

Modelo termodinámico de un motor de combustión interna de 4 tiempos, trabajando con mezclas
de combustibles gas – líquido y líquido-líquido

Andrés Felipe Mantilla Chacón, Pablo Antonio Nieto Rangel

Trabajo de grado para optar al título de
Ingeniero Mecánico

Director

Yesid Javier Rueda Ordoñez. PhD

Ingeniero Mecánico

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas

Escuela de Ingeniería Mecánica

Bucaramanga

2021

Dedicatoria

Le dedico este trabajo a mis padres. A mi mamá por siempre entenderme, ver el lado positivo de las situaciones, quererme incondicionalmente y enseñarme a tener paciencia. A mi papá por darme consejos día a día, por no cansarse de intentar mostrarme que todo lo que uno se propone se logra.

A mis hermanos Juan Diego y Stefany, por siempre estar pendiente, apoyarme en todo momento y hacerme feliz a pesar de la distancia.

A mis abuelos, mi tía y mis tíos, que me dieron la mano en los momentos que más los necesitaba. Por darme consejos e intentar que la vida fuera más sencilla en los momentos difíciles.

A mi novia Daniela por darme amor todos los días y estar conmigo apoyándome en los momentos buenos y malos.

A mi compañero y amigo Pablo Nieto, porque sin su apoyo, dedicación y perseverancia no se hubiera logrado la realización de este trabajo.

A mis amigos y toda persona que me haya aportado en el este proceso, por sus ánimos y consejos.

Al tiempo por mostrarme que todo lo que uno quiere se puede lograr desde que haya dedicación.

Y finalmente a mí por no dejarme desfallecer en los momentos más difíciles y mostrarme que soy capaz de lograr los objetivos que me propongo.

Andrés Felipe Mantilla Chacón

A mis papás Ana y Jaime que siempre creyeron en la superación y realización de sus hijos. Con mucha paciencia y amor hacía nosotros.

A la señora Blanca, que fue la iniciadora de este camino.

A Aura que trajo amor, paz y tranquilidad en los momentos más felices y difíciles.

A mi hermana Victoria que fue un apoyo incondicional.

A Andrés V., Luna, José, Edinson, Ladino, Cesar, Harvey, Juan y la banda M7N, Forero, Daniel D. y demás amigos y compañeros que pasaron por mi vida aportando lo mejor de sí, sus mejores experiencias, conocimientos y risas. Nunca los olvidaré.

A mi compañero y colega Andrés M. Sin su apoyo, dedicación y paciencia esto no hubiera sido posible

Y a todas las personas que aportaron su confianza, consejos, apoyo, compañía y deseos.

Todo esto es para ustedes.

Pablo Antonio Nieto Rangel

Agradecimientos

Al Profesor y director Yesid Javier Rueda, por su confianza, paciencia, orientación y respaldo para la realización de este proyecto.

Al Profesor Diego Luis Franco Jacome, por su disposición e incondicionalidad para aportar sus conocimientos.

Al Ingeniero Esteban Gonzalez-Juez, que a pesar de la distancia dio una mano amiga y profesional.

Al Ingeniero Mirko Casale por sus conocimientos y consejos para el desarrollo del tema.

Tabla de Contenido

Introducción.....13

1. Objetivos.....16

1.1 Objetivo General16

1.2 Objetivos Específicos16

2. Marco Teórico.....17

2.1 Estado del Arte.....17

2.2 Conceptos20

3. Justificación24

4. Metodología.....26

4.1 Modelo cinemático.....27

4.1.1 Análisis Geométrico28

4.1.2 Análisis Cinemático.....34

4.2 Modelo Dinámico.....45

4.2.1 Modelo de pistón.....46

4.2.2 Modelo de la Manivela.....49

4.2.3 Modelo de la Biela51

4.3 Modelo Termodinámico53

4.3.1 Modelo Cero Dimensional Ideal54

4.3.2 Modelo Cero Dimensional Modificado.....58

4.3.2.1 Propiedades de los gases ideales60

4.3.2.2 Equilibrio químico.....61

4.3.2.3 Variación de P en el ciclo63

4.3.2.3.1 Estudio Geométrico	64
4.3.2.3.2 Escape y Admisión	69
4.3.2.3.3 Compresión	74
4.3.2.3.4 Expansión.....	75
4.3.2.3.5 Corrección de la Combustión.....	75
4.3.2.3.6 Transferencia de calor en el ciclo	81
5. Método de Solución	84
5.1 Variables de desempeño	86
5.2 Condiciones iniciales para la Solución y Diseño del Experimentales	88
6. Resultados y Discusión.....	92
6.1 Cinemática	92
6.2 Termodinámica	95
6.2.1 Resultados y discusión modelo termodinámico modifco	96
6.3 Dinámica.....	108
7. Conclusiones.....	111
8. Recomendaciones.....	112
Referencias	113

Lista de Tablas

Tabla 1 Descripción de las mezclas a evaluar con su poder calorífico inferior.....	89
Tabla 2 Parametros de entrada y condiciones iniciales para la solución del modelo.....	90
Tabla 3 Valores de la relación aire combustible para las diferentes mezclas.....	90
Tabla 4 Duración de la combustión para diferentes valores de aire y RPM.....	91
Tabla 5 Velocidad del pistón evaluadas en diferentes RPM.....	92
Tabla 6 Aceleración del pistón evaluadas en diferentes RPM.....	92
Tabla 7 Valores de presión y temperatura para los puntos del ciclo ideal.....	96
Tabla 8 Descripción de las mezclas a evaluar con su poder calorífico inferior.....	97
Tabla 9 Temperatura máxima en Kelvin por cada mezcla	104
Tabla 10 Potencia máxima en kW por cada mezcla.....	105
Tabla 11 Torque máximo en N.m (x10) por cada mezcla	105
Tabla 12 Filtro de mezclas por consumo específico de combustible.	106
Tabla 13 Calculo del error respecto a los datos de Bosso	107

Lista de Figuras

Figura 1 Descripción del ciclo Otto ideal P-V21

Figura 2 Descripción del ciclo Diesel ideal P-V22

Figura 3 Descripción del modelo26

Figura 4 Descripción de la geometría del mecanismo.....29

Figura 5 Relación de triángulos formadas por el mecanismo30

Figura 6 Modelamiento de múltiples cuerpos rígidos para el mecanismo propuesto34

Figura 7 Marco Propuesto.....46

Figura 8 Diagrama de cuerpo libre del pistón.....47

Figura 9 Diagrama de cuerpo libre de la manivela49

Figura 10 Rotación del sistema de referencia respecto a θ 50

Figura 11 Diagrama de cuerpo libre de la biela51

Figura 12 Descripción del ciclo Otto ideal54

Figura 13 Eficiencia de la combustión según los valores de aire combustible.....58

Figura 14 Descripción de la rotación y volúmenes del cilindro.....66

Figura 15 Descripción de la combustión progresiva69

Figura 16 Descripción del proceso real de la combustión según el diagrama P-V76

Figura 17 Comportamiento de la velocidad del pistón a diferentes RPM.....93

Figura 18 Comportamiento de la aceleración del pistón a diferentes RPM94

Figura 19 Ciclo Otto ideal obtenido del modelo termodinámico ideal95

Figura 20 Temperatura y Presión respecto al ángulo del cigüeñal θ 98

Figura 21 Diagrama P-V según el modelo termodinámico modificado99

Figura 22 Descripción del porcentaje de combustible quemado según la función de Wiebe
100

Figura 23 Descripción de la Potencia indicada, Torque efectivo, Consumo específico de combustible y Presión media indicada para diferentes RPM para una mezcla de 100% Octano
 101

Figura 24 Comportamiento de la Temperatura y Presión máxima para diferentes RPM para 100% de aire en diferentes mezclas103

Figura 25 Variación de la fuerza del gas en el punto óptimo para diferentes RPM109

Figura 26 Variación del momento en el cigüeñal en el punto óptimo para diferentes RPM110

Apéndices

La siguiente lista de apéndices está adjunta y pueden visualizarse en la base de datos de la biblioteca UIS.

- Apéndice A: Desarrollo de las ecuaciones de la geometría.
- Apéndice B: Coeficientes para el cálculo de las propiedades de los gases ideales.
- Apéndice C: Desarrollo de las ecuaciones del volumen en función de θ .
- Apéndice D: Desarrollo de las ecuaciones de la variación de presión ΔP_{mp}
- Apéndice E: Polinomios resultantes de las regresiones lineales para las diferentes variables de desempeño según el tipo de mezcla.
- Apéndice F: Tablas de la cinemática y dinámica para diferentes RPM y dinámica calculadas en el punto óptimo mezcla 80% C₈H₁₈ + 20% C₂H₅OH para diferentes RPM.
- Apéndice G: Tablas y figuras de la termodinámica para diferentes mezclas, RPM y relación aire combustible
- Apéndice H: Tablas y figuras de la termodinámica en el análisis de presión y temperatura máxima.
- Apéndice I: Gráficas del ciclo de Otto para diferentes mezclas, relación aire combustible y RPM.

Resumen

Título: Modelo termodinámico de un motor de combustión interna de 4 tiempos, trabajando con mezclas de combustibles gas – líquido y líquido-líquido *

Autor: Andrés Felipe Mantilla Chacón, Pablo Antonio Nieto Rangel **

Palabras Clave: Modelo matemático, Etanol, Motor de combustión interna

Descripción:

El objetivo de este estudio es el de proponer un modelo matemático que describa el comportamiento de un motor de combustión interna utilizando mezcla de gasolina-etanol. Y se plantea la siguiente pregunta ¿Qué se debe proponer para realizar un modelo matemático que pueda describir el comportamiento de un motor de combustión interna de 4 tiempos que trabaje con mezclas de gasolina-etanol?

Para poder desarrollar nuestro objetivo y además responder a la pregunta de investigación se trabajó con áreas como la termodinámica, la dinámica, y la cinemática de cuerpo rigidez, con la meta de analizar de la mejor manera este fenómeno. Se realizó el modelo con principios cinemáticos del mecanismo pistón-biela-manivela, se modeló la termodinámica como un proceso dependiente de la rotación, con transferencia de calor y sin cinética química. Se calculó un punto óptimo de la mezcla para calcular la dinámica del sistema.

Como resultados se parametrizó las diferentes variables de desempeño a través de polinomios, comparando el error con resultados experimentales. Se concluyó que el uso de más etanol en la mezcla conlleva a la modificación del motor y que es sustentable el uso de la mezcla 80% gasolina y 20% etanol. Invitando a mejorar el modelo a través de experimentación.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ingenierías Físico-mecánicas Escuela de Ingeniería Mecánica. Director: Yesid Javier Rueda Ordoñez. PhD.

Abstract

Title: Thermodynamic model of a 4-stroke internal combustion engine, working with gas - liquid and liquid-liquid fuel mixtures. *

Author: Andrés Felipe Mantilla Chacón, Pablo Antonio Nieto Rangel **

Key Words: Mathematical model, Bioethanol, Internal combustion engine

Description:

The objective of this study is to propose a mathematical model that describes the behavior of an internal combustion engine using a gasoline-ethanol mixture. And the following question arises: What should be proposed to make a mathematical model that can describe the behavior of a 4-stroke internal combustion engine that works with gasoline-ethanol mixtures?

To develop our objective and also answer the research question, we worked with areas such as thermodynamics, dynamics, and stiffness body kinematics, with the goal of analyzing this phenomenon in the best way. The model was made with kinematic principles of the piston-connecting rod-crank mechanism, thermodynamics was modeled as a process dependent on rotation, with heat transfer and without chemical kinetics. An optimal point of the mixture was calculated to calculate the dynamics of the system.

As results, the different performance variables were parameterized through polynomials, comparing the error with experimental results. It was concluded that the use of more ethanol in the mixture leads to the modification of the engine and that the use of the mixture 80% gasoline and 20% ethanol is sustainable. Inviting to improve the model through experimentation.

* Degree Work

** Faculty of Physical-mechanical Engineering School of Mechanical Engineering. Director: Yesid Javier Rueda Ordoñez. PhD.

Introducción

A lo largo del tiempo el ser humano ha ido implementando maquinas con el objetivo de facilitar la producción empresarial, producción de energía e industrialización para mejorar la vida cotidiana. Algunas de estas máquinas requerían cantidades muy grandes de energía externa, para la solución de este problema se diseñó un dispositivo el cual llamaron motor de combustión. Un motor según la RAE (Asale, 2020) es “maquina destinada a producir movimiento a expensas de otra fuente de energía”; De igual manera define la combustión “como la reacción química entre el oxígeno y un material oxidable, acompañada de un desprendimiento energético que habitualmente se manifiesta por incandescencia o llama”.

En el caso de los motores de combustión, estos fueron evolucionando al pasar de los años iniciando desde el motor de vapor o motor de combustión externa (1712) hasta el modelo actual usado en su mayoría como el “modelo ciclo de otto” en motores de combustión interna (1876). Cada uno ha presentado diferentes fuentes de conversión energética ya sea energía a partir de energía térmica, química, o mecánica. Desde el descubrimiento del aprovechamiento energético de fuentes minerales como el carbón y principalmente los hidrocarburos se ha hecho extendido su uso en la aplicación de estos motores.

Los motores de combustión interna, esencialmente, obtienen energía mecánica a partir de la conversión de energía química de un combustible a través del proceso de combustión en una cámara de combustible.

En el último siglo se ha usado el motor de combustión interna como principal fuente de energía mecánica; Estos se usan por su gran eficiencia mecánica y térmica. En este siglo según el Banco Mundial (Datos, 2020) el uso de combustible como la gasolina y las energías renovables se repartieron de forma dispareja, ya que el uso de gasolina fue mayor tomando valores del 94% en

el año de 1950 al 79% en 2015 dejando el resto de porcentaje como el uso de las energías renovables, dando como resultado el gran uso de hidrocarburos en la industria. Trazando el crecimiento industrial, socio económico y la explosión demográfica de este último siglo, trayendo como consecuencia una alta tasa de contaminación debido al aumento de emisiones de dióxido de carbono en la atmosfera aumentando el efecto invernadero.¹

Según este estudio, la emisión de dióxido de carbono (CO₂) ha ido aumentando año a año pasando de un millón de toneladas métricas en el año de 1970 a dos millones ochocientos mil en el año de 2006, trayendo como consecuencia el aumento del efecto invernadero. Uno de los causantes de la generación y emisión de éste, es el parque automotor que evidentemente en su mayoría usa combustibles fósiles como hidrocarburos derivados del petróleo, puntualmente la gasolina y Diesel.

Para la mitigación de las emisiones de dióxido de carbono producidas por el parque automotor se han buscado alternativas al uso y diversificación de hidrocarburos; como el uso de la electricidad o el hidrogeno. A pesar de estos esfuerzos no se ha encontrado una solución generalizable como sustituto de los hidrocarburos.

Hay propuestas para solucionar este problema, una de estas está en la sustitución del combustible usado en el modelo de motores de combustión interna. Estos combustibles como el bio Diesel, bio gas y bioetanol pueden ser usados en este modelo. El bioetanol (Garrido, 2020) es un combustible de origen vegetal que se obtiene mediante la fermentación de ciertos materiales orgánicos como lo son la caña de azúcar, el maíz, entre otros.

¹ El efecto invernadero es un proceso en el que la radiación térmica emitida por la superficie planetaria es absorbida por los gases de efecto invernadero atmosféricos y es irradiada en todas las direcciones.

En Estados Unidos y Brasil debido a su larga producción agrícola se puede producir bioetanol a base de caña y maíz, se ha desarrollado tecnologías donde se usa el etanol para motores de combustión en automóviles. Debido a la tradición agrícola que existe en Colombia, (Finagro, 2020) la plantación y producción de caña de azúcar puede ser una fuente viable y sostenible de bioetanol. Esto se debe a que la producción de caña de azúcar desde el año 2000 hasta el 2019 se mantiene en un promedio de 21.912.504 toneladas de caña al año.

En Colombia las personas suelen usar como medio de transporte el automóvil, los buses, entre otros. Todos estos trabajan con gasolina, pero pueden ser estudiados con el objetivo de adaptar el uso de bioetanol y así poder disminuir un poco la emisión de gases al medio ambiente. Para solucionar esto se plantea el diseño de un modelo matemático de un motor de automóvil para poder ver el comportamiento, rendimiento y eficiencia al usar otro tipo de combustible en este caso el bioetanol.

Para esto se plantea este proyecto con la siguiente pregunta: ¿Qué se debe proponer para realizar un modelo matemático que pueda describir el comportamiento de un motor de combustión interna de 4 tiempos, que funcione con mezclas de gas natural-gasolina y gasolina-etanol?

1. Objetivos

1.1 Objetivo General

Proponer un modelo matemático que describa el comportamiento de un motor de combustión interna de 4 tiempos, que funcionan con mezclas de gasolina y etanol.

1.2 Objetivos Específicos

- Generar un modelo termodinámico que describa el comportamiento de un motor de combustión interna, para determinar el punto óptimo, eficiencia y desempeño, variando la relación de aire en exceso y deficiencia con diferentes tipos de mezclas.
- Determinar el nivel de exactitud del modelo propuesto a través de la comparación de los resultados con la literatura.
- Determinar el punto óptimo, eficiencia, y desempeño en un motor de combustión interna a través de un modelo termodinámico.

2. Marco Teórico

En esta sección se mostrarán diferentes aspectos básicos necesarios para poder realizar y entender esta investigación. Esta se dividirá en dos diferentes secciones, las cuales serán el estado del arte y conceptos. Cada una se realiza con un objetivo en particular, la primera sección muestra investigaciones previas las cuales ayudaran a la comprensión y realización del proyecto. En la segunda sección se expondrán algunos conceptos globales como: que es un motor, que tipos de ciclos trabajan en estos, como funcionan entre otros.

2.1 Estado del Arte

Al pasar de los años se ha ido generando diferentes estudios sobre el comportamiento de los motores y como todo se ha ido moviendo al ámbito computacional generando modelos para entender el comportamiento de estos. A continuación, se expondrá cada trabajo del cual se tomó en cuenta para la realización de esta investigación.

El primer trabajo nos habla principalmente sobre un aumento de potencia de salida del motor en mezclas de etanol además de un aumento de gases a la salida del motor, respecto a la potencia requerida por un sistema acoplado al motor que usa una mezcla, indicando un posible aumento de las emisiones; aun así, como muestra en sus resultados Arwal, Karare y Dhar, en su trabajo titulado: *Combustion, performance, emissions and particulate characterization of a methanol-gasoline blend (gasohol) fuelled medium duty spark ignition transportation engine. (2013)*, estos gases de salida no son ricos de óxido nítrico y monóxido de carbono, además de una disminución en humos opacos.

Estos humos de salida están a una temperatura menor respecto a la de mezclas con alta proliferación de gasolina, recalcando la importancia del número total de partículas de estos humos además de sus tamaños respecto a otros combustibles como el Diesel y la gasolina.

A través de una metodología diseñada para el desarrollo de un banco de experimentos, en el cual el motor de ignición y transporte hace un aporte muy importante a nuestro proyecto para crear una matriz de experimentos y medición de variables tales como eficiencia, rendimiento y autonomía de las mezclas gasolina-etanol. (Agarwal, A., Karare, H. and Dhar, A., 2014. Combustion, performance, emissions and particulate characterization of a methanol– gasoline blend (gasohol) fuelled medium duty spark ignition transportation engine. *Fuel Processing Technology*, 121, pp.1-24.)

Una conclusión muy importante del trabajo realizado por Sekemen, Topgül, Yücesu y Koc, en su artículo The effects of ethanol–unleaded gasoline blends on engine performance and exhaust emissions in a spark-ignition engine (2009). Es que el torque en ciertos tipos de mezcla especificadas es más alto respecto al de la gasolina en ciertos rangos de velocidades de sistemas acoplados al motor; esto es debido al alto calor latente de vaporización del etanol junto al combustible oxigenado como la gasolina. Aun así, el contenido energético de estas mezclas gasolina-bioetanol es bajo, causando un incremento en el consumo, dependiendo de la cantidad del bioetanol en mezcla.

Se empieza a trazar una línea de experimentos, debido a que en esta investigación con un motor de ignición a chispa se crea un banco de experimentación, se hace la matriz de experimentos y se definen variables a medir, lo que para nuestra investigación aporta una hoja de ruta para extrapolar estos resultados con el objetivo de hacer las mediciones pertinentes y medir de manera directa las variables necesarias del funcionamiento del motor con una mezcla. (Koç, M., Sekmen, Y., Topgül, T. and Yücesu, H., 2009. The effects of ethanol–unleaded gasoline blends on engine performance and exhaust emissions in a spark-ignition engine. *Renewable Energy*, 34(10), pp.2101-2106.)

Del trabajo de Bielaczyc, Woodburn, Klimkiewicz, Pajdowski, y Szczotka titulado: An examination of the effect of ethanol–gasoline blends' physicochemical properties on emissions from a light-duty spark ignition engine (2013). En su metodología se establecen varios tipos de mezclas gasolina-etanol para hacer pruebas de rendimiento y variables definidas en una matriz de experimento similar a las expuestas anteriormente. De este modo medir las propiedades psico químicas de cada mezcla y extrapolar los resultados al rendimiento de un motor de ignición ligero.

Encontraron un rango diferente de comportamientos de cada una de las mezclas escogidas para los experimentos, donde hay parámetros que varían de manera lineal con adición en el porcentaje de etanol. Principalmente, para nosotros en nuestra investigación nos interesa esas variaciones lineales que tienen parámetros de las emisiones, como concentración de grupos nitrosos y monóxido de carbono con la cantidad de etanol en la mezcla. (Bielaczyc, P., Woodburn, J., Klimkiewicz, D., Pajdowski, P. and Szczotka, A., 2013. An examination of the effect of ethanol– gasoline blends' physicochemical properties on emissions from a light-duty spark ignition engine. *Fuel Processing Technology*, 107, pp.50-63.)

En la tesis de Haker: System design and performance comparison of blended gasoline/ethanol fuels in semi-direct and direct injected two-stroke engines (2009). Parte de la necesidad de diseños de motores más sencillos para maquinaria en condiciones climáticas de invierno alimentados por mezclas de etanol y gasolina; estos motores principalmente dos tiempos, son montados en bancos equipados con dinamómetros, analizadores de humos, torquímetros y demás dispositivos para crear un medio experimental para hacer medición de variables directas e indirectas respectivas a la investigación.

2.2 Conceptos

Un motor según la RAE es “una máquina destinada a producir movimiento a expensas de otra fuente de energía” este puede presentarse en sistemas eléctricos, térmicos, e hidráulicos. En esta investigación se enfocará en el motor térmico, el cual es una máquina que transforma el calor en trabajo mecánico. En este se puede encontrar dos tipos de combustión, uno de estas es la combustión externa la cual consiste en que la combustión se realiza por fuera del motor como sucede en la máquina de vapor, en el motor Stirling entre otros, y la combustión interna es la opuesta a la anteriormente.

