

Reconstrucción topográfica mediante microscopía por interferencia de luz blanca analizada  
en los espacios cromáticos

Juan David Sánchez Fontecha

Trabajo de investigación para optar por el título de  
Magíster en Física

Director:  
Jáder Enrique Guerrero Bermúdez  
Ph.D.

Codirector:  
Arturo Plata Gómez  
Ph.D.

Universidad Industrial de Santander  
Facultad de Ciencias  
Escuela de Física  
Bucaramanga  
2026

## Agradecimientos

Agradezco especialmente a mis directores, Jáder Enrique Guerrero Bermúdez y Arturo Plata Gómez, quienes, con su esfuerzo, dedicación y acompañamiento constante, me guiaron hasta la culminación de esta importante etapa académica. Asimismo, agradezco sus valiosas discusiones y reflexiones, las cuales contribuyeron de manera significativa a profundizar mi comprensión de la física.

A mis padres y a mi familia, por su apoyo incondicional a lo largo de este proceso.

Finalmente, expreso mi más sincero agradecimiento a la Universidad Industrial de Santander, por brindarme la oportunidad de realizar mis estudios de maestría y por ofrecer un entorno académico de excelencia que hizo posible el desarrollo de este trabajo.

# Contenido

<b>Introducción</b>	<b>8</b>
<b>1 Marco teórico</b>	<b>11</b>
1.1 Interferometría con luz blanca . . . . .	11
1.2 Objetivo de microscopio Mirau . . . . .	14
1.3 Teoría del color . . . . .	15
1.3.1 Sistema coordenado CIEXYZ . . . . .	18
1.3.2 Sistema CIELab . . . . .	21
1.3.3 Sistema CIELuv . . . . .	24
1.4 Contacto óptico en los espacios cromáticos CIE . . . . .	26
<b>2 Metodología de calibración</b>	<b>29</b>
2.1 Calibración axial . . . . .	29
2.2 Calibración cromática . . . . .	32
<b>3 Resultados</b>	<b>39</b>
3.1 Reconstrucción topográfica . . . . .	39
3.2 Incidencia de la matriz de transformación en la reconstrucción . . . . .	48
3.3 Saturación de la escena . . . . .	50
<b>4 Conclusiones</b>	<b>56</b>
<b>Referencias bibliográficas</b>	<b>60</b>

## Índice de figuras

Figura 1	<i>Patrón de interferencia.</i>	13
Figura 2	<i>Objetivo de microscopio tipo Mirau.</i>	14
Figura 3	<i>Diagrama cúbico del espacio RGB.</i>	16
Figura 4	<i>Diagrama cromático del sistema CIEXYZ.</i>	19
Figura 5	<i>Elipses de MacAdam.</i>	21
Figura 6	<i>Función de respuesta del ojo.</i>	23
Figura 7	<i>Espacio cromático CIELab.</i>	24
Figura 8	<i>Diagrama CIELuv.</i>	25
Figura 9	<i>Contacto óptico.</i>	26
Figura 10	<i>Contacto óptico CIELuv.</i>	27
Figura 11	<i>Curva de calibración.</i>	30
Figura 12	<i>Patrón de modulación.</i>	31
Figura 13	<i>Histograma.</i>	32
Figura 14	<i>Esquema representativo del experimento.</i>	33
Figura 15	<i>Calibración cromática.</i>	34
Figura 16	<i>Errores en CIELab.</i>	37
Figura 17	<i>Diferencias en los blancos.</i>	38
Figura 18	<i>Escena de interés.</i>	40
Figura 19	<i>Correlograma RGB.</i>	40
Figura 20	<i>Correlograma xyz.</i>	41
Figura 21	<i>Correlograma CIELab.</i>	41
Figura 22	<i>Correlograma CIELuv.</i>	42
Figura 23	<i>Área acumulada.</i>	43
Figura 24	<i>Área para el píxel de interés.</i>	44
Figura 25	<i>Área acumulada en el espacio CIELuv.</i>	44
Figura 26	<i>Reconstrucción topográfica.</i>	45
Figura 27	<i>Reconstrucción topográfica CIELab.</i>	45
Figura 28	<i>Reconstrucción topográfica en CIELuv.</i>	46
Figura 29	<i>Reconstrucción topográfica 3D.</i>	46
Figura 30	<i>Reconstrucción topográfica AFM.</i>	47
Figura 31	<i>Imágenes rango.</i>	48
Figura 32	<i>Imágenes rango y perfiles.</i>	49
Figura 33	<i>Imágenes rango y perfiles para <math>\beta_7</math>.</i>	50
Figura 34	<i>Saturación de la escena.</i>	51
Figura 35	<i>Correlograma CIELuv.</i>	51

Figura 36	<i>Reconstrucciones saturando la escena.</i>	52
Figura 37	<i>Imágenes rango.</i>	53
Figura 38	<i>Imágenes rango ruidosas.</i>	54
Figura 39	<i>Imágenes rango.</i>	54

## Resumen

**Título:** Reconstrucción topográfica mediante microscopía por interferencia de luz blanca analizada en los espacios cromáticos<sup>1</sup>

**Autor:** Juan David Sánchez Fontecha<sup>2</sup>

**Palabras clave:** Topografía, Espacio cromático, Interferencia, Microscopía, Función área.

**Descripción:** La interferometría de luz blanca ha sido ampliamente utilizada para la caracterización de superficies topográficas debido a la ventaja de ser una técnica sin contacto y alta resolución. Sin embargo, presenta limitaciones al momento de determinar el contacto óptico de las señales de interferencia. El objetivo del presente trabajo de investigación es desarrollar y comprobar un método para la detección de la franja de máxima correlación en el interferograma haciendo uso de los espacios cromáticos *CIEXYZ*, *CIELab* y *CIELuv*. Para ello se empleó un sistema de captura de imágenes mediante una cámara digital, generando franjas de interferencia a partir de un objetivo de microscopio tipo Mirau; mientras que el desplazamiento axial del sistema se efectuó con un actuador piezoeléctrico. Las imágenes capturadas se procesaron en *Matlab*, aplicando el modelo teórico desarrollado. Los resultados demuestran la posibilidad de reconstruir superficies topográficas empleando los espacios cromáticos mencionados, obteniendo superficies similares, respaldadas por altos coeficientes de correlación. Además, la técnica propuesta demuestra robustez frente a la saturación en los canales *RGB*, permitiendo la reconstrucción topográfica mientras reduce el ruido de la señal.

---

<sup>1</sup>Trabajo de Grado.

<sup>2</sup>Facultad de Ciencias, Escuela de Física. Director: Jáder Enrique Guerrero Bermúdez, Dr. Codirector: Arturo Plata Gómez.

## Abstract

**Title:** Topographic Reconstruction by White-Light Interference Microscopy Analyzed in Color Spaces.<sup>3</sup>

**Author:** Juan David Sánchez Fontecha<sup>4</sup>

**Keywords:** Topography, Color space, Interference, Microscopy, Area function.

**Description** White-light interferometry has been widely used for the characterization of topographic surfaces due to its advantages as a non-contact, high-resolution technique. However, it presents limitations when determining the optical contact of interference signals. The aim of this research is to develop and validate a method for detecting the fringe of maximum correlation in the interferogram by using the CIE  $XYZ$ , CIE  $Lab$ , and CIE  $Luv$  color spaces. To this end, an image acquisition system based on a digital camera was employed, generating interference fringes using a Mirau-type microscope objective, while axial displacement of the system was achieved by means of a piezoelectric actuator. The acquired images were processed in MATLAB, applying the developed theoretical model. The results demonstrate the feasibility of reconstructing topographic surfaces using the aforementioned color spaces, yielding similar surface profiles supported by high correlation coefficients. Furthermore, the proposed technique shows robustness against saturation in the  $RGB$  channels, enabling topographic reconstruction while reducing signal noise.

---

<sup>3</sup>Degree Work.

<sup>4</sup>Faculty of Sciences, School of Physics. Advisor: Dr. Jáder Enrique Guerrero Bermúdez. Co-advisor: Arturo Plata Gómez.

## Introducción

La perfilometría, o reconstrucción tridimensional de superficies, ha sido ampliamente estudiada por su facilidad de aplicación a una alta gama de muestras sólidas (Lehmann et al., 2023; Yang et al., 2020). El interés en estos estudios radica en la importancia de realizar control de calidad de todo tipo de superficies, como circuitos electrónicos, rugosidad en industria automotriz, inspección de películas delgadas, medición de microsensores o en industria textil, entre otros (Guo, Wu et al., 2016; Halter et al., 2010). Además, esta área de investigación ofrece una alta precisión y una ventaja respecto a métodos de medición mecánica debido a que utiliza luz monocromática o policromática, lo cual indica que es un método sin contacto ni destructivo, con precisión en el orden de los nanómetros Baryshev et al., 2013; Montgomery et al., 2017.

En el estudio de reconstrucción topográfica se destacan los avances propuestos por Takeda Takeda et al., 1982 en su aplicación de proyección de franjas y su correspondiente análisis por transformada de Fourier estándar; así mismo, es posible examinar el corrimiento de la fase de las franjas de interferencia (Jaeseung et al., 2024; Srinivasan et al., 1984), o interferometría heterodina Shi et al., 2022, que consiste en la incidencia de dos haces con frecuencias ligeramente distintas. En particular, en la reconstrucción a escala nanométrica, como la desarrollada mediante microscopía interferencial, se emplean técnicas basadas en luz blanca, debido a su alta resolución en altura, y sin ambigüedad de  $2\pi$  en la fase que sí tiene la luz monocromática. Con el fin de obtener información de altura y variaciones presentes en la superficie de la muestra, la mayoría de estrategias se basan en encontrar el contacto óptico en la medición, el cual consiste en hallar el máximo de la envolvente de la señal de interferencia, sin embargo, estos métodos son bastantes sensibles al ruido. En este sentido, un método alternativo para hallar el contacto óptico es tomar la información cromática de las franjas de interferencia (Im et al., 2022; Planidina et al., 2023; Upputuri et al., 2016; Zhu et al., 2017). Si bien esto ha mostrado mejoría en cuanto a ruido, el empleo de la teoría del color no ha sido investigada ampliamente en este contexto. Sería conveniente, por lo tanto, aplicar conocimientos de los espacios cromáticos en la toma y análisis de los datos interferométricos, y con esto investigar sus posibles beneficios.

En particular, el estudio de la envolvente del interferograma mediante transformada de Fourier, ha sido utilizado para su aplicación en superficies inclinadas o superficies esféricas. Esta propuesta es interesante puesto que ayuda a eliminar algunos errores que surgen

cuando el pico de la envolvente no coincide con el pico del interferograma Ghim y Davies, 2012. Así mismo, se ha propuesto un algoritmo de reconstrucción basado en el pico de las franjas de interferencia, en el cual se estudian puntos cercanos al máximo y su periodicidad, los resultados han mostrado mejoría con respecto a métodos como la transformada de Fourier estándar Zhu et al., 2020.

En la actualidad hay una amplia franja de técnicas de reconstrucción numérica de superficies con interferometría de luz blanca Im et al., 2022, recientes investigaciones como las realizadas por Upputuri Upputuri et al., 2014 en el que examinan escalones de tamaños considerablemente grandes ( $\approx 645 \text{ nm}$ ) y aplican estudio de color, descomponiendo los canales de R, G y B (rojo, verde y azul en inglés) obtenidos mediante una cámara CCD y extrayendo la fase del haz de referencia mediante transformada de Hilbert; debido a que la fase que se mide es la diferencia en distancia óptica ( $ns$  donde  $n$  es el índice de refracción y  $s$  es la diferencia de camino) que hay entre los dos haces del interferómetro, estará relacionada con la topografía de la muestra. Además, la aplicabilidad de esta técnica se extiende a la detección de películas delgadas, cuyos tamaños pueden estar en el orden de las decenas de nanómetros (Bandyopadhyay, 2015; Guo, Wu et al., 2016), en la que se aplica transformada de Fourier al interferograma con el fin de estudiar la fase y frecuencia. A su vez, se han propuesto mejoras respecto al uso de la transformada de Fourier, mediante el análisis de señales obtenidas con WLI y la aplicación del coeficiente de correlación de Pearson, con el objetivo de distinguir entre el ruido y los picos de interferencia de la señal Duan et al., 2025.

Por su parte, la teoría del color ha sido ampliamente utilizada y descrita en una gran variedad de modelos matemáticos distintos. Entre ellos destacan el CIEXYZ, desarrollado en 1931 y revisado en 1964 por la CIE, del francés *Commission Internationale de l'Eclairage* Jr. y Fairman, 1987, el cual está basado en asignar un valor numérico a los estímulos que percibe el ojo humano, relacionando los receptores con picos en las bandas cromáticas R, G y B con las coordenadas  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Más adelante, en 1971 se estableció un espacio cromático llamado CIELab, pensado para ajustar algunos elementos del sistema CIEXYZ, por ejemplo, facilitar el cálculo de errores en la percepción del color. En este sistema coordenado, “ $L$ ” representa la luminosidad, “ $a$ ” indica la respuesta verde-roja y “ $b$ ” la respuesta azul-amarilla L’clairage, 2007. Por supuesto, se encuentra también el sistema *RGB*, que soportan los sensores de las cámaras digitales CCD o CMOS. Por último, se destaca el espacio CIELuv, en el que “ $L$ ” tiene el mismo significado que en CIELab, que va desde negro, 0, hasta 100, blanco; “ $u$ ” indica la respuesta color entre verde-roja y “ $v$ ” indica la respuesta azul-amarilla L’clairage, 2023. Si bien los espacios CIELab y CIELuv parecen ser el mismo, tienen diferencias en los cálculos de sus coordenadas cromáticas “ $a$ ” y “ $b$ ” para CIELab y “ $u$ ” y “ $v$ ” para CIELuv (esto se explicará detalladamente en el marco teórico).

El espacio más utilizado en interferometría de luz blanca es el *RGB*, debido a que es la información que se obtiene a partir de las cámaras digitales. Además, se ha utilizado directamente los valores *RGB* con el fin de hallar la diferencia mínima entre la longitud de camino óptico de los haces, presentada como blanco en el interferograma Im et al., 2022,

técnica que se muestra bastante efectiva y sencilla de aplicar. Así mismo, se ha realizado el estudio de corrimiento de fase, método de longitud de onda equivalente y método de orden de franja aplicados a las imágenes RGB obtenidas en la experimentación con el fin de reconstruir topografías con bajo error Guo, Li et al., 2016.

El espacio CIE $XYZ$  ha sido empleado con el fin de encontrar el máximo del interferograma mediante el uso de una función área, que consta de calcular los valores  $XYZ$  para las imágenes mientras se realiza el escaneo con un piezoeléctrico, y posteriormente, utilizar el máximo (o el mínimo) para localizar el contacto óptico y de esta forma reconstruir la topografía Planidina et al., 2023. Aplicar la teoría de los espacios cromáticos ha demostrado ser una técnica favorable en cuanto a tiempo de computación y sencillez en los algoritmos de programación.

Por otro lado, y con el propósito de contrastar los procedimientos propuestos, debe mencionarse al Microscopio de Fuerza Atómica (AFM por sus siglas en inglés), el cual tiene dos metodologías de reconstrucción. La primera es mediante contacto mecánico, al hacer vibrar una punta de tamaño nanométrico, esta toca a la muestra, lo cual permite realizar reconstrucciones de alta precisión a escalas nanométricas. El segundo modo de operación consiste en medir interacciones electrostáticas o de Van Der Waals, mientras la punta oscila a una corta distancia de la superficie de la muestra sin establecer contacto físico con ella Jerez et al., 2011.

Cuando las empresas requieren medir y reconstruir topografías a escala microscópica con interferometría de luz blanca, se rigen por las normas *ISO* o (Normas Internacionales) de la Organización Internacional de Normalización. Son un conjunto de estándares técnicos creados con el fin de garantizar la calidad y seguridad de productos, servicios y sistemas. Específicamente, la norma *GSO ISO 25178-604* o conocida como Especificaciones Geométricas del Producto, define las *Características nominales de los instrumentos sin contacto (interferometría de barrido de coherencia)* Organización Internacional de Normalización, 2013. Dicha norma describe detalles en la instrumentación, como los sistemas coordinados a utilizar (eje  $z$  para la altura y plano  $xy$  para la resolución lateral); especifica el ruido del instrumento, repetibilidad de la topografía de la superficie; pendiente local máxima, que indica la mayor pendiente local que puede ser medida por el sistema. Además, explica qué son las superficies ópticamente rugosas, es decir, superficies que presentan luz difusa significativa, entre otros. Finalmente, como resultado de este trabajo se ha publicado el artículo titulado: Coherence scanning interferometry in cie color spaces Fontecha et al., 2025, del cual este documento revisa los fundamentos y proporciona detalles.

## Marco teórico

### 1.1. Interferometría con luz blanca

Para realizar interferencia de luz blanca en microscopía se utilizan dos haces de una misma fuente; el primero de referencia y el segundo el reflejado por la muestra. Esto se realiza de manera similar que la interferometría con luz monocromática, con la diferencia de que la luz policromática, o luz de banda ancha, tiene un grado de coherencia mucho menor; valor que generalmente está en el rango de los micrómetros, mientras que para luz monocromática como los láseres, su longitud de coherencia podrían superar los 100  $m$  (aunque existen fuentes láseres supercontinuo, entre otras, que podrían presentar longitudes de coherencia significativamente más cortas). Cuando las dos ondas interfieren, sus amplitudes complejas se suman, dando como resultado la amplitud del patrón de interferencia en cada punto, esto es Kothiyal y Upputuri, 2015

$$A = A_r + A_m, \quad (1.1)$$

donde  $A_r$  representa la amplitud del campo de referencia y  $A_m$  la amplitud reflejada por la muestra. Generalmente, las amplitudes se describen como funciones exponenciales  $A_r = a_r e^{i\varphi_r}$  y  $A_m = a_m e^{i\varphi_m}$ , donde  $a$  indica la amplitud de la onda, que está relacionada con la amplitud de los campos eléctrico o magnético, y  $\varphi$  con la fase de los haces reflejados y de referencia, la cual representa la posición ( $2\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ ) de las ondas en el trayecto óptico que recorren. La intensidad, que es el observable a medir, se escribe en términos de la amplitud como su norma al cuadrado,  $I = |A|^2$ , por lo tanto, la intensidad se escribe como

$$\begin{aligned} I &= (A_r + A_m)(A_r^* + A_m^*), \\ I &= A_r A_r^* + A_m A_m^* + A_r A_m^* + A_m A_r^*, \\ I &= I_r + I_m + 2\sqrt{I_r I_m} \cos(\varphi_m - \varphi_r), \end{aligned}$$

donde se ha tomado la intensidad del haz de referencia como  $I_r$  y el haz reflejado por la muestra como  $I_m$ . Por su parte, el término cosenoidal está relacionado con la interferencia de la señal. Es así como máximo del interferograma, comúnmente conocido como diferencia

cero de camino óptico (contacto óptico o pico de coherencia), ocurre cuando el microscopio está observando en el foco a la muestra. Esto se relaciona con la diferencia entre las distancias recorridas por el haz de referencia y el haz reflejado en la muestra debido a la relación entre la fase  $\varphi_r = 2k_r z_r$  y  $\varphi_m = 2k_m z_m$ . A su vez, se puede utilizar la función de coherencia de la fuente, o función de correlación entre la onda de referencia y la onda reflejada Born y Wolf, 2019

$$I = I_r + I_m + 2\sqrt{I_r I_m} \gamma_{11}^r(\tau), \quad (1.2)$$

considerando a  $\tau$  como el tiempo de retraso entre los dos haces, el cual está dado por  $\tau = 2z/c$  donde el 2 indica el camino de ida y vuelta del haz. A su vez, es posible modelar un haz de luz blanca como una densidad espectral de potencia Gaussiana, y el grado de coherencia de la fuente puede ser escrita por

$$\gamma_{11} = e^{-(\pi\tau\Delta\nu)^2} e^{-i2\pi\bar{\nu}\tau}, \quad (1.3)$$

donde  $\Delta\nu$  es el ancho espectral y  $\bar{\nu}$  es la frecuencia central. Esta consideración implica que la interferencia es importante para valores pequeños de  $\tau$ , es decir, cuando el retraso temporal tiende a cero; siendo esta una de las razones por la cual la interferencia sucede cerca del foco del microscopio. Tomando la primera exponencial de la función de coherencia temporal como  $e^{-(\pi\tau\Delta\nu)^2} = e^{-(2\pi z\Delta\nu/c)^2} = g(z)$  y tomando la parte real de la segunda exponencial en (1.3), la ecuación (1.2) se reescribe como

$$I = I_r + I_m + 2\sqrt{I_r I_m} g(z) \cos(\varphi(z)), \quad (1.4)$$

en la que el argumento de la identidad trigonométrica de Euler es tomado como  $\varphi(z) = 2\pi\bar{\nu}\tau$ . En la ecuación (1.4) se ha reescrito la forma de la señal de interferencia en forma espacial, donde  $\varphi(z)$  representa el desplazamiento de fase de los haces producido por la reflexión en la muestra. Aquí,  $z$  es la longitud de ida de uno de los brazos del interferómetro que compone al objetivo de microscopio, ya sea interferómetro de Linnik, Michelson o Mirau. Dado que la variable espacial  $z$  se relaciona con  $\tau$  mediante la ecuación  $\tau = 2z/c$ , el desplazamiento de fase, en términos de  $z$ , estará dado por  $\varphi(z) = 2\pi(2z)/\bar{\lambda}$ .

