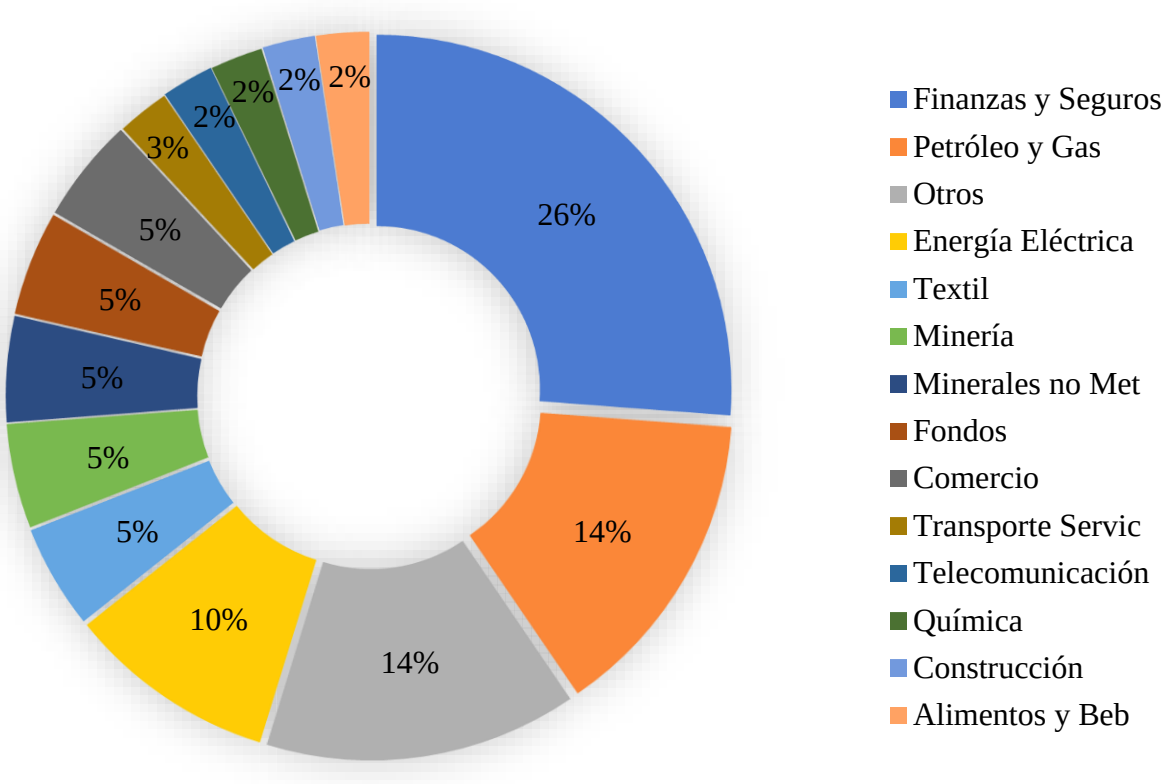
Nombre empresa	Nemotécnico	Clase	Sector
Avianca Holdings S.A.	PFAVH	Preferencial	Transporte Servicios
Banco Bogota	BOGOTA	Ordinaria	Finanzas y Seguros
Banco Credito Colom	PFHELMBANK	Preferencial	Finanzas y Seguros
Banco Davivienda	PFDAVVNDA	Preferencial	Finanzas y Seguros
Bancolombia	BCOLOMBIA	Ordinaria	Finanzas y Seguros
Bancolombia	PFBCOLOM	Preferencial	Finanzas y Seguros

Biomax Colombia	BIOMAX	Ordinaria	Comercio
Bolsa Mercantil de Colombia	BMC	Ordinaria	Finanzas y Seguros
Bolsa Val. Colombia	BVC	Ordinaria	Finanzas y Seguros
Canacol Energy Ltd	CNEC	C1	Petróleo y Gas
Carvajal Empaques S.A.	PFCARPAK	Preferencial	Otros
Celsia S.A. e.S.P	CELSIA	Ordinaria	Energía Eléctrica
Cementos Argos	CEMARGOS	Ordinaria	Minerales no Met
Cementos Argos	PFCEMARGOS	Preferencial	Minerales no Met
Cemex Latam Holdings	CLH	Ordinaria	Otros
Coltejer	COLTEJER	Ordinaria	Textil
Constructora Conconcreto S.A.	CONCONCRET	Ordinaria	Construcción
Corporacion Financiera Colombiana S.A.	CORFICOLCF	Ordinaria	Petróleo y Gas
Ecopetrol	ECOPETROL	Ordinaria	Telecomunicación
Emp.Telec. Bogota	ETB	Ordinaria	Química
Enka Colombia	ENKA	Ordinaria	Comercio
éxito	ÉXITO	Ordinaria	Finanzas y Seguros
Grupo Argos	GRUPOARGOS	Ordinaria	Finanzas y Seguros
Grupo Argos	PFGRUPOARG	Preferencial	Otros
Grupo Aval Ac Va	GRUPOAVAL	Ordinaria	Otros
Grupo Aval Ac Va	PFAVAL	Preferencial	Fondos
Grupo de Inversiones Suramericana	GRUPOSURA	Ordinaria	Fondos
Grupo de Inversiones Suramericana	PFGRUPSURA	Preferencial	Energía Eléctrica
Grupo Energia Bogota S.A. Esp	GEB	Ordinaria	Finanzas y Seguros
Interbolsa C de B	INTERBOLSA	Ordinaria	Energía Eléctrica
Interconexion Electrica S.A. Esp	ISA	Ordinaria	Energía Eléctrica
Isagen S.A. Esp	ISAGEN	Ordinaria	Minería
Mineros S.A.	MINEROS	Ordinaria	Alimentos y Beb
Nutresa	NUTRESA	Ordinaria	Petróleo y Gas
Pacific Rubiales Energy Corp	PREC	C	Minería
Paz del Rio	PAZRIO	Ordinaria	Petróleo y Gas
Petrominerales Ltd	PMGC	C1	Petróleo y Gas
Promigas	PROMIGAS	Ordinaria	Otros
Sie	SIE	Ordinaria	Otros
Tablemac	TABLEMAC	Ordinaria	Petróleo y Gas
Terpel	TERPEL	Ordinaria	Textil
Tex Fabricato Tejic	Fabricato	Ordinaria	Finanzas y Seguros

Como se puede observar en la siguiente gráfica, los activos que componen los portafolios presentan una pluralización de sectores, pues no hay una concentración sectorial en los activos seleccionados, se hace referencia a concentración sectorial si la participación del sector es superior al 50%. En este caso, el sector con mayor participación es el de Finanzas y Seguros con un 26%, lo cual evidenciaría que el sector financiero ha estado muy presente en el índice COLCAP, como referente del mercado accionario colombiano. Por otra parte, los sectores que menos participación han tenido son: alimentos y bebidas, construcción, química, telecomunicación, transportes y servicios, comercio, fondos y minerales no metálicos, minería y textil, con una participación no mayor al 5%.

Gráfica 1

Concentración sectorial de los activos seleccionados



Teniendo definida la lista de activos con la que se va a trabajar, se procede a la estimación de cada uno de los portafolios como se describe en la siguiente sección.

3.5. Fase II modelos de optimización de portafolios

En este apartado se abordará específicamente la construcción de cuatro carteras, las cuales se utilizaron para comparar y evidenciar si se puede afirmar la existencia de una anomalía en el performance del portafolio de Mínima Varianza, para el mercado accionario colombiano. En este orden de ideas, se explicará el cálculo de cada portafolio en su versión teórica y técnica, comenzando con el portafolio de Mínima Varianza; en segundo lugar, el portafolio tangente óptimo con retornos proyectados por promedio histórico; en tercer lugar, el portafolio tangente óptimo con retornos proyectados por el modelo CAPM y; por último, se presenta el portafolio de mercado o benchmark que en este caso corresponde al índice COLCAP.

Las series de cada portafolio se construyeron a través de índices rebalanceados mensualmente, construidos por un proceso de optimización utilizando el método de multiplicadores de Lagrange y álgebra matricial. Se utilizó el software Economatica después de comprobar mediante Solver de Excel que los datos eran estables para su procesamiento en Economatica.

Ahora bien, para determinar la frontera eficiente de Markowitz, se resolvió el siguiente problema, para diferentes niveles de rendimiento esperado ($\bar{r}_p^{(k)}$):

$$
\begin{aligned}
Minimizar \quad & \mathrm{w}^{\mathrm{T}}\Omega\mathrm{w} \\
Sujeto\ a \quad & \bar{r}_p^{(k)} = \mathrm{w}^{\mathrm{T}}\bar{r} \\
& 1 = \mathrm{w}^{\mathrm{T}}1_n \\
& w \geq 0_n
\end{aligned}
$$

Donde,

$\bar{r}_p^{(k)}$: vector de rendimientos esperados individuales del activo *k* del portafolio *p*

w : vector de las ponderaciones del portafolio

w^{T}: vector transpuesto de w

Ω : matriz de varianzas y covarianzas de los retornos de los activos del portafolio

1_n : vector cuyos n elementos son todos 1.

De esta forma, se busca un portafolio w de mínima varianza ($\mathrm{w}^{\mathrm{T}}\Omega\mathrm{w}$), para un nivel particular de rendimiento requerido del portafolio (primera restricción), en el conjunto factible de portafolios (vectorialmente, los portafolios tales que: $\mathrm{w}^{\mathrm{T}}1_n = 1$, segunda restricción). La tercera restricción $w \geq 0_n$ indica la condición de no negatividad de cada componente del portafolio, es decir, que se restringen las ventas en corto.

Asumiendo la posibilidad de realizar ventas en corto, el problema se resuelve por el método de Lagrange de la siguiente forma:

$$L = \mathrm{w}^{\mathrm{T}}\Omega\mathrm{w} + \lambda_1\left(\mathrm{w}^{\mathrm{T}}\bar{r} - \bar{r}_p^{(k)}\right) + \lambda_2(\mathrm{w}^{\mathrm{T}}1_n - 1)$$

Las condiciones de primer orden serían:

$$\frac{\partial L}{\partial w} = 2\Omega\mathrm{w} + \lambda_1\bar{r} + \lambda_2 = 0_n$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = \mathrm{w}^{\mathrm{T}}\bar{r} - \bar{r}_p^{(k)} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = \mathrm{w}^{\mathrm{T}}1_n - 1 = 0$$

Donde,

$\bar{r}$: vector de rendimientos esperados individuales

Estas condiciones constituyen un sistema de n+2 ecuaciones con n+2 incógnitas. Se multiplica por ½ a ambos lados de la primera ecuación matricial y se despejan los términos independientes en las dos últimas ecuaciones, de esta forma, el sistema puede representarse matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} \Omega & \bar{r} & 1_n \\ \bar{r}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ {1_n}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} w \\ \frac{\lambda_1}{2} \\ \frac{\lambda_2}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_n \\ \bar{r}_p^{(k)} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Al despejar matricialmente el anterior sistema, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} w \\ \frac{\lambda_1}{2} \\ \frac{\lambda_2}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega & \bar{r} & 1_n \\ \bar{r}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ {1_n}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0_n \\ \bar{r}_p^{(k)} \\ 1 \end{bmatrix}$$

La solución anterior constituye la combinación ponderacional óptima *w* (portafolio eficiente) para un nivel particular de rendimiento esperado del portafolio $\bar{r}_p^{(k)}$. De esta forma, para construir la frontera eficiente se debe resolver el sistema matricial planteado anteriormente, para distintos valores particulares de $\bar{r}_p^{(k)}$. El sistema tiene solución única (a un nivel particular $\bar{r}_p^{(k)}$) si la matriz Ω aumentada es semidefinida positiva, es decir, si es una matriz cuadrada de elementos *n x n* que tiene la característica de ser igual a su propia traspuesta conjugada. Para resolver el sistema anterior, se utilizaron los sistemas iterativos de Microsoft Excel usando Solver y el portal de Big Data Economatica.

3.5.1. Portafolio Mínima Varianza

Con relación a lo que se mencionó anteriormente, la función de optimización de la cartera de mínima varianza está sujeta a dos limitaciones. En primer lugar, la suma de todas las ponderaciones de los valores individuales debe ser igual al 100%, de modo que todo se invierta en la cartera de riesgo. En segundo lugar, el peso de cada acción individual debe ser igual o mayor que cero, lo que está de acuerdo con la restricción de ventas en descubierto. Así, la estimación final se da de la siguiente forma:

$$Minimizar\ [w_1 \dots w_N]_t * \Omega_t * \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix}_t = \min \mathrm{w}^{\mathrm{T}} \Omega \mathrm{w}$$

$$Sujeto\ a\ \ \mathrm{w}^{\mathrm{T}} 1_n = 1$$

$$w \geq 0_n$$

La realización de este problema de minimización proporciona las ponderaciones de las acciones del portafolio de Mínima Varianza individuales para las que se minimiza la variación de la cartera en la muestra. Este problema de minimización se resuelve por el método de Lagrange a través de la siguiente función:

$$L = \mathrm{w}^{\mathrm{T}}\Omega\mathrm{w} + \lambda(\mathrm{w}^{\mathrm{T}}1_n - 1)$$

Las condiciones de Lagrange serían:

$$\frac{\partial L}{\partial w} = 2\Omega\mathrm{w} + \lambda r = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \mathrm{w}^{\mathrm{T}}1_n - 1 = 0$$

Resulta un sistema de n+1 ecuaciones con n+1 incógnitas (n ponderadores y el multiplicador de Lagrange). Al multiplicar ambos lados de la primera ecuación matricial por ½ y despejando 1 en la segunda, el sistema se representa matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} \Omega & 1_n \\ 1_n{}^{\mathrm{T}} & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} w \\ \frac{\lambda}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_n \\ 1 \end{bmatrix}$$

Despejando para *w* se obtiene:

$$\begin{bmatrix} w \\ \frac{\lambda}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega & 1_n \\ 1_n{}^{\mathrm{T}} & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0_n \\ 1 \end{bmatrix}$$

Asumiendo que la matriz Ω aumentada tiene inversa, el vector solución *w* será único (portafolio de mínimo riesgo global). De esta forma, el riesgo y el rendimiento del portafolio de mínimo riesgo (*w*) están dados por:

$$\sigma_p^2 = w^{\mathrm{T}}\Omega w = \left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{i,j}\right]$$

$$\bar{r_p} = w^{\mathrm{T}}\bar{r} = \sum_{i=1}^{n} w_i \bar{r_i}$$

Donde,

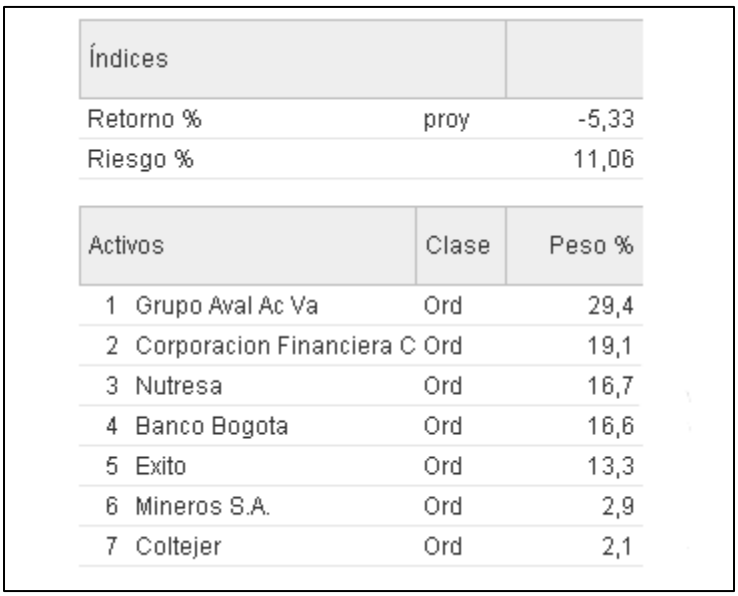
σ_p^2: riesgo mínimo del portafolio

$\bar{r_p}$: rendimiento de inflexión del portafolio

Teniendo en cuenta lo anterior, como ejemplo del proceso de cálculo realizado en Economatica, se calcula el portafolio de mínima varianza para el 1 de enero del año 2008. Como se ilustra en la Figura 16, la plataforma arroja el portafolio conformado con los porcentajes de inversión de cada activo, así como el riesgo y el retorno del portafolio, el cual se ubica en el extremo inferior de la frontera eficiente (Figura 17), es decir, el último punto azul ubicado en la parte inferior izquierda de la curva eficiente es el portafolio de mínima varianza. De esta forma, se realizó el mismo proceso de optimización para todos los meses en los años objeto de estudio. Siguiendo esta metodología, se calcularon 154 portafolios mensuales de MV, a partir de enero de 2008 hasta octubre del 2020, en el Apéndice 1 se muestra el resultado de los primeros 20 portafolios.

Figura 16

Portafolio de Mínima Varianza 1 de enero del 2008, Economatica

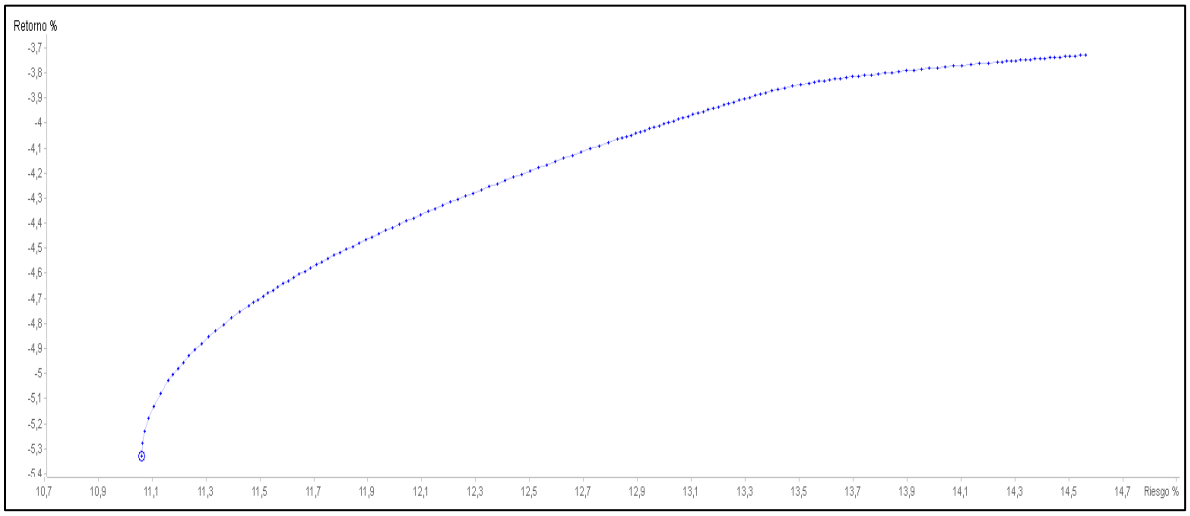


Índices		
Retorno %	proy	-5,33
Riesgo %		11,06

Activos	Clase	Peso %
1 Grupo Aval Ac Va	Ord	29,4
2 Corporacion Financiera C	Ord	19,1
3 Nutresa	Ord	16,7
4 Banco Bogota	Ord	16,6
5 Exito	Ord	13,3
6 Mineros S.A.	Ord	2,9
7 Coltejer	Ord	2,1

Figura 17

Frontera eficiente de portafolios al 1 de enero del 2008, Economatica



3.5.2. Portafolios de mercado proyectados

Teniendo en cuenta lo mencionado en el marco teórico de la presente investigación, el portafolio tangente se construye a través del índice de Sharpe (IS). Dicho índice calcula el exceso de rentabilidad sobre la tasa de interés libre de riesgo $\left(E(R_p) - R_f\right)$ alcanzado por el portafolio por unidad de volatilidad o riesgo propio de la cartera $\left(\sigma_\rho\right)$. La fórmula por la cual se obtiene este índice es la siguiente:

$$IS_p = \frac{E(R_P) - R_f}{\sigma_\rho}$$

Donde, $E(R_P)$ es el rendimiento esperado de la cartera y R_f es el rendimiento promedio del activo libre de riesgo y σ_ρ corresponde a la volatilidad del portafolio. Así entonces, para estimar la mejor proporción posible que se puede llegar a asumir de variación en los beneficios de los activos financieros, se debe realizar el correspondiente método de optimización. Sin embargo, la maximización presenta una restricción la cual consiste en que ninguna venta se puede realizar a corto plazo y expresa matemáticamente de la siguiente forma:

$$Max_{w_1 \ldots, w_n} \qquad IS_p = \frac{E(R_P) - R_f}{\sigma_p} = \frac{\sum_{i=1}^{N} w_i \mu_i - R_f}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_i w_j \sigma_{ij}}}$$

$$Sujeto\ a\text{:}\quad \sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \quad y \quad w_i \geq 0 \quad para\ toda\ i$$

Donde,

μ_i: retorno proyectado del activo *i*

σ_p : volatilidad del portafolio

Este método suministra el máximo desempeño o los rendimientos más grandes por cada unidad de riesgo asumida y brinda la información sobre el estado del mercado en el que se interactúa. Así, de esta forma se pretenden calcular los portafolios de mercado o tangentes, discutidos en el marco teórico y que son objeto de estudio. Así, teniendo los portafolios ajustados al índice Sharpe anual proyectado, en ambos casos se selecciona el que maximice este valor. La única diferencia entre estos dos portafolios es que uno tendrá retornos proyectados por medio de la metodología de promedio histórico y, en el otro los retornos se proyectarán a través del modelo CAPM. A continuación, detallamos el proceso en cada una de las carteras.