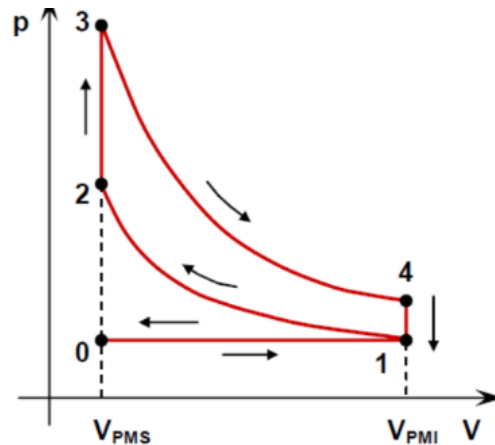
Para esta investigación se enfocará en el motor de combustión interna. Un motor de combustión interna es una máquina que transforma la energía mediante la combustión de una sustancia llamada combustible la cual se quema y libera energía, dicha energía el sistema la transforma en energía mecánica que ayudará para su funcionamiento. Este se puede encontrar en diferentes tipos como lo son el motor de Otto, el Diesel, el rotatorio, y la turbina de combustión. En esta sección se enfocará principalmente en los motores de Otto y Diesel ya que son los más usados en el campo automotriz.

- Motor de Otto

El motor de Otto es una máquina que está basada en el ciclo llamado por ese mismo nombre, que fue propuesto por el ingeniero alemán Nicolaus Otto en 1876, este ciclo se puede evidenciar en la figura 1 y se explicara a continuación su funcionamiento.

Figura 1

Descripción del ciclo Otto ideal. P-V.



Fuente: Cengel - Thermodynamics: An Engineering Approach (9.^a ed.). McGraw-Hill Education.

Este ciclo inicia con una admisión (0-1) donde se introduce una mezcla de aire y gasolina a la cámara de combustión, luego ocurre un proceso de compresión isentrópica² (1-2) en este instante la cámara se encuentra cerrada y el pistón empieza a comprimir el volumen y como consecuencia aumenta la temperatura. En el proceso isocórico³ (2-3) ocurre la combustión que se genera de manera instantánea en la vida real. En el proceso de expansión isentrópica⁴(3-4), esta ocurre después de la explosión generada por la combustión del proceso anterior, el sistema se expande y genera energía mecánica en el sistema. Y finalmente termina el ciclo con el escape de los residuos de la combustión y el proceso se repite varias veces.

- **Motor Diesel**

El motor Diesel también conocido como motor de compresión, posee algunas similitudes con el motor de Otto, pero presenta diferencias en el modo de ignición. Ya que en este sistema en

² Proceso termodinámico donde la entropía permanece constante y se disminuye el volumen.

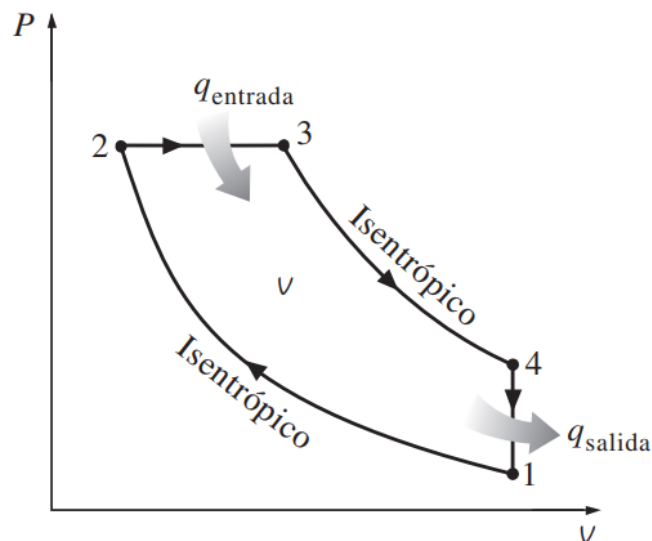
³ Proceso termodinámico donde el volumen permanece constante.

⁴ Proceso termodinámico donde la entropía permanece constante y se expande el volumen.

vez de introducirse una mezcla de combustible-aire desde un inicio solo se introduce aire que es comprimido en la cámara de combustión y al momento de inyectar el combustible, el aire se encuentra a una temperatura mayor que el punto de autoencendido de la mezcla y genera la combustión. Este proceso se observa en la figura 2, donde se observa un diagrama de presión vs volumen.

Figura 2

Descripción del ciclo Diesel ideal. P-V



Fuente: Cengel - Thermodynamics: An Engineering Approach (9.^a ed.). McGraw-Hill Education.

Como se puede evidenciar en el diagrama PV existen diferentes procesos los cuales están ligados a diferentes puntos del motor Diesel. Antes del punto 1, se presenta una admisión donde se permite la entrada de aire a la cámara de combustión y esto hace que el pistón se desplace hasta la posición 1, en el caso de 1 a 2 se presenta un proceso de compresión isentrópico donde el aire se empieza a calentar gracias a la compresión.

En la sección 2-3 presenta un proceso isobárico⁵, en este se inyecta el combustible en la cámara y como esta se encuentra a mayor temperatura que su punto de ignición esto genera una combustión. En el proceso 3-4 se encuentra un proceso de expansión isoentrópica la cual ocurre como consecuencia de la combustión del punto anterior y en la sección 4-1 presenta un proceso isocórico donde el aire escapa y se repite el proceso.

En los motores anteriores se pueden utilizar diferentes tipos de combustibles teniendo en cuenta que dependiendo del combustible a utilizar puede disminuir el rendimiento dependiendo del motor. Pero se pueden encontrar diferentes combustibles como lo es la gasolina, el Diesel, el gas licuado, el gas natural, el bio-Diesel, el etanol, entre otros.

En el caso del motor de Otto, este trabaja usualmente con gasolina. La gasolina es un combustible derivado del petróleo que se obtiene de la destilación fraccionada. En esta se toma el crudo y se destila de tal forma que se van separando en diferentes subproductos entre estos el n-octano. Además de la gasolina un motor puede funcionar con una mezcla de gasolina-etanol, el etanol es un compuesto químico que se obtiene a partir de la fermentación de los azúcares que se obtienen principalmente de la caña de azúcar.

⁵ Proceso termodinámico donde la presión permanece constante.

3. Justificación

El motor de combustión interna es de los dispositivos desarrollados y tecnificados por la ingeniería más utilizado en la actualidad. El uso moderno de las diferentes tecnologías de motores está diversificado en muchas aplicaciones industriales donde se necesite, fiabilidad, alta eficiencia y conversión de la energía química.

Como principio básico de la combustión, principalmente se usan combustibles fósiles para el fenómeno termoquímico. Las consecuencias del uso de derivados petroquímicos son manifestadas en la contaminación presente hoy en día por el uso extenso y continuo de estos. Por eso para el avance de la tecnología de la combustión, se deben encontrar nuevas fuentes para esta transformación energética, de este modo extender su uso.

A través de análisis, pruebas y ajustes en el desarrollo de la ingeniería se puede encontrar nuevos fluidos de trabajo, teniendo en cuenta todas las variables de desempeño involucradas en los sistemas, de este modo optimizar el trabajo y la funcionalidad de los motores, consecuente a la eficiencia de los sistemas donde estos son utilizados.

Por esto se realizará un modelo matemático, termodinámico y dinámico; basado en el funcionamiento y conceptos ingenieriles del motor de combustión interna. Con el objetivo de analizar el desempeño y demás variables de funcionamiento con un fluido de trabajo establecido, el bioetanol, para encontrar el punto óptimo para el funcionamiento y convergencia del modelo.

Con el modelo planteado se podrá ver la diferencia del uso de cada combustible y como se puede llegar a modificar el motor para que el combustible a utilizar produzca una respuesta óptima. Con la finalidad de aportar al desarrollo de las tecnologías de la combustión, beneficios para el medio ambiente, la económica, y el aspecto social, que podría traer el uso de bioetanol u otros fluidos de trabajo.

En el caso de los aportes a la ingeniería mecánica, se podrán validar diferentes teorías de funcionamiento, como la teoría de motores de cuatro tiempos, transferencia de calor, termodinámica aplicada entre otros. El cambio de fluido beneficia al medio ambiente en la disminución de emisiones de dióxido de carbono y otros gases derivados de la emisión de petroquímicos.

En el ámbito social y económico brindaría diferentes beneficios, como concientizar al público que el uso de combustibles a base de elementos orgánicos es igual de eficientes que el uso de hidrocarburos. Y adicionalmente podría disminuir los costos al momento de la compra de este combustible.

4. Metodología

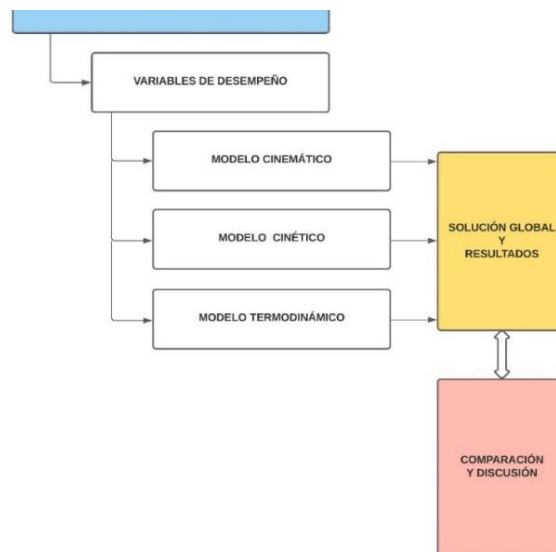
La metodología seguida para el desarrollo de los objetivos propuestos va radicada en el planteamiento y solución de un sistema de ecuaciones donde se calculen todas las variables de desempeño representativas para el funcionamiento de un motor de combustión interna, que cumpla con los principios del ciclo de 4 tiempos – ciclo de Otto.

Como desarrollo ingenieril que lleva el proceso de modelamiento de los motores de combustión interna, se pueden determinar cuáles son los parámetros y relaciones más relevantes para los usuarios de estos.

- Eficiencia volumétrica
- Torque instantáneo y efectivo
- Rango de velocidades nominales de operación
- Par máximo disponible en el rango de velocidades
- Potencia nominal máxima y normal

Figura 3

Descripción del modelo



Se procede a modelar el comportamiento del motor. Para efectos prácticos se asume el motor tipo reciprocante de un solo pistón. En este sentido para lograr una aproximación cercana a la realidad, se propone el desarrollo de tres modelos: Un modelo cinemático, dinámico y termodinámico.

En los cuales se espera definir el comportamiento de todas las variables involucradas en el trabajo del motor de combustión interna, a través de una aproximación cero dimensional, para el reporte de desempeño de este y la posterior comparación con datos experimentales.

Con el modelo probado, se plantea un proceso de optimización para diferentes mezclas de combustible gasolina y etanol, y así determinar los puntos óptimos de trabajo para las respectivas variables de desempeño, según la parametrización de la relación aire combustible.

4.1 Modelo cinemático

Para la primera parte del modelamiento se hace una aproximación geométrica del mecanismo del motor de combustión interna a través de ecuaciones que expliquen el comportamiento del este. El mecanismo se toma como el de un motor *reciprocante* de un solo cilindro.

La meta es obtener un grupo de ecuaciones que expresen el desplazamiento, la velocidad y la aceleración de los diferentes elementos del mecanismo en función de una variable independiente. Es importante aclarar que el mecanismo consta de tres elementos: **pistón – biela – manivela**. Donde como primera hipótesis tomamos:

- Biela como cuerpo rígido – tipo barra.
- Manivela como cuerpo rígido – tipo barra que se mueve con velocidad angular constante ω .

- Pistón como una masa puntual.

4.1.1 Análisis Geométrico

Analizando la geometría del mecanismo se pueden obtener varias definiciones útiles para el modelo, por ejemplo, como varía el volumen de la cámara en función del tiempo, para saber la cantidad efectiva de compresión o de expansión de los gases de combustión.

Se supone también, que el movimiento del pistón es el resultado de la combustión y la liberación de energía de los gases en la cámara.

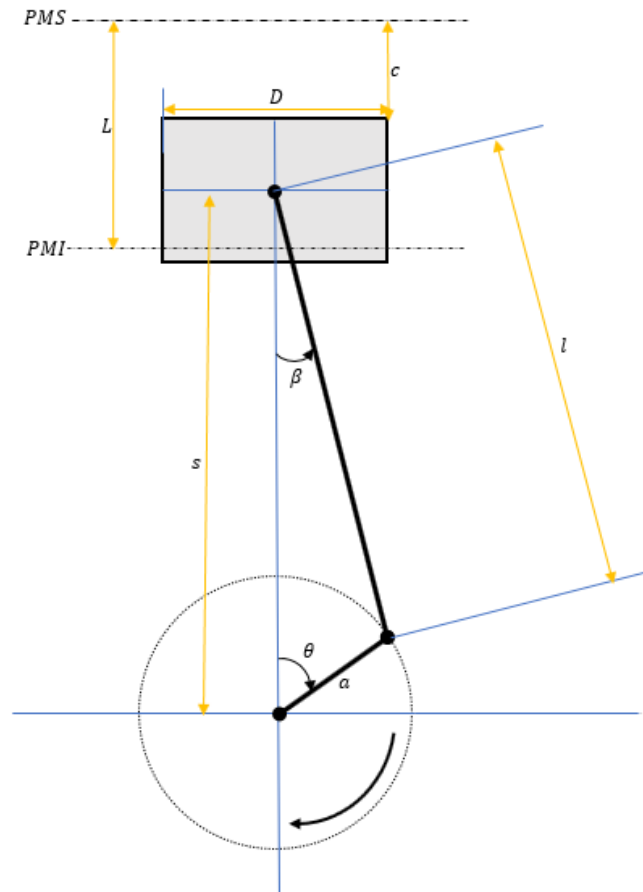
En la figura 4 se muestra la descripción de la geometría del mecanismo y las interacciones entre los diferentes elementos. Donde l es la longitud de la biela, a la longitud de la manivela que gira en sentido horario, D el diámetro del pistón, referidos a la geometría de los elementos.

Para el análisis geométrico, se hace una relación entre las longitudes de la biela y la manivela como una cantidad R , mostrado en la ecuación 4.1.

$$R = \frac{l}{a} \quad (4.1)$$

Figura 4.

Descripción de la geometría del mecanismo

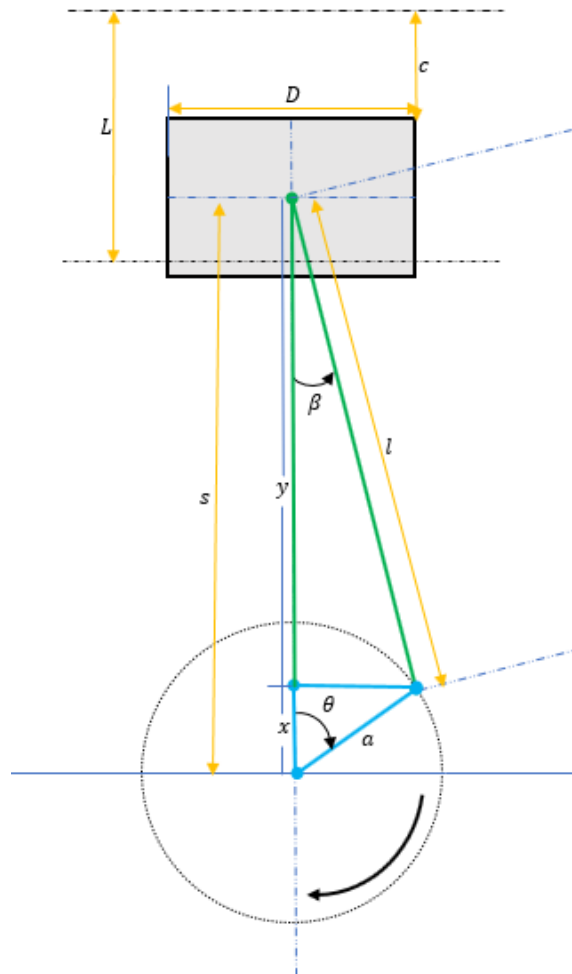


También en la figura 4 se muestran las distancias formadas por la geometría, de interés para el desarrollo de esta. Donde θ es el Angulo formado entre la vertical y la posición de la manivela, se mide desde la vertical y se incrementa en sentido horario, β es el Angulo formado entre la vertical y la posición de la biela.

La variable S es la distancia medida entre el centro de rotación de la manivela y el punto de unión entre la biela y el pistón, L es la carrera del pistón entre el punto muerto inferior (PMI) y el punto muerto superior (PMS), c es el claro del cilindro.

Figura 5

Relación de triángulos formada por el mecanismo



Ya que el ciclo que cumple el mecanismo debido a la explosión y expansión de los gases producto de la combustión, es un proceso que ocurre en periodos de tiempo cortos. Es imperativo para nosotros relacionar las cantidades cinemáticas a través de una variable la cual se conoce su rango.

La variable apropiada para este análisis es el Angulo θ . Este es producto del movimiento angular de la manivela, que rota en un punto fijo. La manivela es al final, el elemento transmisor de la potencia generada por la transformación de la energía de la combustión al eje final.

Por esta razón se vuelve importante determinar y analizar la cinemática en función de θ . Sabiendo que θ varía entre 0° y 360° . Este Angulo relaciona la rotación final del motor (N en rps), dada la aplicación que esté necesite suplir. Así se puede parametrizar para diferentes valores de N y analizar la cinemática del mecanismo.

Continuando con el análisis geométrico se relacionan los ángulos θ y β a través de dos triángulos rectángulos formados por la posición de la manivela y la biela, mediante el seno de los respectivos ángulos como se muestra en la figura 5, resultando en la primera relación en la siguiente ecuación (4.2).

$$a * \sin \theta = l * \sin \beta \quad (4.2)$$

Reemplazando 4.1 en 4.2.

$$\sin \beta = \frac{a}{l} * \sin \theta$$

$$\sin \beta = \frac{1}{R} * \sin \theta \quad (4.3)$$

De la relación pitagórica entre el seno y el coseno de θ o β , junto con la ecuación 3.3, se puede calcular una función para el coseno de β en función de θ como se muestra en 3.4.

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1 \quad \text{como} \quad \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\left[\frac{1}{R} * \sin \theta \right]^2 + \cos^2 \beta = 1$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \left[\frac{a}{l} * \sin \theta \right]^2} \quad (4.4)$$

En la figura 5 se muestra la distancia S . Está es la distancia de la cabeza del pistón medida desde la horizontal que pasa por el punto de rotación de la manivela. Se calcula sumando las distancias x e y , mostrado en la figura. Desarrollando la geometría, se llega a la ecuación 4.5, en función de θ para el cálculo de esta distancia. (Ver Apéndice A).

$$S = a * \cos\theta + \sqrt{l^2 - a^2 * \sin^2\theta} \quad (4.5)$$

De la cinemática de cuerpos rígidos se sabe que si se deriva la ecuación 4.5 respecto al tiempo se puede encontrar la velocidad del pistón en función de θ . Como θ también varía respecto al tiempo, se aplica la regla de la cadena, resultando en la ecuación (4.9). (Ver Apéndice A para el desarrollo).

$$\dot{S}_p = \frac{dS}{dt}$$

$$\dot{S}_p = \frac{dS}{dt} * \frac{d\theta}{dt}$$

La variación, de θ se plantea de la siguiente manera, teniendo en cuenta las hipótesis iniciales.

$$\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = \omega = 2\pi * N \quad (N \text{ en rps}) \quad (4.6)$$

En el Apéndice A, se explica el origen matemático del término $\overline{S_p}$. Este término es la velocidad promedio del pistón y como se muestra en la ecuación 4.7, es función de la geometría de la manivela.

$$\overline{S_p} = 2 * L * N \quad (4.7)$$

La carrera del pistón L está relacionada con la manivela a través de la siguiente ecuación (Heywood, 2018):

$$L = 2 * a \quad (4.8)$$

La velocidad del pistón es en función de θ se muestra en la ecuación 3.9:

$$\dot{S}_p = -\overline{S}_p * \frac{\pi}{2} * \sin\theta * \left[1 - \frac{\cos\theta}{\sqrt{R^2 - \sin^2\theta}} \right] \quad (4.9)$$

Siguiendo con el mismo procedimiento se puede calcular la aceleración del pistón, derivando respecto al tiempo la ecuación 3.10. El desarrollo de esto está en el Apéndice A.

$$\ddot{S}_p = \frac{d\dot{S}_p}{dt}$$

$$\ddot{S}_p = \frac{d\dot{S}_p}{dt} * \frac{d\theta}{dt}$$

$$\ddot{S}_p = -\overline{S}_p * N * \pi^2 * \left[\cos\theta + \frac{1}{R} * \cos 2\theta \right] \quad (4.10)$$

En la figura 6 se muestra el mecanismo y las bases adoptadas para el análisis. La base $O[X, Y]$ es la base inercial fija, ubicada en el centro de rotación de la manivela como se ilustra. Se usan además dos bases móviles: La base $A[XA, YA]$ también se ubica como la base O pero se rota de tal manera que pasa por el punto A (punto de unión entre la biela y la manivela), y esta base está superpuesta en la manivela haciendo que esta base móvil se mueva y gire con ella.

La otra base móvil $B[XB, YB]$ está ubicada en el punto de unión entre la biela y el pistón (Como se muestra en la figura 6) Esta base está superpuesta a la biela, entonces se mueve y rota con ella. Por esto las bases móviles A y B están rotadas según el movimiento de la manivela y la biela respectivamente a la base inercial fija O .

La conveniencia de poner estos sistemas se demostrará matemáticamente más adelante cuando se analice el movimiento de los centros de masa de la biela y la manivela.

Se usará la interpretación de movimiento de los elementos en estas bases elegidas. Para el desarrollo de las ecuaciones se usará el método propuesto por (Villalva, 2012) para motores de combustión interna, donde se hace el desarrollo a través de un sistema de matrices para simplificar la solución y trabajar la cinemática en un solo paquete de ecuaciones.

Todas las variables de movimiento se deben expresar en la base inercial y fija O , por eso es necesario transformar las cantidades vectoriales de los sistemas móviles al sistema inercial a través de matrices de transformación de una base a otra.

Como se muestran en las ecuaciones 4.11 y 4.12 para las bases móviles A y B respectivamente, esta es la transformación entre bases vectoriales como explica la teoría de matrices. Relacionando los ángulos θ y β con la ecuación 4.3.

$$O = R_{\theta}.A \quad (4.11)$$

$$O = R_{\beta}.B \quad (4.12)$$

Donde R_θ representa la matriz de rotación de la base móvil A, que rota con la manivela (sentido horario) en función de θ como se muestra en la ecuación 4.13. R_β representa la matriz de rotación de la base móvil B que rota con la biela (sentido antihorario) en función de β . Estas matrices de rotación están definidas por la teoría de matrices en una rotación en el plano ortogonal X, Y

$$R_\theta = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$R_\beta = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) & 0 \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

- Velocidad y aceleración angular de los marcos de referencia

El marco A al estar unido a la manivela, esta gira con velocidad constante en sentido horario tomado como positivo en la dirección Z (la velocidad de rotación del motor), entonces la aceleración angular de este sistema es nula. Ω_A y $\dot{\Omega}_A$ representan la velocidad y aceleración angular respectivamente de la base móvil A, de manera vectorial:

$$\Omega_A = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (4.15a) \quad \text{y} \quad \dot{\theta} = N \text{ (rps)} \quad (4.15b)$$

$$\dot{\Omega}_A = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (4.16a) \quad \text{y} \quad \ddot{\theta} = 0 \quad (4.16b)$$

El marco B está relacionado con el movimiento de la biela, esta gira en sentido antihorario en sentido Z negativo, luego Ω_B y $\dot{\Omega}_B$ representan la velocidad y aceleración angular respectivamente de la base móvil B, de manera vectorial:

$$\Omega B = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\beta} \end{Bmatrix} \quad (4.17)$$

$$\dot{\Omega} B = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\ddot{\beta} \end{Bmatrix} \quad (4.18)$$

Donde $\dot{\beta}$ y $\ddot{\beta}$ Son la velocidad y aceleración angular relacionadas con la variación de β respecto al tiempo.

