

**ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE LAS VARIABLES GEOMECÁNICAS PARA
UN MODELO DE ESTABILIDAD DE POZO APLICADO A UNA FORMACIÓN
DEL CRETÁCEO**

FERNANDO ANTONIO PLAZAS NIÑO

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍA FÍSICO-QUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
BUCARAMANGA**

2016

**ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE LAS VARIABLES GEOMECÁNICAS PARA
UN MODELO DE ESTABILIDAD DE POZO APLICADO A UNA FORMACIÓN
DEL CRETÁCEO**

FERNANDO ANTONIO PLAZAS NIÑO

**Trabajo de grado para optar al título de
Ingeniero de Petróleos**

**Directora
ZULY HIMELDA CALDERÓN CARRILLO
Ingeniera de Petróleos, Ph.D**

**Codirector
YAIR ANDRÉS QUINTERO PEÑA
Ingeniero de Petróleos, M.Sc.**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-QUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
BUCARAMANGA
2016**

DEDICATORIA

A Dios, me ha mostrado el camino y me ha iluminado en cada momento de mi carrera para llegar hasta este logro; cada paso en este trasegar ha sido en su nombre.

A mi mamá Gladiz, su amor y apoyo espiritual me han brindado la fuerza para mantenerme firme y positivo ante las dificultades, y creer que puedo seguir adelante con muchos éxitos.

A mi papá Antonio, por su disciplina en mi formación que hicieron de mí, la persona dedicada y enfocada en mis metas que siempre busca hacer el máximo posible y no el mínimo necesario.

A mi hermana Camila, por su cariño en cada momento compartido.

A mi buen amigo Henry, una gran persona que la vida me regalo en el camino para vivir experiencias inolvidables y aprender mucho de cómo ser un mejor ser humano en distintos aspectos.

A mis amigos y compañeros que compartieron distintas vivencias conmigo y los recordaré con cariño, especialmente a Lina, Diego y Rubén.

Fernando Plazas

AGRADECIMIENTOS

Mis más sinceros agradecimientos para:

La Society of Petroleum Engineers (SPE) por apoyar el desarrollo de mi carrera y permitirme vivir grandiosas experiencias dentro y fuera de Colombia.

Ecopetrol S.A. por apoyar el desarrollo de mi carrera y fomentar la investigación en nuestra querida universidad para el beneficio de los futuros profesionales del país.

El grupo de investigación de Estabilidad de Pozo por permitirme participar en la organización del Sexto Simposio Internacional de Geomecánica y elaborar este trabajo de investigación, dos aspectos de mi carrera que han sido de enorme satisfacción.

A la Profesora Zuly y el Ingeniero Yair, por sus valiosas observaciones y contribuciones para desarrollar este trabajo con excelentes resultados.

Al Profesor Juan Badillo, por brindarme la oportunidad de vivir la experiencia docente y creer en la calidad de mi trabajo.

Al Capítulo Estudiantil de la SPE, una gran familia y una hermosa experiencia de vida que me regalo grandes momentos y mucho aprendizaje para mi vida profesional.

A la Escuela de Ingeniería de Petróleos y la Facultad de Ingenierías Fisicoquímicas por su respaldo en cada una de los proyectos que emprendí para representar a nuestra Alma Mater a nivel internacional.

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCION	20
1. MODELO DE ESTABILIDAD DE POZO	21
1.1 MODELOS CONSTITUTIVOS	24
1.1.1 Modelo elástico lineal	25
1.1.2 Modelo poroelástico	25
1.1.3 Modelo termoporoelástico	27
1.1.4 Modelo quimicotermoporoelástico	28
1.2 TIPOS DE FALLA DE LA ROCA	28
1.2.1 Falla por compresión	30
1.2.1.1 Breakout	30
1.2.1.2 Falla tórica	31
1.2.1.3 Falla helicoidal	31
1.2.1.4 Falla de corte de elongación	31
1.2.2 Falla por tensión	31
1.2.2.1 Fractura hidráulica	31
1.2.2.2 Falla por exfoliación	32
1.3 CRITERIOS DE FALLA	33
1.3.1 Criterio de Mohr Coulomb	33

1.3.2	Criterio de Von Mises	34
1.3.3	Criterio de Hoek Brown	35
1.3.4	Criterio de Hoek Brown 3D	36
1.3.5	Criterio de Mogi Coulomb	37
1.3.6	Criterio Modificado de Lade	38
1.3.7	Criterio de Tresca	39
1.3.8	Criterio de Drucker Prager	39
1.3.9	Criterio de Falla por tensión	40
1.4	COMPARACIÓN Y SELECCIÓN DEL MODELO CONSTITUTIVO Y EL CRITERIO DE FALLA POR COMPRESIÓN	40
1.5	DESCRIPCIÓN DEL MODELO DE ESTABILIDAD SELECCIONADO	43
1.5.1	Calculo de la presión de colapso	46
1.5.2	Cálculo de la presión de fractura	47
1.6	DESCRIPCIÓN DE LA FORMACIÓN DE ESTUDIO	48
1.6.1	Estabilidad de pozos en shales	51
1.6.1.1	Poroelasticidad	51
1.6.1.2	Efectos térmicos	51
1.6.1.3	Plasticidad	52
1.6.1.4	Flujo osmótico (efecto químico)	52
1.6.1.5	Anisotropía de la roca	53
1.6.1.6	Otros efectos	54
1.6.2	Aproximación utilizada en el estudio	55

2.	PARAMETROS DE ENTRADA DEL MODELO DE ESTABILIDAD DE POZO	56
2.1	ESFUERZOS IN SITU	58
2.2	PRESIÓN DE PORO	60
2.3	PROPIEDADES ELASTICAS DE LA ROCA	63
2.3.1	Módulo de Young	63
2.3.2	Relación de Poisson	63
2.4	PROPIEDADES DE LA RESISTENCIA DE LA ROCA	65
2.4.1	Resistencia a la presión sin confinamiento (UCS)	65
2.4.2	Angulo de fricción interna y cohesión	66
2.4.3	Resistencia a la tensión	68
2.5	INCERTIDUMBRE EN LOS PARAMETROS DE ENTRADA	69
2.6	CUANTIFICACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE EN LOS PARAMETROS DE ENTRADA	70
2.6.1	Enfoque basado en la opinión de expertos	72
2.6.2	Enfoque basado en la variabilidad de la formación	75
2.6.3	Enfoque basado en mediciones directas	77
2.6.3.1	Caso de pozos perforados	78
2.6.3.2	Caso de pozos no perforados en zonas de desarrollo	80
2.6.4	Enfoque propuesto basado en la incertidumbre de datos fuente	83
3.	ANALISIS DE SENSIBILIDAD	86
3.1	METODO DE UNO A LA VEZ	87
3.1.1	Presión de colapso	88

3.1.1.1	Consideración de la variación de la cuantificación de Incertidumbre	89
3.1.1.2	Consideración de la variación del criterios de falla	93
3.1.1.3	Consideración de la variación de la trayectoria del pozo	95
3.1.1.4	Consideración de la variación del régimen de esfuerzos	98
3.1.2	Presión de fractura	100
3.1.3	Trayectoria Optima de Perforación (TOP)	102
3.2	METODO DE SUPERFICIES DE RESPUESTA	105
3.2.1	Conceptos básicos	105
3.2.2	Flujo de trabajo en Statgraphics®	108
3.2.3	Análisis de los resultados	111
4.	ANALISIS DE INCERTIDUMBRE	115
4.1	ENFOQUE PROBABILISTICO DE ESTABILIDAD DE POZO	115
4.2	CONCEPTOS BASICOS	116
4.3	FUNDAMENTOS DEL ANALISIS DE INCERTIDUMBRE	118
4.3.1	Principales fuentes de error en un modelo de estabilidad	119
4.3.2	Resultados de un análisis de incertidumbre	121
4.3.3	Etapas de un análisis de incertidumbre	122
4.4	DISEÑO DEL ANALISIS DE INCERTIDUMBRE	123
4.4.1	Técnica de Análisis: Simulación de Monte Carlo	123
4.4.2	Valores e incertidumbres de los datos de entrada	125
4.4.3	Tipo de distribución de probabilidad de los datos de entrada	125
4.4.4	Tipo de muestreo	126

4.4.5	Número de corridas	127
4.4.6	Interdependencia entre los parámetros de entrada	127
4.5	DESARROLLO Y RESULTADOS DEL ANALISIS DE INCERTIDUMBRE APLICADO AL MODELO DE ESTABILIDAD DE POZO	128
5.	METODOLOGIA PROPUESTA PARA EL DESARROLLO DE UN ANALISIS DE SENSIBILIDAD E INCERTIDUMBRE APLICADO A UN MODELO DE ESTABILIDAD DE POZO	139
5.1	EVALUACIÓN DE RIESGO CUANTITATIVO (QRA)	140
5.2	COMPARACIÓN DE LA QRA Y LA METODOLOGIA PROPUESTA	141
6.	CONCLUSIONES	144
7.	RECOMENDACIONES	146
	BIBLIOGRAFIA	147
	ANEXOS	154

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Relación esquemática del peso de lodo y las fallas de pozo.	22
Figura 2. Ejemplo de una carta de estabilidad para un pozo de la plataforma continental de Noruega.	23
Figura 3. Modelo de falla de Von Mises	35
Figura 4. Modelo de falla de Hoek-Brown	36
Figura 5. Transformación de esfuerzos in situ a coordenadas (x, y, z)	44
Figura 6. Columna Estratigráfica de la Formación La Luna	49
Figura 7. Cálculos del esfuerzo tangencial para diferentes valores de inclinación de los planos de estratificación	54
Figura 8. Esquema de los parámetros involucrados en la estabilidad de pozo	56
Figura 9. Esquema de los esfuerzos in situ	58
Figura 10. Esquema del esfuerzo efectivo y la presión de poro en una roca	60
Figura 11. Esquema de la prueba de compresión uniaxial	65
Figura 12: a. Envolvente de Mohr; b. Envolvente linealizada de Mohr	66
Figura 13. Ejemplo de un caso de pruebas de compresión triaxial graficadas mediante la envolvente de Mohr	67
Figura 14. Esquema de la prueba brasilera para prueba de materiales	68
Figura 15. Localización de los puntos muestreados de la propiedad de densidad de formación a la profundidad dada	81
Figura 16. Construcción del variograma experimental para la propiedad RHOB	82
Figura 17. Estimación de la propiedad RHOB para el plano referente a la profundidad dada	82

Figura 18. Índices de incertidumbre asociados a las estimaciones de la propiedad RHOB	83
Figura 19. Diagrama de tornado del peso de lodo de colapso tomando el enfoque basado en opinión de expertos	91
Figura 20. Diagrama de tornado del peso de lodo de colapso tomando el enfoque basado en variabilidad espacial	91
Figura 21. Diagrama de tornado del peso de lodo de colapso tomando el enfoque basado en la incertidumbre de los registros de pozo	92
Figura 22. Diagrama de tornado del peso de lodo de colapso utilizando el criterio de falla de Mohr-Coulomb	94
Figura 23. Diagrama de tornado del peso de lodo de colapso utilizando el criterio de falla de Lade Modificado	94
Figura 24. Diagrama de tornado del peso de lodo de colapso para el caso de un pozo altamente desviado	96
Figura 25. Diagrama de tornado del peso de lodo de colapso para el caso de un pozo horizontal	97
Figura 26. Diagrama de tornado del peso de lodo de colapso para un régimen de esfuerzos normal	99
Figura 27. Diagrama de tornado del peso de lodo de colapso para un régimen de esfuerzos inverso	99
Figura 28. Diagrama de tornado del peso de lodo de fractura	101
Figura 29. Variación de la presión de colapso como función de la trayectoria del pozo para el caso de estudio	102
Figura 30. Diagrama de tornado de la TOP para el caso de estudio	104
Figura 31. Superficie de respuesta de la resistencia del cemento romano como función de la temperatura y el tiempo	106
Figura 32. Diagrama de Pareto del peso de lodo de colapso mediante RSM	111
Figura 33. Diagrama de Pareto del peso de lodo de Fractura mediante RSM	112
Figura 34. Diagrama de efectos principales para el peso de lodo de colapso	113

Figura 35. Diagrama de efectos principales para el peso de lodo de fractura	113
Figura 36. Esquema de las relaciones de sensibilidad e incertidumbre	119
Figura 37. Ilustración de un proceso de análisis de incertidumbre	121
Figura 38. Ilustración del método de Monte Carlo para un caso simple de tres variables de entrada y una salida	124
Figura 39. Matriz de coeficientes de correlación entre las variables de entrada	128
Figura 40. Interface del programa Crystal Ball [®] (Versión de prueba)	129
Figura 41. Histogramas de frecuencias de los pesos de lodo	129
Figura 42. PDFs para los pesos de lodo	130
Figura 43. Ventana de lodo probabilística	130
Figura 44. Lectura de la ventana de lodo probabilista	131
Figura 45. Flujo de trabajo para la evaluación de incertidumbre	133
Figura 46. Selección de puntos representativos para el estudio	134
Figura 47. Ventana Probabilística (P10) para la perforación de la formación de estudio	135
Figura 48. Ventana Probabilística (P50) para la perforación de la formación de estudio	136
Figura 49. Ventana Probabilística (P90) para la perforación de la formación de estudio	136
Figura 50. Registro caliper de un pozo perforado a través de la formación de estudio con un peso de lodo de 10.5 ppg	137
Figura 51. Metodología estocástica aplicada a análisis de estabilidad de pozo	139

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Principales causas de la inestabilidad de pozos	29
Tabla 2. Tipos de falla por compresión	30
Tabla 3. Tipos de falla por tensión	32
Tabla 4. Modelos constitutivos y parámetros de entrada requeridos.	41
Tabla 5. Consideraciones de selección del criterio de falla	43
Tabla 6. Tipos de régimen de esfuerzos	43
Tabla 7. Características principales de los miembros de la Formación La Luna	50
Tabla 8. Rangos típicos de los principales factores de la inestabilidad de pozo	57
Tabla 9. Métodos utilizados en la estimación de la presión de poro	62
Tabla 10. Pruebas geo mecánicas para el estudio de estabilidad de pozo	64
Tabla 11. Incertidumbres de los parámetros de entrada utilizados en diferentes estudios de estabilidad de pozo con un enfoque probabilístico	71
Tabla 12. Incertidumbres de los parámetros de un modelo de estabilidad	72
Tabla 13. Distribuciones de probabilidad de los parámetros de entrada utilizados en diferentes estudios de estabilidad de pozo con un enfoque probabilístico	75
Tabla 14. Datos para análisis de sensibilidad e incertidumbre derivados del enfoque de variabilidad espacial	76
Tabla 15. Errores en las herramientas de registros	84
Tabla 16. Medidas estadísticas de los parámetros de entrada del modelo para el análisis de sensibilidad	85
Tabla 17. Rangos de variación de los datos de entrada con base en los diferentes enfoques de cuantificación de incertidumbre	90

Tabla 18. Valores de esfuerzos in situ para el análisis de sensibilidad con variación del régimen de esfuerzos	98
Tabla 19. Condiciones para el cálculo de la TOP en base al régimen de esfuerzos y la ecuación (43)	103
Tabla 20. Datos de las funciones de respuesta en el desarrollo de la RSM	104
Tabla 21. Número de corridas requeridas para cada función de respuesta	110
Tabla 22. Principales fuentes de error de un modelo en estabilidad de pozo	120
Tabla 23. Resumen de los aspectos involucrados de la técnica QRA	143

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
ANEXO A. SEUDOCODIGOS PARA LA IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DE ESTABILIDAD UTILIZADO	159
ANEXO B. CORRELACIONES PARA EL CÁLCULO DE LAS VARIABLES GEOMECANICAS A PARTIR DE DATOS DE REGISTROS DE POZO	162

RESUMEN

TITULO: ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE LAS VARIABLES GEOMECÁNICAS PARA UN MODELO DE ESTABILIDAD DE POZO APLICADO A UNA FORMACIÓN DEL CRETÁCEO*

AUTOR: FERNANDO ANTONIO PLAZAS NIÑO**

PALABRAS CLAVE: Incertidumbre, simulación de Monte Carlo, estabilidad de pozo, sensibilidad, modelo, análisis, ventana segura de lodo.

DESCRIPCIÓN:

Una metodología basada en análisis de sensibilidad e incertidumbre es propuesta para la evaluación de estabilidad de pozo con el fin de cuantificar la incertidumbre asociada a los resultados del modelo y así mejorar las predicciones hechas. Esta metodología es aplicada en un caso de estudio para el diseño de la ventana segura de lodo en la perforación de una formación Colombiana del Cretáceo.

Inicialmente el modelo de estabilidad de pozo es establecido a partir de la selección de la ecuación constitutiva y el criterio de falla. Con base en la información disponible, un enfoque estocástico es usado para evaluar la incertidumbre asociada a los parámetros de entrada, o de lo contrario otras alternativas, como la opinión de expertos, son utilizadas. En segunda instancia, un análisis de sensibilidad es llevado a cabo por medio de los métodos OAT y RSM donde se presentan los resultados mediante diagramas de tornado y araña, y se determinan tanto las variables de mayor impacto en el modelo como aquellas que no ejercen un efecto considerable. Finalmente, un análisis de incertidumbre es ejecutado usando simulación de Monte Carlo para cuantificar la incertidumbre en los resultados del modelo y obtener el peso de lodo requerido para perforar exitosamente como una función de probabilidad.

El flujo de trabajo propuesto constituye un estudio completo de incertidumbre, útil para el desarrollo de análisis de estabilidad de pozo, el cual optimiza la toma de decisiones en el diseño del proceso de perforación. Aspectos como la evaluación de la incertidumbre de los datos de entrada y la incorporación de análisis de sensibilidad son componente novedosos para complementar la simulación de Monte Carlo como método de análisis de incertidumbre y herramienta de análisis de riesgo.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ingenierías Físicoquímicas. Escuela de Ingeniería de Petróleos. Directora: Ph.D. Zuly H. Calderón Carrillo. Codirector: M.Sc. Yair A. Quintero Peña

ABSTRACT

TITULO: SENSITIVITY ANALYSIS OF THE GEOMECHANICAL VARIABLES FOR A WELLBORE STABILITY MODEL APPLIED TO A CRETACEOUS FORMATION

AUTOR: FERNANDO ANTONIO PLAZAS NIÑO**

PALABRAS CLAVE: Uncertainty, Monte Carlo simulation, wellbore stability, sensitivity, model, analysis, safe mud weight window.

DESCRIPCIÓN:

A methodology based on sensitivity and uncertainty analysis is presented for performing a wellbore stability analysis in order to quantify model uncertainty and improve the predictions made. This methodology is applied to the safe mud window design for a study case related to a Colombian Cretaceous formation.

A wellbore stability model is set up, as of constitutive equation and failure criteria selection. Based on available data, a stochastic approach is used to assess the uncertainty associated to input parameters, or otherwise other alternatives like expert opinion are utilized. Secondly, a sensitivity analysis is carried out by means of OAT and RSM methods displaying results on tornado and spider diagrams, which enables to ascertain the most influential variables on model results as well as the parameters that do not have a considerable effect on these. Finally, an uncertainty analysis is performed using Monte Carlo simulations for quantifying uncertainty in model outputs and obtaining the required mud weight to drill successfully as a probability function.

The workflow proposed makes up a complete uncertainty study useful for developing wellbore stability analyses which optimizes the decision making in drilling process design. Aspects like evaluation of input data uncertainty and incorporation of sensitivity analyses are novel components for complementing the simulation Monte Carlo as uncertainty analysis method and risk analysis tool.

* Undergraduate project

** Physiochemical Engineerings Faculty. Petroleum Engineering School. Director: Ph.D. Zuly H. Calderón Carrillo. Codirector: M.Sc. Yair A. Quintero Peña

INTRODUCCIÓN

Se estima que las inestabilidades de pozo resultan en pérdidas cercanas al billón de dólares por año a nivel mundial, generando un considerable impacto económico en las actividades de la industria petrolera. Esta gran problemática puede ser abordada mediante el uso de modelos de estabilidad de pozo que permitan predecir y anticipar las zonas donde ocurrirán situaciones de inestabilidad y de esta forma proponer estrategias que permitan evitar dichos incidentes.

La falla mecánica de un pozo es el resultado de la interrelación entre esfuerzos in situ, resistencia de la roca y prácticas de ingeniería. En la realidad los parámetros geomecánicos nunca son conocidos de forma precisa debido a la información insuficiente, el uso de correlaciones y la necesidad de extrapolar información sobre un rango de profundidad para el cual, cualquier parámetro dado puede variar como función de la profundidad. Además, un problema adicional se relaciona con la incertidumbre intrínseca o error asociado con cada medida. En este contexto, con el fin de cuantificar los efectos de estas incertidumbres sobre las predicciones de estabilidad de pozo se hace necesario usar métodos probabilísticos.

Mediante la implementación de un análisis de sensibilidad e incertidumbre es posible brindar el enfoque estocástico a los modelos de estabilidad de tal forma que se logren resultados más realistas y se mejoren las bases para la toma de decisiones, evitando de esta manera, problemas como pega de tubería, colapso de pozo y pérdidas de circulación, entre otros, y consecuentemente reduciendo los tiempos no productivos en perforación que se traducirán en ahorros significativos en las operaciones y un mejoramiento de los indicadores de desempeño.

El presente trabajo se enfoca en el desarrollo de un análisis de sensibilidad e incertidumbre aplicado a un modelo de estabilidad de pozo y la formulación de una metodología basada en este tipo de estudios con el fin de cuantificar el nivel de incertidumbre asociado al cálculo de la ventana óptima de peso de lodo.

1. MODELO DE ESTABILIDAD DE POZO

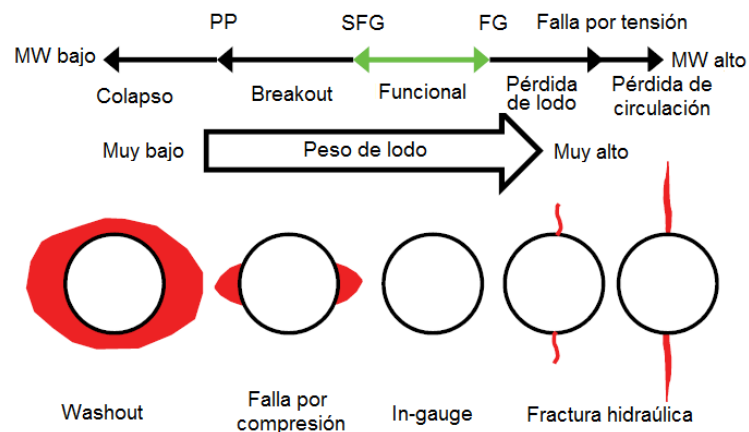
La estabilidad de pozo es la determinación de las condiciones bajo las cuales la falla iniciara en la roca alrededor del pozo. La clave en el análisis yace en el hecho de que cuando un pozo es perforado, la roca alrededor del pozo debe soportar la carga que era previamente soportada por la roca removida. En este contexto, un pozo inestable corresponde a un pozo en el cual el exceso de formación de breakouts (material desprendido dentro del pozo), junto con el volumen total de recortes de perforación, no pueden ser circulados fuera del hueco por la circulación de lodo. Este fenómeno puede derivar en un atascamiento del BHA, lo cual se llama algunas veces colapso de pozo, ya que parece como si el pozo hubiese colapsado sobre el BHA. Igualmente el peso de lodo necesario para estabilizar la pared del pozo y prevenir que este problema ocurra se refiere algunas veces como la presión de colapso.

Sin embargo la existencia de falla por breakouts no implica necesariamente un problema de inestabilidad de pozo, sino que va a depender de la amplitud del breakout generado, para lo cual Zoback (2007), basado en diversos casos de estudio indica que amplitudes de máximo 90° son las más razonables para pozos verticales en pro de evitar eventos de washout y colapso de pozo. Para el caso de pozos altamente desviados y horizontales estos valores de amplitud deben ser más conservativos ya que los efectos gravitacionales hacen más difícil la limpieza adecuada del pozo. Para el control adecuado de la magnitud de los breakouts, el aumento del peso del lodo es la principal herramienta de defensa, sin embargo es crucial no elevar dicha densidad hasta un nivel que pueda superar la presión de fractura de la formación y desencadenar un fracturamiento hidráulico y la posterior pérdida de circulación, lo cual es un problema extremadamente serio que puede llevar a la pérdida del pozo.

Igualmente se puede deducir que la falta de un preciso análisis de estabilidad de pozo acarrea muchos problemas como reventones de pozo, washouts, breakouts, pega de tubería, pérdidas de circulación e incluso el abandono del pozo. La inestabilidad de pozo también incrementa el tiempo y los costos de perforación. Estimados indican que el costo de esta problemática es de aproximadamente el 10% del tiempo de perforación en promedio de acuerdo a Li et al. (2012).

Para observar de forma más ilustrativa la discusión planteada anteriormente la Figura 1 muestra la relación del peso del lodo (o presión del lodo), la presión de poro, y la estabilidad del pozo en varias formas de falla del pozo. Cuando el peso del lodo, o la densidad de circulación equivalente (ECD), es menor que la presión de colapso, el pozo experimenta la formación de breakouts. En este caso, washouts o patadas de pozo pueden ocurrir. Cuando el peso del lodo o ECD es menor que el gradiente de falla por cizalla -o gradiente de presión de colapso- el pozo experimenta falla por cizalla (o agrandamiento elíptico de pozo, breakout, o colapso). El fracturamiento ocurre cuando la presión de lodo excede la capacidad de la roca cercana al pozo para resistir esfuerzos de tensión y el fluido de perforación crea fracturas hidráulicas. Las fracturas inducidas pueden causar pérdidas de fluido de perforación e incluso una pérdida total del retorno del fluido de perforación (perdida de circulación).

Figura 1. Relación esquemática del peso de lodo y las fallas de pozo. MW: Peso de lodo, PP: Presión de poro, SFG: Gradiente de presión de colapso, FG: Gradiente de fractura.

