

**CONCEPTUALIZACIÓN DE LA HOMOTECIA EN ESTUDIANTES DE SEXTO  
GRADO MEDIANTE EL USO DE CABRI LM**

**LEIDY CATERINE BAUTISTA GALEANO**

**COD. 2107250**

**MAGDA MARÍA DEL PILAR PERALTA ACEVEDO**

**COD.2107258**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS  
ESCUELA DE MATEMÁTICAS  
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
BUCARAMANGA**

**2011**

**CONCEPTUALIZACIÓN DE LA HOMOTECIA EN ESTUDIANTES DE SEXTO  
GRADO MEDIANTE EL USO DE CABRI LM**

**LEIDY CATERINE BAUTISTA GALEANO  
MAGDA MARÍA DEL PILAR PERALTA ACEVEDO**

Trabajo de Grado presentado como requisito para optar al título de  
**ESPECIALISTA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

**Director**

**Martín Eduardo Acosta Gempeler  
Doctor en Didáctica de las Matemáticas**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS  
ESCUELA DE MATEMÁTICAS  
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
BUCARAMANGA**

**2011**

## **AGRADECIMIENTOS**

A los estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa Las Américas quienes con su participación y aportes dieron sentido a esta investigación.

A nuestros familiares por su amor y apoyo incondicional.

Al profesor Martín Acosta por sus orientaciones y colaboración durante el desarrollo de este trabajo.

## CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	12
1. JUSTIFICACIÓN	15
2. OBJETIVOS	17
3. MARCO DE REFERENCIA	18
3.1 ANTECEDENTES	18
4. MARCO TEÓRICO	19
4.1 LA HOMOTECIA	19
4.2 LOS PROGRAMAS DE GEOMETRÍA DINÁMICA Y LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA	19
4.2.1 Principales características de un Programa de Geometría Dinámica	20
4.3 LA TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS Y LOS PROGRAMAS DE GEOMETRÍA DINÁMICA	22
4.4 CABRI GEOMETRY COMO MEDIO DE UN APRENDIZAJE POR ADAPTACIÓN	25
5. METODOLOGÍA	26
5.1 TIPO DE ESTUDIO	26
6. ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES	27
6.1 ACTIVIDAD 1	28
6.2 ACTIVIDAD 2	48
7. CONCLUSIONES GENERALES	76
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	79

## LISTA DE IMÁGENES

	Pág.
Imagen 1.....	36
Imagen 2.....	44
Imagen 3.....	60
Imagen 4.....	61
Imagen 5.....	63
Imagen 6.....	64
Imagen 7.....	74

## LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Aprendizaje por adaptación .....	22
Figura 2. Tarea 1. Actividad 1.....	29
Figura 3. Tarea 3 a. Actividad 1 .....	31
Figura 4. Tarea 3 b. Actividad 1 .....	32
Figura 5. Tarea 4. Actividad 1 .....	33
Figura 6. Tarea 3. Actividad 1 .....	38
Figura 7. Tarea 3. Actividad 1 .....	40
Figura 8. Tarea 4. Actividad 1 .....	41
Figura 9. Tarea 1. Actividad 2.....	50
Figura 10. Tarea 2. Actividad 2.....	51
Figura 11. Tarea 3 a. Actividad 2.....	53
Figura 12. Tarea 3 b. Actividad 2.....	54
Figura 13. Tarea 3 a. Actividad 2.....	55
Figura 14. Tarea 3 a. Actividad 2.....	71
Figura 15. Tarea 3 a. Actividad 2.....	71

## RESUMEN

**TÍTULO:** Conceptualización de la homotecia en estudiantes de sexto grado mediante el uso de CABRI LM<sup>1</sup>

**AUTORAS:**

BAUTISTA GALEANO, Leidy Catherine

PERALTA ACEVEDO, Magda María del Pilar<sup>2</sup>

**PALABRAS CLAVES:** 1- Homotecia. 2. Aprendizaje por adaptación. 3. Cabri LM

Esta investigación se realizó en la Institución Educativa Las Américas con cuatro estudiantes de sexto grado. Se diseñaron y aplicaron dos actividades, cada una comprendía una serie de tareas sobre una o varias figuras usando una razón de homotecia determinada; al terminar una serie, se presenta la misma serie de tareas pero modificando el centro o la razón de homotecia, se realizaron también puestas en común y un concurso.

La pregunta que dio origen a esta investigación fue: ¿Cómo se puede lograr la conceptualización de la homotecia en estudiantes de Sexto Grado mediante el uso de Cabri LM? Para dar respuesta a la pregunta se planteó como objetivo general el elaborar, aplicar y evaluar una propuesta de aula basada en la utilización del software de geometría dinámica Cabri LM, como medio facilitador para el proceso de conceptualización de la homotecia en estudiantes de sexto grado.

Esta investigación se analizó bajo la metodología de ingeniería didáctica, realizando un análisis a priori y a posteriori de cada una de las actividades propuestas; el análisis de filmaciones y actividades realizadas por los estudiantes nos llevaron a concluir que los estudiantes de sexto grado no identificaron las propiedades que caracterizan el movimiento de la homotecia en el plano.

---

<sup>1</sup> Trabajo de Grado

<sup>2</sup> Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas, Especialización en Educación Matemática.  
Director: ACOSTA GEMPELER, Martín Eduardo; Doctor en Didáctica de las Matemáticas.

## ABSTRACT

**TITLE:** Conceptualization of dilation in sixth graders using CABRI LM<sup>3</sup>

**AUTHORS:**

BAUTISTA GALEANO, Leidy Catherine

PERALTA ACEVEDO, Magda María del Pilar<sup>4</sup>

**KEY WORDS:** 1. Homothety. 2. Learnig by Adaptation. 3. Cabri LM

This research was developed in the Institución Educativa Las Américas with four sixth grade high school students. Were designed and implemented two activities, each comprising a series of tasks on one or several figures dilation using a particular reason, to complete to series, presents the same series of tasks but changing the focus or reason for dilation were performed also pooled and a competition.

The question that gave rise to this research was how you can achieve the conceptualization of dilation in sixth graders using CabriLM? To answer the question raised the general objective to develop, implement and evaluate a proposal based classroom in the use of dynamic geometry software Cabri LM as a means of facilitating the process of dilation in sixth graders.

This research was analyzed under the teaching engineering methodology, making a priori and a posteriori analysis of each of the proposed activities, the analysis of films and activities conducted by students led us to conclude that the sixth graders did not identify the properties that characterize the movement of the dilation in the plane.

---

<sup>3</sup> Graduation Proyect

<sup>4</sup>Faculty of Sciences. School of Mathematics. Specialization in Mathematics Education. Director: GEMEPLER ACOSTA, Martin Eduardo, PhD in Mathematics Education.

## INTRODUCCIÓN

La geometría es la rama de las matemáticas que permite organizar, analizar, y sistematizar los conocimientos espaciales, que favorecerán más adelante la comprensión y admiración por el entorno natural. Históricamente, la geometría como área ha tenido una gran importancia en el desarrollo de la humanidad, ya que ha permitido el estudio y descubrimiento de numerosas propiedades, que cautivaron el interés de célebres y reconocidos personajes como Euclides, Pitágoras, Arquímedes, entre otros.

Durante la segunda mitad del siglo pasado, la geometría tuvo una pérdida progresiva de su espacio dentro del currículo de matemáticas, hecho que a nuestro parecer, ha provocado que en las instituciones educativas e incluso en las pruebas académicas aplicadas por el MEN, se preste poca atención a la complejidad que envuelven ciertos conceptos geométricos o simplemente se reduzca al tratamiento de “hechos” elementales como cálculo de áreas, perímetros y volúmenes, o la aplicación del teorema de Pitágoras.

Consideramos que esto genera a su vez bajos resultados académicos que son la consecuencia de un escaso dominio de conceptos básicos, dificultades en el manejo de instrumentos (regla, compás) o simplemente porque muchas de las temáticas son enseñadas porque sí, por cumplir una planeación o agotar los contenidos curriculares que propone el ministerio sin que se proponga alcanzar una comprensión profunda del tema, haciendo posible una aplicación de este conocimiento. En la mayoría de los casos, los libros de texto habitualmente usados en la escuela secundaria, no tienen argumentos que resalten la importancia de analizar cada uno de los temas, particularmente los movimientos en el plano como lo es la homotecia.

Además, en la enseñanza tradicional el conocimiento se imparte de una forma teórica, basada fundamentalmente en la aplicación memorizada de algoritmos y sin la mediación de herramientas que permitan al estudiante explorar las cualidades o características propias de los objetos; esto sin duda, repercute en la no comprensión, la aplicación errada de conceptos geométricos y el escaso desarrollo del pensamiento espacial, el cual según el MEN (2000) es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales.

Por otra parte, la enseñanza se encuentra dirigida a favorecer un aprendizaje y desarrollo de competencias que permitan al estudiante aprender a aprender. Diferentes estudios resaltan la importancia de trabajar con materiales que les permitan a los alumnos realizar manipulaciones concretas y reflexionar sobre dichas acciones. Los programas de geometría dinámica permiten desarrollar actividades de este tipo.

*“... Ahora se dispone de software dinámico para geometría, en el que se crea un micromundo de experimentación que propicia la interacción completa del alumno con los objetos geométricos, y facilita la construcción del conocimiento. Este software suministra un ambiente en el cual los estudiantes se animan a especular, crear imágenes, argumentar y justificar. También les permite usar errores constructivamente para dinamizar su proceso de aprendizaje”. (MEN, 1999)*

Los programas de geometría dinámica permiten traducir de manera visual un universo teórico, ya que a través de la experimentación con objetos virtuales, se permite a los alumnos la exploración y manipulación directa y dinámica de objetos

matemáticos, que conducen a la construcción de conjeturas que le permitirán al estudiante alcanzar un aprendizaje.

El software constituye un apoyo en los procesos de enseñanza y aprendizaje, ya que presenta dibujos, animaciones que permiten múltiples representaciones para la misma información, la interacción con el objeto de conocimiento, la reorganización de información, la ejercitación y resolución dinámica de problemas, la búsqueda de un contenido y la misma retroalimentación de quien lo usa.

Es por tal razón que consideramos importante explorar las posibilidades que ofrece el programa Cabri LM para el diseño de actividades de clase que promuevan un aprendizaje por adaptación<sup>5</sup>, y su posible contribución a la conceptualización de la homotecia, con el fin de dar respuesta al siguiente interrogante: **¿Cómo se puede lograr la conceptualización de la homotecia en estudiantes de Sexto Grado mediante el uso de Cabri LM?**

Este trabajo se realizó con seis estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa las Américas de Bucaramanga en horas de la tarde

---

<sup>5</sup> El aprendizaje por adaptación según la Teoría de las Situaciones Didácticas propuesta por Brousseau, es el resultado de la interacción de un sujeto con un medio propuesto y preparado por el profesor.

## 1. JUSTIFICACIÓN

Las tecnologías de la información han cambiado profundamente el mundo de las matemáticas y el de las ciencias, ya que con su aparición han surgido nuevas herramientas que brindan opciones de trabajo diferentes, tanto para el desarrollo del área como para la enseñanza de la misma. Es por tal razón que se hace necesario conocer y utilizar dichas herramientas, con el fin de [...] *poner a tono nuestros métodos pedagógicos con las nuevas posibilidades de aproximación cognitiva que la sociedad nos brinda* (Camargo y Acosta, 1986).

Camargo y Acosta (1986) mencionan además que de manera particular en Geometría, los programas de geometría dinámica han revolucionado la forma de hacerla y enseñarla, ya que proporcionan diversos contextos de aprendizaje con nuevas y potentes posibilidades de representación. El Cabri Geomètre por ejemplo, le brinda la oportunidad al estudiante de interactuar con los elementos geométricos básicos (puntos, segmentos, rectas o circunferencias) y hacer construcciones que se deriven de estos (como rectas perpendiculares, cuadrados, entre otros) al tiempo que le permite explorar e inferir las propiedades que definen o caracterizan los objetos geométricos que realiza; esto lo puede lograr gracias a una de las cualidades más interesantes de este medio (el Cabri) que consiste en la posibilidad de transformar de manera continua las construcciones creadas mediante la opción de arrastre de una figura.

Es así como este medio se convierte en una potente herramienta educativa que exige que el estudiante no solo reconozca una figura e intente hacer su reproducción en la pantalla del computador, sino que requiere que haga uso de las propiedades y relaciones geométricas de su construcción para que pueda soportar la prueba del arrastre.

Con el fin de aprovechar las posibilidades que ofrece el Cabri Geomètre decidimos abordar una de las transformaciones geométricas contemplada en el plan de estudios del grado sexto que es la homotecia, en primer lugar porque queremos mirar nuevas opciones de enseñanza del concepto y en segundo lugar por la importancia del mismo, ya que es una forma de representar geoméricamente una proporción; permite obtener y estudiar la relación de semejanza entre figuras y es una herramienta para resolver problemas de construcción teniendo en cuenta las propiedades invariantes de las figuras como forma y ángulos.

Teniendo en cuenta los anteriores planteamientos, la intención de este trabajo es hacer uso de las tecnologías en el aula de clase, como un medio facilitador del aprendizaje por adaptación, con el fin de construir el concepto de homotecia; fundamentar a la luz de la Teoría de las situaciones Didácticas el uso de las tecnologías en el aula de clase como una herramienta metodológica que puede potenciar los procesos de aprendizaje, y explorar nuevas posibilidades de enseñanza de la geometría.

Esperamos que este trabajo contribuya a la formación de los profesores sobre nuevas formas de enseñanza de la geometría, permita que los estudiantes logren construir el concepto de homotecia a partir de las actividades propuestas, y fundamente el uso de los Programas de Geometría Dinámica a la luz de la Teoría de las Situaciones Didácticas propuesta por Brousseau.