- Velocidad de los puntos A y B

De las definiciones de la dinámica de solidos se puede calcular de manera vectorial la velocidad del punto A respecto al punto O, en el marco inercial de la siguiente manera (Ferdinand, 2017b):

$$v_A^O = v_O^O + (\Omega_A^O \times r_{OA}^O) + v_{rel}^O \quad (4.19)$$

Respecto al marco móvil A, se reescribe:

$$v_A^O = v_O^O + (\Omega_A^O \times R_\theta^T \cdot r_{OA}^O) + R_\theta^T \cdot \frac{d}{dt}(r_{OA}^A) \quad (4.19a)$$

Haciendo las siguientes hipótesis se puede simplificar el trabajo matricial:

- $v_O^O = 0$ ya que el punto O es un punto inercial fijo, Origen del marco inercial.
- No hay movimiento relativo en los puntos de la manivela, debido a que es una barra

$$\text{rígida. } \frac{d}{dt}(r_{OA}^A) = 0$$

Simplificando se tiene:

$$v_A^O = (\Omega_A^O \times R_\theta^T \cdot r_{OA}^O) \quad (4.19b)$$

Siendo, r_{OA}^A la distancia desde la base fija O al punto A. Se simplifica el trabajo matricial rotando la base A y superponiéndola a la manivela (figura 6), para que las distancias entre el origen

de la base y los puntos de interés estén en solo componente del sistema (componente X) de este modo simplificar el trabajo matricial.

$$r_{OA}^A = \begin{Bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Sustituyendo en la ecuación 4.19c y Resolviendo por componentes se obtienen las expresiones para la velocidad de A en las ecuaciones 4.20a, 4.20b y 4.20c. Que muestran la velocidad del punto A en la base fija en los componentes X, Y, Z :

$$v_A^O = \left(\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \right) \quad (4.19c)$$

$$v_A^O X = -\dot{\theta} * a * \sin(\theta) \quad (4.20a)$$

$$v_A^O Y = \dot{\theta} * a * \sin(\theta) \quad (4.20b)$$

$$v_A^O Z = 0 \quad (4.20c)$$

También se puede calcular la velocidad del punto A respecto al punto B, en el marco inercial de la siguiente manera:

$$v_A^O = v_B^O + (\Omega_B^O \times r_{BA}^O) + v_{rel}^O \quad (4.21)$$

Resolviendo para el marco móvil B:

$$v_A^O = v_B^O + (\Omega_B^O \times R_\beta^T \cdot r_{BA}^B) + R_\beta^T \cdot \frac{d}{dt}(r_{BA}^B) \quad (4.21a)$$

Adoptando la siguiente hipótesis:

- No hay movimiento relativo en los puntos de la biela, debido a que es una barra rígida. $\frac{d}{dt}(r_{BA}^B) = 0$
- Donde r_{BA}^B es la distancia que hay entre el punto B hasta el punto A desde el marco móvil B.

Por eso para simplificar el trabajo matricial se rota y se superpone a la biela (figura 6), para que las distancias entre el origen de la base y los puntos de interés estén en solo componente del sistema (componente negativa X) y así simplificar el trabajo matricial.

$$r_{OA}^A = \begin{Bmatrix} -l \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Simplificando se tiene:

$$v_A^O = v_B^O + (\Omega_B^O \times R_{\beta}^T \cdot r_{BA}^B) \quad (4.21b)$$

La velocidad del punto B, la aceleración del pistón calculada en el modelo geométrico, de manera vectorial:

$$v_B^O = \begin{Bmatrix} \dot{S}p \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.21c) \text{ donde } \dot{S}p \text{ se calcula de (4.9)}$$

Sustituyendo en la ecuación 4.21c y Resolviendo por componentes se obtienen las expresiones para la velocidad de A en las ecuaciones 4.22a, 4.22b y 4.22c. Que muestran la velocidad en la base fija en los componentes X, Y, Z :

$$v_A^O = \begin{Bmatrix} \dot{S}p \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\beta} \end{Bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) & 0 \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{Bmatrix} -l \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.21c)$$

$$v_A^O X = \dot{S}p + \dot{\beta} * l * \sin(\beta) \quad (4.22a)$$

$$v_A^O Y = \dot{\beta} * l * \cos(\beta) \quad (4.22b)$$

$$v_A^O Z = 0 \quad (4.22c)$$

Igualando las componentes en Y de la velocidad del punto A, se puede encontrar la velocidad angular $\dot{\beta}$ en función de θ (3.23) igualando 3.20b y 3.20a:

$$\dot{\beta} * l * \cos(\beta) = \dot{\theta} * a * \sin(\theta)$$

$$\dot{\beta} = \dot{\theta} * \frac{a}{l} * \frac{\cos(\theta)}{\cos(\beta)} \quad (4.23)$$

- Aceleración de los puntos A y B

De las definiciones de la dinámica de sólidos se puede calcular la aceleración de los puntos A y B, en referencia con el marco inercial propuesto en O.

Para el cálculo de la aceleración del punto A respecto al punto O, por definición se tiene

$$a_A^O = a_O^O + \left(\dot{\Omega}_A^O x r_{OA}^O \right) + \Omega_A^O x (\Omega_A^O x r_{OA}^O) + 2\Omega_A^O x v_{rel}^O + a_{rel}^O \quad (4.24)$$

Respecto al marco móvil A y transformado para el marco inercial O

$$a_A^O = a_O^O + \left(\dot{\Omega}_A^O x R_{\theta}^T \cdot r_{OA}^A \right) + \Omega_A^O x (\Omega_A^O x R_{\theta}^T \cdot r_{OA}^A) + 2\Omega_A^O x R_{\theta}^T \cdot \frac{d}{dt} (r_{OA}^A) + R_{\theta}^T \cdot \frac{d^2}{dt^2} (r_{OA}^A) \quad (4.24a)$$

Haciendo las siguientes hipótesis se puede simplificar el trabajo matricial

- $a_O^O = 0$ ya que el punto O es un punto inercial fijo, Origen del marco inercial.
- $\dot{\Omega}_O^A = 0$, velocidad angular constante del marco móvil A
- No hay movimiento relativo en los puntos de la manivela, debido a que es una barra rígida. $\frac{d}{dt} (r_{OA}^A) = 0$
- Donde r_{OA}^A es la distancia que hay entre el punto O hasta el punto A desde el marco móvil A

$$r_{OA}^A = \begin{Bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Simplificando en 4.24b, la expresión del punto A se tiene

$$a_A^O = \Omega_A^O x (\Omega_A^O x R_{\theta}^T \cdot r_{OA}^A) \quad (4.24b)$$

$$a_A^O = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} x \left(\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} x \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{Bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \right) \quad (4.24c)$$

Expresado por componentes, la aceleración del punto A en la base inercial en los componentes X, Y, Z en las ecuaciones 4.25a, 4.25b, 4.25c respectivamente:

$$a_A^O X = -\dot{\theta}^2 * a * \cos(\theta) \quad (4.25a)$$

$$a_A^O Y = -\dot{\theta}^2 * a * \sin(\theta) \quad (4.25b)$$

$$a_A^O Z = 0 \quad (4.25c)$$

El cálculo de la aceleración del punto A también se puede calcular en relación con la aceleración en el punto B.

$$a_A^O = a_B^O + \left(\dot{\Omega}_B^O x r_{BA}^O \right) + \Omega_B^O x \left(\Omega_B^O x r_{BA}^O \right) + 2\Omega_B^O x v_{rel}^O + a_{rel}^O \quad (4.26)$$

Resolviendo para el marco inercial O respecto al sistema móvil B

$$a_A^O = a_B^O + \left(\dot{\Omega}_B^O x R_\beta^T \cdot r_{BA}^B \right) + \Omega_B^O x \left(\Omega_B^O x R_\beta^T \cdot r_{BA}^B \right) + 2\Omega_B^O x R_\beta^T \cdot \frac{d}{dt} (r_{BA}^B) + R_\beta^T \cdot \frac{d^2}{dt^2} (r_{BA}^B) \quad (4.26a)$$

Se hacen las siguientes hipótesis para simplificar el trabajo matricial:

- No hay movimiento relativo en los puntos de la biela, debido a que es una barra rígida.

$$\frac{d}{dt} (r_{BA}^B) = 0$$

Donde r_{BA}^B es la distancia que hay entre el punto B hasta el punto A desde el marco móvil B

$$r_{OA}^A = \begin{Bmatrix} -l \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

La aceleración del punto B, la aceleración del pistón calculada en el modelo geométrico, de manera vectorial calculada de la ecuación 4.10:

$$a_B^O = \begin{Bmatrix} \ddot{S}p \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Reemplazando en la ecuación 3.26c y resolviendo por componentes para la aceleración del punto A en los componentes X, Y, Z de la base inercial como se muestra en las ecuaciones 4.27a, 4.27b, 4.27c respectivamente:

$$a_A^O = a_B^O + \left(\dot{\Omega}_B^O x R_{\beta}^T \cdot r_{BA}^B \right) + \Omega_B^O x \left(\Omega_B^O x R_{\beta}^T \cdot r_{BA}^B \right) \quad (4.26b)$$

$$a_A^O = \begin{Bmatrix} \dot{S}\dot{p} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \left(\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\beta} \end{Bmatrix} x \begin{bmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) & 0 \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{Bmatrix} -l \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \right) + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\beta} \end{Bmatrix} x \left(\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\beta} \end{Bmatrix} x \begin{bmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) & 0 \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{Bmatrix} -l \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \right) \quad (4.26c)$$

$$a_A^O X = S\ddot{p} + \ddot{\beta} * l * \sin(\beta) + \dot{\beta}^2 * l * \cos(\beta) \quad (4.27a)$$

$$a_A^O Y = \ddot{\beta} * l * \cos(\beta) + \dot{\beta}^2 * l * \sin(\beta) \quad (4.27b)$$

$$a_A^O Z = 0 \quad (4.27c)$$

Igualando las componentes en Y de la aceleración del punto A, se puede encontrar la aceleración angula $\ddot{\beta}$ en función de θ (4.28) igualando 4.25a y 4.27b:

$$\ddot{\beta} * l * \cos(\beta) + \dot{\beta}^2 * l * \sin(\beta) = -\dot{\theta}^2 * a * \sin(\theta)$$

$$\ddot{\beta} = \dot{\beta}^2 * \tan(\beta) - \dot{\theta}^2 * \frac{a}{l} * \frac{\sin(\theta)}{\cos(\beta)} \quad (4.28)$$

- Aceleración de los centros de masa

El cálculo de la aceleración de los centros de masa es relevante para el análisis cinético en el cálculo de las fuerzas involucrados en el mecanismo. Por esto se explica la conveniencia de la posición de los marcos móviles.

De la definición de aceleración se pueden encontrar la aceleración de masa de la manivela, respecto al marco inercial (Ferdinand, 2017).

$$a_M^O = a_O^O + \left(\dot{\Omega}_A^O x R_\theta^T \cdot c_{OA}^A \right) + \Omega_A^O x \left(\Omega_A^O x R_\theta^T \cdot c_{OA}^A \right) + 2\Omega_A^O x R_\theta^T \cdot \frac{d}{dt} (c_{OA}^A) + R_\theta^T \cdot \frac{d^2}{dt^2} (c_{OA}^A) \quad (4.29)$$

Donde c_{OA}^A es la distancia desde el punto O hasta el centro de masa de la manivela medido en el sistema móvil A, al ser la manivela analizada como una barra, la distancia desde O a su centro de masa en el componente X es la mitad de su radio, así pues, la distancia al centro de masa en el componente Y es nula:

$$c_{OA}^A = \begin{Bmatrix} c_x^A \\ c_y^A \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.5a \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Por eso se vuelve importante la ubicación y rotación del sistema móvil propuesto A, al ser superpuesto a la manivela, la distancia desde el origen al centro de masa del elemento solo está en el componente X de la base, simplificando el trabajo matricial.

De las hipótesis anteriores, se simplifica la expresión 4.29a de la aceleración y reemplazando para 4.29b:

$$a_M^O = \Omega_A^O x \left(\Omega_A^O x R_\theta^T \cdot c_{OA}^A \right) \quad (4.29a)$$

$$a_M^O = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} x \left\{ \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} x \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{Bmatrix} c_x^A \\ c_y^A \\ 0 \end{Bmatrix} \right\} \quad (4.29b)$$

Resolviendo para los componentes X, Y, Z de la aceleración del centro de masa de la manivela en el marco de referencia inercial como muestran las ecuaciones 4.30a, 4.30b, 4.30c respectivamente:

$$a_M^O X = -\dot{\theta}^2 * (c_x^A * \cos(\theta) - c_y^A * \sin(\theta)) \quad (4.30a)$$

$$\alpha_M^O Y = -\dot{\theta}^2 * (c_x^A * \sin(\theta) - c_y^A * \cos(\theta)) \quad (4.30b)$$

$$\alpha_M^O Z = 0 \quad (4.30c)$$

Así mismo, se puede calcular la aceleración del centro de masa de la biela

$$a_{BI}^O = a_B^O + \left(\dot{\Omega}_B^O x R_\beta^T \cdot c_{BB}^B \right) + \Omega_B^O x \left(\Omega_B^O x R_\beta^T \cdot c_{BB}^B \right) + 2\Omega_B^O x R_\beta^T \cdot \frac{d}{dt} (c_{BB}^B) + R_\beta^T \cdot \frac{d^2}{dt^2} (c_{BB}^B) \quad (4.31)$$

Donde c_{BB}^B es la distancia desde el punto B hasta el centro de masa de la biela medido en el sistema móvil B, al ser la manivela analizada como una barra, la distancia desde B a su centro de masa en el componente X es la mitad de su longitud en dirección negativa, así pues, la distancia al centro de masa en el componente Y es nula:

$$c_{BB}^B = \begin{Bmatrix} -c_x^B \\ c_y^B \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.5 * l \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

De las hipótesis anteriores, se simplifica la expresión de la aceleración

$$a_{BI}^O = a_B^O + \left(\Omega_B^O x R_\beta^T \cdot c_{BB}^B \right) + \Omega_B^O x \left(\Omega_B^O x R_\beta^T \cdot c_{BB}^B \right) \quad (4.31a)$$

Donde a_B^O es la aceleración del punto B que fue calculada con la geometría debido al movimiento en dirección X del pistón sale de 4.10

$$a_B^O = \begin{Bmatrix} \ddot{S}p \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Sustituyendo para 4.31a las hipótesis y resolviendo la expresión 4.31b se pueden encontrar la aceleración del centro de masa de la biela en los componentes X, Y, Z de la base inercial en las ecuaciones 4.22a, 4.22b, 4.22c respectivamente:

$$\begin{aligned}
 a_{BI}^0 = & \begin{Bmatrix} \dot{S}\dot{p} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \left\{ \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\beta} \end{Bmatrix} x \begin{bmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) & 0 \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{Bmatrix} -c_x^B \\ c_y^B \\ 0 \end{Bmatrix} \right\} + \\
 & \left\{ \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\beta} \end{Bmatrix} x \left\{ \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\beta} \end{Bmatrix} x \begin{bmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) & 0 \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{Bmatrix} -c_x^B \\ c_y^B \\ 0 \end{Bmatrix} \right\} \right\} \quad (4.31b)
 \end{aligned}$$

$$a_{BI}^0 X = \dot{S}\dot{p} + \ddot{\beta} * (c_x^B * \sin(\beta) + c_y^B * \cos(\beta)) - \dot{\beta}^2 * (-c_x^B * \cos(\beta) + c_y^B * \sin(\beta)) \quad (4.32a)$$

$$a_{BI}^0 Y = -\ddot{\beta} * (-c_x^B * \cos(\beta) + c_y^B * \sin(\beta)) - \dot{\beta}^2 * (c_x^B * \sin(\beta) + c_y^B * \cos(\beta)) \quad (4.32b)$$

$$a_{BI}^0 Z = 0 \quad (4.32c)$$

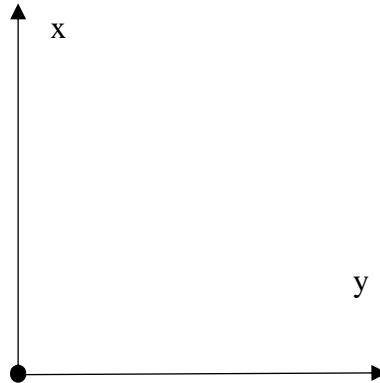
4.2 Modelo Dinámico

Un modelo dinámico describe las fuerzas presentes en un cuerpo rígido que se encuentra en movimiento gracias a una fuerza externa que lo perturbo de su estado de quietud. En esta investigación se estudiará el mecanismo presente en un motor de combustión el cual es el pistón-biela -manivela. En el análisis a continuación se estudiará un solo pistón, ya que lo que ocurrirá en uno sucederá en los demás.

Para este modelo se tomará un marco de referencia general el cual se expondrá a continuación en la figura 7, todo esto con el objetivo de facilitar los cálculos y análisis necesarios para la solución de este sistema.

Figura 7

Marco propuesto

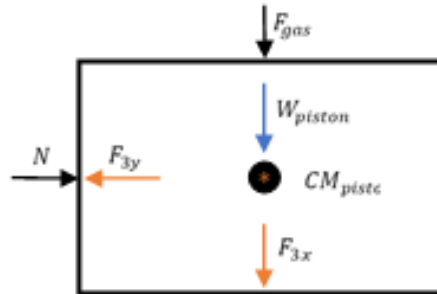


4.2.1 Modelo de pistón

En la figura 8 se puede observar el diagrama de cuerpo libre de un pistón, para este diagrama se supusieron dos condiciones. La primera de estas es que la fuerza de fricción es nula, esto se toma así debido a que en una cámara de ignición se presenta aceite para el fácil desplazamiento de este. Y la segunda condición, es que el análisis se realizara en un instante donde el pistón se encuentra en ascenso y se inicia en ese momento la combustión en la cámara.

Figura 8

Diagrama de cuerpo libre del pistón



Teniendo en cuenta la figura 8 se realiza una sumatoria de fuerzas en cada eje teniendo en cuenta el marco de referencia de la figura 7. Adicionalmente se expondrán el significado de cada sigla a continuación:

Siglas

N , es la reacción presente del pistón con la cámara de combustión.

F_{gas} , la fuerza presente en la cámara de combustión durante la explosión.

F_3 , la fuerza de reacción por las fuerzas presentes del sistema.

W_{piston} , es el peso del pistón. También se encontrará m_p el cual es la masa del pistón.

CM_{piston} , es el centro de masa presente en el pistón.

g , Gravedad.

Diagrama de cuerpo libre

Balance en el eje x

$$-F_{gas} - F_{3x} - W_{piston} = m_p * a_p \quad (4.34)$$

Donde a_p es la aceleración presente en el pistón la cual se halló en la sección 4.1, y el peso del pistón se representa de la siguiente ecuación:

$$W_{piston} = m_p * g \quad (4.35)$$

Y para poder obtener la fuerza presente en la combustión se utilizará la presión obtenida en el modelo termodinámico. Realizando el siguiente método:

$$P_{gas} = \frac{F_{gas}}{A_p} \quad (4.36)$$

Donde A_p es el área del pistón y P_{gas} es la presión debido a la combustión.

Despejando se obtiene:

$$\begin{aligned} -(P_{gas} * A_p) - F_{3x} &= m_p * a_p + W_{piston} \\ -(P_{gas} * A_p) - F_{3x} &= m_p * a_p + m_p * g \\ -(P_{gas} * A_p) - F_{3x} &= m_p * (a_p + g) \quad (4.37) \end{aligned}$$

Balance en el eje y

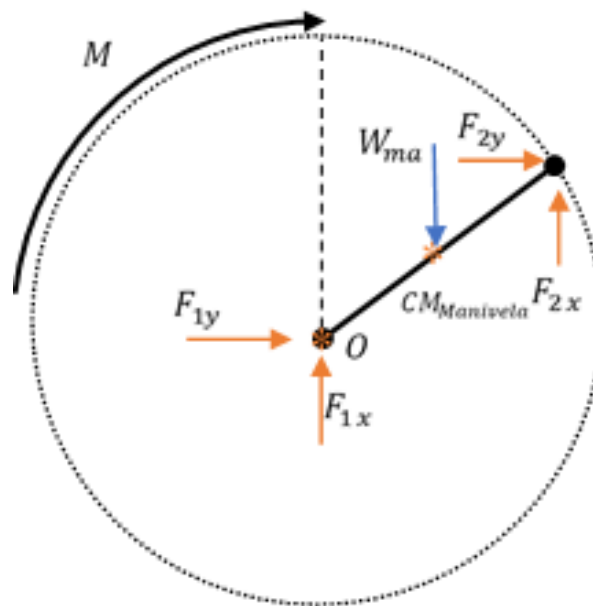
$$N - F_{3y} = 0 \quad (4.38)$$

4.2.2 Modelo de la Manivela

En la figura 9 se podrá observar el diagrama de cuerpo libre de la manivela, donde el centro de gravedad se encuentra en la mitad del cuerpo, debido a que es una barra. Para este caso se debe tener en cuenta el momento externo que se generó por el instante analizado

Figura 9

Diagrama de cuerpo libre de la manivela



Para este caso se repetirá el procedimiento realizado previamente y se expondrán el significado de las siglas:

Siglas

F_2 , es la reacción presente por las fuerzas generadas por la biela

F_1 , es la fuerza de reacción por los movimientos presentes en la manivela

W_{ma} , es el peso del pistón. También se encontrará m_{ma} el cual es la masa del pistón

CM_{piston} , es el centro de masa presente en el pistón

Diagrama de cuerpo libre

Balance en el eje x

$$F_{1x} + F_{2x} + W_{ma} = m_{ma} * a_M^O X \quad (4.39)$$

Luego de obtener el valor del balance en el eje x, se despeja la ecuación para que las fuerzas queden en un solo lado, adicionalmente se reemplaza la ecuación de peso de la manivela de la siguiente manera:

$$W_{ma} = m_{ma} * g$$

$$F_{1x} + F_{2x} + (m_{ma} * g) = m_{ma} * a_M^O X$$

$$F_{1x} + F_{2x} = m_{ma} * (g + a_M^O X)$$

Teniendo en cuenta que el valor de $a_M^O X$ se encuentra descrito en la sección 4.1 se procede a reemplazar la ecuación a continuación:

$$F_{1x} + F_{2x} = m_{ma} * (g - \dot{\theta}^2 * (r_x * \cos(\theta) - r_y * \sin(\theta))) \quad (4.40)$$

Balance en el eje y

En esta parte se realizará el balance en el eje y obteniendo la siguiente ecuación:

$$F_{1y} + F_{2y} = m_{ma} * a_M^O Y \quad (4.41)$$

Reemplazando el valor de $a_M^O Y$ el cual se obtuvo en la sección 4.1 se obtiene la siguiente ecuación:

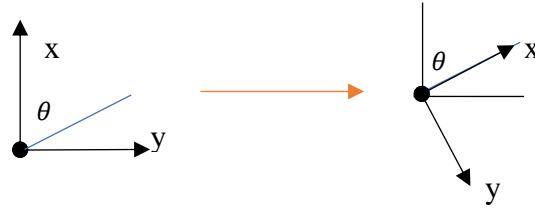
$$F_{1y} + F_{2y} = m_{ma} * (-\dot{\theta}^2 * (r_x * \sin(\theta) - r_y * \cos(\theta))) \quad (4.42)$$

Balance de momentos

Se realizará un momento en el centro de masa y adicionalmente se girará con un ángulo θ el marco de referencia como se observa en la figura 10, con el nuevo marco de referencia se obtienen la siguiente ecuación:

Figura 10

Rotación del sistema de referencia respecto a θ



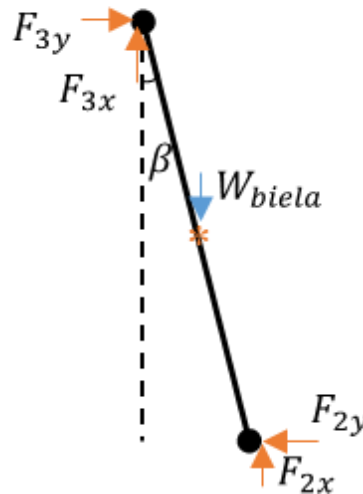
$$r_x * (-F_{1x} * \sin(\theta) + F_{1y} * \cos(\theta)) + ((r - r_x) * (F_{2x} * \sin(\theta) - F_{2y} * \cos(\theta))) - M = 0 \quad (4.45)$$

4.2.3 Modelo de la Biela

Por último, se analizará la biela la cual presenta reacciones de los elementos analizados en la sección 4.3.1 y 4.3.2. El diagrama de cuerpo que recibirá este elemento se podrá observar en la figura 11, y el análisis de este se podrá observar a continuación.