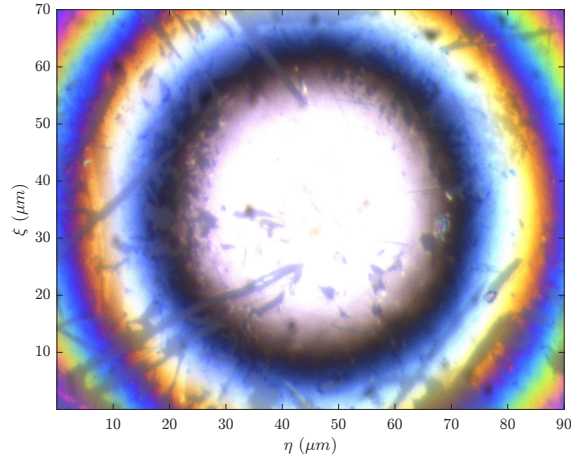
Ahora, es importante señalar que para la luz blanca, de corta coherencia espacial y temporal, no existen fuentes puntuales (una aproximación que podría realizarse a un láser), debido a esto, habrá variación en amplitud y fase en su camino óptico. Sin embargo, al analizar la intensidad de la fuente (un LED en el caso del presente estudio), se podría tener en cuenta varios aspectos estadísticos:

- Se debe establecer que al medir la intensidad media del conjunto o ensamble, esta es independiente del tiempo; y así mismo, sus demás momentos estadísticos. Esto es, que la intensidad de la fuente es aproximadamente estacionaria.

- Además, suponiendo que el LED está en equilibrio termodinámico, debe haber ergodicidad en la media, es decir, que la intensidad media del conjunto es igual al promedio de las intensidades de los elementos del conjunto. Esto implica ergodicidad en el proceso aleatorio que corresponde a la iluminación con la fuente. Esto es, por supuesto, una aproximación, en la que se considera que el LED no tiene fluctuaciones que afecten a las mediciones.

**Figura 1**

*Patrón de interferencia.*



*Nota.* Patrón de interferencia formado en una superficie esférica. Se puede observar franjas de alto contraste debido a la reflectividad de la muestra, la cual está cubierta por una película metálica de oro.

Por otro lado, dado que en el foco del objetivo Mirau, la diferencia de camino óptico para todas las longitudes de onda será cero, habrá una franja blanca que indica el máximo de interferencia, o interferencia constructiva, acompañada de una franja negra, o interferencia destructiva. Para puntos distantes al foco, habrá interferencia con diferentes caminos ópticos para cada longitud de onda que componga al espectro de la fuente, debido a esto habrá franjas con diferente contraste a medida que se aleja del foco del objetivo. Ahora, para objetos con simetría plana, las franjas serán líneas, mientras que para otras simetrías, por ejemplo esférica, el patrón de interferencia será circular, como lo muestra la figura 1. La visibilidad de las franjas se puede calcular con

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{2(I_r I_m)^{1/2}}{I_r + I_m}. \quad (1.5)$$

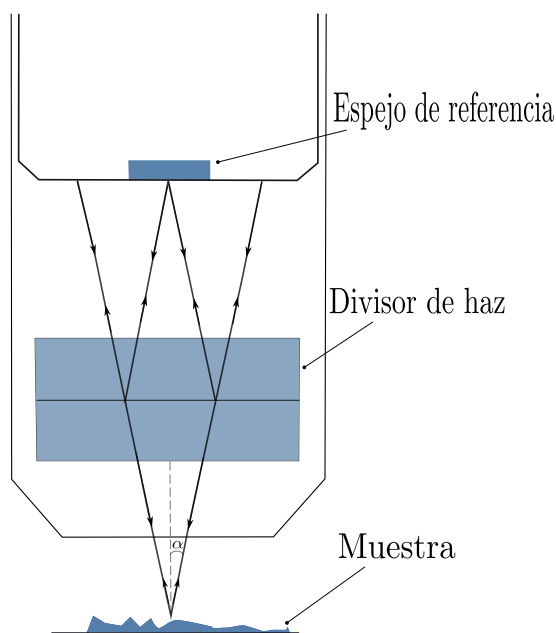
La intensidad máxima se puede calcular con el máximo en la ecuación (1.4), que será:  $I_{max} = I_r + I_m + 2\sqrt{I_r I_m}$ ; mientras que la intensidad mínima estará dada por la ecuación  $I_{min} = I_r + I_m - 2\sqrt{I_r I_m}$ . Esta visibilidad también es conocida como contraste de las franjas. Experimentalmente es posible obtener el contraste de las franjas por medio de una cámara digital, o con el uso de un espectrofotómetro.

## 1.2. Objetivo de microscopio Mirau

El objetivo de microscopio Mirau tiene la particularidad de contener dos elementos adicionales en comparación con los objetivos de microscopio comunes, un divisor de haz y un espejo. El objetivo funciona de tal manera que la luz procedente de la fuente incide en el divisor de haz, el 50 % de la luz incide en la muestra mientras que la restante se refleja en un espejo. Posteriormente, los dos haces se recombinan nuevamente en el divisor de haz, dando como imagen un patrón de interferencia con su máximo ubicado en el foco del objetivo. Un esquema se muestra en la figura 2.

**Figura 2**

*Objetivo de microscopio tipo Mirau.*



Dos características importantes del objetivo de microscopio son su apertura numérica y magnificación. La apertura numérica es una medida de la capacidad del objetivo para captar luz, y se calcula teniendo en cuenta el ángulo que forma el haz en el foco de la muestra, que formará un cono invertido como se ve en la figura 2. La apertura numérica o  $NA$  está dada por la ecuación  $NA = n \sin(\alpha)$ , donde  $n$  es el índice de refracción del medio entre la zona frontal del objetivo y la muestra, mientras que  $\alpha$  es la mitad del ángulo de apertura del objetivo. Por otro lado, una mayor  $NA$  hará que el objetivo aumente su resolución y la cantidad de luz que capta, sin embargo, esto puede dar lugar a aberraciones cromáticas o esférica, por lo que los fabricantes deben realizar esfuerzos en, a partir de sus lentes, disminuir dichas aberraciones.

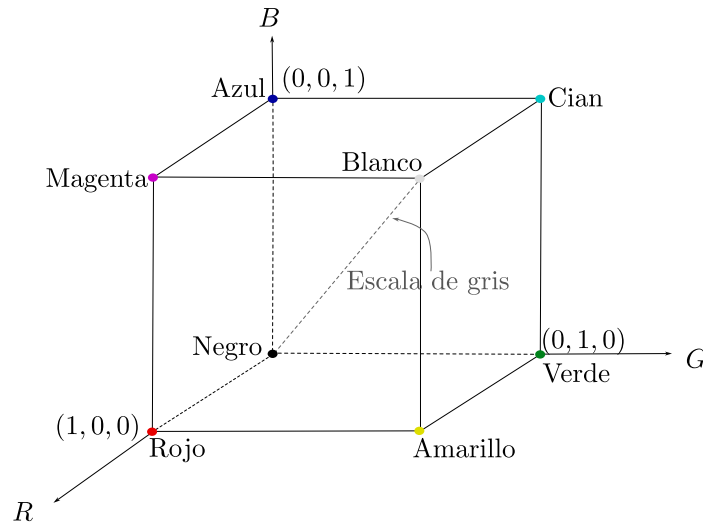
La apertura numérica también está relacionada con la magnificación, que se entiende

como el aumento en el tamaño de la imagen de cierta zona de la muestra, no obstante, habrá un rango máximo en el que se podrá aumentar el valor de magnificación del objetivo, el cual es llamado *rango de aumento útil* Nikon et al., s.f. Valores mayores a este rango no aumentarán la resolución del objetivo, lo que se traduce en una imagen de una zona más reducida pero con menor calidad de imagen. A su vez, la relación entre  $NA$  y magnificación no es lineal, y depende de la óptica interna del objetivo a usar.

La resolución es otra propiedad importante, por ejemplo, si se quiere una resolución tal que se visualicen claramente dos puntos de la muestra separados por una distancia  $r$ . Teniendo cierta  $NA$ , se puede calcular como  $r = 0,61\lambda/(NA)$ , en la que  $\lambda$  es la longitud de onda media de iluminación y 0,61 es un factor producido por la difracción. Esto muestra que la elección de la magnificación no es aleatoria sino que se elige a conveniencia de acuerdo a la resolución y  $NA$  que se esté usando, con el propósito de tener la mayor nitidez o resolución posible. Generalmente, en la superficie externa de los objetivos se detalla su  $NA$ , magnificación y distancia de trabajo. Esta última hace referencia a la distancia entre la parte frontal del objetivo y el punto donde genera el foco. Por otro lado, para la experimentación se disponen de objetivos tipo Mirau de la marca Nikon, cuyas magnificaciones son de 10X, 20X y 50X, con aperturas numéricas de 0,3, 0,4 y 0,55 respectivamente.

### 1.3. Teoría del color

Gracias a sus 3 tipos de fotorreceptores entre los conos, el ojo humano es capaz de observar mayoritariamente 3 colores, RGB, cada color asociado a un cono diferente. Debido a esta característica, la CIE ha asociado a cada uno de estos colores, RGB, una longitud de onda distinta Jr. y Fairman, 1987. Por ejemplo, para el rojo R=700 nm, el verde G=546,1 nm y el azul B=435,8 nm Gonzalez y Woods, 2008. Estos valores se dieron por la respuesta de un ojo estándar de una muestra poblacional significativa. Por otro lado, las cámaras digitales modernas tienen una alta precisión en la obtención de los colores RGB.

**Figura 3***Diagrama cúbico del espacio RGB.*

El sistema RGB se relaciona con un sistema cartesiano en forma cúbica, como se muestra en la figura 3. En este sistema, los colores RGB son los colores primarios y estarán representados por cada uno de los ejes coordenados. El origen será el negro, mientras que la escala de grises estará dada por una línea diagonal desde el origen hasta el punto  $(1, 1, 1)$ , y dicho punto representará el blanco. El RGB es conocido como el cubo unitario, esto indica, por supuesto, que el cubo está normalizado. Cualquier otro punto en la superficie del cubo o dentro del mismo, describirá un color, que se define con un vector que va desde el origen al punto en cuestión.

Por otro lado, un receptor de uso cotidiano son las cámaras digitales, las cuales cuentan con sensores que miden los valores RGB de un estímulo. Hay diferentes tipos de cámaras digitales con distintos sensores, por lo que no es de interés del presente trabajo de investigación explicar cada uno de ellos. Lo que sí es conveniente de explicar es cómo se pueden modelar, matemáticamente, los estímulos recibidos por las cámaras. Para esto, se considera un estímulo monocromático general  $[E_\lambda]$  emitido por una fuente lumínica, que se quiere producir y posteriormente sensar con una cámara digital. El estímulo  $[E_\lambda]$  considerado se puede ver como la contribución de los valores RGB arrojados por la cámara

$$[E_\lambda] = \bar{r}_\lambda[R] + \bar{g}_\lambda[G] + \bar{b}_\lambda[B], \quad (1.6)$$

donde  $[R]$ ,  $[G]$  o  $[B]$  representan el canal medido por la cámara, mientras que  $\bar{r}_\lambda$ ,  $\bar{g}_\lambda$  y  $\bar{b}_\lambda$  son los coeficientes necesarios para generar al estímulo  $[E_\lambda]$ . Ahora, si se requiere producir un estímulo policromático  $[E]$ , se debe utilizar diferentes coeficientes que dependerán de la longitud de onda

$$[E] = f_1[E_{\lambda_1}] + f_2[E_{\lambda_2}] + f_3[E_{\lambda_3}] + \dots, \quad (1.7)$$

donde  $f_1$  representa la potencia radiante de la fuente utilizada para generar el primer estímulo monocromático. Sustituyendo los valores de  $[E_\lambda]$  de la ecuación (1.6) en la ecuación (1.7) se llega a

$$[E] = (f_1\bar{r}_{\lambda_1} + f_2\bar{r}_{\lambda_2} + \dots)[R] + (f_1\bar{g}_{\lambda_1} + f_2\bar{g}_{\lambda_2} + \dots)[G] + (f_1\bar{b}_{\lambda_1} + f_2\bar{b}_{\lambda_2} + \dots)[B]. \quad (1.8)$$

Con la ecuación (1.8) es posible obtener los valores de los coeficientes por el que debe ser multiplicado el estímulo  $[R]$ ,  $[G]$  o  $[B]$  con el fin de producir el estímulo inicial  $[E]$

$$\begin{aligned} R &= \sum_{i=1}^n f_i\bar{r}_{\lambda_i}, \\ G &= \sum_{i=1}^n f_i\bar{g}_{\lambda_i}, \\ B &= \sum_{i=1}^n f_i\bar{b}_{\lambda_i}, \end{aligned} \quad (1.9)$$

donde la sumatoria se escribe para todas las longitudes de onda necesarias para generar el estímulo. Es posible considerar que la fuente cuenta con una potencia espectral  $P(\lambda)$  y, debido a que ninguna fuente es propiamente monocromática, tendrá un ancho espectral  $\Delta\lambda$ , de esta manera, las expresiones en (1.9) se reescriben

$$\begin{aligned} R &= \sum_{i=1}^n P(\lambda)\bar{r}_{\lambda_i}\Delta\lambda, \\ G &= \sum_{i=1}^n P(\lambda)\bar{g}_{\lambda_i}\Delta\lambda, \\ B &= \sum_{i=1}^n P(\lambda)\bar{b}_{\lambda_i}\Delta\lambda. \end{aligned} \quad (1.10)$$

La ecuación (1.10) permite estudiar los estímulos cromáticos de manera espectral, es decir, midiendo no solo con sensores de cámara digital sino también con espectrofotómetro, de esta manera es posible estudiar tanto fotometría, es decir, los colores percibidos por el ojo humano, como la colorimetría, la luz percibida por un espectrofotómetro. Adicionalmente, si en la ecuación (1.10),  $n \rightarrow \infty$  se reescribe

$$\begin{aligned}
R &= \int_0^{\infty} P(\lambda)\bar{r}(\lambda)d\lambda \\
G &= \int_0^{\infty} P(\lambda)\bar{g}(\lambda)d\lambda \\
B &= \int_0^{\infty} P(\lambda)\bar{b}(\lambda)d\lambda,
\end{aligned} \tag{1.11}$$

esta ecuación permite concluir que si se ilumina con una fuente de luz blanca de energía uniforme, cuya potencia espectral  $P(\lambda) = 1$ , los valores de R, G y B serán iguales. Estos resultados serán útiles más adelante al momento de calibrar cromáticamente el sistema.

### 1.3.1 Sistema coordenado CIEXYZ

Para trabajar en los espacios cromáticos como el CIEXYZ, es preciso realizar una conversión entre los valores de color arrojados por la cámara, RGB, a los valores triestímulos XYZ. Para esto, los físicos David Wright Wright, 1929 y John Guild Guild, 1931 investigaron diversos iluminantes y observadores con el fin de estudiar las funciones de coincidencia de color que posteriormente usaría la CIE para describir la transformación entre espacios RGB y XYZ

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,7689 & 1,7517 & 1,1302 \\ 1,0000 & 4,5907 & 0,0601 \\ 0,0000 & 0,0565 & 5,5943 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}. \tag{1.12}$$

Actualmente existen muchas matrices de transformación, cada una para un sistema RGB distinto, como el estándar, sRGB, Adobe RGB, entre otros. Una vez hallados los valores triestímulos XYZ con la ecuación (1.12), se puede trabajar en el espacio de color CIEXYZ. Para esto, se establece una conversión de los valores triestímulos a los coeficientes tricromáticos de la siguiente manera Gonzalez y Woods, 2008

$$x = \frac{X}{X + Y + Z}, \tag{1.13}$$

$$y = \frac{Y}{X + Y + Z}, \tag{1.14}$$

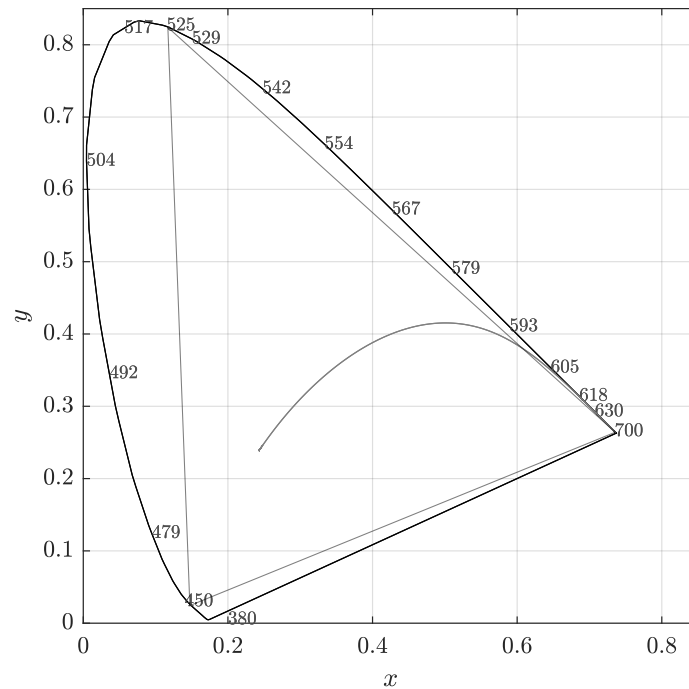
$$z = \frac{Z}{X + Y + Z}. \tag{1.15}$$

Con el fin de obtener los valores independientemente de su luminancia, que es la cantidad de luz percibida, se normalizó el sistema a la unidad, por lo que este conjunto de ecuaciones (1.13) - (1.15) van acompañadas de  $x + y + z = 1$ . De este modo se puede obtener una de las tres coordenadas cromáticas en función de las otros dos, por ejemplo, para la coordenada  $z$  se tiene  $z = 1 - (x + y)$ . Con esto, es posible representar el sistema CIEXYZ

en un plano cromático  $xy$  como lo muestra la figura 4.