## **2. OBJETIVOS**

### **2.1 OBJETIVO GENERAL**

Elaborar, aplicar y evaluar una propuesta de aula basada en la utilización del software de geometría dinámica Cabri LM, como medio facilitador para el proceso de conceptualización de la homotecia en estudiantes de sexto grado.

### **2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Fundamentar desde la Teoría de las Situaciones Didácticas el uso de Programas de Geometría Dinámica, como medio facilitador para lograr un aprendizaje por adaptación.
- Diseñar y aplicar actividades, teniendo en cuenta los planteamientos expuestos por la Teoría de las situaciones Didácticas, que permitan la conceptualización de la homotecia, utilizando el software en Cabri LM.
- Analizar los efectos del desarrollo de las actividades propuestas en la conceptualización de la homotecia en los estudiantes de sexto grado.

### 3. MARCO DE REFERENCIA

#### 3.1 ANTECEDENTES

El Grupo de Investigación en Educación Matemática EDUMAT UIS está llevando a cabo una investigación sobre el uso de los Programas de Geometría Dinámica en el aula de clase para la enseñanza de las transformaciones en el plano. Como producto de esta investigación han surgido los siguientes trabajos sobre traslación, simetría axial y rotación.

- Una mirada teórica sobre la conceptualización de la traslación en sexto grado a través de un aprendizaje por adaptación.
- Conceptualización de la traslación con la mediación del programa CabriLM.
- Conceptualización de la simetría axial y la traslación con la mediación del programa Cabri Geomètre II.
- El Cabri LM como herramienta para la enseñanza del movimiento de rotación en el plano.

En estos trabajos se ha usado la Teoría de las Situaciones Didácticas y arrojan resultados positivos, ya que muestran que hay un aprendizaje por adaptación al medio que es Cabri. Tomaremos como referencia estos trabajos y realizaremos el nuestro, a la luz de la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau.

## 4. MARCO TEÓRICO

### 4.1 LA HOMOTECIA

Según Guerrero (2006) la homotecia es una transformación que envía cada recta del plano en una recta paralela a ella. Toda homotecia depende de un punto fijo, llamado el centro de la homotecia y de un número  $k$  llamado razón de proporcionalidad de la homotecia.

- Si la razón de una homotecia es un número  $k$  entre 0 y 1 la homotecia contrae la figura.
- Si  $k > 1$  la homotecia aumenta la figura, es decir, es una dilatación.
- Si  $-1 < k < 0$  la homotecia contrae la figura y cambia su dirección.
- Si  $k < -1$  la homotecia es una dilatación y cambia la dirección.

Lo mismo que una rotación deja el centro de rotación fijo, una homotecia de centro  $O$ , deja el punto  $O$  fijo.

### 4.2 LOS PROGRAMAS DE GEOMETRÍA DINÁMICA Y LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Para la enseñanza de la Geometría han surgido los llamados Programas de Geometría Dinámica, que han transformado la forma de abordar los conceptos geométricos en el aula de clase, llevando los elementos abstractos de carácter estático a un nivel dinámico que permite la deducción de propiedades antes no observables. Al respecto el MEN menciona que

*“[...] en particular, los programas de geometría dinámica han revolucionado la manera de hacer matemáticas y la forma de*

*enseñarlas, proporcionando contextos de aprendizaje con nuevas y potentes posibilidades de representación. Estos programas tienen como principio base el estudio de los componentes fundamentales de las figuras geométricas, las relaciones entre éstos y las propiedades que presentan. A partir de la construcción de figuras geométricas se permite a los alumnos la exploración y manipulación directa y dinámica que conduce a la elaboración de conjeturas. Esta experiencia les sirve para desarrollar las habilidades mentales que les posibilitarán acceder posteriormente al estudio formal de la geometría". (MEN, 2000, p. 25).*

Entonces, dichos programas se convierten en una herramienta que puede favorecer tanto el desarrollo del pensamiento espacial como el del razonamiento discursivo; *el primero que hace referencia a la percepción espacial, las representaciones bi y tri dimensional de las figuras y al estudio de las invariantes de las mismas; el segundo, que hace referencia a el estudio de patrones de regularidad que conducen al establecimiento de conjeturas y generalizaciones, a partir de las cuales surgen diversas formas argumentativas que poco a poco van alcanzando niveles de sofisticación, hasta llegar a la producción de una teoría axiomática de carácter deductivo* (Camargo y Acosta, 2004).

#### **4.2.1 Principales características de un Programa de Geometría Dinámica**

Las principales características de un medio geométrico dinámico, mencionados por el MEN, 2004 son las siguientes:

- El dinamismo de las construcciones, gran ventaja por encima del papel y lápiz, ya que como las construcciones son dinámicas, las figuras en la pantalla adquieren una temporalidad: ya no son estáticas, sino móviles, y por lo tanto sus propiedades deberán estar presentes en todas las posibles posiciones que tomen en la pantalla.

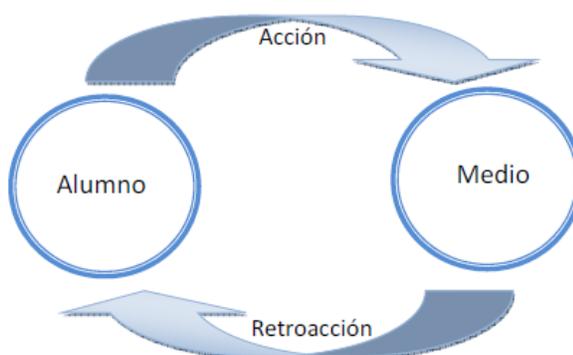
- La capacidad de arrastre (dragging) de las figuras construidas que favorece la búsqueda de rasgos que permanecen vivos durante la deformación. Con esta opción, es posible reconocer los invariantes de una construcción, según si el arrastre conserva las propiedades matemáticas de dicha construcción o no. Así, la capacidad de arrastre de los objetos de una construcción favorece la búsqueda de propiedades de la figura, que permanecen “vivas” durante la deformación a la que sometemos la figura original. Estas son las propiedades geométricas *genuinas*. El *objeto geométrico* queda definido entonces por dichas propiedades.

*“Hay una ganancia didáctica inmediata: quien explora en un ambiente dinámico, tiene a mano un instrumento para reconocer patrones de comportamiento invariantes. Ellos pueden conducir a consolidar un conocimiento matemático en construcción. Decimos entonces que la geometría dinámica, instalada en un ambiente computacional, se coloca a medio camino entre el mundo sensible (perceptible por los sentidos), en este caso esencialmente visual, y el mundo matemático (o esencialmente abstracto). Es claro que estas características (entre muchas otras) incorporadas al medio dinámico CABRI GEOMETRY, nos van a permitir una exploración geométrica mucho más a fondo que la posible con la regla y el compás clásicos. Bajo las deformaciones convenientes que se hagan, usando el movimiento en nuestro plano geométrico, podremos apreciar propiedades invariantes difíciles de apreciar con otros medios” (Ibídem).*

### 4.3 LA TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS Y LOS PROGRAMAS DE GEOMETRÍA DINÁMICA

Guy Brousseau (1986), propone un modelo desde el cual pensar la enseñanza como un proceso centrado en la producción de los conocimientos matemáticos en el ámbito escolar.

Uno de los conceptos fundamentales de esta teoría es el de **Aprendizaje por adaptación** (Margolinas, 1989), que es el aprendizaje que se produce por interacción entre el sujeto y el entorno, interacción que comprende las intenciones del sujeto, las acciones que realiza sobre el medio, las retroacciones del medio, las interpretaciones que hace el sujeto de esas retroacciones (respuesta del medio a una acción) y la validación de las acciones.



**Figura 1. Aprendizaje por adaptación**

Guy Brousseau, para hablar de su concepción de aprendizaje habla de aprendizaje por adaptación de la siguiente manera:

“El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo ha hecho la sociedad humana.

Este saber<sup>6</sup>, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son las pruebas del aprendizaje”. (Brousseau, 1986)<sup>7</sup>

“Esta concepción de aprendizaje es cercana a la de Piaget en muchos aspectos. El **alumno construye** su propio conocimiento. *Actúa* en un **medio** fuente de *desequilibrios*. La concepción de enseñanza asociada a esta concepción de aprendizaje está relacionada con la constitución del *medio*”. (Margolinas, 1989)<sup>8</sup>

Otro concepto fundamental de esta teoría es el de situación a-didáctica.

Una situación es didáctica cuando un individuo (**profesor**) tiene la intención de enseñar a otro individuo (**alumno**) un **saber** matemático dado explícitamente.

Una situación es a-didáctica cuando el individuo (**alumno**) aprende por la interacción con el medio, sin la intervención del profesor. Por esta razón, en una situación a-didáctica el medio adquiere una importancia fundamental para el aprendizaje, y debe cumplir tres condiciones:

- El alumno debe tener la posibilidad de realizar acciones con el fin de resolver la tarea propuesta.
- El medio debe ofrecer retroacciones a esas acciones.
- El alumno debe estar en capacidad de interpretar esas retroacciones para poder validar o invalidar sus acciones.

La situación a-didáctica es de gran importancia para el proceso de enseñanza-aprendizaje, puesto que el conocimiento aparece en la acción del estudiante.

---

<sup>6</sup> En nuestro caso lo que queremos enseñar es la homotecia.

<sup>7</sup> BROUSSEAU Guy. (1986). Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemática, No. 19, versión Castellana, 1993.

<sup>8</sup> MARGOLINAS Claire. La importancia de lo verdadero y de lo falso en la clase de matemáticas. Ediciones UIS, Bucaramanga, 2009.

Si la acción del estudiante no trae consigo la solución del problema planteado, el medio invalidará esta acción; por lo tanto, el estudiante tendrá que reconocer su error y retomar otra acción que le permita solucionar su tarea en forma correcta (en nuestro trabajo, llamaremos “estrategias ganadoras” a aquellas acciones que son validadas por el medio).

El profesor debe entonces preparar cuidadosamente la tarea que va a proponer y el medio con el cual va a interactuar el alumno, previendo cuáles son las acciones que puede realizar espontáneamente el alumno, cuáles son las retroacciones del medio y cómo puede interpretarlas el alumno. Como resultado de esa interacción, el alumno construye un conocimiento y el profesor pone en relación ese conocimiento con el saber que desea enseñar.

“En un proceso de aprendizaje por adaptación, cuando los estudiantes logran desarrollar una estrategia que resuelve el problema, el conocimiento que subyace a este no se les revela como un nuevo saber: si pudieron resolver el problema, es, para ellos, porque sabían hacerlo. Los estudiantes no tienen la posibilidad de identificar por sí mismos la presencia de un nuevo conocimiento, y menos aún el hecho de que dicho conocimiento corresponde a un saber cultural. Esto requiere de un proceso de institucionalización, que cae bajo la responsabilidad del maestro. Lo que indica claramente que el aprendizaje de los estudiantes no concluye con una situación a-didáctica, sino didáctica”.

En el análisis que desarrollamos en nuestro trabajo, trataremos de identificar el funcionamiento a-didáctico de las actividades propuestas, resaltando el problema, la interacción del alumno con el medio: las acciones del alumno, las retroacciones del medio y las posibilidades de validación.

#### 4.4 CABRI GEOMETRY COMO MEDIO DE UN APRENDIZAJE POR ADAPTACIÓN

Cabri Geometry es un software de geometría dinámica para la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Será el medio material que junto con el problema crearán en el aula una situación a-didáctica que permitirá la construcción de conocimientos geométricos. La ventaja de Cabri, es que las retroacciones programadas corresponden a la teoría de la geometría plana.

Cabri es un medio en el cual el alumno puede realizar acciones, recibir retroacciones e interpretarlas para modificar o reforzar sus acciones, con miras a resolver un problema.

Distinguimos dos clases de acciones posibles en Cabri y sus correspondientes clases de retroacción: la primera clase de acción es *construir* y su retroacción es estática. Para construir, Cabri ofrece diferentes herramientas que permiten la construcción de rectas, circunferencias y otros comandos para la construcción de figuras geométricas. La segunda clase de acción es *arrastrar* y su retroacción será dinámica. Al arrastrar una figura, la programación garantiza que las propiedades declaradas en la construcción, y las que se deducen de ellas, se mantienen. Por ejemplo, si la acción es dibujar un punto y su respectiva homotecia (con la herramienta homotecia de Cabri), entonces el medio construye otro punto que es la imagen del punto inicial por una homotecia (retroacción estática); luego al modificar el centro de la homotecia o su razón, el punto imagen se mueve para conservar esas propiedades (retroacción dinámica).

La intención de las actividades para la enseñanza de la homotecia, es que los estudiantes logren reconocer y predecir sus propiedades gracias a las retroacciones dinámicas producto del arrastre.

## 5. METODOLOGÍA

### 5.1 TIPO DE ESTUDIO

Este trabajo es una investigación de tipo Ingeniería Didáctica<sup>9</sup>, utilizada para analizar las situaciones didácticas. La Ingeniería Didáctica consiste en el diseño y análisis a priori de las actividades o talleres, la implementación de la propuesta, y el análisis a posteriori de las mismas.

El análisis a priori consiste en la descripción de lo que se espera que el estudiante realice en cada una de las actividades propuestas, teniendo en cuenta los conocimientos previos y las características del medio.

La implementación de la propuesta consiste en presentar las actividades a un grupo de estudiantes en el aula de clase y recoger los datos durante la experiencia.

El análisis a posteriori consiste en validar las hipótesis hechas en el análisis a priori, confrontando los datos recogidos con lo previsto, validando o refutando la eficacia de las actividades propuestas.

