

EVALUAR EL FACTOR DE CONCENTRACIÓN DE ESFUERZOS DINÁMICO POR  
MEDIO DE UN ANÁLISIS ESTRUCTURAL, BASADO EN EL MÉTODO DE  
ELEMENTOS FINITOS, PARA EJES CIRCULARES ESCALONADOS SOMETIDOS A  
CARGA AXIAL Y COMBINADA DE FLEXO-TORSIÓN

ANDERSSON BUSTOS PADILLA  
LUZ DANIELA CAMPO TORRES

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO MECANICAS  
ESCUELA DE INGENIERIA MECANICA  
BUCARAMANGA

2024

EVALUAR EL FACTOR DE CONCENTRACIÓN DE TENSIONES DINÁMICO POR  
MEDIO DE UN ANÁLISIS ESTRUCTURAL, BASADO EN EL MÉTODO DE  
ELEMENTOS FINITOS, PARA EJES CIRCULARES ESCALONADOS SOMETIDOS A  
CARGA AXIAL Y COMBINADA DE FLEXO-TORSIÓN

ANDERSSON BUSTOS PADILLA  
LUZ DANIELA CAMPO TORRES

Trabajo de grado para optar título de Ingeniero Mecánico

Director:

Manuel Del Jesús Martínez  
Doctor en ingeniería mecánica

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICOMECHANIAS  
ESCUELA DE INGENIERIA MECANICA  
BUCARAMANGA

2024

## CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN .....	14
1. OBJETIVOS .....	16
1.1 OBJETIVO GENERAL .....	16
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	16
2. MARCO TEORICO.....	17
2.1 INTRODUCCIÓN .....	17
2.2 ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS .....	17
2.2.1 Performance Evaluation of Stress Concentration Factor for Shoulder Fillet on Round Bar Under Bendig Loading .....	18
2.2.2 Cálculo de factores teóricos de concentración de tensiones mediante métodos de elementos finitos. ....	18
2.2.3 Investigation of Optimum Stress Concentration Factor for Shoulder Fillet in Round Bar Under Different Loading Conditions.....	19
2.3 ANTECEDENTES HISTÓRICOS .....	19
2.4 ASPECTOS TEORICOS .....	20
2.4.1 Parámetros de caracterización de cargas puras. ....	21
2.4.1.1 Tensión media.....	22
2.4.1.2 Tensión alterna.....	22
2.4.2 Parámetros de caracterización de tensiones debidas a la combinación de cargas variables.....	23
2.4.2.1 Tensiones del mismo tipo.....	23
2.4.2.2 Tensión alterna.....	23
2.4.2.3 Tensiones de diferente tipo, tensiones normales o cortantes.....	24
2.4.3 Caracterización de comportamiento de tensiones variables debido a cargas variables cíclicas. ....	24

2.4.3.1 Tensiones del tipo media nula.....	24
2.4.3.2 Tensiones del tipo mínima nula.....	24
2.4.3.3 Tensiones del tipo mínima positiva. ....	25
2.4.3.4 Tensión del tipo mínima negativa.....	25
2.4.3.5 Parámetro R. ....	25
2.4.4 Concentrador de tensiones estático y dinámico generados por cargas fluctuantes. .....	27
2.4.4.1 Ecuaciones de concentradores de tensiones estáticos en ejes con hombros....	27
2.4.4.2 Concentradores de tensiones estáticos para cargas combinadas en ejes con hombros. ....	31
2.4.4.3 Sensibilidad a la entalla y concentrador dinámico de tensiones.....	31
2.4.4.4 Métodos de estimación del parámetro q.....	32
2.4.4.5 Concentrador de tensiones dinámico debido a cargas combinadas en ejes con hombros. ....	34
2.4.5 Análisis de falla por fatiga debida a cargas variables.....	36
3. DESARROLLO DEL PROBLEMA .....	39
3.1 REQUERIMIENTOS Y PLANTEAMIENTO DE LOS CASOS DE ESTUDIO.....	39
3.1.1 Caso de estudio 1. ....	39
3.1.2 Caso de estudio 2. ....	41
3.2 METODOLOGIA.....	43
3.2.1 Fase 1 estudios preliminares.....	43
3.2.2 Fase 2 solución de los casos de estudio.....	44
3.2.3 Fase 3 análisis comparativo.....	44
4. DESARROLLO DE LA SOLUCION.....	45
4.1 FASE 1 ESTUDIOS PRELIMINARES.....	45
4.1.1 Estudio preliminar caga axial.....	46
4.1.1.1 Método convencional.....	47
4.1.1.2 Método de los elementos finitos por medio de ANSYS.....	50
4.1.1.3 Resultados del ejemplo planteado.....	55

4.1.2 Estudio preliminar flexo torsión .....	65
4.1.2.1 Método convencional.....	66
4.1.2.2 Método de los elementos finitos por medio de ANSYS .....	69
4.1.2.3 Resultados del ejemplo planteado .....	72
4.2 FASE 2 SOLUCION DE LOS CASOS DE ESTUDIO.....	79
4.2.1 Solución caso de estudio 1.....	80
4.2.1.1 Método convencional.....	81
4.2.1.2 Simulaciones.....	85
4.2.2 Solución caso de estudio 2.....	91
4.2.2.1 Método convencional.....	92
4.2.2.2 Simulaciones .....	99
4.3 FASE 3 ESTUDIO COMPARATIVO.....	103
4.3.1 Estudio comparativo caso de estudio 1.....	104
4.3.2 Estudio comparativo caso de estudio 2.....	106
5. CONCLUSIONES.....	109
RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS .....	112
BIBLIOGRAFÍA .....	113
ANEXOS .....	116

## LISTA DE TABLAS

Pág

Tabla 1. Caracterización de comportamiento de tensiones variables en función de R ..	26
Tabla 2. Parámetros utilizados en la ecuación de concentrador de tensiones debido a cargas axiales .....	29
Tabla 3. Parámetros utilizados en la ecuación de concentrador de tensiones debido a momentos flectores .....	30
Tabla 4. Parámetros utilizados en la ecuación de concentrador de tensiones debido a torques .....	30
Tabla 5. Valores de $\alpha *$ en base a la tensión última del material.....	33
Tabla 6. Característica del material acero al carbono estructural.....	50
Tabla 7. Factor $K_t$ de flexión, etapa 1 flexo torsión .....	68
Tabla 8. Factor $K_t$ de torsión, etapa 1 flexo torsión .....	68
Tabla 9. Resumen de cómputos de la simulación, caso de estudio 1 .....	89
Tabla 10. Puntos críticos estudiados. Caso de estudio 2.....	95
Tabla 11. Resultados del análisis de esfuerzo correspondiente al caso de estudio 2 por medio de ANSYS .....	103
Tabla 12. Análisis $K_f$ , caso de estudio 1.....	104
Tabla 13. Análisis del esfuerzo equivalente alterno, caso de estudio 1 .....	104
Tabla 14. Análisis comparativo de esfuerzos, caso de estudio 2 .....	107

## LISTA DE CUADROS

	Pag
Cuadro 1. Cálculo del factor $K_t$ con la ecuación modificada de Pilkey, ejemplo1.....	48
Cuadro 2. Comparación de esfuerzos estáticos máximos, ejemplo 1 .....	56
Cuadro 3. Comparación y porcentaje de error del parámetro $K_t$ , ejemplo1 .....	57
Cuadro 4. Comparación y porcentaje de error del parámetro $K_f$ , ejemplo 1 .....	57
Cuadro 5. Comparación del cómputo del concentrador $K_t$ con $D/d$ 1.1 por los dos métodos, ejemplo 1 .....	58
Cuadro 6. Comparación del cómputo del concentrador $K_t$ con $D/d$ 1.2 por los dos métodos, ejemplo 1 .....	59
Cuadro 7. Comparación del cómputo del concentrador $K_t$ con $D/d$ 1.5 por los dos métodos, ejemplo 1 .....	59
Cuadro 8. Comparación del cómputo del concentrador $K_t$ con $D/d$ 2.0 por los dos métodos, ejemplo 1 .....	60
Cuadro 9. Comparación del cómputo del concentrador $K_f$ con $D/d$ 1.1 por los dos métodos, ejemplo 1 .....	61
Cuadro 10. Comparación del cómputo del concentrador $K_f$ con $D/d$ 1.2 por los dos métodos, ejemplo 1 .....	61
Cuadro 11. Comparación del cómputo del concentrador $K_f$ con $D/d$ 1.5 por los dos métodos, ejemplo 11 .....	62
Cuadro 12. Comparación del cómputo del concentrador $K_f$ con $D/d$ 1.2 por los dos métodos, ejemplo 1 .....	62
Cuadro 13. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con $D/d$ 1.1 por los dos métodos, ejemplo 1.....	63
Cuadro 14. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con $D/d$ 1.2 por los dos métodos, ejemplo 1.....	64
Cuadro 15. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con $D/d$ 1.5 por los dos métodos, ejemplo 1.....	64

Cuadro 16. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con D/d 2.0 por los dos métodos, ejemplo 1.....	65
Cuadro 17. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente, ejemplo 2.....	74
Cuadro 18. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alterno, ejemplo caso de estudio 1.....	74
Cuadro 19. Comparación del cómputo del factor de concentración de esfuerzos Kf global con R = 0.5, ejemplo 2 .....	76
Cuadro 20. Comparación del cómputo del factor de concentración de esfuerzos Kf global con R = 0.25, ejemplo 2 .....	76
Cuadro 21. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con D/d 1.10 con R = 0.5 por los dos métodos, ejemplo 2 .....	77
Cuadro 22. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con D/d 1.10 con R =0.25 por los dos métodos, ejemplo 2 .....	77
Cuadro 23. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con D/d 1.20 con R =0.5 por los dos métodos, ejemplo 2 .....	78
Cuadro 24. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con D/d 1.20 con R =0.25 por los dos métodos, ejemplo 2 .....	78
Cuadro 25. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con D/d 2.0 con R = 0.5 por los dos métodos, ejemplo 2 .....	78
Cuadro 26. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con D/d 2.0 con R = 0.25 por los dos métodos, ejemplo 2 .....	79

## LISTA DE FIGURAS

	Pág
Figura 1. Comportamiento del momento debido a cargas variables .....	21
Figura 2. Tensiones de fatiga sencillos con tensiones variables cíclicamente .....	26
Figura 3. Diagrama de Haigh en un material dúctil. ....	37
Figura 4. Vista secciona de un cilindro hidráulico.....	40
Figura 5. Plano caso de estudio 1 .....	41
Figura 6. Ejemplo de sistema de elevación.....	42
Figura 7. Plano del caso de estudio 2 .....	43
Figura 8. Flujo del método de solución del problema .....	43
Figura 9. Configuración fase 1 .....	45
Figura 10. Descripción del ejemplo, caso de estudio 1 .....	46
Figura 11. Pasos de procesamiento de un análisis estático estructural .....	50
Figura 12. Operaciones de modelado y modelo en ANSYS del ejemplo 1 .....	51
Figura 13. Técnica de “slice” en ANSYS en el ejemplo 1 .....	52
Figura 14. Aplicación de mallado en ejemplo1 .....	52
Figura 15. Aplicación de las cargas sobre el sólido del ejemplo axial estático.....	53
Figura 16. Configuración de resultados del ejemplo, caso de estudio 1 .....	54
Figura 17. Curva S-N con media nula correspondiente al material Acero estructural ....	54
Figura 18 Resultados del ejemplo 1 usando ANSYS .....	56
Figura 19. Descripción de ejemplo, etapa 1 flexo torsión.....	66
Figura 20. Modelado y operaciones 3d en ANSYS ejemplo 2.....	69
Figura 21. Técnicas de mallado, ejemplo 2.....	70
Figura 22. Restricciones y aplicación de cargas, ejemplo 2.....	71
Figura 23. Configuración de resultados, ejemplo 2 .....	72
Figura 24. Resultados del análisis estático y de fatiga por ANSYS, ejemplo 2 .....	72
Figura 25. Resumen fase 2 .....	80
Figura 26. Segmentación de geometría en caso de estudio 1 .....	81
Figura 27. Modelado caso de estudio 1 .....	86

Figura 28. Slice del hombro 1 correspondiente al caso de estudio. ....	86
Figura 29. Slice del hombro 2 correspondiente al caso de estudio. ....	87
Figura 30. Mallado al caso de estudio, hombro 1.....	87
Figura 31. Mallado al caso de estudio, hombro 2.....	88
Figura 32. Configuración de resultados caso de estudio 1.....	89
Figura 33. Esfuerzo máximo estático en el hombro 1 .....	90
Figura 34. Esfuerzo máximo dinámico en el hombro 1 .....	90
Figura 35. Esfuerzo máximo estático en el hombro 2 .....	90
Figura 36. Esfuerzo máximo estático en el hombro 2 .....	91
Figura 37. Diagrama de cuerpo libre, caso de estudio 2 .....	92
Figura 38. Diagrama de cuerpo libre con cargas definidas, caso de estudio 2 .....	93
Figura 39. Diagrama de fuerza cortante, caso de estudio 2.....	93
Figura 40. Diagrama de momento flecto, caso de estudio 2 .....	94
Figura 41. Diagrama de momento flectores, caso de estudio 2 .....	95
Figura 42 Mallado, restricciones de carga y configuración de resultados, caso de estudio 2 .....	101
Figura 43 Resultados del estudio de análisis estático correspondiente al caso de estudio 2 .....	101
Figura 44 Resultados del estudio de análisis de fatiga 1 correspondiente al caso de estudio 2.....	102
Figura 45 Resultados del estudio de análisis de fatiga 2 correspondiente al caso de estudio 2.....	103
Figura 46. % Error del esfuerzo equivalente alterno utilizando el q de Peterson .....	105
Figura 47. % Error del esfuerzo equivalente alterno utilizando el q de Neuber .....	106
Figura 48. % Error del esfuerzo equivalente alterno con r 0.5, ejemplo 2 .....	108
Figura 49. % Error del esfuerzo equivalente alterno con r 0.25, ejemplo 2 .....	108

## LISTA DE ANEXOS

	Pág
Anexo A. Plano correspondiente al caso de estudio 1. ....	116
Anexo B. Plano de estudio 2. ....	117
Anexo C. Simulaciones estáticas y de fatiga ejemplo 1. ....	118
Anexo D. Simulaciones estáticas y de fatiga ejemplo 2 con $D/d = 0.5$ . ....	125
Anexo E. Cálculo del factor $K_t$ convencional en ejemplo estático, caso de estudio 1	129
Anexo F. Cálculo del factor $K_t$ ANSYS en ejemplo estático, caso de estudio 1	130
Anexo G. Cálculo del parámetro “q Peterson” en ejemplo de fatiga, caso de estudio 1 .....	132
Anexo H. Cálculo del parámetro “q Neuber” en ejemplo de fatiga, caso de estudio 1	133
Anexo I. Cálculo del parámetro $K_f$ Peterson, caso de estudio 1.....	134
Anexo J. Cálculo del parámetro $K_f$ Neuber, caso de estudio 1	135
Anexo K. Cálculo del factor $K_t$ convencional, caso de estudio 2.....	136
Anexo L. Cálculo del factor $K_t$ ANSYS, caso de estudio 2.....	137
Anexo M. Cálculo del parámetro “q t”, caso de estudio 2.....	138
Anexo N. Cálculo del parámetro “q s”, caso de estudio 2	139
Anexo O. Cálculo del parámetro $K_f$ , caso de estudio 2.....	140
Anexo P. Simulaciones de fatiga ejemplo 2 con $D/d = 0.25$ . ....	141

## RESUMEN

**TÍTULO:** Evaluar el factor de concentración de tensiones dinámico por medio de un análisis estructural, basado en el método de elementos finitos, para ejes circulares escalonados sometidos a carga axial y combinada de flexo-torsión\*

**AUTOR:** Andersson Bustos Padilla, Luz Daniela Campo Torres\*\*

**PALABRAS CLAVE:** Factor de concentración dinámico, Método de elementos finitos, Carga axial, Flexo torsión, Ejes circulares

**DESCRIPCIÓN:** El presente trabajo se enfoca en la evaluación y comparación del método convencional con el método de los elementos finitos (FEA) en el cálculo del factor de concentración de esfuerzos dinámicos en ejes circulares escalonados sometidos a carga axial y combinada de flexo-torsión. Surge de la dificultad para elegir un método en el cálculo del factor dinámico de concentración de esfuerzos, KF. La complejidad en la aplicación de las dos opciones disponibles es amplia, siendo el método tradicional el más sencillo al no requerir software especializado, a diferencia del FEA. La evaluación del porcentaje de error en el cálculo del KF utilizando ambas metodologías facilita la toma de decisiones. El desarrollo del proyecto se divide en dos partes. La primera consiste en la evaluación del factor KF en ejes con cargas fluctuantes de tipo axial con  $R 0.5$ , mientras que la segunda evalúa el factor KF debido a cargas combinadas de flexo-torsión fluctuantes con dos valores de  $R$  diferentes: el primer caso con  $R 0.5$  y el segundo con  $R 0.25$ . El flujo de trabajo utilizado comprende la definición de parámetros geométricos y de carga, seguido del cálculo del parámetro KF mediante métodos tradicionales y mediante el software ANSYS. Luego, se lleva a cabo un análisis comparativo de los datos, y se discuten y validan los resultados del análisis. Se concluye que el porcentaje de error del factor KF debido a cargas fluctuantes de tipo axial o combinadas de flexo-torsión presenta un comportamiento asintótico independiente del valor del parámetro  $D/d$ . Además, la diferencia entre los dos métodos planteados no es significativa, por lo que el método tradicional es viable frente al FEA.

---

\*Trabajo de Grado

\*\* Facultad de Ingenierías físico-mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Director: Manuel Del Jesús Martínez.

## ABSTRACT

**TITLE:** Evaluate the dynamic stress concentration factor through a structural analysis, based on the finite element method, for staggered circular axles subjected to axial and combined bending-torsion loading\*

**AUTHOR:** Andersson Bustos Padilla, Luz Daniela Campo Torres\*\*

**KEY WORDS:** Dynamic concentration factor, Finite element method, Axial load, Torsion-bending, Circular shaft

**DESCRIPTION:** The present work is based on the evaluation and comparison of traditional methods with respect to the FEA finite element method in the calculation of the dynamic stress concentration factor in stepped circular axes subjected to axial and combined bending-torsion loading.

The problem on which the development of the degree work is based lies in the difficulty of choosing a method for calculating the dynamic stress concentration factor KF. The complexity in the application of the two available options is extensive, with the traditional method being the simplest due to not using specialized software unlike the FEA, it is extremely helpful to be able to rely on an evaluation of the percentage of error in the calculation of the KF using the two methodologies to be able to decide more easily.

The development of the project was divided into two parts, the first being the evaluation of the KF factor in axles with fluctuating axial loads with  $R = 0.5$ , the second part evaluates the KF factor due to combined fluctuating bending torsion loads with two values of  $R$  different, the first case with  $R = 0.5$  and the second with  $R = 0.25$ .

The workflow used consists first of the definition of geometric and loading parameters, followed by the calculation of the KF parameter by traditional means and through the ANSYS software, then the data was analyzed comparatively, the results obtained from the analysis were discussed and validated.

It was concluded that the percentage of error of the KF factor due to fluctuating loads of axial type or combined bending torsion present an asymptotic behavior independent of the value of the parameter  $D/d$ , the difference between the two proposed methods is not significant, which is why the method Traditional is viable against FEA.

---

\* Degree work

\*\* Faculty of Physical-Mechanical Engineering. School of Mechanical Engineering. Director: Manuel Del Jesús Martínez.

## INTRODUCCIÓN

Los árboles o ejes son elementos de máquinas rotatorias, como dice Nieto los cuales tienen como principal tarea principal tarea la transmisión de potencia<sup>1</sup>, además, estos ejes suelen caracterizarse por tener geometrías sencillas, donde lo común es encontrar secciones transversales circulares, acompañado de discontinuidades geométricas como son los cuñeros, escalones y ranuras para anillos de retención<sup>2</sup>. Estos elementos transmisores pueden estar sometidos a cargas de flexión, torsión y axial. Como menciona Mott en el diseño de ejes se suele estudiar las zonas críticas que pueden generar una falla, en especial las debidas a los concentradores de tensiones<sup>3</sup>, donde se genera un aumento de la tensión máxima, este aumento varía según el tipo de carga aplicada, la geometría de la pieza y la geometría de la discontinuidad geométrica.

Por medio de la fotoelasticidad se logró determinar el factor de concentración de tensiones según Pilkey y Peterson, los cuales definen como  $k$  el cociente entre Esfuerzo máximo y Esfuerzo nominal, este factor fue plasmado en graficas que corresponden a cada tipo de carga, geometría y tipo de concentrador<sup>4</sup>.

Estas figuras son muy útiles, sin embargo, como plasma Prajapati y Patel no se puede asegurar que sean cien por ciento fiables<sup>5</sup>, debido a que fueron definidas para las aplicaciones de cargas de forma individual y no para cargas combinadas como es el caso de la vida real.

---

<sup>1</sup> NIETO QUIJORNA, Antonio Javier. ELEMENTOS DE MÁQUINAS. Castilla: Área de Ingeniería Mecánica Universidad de Castilla-La Mancha, 2007. 68 p.

<sup>2</sup> MOTT, Robert I. Diseño de elementos de máquinas. 4ª ed. Ciudad de México: Pearson, 2016. P164-172.

<sup>3</sup> Ibid. . P164-172

<sup>4</sup> PILKEY, Walter D. Peterson's stress concentration factors. 2ª ed. New York: John Wiley & Son's, 1997. 544 p

<sup>5</sup> PRAJAPATI, H., & PATEL, B. (2019). Performance Evaluation of Stress Concentration Factor for Shoulder Fillet on Round Bar under Bending Loading. International Journal of Recent Technology and Engineering, 8(4), 1670-1675

Un error en el factor de concentración de tensiones puede llevar a un diseño incorrecto de las zonas críticas de un eje, según Budynas y Keith se puede presentar fallas como lo son: una deflexión mayor a lo permitido, una resistencia menor de lo especificado, incluso una ruptura completa del eje<sup>6</sup>.

Con el fin de evaluar la exactitud de las gráficas antes mencionadas se ha realizado varias investigaciones, como es el caso de Murillo el cual se basa en la aplicación del método de los elementos finitos, el cual se utiliza para el análisis de los factores que modifican la intensidad del esfuerzo en ejes circulares-escalonados, sometidos a diferentes tipos de cargas de forma individual o combinadas<sup>7</sup> obteniendo buenos resultados, sin embargo, no se han evaluado los factores de concentración de esfuerzo dinámico, en escenarios donde se someta un eje escalonado a carga axial y combinada de flexo-torsión.

Teniendo en cuenta lo anterior mencionado, se realiza la siguiente pregunta de investigación: ¿Se puede evaluar el factor de concentración de tensiones dinámico, para un eje escalonado sometido a carga axial y combinada de flexo-torsión, por medio de resultados obtenidos en el análisis del eje, mediante la aplicación del método de los elementos finitos?

---

<sup>6</sup> BUDYNAS, Richard. Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley. 9ª ed. Ciudad de México: Mc Graw Hill, 2012 p.250-258..

<sup>7</sup> MURILLO, Jhoan Sebastián. Aplicación del método de los elementos finitos parra el análisis de los factores que modifica el esfuerzo en ejes sometidos a flexo torsión. En: Congreso iberoamericano de ingeniería mecánica (22, octubre, 2019: Cartagena, Colombia).

## **1. OBJETIVOS**

### **1.1 OBJETIVO GENERAL**

Evaluar el factor de concentración de tensiones dinámico para un eje de maquina escalonado sometido a carga axial y combinada de flexo torsión utilizando el método de los elementos finitos (FEA).

### **1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Establecer las propiedades mecánicas y de carga necesarias en la determinación del concentrador de esfuerzo dinámico de un eje de máquina.

Determinar mediante un análisis convencional, el factor de concentración de tensiones dinámico en los siguientes casos: un eje sometido a carga axial, con un comportamiento de esfuerzo fluctuante positivo con relación de tensiones R positiva y un eje sometido a carga de flexo-torsión, con un comportamiento de esfuerzo fluctuante con dos valores diferentes de relación de esfuerzo R.

Generar estudio de fatiga para el eje en los dos casos anteriormente mencionados, implementando el método de los elementos finitos (FEA).

Realizar un estudio comparativo basado en los datos convencionales y los obtenidos por el método de los elementos finitos.

## **2. MARCO TEORICO**

El presente capítulo trata sobre la fatiga mecánica, la cual es ocasionada por la aplicación repetida de cargas en materiales metálicos. A continuación, se especificarán los diferentes tópicos teóricos necesarios, junto con los antecedentes históricos.

### **2.1 INTRODUCCIÓN**

Cuando se habla de fatiga, se debe entender como “el comportamiento resistente de los materiales a tensiones variables con el tiempo”<sup>8</sup>, estas tensiones pueden ser generadas por cargas que actúan de forma individual, como las tensiones axiales, o combinadas como lo puede los esfuerzos flexo-torsión, además las cargas pueden ser constantes o variables como en el caso del presente proyecto de investigación.

Es importante el estudio de la fatiga mecánica ya que “a menudo se encuentra que los elementos de máquinas han fallado bajo la acción de esfuerzos repetidos o fluctuantes; no obstante, el análisis más cuidadoso revela que los esfuerzos máximos reales estuvieron por debajo de la resistencia última del material y con mucha frecuencia incluso por debajo de la resistencia a la fluencia”<sup>9</sup>

### **2.2 ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS**

A continuación, se describen algunas proyectos y bibliografías relacionadas con el diseño de elemento de máquinas y método de los elementos finitos.

---

<sup>8</sup> AVILÉS, Rafael. Métodos de cálculo de fatiga para ingeniería. Madrid: Paraninfo, 2015. 113 p.

<sup>9</sup> BUDYNAS, Richard. Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley. 9ª ed. Ciudad de México: Mc Graw Hill, 2012. P.254.

### **2.2.1 Performance Evaluation of Stress Concentration Factor for Shoulder Fillet on Round Bar Under Bending Loading**

<sup>10</sup> La investigación buscaba evaluar diferentes ecuaciones modificadas del factor de concentración de esfuerzos debido a cargas de flexión.

La evaluación se realizó comparando resultados respecto a los resultados obtenidos por el método de los elementos finitos, la comparación se realizó en una tabla y de forma gráfica.

Los resultados lo que mostraron fue errores de aproximadamente el 50% en valores de  $r/d$  altos, y porcentajes de error bajos en valores de  $r/d$  pequeños.

Esta investigación es importante ya que indica que la utilización de las ecuaciones modificadas no son lo más recomendable en casos que el factor  $r/d$  pueda ser alto.

### **2.2.2 Cálculo de factores teóricos de concentración de tensiones mediante métodos de elementos finitos.**

<sup>11</sup> Este trabajo de grado pretendía utilizar el software Inventor para determinar los factores estáticos de concentración de esfuerzos, los casos estudiados son barras circulares y barras cuadradas con diferentes tipos de entalladuras sometidas a diferentes casos de combinación de cargas.

El objetivo fue cumplido y como resultado se obtuvo simulaciones correspondientes a los diferentes casos de geometría y cargas mencionadas anteriormente, junto con las simulaciones se obtuvieron comparaciones de los resultados de  $K_t$  obtenidos por medio de FEA respecto a métodos tradicionales.

---

<sup>10</sup> PRAJAPATI, H., & Patel, B. (2019). Performance Evaluation of Stress Concentration Factor for Shoulder Fillet on Round Bar under Bending Loading. *International Journal of Recent Technology and Engineering*, 8(4), 1670-1675

<sup>11</sup> GONZÁLEZ IZARD, Ricardo. Cálculo de factores teóricos de concentración de tensiones mediante métodos de elementos finitos. Trabajo de grado. Valladolid: Universidad de Valladolid, 2014. 191 p.

Este trabajo de grado es importante debido a que proporciona unas bibliotecas de datos comparativos entre resultados simulados y datos por medio de métodos manuales.

**2.2.3 Investigation of Optimum Stress Concentration Factor for Shoulder Fillet in Round Bar Under Different Loading Conditions.**<sup>12</sup> En este artículo de revista se tenía como objetivo obtener una fórmula o método que permitiera obtener el factor de concentración de esfuerzos óptimo en caso particular de un eje con un hombro simple. Los investigadores modificaron las ecuaciones del ingeniero Peterson para optimizarlas, pero el resultado fue agri dulce porque no lograron obtener un radio óptimo, pero sí ecuaciones que tienen un comportamiento más apegado a los obtenidos por el método de los elementos finitos.

Esta investigación es importante debido a que permite obtener ecuaciones que facilitan la obtención del factor  $K_t$  con mayor precisión.

## 2.3 ANTECEDENTES HISTÓRICOS

Como comenta Marco Esteban<sup>13</sup> el fenómeno conocido como fatiga comenzó a estudiarse aproximadamente a partir de mediados y finales del siglo XIX, cuando el ingeniero William John Macquorn Rankine analizó las roturas en los ejes de ferrocarril en tiempos menores a los esperados utilizando teorías de falla mecánica tradicionales.

El hecho de que los materiales fallaran antes de tiempo fue estudiado a profundidad por el ingeniero Wohler, quien también trabajaba en la industria de los ferrocarriles. Su estudio exhaustivo le permitió crear pruebas que dieron lugar a lo que hoy se conocen

---

<sup>12</sup> PRAJAPATI, H., & PATEL, B. (2019). Performance Evaluation of Stress Concentration Factor for Shoulder Fillet on Round Bar under Bending Loading. *International Journal of Recent Technology and Engineering*, 8(4), 1670-1675

<sup>13</sup> MARCO ESTEBAN, Eva. Metodología para el análisis a fatiga mediante el código pro engineer: aplicación a un eje ferroviario. Proyecto de fin de carrera. Madrid: Universidad Carlos III de Madrid, 2010.p. 11-14

como curvas S-N. Estas curvas son de suma importancia en el estudio y comprensión del comportamiento de los materiales ante la fatiga.

Gracias a estas curvas S-N, en años posteriores se lograron grandes avances gracias a las investigaciones de Ewings y Humphries. Como menciona marco esteban <sup>14</sup> estos investigadores descubrieron en 1903 que existía un punto conocido como esfuerzo de vida infinita, el cual estaba relacionado con el esfuerzo último. Sin embargo, fue el investigador Bastin en 1910 quien logró llevar todo el conocimiento acumulado hasta ese momento a curvas S-N de Wohler en funciones logarítmicas que tenían en cuenta la vida infinita descubierta por Ewings y Humphries.

Después de tabular las gráficas S-N, se han seguido realizando investigaciones importantes, como las teorías de falla y concentradores de esfuerzos estáticos y dinámicos. A pesar de estas investigaciones, aún no se conoce con exactitud lo relacionado con la fatiga.

Como comenta Gokhale<sup>15</sup> en el siglo XXI, la investigación sobre la fatiga se centra en el análisis de situaciones complejas mediante el uso de análisis por elementos finitos a través de software especializado en simulación.

Además, se busca evaluar correctamente la precisión de los métodos tradicionales y computacionales en áreas como concentradores de esfuerzo, acumulación de daño, ciclos de vida y factor de seguridad.

## **2.4 ASPECTOS TEORICOS**

En el presente marco teórico se presentan los conceptos más importantes en el análisis de concentración de esfuerzos en fatiga debido a cargas puras y combinadas que

---

<sup>14</sup> MARCO ESTEBAN, Eva. Metodología para el análisis a fatiga mediante el código pro engineer: aplicación a un eje ferroviario. Proyecto de fin de carrera. Madrid: Universidad Carlos III de Madrid, 2010.p. 11-14.

<sup>15</sup> GOKHALE, Nitin S., et al. Practical Finite Element Analysis. Maharashtra: Finite To Infinite, 2008. 411 p. 14-15.

presentan una aplicación fluctuante de amplitud. Aunque existen bastantes escenarios posibles en la aplicación de fatiga, este marco teórico se centra en cargas axiales y cargas combinas de flexión y torsión en casos de media no nula

**2.4.1 Parámetros de caracterización de cargas puras.** Como explica Budynas<sup>16</sup> Tener cargas variables que tienen un comportamiento cíclico con un punto máximo y uno mínimo genera que las tensiones generadas también sean variables y tengan puntos máximos y mínimos.

Se definirá en el proyecto *tensión* como la forma genérica de referirse a un esfuerzo referente a una carga de flexión, carga axial o carga cortante, excepto cuando se necesite especificar alguna de las tensiones mencionadas. Al definir que una tensión es la acción de carga sobre un área, se pueden relacionar las cargas máximas y mínimas con las tensiones axiales, de flexión, máximas y mínimas como se expresa en las (Ecuaciones 1, 2 y 3):

$$\sigma_{max,min,axial} = \frac{f_{max,min}}{A_{transversal}} \quad (1)$$

$$\sigma_{max,min,flexion} = \frac{m_{max,min} * c}{i} \quad (2)$$

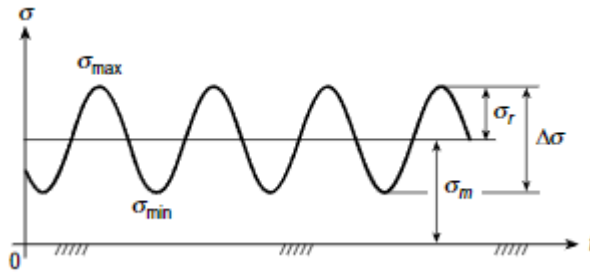
$$\tau_{max,min,torsion} = \frac{T_{max,min} * c}{j} \quad (3)$$

Al tener una curva de tensiones variables cíclicas como dice Budynas<sup>17</sup> se puede categorizar su comportamiento por medio de caracterizaciones basadas en parámetros.

Figura 1. Comportamiento del momento debido a cargas variables

<sup>16</sup> BUDYNAS, Richard. Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley. 9ª ed. Ciudad de México: Mc Graw Hill, 2012. P.287-288.

<sup>17</sup> Ibid., p.31.



Fuente: AVILÉS, Rafael. Análisis de fatiga en máquinas. Madrid: Paraninfo, 2005. P.242.

**2.4.1.1 Tensión media.** Se tiene una tensión promedio correspondiente al promedio entre la tensión máxima y mínima, y se representa con la ecuación 4:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (4)$$

Avilés <sup>18</sup> define que la tensión media se caracteriza por medio de dos comportamientos, los cuales son:

- Media nula: Comportamiento dado por una tensión media con valor igual a cero o nulo.
- Media no nula: Comportamiento dado por una tensión con valor diferente a cero o no nulo.

**2.4.1.2 Tensión alterna.** Definido como el esfuerzo que representa a la amplitud de la curva cíclica que representa a la aplicación de la carga variable, utilizando la definición se puede deducir las (Ecuaciones 5 y 6).

$$\sigma_{max,min} = \sigma_m \pm \sigma_a \quad (5)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (6)$$

<sup>18</sup> AVILÉS, Rafael. Métodos de cálculo de fatiga para ingeniería. Madrid: Paraninfo, 2015. p.295-302

Conociendo el valor del esfuerzo alternante junto la tensión mediase puede definir la forma de la curva que representa al comportamiento de la aplicación de tensiones máximos y mínimos.

**2.4.2 Parámetros de caracterización de tensiones debidas a la combinación de cargas variables.** Se manejan tensiones variables compuestas por dos o más cargas, se considera que se trata con un caso de cargas combinadas. Para esta situación se usan los mismos parámetros que se usarían en un caso de carga individual, pero las ecuaciones se adaptan a nuevas condiciones.

**2.4.2.1 Tensiones del mismo tipo.** "La tensión media se define como la tensión obtenida de la sumatoria de las tensiones medias que se desean combinar. Se tiende a contemplar dos casos específicos:

- Los conjuntos de las tensiones varían
- Algunas tensiones varían y otras se mantienen constantes y se representa con la Ecuación 7.

$$\sigma_{m=} \sum \sigma_{m,i} = \sum \frac{\sigma_{max,i}}{2} + \frac{\sigma_{min,i}}{2} \quad (7)$$

**2.4.2.2 Tensión alterna.** Se define como la tensión obtenida a partir la sumatoria de las tensiones alternas que se desean combinar y se representa con la Ecuación 8.

Se tiende a contemplar dos casos específicos:

- Todos los conjuntos de tensiones varían
- Algunas tensiones varían y las otras se mantienen constantes.

$$\sigma_{a=} \sum \sigma_{a,i} = \sum \frac{\sigma_{max,i}}{2} - \frac{\sigma_{min,i}}{2} \quad (8)$$

**2.4.2.3 Tensiones de diferente tipo, tensiones normales o cortantes.** Como explica Budynas<sup>19</sup>. Cuando se presenta una situación donde se aplican cargas variables que generan tensiones de diferentes tipos, como podría ser una carga axial y un torque, se deben modificar los parámetros de caracterización planteados anteriormente. Se utiliza una tensión equivalente, el cual produce los mismos efectos que la suma de tensiones de diferentes tipos. La tensión equivalente normalmente se halla por medio de la teoría de falla de von mises y se representa con la Ecuación 9.

$$\sigma_{a,eq} = \sqrt{(\sum \sigma_{a,i})^2 + 3 * (\sum \tau_{a,i})^2} \quad (9)$$

**2.4.3 Caracterización de comportamiento de tensiones variables debido a cargas variables cíclicas.** Con los parámetros de tensión mínima, tensión máxima, tensión alterna y tensión media es posible caracterizar el comportamiento de una tensión variable cíclica debido a cargas variables cíclicas.

**2.4.3.1 Tensiones del tipo media nula.** Corresponde a un caso donde la tensión media es igual a cero, como indica Avilés<sup>20</sup> la tensión máxima y mínima tienen la misma amplitud con signo contrario

**2.4.3.2 Tensiones del tipo mínima nula.** Sucede cuando se cumple dos condiciones:

- La tensión medio es mayor a 0
- La tensión alterna es igual tensión media

Como resultado se obtuvo que el valor de la tensión mínima es nulo, las consecuencias que esto trae es tener todas las tensiones con valores positivos, normalmente esto sucede cuando la carga máxima es aplicada de forma periódica y después se retira por

---

<sup>19</sup> BUDYNAS, Richard. Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley. 9ª ed. Ciudad de México: Mc Graw Hill, 2012. P.303-304.

<sup>20</sup>AVILÉS, Rafael. Métodos de cálculo de fatiga para ingeniera. Madrid: Paraninfo, 2015.p 242-250.

completo lo que genera tensiones máximas mayores positivas y tensiones mínimas igual a cero.

**2.4.3.3 Tensiones del tipo mínima positiva.** Se presenta cuando la premisa que dice la tensión media menos la tensión alterna sea mayor a cero se cumple, en la Ecuación 6 se ve cuantización de lo anteriormente mencionado.