**Figura 4**

*Diagrama cromático del sistema CIEXYZ.*



En la figura 4 se representa el llamado diagrama de cromaticidad (conocido también como diagrama de suela o lengua por su forma). En primer lugar, están representados todos los colores de longitud de onda desde el violeta a  $380\text{ nm}$  hasta el rojo en  $780\text{ nm}$ . La curva en el borde del diagrama representa colores puros, o monocromáticos (conocido como locus espectral), mientras que cualquier otro punto representa una mezcla de colores del espectro electromagnético visible. La línea curva que se traza desde el locus espectral hasta un punto en el diagrama es conocida como locus de Planck, en el final del locus planckeano existe un punto llamado de igual energía, o punto blanco; este punto indica que cada una de las longitudes de onda que componen el espectro visible tienen la misma densidad espectral de energía. Lo cual significa que cada longitud de onda contribuye en la misma cantidad en este punto. A medida que se aleja del punto de igual energía, las contribuciones de los colores cambia, por lo que se podrá observar colores más saturados; mientras que la saturación del punto de igual energía tiene un valor de cero.

Una observación interesante se da al establecer 3 puntos distintos en el diagrama de cromaticidad. Al unir dichos puntos, se forma un triángulo y cualquier punto que esté dentro del triángulo o en sus lados, será un color posible de formar con distintas contribuciones de los 3 puntos elegidos. Dicho triángulo se le conoce con el nombre de gamut. Esto genera una importante conclusión, que indica que no es posible obtener todos los colores utilizando los

3 colores primarios, RGB Kwak et al., 2005.

Sin embargo, también es posible obtener los valores triestímulos XYZ utilizando las componentes espectrales de un estímulo dado

$$\begin{aligned}
 X &= k \int P(\lambda)R(\lambda)\bar{x}(\lambda)d\lambda \\
 Y &= k \int P(\lambda)R(\lambda)\bar{y}(\lambda)d\lambda \\
 Z &= k \int P(\lambda)R(\lambda)\bar{z}(\lambda)d\lambda \\
 k &= 100 / \int P(\lambda)\bar{y}(\lambda)d\lambda
 \end{aligned}
 \tag{1.16}$$

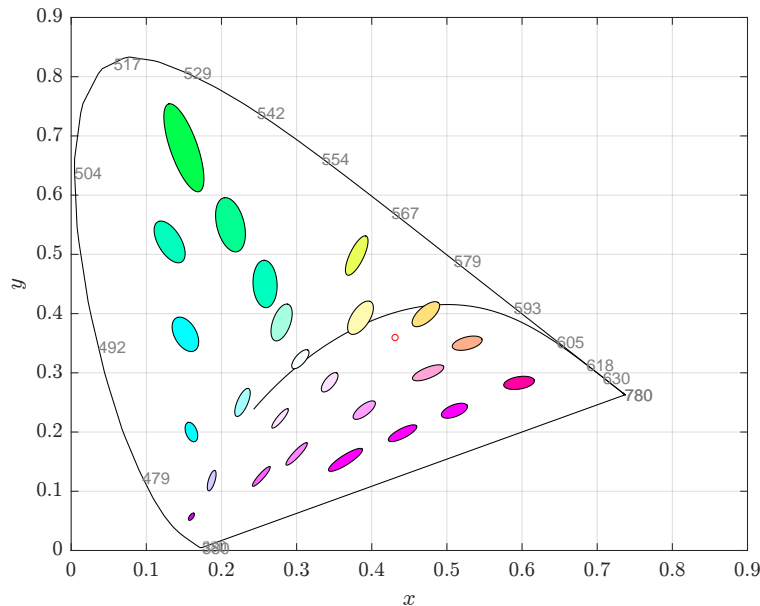
donde  $R(\lambda)$  es la reflectividad del objeto a estudiar y  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  y  $\bar{z}$  son las funciones de igualación de color, que dependen del observador estándar de 1931 o 1964.

El diagrama de cromaticidad puede cambiar dependiendo del observador que se utilice. En 1931 se establecía el primer observador, el cual contaba con un campo de visión de alrededor de  $2^\circ$ , abertura utilizada para detallar objetos pequeños; mientras que en 1964 se utilizaría un observador con apertura de  $10^\circ$ . A partir del análisis de los datos, la CIE llegó a la conclusión de que el observador de 1964 notaba ligeras diferencias en la forma de la curva espectral, debido a que el campo de visión más amplio permite percibir una mayor cantidad de color.

### *No uniformidad del sistema CIEXYZ*

En 1942, el físico David MacAdam MacAdam, 1942 estudiaba la diferencia de color percibidas por el ojo humano. MacAdam encontró que pequeñas variaciones en el diagrama cromático CIEXYZ no producían el mismo cambio en el color percibido por el ojo; por lo que estudiando los desplazamientos mínimos que son capturados por los sensores del ojo, desde un estímulo del diagrama, encontró que se formaban elipses, las cuales llevan su nombre y se muestran en la figura 5. Las elipses de MacAdam indican la incertidumbre en la detección de un determinado estímulo. Es notable que el ojo humano, estándar, es muy sensible a los cambios de lo que llaman ‘color azul’ y muy tolerante en los ‘verdes’.

**Figura 5**  
*Elipses de MacAdam.*



*Nota.* Diferencias de color percibidas por el ojo humano. Las elipses de MacAdam se muestran 10 veces más grandes.

En el año 1971 MacAdam, 1971 MacAdam propuso un sistema cromático más homogéneo en el que las elipses eran muy cercanas a los círculos, sin embargo, este sistema fue descartado debido a su falta de linealidad, y a la no definición del punto blanco en el diagrama. Otros diagramas cromáticos con mejor homogeneidad han sido propuestos, siendo el más aceptado el sistema *CIE $Luv$*  del cual se hablará en detalle más adelante.

### 1.3.2 Sistema *CIE $Lab$*

Para el desarrollo del sistema *CIE $Lab$*  se propuso un espacio tridimensional que representara de manera uniforme los estímulos cromáticos L'ecclarage, 2007. Este sistema se representa en coordenadas cartesianas, en las que  $a$  y  $b$  conforman los ejes del plano cromático (ver figura 7), donde  $a$  varía desde el verde, siendo el eje negativo, hasta el rojo, siendo el eje positivo. Por otro lado,  $b$  varía desde el eje negativo, siendo este el estímulo azul, hasta el eje positivo, representando el color amarillo; mientras que  $L$  es la luminosidad y varía de 0 (negro) hasta 100 (blanco) Schanda, 2007.

Con el fin de describir matemáticamente en espacio *CIE $Lab$* , se toman los valores triestímulos  $XYZ$  del sistema *CIE $XYZ$*  y se normalizan de acuerdo a un estimulante, o fuente (generalmente la luz del día). Sin embargo, hay muchos otros iluminantes caracterizados por la CIE, por ejemplo, el *iluminante A*, que simula una bombilla de Tungsteno a una temperatura de 2856 [K] aproximadamente. Los valores de triestímulos se normalizan con

$$\frac{X}{X_n}, \frac{Y}{Y_n}, \frac{Z}{Z_n}, \quad (1.17)$$

donde los valores de  $X_n$ ,  $Y_n$  y  $Z_n$  dependen del valor máximo de la reflectancia bajo el iluminante, conocido también como *difusor reflectante perfecto*. Así, la ecuación para el valor de luminancia  $L$  está dada por

$$L = 116f\left(\frac{Y}{Y_n}\right) - 16. \quad (1.18)$$

Mientras que la coordenada cartesiana  $a$  se escribe mediante

$$a = 500 \left[ f\left(\frac{X}{X_n}\right) - f\left(\frac{Y}{Y_n}\right) \right]. \quad (1.19)$$

Finalmente, para el eje coordenado  $b$

$$b = 200 \left[ f\left(\frac{Y}{Y_n}\right) - f\left(\frac{Z}{Z_n}\right) \right], \quad (1.20)$$

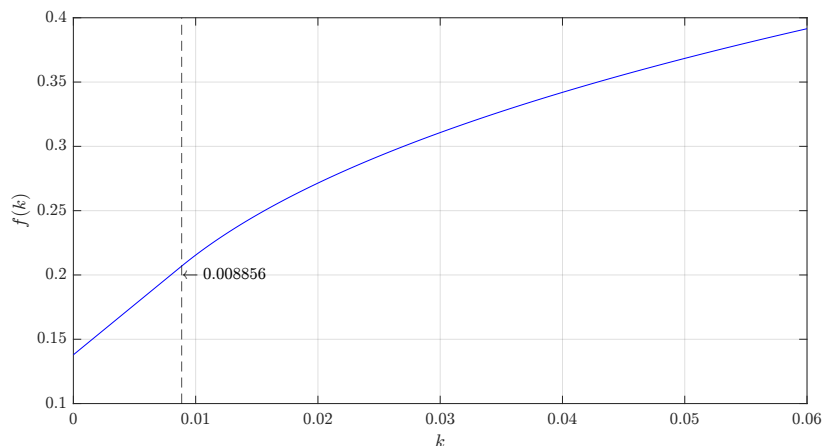
en el que las funciones  $f(X/X_n)$ ,  $f(Y/Y_n)$  y  $f(Z/Z_n)$  se escriben mediante una función a trozos

$$f\left(\frac{K}{K_n}\right) = \begin{cases} \left(\frac{K}{K_n}\right)^{\frac{1}{3}}, & \text{si } \frac{K}{K_n} > \left(\frac{24}{116}\right)^3, \\ \frac{841}{108} \left(\frac{K}{K_n}\right) + \frac{16}{116}, & \text{si } \frac{K}{K_n} \leq \left(\frac{24}{116}\right)^3. \end{cases} \quad (1.21)$$

En la ecuación 1.21,  $K$  toma los valores para  $X$ ,  $Y$ , y  $Z$ . Estas condiciones fueron establecidas por la CIE en 1976 para colores oscuros, que se da cuando la luminancia  $L$  está en valores cercanos a cero. Wyszecki Wyszecki, 1963 encontró que la función de eficiencia luminosa (que describe cómo el ojo humano percibe la intensidad luminosa de las diferentes longitudes de onda) puede ser aproximada como una función de la raíz cúbica del valor triestímulo  $Y$  ( $Y^{1/3}$ ), como se muestra en la figura 6. Debido a esto, se establece por convenio que el cociente  $Y/Y_n$  es la luminancia relativa normalizada, esto quiere decir que para un valor de  $Y/Y_n = 1$ , la ecuación 1.18 queda descrita como

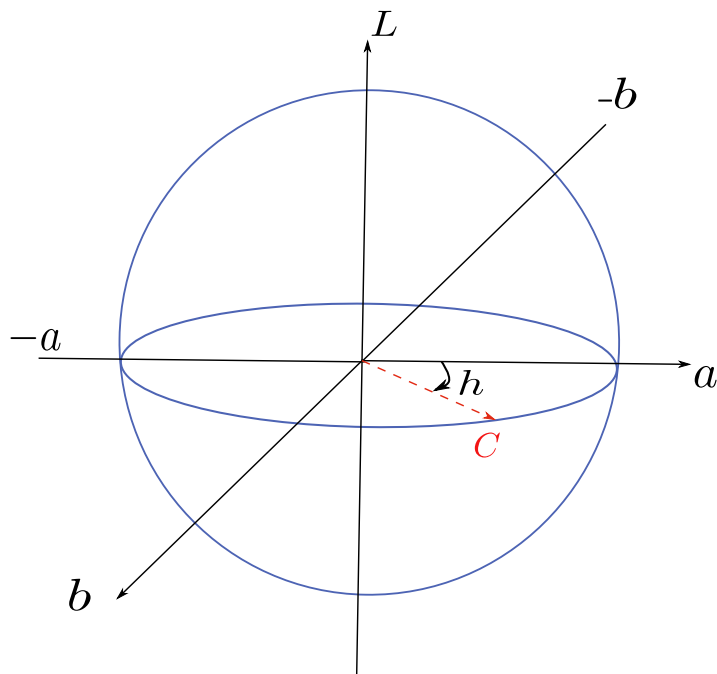
$$L = 116(1^{1/3}) - 16 = 100,$$

que corresponde a la luminancia máxima del blanco de referencia.

**Figura 6***Función de respuesta del ojo.*

*Nota.* Se grafica la función (1.21) en la que se aprecia su zona lineal entre 0 y 0,008856, mientras que para valores mayores hay un comportamiento de raíz cúbica.

En la figura 7 es posible observar el ángulo que describe el tono, mientras que el radio indica el croma. En la mayoría de fuentes esta representación es esférica, sin embargo, también se puede graficar de forma cilíndrica Schanda, 2007. Esta distinción se da dependiendo de qué características del color se quiere resaltar; si se elige la representación cilíndrica, se resaltarán el tono y croma, mientras que con la representación esférica se resaltarán la percepción del color.

**Figura 7**
*Espacio cromático CIELab*


*Nota.* Esfera representativa del espacio cromático CIELab.

Por último, la diferencia de color entre dos estímulos en este sistema coordenado está dado por

$$\Delta E_{ab} = \sqrt{(\Delta L)^2 + (\Delta a)^2 + (\Delta b)^2}. \quad (1.22)$$

En la práctica,  $\Delta E_{ab}$ , indica la diferencia perceptual entre dos colores. Si bien no existe una escala absoluta, en la industria se considera una diferencia imperceptible por el ojo humano un  $\Delta E_{ab} < 1$ , para valores  $1 < \Delta E_{ab} < 2$  apenas perceptible y  $2 < \Delta E_{ab} < 5$  una diferencia perceptible ASTM International, 2023.

### 1.3.3 Sistema CIELuv

Este sistema cromático es útil cuando se quiere comparar colores con mayor precisión, por lo que las elipses de MacAdam, mostradas en la figura 5, tendrán menor excentricidad. Para definir este espacio se utiliza la misma coordenada de luminosidad  $L$ , descrita en la ecuación (1.18) del apartado de CIELab. Esto debido a que la luminancia se asemeja considerablemente con la función de respuesta del ojo humano. Se definen también dos nuevas coordenadas,  $u'$  y  $v'$ , conocidas como coordenadas de cromaticidad normalizadas, estas se calculan mediante

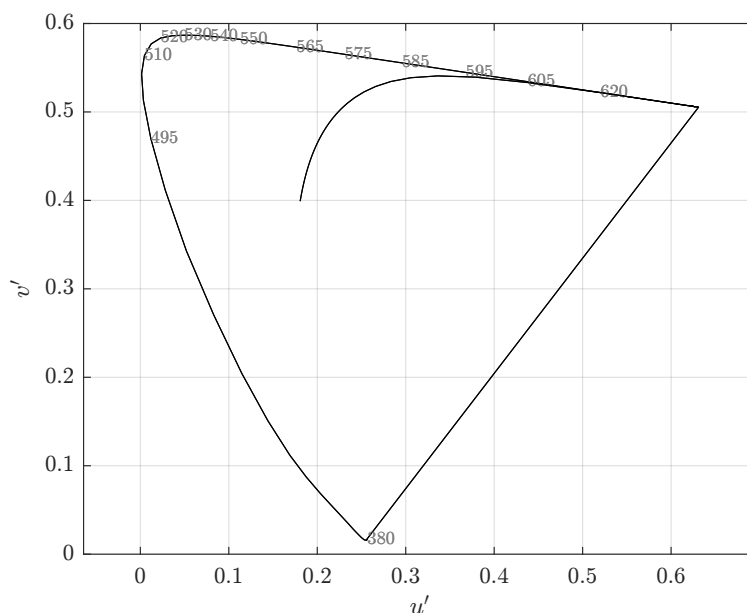
$$u' = \frac{4X}{X + 15Y + 3Z}, \quad (1.23)$$

$$v' = \frac{9Y}{X + 15Y + 3Z}, \quad (1.24)$$

en la que,  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  son los valores triestímulos definidos por el sistema CIEXYZ. Las coordenadas  $u'$  y  $v'$  indican la tonalidad y la saturación, sin tener en cuenta la luminancia. El sistema cromático CIELuv muestra una importante propiedad que no tuvo en cuenta MacAdam y está relacionada con la linealidad del sistema, es decir, una línea recta en el sistema CIEXYZ también representa una línea recta en este espacio cromático. Las coordenadas descritas anteriormente generan el diagrama mostrado en la figura 8

**Figura 8**

*Diagrama CIELuv*



*Nota.* Diagrama del espacio cromático CIELuv, obtenido a partir de una transformación del espacio CIEXYZ.

También se puede hacer uso de dos coordenadas cromáticas que están relacionadas con la luminancia del estímulo, llamadas componentes cromáticas,  $u^*$  y  $v^*$ , las cuales dependen también de las coordenadas de cromaticidad

$$u^* = 13L(u' - u'_n), \quad (1.25)$$

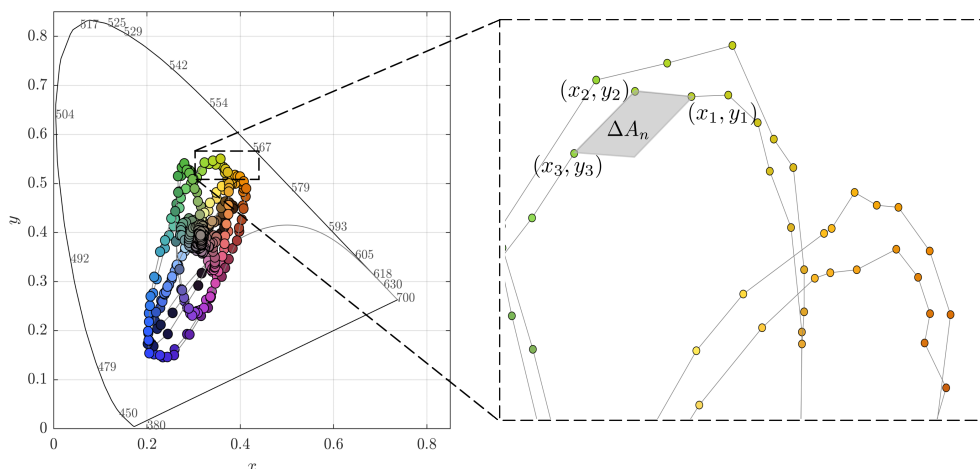
$$v^* = 13L(v' - v'_n), \quad (1.26)$$

los valores de  $u'_n$  y  $v'_n$  son las coordenadas de cromaticidad del blanco de referencia. Este blanco se define como un blanco ideal o estándar, también conocido como *punto neutro* y cambia dependiendo del iluminante o fuente, es decir, similar a los valores  $X_n$ ,  $Y_n$  y  $Z_n$  definidos en la ecuación (1.17). Esto indica que bajo cierta fuente, el color blanco tendrá ciertas coordenadas específicas  $u'_n$  y  $v'_n$ . Estas son calculadas mediante las ecuaciones 1.23 y 1.24, con la diferencia de que solo se calcularán las coordenadas específicas del blanco de referencia.