---

<sup>9</sup> Guy Brousseau. Iniciación al estudio de las situaciones didácticas. 1a ed. - Buenos Aires: Libros del Zorzal, 2007.

## 6. ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES

Llamamos *actividad* a un conjunto de tareas que los estudiantes realizaron en Cabri LM, y que tienen unos objetivos comunes. Llamamos *serie* al conjunto de tareas que se realizaron con un mismo centro y una misma razón de homotecia, y *secuencia* a la repetición de las tareas, pero cambiando el centro y la razón. Por ejemplo, la actividad 1 busca el reconocimiento de la dependencia entre un objeto y su homotético, la igualdad de sus formas mas no de su tamaño, y la existencia de un solo punto donde los dos se superponen; esta actividad consta de 4 series, cada serie con 4 tareas (que son las mismas para cada serie).

En cada actividad los estudiantes trabajaron por parejas en un computador, con el fin de promover la discusión entre ellos sobre los fenómenos que observaron en las pantallas. Para evitar que solo uno de los miembros de la pareja trabajara, se programó cada actividad para ceder el turno regularmente.

Cada actividad comprendía tareas sobre una o varias figuras usando una razón de homotecia determinada; al terminar una serie, se realizan las mismas tareas en una figura que tiene diferente centro, o razón de homotecia. Terminada cada actividad, se realizó una puesta en común donde el profesor se aseguró que todos los estudiantes identificaran las propiedades que se deseaban institucionalizar, y que por lo menos algunos encontraran una estrategia ganadora.

El análisis a priori y a posteriori comprenderá entonces los objetivos de la actividad, la descripción de las tareas, el medio (las figuras de Cabri), el proceso de aprendizaje esperado en cada serie y en la secuencia, y la puesta en común.

## 6.1 ACTIVIDAD 1

### Objetivo

El propósito de esta actividad es que los estudiantes se familiaricen con algunos fenómenos visuales relativos al movimiento de dos figuras, cuando una es la imagen por homotecia de la otra, tales como:

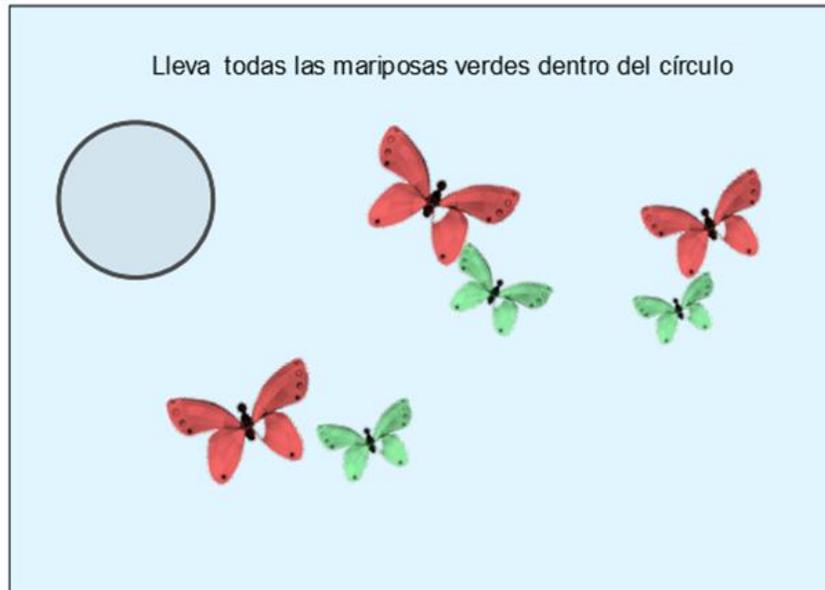
**Dependencia:** los estudiantes notarán que las mariposas rojas solo se mueven al mover las mariposas verdes; es decir, el movimiento de las mariposas rojas depende de cómo se arrastren las mariposas verdes.

**Conservación de la forma:** los estudiantes podrán observar que las mariposas verdes y su imagen homotética tienen la misma forma y distinto tamaño.

Esta actividad consta de cuatro series con las cuales se realizarán las siguientes tareas:

1. Llevar las mariposas verdes dentro del círculo.
2. Llevar las mariposas rojas dentro del círculo.
3. Llevar todas las mariposas dentro del círculo.
4. Mover el círculo y meter todas las mariposas dentro de él.

## DESCRIPCIÓN DE LA FIGURA



**Figura 2. Tarea 1. Actividad 1.**

En la figura podemos observar tres mariposas verdes de igual tamaño, tres mariposas rojas de igual tamaño y más grandes que las verdes, y un círculo. Las mariposas rojas son homotéticas de las mariposas verdes con respecto a un punto y a una razón de homotecia que permanecen ocultos.

El movimiento de las mariposas rojas depende del movimiento de la mariposas verdes; es decir, que cada mariposa roja solo se mueve cuando su respectiva mariposa verde es arrastrada; en el movimiento de cada pareja de mariposas no se conserva la distancia entre ellas, ya que disminuye a medida que se acerca al centro; por tanto existirá un punto en la pantalla donde se encontrarán todas las parejas de mariposas. El círculo no se puede arrastrar en las tareas 1, 2 y 3, en la tarea 4 si puede moverse.

Cuando cada tarea se realice correctamente, el programa responderá mostrando un letrero que dice ¡MUY BIEN! y una carita feliz que permite pasar a la página

siguiente. De una serie a la siguiente, cambia el centro y la razón de homotecia. En la primera serie, el centro de homotecia se encontrará en una esquina de la pantalla y la razón de homotecia es 1.5; en la segunda serie, el centro de homotecia se encontrará en el mismo sitio de la serie anterior, pero ahora la razón de homotecia es 0.5. Ya en la tercera y cuarta serie, el centro de homotecia se encontrará en el centro de la pantalla, y las razones de homotecia serán -1.5 y -0.5 respectivamente.

## **ANÁLISIS A PRIORI DE LA ACTIVIDAD**

**Tarea 1:** Lleva las mariposas verdes dentro del círculo.

El propósito de esta tarea es que los estudiantes se den cuenta de que cuando arrastran las mariposas verdes las rojas se mueven. En esta tarea, se espera que los estudiantes arrastren directamente las mariposas verdes y noten que las mariposas rojas también se mueven, al tiempo que observan que al poner las mariposas verdes juntas, las rojas quedan juntas. Esta tarea no tiene ninguna dificultad para los estudiantes, únicamente necesitan habilidades perceptivas para controlar que la mariposa esté dentro del círculo.

**Tarea 2.** Lleva las mariposas rojas dentro del círculo.

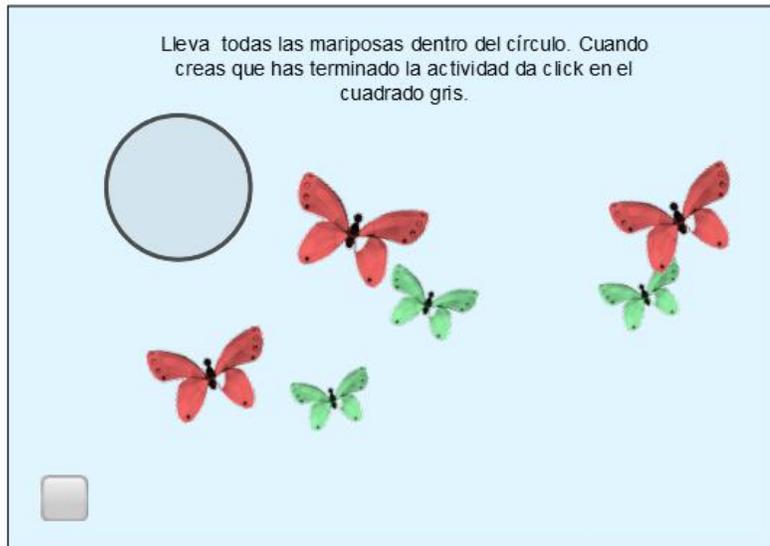
En esta tarea, el estudiante se dará cuenta de que no puede arrastrar las mariposas rojas directamente porque el software no se lo permite. Debido a esto se pueden presentar dos casos:

- Que arrastren las mariposas verdes y se den cuenta que de esta manera pueden llevar las rojas al círculo.

- Que digan que no es posible. En este caso, la profesora puede intervenir haciéndoles caer en cuenta que en la tarea anterior al arrastrar las mariposas verdes, las rojas también se movían; por ejemplo, les puede preguntar: ¿en la tarea anterior las rojas se movieron? Con esto, se espera que ellos se den cuenta que al arrastrar nuevamente las mariposas verdes, se pueden mover las mariposas rojas.

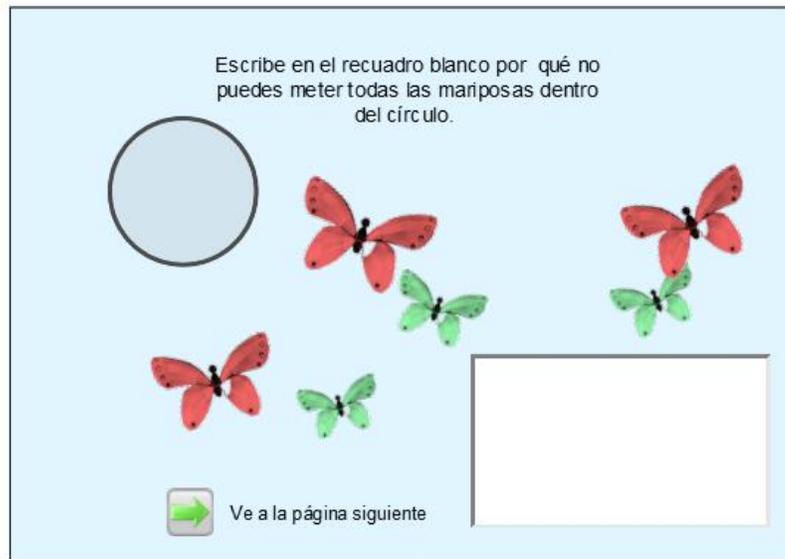
Se espera que noten que, al igual que en caso anterior, al poner las mariposas verdes juntas las rojas también lo estarán.

**Tarea 3.** Lleva todas las mariposas dentro del círculo.



**Figura 3. Tarea 3 a. Actividad 1**

Esta figura es igual que la anteriormente descrita, pero en este caso, aparece además un botón llamado botón de verificación, que le permite a los estudiantes pasar a la segunda parte de la tarea, que es la figura que se muestra a continuación:



**Figura 4. Tarea 3 b. Actividad 1**

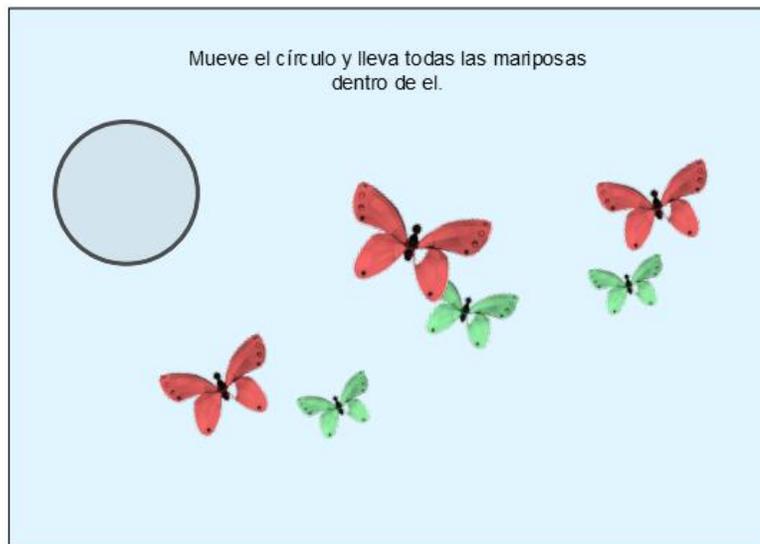
En esta figura, además de los círculos y las mariposas, aparece un cuadro de respuesta donde los estudiantes escribirán por qué no pudieron realizar la tarea, seguidamente oprimen el botón que les permite ir a la página siguiente. A diferencia de las tareas anteriores, en este caso, no les sale la carita feliz, ni el letrero ¡MUY BIEN!

El propósito de esta tarea es que los estudiantes noten que el lugar del círculo, no corresponde al sitio donde todas las mariposas quedarán dentro del círculo.

Se espera que luego de varios intentos los estudiantes escriban el por qué la tarea no se puede realizar. Se podría esperar que ellos escribieran cosas como:

- No se puede porque al llevar las mariposas verdes las rojas quedan por fuera.
- No porque al llevar las mariposas rojas las verdes quedan por fuera.
- No porque el círculo no se puede mover.

**Tarea 4.** Mueve el círculo y mete todas las mariposas dentro de él.



**Figura 5. Tarea 4. Actividad 1**

Nuevamente, como se puede observar es la misma figura que se describió inicialmente, pero ya no aparece el botón de verificación en la parte inferior. En esta tarea, ya el círculo puede moverse, y cuando la realicen les aparecerá el letrero ¡MUY BIEN! y la carita feliz, que les permitirá comenzar con la segunda serie donde repiten las mismas tareas, pero con diferente razón de homotecia.

El propósito de esta tarea es que los estudiantes verifiquen que hay un sólo lugar en el que las mariposas verdes y rojas se superponen.

Se espera que los estudiantes arrastren el círculo hacia un lugar de la pantalla, y luego intenten llevar todas las mariposas dentro de él; como no pueden hacerlo,

se espera que arrastren las mariposas verdes hasta donde se acerquen con las rojas, y luego lleven el círculo hasta ese punto.

Terminada esta actividad se realizará una **puesta en común**.

En esta puesta en común, la profesora tendrá en cuenta que los estudiantes hayan identificado los fenómenos visuales que ya se mencionaron. En el caso de que no lo hayan hecho, hará preguntas o pedirá que manipulen la figura para asegurarse de que los identifican.