**2.4.3.4 Tensión del tipo mínima negativa.** Sucede cuando se cumple que la resta de la tensión media y la tensión alterna es menor a cero. Se puede tener dos variantes de caracterización:

- Tensión del tipo mínima negativa y tensión máxima positiva
- Tensión del tipo mínima negativa y tensión máxima negativa

La expresión que lo representa es la ecuación 10

$$\sigma_{min} < 0 \text{ si } \sigma_m - \sigma_a < 0 \quad (10)$$

**2.4.3.5 Parámetro R.** Es un parámetro conocido como relación de carga y relaciona la tensión máxima y mínimo de forma que permite categorizar los diferentes comportamientos en base de un rango de valores, su correspondiente expresión es la ecuación 11.

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (11)$$

Teniendo los diferentes comportamientos mencionados anteriormente se desarrollan en la Tabla 1.

Valor de R	Comportamiento
R= -1	Tensiones del tipo media nula
R= 0	Tensiones del tipo mínima nula
0<R<= 1	Tensiones del tipo mínima positiva

Tabla 1. (Continuación)

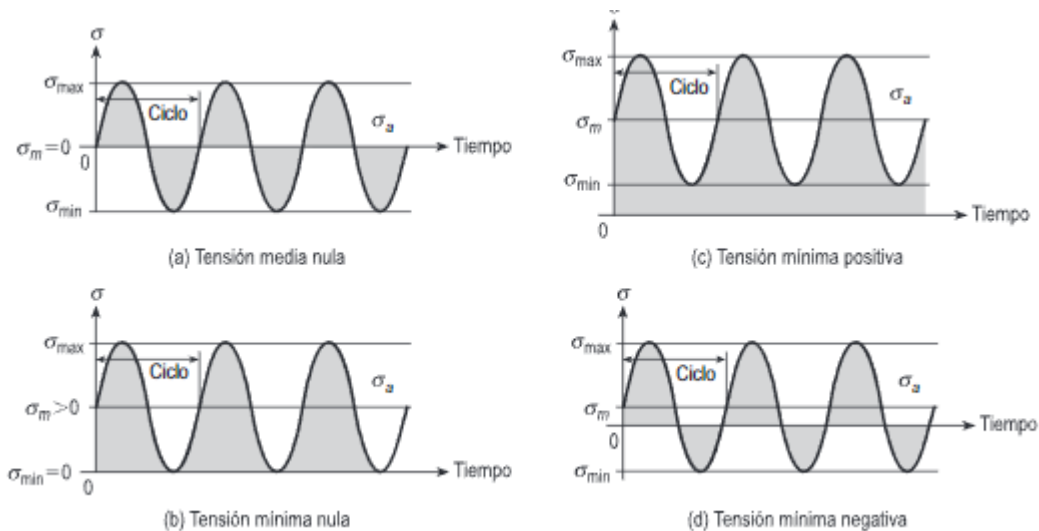
$0 < R < \infty$	Tensiones del tipo mínima negativa y tensión máxima negativa
$0 < R < -\infty$	Tensiones del tipo mínima negativa y tensión máxima negativa

Tabla 1. Caracterización de comportamiento de tensiones variables en función de R

Fuente: Elaboración propia

Con la ayuda de la Tabla 1 y el comportamiento de tensiones variables debido a tensiones cíclicas se genera la figura 2, la cual permite relacionar el comportamiento de las tensiones y sus relaciones con los parámetros de caracterización.

Figura 2. Tensiones de fatiga sencillos con tensiones variables cíclicamente



Fuente: AVILÉS, Rafael. Métodos de cálculo de fatiga para ingeniería. Madrid: Paraninfo, 2015. 144 p

**2.4.4 Concentrador de tensiones estático y dinámico generados por cargas fluctuantes.** Se suele analizar las tensiones en secciones constantes de piezas y, en caso de encontrarse con alguna discontinuidad, se analizará antes y después, pero estas reducciones ideales no son transferibles a la realidad porque diferentes estudios demuestran que en las discontinuidades hay tensiones máximas.

Las discontinuidades que generan estas tensiones máximas se le conocen como concentradores de tensiones, dice Pilkey<sup>21</sup> que gracias a el estudio de estas zonas se determinó que existe una relación directamente proporcional entre la tensión máxima de un concentrador y la tensión nominal aplicado.

El factor de proporcionalidad se denota por la letra k y se conoce como factor de concentración de tensiones, aplicable a tensiones normales y cortantes; su representación matemática se representa con las (Ecuaciones 12 y 13).

$$\sigma_{max} = k * \sigma_{nominal} \quad (12)$$

$$t_{max} = k_s * t_{nominal} \quad (13)$$

El valor del factor k varía según sea un caso de tensión estática o dinámica, también depende del tipo de carga aplicada y del material sobre el que se aplica.

#### **2.4.4.1 Ecuaciones de concentradores de tensiones estáticos en ejes con hombros.**

En el libro de Pilkey <sup>22</sup> existen graficas que relacionan algunos parámetros geométricos y el concentrador de tensiones en casos específicos de geometría de aplicación de diferente tipo de cargas, estas graficas fueron creadas por el ingeniero Peterson quien también dedujo ecuaciones para tales curvas representadas en las gráficas.

---

<sup>21</sup> PILKEY, Walter D. Peterson's stress concentration factors. 2<sup>a</sup> ed. New York: John Wiley & Son's, 1997. 544 p

<sup>22</sup> Ibid.,. 544 p

Estas ecuaciones fueron recopiladas en el libro de Pilkey<sup>23</sup> y aunque son fáciles de usar junto con las cartas es verdad que no son las óptimas ni las que tienen mayor precisión comparadas con un análisis de métodos finitos, dice Patel en su investigación del óptimo concentrador de tensiones debido a filetes en hombros de barras circulares <sup>24</sup> que al modificar las ecuaciones de Peterson con la finalidad de obtener optimizaciones permitió obtener ecuaciones que presentan un porcentaje de error pequeño al compararlas con los datos obtenidos por medio del método de los elementos finitos, la mejora es sustancialmente mayor respecto a las ecuaciones de Peterson en el apartado de cargas axiales.

Las ecuaciones modificadas de Pilkey están escritas de forma que el valor a hallar sea el radio de curvatura, sin embargo, con tal de obtener el factor de concentración de tensiones se realizaron manejos algebraicos manteniendo la coherencia y funcionalidad de las ecuaciones.

El modelado matemático se representa en función de los parámetros a, b y c, sus valores cambian según la carga aplicada por lo cual se tabularon las expresiones correspondientes.

La ecuación 14 representa la forma general y la Tabla 2 recopila las expresiones correspondientes a los parámetros utilizados en la ecuación de concentrador de tensiones debido a cargas axiales

$$k_{t,a=c} = \left( \frac{b^2 + \left( \sqrt{\frac{4 * a^2}{r}} + b \right)^2}{4 * a} \right) \quad (14)$$

---

<sup>23</sup> Edib. 544 p

<sup>24</sup> PATEL, Bhavesh y PRAJAPATI, Hiren. Investigation of Optimum Stress Concentration Factor for Shoulder Fillet in Round Bar under Different Loading Conditions. En: Trends in Mechanical Engineering & Technology. 2018. vol. 8, no. 2, p. 26. ISSN 2347-9965.

Tabla 2. Parámetros utilizados en la ecuación de concentrador de tensiones debido a cargas axiales

variable	0.1<=h/r<=2.0	2.0<= h/r<=20
A	$\left(-0.099 + 0.961 * \left(\frac{2 * h}{D}\right) - 1.744 * \left(\frac{2 * h}{D}\right)^2 + 0.878 * \left(\frac{2 * h}{D}\right)^3\right) * h$	$\left(-0.022 - 0.038 * \left(\frac{2 * h}{D}\right) + 0.165 * \left(\frac{2 * h}{D}\right)^2 - 0.106 * \left(\frac{2 * h}{D}\right)^3\right) * h$
B	$\left(1.157 - 3.036 * \left(\frac{2 * h}{D}\right) + 3.977 * \left(\frac{2 * h}{D}\right)^2 - 2.098 * \left(\frac{2 * h}{D}\right)^3\right) * \sqrt{h}$	$\left(0.860 - 0.346 * \left(\frac{2 * h}{D}\right) - 0.486 * \left(\frac{2 * h}{D}\right)^2 - 0.028 * \left(\frac{2 * h}{D}\right)^3\right) * \sqrt{h}$
C	$\left(0.926 + 0.012 * \left(\frac{2 * h}{D}\right) - 0.302 * \left(\frac{2 * h}{D}\right)^2 + 0.365 * \left(\frac{2 * h}{D}\right)^3\right)$	$\left(1.2 - 1.805 * \left(\frac{2 * h}{D}\right) + 2.198 * \left(\frac{2 * h}{D}\right)^2 \pm 0.593 * \left(\frac{2 * h}{D}\right)^3\right)$

Fuente: PATEL, Bhavesh y PRAJAPATI, Hiren. Investigation of Optimum Stress Concentration Factor for Shoulder Fillet in Round Bar under Different Loading Conditions. En: Trends in Mechanical Engineering & Technology. 2018. vol. 8, no. 2, p. 20. ISSN 2347-9965.

Como explica Prajapati<sup>25</sup> los concentradores estáticos debidos a cargas de flexión o torsión tienen una mayor precisión con las ecuaciones obtenidas por el ingeniero Peterson, están definidas por la (Ecuación 15).

$$K_t = C_1 + C_2 * \left(\frac{2 * t}{D}\right) + C_3 * \left(\frac{2 * t}{D}\right)^2 + C_4 * \left(\frac{2 * t}{D}\right)^3 \quad (15)$$

En la tabla 3 se representan Parámetros utilizados en la ecuación de concentrador de tensiones debido a momentos flectores debido a la fórmula de Peterson

<sup>25</sup> PRAJAPATI, H., & PATELI, B. (2019). Performance Evaluation of Stress Concentration Factor for Shoulder Fillet on Round Bar under Bending Loading. International Journal of Recent Technology and Engineering, 8(4), 1670–1675

Tabla 3. Parámetros utilizados en la ecuación de concentrador de tensiones debido a momentos flectores

	$0.1 \leq t/r \leq 2.0$	$2.0 \leq h/r \leq 20$
C1	$0.947 + 1.206 * \sqrt{\frac{t}{r}} - 0.131 * \frac{t}{r}$	$1.232 + 0.832 * \sqrt{\frac{t}{r}} - 0.008 * \frac{t}{r}$
C2	$0.022 - 3.405 * \sqrt{\frac{t}{r}} + 0.915 * \frac{t}{r}$	$-3.813 + 0.968 * \sqrt{\frac{t}{r}} - 0.260 * \frac{t}{r}$
C3	$0.869 + 1.777 * \sqrt{\frac{t}{r}} - 0.555 * \frac{t}{r}$	$7.423 - 4.868 * \sqrt{\frac{t}{r}} + 0.869 * \frac{t}{r}$
C4	$-0.0810 + 0.422 * \sqrt{\frac{t}{r}} - 0.260 * \frac{t}{r}$	$-3.839 + 3.070 * \sqrt{\frac{t}{r}} - 0.600 * \frac{t}{r}$

Fuente: PILKEY, Walter D. Peterson's stress concentration factors. 2ª ed. New York: John Wiley & Son's, 1997. P.164.

En la tabla 4 se representan Parámetros utilizados en la ecuación de concentrador de tensiones debido a momentos flectores debido a la fórmula de Peterson

Tabla 4. Parámetros utilizados en la ecuación de concentrador de tensiones debido a torques

	$0.25 \leq t/r \leq 4.0$
C1	$0.905 + 0.783 * \sqrt{\frac{t}{r}} - 0.075 * \frac{t}{r}$
C2	$-0.437 + 1.969 * \sqrt{\frac{t}{r}} + 0.553 * \frac{t}{r}$
C3	$1.557 + 1.073 * \sqrt{\frac{t}{r}} - 0.578 * \frac{t}{r}$
C4	$1.061 + 0.171 * \sqrt{\frac{t}{r}} + 0.086 * \frac{t}{r}$

Fuente: PILKEY, Walter D. Peterson's stress concentration factors. 2ª ed. New York: John Wiley & Son's, 1997. P.166.

**2.4.4.2 Concentradores de tensiones estáticos para cargas combinadas en ejes con hombros.** Cuando se aplican diferentes tipos de cargas a un elemento que tiene discontinuidades, se puede utilizar el método de la tensión de von mises aplicando los correspondientes concentradores estáticos de cada carga a combinar.

La razón por la que se utiliza el método de von mises es debido a que este método permite combinar los diferentes tipos de tensiones por medio de un análisis de la energía de distorsión generada y llevando esto a una combinación sencilla de las tensiones comprometidas.

Debido a que las cargas son fluctuantes el comportamiento de las tensiones equivalentes también cambian y debe definirse una tensión equivalente de von mises alterna y una tensión equivalente de von mises media se representan por medio de las ecuaciones 16 y 17.

$$\sigma_{a,eq} = \sqrt{(k_{t,f} * \sigma_{a,f} + k_{t,a} * \sigma_{a,a} * \frac{1}{0.85})^2 + 3 * (k_{t,s} \tau_a)^2} \quad (16)$$

$$\sigma_{amq} = \sqrt{(k_{t,f} * \sigma_{m,f} + k_{t,a} * \sigma_{m,a} * \frac{1}{0.85})^2 + 3 * (k_{t,s} \tau_m)^2} \quad (17)$$

**2.4.4.3 Sensibilidad a la entalla y concentrador dinámico de tensiones.**

De acuerdo a la bibliografía técnica como lo es el libro de avilés<sup>26</sup> se llega a la conclusión que al analizar el efecto de la fatiga en elementos con discontinuidades geométricas, se observa que hay un efecto biaxial a cierta profundidad desde la superficie en cercanías a las entalladuras, estos efectos no se pueden explicar con los métodos usados de forma estática, por lo cual se define el factor concentración de tensiones dinámico el cual corresponde a la multiplicación de la tensión nominal con el fin de obtener la tensión

---

<sup>26</sup> AVILÉS, Rafael. Métodos de cálculo de fatiga para ingeniera. Madrid: Paraninfo, 2015. p.284

máxima en el concentrador de tensiones, se representa matemáticamente la relación mencionada por medio de la (Ecuación 18).

$$\sigma_{nominal} * k_f = \sigma_{max} \quad (18)$$

Con la finalidad de relacionar los dos tipos de diferencial de tensiones, se utiliza el parámetro q llamado sensibilidad a la entalladura el cual es susceptible al cambio según:

- Tipo de material
- Gradiente de tensiones en la zona cercana a la concentración de tensiones
- Tamaño de la piza
- Características geométricas de la entalla
- Deformación del pie de la entalla en tensión

Se plantean la diferencia entre el diferencial de tensiones estáticas y el diferencial de tensiones dinámicas por medio de las (Ecuaciones 19 y 20).

$$q = \frac{\sigma * (k_t - 1)}{\sigma * (k_f - 1)} \quad (19)$$

$$k_f = 1 + q * (k_t - 1) \quad (20)$$

**2.4.4.4 Métodos de estimación del parámetro q.** Los investigadores no están completamente de acuerdo en la determinación del valor q, existen varias teorías sin embargo solo dos son las usadas los cuales son el método de Peterson y el método de Neuber.

- **Método de Peterson.** Se presenta la suposición que el parámetro que controla la sensibilidad a la entalla es la tensión elástica de “un pequeño punto por debajo de la superficie y en consideraciones sobre el gradiente de tensión en dirección perpendicular a la dirección de la superficie

Las (Ecuaciones 21 y 22) representan el parámetro q según Peterson.

$$q = \frac{1}{1 + \frac{a^*}{r}} \quad (21)$$

$$a^* = 0.0254 * \left(\frac{2.070}{S_{ut}}\right)^{1.8} \quad (22)$$

En la tabla 5 se tabulan los Valores de  $a^*$  en base a la tensión última del material según Peterson.

Tabla 5. Valores de  $a^*$  en base a la tensión última del material.

$\frac{\sigma_{ut}}{1000}$	$a^*$
50	0.015
75	0.010
100	0.007
125	0.005
150	0.0035
200	0.0020
250	0.0013

Fuente: PILKEY, Walter D. Peterson's stress concentration factors. 2ª ed. New York: John Wiley & Son's, 1997.P.40

- **Método de Neuber.** Ecuación empírica que tienen en cuenta la raíz del radio de muesca, esta es una diferencia con el método de Peterson. "Neuber supone que el parámetro que controla la sensibilidad a la entalla es la tensión elástica promediada a lo largo de cierta distancia: distancia crítica."<sup>27</sup>

Las (Ecuaciones 23 y 24) representan el parámetro q según Neuber.

<sup>27</sup> AVILÉS, Rafael. Métodos de cálculo de fatiga para ingeniera. Madrid: Paraninfo, 2015. p.287

$$q = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{a}{r}}} \quad (23)$$

$$q_s = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{a_s}{r}}} \quad (24)$$

El parámetro  $\sqrt{a}$  se conoce como la constante de Neuber y cambia su formulación dependiendo del tipo de carga, la ecuación 25 corresponde a una carga axial o de flexión y la ecuación 26 a una carga de torsión.

$$\sqrt{a} = 0.246 - 3.08 * 10^{-3} * s_{ut} + 1.51 * 10^{-5} * s_{ut}^2 - 2.67 * 10^{-8} * s_{ut}^3 \quad (25)$$

$$\sqrt{a} = 0.190 - 2.51 * 10^{-3} * s_{ut} + 1.35 * 10^{-5} * s_{ut}^2 - 2.67 * 10^{-8} * s_{ut}^3 \quad (26)$$

**2.4.4.5 Concentrador de tensiones dinámico debido a cargas combinadas en ejes con hombros.** El caso de un concentrador de tensiones debido a cargas variables es complejo debido a diferencia de características de cada tensión, razón por la cual se debe recurrir a un método que combine los efectos, " la teoría de falla por energía de distorsión probó ser un método satisfactorio para combinar las tensiones múltiples sobre un elemento de tensión equivalente de von Mises"<sup>28</sup>.

El uso de la tensión equivalente de von mises toma sentido, sin embargo, este método solo sirve para hallar una tensión lo cual es un problema, lo que se propone hallar un concentrador de tensión global que corresponda a la amplificación de la tensión nominal tal que sea igual a la tensión máximo obtenido en el concentrador de tensiones sometido a fatiga.

---

<sup>28</sup> BUDYNAS, Richard. Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley. 9ª ed. Ciudad de México: Mc Graw Hill, 2012. p.303

Al momento de hallar la tensión global se debe definir con base a que parámetro de caracterización se realizara, lo que recomienda la bibliografía es utilizar la tensión alternante o la tensión media según el comportamiento.

Hay diferentes teorías de cómo se debe implementar los concentradores en estas tensiones medias y alternas equivalentes. Como dice Avilés<sup>29</sup> este es un tema que no tiene solución fácil debido a que los diferentes investigadores son se ponen de acuerdo ya que no hay un parámetro o directiva que establezca que defina la decisión correcta.

Las teorías son 2, el primer método se llama tensión nominal media donde solo la tensión alterna se ve afectado por el factor  $K_f$ , su representación matemática se establece en las (Ecuaciones 27 y 28).

$$\sigma_{ev,a,max} = \sigma_{ev,a} * k_f \quad (27)$$

$$\sigma_{ev,m,max} = \sigma_{ev,m} \quad (28)$$

El segundo método es el de tensión residual donde la tensión alterna y la tensión media se ven afectadas por el factor  $K_f$ , su representación matemática se establece en las (Ecuaciones 29 y 30).

$$\sigma_{ev,a,max} = \sigma_{ev,a} * k_f \quad (29)$$

$$\sigma_{ev,m,max} = \sigma_{ev,m} * k_f \quad (30)$$

---

<sup>29</sup> AVILÉS, Rafael. Análisis de fatiga en máquinas. Madrid: Paraninfo, 2005. P.296

- **Concentrador de tensiones de fatiga debido a cargas combinadas de flexión y torsión.** Aplicando el método de von mises y el método de tensión nominal media, en conjunto con el parámetro de sensibilidad a la entalladura y el concentrador de tensiones combinado a tensiones generados por cargas variables se logra definir el Concentrador de tensiones de fatiga debido a cargas combinadas de flexión y torsión, se define matemáticamente en la (Ecuación 31).

$$k_{f,g,a} = \frac{\sqrt{(k_{f,f} * \sigma_{a,f} + k_{f,a} * \sigma_{a,a}/0.85)^2 + 3 * (k_{f,s} * \tau_a)^2}}{\sqrt{(\sigma_{a,f} + \sigma_{a,a})^2 + 3 * (\tau_a)^2}} \quad (31)$$

**2.4.5 Análisis de falla por fatiga debida a cargas variables.** Se habla de teorías de fallas por fatiga por cargas variables, se tienen dos casos específicos: cuando se tienen tensiones medias nulos y cuando no, por el tipo de investigación a realizar en este trabajo, se profundizará en tensiones medios no nulos.

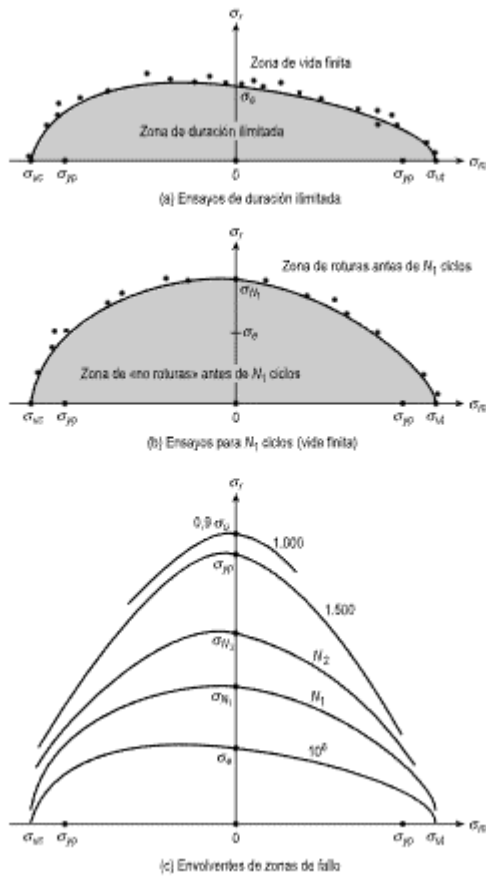
Se especifica en el libro de Avilés<sup>30</sup> que en el caso donde la tensión media es diferente a cero no es posible aplicar directamente ningún criterio basado en alguna forma del principio de superposición de componentes alternas (variables), debido a esto se plantean nuevas teorías de fallo que se basan en el análisis del diagrama de Haigh que relaciona las tensiones medias y alternas.

Las teorías de falla debido a medias no nulas pueden ser muy complejas, con el fin de facilitar el análisis de falla se utiliza el diagrama de Haigh, como se especifica Avilés<sup>31</sup> el diagrama de Haigh representado en la figura 3 permite identificar zonas envolventes, que representa la combinación de tensiones medias y alternas con las cuales se obtiene un comportamiento de una vida de ciclos específicos, los tensiones por fuera de esta de zona envolvente tendrán una vida con ciclos menor.

<sup>30</sup> AVILÉS, Rafael. Análisis de fatiga en máquinas. Madrid: Paraninfo, 2005. 242 p

<sup>31</sup> Ibid., 242 p.

Figura 3. Diagrama de Haigh en un material dúctil.



Fuente: AVILÉS, Rafael. Análisis de fatiga en máquinas. Madrid: Paraninfo, 2005. 243 p.

Existen diferentes criterios utilizados hoy para el caso de tensiones medias de tracción, en los diferentes libros que estudian la fatiga mecánica a profundidad como el de Avilés<sup>32</sup> se especifica que solo tres son los más utilizados:

- Línea de Gerber: es un criterio que se acomoda bien a los resultados obtenidos en ensayos de fatiga, por lo que es una buena opción cuando se hacen simulaciones mediante análisis de métodos finitos, su correspondiente expresión corresponde a la (Ecuación 32).

<sup>32</sup>AVILÉS, Rafael. Análisis de fatiga en máquinas. Madrid: Paraninfo, 2005. 460 p.

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_e} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u}\right)^2 = 1 \quad (32)$$

- Línea de Goodman: fue propuesta por el inglés Goodman y es más conservadora que la línea de Gerber aun manteniendo el criterio que llegar a la tensión última no es una falla al igual que Gerber. La ecuación que lo representa es la (Ecuación 33).

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_e} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u} = 1 \quad (33)$$

- Línea de Soderberg, fue propuesta teniendo como meta proponer un criterio que considerara llegar a la tensión última como una falla y solo debería llegarse a la tensión de fluencia, esto genera tensiones más conservadoras. La ecuación que lo representa es la (ecuación 34).

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_e} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{sy}} = 1 \quad (34)$$

### 3. DESARROLLO DEL PROBLEMA

El propósito de este trabajo es evaluar el factor de concentración de esfuerzos dinámico en ejes de máquinas sometidos a cargas axiales y combinadas de flexo-torsión. Es crucial para este estudio la selección de un caso práctico que ilustre este tipo de esfuerzos.

Dado que nuestra investigación se divide en dos escenarios diferentes: en el primero se analiza un árbol de máquina que opera bajo carga axial, y en el segundo se examina el mismo componente de máquina, pero trabajando bajo cargas de flexión y torsión, el caso práctico se subdivide en dos estudios distintos. Nos referiremos al análisis del escenario con carga axial como caso de estudio 1, y en el mismo sentido, nos referiremos al otro escenario como caso de estudio 2

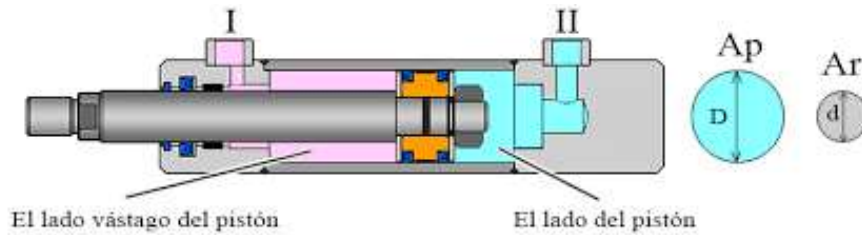
#### 3.1 REQUERIMIENTOS Y PLANTEAMIENTO DE LOS CASOS DE ESTUDIO

**3.1.1 Caso de estudio 1.** En el contexto de la carga axial, se identificó tres requisitos esenciales que debían cumplirse para alcanzar los objetivos establecidos. En primer lugar, fue necesario que la tensión sea pura. En segundo lugar, el parámetro "R" fuera positivo. Por último, la carga debía ser variable.

Durante una investigación breve sobre elementos de máquinas sometidos a este tipo de fuerzas, se encontró varios ejemplos. Por ejemplo, se observó que el vástago de un cilindro hidráulico cumple con las condiciones necesarias para demostrar el esfuerzo puro en este contexto.

Se partió de la descripción del funcionamiento del vástago del cilindro, este se mueve de forma axial según las cargas que actúen sobre él.

Figura 4. Vista secciona de un cilindro hidráulico



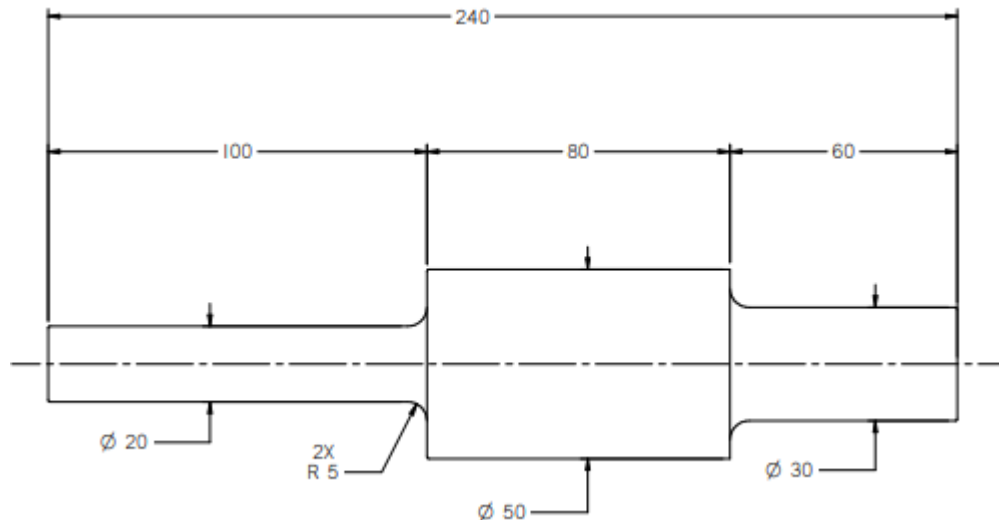
Fuente. <https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.hydraulic-calculation.com%2Fes%2Farticle.php%3FID%3D16&psig=AOvVaw2G1h8iZbj7svPtvuulHfc4&ust=1712896085183000&source=images&cd=vfe&opi=89978449&ved=0CBQQjh xqFwoTCJCNyqapuYUDFQAAAAAdAAAAABAK>

Para el primer caso de estudio se basó en un cilindro hidráulico que empuja una herramienta con una fuerza de 1000 N y cuando se devuelve lo hace con la mitad de la fuerza es decir 500 N, lo que significa que se usa un  $R = 0.5$ . Un cilindro puede llegar a ser bastante complejo debido a detalles de funcionamiento y manufactura, por esta razón se simplifica el modelo de forma que no se afecte su funcionamiento.

La pieza por estudiar fue el vástago que realiza una carrera de empuje y recogida de la herramienta, debido a que parte de la pieza trabaja dentro del cilindro y este a su vez genera un tipo de empotramiento, se puede modelar como una viga empotrada en el extremo que esta confinada en el cilindro y que esta carga por una fuerza axial fluctuante en su extremo libre.

A continuación, se muestra la pieza a estudiar. Este es solo una vista general, el plano lo puede encontrar en los anexos.

Figura 5. Plano caso de estudio 1



Fuente: Creado por los autores.

**3.1.2 Caso de estudio 2.** Al igual que en el contexto de carga axial, el análisis de flexo-torsión requería cumplir ciertos requisitos para alcanzar los objetivos establecidos. Fue importante considerar las tensiones de flexión y torsión en este caso. Además, al igual que en el caso anterior, el comportamiento de las cargas es variable. Por último, el parámetro "R" presenta una particularidad: en este caso, asume dos valores distintos.

Aunque no tiene restricción de valor (puede ser positivo o negativo), la variación de "R" puede influir significativamente en el comportamiento del árbol.

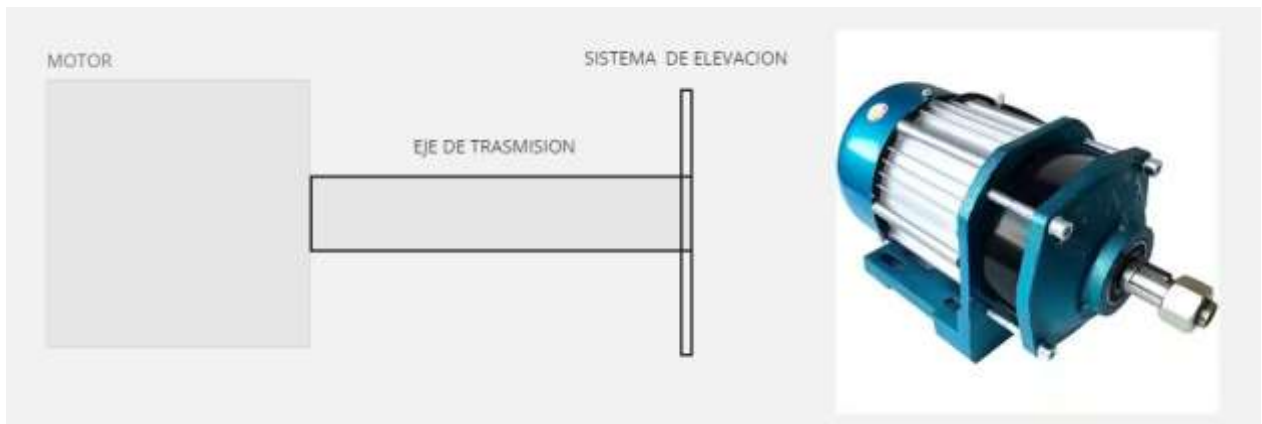
Durante la revisión de literatura, se encontraron algunos ejemplos de elementos de máquinas donde actúan estos tipos de esfuerzos, como es el caso de los ejes de transmisión. Estos elementos transmiten par mediante el empleo de elementos como engranajes y poleas como afirma Budynas, y generan esfuerzos sobre sí mismos<sup>33</sup>.

---

<sup>33</sup> BUDYNAS, Richard. Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley. 9ª ed. Ciudad de México: Mc Graw Hill, 2012. P 344-.345.

Un caso específico de transmisión de cargas fluctuantes es el eje de un sistema de elevación de cargas. En este caso, se requiere determinar el torque aplicado en función de la carga que se desea elevar.

Figura 6. Ejemplo de sistema de elevación



Fuente: Creado por los autores.

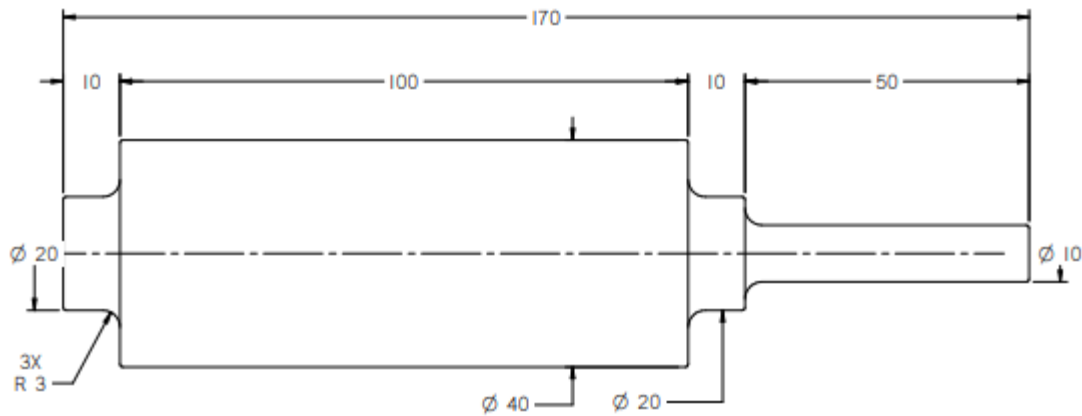
Para evaluar el factor de concentración bajo cargas de flexo-torsión, se seleccionó como caso de estudio número dos un eje de transmisión de potencia perteneciente a un sistema de elevación de características simples.

La descripción del caso de estudio a abordar es la siguiente: un eje de transmisión recibe un torque de 10 Nm en su extremo izquierdo. Este eje, a su vez, entrega potencia a un sistema. A efectos de simplificación, se define dicha entrega como un torque de 10 Nm en su extremo derecho, actuando juntamente con una fuerza vertical de 100 N.

Como característica particular, el sistema posee dos programas de ejecución:

En el primero, se entrega el torque máximo, con la posibilidad de reducirlo hasta la mitad, En el segundo, se entrega el torque máximo, con la posibilidad de reducirlo hasta un cuarto del total.

Figura 7. Plano del caso de estudio 2

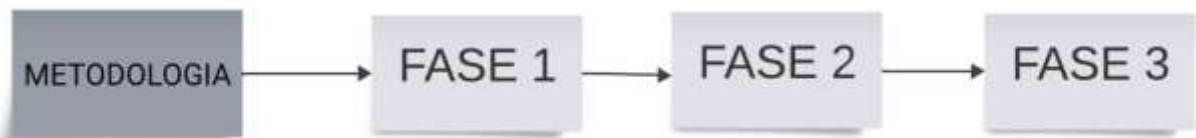


Fuente: Creado por los autores.

### 3.2 METODOLOGIA

Es esencial asegurar la precisión de los datos o resultados obtenidos en cualquier análisis, dado que su confiabilidad es crucial. Por lo tanto, resulta relevante comparar los resultados con algún estándar o referencia establecida. A continuación, se describen las fases propuestas para evaluar el factor de concentración de esfuerzos dinámico en los casos de estudio mencionados anteriormente.

Figura 8. Flujo del método de solución del problema



Fuente: Creado por los autores.

**3.2.1 Fase 1 estudios preliminares.** En esta fase, el objetivo principal fue realizar un análisis previo de cómo se resolvería los casos propuestos. Se abordan aspectos importantes como la forma en que se enfrenta el problema, las configuraciones utilizadas en el software especializado, consideraciones importantes y el análisis de resultados.

Este último se lleva a cabo con el fin de comprobar la veracidad de los datos obtenidos y brindar confiabilidad al proceso. La fase 1, se desarrollará con dos ejemplos problema.

El ejemplo 1 se trata de un estudio comparativo de una viga empotrada sometida a carga axial en uno de sus extremos. El propósito final del ejemplo es la comparación de los métodos a evaluar. Esto se abordó mediante el cálculo del porcentaje de error entre los valores de  $K_t$  (convencional) y  $K_t$  (real), así como  $k_f$  (convencional) y  $k_f$  (real).

Sintetizando, el ejemplo 2 se puede decir que persiguió los mismos objetivos que el ejemplo 1; comparar el comportamiento de los concentradores de esfuerzos  $K_t$  y  $K_f$  dependiendo del método utilizado para su cálculo. Sin embargo, en este ejemplo, se implementó cargas de flexo-torsión.

**3.2.2 Fase 2 solución de los casos de estudio.** Esta etapa se concentró en el desarrollo de la solución para los casos de estudio 1 y 2, para presentar una solución más detallada del método convencional. Como los análisis realizados en fases previas generaron una gran cantidad de comparativas de datos para obtener una mayor confiabilidad en los resultados, no se considera necesario incluir muchos resultados para los casos de estudio. Esto nos permitió un enfoque mayor en la elaboración de diagramas y descripciones paso a paso de la solución y otros detalles relevantes.

**3.2.3 Fase 3 análisis comparativo.** Para completar el trabajo de investigación y exigir cumplir los objetivos, la fase 3 se concentró en el estudio comparativo entre concentradores de esfuerzos estáticos y de fatiga, en este momento se planifico revisar los resultados y la realización de gráficos enfocadas en el porcentaje de error, apoyando los resultados de la etapa 1 para estudiar el comportamiento de los concentradores de esfuerzos y su influencia sobre el porcentaje de error, facilitando un correcto planteamiento de las conclusiones.

## 4. DESARROLLO DE LA SOLUCION

### 4.1 FASE 1 ESTUDIOS PRELIMINARES

La fase de estudios preliminares se centró en dos ejemplos previos a la solución de los casos de estudios propuestos (como se mencionó en la metodología), con el fin de proponer un paso a paso en la solución del problema además de obtener datos que garanticen una fiabilidad de los resultados. En la siguiente figura se muestra un pequeño resumen de los pasos a abordar en la fase 1.