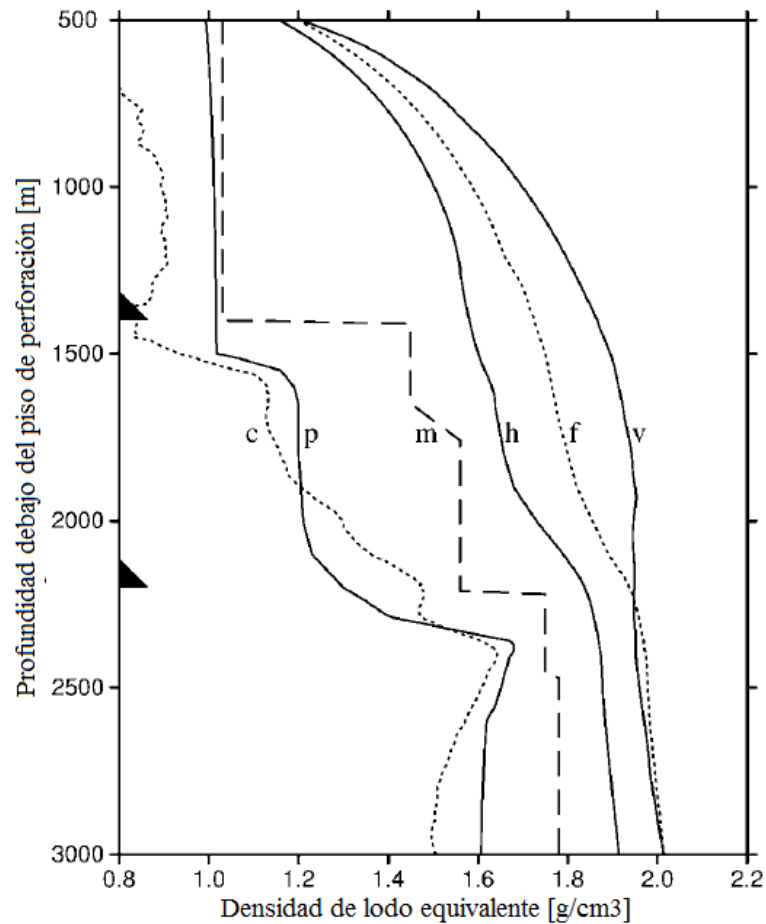


Fuente: Traducido de LI S., GEORGE J., PURDY C., 2012. Pore prediction and wellbore-stability prediction to increase drilling efficiency. Journal of Petroleum Technology Vol. 64 Number 2, 98-101.

El propósito final del modelamiento de estabilidad de pozo es crear una ventana operativa y segura de peso de lodo. La ventana segura de lodo es un término referido a la diferencia entre el mínimo y máximo peso de lodo que uno debería usar cuando perfora a una profundidad dada. Si la estabilidad de pozo no es una

preocupación en un área, el mínimo peso de lodo es usualmente tomado como la presión de poro, sin embargo si la estabilidad es una consideración relevante, el límite inferior es el mínimo peso de lodo deseado para lograr la estabilidad del pozo. En ambos casos el límite superior es el peso del lodo al cual se fractura la formación.

Figura 2. Ejemplo de una carta de estabilidad para un pozo de la plataforma continental de Noruega



Fuente: Traducido de FJAER, E. et al., 2008. Petroleum related rock mechanics. Elsevier, Hungary. 492 p.

La ventana de lodo y el análisis de estabilidad juegan un rol fundamental en el diseño de pozos, como puede ser apreciado en la Figura 2. Dado que no es posible perforar la sección entera mostrada con un solo peso de lodo, un casing tiene que

ser sellado para sellar la parte superior de la sección antes que se continúe con un peso incrementado en la parte inferior. Esto ilustra las dos herramientas principales disponibles para perforar pozos estables: el peso del lodo y el programa de casing.

Los dos elementos importantes y necesarios en un modelo de estabilidad son el criterio de falla y el modelo de comportamiento constitutivo. El primero establece las condiciones de esfuerzos en el pozo bajo las cuales ocurrirá la inestabilidad, mientras el segundo determina los valores correspondientes de los esfuerzos en el pozo, los cuales serán los datos de entrada del criterio de falla. En las dos secciones siguientes se realizara una revisión de los principales modelos constitutivos y criterios de falla encontrados en la literatura.

1.1 MODELOS CONSTITUTIVOS

Una ley constitutiva describe la deformación de una roca en respuesta a un esfuerzo aplicado (o viceversa). Estos modelos son indispensables en la evaluación de la estabilidad de un pozo ya que son necesarios para calcular los esfuerzos alrededor del pozo.

Idealmente un modelo teórico debería cubrir todos los aspectos que pueden afectar la estabilidad de pozo, tal como la presión, la temperatura, el tiempo, la química del lodo, etc.; tal modelo sin embargo no está disponible hoy en día, y no aparecerá en un futuro cercano hasta que todos los mecanismos sean suficientemente conocidos.

A continuación se presentan brevemente los principales modelos constitutivos planteados para hacer un análisis de estabilidad de pozo.

1.1.1 Modelo elástico lineal. La teoría de elasticidad es típicamente discutida en términos de deformaciones infinitesimalmente pequeñas. En este caso, ningún daño significativo o alteración de la roca se genera de un esfuerzo aplicado y la suposición que el esfuerzo y la deformación son linealmente proporcionales y completamente reversibles se considera válida. En tal material, los esfuerzos pueden ser expresados en términos de la deformación por la siguiente relación:

$$S_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{00} + 2G \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

Donde el delta Kronecker, δ_{ij} , está dado por:

$$\begin{aligned} \delta_{ij} &= 1 & i &= j \\ \delta_{ij} &= 0 & i &\neq j \end{aligned}$$

Y donde:

S_{ij} : Tensor de esfuerzo de segundo orden

ε_{ij} : Tensor de deformación de segundo orden

ε_{00} : Deformación volumétrica bajo la acción de un esfuerzo medio isostático

σ_{ij} : Tensor de esfuerzo efectivo de segundo orden

λ : Constante de Lamé

G : Módulo de cizalla

1.1.2 Modelo poroelástico. En un sólido elástico poroso saturado con fluido, la teoría de poroelasticidad describe el comportamiento constitutivo de la roca. Mucha de la teoría poroelástica deriva del trabajo de Biot (1962). Hay tres suposiciones principales asociadas con esta teoría:

- (1) Hay un sistema poroso interconectado uniformemente saturado con fluido
- (2) El volumen total del sistema poroso es pequeño comparado con el volumen de la roca
- (3) Se considera la presión en los poros, el esfuerzo total actuando sobre la roca externamente y los esfuerzos actuando sobre los granos individualmente en términos de valores uniformes promedio

Un punto fundamental en este contexto es el concepto de esfuerzo efectivo, el cual está basado en el trabajo pionero en mecánica de suelos de Terzagui (1923) quien notó que el comportamiento de un suelo (o roca saturada) será controlado por esfuerzos efectivos, que son las diferencias entre los esfuerzos aplicados externamente y la presión de poro interna. La definición de Terzagui de esfuerzo efectivo es:

$$\sigma_{ij} = S_{ij} - \delta_{ij}P_p \quad (2)$$

Lo cual significa que la presión poro (P_p) influencia los componentes normales del tensor de esfuerzos, σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} y no los componentes de cizalla σ_{12} , σ_{23} , σ_{13} .

Diferente información empírica ha mostrado que la ley de esfuerzo efectivo es una aproximación útil que trabaja bien para un número de propiedades de la roca (como la resistencia intacta de la roca y la resistencia friccional de fallas), pero para otras propiedades de la roca, la ley necesita modificación. Por ejemplo Nur and Byerlee (1971) propusieron una ley de esfuerzo efectivo "exacta", la cual trabaja bien para deformación volumétrica. En su formulación se tiene:

$$\sigma_{ij} = S_{ij} - \delta_{ij}\alpha P_p \quad (3)$$

Donde α es el parámetro de Biot:

$$\alpha = 1 - \frac{K_b}{K_g} \quad (4)$$

Y K_b es el modulo volumétrico drenado de la roca y K_g es el modulo volumétrico de los granos solidos individuales de la roca. Adicionalmente se puede observar que este parámetro varía entre 0 y 1.

De esta forma para considerar el efecto de los fluidos en los poros sobre los esfuerzos se puede reescribir la ecuación (1) como:

$$S_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{00} + 2G \varepsilon_{ij} - \delta_{ij} \alpha P_p \quad (5)$$

De modo tal que el último termino incorpora los efectos de la presión de poro.

1.1.3 Modelo termoporoelástico. Debido a que la teoría termoporoelástica considera los efectos tanto de los fluidos de poro como los cambios de temperatura sobre el comportamiento mecánico de la roca, este podría ser utilizado como teoría generalizada que podría ser aplicada de forma general a los problemas geomecánicos.

Fundamentalmente, esta teoría permite considerar el efecto de los cambios de temperatura sobre los esfuerzos y deformaciones. Para considerar el efecto de la temperatura en los esfuerzos, la siguiente ecuación es equivalente a la previamente vista donde el término final representa la manera en la cual un cambio de temperatura induce esfuerzos en un cuerpo poroelástico:

$$S_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{00} + 2G \varepsilon_{ij} - \alpha \delta_{ij} P_p - K \alpha_T \delta_{ij} \Delta T \quad (6)$$

Dónde:

$$\alpha_T = \frac{1 \delta L}{L \delta T}$$

Es el coeficiente de expansión térmica lineal y define el cambio de longitud (L) de una muestra en respuesta a un cambio de temperatura (T). Y:

K: Módulo volumétrico

ΔT : Diferencial de temperatura entre la formación y el lodo de perforación.

1.1.4 Modelo quimicotermoduroelástico. Para el caso de las rocas tipo shale, se presenta una situación particular ya que pueden ser altamente sensibles a las características químicas del fluido de perforación. En este escenario, los shales se comportan como membranas semipermeables y cuando están en contacto con fluidos inadecuados, ellos permiten la generación de flujo osmótico a través la formación, lo cual cambia la presión de poro.

La formulación analítica del modelo termoquimicoduroelástico comprende las siguientes hipótesis: 1) roca isotrópica; 2) fluido de perforación es una solución binaria compuesta de solvente y soluto; 3) condición “plain strain” generalizada; y 4) condición de penetración de fluido. De aquí, la ecuación que permite describir este tipo de comportamiento es:

$$S_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{00} + 2G \varepsilon_{ij} - \delta_{ij} P_p - K \alpha_m^T \delta_{ij} T - \frac{\omega}{\rho_f} C \delta_{ij} \quad (7)$$

Dónde: α_m^T es el coeficiente de expansión térmica volumétrica de la roca, ω es el coeficiente de hinchamiento químico, ρ_f es la densidad del fluido de poro, y C es la concentración del soluto.

1.2 TIPOS DE FALLA DE LA ROCA

Antes de entrar a describir la manera en que falla una roca es importante destacar las condiciones que propician este fenómeno. En este contexto, la inestabilidad de pozos es usualmente causada por una combinación de factores los cuales pueden ser, en general, clasificadas en controlables e incontrolables (naturales) de acuerdo a Pasic et al. (2007). Estos factores son mostrados en la Tabla 1.

Tabla 1. Principales causas de la inestabilidad de pozos.

CAUSAS DE LA INESTABILIDAD DE POZO	
FACTORES INCONTROLABLES (NATURALES)	FACTORES CONTROLABLES
Formaciones falladas o naturalmente fracturadas	Presión en fondo de pozo (Densidad del lodo)
Ambientes tectónicamente activos	Inclinación del pozo y azimut
Altos esfuerzos in situ	Presiones de poro transitorias
Formaciones móviles	Interacción fisicoquímica de la roca-fluido
Formaciones inconsolidadas	Vibraciones de la sarta de perforación
Colapso de shales naturalmente sobrepresionados	Erosión
Colapso de shales sobrepresionados de forma inducida	Temperatura

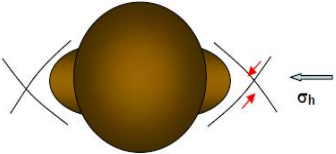
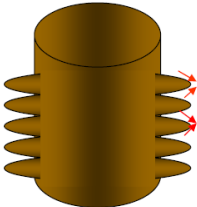
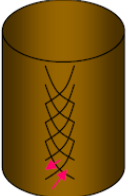
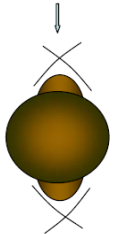
Fuente: PASIC B., GAURINA-MEDIMUREC N., MATANOVIC D., 2007. Wellbore instability: causes and consequences. Rud.-geo.-naft. Zb., Vol 19, 87-98.

Generalmente, un pozo falla ya sea por exceder la resistencia a la tensión de la roca, o por superar la resistencia a la compresión o cizalla de la formación, por lo que una operación de perforación libre de problemas de inestabilidad implica evitar la falla tanto por tensión como compresiva de la roca.

Además, para el caso específico de los shales, la inestabilidad de pozo puede ser gobernada por los planos de estratificación tal como lo afirma Chen et al. (1997).

Los modos de falla inducidos por los esfuerzos en un pozo se clasifican en: falla por tensión y falla por compresión.

Tabla 2. Tipos de falla por compresión.

FALLA POR COMPRESIÓN	
TIPO	ESQUEMA
FORMACIÓN DE BREAKOUT $\sigma_{\theta} > \sigma_z > \sigma_r$	
FALLA TÓRICA $\sigma_z > \sigma_{\theta} > \sigma_r$	
FALLA HELICOIDAL $\sigma_z > \sigma_r > \sigma_{\theta}$	
FALLA DE CORTE DE ELONGACIÓN $\sigma_r > \sigma_z > \sigma_{\theta}$ ó $\sigma_r > \sigma_{\theta} > \sigma_z$	

Fuente: Traducido de CHEN X., TAN C., HABERFIELD C., 1997. Guidelines for efficient wellbore stability analysis. Int. J. Rock Mech. & Min. Sci. 34:3-4, paper No 50.

1.2.1 **Falla por compression.** Las fallas por compresión o cizalladura se clasifican de cuatro modos, en términos de los esfuerzos principales en un sistema de coordenadas cilíndricas. Un resumen de estos modos de falla está consignado en la Tabla 2.

1.2.1.1 **Breakout.** Se da cuando el esfuerzo tangencial es mayor que el esfuerzo vertical y este a su vez es mayor que el radial. Ocurre cuando el peso del

lodo no es suficientemente alto para soportar las paredes del pozo. Se da en la dirección del esfuerzo mínimo horizontal.

1.2.1.2 **Falla Tórica.** El esfuerzo vertical debe ser mayor al tangencial y este a su vez mayor al radial. Ocurre cuando el peso del lodo no es suficientemente alto para soportar las paredes del pozo. Se da en la dirección del esfuerzo mínimo horizontal.

1.2.1.3 **Falla Helicoidal.** Se debe dar que el esfuerzo vertical sea mayor que el radial y este a su vez sea mayor al tangencial. Ocurre cuando la presión del lodo es excesivamente alta y puede darse en la dirección ortogonal a las fallas de breakout y tórica (esfuerzo horizontal máximo).

1.2.1.4 **Falla de corte de elongación.** El esfuerzo radial debe ser mayor al vertical y este a su vez mayor al tangencial o que el radial sea mayor al tangencial y este a su vez mayor al vertical. Ocurre cuando la presión del lodo es excesivamente alta y puede darse en la dirección ortogonal a las fallas de breakout y tórica (esfuerzo horizontal máximo).

1.2.2 **Falla por tensión.** Las rocas generalmente tienen poca resistencia a la tensión, usualmente menor a 1000 psi y raramente mayores a 3000 psi. Las fallas por tensión encontradas con mayor frecuencia en la práctica son clasificadas en términos de los esfuerzos principales en un sistema de coordenadas cilíndricas como fracturas hidráulicas y fallas por exfoliación. Una breve reseña de este tipo de fallas está registrada en la Tabla 3.

1.2.2.1 **Fractura hidráulica.** El esfuerzo tangencial debe ser menor al radial, y la diferencia entre el esfuerzo tangencial y la presión de poro debe ser menor a cero. La fractura hidráulica ocurrirá cuando la presión de lodo sea excesivamente alta y se supere el valor del esfuerzo mínimo efectivo más la resistencia a la roca por tensión.

1.2.2.2 **Falla por exfoliación.** Usualmente ocurre cuando la presión de poro se hace mayor que la presión de lodo. Para que se presente, el esfuerzo radial debe ser menor que el tangencial y la diferencia entre el esfuerzo tangencial y la presión de poro debe ser menor que cero.

Tabla 3. Tipos de falla por tensión.

FALLA TENSIL	
TIPO	ESQUEMA
<p>FRACTURAMIENTO HIDRAULICO</p> $\sigma_{\theta} < \sigma_r \wedge \sigma_{\theta} - P_p < 0$	
<p>FALLA POR EXFOLIACIÓN</p> $\sigma_r < \sigma_{\theta} \wedge \sigma_{\theta} - P_p < 0$	

Fuente: Traducido de CHEN X., TAN C., HABERFIELD C., 1997. Guidelines for efficient wellbore stability analysis. Int. J. Rock Mech. & Min. Sci. 34:3-4, paper No 50.

Luego que se consideran las fallas mecánicas por tensión y compresión, el límite máximo y mínimo definirá el rango o ventana segura de densidad de lodo para perforar sin presencia de ningún problema de inestabilidad.

1.3 CRITERIOS DE FALLA

Un criterio de falla permite determinar las condiciones de esfuerzos en el pozo bajo las cuales la falla ocurrirá. El criterio de falla ha mostrado tener un efecto extremadamente significativo en el cálculo de los pesos de lodo. Por lo tanto es recomendado que cualquier criterio de falla seleccionado para el análisis de estabilidad de pozo sea calibrado con resultados de medidas locales (como el caliper) antes que se use como una herramienta cuantitativa consistente para proveer recomendaciones de pesos de lodos, tal como lo indica Li y Bai (2012).

Si la roca es bien caracterizada, pueden ser aplicados criterios de fallas complejos. De lo contrario, la selección será limitada a un criterio simple, como el de Mohr-Coulomb. Sin embargo, lo más importante es que las características básicas de la roca sean incluidas y que el rango de esfuerzos apropiado sea graficado.

Aunque la selección de un criterio de falla apropiado para analizar la estabilidad de pozo es difícil y controversial, un número de criterios de falla y modelos de comportamiento han sido propuestos para el diagnóstico y predicción de inestabilidad de pozos. A continuación se describen los principales criterios de falla utilizados en aplicaciones de estabilidad de pozo que son encontrados en la literatura.

1.3.1 Criterio de Mohr Coulomb. Es un criterio de falla por cizalla el cual es ampliamente usado para evaluar el colapso de pozo debido a su simplicidad. Este puede ser expresado basado en el esfuerzo de cizalla y el esfuerzo normal efectivo así:

$$\tau = c + \sigma_n \tan \varphi \quad (8)$$

Donde τ es el esfuerzo de cizalla, σ_n es el esfuerzo normal efectivo, c y φ son la cohesión y el ángulo de fricción interna respectivamente.

El criterio de Mohr-Coulomb comúnmente es usado con la resistencia a la compresión sin confinamiento (UCS) y el ángulo de fricción interna para evaluar la falla y luego expresarla en términos de los esfuerzos principal mínimo y máximo efectivos así:

$$\sigma_1 = \sigma_c + q\sigma_3 \quad (9)$$

Donde q es un parámetro relacionado con φ y σ_c es la UCS. Los parámetros q y σ_c pueden ser determinados respectivamente por:

$$q = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$$

$$\sigma_c = \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}$$

Como principal desventaja de este criterio se debe decir que no tiene en cuenta el efecto del esfuerzo principal intermedio.

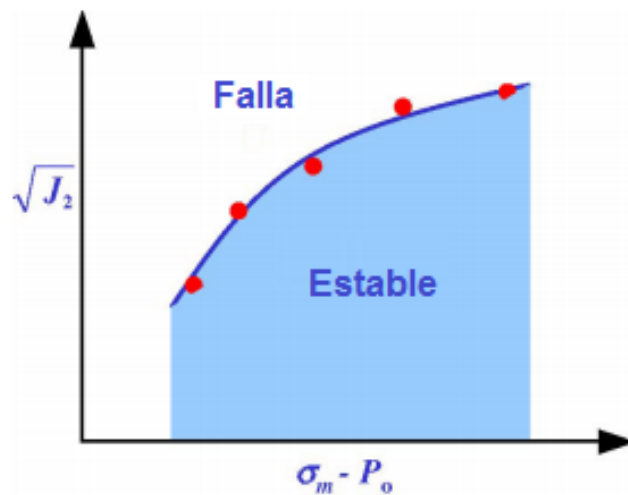
1.3.2 Criterio de Von Mises. Este criterio fue introducido por Von Mises (1913) y ha sido usado como uno de los criterios más confiables para materiales de ingeniería. Este se basa en el segundo esfuerzo deviatorio invariante y el esfuerzo efectivo promedio. Asumiendo una condición de prueba triaxial donde $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$, estos esfuerzos pueden ser definidos como:

$$\sqrt{J_2} = \frac{1}{3}(\sigma_1 - \sigma_3) \quad (10)$$

$$\sigma_m - P_p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3) - P_p \quad (11)$$

En este criterio, el segundo esfuerzo deviatorio invariante es graficado contra el esfuerzo efectivo promedio para varias cargas axiales σ_1 y presiones de confinamiento σ_3 . La curva resultante, conocida como envolvente de falla, especifica dos regiones, aquella debajo de la curva que es segura y estable, y la correspondiente a la parte superior que es inestable y lleva a la falla tal y como se aprecia en la Figura 3.

Figura 3. Modelo de falla de Von Mises a partir de información de pruebas triaxiales.



Fuente: Traducido de AADNOY B., LOOYEH R., 2010. Petroleum Rock Mechanics: Drilling operations and well design. Elsevier.

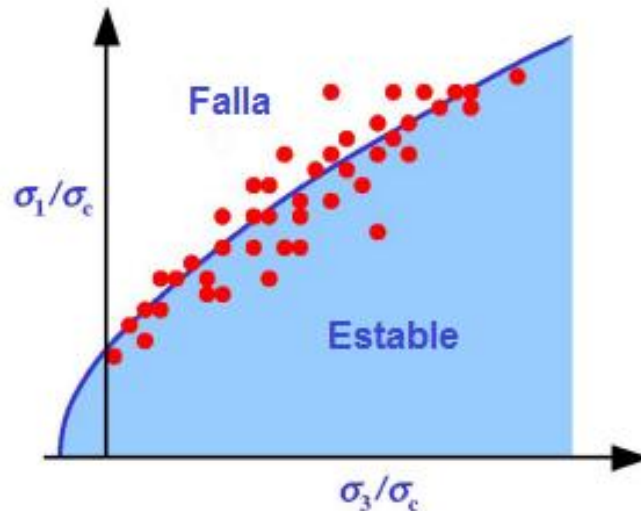
1.3.3 Criterio de Hoek Brown. Este criterio, introducido por Hoek and Brown (1980), es enteramente empírico y usualmente aplicado a yacimientos naturalmente fracturados. Como se puede apreciar en la Figura 4, el criterio está basado en información de pruebas triaxiales y es expresado por la siguiente ecuación:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{I_f \sigma_{cr} \sigma_3 + I_i \sigma_{cr}^2} \quad (12)$$

Donde I_f es el índice friccional, σ_{cr} es el parámetro de esfuerzo de fractura, y I_i es el índice de estabilidad (todos son determinados a nivel de laboratorio). Ambos

índices son propiedades dependientes del material. Este criterio ajusta razonablemente la falla frágil, pero proporciona resultados pobres en fallas dúctiles, por lo cual es usado para predecir fallas en formaciones naturalmente fracturadas.

Figura 4. Modelo de falla de Hoek-Brown usando información de pruebas triaxiales.



Fuente: Traducido de AADNOY B., LOOYEH R., 2010. Petroleum Rock Mechanics: Drilling operations and well design. Elsevier.

1.3.4 Criterio de Hoek Brown 3D. En mecánica de rocas e ingeniería de rocas, el criterio de Hoek-Brown ha sido utilizado ampliamente porque (1) este ha sido desarrollado específicamente para rocas; (2) sus parámetros de entrada pueden ser determinados de pruebas de compresión sin confinamiento de rutina, examinación mineralógica y caracterización de discontinuidades; y (3) ha sido utilizado por más de 20 años por practicantes en ingeniería de rocas, y ha sido aplicado exitosamente a un amplio rango de tipos de roca fracturadas e intactas. Sin embargo, este criterio no tiene en cuenta la influencia del esfuerzo intermedio principal, aunque se ha acumulado mucha evidencia que indica que este esfuerzo influencia la resistencia de la roca en muchas formas. Por lo tanto Zhang and Zhu (2007) propusieron una versión 3D de este criterio:

$$\frac{9}{2\sigma_c} \tau_{oct}^2 + \frac{3}{2\sqrt{2}} m \tau_{oct} - m \sigma'_{m,2} = s \sigma_c \quad (13)$$

Donde $\sigma'_{m,2}$ y τ_{oct} son respectivamente, el esfuerzo medio efectivo y el esfuerzo de cizalla octahedral definidos como:

$$\sigma'_{m,2} = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} \quad (14)$$

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_3 - \sigma'_1)^2} \quad (15)$$

Con esta definición, la versión 2D solo es un caso específico de la 3D. Igualmente el criterio 3D también hereda las ventajas del criterio original.

1.3.5 Criterio de Mogi Coulomb. Propuesto por Al-Ajmi y Zimmerman (2004), es definido mediante:

$$\tau_{oct} = a + b \sigma_{m,2} \quad (16)$$

Donde $\sigma'_{m,2}$ y τ_{oct} fueron descritos previamente, y a y b son constantes del material que se relacionan con c y φ como sigue:

$$a = \frac{2\sqrt{2}}{3} c \cos \varphi$$

$$b = \frac{2\sqrt{2}}{3} \sin \varphi$$

Esto permite ver que los valores numéricos de los parámetros que aparecen en el criterio de Mogi-Coulomb pueden ser estimados de data convencional triaxial ($\sigma_2 = \sigma_3$). Por lo tanto, este criterio de falla poliaxial puede ser usado incluso en ausencia de datos triaxiales verdaderos. Adicionalmente Al-Ajmi (2006) concluyó que el criterio Mogi-Coulomb da una apropiada cuenta del efecto de fortalecimiento del esfuerzo principal intermedio, ya que este criterio ni ignora el efecto como lo hace el criterio de Mohr-Coulomb, ni predice un fortalecimiento tan

alto como el de Drucker-Prager. De esta manera es altamente recomendado el uso de la ley de Mogi-Coulomb para el análisis de la estabilidad de pozo.