1. ¿Qué observaron?
2. ¿Qué sucede con el movimiento de las mariposas rojas cuando se arrastran las verdes?
3. En cada actividad, ¿el lugar donde las mariposas estaban dentro del círculo era el mismo?
4. En cada actividad, ¿el tamaño de las mariposas verdes y sus correspondientes rojas era el mismo?
5. ¿Qué estrategia utilizan para llevar las mariposas rojas y verdes al círculo?

Además de éstas preguntas, podrán surgir otras dependiendo de las respuestas que vayan dando los estudiantes.

De las preguntas planteadas podrán surgir las siguientes características:

- Las mariposas verdes son las únicas que se pueden mover.
- Las mariposas rojas se mueven sólo cuando se mueven las verdes.

- Sólo hay un lugar en el que las mariposas se encuentran, en la medida que la mariposa verde se acerca a ese punto, su respectiva roja también lo hace. Este punto es distinto en cada hoja.

## **ANÁLISIS A PRIORI DE LAS SERIES**

El propósito de las diferentes series es que los estudiantes experimenten los cambios de la posición del centro y de la razón de homotecia.

Se espera que los estudiantes comparen las series entre sí, y se den cuenta de que:

1. El punto donde se superponen las mariposas no siempre se encuentra en el mismo sitio.
2. Los tamaños relativos de las mariposas verdes y su correspondientes rojas varían de una serie a otra.
3. La orientación de las mariposas puede ser la misma o puede ser diferente.

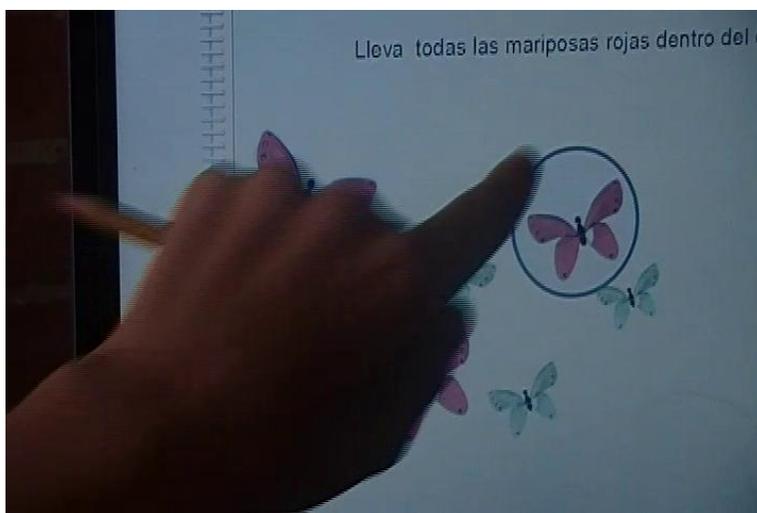
Además, se espera que los estudiantes desistan de arrastrar las mariposas rojas para meterlas al círculo, y desistan finalmente de meter todas las mariposas dentro del círculo.

## ANÁLISIS A POSTERIORI DE LA ACTIVIDAD

**Tarea 1:** Lleva las mariposas verdes dentro del círculo.

Los estudiantes arrastraron las mariposas verdes directamente y las llevaron dentro del círculo sin dificultad. Realizada la tarea les salió el letrero MUY BIEN, permitiéndoles continuar la actividad pasando a la página siguiente.

**Tarea 2.** Lleva las mariposas rojas dentro del círculo.



**Imagen 1.**

Los estudiantes intentaron arrastrar las mariposas rojas directamente, como lo hicieron en la tarea anterior con las verdes para llevarlas al círculo, pero de inmediato se dieron cuenta de que no las podían mover y empezaron a probar a ver si alguna de las tres rojas se movía; como no pudieron hacerlo, empezaron a mover todas las mariposas hasta que concluyeron que moviendo las verdes podían mover las rojas. En el siguiente extracto del video puede apreciarse esa situación:

**E1:** Esta mariposa roja no se puede mover.

**E2:** Mire a ver si algunas de las otras rojas que están ahí se mueve.

**E1:** (Empieza a probar cual de las tres rojas se mueve) ¡No! mire que ninguna se mueve, todas están quietas.

**E2:** (Le quita el ratón a la compañera) Muestre yo lo hago. (Intenta arrastrar las mariposas rojas verificando que lo que dice su compañera es cierto) ¡Ay!, si, de verdad no se mueven. (Empieza a mover el puntero del ratón por toda la pantalla, hasta que por accidente mueve una verde y nota que se movió la roja) ¡Pero mire! si yo muevo una verde, la roja se mueve también, entonces arrastremos las verdes cerquita al círculo para que las rojas se metan.

**E1:** Entonces hágalo usted.

**E2:** (Realiza la acción que había planeado hasta que le sale el letrero MUY BIEN) ¿Si ve? yo soy más inteligente que usted. (Risas)

### **Tarea 3.** Lleva todas las mariposas dentro del círculo.

Los estudiantes empezaron a arrastrar mariposas, unos tomaron las verdes que son las que se mueven, y otros intentaron nuevamente arrastrar las rojas, verificando que al igual que en la anterior tarea éstas no se pueden mover.

Como ya sabían que las verdes son las que se mueven, primero llevaron las verdes al círculo; luego llevaron las rojas al círculo, y por último, intentaron acercar al máximo las rojas y las verdes al círculo esperando alguna respuesta del programa.

**E2:** (Intenta mover una mariposa roja) pero éstas no se mueven. (Intenta mover el círculo) y el círculo tampoco se mueve.

**E1:** ¿No se acuerda que esas no se pueden mover?

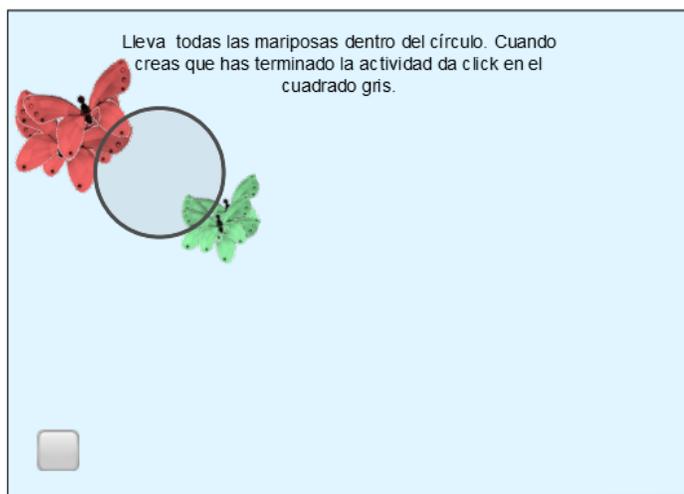
**E2:** ¡Ah!, sí, cierto, las que se mueven son las verdes. (Lleva todas las mariposas verdes al círculo)

**E1:** Pero mire; las rojas están por fuera y arriba dice que todas deben estar en el círculo.

**E2:** (Intenta de nuevo arrastrar la rojas pero al darse cuenta de que no se movían saca las verdes del círculo y mete las rojas)

**E1:** Pero mire; ahora sacó las verdes, entonces no se puede, todas no van a estar dentro del círculo.

**E2:** Entonces pongámoslas cerquita. Mire así. (La estudiante empieza a arrastrar las mariposas verdes y rojas lo más cerca al círculo como se muestra en la figura)



**Figura 6. Tarea 3. Actividad 1**

En este momento tuvimos que intervenir, ya que los estudiantes esperaban que de una u otra forma el programa les diera alguna respuesta a lo que estaban haciendo.

**E2:** (Cree que ya terminó la tarea) ¡Listo profe! ¿Y ahora?

**P:** ¿Y ya cumpliste con el objetivo? ¿Todas las mariposas están dentro?

**E2:** Sí profe; mire (señalando la pantalla); eso fue lo más que pudimos hacer. Porque cuando metíamos solo las de un color las otras se salían. Entonces, ¿qué sigue?

**E1:** Es que no nos ha salido carita feliz como las otras veces. (Risas)

**P:** Si no ha salido carita feliz quiere decir que no han cumplido con el objetivo, así que hagan clic en el botón de abajo y observen qué sucede.

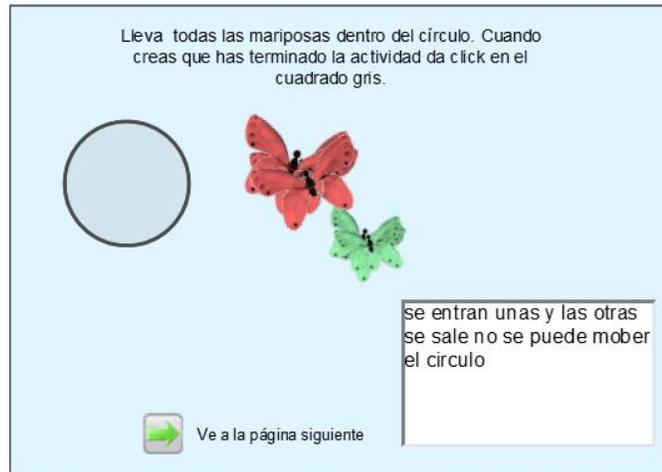
**E2:** (Oprime el botón y lee lo que le aparece en el recuadro) ¡Ay! pero que trampa profe; si no se podía para qué nos ponen a hacerla.

**P:** Porque la idea es que ustedes mismos se den cuenta de que no se puede realizar y además escriban por qué. Así que, ¿por qué no se puede realizar?

**E1:** Porque cuando metemos unas las otras quedan por fuera, las verdes o las rojas.

**P:** Bueno entonces escriban eso.

El estudiante escribe lo que se muestra en la siguiente figura y da clic en la flecha para continuar.



**Figura 7. Tarea 3. Actividad 1**

**Tarea 4.** Mueve el círculo y mete todas las mariposas dentro de él.

Como lo habíamos previsto en el análisis a priori, los estudiantes empezaron a mover las mariposas y el círculo al tiempo; es decir, arrastraban el círculo a cualquier lugar, y luego miraban si las mariposas podían estar todas en ese sitio como lo habían hecho en la tarea anterior.

Probaron moviendo las mariposas por toda la pantalla y llevando el círculo hacia ellas, hasta que empezaron a notar que había cierto lugar donde todas estaban muy juntas, entonces empezaron a llevar las mariposas a ese sitio, luego llevaron el círculo acomodando los objetos hasta que les salió el letrero ¡MUY BIEN!

**E2:** (Toma el círculo y empieza a moverlo)

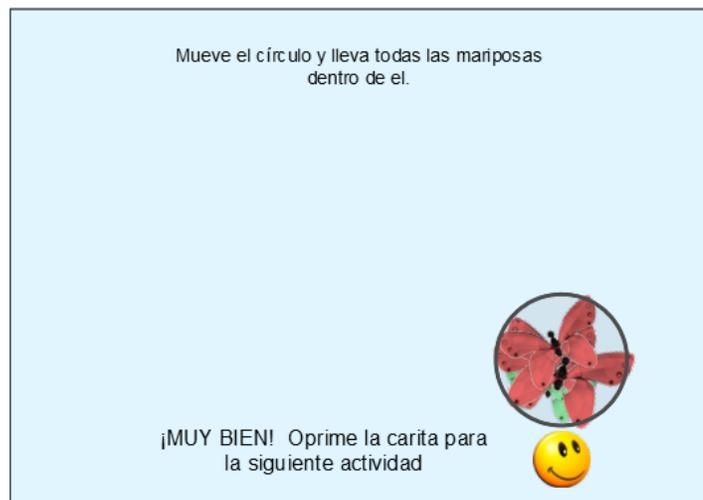
**E1:** ¡Ay! pero ahora sí podemos mover el círculo.

**E2:** Sí, ahora es más fácil. (Mueve el círculo y las mariposas verdes y rojas, para ver si le quedan todas dentro, repitiendo la acción que había hecho en la tarea anterior) Ah! no, no sé dónde ponerlos. ¡Hágalo usted! (E1 toma el ratón)

**E1:** (Empieza a mover las mariposas lentamente observando cómo se acercan en un lugar de la pantalla) ¡Mire! Aquí están cerquita, aquí es. (Señala el costado derecho de la pantalla y arrastra el círculo)

**E2:** ¡Uy! Casito, muévalas un poquito más allá. (Señala la parte inferior derecha de la pantalla).

**E1:** (Sigue las instrucciones de su compañero y aparece el letrero ¡MUY BIEN!) Sí, ahí era.



**Figura 8. Tarea 4. Actividad 1**

## **ANÁLISIS A POSTERIORI DE LAS SERIES**

### **Tarea 1.**

En todas las series se pudo observar que los estudiantes realizaban con facilidad esta tarea, ya que las mariposas verdes se pueden arrastrar directamente.

### **Tarea 2.**

Al contrario de lo que habíamos previsto en el análisis a priori, los estudiantes en todas las series persistían en mover las mariposas rojas directamente, sin embargo, recordaban rápidamente que las que se podían mover eran las mariposas verdes. Así que movían éstas para poder realizar la tarea.

### **Tarea 3.**

Aunque desde la primera serie ellos sabían que esta tarea no se podía realizar, intentaban arrastrar las mariposas verdes y rojas hasta el círculo, y después de repetidos intentos daban clic en el botón inferior que les permitía continuar.

### **Tarea 4.**

Los estudiantes movían el círculo y las mariposas buscando el lugar donde todos coincidieran logrando realizar la tarea. Además, pudimos observar que en los casos en los que el factor de homotecia era negativo, ellos adivinaban con mayor facilidad el lugar donde debía estar el círculo, porque al arrastrar las mariposas estas se movían en sentido contrario, observando el punto donde se cruzaban y ahí ponían el círculo.