3.5.3. Proyección de retornos por promedio histórico

Para el cálculo de esta cartera, en la plataforma de Economatica se utilizaron los parámetros en el sistema para que el retorno proyectado de una acción fuera igual al retorno promedio histórico calculado sobre su serie histórica de precios. De esta forma, para el cálculo del portafolio óptimo, con la ayuda de Economatica, se creó una serie histórica de precios de la cartera elaborada con una composición de las series históricas de cada acción ponderadas por el peso que la acción tiene en la cartera.

De igual forma, la serie histórica de precios de la cartera es re-balanceada con determinada frecuencia, es decir, en el inicio de cada período determinadas acciones son retiradas de la cartera en cuanto que otras son adicionadas de modo que en el inicio de cada período la cartera vuelve a tener la composición establecida para ella. El período de re-balanceamiento es igual al período de proyección, que, para este caso, se hicieron de forma mensual. Asimismo, las series individuales que tengan días sin valores serán completadas antes de ser efectuada la composición para la creación de la serie histórica de precios de la cartera.

Así, como ejemplo del proceso de cálculo realizado, se estima el portafolio de mercado óptimo con retornos proyectados por promedio histórico para el 1 de enero del año 2008. Como se ilustra en la Figura 18, la plataforma arroja el portafolio conformado con los porcentajes de inversión de cada activo, así como el riesgo y el retorno del portafolio, el cual se ubica en el extremo superior de la curva de la frontera eficiente y la curva del índice Sharpe anual proyectado, es decir, el punto azul medio que sobresale en ambas curvas de la Figura 19. De esta forma, se realizó el mismo proceso de optimización para todos los meses en los años objeto de estudio. Siguiendo esta metodología, se calcularon 154 portafolios de mercado óptimos mensuales con retornos proyectados por promedio histórico, a partir de enero de 2008 hasta octubre del 2020, en el Apéndice 2 se muestra el resultado de los primeros 20 portafolios

Figura 18

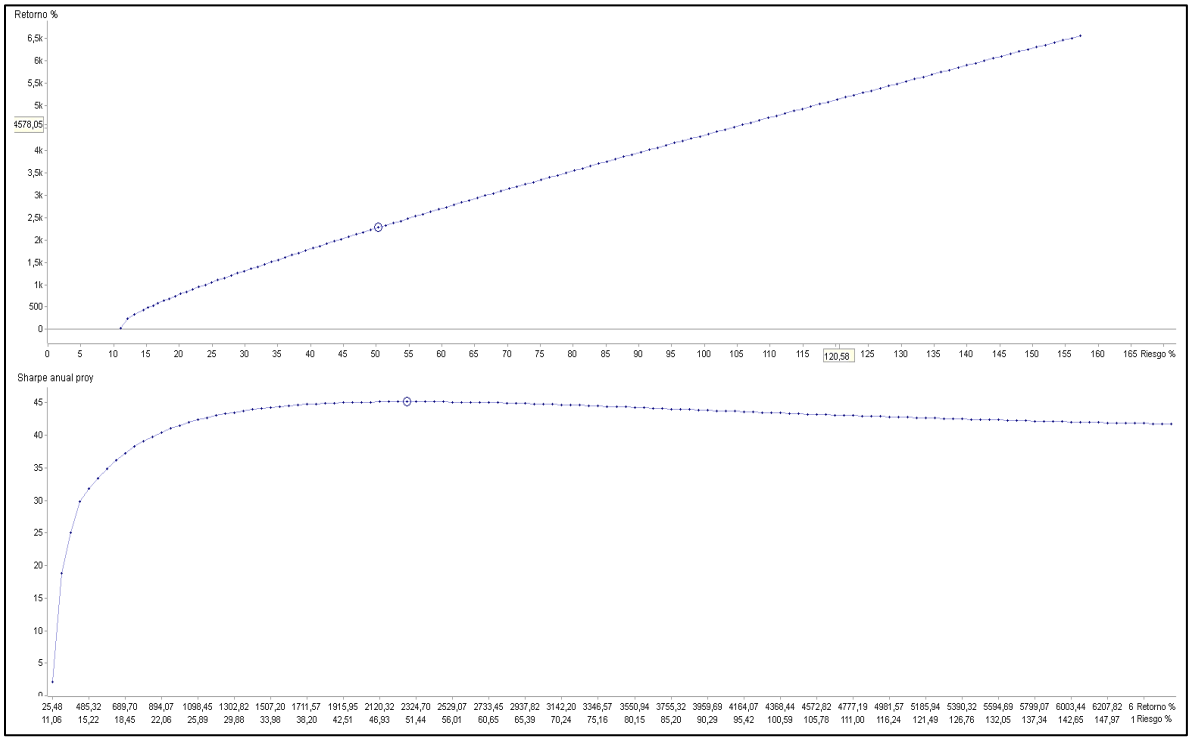
Portafolio de mercado óptimo con retornos proyectados por promedio histórico 1 de enero de 2008, Economatica

Índices		
Retorno %	proy	2273,60
Riesgo %		50,30

Activos	Clase	Peso %
1 Bolsa Val. Colombia	Ord	59,4
2 Ecopetrol	Ord	26,3
3 Paz del Rio	Ord	12,4
4 Mineros S.A.	Ord	2,0

Figura 19

Frontera eficiente y Sharpe anual proyectado por promedio histórico 1 de enero de 2008, Economatica



3.5.4. Proyección de retornos por modelo CAPM

Para el cálculo de este portafolio, se especificó en los parámetros del sistema que los retornos proyectados de cada acción se calcularían utilizando el modelo CAPM. A este respecto, se optó por utilizar el modelo CAPM sin incluir el alfa, puesto que se asumirá que las inversiones obtuvieron rendimientos adecuados con respecto al riesgo asumido, como se explicó anteriormente. De esta forma. cuando el modelo no incluye el alfa el retorno de cada acción es calculado por la fórmula:

$$E(R_i) = Rf + \beta_i * [E(R_m) - Rf)]$$

Donde,

R_i : retorno proyectado del activo i

Rf : retorno proyectado del activo libre de riesgo

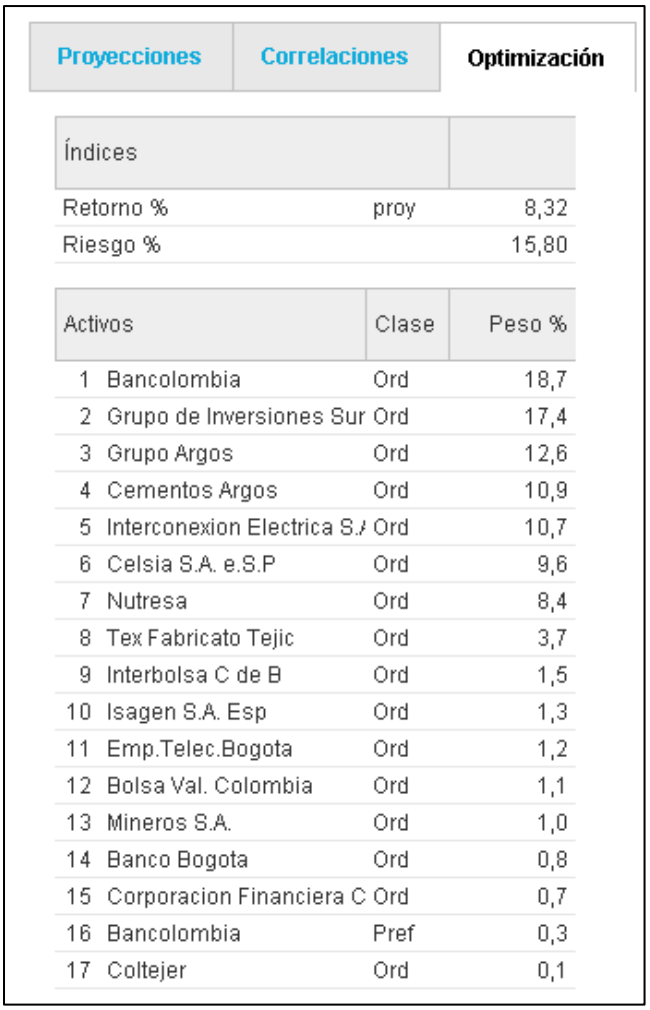
R_m: retorno proyectado del benchmark

Para poder realizar el cálculo del retorno de cada acción a través del modelo CAPM, se dispuso de la proyección de retorno para el benchmark y para el activo libre de riesgo, que en este caso fue el COLCAP y, una prima de riesgo histórica de 7,75%, este valor corresponde al promedio anualizado mensual del retorno del COLCAP desde el año 2003, utilizando como proxy el Fondo de Inversión Colectiva Serfinco Acciones, dado que este proporciona la data más antigua que mide el performance del mercado de acciones colombiano; se midió aproximadamente entre el 4 de mayo de 2003 y el 1 de octubre de 2020. A este respecto, como ejemplo del proceso de cálculo realizado, se estima el portafolio de mercado óptimo con retornos proyectados por el modelo CAPM para el 1 de enero del año 2008.

Como se ilustra en la Figura 20, la plataforma arroja el portafolio conformado con los porcentajes de inversión de cada activo, así como el riesgo y el retorno del portafolio, el cual se ubica en el extremo superior de la curva de la frontera eficiente, es decir, el punto azul medio que sobresale en la Figura 21. De esta forma, se realizó el mismo proceso de optimización para todos los meses en los años objeto de estudio. Siguiendo esta metodología, se calcularon 154 portafolios de mercado óptimos mensuales con retornos proyectados por el modelo CAPM, a partir de enero de 2008 hasta octubre del 2020, en el Apéndice 2 se muestra el resultado de los primeros 20 portafolios.

Figura 20

Portafolio de mercado óptimo con retornos proyectados por CAPM, Economatica



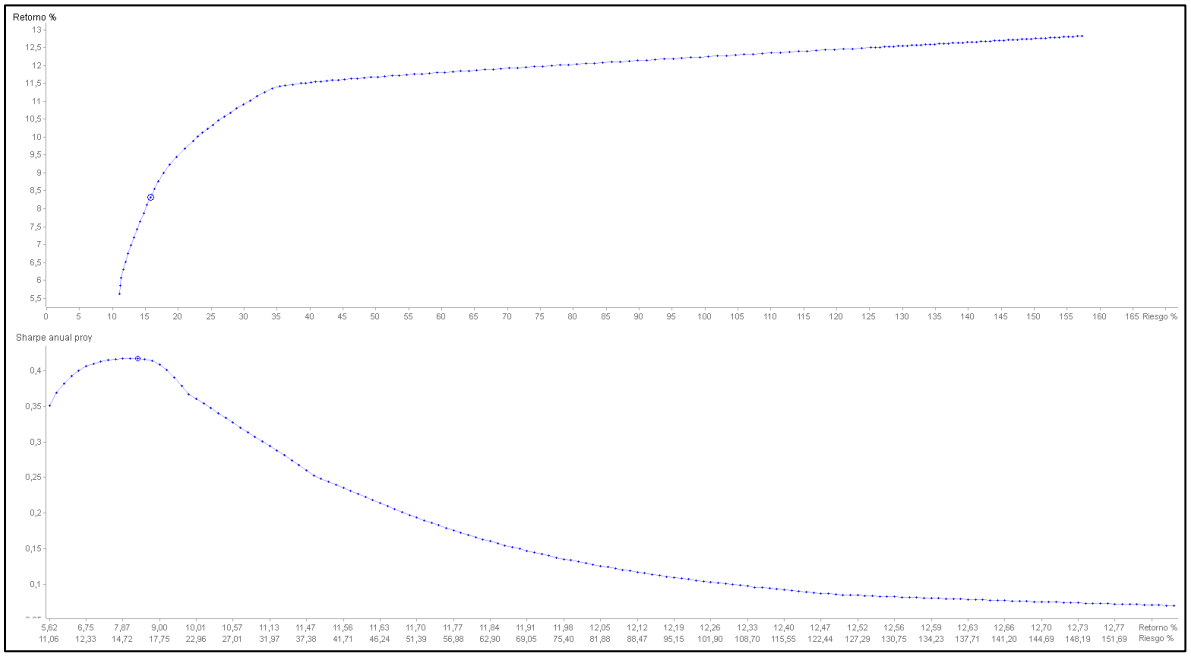
Proyecciones | Correlaciones | **Optimización**

Índices		
Retorno %	proy	8,32
Riesgo %		15,80

	Activos	Clase	Peso %
1	Bancolombia	Ord	18,7
2	Grupo de Inversiones Sur	Ord	17,4
3	Grupo Argos	Ord	12,6
4	Cementos Argos	Ord	10,9
5	Interconexion Electrica S./	Ord	10,7
6	Celsia S.A. e.S.P	Ord	9,6
7	Nutresa	Ord	8,4
8	Tex Fabricato Tejic	Ord	3,7
9	Interbolsa C de B	Ord	1,5
10	Isagen S.A. Esp	Ord	1,3
11	Emp.Telec.Bogota	Ord	1,2
12	Bolsa Val. Colombia	Ord	1,1
13	Mineros S.A.	Ord	1,0
14	Banco Bogota	Ord	0,8
15	Corporacion Financiera C	Ord	0,7
16	Bancolombia	Pref	0,3
17	Coltejer	Ord	0,1

Figura 21

Frontera eficiente y Sharpe anual proyectado por promedio histórico 1 de enero de 2008, Economatica



3.5.5. Benchmark COLCAP

Con respecto al portafolio de referencia o benchmark, como se ha mencionado previamente, en este caso se utilizará el índice COLCAP. Por lo tanto, se utiliza la serie histórica de rendimientos del índice COLCAP desde el 1 de enero de 2008 hasta el 31 de octubre del año 2020, con información de Economatica. No es imprescindible profundizar más a este respecto, puesto que la información del cálculo y composición del COLCAP ya fue proporcionada anteriormente.

4. Resultados y discusión

La pregunta principal en este documento gira en torno a encontrar evidencias que permitan identificar la existencia de una anomalía en el performance del portafolio de mínima varianza, según la teoría, en el mercado accionario colombiano durante el periodo 2008-2020. Siendo así, el punto de partida es demostrar que la relación rendimiento-riesgo de la cartera de MV es superior en comparación con las carteras de referencia de MCW: (COLCAP, MD de Sharpe proyectada por retornos históricos y MD de Sharpe proyectada por CAPM) para cada uno de los años de estudio. En esta sección presentamos nuestros principales hallazgos empíricos. En primera instancia, se realizarán análisis comparativos de forma general durante el período comprendido entre los años 2008 y 2020 y; en segunda instancia, de forma anual, para cada año del período objeto de estudio, es decir, se compararon portafolios proyectados a 12 meses a partir del año 2008 hasta el 2020. Además, para este último año, analizamos los resultados teniendo en cuenta la coyuntura actual de crisis sanitaria por el covid-19, en este sentido, se hará una apreciación teniendo en cuenta el desequilibrio financiero ocasionado por la pandemia.

A continuación, en las subsecciones 4.1, 4.2, y 4.3, se presentan las estadísticas descriptivas de las series de los portafolios en estudio, se realiza un análisis comparativo de las carteras de inversión de forma general y un análisis comparativo de las carteras de inversión anual, respectivamente. Esta última sección aporta evidencias necesarias para determinar si la anomalía de la cartera MV también se puede presentar en situaciones adversas del mercado. De ahora en adelante, haremos referencia a los diferentes portafolios según lo estipulado en la Tabla 3.

Tabla 3

Nombre metodológico de los portafolios

NOMBRE TEÓRICO	NOMBRE METODOLÓGICO
Portafolio de Mínima Varianza	Portafolio MV
Portafolio de mercado con retornos proyectado por promedio histórico	Portafolio Sharpe Histórico
Portafolio de mercado con retornos proyectado por CAPM	Portafolio Sharpe CAPM
Portafolio de mercado COLCAP	Portafolio COLCAP

4.1. Estadísticas descriptivas de las series

Teniendo en cuenta la construcción de los portafolios de Mínima Varianza, COLCAP, Sharpe histórico y Sharpe CAPM las estadísticas descriptivas de estos se muestran a continuación.

Tabla 4

Estadísticas descriptivas serie Portafolio MV, 2008-2020

	Portafolio MV
Media	148,10%
Error típico	0,50%
Desviación estándar	27,99%
Varianza de la muestra	783,52%
Curtosis	0,95
Mínimo	66,30%
Máximo	190,97%

Para comenzar, en la Tabla 4 se muestran las estadísticas descriptivas más relevantes de la serie de rendimientos del portafolio de Mínima Varianza. Estos rendimientos presentaron una media de 148,10 %, lo cual nos indica que el desempeño del portafolio fue muy positivo, ubicándose por encima del 100%, es decir, se generaron ganancias. Además, posee un error típico de 0,50% y una desviación estándar con 27,99% y varianza de la muestra de 783,52%, lo cual refleja que los datos no se encuentran tan dispersos y la volatilidad es considerablemente baja, en comparación con el portafolio COLCAP; por último, un rango de 124,66%, un rendimiento mínimo y máximo con 66,30% y 190,97% respectivamente, lo cual resulta provechoso ya que el rendimiento mínimo está por encima del 60% y el máximo alcanza casi el 200%.

Tabla 5

Estadísticas descriptivas serie Portafolio COLCAP, 2008-2020

	Portafolio COLCAP
Media	176,26%
Error típico	0,70%
Desviación estándar	39,55%
Varianza de la muestra	1564,72%
Curtosis	0,3

Mínimo	67,60%
Máximo	245,22%

Ahora bien, para el caso del portafolio COLCAP, los rendimientos mostraron una media de 176,26%, lo cual resulta ser un desempeño destacado por encima del 100% y superior en comparación con el portafolio MV, un error típico de 0,70%, una desviación estándar con 39,55% y la varianza de la muestra 1564,72%, estas estadísticas nos indican que los datos poseen una dispersión más alta con respecto al portafolio de Mínima Varianza y, que el portafolio tuvo un comportamiento muy volátil; además, obtuvo un rango de 177,62%, un rendimiento mínimo de 67,60% y un rendimiento máximo de 245,22% resultando muy beneficioso ya que la inversión se duplicó y generó rentabilidades elevadas.

Tabla 6

Estadísticas descriptivas serie Portafolio Sharpe Histórico, 2008 - 2020

	Portafolio Sharpe Histórico
Media	143,62%
Error típico	0,47%
Desviación estándar	26,40%
Varianza de la muestra	697,46%
Curtosis	0,9
Mínimo	65,90%
Máximo	190,77%

Seguidamente, los rendimientos del portafolio de Sharpe histórico tuvieron una media de 143,62%, es decir, que en el periodo de estudio los rendimientos estuvieron por encima del 100% y estuvieron muy cercanos a los rendimientos obtenidos con el portafolio MV. Asimismo, esta serie tuvo un error típico de 0,47%, el más bajo de todos los portafolios en estudio, junto a una desviación estándar de 26,40% y la varianza de la muestra 697,46%, lo cual demuestra que la dispersión de los datos es baja, siendo la volatilidad más baja presentada en todos los portafolios objeto de estudio, incluso, en comparación con el portafolio MV que, en teoría es el menos volátil.

Por último, esta serie tuvo un rango de 124,86% con un rendimiento mínimo de 65,90% y máximo de 190,77%.

Tabla 7

Estadísticas descriptivas serie Portafolio Sharpe CAPM, 2008 - 2020

	Portafolio Sharpe CAPM
Media	172,05%
Error típico	0,71%
Desviación estándar	40,02%
Varianza de la muestra	1601,62%
Curtosis	0,2
Mínimo	64,83%
Máximo	234,87%

Para finalizar, el portafolio de Sharpe CAPM presentó las siguientes estadísticas en sus rendimientos: una media de 172,05%, cifra que resulta ser muy positiva ya que se encuentra por encima del 100%, estando a la par con el portafolio COLCAP, pero superando el MVP y el portafolio de Sharpe histórico. Además, presentó un error típico de 0,71% siendo el más elevado de todos los portafolios en estudio, junto a una desviación estándar de 40,02% y varianza de 1601,62%, en este caso, se presenta una dispersión de los datos alta, ubicándose por encima del portafolio MV y Sharpe histórico pero en gran similitud con COLCAP; por último, esta serie tuvo un rango de 170,03% con un rendimiento mínimo y máximo de 64,83% y 234,872, respectivamente, siendo uno de los portafolios más atractivos y rentables ya que presentó una rentabilidad mínima por encima del 60% y máxima del 230%, sin embargo, cabe resaltar que también es el más riesgoso.

4.2. Análisis comparativo general

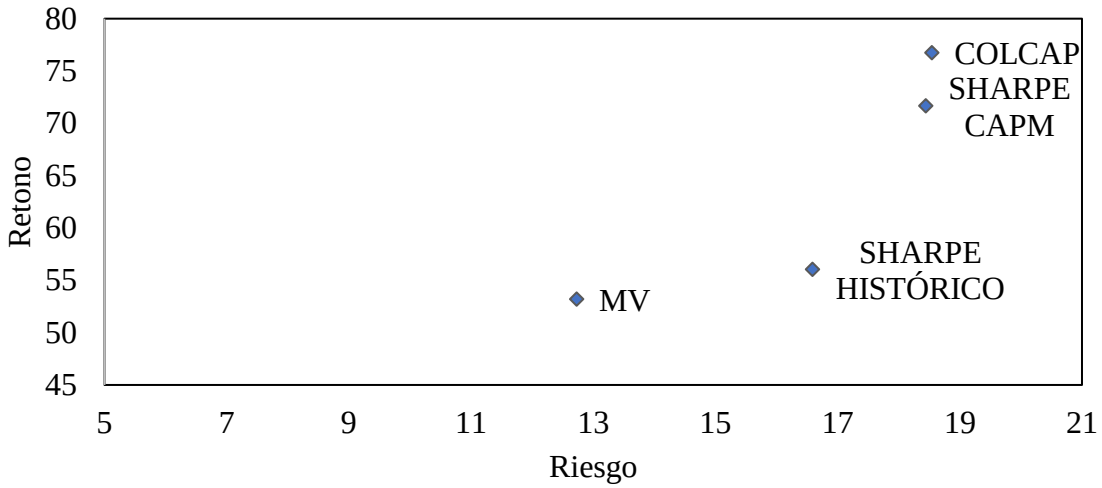
Nuestros principales hallazgos se presentan en las Figuras 22 y 23, que contienen los resultados de los cuatro portafolios calculados para el período 2008-2020, es decir, se presentan portafolios a 12 años. Comenzamos señalando que en estos portafolios no se encuentra presencia de la anomalía de baja volatilidad, o del portafolio de MV. Debido a que el portafolio de MV es el de menor retorno en este caso, con un 53,19% en comparación con los portafolios de Sharpe

histórico, Sharpe CAPM y COLCAP, cuyos rendimientos son de 56,03%, 71,66% y 76,73%, respectivamente.