1.3.6 Criterio Modificado de Lade. Ewy (1999) propuso el criterio de Lade al modificar el criterio de Lade y Duncan donde solo se requería dos parámetros de resistencia de la roca, cohesión y ángulo de fricción (Zoback 2007). Este criterio es dado por:

$$\frac{(I'_1)^3}{I'_3} = 27 + \eta \quad (17)$$

Dónde:

$$I'_1 = (\sigma_1 + S) + (\sigma_2 + S) + (\sigma_3 + S) \quad (18)$$

$$I'_3 = (\sigma_1 + S)(\sigma_2 + S)(\sigma_3 + S) \quad (19)$$

Los parámetros S y η son constantes del material, que pueden ser calculados directamente de la cohesión y ángulo de fricción:

$$S = \frac{c}{\tan \varphi}$$

$$\eta = \frac{4 \tan \varphi (9 - 7 \sin \varphi)}{1 - \sin \varphi}$$

De acuerdo a Li y Bai (2012), este criterio ha mostrado buenos resultados experimentales para representar la falla en rocas de tipo de shale por lo cual es utilizado para este tipo de roca.

1.3.7 **Criterio de Tresca.** Este criterio fue propuesto por Henry Eduard Tresca, quien asumió que la falla ocurriría si el máximo esfuerzo de cizalla ejercido sobre cualquier plano dentro de la roca alcanza algún valor crítico τ_{max} . En términos de los tres esfuerzos principales, el criterio es definido como:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (20)$$

Donde σ_{max} y σ_{min} son los esfuerzos principales máximo y mínimo, respectivamente. Consecuentemente el criterio de Tresca puede ser escrito como (Jaeger et al. 2007):

$$\sigma_1 = \sigma_3 + 2\sigma_c \quad (21)$$

1.3.8 **Criterio de Drucker Prager.** Puede ser expresado en términos de los esfuerzos principales efectivos así:

$$\sqrt{J_2} = \alpha I_1 + k \quad (22)$$

Donde I_1 y J_2 son respectivamente el primer esfuerzo invariante y el segundo esfuerzo deviatorio invariante, definidos como:

$$I_1 = \sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3 \quad (23)$$

$$J_2 = \frac{(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_3 - \sigma'_1)^2}{6} \quad (24)$$

Siendo α y k constantes del material que pueden ser determinadas al relacionarlas con los parámetros del criterio de Mohr-Coulomb mediante:

$$\alpha = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)}$$

$$k = \frac{6c \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)}$$

Este criterio posee como ventaja que tiene en cuenta el efecto del esfuerzo intermedio, el cual tiene gran influencia en la resistencia de la roca.

1.3.9 Criterio de Falla por tensión. De acuerdo al criterio de falla por tensión, la fractura inicia en el momento que el esfuerzo efectivo principal mínimo (para el plano θ_z y que corresponde a σ_2) excede el valor de la resistencia a la tensión de la roca, lo cual puede ser expresado matemáticamente como:

$$\sigma_2 - P_p = \sigma_t \quad (25)$$

Donde P_p es la presión de poro y σ_t es la resistencia a la tensión. Esta última variable normalmente puede considerarse igual a cero ya que teóricamente, una fractura inicia en una falla, una diaclasa o una fractura preexistente.

1.4 COMPARACIÓN Y SELECCIÓN DEL MODELO CONSTITUTIVO Y EL CRITERIO DE FALLA POR COMPRESIÓN

El análisis común de estabilidad de pozo suele ser realizado mediante la aplicación del modelo constitutivo lineal elástico junto con el criterio de falla de Mohr-Coulomb dado que presentan resultados relativamente conservativos y las ecuaciones utilizadas son más simples y fáciles de manejar. Sin embargo, existen otros trabajos que indican que el modelo poroelástico lineal es el más usado para la práctica en el área de estabilidad de pozos, así como también que existen criterios

de falla más precisos y que son recomendados para este tipo de aplicación.

Tabla 4. Modelos constitutivos y parámetros de entrada requeridos. E.L: Elástico lineal, P.E: Poroelástico, T.P.E: Termoporoelástico, Q.P.E: Químicoelástico, Q.T.P.E: Químico-termoporoelástico.

PARÁMETRO	MODELO CONSTITUTIVO				
	E.L	P.E	T.P.E	Q.P.E	Q.T.P.E
Gradiente de esfuerzo vertical	X	X	X	X	X
Gradiente de esfuerzo horizontal mínimo	X	X	X	X	X
Gradiente de esfuerzo horizontal máximo	X	X	X	X	X
Gradiente de presión de poro	X	X	X	X	X
Azimut de pozo	X	X	X	X	X
Inclinación de pozo	X	X	X	X	X
Módulo de Young	X	X	X	X	X
Relación de Poisson	X	X	X	X	X
Cohesión	X	X	X	X	X
Ángulo de fricción interna	X	X	X	X	X
Constante de Biot		X	X		X
Gradiente geotérmico			X		X
Coefficientes de expansión térmica			X		X
Difusividad térmica			X		X
Concentración de soluto				X	X
Actividad del shale				X	X
Actividad del agua				X	X
Eficiencia de membrana				X	X
Difusividad de solute				X	X
Permeabilidad				X	X
Viscosidad de fluido				X	X
Porosidad				X	X
Masa molar del solute				X	X
Densidad másica de fluido				X	X
Coefficiente de hinchamiento				X	X

Ahora bien es relevante indicar que cuando modelos más complejos son usados, una mayor caracterización de la roca es requerida. Esto es frecuentemente difícil debido a la falta de núcleos. Además, las propiedades de la roca pueden variar significativamente en cortas distancias. Uno debería por lo tanto, en cada caso

considerar si usar modelos más complejos vale la pena. No obstante, esto no debería prevenir el uso de tales modelos para estudiar problemas fenomenológicos y realizar análisis de sensibilidad.

La tabla 4 con los parámetros de entrada necesarios en los modelos constitutivos, con lo cual dependiendo del nivel de caracterización y datos disponibles de la formación o pozo a analizar, este podría tenerse en cuenta para saber qué tipo de modelo es posible implementar.

De este cuadro comparativo que abarca la distinta data requerida para llevar a cabo el cálculo de esfuerzos alrededor del pozo, y basados en la información disponible de la formación a analizar en la tesis, se tiene que es posible llevar a cabo la implementación de un modelo elástico lineal.

Con respecto a los criterios de falla por compresión, la parte más representativa es la inclusión del efecto del esfuerzo intermedio, el cual ha mostrado tener una influencia en la resistencia de la roca. Por otro lado es fundamental considerar que cada criterio pueda brindar buenas predicciones de condiciones poliaxiales, dada la condición que los parámetros necesarios para utilizar cada criterio son calculados a partir de datos de pruebas triaxiales convencionales; en este sentido, la Tabla 5 permite visualizar las condiciones previamente establecidas.

De la tabla 5 se puede observar que los criterios que cumplen simultáneamente las dos condiciones previamente establecidas son los criterios de Hoek-Brown 3D y Mogi-Coulomb, por lo cual serían los criterios a seleccionar para abordar el análisis de estabilidad de pozo de la tesis en cuestión. En este sentido, el criterio seleccionado es el de Mogi-Coulomb ya que se ha encontrado que es el más estudiado de los dos dentro de la literatura consultada y ha mostrado buenos resultados prácticos.

Tabla 5. Consideraciones de selección del criterio de falla.

CRITERIO DE FALLA	CONSIDERACIONES	
	¿SE CONSIDERA EL ESFUERZO PRINCIPAL INTERMEDIO?	¿OFRECE BUENAS PREDICCIONES DE CONDICIONES POLIAXIALES CON PARAMETROS CALCULADOS A PARTIR DE DATOS TRIAXIALES?
Mohr-Coulomb	No	No
Von Mises	No	No data
Hoek-Brown	No	No data
Hoek-Brown 3D	Yes	Yes
Mogi Coulomb	Yes	Yes
Lade Modificado	Yes	No
Tresca	No	No data
Drucker-Prager	Yes	No

1.5 DESCRIPCIÓN DEL MODELO DE ESTABILIDAD SELECCIONADO

El estado de esfuerzos in situ es la base inicial para la construcción del modelo de estabilidad, y este consiste de un esfuerzo vertical (σ_v), un esfuerzo horizontal mínimo (σ_h), y un esfuerzo horizontal máximo (σ_H), los cuales de acuerdo a su orden de magnitud definen un régimen de esfuerzos tal como lo describe Anderson (1951) y se aprecia en la Tabla 6.

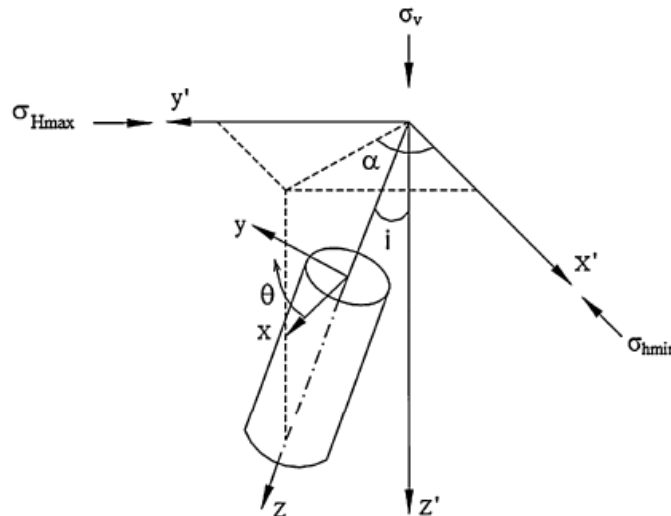
Tabla 6. Tipos de régimen de esfuerzos.

Tipo de Régimen	Condición de esfuerzos
Normal	$\sigma_v \geq \sigma_H \geq \sigma_h$
Inverso	$\sigma_H \geq \sigma_h \geq \sigma_v$
Rumbo-Deslizante	$\sigma_H \geq \sigma_v \geq \sigma_h$

Para el caso general de un pozo desviado se requiere hacer una conversión de este sistema de esfuerzos a otro que describa dichas condiciones de orientación, como se esquematiza en la Figura 5. Para ello se utiliza el concepto de matriz de rotación a partir de los datos de i que representa la desviación del pozo desde la vertical (inclinación) y α representando el azimut medido respecto a la dirección del esfuerzo horizontal máximo (el cual actúa como norte para esta medición de azimut); del proceso matemático utilizado para convertir el estado de esfuerzos in situ a un sistema coordenado general (x, y, z) , se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= (\sigma_H \cos^2 \alpha + \sigma_h \sin^2 \alpha) \cos^2 i + \sigma_v \sin^2 i \\
 \sigma_y &= \sigma_H \sin^2 \alpha + \sigma_h \cos^2 \alpha \\
 \sigma_z &= (\sigma_H \cos^2 \alpha + \sigma_h \sin^2 \alpha) \sin^2 i + \sigma_v \cos^2 i \\
 \sigma_{xy} &= 0.5(\sigma_h - \sigma_H) \sin 2\alpha \cos i \\
 \sigma_{yz} &= 0.5(\sigma_h - \sigma_H) \sin 2\alpha \sin i \\
 \sigma_{xz} &= 0.5(\sigma_H \cos^2 \alpha + \sigma_h \sin^2 \alpha - \sigma_v) \sin 2i
 \end{aligned}
 \tag{26}$$

Figura 5. Transformación de esfuerzos in situ a coordenadas (x, y, z) .



Fuente: MANSHAD A., JALALIFAR H., ASLANNEJAD M., 2014. Analysis of vertical, horizontal and deviated wellbores stability by analytical and numerical methods. J. Petrol. Explor. Prod. Technol. 4, 359-369.

Dado que se está en una configuración cilíndrica (pozo) es recomendable utilizar coordenadas cilíndricas para el estudio de estabilidad. De igual manera se incorpora el modelo constitutivo lineal elástico bajo las siguientes asunciones:

- Roca isotrópica, homogénea y con comportamiento lineal elástico
- La concentración de esfuerzos es mayor en la cara del pozo por lo cual la evaluación de esfuerzos se realiza para un radio igual al radio del pozo ya que se espera que la falla ocurra primero en ese lugar.
- Condición de “plane strain” aplicada
- Presión de lodo constante
- Pared del pozo impermeable y presión de poro constante

De lo anterior y basado en la solución planteada por Hiramatsu y Oka (1968) y Fairhurst (1968), los esfuerzos en la pared de un pozo desviado pueden ser expresados mediante:

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= P_w \\
 \sigma_\theta &= \sigma_x + \sigma_y - 2(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta - 4\sigma_{xy} \sin 2\theta - P_w \\
 \sigma_{zz} &= \sigma_z - \mu[2(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta + 4\sigma_{xy} \sin 2\theta] \\
 \tau_{\theta z} &= 2(-\sigma_{xz} \sin \theta + \sigma_{yz} \cos \theta) \\
 \tau_{r\theta} &= 0 \\
 \tau_{rz} &= 0
 \end{aligned} \tag{27}$$

Donde σ_r es el esfuerzo radial, σ_θ es el esfuerzo tangencial, σ_{zz} es el esfuerzo axial, $\tau_{\theta z}$ es el esfuerzo de cizalla en el plano θz , P_w es la presión del fluido de perforación, μ es la relación de Poisson y θ es el ángulo circunferencial medido desde el eje x del sistema coordenado adoptado en el sentido de la manecillas del reloj, este ultimo también puede verse en la Figura 5.

A partir de los esfuerzos hallados mediante (2) y en vista que el esfuerzo $\tau_{\theta z}$ puede ser diferente de cero, es necesario determinar el valor de los esfuerzos principales, los cuales son obtenidos por medio de la solución de la ecuación característica de la matriz del tensor de esfuerzos, tal como lo describe Zhang et al. (2014), y para la cual reporta la siguiente solución:

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= \frac{1}{2}(\sigma_\theta + \sigma_{zz}) + \frac{1}{2}\sqrt{4\tau_{\theta z}^2 + (\sigma_\theta - \sigma_{zz})^2} \\
\sigma_2 &= \frac{1}{2}(\sigma_\theta + \sigma_{zz}) - \frac{1}{2}\sqrt{4\tau_{\theta z}^2 + (\sigma_\theta - \sigma_{zz})^2} \\
\sigma_3 &= \sigma_r
\end{aligned}
\tag{28}$$

1.5.1 Cálculo de la presión de colapso. La presión de colapso corresponde a la presión a la cual la roca falla por compresión generando que las paredes del pozo pierdan su integridad y comiencen a formarse breakouts que conllevan a problemas de pega de tubería, mala cementación, sidetrack, entre otros. Este presión representa el valor de límite inferior para el diseño del peso de lodo con el cual se debe perforar un pozo; para evaluar este parámetro se hace uso de los criterios de falla antes vistos, los cuales establecen unas condiciones específicas a partir de los esfuerzos en pozo para las cuales ocurre falla por compresión.

Como previamente se había analizado, el criterio más adecuado en este sentido es el de Mogi-Coulomb dado que tiene en cuenta el efecto del esfuerzo principal intermedio a diferencia de Mohr Coulomb, pero no lo sobreestima como el de Drucker-Prager, e igualmente muestra buen ajuste a datos de pruebas triaxiales convencionales por lo cual es de uso práctico. Para propósitos del estudio de sensibilidad en el capítulo 3 de la presente tesis, también se utilizaran el criterio de Mohr Coulomb dado que es el más utilizado en estudios de estabilidad, y el criterio de Lade Modificado ya que la literatura indica que es de gran aceptación para el análisis en formaciones de shale y este es el tipo de roca tomada para el estudio.

Para el caso del uso del criterio de Mogi-Coulomb, al introducir los datos de los esfuerzos principales de la ecuación (28) dentro de este criterio, esto lleva a una ecuación de cuarto grado para obtener la presión de colapso y además en función del ángulo θ , por lo que un método numérico con bucles iterativos sería necesario para resolver el problema; sin embargo Al-Ajmi (2006) desarrollo una aproximación mediante la consideración de un ángulo máximo que puede ser determinado a

partir de la ecuación (29), y la cual está basada en el argumento que los esfuerzos principales σ_1 (o σ_2), el esfuerzo tangencial y el esfuerzo axial alcanzaran sus valores máximos y mínimos en los mismo puntos, por ello es factible obtener las posiciones angulares de la presión de colapso al derivar σ_θ o σ_z con respecto θ e igualar a cero.

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}\right) \quad (29)$$

$$\theta_2 = \theta_1 + \frac{\pi}{2}$$

Con esta simplificación, no se hace necesario un algoritmo complejo para obtener la presión de colapso ya que el ángulo crítico $\theta_{colapso}$ es obtenido a priori; y aunque se desprecian los efectos de los esfuerzos de cizalla, se resalta que estos son de una magnitud menor a los normales y la influencia de los cuadrados de estos esfuerzos en la ecuación original de la cual proviene (29) sería despreciable de acuerdo a Al-Ajmi (2006).

Para la implementación de este criterio de falla, se elaboró un programa en Microsoft Excel[®] que integra cálculos básicos y macros (Lenguaje de programación de Visual Basic para Aplicaciones (VBA)) para llevar a cabo las operaciones de iteración necesarias y la evaluación de la presión de colapso. De igual forma se programaron los criterios de Mohr Coulomb y Lade Modificado. En el anexo A de la presente tesis se encuentran especificados los esquemas de los programas utilizados en esta etapa.

1.5.2 Cálculo de la presión de fractura. Para el caso de la presión de fractura, esta puede ser definida como aquella presión que supera la resistencia a la tensión de la roca provocando la generación de una fractura hidráulica que puede llevar a problemas de pérdidas de circulación significativos, y por lo que se convierte en el límite superior para el diseño del peso de lodo óptimo para perforar.

De acuerdo al criterio de falla por tensión previamente definido en la sección 1.3.9, si se reemplazara el valor de σ_2 de la ecuación (28) dentro de la ecuación (25), se obtendría una expresión en función de σ_θ , el cual depende de P_w y para el cual se puede realizar un desarrollo matemático con el fin de despejar dicha variable, obteniendo una ecuación explícita para la presión de colapso. Luego de este procedimiento se llega a la ecuación (30), la cual está en función del parámetro θ y donde el siguiente paso consiste en determinar el valor mínimo de P_{frac} al variar θ desde 0° hasta 360° , lo cual es posible mediante un proceso numérico iterativo, y el cual nos dará la presión de fractura. La evaluación de este criterio igualmente se desarrolló mediante el mismo programa en Microsoft Excel[®] utilizando VBA.

$$P_{frac} = \sigma_x + \sigma_y - 2(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta - 4\sigma_{xy} \sin 2\theta - \frac{\tau_{\theta z}^2}{\sigma_z + \sigma_t - P_p} + \sigma_t - P_p \quad (30)$$

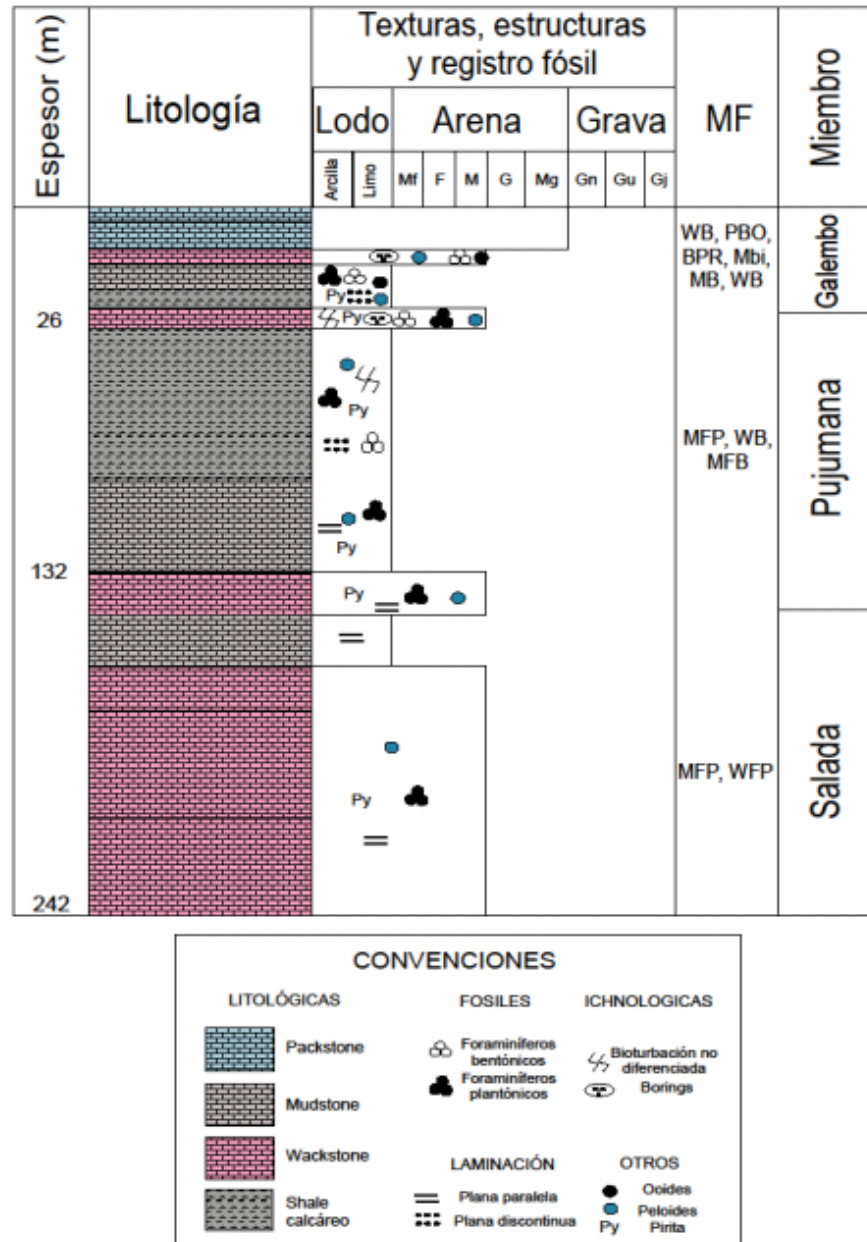
Como consideración adicional de este estudio, en el caso que no se contara con datos de la resistencia a la tensión de la roca, esta se asumirá cero ya que la literatura indica que este valor es acorde toda vez que se acepta que las rocas son débiles en cuanto a dicha resistencia y la cual es despreciable para rocas con presencia de fracturas preexistentes, diaclasas o fallas donde las fracturas hidráulicas normalmente inician bajo la presión del fluido, Hossain et al (2000) y Sinmangunsong et al (2006); además con un mayor valor de esta resistencia, la presión de fractura se incrementa por lo que la suposición de cero representa una estimación conservativa de dicha variable.

1.6 DESCRIPCIÓN DE LA FORMACIÓN DE ESTUDIO

La formación de estudio es La Luna, la cual hace parte de la secuencia estratigráfica de la cuenca del Valle Medio del Magdalena, y pertenece a la edad del Cretáceo Superior; esta se encuentra limitada en su tope por la Formación Umir (shale) y en su base por la Formación El Salto (caliza) o Simiti (shale) dependiendo la zona.

Esta formación comprende 3 miembros: Salada, Pujamana y Galemo, tal como se puede ver en la Figura 6, cada uno con características litológicas relativamente distintas, las cuales están registradas en la Tabla 7.

Figura 6. Columna Estratigráfica de la Formación La Luna.



Fuente: Ballesteros y Parra (2012)

La creciente necesidad de nuevos descubrimientos para el sustento energético del país y la nueva tendencia del desarrollo de yacimientos no convencionales de tipo shale plays a raíz del exitoso modelo mostrado por Estados Unidos han impulsado la investigación de la prospección de estos recursos en Colombia. En este escenario, considerando la Formación La Luna como la formación generadora por excelencia en el país y que se ha detectado un buen nivel de shales continuos con presencia de material orgánico en la sección media (miembro Pujumana) de esta según Ballesteros y Parra (2012), se tiene una nueva ventana en la exploración de hidrocarburos, sin embargo es crítico garantizar operaciones de perforación y fracturamiento hidráulico eficientes ya que son los elementos clave para producir este tipo de reservorios, por lo cual los estudios geomecánicos incluyendo los análisis de estabilidad de pozo son las herramientas más relevantes para llevar a cabo esta tarea.

Tabla 7. Características principales de los miembros de la Formación La Luna.

MIEMBRO	CARACTERIZACIÓN
Galembó	Shale calcáreo de estratificación delgada, negro, duro, con delgadas intercalaciones de caliza arcillosa. Se hallan concreciones de caliza discoidal con amonitas y capas delgadas de chert estratificado azul-negro. Capas fosfáticas cerca del tope contienen abundantes fósiles. (10% de la Formación)
Pujumana	Shale calcáreo de estratificación delgada, gris a negro. (50% de la Formación)
Salada	Shales calcáreos de estratificación delgada, negros, duros. Unas pocas capas delgadas de caliza negra y textura fina presentes con cintas y concreciones de pirita. Concreciones de caliza de forma elíptica son características de esta unidad. (40% de la Formación)

Fuente: INGEOMINAS, Mapa Geológico Colombiano-Memoria explicativa. Cuadrángulo H-12 Bucaramanga. 1973.

1.6.1 Estabilidad de pozos en shales. El término “shale” tiene múltiples definiciones. En un contexto geológico, shale es una roca sedimentaria de grano fino formada por compactación de partículas minerales tamaño limo y arcilla, y que exhibe fisibilidad y laminación. En un contexto de mecánica de rocas es conveniente restringir el término de shale a rocas sedimentarias donde la fase dominante (resiste la carga) consiste de minerales de arcilla, porque esto sirve como un control principal en las propiedades mecánicas y velocidades de onda, Holt et al. (2012).

