

Determinación de las Propiedades Reológicas de Lodos de Perforación a Partir de un Modelo
Matemático Basado en el Embudo de Marsh

Isabella Mendoza Betin, Fredy David Salas Martinez

Trabajo de Grado para Optar el título de ingeniero de petróleos

Director

Erik Giovany Montes Paez

M.Sc. en Ingeniería de Hidrocarburos

Codirector

Mario Torres López

Ingeniero de petróleos

Universidad Industrial de Santander
Facultad de ingenierías fisicoquímicas
Escuela de ingeniería de petróleos
Bucaramanga

2019

Dedicatoria

A mis padres Fredy Salas y Nexis Martinez por su amor y apoyo durante todo mi proceso de formación.

A mis hermanos Daniel Salas y Daniela Salas por motivarme a sacar este proyecto adelante.

A mi compañera Isabella Mendoza porque juntos hicimos esto posible

Fredy Salas

Dedicatoria

A mi mamá por ser inspiración, motivo y fuerza para mí, y a mi papá por apoyarme para llegar a este punto. A mis hermanas por recordarme siempre que yo puedo. Este es un logro de todas.

A Fabiany por ser siempre oasis en medio de los desiertos de la tesis.

A mi compañero Fredy por enseñarme el significado de ser un equipo. ¡Lo hicimos!

Isabella Mendoza B.

Agradecimientos

A Erik Montes por su cariño, paciencia y tiempo invertido en la dirección y revisión de este proyecto.

A Mario Torres por su asesoría y supervisión durante la realización de las pruebas de laboratorio

A la escuela de ingeniería de petróleos por el conocimiento impartido y el préstamo del laboratorio de lodos y cementos.

A la universidad industrial de Santander por ser el lugar en el cual recibimos la formación como profesionales en ingeniería de petróleos

Tabla de Contenido

	Pág.
Introducción	17
1. Objetivos	18
1.1 Objetivo General	18
1.2 Objetivos Específicos.....	18
2. Fundamentación teórica sobre reología de los lodos de perforación	19
2.1. Lodos de perforación	19
2.2 Propiedades reológicas de los lodos de perforación	21
2.2.1 Esfuerzo de corte y velocidad de corte.	21
2.2.2 Viscosidad de embudo [seg/qt o en seg/l].....	24
2.2.3. Viscosidad efectiva [cP o mPa•seg].....	24
2.2.4. Viscosidad aparente [cP o mPa•seg].....	25
2.2.5. Viscosidad plástica [cP o mPa•seg].	25
2.2.6. <i>Yield point</i> [lb/100 pies ² o en Pa].....	25
2.2.7. Esfuerzo de gel [lb/100 pies ² o en Pa].	26
2.3. Tipos de fluidos.....	27
2.4. Modelos reológicos.....	29
2.4.1. Ley de Newton.	29
2.4.2. Modelo de flujo plástico de Bingham.	30
2.4.3. Modelo de Ley Exponencial o de Potencia.....	31
2.4.4. Modelo de Ley Exponencial modificada o modelo Herschel-Bulkley.....	33
2.5 Antecedentes históricos del modelo matemático	35
2.5.1 Pitt (2000).	35
2.5.2. Almahdawi, Al-Yaseri y Jasim (2014).	37
2.5.3 Roussel y Le Roy (2005).	38
2.5.4 Balhoff et al. (2011).....	39
2.5.5 Guria, Kumar y Mishra (2013).	43
2.5.6 Sedaghat, Omar, Damrah y Gaith (2016).	45
3. Metodología	47

3.1 Diseño experimental	48
3.2 Equipos de laboratorio	53
3.2.1 Balanza de lodo.....	53
3.2.2 Viscosímetro Fann 35.	54
3.2.3 Embudo Marsh.....	54
3.3 Modelo matemático del flujo de fluidos en el embudo Marsh	56
3.3.1 El volumen del embudo Marsh.	56
3.3.2 La tasa de flujo volumétrico en el embudo Marsh.....	58
3.3.3 Las pérdidas de cabeza a través del embudo Marsh.	61
3.3.4 El esfuerzo de corte en las paredes del embudo Marsh.	62
3.3.5 La velocidad de corte en las paredes del embudo Marsh.....	64
4. Análisis de resultados	66
4.1 Propiedades reológicas calculadas.....	68
4.2 Gráficas obtenidas para el lodo 1 (17,5 g de bentonita, 0,99 %p/p)	73
4.3 Ajuste matemático propuesto para los resultados del modelo	75
4.4 Propiedades reológicas calculadas después de realizar el ajuste matemático.....	79
5. Guía de laboratorio para la práctica de reología de lodos de perforación a partir del Embudo Marsh	81
5.1 Objetivos de la prueba	82
5.2 Preparación del lodo	82
5.3 Materiales, equipos y reactivos.....	82
5.4 Procedimiento	83
5.4.1 Procedimiento para el uso del embudo Marsh,	83
5.5 Cálculos con los datos adquiridos del embudo Marsh.....	83
5.6 Cálculos con los datos adquiridos del viscosímetro Fann	85
5.7 Presentación de resultados	86
6. Conclusiones	86
7. Recomendaciones	89
Referencias Bibliográficas	91
Apéndices.....	93

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. Composición de los lodos de perforación.....	50
Tabla 2. Registro de datos para tiempos de descarga de cada lodo	50
Tabla 3. Las dimensiones del embudo Marsh según los estándares API 13B (2009)	56
Tabla 4. Las constantes en la ecuación (37) para el volumen de fluido en el embudo Marsh.....	58
Tabla 5. Constantes de la ecuación 41 para tiempo de drenaje del embudo Marsh estándar	61
Tabla 6. Datos medidos en laboratorio (densidad, θ_{600} , θ_{300}) y datos calculados (k y n')	67
Tabla 7. Volumen descargado del embudo Marsh vs tiempo de drenaje.	68
Tabla 8. Viscosidades aparentes obtenidas utilizando el viscosímetro Fann 35 y el embudo Marsh (ecuación 33a), se incluye el porcentaje de error entre los dos métodos.....	69
Tabla 9. Viscosidades plásticas obtenidas utilizando el viscosímetro Fann 35 y el embudo Marsh (ecuación 33b), se incluye el porcentaje error entre los dos métodos.	70
Tabla 10. Yield points obtenidos utilizando el viscosímetro Fann 35 y el embudo Marsh (Ecuación 52), se incluye el porcentaje de error entre los dos métodos.	71
Tabla 11. Resultados de viscosidad aparente con ajuste matemático.	79
Tabla 12. Resultados de viscosidad plástica con ajuste matemático.	80
Tabla 13. Resultados de yield point con ajuste matemático	81
Tabla 14. Valores de las constantes del modelo matemático propuesto por Sedaghat (2017)	86

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1. Velocidad de corte y esfuerzo de corte.....	23
Figura 2. Fluido Newtoniano.	28
Figura 3. Fluido no newtoniano. Efecto de la velocidad de corte sobre la viscosidad efectiva. .	28
Figura 4. Formación del perfil de velocidad en estado estacionario para un fluido contenido entre dos láminas.....	30
Figura 5. Comparación del modelo de Ley Exponencial.....	32
Figura 6. Efecto del índice “n” de Ley Exponencial sobre el comportamiento del fluido.	33
Figura 7. Comparación de los modelos reológicos.	34
Figura 8. Gráfico logarítmico de comparación de los modelos reológicos..	34
Figura 9. Tiempo de embudo Marsh (cuarto de galón) en función de la densidad y viscosidad.	36
Figura 10. Relación entre viscosidad aparente (cp) Vs. Tiempo de embudo Marsh (seg)..	37
Figura 11. Montaje experimental Embudo Marsh	51
Figura 12. Síntesis de la metodología utilizada	52
Figura 13. Balanza de lodos.....	53
Figura 14. Viscosímetro Fann 35.....	54
Figura 15. Geometría esquemática del embudo Marsh.	55
Figura 16. Errores porcentuales al usar el modelo de Sedaghat (2017).....	72
Figura 17. Altura de descarga vs tiempo de descarga en el embudo Marsh para el lodo 1	73
Figura 18. Curva de índice de comportamiento de flujo en el embudo Marsh para el lodo 1.....	73
Figura 19. Diagrama de consistencia para el lodo 1 utilizando el modelo de Bingham (regresión lineal)	74
Figura 20. Diagrama de consistencia para el lodo 1 utilizando el modelo de ley exponencial (regresión potencial)	74
Figura 21. Ajuste matemático para los resultados de viscosidad aparente a partir del modelo matemático usando el modelo de Bingham.	76
Figura 22. Ajuste matemático para los resultados de viscosidad aparente a partir del modelo matemático usando el modelo de ley exponencial.....	76

Figura 23. Ajuste matemático para los resultados de viscosidad plástica a partir del modelo matemático usando el modelo de Bingham.	77
Figura 24. Ajuste matemático para los resultados de viscosidad plástica partir del modelo matemático usando el modelo de ley exponencial.....	77
Figura 25. Ajuste matemático para los resultados de yield point a partir del modelo matemático usando el modelo de Bingham.....	78
Figura 26. Ajuste matemático para los resultados de yield point a partir del modelo matemático usando el modelo de ley exponencial.	78
Figura 27. Altura de descarga vs tiempo de descarga en el embudo Marsh para el lodo 2	93
Figura 28. Curva de índice de comportamiento de flujo en el embudo Marsh para el lodo 2.....	93
Figura 29. Diagrama de consistencia para el lodo 2 utilizando el modelo de Bingham (regresión lineal)	94
Figura 30. Diagrama de consistencia para el lodo 2 utilizando el modelo de ley exponencial (regresión potencial)	94
Figura 31. Altura de descarga vs tiempo de descarga en el embudo Marsh para el lodo 3	95
Figura 32. Curva de índice de comportamiento de flujo en el embudo Marsh para el lodo 3.....	95
Figura 33. Diagrama de consistencia para el lodo 3 utilizando el modelo de Bingham (regresión lineal)	96
Figura 34. Diagrama de consistencia para el lodo 3 utilizando el modelo de ley exponencial (regresión potencial)	96
Figura 35. Altura de descarga vs tiempo de descarga en el embudo Marsh para el lodo 4	97
Figura 36. Curva de índice de comportamiento de flujo en el embudo Marsh para el lodo 4.....	97
Figura 37. Diagrama de consistencia para el lodo 4 utilizando el modelo de Bingham (regresión lineal)	98
Figura 38. Diagrama de consistencia para el lodo 4 utilizando el modelo de ley exponencial (regresión potencial)	98
Figura 39. Altura de descarga vs tiempo de descarga en el embudo Marsh para el lodo 5	99
Figura 40. Curva de índice de comportamiento de flujo en el embudo Marsh para el lodo 5.....	99
Figura 41. Diagrama de consistencia para el lodo 5 utilizando el modelo de Bingham (regresión lineal)	100

Figura 42. Diagrama de consistencia para el lodo 5 utilizando el modelo de ley exponencial (regresión potencial)	100
Figura 43. Altura de descarga vs tiempo de descarga en el embudo Marsh para el lodo 6	101
Figura 44. Curva de índice de comportamiento de flujo en el embudo Marsh para el lodo 6	101
Figura 45. Diagrama de consistencia para el lodo 6 utilizando el modelo de Bingham (regresión lineal)	102
Figura 46. Diagrama de consistencia para el lodo 6 utilizando el modelo de ley exponencial (regresión potencial)	102
Figura 47. Altura de descarga vs tiempo de descarga en el embudo Marsh para el lodo 7	103
Figura 48. Curva de índice de comportamiento de flujo en el embudo Marsh para el lodo 7	103
Figura 49. Diagrama de consistencia para el lodo 7 utilizando el modelo de Bingham (regresión lineal)	104
Figura 50. Diagrama de consistencia para el lodo 7 utilizando el modelo de ley exponencial (regresión potencial)	104
Figura 51. Altura de descarga vs tiempo de descarga en el embudo Marsh para el lodo 8	105
Figura 52. Curva de índice de comportamiento de flujo en el embudo Marsh para el lodo 8	105
Figura 53. Diagrama de consistencia para el lodo 8 utilizando el modelo de Bingham (regresión lineal)	106
Figura 54. Diagrama de consistencia para el lodo 8 utilizando el modelo de ley exponencial (regresión potencial)	106

Lista de apéndices

	Pág.
Apéndice A. Graficas obtenidas para el lodo 2 (37,0 g de bentonita, 2,07 %p/p).....	93
Apéndice B. Gráficas obtenidas para el lodo 3 (52,5 g de bentonita, 2,91 %p/p)	95
Apéndice C. Gráficas obtenidas para el lodo 4 (70,0 g de bentonita, 3,85 %p/p)	97
Apéndice D. Gráficas obtenidas para el lodo 5 (87,5 g de bentonita, 4,76 %p/p).....	99
Apéndice E. Gráficas obtenidas para el lodo 6 (105,0 g de bentonita, 5,66 %p/p)	101
Apéndice F. Gráficas obtenidas para el lodo 7 (122,5 g de bentonita, 6,54 %p/p)	103
Apéndice G. Gráficas obtenidas para el lodo 8 (140,0 g de bentonita, 7,41 %p/p).....	105

Resumen

Título: Determinación de las propiedades reológicas de lodos de perforación a partir de un modelo matemático basado en el embudo de Marsh*

Autores: Isabella Mendoza Betin, Fredy David Salas Martinez**

Palabras clave: reología, embudo Marsh, lodos de perforación, modelo matemático.

Descripción: En las actividades de perforación de pozos petroleros es necesario la supervisión constante de los parámetros reológicos del lodo de perforación con el fin de garantizar la seguridad y una operación eficaz, debido a esto, se requieren métodos rápidos, precisos y sencillos para la determinación de estas propiedades. El embudo Marsh es una herramienta popular de control de calidad utilizada en campo ya que ofrece una alternativa rápida de medición y otros métodos existentes son relativamente más caros. Sedaghat (2017) desarrolló un modelo matemático para hallar el esfuerzo y la velocidad de corte en las paredes del embudo basado en las pérdidas de energía utilizando la ecuación de Bernoulli, que sumado a las ecuaciones propuestas por Guria et al. (2013) donde se relacionan dichas variables con las viscosidades aparentes y plásticas en (cP) brindan la posibilidad de obtener resultados cuantitativos del embudo Marsh. En este trabajo se midieron las propiedades reológicas de 8 lodos de perforación base agua utilizando el viscosímetro Fann 35 para luego ser comparadas con las obtenidas utilizando el modelo matemático propuesto por Sedaghat (2017) basado en el tiempo de flujo del embudo Marsh. Como resultado se obtienen mediciones muy cercanas con ambos métodos para algunas de las muestras analizadas, sin embargo, el modelo presenta errores significativos en la mayoría de los casos por lo que el Viscosímetro Fann 35 sigue siendo la opción más confiable hasta el momento.

* Trabajo de grado.

** Facultad de Ingenierías Físico-Químicas. Escuela de ingeniería de petróleos. Director: Erik Giovany Montes, M.Sc. en Ingeniería de Hidrocarburos.

Abstract

Title: Determination of the drilling muds's rheological properties from a mathematical model based on the marsh funnel*

Authors: Isabella Mendoza Betin, Fredy David Salas Martinez**

Keywords: rheology, marsh funnel, drilling mud, mathematical model.

Description: In the drilling activities of oil wells it's necessary the constant supervision of the rheological parameters of the drilling mud in order to guarantee the safety and efficient operation, due to this, fast, precise and simple methods are required for the determination of these properties. The Marsh funnel is a popular quality control tool used in the field because it offers a quick alternative to measurement and other existing methods are relatively more expensive. Sedaghat (2017) developed a mathematical model to find the stress and the shear rate in funnel's walls based on energy losses using the Bernoulli equation, which added to the equations proposed by Guria et al. (2013) where relate these variables to the apparent and plastic viscosities in (cP) provide the possibility of obtaining quantitative results of the Marsh funnel. In this work, the rheological properties of 8 water-based drilling muds were measured using the Fann 35 viscometer to be compared with those obtained using the mathematical model proposed by Sedaghat (2017) based on the flow time of the Marsh funnel. As a result, very close measurements are obtained with both methods for some of the samples analyzed, however the model presents significant errors in most cases, so the Fann 35 Viscometer remains the most reliable option so far.

* Bachelor Thesis.

** Facultad de Ingenierías Físico-Químicas. Escuela de ingeniería de petróleo. Director: Erik Giovany Montes, M.Sc. en Ingeniería de Hidrocarburos.

Introducción

En las operaciones de perforación de pozos petroleros una de las actividades más importantes es el monitoreo de las propiedades reológicas del fluido de perforación, esto suele realizarse a través del embudo Marsh el cual entrega una medida cualitativa de viscosidad y en caso de requerir valores puntuales se utiliza el viscosímetro rotativo, sin embargo en los últimos años se han venido desarrollando modelos matemáticos para el cálculo de las propiedades reológicas a partir del embudo Marsh, mediante la relación de los tiempos de flujo con las lecturas θ_{300} y θ_{600} del viscosímetro Fann, la determinación de las propiedades reológicas utilizando datos medidos de altura en función del tiempo y el desarrollo de un método para la determinación de esfuerzos de corte en las paredes del embudo. No obstante, estos modelos no cuentan con una recopilación de datos experimentales suficientes que determinen su precisión y aplicabilidad.

Con base a esto en el siguiente trabajo de investigación se busca realizar un aporte con datos experimentales con el fin de analizar la precisión del modelo propuesto por Sedaghat (2017), esto teniendo en cuenta que la posibilidad de calcular las propiedades reológicas de los fluidos de perforación a partir del embudo de Marsh constituye un método alternativo que representa una opción rápida en campo la cual permitiría un mejor aprovechamiento de los datos obtenidos con el embudo. Para esto se analizarán 8 lodos de perforación base agua a los cuales se le realizaran mediciones de densidad, y propiedades reológicas utilizando tanto el método estándar como el modelo matemático presentado por Sedaghat (2017) con el fin de comparar los resultados y evaluar mediante gráficos de consistencia y de altura vs tiempo de descarga la precisión de este último, finalmente se presentará una guía de laboratorio con la metodología utilizada en este trabajo.

1. Objetivos

1.1 Objetivo General

- Determinar las propiedades reológicas de lodos de perforación a partir de un modelo matemático basado en el embudo Marsh.

1.2 Objetivos Específicos

- Realizar una revisión bibliográfica de las propiedades reológicas de los lodos de perforación y los diferentes métodos para su medición usados comúnmente en la industria.
- Presentar el modelo matemático a utilizar mediante una revisión de su fundamentación teórica.
- Determinar las propiedades reológicas de lodos de perforación usando el viscosímetro Fann 35.
- Determinar las propiedades reológicas de lodos de perforación usando un modelo matemático basado en el embudo Marsh.
- Validar el modelo matemático con base en los resultados obtenidos en la experimentación.
- Elaborar una guía práctica que detalle el procedimiento para el cálculo de las propiedades reológicas de lodos de perforación usando el modelo matemático basado en el embudo Marsh.

2. Fundamentación teórica sobre reología de los lodos de perforación

Dado que la mira central de este proyecto estará puesta en la determinación de la reología de los lodos de perforación, será necesario plantear algunos parámetros que sirvan de ejes conceptuales sobre los que apoyar el trabajo experimental. Para empezar, entenderemos el concepto de lodos de perforación, sus funciones, propiedades reológicas y los distintos métodos de cálculo de estas. Del mismo modo se presentarán los antecedentes históricos del modelo matemático en estudio Sedaghat (2017).

2.1. Lodos de perforación

El fluido utilizado durante las labores de perforación de un pozo es llamado también lodo de perforación; siendo éste, el componente más importante que existe durante este proceso.

Las composiciones de los lodos varían según las exigencias del pozo, las capacidades de los equipos de perforación y los factores ambientales, normalmente son base agua o aceite y sus propiedades han sido modificadas por sólidos comerciales y/o nativos, disueltos y/o suspendidos. Sin embargo, en situaciones en que los fluidos de perforación convencionales no son apropiados, el aire, la espuma, y los lodos aireados son alternativas eficaces.

Los lodos de perforación se usan en la perforación rotatoria para cumplir cualquiera o todas las funciones requeridas en la operación de perforación entre las que se encuentran (MI-SWACO, 2001, p.60):

- Retirar los recortes del pozo.
- Controlar las presiones de la formación.

- Suspender y descargar los recortes.
- Obturar las formaciones permeables.
- Mantener la estabilidad del hueco.
- Minimizar los daños al yacimiento.
- Enfriar, lubricar y apoyar la broca y el conjunto de perforación.
- Transmitir la energía hidráulica a las herramientas y a la broca.
- Controlar la corrosión.
- Facilitar la cementación y el completamiento.
- Minimizar el impacto al ambiente.

El Instituto Americano del Petróleo (API) ha establecido numerosas prácticas recomendadas diseñadas para estandarizar los procedimientos asociados a la industria petrolera. Uno de estos estándares es la norma técnica API RP 13B-1, “Procedimiento estándar de prácticas recomendadas para pruebas de campo en fluidos de perforación base agua”. Esta norma describe las siguientes mediciones al fluido de perforación según sea necesario para describir sus características principales (BAKER HUGHES , 2006, p.12):

- Densidad; para el control de las presiones de formación.
- Viscosidad y esfuerzo de gel; medidas relacionadas con las propiedades de flujo de un lodo.
- Filtración; una medida de la pérdida de la fase líquida del lodo a formaciones expuestas y permeables.
- Arena; la concentración de arena (partículas sólidas $< 74 \mu\text{m}$) que se transporta en el lodo.

- Capacidad de azul de metileno; una indicación de la cantidad de arcillas reactivas presentes en el lodo.
- pH; una medida de la relación alcalina / ácida en el lodo.
- Análisis químico; medición cualitativa y cuantitativa de los componentes químicos reactivos del lodo.

2.2 Propiedades reológicas de los lodos de perforación

Las propiedades reológicas, es decir, la viscosidad, *yield point* y esfuerzo de gel de los lodos de perforación describen la capacidad del fluido para transportar los recortes mientras se perfora y de mantener estos suspendidos cuando se interrumpe la circulación.

Con frecuencia, el término "viscosidad" se confunde con el término "reología". La reología es el estudio de la manera en que la materia se deforma y fluye. Esta junto con el sistema hidráulico anular se relacionan directamente con la estabilidad del pozo y con la eficiencia de limpieza del mismo. Una comprensión de la reología es esencial si la ingeniería del fluido de perforación en el sitio del pozo debe complementar de manera rentable el objetivo de perforar el pozo. La reología e hidráulica de los fluidos de perforación no son ciencias exactas, pero se basan en modelos matemáticos que pueden describir con bastante precisión estas propiedades de un fluido. En consecuencia, se utilizan diferentes métodos para calcular la reología y los parámetros hidráulicos (MI-SWACO, 2001, p.212-216).

2.2.1 Esfuerzo de corte y velocidad de corte. En otros términos, la viscosidad (μ) se puede describir como la relación del esfuerzo de corte (τ) a la velocidad de corte (γ). Por definición:

$$\text{viscosidad} = \frac{\text{esfuerzo de corte}}{\text{velocidad de corte}} \quad \text{Ecuación 1}$$

Los conceptos de velocidad de corte y esfuerzo de corte se aplican al flujo de todos los fluidos. Dentro de un sistema de circulación, la velocidad de corte depende de la velocidad media del fluido en la geometría en que está fluyendo. Las velocidades de corte más altas suelen causar una mayor fuerza resistiva del esfuerzo de corte. Por lo tanto, los esfuerzos de corte en la columna de perforación (donde hay mayores velocidades de corte) exceden los del espacio anular (donde las velocidades de corte son menores). El total de las pérdidas de presión a través del sistema de circulación (presión de bombeo) está frecuentemente asociado con el esfuerzo de corte, mientras que la velocidad de bombeo está asociada con la velocidad de corte. Esta relación entre la velocidad de corte y el esfuerzo de corte para un fluido define la manera en que dicho fluido corre. La Figura 1 es una representación simplificada de dos capas de fluido (A y B) que se mueven a diferentes velocidades cuando se aplica una fuerza. Cuando un fluido está fluyendo, hay una fuerza en el fluido que se opone al flujo, esta fuerza se llama **esfuerzo de corte**. Se puede describir como un esfuerzo de fricción que aparece cuando una capa de fluido se desliza encima de otra. Como el corte ocurre más fácilmente entre capas de fluido que entre la capa exterior del fluido y la pared de una tubería, el fluido que está en contacto con la pared no fluye. La velocidad a la cual una capa pasa por delante de la otra capa se llama **velocidad de corte**. Por lo tanto, la velocidad de corte (γ) es un gradiente de velocidad.

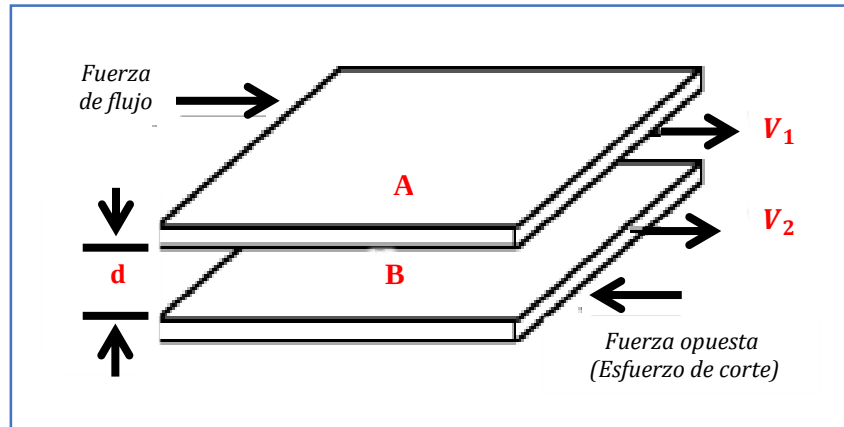


Figura 1. Velocidad de corte y esfuerzo de corte. Adaptado de MI-SWACO. (2001). Manual de Ingeniería de Fluidos de Perforación. Texas, USA.

La fórmula para la velocidad de corte (γ) es:

$$\gamma[\text{seg}^{-1}] = \frac{v_2 - v_1}{d} \quad \text{Ecuación 2}$$

Dónde:

γ : Velocidad de corte (1/seg)

V_2 : Velocidad en la Capa B (pies/seg)

V_1 : Velocidad en la Capa A (pies/seg)

d : Distancia entre A y B (pies)

La velocidad de corte (γ), es igual a la velocidad rotacional RPM (ω) del viscosímetro multiplicada por 1,703. Este factor se deriva de la geometría del manguito y del balancín del viscosímetro.

$$\gamma[\text{seg}^{-1}] = 1,703 * \omega \quad \text{Ecuación 3}$$

El esfuerzo de corte (τ) es la fuerza requerida para mantener la velocidad de corte. El esfuerzo de corte está expresado en unidades estándar del campo petrolífero, es decir las libras de fuerza por cien pies cuadrados ($\text{lb}/100 \text{ pies}^2$) requeridas para mantener la velocidad de corte.

Las indicaciones del cuadrante del viscosímetro rotativo (Θ) tomadas con la combinación de balancín y resorte estándar, pueden ser convertidas en un esfuerzo de corte (τ) con unidades de lb/100 pies², multiplicando la indicación por 1,0678.

$$\tau \left[\frac{lb}{100ft^2} \right] = 1,0678 * \Theta \quad \text{Ecuación 4}$$

Las indicaciones del viscosímetro son frecuentemente usadas como indicación del esfuerzo de corte (τ) en lb/100 pies² sin realizar la conversión, ya que la diferencia es pequeña (MI-SWACO, 2001).

2.2.2 Viscosidad de embudo [seg/qt o en seg/l]. Se mide usando el embudo Marsh. La viscosidad de embudo es el tiempo registrado para el drenaje de 1/4 de galón del embudo. Se usa como indicador relativo de la condición del fluido y no proporciona suficiente información para determinar las propiedades reológicas o las características de flujo de un fluido. Debería usarse en el campo para detectar los cambios relativos en las propiedades del fluido. Además, ningún valor en particular de la viscosidad de embudo puede ser adoptado como valor representativo de todos los fluidos.

2.2.3. Viscosidad efectiva [cP o mPa•seg]. La viscosidad efectiva (μ_e) de un fluido es la viscosidad de un fluido bajo condiciones específicas. Estas condiciones incluyen la velocidad de corte, la presión y la temperatura.

Describe la resistencia del fluido a fluir a través de una geometría particular. El fluido fluyendo a través del espacio anular tendrá una viscosidad efectiva diferente a la que tiene cuando fluye dentro de la tubería de perforación.