## 1.4. Contacto óptico en los espacios cromáticos CIE

Para determinar el contacto óptico en los espacios cromáticos  $CIEXYZ$ ,  $CIELab$  y  $CIELuv$  es primordial seguir la trayectoria de un píxel sobre las imágenes obtenidas a partir de un barrido axial y estudiar su comportamiento.

**Figura 9**  
*Contacto óptico.*



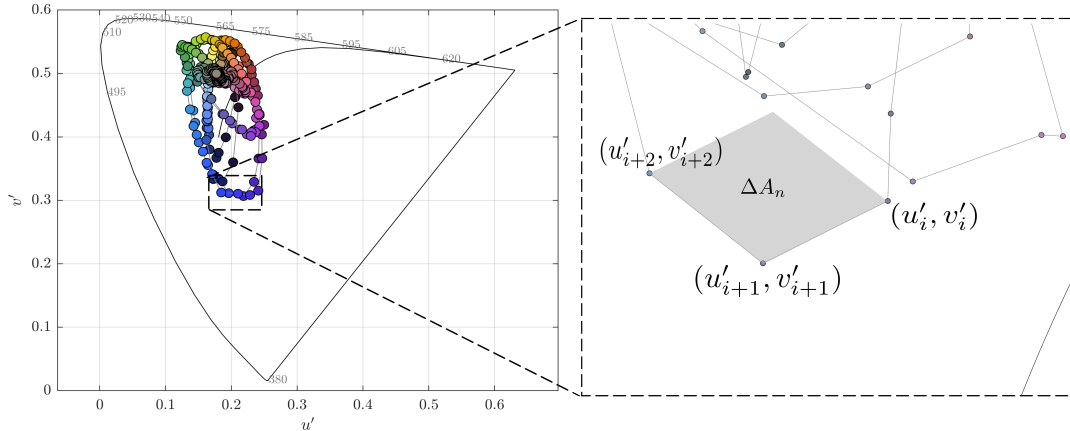
*Nota.* A la izquierda, cada punto sobre el espacio  $CIEXYZ$  corresponde a los estímulos generados por un único píxel durante el barrido axial. A la derecha, se toman 3 estímulos consecutivos y mediante la regla del paralelogramo se halla el área, utilizada para localizar el contacto óptico.

En las figuras 9 y 10 se muestra un ejemplo del comportamiento de los estímulos de color de un único píxel en los espacios cromáticos  $CIEXYZ$  y  $CIELuv$  respectivamente. Graficando las coordenadas y analizando su comportamiento, se encontró que cuando el estímulo se aproxima al contacto óptico (franja blanca del interferograma) realiza una espiral que converge hacia el contacto óptico, y a medida que se aleja de este, realiza una espiral divergente. El cambio en la orientación se estudia en matemáticas como *orientación de la curva* y es lo que se emplea para hallar la posición, sin ambigüedades, del contacto óptico.

Este análisis también aplica en el espacio *CIELab*.

**Figura 10**

*Contacto óptico CIELuv.*



*Nota.* En la izquierda se muestra estímulos de un barrido axial en el diagrama *CIELuv*, que presentan un comportamiento en espiral. A la derecha se analiza un elemento  $\Delta A_n$  para las coordenadas  $u'_i$  y  $v'_i$  a partir de la ecuación (1.27).

A medida que se halla el valor del par de coordenadas  $(x, y)$ ,  $(a, b)$  o  $(u', v')$  del píxel, se toman estímulos de tres imágenes consecutivas, de manera que se forma un vector entre el primer y segundo estímulo, y otro vector entre el segundo y el tercer estímulo. De este modo se utiliza la regla del paralelogramo y se halla el área  $A$ , como se muestra en las figuras 9, 10. Debido a que se forma una espiral cerrada dextrógira, el área de dicho paralelogramo será negativa. A medida que el punto se acerca al contacto óptico, realiza desplazamientos cada vez más grandes en el diagrama (a causa de la diferencia cromática que hay en el patrón de interferencia), por lo que el área será cada vez más grande en la zona en particular. Una vez el píxel se encuentre en la franja de la diferencia mínima de camino óptico, comenzará a formar una espiral abierta en sentido levógiro, en cuyo caso el área será cada vez más pequeña y positiva. A partir de las coordenadas del plano cromático, para cada elemento de área  $n$ , se puede expresar la función área como Planidina et al., 2023

$$\Delta A_n = (\alpha_i - \alpha_{i+1})(\beta_{i+2} - \beta_{i+1}) - (\beta_i - \beta_{i+1})(\alpha_{i+2} - \alpha_{i+1}), \quad (1.27)$$

donde  $(\alpha, \beta)$  corresponde a los pares de coordenadas  $(x, y)$ ,  $(a, b)$  y  $(u', v')$  de los espacios cromáticos *CIEXYZ*, *CIELab* y *CIELuv*, respectivamente. Sumando todas las contribuciones al área de los estímulos se encuentra la función área

$$A(n) = \sum_{j=0}^n \Delta A_j. \quad (1.28)$$

La función área de la ecuación (1.28) exhibe un extremo en la franja de máxima coherencia, lo que permite determinar sin ambigüedades, el contacto óptico. El extremo estudiado en el contacto óptico es un mínimo, sin embargo, un barrido en sentido inverso resultará en un máximo.

## Metodología de calibración

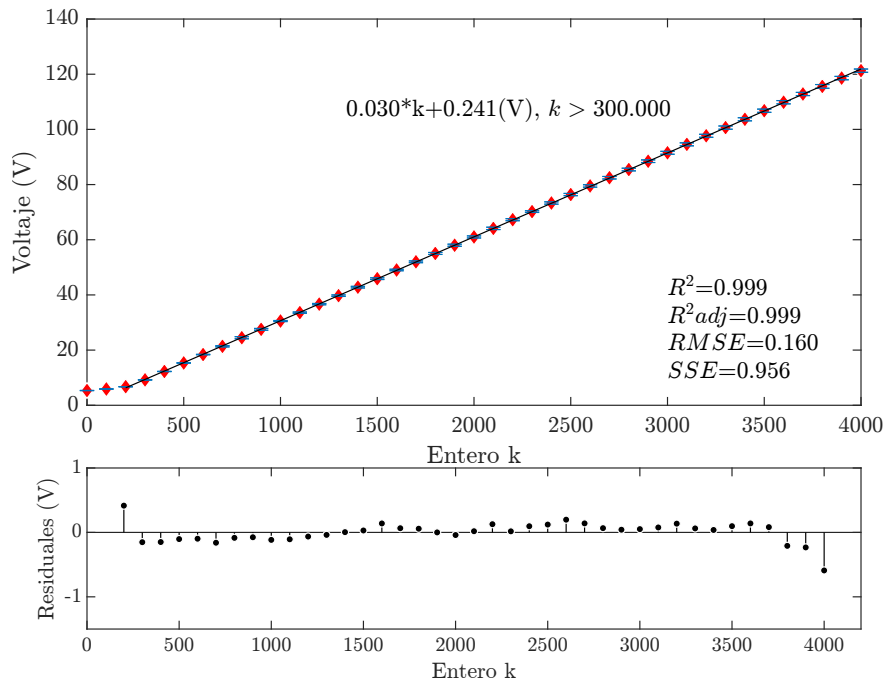
Los elementos utilizados en la experimentación deben ser calibrados con el objetivo de minimizar su error y garantizar la precisión. En este capítulo se presenta la calibración del piezoeléctrico y del espectrofotómetro para conocer los rangos de movimiento en el barrido axial. Además, se presenta la calibración cromática de la cámara digital mediante estímulos conocidos haciendo uso de la fibra óptica y el espectrofotómetro.

### 2.1. Calibración axial

Con el fin de conocer las limitaciones del barrido axial del sistema se calibró el piezoeléctrico (PZO) y el sistema de desplazamiento axial. Se generaron desplazamientos axiales en el PZO aplicando una secuencia de voltajes, en pasos uniformes, mediante un circuito amplificador, controlado desde Arduino Uno y una interfaz programada en Matlab. Los pasos uniformes se tomaron desde la posición más baja del PZO hasta su posición más alta al tiempo que se medía el voltaje mediante un multímetro. Los resultados se muestran en la figura 11.

En la gráfica mostrada, la curva de calibración toma dos valores distintos de pendiente; el primero en la región entre  $k = 0$  y  $k = 200$  (siendo  $k$  el número de pasos dados por el PZO). Mientras que la zona entre  $k = 200$  y  $k = 4000$  se presenta un comportamiento lineal con un coeficiente de determinación  $R^2 = 0,999$ , esto indica que es la zona con un comportamiento lineal del PZO. También se verifica la linealidad, o el bajo error en los datos con el indicador  $RMSE$  o error cuadrático medio, donde se evidencia que un valor pequeño corresponde a que los datos se aproximan correctamente a la línea recta.

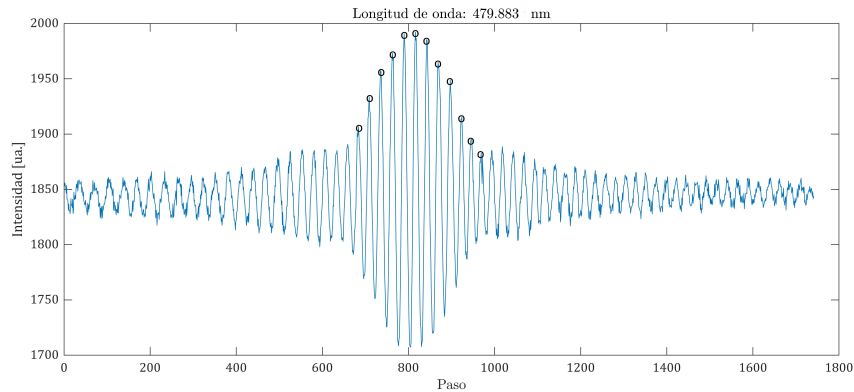
**Figura 11**  
Curva de calibración.



*Nota.* Curva de calibración del sistema de desplazamiento axial.

Dado que en la experimentación se requiere que el PZO recorra una cantidad uniforme de nanómetros en cada paso (o variación del entero  $k$ ) con los resultados obtenidos en la calibración se tomó la decisión de operar en el rango lineal desde  $k = 300$  hasta  $k = 2048$ . Sin embargo, se requiere conocer cuántos nanómetros recorre el PZO cada vez que aumenta un paso. Para esto, simultáneamente se registró un espectro de reflectancia para cada desplazamiento (haciendo uso de un espejo), utilizando el espectrofotómetro acoplado al microscopio mediante una fibra óptica. La señal detectada por el espectrofotómetro, en el rango espectral de 450-750  $nm$ , y resolución de  $0,21 \pm 0,001nm$ , es la radiación procedente del campo de visión de un objetivo Mirau 50X. De esta manera, para cada longitud de onda se obtiene un correlograma, cuya separación entre picos responde a  $\lambda/2$ , lo que permite determinar la resolución del PZO.

Posterior a la recolección de los datos, se creó un código en Matlab para realizar el respectivo tratamiento. La figura 12, muestra un correlograma con 1746 puntos de muestreo, correspondiente a un barrido axial para longitud de onda 479,883  $nm$ . El resultado esperado al graficar los datos es una modulación o correlograma para cada longitud de onda debido al patrón de interferencia de luz blanca. De esta manera se halla los máximos en cada correlograma.

**Figura 12***Patrón de modulación.*

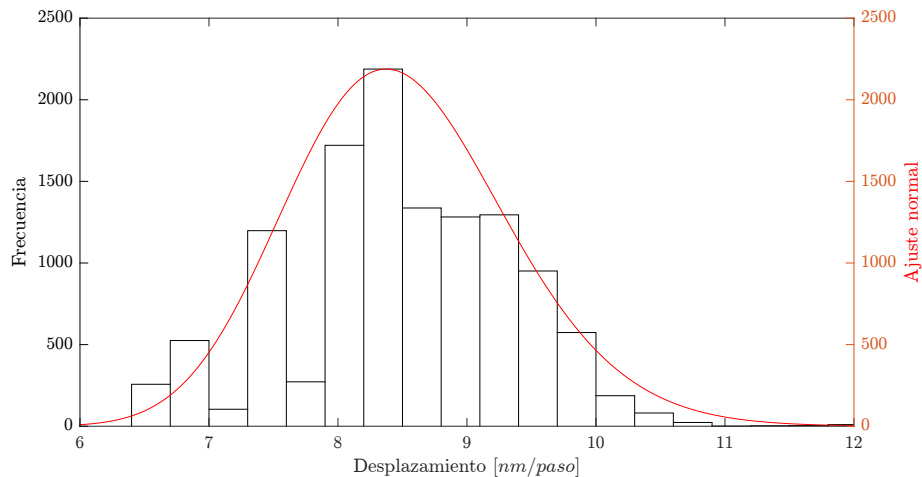
*Nota.* Se aprecia la modulación en longitud de onda  $479,883 \text{ nm}$  del patrón de interferencia. El eje horizontal corresponde a cada uno de los datos obtenidos, mientras que en el eje vertical se grafican las intensidades para la misma longitud de onda.

Una vez hallados los máximos, se calcula el número de pasos del PZO entre máximos, luego se divide la longitud de onda media a la que corresponde el espectro entre la cantidad de pasos que hay en los dos picos sucesivos y como resultado se obtendrá la distancia que habrá entre los pasos del PZO en nanómetros. Como ejemplo, en la figura 12 el máximo se encuentra en el espectro (o paso) número 818, mientras que el máximo anterior se encuentra en el paso 790, resultando así en una distancia de  $818 - 790 = 28$  pasos, y dividiendo la longitud de onda a la mitad,  $479,88/2 = 239,94[\text{nm}]$ , se llega a

$$\frac{239,94}{28} = 8,57 \left[ \frac{\text{nm}}{\text{paso}} \right].$$

Lo que indica un aproximado de  $8,57 [\text{nm}]$  por paso para la longitud de onda correspondiente a la figura 12. Todos los datos de la distancia entre pasos para cada longitud de onda fueron guardados para su tratamiento estadístico. El tratamiento que se le aplicó a los datos fue de histograma, con el fin de verificar en qué valor de nanómetros por paso se encuentran la mayoría de los datos.

**Figura 13**  
*Histograma.*



*Nota.* Histograma del desplazamiento por paso para el barrido de calibración axial. En el eje de la ordenada se presenta la frecuencia de los datos.

En la figura 13 se muestran los resultados obtenidos, los cuales arrojan una media de  $8,50 \text{ nm/paso}$  con incertidumbre de  $\pm 0,85 \text{ nm/paso}$ , para una confianza del 95%. Dado el gran volumen de datos (aproximadamente 12015) se considera confiable el resultado obtenido y visualizado por el histograma en el que se observan relativamente pocos valores atípicos. Para los barridos siguientes, y todos los resultados que serán mostrados más adelante (a menos que se diga lo contrario), se decidió escoger un valor de  $k = 1$ .

Si bien en la metodología empleada, así como en la experimentación realizada para la obtención de resultados, se desarrollaron barridos aplicando el objetivo de microscopio Mirau de 50X de magnificación, es importante señalar que si se requiere realizar toma de datos con un objetivo de microscopio distinto o con otra magnificación, el valor de altura por paso debe ser multiplicado por un factor de escala que depende de la apertura numérica del objetivo (Biegen, 1989; Creath, 1989).

## 2.2. Calibración cromática

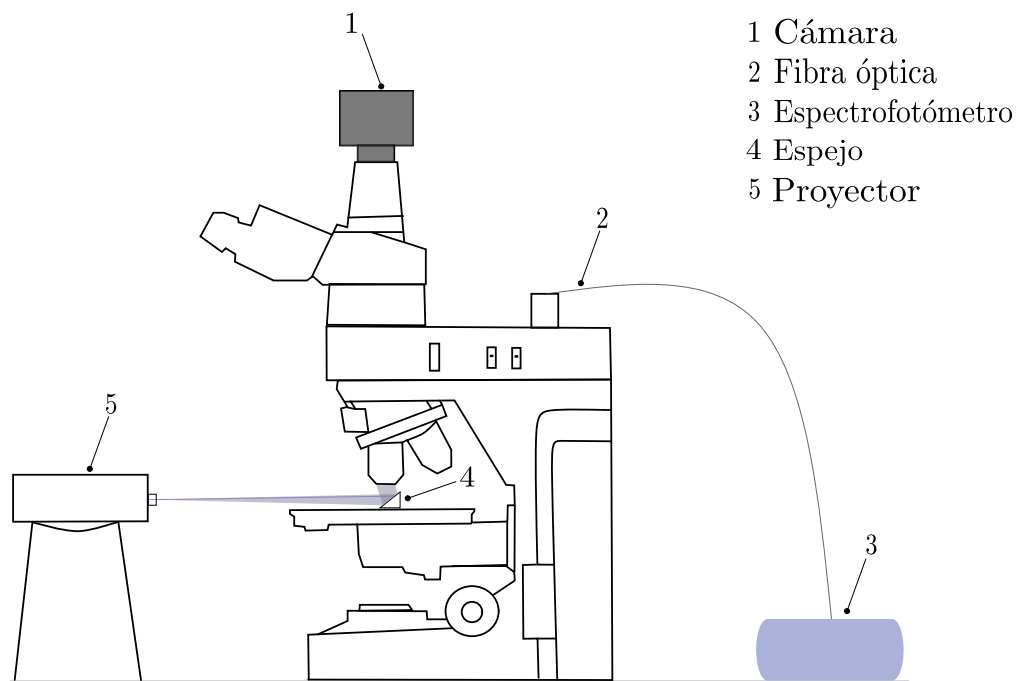
Los estímulos obtenidos en una imagen dependen principalmente de 3 factores: primero del observador, que en la presente investigación es la cámara digital. Además, depende de la fuente de iluminación (en este estudio, diodo emisor de luz, LED por sus siglas en inglés), y por último del sistema de iluminación o camino óptico de la luz en el microscopio. Debido a que, para realizar reconstrucción en los espacios CIEXYZ, CIELab o CIELuv hay que convertir los valores RGB, obtenidos mediante la cámara, en valores triestímulos XYZ, la matriz de transformación de la ecuación (1.12) debe cambiar, ya que esta fue construida para

un sistema de iluminación y observador distintos. Por su parte, la cámara digital utilizada es de referencia EO-5012C cámara color, profundidad de 8-bits, resolución,  $H \times V$ ,  $2560 \times 1920$  píxeles, con un tamaño de píxel,  $H \times V$  ( $\mu\text{m}$ ),  $2.2 \times 2.2$  y un área de sensado,  $H \times V$  (mm),  $5.63 \times 4.22$ , con un sensor digital CMOS, y Bayer RGB (Aptina MT9P031). Los picos de respuesta espectral de la cámara para los canales rojo, verde y azul, se encuentran aproximadamente en 600, 530 y 450  $\text{nm}$ , respectivamente. En este sentido, se calibró cromáticamente la cámara como se describe a continuación.