La perforación a través de formaciones de shale es la más problemática en términos de tiempos no productivos debido a la morfología y propiedades litológicas de este tipo de roca, abarcando cerca del 70% de las estadísticas a nivel global de acuerdo a Islam (2009). Dependiendo del autor, diversos enfoques y efectos son considerados para abordar el estudio de estabilidad de pozo en shales; a continuación se hace un breve resumen de los principales aspectos analizados.

1.6.1.1 Poroelasticidad. Los efectos poroelásticos son muy importantes para shales ya que su baja permeabilidad permite la generación de zonas sobre o sub presionadas alrededor del pozo justo después de perforar. Además, esta baja permeabilidad evita la formación de torta de filtrado en la pared del pozo cuando se perfora con fluidos base agua (práctica común) y como consecuencia la penetración de fluido provoca aumento de la presión de poro, disminución de los esfuerzos efectivos e inducción de la falla, Araujo et al. (2006). Todo esto se vuelve un proceso dependiente del tiempo.

En este punto, la química del lodo es esencial para “inhibir” estos efectos, tal como lo indica Gazaniol et al. (1995). De igual manera este proceso es demorado en el tiempo por la misma baja permeabilidad del shale en caso que ningún aditivo especial esté actuando sobre el lodo para contrarrestar este efecto.

1.6.1.2 Efectos térmicos. Dado que los fluidos de perforación no tienen la misma temperatura de las rocas perforadas, la diferencia entre los coeficientes de expansión térmica de la matriz de la roca y el fluido de poro genera exceso de presión de poro debido al transporte de calor a través de la roca saturada de

acuerdo a Araujo et al. (2006), por lo cual tanto la distribución de presión de poro como la de esfuerzos es afectada y consecuentemente la estabilidad; de igual forma es un proceso en función del tiempo.

Este efecto usualmente mejora la estabilidad al disminuir la presión requerida para colapso (asumiendo que el fluido es más frío que la formación), sin embargo aumenta el riesgo de alcanzar la fractura, por ello Islam et al. (2010) considera que los efectos térmicos pueden ser muy significativos y deberían ser incorporados en los modelos de estabilidad.

1.6.1.3 Plasticidad. Como muchas otras rocas, los shales sufren deformación irreversible antes de fallar cuando se sujetan a esfuerzos grandes. Opuesto al comportamiento elástico frágil, este comportamiento llamado plasticidad se modela generalmente con leyes constitutivas elastoplásticas. Diversos modelos se han desarrollado en este campo, sin embargo la mayoría de ellos tienen 2 enormes desventajas:

1. Usan muchos parámetros, los cuales son de difícil extracción de mediciones de laboratorio
2. Generalmente los resultados no pueden ser interpretados directamente como falla de la roca.

Consecuentemente, la implementación de este aspecto es de poca aplicación práctica.

1.6.1.4 Flujo osmótico (efecto químico). Es un mecanismo que implica el movimiento de iones fuera o dentro del shale. Cuando la actividad del lodo es menor que la actividad del agua del poro del shale (asumiendo el shale como una membrana semipermeable por su pequeño tamaño de poro), este último se deshidrata y esto lleva a una mayor resistencia de la roca debido a que esta incrementa el esfuerzo efectivo promedio al reducir la presión de poro y posiblemente porque la resistencia a la cizalla se incrementa con un menor contenido de agua de acuerdo a Gazaniol et al. (1995). Este fenómeno es una

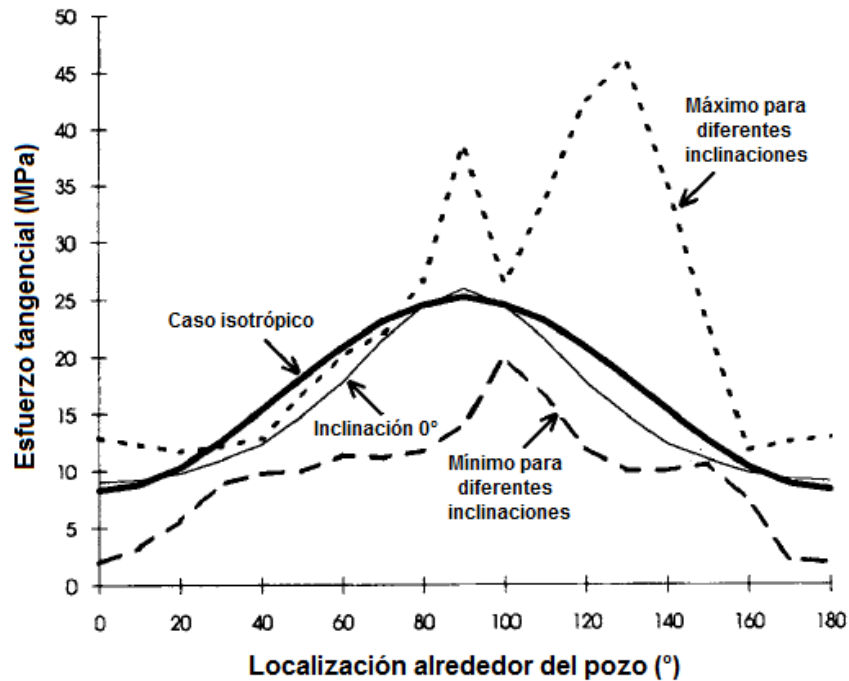
función del tiempo, y aquí se involucra el concepto de eficiencia de membrana. Una aproximación válida denotada por Araujo et al. (2006) es que al usar una menor actividad del lodo junto con el fluido a una menor temperatura se puede lograr un mejoramiento en la estabilidad de pozo.

Adicionalmente, según Meng y Fuh (2013), un buen diseño del sistema de lodo para lograr la inhibición de la interacción shale-fluido debe ser realizado antes de perforar este tipo de formaciones; por lo tanto es posible mitigar los efectos químicos asociados en estabilidad mediante un buen diseño del fluido a utilizar.

1.6.1.5 Anisotropía de la roca. Debido al alto contenido de arcilla y la forma de estos minerales asociado con el modo de sedimentación, los shales son frecuentemente tratados como rocas anisotrópicas. Sin embargo es importante tener claro que la anisotropía ocurre tanto a nivel de las propiedades elásticas como de la resistencia de la roca.

La mayoría del tiempo, la anisotropía en shales es considerada como equivalente a isotropía transversal debido a la presencia de planos de estratificación. Al simular el esfuerzo tangencial (considerándolo el máximo y por tanto responsable de la falla) se observa que la orientación de los planos de estratificación son muy importantes y hacen variar estos esfuerzos significativamente, como puede verse en la Figura 7. No obstante, se ha visto también que para los casos donde los planos de estratificación son horizontales o subhorizontales (es decir la misma orientación de los esfuerzos in situ, lo cual es el caso común), los valores de esfuerzos tangenciales con el modelo isotrópico son muy cercanos a los del modelo isotrópico transversal. En este sentido, Zhang (2014) destaca que otros autores han concluido en estudios previos que la influencia de la anisotropía no es tan significativa para el diseño de las ventanas de lodo, especialmente en la evaluación de la presión de fractura.

Figura 7. Cálculos del esfuerzo tangencial para diferentes valores de inclinación de los planos de estratificación (se muestran el máximo y mínimo).



Fuente: Traducido de Gazaniol D., et al., 1995. Wellbore failure mechanisms in shales: prediction and prevention. JPT SPE. Pag. 589-595

Por otro lado está la anisotropía en la resistencia de la roca, la cual define una variación de esta propiedad con respecto a la inclinación de los planos de estratificación, y que como consecuencia, los breakouts pueden no ocurrir en la dirección de los esfuerzos in situ; de aquí que se deba tener precaución en el análisis del azimut de esfuerzos in situ a partir de imágenes de breakout.

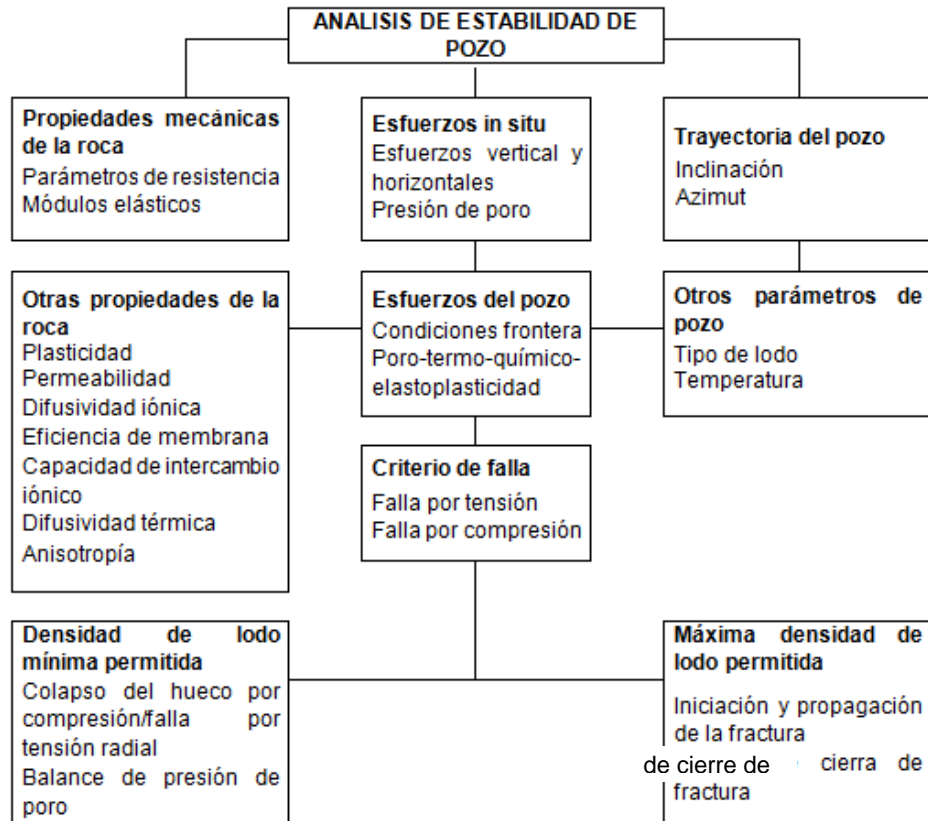
1.6.1.6 Otros efectos. Dependiendo del enfoque usado, otros mecanismos que pueden llevar a la falla en rocas tipo shale pueden ser considerados como por ejemplo la hidratación, alteración físico-química, intercambio catiónico, viscoplasticidad, entre otros.

1.6.2 Aproximación utilizada en el estudio. La sección 1.6.1 hizo un corto resumen de la variedad de aspectos mecánicos, físicos y químicos que pueden afectar la estabilidad en shales, mostrando probablemente que el modelo propuesto no representa adecuadamente la realidad sin embargo tres apreciaciones clave deben hacerse para justificar esta selección:

1. La disponibilidad de datos es limitada y solo se cuenta con la información para implementar un modelo como el definido previamente.
2. El uso de modelos más complejos para incorporar diferentes efectos requiere un desarrollo matemático exhaustivo que logre un acoplamiento adecuado entre cada uno, así como también el uso de métodos numéricos y software especializado como ANSYS[®], ABAQUS[®] y FLAD3D[®], lo cual se encuentra fuera del alcance de este trabajo.
3. El objetivo fundamental de la tesis busca el análisis de sensibilidad e incertidumbre sobre las variables geomecánicas de un modelo de estabilidad, por tal motivo, los parámetros geomecánicos como tal efectivamente son analizados en el estudio considerado.

2. PARAMETROS DE ENTRADA DEL MODELO DE ESTABILIDAD DE POZO

Figura 8. Esquema de los parámetros involucrados en la estabilidad de pozo.



Fuente: Traducido de FJAER, E. et al., 2008. Petroleum related rock mechanics. Elsevier, Hungary. 492 p.

En el contexto del modelo planteado, solo las contribuciones mecánicas son tenidas en cuenta para el diseño de la ventana segura de estabilidad, y esto está directamente ligado a la disponibilidad de información para el estudio, sin embargo es importante considerar que existen otros tipos de factores que pueden tener mayor o menor efecto en la estabilidad dependiendo de las condiciones de cada pozo en particular. La Figura 8 esquematiza el procedimiento de un análisis de

pozo completo considerando la mayoría de datos de entrada posibles, y donde para un análisis simple solamente los datos de la primera fila son requeridos (lo cuales serán el objeto de estudio de aquí en adelante); pero si se desea un nivel más avanzado de sofisticación, las características químicas, térmicas, plásticas, anisotrópicas y dependientes del tiempo pueden ser añadidas. En la mayoría de los casos los efectos son básicamente adicionados por superponer las contribuciones poroelásticas, termoelásticas y osmóticas a los esfuerzos en el pozo. Esto puede ser satisfactorio en la mayoría de los casos pero implica un acoplamiento entre los procesos químicos, térmicos y mecánicos, lo cual representa mayor complejidad matemática y consecuentes desafíos en los cálculos necesarios.

Tabla 8. Rangos típicos de los principales factores de la inestabilidad de pozo.

FACTOR	RANGO
Gradiente de esfuerzo vertical, $\Delta\sigma_v$ (kPa/m)	22.6 – 29
Esfuerzo horizontal mínimo normalizado, σ_h/σ_v	0.3 – 1.5
Relación de esfuerzos horizontales, σ_H/σ_h	1.0 – 2.0
Azimut del pozo, β	0 – 90°
Desviación del pozo, α	0 – 90°
Cohesión efectiva de la roca, c (MPa)	3.0 – 16.5
Ángulo de fricción efectivo de la roca, ϕ	22.0 – 33.0°
Resistencia a la tensión de la roca, σ_t (MPa)	1.3 – 3.0
Módulo de Young de la roca (GPa)	5.0 – 15.0
Relación de Poisson de la roca, ν	0.1 – 0.4
Gradiente de presión de poro, ΔP_p (KPa/m)	10.4 – 20.4

Fuente: Modificado de CHEN X., TAN C., HABERFIELD C., 1997. Guidelines for efficient wellbore stability analysis. Int. J. Rock Mech. & Min. Sci. 34:3-4, paper No 50.

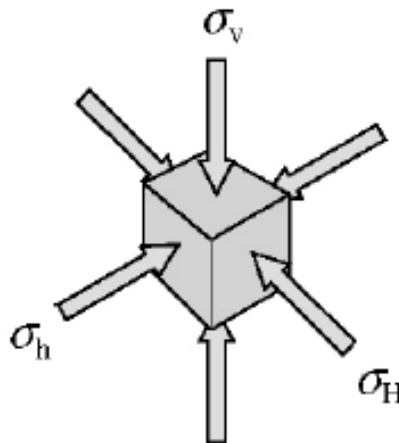
De acuerdo a Chen et al. (1997), para investigar los parámetros clave en la estabilidad de pozo es importante considerar los rangos comunes en los cuales se encuentran, tal y como está planteado en la Tabla 8.

A continuación se hace una breve descripción de cada uno de los factores mencionados anteriormente con el fin de familiarizar las nociones conceptuales y físicas implicadas en los parámetros de entrada del modelo de estabilidad

2.1 ESFUERZOS IN SITU

Antes que cualquier perturbación es introducida en la masa de roca, ella está en su estado natural de esfuerzos, frecuentemente llamada esfuerzos in situ, tal como se esquematiza en la Figura 9. Cuando se realiza el proceso de perforación el estado natural es perturbado localmente y la roca llega a un nuevo estado de equilibrio. Este estado de esfuerzos alrededor del pozo es entonces estudiado usando varios criterios de falla.

Figura 9. Esquema de los esfuerzos in situ.



Fuente: AADNOY, B. y REZA L., 2011. Petroleum rock mechanics: drilling operations and well design. Elsevier, USA. 376 p.

Para entender las componentes del tensor de esfuerzos de la roca para una cierta área, la información preexistente acerca del estado de esfuerzos en el sitio debe ser usado. Basado en la topografía, evidencia geológica y otra información, la dirección vertical es frecuentemente considerada como la dirección de esfuerzo principal sin embargo se debe tener especial cuidado al perforar pozos desviados cerca a regiones de capas de sal o tectónicamente activas. Ese esfuerzo vertical es usualmente estimado mediante la densidad de la roca y la profundidad de interés.

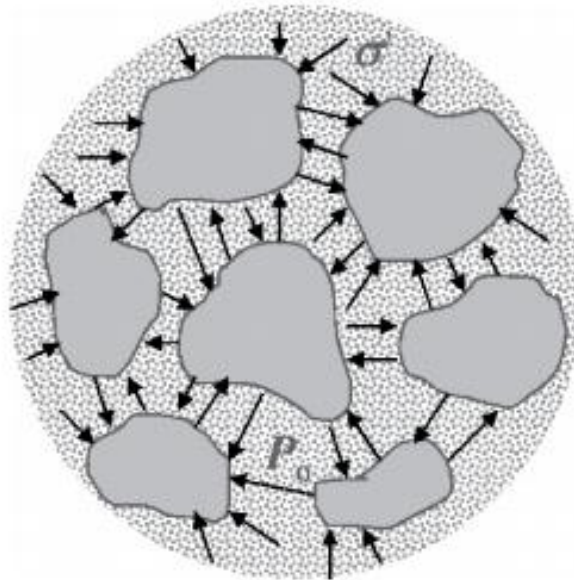
Las direcciones de los esfuerzos principales y la tasa de diferencia de esfuerzos pueden ser evaluadas por inversión de soluciones de plano focal o por la anisotropía de onda de cizalla sísmica. Para establecer la orientación de los esfuerzos horizontales, las fracturas inducidas por perforación o hidráulicas, y orientaciones de los breakouts son lo más aplicado. Un resumen de la determinación de los esfuerzos in situ incluye:

- Pruebas de laboratorio como análisis de deformación diferencial, recuperación de deformación inelástica y técnicas acústicas (análisis de la velocidad de onda diferencial, emisión acústica)
- Registro de densidad para determinar el esfuerzo vertical
- Registros de pozo para calcular las direcciones de los esfuerzos horizontales tales como registros de caliper y de imagen (tipo UBI o FMI)
- Pruebas de fractura hidráulica para estimar el esfuerzo horizontal mínimo incluyendo Pruebas Leak-Off (LOTs), Pruebas Leak-Off extendidas (XLOTs), minifrac y micro-frac
- Datos de fracturas inducidas por la perforación y breakouts para limitar el valor del esfuerzo horizontal máximo
- Otros métodos tales como la inversión de información LOT, límites de esfuerzos e información de perforación

2.2 PRESIÓN DE PORO

La presión de poro o presión de formación se define como la presión que ejercen los fluidos sobre los poros de la roca. Generalmente la presión de poro se encuentra entre la presión hidrostática (asumida como la presión que generaría una columna de agua a la profundidad de interés) y la presión de sobrecarga (equivalente al esfuerzo vertical); la diferencia entre la presión de poro y la presión hidrostática es llamada sobrepresión.

Figura 10. Esquema del esfuerzo efectivo y la presión de poro en una roca.



Fuente: AADNOY, B. y REZA L., 2011. Petroleum rock mechanics: drilling operations and well design. Elsevier, USA. 376 p.

Del concepto de la presión de poro, se desprende la noción del esfuerzo efectivo, formulado por Terzagui (1943), el cual sugiere que el esfuerzo total que soporta una roca es parcialmente soportado por la matriz de la roca y parcialmente por los fluidos que contiene. Esto puede ser matemáticamente expresado mediante:

$$\sigma = \sigma' + P_p \quad (31)$$

Dónde:

σ : Esfuerzo total aplicado

σ' : Esfuerzo efectivo

P_p : Presión de poro

Esta ecuación denominada ecuación de Terzaghi es muy importante en el análisis de presiones de poro ya que la mayoría de los métodos que predicen perfiles de presión se basan en esta ecuación.

Los métodos de estimación de la presión de poro presentan una amplia gama de posibilidades que abarcan métodos geofísicos, parámetros de perforación, observaciones directas sobre el lodo de perforación y los ripios perforados; así como el análisis de registros de pozos, y herramientas para realizar mediciones directas de presión. En términos generales, casi todos los métodos mencionados permiten realizar estimaciones de manera indirecta.

Los métodos usados en la determinación de presiones de poro, se pueden categorizar en tres grupos de acuerdo al tiempo en el cual son aplicados: por un lado están los métodos usados antes de la perforación de los pozos (métodos predictivos); en segundo lugar, están los métodos usados durante la perforación como tal (métodos de detección); y finalmente, los métodos usados después de la perforación de los pozos (métodos de evaluación y verificación). En la Tabla 9, se registran algunos de los métodos mencionados anteriormente.

Tabla 9. Métodos utilizados en la estimación de la presión de poro.

Tiempo de aplicación	Método
Antes de la perforación (Métodos predictivos)	<ul style="list-style-type: none"> • Reportes de lodo y de perforación de pozos de correlación • Correlaciones geológicas de regiones similares • Evaluación de registros de pozos de referencia • Métodos geofísicos <ul style="list-style-type: none"> - Sísmicos (velocidad) - Gravedad (densidad) - Magnéticos - Prospección eléctrica
Durante la perforación (Métodos de detección)	<ul style="list-style-type: none"> • Parámetros de perforación <ul style="list-style-type: none"> - Método del exponente “d” • Parámetros de lodo (aumento de fluido en las piscinas de lodo, presencia de fluidos de formación en el lodo, tasa de flujo de lodo, entre otros) • Parámetros de recortes de perforación (tamaño, volumen, forma) • Toma de registros mientras se perfora (LWD) • Método de Eaton • Método de la profundidad equivalente
Después de la perforación (Métodos de verificación y calibración de los perfiles de formación)	<ul style="list-style-type: none"> • Medidas de presión directa en el fondo de pozo • Evaluación con registros de pozo

Fuente: CALDERÓN, Zuly. Introducción a la mecánica de rocas y sus aplicaciones en la industria del petróleo. Bucaramanga-Colombia: División de Publicaciones UIS, 2012. 456 p.

2.3 PROPIEDADES ELASTICAS DE LA ROCA

2.3.1 **Módulo de Young.** También conocido como módulo elástico, es la constante de proporcionalidad o gradiente de la curva en una gráfica de esfuerzo vs deformación axial (en la misma dirección que se aplica la fuerza), y es una propiedad constante para un material elástico-lineal. El orden de magnitud del módulo de Young para rocas esta entre 1 y 100 GPa. Valores altos de este parámetro significan una alta resistencia y comportamiento de tipo más frágil.

2.3.2 **Relación de Poisson.** Es un parámetro adimensional y se define como la relación entre la deformación lateral (deformación perpendicular al esfuerzo aplicado) sobre la deformación longitudinal (deformación en la dirección del esfuerzo aplicado), en una muestra sometida a un esfuerzo uniaxial. La relación de Poisson en rocas puede variar en rangos distintos de acuerdo al autor pero el rango puede establecerse de forma conservativa entre 0,1 y 0,3. A medida que este parámetro se hace más alto, el material tiende a ser más incompresible.

Los dos últimos parámetros elásticos: módulo de Young y relación de Poisson, son suficientes para describir completamente el comportamiento de materiales isotrópicos y elásticos lineales. No obstante, existen otros módulos elásticos importantes como son: el módulo de rigidez, el módulo volumétrico y la constante de Lamé, los cuales pueden ser obtenidos de relaciones matemáticas con los dos módulos descritos.

Estos parámetros pueden ser evaluados a partir de pruebas de laboratorio (módulos estáticos) como se puede ver en la Tabla 10, o mediante correlaciones con los datos de los registros acústicos (módulos dinámicos), que son relacionadas a continuación:

$$E = \frac{\rho v_s^2 (3v_p^2 - 4v_s^2)}{(v_p^2 - v_s^2)} \quad (32)$$

$$\nu = \frac{v_p^2 - 2v_s^2}{2(v_p^2 - v_s^2)} \quad (33)$$

Dónde:

v_p : Velocidad sísmica de compresión

v_s : Velocidad sísmica de cizalla

ρ : Densidad de la roca

Tabla 10. Pruebas geomecánicas para el estudio de estabilidad de pozo.

Prueba	Parámetro evaluado
Prueba de compresión uniaxial	Módulo de Young
	Relación de Poisson
	UCS
	Deformaciones: axial, circunferencial, volumétrica
	Velocidades: de compresión y de cizalla
Prueba brasilera	Resistencia a la tensión
Prueba de compresión triaxial	Módulo de Young
	Relación de Poisson
	CCS
	Deformaciones: axial, circunferencial, volumétrica
Envolvente de falla múltiple	Cohesión
	Ángulo de fricción interna

Fuente: CARVAJAL J. et al., 2007. Geomechanical wellbore stability modeling of exploratory wells – study case at Middle Magdalena basin. CT&F-Ciencia, Tecnología y Futuro, Volumen 3, Número 3.

2.4 PROPIEDADES DE LA RESISTENCIA DE LA ROCA

Una información cuantitativa confiable de la resistencia y propiedades de la roca puede ser solo obtenida de corazones. Sin embargo en casos de campo, los corazones no siempre son disponibles y usualmente son discontinuos y parciales. Por lo tanto estos parámetros son deducidos de correlaciones de registros. Cada relación empírica es desarrollada para un particular tipo, edad, profundidad, rango y campo. Por consiguiente, se deben calibrar con medidas de núcleos siempre que sea posible. Registros sísmicos y de densidad son los más comúnmente usados para predecir la resistencia de una roca (Horsrud 2001, Chang et al. 2006, Lal 1999).

2.4.1 Resistencia a la presión sin confinamiento (UCS). La UCS representa la fuerza máxima que pueden soportar las rocas antes de fallar. Esta propiedad es determinada mediante la prueba de compresión sin confinamiento, la cual consiste en aplicar una fuerza axial sobre la roca en una forma continua incrementando su magnitud hasta que se observe una falla por compresión (ASTM D 3148, 2002), de acuerdo con Carvajal et al. (2007).

Figura 11. Esquema de la prueba de compresión uniaxial.