Figura 11

Diagrama de cuerpo libre de la biela



- **Diagrama de cuerpo libre**

Balance en el eje x

$$-W_{biela} - F_{2x} + F_{3x} = m_b * a_{BI}^0 X \quad (4.46)$$

Luego de obtener el balance en el eje x se podrá reemplazar el valor de la aceleración gracias al estudio realizado en la sección 4.1, además se debe tener en cuenta que el peso de la biela se obtiene de la siguiente manera:

$$W_{biela} = m_b * g$$

Reemplazando la aceleración se obtiene la siguiente ecuación:

$$-W_{biela} - F_{2x} + F_{3x} = m_b * (a_b + (\ddot{\beta} * (L_{bx} * \sin(\beta) + L_{by} * \cos(\beta))) - (\dot{\beta}^2 * (-L_{bx} * \cos(\beta) + L_{by} * \sin(\beta))) \quad (4.47)$$

Balance en el eje y

$$-F_{2y} + F_{3y} = m_b * a_{BI}^O Y \quad (4.48)$$

Luego de realizar el balance en el eje y se reemplazara el valor de la aceleración como se muestra a continuación:

$$-F_{2y} + F_{3y} = m_b * (-(\ddot{\beta} * (-L_{bx} * \cos(\beta) + L_{by} * \sin(\beta))) - (\dot{\beta}^2 * (L_{bx} * \sin(\beta) + L_{by} * \cos(\beta)))) \quad (4.49)$$

Balance de momentos

Se realiza el momento en el centro de masa de la biela y se gira como en el caso anterior teniendo en la barra el eje x. De lo anterior se obtiene la siguiente ecuación:

$$(L_b - L_{bx}) * (-F_{2x} * \sin(\beta) - F_{2y} * \cos(\beta)) + L_{bx} * (-F_{3x} * \sin(\beta) - F_{3y} * \cos(\beta)) = -I_{33} * \ddot{\beta} \quad (4.50)$$

El procedimiento descrito previamente se realizó con el objetivo de observar el comportamiento del sistema, como es la variación del torque instantáneo (M) que se obtiene del balance de momentos (ecuación 4.45) de la manivela y la fuerza de combustión obtenida de la ecuación del pistón.

4.3 Modelo Termodinámico

Cuando se desea analizar una máquina, o un fenómeno en particular se suelen realizar prácticas experimentales con el objetivo de analizar su comportamiento, pero este no es el único modo de poder analizar este tipo de eventos, también existe la forma de analizarlo por medio de ecuaciones las cuales se conocen como modelo matemático.

Para estos modelos se suelen encontrar diferentes tipos como: los modelos cero-dimensional, unidimensional, y multidimensional. El modelo cero-dimensional se usa cuando no hay ningún análisis espacial o dimensional en el sistema que se desea analizar. El modelo unidimensional se utiliza cuando existe una variable espacial en una o más variables, estas se suelen representar mediante el uso de derivadas con respecto a la variable espacial. Y por último el modelo multidimensional puede presentarse como modelo bidimensional o tridimensional, en estos modelos se tienen en cuenta el cambio de propiedades de dos o más variables espaciales (Stone, 2012).

Para este trabajo se realizará un modelo matemático cero dimensional basado en la termodinámica⁶ presente en la cámara de combustión del motor de combustión interna (MCI). Por esta razón esta sección se dividirá en dos partes: La primera será el modelo cero dimensional ideal, donde se expondrán las ecuaciones necesarias para un MCI idealizado. Y en la segunda se expondrá el modelo cero dimensional modificado, en donde se mostrarán diferentes puntos los cuales serán necesario para la solución final de este modelo.

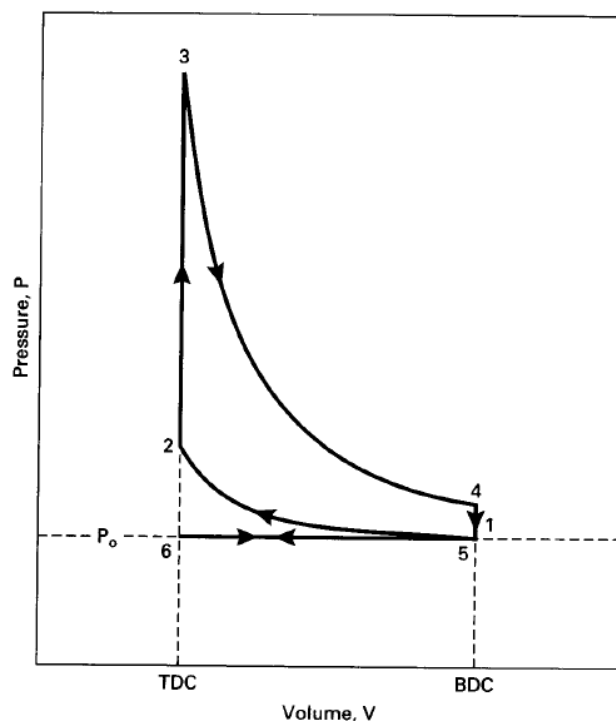
⁶ Parte de la física en que se estudian las relaciones entre el calor y las restantes formas de energía. Tomado de la RAE

4.3.1 Modelo Cero Dimensional Ideal

Para el desarrollo inicial del modelo termodinámico, se plantea una aproximación de acuerdo con la termodinámica clásica del ciclo de Otto. Donde se describe todo el ciclo a través de los clásicos cuatro procesos, como se ve en la figura 12 y definidos matemáticamente por las expresiones citadas en (Pulkrabek, 2004).

Figura 12

Descripción del ciclo Otto ideal



Fuente: Pulkrabek, W. W. (2004). *Engineering Fundamentals of the Internal Combustion Engine* (Vol. 2).

Donde el ciclo comienza en el punto muerto superior (PMS), en un proceso a presión constante y presión atmosférica (6-1) marcando así la admisión de mezcla aire combustible al interior de la cámara. El segundo proceso ocurrido es una compresión isentrópica del punto muerto

inferior al punto muerto superior (1-2) aumentando la temperatura y presión del fluido dentro del cilindro.

Después de la compresión, ocurre la entrada de calor a volumen constante (2-3), no se considera la duración de la combustión en el PMS. Esta adición de calor aumenta la temperatura y presión del fluido hasta su máximo valor iniciando la carrera de potencia del ciclo (expansión 3-4). El pistón retrocede al punto muerto inferior (PMI), produciendo un trabajo por expansión isentrópica.

Después comienza el proceso de escape de los gases de residuo con una liberación de calor a volumen constante, debido a los gases que salen por la válvula de escape (4-5). El proceso de escape termina en el punto 5 para volver a comenzar el ciclo.

Las ecuaciones que gobiernan el ciclo otto, de manera ideal son las siguientes:

- Proceso 6-1. Admisión de aire a presión atmosférica. Válvula de admisión abierta, válvula de escape cerrada, P_0 es la presión atmosférica:

$$P_1 = P_6 = P_0 \quad (4.51)$$

- Proceso 1-2. Compresión isentrópica, todas las válvulas cerradas, w_{34} es el trabajo de compresión:

$$P_2 = P_1 * \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^K = P_1 * (RC)^K \quad (4.52)$$

$$T_2 = T_1 * \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{K-1} = T_1 * (RC)^{K-1} \quad (4.53)$$

$$w_{34} = C_v * (T_3 - T_4) \quad (4.54)$$

- Proceso 2-3. Adición de calor a volumen constante, todas las válvulas cerradas:

$$V_2 = V_{PMS} \quad (4.55)$$

$$Q_{23} = m_f * LHV * \eta_C \quad (4.56)$$

$$Q_{23} = mm * Cv * (T3 - T2) \quad (4.57)$$

$$T3 = TMAX \quad (4.58)$$

$$P3 = PMAX \quad (4.59)$$

- Proceso 3-4. Carrera de expansión isentrópica, todas las válvulas cerradas:

$$P4 = P3 * \left(\frac{V3}{V4}\right)^K = P3 * (1/RC)^K \quad (4.60)$$

$$T4 = T3 * \left(\frac{V3}{V4}\right)^{K-1} = T3 * (1/RC)^{K-1} \quad (4.61)$$

$$w_{34} = Cv * (T3 - T4) \quad (4.62)$$

- Proceso 4-5. Expulsión de calor a volumen constante debido al escape. Válvula de escape abierta, válvula de admisión cerrada:

$$V5 = V_{PMI} \quad (4.63)$$

$$q_{45} = Cv * (T5 - T4) \quad (4.64)$$

$$P5 = P6 = P0 \quad (4.65)$$

- Proceso 5-6. Proceso de escape a presión constante:

$$P5 = P6 = P0 \quad (4.66)$$

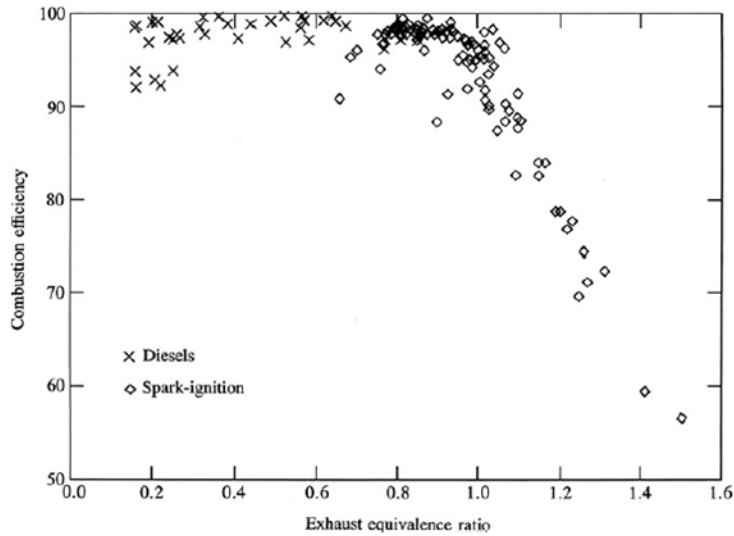
Donde Cv es el calor específico a volumen constante del aire como gas ideal, este se calcula a través de una metodología de polinomios explicada en secciones posteriores. V_{PMS} , V_{PMI} son los volúmenes en el punto muerto superior e inferior, respectivamente. Estos se conocen ya que es un parámetro geométrico del motor. RC , es la relación de compresión, conocida. LHV , es el poder calorífico inferior del combustible, mm , es la masa de combustible y η_c , es la eficiencia de la combustión.

Entre las suposiciones que se toman para esta aproximación, se tienen:

- No hay transferencia de calor en el ciclo y se considera que la transmisión de calor al final de la compresión ocurre de manera instantánea.
- El flujo de trabajo dentro del cilindro y para la realización de los cálculos se considera como un gas ideal: Aire. Esto es debido a que si se trabajara con aire-combustible, las propiedades de esta mezcla no se comportarían como un gas ideal.
- Cuando ocurre la combustión, las propiedades del aire y mezcla de gases ideales son numéricamente parecidas y así poder usar en los cálculos, el coeficiente politrópico (Boles, 2018).
- La combustión ocurre en un proceso instantáneo de liberación de calor, donde toda la masa de la mezcla aire-combustible, se quema completamente, reacciona y libera el calor añadido al proceso.
- A pesar de no considerar un análisis del proceso de la combustión, se sabe que la combustión tiene una eficiencia, en función de la relación aire-combustible que existe en la aplicación del motor. Para poder acercar los cálculos a un resultado real, se toma una eficiencia de la combustión de 0.90 para una combustión con relación aire combustible estequiométrica (Heywood, 2018). Como se muestra en la figura 13.
- Compresión y expansión isoentrópica
- Se conocen las condiciones de entrada del fluido de trabajo, es decir: $Q_{23}, P1, T1$.
- Se considera un ciclo cerrado, por ende, los procesos de admisión y escape no son representativos para los cálculos.

Figura 13

Eficiencia de la combustión de acuerdo con la relación aire combustible



Fuente: Heywood, J. (2018). Internal Combustion Engine Fundamentals 2e (2nd ed.). McGraw-Hill

Los resultados y discusión de este modelo serán expuestos con mayor profundidad en el capítulo 6 de este trabajo. Pero es claro decir que esta aproximación para la evaluación de diferentes mezclas de combustibles no es la más adecuada, debido a los elevados valores de presión y temperatura al momento del cálculo del ciclo (Stone, 2012). Por eso es necesario corregir el modelo cero dimensional.

4.3.2 Modelo Cero Dimensional Modificado

Después de trabajar en la sección anterior donde se explicaba el modelo termodinámico ideal, se implementó dicho modelo evidenciando que las temperaturas presentes en él, eran por encima de lo esperado para el funcionamiento de un motor. Ya que llegaban a ser muy altas, por esto se decidió hacer ciertas modificaciones a la termodinámica como lo es la corrección de la combustión, la variación de presión teniendo en cuenta el proceso presente en el instante a analizar, entre otros.

De este modo se puede delimitar el motor de combustión interna en los diferentes procesos del ciclo de Otto. Entre los diferentes fenómenos físicos y químicos que están ocurriendo en el proceso se encuentran: la combustión, admisión - escape, compresión y expansión, para al final graficar el ciclo termodinámico producido por diferentes combustibles en un diagrama P-V.

La principal modificación que se realiza en el modelo es considerar la combustión como un proceso dependiente del tiempo, es decir, que ya no es una adición instantánea de calor a un volumen de control aislado. Esto es algo que condiciona todo el análisis de los procesos involucrados en el ciclo otto (Stone, 2012).

Otro aspecto importante al considerar la termodinámica como un proceso dependiente del tiempo, es la consideración de la adición de masa y expulsión a través del volumen de control en los procesos de admisión y escape (como se explicará posteriormente).

Debido a que la combustión a pesar de no ser instantánea es un proceso que ocurre en una cantidad de tiempo muy corta, por esta razón se parametriza toda la termodinámica que está en función del tiempo, en función de la rotación de la manivela θ . Convirtiendo el diferencial de tiempo en diferencial de rotación a través de la siguiente ecuación:

$$dt = \frac{d\theta}{6 * N}$$

Con N en rpm y $d\theta$ en grados ($^{\circ}$).

Para el desarrollo de este modelo modificado se hacen las siguientes suposiciones:

- Los gases dentro de la cámara de combustión se toman como gases ideales.
- Modelamiento empírico de la combustión según el modelo de liberación de calor dada por la función de Wiebe.
- El fluido en cada momento del movimiento del cilindro es el volumen de control

- La mezcla aire combustible que entra en la admisión, entra ya gasificada, no considerando los efectos de carburación en el modelo.
- No se consideran los coeficientes de descarga de las válvulas de admisión y escape.
- La transferencia de calor que existe en el modelo es de los gases dentro del cilindro hacía las paredes internas de este.
- No considerar los posibles resultados del equilibrio químico como un análisis de emisiones.

4.3.2.1 Propiedades de los gases ideales.

La termodinámica necesita el cálculo de diferentes propiedades termodinámicas tales como calores específicos, energía interna, entalpía, poder calorífico y entropía. Según la metodología dada por (Olikara, C., & Borman, G., 1975). Donde se plantean funciones matemáticas dependientes de la temperatura, representadas por un polinomio.

Según la metodología planteada se establece los polinomios para calor específico a presión constante y energía interna. Relacionando las propiedades faltantes a través del modelo de gas ideal. Como se muestra a continuación:

$$Cp = B + \frac{C}{T} \quad (4.67)$$

$$Ru = Cp - Cv \quad (4.68)$$

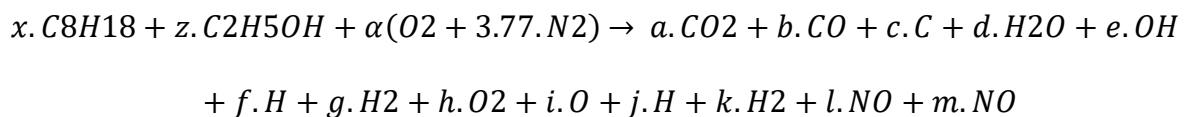
$$u = A + (B - R) * T + C * Ln(T) \quad (4.69)$$

$$h = u - Ru * T \quad (4.70)$$

Los coeficientes A, B, C, D se encuentran en el Apéndice B de acuerdo con el diferente tipo de sustancia. R es la constante universal de los gases ideales, $Ru = 8.3145 \frac{kJ}{Kmol K}$.

4.3.2.2 Equilibrio químico.

Se conoce por estudios experimentales, que la combustión en un motor de combustión interna no es completa con exceso o defecto de aire. Por eso, para aproximar de una manera más real y eficiente los cálculos de la combustión, es necesario establecer un mecanismo de cinética y equilibrio químico. Corrigiendo la estequiometría de la combustión, aproximando de una manera más adecuada al siguiente balance:

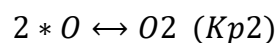
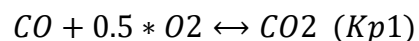


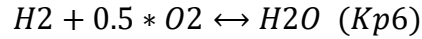
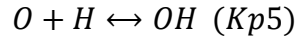
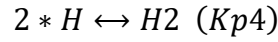
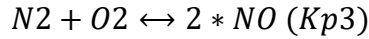
Las temperaturas durante este proceso son lo suficientemente altas para considerar los efectos de la disociación, disminuyendo la temperatura máxima al final del proceso de combustión disminuyendo la potencia (Stone, 2012). Por esta razón esta sección planteará un mecanismo para el cálculo de los efectos de la disociación (equilibrio químico) en el proceso de combustión.

A través de la ley de la acción de las masas, considerando el método de la formulación de las constantes de equilibrio químico para un sistema de 10 especies de productos en el volumen de control. Poniendo en práctica la metodología de CAMPBELL. Se debe calculando las moles de cada especie gaseosa en los productos según el estado de presión y temperatura en un punto determinado (Campbell, 1985).

Las diez especies por considerar son: CO₂, CO, O₂, O, NO, N₂, H₂, H, OH, H₂O. Todas presentes en los productos como gases ideales. Estas especies son obtenidas de las siguientes 6 reacciones químicas que posiblemente pueden ocurrir en el proceso.

Estas 6 reacciones posibles están asociadas a su respectiva constante de reacción K_p .





El cálculo de estas constantes de equilibrio puede calcularse a través de la metodología de polinomios en función de la temperatura (entre 1600 y 6000 K) para cada reacción, explicado en secciones anteriores, como se muestra en la ecuación (4.71). Los valores de los parámetros a, b, c, d se encuentran en el Apéndice B.

$$KP = \exp \left[\frac{a}{T} + \left(b + \frac{c}{T} \right) * \ln(T) + d \right] \text{ (4.71)}$$

Aplicando un balance de masas para el cálculo de la cantidad de carbono (AC), hidrogeno (AH), oxígeno (AO) y nitrógeno (AN), de acuerdo con el número de moles de cada especie. (Donde $N1$ es la cantidad de moles de CO_2 , $N2$ moles de CO , $N3$ moles de O_2 , $N4$ moles de O , $N5$ moles de NO , $N6$ moles de N_2 , $N7$ moles de H , $N8$ moles de H_2 , $N9$ moles de OH y $N10$ moles de H_2O).

$$AC = N1 + N2 \text{ (4.72)}$$

$$AH = 2 * [N8 + N10] + N7 + N9 \text{ (4.73)}$$

$$AO = 2 * [N1 + N3] + N2 + N4 + N5 + N9 + N10 \text{ (4.74)}$$

$$AN = N5 + 2 * N6 \text{ (4.76)}$$

Después de esto se calculan las relaciones W_i para cada una de las posibles 6 reacciones mencionadas anteriormente de acuerdo con la ley de las masas y relacionando con las constantes de equilibrio. (Procedimiento completo. Campbell, 1985). Con las siguientes ecuaciones y las 4 ecuaciones del balance de masas de carbono, oxígeno, hidrogeno y nitrógeno en la mezcla de gases de producto, se crea un sistema de ecuaciones no lineales con 10 incógnitas.

Se espera solucionar este sistema, evitando valores negativos en los números de moles. Debido a que estos valores dependen del volumen, la temperatura y la presión. Recomendando la solución a través del método *Newton – Raphson*.

$$W1 = KP1 * \sqrt{\frac{RT}{V}} = \frac{N1}{N2 * \sqrt{N3}} \quad (4.77)$$

$$W2 = KP2 * \frac{RT}{V} = \frac{N3}{N4^2} \quad (4.78)$$

$$W3 = KP3 = \frac{N5^2}{N3 * N6} \quad (4.79)$$

$$W4 = KP4 * \frac{RT}{V} = \frac{N8}{N7^2} \quad (4.80)$$

$$W5 = KP5 * \frac{RT}{V} = \frac{N9}{N4 * N7} \quad (4.81)$$

$$W6 = KP6 * \sqrt{\frac{RT}{V}} = \frac{N10}{N8 * \sqrt{N3}} \quad (4.82)$$

4.3.2.3 Variación de P en el ciclo.

Para la realización de esta sección y las posteriores se tomó en cuenta el libro “Thermodynamic analysis of combustion” (Análisis termodinámico de la combustión) de (Campbell, 1985) donde plantea diferentes ecuaciones sobre el comportamiento de este tipo de motores. Adicionalmente se tomó en cuenta el trabajo realizado por (Gonzalez Juez, 2001) titulado “Simulación Termodinámica Cero-Dimensional de un Motor de combustión interna Mono cilíndrico de cuatro tiempos de encendido por chispa trabajando con gasolina” donde aclara conceptos presentes en el libro de Campbell.

Para dar inicio al modelo se debe tener en cuenta que uno de los factores que sufren variaciones en el modelo es la presión, esta se presenta de la siguiente forma:

$$P_s = P_e + \Delta P_c \quad (4.83)$$

Donde P_s es la presión después del suceso o presión de salida, P_e es presión de entrada y ΔP_c son los procesos que afectan la presiones.