La calibración de la cámara digital es importante debido a que es uno de los elementos de los que depende la calidad de la reconstrucción. Así mismo, esta calibración permite hallar los parámetros óptimos que se deben establecer en los barridos para aumentar la calidad en las imágenes. El procedimiento de caracterización de color se puede generalizar a dos métodos principales; el primero basado en la extracción del color a partir de sensibilidad espectral, y el segundo basado en objetos de color de referencia Hong et al., 2001.

### Figura 14

*Esquema representativo del experimento.*



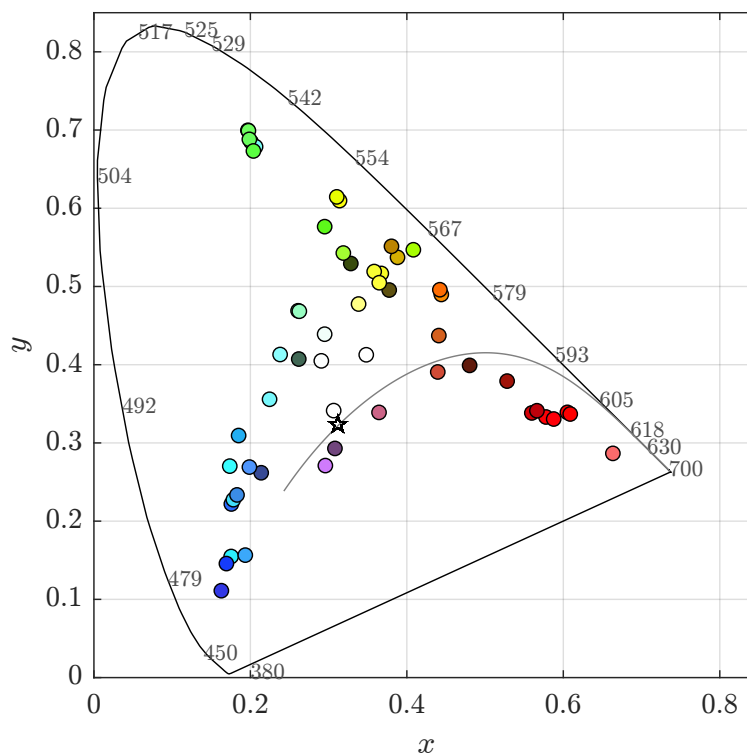
*Nota.* El esquema presenta elementos importantes en la calibración cromática. Tanto la cámara como la fibra óptica se acoplaron al camino óptico del microscopio.

En el presente estudio se utiliza el segundo método, el cual generalmente se realiza con tarjetas de color. Sin embargo, se prefirió emplear LEDs de diferentes longitudes de onda para este propósito, esto a causa de que la rugosidad de las tarjetas de color propagan ruido en

la cámara y en el espectrofotómetro. La técnica consistió en proyectar estímulos a la cámara mediante un proyector de video haciendo uso del programa de edición de imagen *Inkscape*. Dado que la cámara está conectada al microscopio, el camino óptico para la calibración y para los demás experimentos, es el mismo. Además, se empleó un objetivo de microscopio (no interferométrico) de 5X de magnificación. La luz emitida por el proyector fue reflejada hacia el objetivo de microscopio mediante un espejo Kretkowski et al., 2008, como lo muestra la figura 14. En total se utilizaron 55 estímulos que se recolectaron en formato de vídeo con la cámara (15 frames), y posteriormente, se utilizó Matlab para el tratamiento de los datos. Además, los parámetros de adquisición de la cámara se mantuvieron constantes, tanto en la calibración cromática como en la obtención de los datos experimentales. En particular, ajustes como el balance de blancos, la ganancia, el tiempo de exposición, el contraste (entre otros) se configuran manualmente.

**Figura 15**

*Calibración cromática.*



*Nota.* Estímulos registrados para la calibración de la cámara. Se aprecia que el LED utilizado tiene coordenadas  $xy$  similares al iluminante estándar *LED B5 1931* (estrella en el diagrama).

Los estímulos fueron graficados en el diagrama CIE-1931, y se muestran en la figura 15, la cual refleja información importante. En primer lugar, se puede obtener el Gamut de colores que la cámara puede observar a partir de los estímulos proyectados. Con los parámetros de cámara seleccionados, ese sería el rango teórico que la cámara puede distinguir. Por lo que se observa en la figura 15 el Gamut que se obtiene con dichos parámetros es bastante

amplio y aceptable.

Por otro lado, en este mismo experimento, también se capturó la información espectral de los estímulos proyectados con el videobeam, mediante la fibra óptica y el espectrofotómetro. Para cada estímulo se obtuvo un espectro diferente (51 espectros promediados por estímulo). Esto se hizo con la finalidad de poder, a partir de los espectros, obtener los valores triestímulos XYZ como lo muestra la ecuación (1.16). Entre los espectros medidos, también se registró el espectro de la fuente de iluminación del microscopio. El resultado fue bastante favorable, ya que al graficarlo en el sistema CIEXYZ de la figura 15, sus coordenadas se encuentran muy cercanas a la estrella sobre el locus de Planck. Dicha estrella hace referencia al iluminante *LED B5-1931*. Lo cual indica que el LED que se utiliza en los experimentos tiene un espectro de emisión similar al iluminante *LED B5-1931*, resultado que es muy importante para la investigación.

Una vez que se tienen los valores XYZ del espectro y los valores RGB de la cámara, se puede resolver la ecuación (1.12) con el fin de hallar la matriz de transformación entre los espacios. Para esto se reescribe

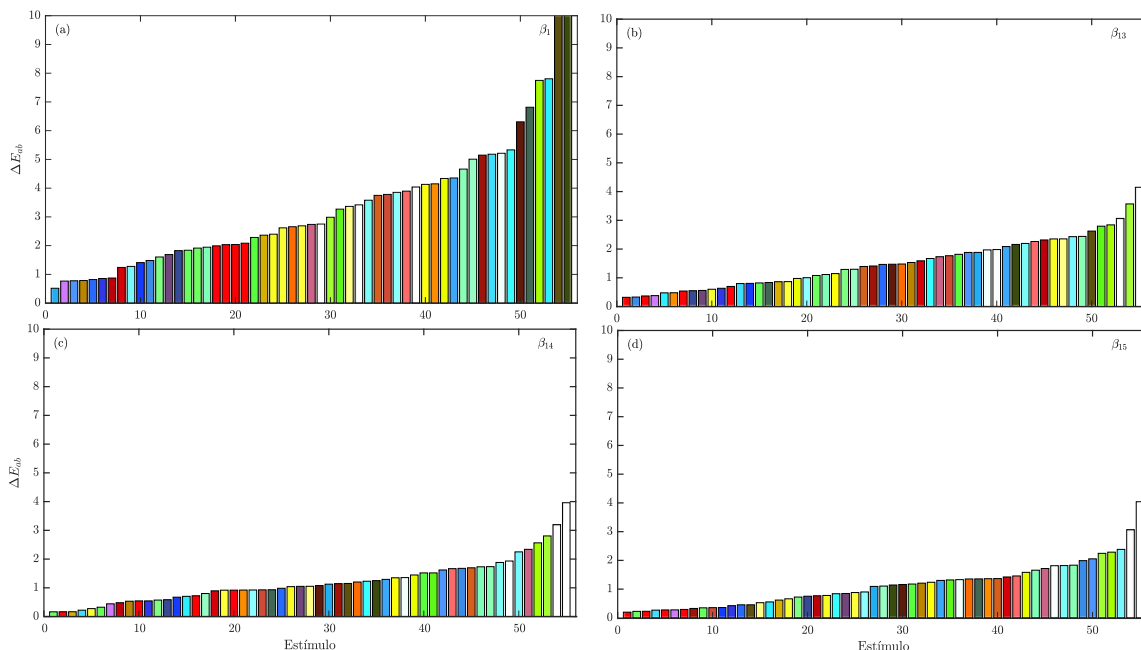
$$X = MR, \quad (2.1)$$

siendo  $X$  la matriz ( $3 \times 55$ ) correspondiente a los datos XYZ, la matriz de transformación  $M$  y  $R$  la matriz de estímulos RGB de tamaño ( $3 \times 55$ ). La ecuación (2.1) se puede resolver mediante el modelado de polinomios de mínimos cuadrados. Usualmente, la matriz de transformación  $M$  es de tamaño ( $3 \times 3$ ) para la transformación lineal. No obstante, debido a que la cámara podría generar distorsiones no lineales de color, se estudian matrices de transformación con entradas no lineales con el objetivo de verificar la matriz que transforma con el mínimo error de un espacio a otro. Para esto, se modifica la matriz de RGB de acuerdo a polinomios de distinto grado Shams-Nateri, 2007

$$\begin{aligned}
\beta_1 &= [r \ g \ b] \\
\beta_2 &= [r \ g \ b \ rgb \ 1] \\
\beta_3 &= [r \ g \ b \ rgb \ rg \ rb \ gb] \\
\beta_4 &= [r \ g \ b \ rgb \ rb \ gb \ r^2 \ g^2 \ b^2 \ 1] \\
\beta_5 &= [r \ g \ b \ rgb \ rg \ rb \ gb \ r^2 \ g^2 \ b^2 \ 1] \\
\beta_6 &= [r \ g \ b \ rgb \ rg \ rb \ gb \ r^2 \ g^2 \ b^2 \ r^3 \ g^3 \ b^3] \\
\beta_7 &= [r \ g \ b \ rgb \ rg \ rb \ gb \ r^2 \ g^2 \ b^2 \ r^3 \ g^3 \ b^3 \ 1] \\
\beta_8 &= [r \ g \ b \ rgb \ rg \ rb \ gb \ r^2 \ g^2 \ b^2 \ r^3 \ g^3 \ b^3 \ gr^2 \ bg^2 \ rb^2] \\
\beta_9 &= [r \ g \ b \ rgb \ rg \ rb \ gb \ r^2 \ g^2 \ b^2 \ r^3 \ g^3 \ b^3 \ gr^2 \ bg^2 \ rb^2 \ 1] \\
\beta_{10} &= [r \ g \ b \ rgb \ rg \ rb \ gb \ r^2 \ g^2 \ b^2 \ r^3 \ g^3 \ b^3 \ gr^2 \ bg^2 \ rb^2 \ br^2 \ rg^2 \ gb^2] \\
\beta_{11} &= [r \ g \ b \ rgb \ rg \ rb \ gb \ r^2 \ g^2 \ b^2 \ r^3 \ g^3 \ b^3 \ gr^2 \ bg^2 \ rb^2 \ br^2 \ rg^2 \ gb^2 \ 1] \\
\beta_{12} &= [\dots b \ rgb \ rg \ rb \ gb \ r^2 \ g^2 \ b^2 \ r^3 \ g^3 \ b^3 \ gr^2 \ bg^2 \ rb^2 \ gbr^2 \ brg^2 \ rgb^2] \\
\beta_{13} &= [\dots g \ b \ rgb \ rg \ rb \ gb \ r^2 \ g^2 \ b^2 \ r^3 \ g^3 \ b^3 \ gr^2 \ bg^2 \ rb^2 \ gbr^2 \ brg^2 \ rgb^2 \ 1] \\
\beta_{14} &= [\dots gb \ r^2 \ g^2 \ b^2 \ r^3 \ g^3 \ b^3 \ gr^2 \ bg^2 \ rb^2 \ gbr^2 \ brg^2 \ rgb^2 \ r^4 \ g^4 \ b^4 \ r^5 \ g^5 \ b^5 \ 1] \\
\beta_{15} &= [\dots g^3 \ b^3 \ gr^2 \ bg^2 \ rb^2 \ br^2 \ rg^2 \ gb^2 \ gbr^2 \ brg^2 \ rgb^2 \ r^4 \ g^4 \ b^4 \ r^5 \ g^5 \ b^5 \ r^2 g^3 \ g^2 b^3 \ b^2 r^3],
\end{aligned}$$

para cada vector por estímulo,  $\beta_i$ , de la matriz  $R$ . Esto hará que  $M$  tenga dimensiones desde  $3 \times 3$  para la primera configuración hasta  $3 \times 31$  para la última. Con el fin de hallar la matriz de transformación óptima se eligió la diferencia de color en el sistema  $CIE_{Lab}$ , dada su uniformidad, descrita en la ecuación 1.22. Se compararon 4 blancos de referencia, el primero corresponde al blanco emitido por la fuente LED del microscopio, mientras que los tres siguientes fueron generados por el proyector y por otros dos LEDs blancos diferentes. Esto ayudó a comparar diferentes blancos y verificar, a su vez, cuál es el más parecido a los iluminantes estándar de la CIE.

**Figura 16**  
*Errores en CIELab.*

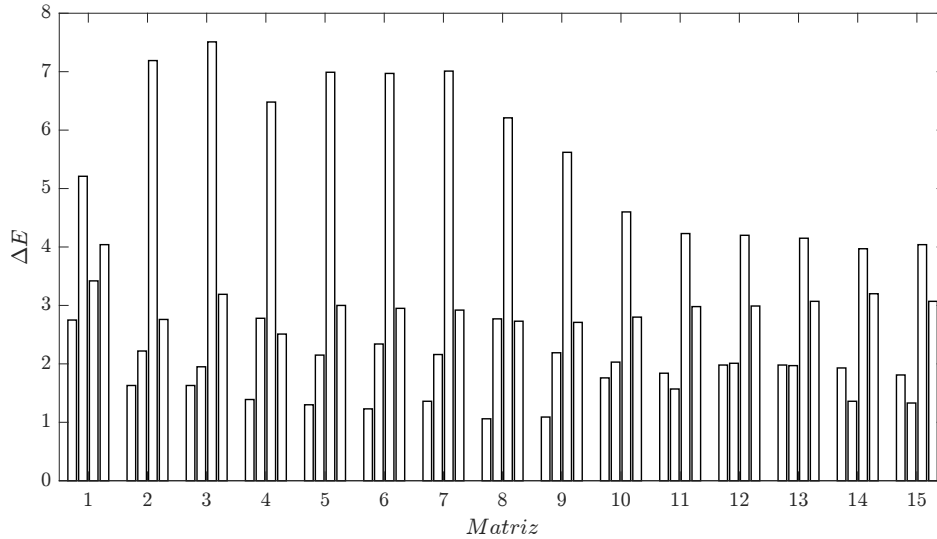


*Nota.* En el eje vertical se aprecia la diferencia de error ( $\Delta E_{ab}$ ) en el sistema *CIELab* para cada estímulo utilizado en la calibración. Las diferencias  $\Delta E_{ab}$  de las matrices de transformación generadas con los vectores  $\beta_1$ ,  $\beta_{13}$ ,  $\beta_{14}$  y  $\beta_{15}$  se aprecian en (a)-(d), respectivamente.

Para cada matriz de transformación construidas a partir de los vectores  $\beta_i$  se halló las respectivas diferencias de color, lo cual es presentado en la figura 16, donde se observa que a medida que aumenta el tamaño de la matriz, la diferencia de color disminuye. Sin embargo, se encontró que la menor diferencia de color, específicamente para el blanco de la fuente, se da en la matriz  $3 \times 3$  (construida a partir del vector  $\beta_1$ ). Este es un resultado importante, el cual se tendrá en cuenta al momento de realizar la reconstrucción topográfica.

**Figura 17**

*Diferencias en los blancos.*



*Nota.* Diferencias en el espacio  $CIE_{Lab}$  de los 4 blancos utilizados. El eje  $x$  representa el orden de la matriz, desde  $\beta_1$  hasta  $\beta_{15}$ . La tercera barra en cada cuádrupla representa el blanco de la fuente del microscopio.

En la figura 17 se muestra el  $\Delta E_{ab}$  para los 4 blancos. La tercera barra en cada cuádrupla representa el LED de la fuente de iluminación del microscopio. Para los resultados obtenidos, se aprecia una disminución a partir de la matriz  $\beta_2$ , sin embargo, para el blanco de la fuente, se presenta una mínima diferencia para  $\beta_1$ . Es decir, que para un ojo humano estándar (o la cámara en este caso) hay poca distinción en el blanco de  $CIE_{Lab}$  y en el blanco del microscopio utilizado. La poca diferencia de color permitirá que se distinga de una manera óptima el contacto óptico en el patrón de interferencia.

Finalmente, para el LED de la fuente, la matriz hallada a partir del vector  $\beta_1$  corresponde a

$$M = \begin{bmatrix} 0,3202 & 0,0684 & 0,0445 \\ 0,2414 & 0,3610 & -0,0533 \\ 0,0798 & -0,0335 & 0,3957 \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

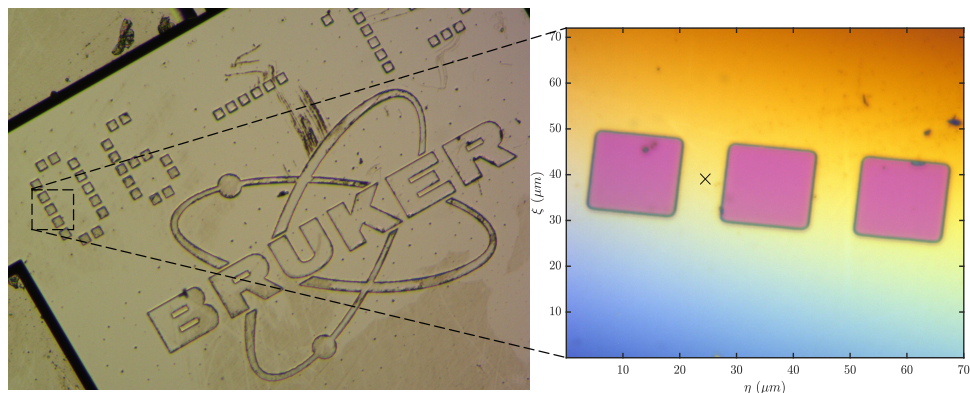
la cual será usada en adelante para convertir los valores triestímulos  $RGB$  en  $XYZ$  y realizar la reconstrucción topográfica. Los demás vectores,  $\beta_2$  hasta  $\beta_{15}$ , serán usados en el capítulo de resultados para comparar la calidad en la reconstrucción de la muestra.

## Resultados

En este capítulo se presentará los resultados obtenidos en el presente trabajo de investigación. Se hará uso de elementos desarrollados en la calibración axial y cromática, tales como el cálculo de alturas a partir del PZO y la matriz de transformación para el sistema en cuestión. Además, se hará uso del modelo teórico para la reconstrucción e interpretación de los resultados. Finalmente, se realizará una comparación de las reconstrucciones en los distintos espacios cromáticos utilizados, y a su vez, se obtendrá reconstrucciones con algunas de las matrices de transformación halladas a partir de los vectores  $\beta_i$  estudiados previamente.