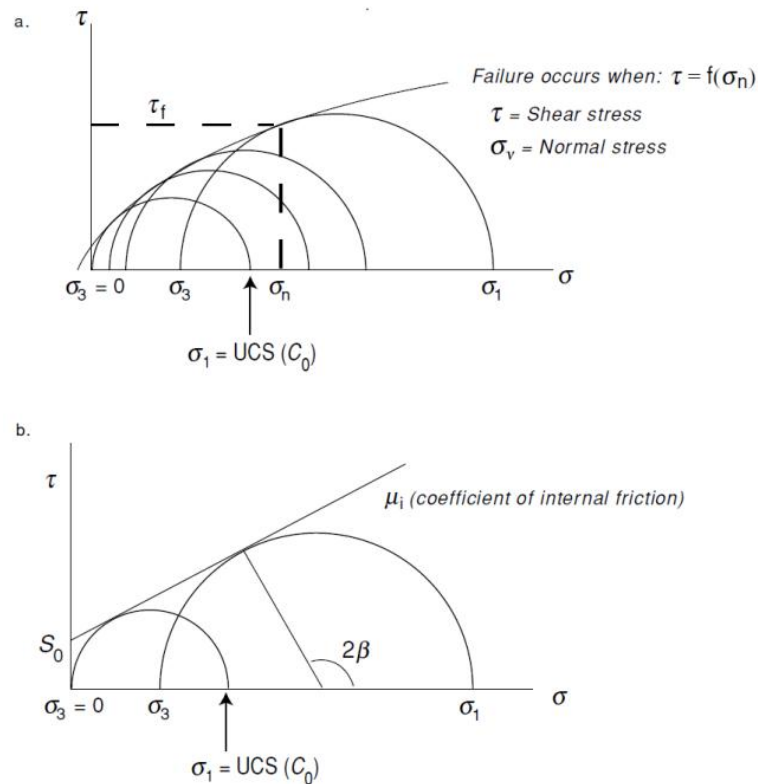


Fuente: AADNOY, B. y REZA L., 2011. Petroleum rock mechanics: drilling operations and well design. Elsevier, USA. 376 p.

En el caso que no se cuenten con núcleos para realizar estas pruebas, es posible recurrir a ciertas correlaciones que van a depender de las condiciones específicas de la formación a evaluar (litología, porosidad, propiedades elásticas, etc.), como las que pueden ser encontradas en Zoback (2007).

2.4.2 Angulo de fricción interna y cohesión. Dado que la resistencia de la roca depende de cómo este confinada, se llevan a cabo pruebas de compresión triaxiales en las cuales se puede ver el efecto de incrementar la presión de confinamiento. Con el fin de registrar dichos datos, estas pruebas de resistencia se suelen presentar usando círculos de Mohr y envolventes de falla de Mohr, tal como se puede ver en las Figuras 12a y 13.

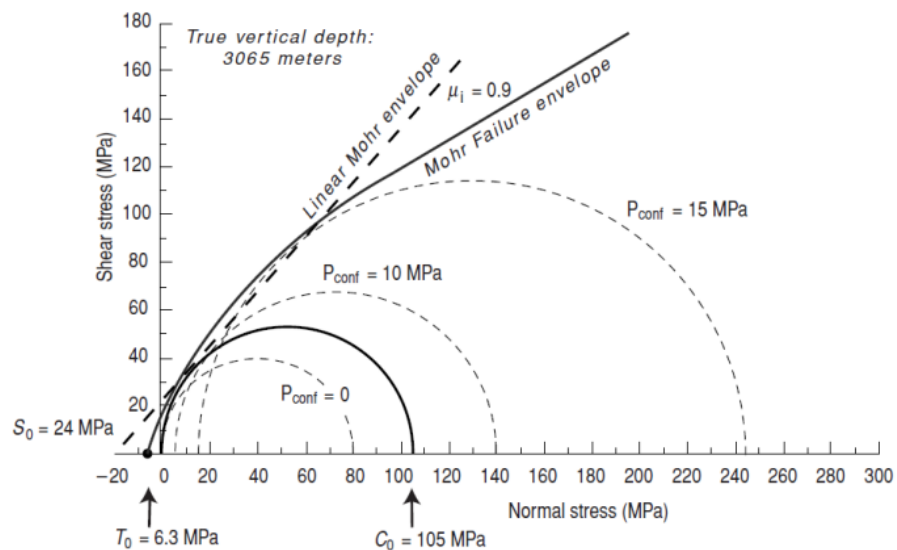
Figura 12. a. Envolvente de Mohr; b. Envolvente linealizada de Mohr.



Fuente: ZOBACK M., 2007. Reservoir Geomechanics. Cambridge University Press, United Kingdom. 449 p.

Los estados de esfuerzos permisibles (descritos por cada círculo de Mohr) son aquellos que no intersectan la envolvente de falla de Mohr. La pendiente de la envolvente de falla decrece para la mayoría de las rocas a medida que la presión de confinamiento aumenta, como se aprecia en la Figura 12a. Sin embargo, es posible considerar el cambio de la resistencia con la presión de confinamiento en términos de una envolvente de falla de Mohr-Coulomb linealizada y definida por dos parámetros: μ_i , la pendiente de la línea de falla, denominada coeficiente de fricción interna, y la UCS. También es posible describir dicha línea de falla a través de su intercepto con el eje y, el cual es llamado resistencia cohesiva o cohesión, c , y el cual es común en mecánica de suelos.

Figura 13. Ejemplo de un caso de pruebas de compresión triaxial graficadas mediante la envolvente de Mohr



Fuente: ZOBACK M., 2007. Reservoir Geomechanics. Cambridge University Press, United Kingdom. 449 p.

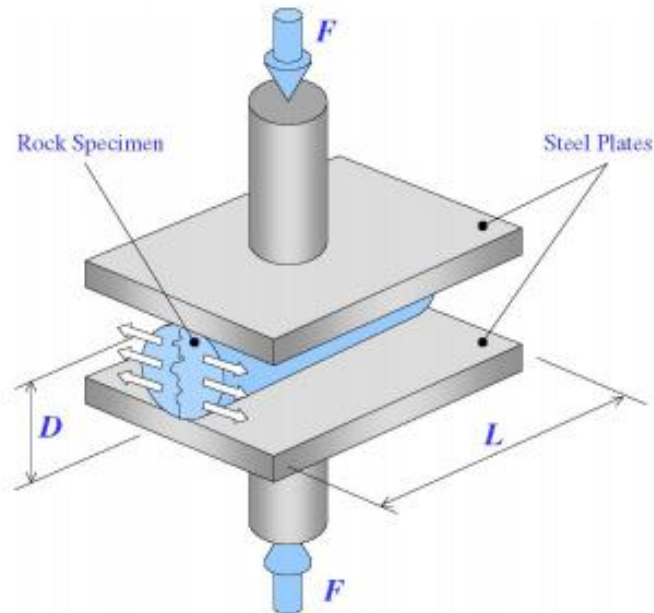
Como la cohesión no es un parámetro medible físicamente, es más común expresar la resistencia mediante la UCS. La relación entre c y UCS es:

$$UCS = 2c[(\mu_i^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + \mu_i] \quad (34)$$

Aunque la forma más sencilla de estimar la UCS es por medio de la prueba de compresión uniaxial, se recomienda utilizar la metodología de las pruebas triaxiales ya que se evitan ciertos errores asociados con las condiciones de medición bajo el estado uniaxial.

2.4.3 Resistencia a la tensión. La resistencia a la tensión describe la capacidad de la roca para resistir esfuerzos de tensión. Usualmente esta propiedad es evaluada mediante una prueba brasilera, como se ilustra en la Figura 14, la cual implica el incremento progresivo de una fuerza compresiva aplicada transversalmente al eje axial de la muestra en un punto del diámetro hasta que la roca falle en un modo de tensión indirecto (ASTM D 3967-05, 2002), tal como lo indica Carvajal et al. (2007).

Figura 14. Esquema de la prueba brasilera para prueba de materiales.



Fuente: AADNOY, B. y REZA L., 2011. Petroleum rock mechanics: drilling operations and well design. Elsevier, USA. 376 p.

2.5 INCERTIDUMBRE EN LOS PARAMETROS DE ENTRADA

La mayoría de parámetros de entrada del modelo pueden ser evaluados a partir de registros de pozo, por lo cual estas herramientas son las principales fuentes de información en un estudio de estabilidad, siempre y cuando no sea posible contar con núcleos de la formación de interés u otro tipo de pruebas. Los registros necesarios para realizar un análisis geomecánico son: gamma ray, SP, densidad, porosidad, resistivos, sónico de compresión y de cizalla, registros de imágenes, caliper y bit size, de acuerdo a Martin (2014).

Dado que la medición por medio de registros representa una estimación indirecta de las propiedades en cuestión y el uso de relaciones que sencillamente transforman unas cantidades dadas en otras, estos valores tendrán un error asociado; en este sentido, Trand y Abousleiman (2010) consideran que los parámetros usados en la evaluación de inestabilidad de pozo se pueden dividir en 3 categorías teniendo en cuenta la base de las incertidumbres:

1. Geometría del pozo: profundidad del pozo, ángulo de inclinación del pozo, y azimut (frecuentemente conocidos de forma precisa).
2. Condiciones in situ: presión de poro y campo de esfuerzos (incertidumbre presente)
3. Propiedades de la roca: propiedades elásticas y resistencia (incertidumbre presente)

Según Udegbumam et al. (2013) los errores de interpretación y medición son las mayores causas de error de los parámetros de entrada. De la misma manera, Aadnoy (2011) hace algunas observaciones referentes a la raíz de estos errores luego de la revisión de diferentes reportes de estabilidad de pozo durante sus años de trabajo; algunos de los principales hallazgos son:

- Falta de calibración con información leak-off, breakout y registros de imagen
- Interpretación errónea de pruebas de fractura, pruebas de extensión y registros
- Esfuerzos in situ adivinados o asumidos de fuentes pobres
- Inconsistencia entre la data de entrada y los resultados de salida
- Falta de modelos de extrapolación; los actuales solo llegan al uso de la regla de establecer tendencias verticales

2.6 CUANTIFICACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE EN LOS PARAMETROS DE ENTRADA

En vista de las incertidumbres presentes en los datos de entrada del modelo de estabilidad, y su consecuente repercusión en las predicciones que este puede arrojar dando un error acumulado considerable que hace los resultados pobres e imprecisos, y razón por la cual se ha impedido también que los análisis de estabilidad sean parte de las aplicaciones de rutina en campo como lo afirma Ottesen et al. (1999), se hace necesario la implementación de un enfoque probabilístico que pueda considerar el grado de incerteza y mejorar el producto final del análisis de estabilidad. En este escenario, es crucial primero determinar la magnitud de las incertezas asociadas a cada parámetro de entrada. La Tabla 11 es una recopilación de distintos estudios realizados en el área de modelos de estabilidad con un enfoque estocástico y que permite visualizar la selección del nivel de incertidumbre para los datos de entrada.

Tabla 11. Incertidumbres de los parámetros de entrada utilizados en diferentes estudios de estabilidad de pozo con un enfoque probabilístico.

ESTUDIO	INCERTIDUMBRE CONSIDERADA
DA FONTAURA, Sergio, et al. (2002)	10% para cada parámetro
MOOS, Daniel, et al. (2003)	5% para cada parámetro
LI AND BAI (2012)	10% para cada parámetro
TRAN AND ABOUSLEIMAN (2010)	3% para cada parámetro
UDEGBUNAM ET AL. (2013)	Variable dependiendo del parámetro
OTTESEN ET AL. (1999)	Variable dependiendo del parámetro
MORITA (1995)	Variable dependiendo del parámetro
AL-AJMI AND AL-HARTHY (2010)	Variable dependiendo del parámetro
HOLZBERG B. (2001)	Propone métodos de cuantificación

En los estudios 1, 3 y 4 se asignaron valores constantes a todas las variables, pero no se indicaron las consideraciones para establecer dichos valores. Este es el mismo caso para los estudios 6, 7 y 8 pero con la distinción que los parámetros tienen incertidumbres variables. Ahora bien, de acuerdo a Moos et al. (2003), para los factores del modelo (esfuerzos in situ, presión de poro y propiedades mecánicas) se asigna un valor por defecto de incertidumbre de 5%, el cual es consistente con su experiencia cuando se maneja buena información.

Para el caso del estudio 5, las incertidumbres son tomadas del estudio realizado por Aadnoy (2011) y estas serán abordadas en la sección 2.6.1; por otro lado, el estudio 9 corresponde a la propuesta de métodos para llevar a cabo una cuantificación de las incertidumbres de manera formal a diferencia de los demás estudios donde la mayoría trabajaron con valores arbitrarios o sujetos a la experiencia del autor, este enfoque será tratado en la sección 2.6.3.

A continuación se describen algunos enfoques utilizados en el campo de la cuantificación de incertidumbres para parámetros de estabilidad de pozo y además se propone un método para evaluar dichas incertidumbres con base en los errores de medición de los registros de pozo, que representan la principal fuente de datos para el cálculo de las variables geomecánicas.

2.6.1 Enfoque basado en la opinión de expertos. Cuando la información de entrada es escasa, la consulta a expertos es una alternativa para obtener una mejor visión de las consideraciones necesarias para establecer los valores de incertidumbres. En este contexto, se tomará como referencia el trabajo de Aadnoy (2011) que describe la valoración de cada parámetro de acuerdo al tipo de imprecisión presente en el método de estimación, teniendo en cuenta la amplia trayectoria de este autor en el área de la geomecánica y sus múltiples trabajos de investigación realizados y publicados a nivel internacional.

Tabla 12. Incertidumbres de los parámetros de un modelo de estabilidad de pozo

Parámetro	Incertidumbre (%)
Presión de poro de mediciones directas	2
Presión de poro de mediciones indirectas	30
Esfuerzo vertical a partir de medidas de densidad de formación	5
Esfuerzo vertical a partir de registros de pozo	10
Esfuerzo mínimo horizontal	5
Esfuerzo máximo horizontal	20
Cohesión	50
Angulo de fricción interna	20
Relación de Poisson con datos de registros	10
Relación de Poisson con calibración de datos de laboratorio	5
Resistencia a la tensión a partir de registros de pozo	20

Fuente: Modificado de AADNOY B., 2011. Quality assurance of wellbore stability analyses. Paper SPE/IADC 140205 presentado en SPE/IADC Drilling Conference and Exhibition Amsterdam, 1-3 Marzo, 2011.

Las incertidumbres derivados de este estudio se encuentran registradas en la Tabla 12, y a continuación se hace una reseña de los argumentos relacionados a dichas imprecisiones planteadas.

Inicialmente se debe establecer que las incertidumbres en la Tabla 12 son por ahora “invitados educados” y pueden ser ajustados cuando futuros estudios se lleven a cabo, sin embargo, se cree que el orden de magnitud es correcto.

Las mediciones de presión de poro de métodos directos son consideradas bastante precisas, y es estimado un valor de 2% para su imprecisión. La presión de poro de medidas indirectas es mucho más incierta. Más o menos 70% de todas las rocas que se perforan son shale o arcilla, las cuales son casi impermeables. Dada la falta de permeabilidad no se puede medir la presión de poro directamente sino que se tiene que usar métodos indirectos tales como información de perforación y registros de pozo. Además de la significativa incertidumbre en la predicción, frecuentemente se asumen perfiles de presión de poro continuos, cuando en presencia de barreras no permeables en un intervalo, se esperan perfiles de presión de poro discontinuos. Sin la capacidad de cuantificar la alta incertidumbre se asume 30% para la estimación indirecta de la presión de poro.

Regulaciones requieren que se haga muestreo de cortes a través de la mayor parte del pozo a intervalos de 30 metros rutinariamente, y la densidad de la roca se mide con estos cortes. Esta densidad puede ser integrada a través de la profundidad del intervalo, y el resultado es definido como el esfuerzo de overburden. Aunque cada medida individual de densidad es bastante precisa, la porosidad de las rocas y también el muestreo discreto causa alguna imprecisión. Se asume 5% para este caso. A profundidades más grandes, los registros de densidad son usados para definir el esfuerzo de overburden. Algunas veces los registros sínicos u otros son usados en ausencia de registros de densidad. Un registro es una medida relativa y no absoluta, por lo que se asume 10% de incertidumbre.

La estimación de los esfuerzos depende del estado de esfuerzos asumido, y diferentes resultados pueden ser obtenidos dependiendo de estas asunciones. Hay varias formas de estimar los esfuerzos in situ. Para el esfuerzo mínimo horizontal,

el método más comúnmente usado es interpretar el cambio de pendiente en el gráfico de la prueba LOT cuando la presión cae después que la bomba es parada. La física aquí no es claramente entendida pero es consistentemente usada y proporcionara resultados útiles. Otros enfoques asumen esfuerzos horizontales iguales como se espera en una cuenca sedimentaria. Aadnoy y Karstad (2008) derivaron un modelo generalizado donde los esfuerzos horizontales fueron directamente acoplados al esfuerzo de overburden. Beck y van Eckelen (1983) compilaron estimados de esfuerzos para el Mar del Norte y usaron estos como correlaciones. El esfuerzo horizontal máximo es más difícil de estimar. Debido a la imprecisión en otros cálculos directos de dichos parámetros, frecuentemente se obtienen resultados no realistas. Sin embargo, hay varias formas de mejorar esto como por ejemplo, mediante el uso de distintas bases de datos, los métodos de inversión han sido exitosamente usados (Aadnoy, 1991) para estimar ambos esfuerzos horizontales y sus direcciones.

Las propiedades mecánicas de la roca frecuentemente se calculan de registros sísmicos. Ellas serán definidas como mediciones indirectas. Estimación de la cohesión es asumida a tener 50% de incertidumbre. Una roca inconsolidada puede tener cohesión igual a cero mientras una roca encima o debajo puede tener una alta cohesión. El ángulo de fricción para la mayoría de rocas varía entre 20 y 30 grados; y las areniscas, en particular tienen ángulos de fricción definidos y causados por el cierre intergranular. Se asume por ello una precisión más alta que la de la cohesión.

Para los datos de las propiedades elásticas se asumirán incertidumbres de 5% si se disponen de datos de pruebas de laboratorio (mayor confiabilidad), y de 10% para el caso del uso de registros. Esto en vista de la tendencia planteada para el caso del esfuerzo vertical descrito anteriormente.

Tabla 13. Distribuciones de probabilidad de los parámetros de entrada utilizados en diferentes estudios de estabilidad de pozo con un enfoque probabilístico.

ESTUDIO	TIPO DE DISTRIBUCIÓN PROBABILÍSTICA USADA
DA FONTAURA, Sergio, et al. (2002)	No aplica
MOOS, Daniel, et al. (2003)	Normal
LI AND BAI (2012)	Normal y log-normal
TRAN AND ABOUSLEIMAN (2010)	Normal
UDEGBUNAM ET AL. (2013)	Triangular y uniforme
OTTESEN ET AL. (1999)	Variable
MORITA (1995)	Normal
AL-AJMI AND AL-HARTHY (2010)	Uniforme
HOLZBERG B. (2001)	Normal

Con respecto al tipo de distribución de probabilidad que se podría utilizar para tratar las variables con base en las incertidumbres planteadas previamente, se puede ver en la Tabla 13 que la mayoría de estudios utilizan la distribución de probabilidad de tipo normal, esto asociado principalmente a que es el modelo más común para caracterizar distintos fenómenos reales, entre ellos los errores cometidos al medir magnitudes físicas; esta distribución básicamente se puede describir como una distribución de datos continuos que produce una curva simétrica en forma de campana. Con base en estos antecedentes, la recomendación sería utilizar este tipo de distribución para los propósitos de un estudio bajo el enfoque de opinión experta.

2.6.2 Enfoque basado en la variabilidad de la formación. Para el análisis de una sección de formación determinada (un intervalo X), es posible determinar las medidas estadísticas para cada variable (media, desviación estándar, histograma de frecuencias, etc.) a partir del conjunto de datos en profundidad con el que

generalmente se cuenta cuando los distintos parámetros geomecánicos han sido estimados a partir de información de registros de pozo. Con esto se puede obtener el rango de variación de cada dato de entrada e igualmente es posible definir el tipo de distribución probabilística que puede ser implementado durante el análisis de incertidumbre. Esta aproximación permite caracterizar la variabilidad espacial del parámetro en función de la litología de la formación pero no tiene en cuenta el error asociado a la medición indirecta de la propiedad o incertidumbre de los datos como tal; de forma adicional se tiene la desventaja de considerar el valor promedio del parámetro y la incertidumbre asociada para todas las profundidades que comprendan la formación de análisis. Pese a estas limitantes, esta metodología es la usada dentro del programa Ecoage[®] de Ecopetrol S.A. para los estudios de análisis de incertidumbre en estabilidad de pozo.

Mediante la implementación del complemento de Análisis de datos de Microsoft Excel[®], el cual permite determinar diversas mediciones estadísticas para un conjunto de datos dado, se calcularon la media y la desviación estándar (incertidumbre) para cada uno de los parámetros geomecánicos en la sección de interés del estudio. A continuación se muestran los datos en la Tabla 14.

Tabla 14. Datos para análisis de sensibilidad e incertidumbre derivados del enfoque de variabilidad espacial.

PARAMETRO	MEDIDAS ESTADISTICAS	
	MEDIA	DESVIACIÓN ESTANDAR (%)
Presión de poro (psi/ft)	0.6506	9.04
Esfuerzo vertical (psi/ft)	1.0461	0.06
Relación de Poisson	0.2544	8.92
Cohesión (psi)	1820.55	32.92
Angulo de fricción (rad)	35.03	5.68
Esfuerzo horizontal mínimo (psi/ft)	0.9803	4.45
Esfuerzo horizontal máximo (psi/ft)	1.0722	5.20
Resistencia a la tensión (psi)	655.26	33.35

Con referencia al tipo de distribución de probabilidad utilizado para cada variable, mediante el mismo conjunto de datos en profundidad y utilizando la herramienta de ajuste de distribuciones de Crystal Ball® (Versión de prueba) se pueden obtener cada una de las distribuciones aplicables a cada parámetro.

2.6.3 Enfoque basado en mediciones directas. En la mayoría de los trabajos estudiados se destaca el hecho que todos los parámetros de estabilidad fueron considerados independientes entre sí y también sobresale que de estos trabajos ninguno abordó la cuestión de cuantificar las incertidumbres asociadas a los parámetros asociados excepto por Holzberg (2001), y por lo que esta sección estará dedicada a revisar las técnicas disponibles para cumplir con dicha tarea.

Inicialmente, los métodos de obtención de parámetros pueden ser clasificados como métodos directos, donde el parámetro es determinado a través de mediciones, o métodos indirectos, donde el parámetro es estimado a través de correlaciones con otras cantidades medidas. A pesar que los métodos directos son más bien precisos, ellos son generalmente puntuales. De este modo, se tornan económicamente inviables de ser realizados a lo largo de todo el pozo. Los métodos indirectos, a pesar que son menos precisos, son más baratos y se estiman a través de relaciones con otras propiedades obtenidas de registros, y con ello, los valores de los parámetros a lo largo del pozo. Por lo tanto, para efecto de análisis de estabilidad de pozos, se utilizan los parámetros obtenidos por esos métodos indirectos, teniendo presente que los valores puntuales medidos ayudan en la calibración de estos métodos. De este modo, el problema de las incertidumbres asociadas a los parámetros (obtenidos indirectamente) está directamente ligado con la transformación de cantidades físicas medibles por registros en parámetros utilizados en el modelo de estabilidad adoptado.

En cuanto a la cuantificación de las incertidumbres de los parámetros, se puede afirmar que estas imprecisiones asociadas están directamente relacionadas con las formas de obtención de estos parámetros. Por lo tanto, el conocimiento sobre el grado de precisión que cada metodología de obtención presenta se vuelve crucial en el proceso de cuantificación. Sin embargo, no siempre esas metodologías presentan la misma precisión, o no siempre se dispone de este tipo información. El grado de precisión de un método indirecto va a depender de las condiciones físicas y químicas del pozo, como la litología, estado de la pared del pozo (para caso de

corridas de registros), calibraciones en función de la experiencia ya obtenida en la misma formación, el tipo de fluido de poro y otras innumerables peculiaridades de cada método. Por lo tanto frecuentemente el proceso de atribución de incertidumbres a un parámetro adquiere un carácter muy subjetivo. Siendo así, la experiencia del profesional desempeña un papel muy importante no solo en el ensayo de los valores de los parámetros, sino también en la cuantificación de sus errores.

Holzberg (2001) propuso una metodología para la cuantificación de incertidumbres dependiendo del pozo a analizar, ya sea un retroanálisis, es decir sobre un pozo ya perforado, o un pozo que se perforara en una zona de desarrollo donde hay posibilidad de identificar pozos de correlación.

2.6.3.1 Caso de pozos perforados. Debido a que las medidas obtenidas por métodos directos son mucho más precisas que las estimadas indirectamente, se pueden caracterizar una diferencia entre esos valores, obtenidos para un mismo punto, como un error de la metodología indirecta (o un error de la estimación). Por lo tanto se define el error puntual (E_p), que corresponde a la diferencia entre los valores medidos y estimados para un mismo punto:

$$E_p = V_m - V_e \quad (35)$$

Dónde:

V_m : Valor medido

V_e : Valor estimado

Mediante un análisis estadístico de un conjunto de errores puntuales E_p , se puede inferir el grado de incertidumbre que presenta una metodología indirecta. Ese conjunto de errores es constituido por los errores puntuales existentes en el pozo estudiado o en otros pozos de la región donde se haya aplicado la misma metodología de obtención. Las incertezas relativas de los valores obtenidos indirectamente son cuantificadas a través de una desviación estándar obtenida por

el estudio estadístico, que representa una dispersión de los valores posibles en relación al valor estimado. Obviamente en cuanto mayor sea el número de muestras, mejor será la cualidad de cuantificación de incertezas.

Adicionalmente se pueden tener en cuenta las fuentes secundarias de error como son los errores de medición (E_m), y los errores debidos al efecto de localización espacial (E_e), entonces se puede extender la definición previamente hecha en base a un error total E_T :

$$E_T = (V_m - V_e) \pm (E_m + E_e) \quad (36)$$

Finalmente se definen tres conceptos adicionales para conocer el valor de la incerteza asociada a un parámetro particular:

Error puntual total normalizado: corresponde al error puntual total E_T normalizado por el valor estimado.

$$\overline{E_T} = \frac{E_T}{V_e} \quad (37)$$

Desviación estándar normalizada: corresponde a la desviación estándar de los errores puntuales normalizados.

$$\bar{S} = \sqrt{\frac{\sum_1^n (\overline{E_T})^2}{n - 1}} \quad (38)$$

Donde n es el número de muestras.