Siendo así, el comportamiento de la relación riesgo-retorno en el portafolio de MV se da de acuerdo con los planteamientos teóricos de Markowitz (1952), puesto que empíricamente en nuestro ejercicio el de menor riesgo y a su vez, menor compensación, es el portafolio MV. En cuanto a la relación riesgo-retorno del resto de portafolios, se evidencia que los que presentan mayores rendimientos, a su vez asumen un mayor porcentaje de riesgo, en comparación al portafolio de MV que obtuvo un riesgo de 12,72%, los portafolios de Sharpe histórico, Sharpe CAPM y COLCAP obtuvieron riesgos de 16,58%, 18,43% y 18,53%, respectivamente.

Figura 22

Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2008-2020

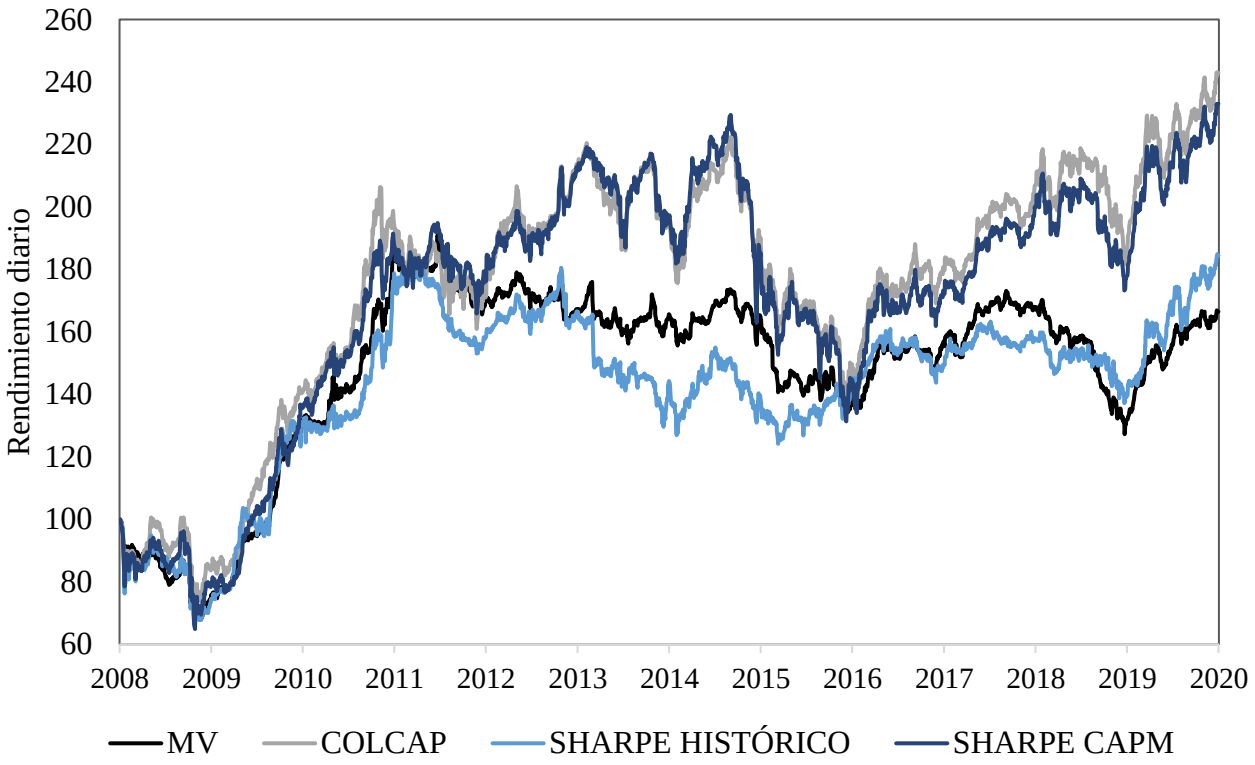


Además, al realizar un análisis más detallado, como se puede apreciar en la Figura 22, la diferencia en el riesgo asumido entre el portafolio de Sharpe CAPM (18,43%) y el COLCAP (18,53%) es de 0,1%, mientras que el retorno percibido del COLCAP es mayor por 5,07%. Al realizar este mismo ejercicio con el portafolio de MV y el COLCAP, la diferencia entre el riesgo de estos dos portafolios es de 5,81%, mientras que la diferencia en el retorno es de 23,54%. Siendo esto así, un inversionista que haya decido apostar por el mercado a comienzos del 2008, asumía un 5,81% más de riesgo que una estrategia de mínima varianza y, a octubre del 2020 dicho inversionista obtuvo un rendimiento superior por más de 20 puntos porcentuales. Lo anterior nos permite señalar que, durante el período en cuestión, la mejor opción para un inversionista habría

sido invertir en las acciones del COLCAP, en la medida en que dicha inversión le habría proporcionado un 76,73% de rentabilidad, asumiendo un riesgo de 18,53%, el cual es considerable y cercano al riesgo que se hubiese asumido en una estrategia de MV.

Figura 23

Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2008-2020



Para finalizar, se hace pertinente realizar ciertas apreciaciones en cuanto al comportamiento de los portafolios a lo largo del período en estudio (2008-2020), para ello, nos centraremos en la Figura 23. Como se puede observar en esta figura, desde el año 2008 hasta comienzos del año 2012, los portafolios siguieron las mismas tendencias y su patrón de comportamiento fue similar, sin embargo, el portafolio del COLCAP se mantuvo con rendimientos superiores en la mayoría de ese lapso. A partir de mediados del año 2011 los portafolios comenzaron a tener distintas tendencias, esto puede obedecer en gran medida a los retos que durante esa época enfrentaba el mercado de acciones en Colombia, por la incertidumbre que generaron acontecimientos como el desplome de Interbolsa, entre otros.

No obstante, mientras el portafolio de MV y de Sharpe histórico presentaban una tendencia bajista en sus rendimientos, los portafolios de Sharpe CAPM y COLCAP incrementaron sus rendimientos de forma considerable hasta finales del año 2015. A comienzos del año 2016 se puede observar que los cuatro portafolios convergen en un mismo punto, época en la que había gran inestabilidad en el sector de hidrocarburos a la vez que un marcado fortalecimiento del dólar. Posteriormente retomaron un comportamiento similar al período comprendido entre el año 2011 y el año 2015, en el que los portafolios del COLCAP y Sharpe CAPM presentan rendimientos superiores que los del portafolio de MV y Sharpe histórico, hasta el año 2019 en donde se observa una caída drástica en todos los portafolios. Por último, se evidencia que para el año 2020 el portafolio de MV se mantiene como el de menor rendimiento.

4.2. Análisis comparativo anual

En la subsección anterior analizamos las cuatro carteras en un lapso de 12 años, desde el año 2008 hasta el año 2020, y no se encontró la anomalía teórica del portafolio de MV. Sin embargo, se nos hace pertinente analizar los cuatro portafolios de forma anual, es decir, portafolios constituidos a 12 meses, para evidenciar sí en algún año del período de estudio hay evidencias que nos permitan determinar la existencia de la anomalía de baja volatilidad. Así, en esta subsección se analizarán 12 portafolios anuales de cada uno de los cuatro portafolios en cuestión (MV, Sharpe histórico, Sharpe CAPM y COLCAP) a partir del año 2008 hasta el año 2020, para un total de 48 portafolios anuales calculados.

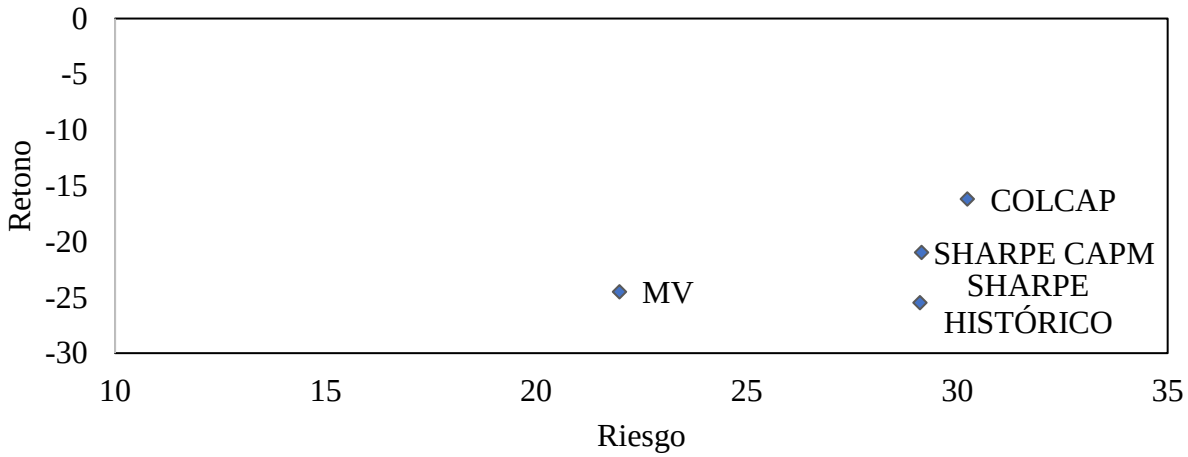
Para comenzar, en el año 2008 el rendimiento de todos los portafolios fue negativo. Esto se debe en gran medida a la crisis financiera internacional del período 2007-2009, que generó grandes desvaloraciones en el mercado bursátil. De igual forma, como se mencionó anteriormente, durante este año también nace el COLCAP, el cual reemplazó al Índice General de la Bolsa de Colombia (IGBC). Específicamente para este año, como se observa en la Figura 24, los portafolios de MV, Sharpe histórico, Sharpe CAPM y COLCAP tuvieron rendimientos de -24,50%, -25,48%, -20,98% y -16,20%, así como riesgos de 21,97%, 29,12%, 29,15% y 30,24%, respectivamente.

En cuanto a la relación riesgo-retorno de los portafolios, cabe resaltar que para este año se evidencia la presencia de la anomalía de baja volatilidad entre los portafolios de MV y de Sharpe histórico, dado que, como se puede observar en la misma figura, el portafolio de MV supera en

retorno al portafolio de Sharpe histórico en 0.98%, a su vez, la diferencia en el riesgo entre estos dos portafolios es 7,15%. Estos resultados apoyarían los hallazgos de Blitz, Pang y Vliet (2013) los cuales encuentran que contrariamente a las predicciones de modelos teóricos como el CAPM, que postulan que la relación entre riesgo y rentabilidad debe ser positiva, la relación empírica entre riesgo y rentabilidad en los mercados de renta variable emergentes es plana, o incluso negativa. En términos generales, en el 2008 el portafolio de MV superó al portafolio de Sharpe histórico, sin embargo, el mejor performance lo tuvo el portafolio del COLCAP, pues fue el que obtuvo las menores pérdidas (-16,20%).

Figura 24

Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2008



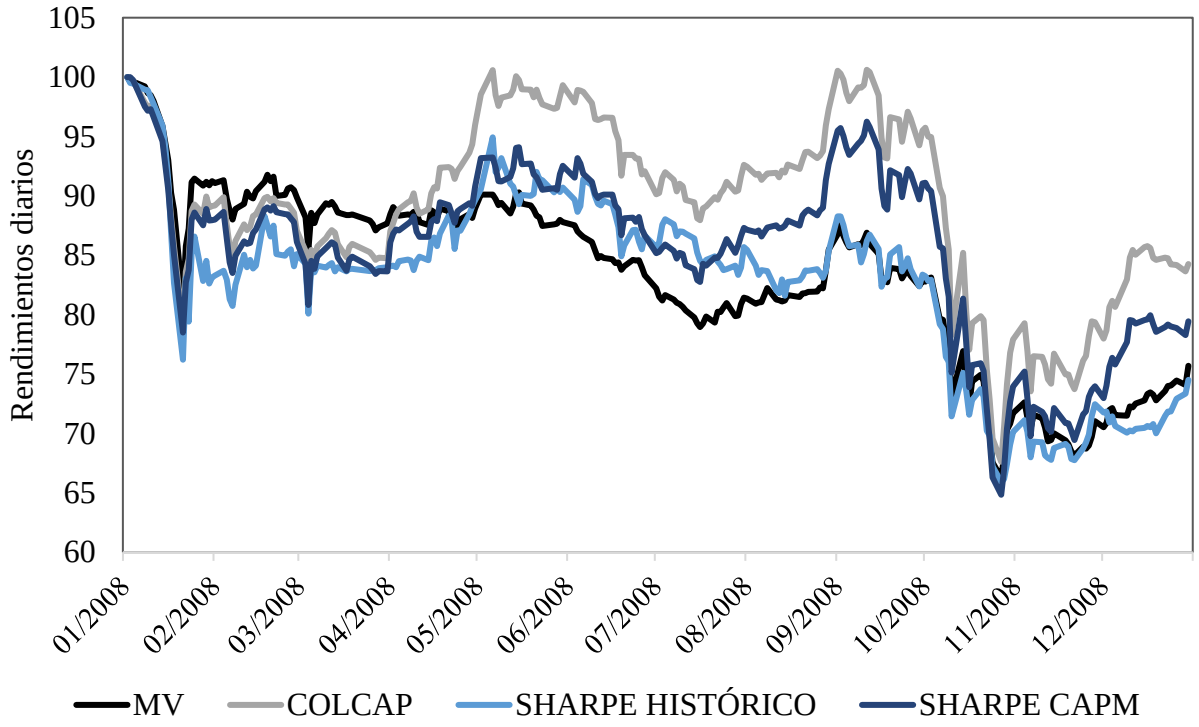
Ahora bien, en el año 2008, el comportamiento de los portafolios tiene aspectos que son pertinentes señalar. Como se mencionó anteriormente, dada la crisis financiera internacional provocada por la 'Crisis Sub-prime' en Estados Unidos, el comportamiento bursátil del mercado accionario colombiano se vio afectado en gran medida. Frente a esto, se hace pertinente señalar que, durante el comienzo del año en cuestión, luego de la marcada caída que se dio en enero, el portafolio de MV fue el que obtuvo mayores incrementos durante ese trimestre, como se puede observar en la Figura 25, lo cual aporta evidencias de que, desde hace más de una década, se ha presentado la anomalía de baja volatilidad en Colombia.

Sin embargo, como se puede observar, en mayo y septiembre se presentan impulsos alcistas, los cuales obedecen al surgimiento de la acción de Ecopetrol y al rendimiento de los títulos

de renta fija y el portafolio de MV pasa a ser el menos rentable de todos. En cuanto a la estabilidad del mercado accionario, pese a los intentos por mantener la tendencia alcista, en octubre se da una caída significativa del mercado, la cual no se dio únicamente por la profunda depresión que había en las bolsas, sino por el impacto que tuvo la baja en el precio del petróleo WTI, referencia para Colombia, en Ecopetrol. Por esta razón, las acciones de la empresa petrolera comenzaron a desvalorizarse y dada su fuerte participación en el mercado accionario colombiano, los rendimientos de éste descendieron considerablemente.

Figura 25

Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2008



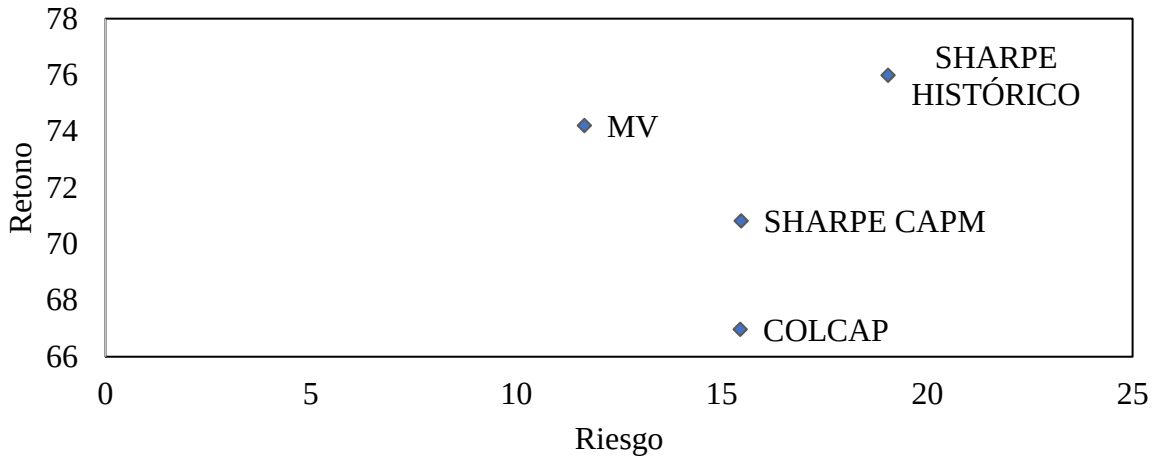
En el año 2009, como se observa en la Figura 26, encontramos que si existe una anomalía respecto al portafolio de MV. Esto se debe a que el portafolio de MV presenta un rendimiento más alto con un porcentaje de 74,20%, en comparación con los portafolios COLCAP y Sharpe CAPM los cuales presentaron un porcentaje de 66,97% y 70,82% con una diferencia de 7,23% y 3,38%, respectivamente. El portafolio Sharpe histórico fue el único al que no pudo superar el portafolio de MV teniendo en cuenta que tuvo el rendimiento más alto de los cuatro (75,99%), con una

diferencia de 1,79%, la cual no es muy significativa. Basados en estos datos, concluimos que el comportamiento de la relación riesgo-retorno en el portafolio de MV, planteado teóricamente por Markowitz (1952) no se cumple, ya que dicho portafolio presenta el menor riesgo (11,65%) mientras que el riesgo en los portafolios COLCAP, Sharpe CAPM y Sharpe histórico fue de 15,45%, 15,47% y 19,04%, respectivamente, pero no el menor retorno para el inversionista.

Los hallazgos anteriores son similares y apoyan los estudios que realizaron Kuo y Li (2012), en los que, al comparar el rendimiento de los portafolios de baja volatilidad con los portafolios de referencia relevantes, como lo son el COLCAP y Sharpe CAPM, encuentran que sus carteras obtuvieron resultados superiores como se puede evidenciar en la Figura 26. Cabe recalcar, que la mejor opción para un inversionista en el año 2009 era invertir en el portafolio de MV ya que tuvo el menor riesgo y la segunda mejor rentabilidad, con una diferencia de tan solo 1,79% con respecto al portafolio de mejor rentabilidad.

Figura 26

Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2009



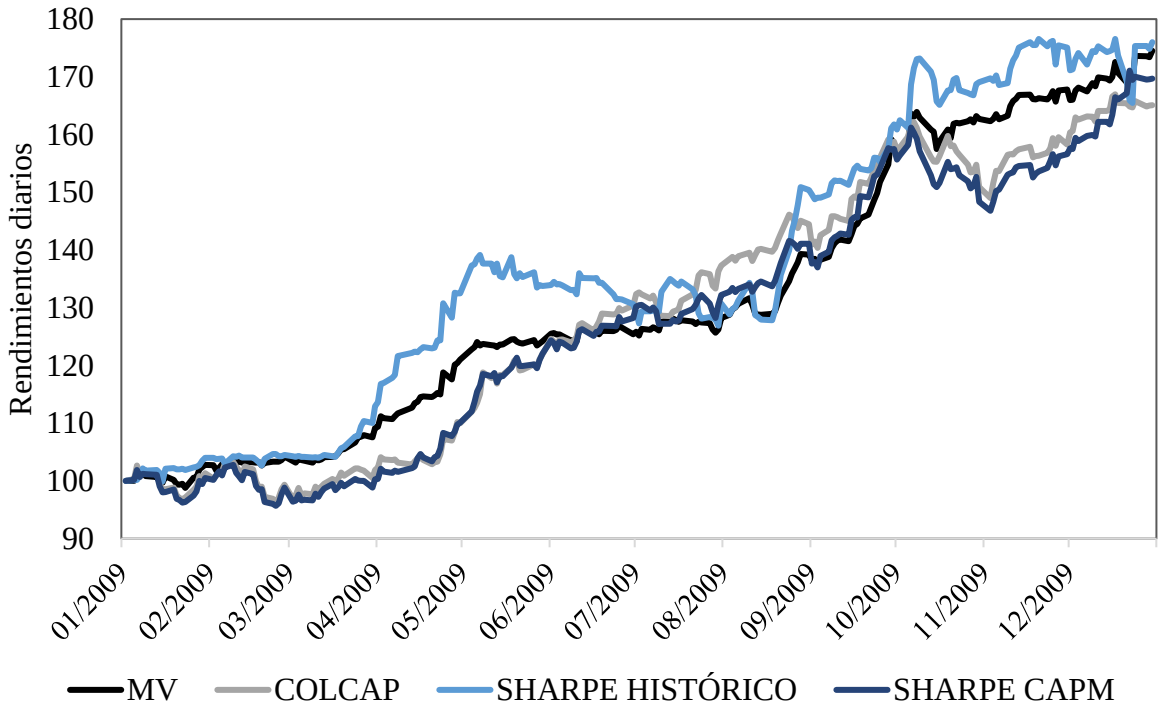
Es de gran relevancia realizar algunas apreciaciones respecto al comportamiento expansivo o de crecimiento que tuvieron los portafolios desde el mes de mayo del año 2009 hasta el mes de diciembre del año 2009 como se evidencia en la Figura 27. Los portafolios de MV, COLCAP, Sharpe histórico y Sharpe CAPM tuvieron y mantuvieron a lo largo de todo el año una tendencia alcista clara y fuerte. A pesar de las circunstancias que se vivían en ese lapso a nivel mundial con la crisis inmobiliaria internacional, el sistema financiero y la economía nacional estuvo en una fase

de expansión. El comportamiento positivo de los rendimientos en cuanto a los cuatro portafolios se debe a las regulaciones que se estaban realizando en 2008 y 2009. Se aplicaron restricciones a la entrada de capitales, también una rigurosa regulación cambiaria y se registraba poca inversión de portafolio en el país. Por ende, estas regulaciones permitieron que la economía nacional creciera y a su vez, se evitó un impacto directo de la recesión mundial sobre el sistema financiero de Colombia.