2.2.4. Viscosidad aparente [cP o mPa•seg]. La viscosidad efectiva a veces es llamada Viscosidad Aparente (VA).

La viscosidad aparente está indicada por la indicación del viscosímetro rotativo a 300 RPM (ϕ_{300}) o la mitad de la indicación del viscosímetro a 600 RPM (ϕ_{600}).

$$VA = \frac{\phi_{600}}{2} \quad \text{Ecuación 5}$$

2.2.5. Viscosidad plástica [cP o mPa•seg]. Se describe generalmente como la parte de la resistencia al flujo que es causada por la fricción mecánica. La viscosidad plástica es afectada principalmente por:

- La concentración de sólidos.
- El tamaño y la forma de los sólidos.
- La viscosidad de la fase fluida.
- La presencia de algunos polímeros de cadena larga (POLY-PLUS®, hidroxietilcelulosa (HEC), POLYPAC®, Carboximetilcelulosa (CMC))
- Las relaciones aceite-agua (A/A) o Sintético-Agua (S/A) en los fluidos de emulsión inversa.

La viscosidad plástica (VP) en centipoise (cP) o milipascales-segundo (mPa•s) se calcula a partir de los datos del viscosímetro rotativo, de la siguiente manera:

$$VP = \phi_{600} - \phi_{300} \quad \text{Ecuación 6}$$

2.2.6. Yield point [lb/100 pies² o en Pa]. El *yield point*, segundo componente de la resistencia al flujo en un fluido de perforación, es una medida de las fuerzas electroquímicas o de atracción

en un fluido. Estas fuerzas son el resultado de las cargas negativas y positivas ubicadas en o cerca de las superficies de las partículas. El *yield point* es una medida de estas fuerzas bajo las condiciones de flujo, y depende de:

- Las propiedades superficiales de los sólidos del fluido.
- La concentración volumétrica de los sólidos.
- El ambiente eléctrico de estos sólidos (concentración y tipos de iones en la fase fluida del fluido).

El *yield point* (PC) en libras por 100 pies cuadrados (lb/100 pies²) se calcula a partir de los datos del viscosímetro rotativo, de la siguiente manera:

$$PC \left[\frac{lb}{100ft^2} \right] = 2 * \phi_{300} - \phi_{600} \quad \text{Ecuación 7}$$

$$PC \left[\frac{lb}{100ft^2} \right] = \phi_{300} - VP \quad \text{Ecuación 8}$$

$$PC[Pa] = 0,4788 * (2 * \phi_{300} - \phi_{600}) \quad \text{Ecuación 9}$$

$$PC[Pa] = 0,4788 * (\phi_{300} - VP) \quad \text{Ecuación 10}$$

2.2.7. Esfuerzo de gel [lb/100 pies² o en Pa]. Es la fuerza de atracción que se da a condiciones estáticas y denota la fuerza de floculación debido a la presencia de partículas cargadas eléctricamente. Depende principalmente de la cantidad y tipos de sólidos en suspensión, el tiempo de reposo, la temperatura y el tratamiento químico.

2.3. Tipos de fluidos

La relación entre el esfuerzo de corte (τ) y la velocidad de corte ($\dot{\gamma}$) define el comportamiento de flujo de un fluido. Basado en esto los fluidos se pueden clasificar en dos tipos diferentes: newtonianos y no newtonianos.

Para algunos fluidos, la relación es lineal. Si la velocidad de corte se duplica, entonces el esfuerzo de corte también se duplicará. En este caso la viscosidad del fluido es la pendiente de la gráfica de esfuerzo de corte vs velocidad de corte y el *yield point* (esfuerzo requerido para iniciar el flujo) siempre será cero. Tales fluidos son llamados fluidos newtonianos (véase figura 2). Los ejemplos de fluidos newtonianos incluyen agua, alcoholes y aceites ligeros. Muy pocos fluidos de perforación entran en la categoría newtoniana.

Los fluidos que tienen características de flujo tales que el esfuerzo de corte no aumenta en proporción directa a la velocidad de corte se denominan fluidos no newtonianos. Para el caso de este tipo de fluidos a bajas velocidades de corte, las partículas se enlazan entre sí, aumentando la resistencia al flujo, pero a altas velocidades de corte, los enlaces se rompen. Bajo estas circunstancias, el esfuerzo de corte no aumenta en proporción directa a la velocidad de corte. Los fluidos no newtonianos demuestran una relación de esfuerzo de corte/velocidad de corte, de la manera ilustrada en la Figura 3. La relación de esfuerzo de corte a velocidad de corte no es constante, sino diferente a cada velocidad de corte. Esto significa que un fluido no newtoniano no tiene una viscosidad única o constante que pueda describir su comportamiento de flujo a todas las velocidades de corte. Para describir la viscosidad de un fluido no newtoniano a una velocidad de corte en particular, se usa una “viscosidad efectiva”. La mayoría de los fluidos de perforación son de este tipo (MI-SWACO, 2001, p.220-223).

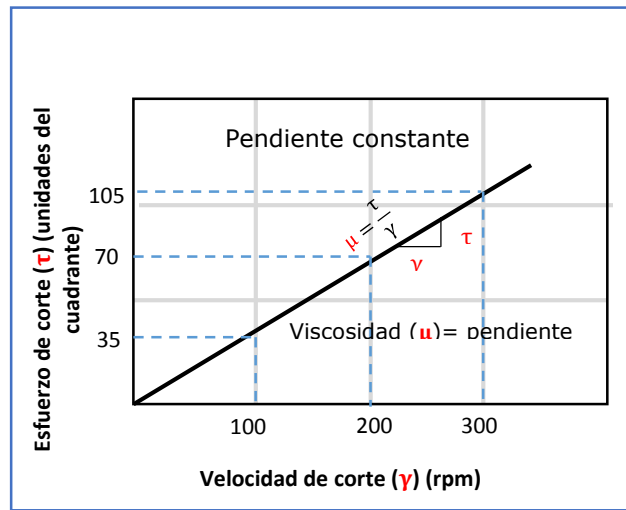


Figura 2. Fluido Newtoniano. Adaptado de MI-SWACO. (2001). Manual de Ingeniería de Fluidos de Perforación. Texas, USA.

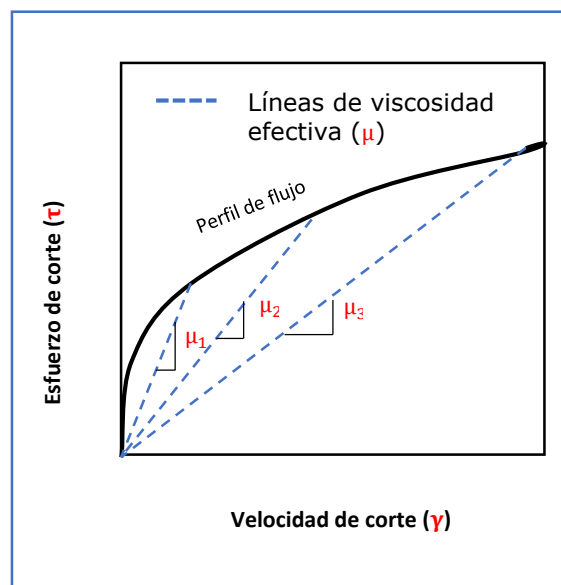


Figura 3. Fluido no newtoniano. Efecto de la velocidad de corte sobre la viscosidad efectiva. Adaptado de MI-SWACO. (2001). Manual de Ingeniería de Fluidos de Perforación. Texas, USA.

2.4. Modelos reológicos

Son modelos matemáticos que describen el comportamiento de flujo al expresar una relación matemática entre el esfuerzo de corte y la velocidad de corte. Como se mencionó antes, la relación de esfuerzo de corte / velocidad de corte es una constante para los fluidos newtonianos.

Sin embargo, para los fluidos no newtonianos, esta relación es mucho más compleja. No se ha encontrado una relación generalizada para todos los fluidos no newtonianos. En cambio, se han propuesto varios modelos matemáticos. Estos modelos no describen el comportamiento de los fluidos no newtonianos exactamente, son simplemente aproximaciones cercanas (MI-SWACO, 2001, p.224-229).

2.4.1. Ley de Newton. Consideremos un fluido (líquido o gas) contenido entre dos grandes láminas planas y paralelas, de área A , separadas entre sí por una distancia muy pequeña Y (véase la Figura 4). Supongamos que el sistema está inicialmente en reposo, pero que al cabo del tiempo $t=0$, la lámina inferior se pone en movimiento en la dirección del eje x , con una velocidad constante V . A medida que transcurre el tiempo el fluido gana cantidad de movimiento y finalmente se establece el perfil de velocidad en régimen estacionario, que se indica en la Figura 4. Una vez alcanzado dicho estado estacionario de movimiento, es preciso aplicar una fuerza constante F para conservar el movimiento de la lámina inferior, es decir, que la fuerza por unidad de área es proporcional a la disminución de la velocidad con la distancia Y , la constante de proporcionalidad se denomina viscosidad del fluido.

Los fluidos newtonianos cumplen con la siguiente ecuación:

$$\tau = \mu \gamma$$

Ecuación 11

Dónde:

τ : esfuerzo de corte (lb/100 pies²)

μ : viscosidad (cP)

γ : velocidad de corte (s⁻¹)

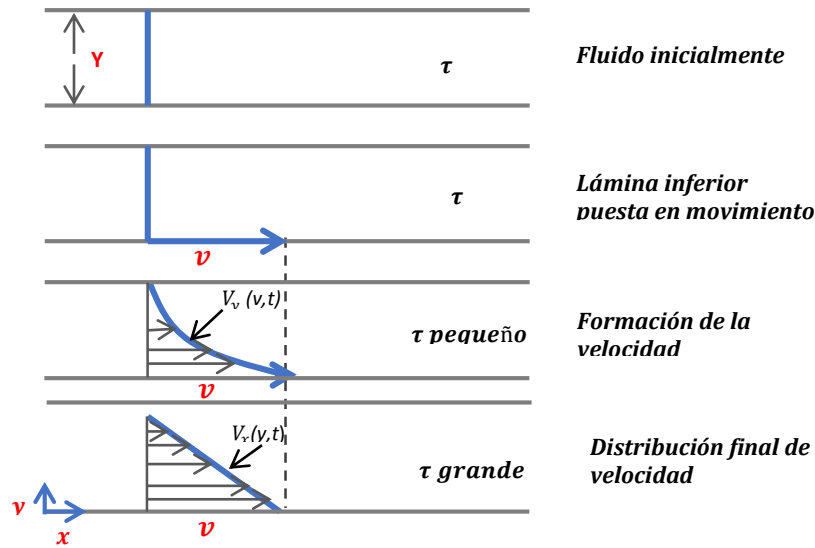


Figura 4. Formación del perfil de velocidad en estado estacionario para un fluido contenido entre dos láminas. Adaptado de MI-SWACO. (2001). Manual de Ingeniería de Fluidos de Perforación. Texas, USA.

2.4.2. Modelo de flujo plástico de Bingham. A principios de la década de 1900, Bingham reconoció por primera vez que algunos fluidos exhibían un comportamiento plástico, que se distingue de los fluidos newtonianos, en el sentido de que requieren una fuerza finita para iniciar el flujo (*yield point*). No se produce un movimiento masivo del fluido hasta que la fuerza aplicada excede el *yield point*.

La relación de esfuerzo corte / velocidad de corte para el modelo de plástico de Bingham viene dada por:

$$\tau = \tau_0 + \mu_p \gamma$$

Ecuación 12

Dónde:

τ : Esfuerzo de corte (lb/100 pies²)

τ_0 : *Yield point* o esfuerzo de corte a una velocidad de corte de cero (intersección de Y)
(lb/100 pies²)

μ_p : Viscosidad plástica o tasa de aumento del esfuerzo de corte con el aumento de la velocidad de corte (pendiente de la línea) (cP)

γ : velocidad de corte (s⁻¹)

2.4.3. Modelo de Ley Exponencial o de Potencia. Este modelo procura superar las deficiencias del modelo de Flujo Plástico de Bingham a bajas velocidades de corte. El modelo de Ley Exponencial es más complicado que el modelo de Flujo Plástico de Bingham porque no supone que existe una relación lineal entre el esfuerzo de corte y la velocidad de corte, como lo indica la Figura 5. Sin embargo, como para los fluidos newtonianos, las curvas de esfuerzo de corte vs. velocidad de corte para los fluidos que obedecen a la Ley Exponencial pasan por el punto de origen.

Este modelo describe un fluido en el cual el esfuerzo de corte aumenta según la velocidad de corte elevada matemáticamente a una potencia determinada.

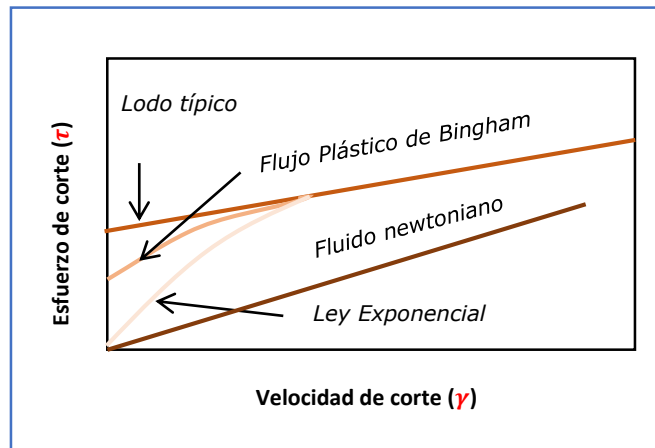


Figura 5. Comparación del modelo de Ley Exponencial. Adaptado de MI-SWACO. (2001). Manual de Ingeniería de Fluidos de Perforación. Texas, USA.

Matemáticamente, el modelo de Ley Exponencial se expresa como:

$$\tau = K\gamma^n \quad \text{Ecuación 13}$$

Dónde:

τ : Esfuerzo de corte (lb/100 pies²)

K: Índice de consistencia.

γ : Velocidad de corte (s⁻¹)

n: Índice de Ley Exponencial.

La Figura 6 muestra una comparación entre un fluido de perforación típico y un fluido que disminuye su viscosidad con el esfuerzo de corte, un fluido newtoniano y un fluido dilatante. El efecto de “n” sobre el perfil de flujo y el perfil de velocidad es muy importante para los fluidos no newtonianos que disminuyen su viscosidad con el esfuerzo de corte. A medida que el perfil de viscosidad se aplana, la velocidad del fluido aumenta sobre un área más grande del espacio anular, lo cual aumenta considerablemente la limpieza del pozo.

El índice de consistencia “K” es la viscosidad a una velocidad de corte de un segundo recíproco (seg⁻¹). Este índice está relacionado con la viscosidad de un fluido a bajas velocidades

de corte. La eficacia con la cual un fluido limpia el pozo y suspende los materiales densificantes y los recortes puede ser mejorada aumentando el valor de “K”. El índice de consistencia “K” está generalmente expresado en lb-seg/100 pies², pero también se puede expresar en otras unidades.

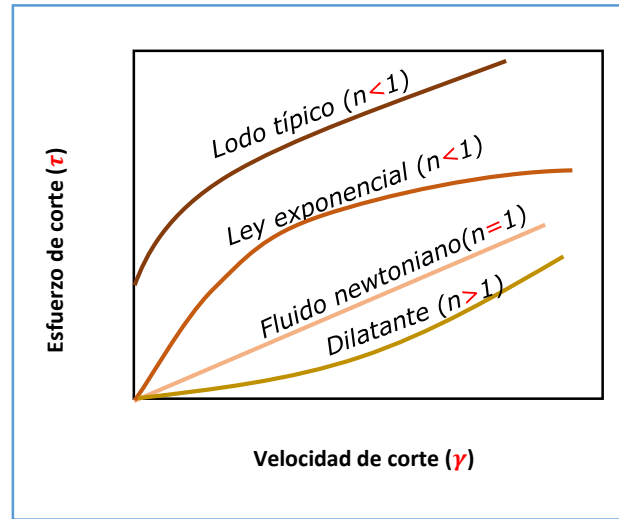


Figura 6. Efecto del índice “n” de Ley Exponencial sobre el comportamiento del fluido. Adaptado de MI-SWACO. (2001). Manual de Ingeniería de Fluidos de Perforación. Texas, USA.

2.4.4. Modelo de Ley Exponencial modificada o modelo Herschel-Bulkley. El modelo de Ley Exponencial no describe totalmente a los fluidos de perforación, porque no tiene un *yield point* y calcula un valor demasiado bajo de la LSRV (viscosidad a muy baja velocidad de corte).

El modelo de Ley Exponencial modificada, puede ser utilizado para tomar en cuenta el esfuerzo requerido para iniciar el movimiento del fluido (*yield point*). Los diagramas mostrados en las Figuras 7 y 8 ilustran las diferencias entre los modelos de Ley Exponencial modificada, Ley Exponencial y Flujo Plástico de Bingham. Está claro que el modelo de Ley Exponencial modificada se parece más al perfil de flujo de un lodo de perforación típico.

$$\tau = \tau_0 + K\gamma^n$$

Ecuación 14

Dónde:

τ : Esfuerzo de corte (lb/100 pies²)

τ_0 : Esfuerzo de corte inicial (lb/100 pies²)

K: Índice de consistencia.

γ : Velocidad de corte (s⁻¹)

n = Índice de Ley Exponencial.

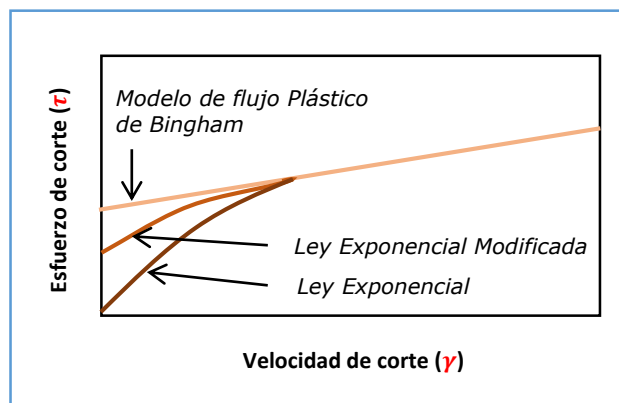


Figura 7. Comparación de los modelos reológicos. Adaptado de MI-SWACO. (2001). Manual de Ingeniería de Fluidos de Perforación. Texas, USA.

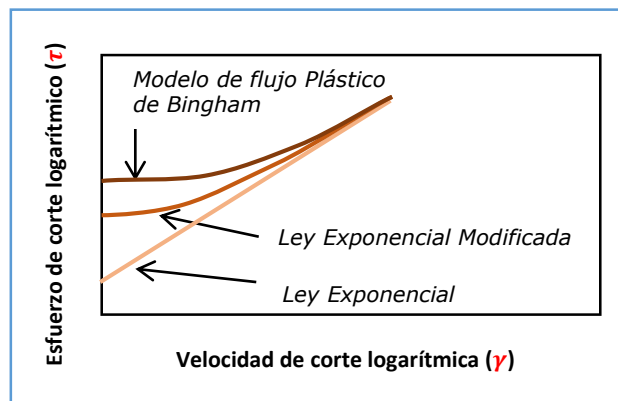


Figura 8. Gráfico logarítmico de comparación de los modelos reológicos. Adaptado de MI-SWACO. (2001). Manual de Ingeniería de Fluidos de Perforación. Texas, USA.

2.5 Antecedentes históricos del modelo matemático

2.5.1 Pitt (2000). Fue uno de los pioneros en la industria de perforación que propuso una correlación entre el tiempo de descarga medido del embudo Marsh, la densidad y la viscosidad de los fluidos de la Ley de Potencia no newtonianos.

En el trabajo expuesto por Pitt (2000) el comportamiento de flujo en el embudo Marsh se simuló numéricamente para los fluidos de ley de potencia y fluidos newtonianos, posteriormente se validó contra los resultados experimentales. El embudo Marsh mostró ser una medida justa de la viscosidad aparente del lodo a una velocidad de corte dada por la ecuación 15, generalmente del orden de 2000 s^{-1} para lodos típicos. Para lodos de densidad aproximadamente constante, la viscosidad aparente es aproximadamente proporcional al exceso de tiempo más allá de 24,5 segundos (para un cuarto de galón, o 26,0 segundos para un litro).

El trabajo demuestra que Marsh se equivocó al afirmar que sus lecturas debían dividirse por la gravedad específica para que fueran comparables con las viscosidades absolutas. Es más correcto decir que el exceso de tiempo debe ser multiplicado por la gravedad específica (ecuación 17). Marsh también presentó curvas de tiempo de embudo vs. peso para varias concentraciones de viscosificador (no especificado) que son consistentes con la figura 9 pero supuso incorrectamente que todas las curvas convergerían en los valores para el agua.

Aunque los cálculos se llevaron a cabo sólo en la Ley de Potencia se pudo notar que el tiempo que se debe restar (24,5 segundos para un cuarto de galón, 26,0 segundos para un litro), es completamente independiente del modelo de fluido y también de la densidad del fluido.

El exceso de tiempo depende de la densidad, pero no mucho del modelo de fluido ya que el embudo opera sobre un rango limitado de velocidades de corte (es decir, una sección corta de la

curva de flujo). Se puede considerar con mayor precisión una viscosidad efectiva promedio en esa región. La ecuación 16 o 17 propone convertir el tiempo de embudo de Marsh en viscosidad de embudo de Marsh (cP). Este valor es una viscosidad efectiva a una velocidad de corte similar a la que se encuentra en los tamices de vibración fina de control de sólidos y puede ser considerado una medida razonable de la resistencia que fluye a través de la malla.

$$\gamma = \frac{4V}{Art} \quad \text{Ecuación 15}$$

$$\bar{\mu}_e = \exp \left[\frac{\ln \left(\frac{t - 24,5}{0,58} \right)}{1,2} + \ln(\rho) \right] \quad \text{Ecuación 16}$$

$$\mu_e = \rho(t - 25) \quad \text{Ecuación 17}$$

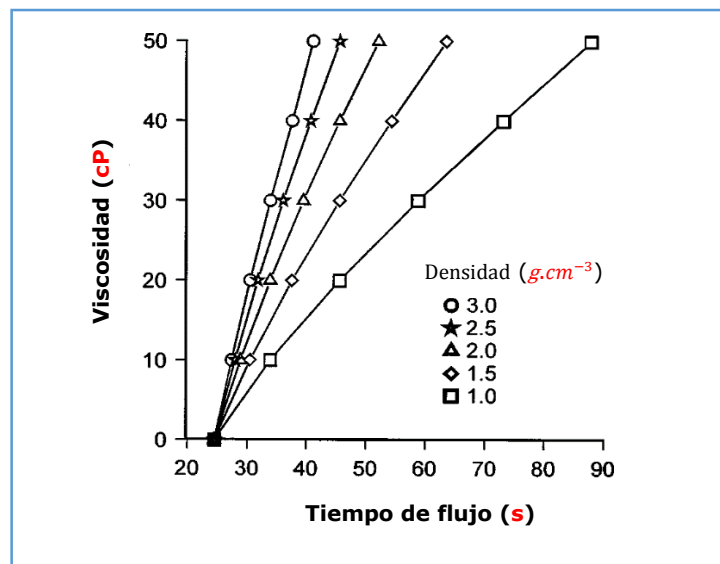


Figura 9. Tiempo de embudo Marsh (cuarto de galón) en función de la densidad y viscosidad.

Adaptado de Pitt, M. (2000). The Marsh Funnel and Drilling Fluid Viscosity: A New Equation for Field Use. *SPE Drilling & Completion*, 15(1). doi:10.2118/62020-PA

2.5.2. Almahdawi, Al-Yaseri y Jasim (2014). Usando datos experimentales de los tiempos de descarga del embudo Marsh y las viscosidades medidas a través del viscosímetro Fann 35 para fluidos de perforación de distintas composiciones, Almahdawi et al. (2014) estimó una correlación experimental para la viscosidad aparente como se muestra en la figura 10:

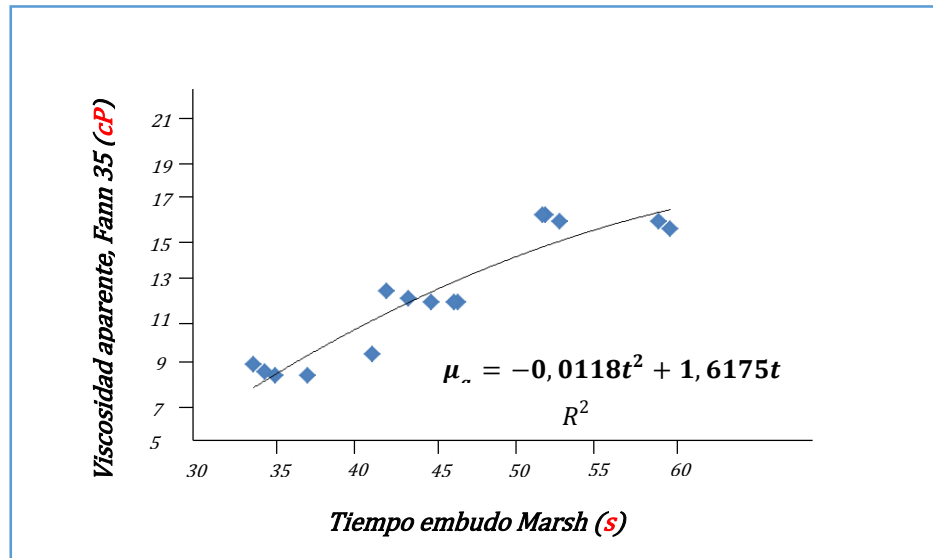


Figura 10. Relación entre viscosidad aparente (cp) Vs. Tiempo de embudo Marsh (seg). Adaptado de Almahdawi, F., Zarzor Al-Yaseri , A., & Jasim, N. (2014). Apparent Viscosity Direct from Marsh Funnel Test. *Iraqi Journal of Chemical and Petroleum Engineering*.

De la gráfica de viscosidad aparente Vs. Tiempo medido en el embudo Marsh, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\mu_a = -0,0118t^2 + 1,6175t - 32,168 \quad \text{Ecuación 18}$$

También se presenta una ecuación que correlaciona la viscosidad aparente con la densidad y la viscosidad del embudo Marsh (t)

$$\mu_a = \rho(t - 28) 168 \quad \text{Ecuación 19}$$

La comparación entre la ecuación obtenida (Ecuación 19) y la ecuación dada por Pitt (2000) muestra que la constante 28 es más precisa y apropiada que la constante 25 dada por Pitt. Al comparar los resultados obtenidos con la ecuación propuesta por Pitt (2000), y los resultados de

las ecuaciones propuestas con los valores medidos con el viscosímetro rotativo, Almahdawi et al. (2014) observó que la relación de la ecuación 18 es más precisa y se puede recomendar para su uso como una relación entre la viscosidad aparente medida usando el viscosímetro rotativo y los valores de viscosidad medidos con base en el tiempo de embudo Marsh.

2.5.3 Roussel y Le Roy (2005). En este estudio, se proporciona un criterio para determinar si se produce el flujo en función del esfuerzo de corte, el peso volumétrico y la geometría del cono.

$$\frac{2K_i}{Ar} \leq 1 \quad \text{Ecuación 20}$$

Para vincular el tiempo de flujo medido con el comportamiento reológico del material probado, se presenta una relación entre el tiempo de flujo, la viscosidad plástica y el valor de esfuerzo de corte (ecuación 21) permitiendo, para mezclas de cemento y lechadas, la predicción del tiempo de flujo. Esta relación es validada para diferentes geometrías de cono.

$$t_v = \frac{a_v \mu_p}{\rho - b_v K_i} \quad \text{Ecuación 21}$$

Dónde a_v y b_v son constantes que dependen de la geometría del cono y el volumen de flujo observado V . Los tiempos obtenidos con la ecuación 21 se compararon mediante graficas con tiempos medidos experimentalmente.

Además, el estudio propone usar dos conos afirmando que un solo cono Marsh, incluso calibrado, no proporciona datos suficientes para medir los valores de dos parámetros (esfuerzo de corte y viscosidad plástica). La idea es utilizar dos conos que solo difieran en la forma de su boquilla para obtener dos valores diferentes de tiempo de flujo (Ecuación 22 y Ecuación

23). Estos dos valores permitirán al usuario calcular los dos parámetros de comportamiento.

Convirtiéndose así este método en una herramienta útil de control en el sitio.

$$T_1 = \frac{a_1 \mu_p}{\rho - a_2 K_i} \quad \text{Ecuación 22}$$

$$T_2 = \frac{b_1 \mu_p}{\rho - b_2 K_i} \quad \text{Ecuación 23}$$

Usando las ecuaciones (24) y (25), los parámetros de comportamiento del material se pueden calcular como sigue:

$$K_i = \rho \frac{(a_1 T_2 - b_1 T_1)}{a_1 b_2 T_2 - a_2 b_1 T_1} \quad \text{Ecuación 24}$$

$$\mu_p = \rho \frac{T_1 T_2 (b_2 - a_2)}{a_1 b_2 T_2 - a_2 b_1 T_1} \quad \text{Ecuación 25}$$

Por supuesto, todavía se requiere más trabajo. Pero este estudio es un paso hacia una mejor comprensión de la relación general entre el comportamiento y el tiempo de flujo en reómetros de orificio.