Desviación estándar (D): medida de la cuantificación de las incertezas asociadas a los parámetros obtenidos a través de los métodos indirectos.

$$D = \bar{S} * V_e' \quad (39)$$

Donde V_e' es el valor estimado en el punto donde se desea efectuar la cuantificación de las incertidumbres. Este proceso representa una transformación de los valores normalizados en valores absolutos. Por lo tanto, a través de la desviación estándar D, se puede cuantificar las incertezas relativas de un valor estimado.

Obsérvese que una gran utilidad de esta metodología es la evaluación del error asociado a las transformaciones de las cantidades medibles con registros (tiempo de tránsito, densidad, etc.) en parámetros útiles en el modelo de estabilidad. No obstante es necesario contar con valores del parámetro de fuentes de medición directas. Igualmente es importante aclarar que debe hacerse un análisis de la aplicabilidad de esta metodología para cada parámetro y método de estimación en particular.

2.6.3.2 Caso de pozos no perforados en zonas de desarrollo. Para estimar los parámetros de un nuevo pozo en una región en desarrollo, se utiliza la información obtenida por el análisis de sismica de superficie y datos de registros de pozos de correlación. Las correlaciones o estimaciones de las propiedades para toda la trayectoria del nuevo pozo pueden ser hechas de acuerdo con estudios geoestadísticos de la región; debido las heterogeneidades naturales de la formación, estas estimaciones pueden presentar un alto grado de incertidumbre que debe ser considerada en un análisis probabilístico. Este ítem tiene como objetivo describir algunas técnicas geoestadísticas aplicables en la estimación de los parámetros y sus incerteza.

De acuerdo con el número y la disposición espacial de los pozos perforados y analizados en una región, una serie de métodos pueden ser aplicados en la estimación de parámetros en locaciones no mostrados. Básicamente, esos métodos pueden ser divididos en métodos clásicos, geoestadísticos y basados en

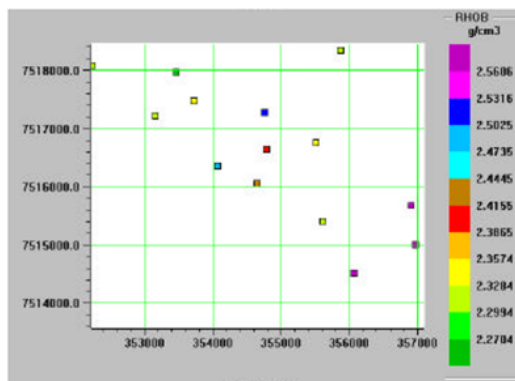
redes neuronales, donde los segundos son preferidos ya que ejecutan estimaciones considerando la continuidad espacial de la propiedad y permiten una cuantificación de las incertidumbres asociadas a las estimaciones.

Métodos geoestadísticos. La aplicación de las técnicas geoestadísticas es fundamentada en la teoría de las Variables Regionalizadas de Matheron (1962). Las variables regionalizadas son variables que se presentan distribuidas en un espacio y poseen un determinado grado de correlación espacial entre sí. Las técnicas utilizadas en la metodología propuesta por Holzberg (2001) incluyen el uso de kriging y simulación gaussiana secuencial, las cuales son usualmente desarrolladas con software y cuya base teórica esta fuera del alcance de este trabajo. Ahora bien, con el propósito de entender el flujo de trabajo relacionado a este tipo de alternativa, se describe a continuación un ejemplo práctico aplicado al cálculo de los parámetros de relación de Poisson, módulo de Young, cohesión y resistencia a la tensión con base en datos de los registros de tiempo de tránsito de la onda de compresión (dtc) y de densidad (RHOB).

Los pasos descritos a continuación solo contemplan el registro de RHOB pero el mismo procedimiento aplica al registro dtc:

1. Determinar la profundidad de interés donde se cuantificaran las incertidumbres, y graficar espacialmente los datos disponibles de los registros, como se ilustra en la Figura 15.

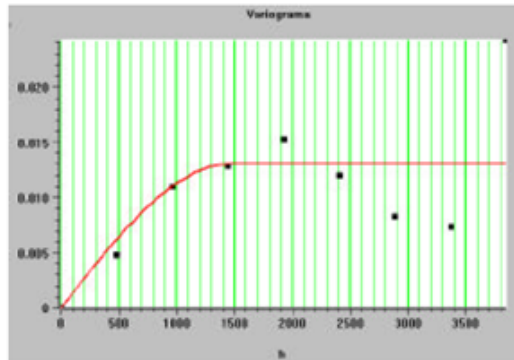
Figura 15. Localización de los puntos muestreados de la propiedad de densidad de formación a la profundidad dada.



Fuente: HOLZBERG B., 2001.

2. Caracterizar la variabilidad especial de la propiedad (RHOB) a través de la construcción del variograma experimental que mejor se ajuste a los datos.

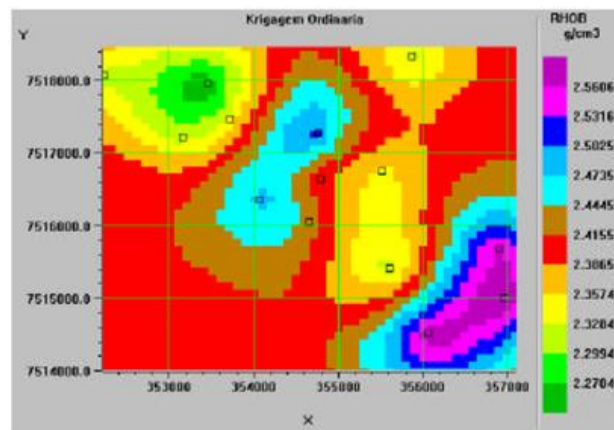
Figura 16. Construcción del variograma experimental para la propiedad RHOB.



Fuente: HOLZBERG B., 2001.

3. A partir de los variogramas construidos, llevar a cabo las estimaciones (poblamiento) mediante la técnica de Kriging ordinaria para la propiedad en cuestión a la profundidad dada.

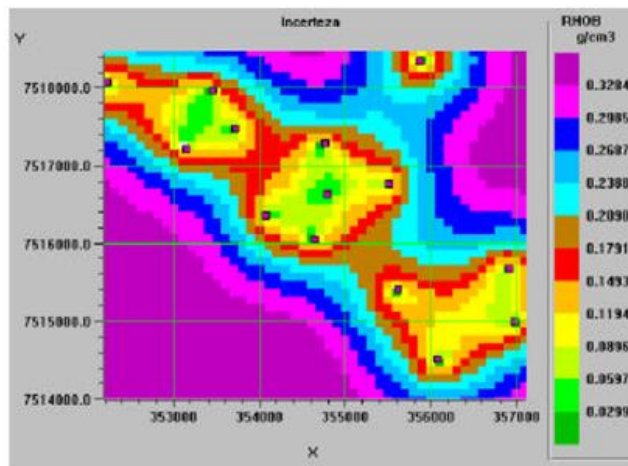
Figura 17. Estimación de la propiedad RHOB para el plano referente a la profundidad dada.



Fuente: HOLZBERG B., 2001.

El proceso de kriging ordinario brinda además de la estimación realizada, un índice de incertidumbre, denominado varianza minimizada del error de estimación, y los cuales son de igual manera graficados en forma espacial.

Figura 18. Índices de incertidumbre asociados a las estimaciones de la propiedad RHOB



Fuente: HOLZBERG B., 2001.

4. Se determinan las coordenadas del punto en el cual se desea hacer el análisis y se registran los valores de la media (estimación realizada-paso 3), y la desviación estándar (índice de incertidumbre-paso 3)
5. Se lleva a cabo el cálculo del parámetro de interés teniendo en cuenta los valores determinados en el paso 4, y usando la metodología descrita para el caso de pozos ya perforados.

2.6.4 Enfoque propuesto basado en la incertidumbre de las fuentes de datos (registros de pozo). Un nuevo enfoque es propuesto en este punto para evaluar la incertidumbre de los datos de entrada teniendo en cuenta la imprecisión de la información de los registros de pozo utilizados dentro de las correlaciones usadas para estimar dichos datos. En un caso práctico, el proveedor de los servicios de

registros debería reportar los valores de incertidumbre de las herramientas, sin embargo para este caso se muestran unos valores de referencia en la Tabla 15 con los registros más usados para estimar parámetros geomecánicos.

Tabla 15. Errores en las herramientas de registros.

REGISTRO	DESVIACIÓN ESTANDAR
Gamma Ray	± 5%
Neutrón	± 7%
Resistividad	± 10%
Sónico (Δt)	± 5%
Density	± 0.015 g/cm ³
Atenuación	± 5%

Fuente: BRYANT I., et al., 2002. Understanding uncertainty. Oilfield Review, Volume 14, Issue 3. Pag. 2-15

Mediante el uso de diferentes correlaciones, las cuales se relacionan en el anexo B de la presente tesis, se realizó un proceso de Simulación de Montecarlo (el cual es explicado en la sección 4.4.1), con el fin de propagar el error derivado de los registros en el valor final estimado de las variables de entrada del modelo. Con base en lo tratado en la sección 2.6.1, una distribución normal fue asumida para los datos de registros. A partir de los resultados de este ejercicio, para los datos promedio de la formación se construyó la Tabla 16 que ilustra las incertidumbres asociadas a los parámetros de entrada y las distribuciones probabilísticas ajustadas.

Es importante clarificar en este punto que algunas de las correlaciones aplicadas son específicas para condiciones de una cuenca determinada (e.g. el Golfo de México) y por ello tienen un error adicional que no está siendo considerado, así como también se puede decir que las imprecisiones debidas a la física asumida por las correlaciones y las relacionadas con la intervención humana (e.g. el

procedimiento para tomar el registro o calibrar la herramienta) tampoco hacen parte de los valores registrados en la incertidumbre de los registros. Adicionalmente se debe decir que estos valores representan las características de las propiedades promedio y que serán utilizadas para el posterior análisis de sensibilidad, no obstante, para el caso del análisis de incertidumbre se abordara una estrategia diferente considerando diversos puntos en profundidad.

Tabla 16. Medidas estadísticas de los parámetros de entrada del modelo para el análisis de sensibilidad a partir del enfoque de cuantificación de incertidumbres propuesto.

PARAMETRO	DESVIACIÓN ESTANDAR ($\pm\%$)	DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD
Presión de poro (psi/ft)	3.08	Weibull
Esfuerzo vertical (psi/ft)	0.62	Normal
Relación de Poisson	23.8	Weibull
Cohesión (psi)	13.3	Lognormal
Angulo de fricción (rad)	3.07	Lognormal
Esfuerzo horizontal mínimo (psi/ft)	4.05	Weibull
Esfuerzo horizontal máximo (psi/ft)	12.2	Beta
Resistencia a la tensión (psi)	13.23	Lognormal

3. ANALISIS DE SENSIBILIDAD

El análisis de sensibilidad es una herramienta fundamental para hacer un uso adecuado de un modelo, dado que permite entender la importancia de las variables de entrada y los efectos de los errores asociados con ellas sobre los resultados obtenidos, al mismo tiempo que identifica los parámetros que requieren un mayor esfuerzo en su medición o estimación. Y tal como lo afirma Li y Ban (2012) al igual que Udegbumam et al. (2013), el uso de análisis de sensibilidad en conjunto con un análisis de incertidumbre posibilita tener más confianza en la ventana de lodo óptima predicha por el modelo de estabilidad.

La sensibilidad se puede definir como la tasa de cambio de un factor con respecto al cambio de otro, y matemáticamente es equivalente a un cociente de diferenciales. Ahora bien, dado que en la mayoría de modelos es difícil evaluar las derivadas parciales respecto a una variable específica, una aproximación es normalmente adoptada en términos de diferencias finitas. Para ejemplificar esto, asumamos que existe una función de respuesta del modelo R y existen n parámetros de entrada denotados por F_i , entonces la sensibilidad S para una variable dada será:

$$S = \frac{\partial R}{\partial F_i} = \frac{\Delta R}{\Delta F_i} \quad (40)$$

La sensibilidad expresada por la ecuación (40) además de constituir la definición general también es el tipo de sensibilidad absoluta, la cual es menos usada ya que generalmente no permite la comparación entre diferentes parámetros siempre que las unidades de los diferentes F_i sean distintas.

Otro tipo de sensibilidad más aceptada es la sensibilidad relativa, la cual representa una relación de los cambios relativos de la respuesta y el parámetro de entrada, y que puede ser expresada mediante la ecuación (41); estos valores de sensibilidad

son adimensionales, luego brindan un medio valido para la comparación entre distintas variables.

$$S_r = \frac{\partial O_0/O_0}{\partial F_i/F_i} = \frac{\Delta O_0/O_0}{\Delta F_i/F_i} \quad (41)$$

Por último, está la sensibilidad de desviación que consiste básicamente de la variación de la respuesta ΔR ; la ventaja de esta desviación es que tiene las mismas unidades de R , y de esa manera los valores son comparables entre diferentes F_i , y además puede dársele una interpretación física. Este último tipo de sensibilidad será la utilizada para este estudio.

3.1 METODO DE UNO A LA VEZ

De la variedad de métodos disponibles para llevar a cabo un análisis de sensibilidad, la técnica “uno a la vez” (OAT por sus siglas en inglés) ha sido escogida por su efectividad y simplicidad, tal como lo resalta Sheng et al. (2012). Este procedimiento puede dividirse en tres etapas:

1. Definir los parámetros a sensibilizar y sus rangos de variación.
2. Llevar a cabo la sensibilidad, en la cual se varía un parámetro a la vez a lo largo del rango especificado mientras las demás variables permanecen en sus valores medios estimados. Al final, la variación de la respuesta es obtenida, y el proceso se repite para cada dato de entrada en el modelo. Este paso fue realizado utilizando el programa Oracle Crystal Ball® (Versión de prueba).
3. Analizar los resultados obtenidos mediante el uso de gráficos de tornado y araña.
 - A. Gráficos de tornado (Eschenbach, 1992): muestran la variación de la variable de salida mediante barras horizontales que abarcan desde el mínimo hasta el máximo valor obtenido para cada parámetro de entrada. Las barras de mayor amplitud se encontraran en el tope mientras las de menores

límites estarán en el fondo. Este tipo de gráficos tiene la ventaja de permitir visualizar un gran número de variables de entrada.

- B. Diagrama de araña (Eschenback, 1992; DeGarmo et al., 1993): muestra la variación de cada parámetro con respecto a la variable de salida en el mismo gráfico a una escala común que puede ser por ejemplo el cambio porcentual de cada dato de entrada respecto al valor medio de cada uno.

El estudio de sensibilidad que se mostrara a continuación consta de varias secciones donde se analiza el impacto de diversos aspectos en los resultados de sensibilidad como el nivel de incertidumbre cuantificado, el criterio de falla usado, la trayectoria del pozo y el régimen de esfuerzos, al mismo tiempo que se obtienen las variables de mayor impacto en el modelo y aquellas que se pueden considerar constantes en el análisis de incertidumbre debido a su baja influencia. El modelo utilizado se concentra en los parámetros de esfuerzos in situ, presión de poro, cohesión, ángulo de fricción, resistencia a la tensión y relación de Poisson, por lo que serán las variables a sensibilizar.

Para el propósito de esta tesis, se dispone de un conjunto de datos de los diferentes parámetros geomecánicos requeridos para el modelo de estabilidad en el intervalo de 7622 pies a 9624 pies, y sobre los cuales se llevara a cabo los estudios de sensibilidad e incertidumbre. Dado que el análisis de estabilidad es para toda la formación se tomara la profundidad de 7622 pies para la evaluación de la presión de fractura ya que representa el menor peso de lodo necesario para no tener problemas de pérdidas de circulación; y se usara la profundidad de 9624 pies para la estimación de la presión de colapso teniendo en cuenta que representa el máximo peso de lodo requerido para evitar problemas de breakouts excesivos y empaquetamientos.

3.1.1 Peso de lodo en el límite de colapso. Con base en el modelo para el cálculo de la presión de colapso expuesto en la sección 1.5.1, se desarrollan los procesos de análisis de sensibilidad descritos a continuación, utilizando diagramas de tornado para visualizar los resultados. Estas presiones pueden ser expresadas como pesos de lodo por medio de la ecuación (42) y serán la variable tenida en cuenta en los subsecuentes análisis.

$$\rho = \frac{P}{0.052 * h} \quad (42)$$

Dónde:

ρ : Peso de lodo

P : Presión

h : Profundidad

3.1.1.1 Consideración de la variación de la cuantificación de incertidumbre.

Como se planteó en la sección 2.6, se dispone de cuatro enfoques diferentes para cuantificar el grado de incertidumbre de los datos de entrada. Para observar el comportamiento ofrecido por cada enfoque y determinar si existen cambios relevantes de sensibilidad con las variaciones del rango de incertidumbre, se tomaran los enfoques de opinión de expertos, de variabilidad espacial y el propuesto (no se considera el enfoque basado en mediciones directas ya que no se cuenta con información disponible de pruebas de evaluación directa de los parámetros de estudio que posibiliten abordar este enfoque), para llevar a cabo tres análisis de sensibilidad teniendo en cuenta las siguientes condiciones:

- a. Pozo vertical
- b. Régimen de esfuerzos rumbo-deslizante
- c. Criterio de Mogi-Coulomb como criterio de falla por compresión
- d. Profundidad de análisis equivalente a 9624 pies

Dado que por los datos geomecánicos a la profundidad de 9624 pies indican un régimen de esfuerzos normal, el cual no es el régimen propio de la cuenca (i.e. rumbo deslizante), para todos los enfoques se utilizaran los valores promedio de los datos de entrada con el propósito de no incluir ningún efecto debido al cambio de régimen de esfuerzos. Por lo tanto, en la Tabla 14 se pueden observar las medias de cada variable de entrada utilizadas para el modelo de presión de

colapso. Con respecto a las incertidumbres utilizadas, estas pueden ser visualizadas en la Tabla 17.

Tabla 17. Rangos de variación de los datos de entrada con base en los diferentes enfoques de cuantificación de incertidumbre.

PARAMETRO	ENFOQUE					
	OPINION EXPERTO		VARIABILIDAD		PROPUESTO	
	MINIMO	MAXIMO	MINIMO	MAXIMO	MINIMO	MAXIMO
Presión de poro (psi/ft)	0.4554	0.8458	0.5918	0.7094	0.6306	0.6706
Esfuerzo vertical (psi/ft)	1.0132	1.0592	1.0455	1.0467	1.0396	1.0526
Relación de Poisson	0.2290	0.2798	0.2317	0.2771	0.1938	0.3149
Cohesión (psi)	910.28	2730.82	1221.22	2419.87	1578.42	2062.68
Angulo de fricción (rad)	28.02	42.04	33.04	37.02	33.95	36.10
Esfuerzo horizontal mínimo (psi/ft)	0.9313	1.0132	0.9367	1.0239	0.9406	1.02
Esfuerzo horizontal máximo (psi/ft)	1.0592	1.2866	1.0467	1.1280	1.0526	1.203
Resistencia a la tensión (psi)	524.204	786.31	436.73	873.78	568.56	741.94

A partir de los datos anteriormente expuestos, los correspondientes análisis de sensibilidad fueron llevados a cabo, y los resultados pueden ser observados en los diagramas de tornado de las Figuras 19, 20 y 21.

Figura 19. Diagrama de tornado del peso de lodo de colapso tomando el enfoque basado en opinión de expertos

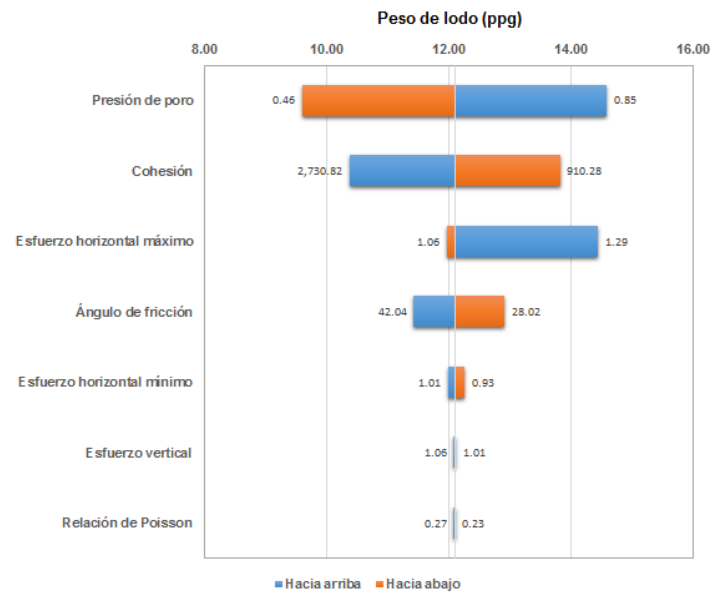


Figura 20. Diagrama de tornado del peso de lodo de colapso tomando el enfoque basado en variabilidad espacial

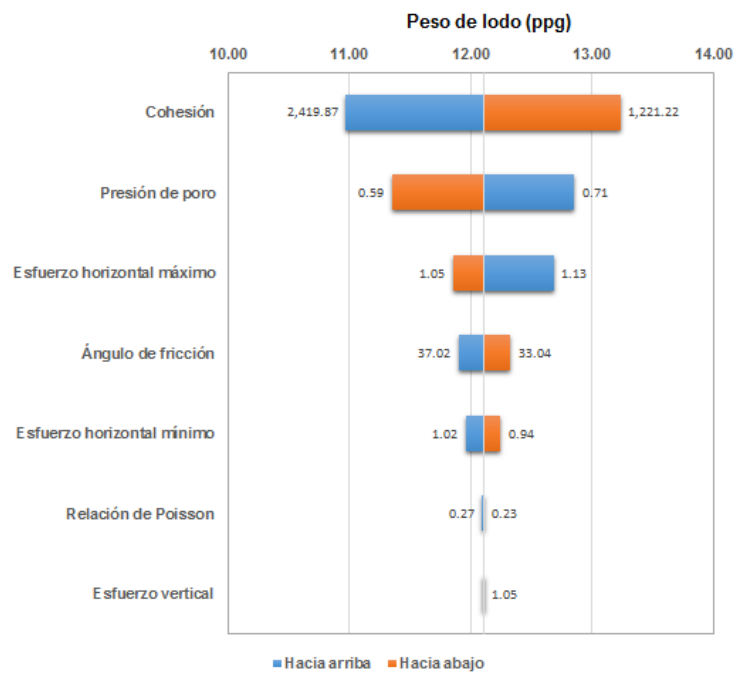
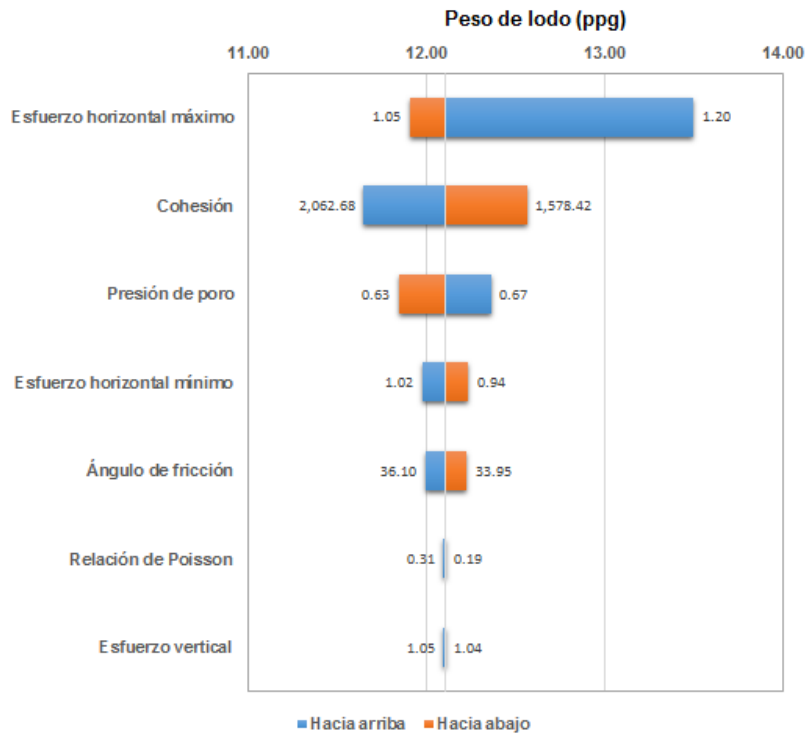


Figura 21. Diagrama de tornado del peso de lodo de colapso tomando el enfoque basado en la incertidumbre de los registros de pozo



Del comparativo de los anteriores gráficos, las siguientes conclusiones pueden ser hechas:

- Los tres métodos determinaron las mismas variables principales de influencia en el modelo (cohesión, esfuerzo horizontal máximo, presión de poro y en menor medida, ángulo de fricción y esfuerzo horizontal mínimo), las cuales deberían tener calibración con datos de mediciones directas y un mayor control en la toma y evaluación de datos.
- Para el caso de análisis, los parámetros de menor impacto en los resultados y que podrían considerarse como constantes en el posterior estudio de incertidumbre serían el esfuerzo vertical y la relación de Poisson.
- La jerarquía de los factores de mayor sensibilidad fue diferente en cada enfoque, lo cual significa que el nivel de incertidumbre asignado en cada una

de estas variables juega un rol importante en su sensibilidad. En este sentido es necesario definir qué aproximación debería ser utilizada con el propósito de desarrollar el estudio de la presente tesis. En este sentido y considerando que el enfoque de opinión experta asume valores estándar basados en la experiencia y por tanto son subjetivos; el enfoque de variabilidad espacial no es una expresión de incertidumbre sino una medida de la variación de propiedades debido al cambio de litología en profundidad, y además trata la formación de interés con un valor promedio para toda la sección; y finalmente, que con el enfoque propuesto, el cual parte del origen de las incertidumbres como son los registros de pozo, se tiene un análisis que se basa en la estadística de propagación de errores y es posible aplicarlo punto a punto en la formación, se tomará este último dado que supera las limitaciones de los otros dos enfoques.