Cabe recalcar que en el año 2009 el IGBC (Índice general de la Bolsa de Colombia) obtuvo uno de los mayores crecimientos a lo largo de su historia. En ese año, logro tener una subida de 53,45% lo que resulta inesperado teniendo en cuenta que el entorno mundial no era favorable para los intereses de los inversionistas. Siendo así, es posible suponer que existe una correlación baja entre el mercado bursátil nacional con las circunstancias económicas y financieras que se dan a nivel mundial (González, 2012).

Figura 27

Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2009



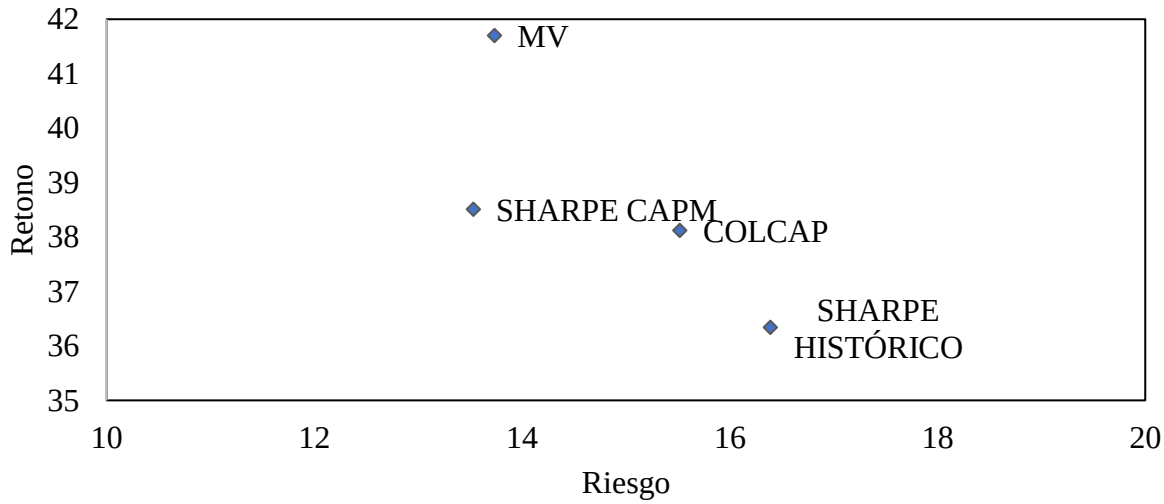
Pasando al año 2010, el comportamiento de los portafolios durante este período es sobresaliente. Este año estuvo marcado por un elevado crecimiento y expansión del mercado

accionario colombiano. Como explicación a lo anterior, estudios como el de González (2012) señalan que dicho crecimiento se presentó por una posible correlación muy baja del mercado bursátil colombiano con los cambios económicos y financieros ocurridos a nivel internacional. Así, en el año 2010, mientras la crisis de la Eurozona afectó a numerosos países por la alta volatilidad que fomentó, en Colombia se presentó un fortalecimiento del mercado bursátil con una marcada expansión.

Hecha esta salvedad, durante este año el desempeño del portafolio de MV también fue extraordinario, pues estuvo por encima del resto de portafolios. Como se puede observar en la Figura 28, el retorno del portafolio de MV fue de 41,69% asumiendo un riesgo de 13,73%, mientras que los portafolios de Sharpe histórico, Sharpe CAPM y COLCAP, tuvieron retornos de 36,33%, 38,50% y 38,11% con riesgos de 16,39%, 13,53% y 15,51%, respectivamente. Estos hallazgos reforzarían los descubrimientos de Haugen y Baker (1991), los cuales señalan que las carteras de mínima varianza se muestran prometedoras en términos de valor agregado, dada la anomalía en la compensación riesgo-retorno que presentan, sobre el índice de referencia ponderado por capitalización de mercado.

Figura 28

Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2010



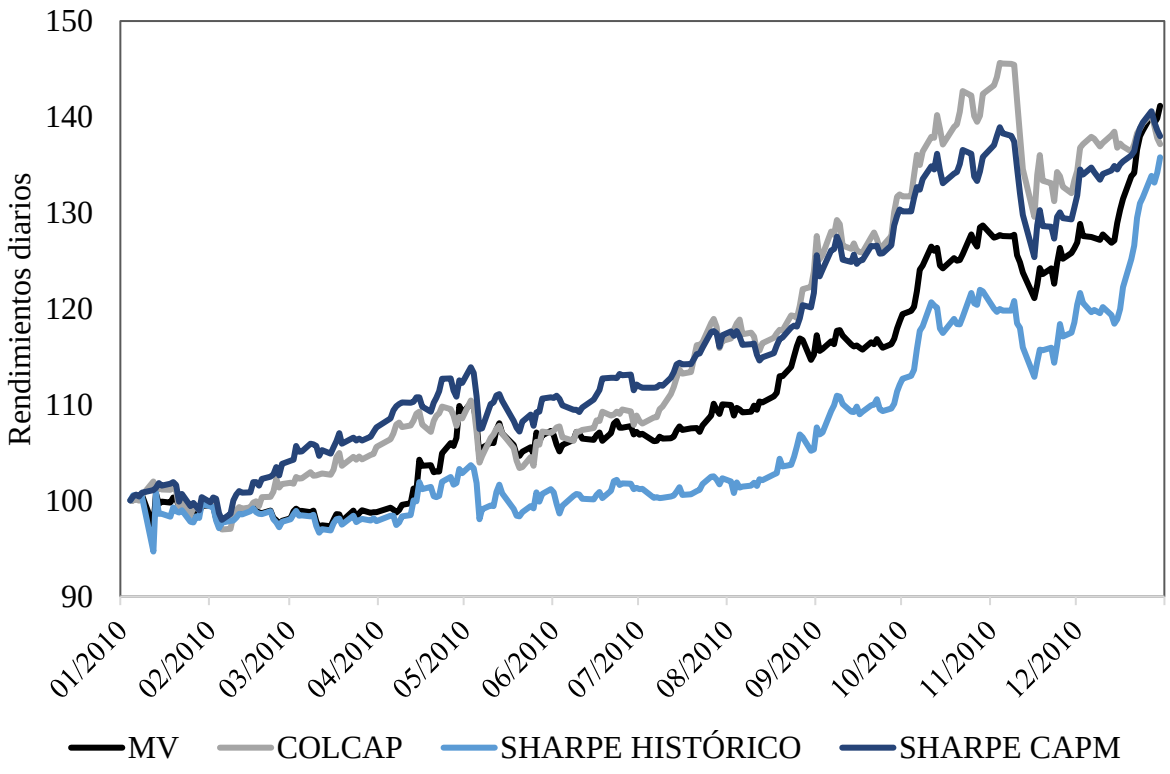
Como se puede observar en la Figura 29, los portafolios mantienen una tendencia alcista a lo largo del año. Según la BVC (2011), Colombia presentó un crecimiento económico superior al esperado en 2010, como resultado de las medidas monetarias y fiscales que se tomaron para mitigar

los efectos de la crisis internacional, y que a su vez impulsaron la actividad económica y permitieron una rápida recuperación del indicador de confianza del sector privado. De esta forma, para el año 2010 el país se encontraba en un contexto de estabilidad macroeconómica, lo cual permitió que el mercado financiero tuviera gran dinamismo y se alcanzaran niveles de actividad no registrados previamente.

En Colombia, a diferencia de lo ocurrido en otros países, el estímulo monetario y fiscal se realizó sin comprometer la meta de inflación del Banco de la República y ésta se mantuvo la mayor parte del año en el límite inferior establecido, hasta el mes de octubre, a partir del cual los efectos del invierno comenzaron a alterar los precios de los alimentos, lo cual estuvo acompañado de políticas encaminadas a disminuir las tasas de interés. Por ende, como se evidencia en la Figura 29, el mercado accionario nacional muestra un descenso en el mes de noviembre, el cual, a mediados del mismo mes se comienza a recuperar.

Figura 29

Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2010

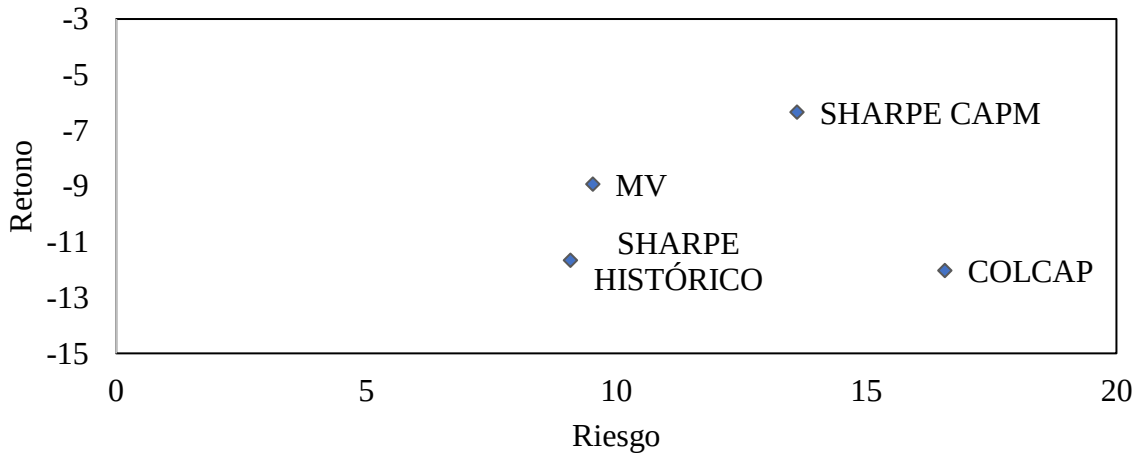


Prosiguiendo con el año 2011, hallamos que si existe una anomalía en cuanto al portafolio de baja volatilidad o portafolio MV. Como se puede observar en la Figura 30, las carteras Sharpe histórico, COLCAP, MV y Sharpe CAPM tuvieron los siguientes rendimientos con -11,65%, -12,02%, -8,92% y -6,34% respectivamente, siendo Sharpe CAPM el portafolio con mejor rentabilidad en este año. Respecto al riesgo, las carteras presentaron 9,08% para Sharpe histórico, 16,57% para el COLCAP, 9,53% para el de MV y 13,60% para Sharpe CAPM.

Siendo así, se evidencia que el comportamiento de la relación riesgo-retorno en el portafolio de MV, planteado teóricamente por Markowitz (1952) no se cumple ya que en primer lugar la estrategia de baja volatilidad presenta rendimientos más altos que el Sharpe histórico y COLCAP; en segundo lugar, no presenta el riesgo más bajo en comparación con las demás carteras. Ahora bien, en un análisis más detallado, la diferencia en cuanto al riesgo del portafolio de MV respecto al Sharpe CAPM es del 4,07% y en el comportamiento de los rendimientos existe una diferencia del 2,58%. El portafolio de Sharpe CAPM obtuvo el mejor rendimiento asumiendo un mayor porcentaje de riesgo, en comparación con la cartera de Mínima Varianza.

Figura 30

Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2011



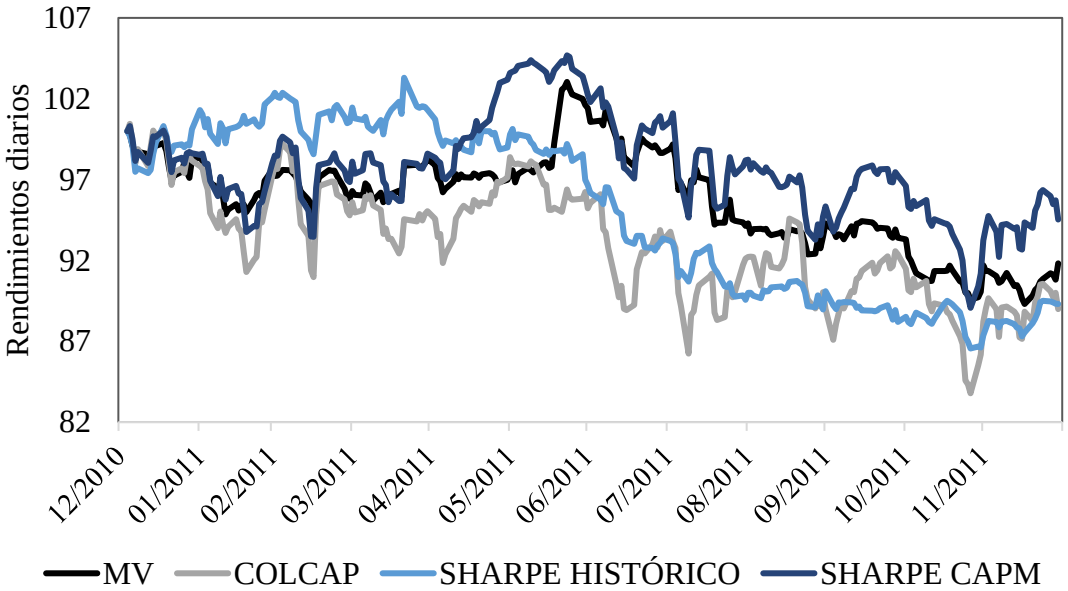
Como se mencionó anteriormente, para el año 2011 los rendimientos tuvieron un comportamiento y una tendencia negativa, como se ilustra en la Figura 31, el comportamiento de los portafolios tiene un patrón muy similar, es decir, que las circunstancias y acontecimientos que ocurrieron en ese año afectaron a los portafolios de MV, Sharpe histórico, Sharpe CAPM y

COLCAP en la misma magnitud. Dicha caída del rendimiento de los cuatro portafolios se debe a que el mercado de acciones del año en cuestión tuvo unas importantes desvalorizaciones, consecuencia de la crisis internacional, como lo fue la deuda de algunos países de la periferia europea que se extendió a otros de la región, exigiendo hacer unas medidas de ajuste con efectos políticos y sociales. La crisis llego a impactar la cotización de los precios en los principales activos del mercado. Incluso, en el 2011 se presenta un crecimiento en el número de nuevos emisores y emisiones, como fue la integración de Avianca Taca, Grupo Nutresa, Grupo Aval, Banco Davivienda, Grupo Suramericana de Inversiones, Empresa de Energía de Bogotá y Ecopetrol.

Sin embargo, a pesar de ese importante crecimiento y dinámica de negocios en el mercado de valores de Colombia, se evidencia una desvalorización. La capitalización bursátil pasó de $417.8 billones obtenidos en el 2010 a $404.0 billones en el 2011, es decir, tuvo una disminución de $13,8 billones en un año (Deceval, 2012). Para finalizar, estos hallazgos son similares y apoyan los estudios que realizaron Clarke, Silva y Thorley (2011). Cabe recalcar que, si un inversionista hubiese realizado una inversión a comienzos del año 2011, la mejor opción era invertir en el portafolio de Sharpe CAPM ya que en la mayor parte y al finalizar el año fue la cartera que tuvo el mayor rendimiento hasta el final de este.

Figura 31

Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2011

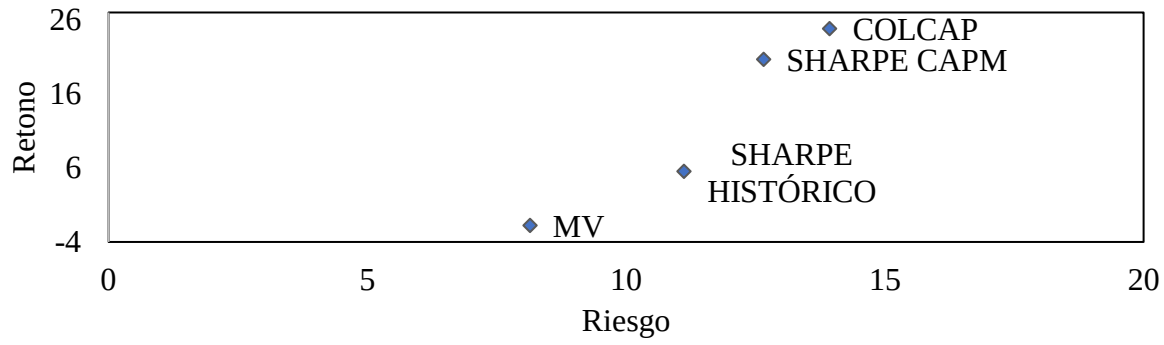


Para el año 2012, encontramos que en los cuatro portafolios no hay presencia de anomalía respecto al portafolio de MV. Esto se debe a que el portafolio de MV presenta el rendimiento más bajo con un porcentaje de 1,75%, teniendo en cuenta que los portafolios de Sharpe histórico, Sharpe CAPM y COLCAP tuvieron rendimientos más altos 5,51%, 20,65%, 24,82 respectivamente. Basados en estos datos, concluimos que el comportamiento de la relación riesgo-retorno en el portafolio de MV, planteado teóricamente por Markowitz (1952) se cumple, ya que dicho portafolio presenta el menor riesgo y también el menor retorno para el inversionista. Cabe resaltar, que el comportamiento de los otros portafolios en cuanto a la relación riesgo – retorno obtuvieron rendimientos superiores, pero a su vez asumiendo un porcentaje más alto de riesgo.

Como se puede observar en la Figura 32, donde se representa el riesgo-retorno de los cuatro portafolios, nos muestra la diferencia del riesgo que se asume entre el portafolio de Sharpe CAPM (12,65%) y el COLCAP (13,93%) es equivalente a 1,28% mientras que el retorno que obtuvo el COLCAP es superior por 4,17%. Aplicando el mismo ejercicio para el portafolio de MV y el portafolio COLCAP, la diferencia en cuanto al riesgo de estos dos portafolios es de 5,79% mientras que la diferencia obtenida en los retornos es de 23,07%. Teniendo esto en cuenta, si un inversionista decide invertir a comienzos del año 2012 asumía un 5,79% más de riesgo que si optara por el portafolio de Mínima Varianza, pero, al finalizar el año, el inversionista logro unos rendimientos mayores por más de 20 puntos porcentuales. De lo anterior, cabe resaltar que para el año 2012 la mejor opción para el inversionista habría sido inclinarse por las acciones del portafolio COLCAP ya que el capital invertido le hubiese proporcionado un rendimiento de 24,82% aceptando un riesgo de 13,93%.

Figura 32

Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2012

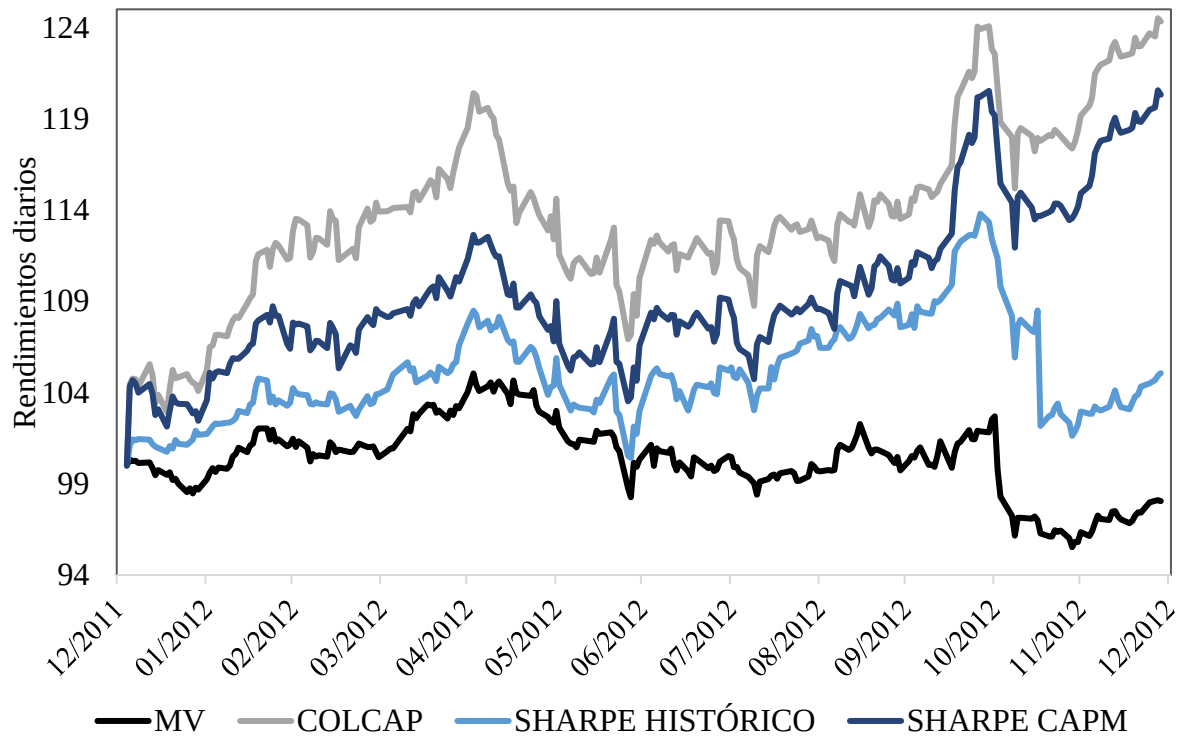


Es importante recalcar y hacer énfasis en ciertas apreciaciones en cuanto al comportamiento de los portafolios para el año 2012, siendo así, nos enfocaremos en la Figura 33. Como nos muestra la figura, en este año, los portafolios tuvieron las mismas tendencias y su patrón de comportamiento fue muy similar, pero, el portafolio del COLCAP siempre se mantuvo con rendimientos superiores en ese año. Ahora bien, los rendimientos de los portafolios desde enero hasta mayo del año 2012 presentaban una tendencia alcista, sin embargo, a partir mayo se observa una caída en los rendimientos de los portafolios de MV, COLCAP, Sharpe histórico y Sharpe CAPM. Esto se debe a que las acciones locales fueron principalmente impactadas por la baja del WTI, el cual desde abril presentó un comportamiento desfavorable y la incertidumbre económica que se estaba generando en Estados Unidos y Europa.