Figura 9. Configuración fase 1

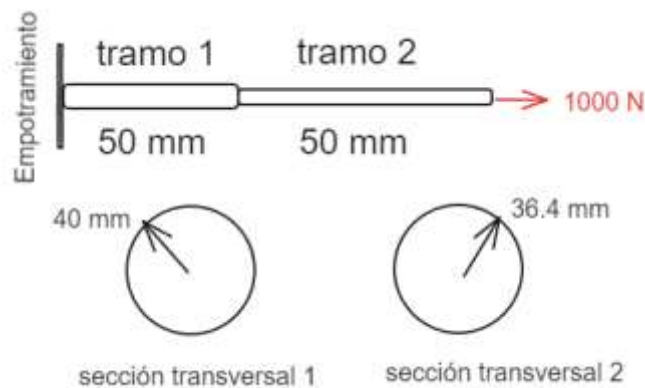


Fuente: Creado por los autores.

**4.1.1 Estudio preliminar carga axial.** Para estudiar la tensión máxima en un árbol con un hombro con filete, sometido a una carga axial.

Para ello, se ha elegido un ejemplo práctico de una viga empotrada. El caso fue analizado utilizando el software ANSYS y el método convencional (como procedimiento demostrado en bibliografías como de Shigley). El planteamiento de cargas y geometría se muestran en la figura 10.

Figura 10. Descripción del ejemplo, caso de estudio 1



Fuente: Creado por los autores.

Para una correcta comprensión, se presenta a continuación el enunciado del ejemplo: Se tiene una viga empotrada de sección circular maciza con dos tramos de diámetros 40 mm y 36 mm, respectivamente. La viga presenta un radio de entalladura de 1.1 mm en el cambio de sección.

Las cargas usadas en los dos casos mencionados previamente son:

- Caso 1: La viga está sujeta en el extremo derecho y se le aplica una carga axial de 1000 N
- Caso 2: Se conserva el valor de la carga (1000 N) pero se utiliza un valor de R igual a 0.5.

¿Calcule los esfuerzos máximos y su posición para los dos casos?

**4.1.1.1 Método convencional.** Se procedió a resolver el problema utilizando el método convencional.

Las ecuaciones usadas en los cálculos están en el capítulo de marco teórico, se refiere por medio del número.

- **Cálculo de esfuerzos nominales.** Se analizó el tramo con el área transversal de menor tamaño debido a que en esta se encuentran esfuerzos mayores a los encontrados en el segmento con área mayor, se calculó el esfuerzo de carga axial. Para el caso estático, se empleó el método de esfuerzo equivalente de Von Mises. En el caso de fatiga, se utilizó el esfuerzo alternante equivalente de Von Mises.

Como punto de partida se calculó la tensión nominal estática correspondiente al tramo 2, por medio de la (ecuación 2).

$$\sigma_{nominal, tramo\ 2} = \frac{f}{A} = \frac{1000\ n}{1.04 * 10^{-3} * m^2} = 960964.5157\ Pa$$

Se calculó el esfuerzo nominal alternante de la sección más pequeña utilizando la (ecuación 11). se sabe que el esfuerzo nominal es  $960964.5157\ Pa$ , debido a la utilización de un ratio R, este esfuerzo se utilizará como la tensión máxima en los siguientes cálculos.

$$\sigma_{nominal\ alternante} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{max} * R}{2} = \frac{960964.5157 * (1 - 0.5)}{2} = 240241.1289\ Pa$$

- **Cálculo de concentración de esfuerzos.** Se calculó los concentradores de esfuerzos estáticos y de fatiga  $K_t$  y  $K_f$  respectivamente.

**Concentrador de esfuerzos estáticos  $K_t$ .** Se procede a calcular el concentrador de esfuerzos en el hombro de la viga. Para ello, se utilizaron los datos del ejemplo y se sustituyeron en la ecuación modificada de Pilkey (Ecuación 14). También se utilizó la

tabla 2, que contiene los parámetros A, B y C correspondientes a la fórmula. De esta manera, se obtuvo el factor Kt.

Cuadro 1. Cálculo del factor Kt con la ecuación modificada de Pilkey, ejemplo1

Geometría								Parámetros			
D/d [m/m]	D [m]	d2 [m]	r/d [m/m]	R [m]	H [m]	h/r [m/m]	2h/D [m/m]	a	b	C	Kt
1.1	0.040	0.036	0.030	0.001	0.001	1.666	0.090	0.000	0.038	0.924	<b>2.060</b>

Fuente: Creado por los autores.

Se procedió al cálculo del concentrador dinámico de esfuerzos el cual depende del parámetro de sensibilidad a la entalladura "q". Existen dos métodos de cálculo el de Neuber y Peterson. Se realizó el cálculo por ambos métodos para poder comparar los resultados

En el cálculo de Q Peterson se utilizaron las (Ecuaciones 21 y 22).

$$a^* = 0.0254 * \left(\frac{2.070}{460}\right)^{1.8} = 0.38072925 \text{ mm}$$

$$q = \frac{1}{1 + \frac{0.3807295}{1.09 \text{ mm}}} = 0.7412885$$

Con Q Neuber se utilizaron las (Ecuaciones 23 y 25).

$$\sqrt{a} = 0.246 - 3.08 * 10^{-3} * 66.717 + 1.51 * 10^{-5} * 66.717^2 - 2.67 * 10^{-8} * 66.717^3 = 0.09979$$

$$q = \frac{1}{1 + \frac{0.09979}{0.2072}} = 0.6749$$

El siguiente paso consistió en el cálculo de los concentradores dinámicos de esfuerzos a partir de los Kt estáticos. Para ello, se utilizó la (ecuación 20).

$$k_{f_{peterson}} = 1 + 0.7412885 * (2.060 - 1) = 1.785765$$

$$k_{f_{neuber}} = 1 + 0.6749 * (2.060 - 1) = 1.715394$$

Se determinaron los esfuerzos máximos estáticos y de fatiga. El estudio de fatiga se dividió en los métodos de Peterson y Neuber.

Teniendo el esfuerzo nominal en el tramo con área menor y el concentrador de esfuerzos estático, se halló el esfuerzo máximo en el hombro, utilizando la (ecuación 18)

$$\sigma_{nominal, tramo 2} = K_f * \sigma_{nominal, tramo 2}$$

$$\sigma_{maximo, hombro} = 2.060 * 960964.515 = 1979586.902 \text{ pa}$$

Al conocer los concentradores  $K_f$ , fue posible obtener el esfuerzo alternante basado en el esfuerzo equivalente de von Mises. Para ello, se utilizó la (ecuación 16).

Esfuerzo equivalente alternante por Peterson.

$$\sigma_{eq\text{alternante}} = \sqrt{\left(k_f * \frac{\sigma_{nominal\text{alternante}}}{0.85}\right)^2} = \sqrt{\left(1.78 * \frac{240241.1289}{0.85}\right)^2} = 503303.37 \text{ pa}$$

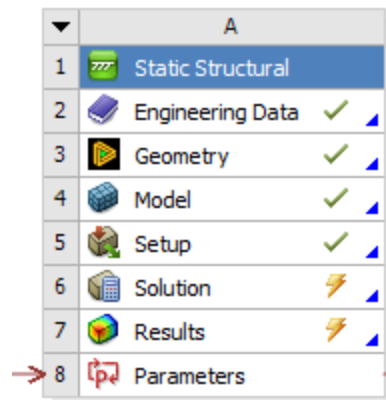
Esfuerzo equivalente alternante por Neuber

$$\sigma_{eq\text{alternante}} = \sqrt{\left(k_f * \frac{\sigma_{nominal\text{alternante}}}{0.85}\right)^2} = \sqrt{\left(1.71 * \frac{240241.1289}{0.85}\right)^2} = 483308.6061 \text{ pa}$$

**4.1.1.2 Método de los elementos finitos por medio de ANSYS.** En el siguiente procedimiento se detalla los pasos que se siguieron para la elaboración del análisis estático en el software especializado, específicamente el módulo Static Structural.

- **Etapas del estudio estructural.** Las etapas se dividieron en: selección de material, modelo, setup, soluciones y resultados. El resumen de los diferentes pasos de procesamiento se especifica en la figura 11.

Figura 11. Pasos de procesamiento de un análisis estático estructural



Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

- **Definición del material.** Se selecciono el tipo de material a utilizar. Se decidió usar acero al carbono estructural, disponible en la biblioteca de ANSYS

Tabla 6. Característica del material acero al carbono estructural

Propiedad	Valor	Unidad
Nombre	Acero estructural	-
Densidad	7850	Kg*m <sup>-3</sup>
Módulo de Young	2E+11	Pa
Poisson Ratio	0.3	-
Modulo bulk	1.6667E+11	Pa
Modulo cortante	7.6923E+10	Pa
Tensión de fluencia a tensión	2.5E+8	Pa

Tabla 6. (Continuación)

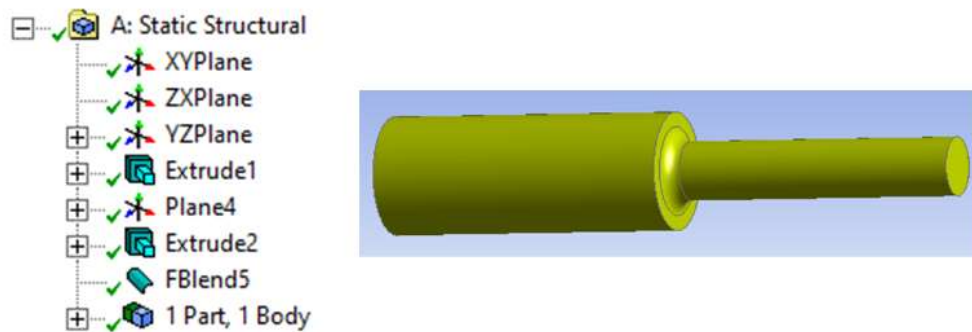
Tensión de fluencia a compresión	2.5E+8	Pa
Tensión ultima	4.6E+8	Pa

Fuente: Creado por los autores.

- **Modelado.** Mediante la operación de extrusión en la opción de creación de un sketch, se modeló la sección transversal de la pieza. Este proceso se repitió para ambos tramos.

La siguiente figura muestran la configuración de las operaciones de modelado 3D en ANSYS.

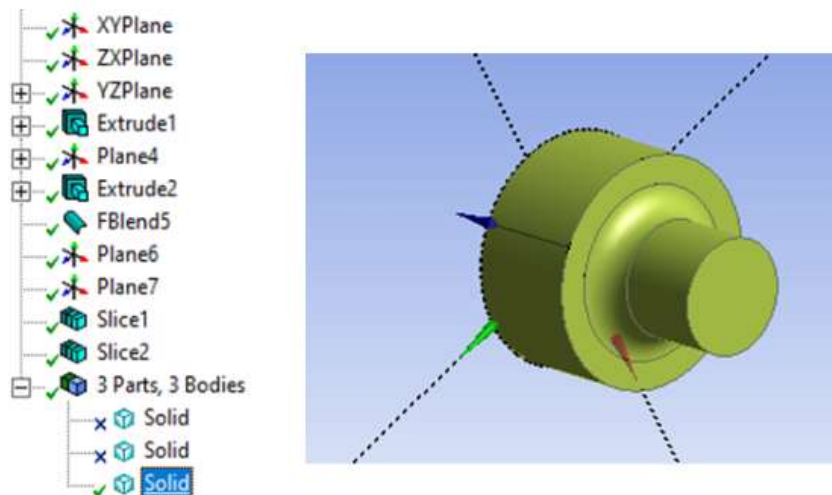
Figura 12. Operaciones de modelado y modelo en ANSYS del ejemplo 1



Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

- **Mallado y refinamiento.** Con el objetivo de reducir el costo computacional, se empleó una técnica de mallado conocida como 'Slice'. Este es útil cuando se trata de tramos de sección transversal constante, donde el esfuerzo no varía a lo largo del tramo. En consecuencia, se reduce la longitud del modelo mediante el uso de planos, lo que resulta en una pieza más pequeña. Sin embargo, esta reducción no afectará negativamente al análisis estático. El modelo resultante después de aplicar la técnica de 'slice' conserva un comportamiento similar al de un modelo completo. Los resultados de esta técnica se pueden observar en las siguientes figuras.

Figura 13. Técnica de “slice” en ANSYS en el ejemplo 1

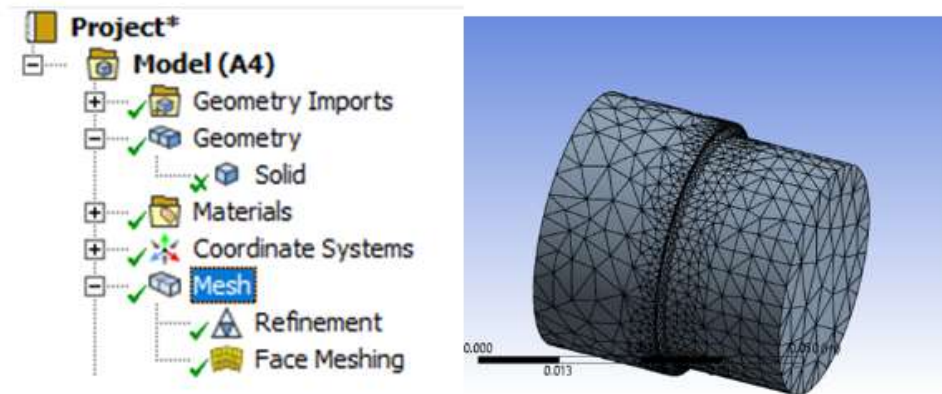


Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

Se empleó la herramienta de refinado de malla en el filete del hombro con el propósito de obtener una malla más fina en este punto crítico. además, se utilizó la herramienta de mallado de caras en el tramo de sección transversal más pequeña para refinar la malla en la zona donde se aplicó la carga.

La configuración de la malla y resultado se presenta a continuación.

Figura 14. Aplicación de mallado en ejemplo1



Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

- **Definición de las cargas y restricciones.** Se definieron las restricciones del problema, donde se aplicó una fuerza de 1000 N en el extremo izquierdo y se utilizó un apoyo de empotramiento en el extremo derecho. Este empotramiento restringe tanto los desplazamientos como los giros en ese punto.

Figura 15. Aplicación de las cargas sobre el sólido del ejemplo axial estático



Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

- **Configuración de resultados estáticos y fatiga.** En los resultados se generaron dos estudios de la categoría de esfuerzos. El esfuerzo equivalente de von mises y el análisis con fatigue tool.

El esfuerzo equivalente de Von Mises, es un estudio que muestra el comportamiento del material ante una carga estática.

La herramienta de fatiga tool sirve para simular la respuesta del material a cargas variables. Esta herramienta permite analizar diferentes tipos de cargas, como reversibles,  $r=0$  o fluctuantes. En este caso, se seleccionó un valor de parámetro  $R = 0,5$ , la teoría de falla de Gerber y el tipo de esfuerzo de Von Mises.

Ambos estudios tienen la herramienta de convergencia, que permite ajustar la precisión de los resultados. Esta herramienta se configura con un criterio de convergencia del 5%, un máximo de diez pasos y una profundidad de 3. De este modo, se puede iterar varias veces el refinamiento de la malla hasta conseguir una desviación mínima en los resultados.

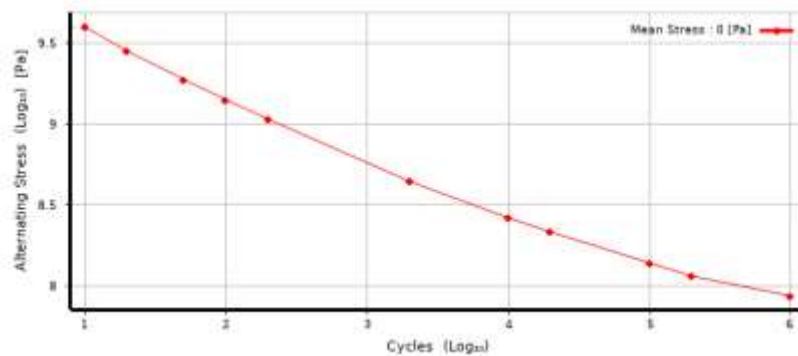
Figura 16. Configuración de resultados del ejemplo, caso de estudio 1



Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

El cálculo del factor  $K_f$  utilizando el software ANSYS y su herramienta de fatiga necesita la información de la curva de esfuerzos versus el número de ciclos del acero al carbono estructural. El software tiene una biblioteca de materiales y en esta se encuentra la gráfica.

Figura 17. Curva S-N con media nula correspondiente al material Acero estructural



Fuente. Biblioteca de materiales ANSYS 2023 R1

La simulación se realiza con las siguientes configuraciones:

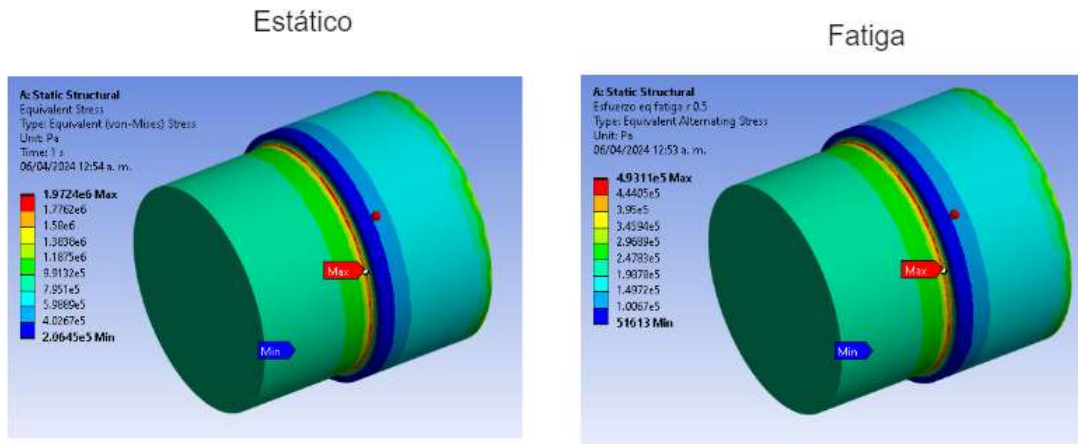
- Vida infinita
- $R = 0.5$
- Gerber como teoría de falla utilizada

**4.1.1.3 Resultados del ejemplo planteado.** La confiabilidad de los resultados se puede estudiar de forma puntual y general.

- Estudio puntual: Este estudio se centra en el ejemplo desarrollado y analiza el porcentaje de error entre el valor del esfuerzo máximo estático y de fatiga debido a cargas fluctuantes de axial. Para ello, se emplean dos métodos: el método convencional y el método de los elementos finitos.
- Estudio general: Este estudio analiza diferentes combinaciones geométricas manteniendo constantes las restricciones y las cargas. Su objetivo es evaluar el porcentaje de error con distintos valores del parámetro  $D/d$  en rangos similares de  $r/d$ .

- **Estudio puntual.** En ambos estudios mencionados anteriormente se obtienen las distribuciones de esfuerzos. Los esfuerzos máximos se encuentran en el filete del hombro, tal como se había planteado.

Figura 18 Resultados del ejemplo 1 usando ANSYS



Fuente: Creado por los autores.

Se comprueba la confiabilidad de los métodos comparando los esfuerzos máximos obtenidos en los dos estudios descritos anteriormente.

El porcentaje de error al comparar los esfuerzos máximos en el caso estático (0.33 %) y en el caso de fatiga (2 %) estos valores bastante pequeños, lo que es un buen indicio respecto a la confiabilidad.

Cuadro 2. Comparación de esfuerzos estáticos máximos, ejemplo 1

Cálculo del esfuerzo máximo		
S máximo, convencional [Mpa]	S ANSYS máximo [Mpa]	Erro [%]r
1.979	1.9724	0.33

Fuente: Creado por los autores.

Cuadro 3. Comparación y porcentaje de error del parámetro Kt, ejemplo1

Comparación y porcentaje de error				
Kt	S nominal [m]	S máximo ANSYS [Pa]	Kt ANSYS [Pa]	Error [%]
2.06	962887.41	1972405	2.05	0.6

Fuente: Creado por los autores.

Cuadro 4. Comparación y porcentaje de error del parámetro Kf, ejemplo 1

Comparación y porcentaje de error				
kf Pilkey	kf Neuber	kf ANSYS	Error Peterson [%]	Error Neuber [%]
1.777	1.708	2.04844853	13	17

Fuente: Creado por los autores.

Tabla 3. Comparación de esfuerzos máximo de fatiga del ejemplo 1

S nominal, von mises [Pa]	S máximo convencional Peterson [Pa]	S máximo convencional Neuber [Pa]	S máx., von mises, ANSYS [Pa]	error Peterson [%]	error Neuber [%]
240722	503303.37	483613	493106	2%	2%

Fuente: Creado por los autores.

- **Estudio general.** El uso del software ANSYS se evidencia como una herramienta que permite obtener resultados precisos como se demostró previamente (estudio puntual).

Para validación de los resultados obtenidos, se repitió el proceso con una variedad más amplia de geometrías. Esto incluiría variar el parámetro D/d desde 1.1 hasta 2, y el parámetro r/d entre 0.001 y 0.25.

A partir del estudio puntual, se determinó la importancia de comparar el porcentaje de error de los diferentes concentradores de esfuerzos y de los esfuerzos en los estudios estáticos y de fatiga. Para realizar esta comparación, se debieron realizar algunos cálculos previos. Sin embargo, debido a la extensión del documento, estos cálculos intermedios se resumieron en los siguientes anexos:

- Cálculo del factor  $K_t$  convencional en ejemplo estático, Anexo E
- Cálculo del factor  $K_t$  ANSYS en ejemplo estático, Anexo F
- Cálculo del parámetro “q Peterson” en ejemplo de fatiga, Anexo G
- Cálculo del parámetro “q Neuber” en ejemplo de fatiga, Anexo H
- Cálculo del parámetro  $K_f$  Peterson, Anexo I
- Cálculo del parámetro  $K_f$  Neuber, Anexo J

Se dividió los errores respecto al parámetro  $K_t$  en tablas según el valor de  $D/d$ , en cada tabla se obtuvo el porcentaje promedio.

En el estudio realizado, se observó que a valores bajos de  $D/d$  se obtienen bajos porcentajes de error promedio (3%) con respecto al parámetro  $K_t$  cuando se comparan el método convencional y el método de los elementos finitos utilizando el software ANSYS. Estos resultados sugieren una alta confiabilidad de  $K_t$  para valores de  $D/d$  de 1.1, 1.2 y 1.5.

Cuando  $D/d$  es 2, el promedio del error aumenta de forma significativa. Se observa un comportamiento proporcional del error con respecto al parámetro  $r/d$ , llegando a alcanzar valores de hasta el 13%. En este caso, la confiabilidad es menor, lo que se traduce en un mayor cuidado en el cálculo comparado con los valores bajos de  $D/d$

Cuadro 5. Comparación del cómputo del concentrador  $K_t$  con  $D/d$  1.1 por los dos métodos, ejemplo 1

Geometría					Comparación y porcentaje de error				
D/d [m/m]	D [m]	d [m]	r [m]	r/d [m/m]	Kt	S nominal [Pa]	S máximo ANSYS [Pa]	Kt ANSYS	Error [%]
1.1m0	0.04	0.036	0.001	0.03	2.06	962887.41	1972405	2.05	0.6
1.10	0.04	0.036	0.002	0.05	1.81	962887.41	1765100	1.83	1.2
1.10	0.04	0.036	0.004	0.10	1.56	962887.41	1571500	1.63	4.6
Error promedio									2.13

Fuente: Creado por los autores.

Cuadro 6. Comparación del cómputo del concentrador Kt con D/d 1.2 por los dos métodos, ejemplo 1

Geometría					Comparación y porcentaje de error				
D/d [m/m]	D [m]	d [m]	r [m]	r/d [m/m]	Kt	S nominal [Pa]	S máximo ANSYS [Pa]	Kt ANSYS [Pa]	Error [%]
1.20	0.04	0.033	0.001	0.03	2.32	1145915.59	2783455	2.43	4.4
1.20	0.04	0.033	0.002	0.05	2.03	1145915.59	2333787	2.04	0.3
1.20	0.04	0.033	0.003	0.10	1.69	1145915.59	1955700	1.71	1.0
1.20	0.04	0.033	0.005	0.15	1.55	1145915.59	1786660	1.56	0.8
1.20	0.04	0.033	0.007	0.20	1.46	1145915.59	1670073	1.46	0.3
1.20	0.04	0.033	0.008	0.25	1.40	1145915.59	1599722	1.40	0.5
Error promedio									1.216

Fuente: Creado por los autores.

Cuadro 7. Comparación del cómputo del concentrador Kt con D/d 1.5 por los dos métodos, ejemplo 1

Geometría					Comparación y porcentaje de error				
D/d [m/m]	D [m]	d [m]	r [m]	r/d [m/m]	Kt	S nominal [Pa]	S máximo ANSYS [Pa]	Kt ANSYS	Error [%]

Cuadro 7. (Continuación)

1.50	0.04	0.027	0.001	0.03	2.69	1790493.11	5135500	2.87	6.3
1.50	0.04	0.027	0.001	0.05	2.31	1790493.11	4252234	2.37	2.9
1.50	0.04	0.027	0.003	0.10	1.90	1790493.11	3367431	1.88	1.3
1.50	0.04	0.027	0.004	0.15	1.67	1790493.11	3041287	1.70	1.8
1.50	0.04	0.027	0.005	0.20	1.55	1790493.11	2796293	1.56	0.5
1.50	0.04	0.027	0.007	0.25	1.48	1790493.11	2602127	1.45	1.8
Error promedio									2.43

Fuente: Creado por los autores.

Cuadro 8. Comparación del cómputo del concentrador  $K_t$  con  $D/d$  2.0 por los dos métodos, ejemplo 1

Geometría					Comparación y porcentaje de error				
D/d [m/m]	D [m]	d [m]	r [m]	r/d [m/m]	$K_t$	S nominal [Pa]	S máximo ANSYS [Pa]	$K_t$ ANSYS	Error [%]
2.00	0.04	0.020	0.001	0.03	3.00	3183098.86	9919900	3.12	3.8%
2.00	0.04	0.020	0.001	0.05	2.57	3183098.86	8195555	2.57	0.2%
2.00	0.04	0.020	0.002	0.10	2.11	3183098.86	6402880	2.01	5.0%
2.00	0.04	0.020	0.003	0.15	1.90	3183098.86	5547404	1.74	9.2%
2.00	0.04	0.020	0.004	0.20	1.78	3183098.86	5117789	1.61	10.5%
2.00	0.04	0.020	0.005	0.25	1.69	3183098.86	4756900	1.49	13.1%
Error promedio									6.9 %

Fuente: Creado por los autores.

En el estudio realizado, se compararon los resultados del  $K_f$  obtenidos por los métodos de Peterson y Neuber. Se observó que el método de Peterson genera un error promedio más bajo que el método de Neuber. Sin embargo, hay que recalcar que los errores son bastante más altos que los obtenidos con el parámetro  $K_t$ . Esto puede indicar que la relación matemática utilizada en el cálculo de  $K_f$  genera una propagación de error

Con el aumento de D/d, el error promedio no aumenta de forma significativa. Al estudiar cada tabla por separado, se puede determinar que hay una tendencia descendente proporcional del error con respecto al parámetro r/d. Este es un comportamiento contrario al obtenido con Kt. Estos resultados sugieren que el método de Peterson es más preciso que el método de Neuber para el cálculo de Kf, pero que ambos métodos generan errores mayores que el método de Kt

Cuadro 9. Comparación del cómputo del concentrador Kf con D/d 1.1 por los dos métodos, ejemplo 1

Geometría		Comparación y porcentaje de error				
D/d [m/m]	r/d [m/m]	kf Pilkey	kf Neuber	kf ANSYS	Error Peterson [%]	Error Neuber [%]
1.10	0.03	1.777	1.708	2.04844853	13	17
1.10	0.05	1.689	1.607	1.83315307	8	12
1.10	0.1	1.572	1.500	1.63204959	4	8
Error promedio					8.33	12.33

Fuente: Creado por los autores.

Cuadro 10. Comparación del cómputo del concentrador Kf con D/d 1.2 por los dos métodos, ejemplo 1

Geometría		Comparación y porcentaje de error				
D/d [m/m]	r/d [m/m]	Kf Pilkey	Kf Neuber	Kf ANSYS	Error Peterson [%]	Error Neuber [%]
1.20	0.03	2.035	1.951	2.42907296	16	20
1.20	0.05	1.844	1.746	2.03664245	9	14
1.20	0.1	1.634	1.554	1.70668766	4	9
1.20	0.15	1.520	1.456	1.55916799	3	7
1.20	0.2	1.433	1.383	1.45742485	2	5
1.20	0.25	1.379	1.337	1.39603	1	4
Error promedio					5.83	10.4

Fuente: Creado por los autores.

Cuadro 11. Comparación del cómputo del concentrador Kf con D/d 1.5 por los dos métodos, ejemplo 11

Geometría		Comparación y porcentaje de error				
D/d [m/m]	r/d [m/m]	Kf Pilkey	Kf Neuber	Kf ANSYS	Error Peterson [%]	Error Neuber [%]
1.50	0.03	2.266	2.196	2.86848353	21	23
1.50	0.05	2.070	1.958	2.37500985	13	18
1.50	0.1	1.771	1.673	1.88078509	6	11
1.50	0.15	1.638	1.558	1.69861665	4	8
1.50	0.2	1.524	1.461	1.56177699	2	6
1.50	0.25	1.429	1.379	1.45332784	2	5
Error promedio					8	11.83

Fuente: Creado por los autores.

Cuadro 12. Comparación del cómputo del concentrador Kf con D/d 1.2 por los dos métodos, ejemplo 1

Geometría		Comparación y porcentaje de error				
D/d [m/m]	r/d [m/m]	Kf Pilkey	Kf Neuber	Kf ANSYS	Error Peterson [%]	Error Neuber [%]
2.00	0.03	2.295	2.283	3.11721389	26	27
2.00	0.05	2.140	2.048	2.5751694	17	20
2.00	0.1	1.850	1.746	2.01174343	8	13
2.00	0.15	1.659	1.576	1.74291107	5	10
2.00	0.2	1.555	1.486	1.60791274	3	8
2.00	0.25	1.459	1.404	1.49450956	2	6
Error promedio					10.16	14

Fuente: Creado por los autores.

Es correcto comparar el Kf, sin embargo, es importante revisar el efecto de este porcentaje de error sobre los esfuerzos alternantes. La variable por la cual se realiza la comparación es el esfuerzo alternante utilizando la teoría de von Mises.

El error promedio del esfuerzo equivalente alterno no presenta variaciones significativas con respecto al valor de D/d. Se obtuvieron mejores resultados con el método de Neuber, sin embargo, esta diferencia es de aproximadamente el 3%, lo cual no es significativo.

El comportamiento del error respecto al parámetro r/d fue ascendente en todos los casos de D/d. Esto significa que la combinación de esfuerzos y concentradores que fueron hallados de forma individual no logran comportarse de la misma forma que un análisis de métodos finitos que toma en cuenta la naturaleza no lineal de las cargas.

Cuadro 13. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con D/d 1.1 por los dos métodos, ejemplo 1

Geometría		Comparación y porcentaje de error							
D/d [m/m]	r/d [m/m]	Kf Pilkey	Kf Neuber	S nominal , von mises [Pa]	S máximo teórico Pilkey [Pa]	S máximo teórico Neuber [Pa]	S máx., von mises [Pa]	Error Peterson [%]	Error Neuber [%]
1.1	0.03	1.78	1.71	240722	503303.37	483613	493106	2%	2%
1.1	0.05	1.69	1.61	240722	478294.51	455049	441280	8%	3%
1.1	0.10	1.57	1.50	240722	445240.39	424847	392870	13%	8%
<b>Error promedio</b>								<b>7.66 %</b>	<b>4.33%</b>

Fuente: Creado por los autores.

Cuadro 14. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con D/d 1.2 por los dos métodos, ejemplo 1

Geometría		Comparación y porcentaje de error							
D/d [m/m]	r/d [m/m]	Kf Pilkey [m/m]	Kf Neuber	S nominal, von mises [Pa]	S máximo teórico Pilkey [Pa]	S máximo teórico Neuber [Pa]	S máx., von mises [Pa]	Error Peterson [%]	Error Neuber [%]
1.2	0.03	2.03	1.95	286479	685856.41	657490	695878	1	6
1.2	0.05	1.84	1.75	286479	621439.02	588457	583455	7	1
1.2	0.10	1.63	1.55	286479	550790.84	523766	488930	13	7
1.2	0.15	1.52	1.46	286479	512153.54	490883	446669	15	10
1.2	0.20	1.43	1.38	286479	482869.51	466064	417521	16	12
1.2	0.25	1.38	1.34	286479	464674.78	450702	399933	16	13
Error promedio								11.33	8.16

Fuente: Creado por los autores.

Cuadro 15. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con D/d 1.5 por los dos métodos, ejemplo 1

Geometría		Comparación y porcentaje de error							
D/d [m/m]	r/d [m/m]	Kf Pilkey	Kf Neuber	S nominal, von mises [Pa]	S máximo teórico Pilkey [Pa]	S máximo teórico Neuber [Pa]	S máx., von mises [Pa]	Error Peterson [%]	Error Neuber [%]
1.5	0.03	2.27	2.20	447623	1193204.04	1156338	1284000	7	10
1.5	0.05	2.07	1.96	447623	1089832.35	1030974	1063110	3	3
1.5	0.10	1.77	1.67	447623	932475.00	881209	841883	11	5
1.5	0.15	1.64	1.56	447623	862523.57	820573	760340	13	8
1.5	0.20	1.52	1.46	447623	802728.28	769535	699088	15	10
1.5	0.25	1.43	1.38	447623	752434.96	726412	650543	16	12
Error promedio								10.83	8

Fuente: Creado por los autores.

Cuadro 16. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con D/d 2.0 por los dos métodos, ejemplo 1

Geometría		Comparación y porcentaje de error							
D/d [m/m]	r/d [m/m]	Kf Pilkey	Kf Neuber	S nominal, von mises [Pa]	S máximo teórico Pilkey [Pa]	S máximo teórico Neuber [Pa]	S máx., von mises [Pa]	Error Peterson [%]	Error Neuber [%]
2.0	0.03	2.29	2.28	795775	2148412.96	2137566	2480600	13	14
2.0	0.05	2.14	2.05	795775	2003939.76	1917110	2049255	2	6
2.0	0.10	1.85	1.75	795775	1731755.53	1634764	1600895	8	2
2.0	0.15	1.66	1.58	795775	1553277.13	1475105	1386965	12	6
2.0	0.20	1.55	1.49	795775	1455777.92	1390890	1279536	14	9
2.0	0.25	1.46	1.40	795775	1366335.62	1314092	1189293	15	10
Error promedio								10.66	7.83

Fuente: Creado por los autores.

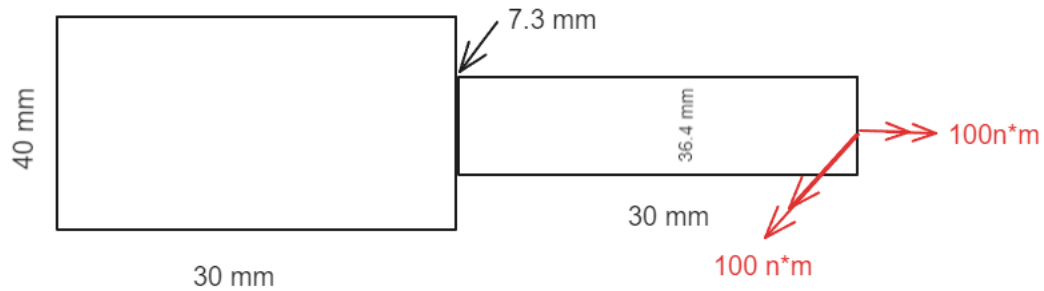
Como conclusión de los análisis anteriores, se determinó que la utilización de métodos convencionales frente a elementos finitos es viable. Esto se debe a que los resultados obtenidos, tanto en el caso estático como en el caso de fatiga por cargas axiales, tenían un porcentaje de error que se puede paliar usando el factor de seguridad. La utilización del método analítico es recomendable para valores pequeños de D/d.

**4.1.2 Estudio preliminar flexo torsión** Se dispone de una viga empotrada con una sección circular que consta de dos tramos.

El primer tramo tiene un diámetro de 40 mm, mientras que el segundo tramo tiene un diámetro de 36.4 mm. El filete que se presenta en la transición de las secciones transversales tiene un radio de entalladura de 7.3 mm. La viga está sujeta en un extremo y se le aplica un momento flector de 100 Nm y una torsión de 100 Nm. En caso de fatiga, se utiliza un R igual a 0.5.

El material de la viga fue acero al carbono estructural, el mismo que se utilizó en el capítulo anterior sobre fuerza axial. Por lo tanto, se utilizaron las mismas propiedades mecánicas y propiedades de concentración de esfuerzos.

Figura 19. Descripción de ejemplo, etapa 1 flexo torsión



Fuente: Creado por los autores.

**4.1.2.1 Método convencional.** Se resolvió el ejemplo con el método convencional, dividido en tres fases. El computo de esfuerzos nominales, cálculo de concentración de esfuerzos y la determinación de esfuerzos máximos estáticos y de fatiga.

Las ecuaciones usadas en los cálculos están en el capítulo de marco teórico, referido a ellas por medio del número.

- **Cálculo de esfuerzos nominales.** En el tramo con el área transversal más pequeña, se calculó los esfuerzos de flexión y torsión. Para el caso estático, se empleó el método de esfuerzo equivalente de von Mises. En el caso de fatiga, se utilizó el esfuerzo alternante debido a von Mises.

Se utilizó las (Ecuaciones 2, 8 y 3), para encontrar el esfuerzo normal debido al momento flector y el esfuerzo cortante debido a torsión, en el caso estático.

$$\sigma = \frac{M * c}{I} = \frac{32 * M}{\pi * d^3} = \frac{32 * 100}{\pi * 0.03636^3} = 21189879.25 \text{ Pa}$$

$$\tau = \frac{T * c}{j} = \frac{16 * T}{\pi * d^3} = \frac{16 * 100}{\pi * 0.03636^3} = 10594939.63 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{von\ mises} = \sqrt{(21189879.25\ Pa)^2 + 3 * (10594939.63\ Pa)^2} = 28023166.78\ Pa$$

Se procedió a calcular los esfuerzos de fatiga, para lo cual es importante utilizar expresiones específicas para el cálculo de esfuerzos de flexo-torsión con carga no estática. Cuando las cargas presentan un comportamiento fluctuante, se emplea la definición del parámetro R (Ecuación 11) para modificar las expresiones utilizadas en la determinación de los esfuerzos estáticos y calcular los esfuerzos debidos a la fatiga.

$$\sigma_a = \frac{M_a * c}{I} = \frac{32 * M_a}{\pi * d^3} = \frac{32 * \left(\frac{M_{max} - R * M_{min}}{2}\right)}{\pi * d^3} = \frac{32 * \left(\frac{100 - 0.5 * 100}{2}\right)}{\pi * (0.03636)^3}$$

$$\sigma_a = 5297469.813\ Pa$$

$$\tau_a = \frac{T * c}{j} = \frac{16 * T}{\pi * d^3} = \frac{16 * \left(\frac{T_{max} - R * T_{min}}{2}\right)}{\pi * 0.03636^3} = \frac{16 * \left(\frac{100 - 0.5 * 100}{2}\right)}{\pi * (0.03636)^3}\ Pa$$

$$\tau_a = 2648734.907\ Pa$$

$$\sigma_{von\ mises} = \sqrt{(5297469.813\ Pa)^2 + 3 * (2648734.907\ Pa)^2} = 7007893.852\ Pa$$

- **Cálculo de concentración de esfuerzos.** Debido a las teorías de fallas mecánicas explicadas en el marco teórico, se sabe que las discontinuidades geométricas, conocidas como concentradores de esfuerzos, son puntos donde se multiplican las tensiones nominales para obtener el esfuerzo máximo. Debido a esta razón, fue necesario determinar el valor de estos concentradores.