2.5.4 Balhoff et al. (2011). Presentaron un método para obtener las propiedades reológicas de lodos de perforación y otros fluidos no newtonianos que utiliza datos de altura en función del tiempo en un embudo Marsh. Actualmente, el embudo Marsh se usa en la industria petrolera para estimar la viscosidad relativa de los lodos de perforación, la práctica actual utiliza solo el tiempo de drenaje total. En consecuencia, el procedimiento se puede usar para estimar inequívocamente solo un parámetro reológico. El método propuesto por Balhoff et al. (2011) se puede usar para estimar varios parámetros, incluido el *yield point* del fluido.

Balhoff et al. (2011) desarrolló un modelo para la altura del fluido (h) en función del tiempo (t) en el embudo, y las propiedades reológicas se determinan a partir del mejor ajuste de los datos al modelo. El análisis se basa en una solución a una ecuación diferencial ordinaria que tiene en cuenta las siguientes suposiciones:

- La densidad del aire es insignificante, en comparación con las densidades del fluido, al igual que la presión capilar entre el aire y el fluido existente.
- Los fluidos que se prueban son incompresibles.
- No hay resistencia viscosa para fluir en el embudo. Esta suposición implica que la presión en la parte superior de la región de la boquilla está dada por la cabeza hidrostática del embudo. La cabeza hidrostática es independiente de la geometría del embudo para fluidos sin un límite elástico. La suposición también elimina los efectos de entrada en la parte inferior del embudo, lo que podría conducir a imprecisiones.
- Los efectos elásticos son insignificantes.
- El flujo en la región de la boquilla está completamente desarrollado. Las mediciones básicas son necesariamente transitorias y estas suposiciones significan que el flujo es casi estático. El flujo es laminar en todas las pruebas realizadas.
- No hay pérdida de líquidos por evaporación ni a los lados de la pared del embudo. Si bien la pérdida de fluido no se incluye directamente en la ecuación diferencial, se corrige durante la reducción de datos para lograr el equilibrio de materiales.

Para estas suposiciones, a partir de un balance de masa y usando la fórmula de volumen de un cono, se tiene:

$$V = \frac{\pi}{3} \left(\frac{R_f}{H_f} \right)^2 h^3 = \alpha h^3 \quad \text{Ecuación 26}$$

Dónde:

h: Altura (cm)

V: Volumen (cm³)

R_f : Radio de embudo máximo (cm)

H_f : Altura máxima (cm)

α : Coeficiente usando las dimensiones del embudo

Sustituyendo la ecuación 26 en el balance de masa y usando la regla de la cadena Balhoff et al. (2011) obtuvo la siguiente ecuación diferencial ordinaria que describe la altura del fluido en el embudo de Marsh como una función del tiempo.

$$\pi \left(\frac{R_f}{H_f} \right)^2 h^2 \frac{dh}{dt} = -Q(h) \quad \text{Ecuación 27}$$

Utilizando la ecuación de Hagen-Poiseuille se tiene que la viscosidad de un fluido newtoniano puede entonces estimarse mediante la siguiente ecuación y el tiempo de drenaje total, t_f , para el flujo laminar.

$$\mu \approx \left[\frac{R^4}{8L} \left(\frac{H_f}{R_f} \right)^2 \right] \left[\frac{\rho g}{L h_o - \frac{1}{2} h_o^2} \right] t_f \quad \text{Ecuación 28}$$

Dónde:

R: Radio del cilindro (cm)

L: Longitud del cilindro (cm)

Para fluidos no newtonianos, Q (h) es más complicado y en general la ecuación 27 debe estar integrada numéricamente (por ejemplo, método de Runge-Kutta de 4° orden). Los parámetros reológicos se pueden encontrar ajustando la solución de h (t) a los datos dinámicos del embudo; la regresión no lineal se puede usar para encontrar el mejor ajuste. La función SOLVER de

Microsoft Excel se utilizó en Balhoff et al. (2011) para encontrar los parámetros del modelo. Los datos del embudo nunca se convierten a la velocidad de corte y al esfuerzo cortante (aunque tal conversión podría realizarse). La estimación de parámetros se realiza al encontrar un ajuste por mínimos cuadrados de los datos de altura en función del tiempo para la solución del modelo (ecuación 27).

El *yield point* del fluido podría determinarse de la misma manera que las otras propiedades reológicas, es decir, como un parámetro ajustado en la optimización de mínimos cuadrados. Sin embargo, este es una propiedad fundamental del fluido y debe medirse en condiciones estáticas (Zhu, Sun, Papadopoulos, y De Kee, 2001) si es posible. Además, el objetivo es identificar una técnica de medición simple y objetiva para el límite elástico. El esfuerzo cortante puede estar relacionado con la altura del fluido en el embudo; la altura estática donde las fuerzas están en equilibrio (es decir, $dh / dt = 0$) se tiene de la siguiente manera:

$$\tau_0 = \tau_w = \frac{\rho g (h_{ss} + L)}{\frac{2L}{R} + \frac{2H_f}{R_f}} \quad \text{Ecuación 29}$$

Dónde:

h_{ss} : Altura estática (cm)

L: longitud del tubo capilar (cm)

H_f : Altura total de la porción cónica (cm)

R_f : Máximo radio del embudo (cm)

R: Radio del tubo capilar (cm)

Si no hay altura estática, el fluido no presenta *yield point* o esta es menor que la que se puede medir con el radio capilar del embudo. El menor *yield point* que se puede medir en el embudo

Marsh es de 12,5 Pa. Una vez que el límite de fluencia se determina bajo las condiciones estáticas, puede ser sustituido directamente en la ecuación diferencial (ecuación 27).

Al comparar los valores obtenidos a partir del embudo Marsh con los registrados en el viscosímetro Fann 35, en la mayoría de los casos, se produce una muy buena concordancia para fluidos con modelo de Ley de potencia o Herschel-Bulkley.

2.5.5 Guria, Kumar y Mishra (2013). Presentan una metodología para construir el gráfico de consistencia (Esfuerzo de corte Vs velocidad de corte) de las lecturas del embudo Marsh para varios fluidos no newtonianos. El esfuerzo de corte en la pared del embudo Marsh se obtiene del volumen de drenaje de la suspensión al equilibrar la fuerza neta hidrostática hacia abajo y la fuerza de cizallamiento de la pared hacia arriba a través de la sección cónica del embudo. Sustituyendo, ΔP en términos de nivel de líquido en el embudo Marsh, Guria et al. (2013) obtuvieron la tasa de corte en la pared con la siguiente ecuación:

$$\tau_w = \frac{\rho g(Z + Z_2)}{\left(\frac{Z}{\left(\cos \alpha \{ R_L + (R_0 - R_L) (Z/Z_1) \} \right)} \right) + (2Z_2/R_L)} \quad \text{Ecuación 30}$$

Donde:

τ_w : Esfuerzo de corte en la pared

ρ : Densidad del fluido en kg/m^3

g : Aceleración debida a la gravedad (m/s^2)

Z : Altura de líquido por encima de la sección capilar del embudo (cm)

Z_1 : Longitud de la sección cónica del embudo (cm)

Z_2 : Longitud de la sección capilar del embudo (cm)

α : Angulo del embudo Marsh

R_L : Radio de la sección cilíndrica (cm)

R_0 : Radio del embudo malla numero 20 (cm)

La ecuación (30) es la ecuación presentada para la estimación del esfuerzo de corte en la pared del embudo Marsh. Por lo tanto, el esfuerzo cortante en la pared depende de la altura restante del líquido en el embudo, la densidad de la suspensión y la geometría del embudo.

El *yield point* (τ_0) se obtiene de la lectura del embudo al final del experimento bajo condición de no flujo. El *yield point* es cero para el drenaje completo de la suspensión, mientras que los valores finitos de *yield point* se obtienen a partir de las lecturas de embudo en condiciones de ausencia de flujo.

En Guria et al. (2013) también se presenta una ecuación de velocidad de corte independiente del modelo reológico y se obtiene a partir del caudal volumétrico de la suspensión descargada y del esfuerzo cortante en la pared. Debido a que la velocidad de corte en la pared del embudo es una medida de la velocidad a la que el fluido de muestra pasa a través de la salida de este, se escribe en la siguiente forma en función del área de la sección de salida del embudo:

$$-\gamma_w = \frac{3n' + 1}{4n'} \frac{4Q}{\pi R_L^3} \quad \text{Ecuación 31}$$

Donde Q es la tasa de flujo volumétrico a través de la salida del embudo Marsh, y n' es el índice de comportamiento de flujo el cual es relacionado por la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{n'} = \frac{d \log \left(\frac{4Q}{\pi R_L^3} \right)}{d \log \tau_w} \quad \text{Ecuación 32}$$

Para finalmente hallar la viscosidad aparente y la viscosidad plástica se usa la gráfica de consistencia generada con las ecuaciones 30 y 31, conociendo los esfuerzos de corte en la pared

a 1020 s^{-1} y 510 s^{-1} que son equivalentes a la rotación del rotor de 600 rpm y 300 rpm en el viscosímetro Fann 35 respectivamente. Por lo tanto, las viscosidades aparentes y plásticas se calculan mediante las siguientes expresiones:

$$VA = \frac{\tau_{1020}}{1020} * 1000 \approx \tau_{1020} \quad \text{Ecuación 33a}$$

$$VP = \frac{\tau_{1020} - \tau_{510}}{1020 - 510} * 1000 \approx 2(\tau_{1020} - \tau_{510}) \quad \text{Ecuación 33b}$$

Donde τ_{1020} y τ_{510} son los esfuerzos de corte (en Pa) a velocidades de corte 1020 s^{-1} y 510 s^{-1} respectivamente.

El petróleo crudo sintético y varios aditivos de fluido de perforación (por ejemplo, bentonita, PEG-NaCl y PEG-NaCl-bentonita) con interés práctico se consideraron en Guria et al. (2013) para el análisis reológico. El verdadero *yield point*, la viscosidad aparente y la viscosidad plástica para todas estas suspensiones se midieron a partir de las lecturas del embudo Marsh.

Estos resultados también se compararon con las propiedades reológicas obtenidas del viscosímetro Fann 35. Se obtuvieron resultados reológicos comparables para petróleo crudo sintético y suspensiones de carga de bentonita relativamente altas [es decir, 6,0% y 8,0% (p/p)] de ambos reómetros mientras que se obtuvieron viscosidades aparentes y plásticas relativamente superiores para otras suspensiones.

2.5.6 Sedaghat, Omar, Damrah y Gaith (2016). En este estudio se resaltó la necesidad de mediciones más precisas para el modelo matemático del embudo Marsh, dado que algunos investigadores han asumido que el embudo es un cono completo y no un cono truncado. Lo que causaría una pequeña diferencia en el volumen contenido por la medición real del embudo Marsh en comparación con un cono completo lo cual es importante para medir algunas propiedades,

como el *yield point*, la viscosidad aparente y la viscosidad plástica. El efecto de la altura de la sección del tubo también se ignora, lo que puede mostrar una contribución importante para calcular el *yield point* y el potencial de la cabeza para determinar el caudal de descarga.

El volumen del cono truncado, V_c , del embudo Marsh fue calculado por Sedaghat et al. (2016). de la siguiente manera:

$$V_c = \frac{1}{3}\pi(R_c^2 + R_c * R_T + R_T^2) * H_c = 1576 \text{ litros} \quad \text{Ecuación 34}$$

Dónde:

$2R_c$: Diámetro del cono en la malla (cm)

H_c : Altura del cono en la malla (cm)

$2R_T$: Diámetro del tubo (cm)

H_T : Altura del tubo (cm)

Y el volumen para la parte del tubo, V_T , se calcula mediante $V_T = A_T H_T = 0,001 \text{ litros}$. El área de la sección transversal del tubo está dada por $A_T = \pi R_T^2$. Esto significa que el volumen total del embudo Marsh desde la malla hasta la parte inferior del tubo es de 1,577 litros y no de 1,5 litros. Con la suposición de una forma de cono completa en lugar del cono truncado, el volumen total será de 1,524 litros, lo que induce un error de 3,36% al problema real y un error de 1,6% si se supone que el volumen del embudo Marsh es de 1,5 litros. De esta manera se puede llegar a una fórmula para el volumen del embudo Marsh estándar en cualquier tiempo opcional.

Para una velocidad de flujo donde la viscosidad es nula o despreciable fuera del volumen de control, la velocidad de salida se obtiene simplemente como $\sqrt{2gh}$ a partir de la caída libre de partículas de masa bajo gravitación. Para flujos viscosos, generalmente se acepta que la velocidad de salida se modifique por un factor de flujo K, para corregir la velocidad de descarga

de flujos newtonianos viscosos, de manera que la velocidad de salida esté dada por $V_o = K\sqrt{2gh}$ en la cual el factor de flujo es determinado a partir de mediciones experimentales.

Sedaghat et al. (2016) compara su solución analítica con una muestra de los resultados experimentales proporcionados por Balhoff et al. (2011). Para esta comparación los resultados analíticos de Sedaghat et al. (2016) se presentaron con y sin considerar la altura del tubo. Aparte de los diferentes métodos utilizados para determinar la altura a partir del volumen en el estudio realizado por Balhoff et al. (2011), la altura del tubo tampoco se consideró en sus cálculos. Esto explica la discrepancia entre el método analítico de Sedaghat et al. (2016) y sus medidas de altura. La altura total del embudo Marsh desde la malla hasta el fondo del tubo es de 33,02 cm, calculada a partir de los valores geométricos dados en Sedaghat et al. (2016). También se evidenció que dos métodos para calcular el volumen del embudo Marsh también han contribuido a esta discrepancia.

3. Metodología

El propósito de los experimentos fue medir las propiedades reológicas del lodo de perforación mediante el viscosímetro Fann 35 y compararlas con las obtenidas utilizando el modelo matemático propuesto por Sedaghat (2017) basado en el tiempo de flujo del embudo Marsh. El trabajo para este proyecto se dividió en tres partes. La primera consistió en las lecturas en el laboratorio, la segunda en el cálculo de las propiedades reológicas utilizando el modelo matemático y la tercera en el análisis de resultados basado en la comparación entre los dos métodos.

3.1 Diseño experimental

Se prepararon 8 lodos de perforación base agua con distintas concentraciones de Bentonita Nacional como se muestra en la tabla 1. Para determinar el número de muestras a analizar se realizó un análisis que inició con la realización de una prueba de rendimiento de la que se obtuvo la concentración máxima de bentonita a utilizar. Con base en esto se debía determinar el incremento de concentración de una muestra a otra, teniendo en cuenta que este debía permitir medir el cambio de las propiedades, adaptarse a las limitaciones de tiempo y recursos, además darnos la posibilidad de obtener mediciones suficientemente discretas que nos evitaran caer en generalizaciones erróneas. Si con el incremento elegido no se cumplía estas condiciones se debía determinar uno nuevo, si por el contrario cumplía todas las condiciones se procedía a determinar el número de muestras dividiendo la concentración máxima de bentonita entre el incremento, dándonos como resultado el número de muestras a analizar.

No se agregaron otros aditivos a las muestras con el fin de no generar ruido en las mediciones ya que el objetivo fue determinar la precisión del modelo matemático en la determinación de las propiedades reológicas con respecto al método convencional (viscosímetro Fann 35) en lodos en su forma más básica. Todas las mediciones se realizaron a temperatura ambiente.

Durante los experimentos se realizaron a todos los lodos de perforación tres tipos de mediciones; primero se determinó la densidad utilizando la balanza de lodos, luego se leyeron los esfuerzos de corte a las velocidades de 300 y 600 RPM usando el viscosímetro Fann 35 y por último se registraron los tiempos de flujo a través del embudo Marsh para diferentes volúmenes de descarga. Para esta última se realizaron 4 réplicas para garantizar la repetibilidad de los resultados. Las cuales se determinaron teniendo en cuenta algunos criterios citados en la

literatura (Kuehl, 2001) y (Montgomery, 2004) como lo son la viabilidad técnica y económica de la prueba, la experiencia en el tema y la sensibilidad de la variable.

Para cada uno de los lodos se realizaron las mediciones de la siguiente manera:

Las pruebas de densidad y las de viscosidad con el viscosímetro Fann 35 se realizaron siguiendo los procedimientos estándar presentados en la norma API RP 13B.

Las pruebas con el embudo Marsh se realizaron utilizando el montaje experimental mostrado en la figura 11 y siguiendo el procedimiento descrito a continuación, ambos producto de un análisis previo en el que se tuvieron en cuenta los distintos modelos que precedieron al modelo de Sedaghat (2017) y los datos de entrada para aplicar este:

- Manteniendo el embudo en posición vertical, se tapa el orificio con un dedo y se vierte la muestra de lodo a través de la malla dentro del embudo, hasta que el nivel del fluido se encuentre en la parte inferior de la malla (1.500 ml).
- Se retira el dedo del orificio y se mide el tiempo de descarga para un volumen inicial de 100 ml.
- Se repiten los dos pasos anteriores incrementando el volumen descargado 100 ml en cada corrida.
- Se registró el tiempo de descarga con su respectivo volumen drenado como se muestra en la tabla 2.

Tabla 1
Composición de los lodos de perforación

Lodo no.	Cantidad de Bentonita Nacional (g)	Concentración de Bentonita Nacional (% p/p)
1	17,5	0,99
2	37,0	2,07
3	52,5	2,91
4	70,0	3,85
5	87,5	4,76
6	105,0	5,66
7	122,5	6,54
8	140,0	7,41

Tabla 2
Registro de datos para tiempos de descarga de cada lodo

Volumen descargado (ml)	Tiempo de descarga (s)
100	t ₁
200	t ₂
.	.
.	.
1500	t ₁₅

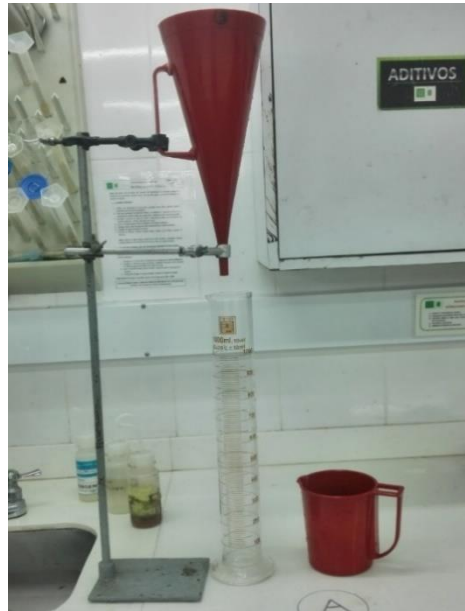


Figura 11. Montaje experimental Embudo Marsh

A continuación, se presenta un diagrama que muestra de manera sintetizada toda la metodología utilizada en este proyecto, iniciando desde la obtención de los datos en el laboratorio, el manejo de los mismos y finalmente el cálculo de resultados para su posterior análisis. Cada uno de los pasos presentados son explicados a fondo en el desarrollo del trabajo.

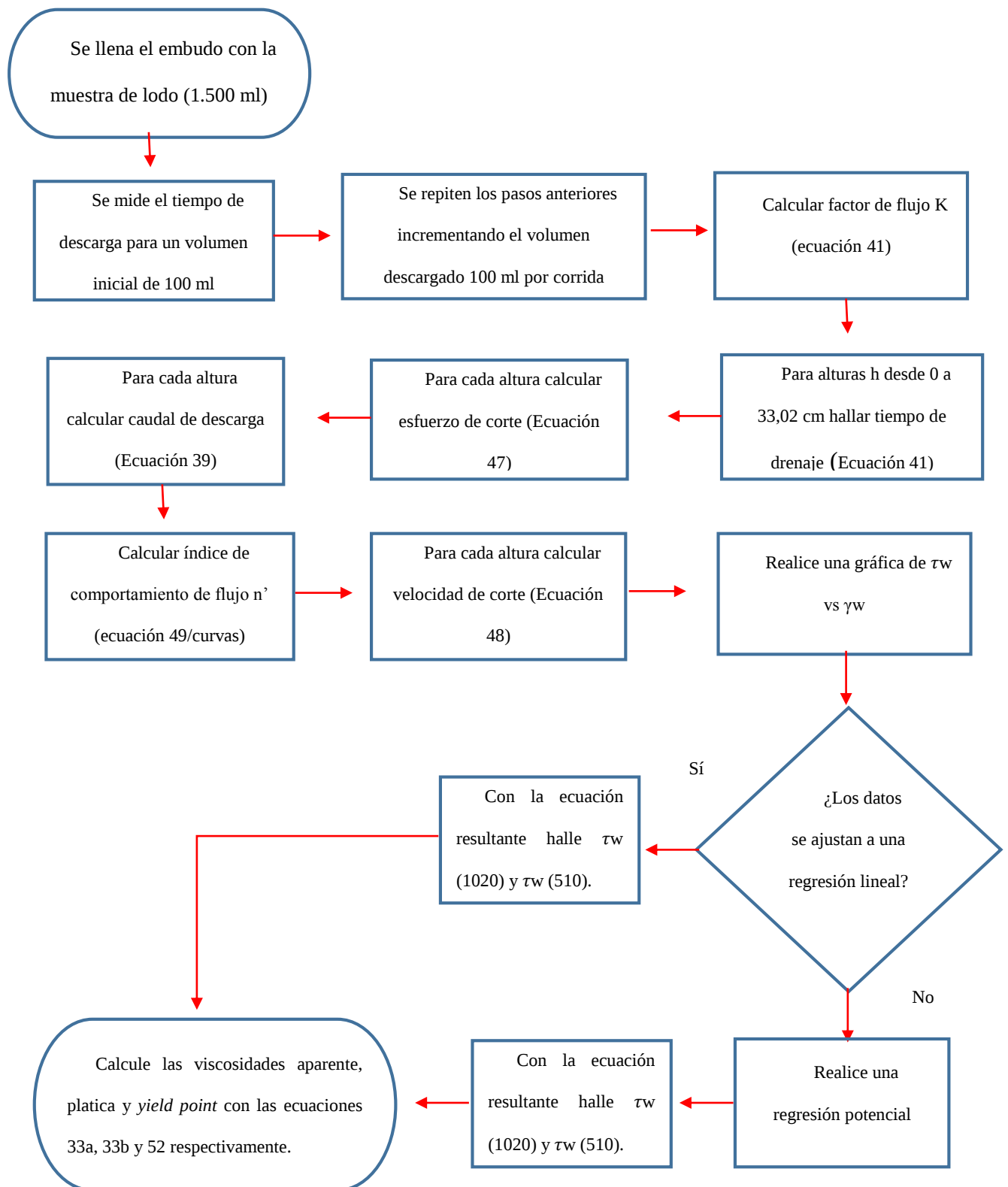


Figura 12. Síntesis de la metodología utilizada

3.2 Equipos de laboratorio

3.2.1 Balanza de lodo. Es un dispositivo para medir la densidad (el peso) del lodo, cemento u otro líquido o lechada. La balanza para lodo se compone de un vaso para el lodo de volumen fijo con una tapa en un extremo de una barra graduada y un contrapeso en el otro extremo. Una pesa deslizante puede ser movida a lo largo de la barra y una burbuja indica cuando la barra está a nivel. La lectura de la densidad se toma en el punto donde la pesa deslizante está posicionada de tal manera que la barra graduada se encuentra nivelada. La precisión del peso del lodo debería ser de $\pm 0,1 \text{ lbm/gal}$ ($\pm 0,01 \text{ g/cm}^3$). La balanza para lodo puede calibrarse con agua u otro líquido de densidad conocida ajustando el contrapeso. La mayoría de las balanzas no están presurizadas, pero la balanza para lodo presurizada opera de la misma manera.

La razón del uso de la balanza de lodo es que no existe un método visual confiable para determinar la densidad del lodo de perforación; el equilibrio de lodo es la manera más confiable y simple de hacer la determinación.



Figura 13. Balanza de lodos. Adaptado de Ahmed Abdulrahman, H., Salah Joude, A., Ibrahim Adam, M., Mirghani Mohammed, M., & OsmanElfadil, M. (2015). *Calculation Rheological Properties of Water Base Mud Using Marsh Funnel*. Sudan University of Science and Technology, Sudán.

3.2.2 Viscosímetro Fann 35. También llamado viscosímetro de indicación directa o medidor V-G, son instrumentos de tipo rotativo llamados de "indicación directa" porque, a partir de las lecturas se puede calcular la viscosidad verdadera en centipoise. El fluido de perforación está contenido dentro del espacio anular entre dos cilindros concéntricos. El cilindro exterior o manguito de rotor es accionado a una velocidad rotacional (RPM – revoluciones por minuto) constante. La rotación del manguito de rotor en el fluido impone un torque sobre el balancín o cilindro interior. Un resorte de torsión limita el movimiento del balancín y su desplazamiento es indicado por un cuadrante acoplado al balancín. Las constantes del instrumento han sido ajustadas de manera que se pueda obtener la viscosidad plástica y el *yield point* usando las indicaciones derivadas de las velocidades del manguito de rotor de 600 y 300 RPM.

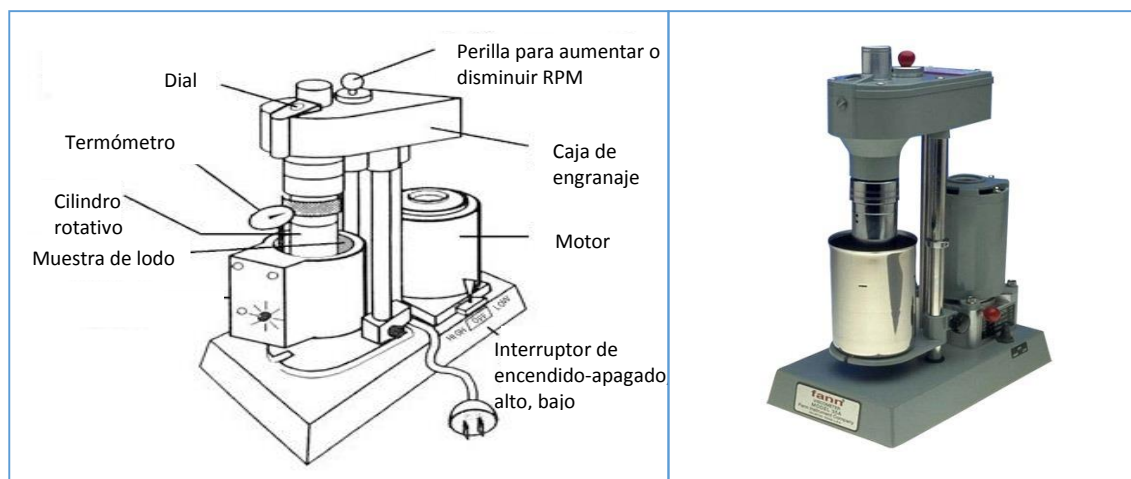


Figura 14. Viscosímetro Fann 35. Adaptado de Ahmed Abdulrahman, H., Salah Jouda, A., Ibrahim Adam, M., Mirghani Mohammed, M., & OsmanElfadil, M. (2015). *Calculation Rheological Properties of Water Base Mud Using Marsh Funnel*. Sudan University of Science and Technology, Sudán.

3.2.3 Embudo Marsh. El embudo Marsh esta estandarizado por la ASTM (2009), API (2009) y consiste de un cono truncado y un tubo en el fondo como se muestra en la figura 15.

Las dimensiones estándar internacionales del embudo Marsh de acuerdo al API 13B están dadas en la tabla 3. El volumen total del embudo Marsh hasta la superficie de la malla es de casi 1500 cm^3 (el valor calculado es 1478 cm^3).

Como se muestra en la figura 15, el embudo Marsh es un cono truncado con un diámetro de $2R_C$ en la ubicación de la malla y altura del cono de H_C ; el cono truncado está conectado a un tubo con un diámetro de $2R_T$ y de altura H_T .

En una instancia de tiempo en el punto 1, el nivel de fluido, h , en el radio de r , se puede medir midiendo el peso del fluido descargado del tubo del embudo Marsh.

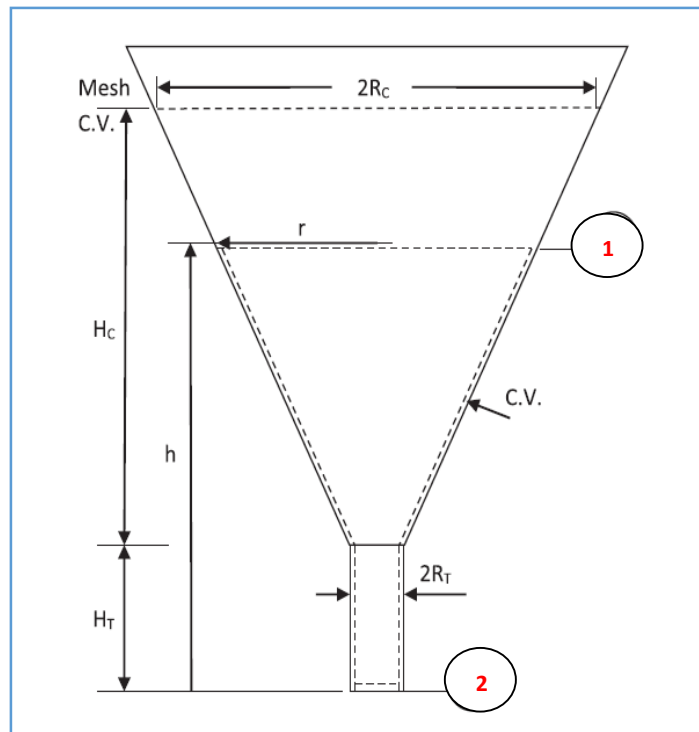


Figura 15. Geometría esquemática del embudo Marsh. Adaptado de Sedaghat, A., Ali Omar, M., Damrah, S., & Gaith, M. (2016). Mathematical Modelling of the Flow Rate in a Marsh Funnel. *Journal of Energy Technology Research*.