Los alumnos realizan las tres tareas de manera rápida y sin ningún inconveniente, compartiendo entre ellos lo que se hizo en la actividad; sin embargo, no comentan sobre las diferencias entre una serie y otra; lo hacen es en el momento de realizar la puesta en común.

Se cumplió lo que habíamos previsto en el análisis a priori, ya que aunque persistían en mover las mariposas rojas, detectaban con mayor facilidad el hecho de que debían mover las verdes. Sin embargo, la tarea que se refería a meter todas las mariposas dentro del círculo, la seguían realizando por completo hasta tiempo después que corroboraban que era imposible hacerla. Creemos que los estudiantes esperaban que en alguna parte de la actividad, se pudiera realizar la tarea sin necesidad de dar clic en el botón de verificación.

### **ANÁLISIS A POSTERIORI DE LA PUESTA EN COMÚN**

Finalizada la actividad se comenta con los estudiantes lo observado en cada una de las tareas, y aunque no lo habíamos previsto en el análisis a priori (como eran algo tímidos y poco hablaban), decidimos entregar una hoja con las preguntas que se habían preparado para la puesta en común.

1. ¿Qué observaron?
2. ¿Qué sucede con el movimiento de las mariposas rojas cuando se arrastran las verdes?
3. En cada actividad, ¿el lugar donde las mariposas estaban dentro del círculo era el mismo?
4. En cada actividad, ¿el tamaño de las mariposas verdes y sus correspondientes rojas era el mismo?
5. ¿Qué estrategia utilizan para llevar las mariposas rojas y verdes al círculo?



**Imagen 2.**

Después de que respondieron en la hoja, se inició el siguiente diálogo con los estudiantes:

**P:** ¿Qué respondieron a la primera pregunta?

**E1:** (Lee la pregunta y sin repetir lo que escribió en la hoja responde) Yo observé que uno debía mover las mariposas a los círculos.

**P:** ¿Podían mover cualquier mariposa de la pantalla?

**E2:** No, solo se podían mover las verdes, las rojas se quedaban quietas.

**P:** Entonces, ¿las rojas no se podían mover?

**E3:** No.

**E4:** Que sí; sí se movían, pero tocaba con la verdes.

**E3:** Ah! sí, cuando tocaba meter las verdes al círculo, tocaba dejar las rojas por fuera y cuando tocaba meter las rojas, tocaba sacar las verdes y meter las rojas. No se podían juntas.

**P:** ¿Entonces no podían meter todas las mariposas dentro del círculo?

**E5:** Pues lo mismo de las mariposas, en principio no pero luego sí.

**E6:** Profe, es que ahí era donde tocaba escribir en el cuadrado, que no se podía y luego se movía el círculo.

**E3:** No, el círculo no se movía.

**E6:** Que sí, a lo último, para poder meter las mariposas juntas.

**E1:** Pero en principio no.

**P:** ¿Qué respondieron en la parte del tamaño de las mariposas?

**E1:** Yo escribí que algunas veces las más grandes eran las verdes y otras veces eran las rojas.

**E2:** Yo escribí que unas eran más grandes y otras más pequeñas.

Respecto al movimiento de las mariposas, pudimos observar que los estudiantes captaron con mayor facilidad el sentido en que se movía cada mariposa verde, con su respectiva roja cuando la razón de homotecia era negativa, esto por respuestas como las siguientes:

**P:** Qué escribieron en la parte donde les preguntaban, ¿qué sucede con el movimiento de las mariposas rojas cuando se arrastran las verdes?

**E3:** Que cuando movíamos las rojas a la derecha las verdes se movían a la izquierda.

**E4:** Que cuando las verdes se mueven, las rojas también pero en sentido contrario.

**E5:** Profe yo escribí que se mueven contrariamente o si no de frente.

**P:** ¿De frente? ¿Qué quiere decir con “de frente”?

**E5:** Es que unas veces sí se movían al contrario, una a la derecha y otra a la izquierda, pero otras veces unas se movían en frente de las otras.

En ese momento, los demás estudiantes no recordaban esa parte que mencionaba el compañero, así que fue necesario mostrar una hoja donde la razón de homotecia fuera positiva, con el fin de que detectaran qué sucedía en ese caso.

**P:** Creo que su compañero hace referencia al caso siguiente (muestra la hoja donde la razón de homotecia es positiva y empieza a arrastrar la mariposa verde para que los estudiantes se den cuenta que la roja se mueve en el mismo sentido).

**E:** Ah, ya. (Contestaron todos a la vez).

**E1:** Nosotros sabíamos, pero no lo queríamos decir. (Risas).

**P:** Listo, por último, ¿el lugar donde todas las mariposas estaban dentro del círculo era siempre el mismo?

**E2:** No porque si movía el círculo cambiaba el lugar.

**E3:** ¿Cómo así?

**E4:** No le entiendo.

**E2:** Pues cuando usted lo mueve ya no es el mismo sitio.

En este punto, aparentemente el estudiante no entendió la pregunta y los compañeros tampoco lograron entender la respuesta, entonces decidimos devolvemos en la actividad, mostrando en cada serie el lugar donde todas las mariposas quedaban dentro del círculo, con el fin de aclarar las dudas de los estudiantes.

**P:** Miremos aquí la actividad (señala la tarea 4 de la primera serie, en donde el centro de homotecia se encontraba en la parte inferior derecha de la pantalla), ¿En qué lugar de la pantalla se encuentran las mariposas dentro del círculo?

**E:** (Responden todos abajo en la esquina).

**P:** ¿Y en ésta? (Señala la tarea 4 de la segunda serie).

**E:** (Todos) En la misma que antes.

**P:** ¿Y en ésta? (Señala la tarea 4 de la tercera serie).

**E:** (Todos) ¡Cambió!, está en la mitad (refiriéndose a la mitad de la pantalla).

**P:** ¿Y en la última? (Señala la tarea 4 de la última serie).

**E:** (Todos) En la misma que antes.

**E2:** Entonces hay dos iguales y dos diferentes.

**E3:** No siempre van a estar juntas en el mismo lugar.

Después de realizada la puesta en común, podemos decir que los estudiantes llegaron a las siguientes conclusiones:

- En todas las series siempre había seis mariposas: tres rojas, tres verdes y un círculo.
- Para mover las mariposas rojas había que arrastrar las mariposas verdes.
- En algunas ocasiones las mariposas rojas eran más grandes que las verdes y viceversa.
- En algunas ocasiones las mariposas se movían en sentido contrario y en otras se movían en la misma dirección.
- El lugar donde se podían reunir las mariposas no siempre era el mismo, unas ocasiones estaba en el centro de la pantalla y otras en una esquina.

## 6.2 ACTIVIDAD 2

Esta actividad está compuesta por cuatro series de tres tareas cada una.

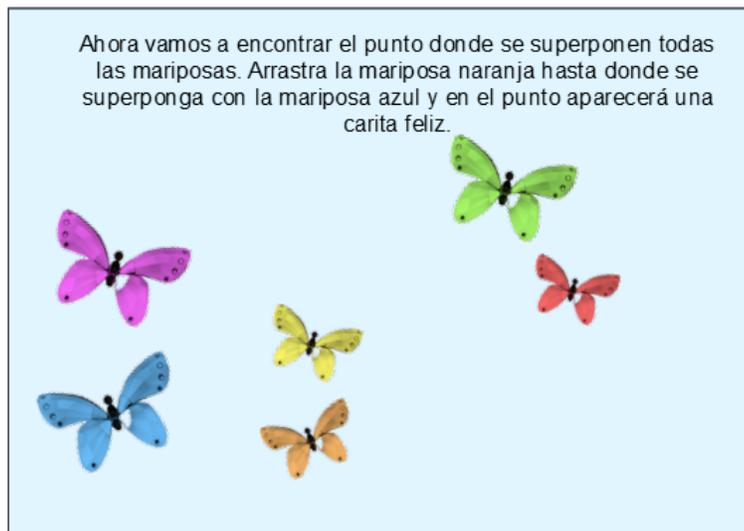
## Objetivos

- Identificar el centro de homotecia como el punto donde las mariposas amarilla y roja se superponen con sus correspondientes morada y verde.
- Reconocer que el orden de alineación de las mariposas amarilla-morada, roja-verde y el centro varía de una serie a otra.
- Descubrir la relación que existe entre las distancias al centro de cada mariposa verde y su correspondiente roja.

Esta actividad consta de cuatro series con las cuales se realizarán las siguientes tareas:

1. Llevar la mariposa naranja hasta donde se superponga con la mariposa azul.
2. Mover las mariposas y los círculos de tal manera que en cada círculo esté la mariposa de su correspondiente color y tamaño.
3. Anticipar la posición de las mariposas morada y verde, cuando se lleven las mariposas amarilla y roja a los círculos correspondientes.

## DESCRIPCIÓN DE LA FIGURA



**Figura 9. Tarea 1. Actividad 2**

En la figura podemos observar tres parejas de mariposas: naranja-azul, amarillo-morado y roja-verde. Las mariposas, azul, morada y verde son la homotecia de sus parejas naranja, amarilla y roja, respecto a un punto que inicialmente está oculto y a una razón de homotecia que permanecerá oculta. Al realizar la tarea 1, aparecerá una carita feliz con un letrero que dice que esa carita representa el punto donde las mariposas se superponen. Terminada la tarea 1, aparecerán cuatro círculos de colores y tamaños correspondientes a los de las mariposas.

De una serie a la siguiente, cambia el centro y la razón de homotecia. En la primera serie, el centro de homotecia se encontrará en una esquina de la pantalla y la razón de homotecia será 2; en la segunda serie, el centro de homotecia se encontrará en el mismo sitio de la serie anterior, pero ahora la razón de homotecia será 0.5. Ya en la tercera y cuarta serie, el centro de homotecia se encontrará en el centro de la pantalla, y las razones de homotecia serán -2 y -0.5 respectivamente.

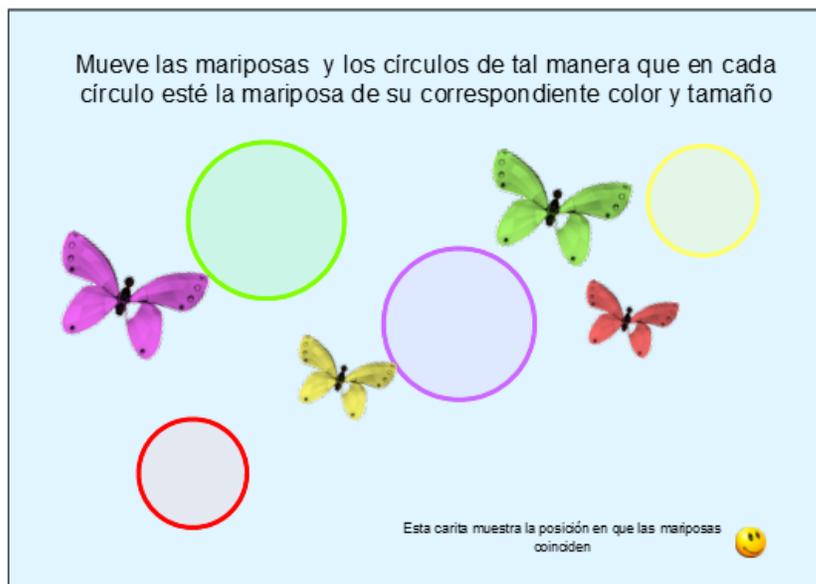
## ANÁLISIS A PRIORI DE LA ACTIVIDAD

**Tarea 1.** Llevar la mariposa naranja hasta donde se superponga con la mariposa azul.

El propósito de esta tarea es identificar el centro de homotecia, que será necesario para las siguientes tareas.

Se espera que los estudiantes arrastren la mariposa naranja hasta donde se encuentre o superponga con la mariposa azul. En el momento que superpongan las mariposas, aparece el punto que es el centro de la homotecia y será indicado por una carita feliz y un letrero.

**Tarea 2.** Mover las mariposas y los círculos de tal manera que en cada círculo esté la mariposa de su correspondiente color y tamaño.



**Figura 10. Tarea 2. Actividad 2.**

En esta figura, a diferencia de la anterior, ya no aparece la pareja de mariposas naranja-azul; en su lugar, aparecen cuatro círculos de colores y tamaños correspondientes a los colores y tamaños de las mariposas. Además, se muestra el centro de homotecia indicado por una carita feliz y un letrero que indica que ese es el punto donde todas las mariposas se superponen. Finalizada esta tarea, les aparecerá el letrero ¡MUY BIEN! y la carita feliz que les permite pasar a la siguiente página.

El propósito de esta tarea, es que los estudiantes descubran que las mariposas homotéticas y el centro siempre están alineadas, y que además, noten que hay una relación entre la distancia que existe entre el centro y cada mariposa.

Se espera que los estudiantes arrastren primero la mariposa amarilla y roja hacia sus correspondientes círculos, y después arrastren los círculos morado y verde hacia sus correspondientes mariposas. También podrán arrastrar los círculos hasta donde se encuentren las mariposas correspondientes.