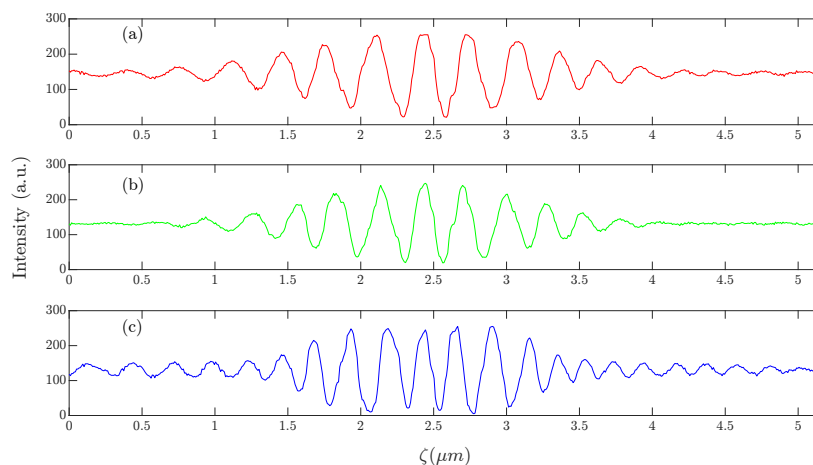
### 3.1. Reconstrucción topográfica

La muestra utilizada en la reconstrucción (ver figura 18) es una lámina fabricada con nitruro de silicio, de la marca *Bruker*, utilizada en microscopía AFM. La zona mostrada en la figura 18 es un código de identificación del soporte del cantilever de una punta del AFM, escrito con rectángulos de  $H \times V$  ( $\mu m$ )  $16,5 \times 14$  con profundidad de aproximadamente  $600 \text{ nm}$  (como se determinará más adelante). Por otro lado, el punto marcado con el símbolo  $\times$  es el píxel que se estudiará para analizar el contacto óptico.

**Figura 18***Escena de interés.*

*Nota.* Muestra de gran interés para la reconstrucción. El símbolo  $\times$  marca el píxel donde se mostrará la información cromática y de contacto óptico.

Una vez hecho el barrido axial para la muestra, se grafican las coordenadas  $RGB$  del píxel de interés. En la figura 19 se muestra el resultado, donde es posible notar la modulación generada por las franjas de interferencia. Dado que el objetivo principal es trabajar en los distintos espacios cromáticos  $CIEXYZ$ ,  $CIELab$  y  $CIELuv$ , se debe transformar los valores triestímulos  $RGB$  a  $XYZ$  haciendo uso de la matriz de transformación dada en la ecuación (2.2).

**Figura 19***Correlograma RGB.*

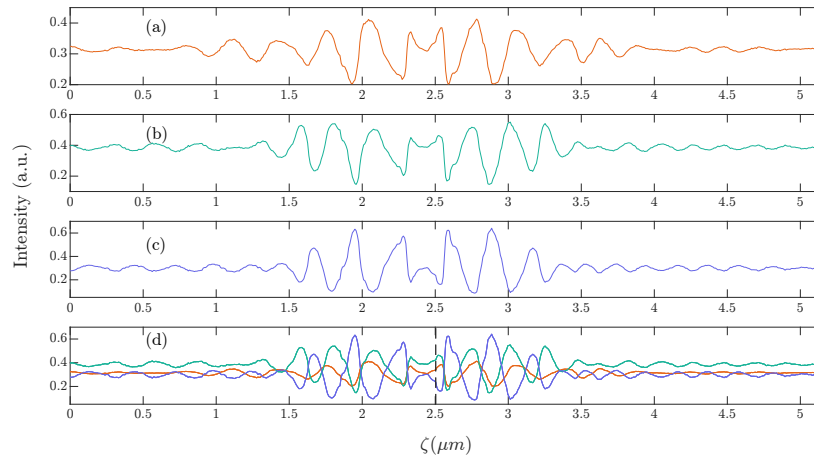
*Nota.* Correlograma  $RGB$  para el píxel sobre la figura 18. Las subfiguras (a), (b) y (c) corresponden a los correlogramas en los canales  $R$ ,  $G$  y  $B$  respectivamente.

Los valores triestímulos  $XYZ$  para el píxel son convertidos a coordenadas cromáticas  $xyz$  mediante las ecuaciones (1.13-1.15), esto permite graficar las coordenadas en el diagrama

CIEXYZ. En la figura 20 se muestra el resultado, donde el eje horizontal indica la altura del PZO, mientras que el eje vertical corresponde al valor de la coordenada cromática.

### Figura 20

*Correlograma xyz.*

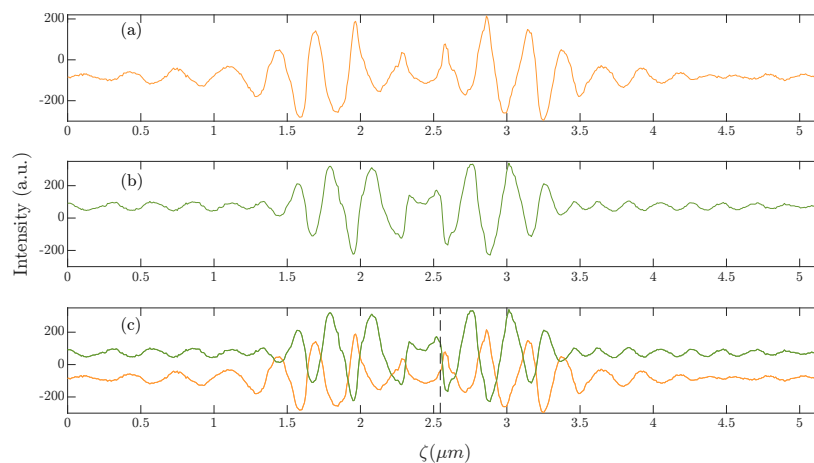


*Nota.* Correlograma en las coordenadas cromáticas  $xyz$  correspondientes a las subfiguras (a), (b) y (c) respectivamente. La imagen (d) representa la superposición, mostrando la posición del contacto óptico con la línea de trazo.

De la misma manera se halla las coordenadas cromáticas para los espacios cromáticos  $CIELab$  y  $CIELuv$ , mostradas en las figuras 21 y 22 respectivamente.

### Figura 21

*Correlograma  $CIELab$ .*

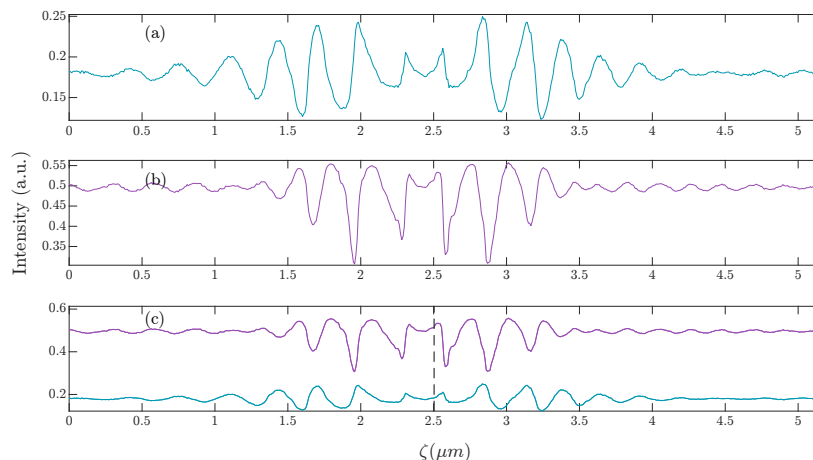


*Nota.* Correlograma del barrido en el espacio cromático  $CIELab$ . En (a) y (b) se presenta las coordenadas cromáticas  $a$  y  $b$  respectivamente, mientras que (c) muestra la superposición, evidenciando la zona de contacto óptico con la línea punteada.

Es posible notar que en los correlogramas se presenta una modulación dada por las franjas de interferencia, con una particularidad en el contacto óptico. Esto llevaría a pensar sobre la posibilidad de determinar la franja de máxima coherencia utilizando la información presente en los correlogramas.

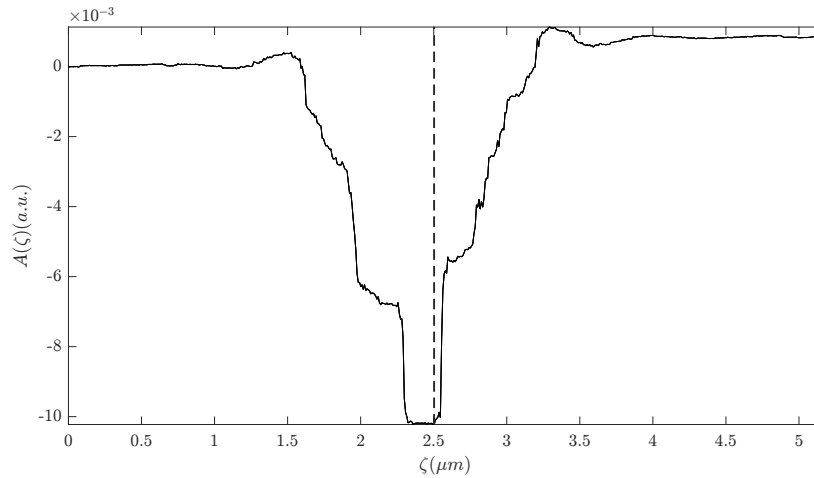
### Figura 22

*Correlograma CIELuv.*



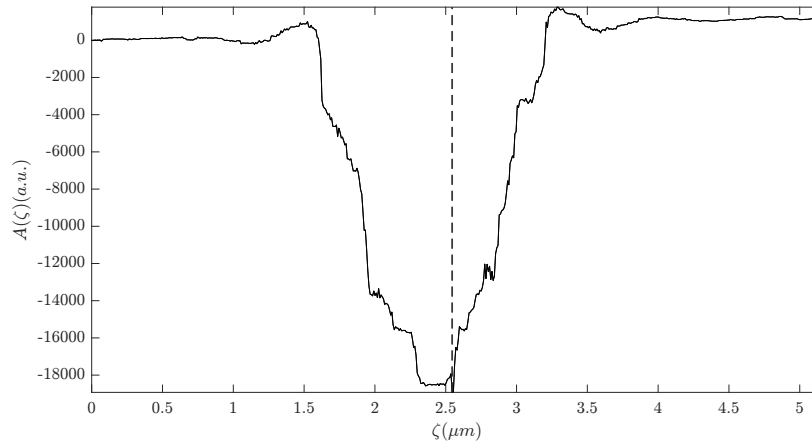
*Nota.* En (a) y (b) los correlogramas correspondientes a las coordenadas  $u'$  y  $v'$ . En (c) se muestra la superposición, evidenciando el contacto óptico en  $2,5 \mu m$ .

A diferencia del correlograma  $RGB$ , que presenta un máximo de la envolvente, en los espacios cromáticos estudiados no ocurre esto. Es posible observar en los correlogramas de estos espacios que en la proximidad de  $2,5 \mu m$  del barrido axial hay una zona de bajo contraste. Comparando esta zona para el correlograma  $RGB$  de la figura 19 se observa que pertenece al contacto óptico, o franja de máxima correlación. En esta misma zona, la función área exhibe un valor extremo.

**Figura 23***Área acumulada.*

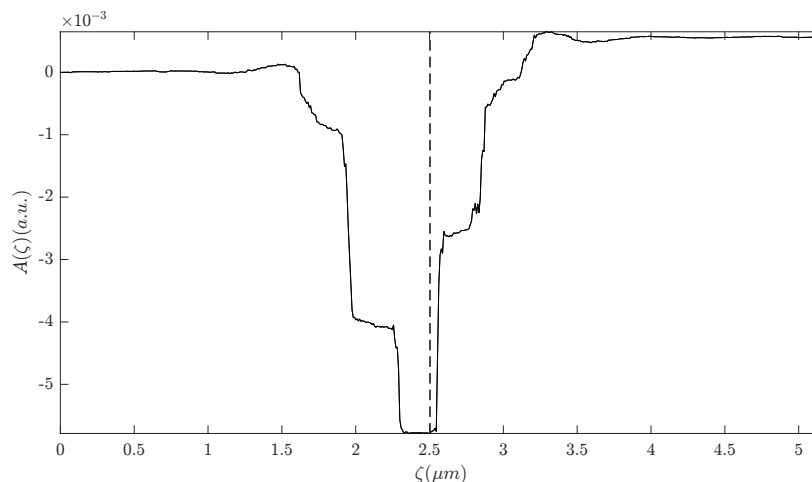
*Nota.* Representación gráfica del área acumulada de la ecuación (1.28) para el píxel de la figura 18. La zona de contacto óptico se muestra como un mínimo, marcando la zona con la línea punteada.

Graficando la ecuación (1.28), para el espacio cromático CIEXYZ (ver figura 23) se comprueba su comportamiento. La gráfica exhibe una zona donde la función área toma un valor mínimo (eje  $y$ ) en el barrido axial, y a medida que se llega al cambio en la orientación de la curva, el área acumulada será más grande y negativa, llegando a la zona mínima (marcado con la línea de trazo) que corresponde a, aproximadamente,  $2,5 \mu m$ . Esto indica que el PZO varía desde su altura inicial ( $0 \mu m$ ) y encuentra contacto óptico para el píxel en estudio cuando ha recorrido una distancia en altura  $\zeta$  de  $2,5 \mu m$ . El comportamiento asimétrico de la función área es atribuido a la cantidad de franjas de interferencia que hay antes y después del contacto óptico. Y se sugiere que dicha cantidad podría variar, en general, debido a la naturaleza espectral de la fuente, dispersiones cromáticas o a la presencia de películas delgadas, entre otras.

**Figura 24***Área para el píxel de interés.*

*Nota.* Área para el píxel mostrado en la escena de interés en el espacio *CIELab*. Se evidencia un mínimo en la proximidad de  $2,52 \mu m$  marcado con la línea de trazo.

De manera análoga, el comportamiento se comprueba en los espacios *CIELab* y *CIELuv* graficando sus respectivas funciones área, lo cual puede ser observado en las figuras 24 y 25, respectivamente.

**Figura 25***Área acumulada en el espacio CIELuv.*

*Nota.* Área para el píxel en estudio para el espacio *CIELuv*. Con la línea punteada se evidencia un mínimo en la proximidad de  $2,5 \mu m$ .

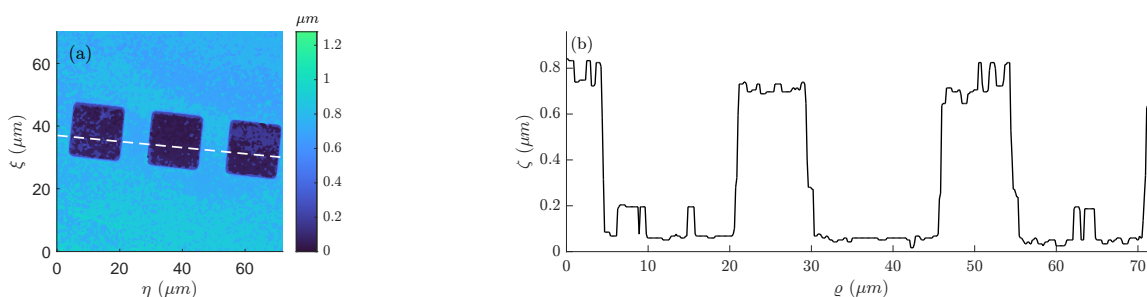
Si bien los tres espacios cromáticos arrojan un resultado de contacto óptico en zonas similares, para *CIELab* se encuentra con  $0,02 \mu m$  de diferencia (para el píxel en estudio). Esta incertidumbre podría ser debida a causa de ruido en la señal, la calidad del instrumento de medición (cámara digital), y la incertidumbre presente en la variación de altura del

PZO. Por su parte, la forma de la función área muestra similitudes en los casos  $CIEXYZ$  y  $CIELuv$ , lo cual es esperado debido a que la manera en la que se transforman las coordenadas cromáticas de dichos espacios es similar.

Una vez comprobado el método para determinar el contacto óptico en un píxel, se extiende el estudio a todos los píxeles de las imágenes obtenidas en el barrido axial. De este modo, con *Matlab* se obtiene una matriz que contiene la información de las alturas de cada píxel. En la figura 26(a) se presenta el mapa topográfico 2D, y un perfil a lo largo de una línea punteada en la figura 26(b) para el espacio cromático  $CIEXYZ$ .

**Figura 26**

*Reconstrucción topográfica.*

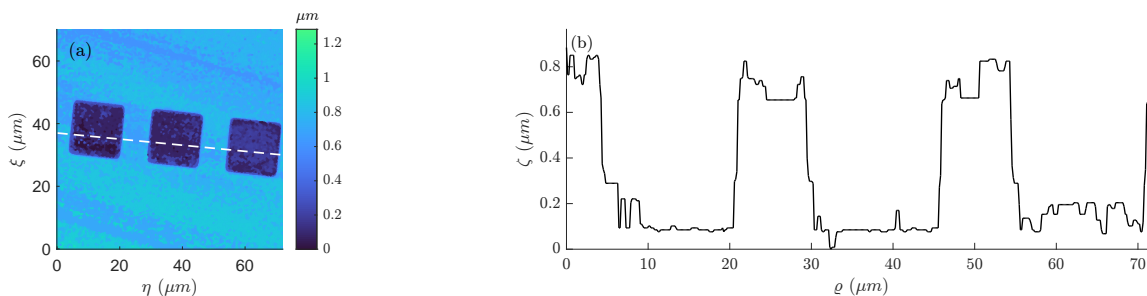


*Nota.* En (a) se muestra la reconstrucción topográfica 2D de la figura 18 en el espacio cromático  $CIEXYZ$ . Mientras que en (b) se observa un perfil a lo largo de la línea punteada.

El mapa de colores y el perfil de la figura 26 muestran, en promedio, dos alturas distintas. Entre ellas, se exhibe tres pozos con similar profundidad,  $79 \pm 6 \text{ nm}$  en promedio. Mientras que las posiciones de la parte alta de la superficie se encuentra en  $697 \pm 13 \text{ nm}$ . Con estos valores, se sugiere una profundidad de los pozos de  $618 \pm 14 \text{ nm}$ .

**Figura 27**

*Reconstrucción topográfica  $CIELab$ .*

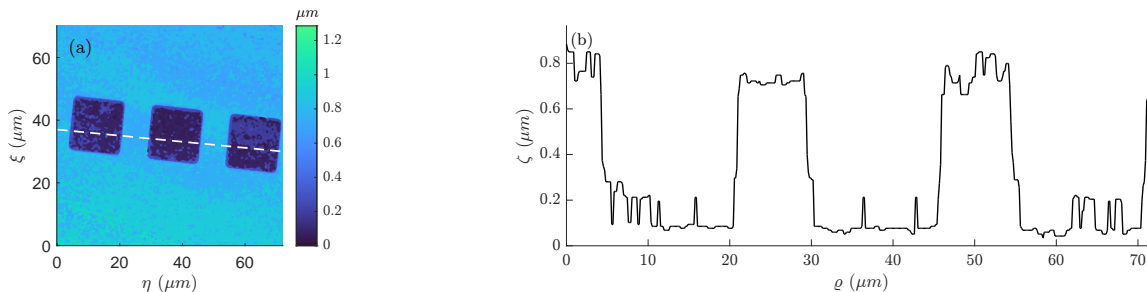


*Nota.* En (a) se observa el mapa topográfico 2D de la escena de interés en el espacio  $CIELab$ . Mientras que (b) destaca un perfil a lo largo de la línea punteada.

Por otro lado, el mismo procedimiento fue aplicado a los espacios cromáticos *CIELab* y *CIEluv*, cuyos resultados muestran información similar. Por un lado, en el espacio *CIELab* la profundidad de los pozos es de  $608 \pm 11 \text{ nm}$  (ver figura 27). Mientras que la topografía en el espacio *CIEluv* (ver figura 28) exhibe una profundidad de  $620 \pm 13 \text{ nm}$ .