Se procedió a calcular el Kt correspondiente a flexión y torsión por medio de (la Ecuación 15) y las constantes depositadas en 3 y 4.

Tabla 7. Factor Kt de flexión, etapa 1 flexo torsión

D/d	D	d	r/d	r	T	t/r	raíz/r	2t/D	c1	c2	c3	c4	Kt
[m/m]	[m]	[m]	[m/m]	[m]	[m]	[m/m]	[m]	[m/m]					
1.10	0.04	0.04	0.20	0.01	0.00	0.25	0.50	0.09	1.52	1.45	1.62	0.66	<b>1.40</b>

Fuente: Creado por los autores.

Tabla 8. Factor Kt de torsión, etapa 1 flexo torsión

D/d	D	d2	r/d	r	T	t/r	2t/D	raíz/r	c1	c2	c3	c4	Kt
[m/m]	[m]	[m]	[m/m]	[m]	[m]	[m/m]	[m/m]	[m]					
1.10	0.04	0.04	0.20	0.01	0.00	0.25	0.09	0.50	1.28	1.28	1.95	0.95	<b>1.18</b>

Fuente: Creado por los autores.

Se utilizo el método de Neuber y las (Ecuaciones 25 y 26) para calcular la sensibilidad a la entalla con la finalidad de calcular el factor Kf. La facilidad de este método radica en la posibilidad de separar el cálculo según el tipo de esfuerzo generado: un factor q de tensión normal y otro de tensión cortante.

Posteriormente, se utilizó la (Ecuación 20), que relaciona el factor Kt y Kf por medio de q, para calcular Kf de torsión y Kf de flexión

Se obtuvo el factor Kf para el caso axial, para lo cual se necesitaba también los factores a y q.

$$\sqrt{a} = 0.246 - 3.08 * 10^{-3} * 66.717 + 1.51 * 10^{-5} * 66.717^2 - 2.67 * 10^{-8} * 66.717^3$$

$$\sqrt{a} = 0.09979$$

$$q_{flexion} = \frac{1}{1 + \frac{0.09979}{\sqrt{0.2863}}} = 0.8428$$

$$K_{flexion} = 1 + q * (kt_{flexion} - 1) = 1 + 0.8428 * (1.40 - 1) = 1.379$$

El factor Kf para el caso torsión se calculo de la misma forma que el caso axial.

$$\sqrt{a} = 0.190 - 2.51 * 10^{-3} * 66.717 + 1.35 * 10^{-5} * 66.717^2 - 2.67 * 10^{-8} * 66.717^3$$

$$\sqrt{a} = 0.07470$$

$$q_{torsion} = \frac{1}{1 + \frac{0.07470}{\sqrt{0.2863}}} = 0.8774$$

$$K_{f_{torsion}} = 1 + q(k_{t_{torsion}} - 1) = 1 + 0.8774 * (1.18 - 1) = 1.1579$$

- **Cálculo de esfuerzos máximos estáticos y de fatiga** Conociendo los esfuerzos nominales y los concentradores de esfuerzos en el caso estático y en el caso de fatiga, se lograron obtener los esfuerzos máximos en la entalladura en cada caso, se utilizó la (Ecuación 16)

$$\sigma_{von,mises} = \sqrt{(1.4 * 21189879.25)^2 + 3 * (1.18 * 105949339.63)^2} = 36728241.12 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{von\ miseres,altern} = \sqrt{(5297469.813 * 1.379)^2 + 3 * (2648734.907 * 1.1579)^2} = 8626325.736 \text{ Pa}$$

#### 4.1.2.2 Método de los elementos finitos por medio de ANSYS

En el siguiente procedimiento se detalla los pasos que se siguieron en la elaboración del análisis estático y de fatiga en software, más específicamente en ANSYS con el módulo Static Structural:

**Modelado** El modelo 3D se generó mediante operaciones de extrusión de material, junto con un redondeo de filetes en el hombro debido a la transición de áreas transversales.

Figura 20. Modelado y operaciones 3d en ANSYS ejemplo 2

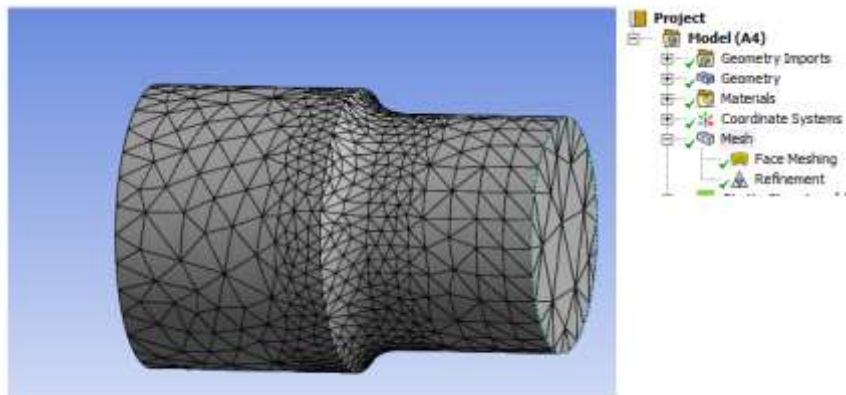


Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

- **Mallado y refinamiento.** Se tomó el modelo generado y se le aplicaron diferentes técnicas de mallado para obtener una malla de buena calidad y sin aberraciones en los esfuerzos.

Las técnicas utilizadas fueron, en resumen, un refinamiento aplicado en el filete del hombro y un face meshing sobre el tramo de sección transversal más pequeño.

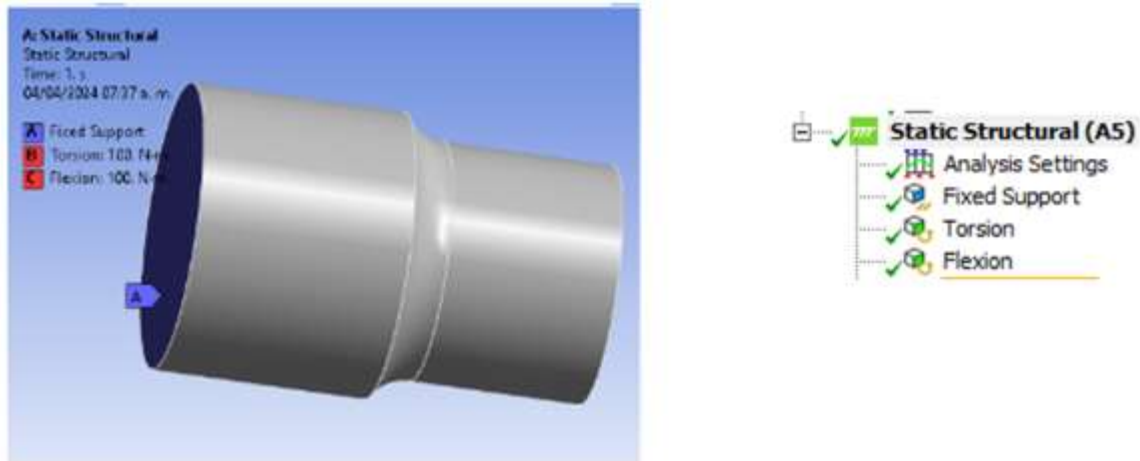
Figura 21. Técnicas de mallado, ejemplo 2



Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

- **Definición de las cargas y restricciones.** Al modelo mallado se le aplicó un empotramiento en el extremo izquierdo como única restricción. En el apartado de cargas externas se aplicaron un momento flector de 100 Nm respecto al eje Z y un torque de 100 Nm

Figura 22. Restricciones y aplicación de cargas, ejemplo 2



Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

- **Configuración de resultados estáticos y fatiga, fase flexo torsión** En los resultados se generaron dos estudios de la categoría de esfuerzos:
  - Esfuerzo equivalente de Von Mises: Este estudio muestra el comportamiento del material ante una carga estática.
  - Análisis de fatiga con Fatigue Tool:
 

Se utilizó la herramienta Fatigue Tool para simular la respuesta del material a cargas variables. Esta herramienta permite analizar diferentes tipos de cargas, como reversibles, r igual a cero o fluctuantes. En este caso, se seleccionó dos valores de parámetro R, 0,5, y 0.25, la teoría de falla de Gerber y el tipo de esfuerzo de Von Mises.

Ambos estudios están dotados de la herramienta de convergencia, la cual permite ajustar la precisión de los resultados. Esta herramienta se configuro con un criterio de

convergencia del 5%, un máximo de diez pasos y una profundidad de 3. De este modo, se puede iterar varias veces el refinamiento de la malla hasta conseguir una desviación mínima en los resultados.

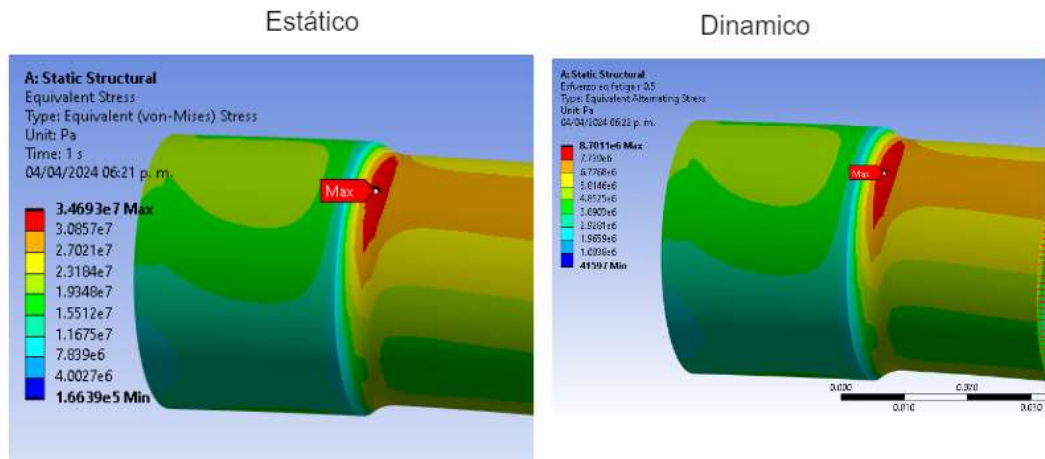
Figura 23. Configuración de resultados, ejemplo 2



Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

**4.1.2.3 Resultados del ejemplo planteado** En ambos estudios mencionados anteriormente se obtienen las distribuciones de esfuerzos. Los esfuerzos máximos se encuentran en el filete del hombro, tal como se había planteado. La imagen representa un momento específico, sin embargo, el comportamiento real cambia con el tiempo.

Figura 24. Resultados del análisis estático y de fatiga por ANSYS, ejemplo 2



Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

La confiabilidad de los resultados se puede estudiar de forma puntual y general:

- Estudio puntual: Este estudio se centró en el ejemplo desarrollado y análisis del porcentaje de error entre el valor del esfuerzo máximo estático y de fatiga debido a cargas fluctuantes de flexo-torsión. Para ello, se emplearon dos métodos: el método convencional y el método de los elementos finitos.
- Estudio general: Este estudio analizó diferentes combinaciones geométricas manteniendo constantes las restricciones y las cargas. Su objetivo fue evaluar el porcentaje de error con distintos valores del parámetro  $D/d$  en rangos similares de  $r/d$ .
- **Estudio puntual.** El porcentaje de error se obtuvo mediante la comparación de los esfuerzos calculados con los diferentes métodos y estudios.

En el estudio puntual estático se observó un porcentaje de error del 6%. Se considera el resultado del software como el dato esperado y el valor obtenido por el método convencional como el valor real. Si bien un 6% es un valor alto, hay que tener en cuenta que se está evaluando un esfuerzo combinado junto con discontinuidades geométricas, por lo que no resulta desproporcionado

Cuadro 17. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente, ejemplo 2

D/d [m/m]	D [m]	d [m]	r [m]	r/d [m/m]	Equivalente [Pa]	Equivalente ANSYS [Pa]	Error [%]
1.10	0.04	0.036	0.0073	0.20	36651839.64	3.47E+07	6

Fuente: Creado por los autores.

En el caso de fatiga se obtuvo un porcentaje pequeño del 0.85 % en el esfuerzo alternante de flexo torsión con r 0.5, lo que indica una alta confiabilidad, sin embargo, el estudio puntual no es suficiente y debe corroborarse la información en el estudio general.

Cuadro 18. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alterno, ejemplo caso de estudio 1

D/d [m/m]	r/d [m/m]	S max, von mises, ANSYS [Pa]	Esfuerzo equivalente alterno [Pa]	Error [%]
1.10	0.20	8701100	8626325.736	0.85936

Fuente: Creado por los autores.

- **Estudio general** El estudio se realiza con valores del parámetro D/d que van desde 1.10 hasta 2, y del parámetro r/d que van desde 0.05 hasta 0.3.

Con el objetivo de ampliar el alcance de los resultados comparativos con el caso de estudio dos se decidió establecer los valores de 0.25 y 0.5 para la relación D/d, La decisión de utilizar dos valores diferentes del parámetro R radica primero en dar cumplimiento a los objetivos y la segunda razón es obtener la posibilidad de analizar la diferencia de los porcentajes de error cuando se utiliza diferentes casos de relación de esfuerzos.

A partir del estudio puntual, se determinó la importancia de comparar el porcentaje de error de los diferentes concentradores de esfuerzos y de los esfuerzos en los estudios

estáticos y de fatiga. Para realizar esta comparación, se debieron realizar algunos cálculos previos. Sin embargo, debido a la extensión del documento, estos cálculos intermedios se resumieron en los siguientes anexos:

- Cálculo del factor  $K_t$  convencional en ejemplo estático, Anexo K
- Cálculo del factor  $K_t$  ANSYS en ejemplo estático, Anexo L
- Cálculo del parámetro “q t” en ejemplo de fatiga, Anexo M
- Cálculo del parámetro “q s” en ejemplo de fatiga, Anexo N
- Cálculo del parámetro  $K_f$  Peterson, Anexo O

La decisión sobre la confiabilidad de los resultados depende del criterio utilizado. En base al estudio del caso del ejemplo del estudio 1, se decidió poner foco en el porcentaje de error del esfuerzo máximo alternante. La razón es la de ver la afectación del  $K_t$ ,  $K_f$ ,  $q$  flexión y  $q$  torsión en conjunto y no tanto de forma individual.

El comportamiento que se obtuvo por medio de la comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante se resume en un comportamiento creciente respecto al aumento del parámetro  $D/d$ . Como sustento de esta observación se tiene el error promedio con  $R$  igual a 0.5 de  $D/d$  1.1, 1.2 y 2 que son correspondientemente de 0.915%, 2.655% y 11.6125%. El error también es directamente proporcional con el parámetro  $r/d$ .

En base a lo expuesto anteriormente, se analiza que:

- El método convencional genera resultados cercanos al método de los elementos finitos cuando se aplica a cargas de flexo-torsión fluctuantes con media no nula.
- Para obtener un porcentaje de error reducido, se recomienda utilizar valores pequeños de  $D/d$  y  $r/d$

Cuadro 19. Comparación del cómputo del factor de concentración de esfuerzos Kf global con R = 0.5, ejemplo 2

<b>D/d</b> <b>[m/m]</b>	<b>r/d</b> <b>[m/m]</b>	<b>Kf global</b> <b>ANSYS</b>	<b>KF global clásico</b>	<b>Error</b> <b>[%]</b>
1.1	0.2	1.241986685	1.261424666	1.57
1.1	0.15	1.305477011	1.30362676	0.14
1.2	0.3	1.241833389	1.244358331	0.20
1.2	0.25	1.244472079	1.270433472	2.09
1.2	0.2	1.289549696	1.30481379	1.18
1.2	0.15	1.363323065	1.353329383	0.73
1.2	0.1	1.436546707	1.430108941	0.45
1.2	0.05	1.764403915	1.585009854	10.17
2	0.3	1.356901374	1.223641644	9.82
2	0.25	1.399885631	1.259440232	10.03
2	0.2	1.519410363	1.310108416	13.78
2	0.15	1.587448979	1.383288383	12.86
Porcentaje de error promedio				5

Fuente: Creado por los autores.

Cuadro 20. Comparación del cómputo del factor de concentración de esfuerzos Kf global con R = 0.25, ejemplo 2

<b>D/d</b> <b>[m/m]</b>	<b>r/d</b> <b>[m/m]</b>	<b>Kf global</b> <b>ANSYS</b>	<b>KF GLOBAL</b> <b>CLASICO</b>	<b>ERROR</b> <b>[%]</b>
1.1	0.2	1.240782919	1.261424666	1.66
1.1	0.15	1.304063894	1.30362676	0.03
1.2	0.3	1.239744426	1.244358331	0.37
1.2	0.25	1.242383116	1.270433472	2.26
1.2	0.2	1.28731414	1.30481379	1.36
1.2	0.15	1.360684376	1.353329383	0.54
1.2	0.1	1.433394939	1.430108941	0.23
1.2	0.05	1.75854016	1.585009854	9.87
2	0.3	1.307259703	1.223641644	6.40
2	0.25	1.346127603	1.259440232	6.44
2	0.2	1.452329591	1.310108416	9.79

Cuadro 20. (Continuación)

Porcentaje de error promedio	4
------------------------------	---

Fuente: Creado por los autores

Cuadro 21. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con D/d 1.10 con R = 0.5 por los dos métodos, ejemplo 2

D/d [m/m]	r/d [m/m]	Kf flexión	Kf torsión	Esfuerzo máximo, convencional [Pa]	S max, von mises, ANSYS [Pa]	Error [%]
1.10	0.2	1.336	1.155	8.84E+06	8.70E+06	1.61
1.10	0.15	1.382	1.191	9.13E+06	9.15E+06	0.22
Error promedio						0.915

Fuente: Creado por los autores.

Cuadro 22. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con D/d 1.10 con R =0.25 por los dos métodos, ejemplo 2

D/d [m/m]	r/d [m/m]	Kf flexión	K torsión	Esfuerzo máximo, convencional [Pa]	S max, von mises, ANSYS [Pa]	Error [%]
1.1	0.2	1.33577934	1.15486212	1.33E+07	1.30E+07	1.66
1.1	0.15	1.38227925	1.19070223	1.37E+07	1.37E+07	0.03
Error Promedio						0.845

Fuente: Creado por los autores.

Cuadro 23. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con D/d 1.20 con R =0.5 por los dos métodos, ejemplo 2

D/d [m/m]	r/d [m/m]	Kf flexión	Kf torsión	Esfuerzo máximo, convencional [Pa]	S max, von mises, ANSYS [Pa]	Error [%]
1.20	0.3	1.320	1.135	1.13E+07	1.13E+07	0.00
1.20	0.25	1.349	1.158	1.16E+07	1.13E+07	2.65
1.20	0.2	1.386	1.187	1.19E+07	1.17E+07	1.71
1.20	0.15	1.439	1.229	1.23E+07	1.24E+07	0.81
1.20	0.1	1.523	1.296	1.30E+07	1.31E+07	0.76
1.20	0.05	1.690	1.434	1.44E+07	1.60E+07	10.00
Error promedio						2.655

Fuente: Creado por los autores.

Cuadro 24. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con D/d 1.20 con R =0.25 por los dos métodos, ejemplo 2

D/d [m/m]	r/d [m/m]	Kf flexión	K torsión	Esfuerzo máximo, convencional [Pa]	S max, von mises, ANSYS [Pa]	Error [%]
1.2	0.3	1.32033227	1.13517758	1.70E+07	1.69E+07	0.37%
1.2	0.25	1.34889715	1.15757136	1.73E+07	1.70E+07	2.26%
1.2	0.2	1.38648404	1.1872126	1.78E+07	1.76E+07	1.36%
1.2	0.15	1.43937876	1.22926239	1.85E+07	1.86E+07	0.54%
1.2	0.1	1.5227453	1.2963369	1.95E+07	1.96E+07	0.23%
1.2	0.05	1.6896981	1.43358235	2.16E+07	2.40E+07	9.87%
Error Promedio						2.43%

Fuente: Creado por los autores.

Cuadro 25. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con D/d 2.0 con R = 0.5 por los dos métodos, ejemplo 2

D/d [m/m]	r/d [m/m]	Kf flexión	Kf torsión	Esfuerzo máximo, convencional [Pa]	S max, von mises, ANSYS [Pa]	Error [%]
2.00	0.3	1.278	1.147	5.15E+07	5.71E+07	9.81
2.00	0.25	1.320	1.174	5.30E+07	5.89E+07	10.02
2.00	0.2	1.379	1.212	5.52E+07	6.40E+07	13.75
2.00	0.15	1.462	1.271	5.82E+07	6.68E+07	12.87
Error promedio						11.6125

Fuente: Creado por los autores.

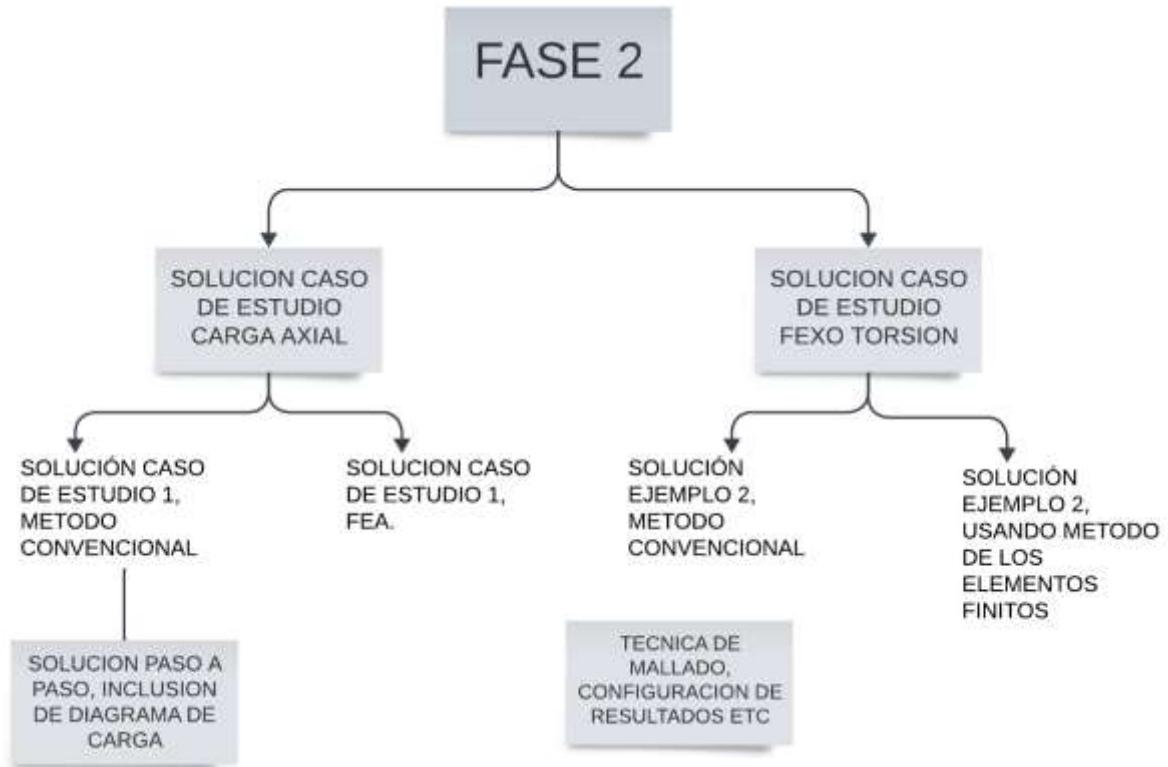
Cuadro 26. Comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante con D/d 2.0 con R = 0.25 por los dos métodos, ejemplo 2

D/d [m/m]	r/d [m/m]	Kf flexión	K torsión	Esfuerzo máximo, convencional [Pa]	S max, von mises, ANSYS [Pa]	Error [%]
2	0.3	1.27798399	1.14718783	7.73E+07	8.26E+07	6.40
2	0.25	1.31992078	1.17396257	7.95E+07	8.50E+07	6.44
2	0.2	1.37915577	1.2119414	8.27E+07	9.17E+07	9.79
Error Promedio						7.5433

Fuente: Creado por los autores.

## 4.2 FASE 2 SOLUCION DE LOS CASOS DE ESTUDIO.

Figura 25. Resumen fase 2



Fuente: Creado por los autores.

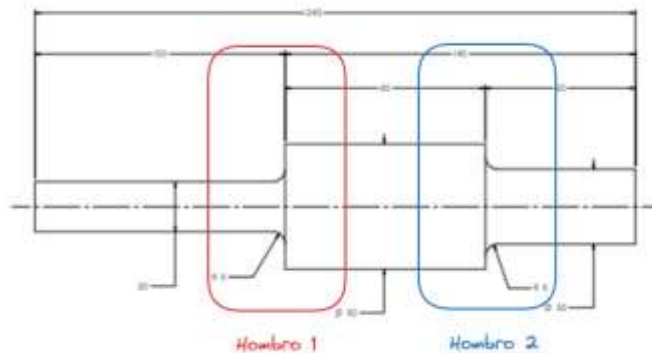
**4.2.1 Solución caso de estudio 1** Gracias al ejemplo de la primera fase se obtuvieron las herramientas necesarias para implementar la solución del caso de estudio uno, por medio del método convencional y el método de elementos finitos.

Había entendimiento del comportamiento del porcentaje de error en cálculo del esfuerzo alterno equivalente cuando hay presencia de un hombro, sin embargo, no hay información cuando hay varias discontinuidades.

Se planteo utilizar las técnicas en ejes de un hombro para solucionar el caso de estudio que tiene dos hombros diferentes.

**4.2.1.1 Método convencional.** El primer paso fue dividir la geometría en dos, estas separaciones se hicieron en los hombros debido a que en estos puntos se generan los esfuerzos más grandes en comparación al resto de la geometría.

Figura 26. Segmentación de geometría en caso de estudio 1



Fuente: Creado por los autores.

En cada hombro se computo los concentradores de esfuerzos KF, Kt y el esfuerzo equivalente alterno.

- **Cálculos sobre el hombro 1.** Se planteo utilizar la ecuación modificada de Pilkey para Kt (Ecuación 14), para esto fue necesario definir las siguientes constantes.

$$h = \frac{D - d}{2} = \frac{50 - 20}{2} = 0.015 \text{ m}$$

$$\frac{D}{d} = \frac{50}{20} = 2.5$$

$$\frac{r}{d} = \frac{5}{20} = 0.25$$

$$\frac{h}{r} = \frac{0.015}{0.005} = 3$$

$$2 * \frac{h}{D} = 0.6$$

Después se utilizó la condición de la ecuación de Pilkey que dice si  $h/r > 2.0$  se deben calcular las constantes A, B y C con las siguientes expresiones, encontradas en la tabla 2. Al reemplazar los valores de las constantes en las expresiones se obtuvo el factor  $K_t$  para el hombro 1.

$$A = (-0.022 - 0.038 * 0.6 + 0.165 * 0.6^2 - 0.106 * 0.6^3) * 0.015 = -1.24 * 10^{-4}$$

$$B = (0.860 - 0.346 * 0.6 - 0.486 * 0.6^2 - 0.028 * 0.6^3) * \sqrt{0.015} = 0.058$$

$$C = (1.2 - 1.805 * 0.6 + 2.198 * 0.6^2 + 0.593 * 0.6^3) = 1.039368$$

$$k_{t,a} = 1.039368 - \left( \frac{0.058^2 + \left( \sqrt{\frac{4 * (-1.24 * 10^{-4})^2}{0.005}} + 0.058 \right)^2}{4 * (-1.24 * 10^{-4})} \right) = 1.83$$

A continuación, se determinó la sensibilidad a la entalladura por los métodos de Peterson y Neuber.

El método de Peterson utiliza la constante  $a^*$  como base del cálculo de  $q$ , este computo se realiza con la siguiente expresión.

$$a^* = 0.0254 * \left( \frac{2070}{S_{ut}} \right)^{1.8} = 0.0254 * \left( \frac{2070}{460 \text{ mpa}} \right)^{1.8} = 0.380$$

se encontró el valor de la sensibilidad de entalla.

$$q_{Peterson} = \frac{1}{1 + \frac{a^*}{r}} = \frac{1}{1 + \frac{0.380}{0.005}} = 0.92$$

Con Neuber a diferencia de Peterson, Neuber usa la constante  $\alpha^{0.5}$  en sus cálculos, se utilizó las expresiones correspondientes y se reemplazó los valores se obtiene Kt.

$$\sqrt{a} = 0.246 - 0.00308 * 66.71 + 0.000015 * (66.71)^2 - 0.0000000267 * (66.71)^3 = 0.099$$

$$q_{neuber} = \frac{1}{1 + \frac{q}{\sqrt{r} \text{ (in)}}} = \frac{1}{1 + \frac{0.099}{0.4436}} = 0.8175$$

El próximo calculo correspondió a hallar Kf utilizando el q de los métodos Neuber y Peterson, para esto se necesitó la expresión que relaciona los dos tipos de concentradores (Ecuación 19). Se utilizo la siguiente expresión y se reemplaza con los valores conocidos.

$$kf_{peterson} = 1 + 0.92 * (1.83 - 1) = 1.7636$$

$$kf_{neuber} = 1 + 0.8175 * (1.83 - 1) = 1.6785$$

$$\sigma_{max,entalladura} = 1.83 * \frac{\pi}{4} * \frac{1000}{0.02^2} = 5825070.917 Pa$$

Finalmente se obtiene el esfuerzo equivalente alterno correspondiente al hombro 1.

$$\sigma_{a,nominal} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{max} * R}{2} = \frac{\sigma_{max}}{4} = \frac{\frac{\pi}{4} * 1000}{4} = \frac{3183098.862}{4} = 795774.7155 Pa$$

$$\sigma_{a,eq,peterson} = \sqrt{(1.7636 * 795774.7155 * \frac{1}{0.85})^2} = 1651092.104 Pa$$

$$\sigma_{a,eq,Neuber} = \sqrt{(1.6785 * 795774.7155 * \frac{1}{0.85})^2} = 1571421.015 Pa$$

- **Cálculos sobre el hombro 2.** La metodología del hombro 2 fue igual a la utilizada en el hombro 1, por lo cual no se entrará en profundidad en los cálculos, sin embargo, se mantendrá el mismo orden y objetivo de cálculo.

Se cálculo las constantes.

$$h = \frac{D - d}{2} = \frac{50 - 30}{2} = 0.010 \text{ m}$$

$$\frac{D}{d} = \frac{50}{30} = 1.66$$

$$\frac{r}{d} = \frac{5}{30} = 0.16$$

$$\frac{h}{r} = \frac{0.010}{0.005} = 2$$

$$2 * \frac{h}{D} = 0.4$$

Después se utilizó la ecuación de Pilkey (Ecuación 14) que dice si  $h/r \leq 2.0$  se deben calcular las constantes A, B y C. Al reemplazar los valores de las constantes en las expresiones se obtuvo el factor Kt para el hombro 1.

$$A = (-0.099 + 0.961 * 0.4 - 1.744 * 0.4^2 + 0.878 * 0.4^3) * 0.01 = 0.0625$$

$$B = (1.157 - 3.036 * 0.4 + 3.977 * 0.4^2 - 2.098 * 0.4^3) * \sqrt{0.01} = 0.04464$$

$$C = (0.926 + 0.012 * 0.4 - 0.302 * 0.4^2 + 0.365 * 0.4^3) = 0.905$$

$$k_{t,a=0.905} = \left( \frac{0.04464^2 + \left( \sqrt{\frac{4 * (0.0625)^2}{0.005}} + 0.04464 \right)^2}{4 * 0.0625} \right) = 1.66$$

El próximo calculo correspondió a hallar Kf utilizando el q de los métodos Neuber y Peterson, para esto se necesitó la expresión que relaciona los dos tipos de concentradores (Ecuación 20). Se utilizo la siguiente expresión y se reemplaza con los valores conocidos.

$$k_f = 1 + q * (kt - 1)$$

$$k_{f_{peterson}} = 1 + 0.92 * (1.66 - 1) = 1.6072$$

$$k_{f_{neuber}} = 1 + 0.8175 * (1.66 - 1) = 1.53955$$

$$\sigma_{max,entalladura} = 1.66 * \frac{1000}{\frac{\pi}{4} * 0.03^2} = 2348419.605 Pa$$

Finalmente se obtuvo el esfuerzo equivalente alterno correspondiente al hombro 2.

$$\sigma_{a,nominal} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{max} * R}{2} = \frac{\sigma_{max}}{4} = \frac{\frac{1000}{\frac{\pi}{4} * 0.03^2}}{4} = \frac{1414710.605}{4} = 353677.6513 Pa$$

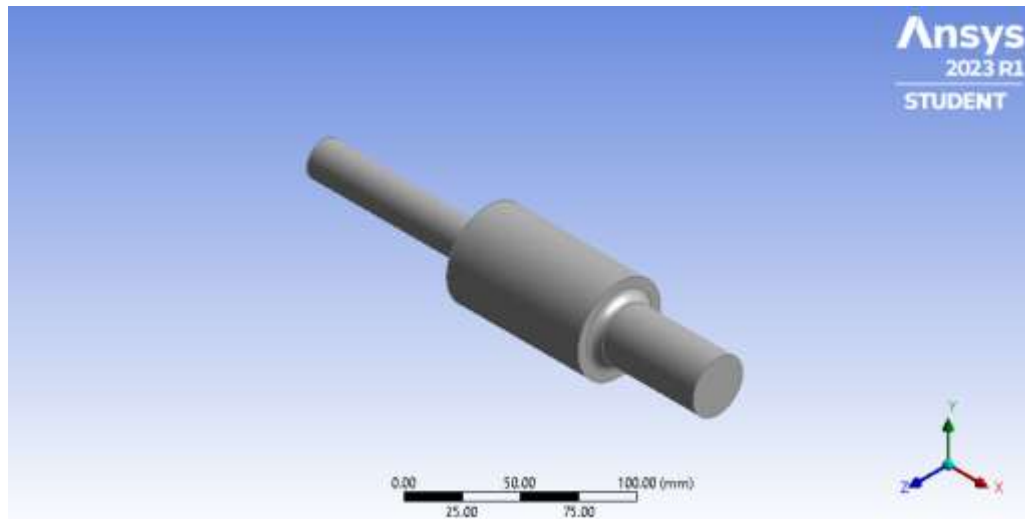
$$\sigma_{a,eq,peterson} = \sqrt{(1.6072 * 353677.6513 * \frac{1}{0.85})^2} = 67460.14255 Pa$$

$$\sigma_{a,eq,Neuber} = \sqrt{(1.53955 * 353677.6513 * \frac{1}{0.85})^2} = 64620.62125 Pa$$

**4.2.1.2 Simulaciones.** Las técnicas de mallado, herramienta de fatiga, operaciones de modelado, Material y la configuración de resultados necesarias en proceso de simulación de esfuerzos sobre los hombros 1 y 2 están basadas en ejemplo de la etapa 1, por esta razón solo se configura las cargas y geometría correspondiente al caso de estudio 1.

Debido a la complejidad de la pieza estudiada se decide utilizar la técnica de slice y dividir el eje en dos solidos de interés, estos corresponden a los hombros 1 y 2. Cada hombro se configura como un ejemplo por separado y de esta forma obtener los resultados de las zonas de interés ahorrando recursos. Se parte de la modelización de caso completo y después se separa.

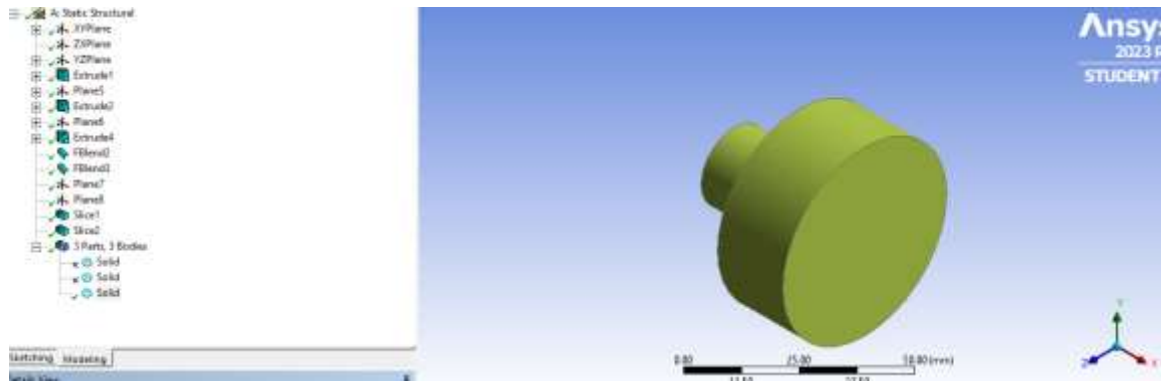
Figura 27. Modelado caso de estudio 1



Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

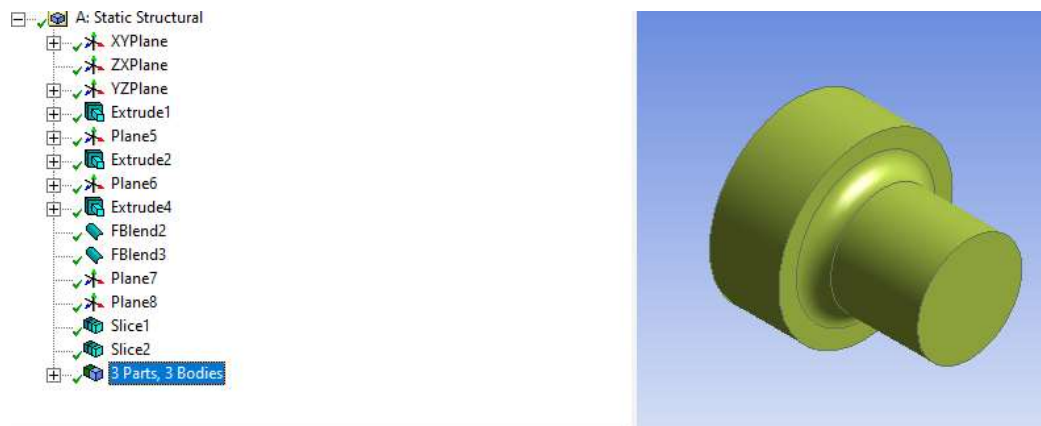
- **Simulaciones sobre el hombro 1 y 2.** El resultado de las operaciones de slice dan como resultado la sección izquierda y derecha de la pieza, se puede observar en la siguiente figura.