Tabla 3

Las dimensiones del embudo Marsh según los estándares API 13B (2009)

Dimensión	Unidades BG (in)	Unidades SI (cm)
Diámetro del cono en la malla (2Rc)	5,5	13,97
Altura del cono en la malla (Hc)	11	27,94
Diámetro del tubo ($2R_T$)	3/16	0,47625
Altura del tubo (H_T)	2	5,08

Nota: Adaptado de Sedaghat, A. (2017). A novel and robust model for determining rheological properties of Newtonian and non-Newtonian fluids in a marsh funnel. *Journal of Petroleum Science and Engineering*.

3.3 Modelo matemático del flujo de fluidos en el embudo Marsh

El Modelo matemático del flujo de fluidos en el embudo Marsh estudiado en este trabajo fue desarrollado por el Dr. Ahmad Sedaghat en el 2017 y lo presenta en su artículo titulado “*A novel and robust model for determining rheological properties of Newtonian and non-Newtonian fluids in a Marsh funnel*” este modelo además de ser el más reciente propone mejoras en las falencias presentadas en los modelos anteriores como lo son la exactitud en la medición del volumen del embudo y la determinación de la velocidad de corte en las paredes de este.

3.3.1 El volumen del embudo Marsh. En Sedaghat et al. (2016), el efecto de la altura de la sección del tubo también se consideró para determinar la tasa de flujo en el embudo Marsh. El

volumen del embudo Marsh estándar para el volumen de control mostrado en la figura 15 se determinó para cualquier altura opcional, h , de la siguiente manera:

$$V_{CV} = \begin{cases} \frac{1}{3}\pi(R_T^2 + R_T * r + r^2) * (h - H_T) + A_T H_T & h \geq H_T \\ A_T h & h < H_T \end{cases} \quad \text{Ecuación 35}$$

En la ecuación 35, el radio de la superficie del líquido, r , está relacionado con la altura del embudo Marsh, h , por:

$$r = \begin{cases} R_T + \left(\frac{R_C - R_T}{H_C}\right)(h - H_T) & h \geq H_T \\ R_T & h < H_T \end{cases} \quad \text{Ecuación 36}$$

Sustituyendo la ecuación 36 en la ecuación 35, el volumen de control del embudo Marsh (mostrado en la figura 15) fue obtenido de la siguiente forma:

$$V_{CV}[mL] = \begin{cases} a_1 + a_2 h + a_3 h^2 + a_4 h^3 & h \geq H_T \\ A_T h & h < H_T \end{cases} \quad \text{Ecuación 37}$$

Los coeficientes constantes en la ecuación 37 fueron derivados por Sedaghat et al. (2016) y están dados en la tabla 4. Como se muestra en la figura 15, h , es la altura del líquido desde la salida del fondo del tubo hasta la superficie superior libre de líquido en el cono y es medida en cm.

Tabla 4

Las constantes en la ecuación (37) para el volumen de fluido en el embudo Marsh.

CONSTANTES	VALORES
$a_1(\text{cm}^3)$	-3,343348943
$a_2(\text{cm}^2)$	3,070245566
$a_3(\text{cm})$	-0,7499594035
$a_3(\text{adimensional})$	0,06106342252
$a_T(\text{cm}^2)$	0,1781393481

Nota: Adaptado de Sedaghat, A. (2017). A novel and robust model for determining rheological properties of Newtonian and non-Newtonian fluids in a marsh funnel. *Journal of Petroleum Science and Engineering*.

3.3.2 La tasa de flujo volumétrico en el embudo Marsh. Sedaghat et al. (2016) desarrolló un nuevo modelo para la tasa de flujo en el embudo Marsh considerando las siguientes suposiciones:

- El flujo dentro del embudo Marsh es incompresible y unidimensional.
- La masa del fluido está cambiando con el tiempo en el volumen de control del embudo Marsh.
- La velocidad de salida del embudo es una función del nivel de líquido (altura).
- La superficie superior libre del líquido en el embudo Marsh es plana.

La ecuación de continuidad para la deformación del volumen de control que se muestra en la figura 15 está dada por:

$$\frac{dm_{cv}}{dt} + \Sigma m_o - \Sigma m_i = 0 \quad \text{Ecuación 38}$$

m_{cv} es la masa del volumen de control en cualquier instante de tiempo, Σm_o es la suma de todas las tasas de flujo másico afuera del volumen de control (aquí está la tasa de flujo másico a la salida del tubo) y Σm_i es la suma de todas las tasas de flujo másico que llegan adentro del volumen de control (aquí no hay tasa de flujo másico de entrada). Para flujos viscosos, la velocidad de salida fue determinada por $v_o = k\sqrt{2gh}$ en la cual K es un coeficiente adimensional el cual es llamado **factor de flujo**. El factor de flujo, k , es normalmente determinado para los flujos de descarga de fluido viscoso de embalses usando medidas experimentales Munson, Okiishi, Huebsch y Rothmayer (2012). El factor de flujo, en general puede ser una función variable de las propiedades del fluido, pero por simplicidad en el estudio de Sedaghat (2017) este es asumido constante. Para el embudo Marsh con drenaje de fluido completo, el factor de flujo puede ser fácilmente determinado de la medida final del tiempo de drenaje, t_f .

Permitiendo tomar la masa del volumen de control, como muestra la figura 15, por $m_{cv} = \rho V_{cv}$ y empleando la velocidad de descarga a la salida del tubo del embudo por $v_o = k\sqrt{2gh}$ la ecuación de continuidad (ecuación 38) puede ser reescrita para un instante de tiempo, t , con la superficie libre de fluido a la altura h , y el radio de r , como sigue:

$$-Q = \left| \frac{dV_{cv}}{dt} \right| = \frac{dV_{cv}}{dh} * \frac{dh}{dt} = -A_T K \sqrt{2gh} \quad \text{Ecuación 39}$$

Tomando la derivada del volumen del embudo Marsh con respecto al tiempo y por aplicación de la regla de la cadena para la diferenciación del volumen con respecto a la altura del fluido, ver

la ecuación 39, la siguiente relación en términos de la altura del fluido en el embudo Marsh, h , tiempo, t , y las constantes en la ecuación 37 y la tabla 4 se puede obtener:

$$-A_T K \sqrt{2gh} = \begin{cases} (a_2 + 2a_3h + 3a_4h^2) * \frac{dh}{dt} & h \geq H_T \\ A_T * \frac{dh}{dt} & h < H_T \end{cases} \quad \text{Ecuación 40}$$

Al separar las variables h y t , usando el valor de la constante de aceleración gravitacional $g = 981 \text{ cm/seg}^2$, y aplicando integración analítica para la ecuación 40, Sedaghat et al. (2016) obtuvieron la solución para el tiempo de flujo de descarga como una función de la altura en el embudo Marsh, de la siguiente manera:

$$t = \begin{cases} \frac{\left(b_1 + b_2 h^{\frac{1}{2}} + b_3 h^{\frac{3}{2}} + b_4 h^{\frac{5}{2}} \right)}{K}, & h \geq H_T \\ \frac{c_1 + c_2 h^{\frac{1}{2}}}{K}, & h < H_T \end{cases} \quad \text{Ecuación 41}$$

El valor del coeficiente de flujo adimensional, k , se obtuvo usando la solución analítica anterior (ecuación 41) y el tiempo final de drenaje, t_f , medido usando el embudo Marsh.

La solución analítica anterior puede mejorarse aún más examinando diferentes curvas de altura del fluido versus curvas de tiempo obtenidas de las mediciones del embudo Marsh. En general, el factor de flujo, k , puede ser una función variable de las propiedades de flujo del fluido, sin embargo, este es asumido como una constante por simplicidad en Sedaghat (2017). Las constantes b_1 , b_2 , b_3 y c_1 , c_2 en la ecuación 41 están dadas en la tabla 5 para el embudo Marsh estándar. En la ecuación 41, la altura, h , esta insertada en cm para obtener tiempo en segundos.

Tabla 5

Constantes de la ecuación 41 para tiempo de drenaje del embudo Marsh estándar

CONSTANTES	VALORES
$b_1(cm^{\frac{1}{2}})$	38,6093038
$b_2(adimensional)$	-7,78E-01
$b_3(cm^{-1})$	1,27E-01
$b_4(cm^{-2})$	-9,29E-03
$c_1(cm^{\frac{1}{2}})$	0,10176826
$c_2(adimensional)$	-4,52E-02

Nota: Adaptado de Sedaghat, A. (2017). A novel and robust model for determining rheological properties of Newtonian and non-Newtonian fluids in a marsh funnel. *Journal of Petroleum Science and Engineering*.

3.3.3 Las pérdidas de cabeza a través del embudo Marsh. En Sedaghat (2017) las pérdidas de cabeza en el embudo Marsh están determinadas por la ecuación de Bernoulli (energía) utilizando la ecuación de la tasa de flujo volumétrico (ecuación 39) es decir, $Q = A_T k \sqrt{2gh}$. El área de sección transversal del tubo, A_T , es una constante y el factor de flujo, k , también es constante para el fluido particular que se está investigando. La velocidad de salida de la sección del tubo está dada por $v_o = k \sqrt{2gh}$. La ecuación de Bernoulli es aplicada entre los puntos 1 y 2 (mostrados en la figura 15) en el embudo Marsh de la siguiente manera:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z_1 - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + Z_2 \quad \text{Ecuación 42}$$

Donde $\frac{p}{\gamma}$ es la presión en cabeza, $\frac{v^2}{2g}$ es la velocidad en cabeza, Z es la elevación de la cabeza,

$\gamma = \rho g$ es el peso específico del fluido y h_L es la pérdida de cabeza. La pérdida de cabeza es

una estimación de las pérdidas de energía debida a la fricción y el esfuerzo de corte en las paredes del embudo Marsh y está dada por:

$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad \text{Ecuación 43}$$

En la ecuación 43, la relación entre la longitud y el diámetro, $\frac{L}{D}$, puede ser opcionalmente seleccionada como la longitud para el diámetro de la sección del tubo del embudo Marsh, porque, no tiene ningún efecto sobre el factor de fricción y el correspondiente esfuerzo de corte. En general, para cualquier tipo de fluido (newtoniano o no newtoniano) y regímenes de flujo (laminar o turbulento), el factor de fricción se relaciona con el esfuerzo de corte en la pared y se obtiene empleando la ley de conservación del momento (Munson et al., 2012). El factor de fricción es generalmente una función de la rugosidad relativa, $\frac{\varepsilon}{D}$, del paso del fluido y el número de Reynolds, $Re = \frac{\rho v D}{\mu}$. El factor de fricción, f , es una medida adimensional del esfuerzo de corte en las paredes y está dado por:

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho v^2} \quad \text{Ecuación 44}$$

Por lo tanto, las relaciones anteriores se pueden aplicar para determinar el esfuerzo de corte en las paredes del embudo Marsh como se analiza a continuación.

3.3.4 El esfuerzo de corte en las paredes del embudo Marsh. Las siguientes suposiciones son hechas para aplicar la conservación de energía (usando la ecuación de Bernoulli) para el flujo de fluido en el embudo Marsh:

- El impulso principal del flujo de fluido dentro del embudo Marsh es el peso del líquido.

- La presión es atmosférica en todas partes y no tiene efectos sobre el flujo de fluido en el embudo Marsh.
- El flujo dentro del embudo Marsh es incompresible, unidimensional y laminar.
- La velocidad del flujo en la superficie libre del fluido es demasiado pequeña y despreciable.
- El flujo de fluido dentro del tubo es transitorio y cambia con el tiempo.

Basado en las suposiciones anteriores, la velocidad del fluido en la superficie libre superior es despreciable, es decir, $v_1 = 0$, la velocidad en el punto (2) es $v_2 = k\sqrt{2gh}$ por lo tanto $\frac{v_2^2}{2g} = hk^2$ y las presiones en las superficies superior e inferior del volumen de control son atmosféricas e iguales, es decir, $P_1 = P_2$, y las elevaciones de los puntos (1) y (2) son $Z_1=h$, $Z_2=0$ como se muestra en la figura 15, respectivamente. Aplicando la ecuación de Bernoulli (energía) (ecuación 42) entre los puntos (1) y (2) para el embudo Marsh, la pérdida de cabeza se obtiene de la siguiente manera:

$$h_L = h(1 - K^2) \quad \text{Ecuación 45}$$

De otra manera, al sustituir la ecuación (44) en la ecuación (43), la pérdida de cabeza se puede obtener como una función del esfuerzo de corte de la pared de la siguiente manera:

$$h_L = \frac{4\tau_w}{\rho g} \frac{L}{D} \quad \text{Ecuación 46}$$

Como se discutió anteriormente, la longitud para la relación de diámetro en la ecuación (46) es una escala geométrica y se selecciona a partir de las dimensiones de la sección del tubo, es decir $\frac{L}{D} = \frac{H_T}{2R_T}$ por lo tanto, igualando los lados derechos de las ecuaciones (45) y (46) para la

pérdida de cabeza, se puede derivar una relación extremadamente simple entre el esfuerzo cortante de la pared y el flujo de fluido en el embudo Marsh de la siguiente manera:

$$\tau_w = \frac{1}{2} \rho g h (1 - K^2) \frac{R_T}{H_T} \quad \text{Ecuación 47}$$

Cuando el líquido alcanza el nivel de la sección del tubo, $h = H_T$, el esfuerzo de corte se convertirá en $\tau_w = \frac{1}{2} \rho g R_T (1 - k^2)$. Este valor es diferente del valor para flujos constantes y completamente desarrollados donde $\tau_w = \frac{1}{2} \rho g R_T$; como generalmente se obtiene para la sección del tubo. La ecuación (47) representa una expresión transitoria ya que el esfuerzo de corte se fusionará eventualmente con el valor cero cuando la altura, h , se fusione con cero. Para los flujos de Bingham, un ajuste lineal a las curvas de consistencia (esfuerzo de corte vs velocidad de corte) aún puede estimar el límite elástico utilizando la ecuación (47). De lo contrario, el factor de escala geométrica, L/D , debería adoptarse de manera diferente.

3.3.5 La velocidad de corte en las paredes del embudo Marsh. Brydson (1981) desarrolló un método para determinar la velocidad de corte en una tubería para flujos completamente desarrollados y estables. Guria et al. (2013) y sus seguidores han utilizado la misma metodología para determinar la velocidad de corte en la sección del tubo del embudo Marsh de la siguiente manera:

$$-\gamma_w = \frac{3n' + 1}{4n'} \frac{4Q}{\pi R_T^3} \quad \text{Ecuación 48}$$

En la ecuación 48, n' es el índice de comportamiento de flujo determinado a partir de:

$$\frac{1}{n'} = \frac{d\left(\frac{4Q}{\pi R_T^3}\right) / \frac{4Q}{\pi R_T^3}}{d\tau_w / \tau_w} = \frac{d\log\left(\frac{4Q}{\pi R_T^3}\right)}{d\log(\tau_w)} \quad \text{Ecuación 49}$$

Sin embargo, el método de Brydson (1981) determina la velocidad de corte para un tubo con un esfuerzo de corte en la pared constante de $\tau_w = \frac{1}{2}\rho g R_T$ para flujos estables y completamente desarrollados. Además, en todos los métodos previos desarrollados, se utiliza un valor promedio de esfuerzo de corte en las paredes de geometría completa del embudo Marsh (a diferentes alturas de fluido). Este esfuerzo de corte promedio en las paredes del embudo Marsh está cambiando con el tiempo y, por lo tanto, la formulación anterior para la velocidad de corte solo es válida para la sección del tubo. Para remediar esto, la ecuación (48) debe modificarse para tener en cuenta los efectos de la geometría total del embudo Marsh sobre la variación de las velocidades de corte.

Sedaghat (2017) propuso la siguiente modificación a la formulación de velocidad de corte dada en la ecuación (48) para tener en cuenta la geometría completa del embudo Marsh y no solo la sección del tubo:

$$\text{Fluidos Newtonianos:} \quad -\gamma_w = \frac{1}{2} \left(\frac{h}{H_T} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{3n' + 1}{4n'} \frac{4Q}{\pi R_T^3} \quad \text{Ecuación 50}$$

$$\text{Fluidos no Newtonianos:} \quad -\gamma_w = \frac{1}{2} \left(\frac{h}{H_T} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{3n' + 1}{4n'} \frac{4Q}{\pi R_T^3} \quad \text{Ecuación 51}$$

En la relación anterior, $Q = A_T k \sqrt{2gh}$ es la velocidad de flujo volumétrico y el factor de corrección $\frac{1}{2} \left(\frac{h}{H_T} \right)^{\frac{1}{2}}$ para fluidos newtonianos es usado mientras el factor de corrección de $\frac{1}{2} \left(\frac{h}{H_T} \right)$ es usada para fluidos no newtonianos. Para los fluidos newtonianos, el factor de corrección elegido en la ecuación (50) produce una relación lineal entre la velocidad de corte y la altura del

fluido, por lo tanto, garantiza una relación lineal entre el esfuerzo de corte y la velocidad de corte. Para los fluidos no newtonianos, el factor de corrección seleccionado está siendo debatido, aunque abre espacio para los investigadores sobre el ajuste fino del modelo Sedaghat (2017) para un fluido particular en el embudo Marsh.

Finalmente se relaciona el esfuerzo de corte inicial o *yield point* con las viscosidades mediante la siguiente expresión presentada en Guria et al. (2013)

$$YP[Pa] = \frac{3}{4} * (VA - VP) \quad \text{Ecuación 52}$$

4. Análisis de resultados

A continuación, se muestran los resultados obtenidos al llevar a cabo las pruebas experimentales sobre los 8 lodos de perforación. La tabla 6 muestra los datos medidos de densidad utilizando la balanza de lodos, los datos de esfuerzo de corte observados utilizando el viscosímetro Fann 35, el factor de flujo k , que se calculó usando la ecuación 41 y el tiempo final de drenaje. Por último, se incluye el índice de comportamiento de flujo n' , el cual se determinó a partir de las curvas de índice de comportamiento de flujo y usando la ecuación 49.

En la tabla se puede observar que el valor de n' fue el mismo para todos los lodos estudiados y el valor de K tiende a disminuir a medida que aumenta la densidad.

Tabla 6

Datos medidos en laboratorio (densidad, θ_{600} , θ_{300}) y datos calculados (k y n')

Lodo	Densidad	Θ_{600}	Θ_{300}	Factor de	Índice de comportamiento
No.	(kg/m ³)	(lb/100 ft ²)	(lb/100 ft ²)	flujo (K)	de flujo (n')
1	1000	3	1,5	0,81	2
2	1000	3,5	2,5	0,80	2
3	1100	5,5	3	0,78	2
4	1200	7	3,5	0,75	2
5	1250	14	8	0,68	2
6	1300	19	12	0,62	2
7	1400	33	21	0,51	2
8	1450	59	40	0,32	2

En la tabla 7 se muestran los datos adquiridos de la prueba de embudo Marsh, es decir, la tasa de volumen descargado vs tiempo de drenaje.

Tabla 7

Volumen descargado del embudo Marsh vs tiempo de drenaje.

Volumen (cm ³)	Tiempo (s)							
	Lodo 1	Lodo 2	Lodo 3	Lodo 4	Lodo 5	Lodo 6	Lodo 7	Lodo 8
100	2,45	2,43	2,69	2,49	3,01	3,47	4,01	5,83
200	5,04	5,16	5,59	5,36	6,12	6,77	7,97	11,82
300	7,69	8,01	8,20	8,31	9,29	10,28	11,84	17,45
400	10,50	10,77	11,28	11,42	12,74	13,93	16,10	23,49
500	13,25	13,74	14,21	14,62	16,01	17,61	20,46	29,14
600	16,07	16,63	17,29	17,78	19,41	21,33	24,80	35,69
700	19,21	19,59	20,27	20,92	23,03	25,19	29,49	42,07
800	22,06	22,72	23,43	24,26	26,58	29,04	34,09	49,20
900	25,12	25,77	26,59	27,47	30,17	33,07	39,08	57,27
1000	28,11	28,90	29,90	30,97	33,93	37,16	44,06	66,00
1500	47,41	48,49	49,41	51,27	56,57	62,24	75,74	121,31

4.1 Propiedades reológicas calculadas

Las tablas 8,9 y 10 muestran los resultados de viscosidad aparente, viscosidad plástica y *yield point*, respectivamente, para cada uno de los lodos de perforación usando el viscosímetro Fann 35 y el embudo Marsh con el modelo de Bingham y el modelo de ley exponencial, también se incluyen los errores entre los resultados hallados usando el embudo Marsh con respecto a los resultados hallados usando el viscosímetro Fann 35 que se toman como los valores medidos

reales al ser este el equipo recomendado por el API para determinación de propiedades reológicas de lodos de perforación, por lo tanto estos errores representan una medida porcentual de cuanto se desvían los resultados del modelo matemático propuesto por Sedaghat (2017) basado en el embudo Marsh evaluado en este proyecto, de la medición real aceptada en la industria petrolera. Estos errores también se presentan de manera gráfica en la figura 16, la cual permite apreciar globalmente la exactitud lograda por el modelo de Sedaghat (2017) durante los experimentos llevados a cabo para este proyecto.

Tabla 8

Viscosidades aparentes obtenidas utilizando el viscosímetro Fann 35 y el embudo Marsh (ecuación 33a), se incluye el porcentaje de error entre los dos métodos.

Lodo no.	VA Fann (cp)	VA embudo usando modelo Bingham (cp)	VA embudo usando modelo Exponencial (cp)	Error embudo usando modelo Bingham (%)	Error embudo usando modelo Exponencial (%)
1	1,5	5,48	5,51	265,33	267,33
2	1,75	5,94	6,08	239,43	247,43
3	2,75	7,10	7,20	158,18	161,82
4	3,5	8,70	8,95	148,57	155,71
5	7	11,71	12,29	67,29	75,57
6	9,5	14,78	15,68	55,58	65,05
7	16,5	21,28	23,17	28,97	40,42
8	29,5	35,84	39,89	21,49	35,22

Tabla 9

Viscosidades plásticas obtenidas utilizando el viscosímetro Fann 35 y el embudo Marsh (ecuación 33b), se incluye el porcentaje error entre los dos métodos.

Lodo no.	VP Fann (cp)	VP embudo usando modelo Bingham (cp)	VP embudo usando modelo Exponencial (cp)	Error embudo usando modelo Bingham (%)	Error embudo usando modelo Exponencial (%)
1	1,5	2,5	4,08	66,67	172
2	1	2,7	4,50	170	350
3	2,5	3,3	5,33	32	113,20
4	3,5	4,1	6,63	17,14	89,43
5	6	5,8	9,10	3,33	51,67
6	7	7,70	11,60	10	65,71
7	12	12,1	17,15	0,83	42,92
8	19	24,3	29,52	27,89	55,37

Como se observa en las tablas 8 y 9 para los resultados de viscosidad aparente y plástica, al comparar los valores obtenidos con el viscosímetro Fann 35 y los hallados de las ecuaciones propuestas por Sedaghat (2017) a partir del embudo, se puede notar que los errores son menores cuando se usa el ajuste con el modelo de Bingham. De igual manera se observó que el modelo de Sedaghat (2017) tiende en general a sobreestimar los valores de viscosidad.

El error en la determinación de las viscosidades muestra una tendencia a disminuir a medida que el lodo evaluado es más denso y viscoso, una razón de esto puede ser el hecho de que se favorece el flujo laminar en el embudo.

Los valores de viscosidad plástica son los que muestran una mayor cercanía entre los dos métodos analizados.

Tabla 10

Yield points obtenidos utilizando el viscosímetro Fann 35 y el embudo Marsh (Ecuación 52), se incluye el porcentaje de error entre los dos métodos.

Lodo no.	YP Fann (lb/ 100ft ²)	YP embudo usando modelo Bingham (lb/ 100ft ²)	YP embudo usando modelo Exponencial (lb/ 100ft ²)	Error embudo usando modelo Bingham (%)	Error embudo usando modelo Exponencial (%)
1	0	4,97	2,23	-	-
2	1,5	5,08	2,49	238,35	65,70
3	0,5	5,95	2,92	1090,50	484,81
4	0	7,21	3,66	-	-
5	2	9,27	5,01	363,67	150,63
6	5	11,09	6,39	121,81	27,82
7	9	14,37	9,44	59,66	4,89
8	21	50,75	16,23	141,68	22,72

Como se muestra la tabla 10 en el caso del *yield point* los errores son mayores al usar las ecuaciones de Sedaghat (2017) con un ajuste de modelo Bingham. Además, en la determinación de los *yield point* es donde se halla la mayor discrepancia entre los resultados de los dos métodos.

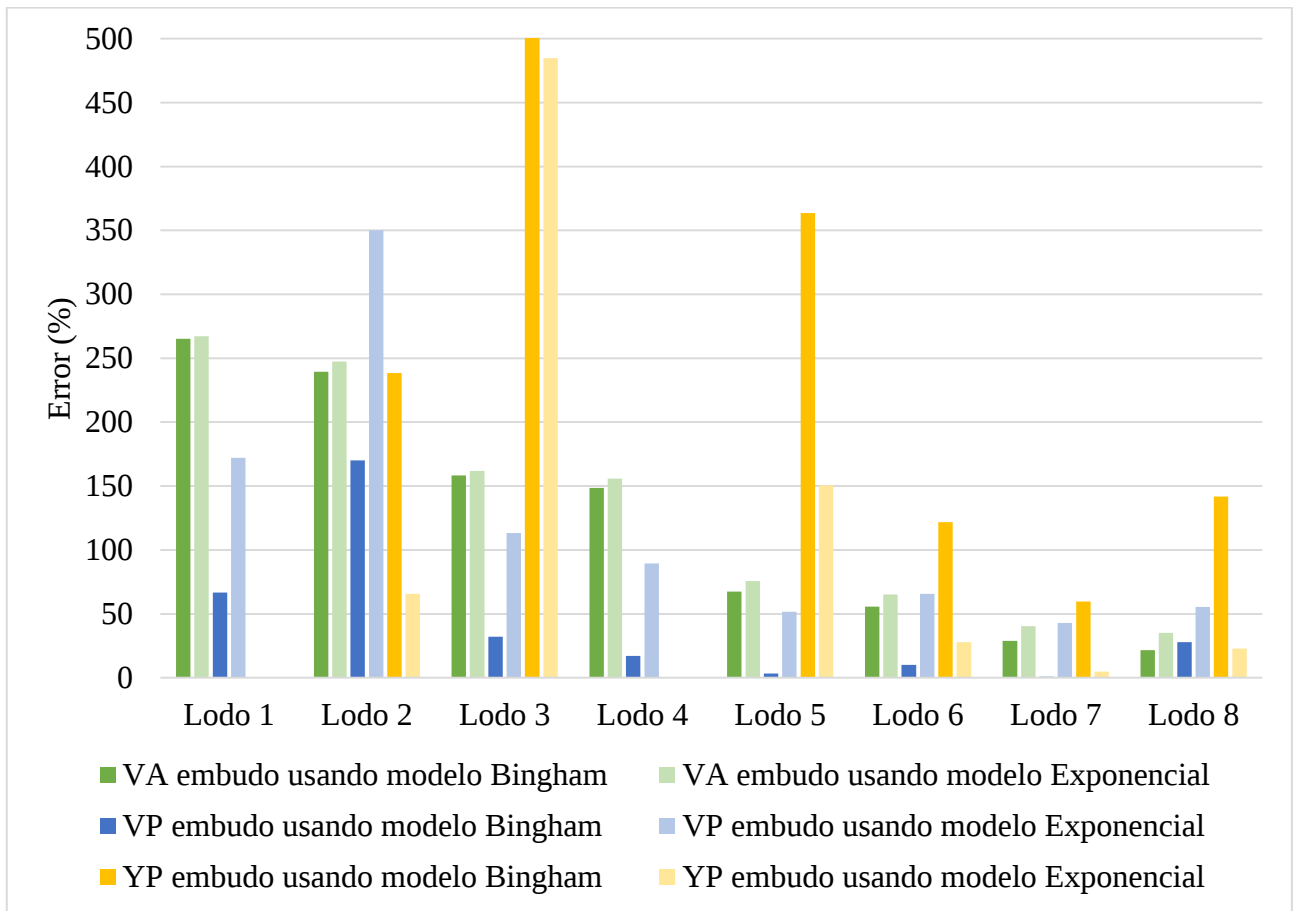


Figura 16. Errores porcentuales al usar el modelo de Sedaghat (2017)

Seguidamente se muestran las gráficas obtenidas usando el modelo matemático para el lodo 1:

- Gráfica de altura de descarga vs tiempo de descarga en el embudo Marsh, con el fin de observar la exactitud del modelo matemático para predecir los tiempos de descarga del embudo.
- Curva de índice de comportamiento de flujo en el embudo Marsh, la cual junto con la ecuación 49 es usada para determinar el índice de comportamiento de flujo n' .
- Diagrama de consistencia utilizando el modelo de Bingham (regresión lineal)
- Diagrama de consistencia utilizando el modelo de ley exponencial (regresión potencial).