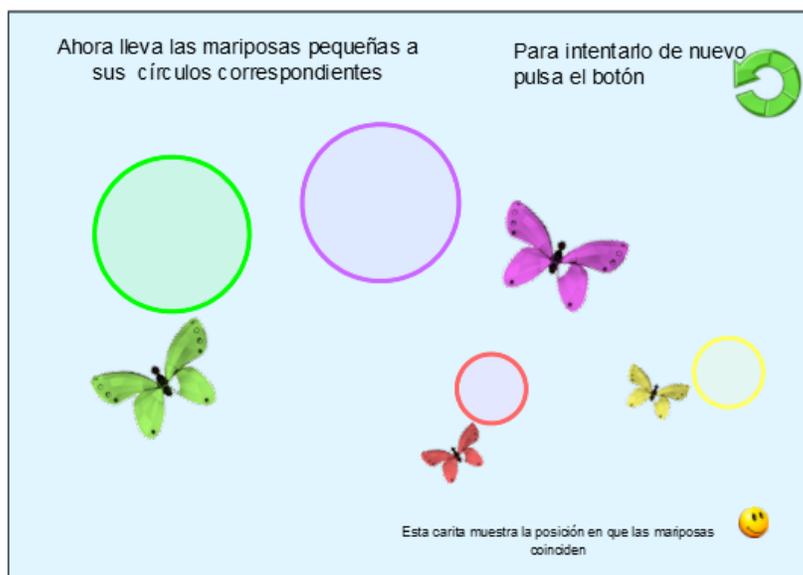
### Tarea 3.

- a. Anticipar la posición de las mariposas morada y verde, cuando se lleven las mariposas amarilla y roja a los círculos correspondientes.



**Figura 11. Tarea 3 a. Actividad 2**

Esta tarea está dividida en dos partes: anticipación y validación. En la figura 9 se muestra la pantalla que se presenta al estudiante para realizar la tarea de anticipación. Esta figura consta de cuatro mariposas, en las que las mariposas morada y verde son la homotética de las mariposas amarilla y roja respectivamente; además, aparecen dos círculos grandes, dos círculos pequeños y un botón de verificación. El estudiante sólo puede mover los círculos grandes, no se pueden desplazar los demás objetos.



**Figura 12. Tarea 3 b. Actividad 2**

Esta figura corresponde a la parte de la validación; en ella aparecen las mismas mariposas y círculos, junto con un letrero que les indica llevar las mariposas pequeñas a sus círculos correspondientes, con el fin de validar la tarea hecha en la primera parte. Si todas las mariposas quedan en sus correspondientes círculos, aparecerá un letrero de ¡MUY BIEN!, de lo contrario, deberán dar clic en el botón de intentarlo de nuevo, aquí les aparecerá nuevamente los elementos de la figura 9, pero con una posición diferente de las mariposas y los círculos como se muestra en la siguiente figura<sup>10</sup>.

---

<sup>10</sup> Este cambio se hace para evitar la siguiente estrategia: hacer clic en el botón de verificación, arrastrar las mariposas a los círculos, colocar los dedos en el sitio donde quedan las mariposas correspondientes, hacer clic en el botón para intentar de nuevo y llevar los círculos a los dedos.



**Figura 13. Tarea 3 a. Actividad 2**

El propósito de esta tarea es que el estudiante anticipe la posición de las mariposas morada y verde, ubicando los círculos correspondientes a su color y tamaño en el lugar donde supuestamente quedarán las mariposas dentro de ellos. Para realizar esto deben tener en cuenta que:

- Los círculos y el centro siempre están alineados.
- El orden de los círculos y el centro debe corresponder con el orden de las mariposas y el centro, es decir. Por ejemplo: si el orden dado es, centro, mariposa amarilla y mariposa morada, los círculos deben colocarse en ese orden.
- Las distancias relativas del centro a las mariposas correspondientes debe corresponder a las distancias relativas del centro a los círculos correspondientes.

Se espera que los estudiantes anticipen la posición de las mariposas morada y verde recordando la tarea anterior, donde las mariposas amarilla-morada y roja-verde quedaban alineadas con el centro. Además, se espera que copien el orden de las mariposas y la carita feliz, y lo reproduzcan con los círculos y la carita feliz.

Finalmente deberían anticipar que:

1. Si el círculo amarillo está más lejos de la carita que la mariposa morada, entonces el círculo morado deberá estar más lejos de la carita, que la mariposa amarilla.
2. Si el círculo amarillo está más cerca de la carita que la mariposa morada, entonces el círculo morado deberá estar más cerca de la carita, que la mariposa amarilla.
3. Si el círculo rojo está más lejos de la carita que la mariposa verde, entonces el círculo verde deberá estar más lejos de la carita, que la mariposa roja.
4. Si el círculo rojo está más cerca de la carita que la mariposa verde, entonces el círculo verde deberá estar más cerca de la carita, que la mariposa roja.

**b)** Lleva las mariposas pequeñas a sus círculos correspondientes.

Al finalizar la parte **a)** de la tarea 3 el estudiante deberá comprobar si al llevar las mariposas pequeñas a los círculos pequeños, las grandes quedarán dentro de sus círculos correspondientes. Para esto, el estudiante únicamente podrá mover las mariposas amarilla y roja quedando bloqueado el movimiento de los círculos morado y verde.

Se espera que los estudiantes arrastren las mariposas pequeñas a sus círculos correspondientes, para observar la posición en que quedan las mariposas grandes, y de esta manera podrán verificar si coinciden o no con la ubicación de

los círculos en la tarea anterior. De no ser así, lo intentarán de nuevo con una nueva posición de los círculos y las mariposas.

## **ANÁLISIS A PRIORI DE LAS SERIES**

El propósito de las diferentes series es que los estudiantes descubran que las mariposas homotéticas y el centro siempre están alineadas; además, que hay una relación entre las distancias que hay entre el centro y cada mariposa.

Se espera que los estudiantes comparen las series entre sí y se den cuenta de que:

1. El lugar donde las mariposas se superponen varía.
2. En todas las series el centro, las mariposas y los círculos están alineados.
3. De una serie a otra el orden en que se encuentran el centro, las mariposas y los círculos varía.
4. La distancia entre el centro y las mariposas, y entre el centro y las homotéticas varía.

Terminadas las series, se realizará una actividad concurso donde los estudiantes se organizarán en dos grupos para anticipar la posición de los círculos, como se hizo en la tarea 3. Cada grupo discute con sus compañeros la estrategia a utilizar; después pasa un participante (escogido por las profesoras) a aplicar la estrategia acordada por el grupo, luego un representante del otro grupo pasa a verificar si lo que hicieron sus compañeros fue correcto o no.

Quien acierte el ejercicio gana un punto para el grupo, el grupo que más puntos obtenga al final, gana.

En esta actividad, los estudiantes deberán compartir y desarrollar una estrategia para poder decir dónde van a ubicar los círculos grandes, para que cuando lleven las mariposas pequeñas a los círculos pequeños, las mariposas grandes queden en sus correspondientes círculos.

Se espera que la estrategia acordada sea la siguiente:

- Observar el lugar donde se encuentra la carita feliz que indica el centro de la homotecia.
- Los círculos y la carita feliz siempre están alineados.
- El orden de los círculos y el centro, debe corresponder con el orden de las mariposas y el centro.
- Anticipar las distancias entre el centro y los círculos, y el centro y las mariposas.

Esta actividad termina en una puesta en común sobre la estrategia para realizar correctamente el ejercicio.

Las tareas propuestas en el concurso serán como las que se propusieron en la tarea 3, variando el centro y la posición de las mariposas y los círculos.

## **ANÁLISIS A POSTERIORI DE LA ACTIVIDAD**

**Tarea 1.** Llevar la mariposa naranja hasta donde se superponga con la mariposa azul.

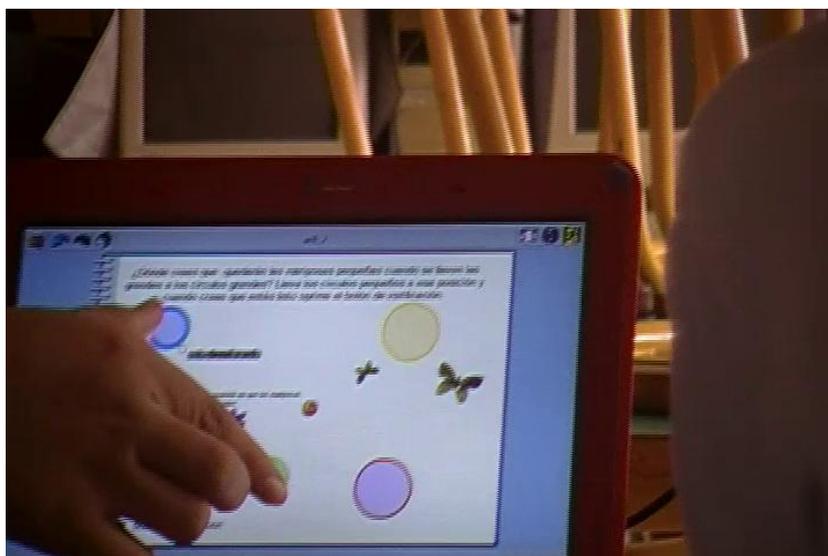
Como se había previsto en el análisis a priori, los estudiantes realizaron la tarea sin ninguna dificultad. Inicialmente, arrastraron la mariposa naranja por toda la pantalla hasta que encontraron el lugar donde se superpone con la azul; inmediatamente les salió un letrero y una carita feliz que les decía que ese era el lugar donde todas las mariposas se superponían. Para continuar dieron clic sobre la cara.

**Tarea 2.** Mover las mariposas y los círculos de tal manera que en cada círculo esté la mariposa de su correspondiente color y tamaño.

Los estudiantes arrastraron las mariposas pequeñas a sus círculos correspondientes y luego llevaron los círculos morado y verde hasta donde se encontraban las mariposas correspondientes a su color y tamaño. Algunos arrastraron los círculos hasta donde se encontraban las mariposas logrando realizar la tarea. Como se había previsto en el análisis a priori los estudiantes no tuvieron dificultades para desarrollar la tarea.

**Tarea 3.** Anticipar la posición de las mariposas morada y verde, cuando se lleven las mariposas amarilla y roja a los círculos correspondientes.

Los estudiantes intentaron inicialmente arrastrar las mariposas y círculos observando que sólo los círculos grandes se podían mover. Cuando ubicaban los círculos en un lugar determinado de la pantalla, daban clic en el botón de verificación y de inmediato decían que la tarea les había quedado mal; no leían la instrucción que les permitía arrastrar las mariposas pequeñas a los círculos correspondientes y verificar. Al observar esta situación fue necesaria la intervención del profesor. Hecho que se evidencia en la siguiente transcripción del video:



**Imagen 3.**

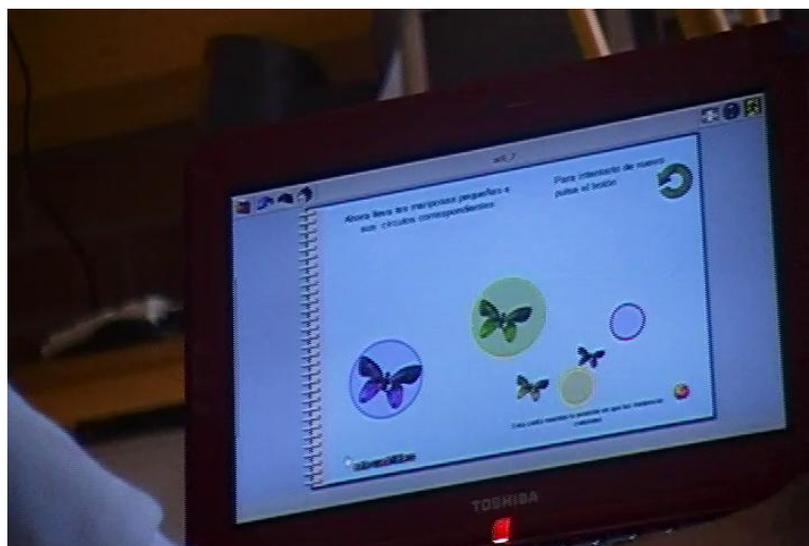
**E1:** (Lee el enunciado y empieza a mirar que objetos de la pantalla se mueven) Pero no se me mueve nada.

**E2:** ¡Espere!, mire lo que dice (señalando el enunciado) Toca mover los círculos grandes.

**E1:** Ah! Ya. (Arrastra los círculos grandes y los ubica sobre las mariposas grandes) Listo y ¿ahora qué?

**E2:** Pues dele en ese botón.

**E1:** ¡Ay, pero no quedó bien! Mire las pequeñas están por fuera de los círculos.



**Imagen 4.**

**P:** ¿Ya llevaron las mariposas pequeñas a los círculos pequeños como dice el enunciado?

**E1:** Ah... ¿es que tocaba hacer eso?

**E2:** Si, mire ahí dice. (Risas)

**E1:** (Lleva las mariposas pequeñas a los círculos pequeños y las grandes se salen de los círculos grandes) Las grandes se salieron de los círculos (Intentan arrastrar los círculos grandes hasta donde quedaron las mariposas y se dan cuenta de que no pueden hacerlo), ah!, entonces ya entendí qué es lo que toca hacer. (Da clic en el botón de intentarlo de nuevo)

**P:** ¿Y qué fue lo que entendió?

**E1:** Debo poner los grandes (señalando los círculos grandes en la pantalla) en donde al mover las otras las mariposas queden por dentro.

**P:** ¿Cómo así?

**E1:** Pues que al meter las pequeñas a los círculos, las grandes también se metan a los círculos.

**E2:** Ah!, ya entonces es fácil.

**E1:** (Mira la pantalla y se da cuenta de que cambió la posición de los círculos y las mariposas) Pero estas son otras, entonces...