Figura 28. Slice del hombro 1 correspondiente al caso de estudio.



Fuente: Creado por los autores.

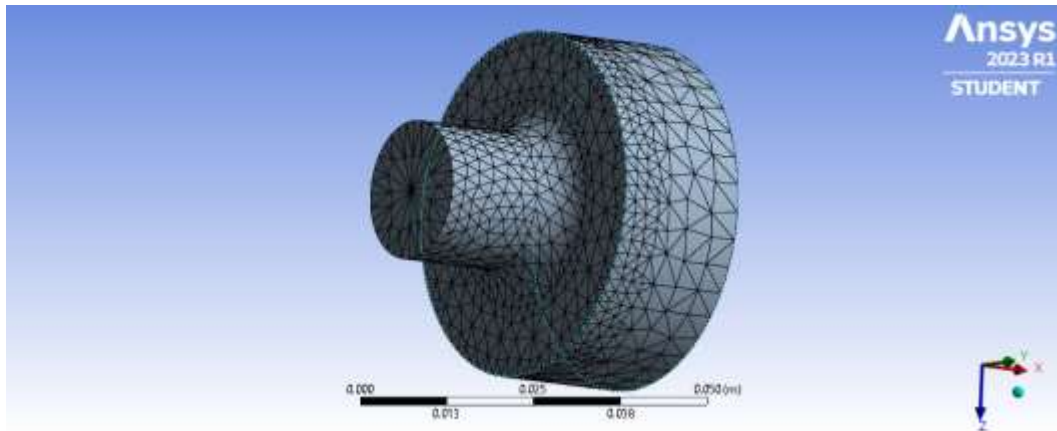
Figura 29. Slice del hombro 2 correspondiente al caso de estudio.



Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

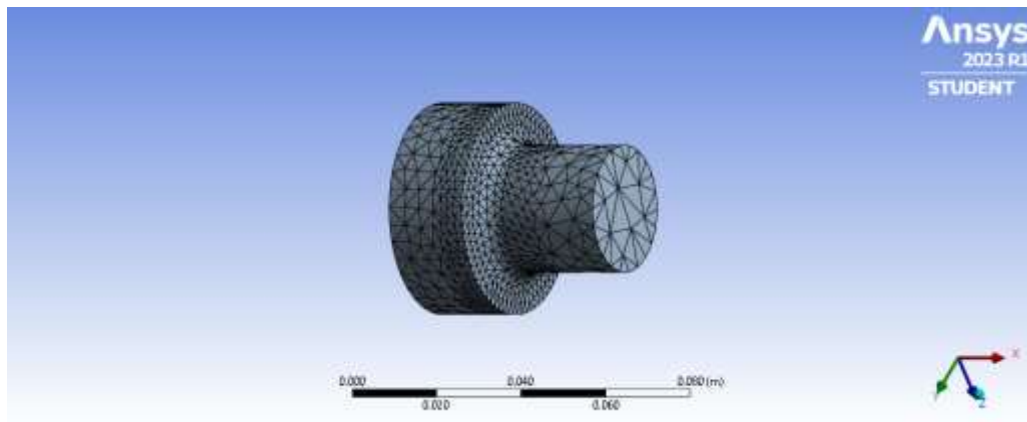
Se utilizaron diferentes técnicas de mallado que se resumen en refinar el filete y generar un mallado de caras a las superficies que son constantes.

Figura 30. Mallado al caso de estudio, hombro 1.



Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

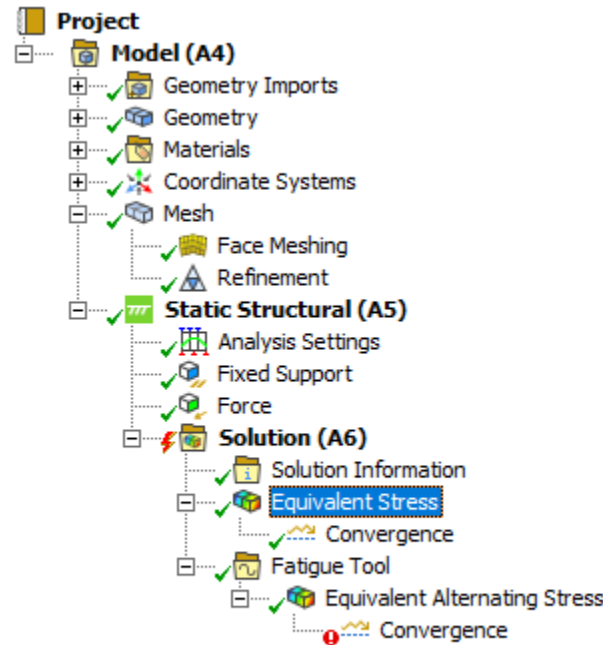
Figura 31. Mallado al caso de estudio, hombro 2.



Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

Las configuraciones de resultados para los dos solidos es la misma, el resumen se observa en siguiente grafica.

Figura 32. Configuración de resultados caso de estudio 1



Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

Con el estudio estático estructural definido se procedió a obtener las gráficas de resultado tanto para el caso estático como el dinámico. El dinámico se utiliza para calcular  $K_f$  y del estático se obtuvo  $K_t$ .

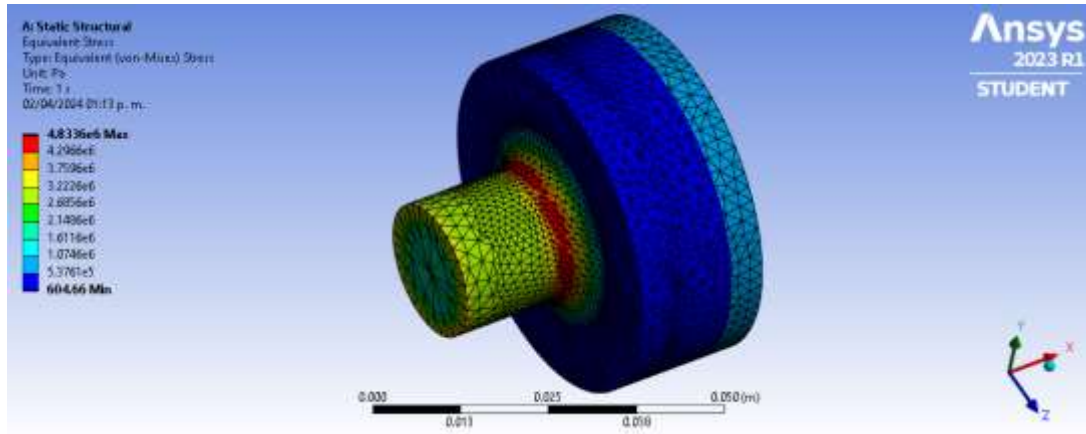
Se tabulan los resultados obtenidos a continuación

Tabla 9. Resumen de cálculos de la simulación, caso de estudio 1

Parámetro	Valor
Esfuerzo máximo estático en el hombro 1	$4.8336 \cdot 10^6$ Pa
Esfuerzo máximo estático en el hombro 1	$2.2957 \cdot 10^6$ Pa
Esfuerzo máximo de fatiga en el hombro 1	$1.2085 \cdot 10^6$ Pa
Esfuerzo máximo de fatiga en el hombro 2	$573930 \cdot 10^5$ Pa

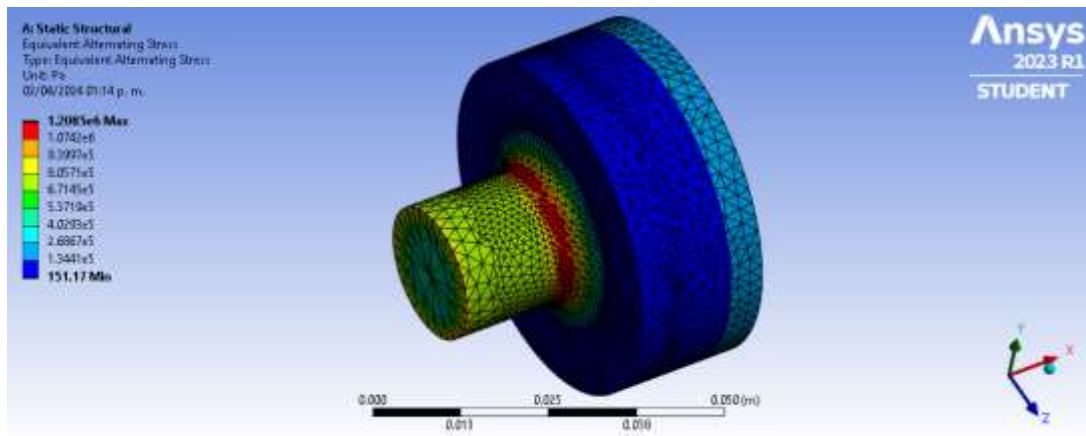
Fuente: Creado por los autores.

Figura 33. Esfuerzo máximo estático en el hombro 1



Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

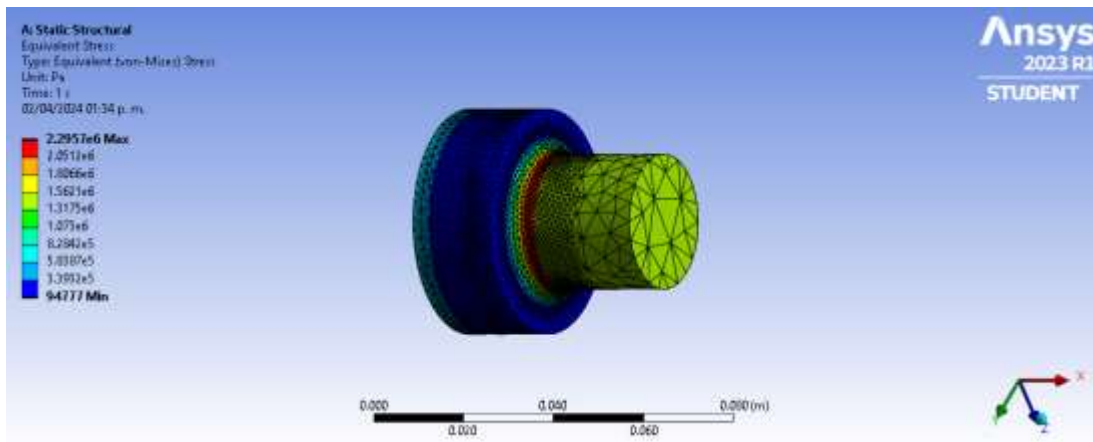
Figura 34. Esfuerzo máximo dinámico en el hombro 1



Fuente: Creado por los autores.

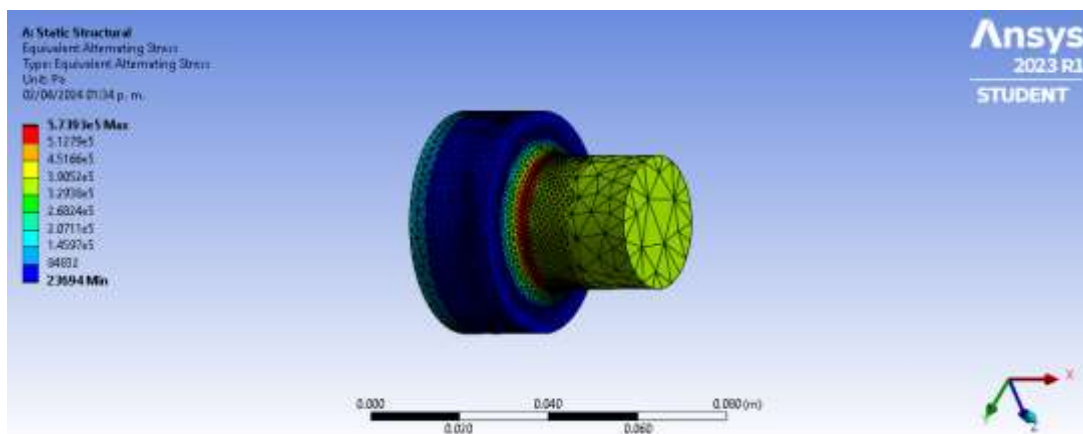
Simulaciones sobre el hombro 2

Figura 35. Esfuerzo máximo estático en el hombro 2



Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

Figura 36. Esfuerzo máximo estático en el hombro 2



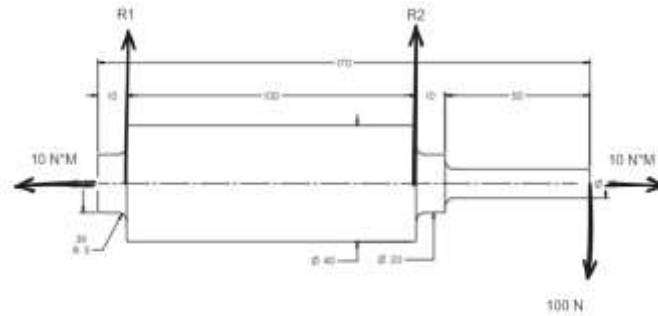
Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

**4.2.2 Solución caso de estudio 2.** Se soluciono el caso de estudio 2, mediante el método convencional y los elementos finitos con el software ANSYS.

Las ecuaciones utilizadas en los cálculos corresponden al marco teórico y se referenciaran por medio de su número.

La representación del caso de estudio que se utilizó con la finalidad de entender las cargas aplicadas y su posición fue el diagrama de cuerpo libre.

Figura 37. Diagrama de cuerpo libre, caso de estudio 2



Fuente: Creado por los autores.

**4.2.2.1 Método convencional.** El eje bajo análisis presenta una configuración geométrica de notable complejidad, la cual, en conjunción con la acción de una combinación de cargas, genera momentos flectores y esfuerzos cortantes de torsión a lo largo de su totalidad. La representación gráfica de estas cargas se plasma en el diagrama de momento flector, el diagrama de cortante y el diagrama de torque. Para identificar el punto donde la magnitud de los esfuerzos alcanza su valor máximo, conocido como punto crítico, se usan los diagramas mencionados.

- **Diagramas de momento flector y axial.** El primer paso radica en el cálculo de las reacciones verticales generadas en los puntos de apoyo por medio de las ecuaciones de equilibrio de Newton.

$$\sum \text{fuerzas} = 0 \quad (35)$$

$$\sum \text{momentos} = 0 \quad (36)$$

Aplicando las ecuaciones de equilibrio se obtuvo las siguientes expresiones, basándose en el diagrama de cuerpo libre.

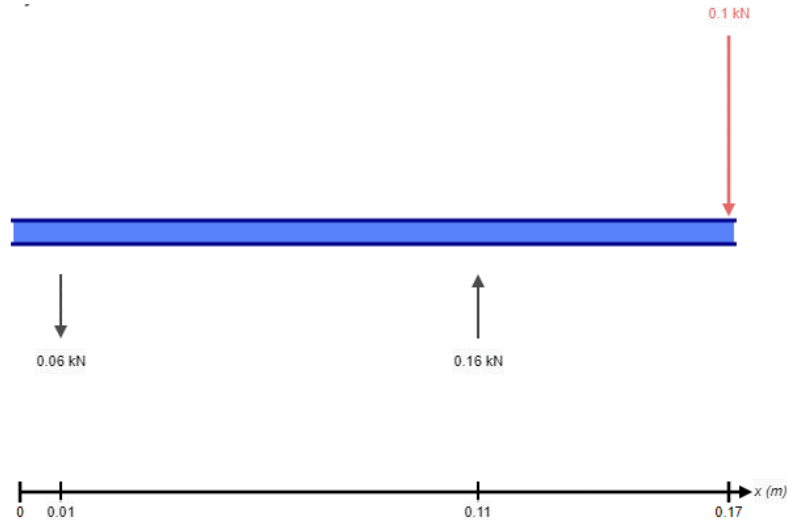
$$r1 + r2 - 100 = 0$$

$$r2 * 0.1 - 100 * 0.16 = 0$$

Al solucionar las dos expresiones se obtuvo las siguientes reacciones:

$$r_2 = 160 \text{ N}; r_1 = -60 \text{ N}$$

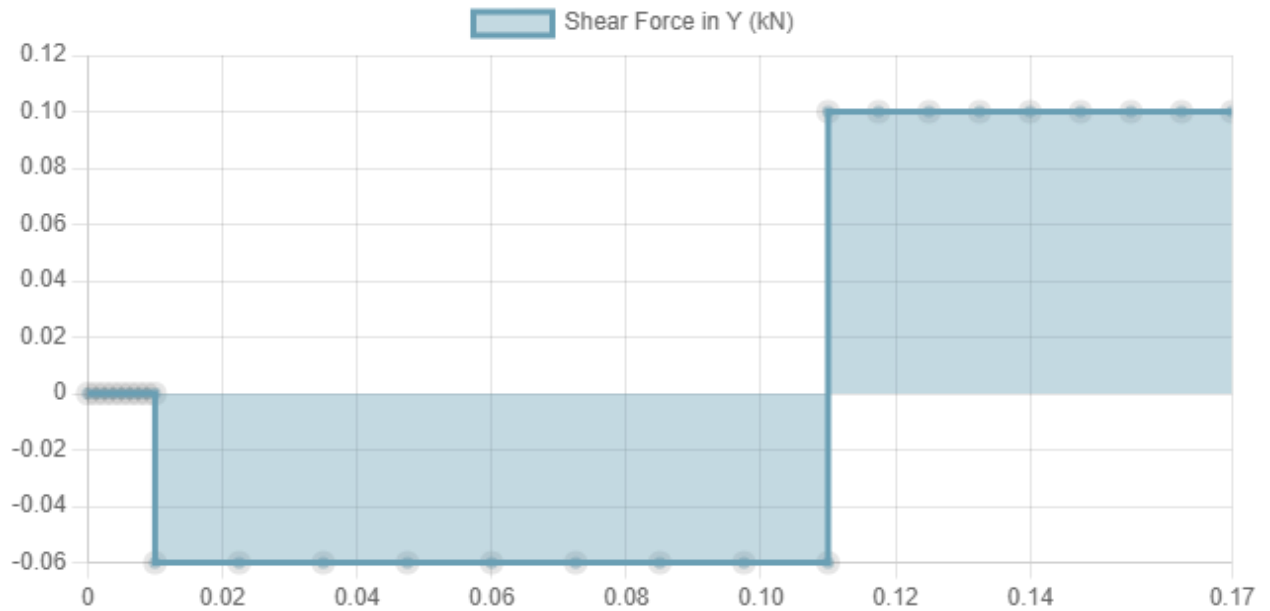
Figura 38. Diagrama de cuerpo libre con cargas definidas, caso de estudio 2



Fuente: Creado por los autores.

Luego, se obtiene el diagrama de fuerzas cortantes, donde se refleja el comportamiento de la cortante a lo largo del eje.

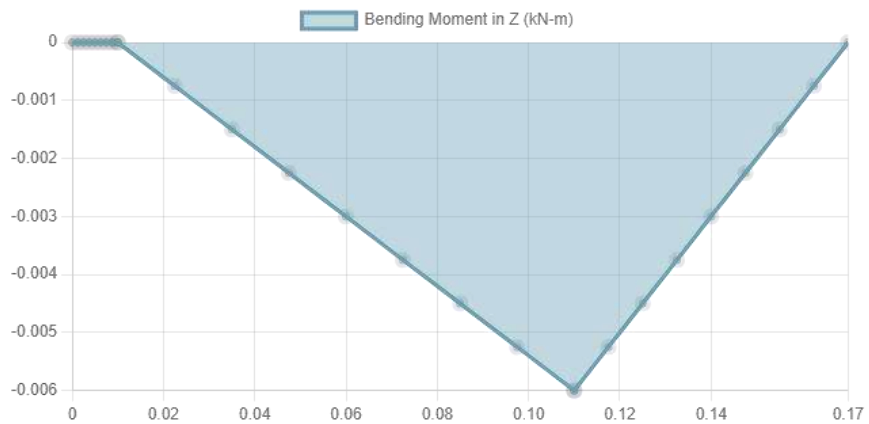
Figura 39. Diagrama de fuerza cortante, caso de estudio 2



Fuente: Creado por los autores.

Se dibujo el diagrama de momentos flectores, que corresponde al área del diagrama de fuerzas cortantes.

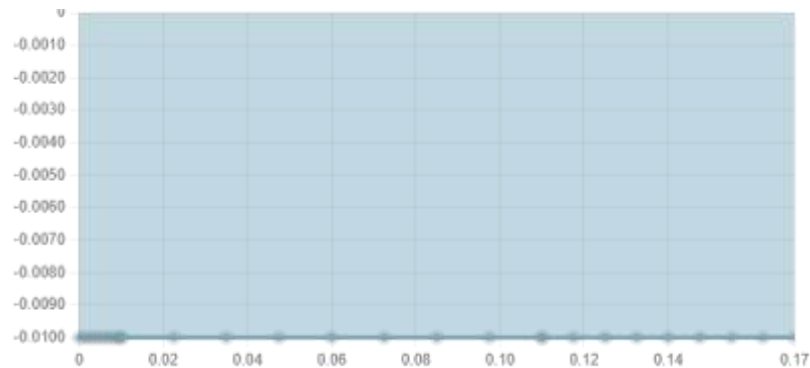
Figura 40. Diagrama de momento flecto, caso de estudio 2



Fuente: Creado por los autores.

Debido a la presencia de torque sobre el eje, fue necesario la creacion de un diagrama de torques. Debido a que el eje tiene un torque de entrada igual al torque de salida el diagrama tuvo un valor constante correspondiente al torque de entrada 10 Nm.

Figura 41. Diagrama de momento flectores, caso de estudio 2



Fuente: Creado por los autores.

- **Punto crítico.** Este punto se encuentra normalmente en la ubicación donde las cargas son mayores o donde el esfuerzo es mayor al del resto del elemento debido a una sección transversal pequeña.

Tomando en base la geometría del eje y los diagramas de momento flector y el diagrama de torque se seleccionaron dos puntos de interés donde puede estar el punto crítico, se resume la posición, las cargas y esfuerzos en la siguiente tabla.

Tabla 10. Puntos críticos estudiados. Caso de estudio 2

Punto [m]	Momento flector [n*m]	Torque [n*m]	Esfuerzo de normal [Pa]	Esfuerzo cortante [Pa]
0.11	6	10	$7.63 \cdot 10^6$	$6.36 \cdot 10^6$
0.12	5	10	$5.09 \cdot 10^7$	$5.09 \cdot 10^7$

Fuente: Creado por los autores.

Se observo que el punto crítico corresponde al hombro situado en la posición x igual a 0.12 m, el análisis de esfuerzos máximos estáticos y máximo se realizaran en este punto.

- **Esfuerzos máximos.** Se planteo utilizar las ecuaciones de Peterson para Kt Y Kts (Ecuación 15). Las tablas 3 y 4 del marco teórico se utilizan como apoyo para hallar las constantes utilizadas en (La ecuación 15).

A continuación, se calcularon constantes necesarias en cálculo de los factores Kt y Kts.

$$t = \frac{D - d}{2} = \frac{20 - 10}{2} = 0.005 \text{ m}$$

$$\frac{D}{d} = \frac{20}{10} = 2.0$$

$$\frac{r}{d} = \frac{0.003}{0.010} = 0.3$$

$$\frac{t}{r} = \frac{0.005}{0.003} = 1.667$$

$$2 * \frac{t}{D} = 2 * \frac{0.005}{0.02} = 0.5$$

$$\sqrt{\frac{t}{r}} = \sqrt{\frac{0.005}{0.003}} = 1.29099$$

En la Tabla 3 se presentan los parámetros utilizados en la ecuación de concentrador de tensiones debido a momentos flectores, basada en la fórmula de Peterson. La tabla ha sido reescrita con el objetivo de facilitar los cálculos.

Al reemplazar los datos se obtuvieron las siguientes constantes:

$$C1 = 0.947 + 1.206 * 1.29099 - 0.131 * 1.667 = 2.28$$

$$C2 = 0.022 - 3.405 * 1.2909 + 0.915 * 1.667 = -2.84$$

$$C3 = 0.869 + 1.777 * 1.2909 - 0.555 * 1.667 = 2.23$$

$$C4 = -0.810 + 0.422 * 1.2909 - 0.260 * 1.667 = -0.6986$$

Se reescribió la ecuación 15 y se reemplazaron sus constantes para obtener el factor de concentración de tensiones  $K_t$  debido a momentos flectores.

$$K_t = 2.28 - 2.84 * 0.5 + 2.23 * 0.5^2 - 0.6986 * 0.5^3 = 1.33$$

En la Tabla 4 se presentan los parámetros utilizados en la ecuación de concentrador de tensiones debido a torques, basada en la fórmula de Peterson. Se procedió a la sustitución de los datos específicos en las expresiones contenidas en la Tabla 4, a partir de lo cual se permitió determinar las siguientes constantes:

$$C1 = 0.905 + 0.783 * 1.2909 - 0.075 * 1.667 = 1.79$$

$$C2 = -0.437 + 1.969 * 1.2909 + 0.553 * 1.667 = -2.057$$

$$C3 = 1.557 + 1.073 * 1.2909 - 0.578 * 1.667 = 1.97$$

$$C4 = -1.061 + 0.171 * 1.2909 + 0.086 * 1.667 = -0.696$$

La (Ecuación 15) fue objeto de una reescritura, con la finalidad de optimizar su aplicación en la obtención del factor de concentración de tensiones  $K_t$  debido a la acción de momentos flectores. En este proceso, se sustituyeron las constantes presentes en la ecuación original por valores numéricos específicos.

$$K_{ts} = 1.79 - 2.057 * 0.5 + 1.97 * 0.5^2 - 0.6986 * 0.5^3 = 1.166$$

Se procedió al cálculo de las sensibilidades a entalladura mediante la aplicación del método de Neuber. En una primera etapa, se determinarán las constantes raíz de a

correspondientes a flexión y torsión, para lo cual se utilizaron las (Ecuaciones 25 y 26) respectivamente.

Se obtuvo las correspondientes sensibilidades a la entalladura de flexión y torsión

$$q_t = \frac{1}{1 + \frac{0.099}{\sqrt{0.11811}}} = 0.7763$$

$$q_{ts} = \frac{1}{1 + \frac{0.074}{\sqrt{0.11811}}} = 0.8228$$

En el presente paso, se procedió a la aplicación de la (Ecuación 20), la cual establece una relación entre el factor de concentración de tensiones  $K_t$  y el factor de forma  $K_f$ . A partir de esta, se determinaron el  $K_f$  de flexión y el  $K_f$  de torsión.

$$k_{f_{flexion}} = 1 + 0.7763 * (1.33 - 1) = 1.2561$$

$$k_{f_{torsion}} = 1 + 0.8228 * (1.166 - 1) = 1.1365$$

Habiéndose determinado los concentradores de esfuerzos, se procedió al cálculo de los esfuerzos nominales de torsión y flexión. Para ello, se utilizaron las (Ecuaciones 2 y 3) respectivamente.

$$\sigma_{flexion} = \frac{32 * m}{\pi * d^3} = \frac{32 * 5n * m}{\pi * 0.01^3} = 50929581.79 \text{ Pa}$$

$$\tau_{torsion} = \frac{16 * t}{\pi * d^3} = \frac{16 * 10n * m}{\pi * 0.01^3} = 50929581.79 \text{ Pa}$$

Se procedió al cálculo del esfuerzo equivalente de von Mises, el cual representa el esfuerzo máximo equivalente en el estudio estático. Para tal fin, se empleó la Ecuación 16

$$\sigma_{equivalente} = \sqrt{(50929581.79 * 1.2561)^2 + 3 * (50929581.79 * 1.1365)^2} = 1.18925578 * 10^8 \text{ PA}$$

Se realizó el cálculo de los esfuerzos alternantes de tipo normal y cortante, que varían entre un valor máximo y un valor mínimo en un ciclo de carga. Para tal fin, se empleó la Ecuación 11. Cabe destacar que se utilizó un valor de r igual a 0.5.

$$\sigma_{\text{alternor}0.5} = \frac{\sigma - r * \sigma}{2} = \frac{50929581.79 - 0.5 * 50929581.79}{2} = 12732395.45 \text{ Pa}$$

$$\tau_{\text{alternor}0.5} = \frac{\tau - r * \tau}{2} = \frac{50929581.79 - 0.5 * 50929581.79}{2} = 12732395.45 \text{ Pa}$$

Se aplica la Ecuación 16 nuevamente sin embargo esta vez se utiliza los esfuerzos de alternantes con r 0.5

$$\sigma_{\text{equivalentealternor}0.5} = \sqrt{(12732395.45 * 1.2561)^2 + 3 * (12732395.45 * 1.1365)^2} = 2.973139467 * 10^7 \text{ PA}$$

El procedimiento usado con r 0.5 se vuelve a utilizar, pero se cambió el valor de r por 0.25.

$$\sigma_{\text{alternor}0.25} = \frac{\sigma - r * \sigma}{2} = \frac{50929581.79 - 0.25 * 50929581.79}{2} = 19098593.17 \text{ Pa}$$

$$\tau_{\text{alternor}0.25} = \frac{\tau - r * \tau}{2} = \frac{50929581.79 - 0.25 * 50929581.79}{2} = 19098593.17 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{\text{equivalentealternor}0.5} = \sqrt{(19098593.17 \text{ Pa} * 1.2561)^2 + 3 * (19098593.17 \text{ Pa} * 1.1365)^2} = 4.4597 * 10^7 \text{ Pa}$$

**4.2.2.2 Simulaciones** El sólido objeto de estudio número dos fue modelados mediante la aplicación de operaciones de extrusión. En una etapa posterior, se implementaron técnicas de mallado y restricciones de carga, siguiendo las directrices que se detallan a continuación:

- **Técnicas de mallado.** Se utilizaron operaciones de refinado en los redondeos de los hombros para obtener una malla más fina en estas zonas, lo que mejora la precisión de los resultados

Se utilizó la operación Face Meshing en las secciones de área transversal constante para generar una malla más eficiente en estas zonas, lo que reduce el tiempo de cálculo.

- **Aplicación de restricciones.** Las restricciones empleadas se clasifican en cargas externas y apoyos.

Cargas externas:

- Dos torques de 10 Nm, uno actuando en el extremo izquierdo y el otro en el extremo derecho del elemento.
  - Una carga cortante de magnitud 100 N.
- 
- **Definición de apoyos.** Se simularon usando el soporte "desplazamiento remoto" disponible en el software ANSYS, porque es una de las mejores formas de obtener el comportamiento de un rodamiento.

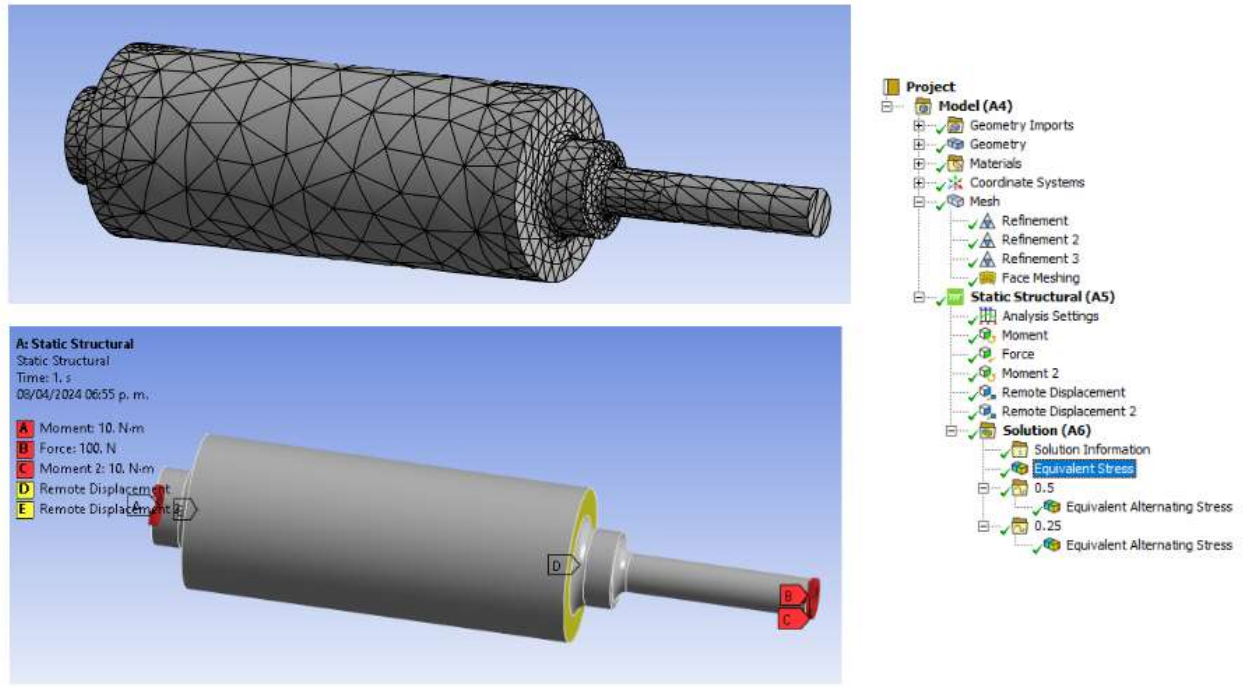
El valor del desplazamiento se fijó en 0 metros en las direcciones Y, Z y X., los giros respecto a los tres ejes principales se dejaron libres. Los puntos de aplicación se ubicaron en X igual a 0.01 metros y X igual a 0.11 metros.

- **Configuración de resultados.** Se establecieron tres estudios de análisis de esfuerzos y fueron los siguientes :
- Estudio estático: Se configuró un resultado de tipo estático, utilizando como criterio de análisis el esfuerzo de Von Mises:
- Estudio de fatiga 1 y 2: En ambos estudios se configuró un resultado de tipo dinámico, considerando como variable principal el esfuerzo de Von Mises alternante. Se definieron valores de R de 0.5 y 0.25 para los análisis 1 y 2, respectivamente. La teoría de Gerber se empleó como método de estimación de

la vida útil a fatiga bajo condiciones de media no nula. En ambos casos, se utilizó como parámetro de duración la vida infinita.

La siguiente figura resume las configuraciones anteriormente establecidas.

Figura 42. Mallado, restricciones de carga y configuración de resultados, caso de estudio 2

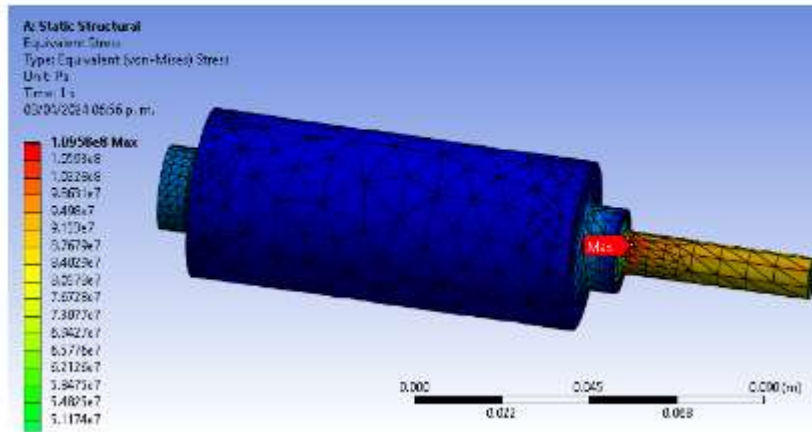


Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

- **Resultados de estudio de análisis de esfuerzos.** En las siguientes figuras se observan los resultados correspondientes a simulaciones realizadas en los estudios de análisis de esfuerzos anteriormente descritos.

Figura 43 Resultados del estudio de análisis estático correspondiente al caso de estudio 2

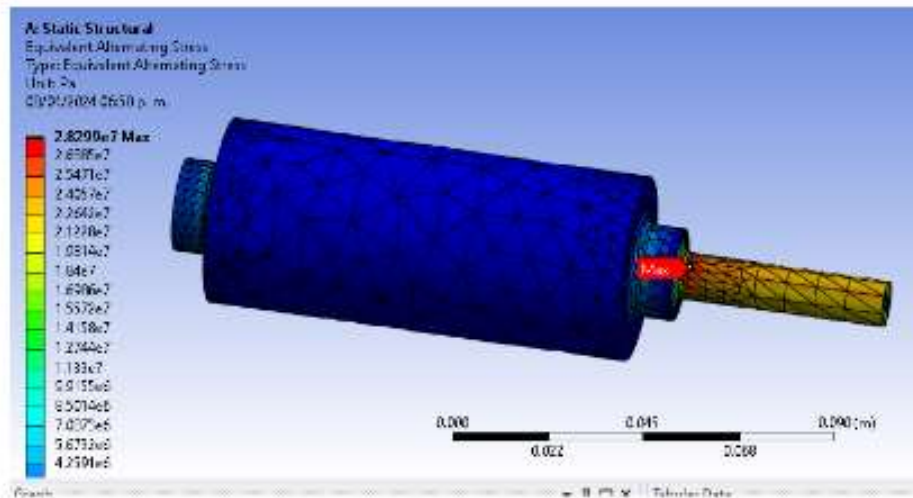
## Estatico



Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

Figura 44 Resultados del estudio de análisis de fatiga 1 correspondiente al caso de estudio 2

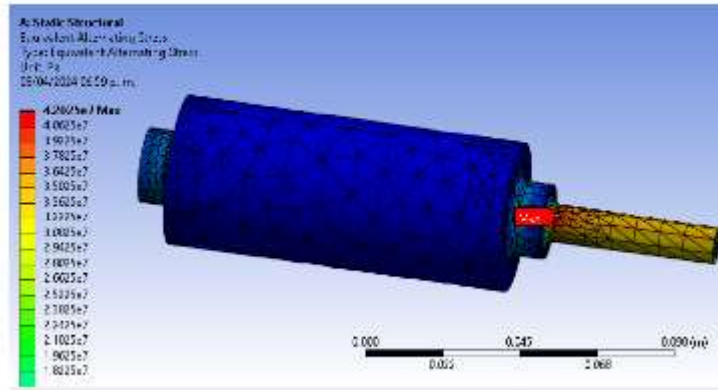
## Fatiga r 0.5



Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

Figura 45 Resultados del estudio de análisis de fatiga 2 correspondiente al caso de estudio 2

### Fatiga r 0.25



Fuente: Obtenido del software ANSYS 2023 R1

Tabla 11. Resultados del análisis de esfuerzo correspondiente al caso de estudio 2 por medio de ANSYS

Parámetro	Valor
Esfuerzo máximo estático hombro crítico	$1.0958 \cdot 10^8$ Pa
Esfuerzo máximo de fatiga r 0.5 hombro crítico	$2.8299 \cdot 10^7$ Pa
Esfuerzo máximo de fatiga r 0.25 hombro crítico	$4.2025 \cdot 10^7$ Pa

Fuente: Creado por los autores.

### 4.3 FASE 3 ESTUDIO COMPARATIVO

En esta fase 3 se realizó un estudio comparativo entre concentradores de esfuerzos estáticos y de fatiga mediante gráficos enfocados en el porcentaje de error, apoyando los resultados de la etapa 1 para estudiar el comportamiento de concentradores de esfuerzos y su influencia sobre el porcentaje de error en los esfuerzos. Los resultados obtenidos en esta fase se consideran importantes en el correcto planteamiento de las conclusiones.