### Figura 28

*Reconstrucción topográfica en CIEluv.*

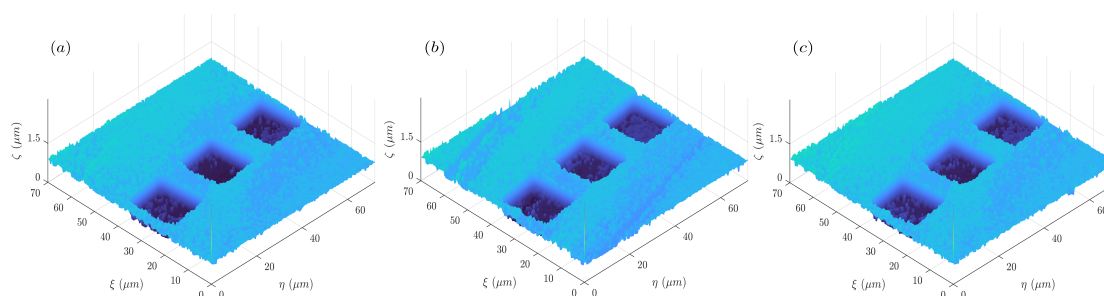


*Nota.* (a) Mapa topográfico 2D de la escena de interés en el espacio *CIEluv*. En la subfigura (b) se aprecia un perfil a lo largo de la línea punteada. Nótese la similitud con la reconstrucción de la figura 26.

Los datos de altura arrojados por las tres reconstrucciones presentan una alta similitud, tal como era de esperarse debido a los pocos cambios que se observa en las topografías. En la siguiente sección serán estudiadas las similitudes a detalle mediante los coeficientes de correlación de Pearsons.

### Figura 29

*Reconstrucción topográfica 3D.*



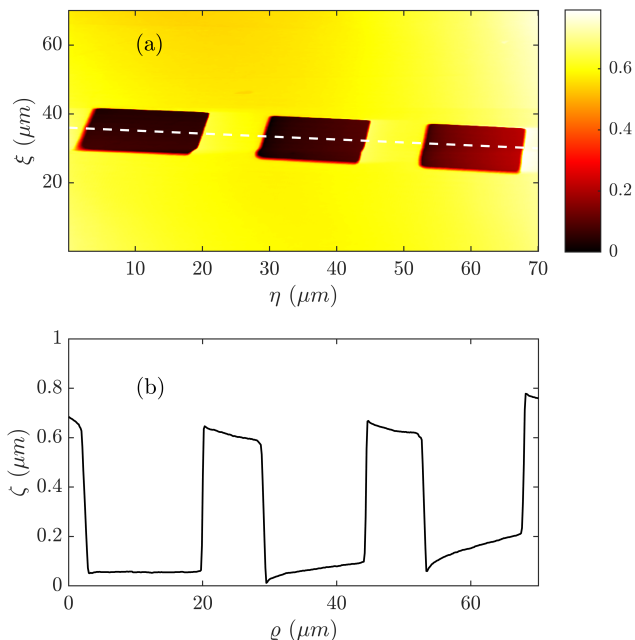
*Nota.* Resultado de la reconstrucción topográfica 3D en los espacios cromáticos *CIEXYZ*, *CIELab* y *CIEluv*, (a-c) respectivamente.

Con los resultados obtenidos es posible presentar la reconstrucción 3D para los espacios *CIEXYZ*, *CIELab* y *CIEluv*, que son mostradas en la figura 29(a-c) respectivamente. La figura muestra homogeneidad en la superficie con una leve rugosidad. Se cree que la rugosidad no está presente en la muestra a tales niveles, y que se debe a ruido causado por el

sistema de iluminación, captura y de desplazamiento axial.

### Figura 30

*Reconstrucción topográfica AFM.*



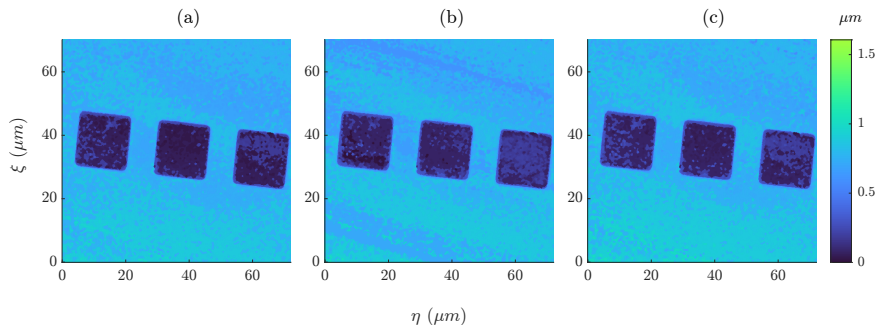
*Nota.*(a) Reconstrucción topográfica empleando un microscopio AFM. (b) perfil a lo largo de la línea punteada.

Finalmente, se determina la fiabilidad de los resultados de topografía comparando con la reconstrucción realizada mediante un microscopio AFM (CP II, Veeco-Bruker) en el modo contacto, con frecuencia de escaneo de  $0,5 \text{ Hz}$  y área de trabajo de  $70 \mu\text{m}$ . En la figura 30 la profundidad de los pozos hallada con el microscopio AFM es de  $605 \pm 4 \text{ nm}$ .

### *Correlación*

Utilizando el coeficiente de correlación de Pearson, se comparó los 3 mapas topográficos de los espacios cromáticos estudiados, los cuales se muestran en la figura 31.

**Figura 31**  
*Imágenes rango.*



*Nota.* Imágenes rango de los espacios cromáticos CIEXYZ, CIELab y CIELuv, (a-c) respectivamente.

En los coeficientes de correlación (ver tabla 1) se observa que la similitud más grande está entre el sistema CIEXYZ y CIELuv lo cual concuerda con los resultados de la función área en cada espacio cromático. Así mismo, este resultado está de acuerdo con la semejanza matemática de las transformaciones que conducen a estos espacios. Mientras que CIELab muestra un coeficiente de correlación menor al compararse con los dos espacios mencionados anteriormente. De esta manera, las diferencias apenas perceptibles en los mapas topográficos se comprueban con altos coeficientes de correlación, siendo estos mayores al 95 %.

**Tabla 1**  
*Coefficientes de correlación.*

	CIEXYZ	CIELab	CIELuv
CIEXYZ	1.0000	0.957	0.990
CIELab	0.957	1.0000	0.958
CIELuv	0.990	0.958	1.0000

*Nota.* Coeficientes de correlación de Pearson para los mapas topográficos de la figura 31.

En la siguiente sección se estudiará reconstrucciones realizadas a partir de distintas matrices de transformación.

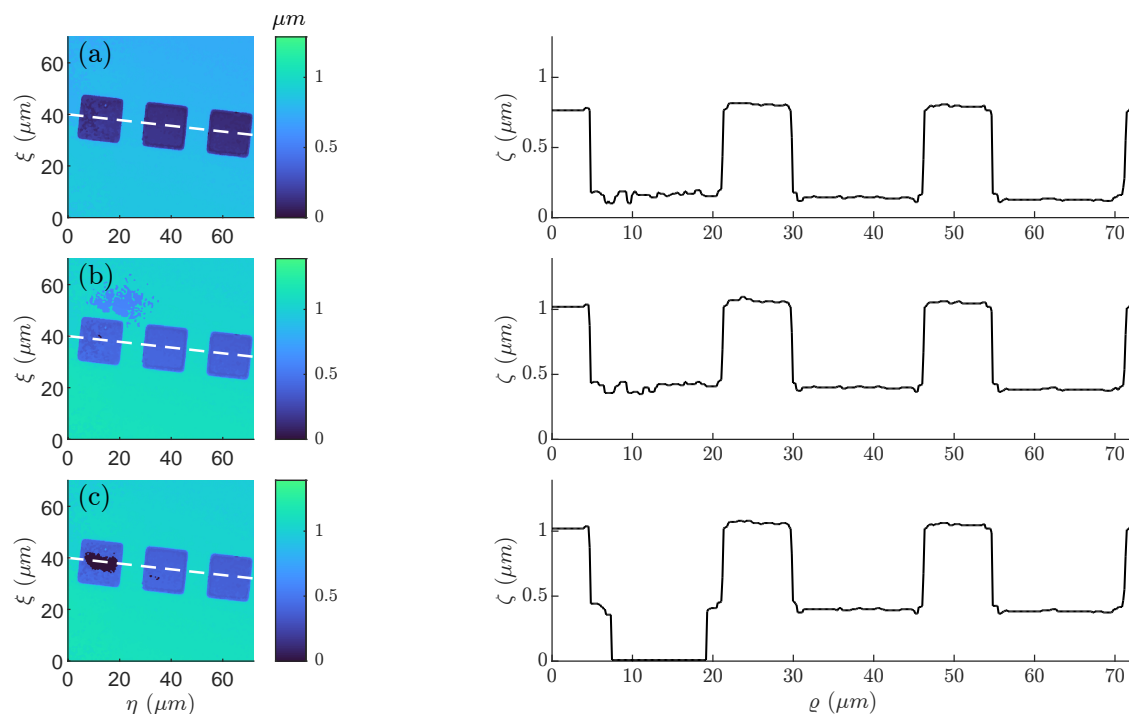
## 3.2. Incidencia de la matriz de transformación en la reconstrucción

En la sección 3.2 (Calibración cromática), se determinó la matriz de transformación  $3 \times 3$  dada en la ecuación (2.2) con la cual se realizaron las reconstrucciones previamente estudiadas. Dada la cantidad de matrices (y su extensión) no se presentará en este apartado las reconstrucciones de la escena realizadas con las 14 matrices obtenidas a partir de los

vectores  $\beta_i$ . Sin embargo, se presenta dos resultados notables en la reconstrucción, el primero debido a la disminución del ruido de la señal, y la segunda debido a un alto error.

**Figura 32**

*Imágenes rango y perfiles.*



*Nota.* Imágenes rango y perfil a lo largo de la línea punteada para las reconstrucciones utilizando el vector  $\beta_{14}$ . Se muestran resultados en los espacios cromáticos CIEXYZ, CIELab y CIELuv, (a-c) respectivamente.

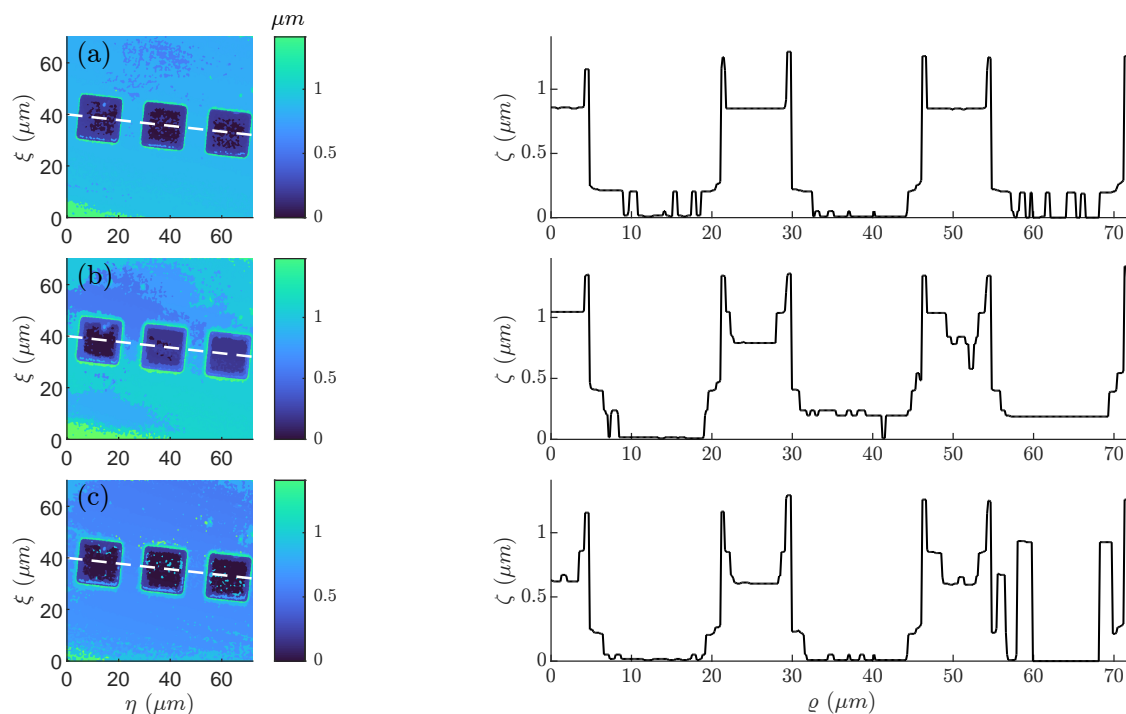
Una reconstrucción muy interesante surge a partir de la matriz de transformación hallada con el vector  $\beta_{14}$ . La matriz de transformación contiene uno de los valores más bajos de  $\Delta E_{ab}=4$  para el LED de la fuente. En la figura 32(a-c) se observa las reconstrucciones realizadas en los espacios CIEXYZ, CIELab y CIELuv, respectivamente. Los perfiles realizados sobre la línea punteada presentan poco ruido en la señal, especialmente para el caso del sistema coordinado CIEXYZ, obteniendo un valor de profundidad de  $594 \pm 3 \text{ nm}$ , en el espacio CIELab se calculó una profundidad de  $603 \pm 3 \text{ nm}$ , mientras que en el caso de la topografía en CIELuv la profundidad promedio calculada es  $622 \pm 10 \text{ nm}$ . Para los dos últimos casos, en general, también se elimina ruido considerablemente, sin embargo, hay zonas donde esto se agrava y se presume que el ruido en partes de la superficie es debida a las contribuciones de orden no lineal en el vector  $\beta_{14}$ .

Sin embargo, cuando se selecciona el vector  $\beta_7$ , con valor  $\Delta E_{ab}=7,1$ , los resultados son desfavorables. La figura 33 muestra las reconstrucciones en los espacios CIEXYZ, CIELab

y  $CIE_{Luv}$  realizadas con la matriz obtenida a partir de este vector. En los resultados tanto de topografía como de perfil se muestra altos niveles de ruido y poca fiabilidad de la reconstrucción.

**Figura 33**

*Imágenes rango y perfiles para  $\beta_7$ .*

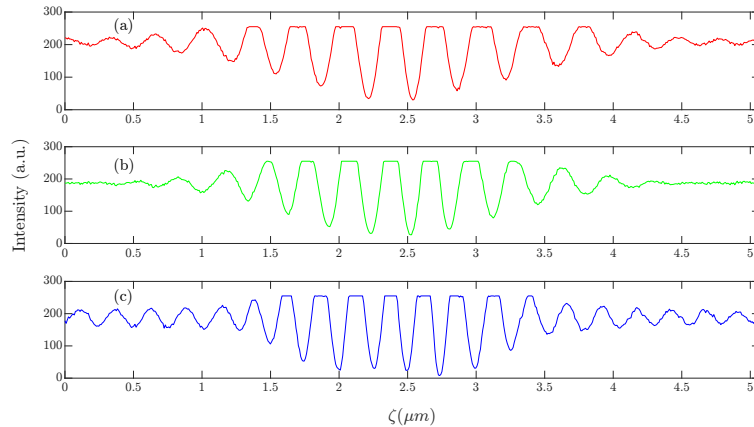


*Nota.* Imágenes rango y perfil para las reconstrucciones realizadas con el vector  $\beta_7$ . Se muestran resultados en los espacios cromáticos  $CIE_{XYZ}$ ,  $CIE_{Lab}$  y  $CIE_{Luv}$ , (a-c) respectivamente.

Debido a los grandes errores para la reconstrucción de la figura 33, no se registrarán los valores de profundidad de los pozos. Con estos resultados obtenidos se podría concluir que la calidad en la reconstrucción está fuertemente relacionada con el tipo de matriz que se utilice.

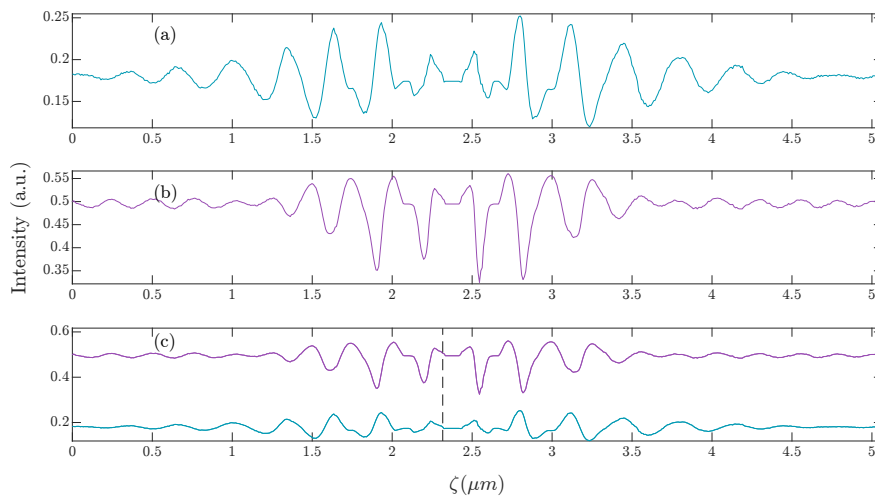
### 3.3. Saturación de la escena

Un resultado importante el presente estudio se da al iluminar la escena de interés hasta la saturación. La misma muestra de la figura 18 fue analizada aumentando la intensidad de la fuente de luz LED del microscopio, como lo presenta la figura 34.

**Figura 34***Saturación de la escena.*

*Nota.* Correlograma RGB para un píxel de la escena saturada. Las figuras (a-c) corresponden a los correlogramas R, G y B respectivamente.

Adicionalmente, se analizaron los correlogramas en los espacios en estudio. En la figura 35 se muestran las coordenadas  $u'$  y  $v'$  para el mismo píxel, donde se puede observar que se presenta una modulación incluso con la escena saturada. Tanto la modulación como la zona de bajo contraste sugiere que es posible realizar la reconstrucción de la topografía, la cual es presentada en la figura 36.

**Figura 35***Correlograma CIELuv.*

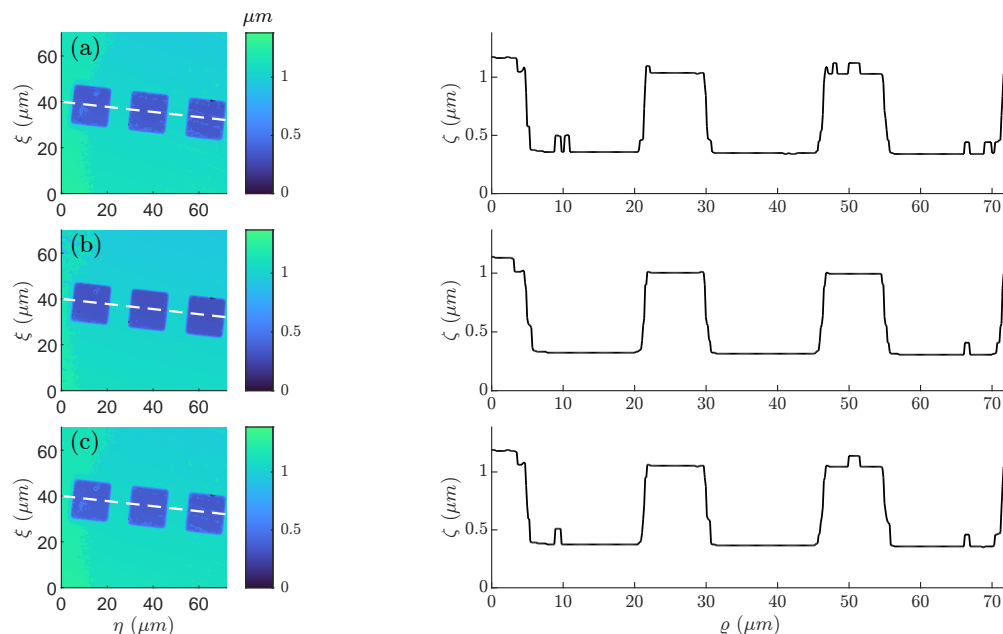
*Nota.* Coordenadas  $u'$  y  $v'$  a lo largo del barrido axial y zona de contacto óptico (a-c) respectivamente.