4,2 Gráficas obtenidas para el lodo 1 (17,5 g de bentonita, 0,99 %p/p)

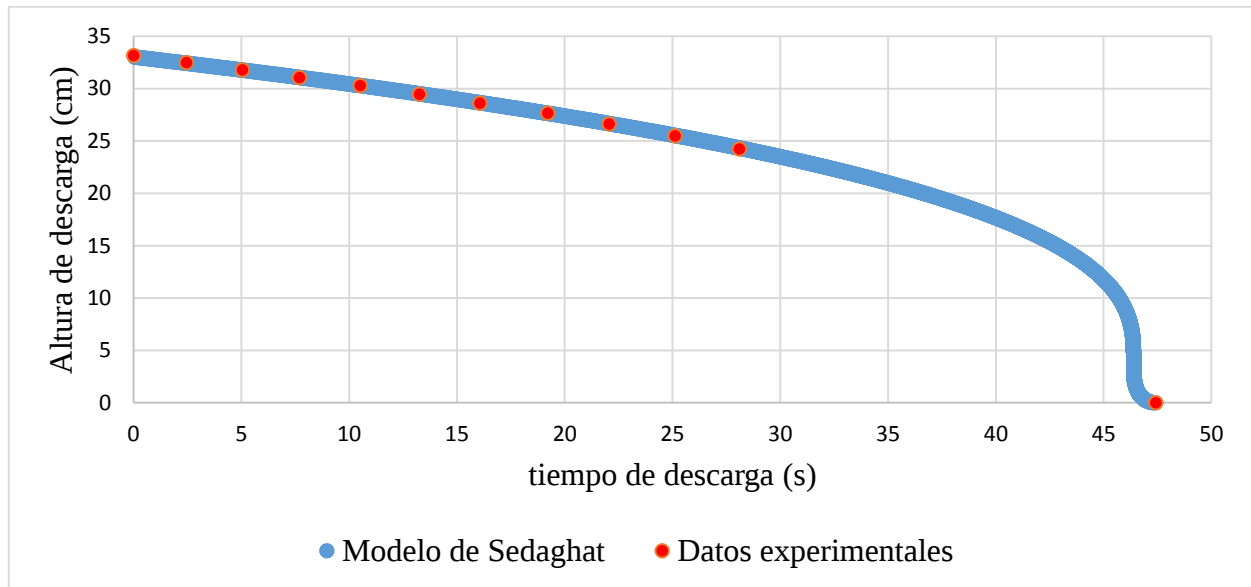


Figura 17. Altura de descarga vs tiempo de descarga en el embudo Marsh para el lodo 1

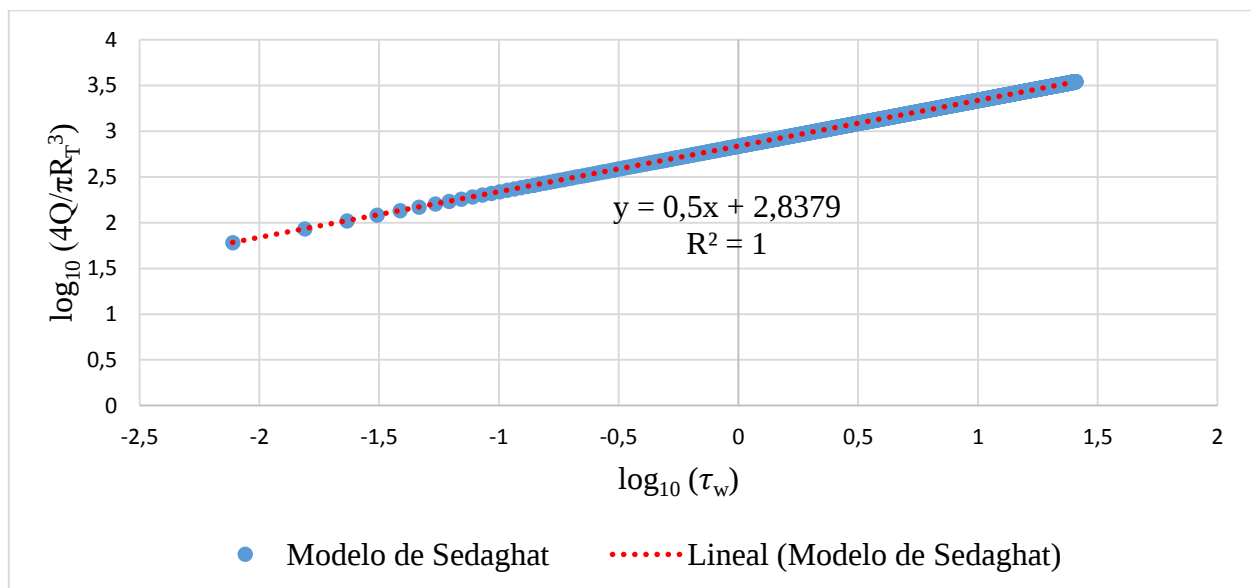


Figura 18. Curva de índice de comportamiento de flujo en el embudo Marsh para el lodo 1

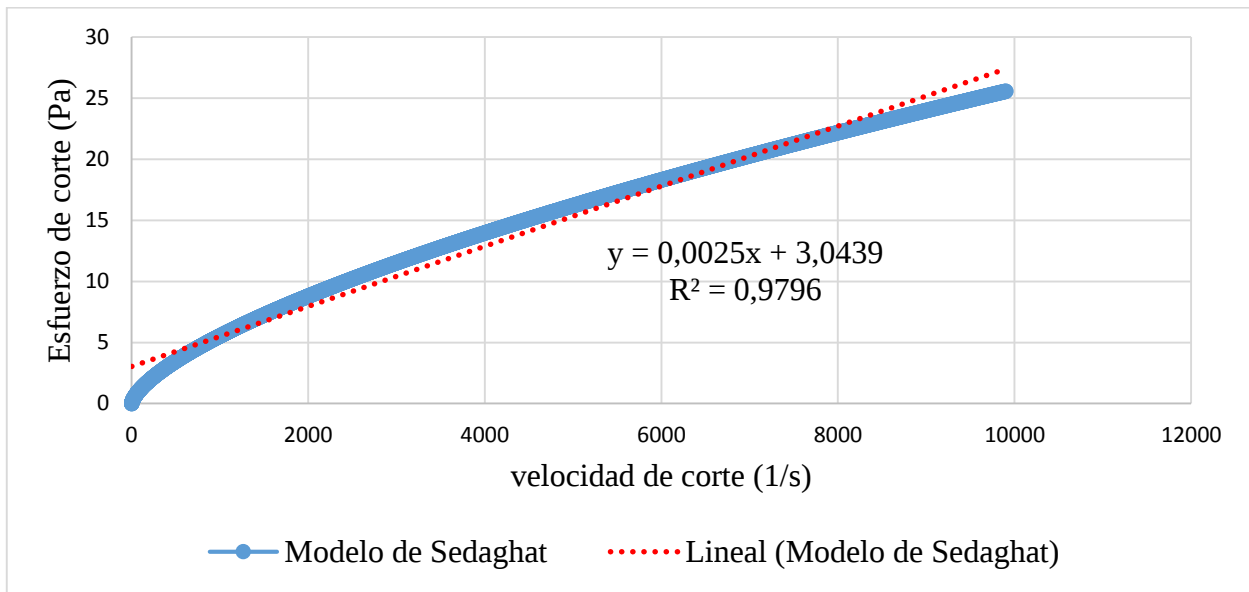


Figura 19. Diagrama de consistencia para el lodo 1 utilizando el modelo de Bingham (regresión lineal)

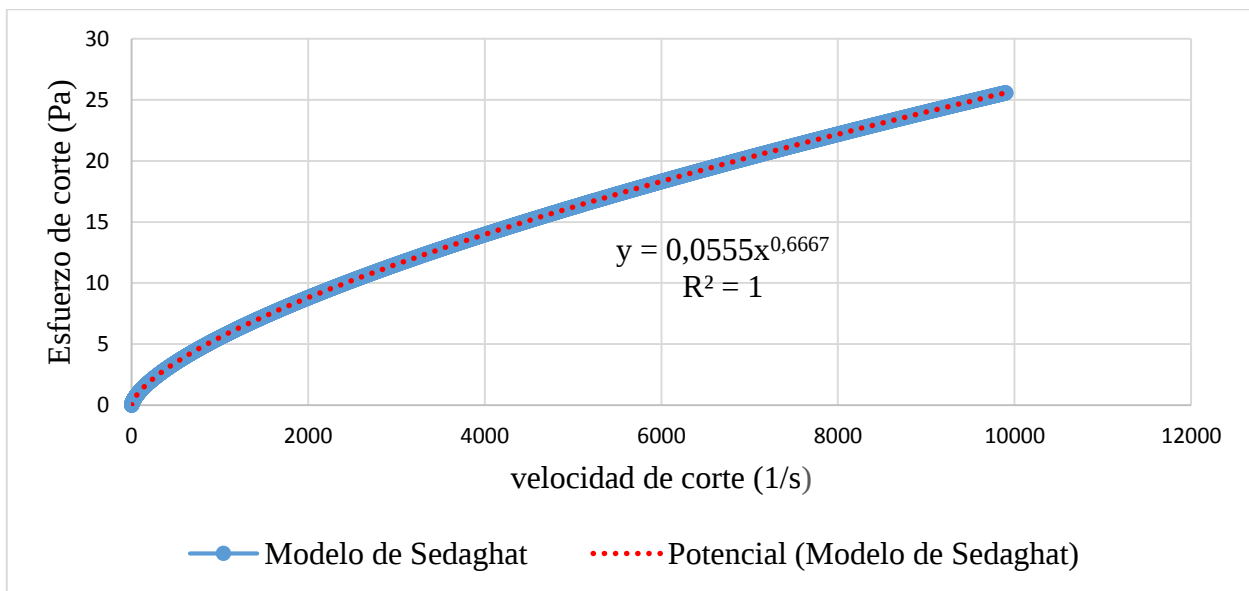


Figura 20. Diagrama de consistencia para el lodo 1 utilizando el modelo de ley exponencial (regresión potencial)

La figura 17 muestra un excelente ajuste de los datos experimentales con respecto a los tiempos predichos por el modelo de Sedaghat (2017).

En la figura 18 a la curva calculada se le aplicó una regresión de ajuste lineal que proporciona el índice de comportamiento de flujo $n':2$, ya que la pendiente de la regresión es $\frac{1}{n'} = 0,5$.

Los diagramas de consistencia presentados en las figuras 19 y 20 generados a partir de los resultados del modelo en estudio son independientes de los modelos reológicos, sin embargo, luego de generarlos son equipados con una función de ajuste lineal (fluido Bingham) y ajuste exponencial (fluido ley de potencia) respectivamente, luego con las ecuaciones producto de estos ajustes obtener $\tau_w(1020)$ y $\tau_w(510)$ que sirven de datos de entrada en las ecuaciones propuestas por Guria et al. (2013) para hallar las propiedades reológicas.

Las gráficas obtenidas usando el modelo matemático de Sedaghat (2017) para el resto de los siete lodos estudiados en este proyecto se dan en el apéndice.

4.3 Ajuste matemático propuesto para los resultados del modelo

Luego de analizar los resultados obtenidos y considerando que el error presentado por el modelo fue significativamente alto, se considera apropiado proponer un ajuste matemático que consiste en correlacionar los resultados obtenidos con el modelo de Sedaghat (2017) usando ambos ajustes (Bingham y exponencial) con los resultados obtenidos usando el viscosímetro Fann 35 mediante una gráfica (resultados Fann 35 vs resultados modelo Sedaghat (2017)) con la cual se obtuvo una ecuación para corregir los resultados como se muestra en las figuras 21 y 22 para la viscosidad aparente, 23 y 24 para viscosidad plástica y finalmente figuras 25 y 26 para yield

point. Luego de este ajuste se obtiene una mayor cercanía entre los resultados obtenidos usando ambos métodos lo que se traduce en un menor error.

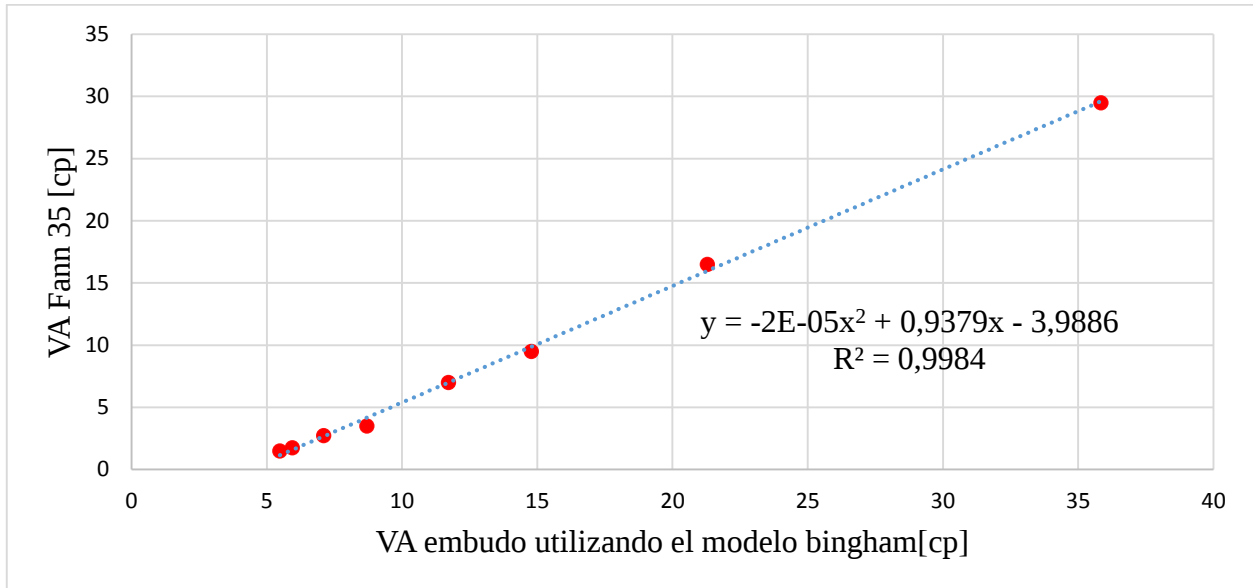


Figura 21. Ajuste matemático para los resultados de viscosidad aparente a partir del modelo matemático usando el modelo de Bingham.

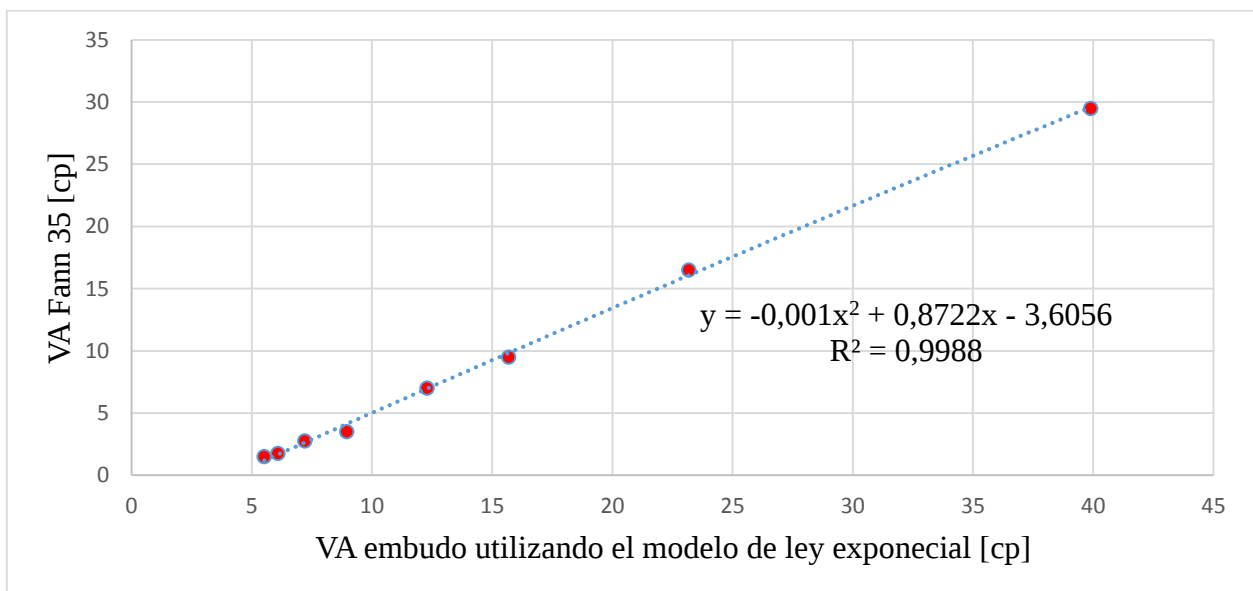


Figura 22. Ajuste matemático para los resultados de viscosidad aparente a partir del modelo matemático usando el modelo de ley exponencial.

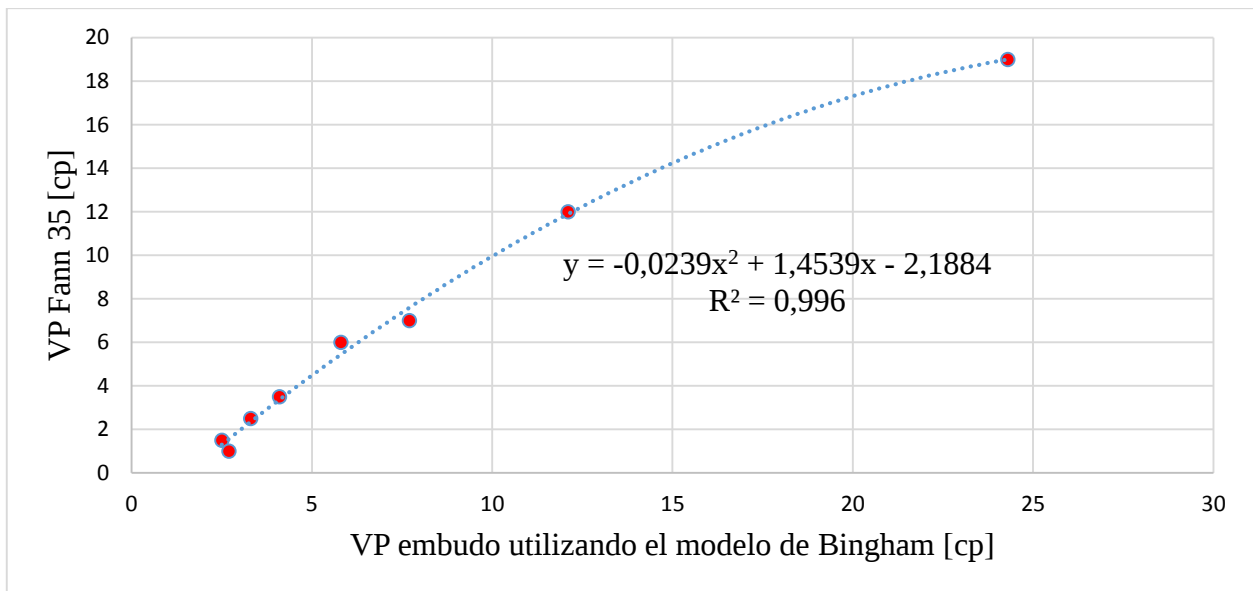


Figura 23. Ajuste matemático para los resultados de viscosidad plástica a partir del modelo matemático usando el modelo de Bingham.

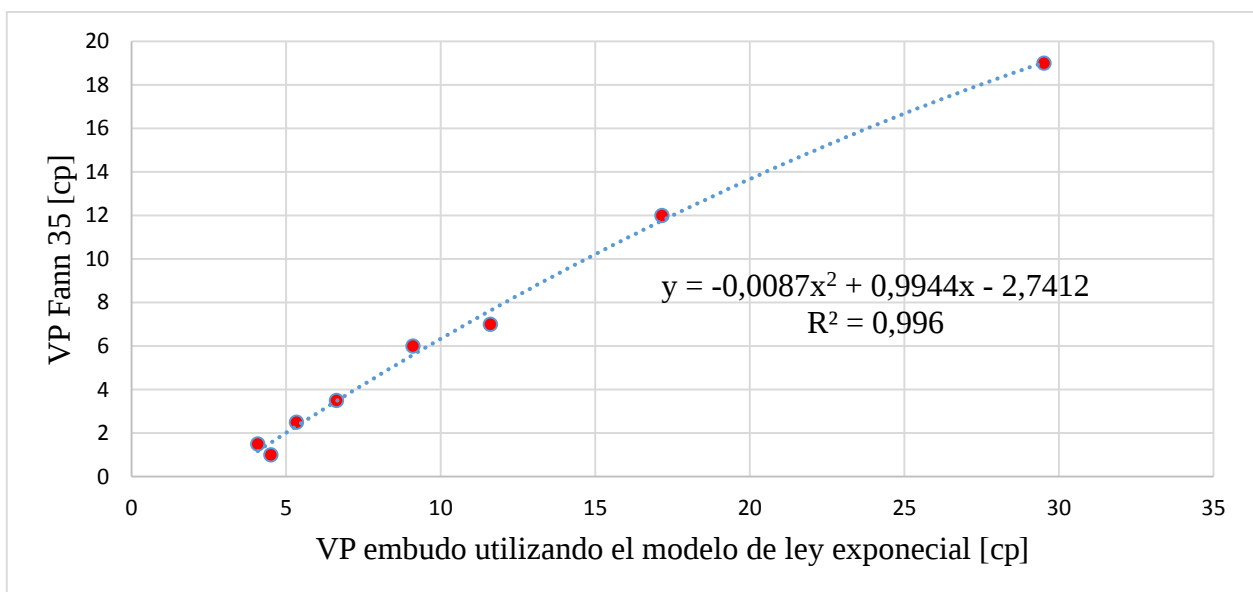


Figura 24. Ajuste matemático para los resultados de viscosidad plástica a partir del modelo matemático usando el modelo de ley exponencial.

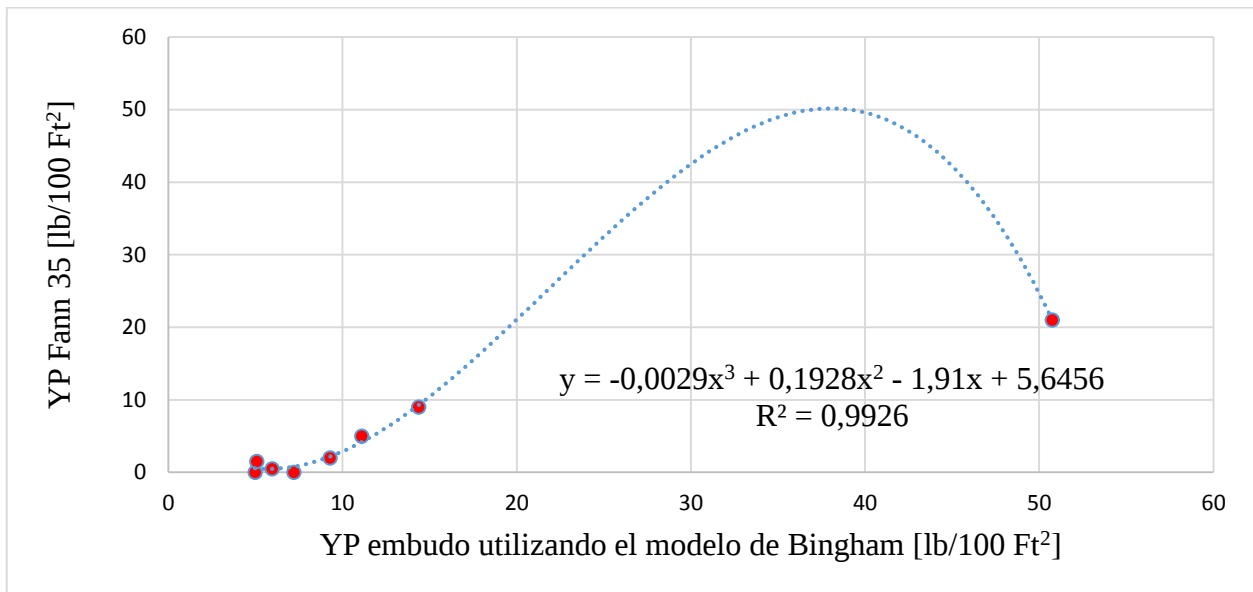


Figura 25. Ajuste matemático para los resultados de yield point a partir del modelo matemático usando el modelo de Bingham.

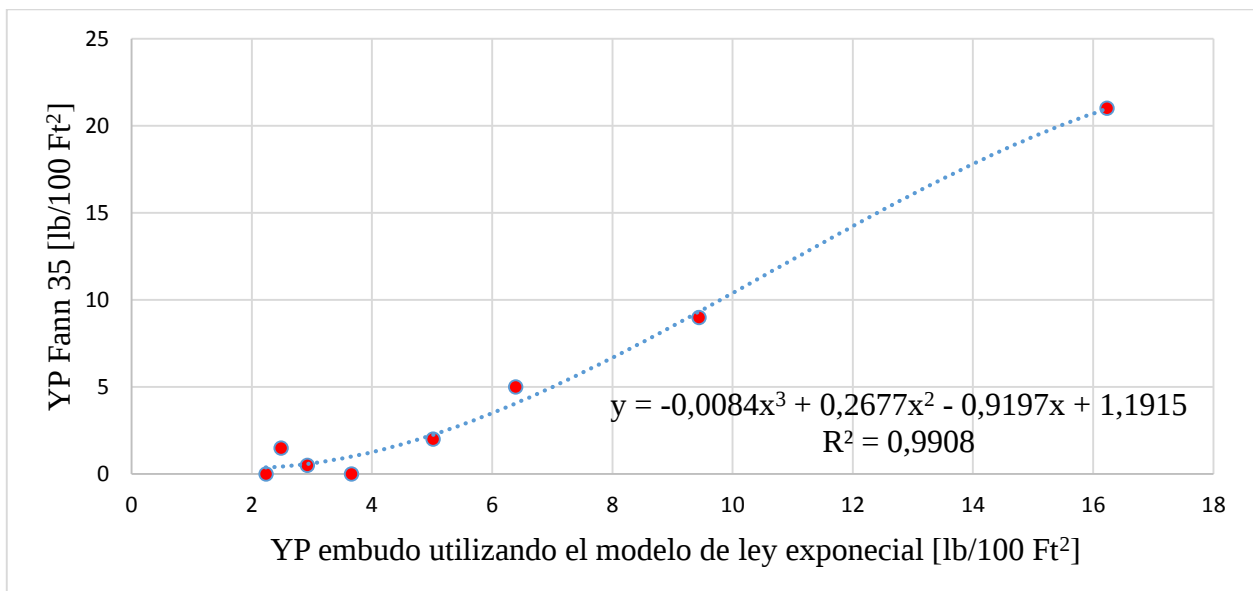


Figura 26. Ajuste matemático para los resultados de yield point a partir del modelo matemático usando el modelo de ley exponencial.

4.4 Propiedades reológicas calculadas después de realizar el ajuste matemático

Tabla 11

Resultados de viscosidad aparente con ajuste matemático.

Lodo no.	VA Fann (cp)	VA embudo usando modelo Bingham (cp)	VA embudo usando modelo Exponencial (cp)	Error embudo usando modelo Bingham (%)	Error embudo usando modelo Exponencial (%)
1	1,5	1,15	1,17	23,30	22,01
2	1,75	1,58	1,66	9,61	5,12
3	2,75	2,67	2,62	2,93	4,64
4	3,5	4,17	4,12	19,13	17,73
5	7	6,99	6,96	0,12	0,53
6	9,5	9,87	9,82	3,89	3,42
7	16,5	15,96	16,07	3,27	2,63
8	29,5	29,60	29,60	0,34	0,32

Tabla 12
Resultados de viscosidad plástica con ajuste matemático.

Lodo no.	VP Fann (cp)	VP embudo usando modelo Bingham (cp)	VP embudo usando modelo Exponencial (cp)	Error embudo usando modelo Bingham (%)	Error embudo usando modelo Exponencial (%)
1	1,5	1,30	1,17	13,54	21,92
2	1	1,56	1,56	56,29	55,74
3	2,5	2,35	2,31	6,03	7,53
4	3,5	3,37	3,47	3,69	0,88
5	6	5,44	5,59	9,33	6,88
6	7	7,59	7,62	8,42	8,90
7	12	11,90	11,75	0,80	2,05
8	19	19,03	19,03	0,15	0,17

Tabla 13
Resultados de yield point con ajuste matemático.