**4.3.1 Estudio comparativo caso de estudio 1.** En la presente fase se realizó un análisis de los datos recopilados en las dos fases anteriores. En el caso del hombro uno, con una relación D/d de 2.5, se observó un porcentaje de error en el esfuerzo alternante de considerable magnitud: 30% al aplicar el método de Neuber y 37% al utilizar el método de Peterson. Por otro lado, el error en el factor de concentración de esfuerzos Kf fue apenas del 2% con ambos métodos. Estos resultados generan interrogantes sobre la propagación del error durante el cálculo del esfuerzo alternante equivalente.

En el caso del hombro dos, con una relación D/d de 1.6, el error en el esfuerzo alternante fue del 12% con el método de Neuber y del 17% con el método de Peterson. Estos valores representan entre dos y cuatro veces superior al error del factor de concentración Kf.

Tabla 12. Análisis Kf, caso de estudio 1

D/d [m/m]	r/d [m/m]	Kf Peterson	Kf Neuber	S nomin al, von mises [Pa]	S máximo teórico Peterson [Pa]	S máximo teórico Neuber [Pa]	S Max, von mises [Pa]	Error Peterson [%]	Error Neuber [%]
2.5	0.25	1.78	1.71	24072 2	503303.37	483613	493106	2%	2%
1.6	0.16	1.69	1.61	24072 2	478294.51	455049	441280	8%	3%

Fuente: Creado por los autores.

Tabla 13. Análisis del esfuerzo equivalente alterno, caso de estudio 1

D/d [m/m]	r/d [m/m]	Kf Peterson	Kf Neuber	S nomi nal, von mises [Pa]	S máximo teórico Peterson [Pa]	S máximo teórico Neuber [Pa]	S máx., von mises [Pa]	Error peterson [%]	error Neuber [%]
--------------	--------------	----------------	--------------	---	---	--	---------------------------------	--------------------------	------------------------

Tabla 13. (Continuación)

2.5	0.25	1.764	1.6785	79577 5	1651092.10	1571421	1.21E+0 6	<b>37%</b>	<b>30%</b>
1.66	0.16	1.607	1.5396	35367 7	668740.79	640592	573930	<b>17%</b>	<b>12%</b>

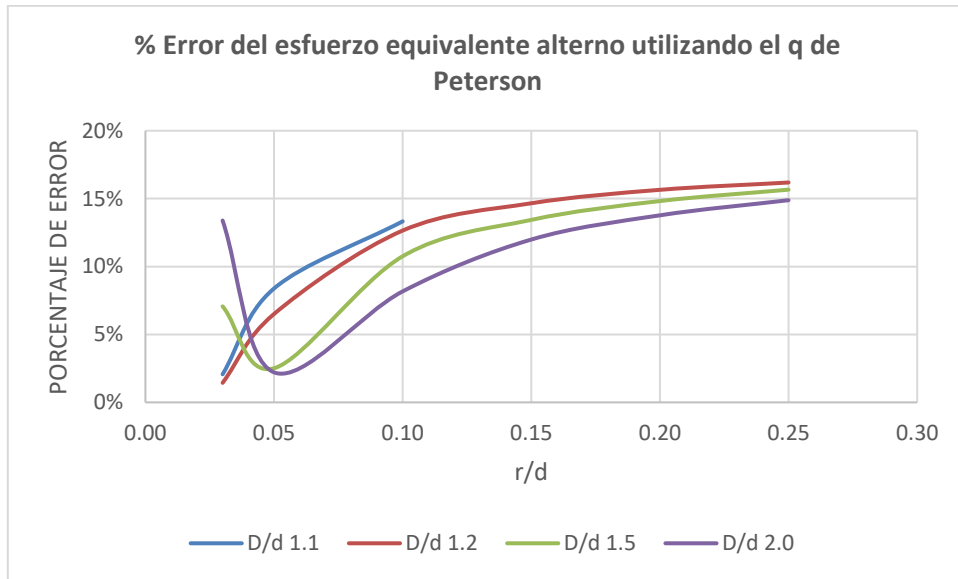
Fuente: Creado por los autores.

Con el objetivo de analizar la propagación del error, se procedió a realizar un estudio del comportamiento del porcentaje de error del esfuerzo equivalente alterno empleando los dos métodos disponibles: Peterson y Neuber. A partir de este análisis, se evidenció la existencia de comportamientos asintóticos a medida que se incrementaba el valor de  $r/d$ .

Específicamente, se observó que la asíntota alcanzaba un valor del 15% al utilizar el método de Peterson y del 12% al aplicar el método de Neuber.

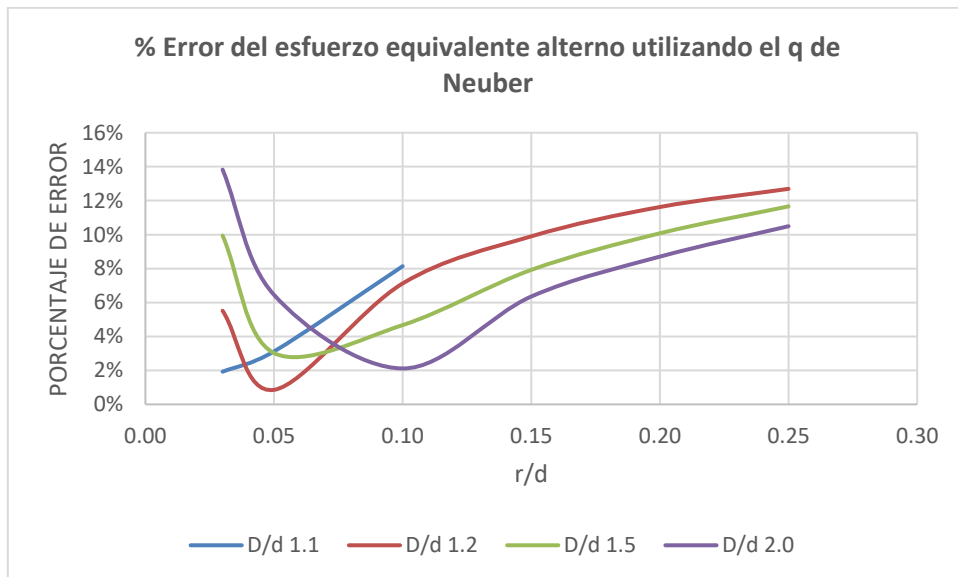
El error del 30% en el hombro uno se asoció a la elevada relación  $D/d$  de 2.5 y al parámetro  $r/d$  de 0.25. Tal como se mencionó con anterioridad, el método analítico no es recomendable en este tipo de casos. En contraste, el hombro 2 sí pudo presentar el comportamiento asintótico con un error del 17% utilizando el método de Peterson y del 12% con el método de Neuber.

Figura 46. % Error del esfuerzo equivalente alterno utilizando el  $q$  de Peterson



Fuente: Creado por los autores.

Figura 47. % Error del esfuerzo equivalente alternativo utilizando el q de Neuber



Fuente: Creado por los autores.

**4.3.2 Estudio comparativo caso de estudio 2.** En esta fase se analizaron los datos recogidos en las dos fases anteriores por esfuerzos de combinados de flexo torsión.

No se realiza un análisis de porcentaje de error del parámetro Kf debido a que por medio de simulaciones solo puede obtener un concentrador general y por medios convencionales se obtuvo n dos concentradores uno de flexión y el otro de torsión, debido a esta razón es más interesante revisar el error en esfuerzo alterno equivalente.

En el punto crítico se obtuvieron porcentajes de error pequeños de 4.81 por ciento y 5.76 por ciento en el cálculo del esfuerzo equivalente alternante con valores de parámetro r de 0.25 y 0.5 respectivamente.

Tabla 14. Análisis comparativo de esfuerzos, caso de estudio 2

<b>Parámetro</b>	<b>Método convencional</b>	<b>Método de los elementos finitos (ANSYS)</b>	<b>Error [%]</b>
Esfuerzo máximo estático hombro crítico	1.18925578*10 <sup>8</sup> Pa	1.0958 *10 <sup>8</sup> Pa	7.20
Esfuerzo máximo de fatiga r 0.5 hombro crítico	2.97313 *10 <sup>7</sup> Pa	2.8299 *10 <sup>7</sup> Pa	4.81
Esfuerzo máximo de fatiga r 0.25 hombro crítico	4.4597*10 <sup>7</sup> Pa	4.2025 *10 <sup>7</sup> Pa	5.76

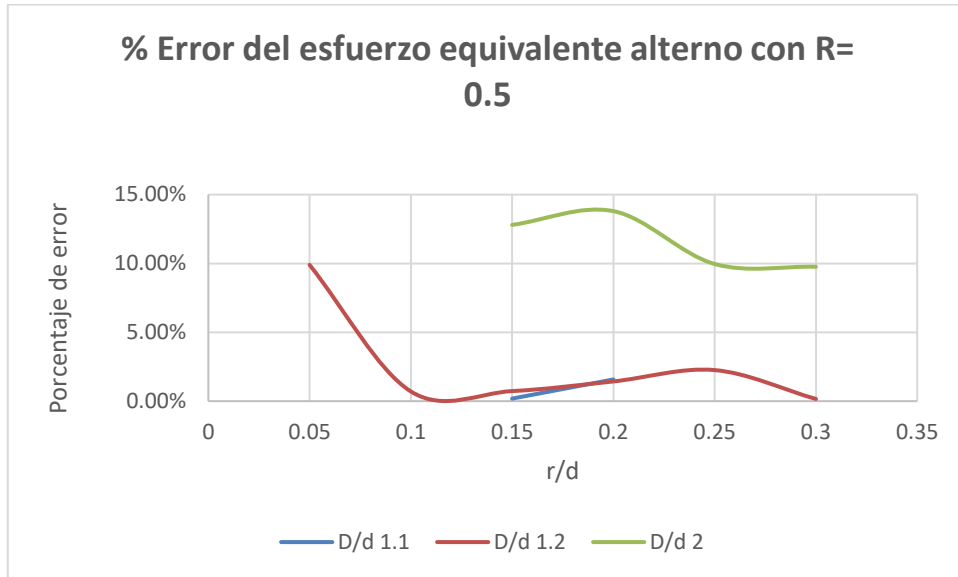
Fuente: Creado por los autores.

A continuación, se analizó el comportamiento del porcentaje de error del esfuerzo equivalente alterno con R igual a 0.5 y 0.25 por medio de la figura 48 y 49. Se determinó que el esfuerzo no tiene un comportamiento definido como el encontrado en el caso de estudio axial, debido a esto no es posible prever el porcentaje de error con otras geometrías.

A pesar de que la tendencia que se pueda modelar fácil matemáticamente si se pueden observar que comportamiento con R 0.25 y R 0.5 son muy similares por no decir iguales, lo que lleva a plantear la suposición que para cualquier R fluctuante positivo el porcentaje

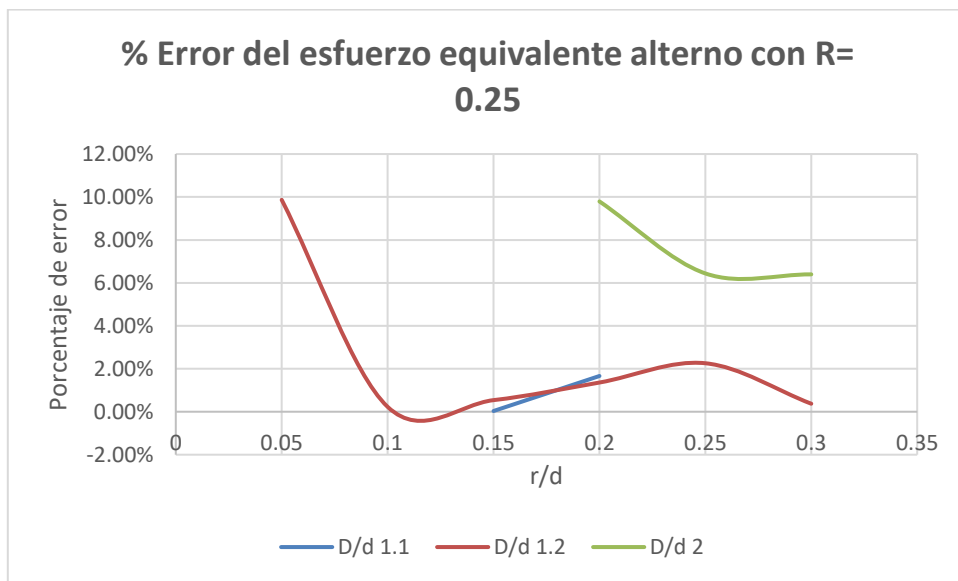
de error en el esfuerzo alternante equivalente tendrá valores similares, falta comparar los resultados con diferentes valores de R, para poder confirmarlo.

Figura 48. % Error del esfuerzo equivalente alterno con r 0.5, ejemplo 2



Fuente: Creado por los autores.

Figura 49. % Error del esfuerzo equivalente alterno con r 0.25, ejemplo 2



Fuente: Creado por los autores.

## 5. CONCLUSIONES

En el presente proyecto se obtuvo la evaluación del concentrador de esfuerzos dinámico en ejes cargados con fuerzas axiales de tipo fluctuante con un parámetro  $R = 0.5$ , y cargas combinadas de flexo-torsión con  $R = 0.5$  y  $R = 0.25$ .

Primero se realizó un ejemplo sencillo de viga empotrada escalonada con una carga axial fluctuante ( $r = 0.5$ ) en uno de sus extremos, en este ejemplo se hallaron los esfuerzos máximos de tipo axial y fatiga de modo convencional y por medio de simulaciones en el software ANSYS. El porcentaje de error al comparar los esfuerzos máximos en el caso estático (0.33 %) y en el caso de fatiga (2 %) estos valores bastante pequeños, lo que es un buen indicio respecto a la confiabilidad, al estudiar los concentradores de esfuerzo, se observa un porcentaje de error del 0.6 % en el factor  $K_t$ . En el caso de fatiga, los errores son del 13% y 17% para los métodos de Peterson y Neuber, respectivamente. El error del esfuerzo en el caso estático fue de solo un 0.33%

Después del ejemplo de carga axial se extendió el análisis a una variedad de geometrías más amplio, con valores de la relación  $D/d$  que van desde 1.1 hasta 2.0 acompañado de valores del parámetro  $r/d$  entre 0.03 y 0.1. se observó que a valores bajos de  $D/d$  se obtuvieron bajos porcentajes de error promedio (3%) con respecto al parámetro  $K_t$  cuando se comparan el método convencional y el método de los elementos finitos utilizando el software ANSYS. Estos resultados sugieren una alta confiabilidad de  $K_t$  para valores de  $D/d$  de 1.1, 1.2 y 1.5.

Cuando  $D/d$  es 2, el promedio del error aumenta de forma significativa. Se observa un comportamiento proporcional del error con respecto al parámetro  $r/d$ , llegando a alcanzar

valores de hasta el 13%. En este caso, la confiabilidad es menor, lo que se traduce en un mayor cuidado en el cálculo comparado con los valores bajos de  $D/d$

Con el fin evaluar el factor dinámico debido a cargas de flexo torsión se repitió la metodología mencionada anteriormente, En el estudio puntual estático se observa un porcentaje de error del 6%. Se considera el resultado del software como el dato esperado y el valor obtenido por el método convencional como el valor real. Aunque un 6 % es un valor alto, hay que considerar que se está evaluando un esfuerzo combinado con discontinuidades geométricas, por lo que no es desproporcionado.

El comportamiento que se obtuvo por medio de la comparación del cómputo del esfuerzo equivalente alternante se resume en un comportamiento creciente respecto al aumento del parámetro  $D/d$ . Como sustento de esta observación se tiene el error promedio de  $D/d$  1.1, 1.2 y 2 que son correspondientemente de 0.915%, 2.655% y 11.6125%. El error también es directamente proporcional con el parámetro  $r/d$ .

Con el fin de confirmar la confiabilidad de los resultados anteriores, se propusieron dos casos de estudio uno corresponde a un vástago de un cilindro hidráulico con carga axial fluctuante y el segundo caso es un eje de transmisión de potencia ensamblado en un sistema sencillo de elevación con cargas de flexo torsión. Los dos casos de estudio se resolvieron por métodos convencionales y por métodos de elementos finitos (ANSYS),

El buje de cilindro hidráulico tenía dos hombros con  $D/d$  diferente, el hombro uno, con una relación  $D/d$  de 2.5, se observó un porcentaje de error en el esfuerzo alternante de considerable magnitud: 30% al aplicar el método de Neuber y 37% al utilizar el método de Peterson. Por otro lado, el error en el factor de concentración de esfuerzos  $K_f$  fue apenas del 2% con ambos métodos. Estos resultados generan interrogantes sobre la propagación del error durante el cálculo del esfuerzo alternante equivalente.

En el caso del hombro dos, con una relación  $D/d$  de 1.6, el error en el esfuerzo alternante fue del 12% con el método de Neuber y del 17% con el método de Peterson. Estos valores representan entre dos y cuatro veces superior al error del factor de concentración  $K_f$ .

En el eje de transmisión montado en el sistema de elevación se realizó un análisis de porcentaje de error del parámetro  $K_f$  debido a que por medio de simulaciones solo puede obtener un concentrador general y por medios convencionales se obtuvieron dos concentradores uno de flexión y el otro de torsión, debido a esta razón es más interesante revisar el error en esfuerzo alterno equivalente.

En el punto crítico se obtuvieron porcentajes de error pequeños de 4.81 por ciento y 5.76 por ciento en el cálculo del esfuerzo equivalente alternante con valores de parámetro  $r$  de 0.25 y 0.5 respectivamente.

Se realizó una última etapa donde se graficaron los resultados recopilados durante las fases anteriores se logra afirmar que a medida que aumentan los valores de la razón  $r/d$ , se observa una tendencia hacia la convergencia en el porcentaje de error del esfuerzo alternante equivalente por fatiga en un árbol sometido a carga axial pura, aproximadamente al 15%, con un  $r/d = 2$ , independientemente de los valores de  $D/d$  utilizados. Este comportamiento se confirmó tanto para el método de Neuber como para el método de Peterson.

No se recomienda utilizar el método convencional en caso de la presencia de una relación  $D/d$  mayor o igual a 2, debido a que el porcentaje promedio de error con este factor sobre los esfuerzos alternantes es de 11 por ciento y crece de forma directa con el parámetro  $R/d$

No es posible prever el comportamiento del porcentaje de error debido a que no sigue un comportamiento predecible. No se puede asegurar que el porcentaje de error tenga un comportamiento definido como si se puede ver con el esfuerzo alternante debido a fuerzas

fluctuantes de tipo axial, debido a que no existe una tendencia definida no es posible prever el cálculo del error en función de los parámetros  $D/d$  y  $r/d$  con  $R$  igual a 0.5 o 0.25.

Como conclusión a la que se llegó después de evaluar el factor de concentración de esfuerzos dinámico por medio de un análisis estructural, basado en el método de elementos finitos, para ejes circulares escalonados sometidos a carga axial y combinada de flexo-torsión, se resume en confirmar que la utilización de los métodos convencionales de cálculo de los esfuerzos dinámicos  $K_f$  son viables como opción al método de los elementos finitos en los siguientes casos:

- Aplicación de fuerzas axiales de tipo fluctuantes con  $r$  0.5
- Cargas combinadas de flexo torsión con  $r$  0.25 o  $r$  0.25

### **RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS**

- Se recomienda el estudio de eje de máquinas que contengan más de un tipo de discontinuidad geométrica como, por ejemplo, chaveteros, ranuras para de anillos de retención caras planas etc.
- Se aconseja realizar el estudio de un árbol que esté sometido a los 3 estados de esfuerzos, para determinar si existe una correlación del comportamiento de estos esfuerzos a lo largo de la geometría y compararlo con el caso estudiado de esfuerzos combinados.
- Para aumentar el espectro, se propone aumentar el rango de posibilidades del parámetro  $r$  para determinar si existe algún tipo de comportamiento asociado con el valor de este parámetro y el porcentaje de error.
- Se insta usar un elemento de máquina del cual se tenga acceso para tener clara geometría y cargas que actúan sobre él.
- Se insta a la proponer una metodología que permita evaluar el factor de concentración de esfuerzos dinámico de una forma diferente

## BIBLIOGRAFÍA

ABASOLO BILBAO, MIKEL, *et al.* Guía práctica de elementos finitos en estática. Madrid: Paraninfo, 201. 222 p. ISBN 978-84-283-4033-5.

AVILÉS, Rafael. Análisis de fatiga en máquinas. Madrid: Paraninfo, 2005. 460 p.

----- . Métodos de cálculo de fatiga para ingeniera. Madrid: Paraninfo, 2015. 588 p.

BUDYNAS, Richard. Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley. 9ª ed. Ciudad de México: Mc Graw Hill, 2012. 1168 p.

GALEANO, Carlos Humberto; MANTILLA, Juan Miguel y GALVIS, Juan Carlos. El método de los elementos finitos: un enfoque teórico práctico. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, 2016. 308 p. ISBN 9789587758177.

GOKHALE, Nitin S., *et al.* Practical Finite Element Analysis. Maharashtra: Finite To Infinite, 2008. 411 p. ISBN 978-81-9061950-9.

GONZÁLEZ IZARD, Ricardo. Cálculo de factores teóricos de concentración de tensiones mediante métodos de elementos finitos. Trabajo de grado. Valladolid: Universidad de Valladolid, 2014. 191 p.

LINERO SEGRERA, Dorian Luis; GARZÓN ALVARADO, Diego Alexander y RAMÍREZ MARTÍNEZ, Angelica María. Análisis estructural mediante el método de los elementos finitos. Bogotá: Editorial Universidad Nacional de Colombia, 2013. 372 p. ISBN 978-958-761-722-1.

MARCO ESTEBAN, E. (2010). Metodología para el análisis a fatiga mediante el código pro engineer: aplicación a un eje ferroviario [Proyecto de fin de carrera inédita]. Universidad Carlos III de Madrid.

MOTT, Robert I. DISEÑO DE ELEMENTOS DE MAQUINAS. 4a ed. CIUDAD MEXICO: PEARSON, 2016. 944 p. ISBN 970-26-0812-0.

MURILLO, Jhoan Sebastián. Aplicación del método de los elementos finitos para el análisis de los factores que modifica el esfuerzo en ejes sometidos a flexo torsión. En: Congreso iberoamericano de ingeniería mecánica (22, octubre, 2019: Cartagena, Colombia). [s.l.]: [s.n.].

NIETO QUIJORNA, Antonio Javier. ELEMENTOS DE MÁQUINAS. Castilla: Área de Ingeniería Mecánica Universidad de Castilla-La Mancha, 2007. 68 p.

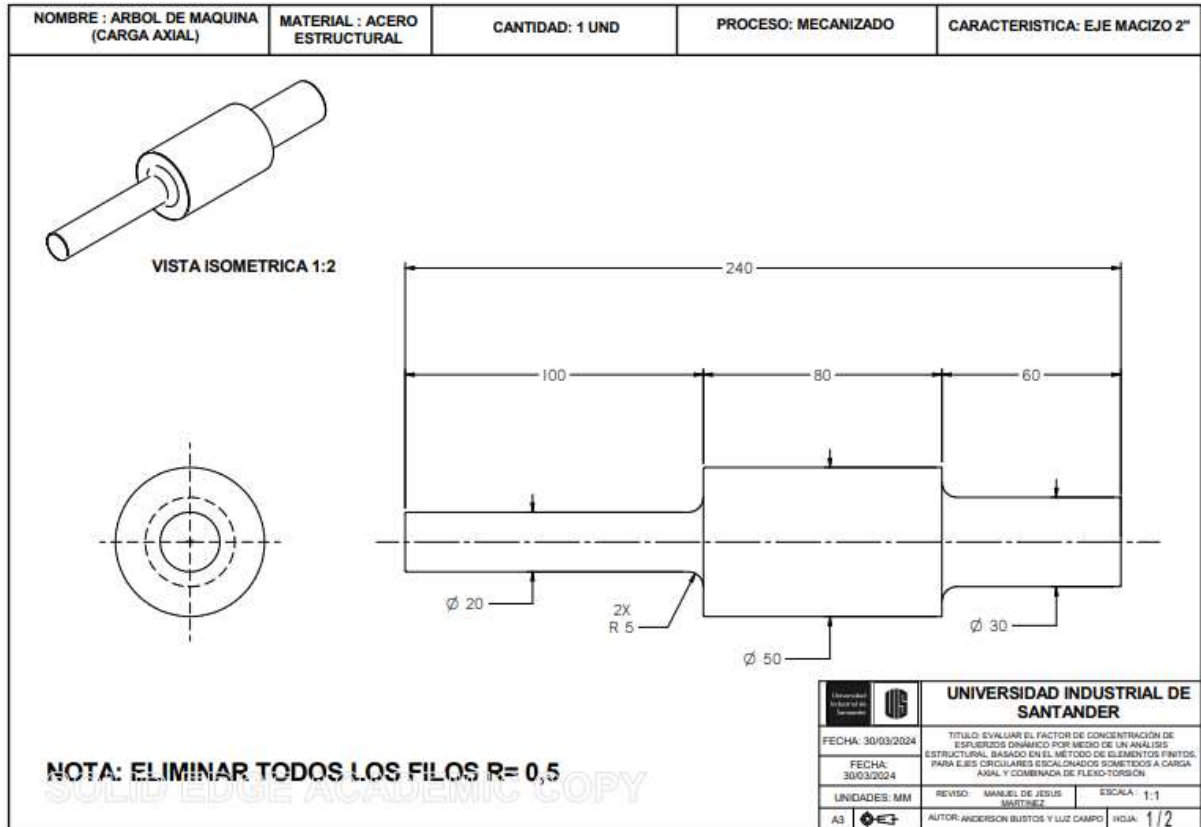
PILKEY, Walter D. Peterson's stress concentration factors. 2ª ed. New York: John Wiley & Sons, 1997. 544 p

PRAJAPATI, H., & PATEL, B. (2019). Performance Evaluation of Stress Concentration Factor for Shoulder Fillet on Round Bar under Bending Loading. *International Journal of Recent Technology and Engineering*, 8(4), 1670-1675, <https://doi.org/10.35940/ijrte.c5349.118419>

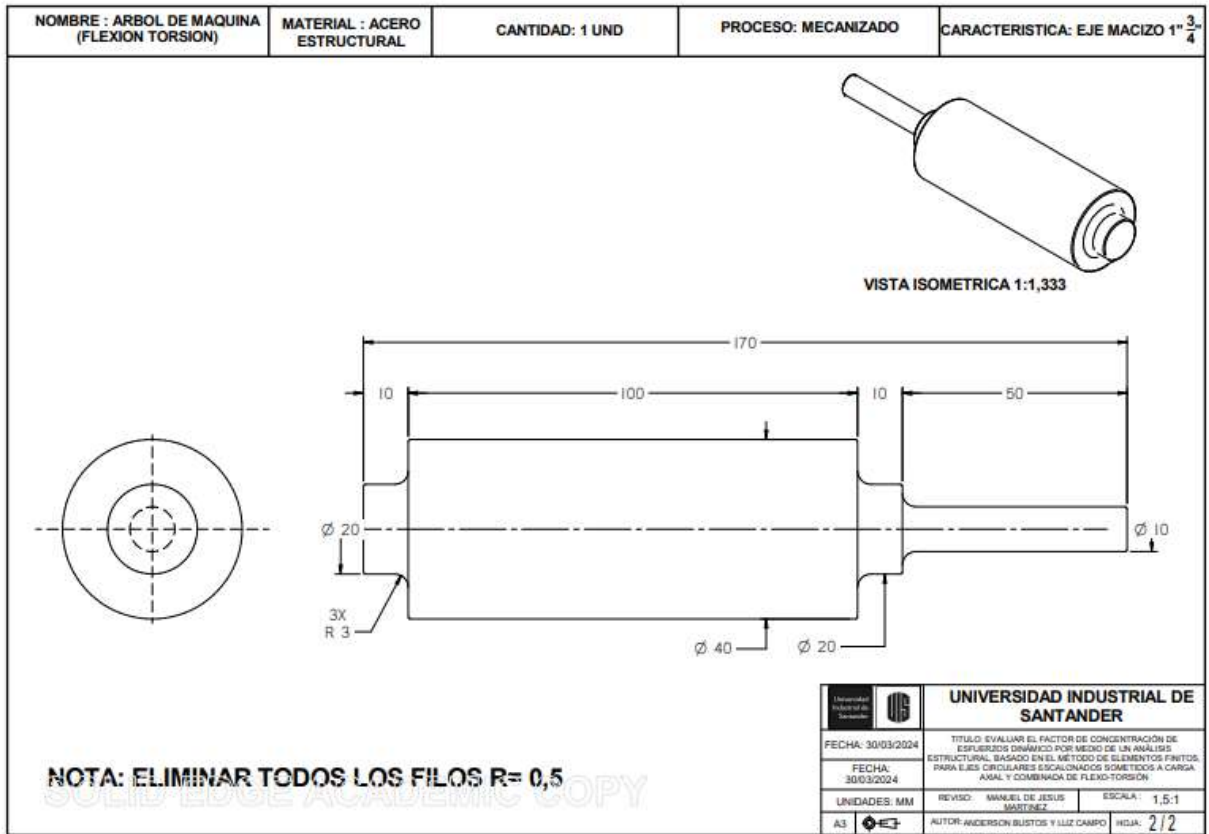
----- . Investigation of Optimum Stress Concentration Factor for Shoulder Fillet in Round Bar under Different Loading Conditions. *Trends in Mechanical Engineering & Technology*. 2018; 8(2): 18–26p.

## ANEXOS

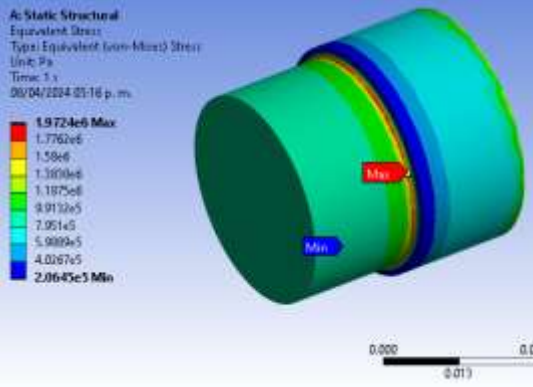
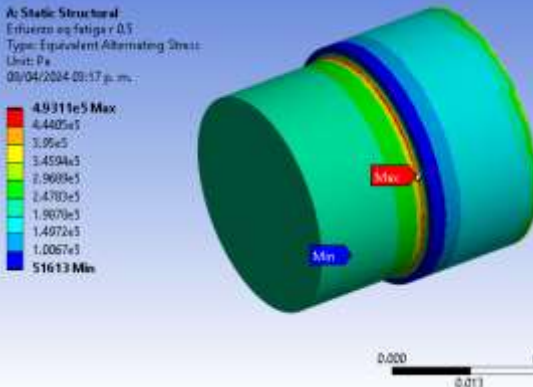
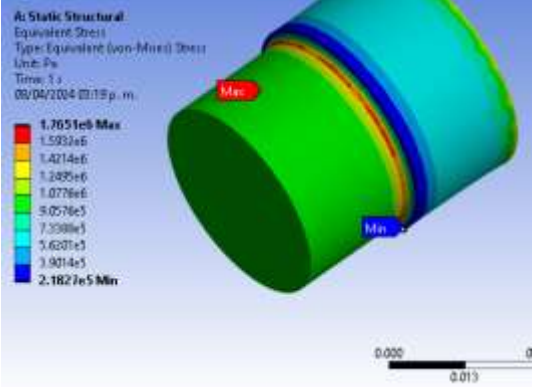
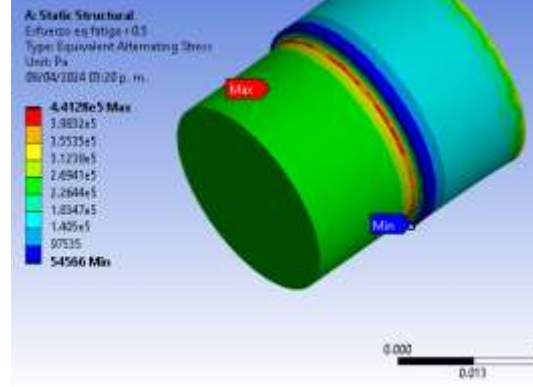
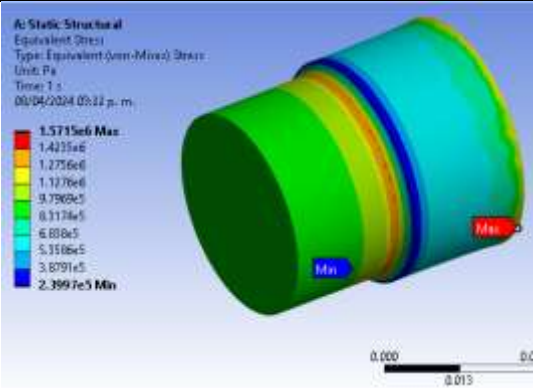
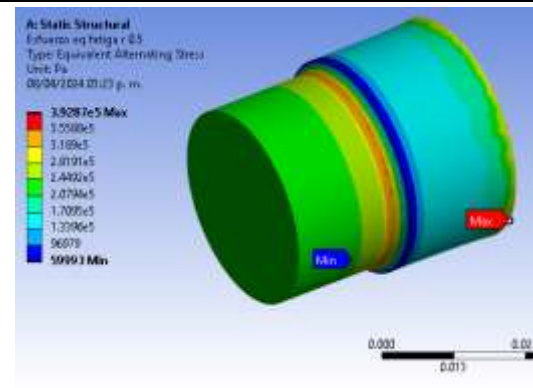
Anexo A. Plano correspondiente al caso de estudio 1.

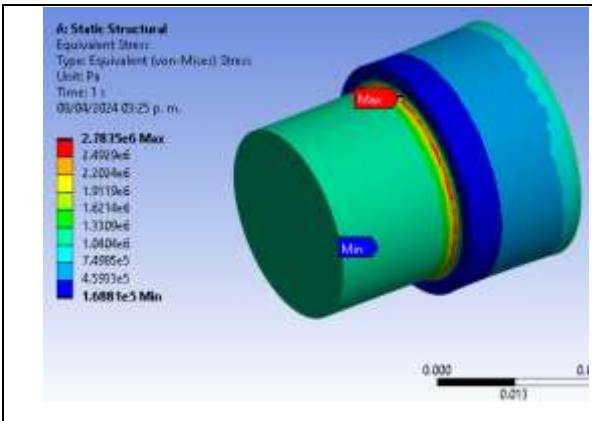


Anexo B. Plano de estudio 2.

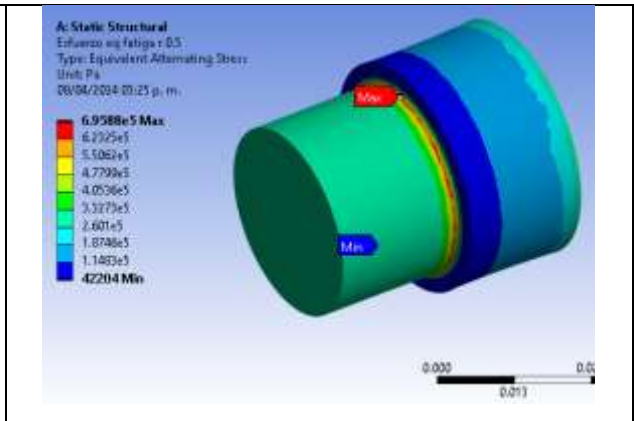


Anexo C. Simulaciones estáticas y de fatiga ejemplo 1.