En general, el rendimiento negativo del mercado en ese lapso fue generalizado debido a factores externos. A partir de julio, los portafolios recuperan la tendencia alcista, sin embargo, en octubre se evidenció una caída abrupta en los cuatro portafolios. La causa de dicha caída se dio a raíz del desplome y liquidación de Interbolsa, la principal comisionista de bolsa del país, generando incertidumbre en el mercado y, por ende, la caída de los rendimientos. Posteriormente en ese mismo año, los rendimientos retomaron su comportamiento alcista y lograron recuperar sus niveles máximos para el caso de los portafolios COLCAP y Sharpe CAPM, el portafolio MV y el Sharpe histórico mostraron recuperación en los niveles de rentabilidad, pero como se observa en la Figura 33, fueron leves y lentos.

Figura 33

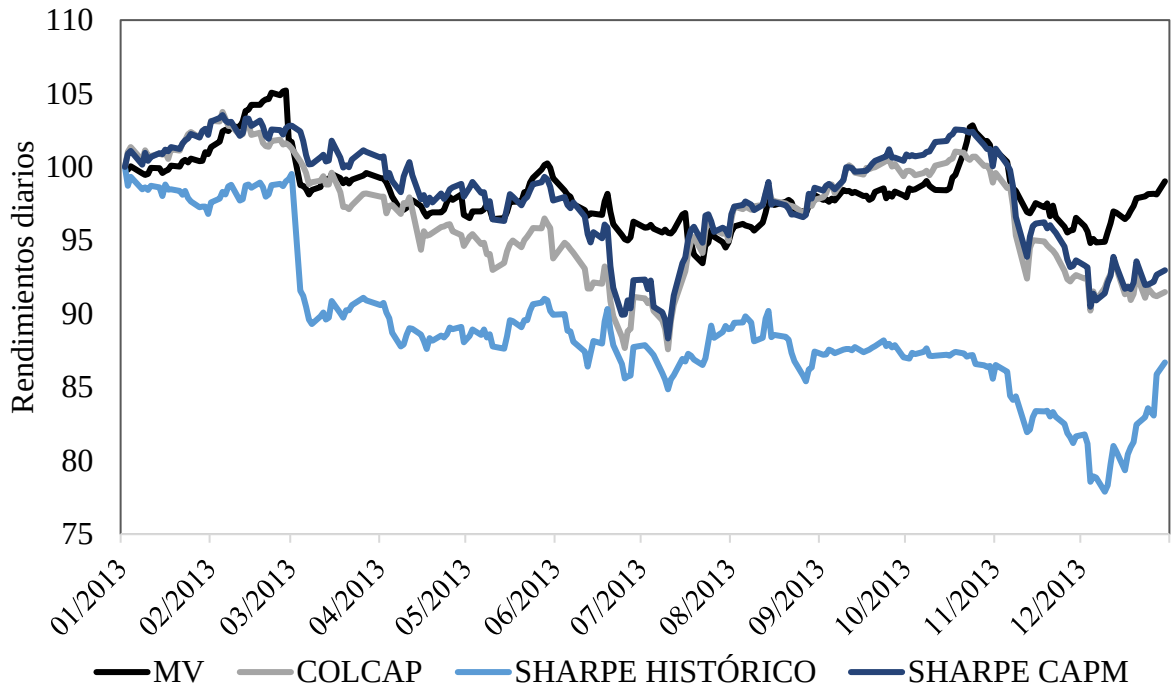
Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2012



En cuanto al año 2013, en el entorno macroeconómico colombiano se comenzaron a materializar riesgos externos, ocasionados por la incertidumbre y volatilidad globales, que impactaron de forma negativa la rentabilidad de los activos financieros, al mismo tiempo que se registró una desaceleración en el ritmo de crecimiento del Producto Interno Bruto –PIB colombiano (Deceval, 2014). Como se ilustra en la Figura 34, los primeros dos trimestres del año estuvieron marcados por una desaceleración del mercado accionario y, no fue sino hasta comienzos del tercer trimestre que esta tendencia se comenzó a revertir, gracias a la recuperación de la construcción y otros sectores como la agricultura, ganadería, caza, silvicultura y pesca, y la explotación de minas y canteras, que crecieron por encima del 6,0% durante ese período. Estos últimos tuvieron una actividad pasiva durante el primer semestre del año por continuos paros y problemas de orden público en el país que fueron superados. Nuevamente, para noviembre se da una disminución en el desempeño de las carteras, sin embargo, es el portafolio de MV el que logra mitigar las pérdidas en mayor medida que el resto de carteras.

Figura 34

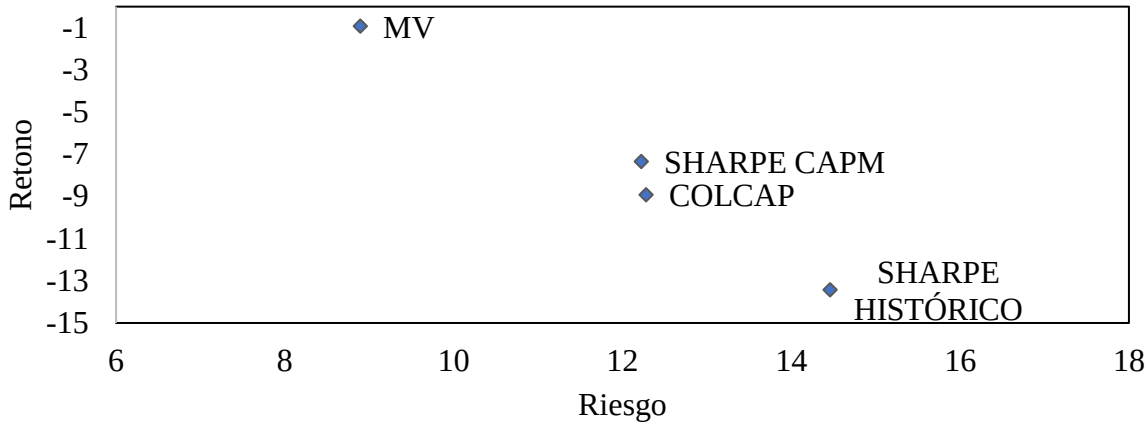
Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2013



Hecha esta salvedad, es pertinente señalar que para este año el portafolio de MV tuvo un desempeño sobresaliente en comparación con el resto de portafolios, como se evidencia en la Figura 35, pues mientras que los portafolios de Sharpe histórico, Sharpe CAPM y COLCAP tuvieron pérdidas de -13,43%, -7,34% y -8,92%, respectivamente, para el portafolio de MV fueron de -0,9%. Asimismo, el portafolio con menor riesgo fue el de MV, con 8,89%, presentando una diferencia en el riesgo de hasta 3,39% con el resto de portafolios. Por ende, para el año 2013 se presenta una anomalía en el portafolio de MV similar a la que se dio en el año 2010, pues el portafolio de baja volatilidad superó al mercado y a todas las carteras en estudio. Lo anterior reafirma las apreciaciones de Baker, Bradley y Wurgler (2011), los cuales concluyen en su estudio que el rendimiento superior de las carteras de bajo riesgo es la mayor anomalía en finanzas, al desafiar la noción básica de una compensación riesgo-rendimiento.

Figura 35

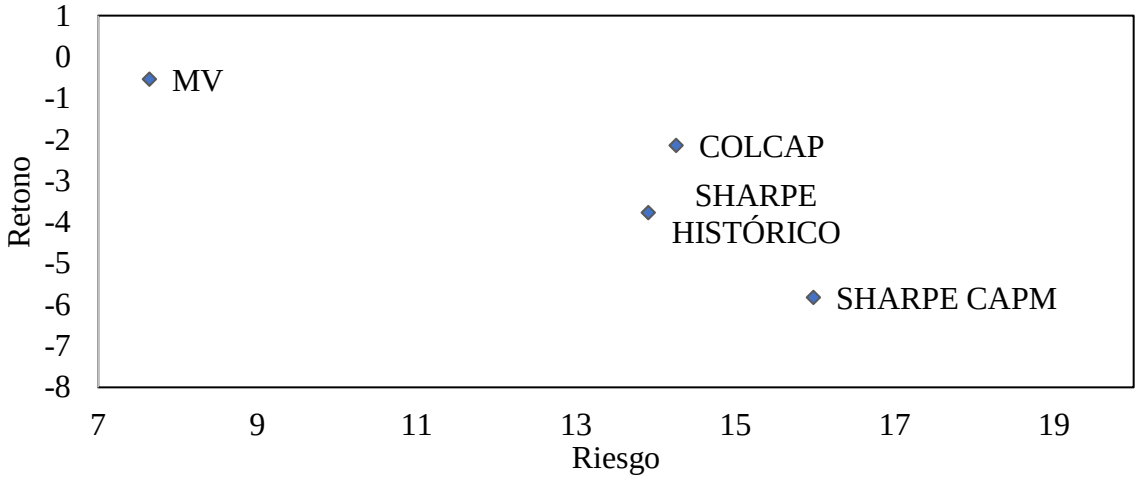
Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2013



Para el año 2014, teniendo en cuenta lo que se muestra en la Figura 36, en la cual se analiza la relación riesgo-retorno de los cuatro portafolios, encontramos que sí existe una anomalía en la estrategia de baja volatilidad. Es posible hacer esta apreciación ya que el portafolio de MV presentó un desempeño extraordinario en comparación con los portafolios de Sharpe histórico, COLCAP y Sharpe CAPM. Las carteras obtuvieron los siguientes rendimientos: MV un -0.53%, COLCAP un -2,14%, Sharpe histórico -3,77% y por último Sharpe CAPM con un -5,82, el desempeño más bajo respecto a los demás. Ahora, si nos enfocamos en el riesgo, las carteras de MV, Sharpe histórico, COLCAP y Sharpe CAPM arrojaron un 7,64%, 13,90%, 14,25% y 15,97%, en su orden. No cabe duda que la relación riesgo-retorno en el portafolio de MV, planteado teóricamente por Markowitz (1952) no se cumple ya que el desempeño de éste fue muy superior en comparación con los otros portafolios.

Figura 36

Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2014

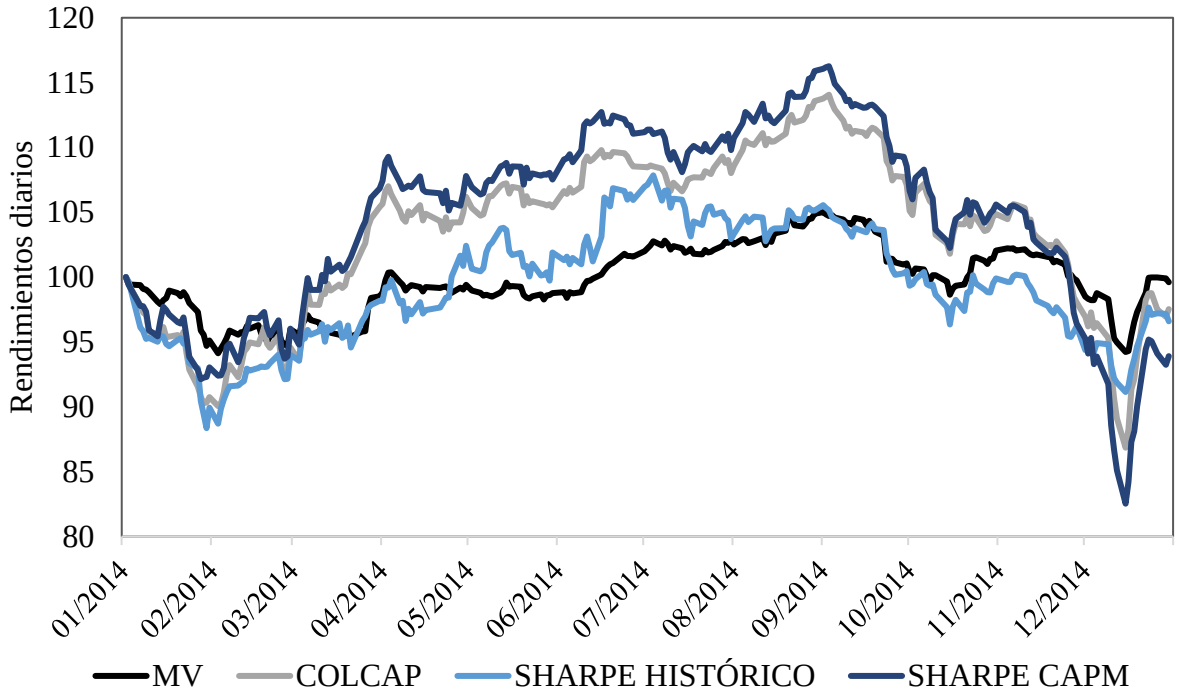


Observando el desempeño de los portafolios de MV, COLCAP, Sharpe histórico y Sharpe CAPM en la Figura 37, podemos precisar que el comportamiento de estos tuvo un patrón similar. Ahora bien, en el análisis anterior de la relación riesgo-retorno que se presenta en la Figura 36, se mostró que los rendimientos de los cuatro portafolios fueron negativos al finalizar el año. Sin embargo, al hacer énfasis en la Figura 37, se evidencia que, a partir de febrero hasta septiembre del año 2014, los rendimientos de todos los portafolios presentaron una tendencia alcista debido a la debilidad relativa de las economías, lo cual conllevó a que en el primer semestre se hiciera un movimiento de capitales, básicamente desde los países emergentes, hacia el mercado norteamericano (Deceval, 2014).

Luego, para el segundo semestre, en octubre y noviembre el comportamiento muestra una desvalorización muy importante. Esto ocurrió por choques externos donde se manifestaron factores de riesgo como lo fue la inflación, el precio del petróleo y el efecto que causa en la balanza comercial y finanzas públicas; además, hubo un ritmo de devaluación acelerado que generó nerviosismo e incertidumbre en el mercado bursátil (Deceval, 2014). Por último, para un inversionista interesado en realizar una inversión en este año, su mejor opción habría sido invertir en el portafolio de MV ya que obtuvo el mejor rendimiento y mejor aún, el riesgo más bajo.

Figura 37

Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2014



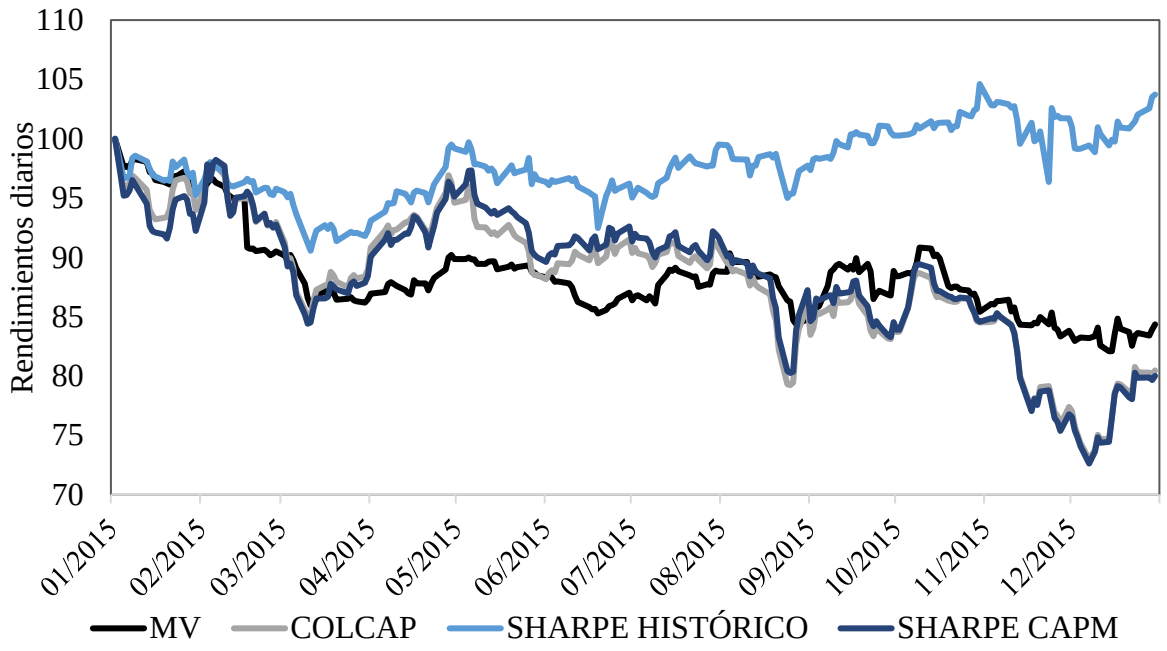
Continuando con el 2015, en cuanto al entorno internacional, el pronóstico de mejor desempeño económico decepcionó. Según la BVC (2016), la divergencia entre los bloques económicos continuó ampliándose: un ritmo modesto pero constante en el crecimiento de los países desarrollados, liderado principalmente por el consumo, contrastó con una economía china más débil de lo esperado y con la desaceleración e incertidumbre evidenciada en las economías emergentes. Así, en medio del escenario adverso para estas últimas, Latinoamérica fue una de las regiones que generó mayor incertidumbre para los inversionistas internacionales. En lo mencionado por la BVC (2016), a pesar de que Colombia no estuvo exenta del escenario latinoamericano de inflación y desaceleración, la economía local tuvo un desempeño mejor al esperado y alcanzó unas de las tasas de crecimiento más altas de la región —variación estimada del PIB de 3.0% en 2015—.

Como se puede observar en la Figura 38, durante este año el portafolio que mejor desempeño tuvo fue el Sharpe histórico manteniendo un ritmo de crecimiento alcista en contraste con la tendencia bajista del resto de portafolios. En este caso, el portafolio de Sharpe histórico, al estar proyectado con retornos históricos bajo el supuesto de que los precios son cíclicos y las

tendencias se repiten, predijo de forma más certera el comportamiento del mercado accionario para ese año. En esta coyuntura el mercado de capitales nacional tuvo un desempeño considerablemente por debajo al evidenciado durante los últimos años, en donde el mercado de Renta Variable resultó ser el más afectado con una variación anual del índice COLCAP de -23,75%.

Figura 38

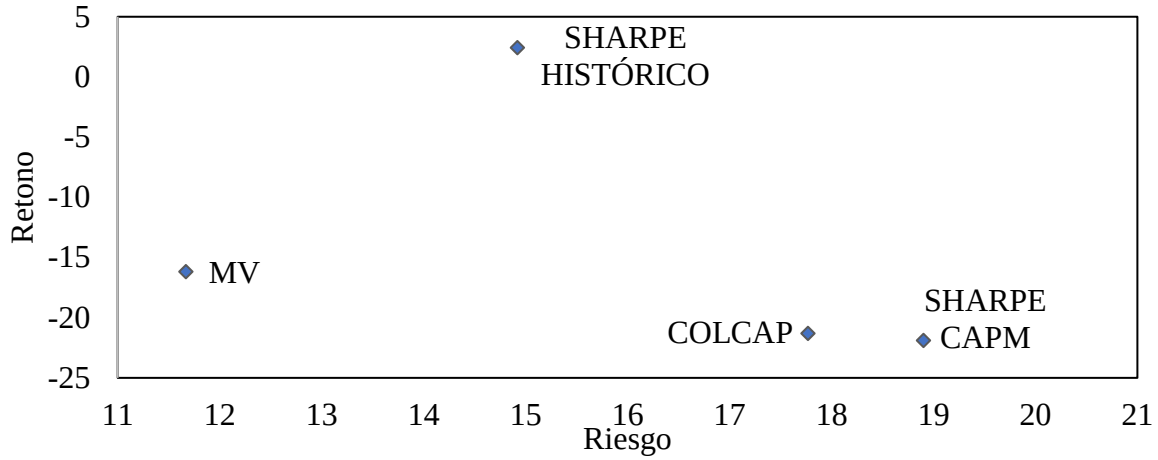
Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2015



Ahora bien, la Figura 39 nos permite analizar la relación riesgo-retorno de los portafolios en el año 2015. En este sentido, podemos observar que el mejor retorno lo obtuvo el portafolio de Sharpe histórico con 2,43%, asumiendo un riesgo de 14,91%; mientras que el portafolio de MV, Sharpe CAPM y COLCAP tuvieron rendimientos negativos de -16,17%, -21,88% y -21,30%, con riesgos de 11,67%, 18,90% y 17,77%, respectivamente. Es importante destacar que el portafolio de MV se comporta de acuerdo a la teoría de Markowitz (1952), por lo que para este año no se evidencia presencia de anomalía en este portafolio. En este caso, la mejor opción de inversión sería el portafolio de Sharpe histórico, pese a que la compensación riesgo-retorno no es atractiva, ya que el riesgo que se debe asumir es mayor al retorno percibido.