Lodo no.	YP Fann (lb/ 100ft ²)	YP embudo usando modelo Bingham (lb/ 100ft ²)	YP embudo usando modelo Exponencial (lb/ 100ft ²)	Error embudo usando modelo Bingham (%)	Error embudo usando modelo Exponencial (%)
1	0	0,56	0,38		
2	1,5	0,54	0,43	64,07	71,31
3	0,5	0,50	0,58	0,80	16,22
4	0	0,81	1,00		
5	2	2,20	2,25	10,04	12,49
6	5	4,22	4,06	15,58	18,89
7	9	9,41	9,30	4,50	3,33
8	21	26,21	20,87	24,80	0,63

5. Guía de laboratorio para la práctica de reología de lodos de perforación a partir del Embudo Marsh

A continuación, se presentan una serie de pasos como propuesta para llevar a cabo la prueba utilizada en este trabajo, en el Laboratorio de Lodos de la Escuela de Ingeniería de Petróleos, con el fin de calcular las propiedades reológicas de los lodos a partir de los datos obtenido con el embudo Marsh.

5.1 Objetivos de la prueba

- Analizar el comportamiento reológico de los lodos de perforación.
- Determinar las propiedades reológicas de lodos de perforación usando el viscosímetro Fann.
- Determinar las propiedades reológicas de lodos de perforación usando un modelo matemático basado en el embudo Marsh.
- Comparar los resultados obtenidos mediante los dos métodos empleados para la determinación de la viscosidad.

5.2 Preparación del lodo

Preparar las siguientes muestras:

- 5 barriles equivalentes de lodo con 10 lb/bbl de bentonita cada uno.
- 5 barriles equivalentes de lodo con 15 lb/bbl de bentonita cada uno.
- 5 barriles equivalentes de lodo con 20 lb/bbl de bentonita cada uno.
- 5 barriles equivalentes de lodo con 25 lb/bbl de bentonita cada uno.

5.3 Materiales, equipos y reactivos

- Bentonita Nacional.
- Balanza de lodos.

- Embudo Marsh.
- Jarra de lodo aforada de 1/4 de galón (946 ml).
- Recipiente aforado con capacidad de 1500 ml.
- Cronómetro.
- Viscosímetro Fann 35.

5.4 Procedimiento

- Hallar la densidad de la muestra con la balanza de lodos.
- Tomar las medidas de θ_{600} y θ_{300} en el viscosímetro Fann 35.

5.4.1 Procedimiento para el uso del embudo Marsh,

1. Manteniendo el embudo en posición vertical, tapar el orificio con un dedo y verter la muestra de lodo a través de la malla dentro del embudo, hasta que el nivel del lodo llegue a la parte inferior de la malla (1,500 ml).
2. Retirar inmediatamente el dedo del orificio y medir el tiempo de descarga para un volumen de 1500 ml.

5.5 Cálculos con los datos adquiridos del embudo Marsh

- Calcular el factor de flujo K usando el tiempo de drenaje de 1500 ml y la siguiente ecuación:

$$K = \frac{b_1}{t}$$

- En un documento de Excel haga una lista de alturas **h** en cm, desde 0 hasta 33,02 cm.

h (cm)
1
,
,
,
33,02

- Para cada altura halle el tiempo de drenaje usando la siguiente ecuación:

$$t = \frac{\left(b_1 + b_2 h^{\frac{1}{2}} + b_3 h^{\frac{3}{2}} + b_4 h^{\frac{5}{2}}\right)}{K}$$

- Para cada altura calcule el esfuerzo de corte en la pared τ_w (Pa) usando la siguiente ecuación:

$$\tau_w = \frac{1}{2} \rho g h (1 - K^2) \frac{R_T}{H_T}$$

- Para cada altura calcule el caudal Q (cm³/s) usando la siguiente ecuación:

$$Q = A_T K \sqrt{2gh}$$

- Para cada altura calcule el $\log_{10} \left(\frac{4Q}{\pi R^3 T} \right)$
- Para cada altura calcule el $\log_{10}(\tau_w)$
- Realice una gráfica de $\log_{10} \left(\frac{4Q}{\pi R^3 T} \right)$ vs $\log_{10}(\tau_w)$ y con el valor de la pendiente determine el índice de flujo n , usando la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{n'} = \text{pendiente}$$

- Para cada altura calcule la velocidad de corte en la pared del embudo γ_w (1/s) usando una de las siguientes ecuaciones:

$$\text{Fluidos Newtonianos:} \quad -\gamma_w = \frac{1}{2} \left(\frac{h}{H_T} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{3n' + 1}{4n'} \frac{4Q}{\pi R_T^3}$$

$$\text{Fluidos no Newtonianos:} \quad -\gamma_w = \frac{1}{2} \left(\frac{h}{H_T} \right) \frac{3n' + 1}{4n'} \frac{4Q}{\pi R_T^3}$$

- Realice una gráfica de τ_w vs γ_w , luego aplique una regresión lineal (modelo de bingham) o una regresión potencial (modelo de ley exponencial) a los datos de esta gráfica y con la ecuación resultante halle $\tau_w(1020)$ y $\tau_w(510)$.
- Calcule las viscosidades y el *yield point* usando las siguientes ecuaciones:

$$\text{Viscosidad aparente (VA) [cp]} = \frac{\tau_{1020}}{1020} * 1000$$

$$\text{Viscosidad plastica (VP) [cp]} = \frac{\tau_{1020} - \tau_{510}}{1020 - 510} * 1000$$

$$\text{yield point (YP) [Pa]} = \frac{3}{4} (VA - VP)$$

5.6 Cálculos con los datos adquiridos del viscosímetro Fann

Calcule las viscosidades usando las siguientes ecuaciones:

$$VA = \frac{\phi_{600}}{2}$$

$$VP = \phi_{600} - \phi_{300}$$

$$YP \left[\frac{lb}{100ft^2} \right] = 2 * \phi_{300} - \phi_{600}$$

Tabla 14

Valores de las constantes del modelo matemático propuesto por Sedaghat (2017)

CONSTANTES	VALORES
$b_1(cm^{\frac{1}{2}})$	38,6093038
$b_2(adimensional)$	-7,78E-01
$b_3(cm^{-1})$	1,27E-01
$b_4(cm^{-2})$	-9,29E-03
R_T	0,238125
H_T	5,08
A_T	0,178139348

5.7 Presentación de resultados

- Presente su gráfica de $\log_{10}\left(\frac{4Q}{\pi R^3 T}\right)$ vs $\log_{10}(\tau_w)$
- Presente su gráfica de τ_w vs γ_w
- Presente los valores de viscosidad hallados con el embudo Marsh y con el viscosímetro Fann 35 y halle el error entre estos.

6. Conclusiones

Desde la creación del embudo Marsh en 1931 en ese entonces solo como una herramienta para obtener conclusiones relativas de la condición del fluido, varios autores han venido desarrollando modelos matemáticos enfocados en conseguir un mayor aprovechamiento del único dato medido (tiempo de flujo) con este, logrando cada vez mayores avances en los resultados obtenidos, siendo estos más cercanos y comparables a los de las mediciones estándar actuales.

Sedaghat et al. (2016) logra una mejora en la precisión de los modelos matemáticos con la introducción del factor de flujo K para modelar la tasa de flujo en el embudo y la determinación del volumen de fluido contenido en el embudo Marsh al considerar el efecto de la altura del tubo en el cálculo del volumen total teniendo en cuenta que el embudo es un cono truncado y no completo, esto dado que los modelos simplificados para la determinación de dicho volumen pueden afectar significativamente la precisión de las propiedades reológicas de los lodos de perforación, como la viscosidad aparente y plástica, que pueden depender de una pequeña cantidad de líquidos dentro del embudo Marsh. Lo anterior explicaría las diferencias considerables entre las mediciones obtenidas con el embudo y el Viscosímetro Fann presentadas en modelos anteriores.

El modelo propuesto por Sedaghat (2017) muestra una gran exactitud para predecir los tiempos de descarga del embudo Marsh, esto se ve reflejado en el ajuste que muestra con los datos experimentales en las gráficas de altura vs tiempo de descarga presentadas en este trabajo. Lo que sugiere que no es necesario el conjunto completo de datos, ya que el modelo solo requiere como dato de entrada el tiempo de drenaje total, sin embargo, estos se utilizan para verificar y validar la metodología descrita en este trabajo.

La mayor divergencia entre los resultados de viscosidades obtenidos con el modelo de Sedaghat (2017) y el viscosímetro Fann 35 se presenta en las viscosidades aparentes, en las cuales se alcanzan errores que llegan a ser tan altos como 265,33%, 247,43%, 239,43 y 267,33 %, esto podría explicarse si consideramos que dicha viscosidad depende de factores como la velocidad de corte, presión y temperatura. Esta describe la resistencia del fluido a fluir a través de una geometría particular y por tanto el fluido fluyendo a través del embudo Marsh tendrá una viscosidad aparente diferente a la que tiene cuando fluye dentro del viscosímetro Fann el cual

simula el espacio anular. Sin embargo, esta diferencia se hace menor a medida que aumenta la viscosidad de la muestra.

Los mejores resultados que ofrece el modelo matemático se presentan en las viscosidades plásticas usando el modelo de ley de Bingham para los lodos analizados en este proyecto, esto si tenemos en cuenta que se obtienen errores hasta de 0,83 %, adicional a esto se presenta un error promedio de 40,98%, en este caso la cercanía entre los resultados del viscosímetro Fann y el modelo es posible dado que esta propiedad es debida a la fricción mecánica y sólidos suspendidos.

Aunque actualmente las medidas del *yield point* verdadero de los fluidos son difíciles de obtener, el embudo proporciona una medición simple y objetiva de este. En la determinación del *yield point* el viscosímetro Fann 35 puede arrojar valores subestimados porque se impone la velocidad de corte (en oposición al esfuerzo cortante). Como resultado, la microestructura tridimensional del fluido puede romperse incluso a bajas velocidades. Por otro lado, el esfuerzo se controla en el embudo por la altura del fluido. Este se reduce lentamente y el fluido se detiene por completo. Como resultado, la microestructura tridimensional permanece intacta. Por tanto, algunos autores recomiendan el embudo Marsh como una herramienta más apropiada que el viscosímetro Fann 35 para la determinación del *yield point*, pero todavía no hay consenso sobre esto.

Como resultado de este trabajo se propone un ajuste matemático para obtener mejores resultados a partir del modelo matemático estudiado, sin embargo la correlación hallada entre los valores obtenidos con el viscosímetro Fann 35 y los del modelo, solo es válida y aplicable para lodos como los analizados en este proyecto, dado que el ajuste presentado no representa una modificación del modelo.

A pesar de los avances que han tenido los modelos matemáticos y los esfuerzos por obtener resultados cada vez más válidos, no se puede ignorar el camino que falta por recorrer, los valores obtenidos con el modelo de Sedaghat (2017) estudiado en este proyecto presentan en su mayoría una desviación considerable con respecto al viscosímetro estándar, esto por razones que abarcan desde las suposiciones del mismo, dando por hecho que el flujo en el embudo es laminar, condición que no se cumple para todos los lodos analizados en este trabajo, hasta asumir por razones de simplicidad, que el factor de flujo k es constante. Este es normalmente determinado usando medidas experimentales y en general puede ser una función variable de las propiedades del fluido. Sin embargo, estos avances no dejan de ser significativos, por supuesto, todavía se requiere más trabajo. Pero estudios como el analizado en este proyecto son un paso hacia una mejor comprensión de la relación general entre el comportamiento y el tiempo de flujo en el embudo Marsh, además constituyen un avance para la aceptación del embudo como un verdadero aparato para medir las propiedades reológicas de los fluidos newtonianos y no newtonianos, a través de la fundamentación teórica y con datos experimentales que soportan la posibilidad de determinar dichas propiedades basadas en los tiempos de flujo del embudo.

7. Recomendaciones

Tener en cuenta como factores de diseño experimental la composición de los lodos y la temperatura con el fin de observar la influencia de estos en la precisión del modelo en cuestión.

La metodología debe ser extendida y mejorada utilizando una escala digitalizada para medir la altura temporal del fluido en el embudo de Marsh. Dado que existe la necesidad de mediciones más precisas.

Realizar un análisis reológico como el presentado en este trabajo a otros fluidos no newtonianos tales como petróleo, soluciones poliméricas usadas en operaciones de recobro mejorado y fluidos con nanopartículas empleados para mejorar la lubricación o para la estabilización de lutitas con el fin de evaluar la aplicabilidad del modelo para estos casos.

Utilizar modelos reológicos de mayor complejidad para lograr una mayor precisión en los resultados obtenidos.

Referencias Bibliográficas

- Ahmed Abdulrahman, H., Salah Jouda, A., Ibrahim Adam, M., Mirghani Mohammed, M., & OsmanElfadil, M. (2015). *Calculation Rheological Properties of Water Base Mud Using Marsh Funnel*. Sudan University of Science and Technology, Sudán. Obtenido de <http://repository.sustech.edu/handle/123456789/11829>
- Almahdawi, F., Zarzor Al-Yaseri , A., & Jasim, N. (2014). Apparent Viscosity Direct from Marsh Funnel Test. *Iraqi Journal of Chemical and Petroleum Engineering*, 15(1), 51-57. Obtenido de <https://www.iasj.net/iasj?func=search&uiLanguage=en&query=Apparent+Viscosity+Direct+from+Marsh+Funnel+Test&x=11&y=8>
- American Petroleum Institute. (2017). *API RP 13B-1:Recommended Practice for Field Testing Water-based Drilling Fluids* (quinta ed.).
- BAKER HUGHES . (2006). *Drilling fluids reference manual*.
- Balhoff, M., Lake, L., Bommer, P., Lewis, R., Weber, M., & Calderin, J. (2011). Rheological and yield stress measurements of non-Newtonian fluids using a Marsh Funnel. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 77, 393-402. doi:10.1016/j.petrol.2011.04.008
- BAROID. (2000). *Manual de fluidos*. Houston, USA.
- Guria, C., Kumar, R., & Mishra, P. (2013). Rheological analysis of drilling fluid using Marsh Funnel. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 105, 62-69. doi:10.1016/j.petrol.2013.03.027
- Kuehl, R. O. (2001). *Diseño de experimentos Principios estadísticos de diseño y análisis de investigación* (Segunda ed.). THOMSON LEARNING.

- MI-SWACO. (2001). *Manual de Ingeniería de Fluidos de Perforación*. Texas, USA.
- Montgomery, D. C. (2004). *Diseño y análisis de experimentos* (segunda ed.). Limusa, S.A de C.V. Grupo Noriega Editores .
- Munson, B., Okiishi, T., Huebsch, W., & Rothmayer, A. (2012). *Fundamentals of Fluid Mechanics* (séptima ed.). John Wiley & Sons, Inc.
- Pitt, M. (2000). The Marsh Funnel and Drilling Fluid Viscosity: A New Equation for Field Use. *SPE Drilling & Completion*, 15(1). doi:10.2118/62020-PA
- Roussel, N., & Le Roy, R. (2005). The Marsh cone: a test or a rheological apparatus? *Cement and Concrete Research*, 35(5), 823-830. doi:10.1016/j.cemconres.2004.08.019
- Sedaghat, A. (2017). A novel and robust model for determining rheological properties of Newtonian and non-Newtonian fluids in a marsh funnel. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 156, 896–916. doi:10.1016/j.petrol.2017.06.057
- Sedaghat, A., Ali Omar, M., Damrah, S., & Gaith, M. (2016). Mathematical Modelling of the Flow Rate in a Marsh Funnel. *Journal of Energy Technology Research*, 1(1), 1-12. doi:10.22496/jetr2016092281
- Zhu, L., Sun, N., Papadopoulos, K., & De Kee, D. (2001). A slotted plate device for measuring static yield stress. *Journal of Rheology*.

Apéndices

Apéndice A. Graficas obtenidas para el lodo 2 (37,0 g de bentonita, 2,07 %p/p)

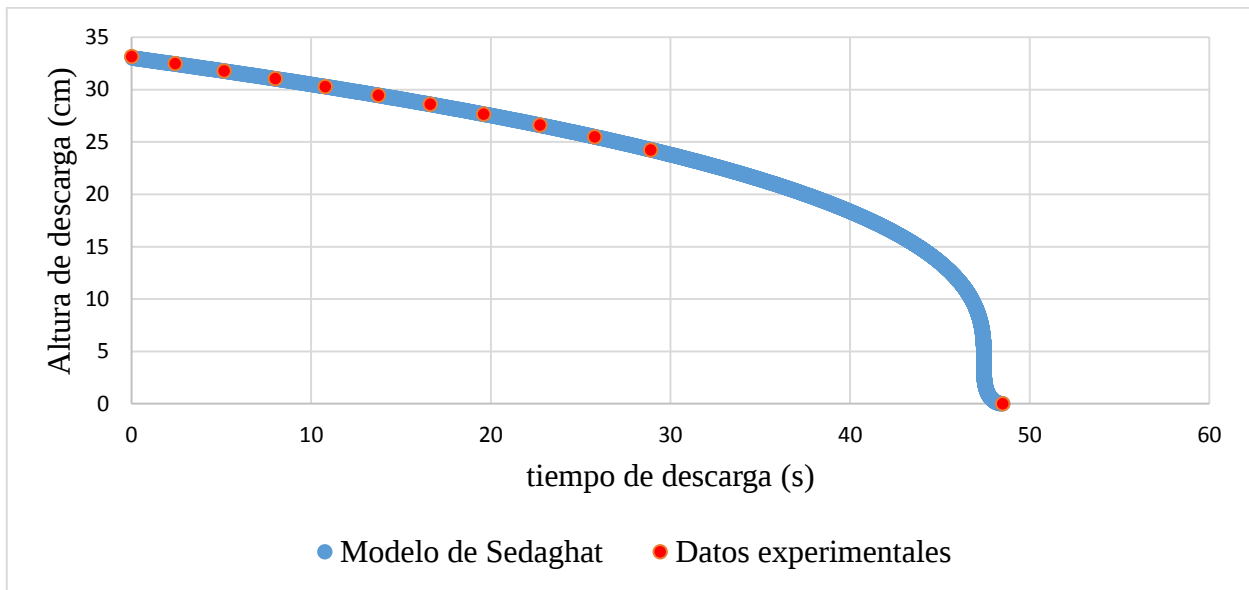


Figura 27. Altura de descarga vs tiempo de descarga en el embudo Marsh para el lodo 2

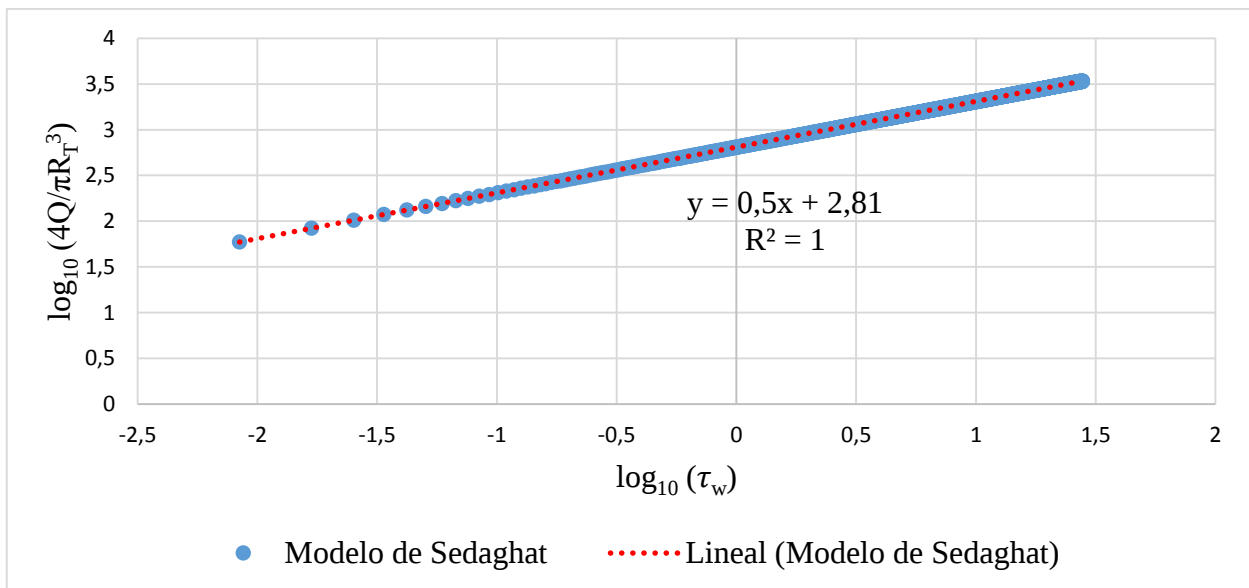


Figura 28. Curva de índice de comportamiento de flujo en el embudo Marsh para el lodo 2

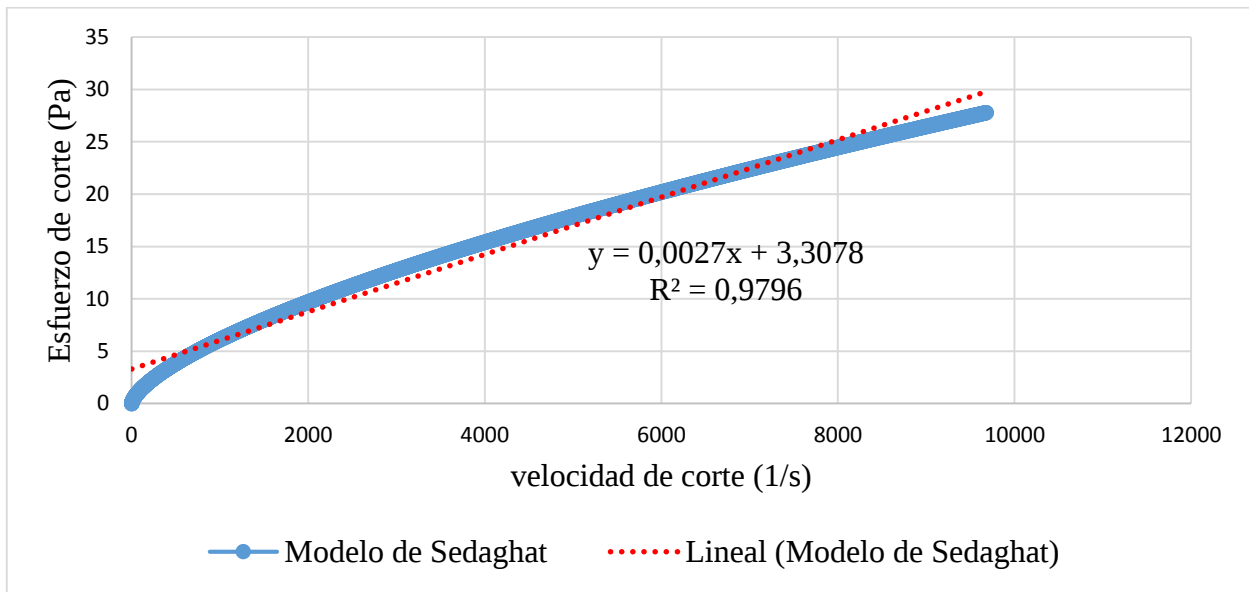


Figura 29. Diagrama de consistencia para el lodo 2 utilizando el modelo de Bingham (regresión lineal)

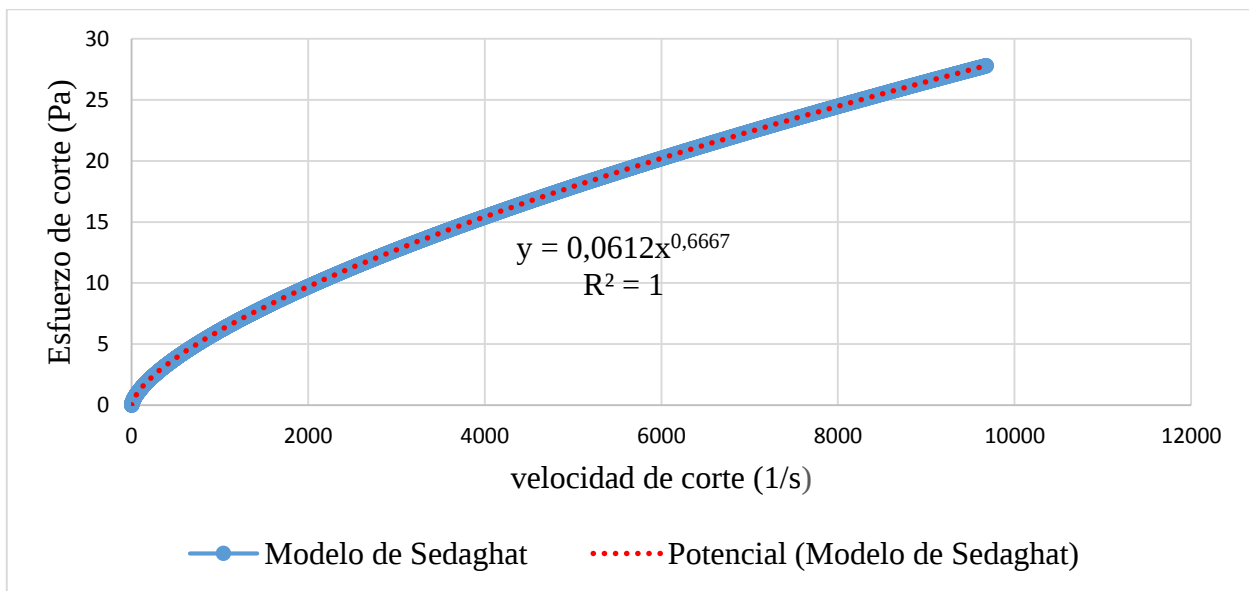


Figura 30. Diagrama de consistencia para el lodo 2 utilizando el modelo de ley exponencial (regresión potencial)

Apéndice B. Gráficas obtenidas para el lodo 3 (52,5 g de bentonita, 2,91 %p/p)

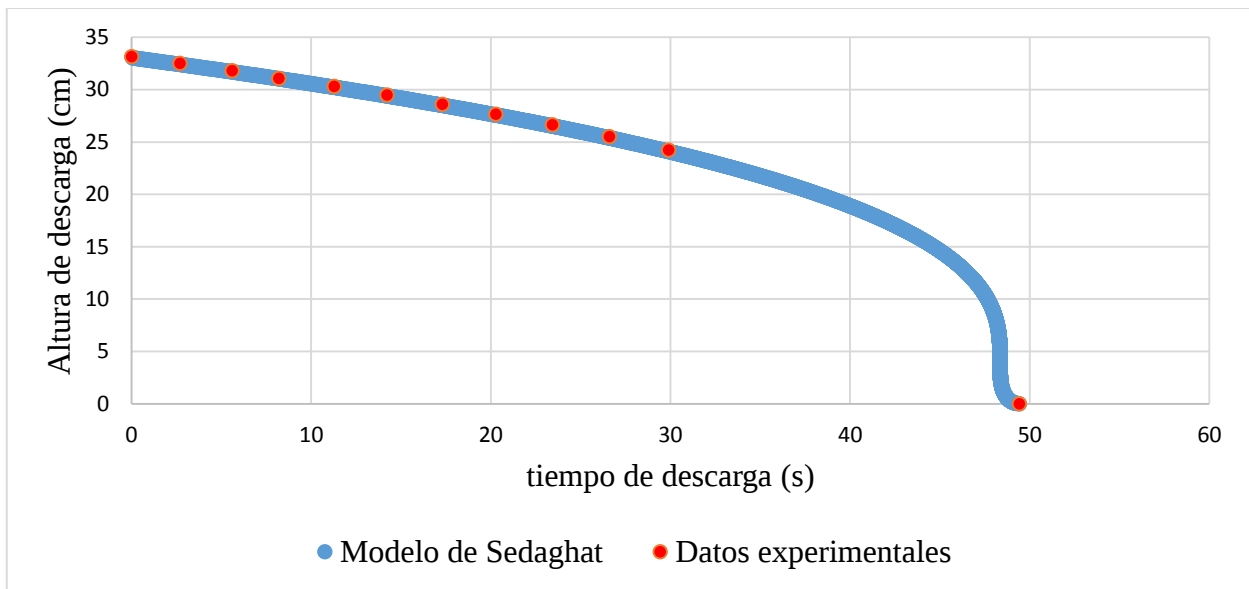


Figura 31. Altura de descarga vs tiempo de descarga en el embudo Marsh para el lodo 3