Los procesos que modifican la variable ΔP_c son el movimiento del pistón, la combustión, la transferencia de calor y el flujo de fluidos. Al sumarlos representan la variación de presión y esta se puede evidenciar a continuación:

$$\Delta P_c = \Delta P_{mp} + \Delta P_{TC} + \Delta P_F + \Delta P_{COM} \quad (4.84)$$

Donde ΔP_{mp} es el cambio de presión por el movimiento, ΔP_{TC} es el cambio de presión debido a la transferencia de calor, ΔP_F es el cambio de presión por el flujo de fluido y ΔP_{COM} es el cambio de presión debido a la combustión.

Estas variables aparecerán y desaparecerán dependiendo del instante a analizar en el modelo. Ya que el MCI sigue al modelo del ciclo de Otto donde los procesos que realizara serán los mismos presentes en el ciclo, los cuales son: admisión, escape, compresión, combustión y expansión.

Para la obtención del modelo se realiza un análisis por cada proceso ejecutado por el MCI con el objetivo de encontrar las ecuaciones necesarias para poder efectuar el estudio. Adicionalmente se tendrá en cuenta la variación del área y volumen la que se explicará a continuación:

4.3.2.3.1 Estudio Geométrico.

Para simular este fenómeno se necesita obtener el valor del área y volumen presente en el instante deseado. Por ende, se mostrará el procedimiento que se debe seguir para poder obtener la función deseada.

Cálculo del volumen

Para encontrar la función del volumen en cualquier instante se debe tener en cuenta los siguientes componentes:

- **Cilindrada**

La cilindrada “es el volumen combinado de los pistones dentro de los cilindros de un motor.

Para poder obtener este valor se realiza el siguiente calculo:

$$v_h = \frac{D^2 * S * \pi}{4} \quad (4.85)$$

Teniendo en consideración que v_h es la Cilindrada de un pistón o Cilindrada unitaria, D es el diámetro del pistón y S es la carrera del pistón. Para obtener el valor de la cilindrada total se debe multiplicar por el número de pistones (i), como se observa en la siguiente ecuación:

$$V_H = v_h * i$$

- **Relación de compresión (RC)**

La relación de compresión es la diferencia de volúmenes que existe entre los volúmenes presentes en los dos extremos del cilindro (Figura 14) los cuales son el PMS y PMI La ecuación que proporciona (Heywood, 2018) es la siguiente:

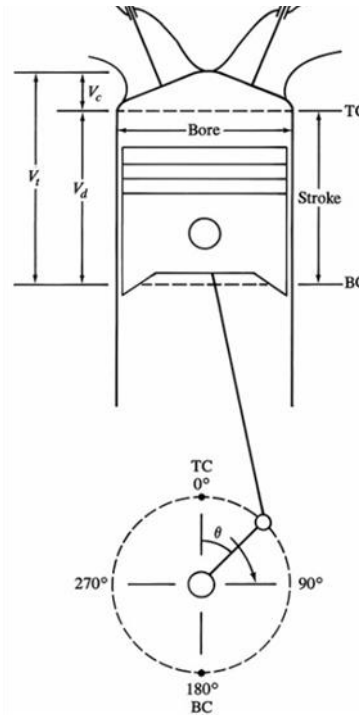
$$RC = \frac{\text{máximo volumen de cilindro}}{\text{mínimo volumen de cilindro}}$$

$$RC = \frac{V_d + V_c}{V_c} \quad (4.86)$$

Donde V_d es el volumen de cilindrada o volumen de carrera y V_c es el volumen de la cámara de compresión.

Figura 14

Descripción de la rotación y volúmenes del cilindro



Fuente: Heywood, J. (2018). Internal Combustion Engine Fundamentals 2e (2nd ed.). McGraw-Hill

Según (Heywood, 2018) existe un rango de funcionalidad que va de 9 a 12. Además, según el libro se deben tener los siguientes parámetros para su mejor funcionamiento. Estas relaciones se expondrán a continuación:

- **Relación de diámetro interior del cilindro y la carrera del pistón**

$$R_{bs} = \frac{B}{L}$$

En donde B es el Diámetro interior del cilindro y L es la Carrera. El rango para un funcionamiento efectivo es de 0.8 a 1.2 para motores de tamaños pequeños y medianos.

- **Relación en la longitud de la biela y el radio del cigüeñal**

$$R = \frac{l}{a}$$

El significado de la variable l es la longitud de la biela y a es el radio del cigüeñal. El rango para un funcionamiento efectivo es de 3 a 3.5 para motores de tamaños pequeños y medianos.

Estas relaciones son muy importantes para obtener la ecuación final de la variación del volumen con respecto al ángulo del cigüeñal. Para encontrar el volumen se utiliza la ecuación (4.87) propuesta por (Heywood, 2018).

$$V_{(\theta)} = V_c + \frac{\pi * B^2}{4} * C \quad (4.87)$$

Teniendo en cuenta que C es el claro, el cual presenta en la siguiente ecuación:

$$C = (l + a) - S$$

El valor de S que se presenta en la ecuación anterior es el valor de la carrera que se puede encontrar en la siguiente ecuación:

$$S = a * \cos(\theta) + (l^2 - a^2 \text{sen}^2(\theta))^{\frac{1}{2}}$$

Reemplazando en la siguiente ecuación (en la ecuación del claro se obtiene:

$$C = \frac{L}{2} * \left((R + 1) - \left(\cos(\theta) + (R^2 - \text{sen}^2(\theta))^{\frac{1}{2}} \right) \right)$$

Luego se reemplaza este valor del claro en la ecuación (4.87) y se obtiene la siguiente ecuación (Ver procedimiento Apéndice C):

$$V_{(\theta)} = V_c + \frac{\pi * B^2}{4} * \frac{L}{2} * \left((R + 1) - \left(\cos(\theta) + (R^2 - \text{sen}^2(\theta))^{\frac{1}{2}} \right) \right) \quad (4.88)$$

Teniendo en cuenta que el valor del volumen de cilindrada es $V_d = \frac{\pi * B^2 * L}{4}$ y adicionalmente el valor de RC se puede despejar el valor de V_d y se obtiene lo siguiente:

$$V_d = RC * V_c - V_c$$

$$V_d = V_c * (r_c - 1)$$

$$V_{(\theta)} = V_c + \frac{V_c * (RC - 1)}{2} * \left((R + 1) - \left(\cos(\theta) + (R^2 - \text{sen}^2(\theta))^{\frac{1}{2}} \right) \right)$$

$$\frac{V_{(\theta)}}{V_c} = 1 + \frac{(RC-1)}{2} * \left((R + 1) - \left(\cos(\theta) + (R^2 - \text{sen}^2(\theta))^{\frac{1}{2}} \right) \right) \quad (4.89)$$

Cálculo del área

El área es un valor importante al momento de analizar el MCI, para esto (Heywood, 2018) proporciona la siguiente ecuación:

$$A_s = A_{CH} + A_p + \pi * B * C$$

Donde A_{CH} es el área de la superficie del pistón, A_p es el área de la superficie de la cabeza del pistón, B el diámetro del pistón y C el claro.

Teniendo en cuenta que el $A_{CH} = A_p$ la ecuación (4.90) será:

$$A_s = 2A_p + \pi * B * C \quad (4.90)$$

Teniendo en cuenta que el valor de C y A_p es:

$$C = \left(\frac{L}{2} \right) * \left(R + 1 - \cos(\theta) - \left((R^2 - (\sin(\theta))^2) \right)^{0,5} \right) \quad (4.91)$$

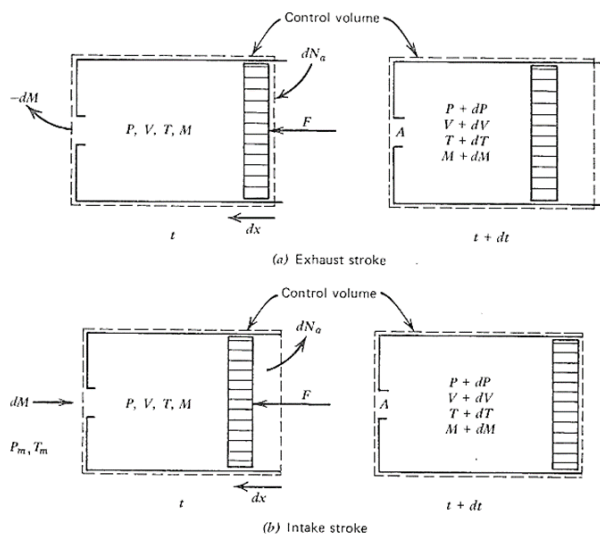
$$A_p = \pi * \frac{B^2}{4}$$

4.3.2.3.2 Escape y Admisión.

En el análisis de esta sección se tomará el proceso de escape y admisión de manera conjunta, esto se debe a su similar comportamiento. Para este caso se realizará un volumen de control en el pistón como se observa en la figura 15.

Figura 15

Descripción de la combustión progresiva



Fuente: Campbell, A. S. (1985). *Thermodynamic Analysis of Combustion Engines* (Revisado ed.). Van Haren Publishing

En esta se puede observar el proceso de escape (a) y admisión (b), para analizar este proceso se tomará dos instantes de tiempo. El primero será en el instante t , en este instante los valores presentes en la cámara son Presión P , Volumen V , Temperatura T , y Masa M . Y el siguiente será el instante $t + dt$. Como consecuencia de este, los valores presentes en la cámara cambian, generando que cada componente presente un diferencial como se muestra en la figura 15. Se debe tener en cuenta que el diferencial de masa será positivo o negativo dependiendo del proceso a analizar, si el proceso es de escape este diferencial será negativo y en el caso de ser admisión será contrario.

En estos procesos se debe cumplir la conservación de la energía por lo consecuente se realizará el siguiente análisis para el proceso de escape. Teniendo en cuenta que el inicio es el instante t y el final es el instante $t + dt$ se obtiene la siguiente ecuación donde se plantea los factores que afectan este balance:

$$E_0 = E_f$$

$$E_M + E_{dM} + E_{MP} + E_{Air e_1} = E_{SE} + E_{Air e_2}$$

Cada componente se obtiene de la siguiente manera, el primer factor E_M es la energía generada por la masa en el sistema cerrado dada por la siguiente expresión:

$$E_M = M * u(T)$$

Teniendo en cuenta que el valor de la energía es la multiplicación entre la capacidad calorífica del volumen con la temperatura, se obtiene la siguiente expresión:

$$E_M = M * C_v * T$$

Para el siguiente componente de la variación de masa, se debe tener en cuenta cual proceso está realizando el pistón, en este caso se está analizando el proceso de escape por ende el valor de la energía será negativo obteniendo la siguiente expresión:

$$E_{dM} = -dM * h(T)$$

Teniendo en consideración que $h(T) = C_p * T$ la ecuación anterior se transforma en la siguiente ecuación:

$$E_{dM} = -dM * C_p * T$$

El siguiente elemento es la energía liberada por el movimiento del pistón en otras palabras es el trabajo realizado por éste. Por consiguiente, esta variable se desarrollará de la siguiente manera:

$$E_{MP} = -F * dx$$

Se realiza el siguiente arreglo teniendo en cuenta que la fuerza es $F = P * A$ donde P es presión y A es el área. Pero en este caso la presión será la diferencia entre la presión presente en la cámara de combustión (P) y la presión que entra o sale del sistema (P_o) y como consecuencia:

$$E_{MP} = -(P - P_o) * A * dx = -(P - P_o) * dV$$

Para el caso de E_{Aire_1} y E_{Aire_2} se debe tener en cuenta que el primero se encuentra ingresando a la cámara y el otro se encuentra estático. Para el primer caso la condición será la siguiente:

$$E_{Aire_1} = dN_{aire} * h(T)$$

De la definición de entalpia $h(T) = u + Pv$ se procede a reemplazar en la ecuación anterior y se obtiene la siguiente función:

$$E_{Aire_1} = (u_a + P_o * v_a) * dN_{aire} = u_a * dN_{aire} - P_o * dV$$

Y en el caso de E_{Aire_2} , como es un sistema cerrado la ecuación será:

$$E_{Aire_2} = u_a * dN_{aire}$$

Ya para finalizar se encontrará el valor de E_{SE} el cual se analizará en el sistema un instante después del movimiento del pistón teniendo como resultado la siguiente ecuación:

$$E_{SE} = (M + dM) * C_v * (T + dT)$$

Reemplazando cada valor previamente obtenido en el análisis anterior, simplificando los valores y despreciando los términos de segundo orden se obtiene la siguiente función:

$$-P * dV + (c_p - c_v) * T * dM - M * c_v * dT = 0 \quad (4.92)$$

Según Campbell el gas de escape es considerado un gas ideal, entonces se plantea la siguiente ecuación:

$$\frac{dP}{P} + \frac{dV}{V} = \frac{dM}{M} + \frac{dT}{T} \quad (4.93)$$

Al eliminar el factor dT de las últimas dos ecuaciones se obtiene:

$$\frac{1}{k_p} * \frac{dP}{P} + \frac{dV}{V} - \frac{dM}{M} = 0 \text{ esta se reorganiza}$$

$$k_p = \frac{C_p}{C_v}$$

Integrando la ecuación obtenida se obtiene que:

$$P * \left(\frac{V}{M}\right)^{k_p} = P * v^{k_p} = cte$$

Esta ecuación se pudo obtener de manera directa debido a que este proceso es un proceso adiabático reversible. Reorganizando la (4.93) se obtiene la siguiente:

$$\frac{dP_{escape}}{dt} = k_p * P * \left(\frac{1}{M} * \frac{dM}{dt} - \frac{1}{V} * \frac{dV}{dt}\right)$$

Realizando el mismo procedimiento para la sección de admisión se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{dP_{admisión}}{dt} = k_r * \left(\frac{R' * TM}{V} * \frac{dM}{dt} - \frac{P}{V} * \frac{dV}{dt}\right) \quad (4.94)$$

Donde:

R' , es la constante de gas específico

TM , es la temperatura de admisión

En ambas ecuaciones son necesarias la obtención del diferencial de masa (dM), para obtener este diferencial se debe tener en cuenta que tipo de régimen presenta el fluido que pasara a través de un orificio, si es sónico o subsónico. Para esto se debe tener en cuenta las presiones críticas que se obtiene de la siguiente manera:

$$CRIT = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

Cuando la relación de presiones $\frac{P}{P_o}$ es menor que $CRIT$, e flujo es subsónico y se utiliza la siguiente función:

$$\frac{dM}{dt} = A * P_o * \sqrt{\frac{2 * k}{R' * T * (k - 1)} * \left(\frac{P}{P_o}\right)^{\frac{k-1}{k}} * \left(\left(\frac{P}{P_o}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)}$$

En el caso contrario donde sea mayor es la siguiente:

$$\frac{dM}{dt} = A * P * \sqrt{\frac{k}{R' * T} * \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

Donde los valores presentes para el aire y los productos de la combustión $R' \approx 0.29 \frac{kJ}{kg * k}$ y $CRIT \approx 1.8$.

Para cada proceso algunas variables cambiarán, en el caso del escape la variable P es la presión dentro del cilindro, P_o es la presión en el tubo de escape, T es la temperatura dentro del cilindro.

En el caso de admisión P es la presión en la entrada de admisión, P_o es la presión dentro del cilindro, T es la temperatura con la que entra el fluido. Teniendo en cuenta estas ecuaciones previas se puede calcular la variación de presión durante estos procesos, teniendo como resultado la siguiente expresión para la admisión y el escape:

Admisión

$$\Delta P_c = \Delta P_{escape} + \Delta P_{TC}$$

$$\Delta P_c = k_p * P * \left(\frac{1}{M} * \frac{dM}{dt} - \frac{1}{V} * \frac{dV}{dt}\right) * dt + \Delta P_{TC} \quad (4.95)$$

Escape

$$\Delta P_c = \Delta P_{admisión} + \Delta P_{TC}$$

$$\Delta P_c = k_r * \left(\frac{R' * TM}{V} * \frac{dM}{dt} - \frac{P}{V} * \frac{dV}{dt} \right) * dt + \Delta P_{TC} \quad (4.96)$$

4.3.2.3.3 Compresión.

Para el análisis de la compresión se tiene en cuenta que en este proceso se presentan dos perturbaciones. La primera de estas es la transferencia de calor por convección y la otra es el movimiento del pistón debido a la disminución del tamaño del volumen. Por lo que la ecuación (4.84) queda convertida de la siguiente manera:

$$\Delta P_c = \Delta P_{mp} + \Delta P_{TC} \quad (4.97)$$

Para obtener la variación de presión debido al movimiento del pistón se utiliza la ecuación de análisis isentrópico se puede obtener la ecuación (4.98).

$$\frac{T_e}{T_i} = \left(\frac{V_i}{V_e} \right)^{k-1} = \left(\frac{P_e}{P_i} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (4.98)$$

Donde T_e es la Temperatura de salida, T_i es la Temperatura de entrada, V_e es el Volumen de salida, V_i es el Volumen de entrada, P_e es la Presión de salida, P_i es la Presión de entrada y k es la Relación de calores específicos. Luego se realiza el siguiente procedimiento matemático el cual se encuentra en el Apéndice D y se obtiene la siguiente ecuación (4.99).

$$\Delta P_{mp} = - \frac{k * V_i^k * P_i}{V^{(k+1)}} * \Delta V \quad (4.99)$$

Para el caso de la transferencia de calor presente en la variación de presiones, se utilizará la ecuación obtenida en la sección llamada por ese mismo nombre.

4.3.2.3.4 Expansión.

Este proceso presenta un comportamiento similar al de compresión, con la diferencia que en vez de estar disminuyendo su volumen en este está aumentando. En este se presentan dos procesos que afectan la presión los cuales son el movimiento del pistón y la transferencia de calor. Teniendo como resultado una modificación de la ecuación (4.100) como se observa a continuación:

$$\Delta P_c = \Delta P_{mp} + \Delta P_{TC} \quad (4.100)$$

Y como este proceso es similar al de compresión se utiliza la misma ecuación (4.100) solo con una diferencia la cual es el aumento del valor del volumen y esta ecuación se transforma en la siguiente:

$$\Delta P_{mp} = - \frac{k * V_i^{k-1} * P_i}{V^{(k+1)}} * \Delta V \quad (4.101)$$

Para el caso de la transferencia de calor presente en la variación de presiones, se utilizará la ecuación obtenida en la sección llamada por ese mismo nombre.

4.3.2.3.5 Corrección de la Combustión.

Como se explicó anteriormente, ahora se considera que la combustión es un proceso dependiente del tiempo, por ende, dependiente de la rotación del cigüeñal. La aproximación para resolver la combustión es un modelo de liberación de calor como lo plantea (Heywood, 2018).

En realidad, la combustión empieza antes de alcanzar el punto muerto superior durante el ciclo de compresión, por ende, es necesario saber cómo es la interacción de la masa que se va quemando en dicho proceso, a través de relaciones empíricas planteadas por CAMPBELL y así conocer la traza de presión, temperatura y volumen durante el proceso.

Para este caso se encontrará primero la función de la variación de presión respecto a la combustión, para este caso se asumirá 3 instantes distintas en el proceso. La primera de estas es el instante antes de iniciar la combustión cuando solo se presentan reactivos en la cámara, el segundo es en el instante cuando se encuentran reactivos y productos en la misma cantidad, y la tercera se presentará cuando solo existan producto en pocas palabras después de la finalización de la combustión. Con esto se realiza un balance de masas, teniendo en cuenta que la masa M es el máximo valor que puede tener ya que en el inicio solo hay reactivos y después de la combustión toda la masa del reactivo se convertirá en productos.

$$M = m_r + m_p$$

Al realizar un análisis de masas entre el punto inicial con el intermedio y el punto inicial con el final se obtienen las siguientes ecuaciones:

Inicio-Intermedio

$$M * u_i(T_I) = m_r * u_r(T_r) + m_p * u_p(T_p)$$

Donde $u_i(T_I)$ es la energía interna para la temperatura de entrada de combustión, m_r es la masa de reactivos, $u_r(T_r)$ es la energía interna para la temperatura de reactivos, m_p es la masa de productos y $u_p(T_p)$ es la energía interna para la temperatura de productos.

Inicio-Final

$$M * u_I(T_I) = M * u_E(T_E)$$

$$u_I(T_I) = u_E(T_E)$$

Teniendo en cuenta que la energía interna es $u(T) = C_V * T$ se procede a reemplazar en las ecuaciones (4.103) y (4.104) obteniendo el siguiente resultado:

Inicio-Intermedio

$$M * C_{v_r} * T_I = m_r * C_{v_r} * T_r + m_p * C_{v_p} * T_p \quad (4.103)$$

Inicio-Final

$$M * C_{v_r} * T_I = M * C_{v_p} * T_E \quad (4.104)$$

Simplificando M se obtiene:

$$C_{v_r} * T_I = C_{v_p} * T_E$$

Reemplazando la ecuación (4.104) en (4.103) se obtiene la siguiente ecuación:

$$m_r * C_{v_r} * (T_I - T_r) + m_p * C_{v_p} * (T_E - T_p) = 0$$

Como se sabe durante la combustión una parte de la masa se quema y esta se conoce como fracción de los gases quemados durante el proceso y se calcula de la siguiente manera:

$$n = \frac{m_p}{M}$$

Y para simplificar la ecuación se pondrá la siguiente relación:

$$a = \frac{C_{v_r}}{C_{v_p}}$$

Conociendo esto se reemplaza en la ecuación (4.105) y se simplifica y se obtiene lo siguiente:

$$a * (1 - n) * (T_I - T_r) + n(T_E - T_p) = 0 \quad (4.106)$$

Además, como en este proceso se mantiene el volumen utilizando la ecuación de los gases ideales se puede obtener la siguiente ecuación:

$$\frac{n_r * R * T_I}{P_I} = \frac{n_p * R * T_E}{P_E}$$

Despejando el valor de T_E y además se pondrá una variable b la cual será la relación de las moles con esto se obtiene la siguiente ecuación:

$$T_E = \frac{P_E * n_r}{P_I * n_p} * T_I$$

$$T_E = \frac{P_E}{P_I} * b * T_I$$

Y si se hace un balance de volúmenes en el instante intermedio donde los productos y reactivos ocupan la misma cantidad de volumen se obtiene lo siguiente:

$$\frac{M * R_r * T_I}{P_i} = \frac{m_r * T_r * R_r}{P} + \frac{m_p * T_p * R_p}{P}$$

Reduciendo con las condiciones anteriores se obtiene lo siguiente:

$$b * \left(\frac{P}{P_I}\right) * T_I = n * (1 - n) * T_r + n * T_p$$

Reemplazando las ecuaciones anteriores en la ecuación (4.106) se obtiene la siguiente función:

$$n = \frac{(a - b) * \left(\frac{P}{P_I}\right)^{\frac{k_r - 1}{k}} + b * \frac{P}{P_I} - a}{(a - b) * \left(\frac{P}{P_I}\right)^{\frac{k_r - 1}{k}} + b * \frac{P_E}{P_I} - a}$$

Según CAMPBELL los valores de a y b para un MCI son 0.7 y 0.95 respectivamente, por lo que la ecuación anterior se convierte en la siguiente:

$$n = \frac{b * P - a * P_I}{b * P_E - a * P_I} \quad (4.107)$$

Teniendo en cuenta la ecuación 4.107, y teniendo en cuenta $dP_{comb} = P - P_I$ se obtiene la siguiente función:

$$dP_{comb} = ((0.95 * P_3 - 0.7 * P_2)/(0.95)) * (V_{PMS}/V) * dn \quad (4.107a)$$

Se necesita conocer la fracción de los gases quemados calculados anteriormente, respecto a la rotación angular en θ . Hay muchas relaciones empíricas, probadas experimentalmente que explican este procedimiento. Para efectos de este trabajo se tomará la expresión empírica de Wiebe, como se muestra en la siguiente ecuación.

$$X(\theta) = 1 - \exp\left(-a * \left(\frac{\theta - \theta_i}{\Delta\theta_c}\right)^{m+1}\right) \quad (4.108)$$

Esta expresión indica como es el perfil de quema de combustible y conversión a gases de residuo, según el movimiento angular del cigüeñal. Los términos a y m son parámetros de acuerdo con el tipo de motor a analizar, se tomarán a y m como 5 y 2 respectivamente.