Figura 39

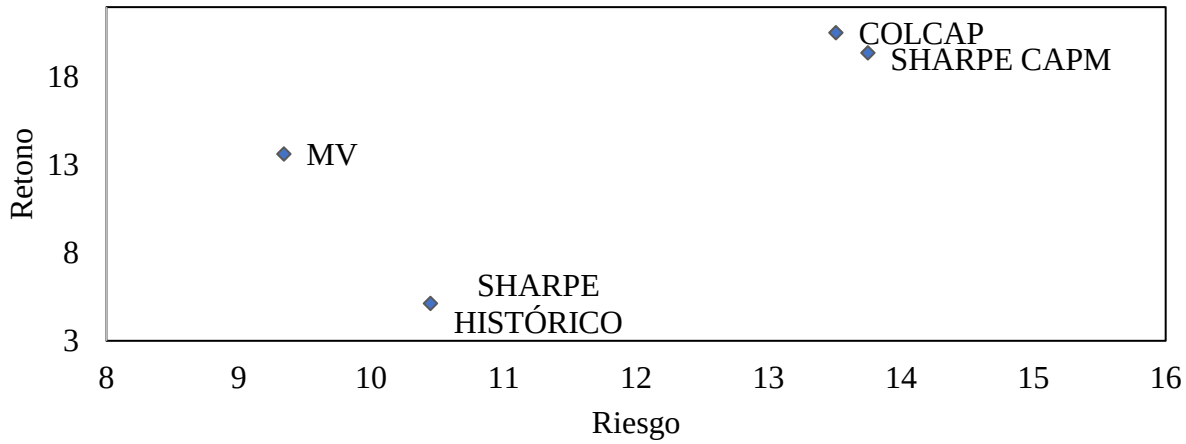
Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2015



En el año 2016, hallamos que sí existe una anomalía en el portafolio de MV ya que el comportamiento de la relación riesgo-retorno en el portafolio de MV, planteado teóricamente por Markowitz (1952) no se cumple. Como se puede observar en la Figura 40, los portafolios de MV, Sharpe histórico, Sharpe CAPM y COLCAP obtuvieron en rendimientos 12,64%, 5,13%, 19,40% y 20,54 en su orden. En este caso, el retorno de la inversión en el portafolio de MV fue mayor que el retorno de la cartera Sharpe histórico, lo cual resulta anormal. Ahora bien, si nos centramos en el riesgo, el portafolio de MV tiene un comportamiento normal ya que presenta el menor riesgo en comparación con los otros portafolios, lo cual se ajusta a la teoría planteada por Markowitz (1952). Es importante mencionar que el Sharpe CAPM y COLCAP obtuvieron los rendimientos más altos y su vez, asumiendo un mayor porcentaje de riesgo.

Figura 40

Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2016

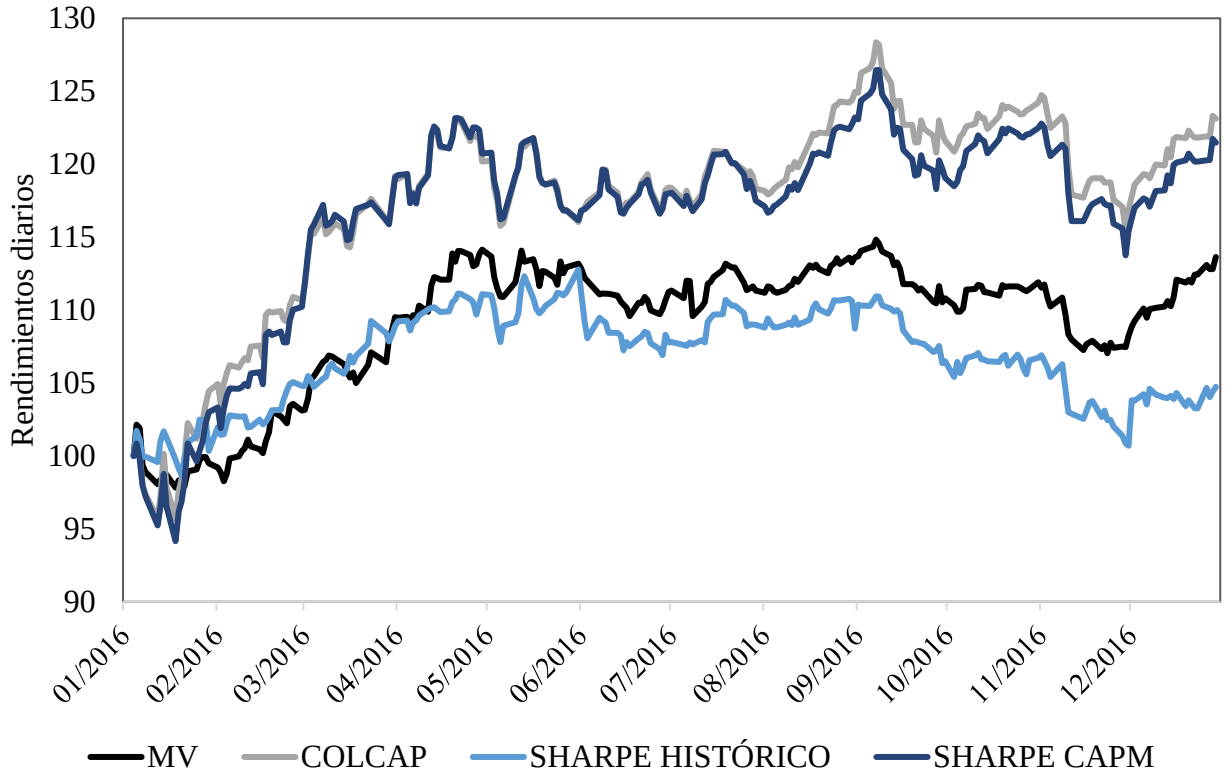


Teniendo en cuenta la Figura 41, se evidencia que el comportamiento del desempeño de los cuatro portafolios se dio de forma similar, aunque, durante todo el año 2016, los portafolios del COLCAP y del Sharpe CAPM sobresalieron en comparación con el portafolio de MV y el Sharpe histórico. Realizando un análisis del entorno nacional, la economía mostro un gran ajuste debido al choque que había sufrido a raíz del petróleo, el cual tuvo consecuencias en los términos de intercambio y también, en las cuentas fiscales. Sin embargo, el crecimiento económico del 2016 obtuvo la cifra más mínima desde 2009, ubicándose por debajo del 2%. Además, a la desaceleración se le añade un aumento relevante en la inflación alcanzando un 8,97% en el mes de julio a raíz del fenómeno del niño.

Por otra parte, en la Figura 40, se observa que el portafolio COLCAP obtuvo el rendimiento más alto al finalizar el año ya que mostró una variación positiva de 17,16%, en comparación con los mercados latinoamericanos. Dicha variación positiva se debe al gran desempeño que tuvieron los precios de los commodities, una buena estabilidad de la tasa de cambio y también atractivos niveles de entrada luego de venir tres años consecutivos en desvalorización (BVC, 2016). En el 2016, la mejor opción para un inversionista hubiese sido invertir en el portafolio del COLCAP ya que presentó el mejor desempeño durante y al finalizar el año.

Figura 41

Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2016

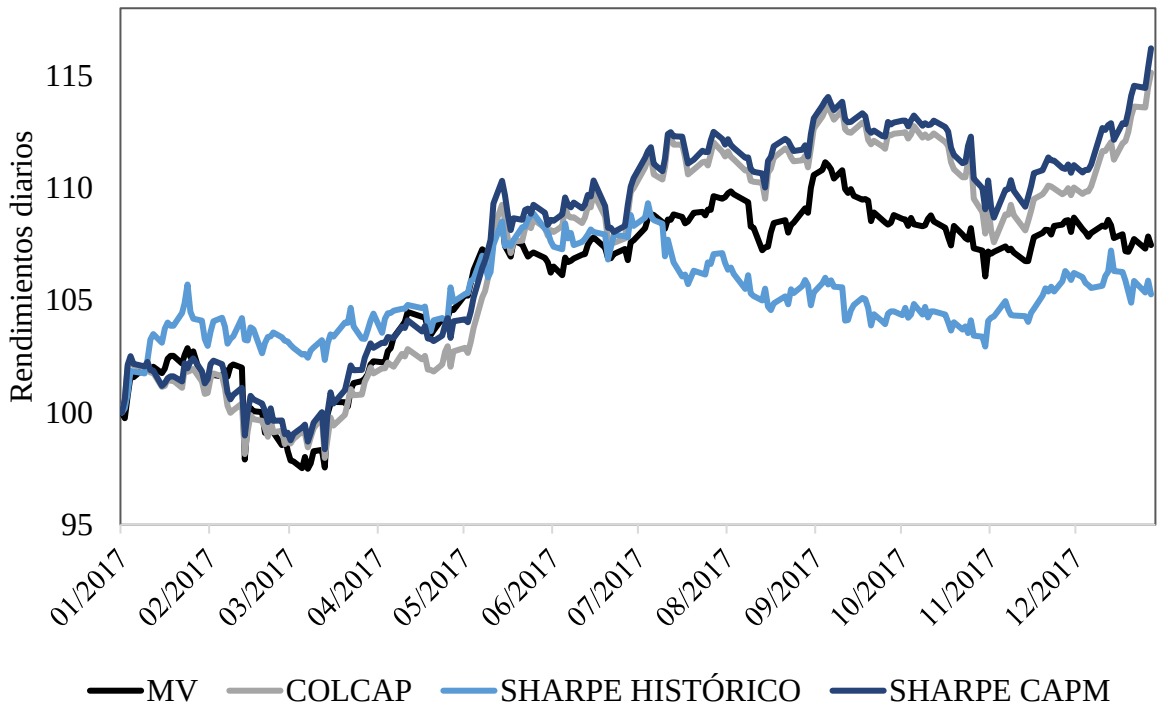


En cuanto al año 2017, este período fue relativamente positivo para los mercados y la economía mundial tuvo un desempeño mejor al esperado ante los distintos hechos económicos y políticos (BVC, 2018). En general, durante ese año se comenzó a consolidar el crecimiento económico de economías desarrolladas, a la vez que se observó un entorno favorable para países emergentes. En cuanto al entorno local, la mayor preocupación en el país fue el crecimiento económico, puesto que a medida que transcurría el año se obtenían resultados inferiores a los esperados y por debajo de lo necesario para ajustar el déficit en cuenta corriente.

En lo corrido del 2017, como ilustra la Figura 42, a partir del segundo trimestre se evidencia una recuperación y variación positiva en todos los portafolios. Este comportamiento se debe en gran parte a la recuperación de los precios del petróleo, la reducción de tasas por parte del Banco de la República y la mayor estabilidad de la tasa de cambio, en este orden de ideas, las acciones pertenecientes al sector petróleo, financiero y consumo, generaron el mayor impacto en la valorización del COLCAP en el transcurso del año 2017 (BVC, 2018).

Figura 42

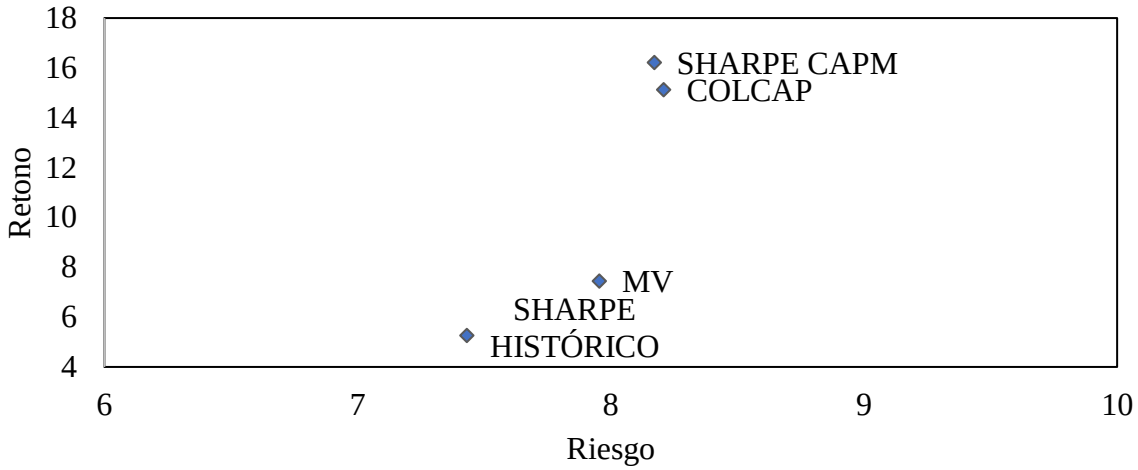
Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2017



Con respecto a la relación riesgo-retorno de los portafolios en el 2017, la Figura 43 nos muestra esta relación. Se evidencia que el portafolio de MV únicamente superó al portafolio de Sharpe histórico por 2,18% y éste último fue el de menor riesgo con 7,43%. Por otra parte, el portafolio de Sharpe CAPM fue el que registró el mayor retorno con 16,22%, seguido por el COLCAP con 15,12%. De esta forma, para este año la mejor opción de inversión fue el portafolio de Sharpe CAPM o, en su defecto, invertir en el mercado, puesto que sí se hubiera recurrido a estrategias de mínima varianza, el inversionista hubiese tenido que asumir un riesgo de 7,95% para recibir un retorno de 7,44%, la cual no es una opción atractiva en términos financieros. Sin embargo, el comportamiento del portafolio de MV no es anormal en las compensaciones riesgo-retorno que se muestran para este año.

Figura 43

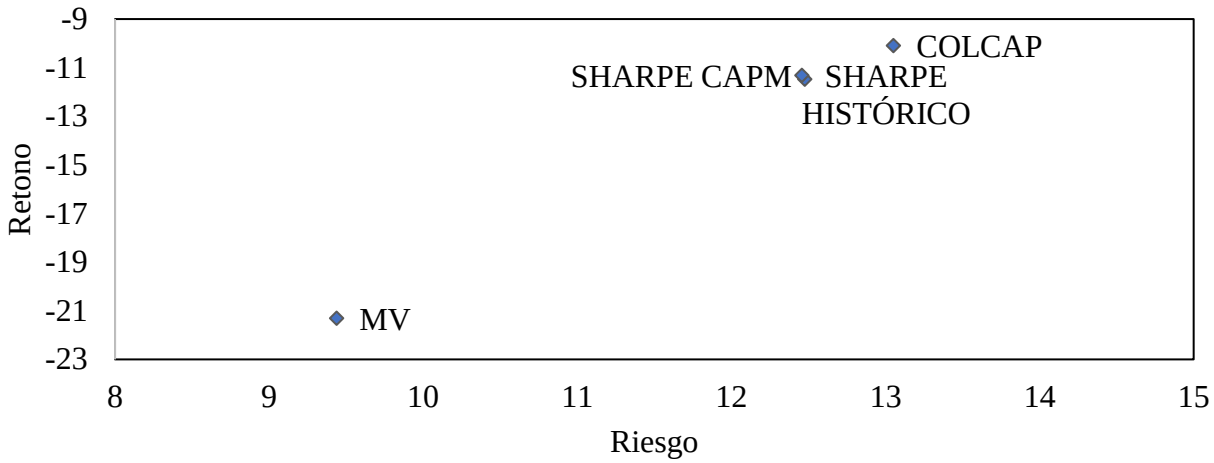
Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2017



Continuando con el año 2018, se observa en la Figura 44 que los portafolios MV, Sharpe histórico, Sharpe CAPM y COLCAP presentaron los siguientes rendimientos: -21,13%, -11,46%, -11,31% y -10,09%, respectivamente; siendo el portafolio COLCAP el de mejor retorno de capital. Por otro lado, en cuanto al riesgo, los portafolios MV, Sharpe histórico, Sharpe CAPM y COLCAP tuvieron 9,43%, 12,47%, 12,45% y 13,05%, en su orden. Teniendo en cuenta los datos suministrados anteriormente, hallamos que no existe una anomalía en el portafolio de MV ya que el comportamiento de la relación riesgo-retorno en el portafolio de MV, planteado teóricamente por Markowitz (1952) sí se cumple.

Figura 44

Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2018

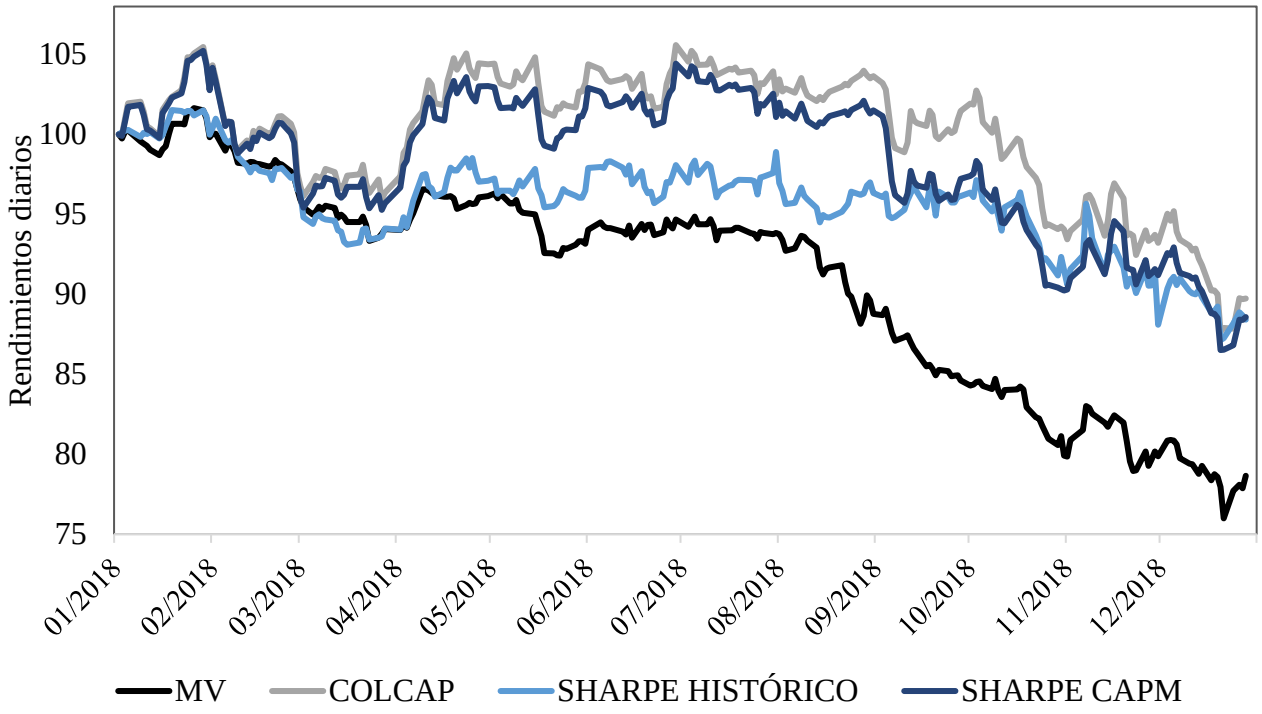


Es importante hacer énfasis en algunas apreciaciones en cuanto al comportamiento de los portafolios para el año 2018, siendo así, nos enfocaremos en la Figura 45. En este año, los portafolios tuvieron las mismas tendencias y su patrón de comportamiento fue muy similar. Como se observa en la Figura 45, los portafolios tuvieron una desvalorización constante a lo largo de este año. Esto obedece a que la economía a nivel mundial se vio afectada por acontecimientos de incertidumbre, los cuales generaron una tensión a nivel internacional en los mercados e impulsaron la aversión del riesgo en los países emergentes, como se evidencia en el mercado de Colombia.

Uno de los principales acontecimientos que generó salida de capitales desde países emergentes fue la normalización de la política monetaria en EE.UU. También, el dólar estadounidense incrementó su fortaleza, por ende, las monedas de los países emergentes se ven afectadas con una depreciación generalizada en sus monedas. Otro acontecimiento relevante fue la guerra comercial entre China y EE.UU lo cual llevó a una desaceleración del crecimiento mundial (BVC, 2016). Para finalizar, a pesar del panorama de desaceleración que ocurrió en el 2018, para un inversionista interesado en realizar una inversión en este año, su mejor opción hubiese sido el portafolio del COLCAP, ya que a lo largo de todo el año presentó el mejor desempeño.