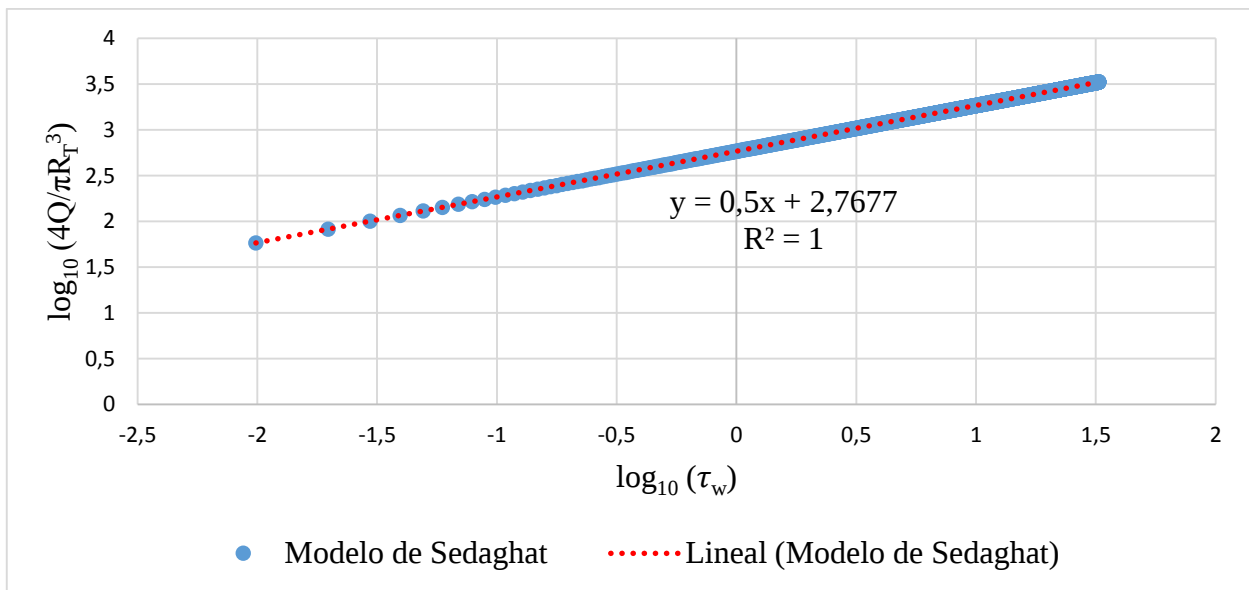


Figura 32. Curva de índice de comportamiento de flujo en el embudo Marsh para el lodo 3

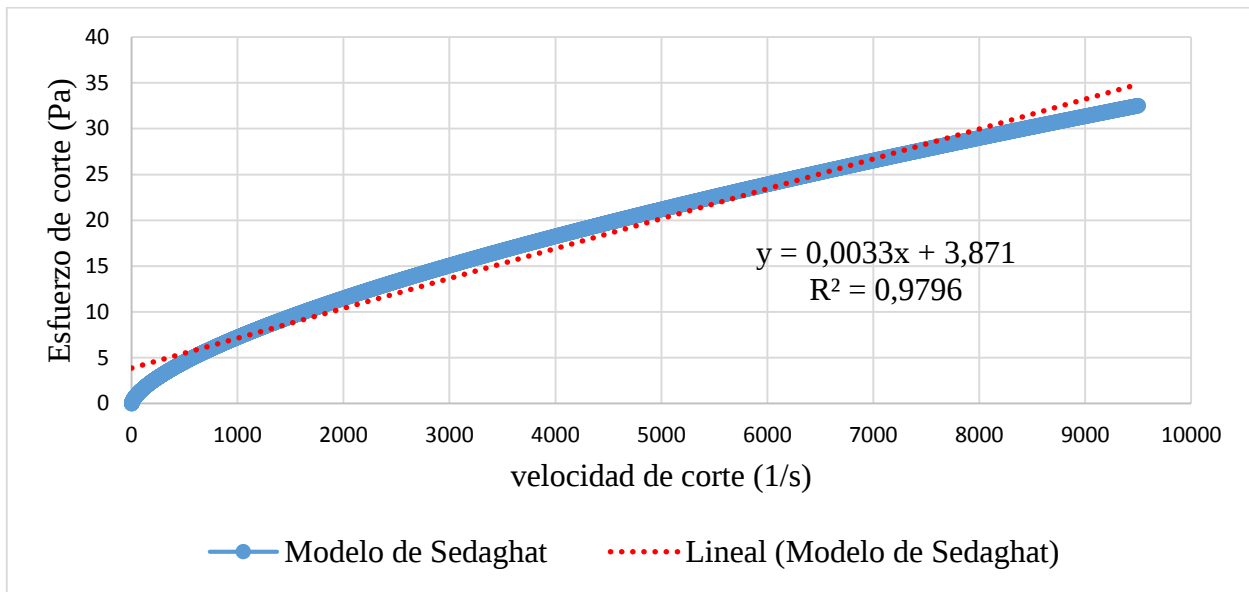


Figura 33. Diagrama de consistencia para el lodo 3 utilizando el modelo de Bingham (regresión lineal)

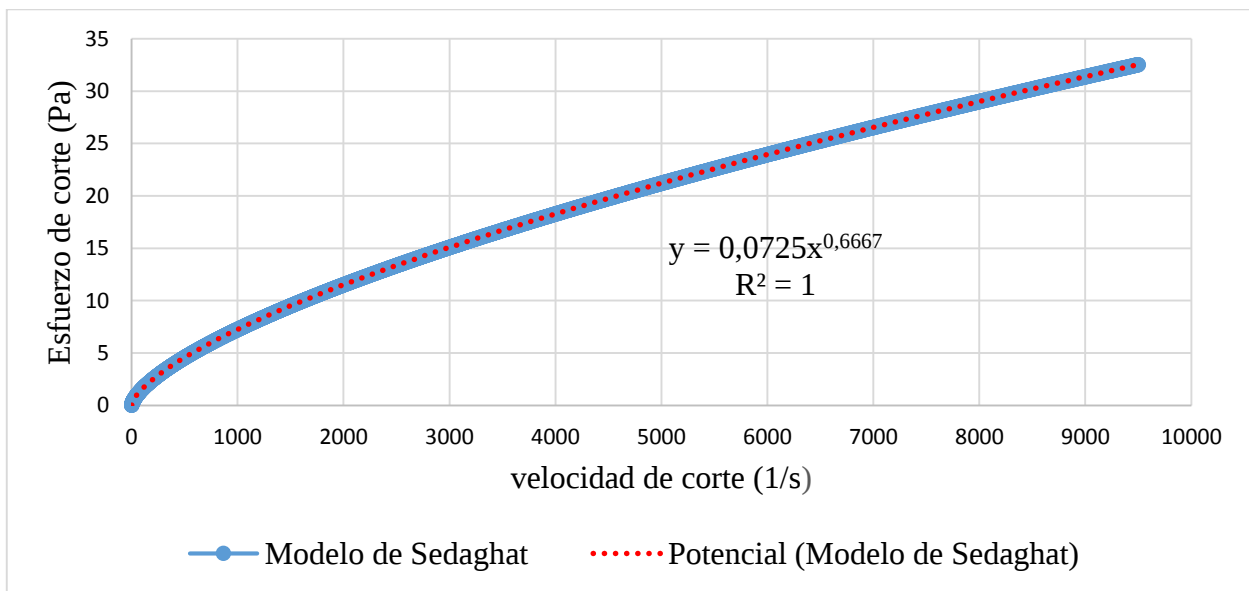


Figura 34. Diagrama de consistencia para el lodo 3 utilizando el modelo de ley exponencial (regresión potencial)

Apéndice C. Gráficas obtenidas para el lodo 4 (70,0 g de bentonita, 3,85 %p/p)

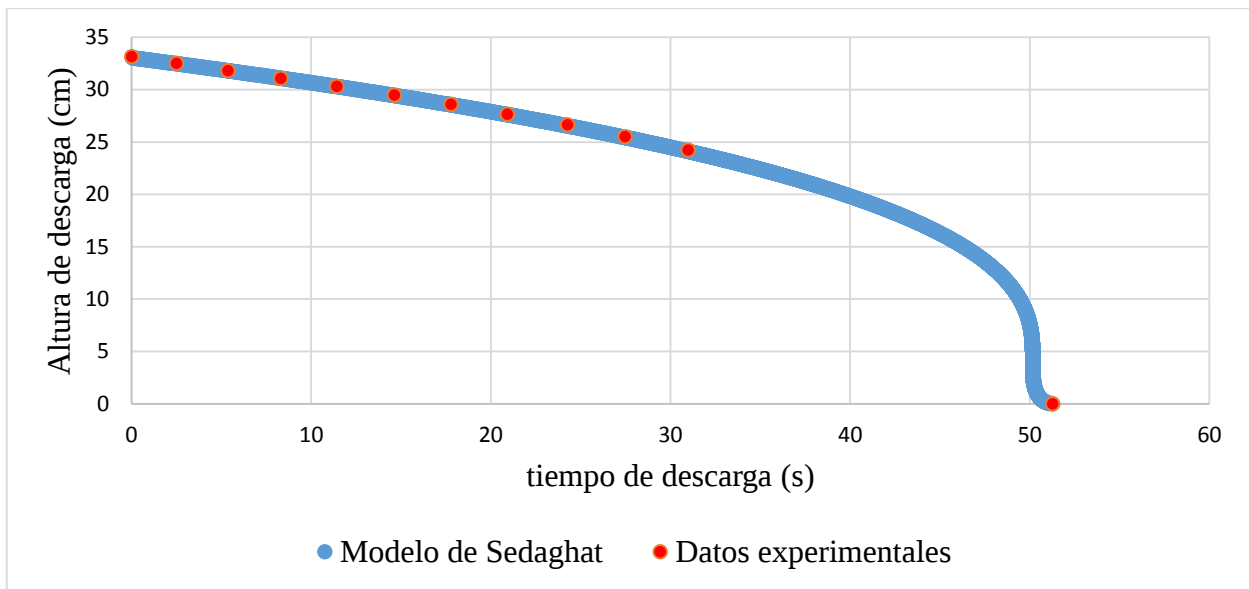


Figura 35. Altura de descarga vs tiempo de descarga en el embudo Marsh para el lodo 4

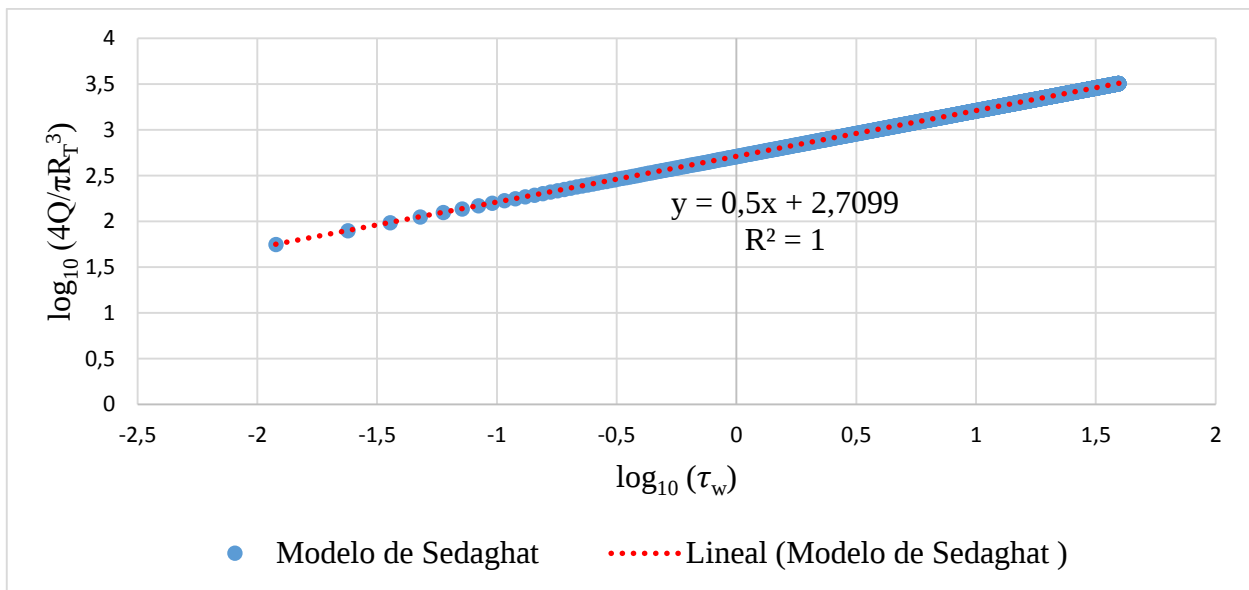


Figura 36. Curva de índice de comportamiento de flujo en el embudo Marsh para el lodo 4

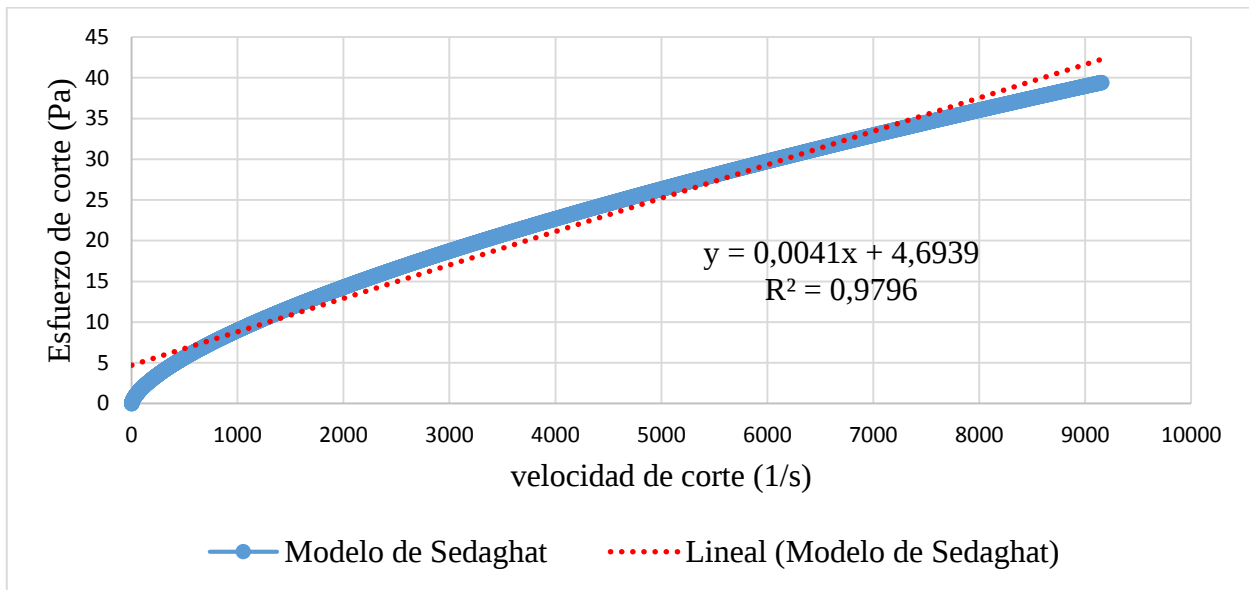


Figura 37. Diagrama de consistencia para el lodo 4 utilizando el modelo de Bingham (regresión lineal)

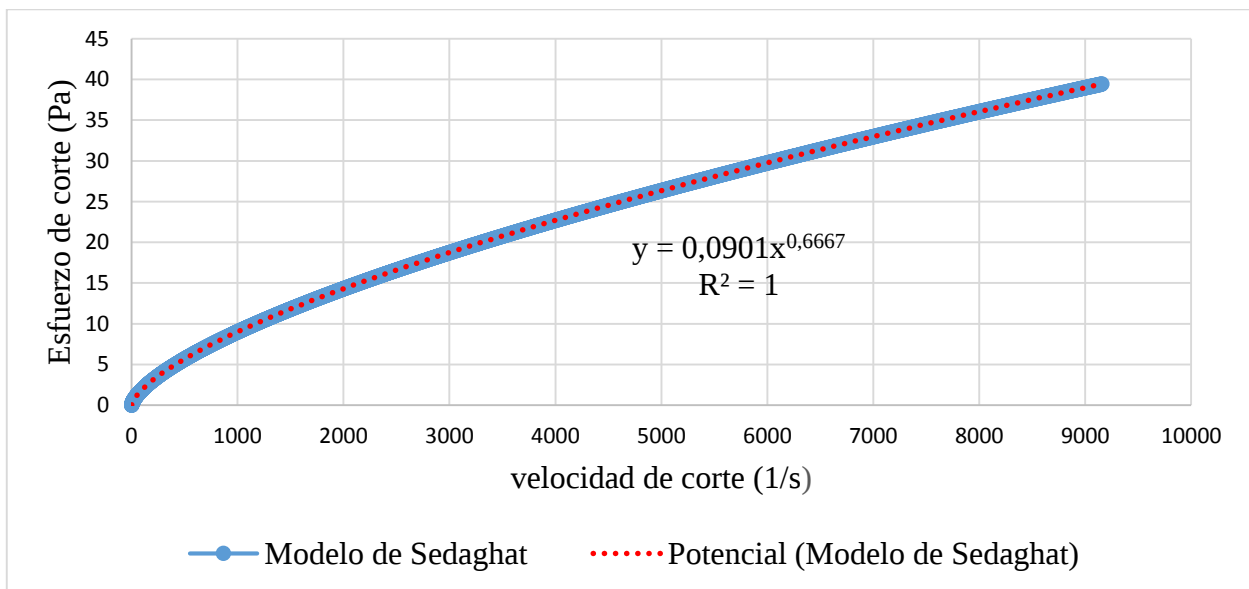


Figura 38. Diagrama de consistencia para el lodo 4 utilizando el modelo de ley exponencial (regresión potencial)

Apéndice D. Gráficas obtenidas para el lodo 5 (87,5 g de bentonita, 4,76 %p/p)

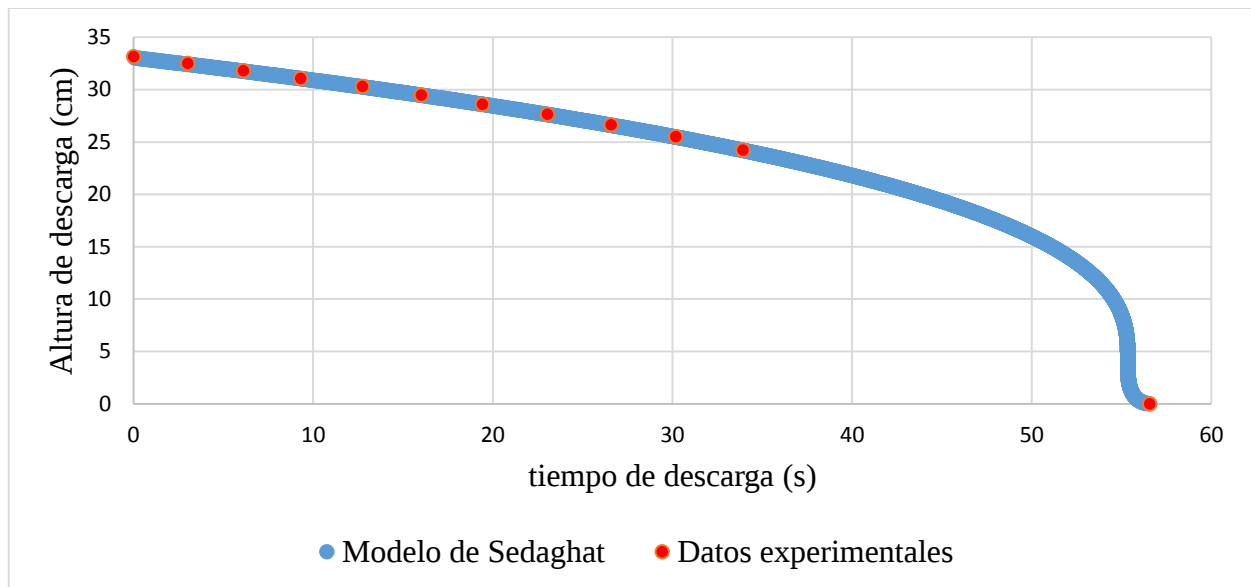


Figura 39. Altura de descarga vs tiempo de descarga en el embudo Marsh para el lodo 5

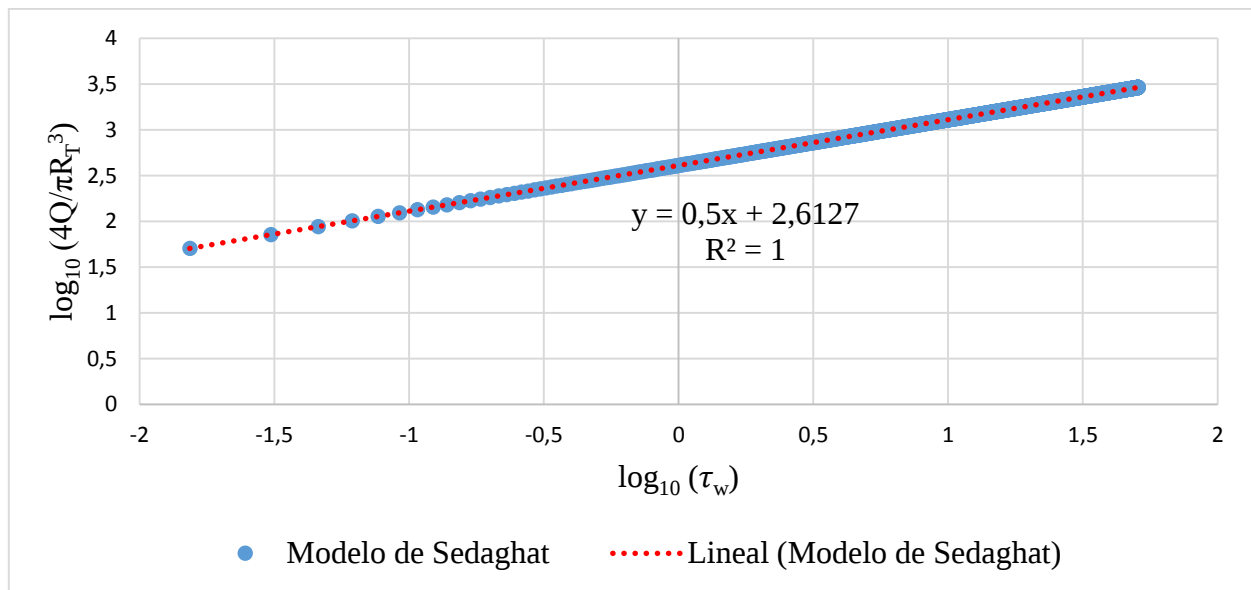


Figura 40. Curva de índice de comportamiento de flujo en el embudo Marsh para el lodo 5

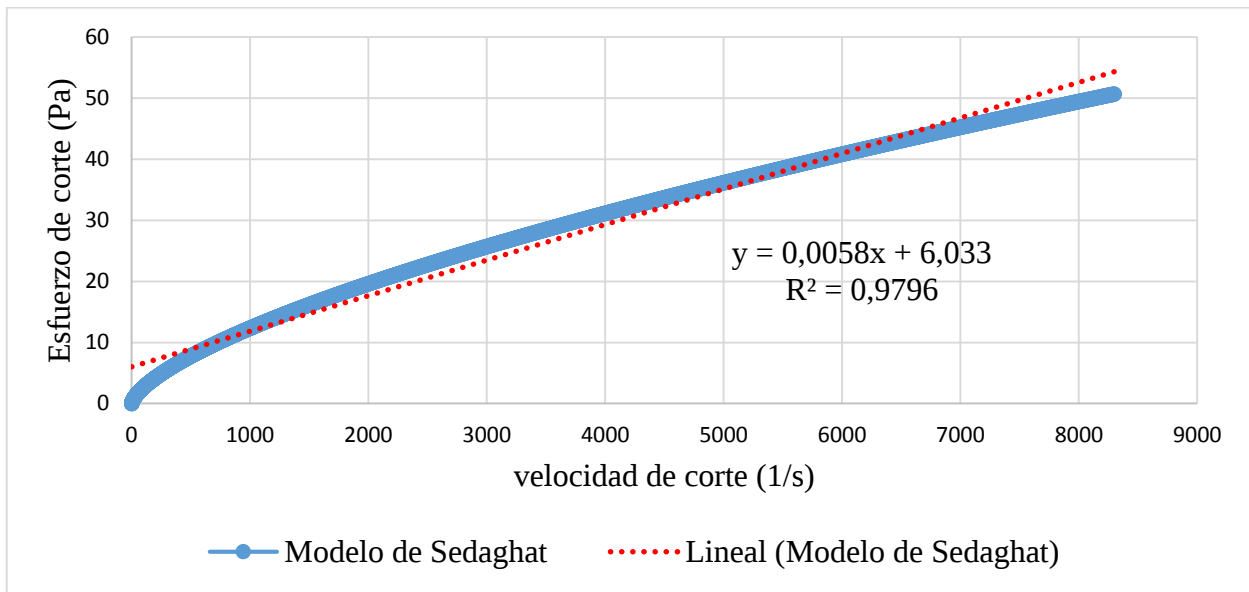


Figura 41. Diagrama de consistencia para el lodo 5 utilizando el modelo de Bingham (regresión lineal)

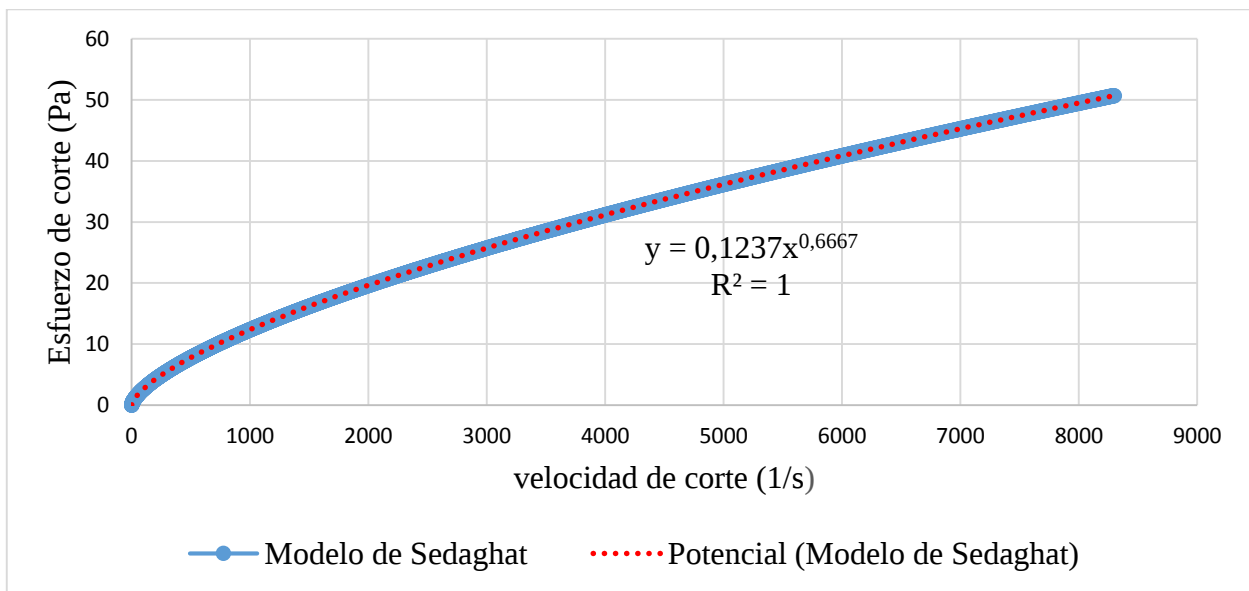


Figura 42. Diagrama de consistencia para el lodo 5 utilizando el modelo de ley exponencial (regresión potencial)

Apéndice E. Gráficas obtenidas para el lodo 6 (105,0 g de bentonita, 5,66 %p/p)

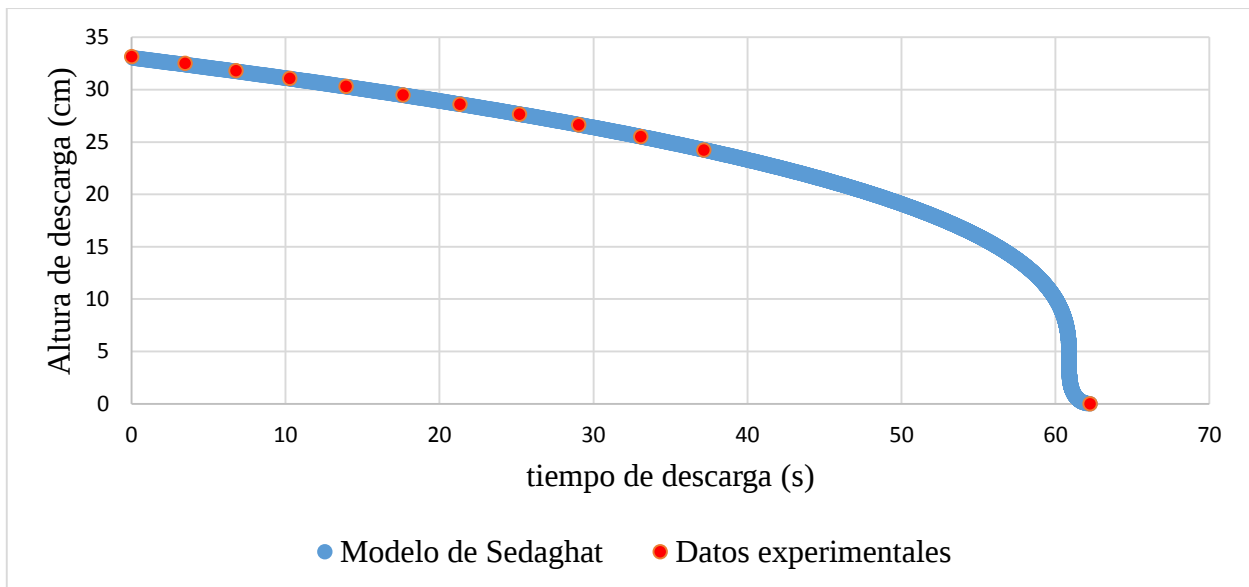


Figura 43. Altura de descarga vs tiempo de descarga en el embudo Marsh para el lodo 6