**E2:** Pues mueva otra vez los círculos esos a ver qué pasa.

**E1:** (Mueve los círculos y oprime el botón de verificación) Espere a ver si le atinamos. (Mueve las mariposas pequeñas a los círculos pequeños) ¡Uy! Estuvimos cerquita. (Da clic para intentarlo de nuevo y aparecen los objetos en la posición en que se encontraban por primera vez)

**E2:** ¡Esa ya nos salió antes!

**E1:** Sí, ¿se acuerda dónde era que estaban la vez pasada? (Empiezan con los dedos a simular el movimiento que harán las mariposas pequeñas en la pantalla)

**E2:** Póngalo aquí (señalando el círculo morado).

**E1:** Pero no vaya a quitar los dedos. (Arrastra el círculo morado y repiten la estrategia para el círculo verde, da clic en el botón de verificación)

**E1:** (Arrastra las mariposas pequeñas a sus círculos correspondientes y les sale el letrero MUY BIEN) ¡Uy! Por fin la pasamos. Esta si estaba difícil.

En este momento pudimos notar que para los estudiantes la distancia entre las mariposas era constante, ya que tomaban las distancias que había entre ellas inicialmente y la trasladaban. En esta primera serie, la estrategia les funcionó y el medio validó la estrategia incorrecta, sin embargo ya en las series siguientes fue el

mismo medio quien invalidó esta estrategia. En la imagen se observa como intentan simular el desplazamiento que realizará la mariposa.



**Imagen 5.**

## **ANÁLISIS A POSTERIORI DE LAS SERIES**

### **Tarea 1.**

Los estudiantes realizaron con gran facilidad esta tarea en todas las series, sobre todo en las series donde el factor era negativo, ya que las mariposas se movían en sentido contrario y donde se cruzaban era el centro de la homotecia.

### **Tarea 2.**

Los estudiantes realizaron esta tarea con mucha facilidad, algunos movían solo los círculos hasta donde estaban las mariposas y otros optaban por mover las mariposas y los círculos al tiempo.

### Tarea 3.

Para los estudiantes siempre fue difícil el hecho de predecir la posición de los círculos, sin embargo la estrategia de simular el desplazamiento de las mariposas pequeñas les sirvió únicamente para el caso en el que el factor era positivo y mayor que uno. Para los factores negativos, como no les sirvió la misma estrategia, les fue un poco más complicado, lo único que notaron es que un círculo debía estar frente al otro y después ensayaban qué tan lejos el uno del otro lo debían poner. En la imagen podemos observar que intentaban utilizar la estrategia anterior, pero el medio les invalida la acción.

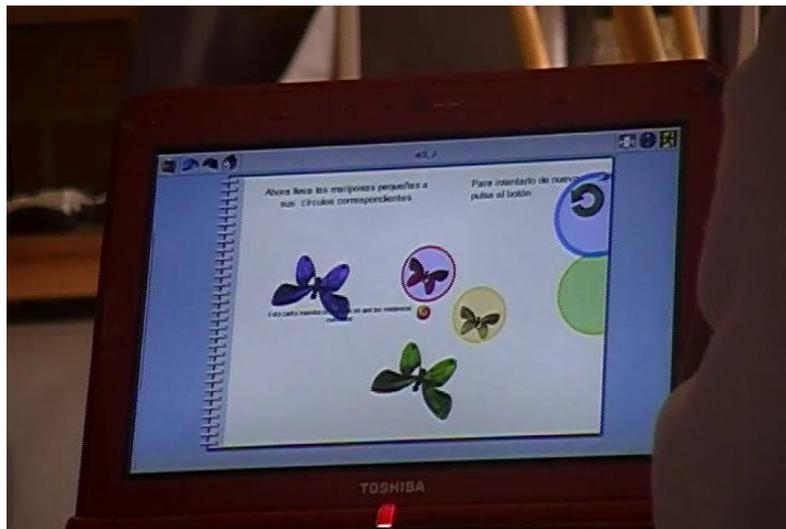


Imagen 6.

### ANÁLISIS A POSTERIORI DEL CONCURSO

Los estudiantes se organizaron por parejas en dos grupos, cada grupo empezó a discutir sobre la estrategia que debían implementar para solucionar el ejercicio. Algunos tuvieron en cuenta el movimiento que iban a realizar las mariposas al momento de arrastrarlas a sus círculos correspondientes, mientras que los otros

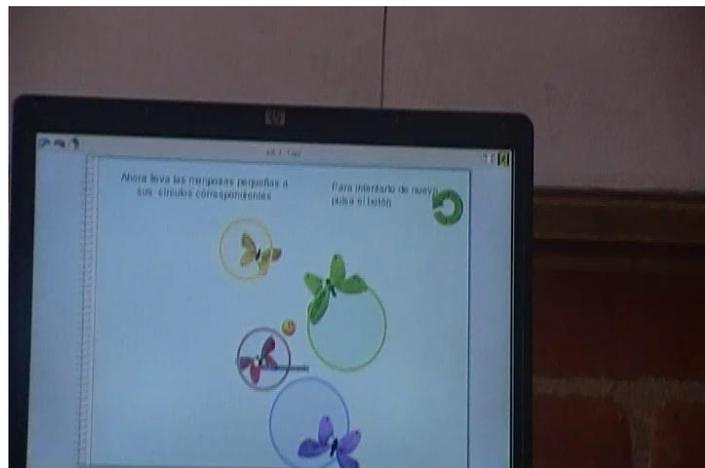
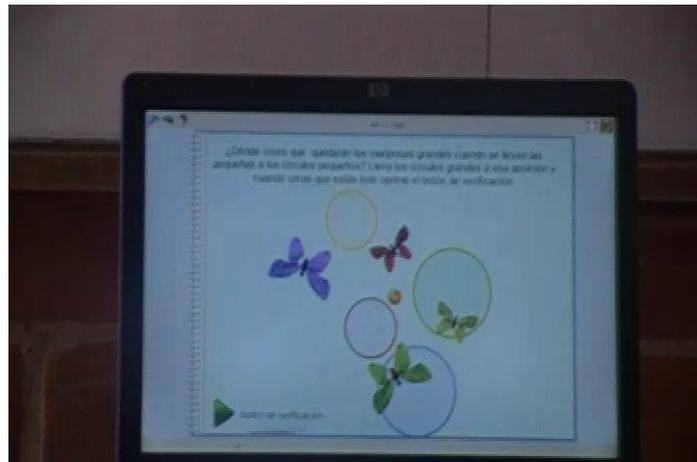
pensaban disponer los círculos en la pantalla de cualquier forma y mediante el botón de verificación comprobar si les servía o no.

Inicia el primer participante y dispone los círculos en la pantalla, pasa un miembro del otro grupo a verificar.

**G1:** (Pasa un estudiante, toma el mouse y empieza a arrastrar los círculos) Yo creo que ahí.

**G2:** No, le quedó mal (Pasa un estudiante y verifica que efectivamente les quedó mal) ¿Ve? les dijimos que ahí no iban. (Da clic en el botón de inténtalo de nuevo, apareciendo una nueva disposición de las mariposas y los círculos).

Empiezan los grupos a discutir nuevamente.

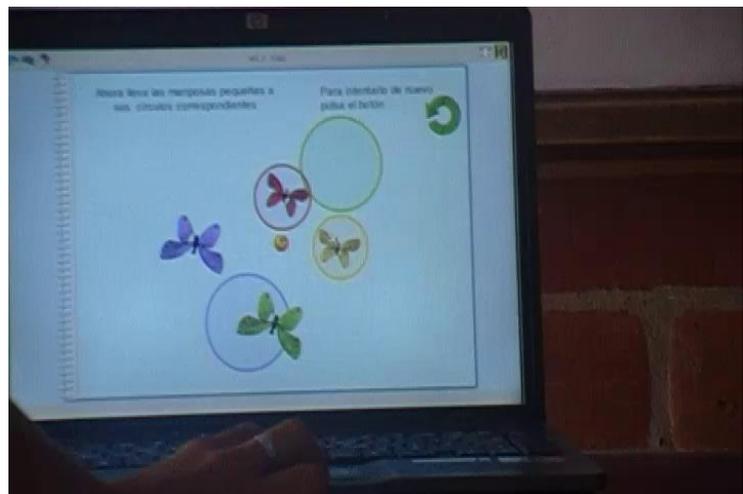
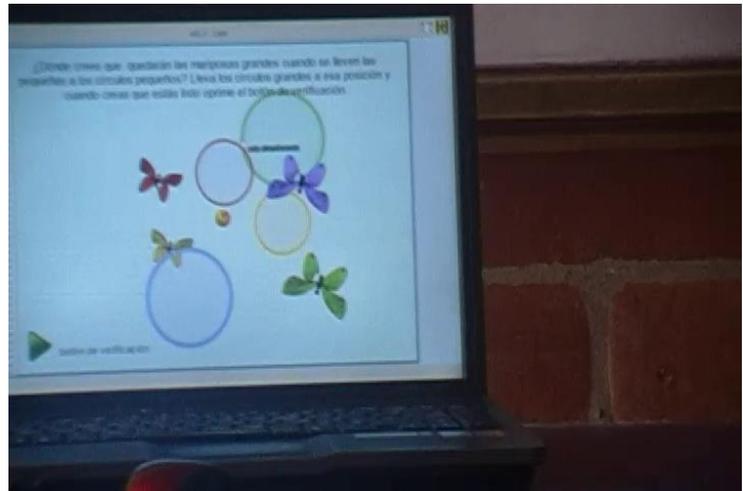


**G2:** (Pasa un estudiante y arrastra los círculos y pregunta a su grupo) ¿Por ahí? No, más allacito (señalando el lado izquierdo de la pantalla) Listo ya está.

**G1:** Está mal (Pasa uno de ellos a verificar).

**G2:** ¡Casito! Por lo menos el morado quedó donde era, ja, ja , al menos uno bien. Ya sabemos como es.

**G1:** (Da clic en intentarlo de nuevo).



**G1:** ¡Este ya nos había salido! ¿Se acuerdan? ¡Ay, sí!

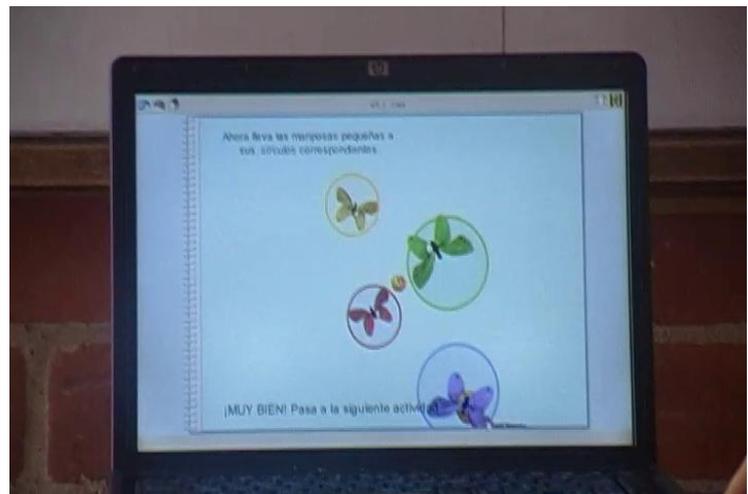
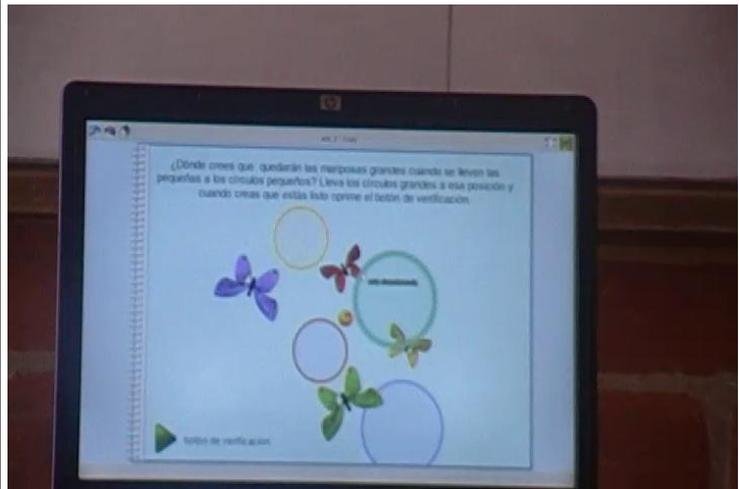
**G2:** No, trampa ahora si nos van a ganar y dan premio.

**G1:** (Pasa un representante y ubica los círculos en la posición correcta)

**G2:** (Verifica la estrategia, pero no acomoda bien las mariposas en sus círculos, por tanto no sale el letrero ¡MUY BIEN!) Si ¿ven? les quedó mal (risas).