El ángulo θ_i es el ángulo de ignición, este es un parámetro conocido para efectos de análisis, dada por la construcción del motor, dado por la siguiente ecuación, denotando que es unas fracciones angulares antes del punto muerto superior. Donde SA es el adelanto de la ignición en grados ($^\circ$)

$$\theta_i = 180 - SA \quad (4.109)$$

El ángulo $\Delta\theta_c$ es la duración angular de la combustión desde la ignición hasta que la última fracción de mezcla aire combustible se queme dada en grados ($^\circ$). Para cálculo de esta duración se usará una expresión empírica obtenida a través de un experimento en función de la velocidad de rotación del motor N en rpm y la cantidad de aire introducido a la mezcla, respecto a la cantidad estequiométrica de esta (Campbell, 1985).

$$\Delta\theta_c = 40 + 5 * \left(\frac{N}{600} - 1\right) + 166 * \left(\frac{100}{AIRE} - 1.1\right)^2 \quad (4.111)$$

AIRE Denota el exceso o defecto de aire introducido en la mezcla.

Para obtener la ecuación del factor de variación del movimiento de pistón se tiene en cuenta la ecuación de compresión teniendo en cuenta que el valor del volumen permanece constante por ende la ecuación se torna de la siguiente forma:

$$\Delta P_{mp} = -\frac{k \cdot P_i}{V} * \Delta V \quad (4.112)$$

Para este caso el valor de k será una función de n , teniendo en cuenta esto, se obtuvo la siguiente ecuación, tomada de CAMPBELL.

$$k = (k_p - k_r) * n + k_r$$

Para el caso de la transferencia de calor presente en la variación de presiones, se utilizará la ecuación obtenida en la sección llamada por ese mismo nombre.

4.3.2.3.6 Transferencia de calor en el ciclo.

La transferencia de calor que ocurre en las diferentes posiciones angulares del sistema es un proceso instantáneo entre los gases dentro del cilindro y las paredes del cilindro. Realmente es un proceso tridimensional transitorio que varía de manera considerable entre las diferentes moléculas que están ubicadas dentro del volumen de control. Dependiendo del ciclo que esté ocurriendo en el mecanismo y demás otros factores.

Dado el efecto de aleatoriedad del proceso se usará la metodología de (Borman, 1987), para el cálculo de la turbulencia del gas en el interior del cilindro. Junto a la metodología de (Gallo, 1990) se puede calcular la variación del calor que se está transfiriendo en cada instante del tiempo como muestra la ecuación (4.113).

$$\frac{dQ_p}{dt} = h_p(\theta) * A(\theta) * [T(\theta) - T_{wall}] \quad (4.113)$$

Donde dQ_p es la transferencia de calor instantánea, h_p es el coeficiente de transferencia de calor por convección, A es el área de la cámara de combustión y T es la temperatura instantánea

del gas dentro del cilindro, son funciones dependientes del ángulo θ . T_{wall} es la temperatura en las paredes interna del cilindro, se considera conocida.

Como se vio en secciones anteriores todo el proceso termodinámico es dependiente del tiempo y por ende del ángulo θ , por eso la ecuación (4.113) en términos del tiempo puede ser convertida a términos de la rotación θ como en la ecuación (4.114). (Procedimiento completo puede verse en el trabajo de (Gallo, 1990)). N es la rotación angular del motor.

$$dQ_p = h_p(\theta) * A(\theta) * [T(\theta) - T_{wall}] * \left(\frac{60}{2*\pi*N}\right) * d\theta \quad (4.114)$$

El coeficiente de transferencia de calor por convección será calculado a través de la metodología planteada por (Hohenberg, 1979), por ser una relación simple, en términos de la rotación angular, mostrada por la ecuación (4.115):

$$h_p = C1 * V(\theta)^{-0.06} * P(\theta)^{0.8} * T(\theta)^{-0.4} * (\overline{S_p} + C2)^{0.8} \quad (4.115)$$

En la ecuación (4.115), $C1$ y $C2$ son constantes que se ajustan de acuerdo con el tipo de motor, para el caso de este trabajo se toman como 130 y 1.4 respectivamente. $\overline{S_p}$ está dada en la ecuación (4.7), P es la presión instantánea del cilindro.

Se puede calcular los efectos de la transferencia de calor en la presión del volumen de control y calcular una diferencia de presión que cambie en cada instante angular, a través de

Durante cualquier proceso presente en un motor este sufre una perdida debido a que genera una transferencia de energía a las superficies dentro del motor. Por esto (Campbell, 1985) propone la ecuación (4.116) ecuación para el cálculo de la diferencia de presión dada por la transferencia de calor.

$$dP_{ht} = \frac{dQ_p}{dU} \quad (4.116)$$

Donde dQ_p se calcula de la ecuación 4.114 de (Gallo, 2002) que ya comprende la variación angular de este diferencial de calor instantáneo, dU es la variación de la energía interna de los gases en el volumen de control, dada para cada instante angular. Calculada a través de la ecuación (4.117).

$$dU = m_c * C_v * [T(\theta_i + 1) - T(\theta_i)] \quad (4.117)$$

5. Método de Solución

Para desarrollar todos los modelos y ecuaciones propuestas en el capítulo anterior, es necesario el uso de diferentes softwares para el cálculo de los resultados. En este capítulo se explicará la metodología utilizada, consideraciones para el cálculo y condiciones iniciales para los diferentes modelos.

En la solución del modelo cinemático, se utilizará una parametrización de las ecuaciones de movimiento de la sección 4.1 en función de θ entre 0° y 720° . Para hacer el cálculo de las diferentes ecuaciones de movimiento dadas por esta sección, usando el software EES, ya que no es un proceso iterativo y todo el sistema de ecuaciones está explícito.

Igualmente, para el modelo dinámico, se usará la misma parametrización de θ entre 0° y 720° . Se usará el software EES, debido a que no hay que realizar un proceso iterativo para resolver el modelo. En este modelo están comprendida una variable que se resuelve con el modelo termodinámico.

El modelo termodinámico cero dimensional ideal, también será calculado a través del software EES debido a que no es un proceso iterativo y se calculará para graficar el ciclo Otto y discutir los resultados como justificación para modificar la termodinámica, ya que se conocen las condiciones iniciales para este modelo, como se aclarará posteriormente.

Para la solución del modelo termodinámico cero dimensional modificado se tiene que hacer la salvedad, que no fue posible el desarrollo de un modelo iterativo solucionado a través del método *Newton Raphson*, con la metodología mostrada en la sección 4.3.

Las diferentes razones que no permitieron el desarrollo de un programa de MATLAB con toda la metodología mostrada, fue la implementación de las ecuaciones de equilibrio químico de diez especies. Esto fue debido a que las ecuaciones de equilibrio químico están planteadas en

función de la temperatura y está a su vez está condicionada por la combustión progresiva y lo demás procesos que ocurren.

Con esto discutido, se decidió hacer simplificaciones al modelo termodinámico modificado (una vez más), entre las cuales está, eliminar la cinética química y las ecuaciones de equilibrio químico de diez especies. Asumiendo una eficiencia de la combustión, como el modelo ideal. Se mantuvo el análisis de la combustión como un proceso dependiente del Angulo usando la función de Wiebe.

Como no se considera equilibrio químico, se tiene que hallar una relación que indique como es la entrada de calor debida al proceso de combustión, al volumen de control. La ecuación (5.1) describe el perfil de liberación energética según la evolución de quema de combustible dada por la función de Wiebe para cada instante angular. Esta relación fue obtenida de la metodología de (Abd Alla, 2002). dQ_c es el calor debido al proceso de la combustión que entra al volumen de control.

$$dQ_c = \eta_c * m_c * LHV * X_\theta * d\theta \quad (5.1)$$

Donde la liberación de calor según el perfil de quema de combustible puede solucionarse evaluando la función de Wiebe en dos instantes angulares: un estado inicial y un estado siguiente, convirtiendo la ecuación (5.1) en la ecuación (5.2):

$$dQ_c = \eta_c * m_c * LHV * [X_{\theta_2} - X_{\theta_1}] \quad (5.2)$$

La eficiencia de la combustión η_c fue calculada como en el modelo cero dimensional ideal, la masa de combustible admitida en el proceso m_c y el poder calorífico inferior LHV son conocidos para el modelo. El termino $[X_{\theta_2} - X_{\theta_1}]$ es la evaluación de la función de Wiebe entre dos instantes angulares de la rotación.

Con esto en mente y gracias al ingeniero Mirko Casale que licenció su software realizado en MATLAB que cumple con los demás análisis propuestos en el capítulo 4, y cambia el método numérico de solución de dicho modelo por el algoritmo *Runge Kutta Merson*.

Licencia dada y firmada para los autores:

Mirko Casale (2021). True Cycle Motor Simulator

(<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/73444-true-cycle-motor-simulator>),

MATLAB Central File Exchange. Retrieved April 11, 2021. mir.casale@gmail.com

5.1 Variables de desempeño

Para evaluar el modelo en resultados referentes al funcionamiento del motor se pueden definir diferentes variables de desempeño. Del modelo cinemático es importante la velocidad y aceleración del pistón dadas por las ecuaciones (4.9) y (4.10) respectivamente.

Del modelo termodinámico se puede calcular el Torque instantáneo del mecanismo dada por la expansión de los gases de la combustión dada por la ecuación (4.45) calculada para el punto óptimo.

Del modelo termodinámico se puede calcular las siguientes variables para evaluar el desempeño:

- Potencia indicada

Es la potencia total que se desarrolla en los cilindros debido a la presión del fluido sobre el pistón, y se expresa de la siguiente forma:

$$W_I = \frac{pmi \cdot \pi \cdot D_p^2 \cdot L \cdot i \cdot N}{240 \cdot x} \quad (5.4)$$

Donde pmi es la presión media indicada [kPa], i es el número de cilindros, x varía dependiendo si es de 2 tiempo o 4 tiempos tomando vales de 1 o 2 respectivamente.

- **Torque efectivo**

El torque efectivo es la capacidad del motor para producir trabajo, en otras palabras, es la capacidad de transmitir la potencia a través del cigüeñal para una masa en específico. Y se puede obtener a partir de la siguiente ecuación:

$$T_e = \frac{\dot{W}_e * 60}{2 * \pi * N} \quad (5.5)$$

Teniendo en cuenta que \dot{W}_e es la potencia efectiva y N es la revolución del motor en RPM.

- **Consumo específico de combustible**

Esta variable de desempeño es utilizada para saber qué tan eficientemente el motor convierte el combustible en trabajo, la expresión para esta variable es la siguiente:

$$cec = \frac{\dot{m}_c}{\dot{W}_e} \quad (5.6)$$

Donde cec es consumo específico del combustible [$g/kW.h$], \dot{m}_c es el flujo de masa del combustible [g/h] y \dot{W}_e es la potencia efectiva [kW].

- **Presión media indicada**

Es la presión a la que debería trabajar el fluido durante la carrera, manteniendo la misma relación de compresión, y esta se halla de la siguiente manera:

$$pmi = \left(\frac{W_i}{V_{cc}} \right) = \frac{W_i * 4}{\pi * D_p^2 * L} \quad (5.7)$$

Donde W_i es el trabajo indicado (ecuación 5.8), D_p es el diámetro del pistón, P es la presión, dV es la variación de volumen y L es la carrera del pistón.

$$W_i = \oint P * dV \quad (5.8)$$

- **Eficiencia volumétrica**

Es la eficiencia con la que se llena el cilindro, es decir, es la relación entre la masa de aire que logra entrar al motor y la masa de aire que se permite por defecto al motor. Este valor se puede encontrar con la siguiente ecuación:

$$\eta_v = \frac{m_{ar}}{m_{cc}} \quad (5.9)$$

Donde η_v es el rendimiento volumétrico, \dot{m}_{ar} es el flujo de masa admitido [kg/s] y \dot{m}_{cc} es el flujo de masa de aire que entra al cilindro [kg/s].

5.2 Condiciones iniciales para la Solución y Diseño del Experimentales

Para el desarrollo global del modelo, al ser una aproximación totalmente matemática, se hizo uso de los parámetros geométricos y de construcción, dadas por el motor usado y referenciado en la tesis de (Bosso, 2013).

Donde los parámetros necesarios para el desarrollo del modelo cinemático y dinámico, tales como la geometría del motor se encuentran en la siguiente tabla, como a su vez los datos necesarios para el cálculo de la termodinámica que son parámetros de construcción relacionados con válvulas, retardos y adelantos angulares, temperatura de las paredes del cilindro, y datos relacionados con los colectores de admisión y escape.

Como se aprecia en la tabla 1, se conocen las condiciones iniciales del motor de combustión interna, como las presiones y temperaturas de admisión de mezcla aire combustible y escape de los productos de la combustión.

Para probar y utilizar el modelo propuesto se establece un experimento con el fin de evaluar el rendimiento de un motor de combustión interna utilizando diferentes mezclas de combustible basadas en la variación de porcentaje entre gasolina tomada como n-Octano (C_8H_{18}) y Etanol (C_2H_5OH).

De esta manera poder realizar conclusiones de acuerdo con las diferentes variables de desempeño termodinámicas y mecánicas, como anteriormente mencionadas, como también establecer un punto óptimo.

El experimento propuesto consiste en probar el modelo usando diferentes mezclas Gasolina-Etanol variando el porcentaje de cada uno, como se muestra en la tabla 2, conociendo el poder calorífico inferior LHV de dichas mezclas. Los datos del poder calorífico inferior son tomados de (Turns, 2011).

Tabla 1

Parámetros de entrada y condiciones iniciales para el desarrollo matemático del modelo

PARAMETRO	CANTIDAD	UNIDADES
Carrera	0,066	m
Diametro del Pistón	0,0694	m
Longitud de Biela	0,12	m
Longitud Manivela	0,033	m
Numero de cilindros	1	
Diametro Valvula Aspiración	0,025	m
Diametro Valvula Escape	0,025	m
Temperatura del colector de Admisión	300	K
Presión en el colector de Admisión	0,95	atm
Temperatura del colector de Escape	600	k
Presión en el colector de escape	1	atm
Retraso cierre valvula de admisión	30	° DPMS
Adelanto de la ignición	30	° APMS
Adelanto apertura valvula de escape	10	° APMS
Retraso cierre valvula de escape	20	° APMS
Temperatura de las paredes del cilindro	350	K
Masa del pistón	0,3	Kg
Masa de la biela	0,8	Kg
Masa de la manivela	1	Kg

Fuente: Tabla hecha por el autor y valores extraídos de la tesis de BOSSO (2013)

Con las 7 mezclas mostradas anteriormente se hizo el cálculo de todas las variables de desempeño, variando entre diferentes porcentajes de aire (relación aire combustible) entre un rango de rotación angular del motor. En este caso se tomará un rango entre 1000 y 5000 RPM. La tabla 3x muestra el valor de la relación aire combustible ma/mf para las diferentes mezclas según el porcentaje de aire (exceso o defecto).

Tabla 2.

Descripción de las mezclas a evaluar con su poder calorífico inferior.

MEZCLA	LHV [kJ/kg]
100% C8H18 + 0% C2H5OH	44430
90% C8H18 + 10% C2H5OH	42668
80% C8H18 + 20% C2H5OH	40905
70% C8H18 + 30% C2H5OH	39143
50% C8H18 + 50% C2H5OH	35619
30% C8H18 + 70% C2H5OH	32094
0% C8H18 + 100% C2H5OH	26807

Tabla 3

Valores de la relación aire combustible para las diferentes mezclas

MEZCLA	RELACIÓN AIRE COMBUSTIBLE ma/mf [kga/kgf]				
	% AIRE				
	80	90	100	110	130
100% C8H18 + 0% C2H5OH	10	11,25	12,5	13,75	16,25
90% C8H18 + 10% C2H5OH	9,24	10,395	11,55	12,705	15,015
80% C8H18 + 20% C2H5OH	8,48	9,54	10,6	11,66	13,78
70% C8H18 + 30% C2H5OH	7,72	8,685	9,65	10,615	12,545
50% C8H18 + 50% C2H5OH	6,2	6,975	7,75	8,525	10,075
30% C8H18 + 70% C2H5OH	4,68	5,265	5,85	6,435	7,605
0% C8H18 + 100% C2H5OH	2,4	2,7	3	3,3	3,9

Como se vio en la sección anterior, en la ecuación 4.111 la duración de la combustión cambia con el porcentaje de aire en la mezcla y la rotación del motor. Para efectos de cálculo se tabularon esos valores para ser utilizados en el modelo según el caso, como muestra la tabla 4.

Tabla 4

Duración de la combustión para diferentes porcentajes de aire y RPM

DURACION ANGULAR DE LA COMBUSTION [°]						
% Aire	RPM					
	1000	2000	3000	3500	4000	5000
70	61,25	69,59	77,92	82,09	86,25	94,59
80	47,07	55,4	63,74	67,9	72,07	80,4
90	43,35	51,69	60,02	64,19	68,35	76,69
100	44,99	53,33	61,66	65,83	69,99	78,33
110	49,38	57,72	66,05	70,22	74,38	82,72
130	61,5	69,83	78,16	82,33	86,5	94,83

6. Resultados y Discusión

En este capítulo se muestra los diferentes resultados de los tres modelos propuestos teniendo en cuenta el capítulo anterior, se iniciará estudiando la cinemática que depende simplemente de la geometría luego se analizará la termodinámica y el modelo planteado para el análisis del MCI, y así determinar el punto óptimo entre las diferentes mezclas para resolver el modelo dinámico.

6.1 Cinemática

En sección se tendrá en cuenta la tabla 1, donde se mostrando las características geométricas del sistema, con estas se calculó la velocidad y aceleración del pistón para cada ángulo (θ). Los resultados que se expondrán a continuación son los valores máximos para las diferentes revoluciones propuestas, adicionalmente se mostrara su comportamiento en la figura 17. Para poder observar los resultados obtenidos en la simulación, mirar el Apéndice F.

Tabla 5
Velocidad del pistón evaluada en diferentes RPM

Sp	Velocidad Maxima del Pistón [m/s]					
	ROTACIÓN ANGULAR [RPM]					
	1000	2000	3000	3500	4000	5000
	3,576	7,152	10,73	12,52	14,3	17,88

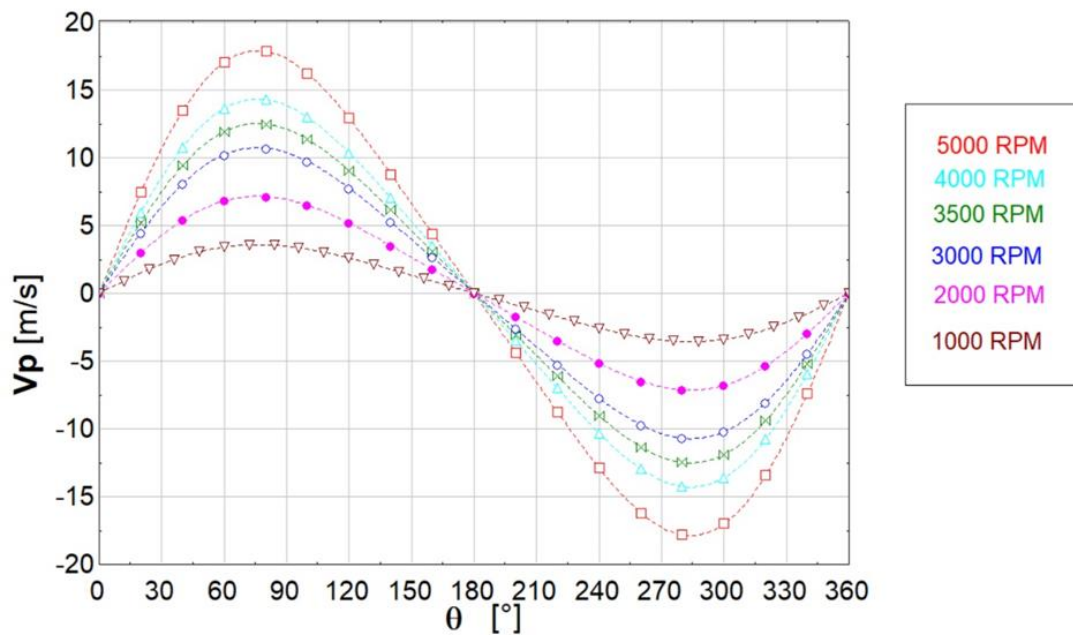
Tabla 6
Aceleración del pistón evaluada en diferentes RPM

Ap	Aceleración máxima del Pistón [m/s ²]					
	ROTACIÓN ANGULAR [RPM]					
	1000	2000	3000	3500	4000	5000
	264	1056	2376	3234	4224	6600

En las tablas 5 y tabla 6 se mostraron los valores máximos obtenidos por el modelo, en esta se puede evidenciar que el comportamiento de la velocidad y la aceleración va creciendo a medida que aumenta el valor de las RPM.

Figura 17

Comportamiento de la velocidad del pistón a diferentes RPM

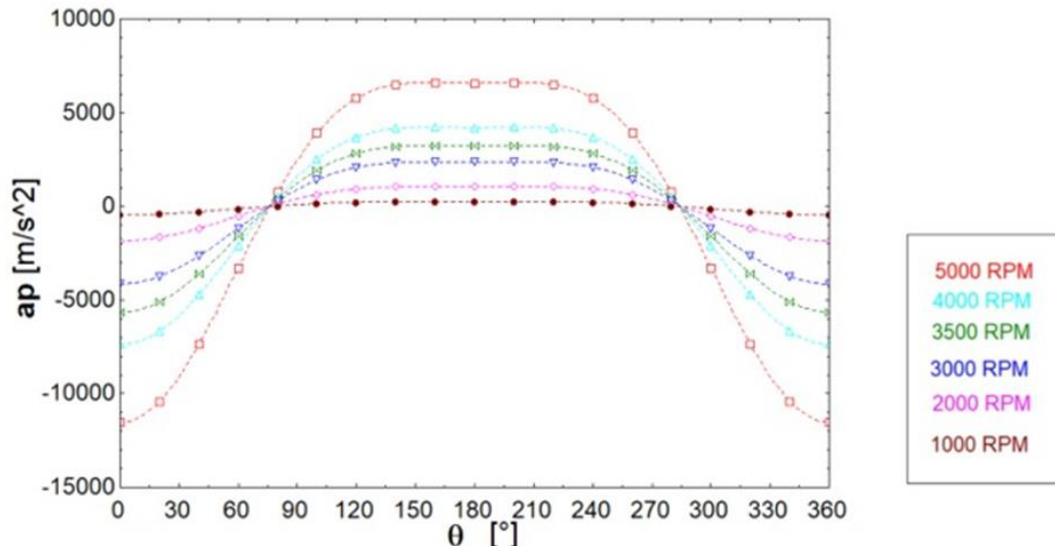


Fuente: Grafica generada por el programa EES

En la figura anterior se puede evidenciar el comportamiento de la velocidad con respecto al ángulo, como se puede observar la velocidad inicia en 0 y aumenta hasta su máximo valor (PMS) después este valor va a empezar a disminuir pasando por cero hasta un mínimo valor (PMI) describiendo un comportamiento senoidal.