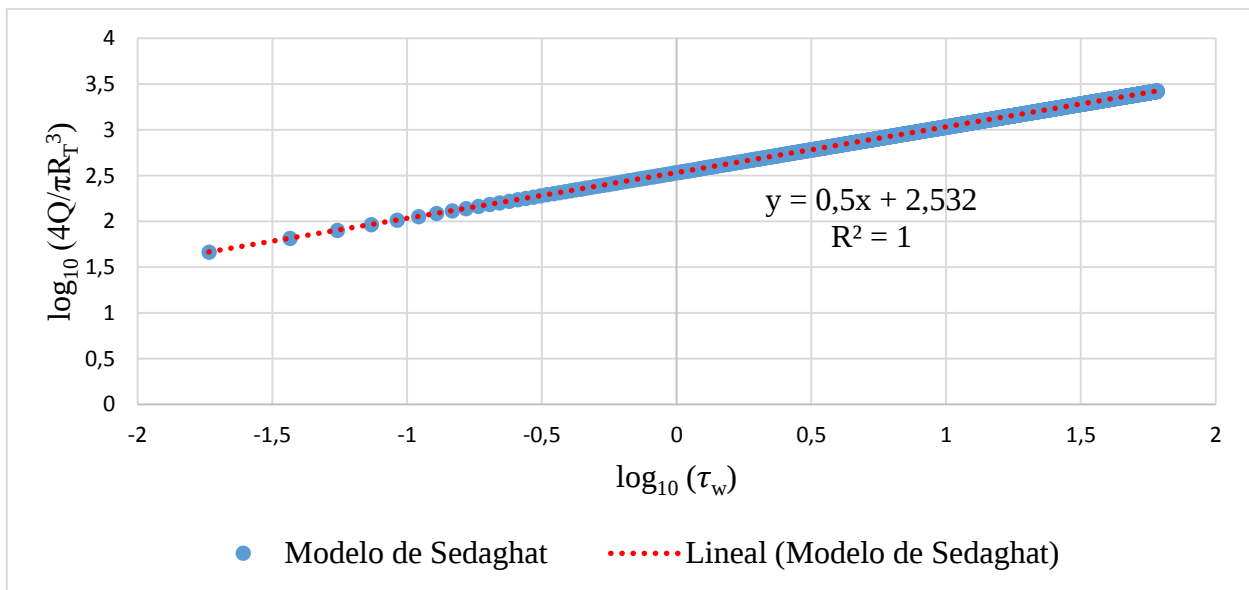


Figura 44. Curva de índice de comportamiento de flujo en el embudo Marsh para el lodo 6

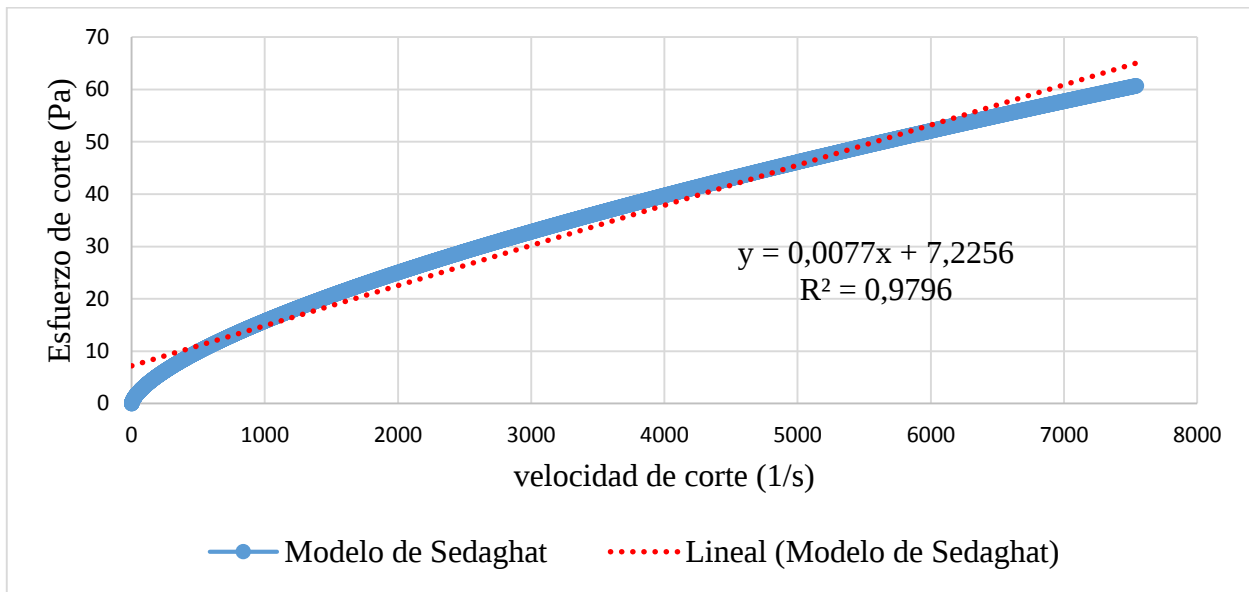


Figura 45. Diagrama de consistencia para el lodo 6 utilizando el modelo de Bingham (regresión lineal)

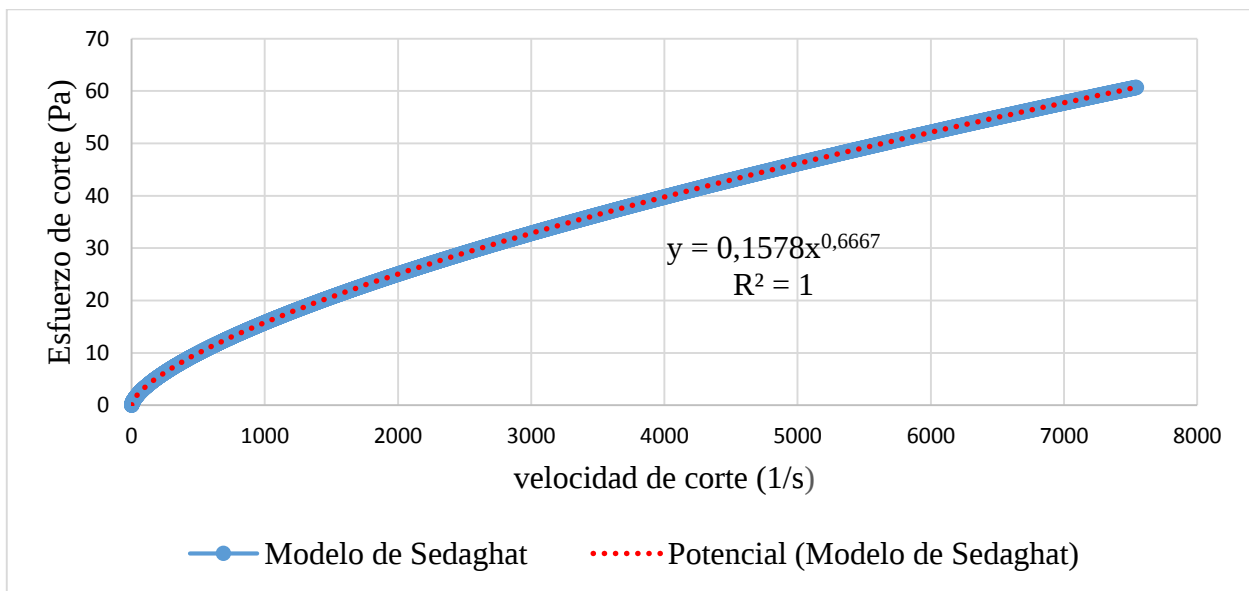


Figura 46. Diagrama de consistencia para el lodo 6 utilizando el modelo de ley exponencial (regresión potencial)

Apéndice F. Gráficas obtenidas para el lodo 7 (122,5 g de bentonita, 6,54 %p/p)

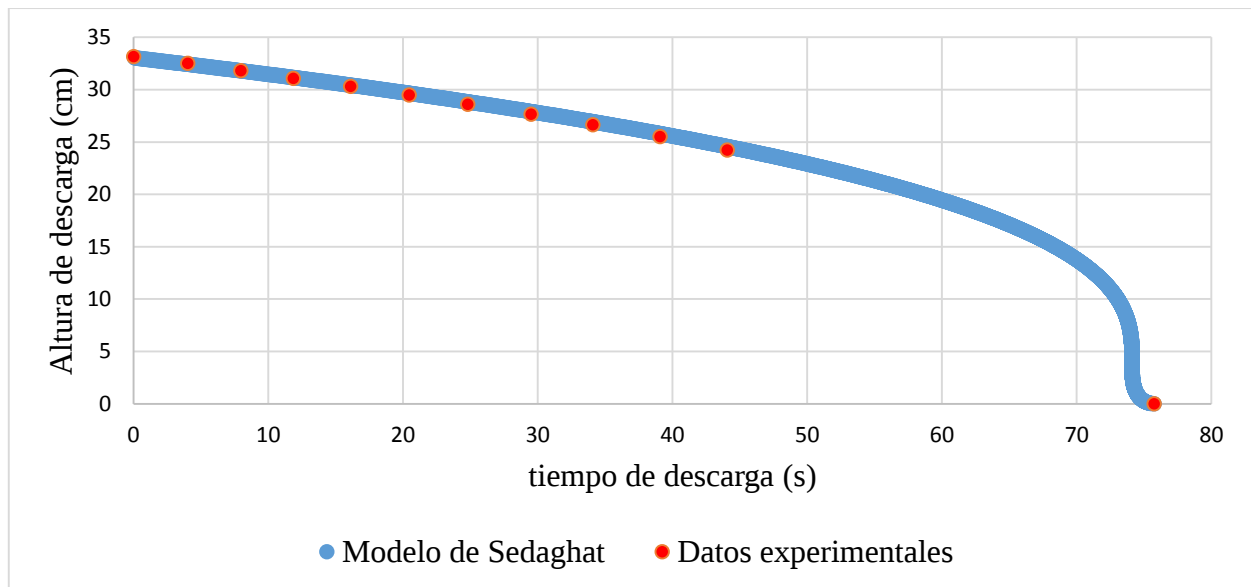


Figura 47. Altura de descarga vs tiempo de descarga en el embudo Marsh para el lodo 7

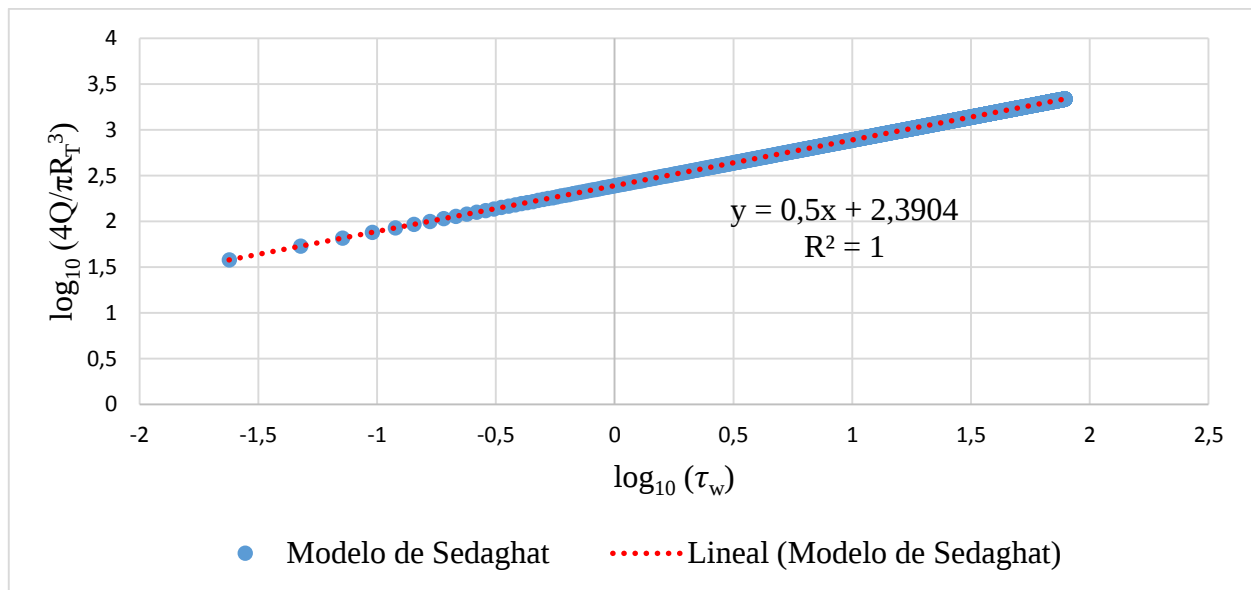


Figura 48. Curva de índice de comportamiento de flujo en el embudo Marsh para el lodo 7

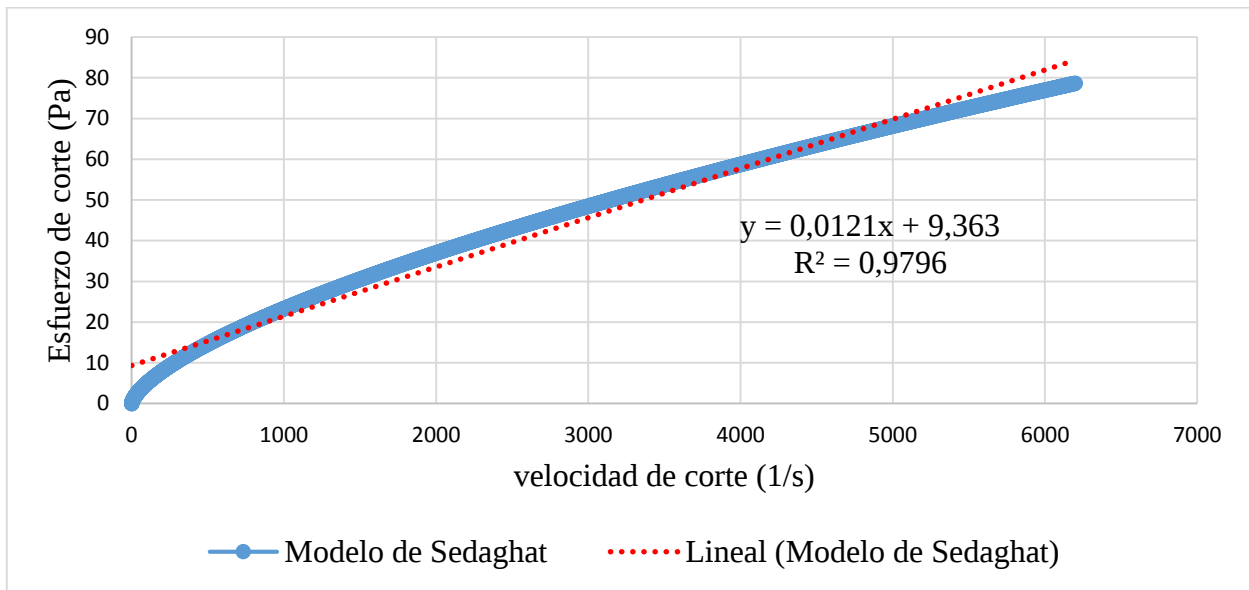


Figura 49. Diagrama de consistencia para el lodo 7 utilizando el modelo de Bingham (regresión lineal)

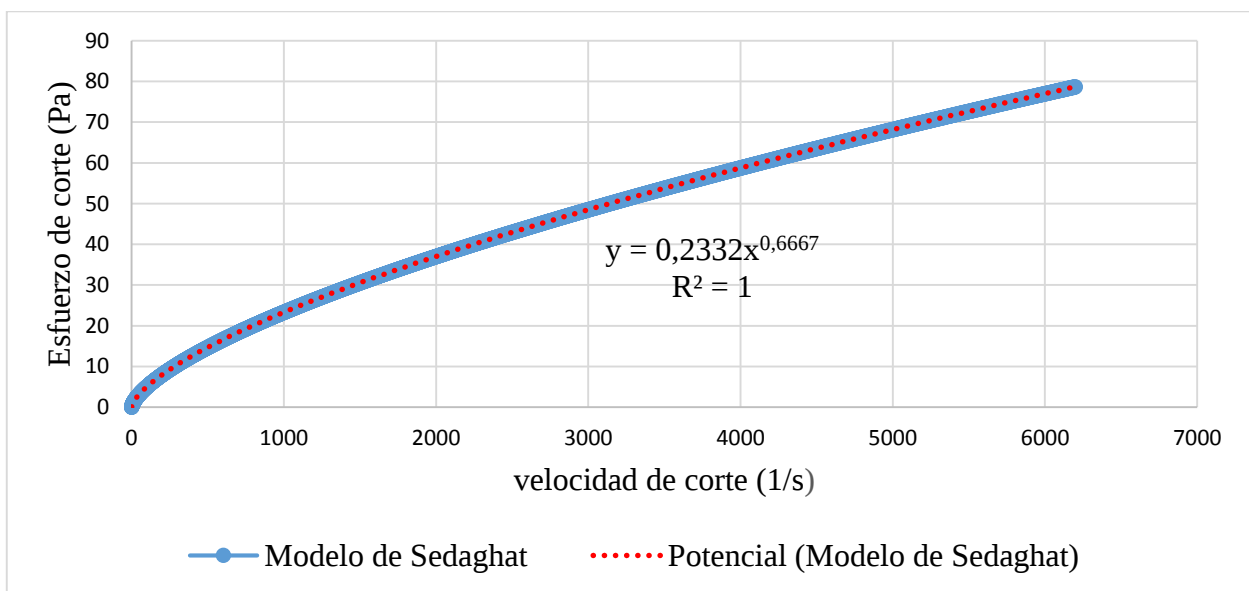


Figura 50. Diagrama de consistencia para el lodo 7 utilizando el modelo de ley exponencial (regresión potencial)

Apéndice G. Gráficas obtenidas para el lodo 8 (140,0 g de bentonita, 7,41 %p/p)

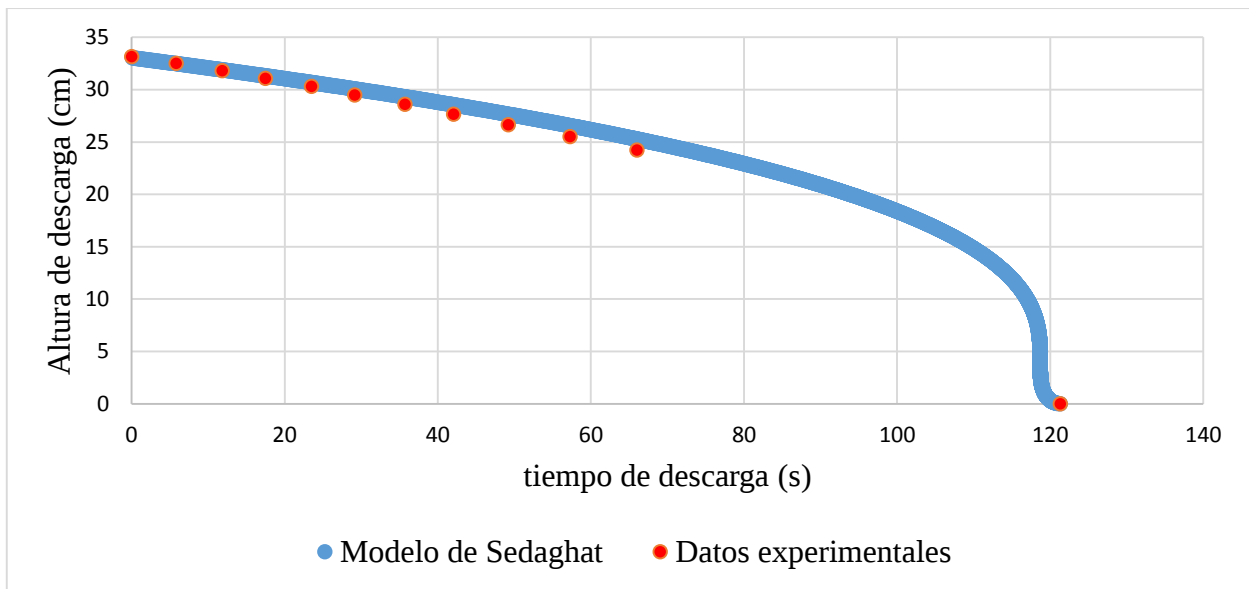


Figura 51. Altura de descarga vs tiempo de descarga en el embudo Marsh para el lodo 8

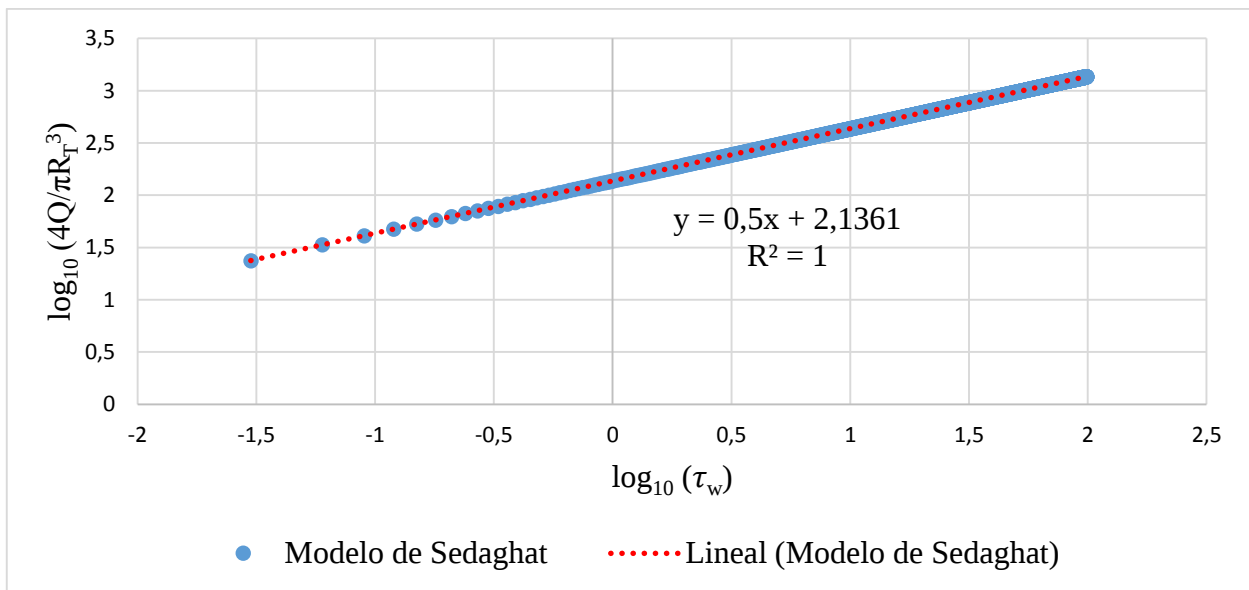


Figura 52. Curva de índice de comportamiento de flujo en el embudo Marsh para el lodo 8

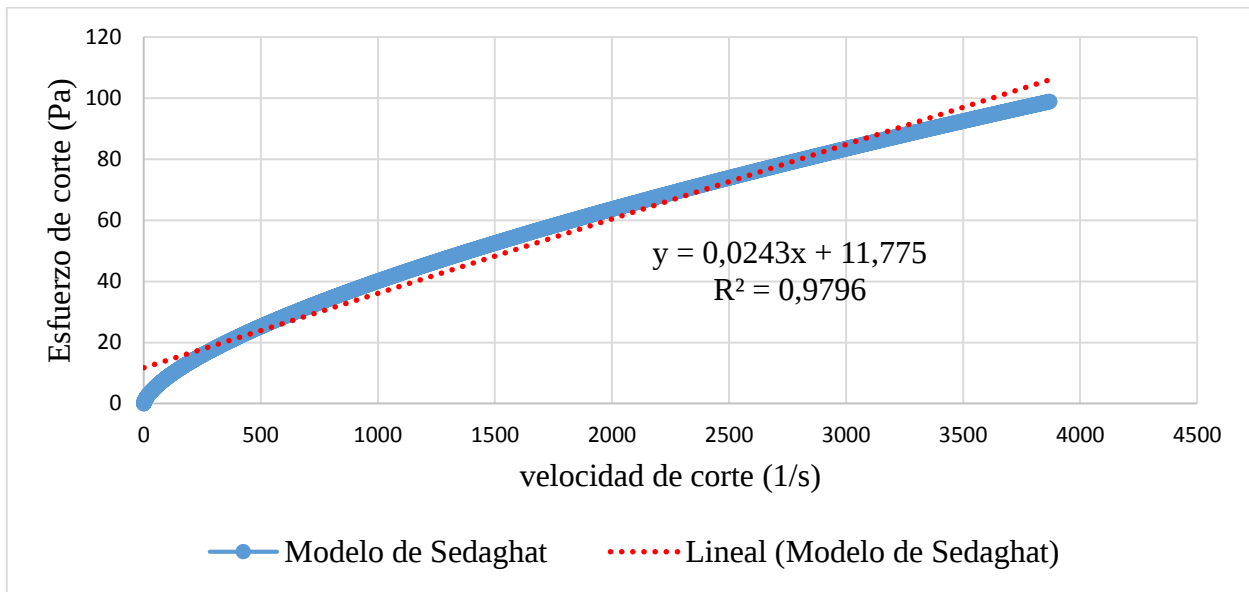


Figura 53. Diagrama de consistencia para el lodo 8 utilizando el modelo de Bingham (regresión lineal)

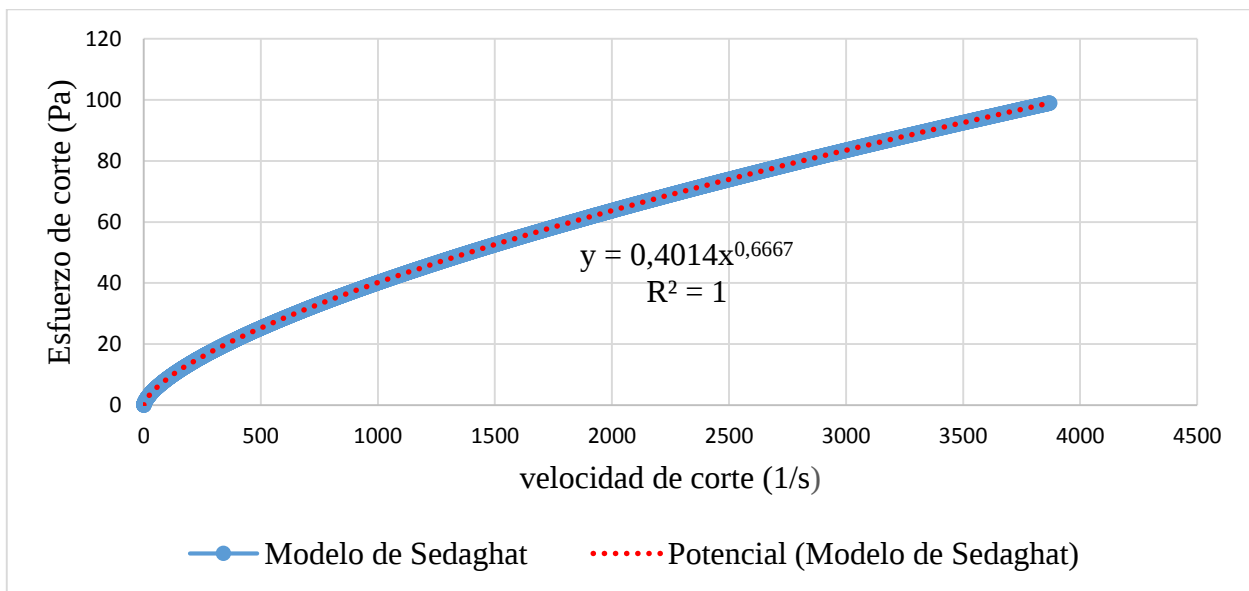


Figura 54. Diagrama de consistencia para el lodo 8 utilizando el modelo de ley exponencial (regresión potencial)