Figura 45

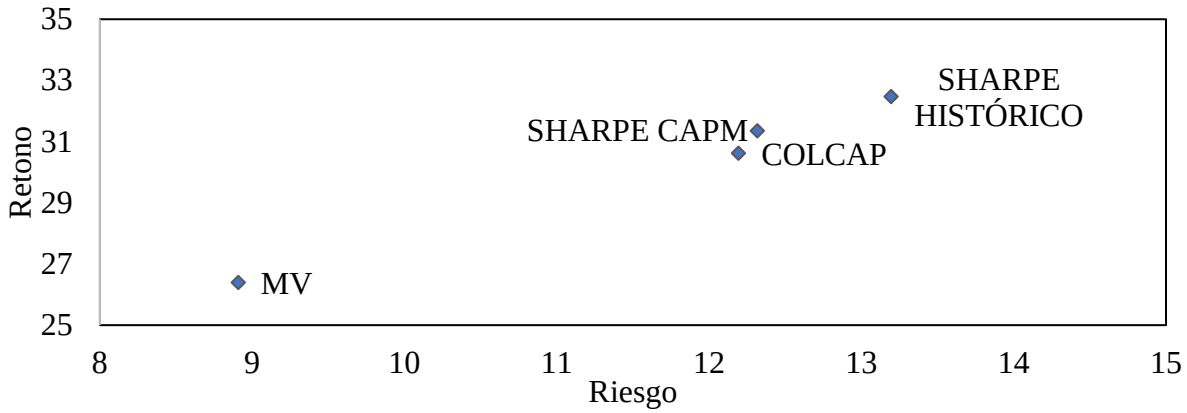
Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2018



Para el año 2019, como se ilustra en la Figura 46, la cual nos arroja la relación riesgo-retorno de los cuatro portafolios, encontramos que no existe una anomalía en la estrategia de baja volatilidad, ya que el portafolio de MV presenta el menor riesgo y retorno. Los portafolios de MV, Sharpe CAPM, Sharpe histórico y COLCAP obtuvieron en rentabilidad 26,40%, 31,35%, 32,47% y 30,62% respectivamente. En este caso, la cartera Sharpe histórico tuvo el mejor desempeño. Por otro lado, los portafolios de MV, Sharpe CAPM, Sharpe histórico y COLCAP alcanzaron niveles de riesgo con un 8,90%, 12,31%, 13,19% y 12,19%, en su orden. En general, el comportamiento de la relación riesgo-retorno en el portafolio de MV, planteado teóricamente por Markowitz (1952), no se cumple.

Figura 46

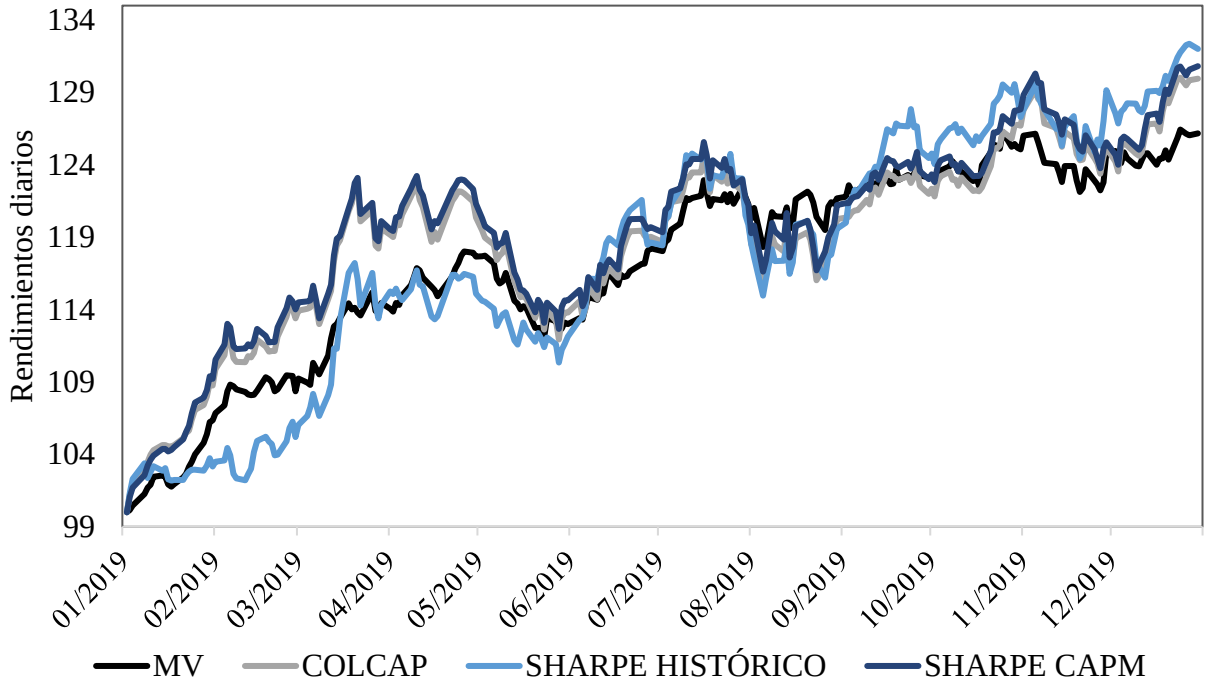
Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2019



Como se puede observar en la Figura 47, en lo corrido del año 2019, los portafolios presentaron una tendencia alcista con un patrón de comportamiento semejante. Para los inversionistas el panorama del 2019 fue mucho más alentador que en el año 2018 ya que presentó un mejor comportamiento en el desempeño de las carteras. Uno de los incrementos más importantes que se presentaron fue el de renta fija con un 9,6%, también, el mercado de renta variable mostró un incremento del 25,4%. Ahora bien, en cuanto al incremento y comportamiento del mercado de renta fija colombiano, obedece al apetito de los inversionistas extranjeros por los bonos en los mercados de las economías emergentes ya que en los mercados desarrollados se presentaban bajas tasas de interés. Por último, en cuanto al incremento en el comportamiento de renta variable (COLCAP) se efectuó básicamente porque las acciones de las entidades financieras se valorizaron (BVC, 2019). Es importante reiterar, que la mejor opción para un inversionista en el año 2019 hubiese sido el portafolio de Sharpe histórico, pues fue la cartera con el mejor desempeño.

Figura 47

Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2019



Por último, el 2020 ha sido un año sin precedentes en nuestro período de estudio. La crisis provocada por el covid-19 generó gran incertidumbre y temor en el mercado financiero, lo cual se debe en parte al resultado de la reacción a las noticias económicas negativas en medio del pánico. Así, como se puede observar en la Figura 48, a partir de comienzos del mes de marzo, se presentó una caída de gran impacto en el mercado accionario. El índice COLCAP estuvo más de veinte días cayendo prolongadamente, hasta llegar a desvalorizarse casi un 50% aproximadamente. Debido a lo anterior, el mercado estuvo inmerso en mayor especulación y los más de 800.000 tenedores de acciones a nivel nacional se vieron fuertemente afectados psicológicamente.

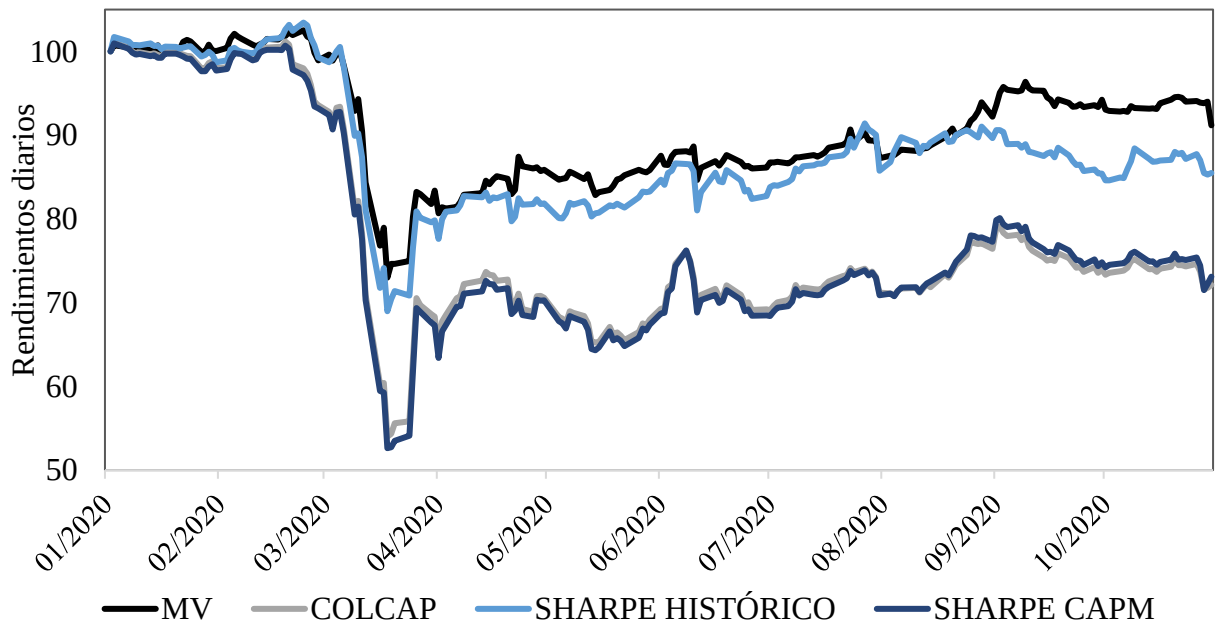
Sin embargo, como se puede observar en la misma figura, ese descenso drástico producto de la incertidumbre por la crisis sanitaria, también abrió las puertas a una situación de alto potencial ante una valorización de las acciones a corto plazo. De esta forma, los meses siguientes al quiebre de marzo, han sido de recuperación sostenida, aunque más lenta de lo esperada. Con la apertura de la economía el 1 de septiembre se retomaron las actividades productivas en el país, sin embargo,

los incrementos de los contagios y los pocos avances realizados en lo referente a la vacunación, son factores que han frenado un crecimiento sostenido del mercado.

Hecha esta salvedad, el rasgo particular más impresionante ante este panorama, es el extraordinario performance que ha tenido el portafolio de MV, pues en lo transcurrido del año ha estado por encima del resto de portafolios y, a su vez, ante la coyuntura actual, no ha presentado pérdidas mayores al 30%. Este resultado práctico, nos permite corroborar la existencia de la anomalía del portafolio de MV, el cual, ha superado, con diferencias significativas, el rendimiento histórico del mercado y de portafolios que teóricamente son los de máximo desempeño. Así, lo más pertinente para este año, de crisis sanitaria a nivel global, fue invertir basándose en estrategias de baja volatilidad, pues, como se evidencia en la Figura 48, la recuperación del portafolio de MV ha tenido un incremento más significativo. En este sentido, si bien la bolsa de valores ha sido una de las más rezagadas durante esta época en Latinoamérica, hay acciones como Mineros e ISA que han registrado crecimientos de hasta 26,74% y 23,47%, respectivamente; lo cual brinda ciertas señales de cambio alentadoras en cuanto a la recuperación del mercado.

Figura 48

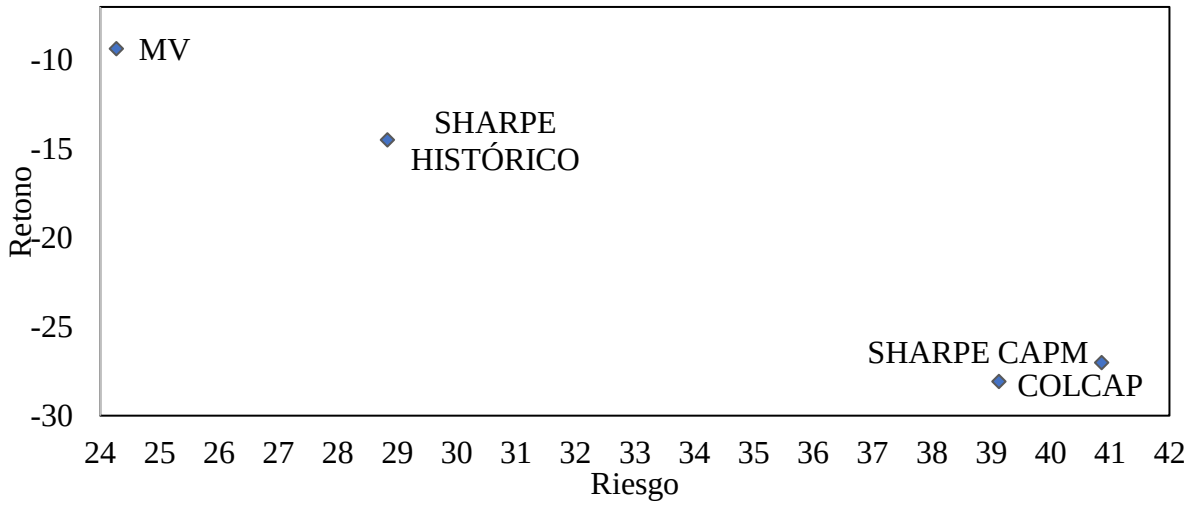
Rendimientos diarios acumulados, portafolios MV y de mercado, 2020



Para finalizar, al hacer un análisis más detallado de la relación riesgo-retorno de los portafolios objeto de estudio, en la Figura 49 se hace evidente la anomalía del portafolio de MV, dado el sorprendente desempeño superior de este en comparación con el resto de portafolios. Pese a que los retornos de todos los portafolios fueron negativos, por las circunstancias descritas previamente, el portafolio con menores pérdidas fue el de MV con un retorno de -9,63%, mientras que los portafolios de Sharpe histórico, Sharpe CAPM y COLCAP, tuvieron retornos de -14,48%, -27,03% y -28,08%, respectivamente. Así mismo, el riesgo que se asumía en éstos últimos portafolios era más elevado que el del portafolio de MV, por lo que este último siguió manteniendo su característica de menor riesgo. Estos hallazgos son prometedores para las estrategias de inversión que se planteen de ahora en adelante, pues se ha evidenciado que en los últimos años los aportes teóricos que han sido la base en los cálculos de la mayoría de las carteras de inversión están siendo empíricamente esquivos.

Figura 49

Relación riesgo-retorno de los portafolios, 2020



5. Conclusiones

El presente trabajo se puede utilizar como insumo en la discusión sobre la existencia de una anomalía en el portafolio de Mínima Varianza desarrollado por Harry Markowitz (1952). Se utilizó información financiera de 42 acciones colombianas, proporcionada por la herramienta para análisis de acciones y fondos de inversión Economatica. El período de estudio seleccionado data desde enero de octubre del año 2008, hasta octubre del año 2020. Siendo así, para dar cumplimiento al objetivo de la investigación, se calcularon cuatro series de portafolios de inversión: en primer lugar, un portafolio de Mínima Varianza: en segundo lugar, un portafolio de Máximo Desempeño proyectado bajo la metodología de retornos históricos; en tercer lugar, un portafolio de Máximo Desempeño proyectado bajo la metodología CAPM y; por último, el portafolio de mercado, el índice COLCAP, con el fin de evidenciar que el fenómeno teórico de la anomalía del Portafolio de Mínima Varianza está presente en el mercado colombiano para los años objeto de estudio.

De esta forma, los resultados dan respuesta a los tres objetivos específicos planteados, además, motivan el estudio sobre la existencia de anomalías teóricas en los portafolios de inversión y cuestionan la verdadera practicidad empírica que tienen estas teorías en la vida real. Teniendo en cuenta eso, se hace fundamental encontrar por qué motivos se dan estos desaciertos teóricos a nivel práctico y, a su vez, confirmar sí a partir de la anomalía del sobresaliente performance del portafolio de Mínima Varianza se pueden elaborar estrategias de inversión más precisas que permitan obtener mejores retornos constantemente a través de acciones de baja volatilidad o menos riesgosas.

En referencia con el primer objetivo específico, se calcularon las series de los portafolios óptimos a través de índices rebalanceados mensualmente, construidos por un proceso de optimización utilizando el método de multiplicadores de Lagrange y álgebra matricial. Prosiguiendo con el segundo y tercer objetivo específico, los resultados permiten concluir que, al comparar las series de portafolios a largo plazo, es decir, desde el año 2008 hasta el 2020, como se planteó en la subsección 4.2, no se presenta la anomalía del portafolio de Mínima Varianza, sino que, la teoría de Harry Markowitz (1952) y William Sharpe (1965) se cumple empíricamente. Sin embargo, realizando la misma comparación de forma anual para cada uno de los años del

período de estudio, en esta investigación se encontró que en la mayoría de los años sí se presentó la anomalía de baja volatilidad, especialmente en los años 2010, 2013, 2014 y 2020, pues en estos años el portafolio de Mínima Varianza superó en rendimiento a los tres portafolios en estudio. En cambio, durante los años 2009, 2011 y 2015, el portafolio de Mínima Varianza tuvo mejor desempeño que dos portafolios, de los tres portafolios con los que se comparó. Por último, durante el año 2008 y 2016 el portafolio de Mínima Varianza únicamente superó a un portafolio en la relación riesgo-retorno. Según lo anterior, sólo durante los años 2012, 2017, 2018 y 2019 no se presentó la anomalía en el performance del portafolio de Mínima Varianza.

Los resultados anteriores proporcionan grandes aportes para la discusión sobre la presencia de anomalías en los portafolios de inversión, particularmente el de Mínima Varianza. Asimismo, este trabajo complementa los hallazgos de dicha anomalía en Colombia, puesto que este fenómeno sólo ha sido estudiado con antelación en el país durante el periodo 2007-2012, lo cual posiciona la presente investigación como la más actualizada en esta materia de investigación a nivel nacional. Así, dando cumplimiento al objetivo general de la presente investigación, se logra evidenciar que el fenómeno teórico de la anomalía del portafolio de Mínima Varianza está presente en el mercado de valores colombiano en la mayoría de los años objeto de estudio. En consonancia con lo anterior, un hecho particular que se hace pertinente mencionar, es la susceptibilidad de la presencia de la anomalía al período de estudio que se utilice, puesto que, cuando realizamos la comparación a largo plazo (desde el año 2008 al 2020, es decir, doce años) ésta fue imperceptible; mientras que, al comparar portafolios anuales, se pudo detectar la presencia de la anomalía en la mayoría de los años.

Los resultados anteriores, serían consistentes con los hallazgos de Baker, Bradley y Wurgler (2011), en la medida en que en este estudio se encontró una fuerte evidencia de que el impulso en una cartera de baja volatilidad histórica, supera una cartera de alta volatilidad histórica en los períodos de mediano plazo (es decir, la conformada de 3 a 12 meses). De igual forma, en el caso colombiano, Viveros (2013) señala que “hay evidencia parcial en periodos de tiempo relativamente amplios cercanos a los 12 meses para una estrategia de largo en activos de baja volatilidad y corto en activos de alta volatilidad” (p. 29). Hecha esta salvedad, las posibles causas de la aparición de la anomalía en estudios previos realizados en otros países, señalan que el rendimiento superior de la cartera de Mínima Varianza puede surgir como compensación a

diversos factores de riesgo no observados, como lo demuestra Van Leur (2013) o, porque las estrategias de baja volatilidad no dependen de pronósticos de rentabilidad, los cuales tienen más inconvenientes de estimación y por ende, pueden llegar a ser más eficientes, según Nielsen y Aylursubramanian (2008).

Para finalizar, se concluye que, la evidencia que se aportó en el presente trabajo no es suficiente para determinar las razones por las cuáles se presenta la anomalía teórica estudiada, simplemente se dieron los primeros indicios de su existencia en el mercado colombiano, por lo tanto, se hace una invitación a profundizar en este nuevo campo de estudio para el país. Puesto que, el rendimiento superior de las carteras de bajo riesgo es quizás una de las mayores anomalías en finanzas, por su gran magnitud económica, así como la relevancia práctica que plantea y, por último, el desafío que realiza a la noción básica de la compensación riesgo-rendimiento positiva.

Referencias

Aguilera, Y. L., Pérez, R. R., Reynaga, R. V., & Rivera, M. Y. C. (2012). Estructura de portafolios de inversión en acciones, caso Bolsa Mexicana de Valores, BMV. *Cuadernos de Contabilidad*, *13*(32), 10.

Álvarez, A., & Contreras, J. F. (2017). *Modelación de la liquidez de la bolsa de valores de Colombia 2010-2016. ICESI.*

Arboleda Ríos, S. M., Díaz Zapata, J. M., Galarcio Padilla, C. L., & Giraldo Cárdenas, L. (2013). Modelo de selección de portafolio óptimo de acciones usando el modelo de Black-Litterman. Tesis de grado. Recuperado de: https://repository.udem.edu.co/handle/11407/4220

Arroyave, E. T., & Agudelo, D. A. (2012). Rendimiento ex-dividendo como indicador de eficiencia en un mercado emergente: caso colombiano 1999–2007. *Journal of Economics Finance and Administrative Science*, *17*(33), 38-47.

Baker, M., Bradley, B., & Wurgler, J. (2011). Benchmarks as limits to arbitrage: Understanding the low-volatility anomaly. *Financial Analysts Journal*, *67*(1), 40-54.

Bednarek, Z., & Patel, P. (2018). Understanding the outperformance of the minimum variance portfolio. *Finance Research Letters*, *24*, 175-178.

Behr, P., Güttler, A., & Miebs, F. (2008). Is minimum-variance investing really worth the while? An analysis with robust performance inference. *EDHEC-Risk working paper*.

Blitz, D. C., & Van Vliet, P. (2007). The volatility effect. *The Journal of Portfolio Management*, *34*(1), 102-113.

Blitz, D., Pang, J., & Van Vliet, P. (2013). The volatility effect in emerging markets. *Emerging Markets Review*, *16*, 31-45.

Blume, M. E., & Friend, I. (1973). A new look at the capital asset pricing model. *The journal of finance*, *28*(1), 19-33.

Brealey R, Myers S, Allen F. (2010). *Principios de Finanzas Corporativas Novena edición*. McGraw Hill.

Buenaventura, G., & Cuevas, A. F. (2005). Una propuesta metodológica para la optimización de portafolios de inversión y su aplicación al caso colombiano. Estudios Gerenciales, 21(95), 13-36.