3.1.1.2 Consideración de la variación del criterios de falla. En vista de la relevancia observada en la sensibilidad aplicada anteriormente, es claro que la cohesión y el ángulo de fricción son dos parámetros críticos en los modelos de estabilidad de pozo, y directamente lo serán los criterios de falla por compresión que dependen de dichos factores. Por este motivo se realizó un análisis de sensibilidad de las variables geomecánicas para los criterios de falla de Mohr Coulomb y Lade Modificado. Las condiciones adicionales para este estudio son:

- Pozo vertical
- Régimen de esfuerzos rumbo deslizante
- Profundidad de 9624 pies considerando las propiedades geomecánicas promedio de la Tabla 14.
- Incertidumbres registradas en la Tabla 17 considerando el enfoque propuesto de cuantificación.

Figura 22. Diagrama de tornado del peso de lodo de colapso utilizando el criterio de falla de Mohr-Coulomb

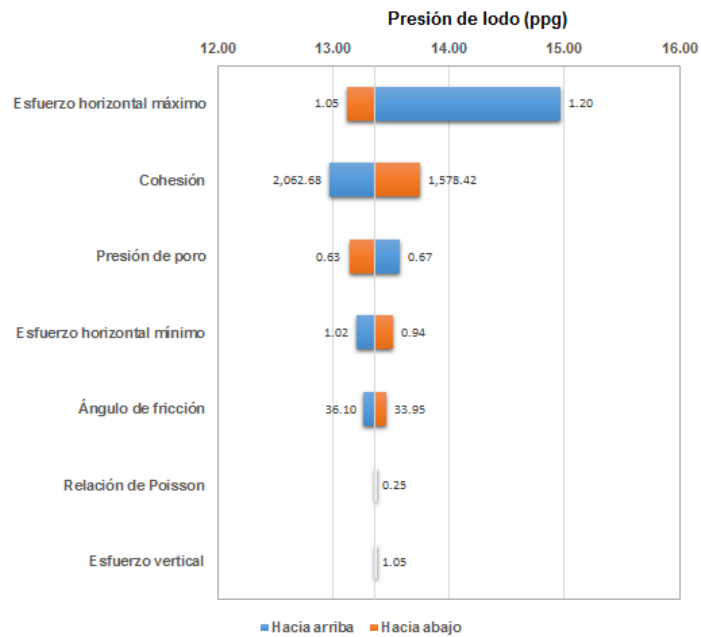
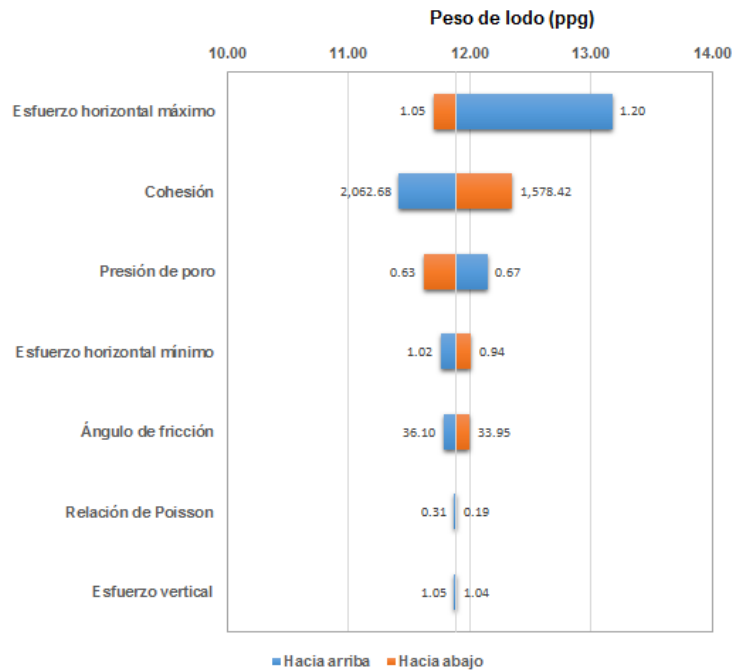


Figura 23. Diagrama de tornado del peso de lodo de colapso utilizando el criterio de falla de Lade Modificado



Las figuras 21 a 23 presentan las escalas de las variables críticas para los tres diferentes criterios de falla considerados en este estudio. De aquí es relevante destacar que efectivamente la sensibilidad en el modelo de colapso dependerá del criterio usado, considerando que aunque la ponderación fue la misma en todos los casos, la contribución total en la variación del peso de lodo crítico cambio de criterio a criterio, por ejemplo, mientras en los criterios de Lade Modificado y Mogi-Coulomb la variación por parte del esfuerzo horizontal máximo estuvo cercana al 66%, para el criterio de Mohr-Coulomb se incrementó hasta llegar al 78%, probablemente debido al hecho que este criterio desprecia el efecto del esfuerzo intermedio, dando más valor a los esfuerzos máximo y mínimo. Para todos los criterios la presión de poro y el esfuerzo horizontal máximo son los parámetros que más contribuyen a la incertidumbre del modelo, y en segunda medida los parámetros de resistencia de la roca, lo cual es razonable ya que el colapso ocurrirá en las posiciones de menor resistencia de acuerdo a Udegbumam et al. (2013). Estos resultados están en concordancia con los mostrados en Trand y Abousleiman (2010) en cuanto a la sensibilidad de los criterios de Mohr-Coulomb y Lade modificado que son abordados en dicho estudio.

Por otro lado se observó que el impacto del esfuerzo vertical y la relación de Poisson fueron mínimos (menores a 3% en todos los criterios), fundamentalmente porque para un pozo vertical la concentración crítica de esfuerzos ocurre en el plano de los esfuerzos horizontales. Finalmente se puede mencionar que la contribución del esfuerzo horizontal mínimo también fue muy baja en relación con las tres principales variables de incertidumbre, siendo en todos los casos cercana a 7% de contribución en la variación, por lo que en definitiva no requeriría muchos esfuerzos para mejorar su precisión.

3.1.1.3 Consideración de la variación de la trayectoria del pozo. La

orientación del pozo es una de las variables esenciales para hacer un estudio de estabilidad, y es considerada como un dato determinista ya que en la actualidad existen las herramientas necesarias para conocer de forma precisa el azimut e inclinación del pozo a medida que se perfora. Ahora bien, dado el efecto que se conoce tendrá estos parámetros para la evaluación de la ventana segura de lodo, es importante tener en cuenta el efecto que puede llegar a tener sobre la sensibilidad de los otros parámetros ya antes analizados. Dado que hasta el momento solo se han estudiado pozos verticales, a continuación se presentan dos

análisis de sensibilidad en las Figuras 24 y 25 con respecto a un pozo altamente desviado y un pozo horizontal, con el objetivo de observar si existe alguna variabilidad en el impacto de los diferentes parámetros sobre la incertidumbre final del modelo como función de la orientación del pozo. Para estos casos se mantienen las demás condiciones adicionales nombradas en la sección anterior, y se tomará el criterio de falla de Mogi-Coulomb.

Figura 24. Diagrama de tornado del peso de lodo de colapso para el caso de un pozo altamente desviado

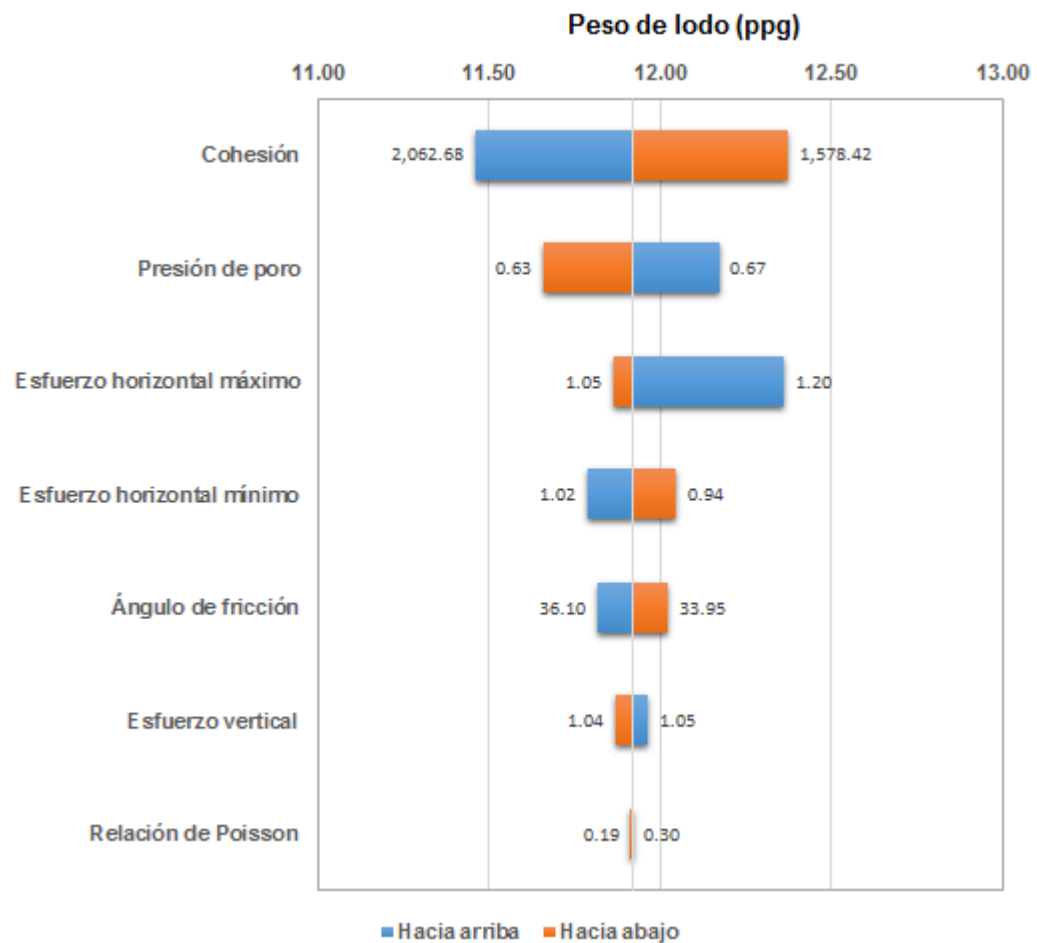
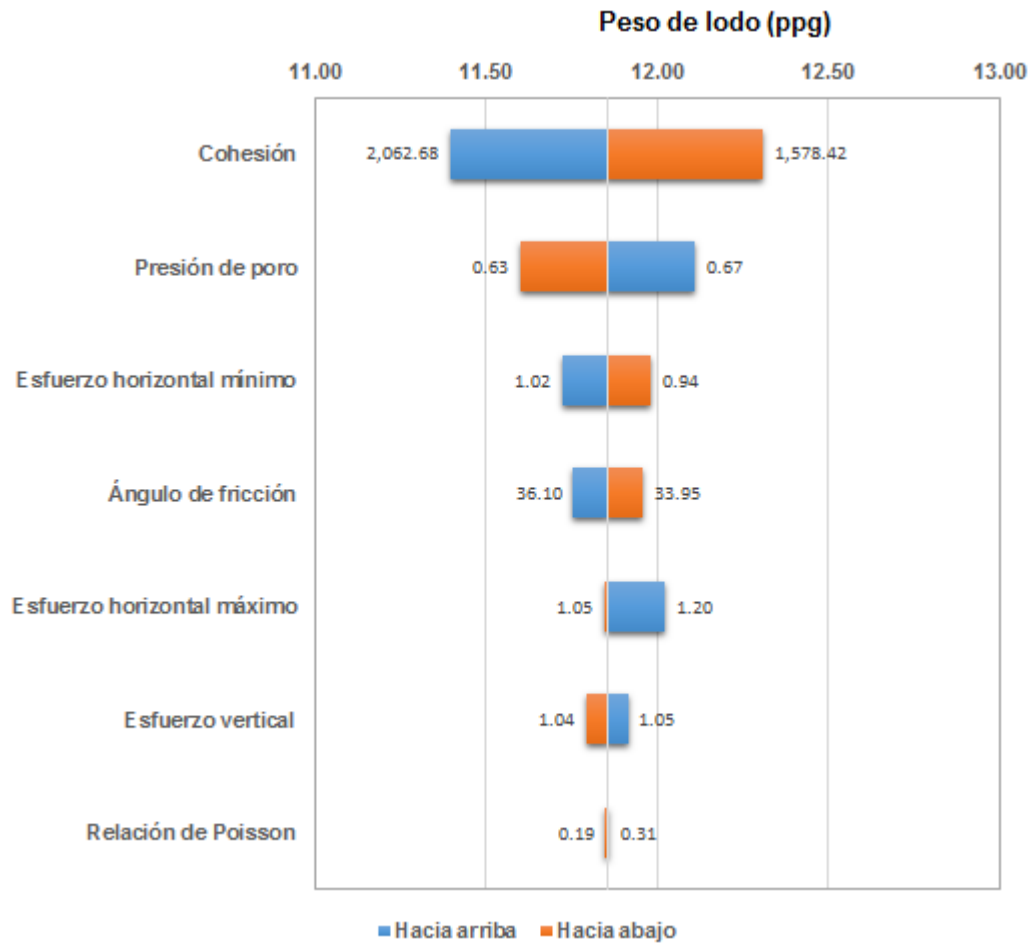


Figura 25. Diagrama de tornado del peso de lodo de colapso para el caso de un pozo horizontal



Las figuras 24 y 25 permiten apreciar un cambio relativamente drástico en el nivel de importancia de los parámetros geomecánicos, donde la cohesión y la presión de poro superan al esfuerzo máximo horizontal como las variables más críticas, e incluso se registra una fuerte reducción en su influencia para el caso de un pozo horizontal. El ángulo de fricción se mantiene como otra variable a tener en cuenta, y el esfuerzo vertical así como el esfuerzo horizontal mínimo ganan importancia debido a que la orientación no vertical del pozo genera una descomposición de esfuerzos en la cual los aportes de estos otros dos esfuerzos in situ pueden aumentar, y razón por la que eventualmente debería considerarse una optimización en la evaluación de estos parámetros; finalmente es posible afirmar que la relación

de Poisson continua sin tener efectos considerables en la imprecisión acumulada de la presión de colapso.

Este breve análisis sin tener en cuenta diversas trayectorias permite confirmar que la geometría del pozo tiene influencia en el nivel de sensibilidad de las variables en el cálculo de la presión de colapso y por ello se puede decir que el análisis de sensibilidad debe ser caso específico para cada prospecto de pozo a perforar siempre que no sea una orientación vertical.

3.1.1.4 Consideración de la variación del régimen de esfuerzos. Un último aspecto a ser considerado es el régimen de esfuerzos, que de acuerdo a Tran y Abousleiman (2010) tiene un impacto en el grado de sensibilidad de las variables geomecánicas. Teniendo en cuenta la distribución de esfuerzos de la Tabla 18 para los regímenes de esfuerzos inverso y normal, y los demás datos del modelo que pueden ser apreciados en la Tabla 14, se procede a realizar los análisis de sensibilidad. Nuevamente se cumplen las condiciones adicionales asumidas en la sección 3.1.1.1.

Tabla 18. Valores de esfuerzos in situ para el análisis de sensibilidad con variación del régimen de esfuerzos

Régimen de esfuerzo	Esfuerzos in situ					
	Esfuerzo vertical		Esfuerzo horizontal mínimo		Esfuerzo horizontal máximo	
	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
Normal	1.0656	1.0788	0.9406	1.0132	1.0132	1.0656
Inverso	0.9742	0.9864	1.0037	1.0592	1.0592	1.2030

Figura 26. Diagrama de tornado del peso de lodo de colapso para un régimen de esfuerzos normal

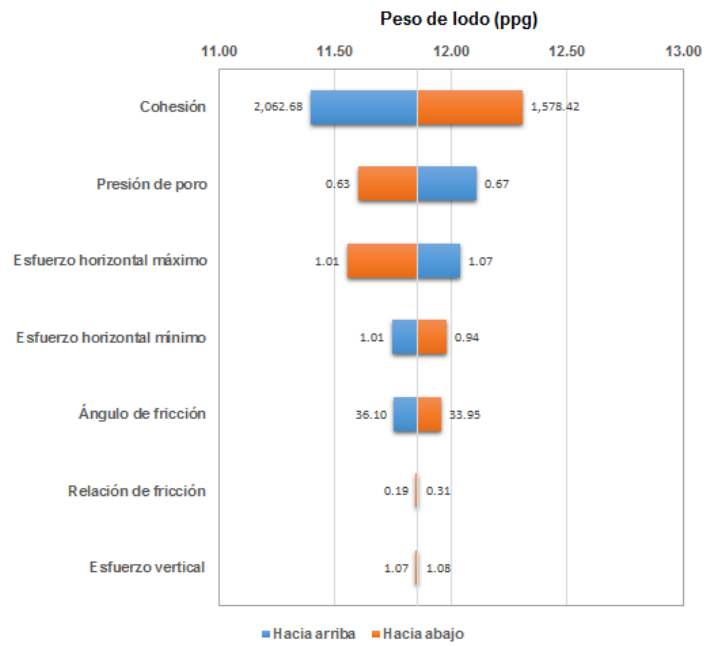
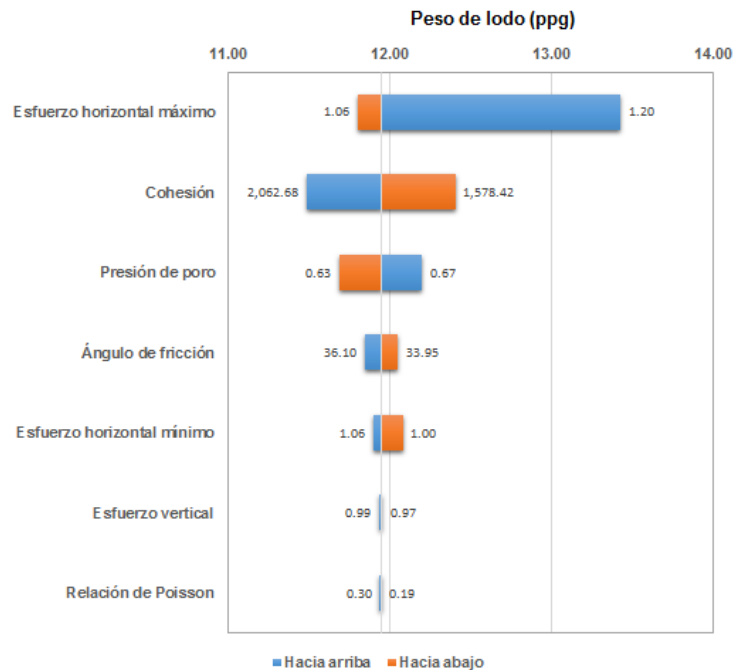


Figura 27. Diagrama de tornado del peso de lodo de colapso para un régimen de esfuerzos inverso

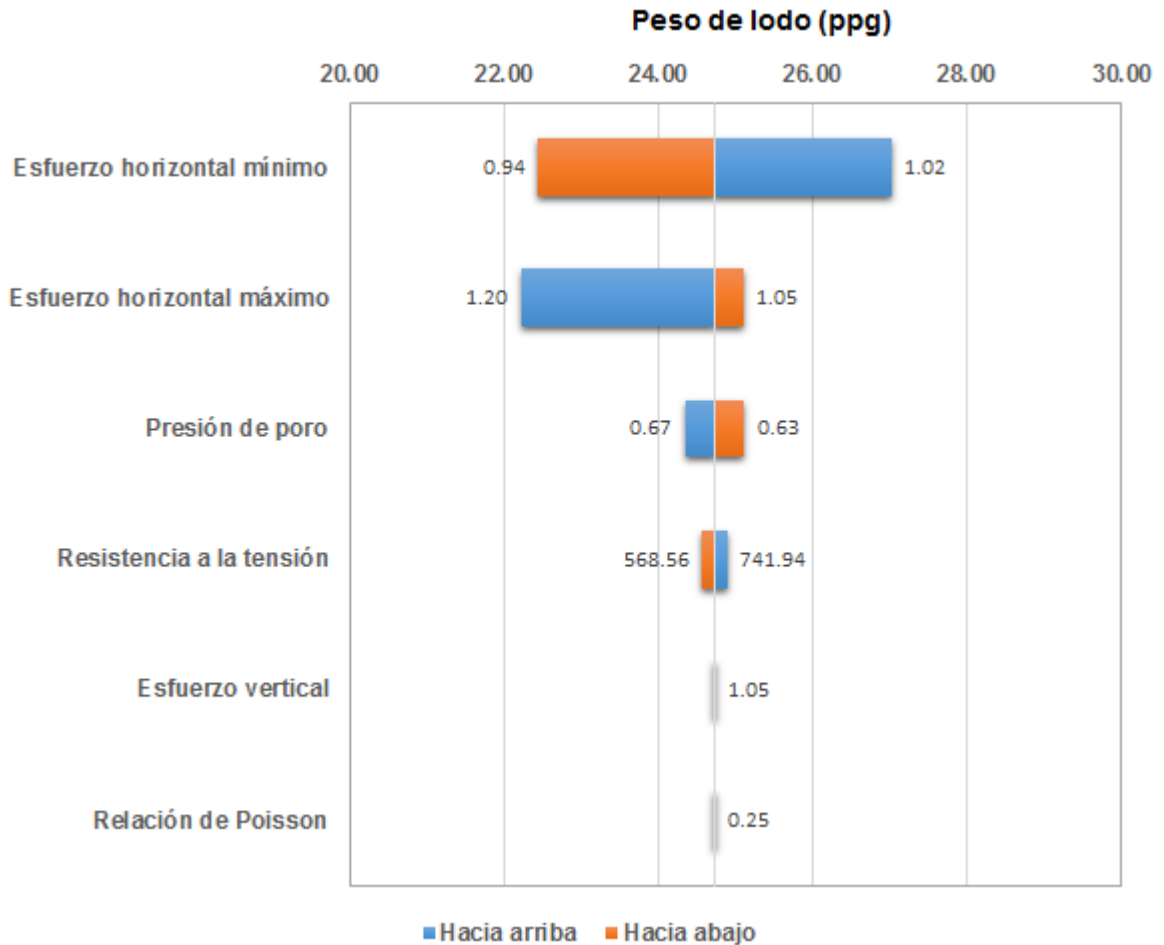


La comparación entre las figuras 21 y 27, permite concluir que la diferencia en sensibilidades es muy poca entre los regímenes rumbo deslizante e inverso, en gran medida porque el esfuerzo principal es el mismo y la variación de los otros dos esfuerzos es pequeña para el caso de estudio. Con respecto al régimen normal se puede observar una tendencia distinta ya que el esfuerzo horizontal máximo pasa a un segundo plano en influencia, siendo la cohesión y presión de poro mucho más importantes, pero sin observarse una contribución relevante del esfuerzo vertical como esfuerzo principal máximo, dado que se continua considerando el caso de un pozo vertical y su rango de cambio es muy estrecho.

3.1.2 Presión de fractura. Con el desarrollo previo mostrado en la sección 3.1.1 se ha comprobado que la cuantificación de incertidumbres, el criterio de falla seleccionado, la orientación del pozo y el régimen de esfuerzos son aspectos que afectaran la sensibilidad de las variables geomecánicas. Para el caso de la presión de fractura y como se describió en la sección 1.5.2 se utilizara el criterio de falla por tensión para el cálculo de este límite. Adicionalmente las siguientes condiciones se tienen en cuenta para este análisis:

- Pozo vertical
- Régimen de esfuerzos inverso
- Profundidad 7622 pies considerando las propiedades geomecánicas de la Tabla 14.
- Incertidumbres registradas en la Tabla 17 considerando el enfoque propuesto de cuantificación.

Figura 28. Diagrama de tornado del peso de lodo de fractura

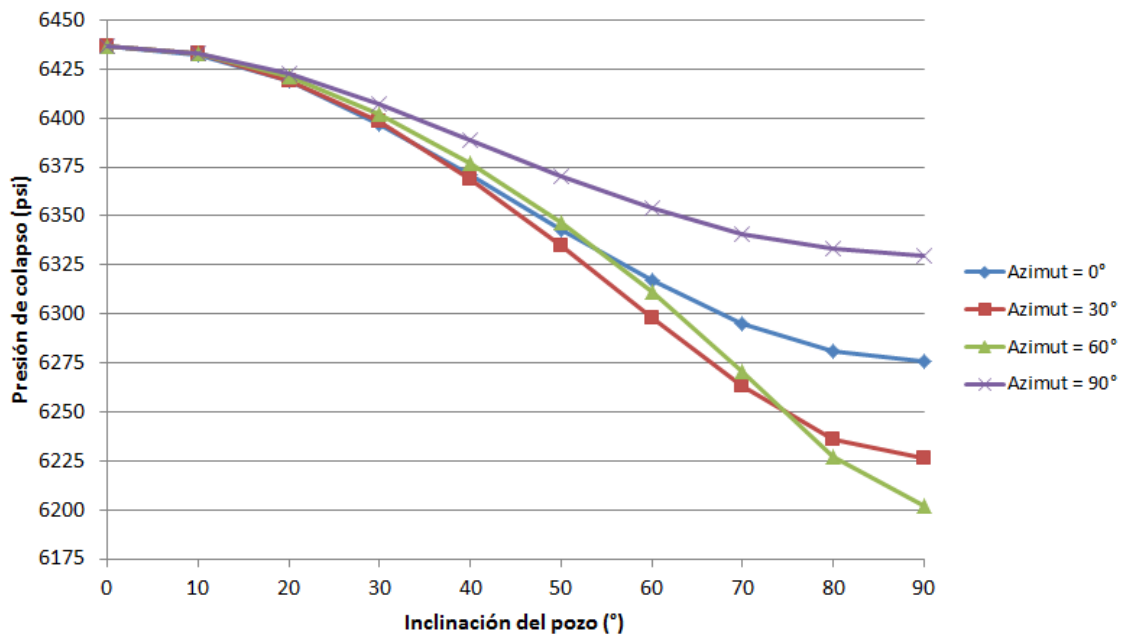


El peso de lodo máximo para perforar presenta la mayor sensibilidad al esfuerzo horizontal mínimo, seguido por el esfuerzo horizontal máximo y la presión de poro, tal como se puede apreciar en la Figura 28. Por otro lado, contrario a lo que se podría pensar la influencia de la resistencia a la tensión en el modelo de presión de fractura no es demasiado significativa aun cuando la incertidumbre usada para esta variable fue una de las más altas. Al igual que como en la presión de colapso, el esfuerzo vertical y la relación de Poisson son los parámetros de menor impacto y candidatos a tratarse como constantes en el estudio de incertidumbre.