Figura 18

Comportamiento de la aceleración del pistón a diferentes RPM



Fuente: Grafica generada por programa EES

En la figura 18 se puede observar el comportamiento de la aceleración en el sistema propuesto. El comportamiento de la aceleración también es una onda cíclica, pero se encuentra desplazada 90° respecto a la velocidad. En este caso los máximos y mínimos teniendo en cuenta el caso a analizar se mantienen un periodo de aceleración máxima o mínima que es cuando se va llegando al PMS o en el PMI y unos instantes después de alejarse de dichos puntos.

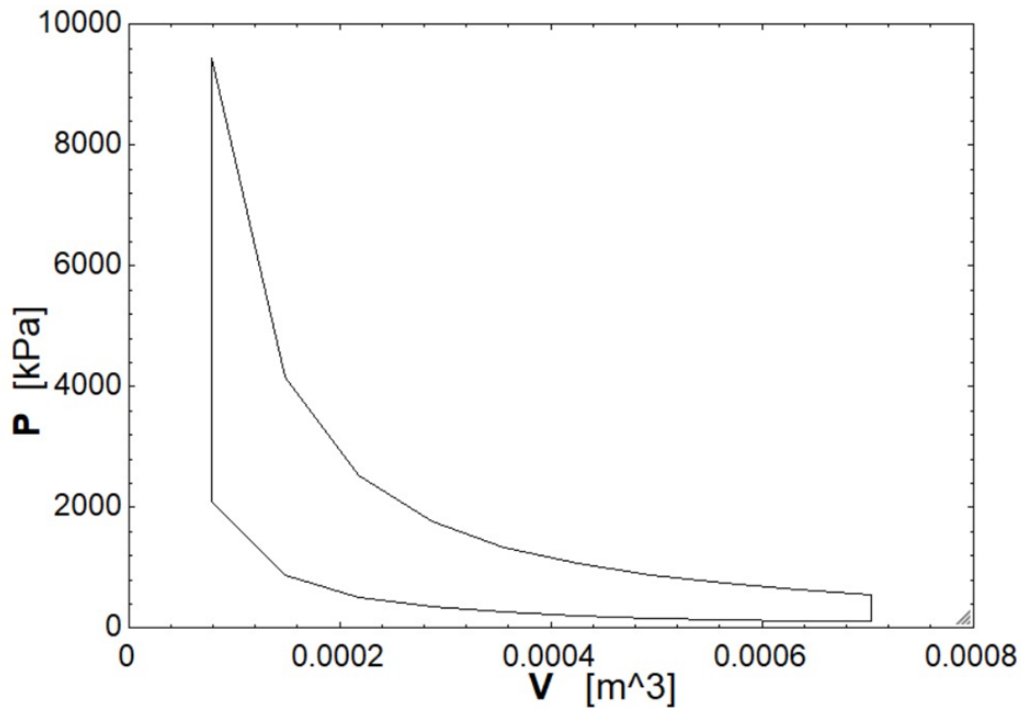
Para este caso en particular se analizó con la convención de ángulos mostrado en las gráficas anteriores asumiendo que el inicio del movimiento inicia en 0° , es claro que para la termodinámica como se presenta adelantos o retrasos en la apertura de válvulas, ignición o inicio de la combustión, duración de la combustión se puede tomar el proceso inicial en un ángulo diferente. Para este caso la convención usada para el análisis termodinámico iniciara en la admisión con un ángulo inicial de -150° y finalizara en 570° para así cumplir los 4 procesos del ciclo otto.

6.2 Termodinámica

Para este caso se realiza un análisis de resultados de los diferentes modelos planteados al transcurso de este trabajo. El primer modelo para analizar es el modelo cero-dimensional ideal que sus resultados solo se presentan de manera demostrativa para justificar la modificación de la termodinámica utilizando las condiciones iniciales del capítulo 5.

Figura 19

Ciclo Otto ideal obtenido del modelo termodinámico ideal



Fuente: Grafica generada por programa EES

Tabla 7

Valores de presión y temperatura para los diferentes puntos de ciclo ideal

Valores Termodinamica y Presión del ciclo Otto Ideal							
Punto 1		Punto 2		Punto 3		Punto 4	
T [K]	P [kPa]	T [K]	P [kPa]	T [K]	P [kPa]	T [K]	P [kPa]
333	100	770	2081	3492	9438	1845	554

Los resultados obtenidos en la figura 19 y tabla 7 anterior son demasiado elevados para el comportamiento real esperado del ciclo otto (Pulkrabek, 2004). Estos resultados generaron que el modelo planteado en el primer instante fuera modificado para poder obtener resultados más cercanos a la realidad.

Los resultados obtenidos previamente son para n-octano con 100% aire, como se observa en la tabla 7 la temperatura máxima del sistema es 3492 K (3219 °C) y 9438 kPa (94,3 bar), cuando la temperatura y presiones máximas varían entre 2200 y 2400 K, y la presión entre 40 y 78 bares como se mostrará en posteriores resultados calculados para dichas condiciones. Además, se puede evidenciar en la figura 19 el comportamiento del ciclo de otto ideal, pero se necesita una aproximación más real de lo que sucede en el proceso.

6.2.1 Resultados y discusión modelo termodinámico modifíco

Se realizo el experimento propuesto evaluando diferentes mezclas variando la relación aire-combustible y los rpm del motor según las tablas 2, 3 y 5 del capítulo 5. El análisis se realizó para las mezclas mostradas en la tabla 8 con el objetivo de analizar el ciclo otto a través de las siguientes graficas.

Tabla 8

Descripción de las mezclas a evaluar con su poder calorífico inferior

MEZCLA	LHV [kJ/kg]
100% C ₈ H ₁₈ + 0% C ₂ H ₅ OH	44430
90% C ₈ H ₁₈ + 10% C ₂ H ₅ OH	42668
80% C ₈ H ₁₈ + 20% C ₂ H ₅ OH	40905
70% C ₈ H ₁₈ + 30% C ₂ H ₅ OH	39143
50% C ₈ H ₁₈ + 50% C ₂ H ₅ OH	35619
30% C ₈ H ₁₈ + 70% C ₂ H ₅ OH	32094
0% C ₈ H ₁₈ + 100% C ₂ H ₅ OH	26807

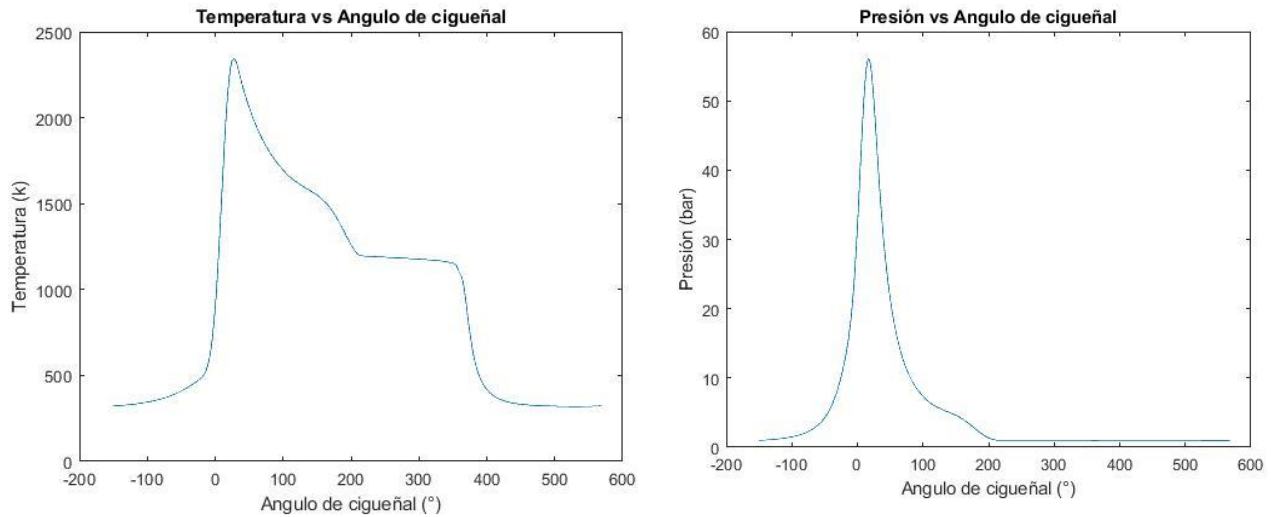
En esta sección se mostrará lo referente al ciclo otto para la mezcla de 100% de aire estequiométrico, 3500 rpm y 100% de n-octano. A continuación, se mostrará el comportamiento de la termodinámica para este caso en particular. Estas figuras son demostrativas y por esto solo se muestra una condición debido a que la tendencia y el comportamiento de las mezclas y puntos de interés son similares cambiando solo valores máximos y mínimos a lo largo de la rotación angular, para poder observar las gráficas de las demás condiciones remitirse al ApéndiceI.

En este caso se iniciará mostrando el comportamiento de la temperatura y la presión con respecto al ángulo del cigüeñal (figura 20). Analizando estas graficas se puede observar que presenta 2 puntos máximos, un punto máximo superior y un punto máximo medio. Estos suceden en dos procesos en específico el primero y el máximo valor ocurre al final del proceso de combustión dando valores de 2322 K y 56 bar. Y el segundo de estos solo se presenta en el gráfico de temperatura debido al proceso de expansión de los gases ya que en este se presenta liberación de calor.

Este no se presenta en el gráfico de presión debido a que después de alcanzar el valor máximo después del proceso de combustión los gases se expanden y se liberan a presión atmosférica.

Figura 20

Temperatura y presión respecto al Angulo del cigüeñal θ

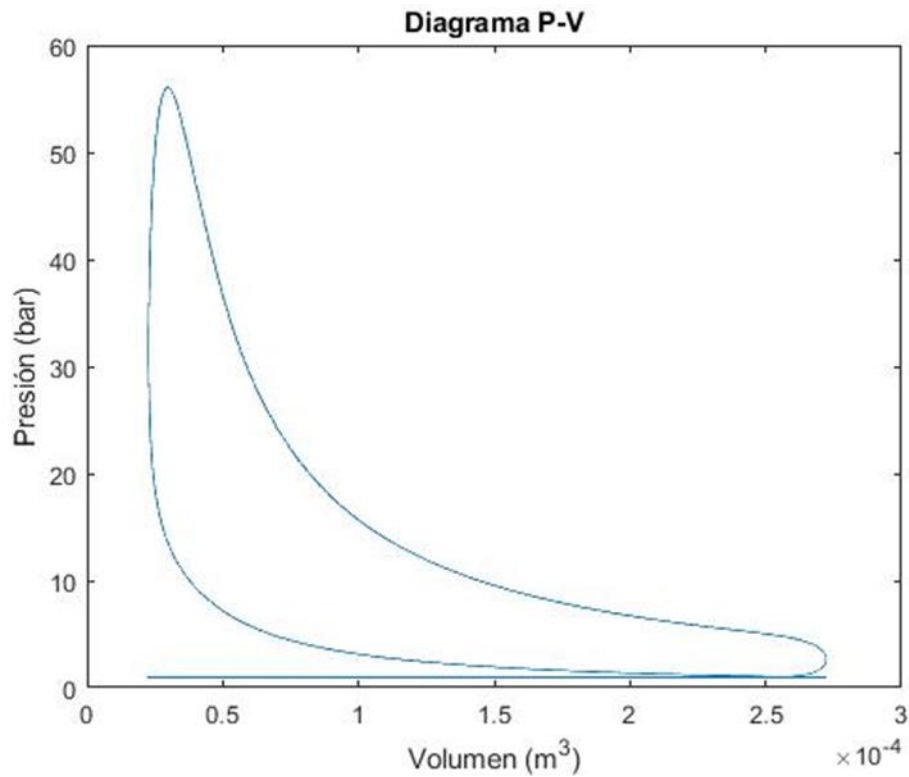


Para continuar se expondrá el diagrama de presión contra volumen presenten a lo largo de la simulación del motor. Con el objetivo de analizar el ciclo otto, respecto al de la termodinámica ideal, como muestra la figura 21.

En este diagrama se pueden encontrar todos los procesos presentes en un ciclo otto pasando de la admisión hasta el escape de los gases resultantes, es evidente que ya no hay un pico pronunciado de presión en la gráfica esto se debe a que se considera un proceso de combustión dependiente de la rotación.

Figura 21

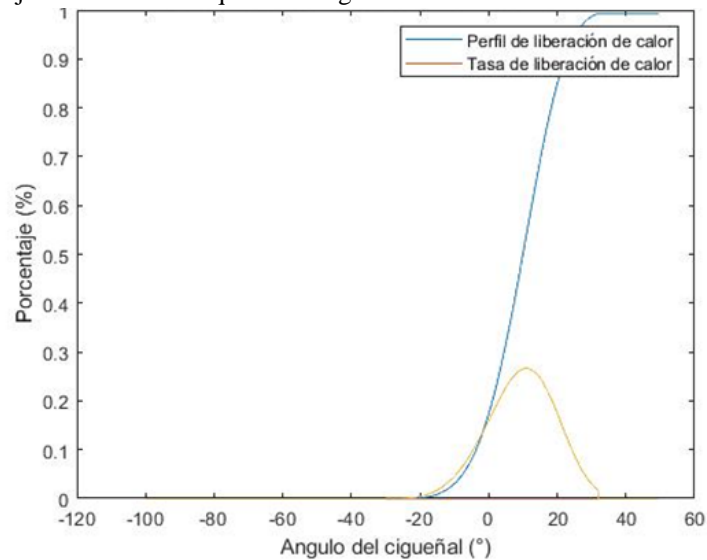
Diagrama P-V según la termodinámica modificada



La figura 22 muestra el comportamiento de la función de Wiebe a lo largo de todo el ciclo Otto. Como se muestra, el primer trazo, describe el perfil de liberación de calor debido a la masa quemada durante la combustión, este perfil empieza desde 0 hasta el máximo 0.9933, lo que indica que el 99.33% de la masa de mezcla aire combustible se convirtieron en gases de producto.

Figura 22

Descripción del porcentaje de combustible quemado según la función de Wiebe



Este valor es debido a las constantes de la función, el perfil empieza a desarrollarse desde el punto de la ignición hasta que se admita y comprima masa fresca. El segundo trazo muestra la tasa de liberación de calor que alcanza su valor máximo cuando la mayoría de la mezcla se quema y libera energía.

- **Análisis de mezclas**

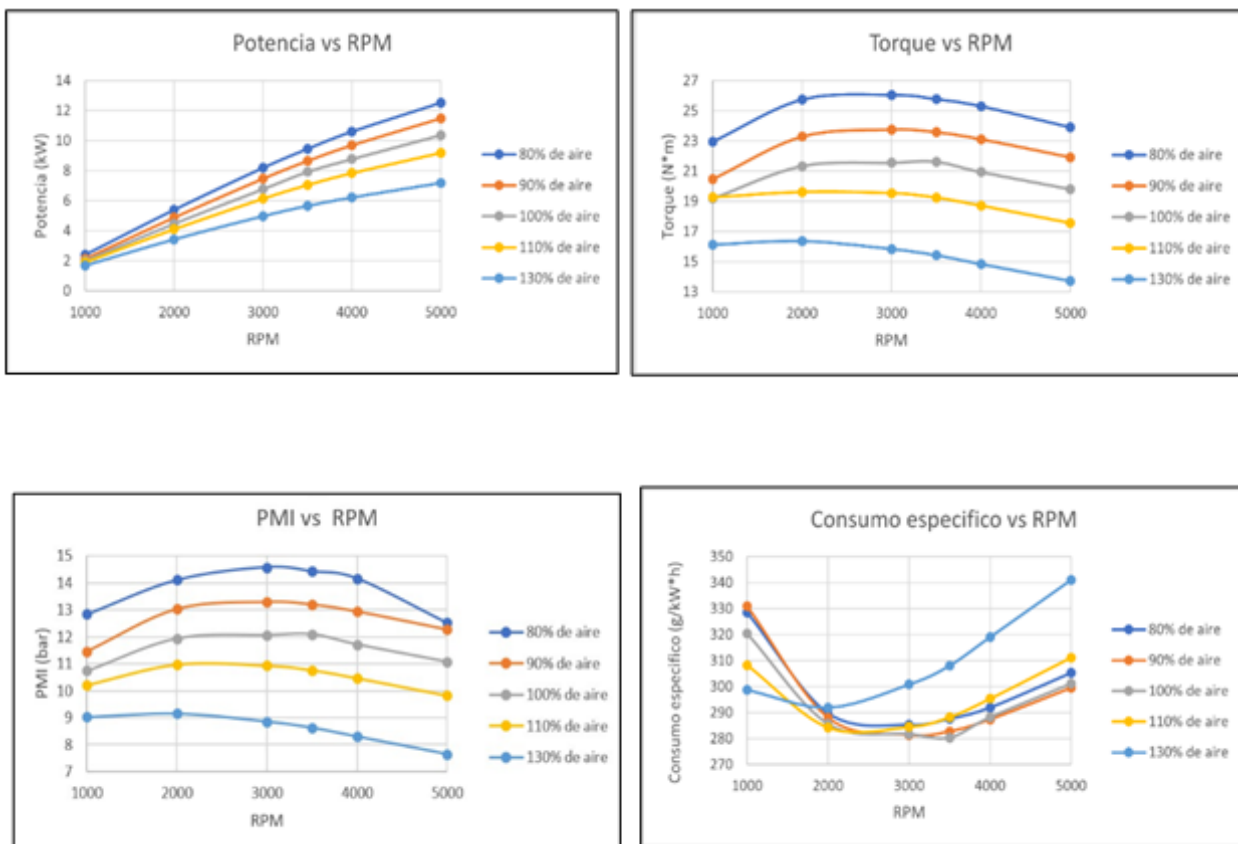
Después de analizar el comportamiento de las diferentes mezclas evaluando las variables de desempeño calculadas de la termodinámica se pudo graficar estos comportamientos para diferentes porcentajes de aire, rpm y mezcla de combustible. Estas se podrán observar en la figura 23 donde se agrupan todos los comportamientos, de manera individual se pueden visualizar en el apéndice G.

Como se muestra solo se escogieron para el análisis la potencia, el torque, la presión media indicada y el consumo de combustible en la figura 23. No se muestra graficas o análisis de la eficiencia volumétrica debido a que esta no varía al cambiar los parámetros a analizar. Las gráficas

con mejor resolución y sus tabulaciones se encuentran en el Apéndice G. Para efectos de análisis, solo se mostrará una figura para la mezcla de 100%, se recomienda analizar el resto en el apéndice mencionado.

Figura 23

Descripción de la Potencia indicada, Torque efectivo, Consumo específico de combustible y Presión media indicada para diferentes RPM en la mezcla 100% gasolina



El siguiente análisis se refiere a un comportamiento general visto de todas las mezclas. El primer factor para analizar será la potencia del motor en las diferentes mezclas y condiciones de aire, el comportamiento general de esta es el aumento en magnitud en ciclos de revoluciones altas, además la potencia también aumenta cuando se disminuye el porcentaje de aire.

Respecto al torque y la presión media indicada (PMI) se puede apreciar, que sus valores inician bajos, pero en cierto punto alcanzan su máximo valor y luego desciende de manera súbita en los ciclos de revoluciones altas como se espera en el rendimiento de un automóvil.

En el caso del consumo de combustible presenta un comportamiento contrario al del torque y la PMI, ya que el consumo empieza a decrecer desde valores altos con revoluciones bajas hasta que se encuentra con un valor de consumo mínimo. Después el consumo empieza a aumentar de manera súbita en ciclos de revoluciones altas. También es claro denotar que, por debajo del aire estequiométrico el consumo es menor respecto a las mezclas con aire en exceso.

Respecto al uso de diferentes mezclas, como se ve en las figuras, la tendencia principal es que al aumentar la cantidad de etanol en las mezclas los valores de las diferentes variables de desempeño también aumentan. Este comportamiento está acompañado con el aumento de las presiones y temperaturas máximas en el ciclo, estos resultados se podrán encontrar en el Apéndice G y H.

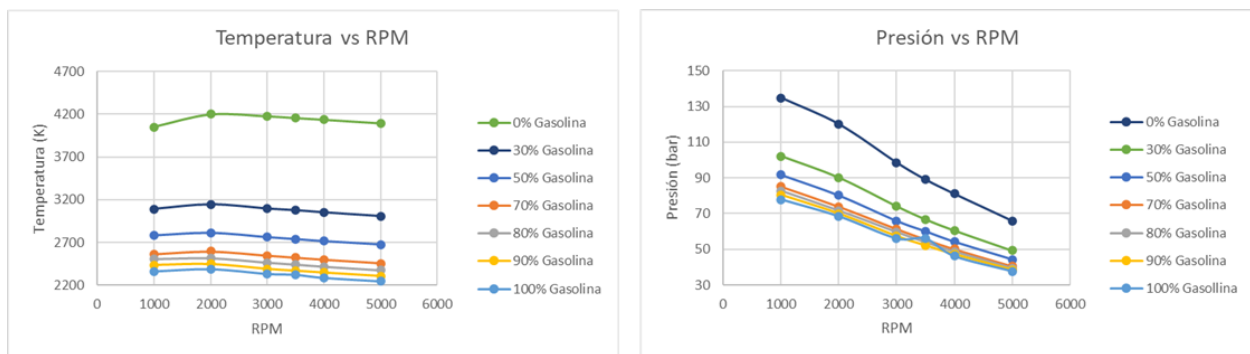
Para mayor utilidad del modelo, se pueden realizar regresiones lineales a las diferentes figuras relacionadas con las variables de desempeño de acuerdo con el tipo de mezcla, aire y revoluciones. Por esto se realizaron los polinomios indicativos de estas variables de desempeño teniendo en cuenta lo anterior.

Como muestra se muestra el polinomio que define la potencia indicada en kW para una mezcla de 100% C₈H₁₈, en función de la relación aire-combustible ϕ y los rpm. Los diferentes polinomios para las diferentes variables según el tipo de mezcla se encuentran en el Apéndice E.

$$\begin{aligned}
 POT = & 4,22885358 * 10^1 - 1,34920489 * 10^1 * phi + 1,57186748 * 10^0 * phi^2 \\
 & - 8,00148336 * 10^{-2} * phi^3 + 1,51017244 * 10^{-3} * phi^4 + 1,72593576 \\
 & * 10^{-2} * RPM - 6,10746646 * 10^{-6} * RPM^2 + 5,26497891 * 10^{-10} * RPM^3 \\
 & + 7,09523810 * 10^{-15} * RPM^4 - 3,07199774 * 10^{-3} * phi * RPM \\
 & + 1,49581790 * 10^{-6} * phi * RPM^2 - 1,47912783 * 10^{-10} * phi * RPM^3 \\
 & + 2,08049098 * 10^{-4} * phi^2 * RPM - 1,11576553 * 10^{-7} * phi^2 * RPM^2 \\
 & + 1,11304607 * 10^{-11} * phi^2 * RPM^3 - 4,86201993 * 10^{-6} * phi^3 * RPM \\
 & + 2,69228726 * 10^{-9} * phi^3 * RPM^2 - 2,69173911 * 10^{-13} * phi^3 * RPM^3
 \end{aligned}$$

Figura 24

Comportamiento de la Temperatura y Presión máxima para diferentes RPM para 100% de aire en diferentes mezclas.