BVC. (2014). *Guía Mercado de Valores.* Tomado de: https://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/Empresas/Guia_Mercado_Valores?action=dummy

BVC. (2015). *Informe de gestión*. Tomado de: https://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/Accionistas/Informaci%C3%B3n+Financiera/Informes+de+Gesti%C3%B3n

BVC. (2017). *Informe de gestión*. Tomado de: https://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/Accionistas/Informaci%C3%B3n+Financiera/Informes+de+Gesti%C3%B3n

BVC. (2018). *Informe de gestión*. Tomado de: https://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/Accionistas/Informaci%C3%B3n+Financiera/Informes+de+Gesti%C3%B3n

BVC. (2018). *Metodología Para El Cálculo Del Índice Colcap*. *BVC Inf gestión*. Tomado de: https://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/Mercados/descripciongeneral/indicesbursatiles?com.tibco.ps.pagesvc.action=updateRenderState&rp.currentDocumentID=-5057504f_154e26bf23c_7ee30a0a600b&rp.revisionNumber=1&rp.attachmentPropertyName=Attachment&co

Castillo L.M.B, Tinoco E.D. & Caballero J.M. (2019) *Caracterizacion Del Mercado de Capitales Colombiano: Una Perspectiva Integral*. Tomado de: https://www.asobancaria.com/wp-content/uploads/dig-libro-mercado-de-capitales-colombiano-completo-14-de-agosto.pdf

Ceron, L. A. (2012). Caracterización del mercado de renta variable en Colombia durante el período 2007-2010. Santiago de Cali: Universidad ICESI.

Clarke, R., De Silva, H., y Thorley, S. (2011). Minimum-Variance Portfolio Composition. The Voices of Influence. J Portf Manag. 37(2): pp. 31-45.

Clarke, RG, De Silva, H. y Thorley, S. (2006). Carteras de variación mínima en el mercado de valores de EE. UU. The Journal of Portfolio Management , 33 (1), 10-24.

Clavijo, S., Vera, A., Malagón, D., & González, A. (2012). Basilea III y el sistema bancario de Colombia: simulaciones sobre sus efectos regulatorios. Recuperado el día, 23.

Collati, B.M. (2008). Teoría de Carteras. *Investigación & Desarrollo*, 01-39.

Congreso de la República. (2013) (08 de 07 de 2005). Tomado de http://www.amvcolombia.org.co/attachments/data/20110214134433.pdf

Contreras, O. E., Bronfman, R. S., & Arenas, C. E. V. (2015). Estrategia de inversión optimizando la relación rentabilidad-riesgo: evidencia en el mercado accionario colombiano. *Estudios Gerenciales, 31*(137), 383-392.

Cuchango, H. E. E., Cuéllar, D. R. P., & Sandoval, J. D. O. (2016). El efecto día en los retornos del índice Colcap analizado con mapas autoorganizados.

de Sousa Santana, F. (2013). Modelo de valoración de activos financieros (CAPM) y teoría de valoración por arbitraje (APT): Un test empírico en las empresas del sector eléctrico brasileño. *Cuadernos de contabilidad*, 14(35), 731-746.

Deceval S.A. (2013). Informe de gestión. Tomado de: https://www.deceval.com.co/portal/page/portal/Home/Empresa/Gobierno_Corporativo/Informes/Informe_anual_gestion

Doñu Ruiz MA. (2008) Instituto Politécnico Nacional. *CicIpnMx*. Tomado de: http://www.cic.ipn.mx/sitioCIC/images/sources/cic/tesis/B020892.pdf

Douglas, G. W. (1968). Risk in the equity markets: an empirical appraisal of market efficiency.

Driessen, J., Kuiper, I., Nazliben, K., & Beilo, R. (2019). Does interest rate exposure explain the low-volatility anomaly?. *Journal of Banking & Finance*, *103*, 51-61.

Dubova, I. (2005). La validación y aplicabilidad de la teoría de portafolio en el caso colombiano. *Cuadernos de Administración*, *18*(30).

Dueñas Ortiz, A. P., Prieto Garzón, K. Y., & Sánchez Alfonso, J. L. (2017). Análisis de rentabilidad y riesgo de un portafolio de inversión, aplicando el modelo de Harry Markowitz.

Escalante RD. (2015). *Colombian's Stock Market: Comparison to Other Emerging Markets. AASCIT*. 2(2):20-24.

Fabozzi, FJ, Gupta, F. y Markowitz, HM (2002). El legado de la teoría moderna de carteras. *The Journal of Investing* , *11* (3), 7-22.

Fama, EF y French, KR (1992). La sección transversal de los rendimientos esperados de las acciones. *el Journal of Finance* , *47* (2), 427-465.

Fama, EF y French, KR (2004). El modelo de valoración de los activos de capital: teoría y evidencia. *Revista de perspectivas económicas*, *18* (3), 25-46.

Fama, EF y MacBeth, JD (1973). Riesgo, rentabilidad y equilibrio: pruebas empíricas. *Revista de economía política* , *81* (3), 607-636.

Fradique-Méndez, C. (2008). Guía del mercado de valores. Bolsa de Valores de Colombia y Banco Interamericano de Desarrollo, 250.

Frahm, G. y Memmel, C. (2008). *Estimadores dominantes para la cartera de varianza mínima global* (No. 2/08). Artículos de discusión en estadística y econometría.

Franco-Arbeláez, L. C., Avendaño-Rúa, C. T., & Barbutín-Díaz, H. (2011). Modelo de markowitz y modelo de Black-Litterman en la optimización de portafolios de inversión. *TecnoLógicas*, (26), 71-88.

García Gaitan, A. F., & Orozco Osorio, P. (2016). Implementación del Modelo CAMP para la Empresa SPEAL SAS.

Gil, J. M. U., López, S. M., & López, N. R. (2013). Mercado de acciones colombiano. Determinantes macroeconómicos y papel de las AFP. *Sociedad y economía*, (24), 207-230.

Giraldo Cárdenas, L., Díaz Zapata, J. M., Arboleda Ríos, S. M., Bananeras de Urabá, S. A., Galarcio Padilla, C. L., La Soberana, S. A., ... & Isaza Cuervo, F. (2015). Modelo de selección de portafolio óptimo de acciones mediante el análisis de Black-Litterman. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*.

Gitman L, Joehnk M. Gitman & Joehnk. (2009). Tomado de: https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=lTMNR9MUjuAC&oi=fnd&pg=PR11&dq=fundamentos+de+inversiones+&ots=A6DrCLMn3O&sig=WkEmfbcqnxcdUDXjMImGY-5fSh0#v=onepage&q=fundamentos de inversiones&f=false

Gonzáles J.A. (2014). Comparación de un portafolio óptimo latinoamericano de renta variable con un portafolio óptimo colombiano de renta variable. *Trabajo de grado, Universidad Industrial de Sanatander.*

Gutiérrez Morales, E. A. (2019). Comparación del portafolio óptimo del MILA y el óptimo de cada uno de los mercados que lo conforman: análisis de diversificación internacional. *Escuela de Ingeniería de la Organización*.

Haugen, RA y Baker, NL (1991). La ineficiencia del mercado eficiente de las carteras de acciones ponderadas por capitalización. *The Journal of Portfolio Management , 17* (3), 35-40.

IShares. (2020). *Reglamento del fondo bursátil ishares COLCAP*. Tomado de: https://www.citibank.com/icg/sa/latam/colombia/citivalores/assets/docs/Reglamento-ETF-Colcap.pdf

Jagannathan, R. y Ma, T. (2003). Reducción del riesgo en carteras grandes: por qué ayuda imponer las restricciones incorrectas. *The Journal of Finance , 58* (4), 1651-1683.

Kuo, LL y Li, F. (2013). La estrategia de baja volatilidad de un inversor. *The Journal of Index Investing , 3* (4), 8-22.

Lanteri LN. (2016). Desarrollo del mercado accionario y crecimiento económico. Alguna evidencia para la Argentina. *Working Paper.* (38):117-146.

Lintner, J. (1969). La valoración de activos de riesgo y la selección de inversiones de riesgo en carteras de valores y presupuestos de capital: una respuesta. *La revisión de economía y estadística*, 222-224.

López C. (2002). Mercado de Capitales y gestión de cartera. *UADE*, 62-118.

Luo, Y., Cahan, R., Jussa, J., Chen, Z., & Álvarez, M. (2011). Minimum variance: exposing the "magic". *Global Markets Quantitative Research, Deutsche Bank*.

Maguire, P., Kelly, S., Miller, R., Moser, P., Hyland, P. y Maguire, R. (2017). Más evidencia en apoyo de una anomalía de baja volatilidad: Optimización de carteras de compra y retención minimizando la volatilidad agregada histórica. Revista de gestión de activos , 18 (4), 326-339.

Malkiel, B.G. y Fama, E.F. (1970). Mercados de capital eficientes: una revisión de la teoría y el trabajo empírico. *The journal of Finance , 25* (2), 383-417.

Markowitz, H. (1952): *Portfolio selection. Journal of Finance*, 7 (1), 77-91.

Markowitz, Harry. (1959). *Portfolio Selection: efficient diversification of investments. John Wiley and sons*.

Maya, C., & Torres, G. (2005). La unificación del Mercado accionario colombiano: un paso hacia la eficiencia. In *Evidencia empírica. Trabajo presentado en el Congreso Iberoamericano de Investigación en Administración. Manizales, Colombia*.

Méndez CF. (2011). Guía del mercado de valores. *Bogotá. Bolsa de Valores de Colombia y Banco Interamericano de Desarrollo, 250*.

Mendizabal Zubeldia, A., Miera Zabalza, L. M., & Zubia Zubiaurre, M. (2002). El modelo de Markowitz en la gestión de carteras.

Michaud, R.O. (1989). El enigma de la optimización de Markowitz: ¿Es 'optimizado' óptimo? *Revista de analistas financieros*, *45* (1), 31-42.

Miller, M. H., & Scholes, M. (1972). Rates of return in relation to risk: A reexamination of some recent findings. *Studies in the theory of capital markets*, *23*, 47-48.

Ministerio de Hacienda M, Banco Mundial B. & Fedesarrollo. (1996). *Misión De Estudios Del Mercado De Capitales*.

Mossin, J. (1966). Equilibrium in a capital asset market. Econometrica34, *768, 83*.

MSCI, (2012). MSCI Global Minimum Volatility Indices Methodology. Tomado de : http://www.msci.com/resources/factsheets/index_fact_sheet/msci-world-minimumvolatility-index.pdf

Nielsen, F. y Aylursubramanian, R. (2008). Lejos del mundanal ruido *: índices de eficiencia de volatilidad | Abril de 2008.

Ortíz Marín, J., & Hernández Hernández, S. (2016). *Análisis del cálculo de la rentabilidad ajustada por riesgo en los proyectos resultados de investigación de la Universidad EAFIT* (Doctoral dissertation, Universidad EAFIT).

Ospina, J. (2007). Características generales del mercado accionario colombiano como mercado emergente. *Economía y Desarrollo*, *6*(1), 105-136.

Page, MJ (1996). Más evidencia de anomalías en el tamaño de la empresa y los beneficios en la Bolsa de Valores de Johannesburgo. *De Ratione , 10* (1), 27-44.

Pandey, SLD y Prachetas, GK (2012). Prueba de anomalías de riesgo en el mercado de valores de la India mediante el uso de riesgo y rendimiento promedio mensual. *Management Insight , 8* (2), 70-77.

Pérez Álzate, J. S. (2012). *Comportamiento del mercado accionario colombiano, un análisis de demanda 2001-2012* (Bachelor's thesis, Universidad EAFIT).

Pérez Quiroz, S. L., & Ramírez Guarín, A. (2014). Impacto en el índice Colcap del mercado de valores colombiano por efecto del evento de la crisis de Interbolsa SA.

Pyo, S. y Lee, J. (2018). Explotación de la anomalía de bajo riesgo mediante el aprendizaje automático para mejorar el marco de Black-Litterman: evidencia de Corea del Sur. *Pacific-Basin Finance Journal , 51* , 1-12.

Quinn, DP y Voth, HJ (2008). Flujos libres, diversificación limitada: explicación de la caída y el aumento de las correlaciones bursátiles, 1890-2001.

Richardson, HR (1989). Una variación mínima da como resultado una optimización continua de la cartera de negociación. *Ciencias de la gestión , 35* (9), 1045-1055.

Rodríguez Rodríguez, ND (2018). La Bolsa de Valores de Colombia, su naturaleza y posición frente a los corredores de bolsa: contrato de nivel de servicio (SLA) como vía de mitigación. *Derecho PUCP*, *81* , 265.

Roll, R. (1977). Una crítica de las pruebas de la teoría de precios de activos Parte I: Sobre la probabilidad pasada y potencial de la teoría. *Revista de economía financiera , 4* (2), 129-176.

Romero Moreno, C. S. (2011). La Teoría Moderna de Portafolio: Un Ensayo Sobre Sus Formulaciones Originales y Sus Repercusiones Contemporáneas (Modern Portfolio Theory: An Essay on Their Original Formulations and its Contemporary Implications)(in Spanish).

Romero-Álvarez, Y. P., Ramírez-Atehortúa, F. H., & Guzmán-Aguilar, D. S. (2013). Mercado Integrado Latinoamericano (MILA): análisis de correlación y diversificación de los portafolios de acciones de los tres países miembros en el período 2007-2012. *Cuadernos de Contabilidad*, *14*(34), 53-74.

Ross, S. Westerfield, R. & Jaffe, J. (2012). *Finanzas corporativas. Novena Edición.* McGraw-Hill.

Samuelson, PA (2015). Teoría racional de los precios de garantía. En *Henry P. McKean Jr. Selecta* (págs. 195-232). Birkhäuser, Cham.

Scherer, B. (2011). Una nota sobre los rendimientos de la inversión con variación mínima. *Revista de finanzas empíricas* , *18* (4), 652-660.

Scutella, MG y Recchia, R. (2013). Asignación sólida de activos de cartera y medidas de riesgo. *Annals of Operations Research* , *204* (1), 145-169.

Sharpe, WF (1964). Precios de los activos de capital: teoría del equilibrio del mercado en condiciones de riesgo. *La revista de finanzas* , *19* (3), 425-442.

Superintendencia Financiera de Colombia. (12 de 2008). Tomado de https://www.superfinanciera.gov.co/SFCant/ConsumidorFinanciero/conceptosbasicosmv.pdf

Trujillo, M. E. (2009). Construcción y gestión de portafolios con el modelo Black-Litterman: Una aplicación a los fondos de pensiones obligatorias en Colombia. *Trabajo de grado, Universidad de los Andes*.

Uribe-Gil, J. M. (2007). Caracterización del mercado accionario colombiano, 2001-2006: un análisis comparativo. *Borradores de Economía; No. 456*.

Valderrama, M. C., Díez, J. M., & Gaitán, S. C. (2011). Aproximación a las metodologías de estimación del costo de capital en los proyectos de inversión. El caso colombiano. *AD-minister*, (18), 101-124.

Van Leur, N.C.G. (2013). *The Minimum Variance Portfolio.* Tilburg University: 223-225.

Vargas Pardo, J. L. (2018). Los principales obstáculos del mercado de capitales en Colombia.

Viveros, G.C.F. (2013). Evaluación de la significancia de la anomalía de baja volatilidad en el mercado accionario colombiano. *Trabajo de grado, ICESI*.

Apéndices

Apéndice A

Portafolios MV (primeros 20 de 154)

	1/01/2008	1/02/2008	1/03/2008	1/04/2008	1/05/2008	1/06/2008	1/07/2008	1/08/2008	1/09/2008	1/10/2008	1/11/2008	1/12/2008	1/01/2009	1/02/2009	1/03/2009	1/04/2009	1/05/2009	1/06/2009	1/07/2009	1/08/2009
BCOLOMBIA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BIOMAX<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BMC<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	27,6	29,6	31,2	32,1	32,6	30,6	30,3	30,4	29,8
BOGOTA<XBOG>	16,6	28,5	25,9	27,3	27,1	28	29	27,7	23,1	23,7	13,1	6,3	5,9	6,4	7	7,5	6,8	6,9	6,5	6,9
BVC<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CELSIA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CEMARGOS<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CLH<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CNEC<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
COLTEJER<XBOG>	2,1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,6	0,8	1	0,8
CONCONCRET<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CORFICOLCF<XBOG>	19,1	13,6	21,7	6,5	6,1	4,6	4,8	7,6	8,1	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ECOPETROL<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ENKA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,9	0	0	0	0,4	0,5	0,5	0,8	0,7	1
ETB<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EXITO<XBOG>	13,3	19,4	17	23,6	22,2	24,1	21,9	16,3	15,8	12,5	8	2,7	1,4	1,9	1,7	0,9	2,1	1,8	1,7	2,1
Fabricato<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GEB<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GRUPOARGOS<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GRUPOAVAL<XBOG>	29,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GRUPOSURA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
INTERBOLSA<XBOG>	0	6,1	6,4	12,5	13,8	13,7	14,6	14	14,1	15,1	26,8	20,4	20,3	19	17,9	17,5	18,2	18,3	18,6	18,5
ISA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0,1	0	0	0	0	0	2,9	4,8	4,4	4,7	4,9	2,7	2,7	1,9
ISAGEN<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0,7	2,8	7,4	7,5	1,7	4	5,1	2,9	3,3	3,5	3,8	3,8	4,7	4,4
MINEROS<XBOG>	2,9	11,4	8,7	7,3	7,3	7,9	7,8	8,7	9,5	10,3	19,4	18,3	17,6	17,4	17,2	17,4	17,9	18,3	18	18,4
NUTRESA<XBOG>	16,6	18,4	19,9	19,8	19,6	19,4	20	22,7	20,8	23,8	25,3	20,7	17,2	16,4	16	15,4	14,4	15,6	14,7	15,2
PAZRIO<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0,7	1,1	1,8	0	0	0	0	0	0,2	0,7	1	1
PFAVAL<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFAVH<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFBCOLOM<XBOG>	0	2,6	0,4	3	3,9	2,3	1,1	0,2	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFCARPAK<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFCEMARGOS<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFDAVVNDA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFGRUPOARG<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFGRUPSURA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFHELMBANK<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PMGC<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PREC<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PROMIGAS<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
SIE<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TABLEMAC<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TERPEL<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Apéndice B

Portafolios de mercado con retornos proyectados por promedio histórico (primeros 20 de 154)

	1/01/2008	1/02/2008	1/03/2008	1/04/2008	1/05/2008	1/06/2008	1/07/2008	1/08/2008	1/09/2008	1/10/2008	1/11/2008	1/12/2008	1/01/2009	1/02/2009	1/03/2009	1/04/2009	1/05/2009	1/06/2009	1/07/2009	1/08/2009	1/09/2009
BCOLOMBIA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BIOMAX<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BMC<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	86,3	86,4	84,4	80,4	81,5	84	77,7	75,3	67,2	66,5
BOGOTA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BVC<XBOG>	59,4	56,7	13,5	18,6	5	11,6	22,3	20,6	29,1	1,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CELSIA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CEMARGOS<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CLH<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CNEC<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
COLTEJER<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CONCONCRET<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CORFICOLCF<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ECOPETROL<XBOG>	26,3	4,5	20,1	23,7	52,4	60,3	45,5	46,2	48	57,7	43,7	0,5	1,6	1,7	2,6	2	0	2,6	4,6	5,7	3,4
ENKA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ETB<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EXITO<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fabricato<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GEB<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GRUPOARGOS<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GRUPOAVAL<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GRUPOSURA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
INTERBOLSA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,3	0	0
ISA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,8	1,9	0	7,4	7,7
ISAGEN<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
MINEROS<XBOG>	2	38,8	66,4	57,7	42,6	28,1	32,2	33,2	22,9	40,8	56,3	13,2	12	13,9	17	16,5	15,2	17,8	16,8	19,7	22,4
NUTRESA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PAZRIO<XBOG>	12,3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFAVAL<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFAVH<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFBCOLOM<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFCARPAK<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFCEMARGOS<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFDAVVNDA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFGRUPOARG<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFGRUPSURA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFHELMBANK<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PMGC<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PREC<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PROMIGAS<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
SIE<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TABLEMAC<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TERPEL<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Apéndice C

Portafolios de mercado con retornos proyectados por CAPM (primeros 20 de 154)

	1/01/2008	1/02/2008	1/03/2008	1/04/2008	1/05/2008	1/06/2008	1/07/2008	1/08/2008	1/09/2008	1/10/2008	1/11/2008	1/12/2008	1/01/2009	1/02/2009	1/03/2009	1/04/2009	1/05/2009	1/06/2009	1/07/2009	1/08/2009	1/09/2009
BCOLOMBIA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BIOMAX<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BMC<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	86,3	86,4	84,4	80,4	81,5	84	77,7	75,3	67,2	66,5
BOGOTA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BVC<XBOG>	59,4	56,7	13,5	18,6	5	11,6	22,3	20,6	29,1	1,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CELSIA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CEMARGOS<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CLH<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CNEC<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
COLTEJER<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CONCONCRET<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CORFICOLCF<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ECOPETROL<XBOG>	26,3	4,5	20,1	23,7	52,4	60,3	45,5	46,2	48	57,7	43,7	0,5	1,6	1,7	2,6	2	0	2,6	4,6	5,7	3,4
ENKA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ETB<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EXITO<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fabricato<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GEB<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GRUPOARGOS<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GRUPOAVAL<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GRUPOSURA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
INTERBOLSA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,3	0	0
ISA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,8	1,9	0	7,4	7,7
ISAGEN<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
MINEROS<XBOG>	2	38,8	66,4	57,7	42,6	28,1	32,2	33,2	22,9	40,8	56,3	13,2	12	13,9	17	16,5	15,2	17,8	16,8	19,7	22,4
NUTRESA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PAZRIO<XBOG>	12,3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFAVAL<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFAVH<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFBCOLOM<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFCARPAK<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFCEMARGOS<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFDAVVNDA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFGRUPOARG<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFGRUPSURA<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PFHELMBANK<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PMGC<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PREC<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PROMIGAS<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
SIE<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TABLEMAC<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TERPEL<XBOG>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0