La reconstrucción realizada con las imágenes del barrido saturadas pueden ser comparadas con su contraparte no saturada presentada en las figuras 26 a 28. Es posible notar

una reconstrucción más homogénea y con menor ruido en la señal para el caso saturado. Esto muestra una robustez importante en el algoritmo de reconstrucción que podría ser aprovechado en escenas oscuras, con baja reflectividad y por ende bajo contraste en las franjas de interferencia.

### Figura 36

*Reconstrucciones saturando la escena.*



*Nota.* Mapas topográficos y perfil a lo largo de la línea punteada. Las reconstrucciones fueron realizadas en los espacios cromáticos *CIEXYZ*, *CIELab* y *CIELuv*, (a-c) respectivamente. Note el bajo nivel de ruido en la señal causado por la saturación de la escena.

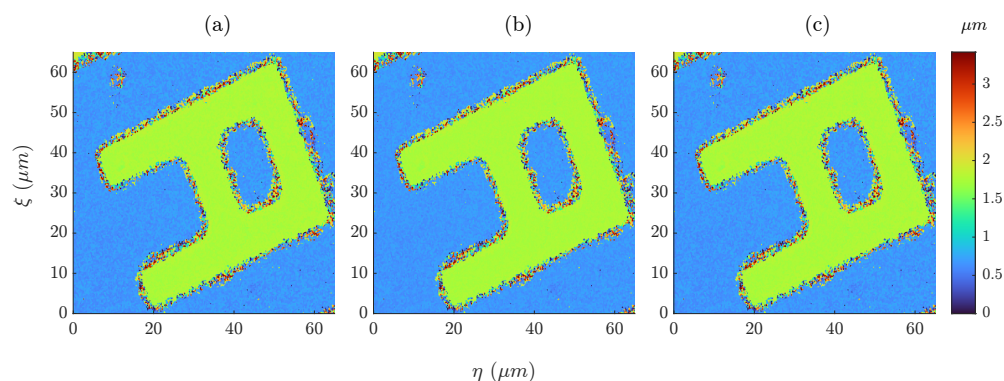
El bajo ruido en la señal y la homogeneidad de las topografías presentadas en la figura 36 se corrobora con una menor incertidumbre en la medida, que en promedio corresponde a valores de profundidad de  $615 \pm 6 \text{ nm}$ ,  $615 \pm 2 \text{ nm}$  y  $607 \pm 5 \text{ nm}$  para las reconstrucciones realizadas en los espacios *CIEXYZ*, *CIELab* y *CIELuv* respectivamente. Esto demuestra una alta robustez y fiabilidad del método a saturación de canales *RGB*. Para estas superficies también se calcularon los coeficientes de correlación de Pearsons, mostrados en la tabla 2. Los coeficientes mayores al 98 % comprueban la semejanza entre las topografías.

El estudio de la reconstrucción de escenas saturadas también fue aplicado en un circuito electrónico con zonas de bajo contraste, como el presentado en la figura 37.

**Tabla 2**
*Coefficientes de correlación*

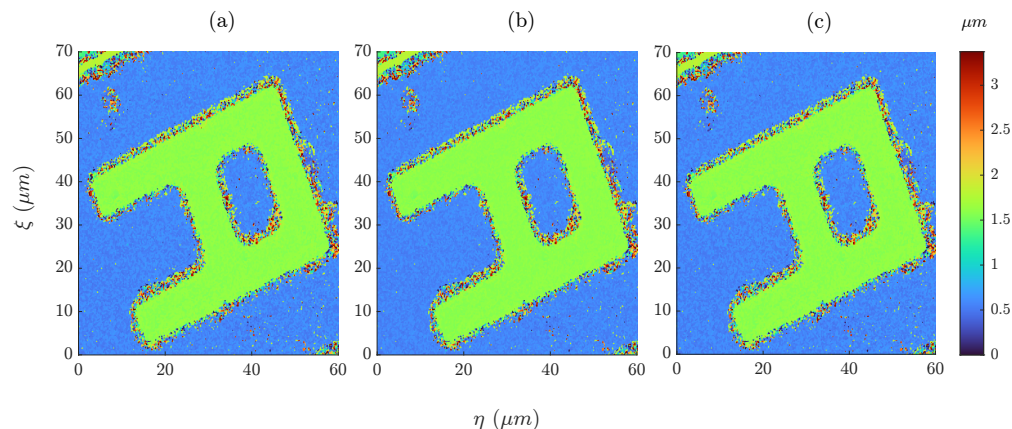
	CIEXYZ	CIELab	CIELuv
CIEXYZ	1.0000	0.988	0.998
CIELab	0.988	1.0000	0.990
CIELuv	0.998	0.990	1.0000

*Nota.* Coeficientes de correlación de Pearson para los mapas topográficos de la figura 36.

**Figura 37**
*Imágenes rango.*


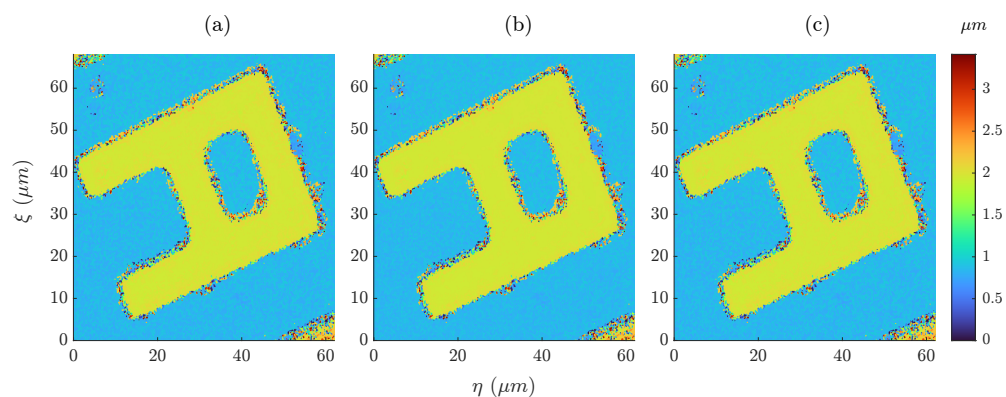
*Nota.* Imágenes rango de un circuito electrónico en la que se observa el ruido en los bordes de la letra. La topografía corresponde a los espacios cromáticos CIEXYZ, CIELab y CIELuv, (a-c) respectivamente.

Se sugiere que el ruido en los bordes de la letra en la figura 37 es ocasionado por la fuente de iluminación y por el tamaño del borde, que ronda  $1 \mu m$ . Además de esto, tanto la zona del borde de la letra como su área circundante, tienen baja reflectividad, lo que a menudo podría ocasionar dificultades (en forma de ruido) al momento de reconstruir la topografía. En particular, para el barrido axial de la muestra en cuestión, se utilizó una iluminación considerablemente alta (sin saturación de canales *RGB*), debido a que con menor intensidad, la superficie contenía mayor ruido, como se muestra en la figura 38.

**Figura 38***Imágenes rango ruidosas.*

*Nota.* Imágenes rango con ruido en los bordes de la letra y en el área circundante. La topografía corresponde a los espacios cromáticos CIEXYZ, CIELab y CIELuv, (a-c) respectivamente.

La eliminación del ruido se hace evidente al realizar una reconstrucción con canales *RGB* saturados, es decir, mayor intensidad que la presentada en las figuras 37 y 38. Una mayor iluminación permite eliminar ruido en los bordes de la letra, tal como se muestra en la figura 39.

**Figura 39***Imágenes rango.*

*Nota.* Imágenes rango que presenta una disminución del ruido en los bordes de la letra. La topografía corresponde a los espacios cromáticos CIEXYZ, CIELab y CIELuv, (a-c) respectivamente.

Finalmente, las reconstrucciones realizadas anteriormente demuestran la aplicabilidad del algoritmo en casos donde la superficie se percibe oscura, lo que indica la dificultad de reconstruir la topografía debido a la baja reflectancia de la muestra. Cabe aclarar que el

ruido en las superficies y los resultados en general, podrían ser distintos al cambiar la fuente de iluminación, el sistema de adquisición de imágenes, el sistema de camino óptico de la luz dentro del microscopio y el PZO utilizado.

## Conclusiones

El estudio realizado en el presente trabajo de investigación permitió confirmar la posibilidad de realizar reconstrucción topográfica de superficies a partir de imágenes obtenidas mediante microscopía de barrido por interferencia de luz blanca, analizadas en espacios cromáticos (CIE $XYZ$ , CIE $Lab$  y CIE $Luv$ ).

Los resultados obtenidos permitieron corroborar la validez del modelo teórico planteado; en particular, la capacidad para detectar el contacto óptico mediante el análisis de espacios cromáticos empleando la función área. Con ello se alcanzó el objetivo general de la investigación y se estableció una base sólida para reconstrucción topográfica a partir de métodos interferométricos basados en información cromática.

Así mismo, el análisis de los correlogramas en los espacios cromáticos estudiados permitió demostrar que, al igual que el correlograma  $RGB$ , estos evidencian la franja de máxima coherencia en la señal interferométrica, lo cual indica que también podrían emplearse como criterio para la detección el contacto óptico.

El análisis de las imágenes mediante correlación evidenció que las reconstrucciones topográficas obtenidas en los tres espacios cromáticos estudiados presentan alta similitud, mostrando diferencias mínimas entre ellas. Este resultado aporta solidez al método propuesto.

También fue demostrada la fortaleza de la técnica, obteniendo coincidencias en la profundidad respecto a los resultados arrojados mediante microscopía AFM, con algunas diferencias posiblemente atribuibles a la rugosidad de la superficie. Además, se comprueba la robustez ante condiciones de iluminación de alta intensidad, permitiendo incluso obtener mejores resultados bajo dichos factores en las muestras estudiadas. Con ello, el enfoque propuesto demuestra ser aplicable también a superficies que presentan baja reflectancia.

Se demostró que el uso de las matrices de transformación de  $RGB$  a  $XYZ$  (o vectores  $\beta_i$ ) conduce a resultados diferentes, lo que sugiere que la matriz  $3 \times 3$  tradicionalmente empleada no es, en algunos casos, la opción más óptima para la reconstrucción topográfica en métodos basados en los espacios cromáticos estudiados.

Si bien los resultados obtenidos han sido validados y publicados previamente, se sugiere que podrían ser optimizados mediante una fuente de iluminación con mayor ancho espectral y mejor uniformidad. Así mismo, se podría obtener una mayor capacidad de adquisición de datos, es decir, empleando una cámara digital con sensores de mayor calidad y mediante la recolección de múltiples cuadros por captura, procesados mediante medias o medianas.

## Referencias bibliográficas

- ASTM International. (2023). ASTM D2244-23: Standard practice for calculation of color tolerances and color differences from instrumentally measured color coordinates. *American Society for Testing and Materials*. <https://doi.org/https://doi.org/10.1520/D2244-23>
- Bandyopadhyay, S. (2015). White light Interferometer: Applications in Research and Industry. *International Conference on Optics and Photonics*, 9654.
- Baryshev, S. V., Erck, R. A., Moore, J. F., Zinovev, A. V., Tripa, C. E., & Veryovkin, I. V. (2013). Characterization of Surface Modifications by White Light Interferometry: Applications in Ion Sputtering, Laser Ablation, and Tribology Experiments. *J. Vis. Exp.*, 72, e50260.
- Biegen, J. F. (1989). Calibration requirements for Mirau and Linnik microscope interferometers. *Optical Society of America*, 28(11), 1972-1974.
- Born, M., & Wolf, E. (2019). *Principles Of Optics* (Seventh). Cambridge University Press.
- Creath, K. (1989). Calibration of numerical aperture effects in interferometric microscope objectives. *Optical Society of America*, 28(15), 3333-3338.
- Duan, J., Jiao, J., Qing, L., & Yao, N. (2025). Correlation coefficient algorithm for high-precision white-light interferometry. *Optical Engineering*, 64(6), 064103.
- Fontecha, J. S., Gómez, A. P., & Bermúdez, J. G. (2025). Coherence scanning interferometry in CIE color spaces. *Applied Optics*, 64, 8388-8393.
- Ghim, Y.-S., & Davies, A. (2012). Complete fringe order determination in scanning white-light interferometry using a Fourier-based technique. *Applied Optics*, 51(12).
- Gonzalez, R., & Woods, R. (2008). Digital Image Processing. *Pearson Education Inc*, 394-414.
- Guild, J. (1931). The colorimetric properties of the spectrum. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, 230, 149-187.
- Guo, T., Li, F., Chen, J., Fu, X., & Hu, X. (2016). Multi-wavelength phase-shifting interferometry for micro-structures measurement based on color image processing in white light interference. *Optics and Lasers in Engineering*, 82, 41-47.
- Guo, T., Wu, J., Ni, L., Fu, X., & Hu, X. (2016). Initial estimation of thin film thickness measurement based on white light spectral interferometry. *Thin Solid Films*, 612, 267-273.
- Halter, E., Montgomery, P., Montaner, D., Barillon, R., Nero, M. D., Galindo, C., & Georg, S. (2010). Characterization of inhomogeneous colloidal layers using adapted coherence probe microscopy. *Applied Surface Science*, 256, 6144-6152.

- Hong, G., Luo, M. R., & Rhodes, P. A. (2001). A Study of Digital Camera Colorimetric Characterization Based on Polynomial Modeling. *Color Research & Application*, 26.
- Im, J., Kim, H., Park, W., Ahn, J. S., Lee, B., & Choi, S. (2022). High-precision white light interferometry based on a color CCD and peak matching algorithm. *Journal of the Korean Physical Society*, 80, 599-605.
- Jaeseung, I., Byoung-Woon, A., AH-Jin, J., Choi, S., & Jae Sung, A. (2024). High-speed lateral scanning white-light phase shift interferometry. *Optics Express*, 32(13), 23280-23287.
- Jerez, M., Lara, L., Morantes, L., Plata, A., Torres, Y., & Tsygankov, P. (2011). Characterization of the structure of the coating of multilayers using AFM and Interferometric Microscopy. *Journal of Physics: Conference Series*, 274.
- Jr., F. W. B., & Fairman, H. S. (1987). CIE Method for Calculating Tristimulus Values. *Color Res. Appl*, 12, 27-36.
- Kothiyal, M., & Upputuri, P. (2015). Interferometry with broadband light: Applications in metrology. *Asian Journal of Physics*, 42, 1339-1354.
- Kretkowski, M., Y. Shimodairaa, R., & Jabłońskib. (2008). New approach to color calibration of high fidelity color digital camera by using unique wide gamut color generator based on LED diodes. *Proc. of SPIE*, 7266, 72661E.
- Kwak, Y., Lee, S., Choe, W., & Kim, C.-Y. (2005). Optimal chromaticities of the primaries for wide gamut 3-channel display. *Electronic Imaging, SPIE*, 5667(319-327).
- L'éclairage, C. I. D. (2007). Colorimetry - Part 4: CIE 1976 L\*a\*b\* COLOUR SPACE. *CIE Central Bureau*.
- L'éclairage, C. I. D. (2023). Colorimetry — Part 5: CIE 1976 L\*u\*v\* colour space and u', v' uniform chromaticity scale diagram. *CIE Central Bureau*.
- Lehmann, P., Hüser, L., Stelter, A., & Kusserow, T. (2023). Lateral resolution enhanced interference microscopy using virtual annular apertures. *Journal of Physics: Photonics*, 5, 015001.
- MacAdam, D. (1942). Visual sensitivities to color differences in daylight. *Optical Society of America*, 32, 247-274.
- MacAdam, D. (1971). Geodesic Chromaticity Diagram Based on Variances of Color Matching by 14 Normal Observers. *Appl. Opt.*, 10, 1-7.
- Montgomery, P., Lecler, S., Leong-Hoi, A., & Pfeiffer, P. (2017). 3D nano surface profilometry by combining the photonic nanojet with interferometry. *Journal of Physics: Conference Series*, 794.
- Nikon, Komatsu, H., Fellers, T., & Davidson, M. W. (s.f.). *MicroscopyU, Two-Beam Interferometry*. <https://www.microscopyu.com/microscopy-basics/two-beam-interferometry>
- Organización Internacional de Normalización, I. (2013). 25178-604:2013 specifies the metrological characteristics of coherence scanning interferometry (CSI) systems for 3D mapping of surface height. *ISO*, 1.
- Planidina, A., Mendoza, C., Guerrero, J., & Plata, A. (2023). Profilometry by zero-order interference fringe identification in the Commission Internationale de l'Éclairage system. *Journal of Modern Optics*, 70, 449-455.
- Schanda, J. (2007). Colorimetry. Understanding The CIE System. *John Wiley & Sons*, 25-35, 61-65.

- Shams-Nateri, A. (2007). Evaluating Textile Fabric Color Variation by Scanner. *Research Journal of Textile and Apparel*, 11, 31-39.
- Shi, L., Wang, Y., & Wu, G. (2022). Fast full-field 3D surface profilometry by heterodyne interferometry of a femtosecond laser. *Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO)*, 1-2.
- Srinivasan, V., Liu, H. C., & Halioua, M. (1984). Automated phase-measuring profilometry of 3-D diffuse objects. *Journal of Optical Society of America*, 23(18), 3105-3108.
- Takeda, M., Ina, H., & Kobayashi, S. (1982). Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *Journal of Optical Society of America*, 72:1.
- Upputuri, P., Gong, L., Wang, H., Pramanik, M., Nandigana, K., & Kothiya, M. (2014). Measurement of large discontinuities using single white light interferogram. *Optical Society of America*, 22.
- Upputuri, P., Pramanik, M., Nandigana, K., & Kothiyal, M. (2016). Multi-colour microscopic interferometry for optical metrology and imaging applications. *Optics and Lasers in Engineering*, 84(10-25).
- Wright, D. (1929). A re-determination of the trichromatic coefficients of the spectral colours. *Transactions of the Optical Society*, 30, 141-164.
- Wyszecki, G. (1963). Proposal for a New Color-Difference Formula. *Journal of the Optical Society of America*, 53, 1318-1319.
- Yang, W., Liu, X., Hu, C., Lu, W., Chen, C., Yao, Z., & Lei, Z. (2020). Rapid characterization of nano-scale structures in large-scale ultra-precision surfaces. *Optics and Lasers in Engineering*, 134, 106200.
- Zhu, L., Cao, Y., Dawu, H., & Chen, C. (2020). A Novel Surface Recovery Algorithm for Dual Wavelength White LED in Vertical Scanning Interferometry (VSI). *Sensors (Switzerland)*, 20(18), 5225.
- Zhu, L., Cao, Y., He, D., & Chen, C. (2017). Real-time tricolor phase measuring profilometry based on CCD sensitivity calibration. *Journal of Modern Optics*, 64(4), 379-387.