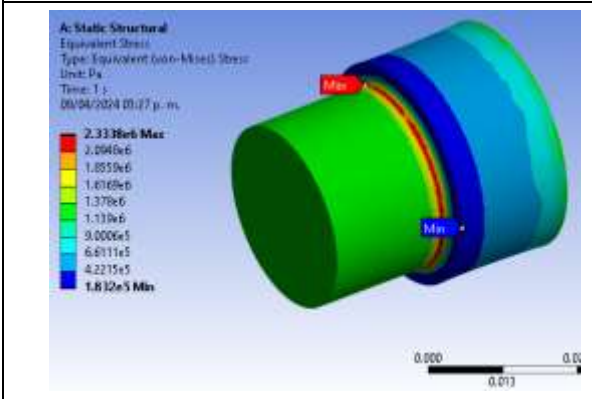
<p>D/d 0.0364 r= 0.001 estático</p>  <p> <b>1.9724e6 Max</b>            1.7762e6            1.5846            1.3898e6            1.1875e6            9.9132e5            7.9514e5            5.9899e5            4.0267e5  <b>2.0645e5 Min</b> </p>	<p>D/d = 0.0364 r= 0.001 dinámico</p>  <p> <b>4.4405e5 Max</b>            3.05e5            1.4594e5            7.9688e5            2.4703e5            1.8070e5            1.4072e5            1.0067e5  <b>51613 Min</b> </p>
<p>D/d = 0.0364 r= 0.0018 estático</p>  <p> <b>1.7051e6 Max</b>            1.5032e6            1.4214e6            1.2495e6            1.0776e6            9.0578e5            7.3398e5            5.6201e5            3.9014e5  <b>2.1627e5 Min</b> </p>	<p>D/d = 0.0364 r= 0.0018 dinámico</p>  <p> <b>4.4129e5 Max</b>            3.3822e5            2.5535e5            3.1238e5            2.6941e5            2.2644e5            1.8347e5            1.4054e5            97535  <b>5456 Min</b> </p>
<p>D/d = 0.0364 r= 0.0036 estático</p>  <p> <b>1.5735e6 Max</b>            1.4235e6            1.2756e6            1.1276e6            9.7969e5            8.3174e5            6.838e5            5.3586e5            3.8791e5  <b>2.3997e5 Min</b> </p>	<p>D/d = 0.0364 r= 0.0036 dinámico</p>  <p> <b>3.9287e5 Max</b>            3.5589e5            3.189e5            2.8191e5            2.4492e5            2.0793e5            1.7095e5            1.3396e5            96979  <b>59993 Min</b> </p>
<p>D/d = 0.0333 r= 0.001 estático</p>	<p>D/d = 0.0333 r= 0.001 dinámico</p>



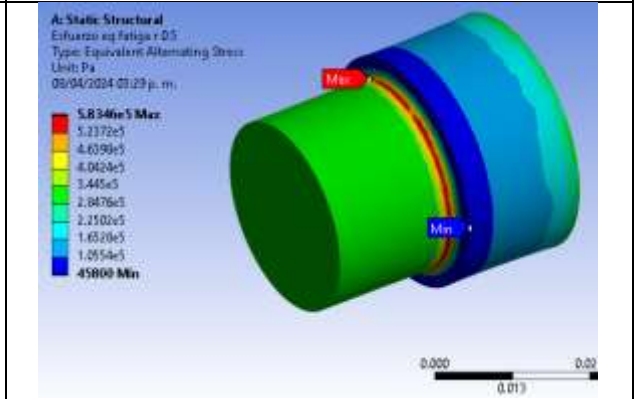
D/d = 0.0333 r= 0.0.0017 estático



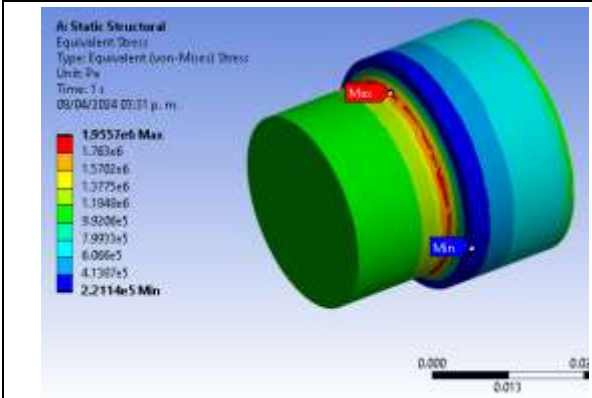
D/d = 0.0333 r= 0.0.0017 dinámico



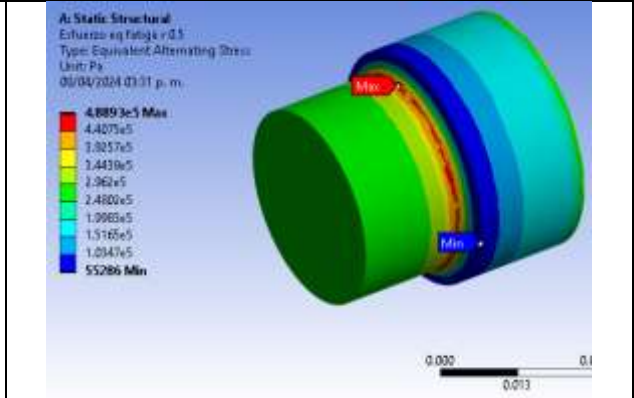
D/d = 0.0333 r= 0.0.0033 estático



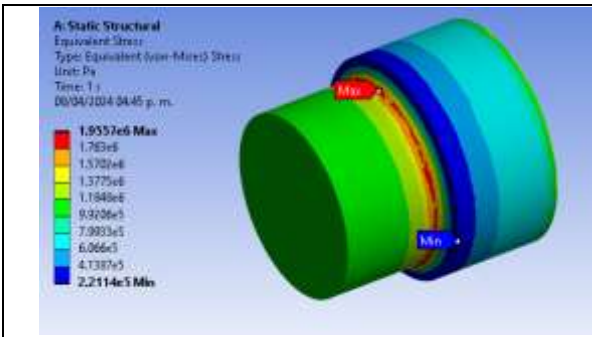
D/d = 0.0333 r= 0.0.0033 dinámico



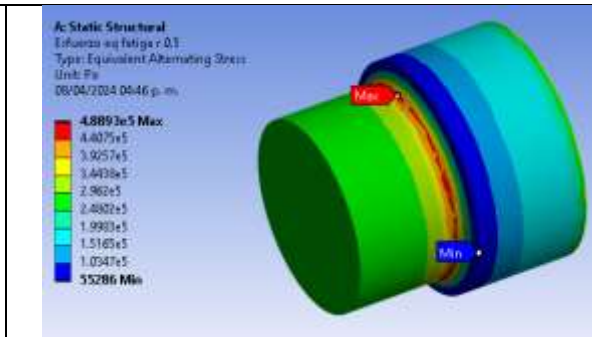
D/d = 0.0333 r= 0.033 estático



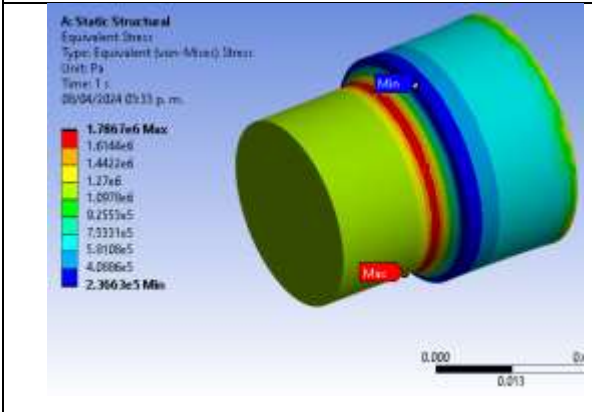
D/d = 0.0333 r= 0.033 dinámico



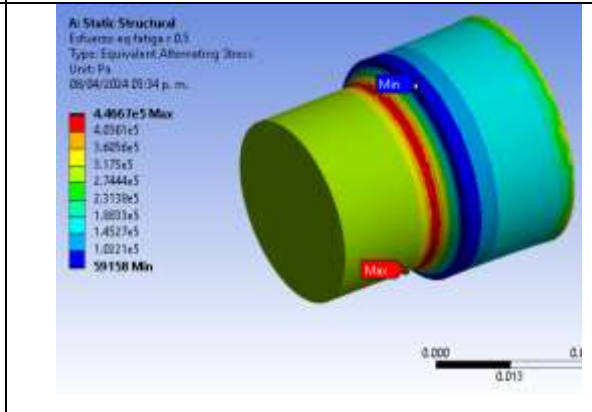
D/d = 0.0333 r = 0.005 estático



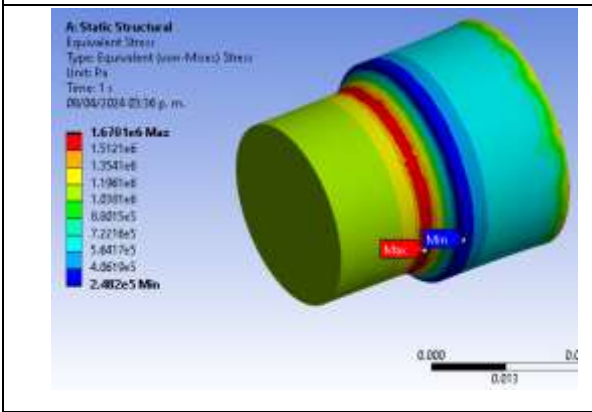
D/d = 0.0333 r = 0.005 dinámico



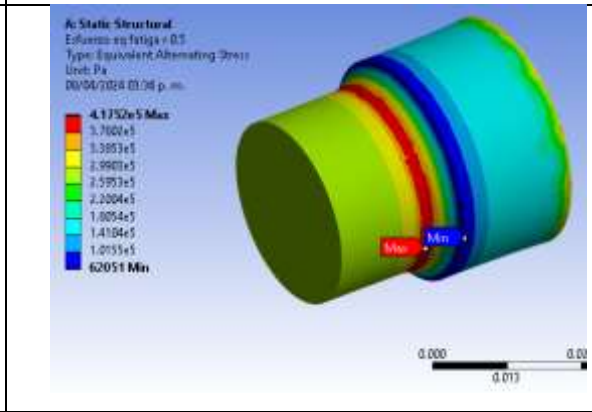
D/d = 0.0333 r = 0.0067 estático



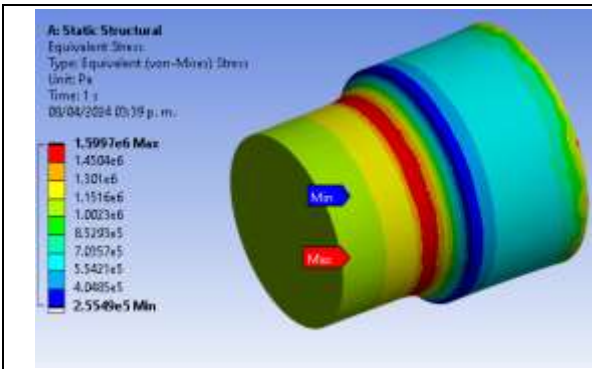
D/d = 0.0333 r = 0.0067 dinámico



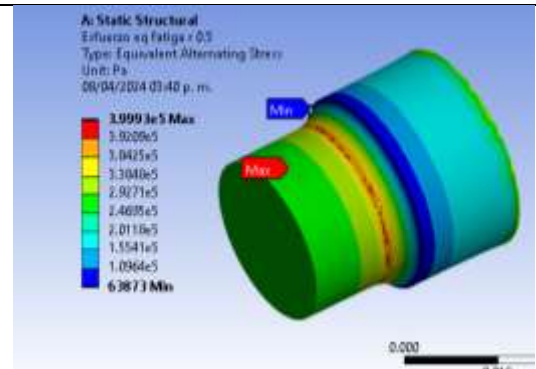
D/d = 0.0333 r = 0.0083 estático



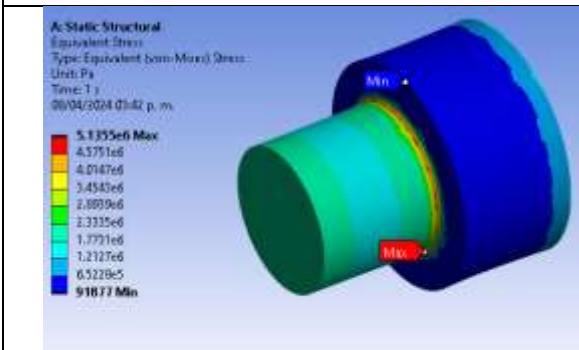
D/d = 0.0333 r = 0.0083 dinámico



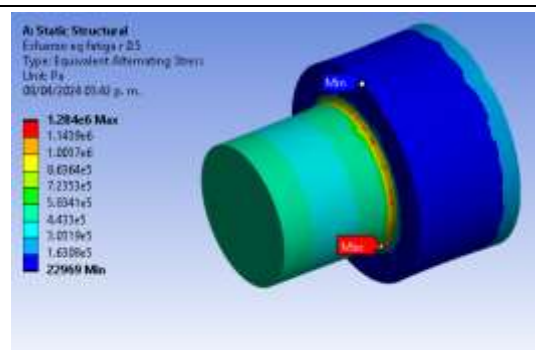
D/d = 0.0267 r= 0.008 estático



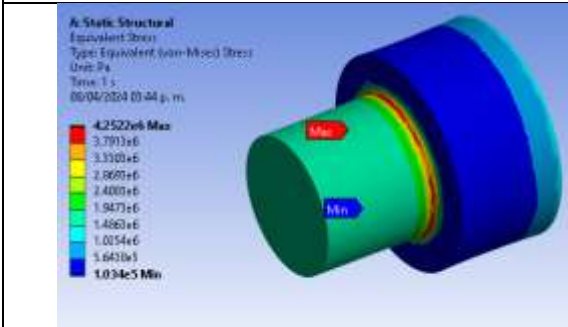
D/d = 0.0267 r= 0.008 dinámico



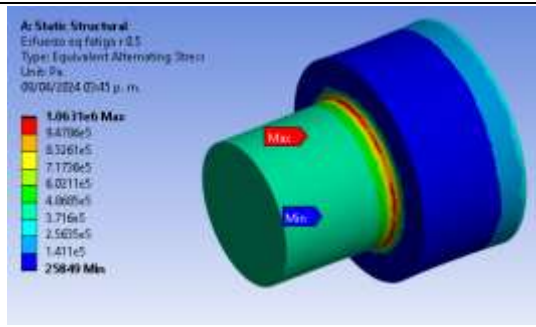
D/d = 0.0267 r= 0.0013 estático



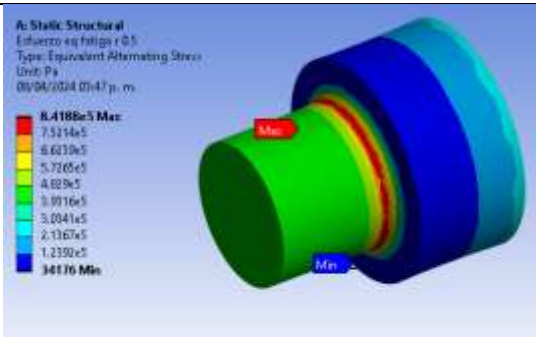
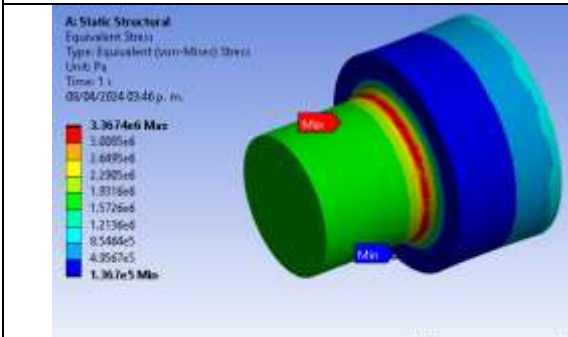
D/d = 0.0267 r= 0.0013 dinámico

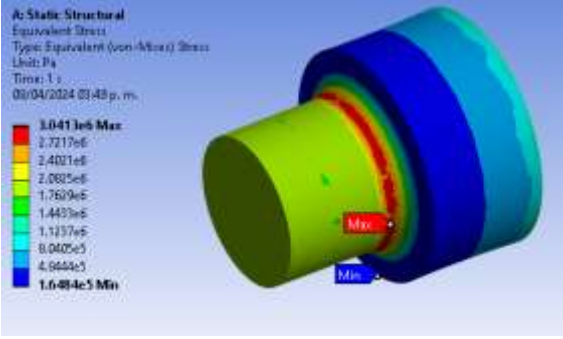
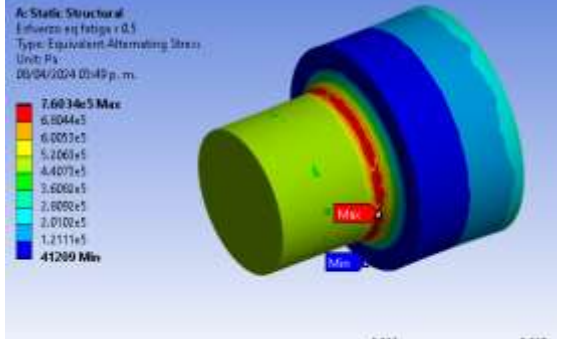
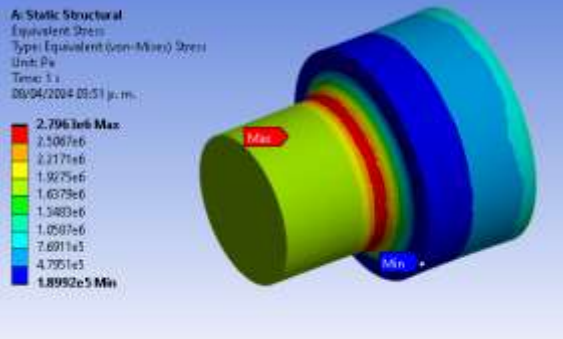
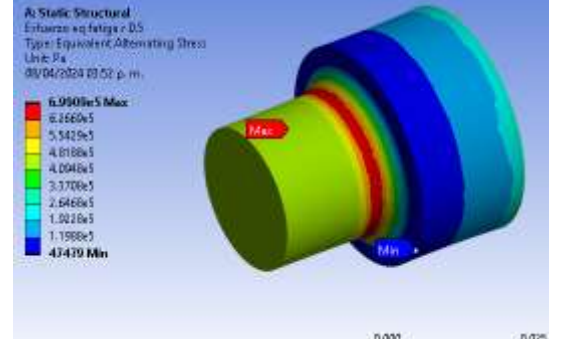
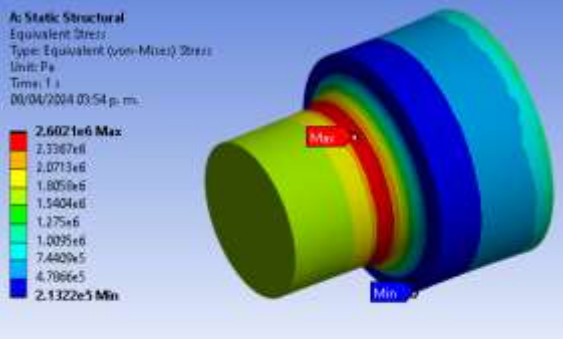
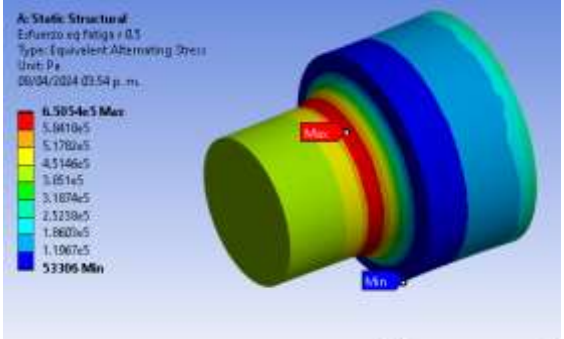


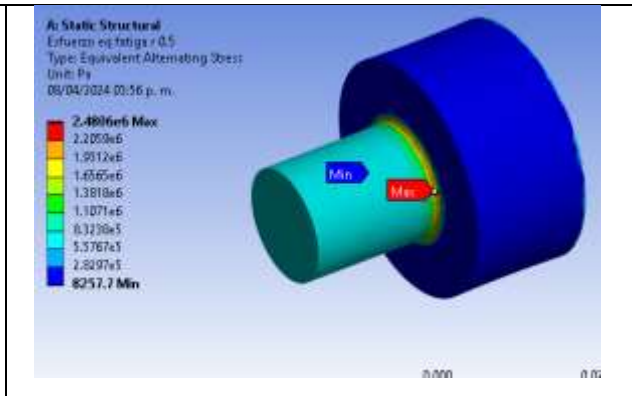
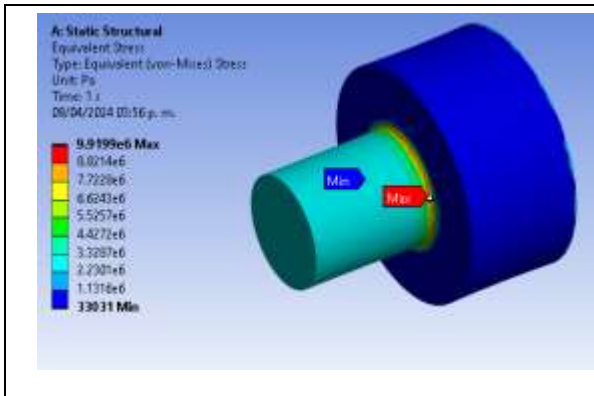
D/d = 0.0267 r= 0.0027 estático



D/d = 0.0267 r= 0.0027 estático

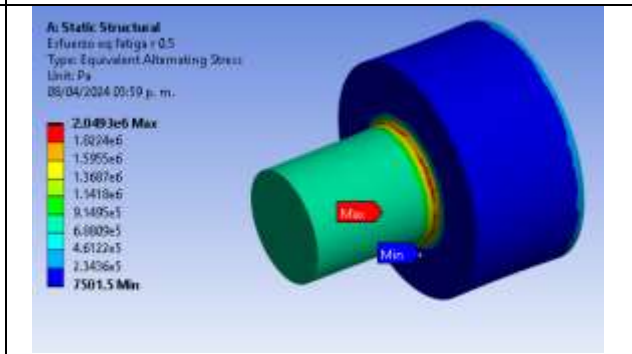
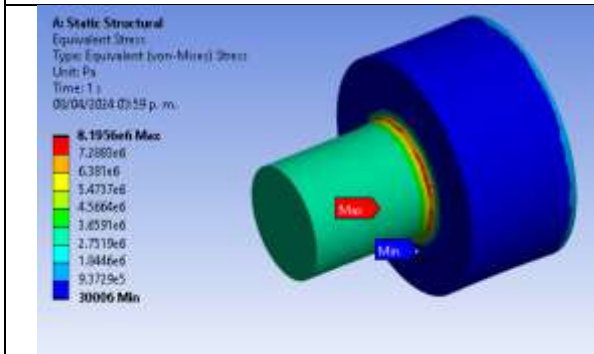


<p style="text-align: center;"><b>D/d 0.0267 r= 0.004 estático</b></p>  <p><b>3.0411e6 Max</b>  2.7217e6  2.4031e6  2.0835e6  1.7639e6  1.4433e6  1.1237e6  8.0405e5  4.8444e5  <b>1.6484e5 Min</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>D/d 0.0267 r= 0.004 dinámico</b></p>  <p><b>7.6034e5 Max</b>  6.8044e5  6.0057e5  5.2061e5  4.4074e5  3.6080e5  2.8092e5  2.0102e5  1.2111e5  <b>41269 Min</b></p>
<p style="text-align: center;"><b>D/d = 0.0267 r= 0.0053 estático</b></p>  <p><b>2.7961e6 Max</b>  2.5007e6  2.2171e6  1.9275e6  1.6378e6  1.3480e6  1.0587e6  7.6911e5  4.7351e5  <b>1.8992e5 Min</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>D/d = 0.0267 r= 0.0053 dinámico</b></p>  <p><b>6.9909e5 Max</b>  6.1660e5  5.3429e5  4.5188e5  3.6946e5  2.8708e5  2.0468e5  1.2228e5  <b>47419 Min</b></p>
<p style="text-align: center;"><b>D/d = 0.0267 r= 0.0067 estático</b></p>  <p><b>2.6021e6 Max</b>  2.3367e6  2.0713e6  1.8059e6  1.5404e6  1.275e6  1.0095e6  7.4409e5  4.786e5  <b>2.1322e5 Min</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>D/d = 0.0267 r= 0.0067 dinámico</b></p>  <p><b>6.5054e5 Max</b>  5.6810e5  4.8566e5  4.0324e5  3.2082e5  2.3838e5  1.5594e5  7.3502e5  <b>53306 Min</b></p>
<p style="text-align: center;"><b>D/d = 2.0 r= 0.0067 estático</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>D/d = 2.0 r= 0.0067 dinámico</b></p>



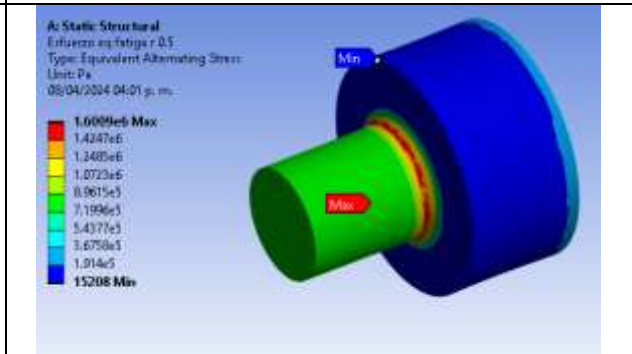
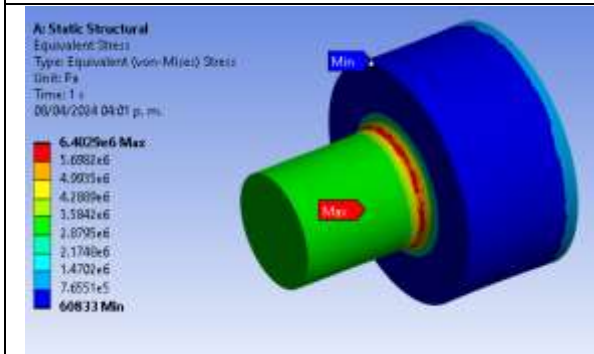
D/d = 2.0 r= 0.001 estático

D/d = 2.0 r= 0.001 dinámico



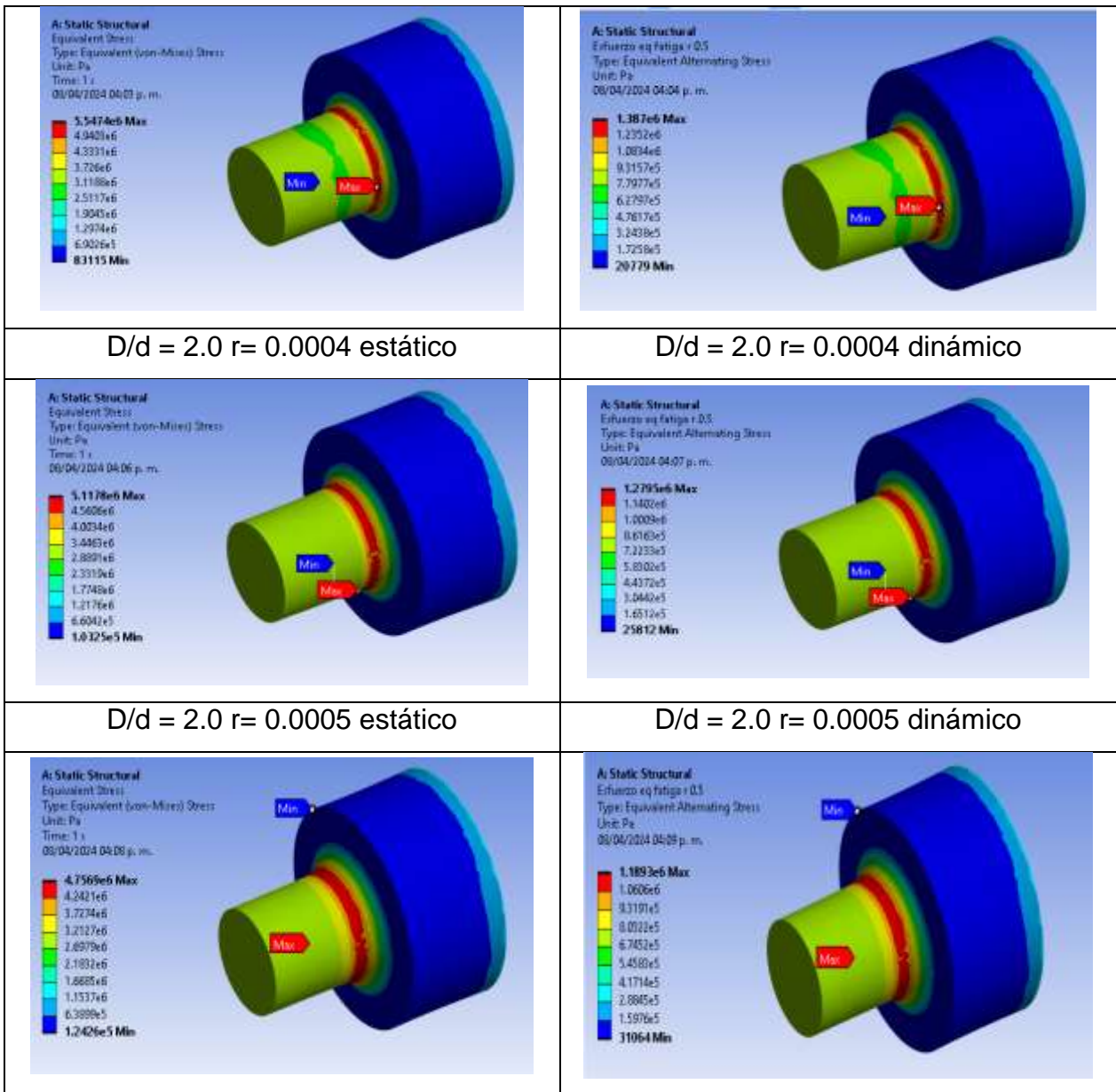
D/d = 2.0 r= 0.002 estático

D/d = 2.0 r= 0.002 dinámico

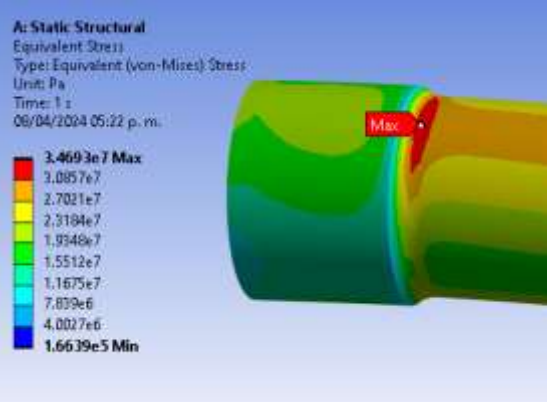
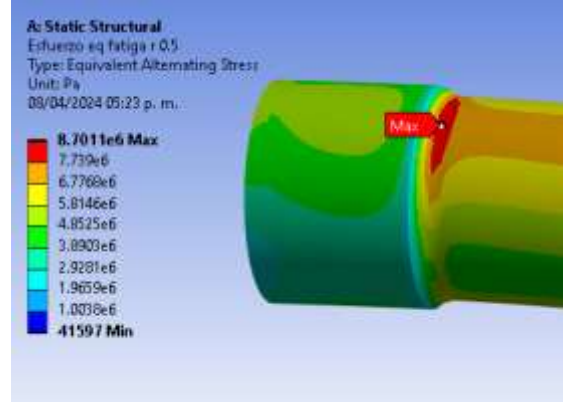
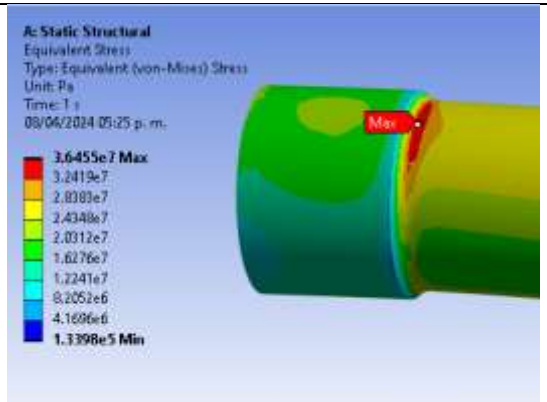
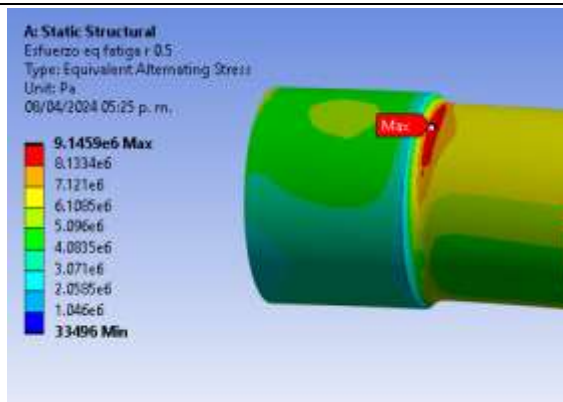
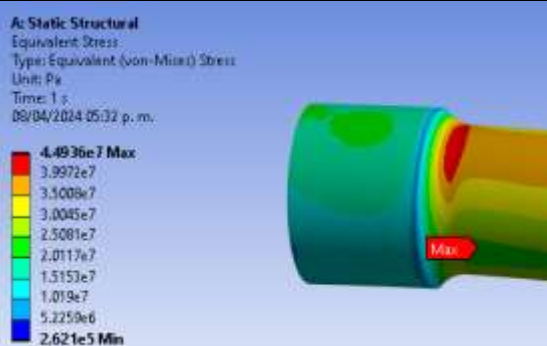
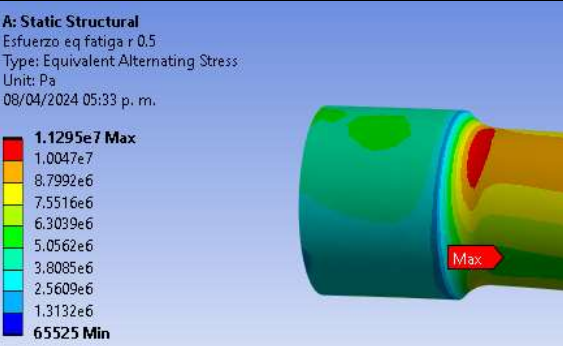


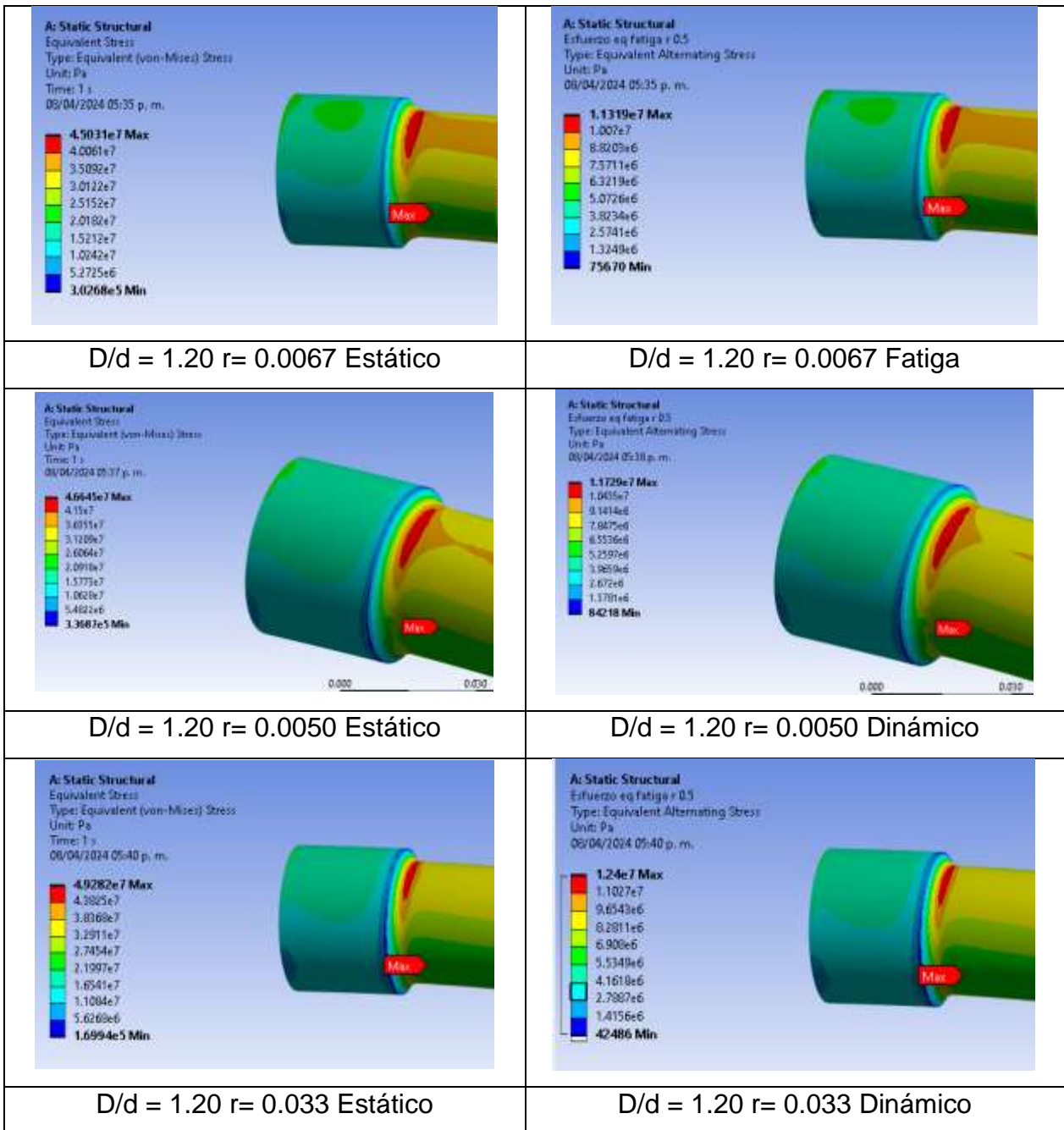
D/d 2.0 r= 0.003 estático

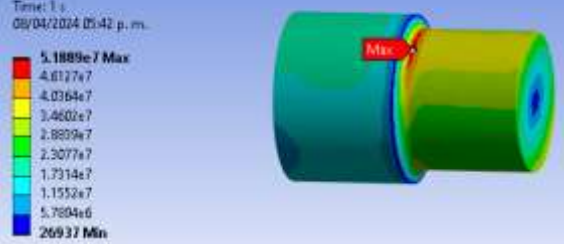
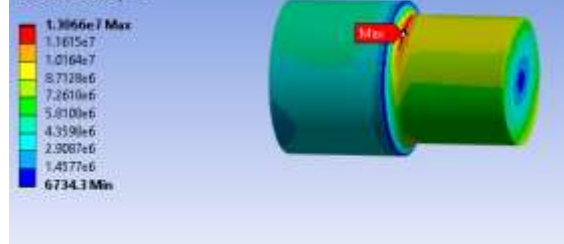
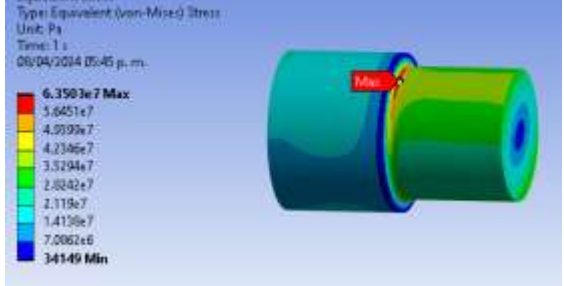
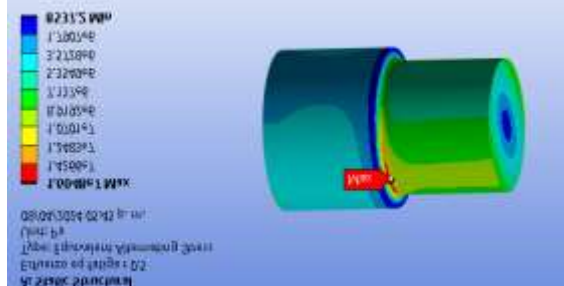
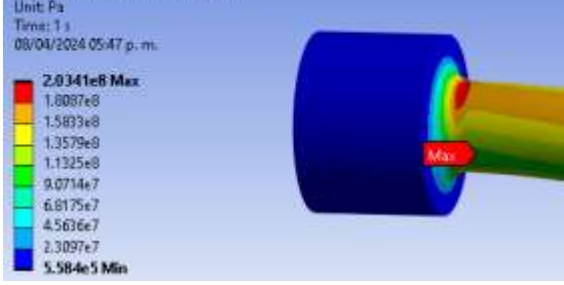
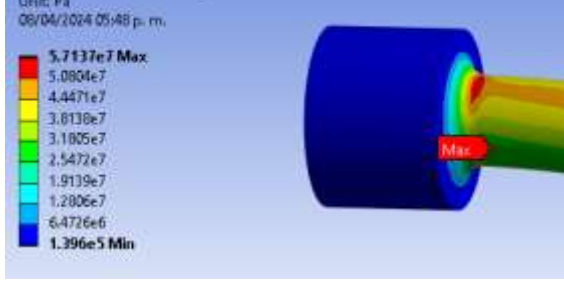
D/d = 2.0 r= 0.003 dinámico

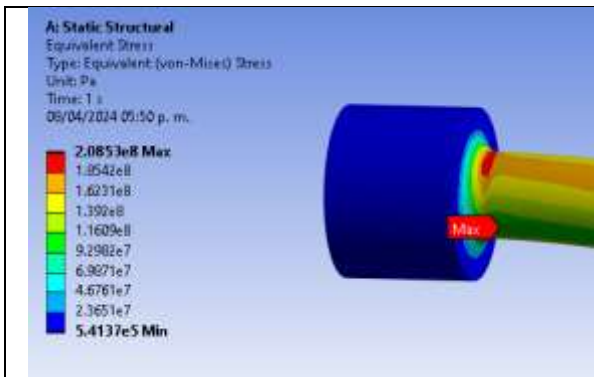


Anexo D. Simulaciones estáticas y de fatiga ejemplo 2 con  $D/d = 0.5$ .