En la figura 24 se puede encontrar el comportamiento de las presiones y temperaturas máximas para el caso de 100% aire y variando en las diferentes mezclas por ejemplo para el caso de estudio del 100% de etanol en la gráfica se encuentra como 0% de gasolina. Al analizar la mezcla se puede evidenciar que a mayor cantidad de etanol las variables de presión y temperatura aumentan. Las gráficas con mayor resolución y sus tabulaciones se encuentran en el Apéndice H.

El objetivo de este trabajo no es analizar los efectos mecánicos al aumentar el etanol en la mezcla debido a que valores muy altos de presión y temperatura pueden modificar el funcionamiento de un motor como sucede en un motor Flex-fuel.

- **Punto optimo**

Para obtener el punto óptimo del modelo se utilizó la siguiente metodología. Primero se buscó en la literatura las temperaturas máximas que se pueden presentar en un motor de combustión interna, las temperaturas presentes están entre 2000 °C (2273 K) a 2500 °C (2773 K) con estos valores se fue a la tabla de temperatura máxima (tabla 9) y se rechazó cualquier valor mayor a 2500 °C

Tabla 9
Temperatura máxima por cada mezcla. Temperaturas en K

T max						
Revoluciones						
Mezcla	1000	2000	3000	3500	4000	5000
100%	2360,6	2386	2333	2322,4	2287,8	2248
90%	2438	2449	2392	2370	2348	2307
80%	2506,32	2515,22	2465	2442,4	2417,95	2375,44
70%	2565,71	2597,28	2549,14	2524,77	2500	2457
50%	2786,4	2817	2765	2741	2716	2675
30%	3093	3148	3098	3077	3052	3006
0%	4300	4200	4177	4157	4136,3	4094

Luego de filtrar la temperatura se procedió a utilizar otro criterio el cual nos indica que para obtener mejor funcionamiento el motor debe presentar Potencia y Torque alto por ende se revisa la tabla 10 y tabla 11 con el objetivo de seleccionar las mezclas con mayor valor.

Tabla 10

Potencia máxima por cada mezcla. Potencia en kW

POTENCIA KW						
Revoluciones						
Mezcla	1000	2000	3000	3500	4000	5000
100%	2,01	4,4679	6,7727	7,921	8,7721	10,37
90%	2,065	4,603	6,986	8,066	9,0541	10,707
80%	2,1268	4,7616	7,2399	8,3608	9,382	11,0776
70%	2,1993	4,9451	7,531	8,7009	9,767	11,5378
50%	2,3862	5,422	8,29	9,59	10,783	12,79
30%	2,662	6,15	9,466	10,97	12,35	14,66
0%	3,458	8,398	13,2	15,379	17,38	20,747

Tabla 11

Torque máximo por cada mezcla. Potencia en N.m

TORQUE N-M						
Revoluciones						
Mezcla	1000	2000	3000	3500	4000	5000
100%	19,1956	21,3324	21,558	21,61	20,9417	19,805
90%	19,715	21,978	22,238	22,01	21,615	20,45
80%	20,3098	22,735	23,0453	22,8113	22,3978	21,1566
70%	21,0016	23,6112	23,9719	23,7394	23,317	22,0356
50%	22,787	25,889	26,392	26,17	25,74	24,41
30%	25,42	29,37	30,132	29,93	29,48	28
0%	33,02	40,102	42,007	41,96	41,5	39,625

Luego de seleccionar las mezclas con mayor torque y potencia se filtró con el que consumo específico de combustible, para este caso se seleccionara el que consuma menor combustible. Esta selección se podrá observar en la siguiente tabla 12.

Tabla 12.

Filtro de las mezclas por consumo específico de combustible g/kW*h

CONSUMO ESPECIFICO DE COMBUSTIBLE						
Revoluciones						
Mezcla	1000	2000	3000	3500	4000	5000
100%	320,46	285,607	281,686	280,3462	288,184	301,159
90%	335,602	298,098	293,63	295,939	300,226	313,63
80%	352,3907	311,6552	306,4381	308,7733	313,3271	327,8232
70%	371,1075	326,7276	320,7258	323,0174	327,6664	342,6553
50%	416,149	362,338	354,189	326,24	360,848	376,14
30%	476,3	407,58	395,72	397,29	402	418,16
0%	627,22	509,789	484,66	483,86	487,45	504,394

Después de realizar todo este procedimiento se llegó a la conclusión de que el punto óptimo de la mezcla será cuando se utilice 80% de gasolina y 20% de etanol ya que este presenta un torque y potencia alta y un consumo menor comparado al de 70% de gasolina y 30% etanol.

- **Comparación error**

En esta sección se calculará el porcentaje de error presente en el modelo propuesto, para esto se tomó los datos de la tesis de Bosso. En la tesis se puede encontrar diferentes valores experimentales variando las revoluciones presentes en el motor. En el trabajo de Bosso este usa el etanol hidratado el cual según la ley brasileña está compuesto por 70% gasolina y 30% etanol. Debido a que un uso de mezclas con más porcentaje de etanol radica en la modificación del motor o del uso de motores Flex-fuel.⁷

Y así cumplir con la meta del objetivo específico. Se valorará al final de este cálculo de error si es este es una razón para descartar el modelo.

⁷ Ley de uso Nacional de combustibles, Ministerio de agricultura - Brasil. (s. f.). <http://extranet.agricultura.gov.br/sislegis-consulta/consultarLegislacao.do?operacao=visualizar&id=17886>. Recuperado 30 de abril de 2021, de <http://extranet.agricultura.gov.br/sislegis-consulta/consultarLegislacao.do?operacao=visualizar&id=17886>

Como se puede evidenciar en la tabla 13 anteriores el error presentado en el modelo es un error mayor al 10% en todos los datos tomados. Analizando las razones por las cuales este error pronunciado se presenta puede ser por las simplificaciones tomada por el modelo termodinámico.

Se puede evidenciar el error aumenta a medida que las revoluciones aumentan. Lo que nos lleva a concluir que el modelo propuesto solo se ajusta a las pruebas de Bosso en valores de revolución baja (0-2000 RPM).

Tabla 13
Cálculo del error respecto a los datos de Bosso

Potencia efectiva			
RPM	Bosso	Obtenida	% error
1000	1,921	2,1993	14,4872462
2000	3,8261	4,9451	29,2464912
3000	5,7258	7,531	31,5274721
3500	6,4171	8,7009	35,5892849
4000	7,1072	9,767	37,4240207
5000	8,1072	11,5378	42,3154727
Torque			
RPM	Bosso	Obtenida	% error
1000	18,3438	21,0016	14,4888191
2000	18,2681	23,6112	29,2482524
3000	18,2259	23,9719	31,5265638
3500	17,5083	23,7394	35,5894062
4000	16,9671	23,317	37,4247809
5000	15,4836	22,0356	42,3157405
Consumo específico de combustible			
RPM	Bosso	Obtenida	% error
1000	423,9347	371,1075	12,4611644
2000	416,9504	326,7276	21,6387369
3000	424,0322	320,7258	24,3628668
3500	434,5793	323,0174	25,6712411
4000	445,818	327,6664	26,5022049
5000	478,1139	342,6553	28,3318682

En el criterio ingenieril del trabajo es difícil descartar el modelo termodinámico propuesto con esta comparación debido a que no se conoce con totalidad las condiciones de prueba del experimento de (Bosso, 2013) es claro decir que la mejor manera para validar el modelo es con

pruebas experimentales adecuadas a la matemática expuesta. En las recomendaciones se dará las posibles razones de manera más extensa del porqué de los resultados.

Otra razón para no descartar el modelo a priori es debido al análisis mostrado del ciclo otto, debido a que lo consultado en la literatura son resultados esperados haciendo énfasis en la necesidad de validar atreves de un experimento real y realizando un proceso de iteración inverso.

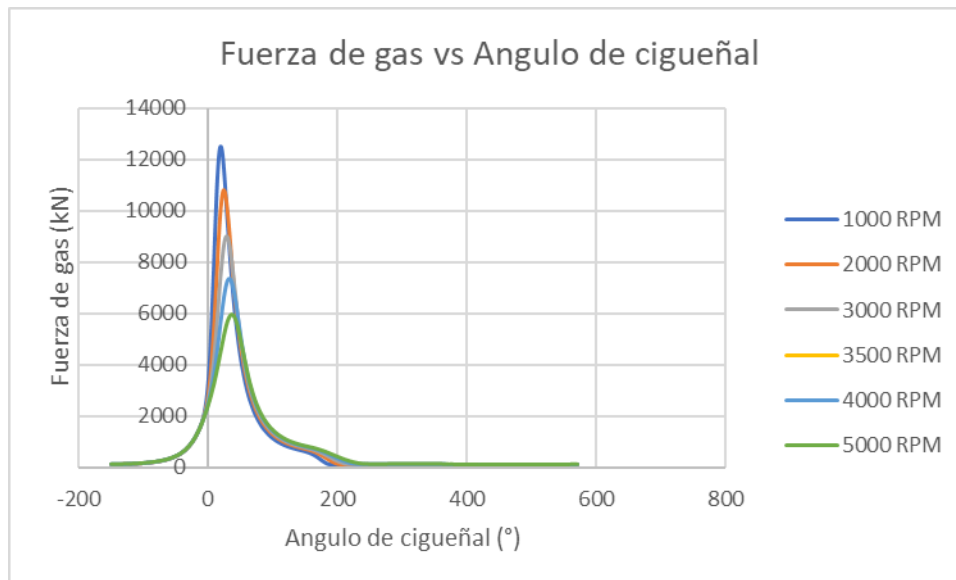
6.3 Dinámica

En esta sección se expondrá el comportamiento del mecanismo pistón-biela-manivela teniendo en cuenta los resultados del punto óptimo de la sección anterior. A continuación, se expondrá el comportamiento del momento y de la fuerza de gas involucrada presente por la expansión de los gases debido a la combustión.

Como se ve en la figura 25 se grafica la fuerza generada contra el ángulo del cigüeñal para diferentes revoluciones. De esta se puede concluir que a medida que las revoluciones presentes en el motor aumenten esta fuerza ira disminuyendo progresivamente, también se puede evidenciar que en el momento que la mezcla entra en el proceso de combustión la fuerza aumenta súbitamente y se genera el pico mostrado.

Figura 25

Variación de la fuerza del gas en el punto óptimo para diferentes RPM

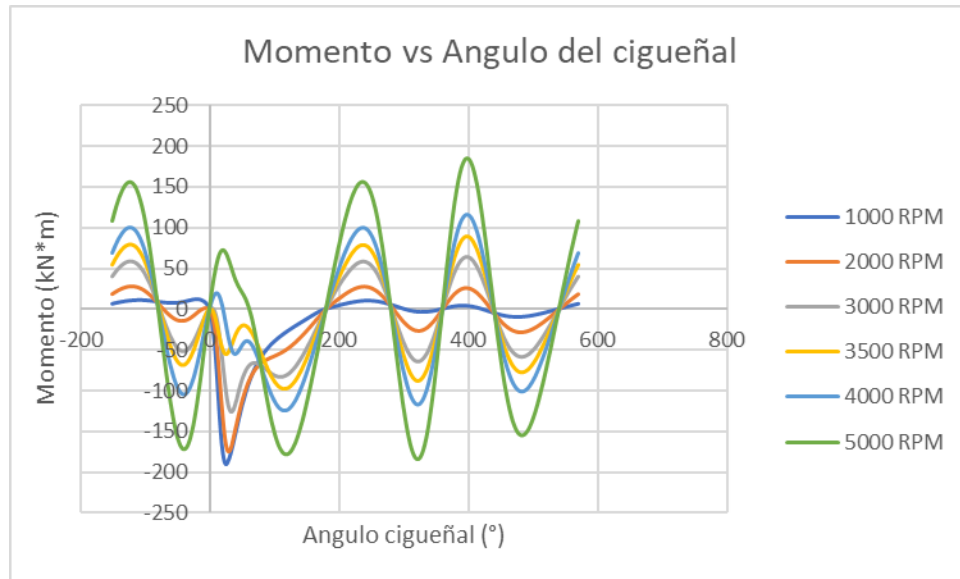


Para el caso de la figura 26, se evidencia la variación del momento respecto al ángulo del cigueñal para diferentes revoluciones. En este caso se puede ver que a mayor revolución mayor será el momento presente en el mecanismo, el comportamiento del momento del cigueñal no es homogéneo debido a que el momento máximo no necesariamente se presenta en el punto de presión máxima, esto es debido a que el comportamiento presentado sobre el mecanismo y este está en función de la inercia móvil.

Los resultados de la simulación del modelo dinámico para el punto óptimo y graficas con mejor resolución, están contenidos en el Apéndice F.

Figura 26

Variación del momento en el cigüeñal en el punto óptimo para diferentes RPM



7. Conclusiones

Respecto al cumplimiento de los objetivos se puede decir que el trabajo fue satisfactorio debido a que se logró implementar un modelo cero-dimensional que engloba el funcionamiento del motor. En el planteamiento de las diferentes variables de desempeño se pudieron modelar a través de la cinemática, termodinámica y dinámica, debido a que la potencia, el torque, la presión media intermedia y eficiencia volumétrica sirven para predecir el funcionamiento del motor.

Este modelo sirvió para mostrar que se puede utilizar etanol en la mezcla de combustible y seguir cumpliendo con el funcionamiento del motor. En este caso se toma como punto óptimo la mezcla de 80% n-octano y 20% etanol. Resaltando mezclas con mayor porcentaje de etanol estarán sujetas a la modificación de la construcción del motor.

Bajo nuestro criterio se necesitan más pruebas experimentales para descartar el modelo propuesto debido a que se necesita un control exhaustivo sobre el experimento y los datos que servirían para probar el modelo. Se recomienda la revisión y adición de más delimitaciones para la cinemática, termodinámica y dinámica.

Para finalizar se logró determinar y parametrizar el comportamiento de las diferentes mezclas en diferentes condiciones de aire y revoluciones. Esta metodología de regresión lineal a través de polinomios es útil para la evaluación de diferentes proyectos y experimentos que sean de esta índole, este es el resultado más importante para nosotros debido a que se puede crear un criterio de evaluación de combustibles sin la necesidad de hacer el modelo de nuevo. Con la recomendación de mejorarlo u aumentar las dimensiones de este.

8. Recomendaciones

- Se recomienda probar el modelo con resultados experimentales a través de un banco de experimentos para calcular un porcentaje de error que pueda ser usado como un criterio definitivo para descartar o modificar el mismo.
- Siguiendo con una aproximación cero dimensional del modelo termodinámico, se recomienda la implementación de equilibrio y cinética química en todo el proceso.
- Comprobar los polinomios de las regresiones lineales para las variables de desempeño según el tipo de mezcla, a través de pruebas experimentales.
- En el modelo cinemático y dinámico, se pueden hacer aproximaciones reales, como la geometría real de la biela y el cigüeñal. No modelarlos como barras.
- Estudio de métodos numéricos para el desarrollo y solución de problemas termodinámicos.

Referencias

- Abd Alla, G. (2002). Computer simulation of a four-stroke spark ignition engine. *Energy Conversion And Management*, 43(8), 1043-1061. doi: 10.1016/s0196-8904(01)00092-9
- Agarwal, A., Karare, H., & Dhar, A. (2014). Combustion, performance, emissions, and particulate characterization of a methanol–gasoline blend (gasohol) fuelled medium duty spark ignition transportation engine. *Fuel Processing Technology*, 121, 16-24. doi: 10.1016/j.fuproc.2013.12.014
- Asale, R. (2020). motor, motora | Diccionario de la lengua española. [online] «Diccionario de la lengua española» - Edición del Tricentenario. Available at: <https://dle.rae.es/motor> [Accessed 23 Feb. 2020].
- Asale, R. (2020). combustión | Diccionario de la lengua española. [online] «Diccionario de la lengua española» - Edición del Tricentenario. Available at: <https://dle.rae.es/combustión> [Accessed 23 Feb. 2020].
- Bayraktar, H. (2005). Experimental and theoretical investigation of using gasoline–ethanol blends in spark-ignition engines. *Renewable Energy*, 30(11), 1733-1747. doi: 10.1016/j.renene.2005.01.006
- Bergman, T. L., Lavine, A. S., Incropera, F. P., & DeWitt, D. P. (2016). *Fundamentals of Heat and Mass Transfer* (8.^a ed.). Wiley.
- Bielaczyc, P., Woodburn, J., Klimkiewicz, D., Pajdowski, P., & Szczotka, A. (2021). An examination of the effect of ethanol–gasoline blends' physicochemical properties on emissions from a light-duty spark ignition engine. Retrieved 30 April 2021
- Borman, G., & Nishiwaki, K. (1987). Internal-combustion engine heat transfer. *Progress In Energy And Combustion Science*, 13(1), 1-46. doi: 10.1016/0360-1285(87)90005-0

- Bosso, A. (2013). *BosAnálise cinemática, dinâmica e termodinâmica de um motor de combustão interna com pistão impulsionado por engrenagens* (Mestre em Engenharia Mecânica). Universidade Estadual de Campinas.
- Campbell, A. S. (1985). *Thermodynamic Analysis of Combustion Engines* (Revisado ed.). Van Haren Publishing.
- Cando Comino, J. (2013). *Investigation of knock limits of dual fuel engines* (Industrial Engineering Master's degree). Budapest University of Technology and Economics.
- Casale, M. (2019). *True Cycle Motor Simulator* (Versión 1) [Software para el cálculo de la termodinámica cero dimensional de un motor de combustión interna encendido por chispa 4 tiempos.]. Matlab. <https://la.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/73444-true-cycle-motor-simulator>.
- Cengel & Boles, M. A. (2014). *Thermodynamics: An Engineering Approach* (8th Revised ed.). McGraw-Hill Education.
- Datos banco mundial (2020). Consumo de energía procedente de combustibles fósiles (% del total) | Data. [online] Available at: https://datos.bancomundial.org/indicador/EG.USE.COMM.FO.ZS?end=2015&name_des c=false&start=1960&view=chart [Accessed 23 Feb. 2020].
- Eriksson, L., & Sivertsson, M. (2015). Computing Optimal Heat Release Rates in Combustion Engines. *SAE International Journal of Engines*, 8(3), 1069-1079. Retrieved April 30, 2021, from <http://www.jstor.org/stable/26278006>.
- Ferdinand, B. (2017a). *Mecanica Vectorial Para Ingenieros Dinamica* (11.^a ed.). McGraw-Hill.
- Ferdinand, B. (2017b). *Mecanica Vectorial Para Ingenieros Estatica* (11.^a ed.). McGraw-Hill.

- Fedebicombustibles.com. 2020. [online] Available at: <<https://www.fedebicombustibles.com/nota-web-id-1347.htm>> [Accessed 21 March 2020]. fedebicombustibles.com. 2020.
- Finagro.com.co. (2020). [online] Available at: https://www.finagro.com.co/sites/default/files/node/basic-page/files/ficha_cana_de_azucar_version_ii_1.pdf [Accessed 28 Feb. 2020].
- Gallo, Waldyr Luiz Ribeiro. Análise exergetica de motores a gasolina e a álcool. 1990. 258f. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Campinas, SP. Disponível em: <<http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/263437>>.
- Garrido, S. (2020). Bioetanol - Plantas de Biomasa. [online] Plantasdebiomasa.net. Available at: <http://www.plantasdebiomasa.net/bioetan.html> [Accessed 28 Feb. 2020].
- Glassman, I., & Yetter, R. A. (2008). *Combustion* (4th ed.). Academic Press.
- Gonzalez Juez, E. (2001). *Simulación Termodinámica Cero-Dimensional de un Motor de Combustión Interna Mono cilíndrico de Cuatro Tiempos de Encendido por Chispa Trabajando con Gasolina* (Ingeniería Mecánica). Escuela Superior Politécnica del Litoral.
- Hamburg, G. (2021). Conocimientos Básicos Motores de Combustión Interna. Retrieved 30 December 2020, from https://www.gunt.de/images/download/int_comb_engines_spanish.pdf
- Harker, N. (2009). *System design and performance comparison of blended gasoline/ethanol fuels insemi-direct and directinjected two-stroke engines* (Master of Science). University of Idaho.

- Heywood, J. (2018). *Internal Combustion Engine Fundamentals 2E* (2.^a ed.). McGraw-Hill Education.
- Hohenberg, G. (1979). Advanced Approaches for Heat Transfer Calculations. *SAE Technical Paper Series*. doi: 10.4271/790825
- Isermann, R. (2016). *Engine Modeling and Control: Modeling and Electronic Management of Internal Combustion Engines* (1.^a ed.). Springer.
- José, R., Marta, M. D., & De Antonio José, R. (2015). *motores de combustión interna*. UNED.
- Koç, M., Sekmen, Y., Topgül, T., & Yücesu, H. (2009). The effects of ethanol–unleaded gasoline blends on engine performance and exhaust emissions in a spark-ignition engine. *Renewable Energy*, 34(10), 2101-2106. doi: 10.1016/j.renene.2009.01.018
- Maradey Charris, J. F. (2002). *Termodinámica aplicada* (1.^a ed., Vol. 1). Ediciones UIS.
- Nakamura, S. (2000). *Analisis Numerico y Visual - Grafica Con MATLAB* (1.^a ed.). Pearson Publications Company.
- Nieves, A., & Domínguez, F. (2012). *Métodos numéricos aplicados a la ingeniería* (4.^a ed.). Grupo Editorial Patria.
- Olikara, C., & Borman, G. (1975). A Computer Program for Calculating Properties of Equilibrium Combustion Products with Some Applications to I.C. Engines. *SAE Technical Paper Series*. doi: 10.4271/750468
- Pulkrabek, W. (2004). *Engineering Fundamentals of the Internal Combustion Engine* (2 Sub ed.). Pearson.
- Rajput, R. K. (2011). *Engineering Thermodynamics* (3.^a ed.). Laxmi Publications pvt Ltd.

- Sarathy, S., Oswald, P., Hansen, N., & Kohse-Höinghaus, K. (2014). Alcohol combustion chemistry. *Progress In Energy And Combustion Science*, 44, 40-102. doi: 10.1016/j.pecs.2014.04.003
- Stanley, G. I. (2018). *Algebra lineal* (8.^a ed.). McGraw-Hill.
- Stone, R. (2012). *Introduction to Internal Combustion Engines* (4.^a ed.). Macmillan Publishers.
- Turns, S. R. (2011). *An Introduction to Combustion: Concepts and Applications* (3.^a ed.). McGraw-Hill Education.
- Villalba, S. (2012). *Análise de Virabrequins Automotivos Utilizando Modelos Analíticos e Flexíveis* (Mestre em Engenharia Mecânica). Universidade Estadual de Campinas.
- Zhuang, Y., & Hong, G. (2013). *Primary investigation to leveraging effect of using ethanol fuel on reducing gasoline fuel consumption*. *Fuel*, 105, 425-431. doi: 10.1016/j.fuel.2012.09.013