**G1:** ¡Ay, no! Tienen que meter bien las mariposas, mire corra la roja hacia allá (señala el lado derecho del círculo rojo) y suba un poquito la amarilla (señala la parte superior del círculo amarillo)

**G2:** (Sigue las instrucciones y sale el letrero MUY BIEN)



**G1:** (Celebra)

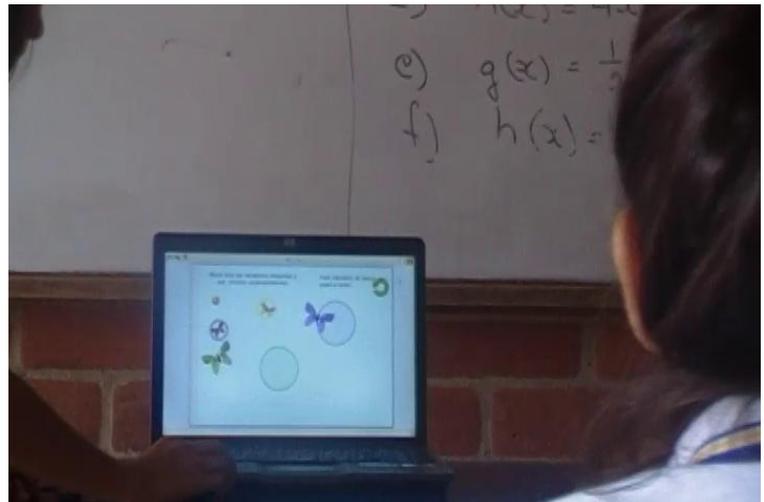
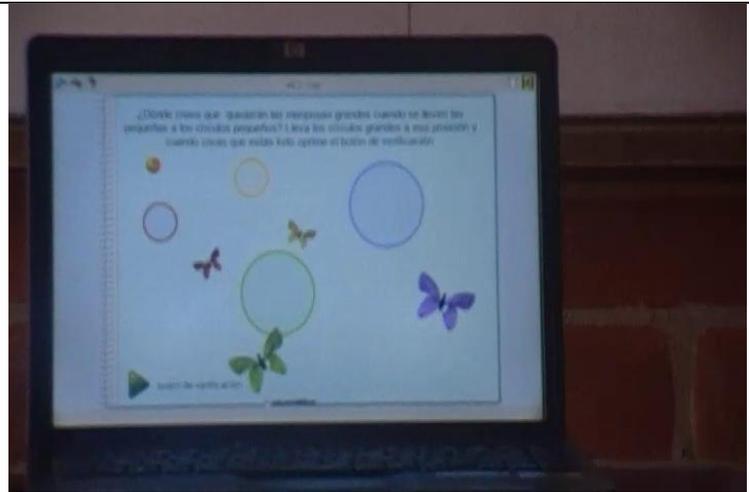
**P:** ¡Listo! G1 lleva un punto, por ahora van ganando. Prepárense para la próxima. (Da clic mostrando una nueva disposición de las mariposas con otro factor)

Como G1 fue el ganador ahora el turno corresponde para G2.

Cada grupo empieza a discutir la estrategia.

**G2:** ¡Ay, no! Trampa ésta está más difícil. (Pasa un estudiante a ubicar los círculos pequeños en el lugar acordado por el grupo). ¡Listo!

**G1:** Nosotros pensamos que está mal. (Da clic en el botón de verificación y arrastra las mariposas grandes). ¿Si ven? está mal. (Da clic en el botón inténtalo de nuevo apareciendo una nueva disposición de los círculos).



En esta ronda G1 no acierta pero G2 sí. Quedando empatados se hace una siguiente ronda para escoger el ganador que finalmente fue G1. Terminado el concurso se realiza una puesta en común, para compartir la estrategia que los grupos acordaron para poder ganar el ejercicio y verificar si ésta era la que

habíamos previsto en nuestro análisis a priori. En esta puesta en común los estudiantes dan a conocer sus estrategia y pueden mostrar si se cumple o no.

## **PUESTA EN COMÚN**

Se inició mostrando nuevamente la actividad, con el fin de escuchar qué era lo que los estudiantes habían tenido en cuenta para poder ubicar los círculos.

**P:** Ahora vamos a compartir cuál era la estrategia que implementaban para poder resolver cada ejercicio.

**E1:** Nosotros miramos cómo se movían las mariposas.

**P:** ¿Cómo así? Las mariposas no las podían mover. ¿Cómo sabían ustedes el movimiento que iban a tener las mariposas?

**E1:** Sí, porque si la mariposa amarilla la movíamos hacia un lado la otra se movía al contrario. Entonces el círculo morado estaba en frente del amarillo, y el verde en frente del rojo. Así (realiza el movimiento y dispone los círculos como se muestra en la figura).



**Figura 14. Tarea 3 a. Actividad 2**

**P:** ¡Muy bien! Ese no les tomó tanto trabajo, pero en éste, ¿cómo hacían?



**Figura 15. Tarea 3 a. Actividad 2**

**E2:** ¡Uy! Profe esa era la más difícil.

**P:** ¿Por qué?

**E1:** Porque ahí no quedaban de frente. Cuando los poníamos así, quedaban era para el otro lado.

**P:** Entonces, ¿cuál era la estrategia que utilizaban cuando salían ejercicios como éste?

**E2:** lo hacíamos de la forma que pensábamos y mirábamos si le atinábamos.

**P:** ¿Y les servía siempre?

**E2:** Pues tocaba mirar también la lejura. (Risas)

**P:** ¿La lejura?

**E2:** Sí, la lejura de los círculos. Porque a veces estaban cerquita y otras veces separados.

**E1:** Si nosotros también miramos eso y como se repetía otra vez lo mismo teníamos la pista de cómo iban a quedar.

**P:** ¿En algún momento tuvieron en cuenta la carita que aparecía en la pantalla?

**E2:** Si profe no ve que con esa pasábamos a la otra.

**P:** No esa carita, sino ésta (señala la cara que representa el centro).

**E1:** Pero esa no salía siempre, solo en ésta.

**P:** ¿Seguros? Observemos de nuevo las actividades. (Hace un recorrido por todas las páginas de las actividades señalando la cara en cada una de ellas).

**E2:** ¡Ay, sí! Pero ahí no está.

**E1:** Sí, ¡mírela! Está allá arriba. (Señala la esquina de la pantalla).

**P:** Esa carita es importante porque si recordamos la primera actividad (muestra nuevamente la actividad) ¿qué fue lo que pasó cuando arrastraban la mariposa naranja y azul?

**E1:** Se juntaban y aparecía la carita.

**P:** Ahora ya sabemos que significa la carita, entonces observemos que sucede con el movimiento de las mariposas, pero teniendo en cuenta la posición de la carita (Empieza a arrastrar la mariposa amarilla alejándola y acercándola a la carita) ¿Qué sucede a medida que yo hago este movimiento?

**E1:** Que cerquita de la cara las mariposas se juntan y lejos de la cara las mariposas se separan.

**P:** ¿Sucede siempre? (Muestra una página donde las mariposas están con un factor negativo y empieza a acercarlas y alejarlas de la carita).

**E2:** Sí, mire cerquita se juntan y lejos se separan.

**P:** Pero sucede algo más con el movimiento.

**E1:** Que se mueven al contrario.

**P:** ¿Algo más?

**E2:** Que unas veces están más grandes y otras veces más pequeñas.

**P:** Además debemos tener en cuenta la ubicación en que siempre van a estar, los círculos y la carita. Por ejemplo (señala la página que se está trabajando y ubica un marcador sobre el círculo amarillo morado y la cara), si yo ubico el marcador de esta forma, ¿cómo quedan los tres objetos?

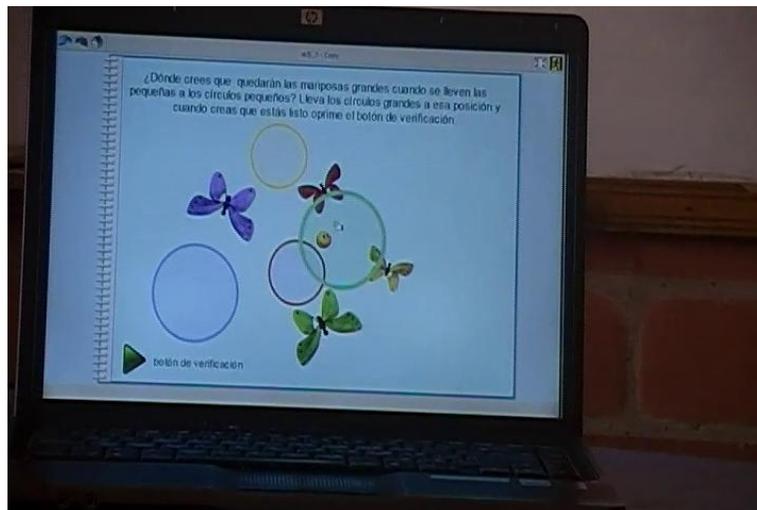
**E2:** quedan así, (traza con su mano una línea recta imaginaria).

**E1:** Rectos.

**P:** Exacto, muy bien.

Como pudimos observar en la puesta en común, para los estudiantes fue realmente difícil predecir la posición en que quedarían los círculos cuando se arrastraran las mariposas amarilla y roja a sus círculos correspondientes.

Las estrategias que acordaron no cumplieron con lo que esperábamos que identificaran, empezando con el hecho de que ignoraron totalmente la carita que representaba el centro de homotecia, hecho que podemos apreciar en la siguiente imagen:



**Imagen 7.**

No pudieron diferenciar el orden en que aparecían los círculos y la carita dependiendo del factor de homotecia. Fue necesaria la intervención del profesor, con el fin de que los estudiantes logran identificar características presentes en la actividad, tales como:

- La cara como el centro de homotecia.

- La posición de la cara en cada ejercicio.
- La alineación de los círculos respecto al centro representado por la cara.

Algo que sí les facilitó observar, fue nuevamente el tamaño, movimiento y orientación de las mariposas morada y verde a medida que variaba el factor.

## 7. CONCLUSIONES GENERALES

Finalizada la experiencia de aula y después de realizar los respectivos análisis de las actividades, pudimos llegar a algunas conclusiones que nos permiten observar de manera global las fortalezas, debilidades y aspectos por mejorar, que resultaron de la puesta en marcha de este trabajo.

Primeramente consideramos que la utilización del programa Cabri Elem permitió que los estudiantes realizaran las actividades siguiendo cada una de las instrucciones que allí se describían, sin necesidad de que hubiera una constante intervención por parte del profesor. Además, a través del arrastre, que es característico del software, los estudiantes pudieron experimentar y observar algunas regularidades que los llevaron a tomar y evaluar decisiones para poder cumplir con las actividades.

Las actividades planteadas llevaron a los estudiantes a identificar fenómenos visuales, tales como la dependencia y la conservación de la forma. Por ejemplo en la actividad 1 en la tarea 3, donde debían llevar todas las mariposas dentro del círculo, los estudiantes notaron que cuando la mariposa verde está dentro del círculo su homotética roja está fuera. En lo que respecta a la conservación de la forma, los estudiantes únicamente identificaron que serie tras serie los tamaños de las mariposas rojas cambiaban.

No obstante, lo referente a las propiedades geométricas de la homotecia tales como: la alineación de la figura, la imagen y el centro; el orden de la figura, la imagen y el centro dependiendo de la razón de homotecia, no fueron identificadas por los estudiantes en las tareas propuestas. Esto se pudo observar cuando los estudiantes ignoraron la carita que representaba el centro de la homotecia en la actividad 2, colocando las mariposas o los círculos sobre ella. Este hecho creemos

que se pudo dar en primer lugar, porque la carita que representaba el centro y la carita de pasar a la página siguiente eran la misma, lo cual pudo llevar a la confusión de los estudiantes; en segundo lugar consideramos que al quedar la tarea donde los estudiantes debían alinear las mariposas, los círculos y el centro, sin ninguna relación con las posteriores tareas, le restó importancia a este fenómeno.

Otra de las razones por las cuales los estudiantes no lograron identificar las propiedades, pudo ser debido a su falta de participación, diálogo con sus compañeros y a su poca capacidad de inferencia y análisis de los fenómenos visuales propuestos en cada tarea, que les hubiesen permitido alcanzar los objetivos que se pretendían. Además, los estudiantes solo se centraron en arrastrar los objetos por la pantalla esperando que el medio les diera una respuesta, en ningún momento se tomaban el tiempo para leer y comprender las instrucciones, hecho que se evidenció en la actividad 2 tarea 3, donde debían verificar que la posición en que habían puesto los círculos fuera la correcta, allí pasaron por alto las instrucciones y se devolvían nuevamente al ejercicio sin comprobar si estaba correcto o no.

Por lo anterior, podemos concluir que los estudiantes no lograron conceptualizar las propiedades de la homotecia implícitas en cada actividad propuesta, luego no se dio un aprendizaje por adaptación.

Sin embargo, Cabri sí actúa como un medio que reacciona a las acciones de los estudiantes, y sus retroacciones tienen un sentido para los mismos; gracias a estas retroacciones ellos pueden corregir las estrategias erradas, evitando la necesidad de evaluación por parte del profesor. El profesor únicamente interviene de manera indirecta, preparando las tareas que se presentan a los estudiantes, y durante la actividad para motivar la formulación de las estrategias por parte de ellos.

Consideramos que para próximos trabajos las actividades sean aplicadas a un nivel superior con una muestra más grande de estudiantes y se modifiquen algunas de las actividades, en especial, aquellas que no surtieron el efecto que se esperaba en los estudiantes.

Como autoras de este trabajo podemos decir que la experiencia fue enriquecedora, en el sentido de la necesidad que vimos de aprender el manejo del software y sus múltiples potencialidades como medio para el diseño y programación de actividades. Además, aprendimos que el programa no se limita a mostrar el resultado de aplicar una transformación a una figura geométrica, sino por el contrario, el dinamismo inherente al software, permite mediante el arrastre visualizar las características del movimiento de las transformaciones sin necesidad de usar todas las herramientas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BROUSSEAU, G. (2007). *Iniciación al Estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas*. Libros del Zorzal, Buenos Aires, Argentina.
- GUERRERO, A. (2006). *Geometría desarrollo axiomático*. Ecoe Ediciones, Bogotá.
- LONDOÑO, N. & GUARIN, H. (1993). *Dimensión matemática 7*. Editorial Norma, Bogotá.
- MARGOLINAS Claire. *La importancia de lo verdadero y de lo falso en la clase de matemáticas*. Ediciones UIS, Bucaramanga, 2009.
- Ministerio de Educación Nacional MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional MEN. (2004). *Pensamientos geométrico y tecnologías computacionales*, Bogotá.
- MONROY, L. & RUEDA, K. (2009). *Conceptualización de la simetría axial y la traslación con la mediación del programa Cabri Geometry II*. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga.
- RAMÍREZ, M (2010). *CabriLM como herramienta para la enseñanza del movimiento de rotación en el plano*. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga.

- Universidad de Concepción Chile. Departamento de Matemáticas. Recuperado el día 7 de octubre de 2010 de <http://www.cfm.cl/~rjimenez/p/h1.pdf>.