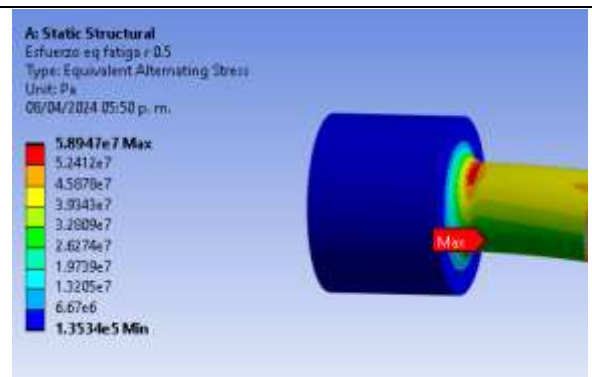
<p style="text-align: center;"><b>D/d = 1.1 r= 0.0073 Estático</b></p>  <p><b>3.4693e7 Max</b>  3.0857e7  2.7021e7  2.3184e7  1.9348e7  1.5512e7  1.1675e7  7.839e6  4.0027e6  <b>1.6639e5 Min</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>D/d = 1.1 r= 0.0073 Fatiga</b></p>  <p><b>8.7011e6 Max</b>  7.739e6  6.7768e6  5.8146e6  4.8525e6  3.8903e6  2.9281e6  1.9659e6  1.0038e6  <b>-41597 Min</b></p>
<p style="text-align: center;"><b>D/d = 1.10 r= 0.005 Estático</b></p>  <p><b>3.6455e7 Max</b>  3.2419e7  2.8383e7  2.4348e7  2.0312e7  1.6276e7  1.2241e7  8.2052e6  4.1686e6  <b>1.3398e5 Min</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>D/d = 1.10 r= 0.005 Fatiga</b></p>  <p><b>9.1459e6 Max</b>  8.1334e6  7.121e6  6.1085e6  5.096e6  4.0835e6  3.071e6  2.0585e6  1.046e6  <b>33496 Min</b></p>
<p style="text-align: center;"><b>D/d = 1.20 0.01 Estático</b></p>  <p><b>4.4936e7 Max</b>  3.9972e7  3.5008e7  3.0045e7  2.5081e7  2.0117e7  1.5153e7  1.019e7  5.2259e6  <b>2.621e5 Min</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>D/d = 1.20 0.01 Fatiga</b></p>  <p><b>1.1295e7 Max</b>  1.0047e7  8.7992e6  7.5516e6  6.3039e6  5.0562e6  3.8085e6  2.5609e6  1.3132e6  <b>65525 Min</b></p>
<p style="text-align: center;"><b>D/d = 1.20 r= 0.0083 Estático</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>D/d = 1.20 r= 0.0083 Fatiga</b></p>



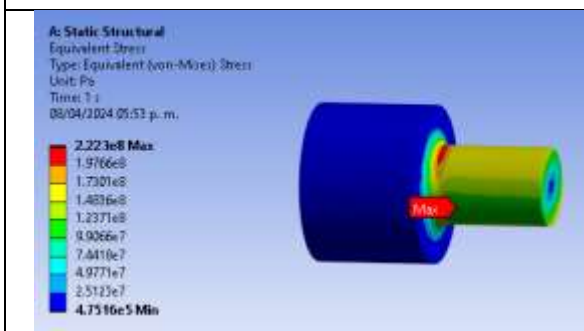
<p><b>A: Static Structural</b> Equivalent Stress Type: Equivalent (von-Mises) Stress Unit: Pa Time: 1 s 08/04/2024 05:42 p. m.</p>  <p><b>5.1889e7 Max</b> 4.6127e7 4.0364e7 3.4602e7 2.8839e7 2.3077e7 1.7314e7 1.1552e7 5.7804e6 <b>26937 Min</b></p>	<p><b>A: Static Structural</b> Esfuerzo eq fatiga r 0.5 Type: Equivalent Alternating Stress Unit: Pa 08/04/2024 05:43 p. m.</p>  <p><b>1.3066e7 Max</b> 1.1615e7 1.0164e7 8.7128e6 7.2610e6 5.8100e6 4.3590e6 2.9087e6 1.4377e6 <b>6734.3 Min</b></p>
<p><b>A: Static Structural</b> Equivalent Stress Type: Equivalent (von-Mises) Stress Unit: Pa Time: 1 s 08/04/2024 05:45 p. m.</p>  <p><b>6.3503e7 Max</b> 5.6451e7 4.9393e7 4.2346e7 3.5294e7 2.8242e7 2.118e7 1.4139e7 7.062e6 <b>34149 Min</b></p>	<p><b>A: Static Structural</b> Esfuerzo eq fatiga r 0.5 Type: Equivalent Alternating Stress Unit: Pa 08/04/2024 05:46 p. m.</p>  <p><b>8231.5 MPa Max</b> 7300.98 6415.98 5530.98 4645.98 3760.98 2875.98 1990.98 1105.98 <b>100.00 MPa Min</b></p>
<p>D/d = 2.0 r= 0.0060 Estático</p>	<p>D/d = 2.0 r= 0.0060 Dinámico</p>
<p><b>A: Static Structural</b> Equivalent Stress Type: Equivalent (von-Mises) Stress Unit: Pa Time: 1 s 08/04/2024 05:47 p. m.</p>  <p><b>2.0341e8 Max</b> 1.8087e8 1.5833e8 1.3579e8 1.1325e8 9.0714e7 6.8175e7 4.5636e7 2.3097e7 <b>5.584e5 Min</b></p>	<p><b>A: Static Structural</b> Esfuerzo eq fatiga r 0.5 Type: Equivalent Alternating Stress Unit: Pa 08/04/2024 05:48 p. m.</p>  <p><b>5.7137e7 Max</b> 5.0804e7 4.4471e7 3.8130e7 3.1805e7 2.5472e7 1.9139e7 1.2806e7 6.4726e6 <b>1.396e5 Min</b></p>
<p>D/d = 2.0 r= 0.005 Estático</p>	<p>D/d = 2.0 r= 0.005 Dinámico</p>



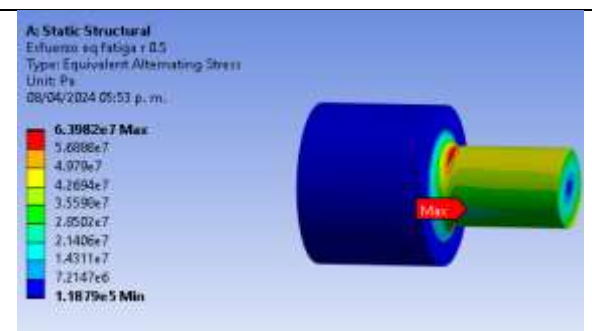
D/d = 2 r= 0.004 Estático



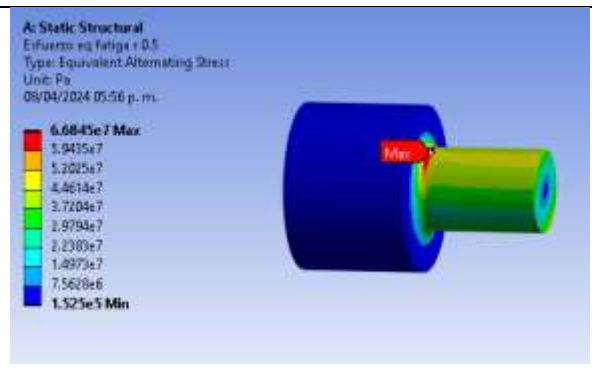
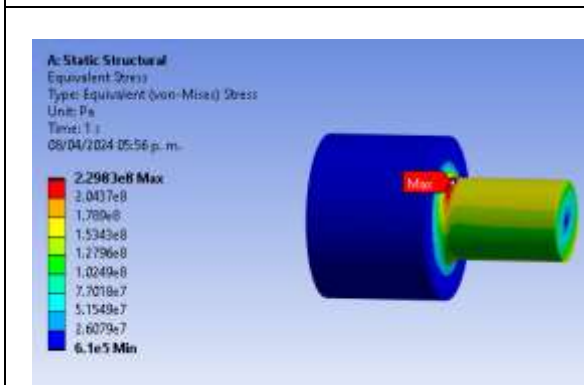
D/d = 2 r= 0.004 Dinámico



D/d = 2 r= 0.0030 Estático



D/d = 2 r= 0.0030 Dinámico



Anexo E. Cálculo del factor= Kt convencional en ejemplo estático, caso de estudio 1

Geometría					Formula de Kt modificada Pilkey						
D/d	D	d2	r/d	R	h	h/r	2h/D	a	b	c	Kt
1.10	0.04	0.036	0.03	0.001	0.0018	1.667	0.091	0.00005	0.039	0.92	<b>2.0603</b>
1.10	0.04	0.036	0.05	0.002	0.0018	1.000	0.091	0.00005	0.039	0.92	<b>1.8118</b>
1.10	0.04	0.036	0.10	0.004	0.0018	0.500	0.091	0.00005	0.039	0.92	<b>1.5573</b>

Geometría					Formula de Kt modificada Pilkey						
D/d	D	d2	r/d	R	h	h/r	2h/D	a	b	c	Kt
1.20	0.04	0.033	0.03	0.001	0.0033	3.333	0.167	0.00008	0.046	0.96	<b>2.3221</b>
1.20	0.04	0.033	0.05	0.002	0.0033	2.000	0.167	0.00008	0.046	0.96	<b>2.0299</b>
1.20	0.04	0.033	0.10	0.003	0.0033	1.000	0.167	0.00006	0.043	0.92	<b>1.6898</b>
1.20	0.04	0.033	0.15	0.005	0.0033	0.667	0.167	0.00006	0.043	0.92	<b>1.5463</b>
1.20	0.04	0.033	0.20	0.007	0.0033	0.500	0.167	0.00006	0.043	0.92	<b>1.4613</b>
1.20	0.04	0.033	0.25	0.008	0.0033	0.400	0.167	0.00006	0.043	0.92	<b>1.4035</b>

Geometría					Formula de Kt modificada Pilkey						
D/d	D	d2	r/d	R	h	h/r	2h/D	a	b	c	Kt
1.50	0.04	0.027	0.03	0.001	0.0067	8.333	0.333	0.00014	0.056	0.86	<b>2.6865</b>
1.50	0.04	0.027	0.05	0.001	0.0067	5.000	0.333	0.00014	0.056	0.86	<b>2.3053</b>
1.50	0.04	0.027	0.10	0.003	0.0067	2.500	0.333	0.00014	0.056	0.86	<b>1.9043</b>
1.50	0.04	0.027	0.15	0.004	0.0067	1.667	0.333	0.00040	0.042	0.91	<b>1.6674</b>
1.50	0.04	0.027	0.20	0.005	0.0067	1.250	0.333	0.00040	0.042	0.91	<b>1.5543</b>
1.50	0.04	0.027	0.25	0.007	0.0067	1.000	0.333	0.00040	0.042	0.91	<b>1.4792</b>

Geometría					Formula de Kt modificada Pilkey						
D/d	D	d2	r/d	R	h	h/r	2h/D	a	b	c	Kt
2.00	0.0	0.02	0.03	0.00	0.010	16.66	0.50	0.0001	0.056	0.92	<b>2.998</b>
4		0		1	0	7	0	3			<b>8</b>
2.00	0.0	0.02	0.05	0.00	0.010	10.00	0.50	0.0001	0.056	0.92	<b>2.568</b>
4		0		1	0	0	0	3			<b>3</b>
2.00	0.0	0.02	0.10	0.00	0.010	5.000	0.50	0.0001	0.056	0.92	<b>2.112</b>
4		0		2	0		0	3			<b>8</b>
2.00	0.0	0.02	0.15	0.00	0.010	3.333	0.50	0.0001	0.056	0.92	<b>1.903</b>
4		0		3	0		0	3			<b>9</b>
2.00	0.0	0.02	0.20	0.00	0.010	2.500	0.50	0.0001	0.056	0.92	<b>1.777</b>
4		0		4	0		0	3			<b>2</b>
2.00	0.0	0.02	0.25	0.00	0.010	2.000	0.50	0.0001	0.056	0.92	<b>1.689</b>
4		0		5	0		0	3	2		<b>9</b>

Anexo F. Cálculo del factor Kt ANSYS en ejemplo estático, caso de estudio 1

Geometría					Cálculo de parámetro KT ANSYS		
D/d	D	d2	R	r/d	s nominal	s ANSYS máximo	Kt ANSYS
1.10	0.04	0.04	0.00	0.03	962887.41	1972400.00	2.05
1.10	0.04	0.04	0.00	0.05	962887.41	1765100.00	1.83
1.10	0.04	0.04	0.00	0.10	962887.41	1571500.00	1.63

Geometría					Cálculo de parámetro KT ANSYS		
D/d	D	d2	R	r/d	s nominal	s ANSYS máximo	Kt ANSYS
1.20	0.04	0.03	0.00	0.03	1145915.59	2783500.00	2.43
1.20	0.04	0.03	0.00	0.05	1145915.59	2333800.00	2.04
1.20	0.04	0.03	0.00	0.10	1145915.59	1955700.00	1.71
1.20	0.04	0.03	0.01	0.15	1145915.59	1786700.00	1.56
1.20	0.04	0.03	0.01	0.20	1145915.59	1670100.00	1.46
1.20	0.04	0.03	0.01	0.25	1145915.59	1599000.00	1.40

Geometría					Cálculo de parámetro KT ANSYS		
D/d	D	d2	R	r/d	s nominal	s ANSYS máximo	Kt ANSYS
1.50	0.04	0.03	0.00	0.03	1790493.11	5135500.00	2.87
1.50	0.04	0.03	0.00	0.05	1790493.11	4252200.00	2.37
1.50	0.04	0.03	0.00	0.10	1790493.11	3367400.00	1.88
1.50	0.04	0.03	0.00	0.15	1790493.11	3041300.00	1.70
1.50	0.04	0.03	0.01	0.20	1790493.11	2796300.00	1.56
1.50	0.04	0.03	0.01	0.25	1790493.11	2602100.00	1.45

Geometría					Cálculo de parámetro KT ANSYS		
D/d	D	d2	R	r/d	s nominal	s ANSYS máximo	Kt ANSYS
2.00	0.04	0.02	0.00	0.03	3183098.86	9919900.00	3.12
2.00	0.04	0.02	0.00	0.05	3183098.86	8195600.00	2.57
2.00	0.04	0.02	0.00	0.10	3183098.86	6402900.00	2.01
2.00	0.04	0.02	0.00	0.15	3183098.86	5547400.00	1.74
2.00	0.04	0.02	0.00	0.20	3183098.86	5117800.00	1.61
2.00	0.04	0.02	0.01	0.25	3183098.86	4756900.00	1.49

Anexo G. Cálculo del parámetro “q Peterson” en ejemplo de fatiga, caso de estudio 1

<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>d menor</b>	<b>radio mm</b>	<b>q</b>
1.10	0.0300	0.03636364	1.09090909	<b>0.74128885</b>
1.10	0.0500	0.03636364	1.81818182	<b>0.82685555</b>
1.10	0.1000	0.03636364	3.63636364	<b>0.90522269</b>

<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>d menor</b>	<b>radio mm</b>	<b>q</b>
1.20	0.0300	0.03333333	1	<b>0.72425496</b>
1.20	0.0500	0.03333333	1.66666667	<b>0.8140422</b>
1.20	0.1000	0.03333333	3.33333333	<b>0.89748981</b>
1.20	0.1500	0.03333333	5	<b>0.92924207</b>
1.20	0.2000	0.03333333	6.66666667	<b>0.9459759</b>
1.20	0.2500	0.03333333	8.33333333	<b>0.95630864</b>

<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>d menor</b>	<b>radio mm</b>	<b>q</b>
1.50	0.0300	0.02666667	0.8	<b>0.67754737</b>
1.50	0.0500	0.02666667	1.33333333	<b>0.77787903</b>
1.50	0.1000	0.02666667	2.66666667	<b>0.87506407</b>
1.50	0.1500	0.02666667	4	<b>0.91308998</b>
1.50	0.2000	0.02666667	5.33333333	<b>0.93336978</b>
1.50	0.2500	0.02666667	6.66666667	<b>0.9459759</b>

<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>d menor</b>	<b>radio mm</b>	<b>q</b>
2.00	0.0300	0.02	0.6	<b>0.61178965</b>
2.00	0.0500	0.02	1	<b>0.72425496</b>
2.00	0.1000	0.02	2	<b>0.84007873</b>
2.00	0.1500	0.02	3	<b>0.88738251</b>

2.00	0.2000	0.02	4	<b>0.91308998</b>
2.00	0.2500	0.02	5	<b>0.92924207</b>

Anexo H. Cálculo del parámetro “q Neuber” en ejemplo de fatiga, caso de estudio 1

<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>d menor</b>	<b>r<sup>0.5</sup> pulgadas</b>	<b>q</b>
1.10	0.0300	0.036363636	0.207241888	<b>0.674973723</b>
1.10	0.0500	0.036363636	0.267548127	<b>0.728332848</b>
1.10	0.1000	0.036363636	0.378370189	<b>0.791295835</b>

<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>d menor</b>	<b>r<sup>0.5</sup> pulgadas</b>	<b>q</b>
1.20	0.0300	0.033333333	0.198419001	<b>0.665357577</b>
1.20	0.0500	0.033333333	0.256157829	<b>0.719639648</b>
1.20	0.1000	0.033333333	0.362261876	<b>0.784019953</b>
1.20	0.1500	0.033333333	0.443678375	<b>0.816375423</b>
1.20	0.2000	0.033333333	0.512315658	<b>0.836965639</b>
1.20	0.2500	0.033333333	0.572786319	<b>0.851623783</b>

<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>d menor</b>	<b>r<sup>0.5</sup> pulgadas</b>	<b>q</b>
1.50	0.0300	0.026666667	0.17747135	<b>0.640075134</b>
1.50	0.0500	0.026666667	0.229114527	<b>0.696588119</b>
1.50	0.1000	0.026666667	0.324016872	<b>0.764529805</b>
1.50	0.1500	0.026666667	0.396838002	<b>0.799056715</b>
1.50	0.2000	0.026666667	0.458229055	<b>0.8211635</b>
1.50	0.2500	0.026666667	0.512315658	<b>0.836965639</b>

<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>d menor</b>	<b>r<sup>0.5</sup> pulgadas</b>	<b>q</b>
2.00	0.0300	0.02	0.153694697	<b>0.60631516</b>
2.00	0.0500	0.02	0.198419001	<b>0.665357577</b>
2.00	0.1000	0.02	0.280606842	<b>0.737658837</b>
2.00	0.1500	0.02	0.343671791	<b>0.774966092</b>
2.00	0.2000	0.02	0.396838002	<b>0.799056715</b>
2.00	0.2500	0.02	0.443678375	<b>0.816375423</b>

Anexo I. Cálculo del parámetro Kf Peterson, caso de estudio 1

<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>Kt</b>	<b>q Peterson</b>	<b>kf Peterson</b>
1.10	0.03	2.048	0.741	<b>1.777</b>
1.10	0.05	1.833	0.827	<b>1.689</b>
1.10	0.10	1.632	0.905	<b>1.572</b>

<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>Kt</b>	<b>q Peterson</b>	<b>kf Peterson</b>
1.20	0.03	2.429	0.724	<b>2.035</b>
1.20	0.05	2.037	0.814	<b>1.844</b>
1.20	0.10	1.707	0.897	<b>1.634</b>
1.20	0.15	1.559	0.929	<b>1.520</b>
1.20	0.20	1.457	0.946	<b>1.433</b>
1.20	0.25	1.396	0.956	<b>1.379</b>

<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>Kt</b>	<b>q Peterson</b>	<b>kf Peterson</b>
1.50	0.03	2.868	0.678	<b>2.266</b>

1.50	0.05	2.375	0.778	<b>2.070</b>
1.50	0.10	1.881	0.875	<b>1.771</b>
1.50	0.15	1.699	0.913	<b>1.638</b>
1.50	0.20	1.562	0.933	<b>1.524</b>
1.50	0.25	1.453	0.946	<b>1.429</b>

<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>Kt</b>	<b>q Peterson</b>	<b>kf Peterson</b>
2.00	0.03	3.116	0.612	<b>2.295</b>
2.00	0.05	2.575	0.724	<b>2.140</b>
2.00	0.10	2.012	0.840	<b>1.850</b>
2.00	0.15	1.743	0.887	<b>1.659</b>
2.00	0.20	1.608	0.913	<b>1.555</b>
2.00	0.25	1.494	0.929	<b>1.459</b>

Anexo J. Cálculo del parámetro Kf Neuber, caso de estudio 1

<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>Kt</b>	<b>q Neuber</b>	<b>kf Neuber</b>
1.10	0.03	2.05	0.67	<b>1.708</b>
1.10	0.05	1.83	0.73	<b>1.607</b>
1.10	0.10	1.63	0.79	<b>1.500</b>

<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>Kt</b>	<b>q Neuber</b>	<b>kf Neuber</b>
1.20	0.03	2.43	0.67	<b>1.951</b>
1.20	0.05	2.04	0.72	<b>1.746</b>
1.20	0.10	1.71	0.78	<b>1.554</b>
1.20	0.15	1.56	0.82	<b>1.456</b>

1.20	0.20	1.46	0.84	<b>1.383</b>
1.20	0.25	1.40	0.85	<b>1.337</b>

<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>Kt</b>	<b>q Neuber</b>	<b>kf Neuber</b>
1.50	0.03	2.87	0.64	<b>2.196</b>
1.50	0.05	2.37	0.70	<b>1.958</b>
1.50	0.10	1.88	0.76	<b>1.673</b>
1.50	0.15	1.70	0.80	<b>1.558</b>
1.50	0.20	1.56	0.82	<b>1.461</b>
1.50	0.25	1.45	0.84	<b>1.379</b>

<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>Kt</b>	<b>q Neuber</b>	<b>kf Neuber</b>
2.00	0.03	3.12	0.61	<b>2.283</b>
2.00	0.05	2.57	0.67	<b>2.048</b>
2.00	0.10	2.01	0.74	<b>1.746</b>
2.00	0.15	1.74	0.77	<b>1.576</b>
2.00	0.20	1.61	0.80	<b>1.486</b>
2.00	0.25	1.49	0.82	<b>1.404</b>

Anexo K. Cálculo del factor Kt convencional, caso de estudio 2

<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>d menor</b>	<b>r<sup>0.5</sup> pulgadas</b>	<b>q</b>
1.10	0.2000	0.036363636	0.535096253	<b>0.877497303</b>
1.10	0.1500	0.036363636	0.463406949	<b>0.861176938</b>
1.20	0.3000	0.033333333	0.627455975	<b>0.893610937</b>

1.20	0.2500	0.033333333	0.572786319	<b>0.884628142</b>
1.20	0.2000	0.033333333	0.512315658	<b>0.872743298</b>
1.20	0.1500	0.033333333	0.443678375	<b>0.855893595</b>
1.20	0.1000	0.033333333	0.362261876	<b>0.829043226</b>
1.20	0.0500	0.033333333	0.256157829	<b>0.774218771</b>
2.00	0.3000	0.02	0.486025308	<b>0.86677672</b>
2.00	0.2500	0.02	0.443678375	<b>0.855893595</b>
2.00	0.2000	0.02	0.396838002	<b>0.841578799</b>
2.00	0.1500	0.02	0.343671791	<b>0.821446906</b>

Anexo L. Cálculo del factor Kt ANSYS, caso de estudio 2

Flexión

Geometría					Formula de Kt modificada Pilkey								
D/d	D	d2	r/d	r	t	t/r	Raíz t/r	2t/D	c1	c2	c3	c4	Kt
1.10	0.04	0.04	0.20	0.01	0.00	0.25	0.50	0.09	1.52	1.45	1.62	0.66	<b>1.40</b>
1.10	0.04	0.04	0.15	0.01	0.00	0.33	0.58	0.09	1.60	1.64	1.71	0.65	<b>1.46</b>
1.20	0.04	0.03	0.30	0.01	0.00	0.33	0.58	0.17	1.60	1.64	1.71	0.65	<b>1.37</b>
1.20	0.04	0.03	0.25	0.01	0.00	0.40	0.63	0.17	1.66	1.77	1.77	0.65	<b>1.41</b>
1.20	0.04	0.03	0.20	0.01	0.00	0.50	0.71	0.17	1.73	1.93	1.85	0.64	<b>1.46</b>
1.20	0.04	0.03	0.15	0.01	0.00	0.67	0.82	0.17	1.85	2.15	1.95	0.64	<b>1.54</b>
1.20	0.04	0.03	0.10	0.00	0.00	1.00	1.00	0.17	2.02	2.47	2.09	0.65	<b>1.67</b>
1.20	0.04	0.03	0.05	0.00	0.00	2.00	1.41	0.17	2.39	2.97	2.28	0.70	<b>1.96</b>
2.00	0.04	0.02	0.30	0.01	0.01	1.67	1.29	0.50	2.29	2.85	2.24	0.70	<b>1.34</b>
2.00	0.04	0.02	0.25	0.0050	0.01	2.00	1.41	0.50	2.39	2.97	2.28	0.70	<b>1.39</b>
2.00	0.04	0.02	0.20	0.0040	0.01	2.50	1.58	0.50	2.53	2.93	1.90	0.48	<b>1.47</b>
2.00	0.04	0.02	0.15	0.0030	0.01	3.33	1.83	0.50	2.72	2.91	1.43	0.23	<b>1.60</b>
2.00	0.02	0.01	0.30	0.0030	0.01	1.67	1.29	0.50	2.29	2.85	2.24	0.70	<b>1.34</b>

Torsión

Geometría					Formula de Kt modificada Pilkey								
D/d	D	d2	r/d	r	t	t/r	2t/D	Raíz t/r	c1	c2	c3	c4	Kt
1.10	0.04	0.04	0.20	0.01	0.00	0.25	0.09	0.50	1.28	- 1.28	1.95	0.95	<b>1.18</b>
1.10	0.04	0.04	0.15	0.01	0.00	0.33	0.09	0.58	1.33	1.39	1.98	0.93	<b>1.22</b>
1.20	0.04	0.03	0.30	0.01	0.00	0.33	0.17	0.58	1.33	1.39	1.98	0.93	<b>1.15</b>
1.20	0.04	0.03	0.25	0.01	0.00	0.40	0.17	0.63	1.37	1.46	2.00	0.92	<b>1.18</b>
1.20	0.04	0.03	0.20	0.01	0.00	0.50	0.17	0.71	1.42	1.55	2.03	0.90	<b>1.21</b>
1.20	0.04	0.03	0.15	0.01	0.00	0.67	0.17	0.82	1.49	1.68	2.05	0.86	<b>1.27</b>
1.20	0.04	0.03	0.10	0.00	0.00	1.00	0.17	1.00	1.61	1.85	2.05	0.80	<b>1.36</b>
1.20	0.04	0.03	0.05	0.00	0.00	2.00	0.17	1.41	1.86	2.12	1.92	0.65	<b>1.56</b>
2.00	0.04	0.02	0.30	0.01	0.01	1.67	0.50	1.29	1.79	2.06	1.98	0.70	<b>1.17</b>
2.00	0.04	0.02	0.25	0.01	0.01	2.00	0.50	1.41	1.86	2.12	1.92	0.65	<b>1.20</b>
2.00	0.04	0.02	0.20	0.00	0.01	2.50	0.50	1.58	1.96	2.17	1.81	0.58	<b>1.25</b>
2.00	0.04	0.02	0.15	0.0030	0.01	3.33	0.50	1.83	2.08	2.19	1.59	0.46	<b>1.33</b>
2.00	0.02	0.01	0.30	0.0030	0.01	1.67	0.50	1.29	1.79	2.06	1.98	0.70	<b>1.17</b>

Anexo M. Cálculo del parámetro “q t”, caso de estudio 2

D/d	r/d	d menor	r <sup>0.5</sup> pulgadas	Qt
1.10	0.2000	0.036363636	0.535096253	<b>0.84281549</b>
1.10	0.1500	0.036363636	0.463406949	<b>0.822807664</b>

1.20	0.3000	0.033333333	0.627455975	<b>0.862777671</b>
1.20	0.2500	0.033333333	0.572786319	<b>0.851623783</b>
1.20	0.2000	0.033333333	0.512315658	<b>0.836965639</b>
1.20	0.1500	0.033333333	0.443678375	<b>0.816375423</b>
1.20	0.1000	0.033333333	0.362261876	<b>0.784019953</b>
1.20	0.0500	0.033333333	0.256157829	<b>0.719639648</b>
2.00	0.3000	0.02	0.486025308	<b>0.82964901</b>
2.00	0.2500	0.02	0.443678375	<b>0.816375423</b>
2.00	0.2000	0.02	0.396838002	<b>0.799056715</b>
2.00	0.1500	0.02	0.343671791	<b>0.774966092</b>

Anexo N. Cálculo del parámetro “q s”, caso de estudio 2

<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>d menor</b>	<b>r<sup>0.5</sup> pulgadas</b>	<b>q</b>
1.10	0.2000	0.036363636	0.535096253	<b>0.877497303</b>
1.10	0.1500	0.036363636	0.463406949	<b>0.861176938</b>
1.20	0.3000	0.033333333	0.627455975	<b>0.893610937</b>
1.20	0.2500	0.033333333	0.572786319	<b>0.884628142</b>
1.20	0.2000	0.033333333	0.512315658	<b>0.872743298</b>
1.20	0.1500	0.033333333	0.443678375	<b>0.855893595</b>
1.20	0.1000	0.033333333	0.362261876	<b>0.829043226</b>
1.20	0.0500	0.033333333	0.256157829	<b>0.774218771</b>
2.00	0.3000	0.02	0.486025308	<b>0.86677672</b>
2.00	0.2500	0.02	0.443678375	<b>0.855893595</b>
2.00	0.2000	0.02	0.396838002	<b>0.841578799</b>
2.00	0.1500	0.02	0.343671791	<b>0.821446906</b>

Anexo O. Cálculo del parámetro Kf, caso de estudio 2

Flexión

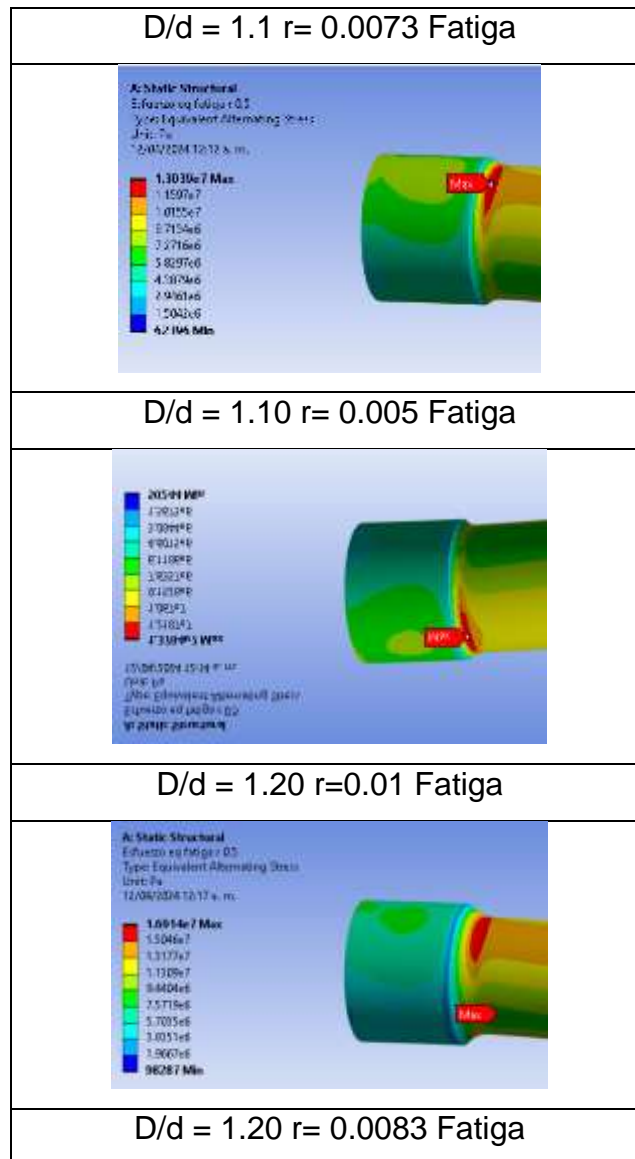
<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>Kt</b>	<b>q flexión</b>	<b>kf flexión</b>
1.10	0.20	1.398	0.843	<b>1.336</b>
1.10	0.15	1.465	0.823	<b>1.382</b>
1.20	0.30	1.371	0.863	<b>1.320</b>
1.20	0.25	1.410	0.852	<b>1.349</b>
1.20	0.20	1.462	0.837	<b>1.386</b>
1.20	0.15	1.538	0.816	<b>1.439</b>
1.20	0.10	1.667	0.784	<b>1.523</b>
1.20	0.05	1.958	0.720	<b>1.690</b>
2.00	0.30	1.335	0.830	<b>1.278</b>
2.00	0.25	1.392	0.816	<b>1.320</b>
2.00	0.20	1.475	0.799	<b>1.379</b>
2.00	0.15	1.596	0.775	<b>1.462</b>

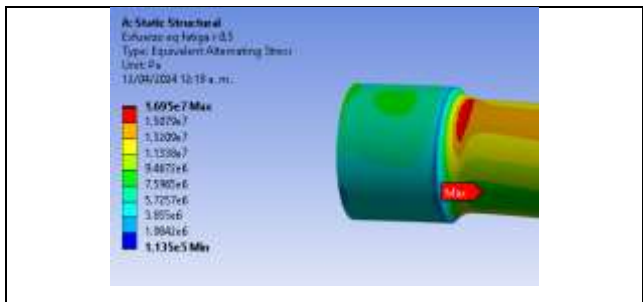
Torsión

<b>D/d</b>	<b>r/d</b>	<b>Kt</b>	<b>q torsión</b>	<b>Kf torsión</b>
1.10	0.20	1.18	0.88	<b>1.155</b>
1.10	0.15	1.22	0.86	<b>1.191</b>
1.20	0.30	1.15	0.89	<b>1.135</b>
1.20	0.25	1.18	0.88	<b>1.158</b>
1.20	0.20	1.21	0.87	<b>1.187</b>
1.20	0.15	1.27	0.86	<b>1.229</b>
1.20	0.10	1.36	0.83	<b>1.296</b>

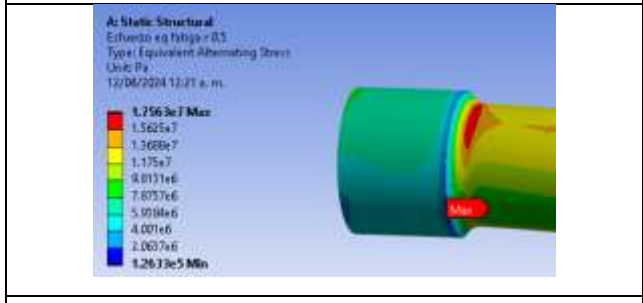
1.20	0.05	1.56	0.77	<b>1.434</b>
2.00	0.30	1.17	0.87	<b>1.147</b>
2.00	0.25	1.20	0.86	<b>1.174</b>
2.00	0.20	1.25	0.84	<b>1.212</b>
2.00	0.15	1.33	0.82	<b>1.271</b>

Anexo P. Simulaciones de fatiga ejemplo 2 con  $D/d = 0.25$ .

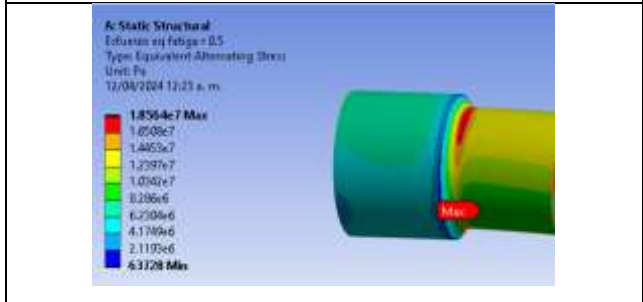




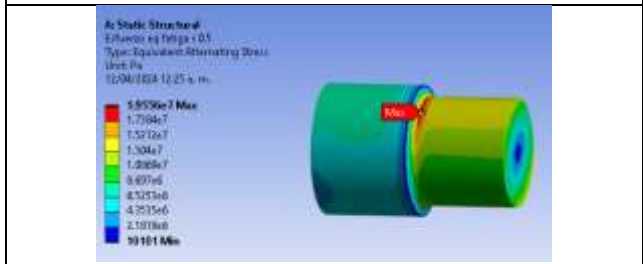
$D/d = 1.20$   $r = 0.0067$  Fatiga



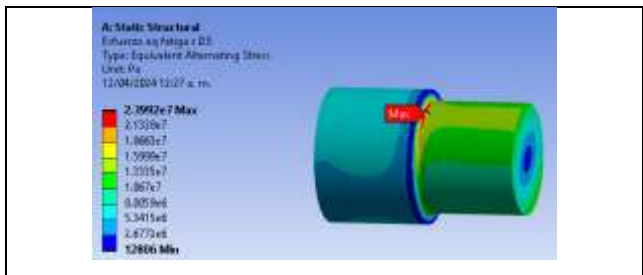
$D/d = 1.20$   $r = 0.0050$  Fatiga



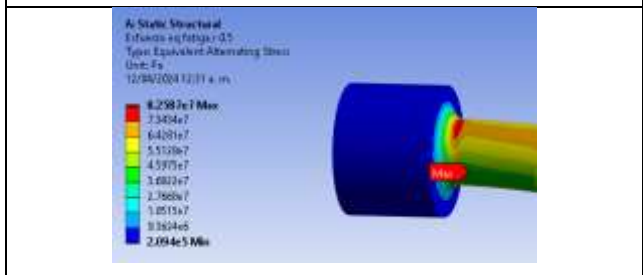
$D/d = 1.20$   $r = 0.033$  Fatiga



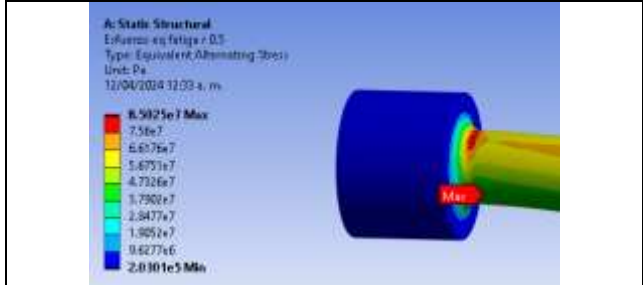
$D/d = 1.20$   $r=0.0017$



D/d = 2.0 r= 0.0060 Dinámico



D/d = 2. r= 0 0.005 Dinámico



D/d = 2 r= 0.004 Dinámico