3.1.3 Trayectoria Óptima de Perforación (TOP). La trayectoria óptima de perforación (TOP), determinada por la orientación (azimut e inclinación) que disminuya el riesgo de inestabilidad mecánica del pozo, corresponde al diferencial máximo entre las presiones de colapso y fractura. No obstante, la perforación con una densidad de lodo baja podría ser no solo económicamente beneficiosa sino también evitar fracturas inducidas de perforación, así que en general se toma la orientación de mínima presión de colapso como la TOP.

Con el fin de analizar cual combinación de azimut e inclinación logran una minimización de la presión de colapso, en la Figura 29 se esquematiza la variación de esta presión como función de diversas trayectorias tomando como referencia los valores de las medias de la Tabla 14 ya que la OTP debe calcularse para toda la formación y por tanto requiere asumir propiedades promedio.

Figura 29. Variación de la presión de colapso como función de la trayectoria del pozo para el caso de estudio.



Como conclusión inicial de la gráfica de la Figura 29 es posible afirmar que la inclinación que logra el menor peso de lodo de colapso es 90° , es decir, un pozo horizontal. Con respecto al azimut óptimo de este caso, no se puede inferir nada con seguridad ya que la tendencia no es clara. Para solucionar este aspecto, se va a implementar el modelo matemático propuesto por Zhang et al. (2013), el cual es aplicable a cualquier régimen de esfuerzos y tiene en cuenta varios estudios previos en el campo de la TOP.

$$\gamma_{opt} = \arcsin \sqrt{M}$$

$$\begin{aligned} \chi &= (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3) \\ \beta &= (\sigma_2 - P_w) / (\sigma_1 - \sigma_3) \end{aligned} \quad (43)$$

$$M = \frac{[2(1 + 2\mu)\chi + \beta - \sqrt{\beta^2 + 4(1 + 2\mu)\chi(1 - \chi)}]}{2(1 + 2\mu)}$$

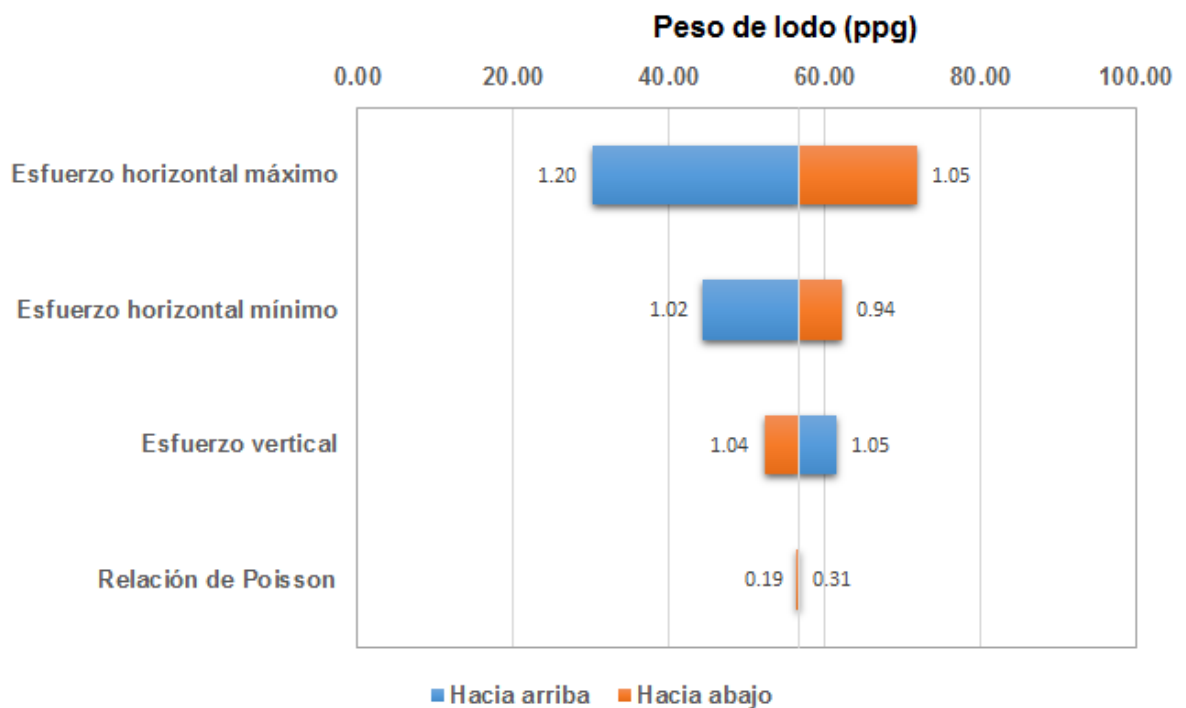
En la ecuación (43), $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ son los valores de los esfuerzos in situ ordenados de acuerdo a su magnitud, μ es la relación de Poisson y P_w representa la presión interna de pozo, la cual se asumirá como cero para simular el caso mas extremo posible, es decir, como si no hubiese lodo en el pozo. Para hacer un uso adecuado de esta expresión matemática debe tenerse en cuenta el régimen de esfuerzos de acuerdo a la Tabla 19, la cual se basa en los estudios realizados acerca de la TOP y determina las condiciones de azimut e inclinación necesarias para lograr la optimización dependiendo del régimen de esfuerzos.

Tabla 19. Condiciones para el cálculo de la TOP en base al régimen de esfuerzos y la ecuación (43).

Régimen de esfuerzos	TOP	
	Azimut ($^\circ$)	Inclinación ($^\circ$)
Normal	90	$\gamma = \gamma_{opt}$
Rumbo deslizante	$\Omega = \gamma_{opt}$	90
Inverso	0	$\gamma = 90 - \gamma_{opt}$

Con base en el planteamiento anteriormente hecho es posible determinar un TPO para el caso de estudio equivalente a un azimut igual a 56.7° y una inclinación de 90° . Ahora bien, este corto análisis es un resultado determinista de la situación y dado que se conoce que existen incertidumbres en las variables involucradas en el cálculo del TOP como es el estado de esfuerzos y la relación de Poisson, entonces un análisis de sensibilidad sería acertado para afrontar de igual manera la evaluación de la mejor trayectoria de perforación.

Figura 30. Diagrama de tornado de la TOP para el caso de estudio.



De acuerdo a la Figura 30, los parámetros de mayor influencia en la TOP son el esfuerzo horizontal máximo y mínimo, es decir, los esfuerzos σ_1 y σ_3 en el caso general. De igual manera es importante destacar que existe un alto nivel de variabilidad en la respuesta del modelo de entre hasta casi 40° para estos factores lo cual pone de relieve la importancia de lograr mejores estimaciones de dichas variables con el fin de optimizar las predicciones realizadas y proveer herramientas más fiables para la toma de decisiones en el área de perforación.

3.2 METODO DE SUPERFICIES DE RESPUESTA

3.2.1 **Conceptos básicos.** La metodología de superficies de respuesta (RSM) es una colección de técnicas estadísticas y matemáticas para construcción de modelos empíricos, aunque también se ha venido usando en modelos numéricos. Por el cuidadoso diseño de experimentos (o simulaciones), el objetivo es optimizar una respuesta (variable de salida) la cual es influenciada por varias variables independientes (variables de entrada), Bradley (2006). Un experimento es una serie de pruebas, llamadas corridas (o simulaciones para el caso en cuestión), en las cuales cambios son hechos en las variables de entrada con el fin de identificar las razones para los cambios en la respuesta de salida. En la RSM, los errores son asumidos como aleatorios.

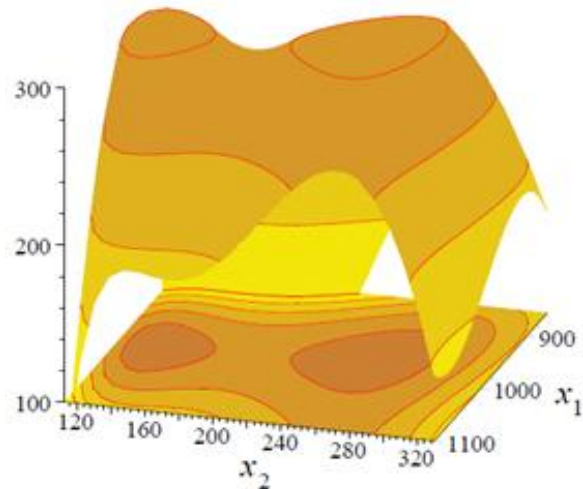
La aplicación de RSM para optimización de diseño apunta a reducir el precio de métodos de análisis costosos (ej.: método de elementos finitos o análisis CFD) y su asociado ruido numérico. El problema puede ser aproximado con funciones suaves que mejoren la convergencia del proceso de optimización porque ellas reducen los efectos de ruido y permiten el uso de algoritmos basados en derivación.

Por ejemplo, en el caso de la optimización de la calcinación del cemento romano, el ingeniero quiere encontrar los niveles de temperatura (x_1) y el tiempo (x_2) que maximiza la resistencia (y) del cemento. La resistencia es una función de los niveles de temperatura y tiempo, como sigue:

$$y = f(x_1, x_2) + \epsilon \quad (44)$$

Donde ϵ representa el ruido o error observado en la respuesta (error experimental o de medida), y es un error estadístico que se asume como una distribución normal con media igual cero y varianza s^2 . Por otro lado, la superficie representada por $f(x_1, x_2)$ es llamada una superficie de respuesta, como la que se observa en la Figura 31.

Figura 31. Superficie de respuesta de la resistencia del cemento romano como función de la temperatura y el tiempo.



Fuente: BRADLEY N., 2007. The response surface methodology. Master of Science Thesis. Indiana University of South Bend.

Para una función de más de 3 variables es imposible encontrar una forma de representar el comportamiento de las superficies de forma gráfica pero la metodología es igualmente válida. Por otro lado, en la mayoría de problemas de RSM, la verdadera función de respuesta f es desconocida. Para desarrollar una aproximación adecuada para f , el experimentador usualmente empieza con un polinomio de bajo orden en alguna región pequeña de acuerdo a Bradley (2006). Si la respuesta puede ser definida por una función lineal de las variables independientes, entonces la función de aproximación es un modelo de primer orden. Un modelo de primer orden con dos variables independientes puede ser expresado por:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \epsilon \quad (45)$$

Si hay una curvatura en la superficie de respuesta, entonces un polinomio de mayor grado debería ser usado. La función de aproximación con 2 variables es llamada modelo de segundo orden:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \epsilon \quad (46)$$

En general, todos los problemas de RSM usan ya sea uno o la mezcla de ambos de estos modelos. En cada modelo, los niveles de cada factor son independientes de los niveles de los otros factores. En una forma más general podemos escribir la aproximación como:

$$y = f'(x)\beta + \epsilon \quad (47)$$

El propósito de considerar un modelo de primer o segundo orden es triple:

1. Establecer una relación, aunque aproximada, entre y y x_1, x_2, \dots, x_k que pueda ser usada para predecir valores de respuesta para un conjunto dado de variables de control.
2. Determinar a través de prueba de hipótesis, la significancia de los factores cuyos niveles son representados por x_1, x_2, \dots, x_k
3. Determinar los conjuntos óptimos de valores de x_1, x_2, \dots, x_k que resultan en la máxima (o mínima) respuesta sobre un cierto rango de interés.

Para lograr estos objetivos, una serie de n experimentos (simulaciones) debería ser primero llevado a cabo, en cada uno de los cuales la respuesta y es medida (u observada) para conjuntos específicos de las variables de control. La totalidad de estos conjuntos constituye el diseño de la superficie de respuesta, o solo diseño, el cual puede ser presentado por una matriz, denotada por \mathcal{D} , de orden $n * k$ llamada matriz representativa de diseño, Khuri y Mukhopadhyay (2010):

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix} \quad (48)$$

Donde x_{u1} denota el u-ésimo conjunto de diseño de x_i ($i=1, 2, \dots, k$; $u=1, 2, \dots, n$). Cada fila de \mathcal{D} representa un punto, referido como un punto de diseño, en un espacio euclidiano k-dimensional. Permítanos que y_u denote el valor de respuesta obtenido como un resultado de aplicar el u-ésimo conjunto de x , llamando $x_u=(x_{u1}, x_{u2}, \dots, x_{uk})$ con ($u=1, 2, \dots, n$). Luego la ecuación (47) se puede reescribir como:

$$y_u = f'(x_u)\beta + \epsilon_u \quad , \quad u = 1, 2, \dots, n \quad (49)$$

Donde ϵ_u denota el error en la u-ésima corrida. La anterior ecuación puede también ser expresada en forma matricial como:

$$y = X\beta + \epsilon \quad (50)$$

Para obtener el resultado más eficiente en la aproximación de los polinomios, el diseño experimental apropiado debe ser usado para recolectar la información (o un modelo numérico lo más cercano a la realidad). Una vez la información es recolectada, el método de mínimos cuadrados es usado para estimar los parámetros de los polinomios.

3.2.2 Flujo de trabajo en Statgraphics®. Para llevar a cabo la RSM se usó el módulo de Diseño de Experimentos (DDE) del programa Statgraphics Centurion XVII® (Versión de prueba), desarrollando un análisis para el peso de lodo de colapso (siete parámetros de entrada) y otro para el peso de lodo de fractura (seis parámetros de entrada). A continuación se describe el flujo de trabajo desarrollado.

El módulo de asistente de DDE ofrece un paso a paso de la realización de un RSM mediante una interfase muy amigable. Inicialmente se define la variable de respuesta con sus correspondientes unidades, y los valores máximo y mínimo que se podrían esperar, los cuales fueron escogidos para casos extremos. Estos datos se listan en la Tabla 20 para ambos casos de estudio (colapso y fractura).

Tabla 20. Datos de las funciones de respuesta en el desarrollo de la RSM

Análisis	Función de respuesta	Unidades	Valor mínimo	Valor máximo
1	Peso de lodo de Colapso	Ppg	0	30
2	Peso de lodo de Fractura	Ppg	0	40

A continuación se definieron los parámetros de entrada para cada variable de respuesta con sus valores mínimo y máximo. En este sentido se utilizaron los valores registrados en la Tabla 17 para el caso del enfoque propuesto.

El siguiente paso es determinar qué tipo de diseño se utilizara para crear la matriz representativa, la cual es básicamente un conjunto de combinaciones específicas de corridas, en cada una de las cuales los parámetros de entrada irán variando de acuerdo a los valores máximo, mínimo y medio definidos en la parte inmediatamente anterior. Estas tres configuraciones posibles de cada variable de entrada se denominan niveles.

Para el caso de estudio, se ajustara el modelo a un polinomio de segundo grado, por lo cual se utilizara un diseño compuesto central (CDD), ya que de acuerdo a Bradley (2006) es el más popular para el modelamiento de este tipo de polinomios dado que minimiza el número de corridas necesarias al tiempo que mantiene una buena precisión en el ajuste de la superficie de respuesta. De esta etapa se definen el número de corridas necesarias para cada función de respuesta, las cuales se pueden apreciar en la Tabla 21.

Tabla 21. Número de corridas requeridas para cada función de respuesta.

Análisis	Función de respuesta	Número de corridas
1	Peso de lodo de Colapso	80
2	Peso de lodo de Fractura	46

Luego se debe definir el tipo de modelo estadístico (i.e. tipo de polinomio) que se desea utilizar. Como se mencionó anteriormente el polinomio seleccionado es el de segundo orden, el cual puede ser definido mediante la ecuación (51), mostrada a continuación:

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^n \beta_j x_j + \sum_{j=1}^n \beta_{jj} x_j^2 + \sum \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \epsilon \quad (51)$$

Donde los valores β corresponden a los coeficientes de regresión lineales, cuadráticos y de interacción, y ϵ es el ruido o error experimental asociado a la respuesta.

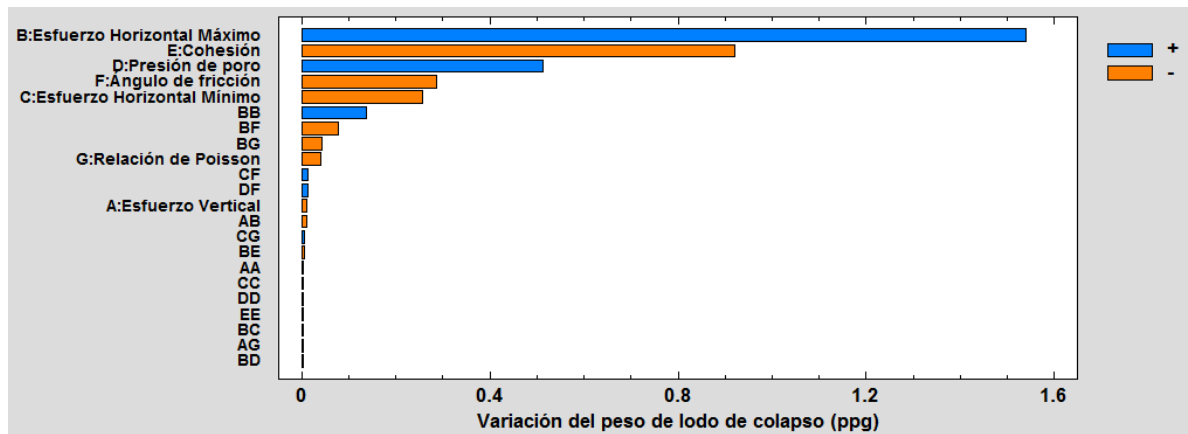
Luego de definir estas configuraciones, se realizaron las respectivas 80 y 46 corridas para cada función de respuesta y se registraron dentro del programa con el objetivo de completar la información necesaria para llevar a cabo el proceso de regresión múltiple mediante el método de mínimos cuadrados del cual consta el ajuste de la RSM. Las consideraciones tenidas en cuenta para el modelo ejecutado en cada una de las corridas fueron:

- a. Pozo vertical
- b. Régimen de esfuerzos rumbo-deslizante

- c. Criterio de Mogi-Coulomb como criterio para calcular la presión de colapso
- d. Criterio de Falla por tensión como criterio para calcular la presión de fractura
- e. Profundidad de análisis equivalente a 9624 pies para el peso de lodo de colapso y 7622 pies para el de fractura

3.2.3 Análisis de los resultados. Como resultado del análisis de los datos, se obtiene la sensibilidad de los parámetros de entrada así como de los términos de interacción representada mediante un diagrama de Pareto, el cual muestra la amplitud del rango de variación asociado a cada parámetro de entrada, ordenado del más grande al más pequeño. Estos gráficos son mostrados en las Figuras 32 y 33.

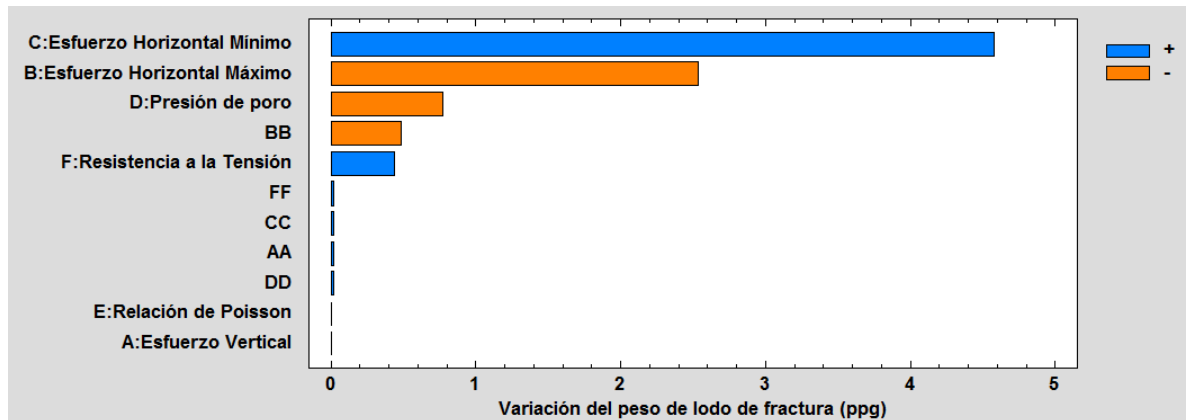
Figura 32. Diagrama de Pareto del peso de lodo de colapso mediante RSM



De la Figura 32 se puede concluir que las variables de mayor impacto en el modelo de presión de colapso son el esfuerzo horizontal máximo, la cohesión y la presión de poro en primera instancia, mientras el ángulo de fricción y el esfuerzo horizontal mínimo muestran una influencia intermedia; por último se encuentran el esfuerzo vertical y la relación de Poisson como las variables del menor impacto, por lo cual estos podrían considerarse constantes en el posterior análisis de incertidumbre. Estos resultados tienen una enorme coincidencia con aquellos obtenidos mediante

el análisis de sensibilidad aplicando el método OAT tal como se presenta en el diagrama de tornado de la Figura 21.

Figura 33. Diagrama de Pareto del peso de lodo de Fractura mediante RSM.



En el caso del peso de lodo de fractura con referencia a la Figura 33, los parámetros de mayor influencia son los esfuerzos horizontales primordialmente, y en segunda instancia la presión de poro y la resistencia a la tensión. Para propósitos del modelo, la relación de Poisson y el esfuerzo vertical no tienen influencia en los resultados finales por lo cual estas dos variables serían consideradas constantes en el análisis de incertidumbre posterior. Al igual que el caso del peso de lodo de colapso, estos resultados son básicamente iguales a los obtenidos a través del método de OAT como se aprecia en el diagrama de tornado la Figura 28.

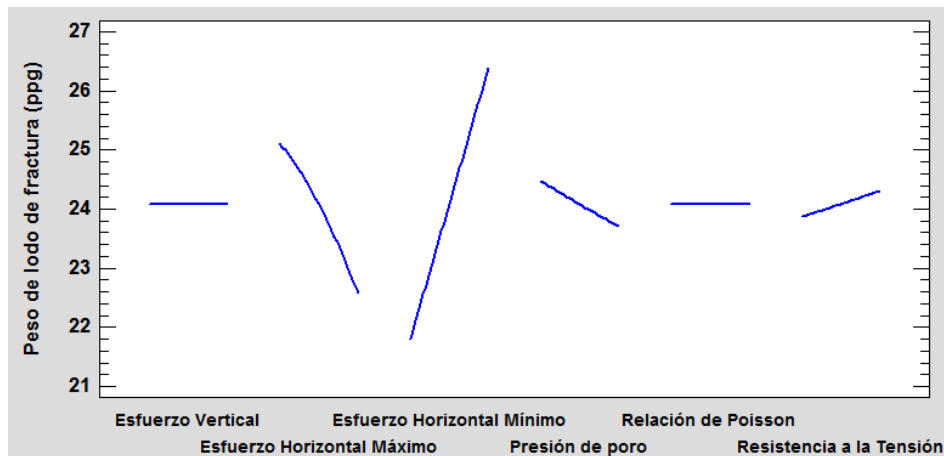
Un punto adicional de la sensibilidad con RSM respecto al método OAT es que es posible observar el efecto de la interacción entre dos variables (varíen ambas a la vez). En este sentido es posible ver en la sensibilidad del peso de lodo de colapso, que la interacción del esfuerzo horizontal máximo y el ángulo de fricción con las demás variables geomecánicas tiene una considerable significancia en el impacto sobre el modelo, esto puede estar relacionado con la influencia considerable en estabilidad que supone un alto o bajo diferencial entre estos esfuerzos y en segundo lugar, la importancia de la resistencia de la roca para soportar dichos niveles de esfuerzos. En este punto es relevante indicar que para el caso del

ángulo de fricción, este debería tener mayor atención en cuanto su incertidumbre es más crítica dada su interacción con los demás parámetros del modelo.

Figura 34. Diagrama de efectos principales para el peso de lodo de colapso.



Figura 35. Diagrama de efectos principales para el peso de lodo de fractura.



Por otro lado, es posible obtener de este procedimiento el comportamiento de las respuestas con respecto a cada una de las variables de entrada a través de un gráfico similar a un diagrama de araña, como se tiene en las Figuras 34 y 35, y donde se observa que todos los parámetros tienen una relación lineal con las

presiones de colapso y fractura, que puede variar entre un cambio directa o inversamente proporcional.

De este análisis matemático-estadístico se obtienen finalmente dos polinomios de segundo orden que describen el comportamiento de los pesos de lodo de colapso y de fractura, donde se presentaron coeficientes de correlación (producto del proceso de regresión) de 0.996 y 0.989 respectivamente, lo cual significa que para ambos casos, los polinomios calculados representan la variabilidad del modelo con una precisión mayor al 98%, luego se dispone de un muy buen ajuste. Los dos polinomios (modelo de estabilidad alternativo) pueden ser adecuadamente programados mediante el programa Microsoft Excel[®] con el fin de llevar a cabo análisis subsecuentes como el de incertidumbre para el caso en que no se tuviese un modelo previamente establecido.

4. ANALISIS DE INCERTIDUMBRE

4.1 ENFOQUE PROBABILISTICO DE LA ESTABILIDAD DE POZO

Tradicionalmente las evaluaciones de estabilidad de pozo han sido limitadas a análisis deterministas que arrojan presiones de pozo para el inicio de fallas por tensión y compresión en la pared del pozo. Estos análisis han demostrado ser valiosos para la planeación del pozo y en explicar la estabilidad de pozo relacionado a los problemas de perforación vistos en campo.

En este contexto, mientras un numero de técnicas han sido desarrolladas para predecir parámetros operacionales óptimos como pesos de lodo y trayectorias de perforación, estas técnicas han sido limitadas a análisis deterministas que están basados en la suposición que las condiciones in situ y propiedades de la roca son conocidas de forma precisa. En la realidad los parámetros geomecánicos nunca son conocidos precisamente debido a la información insuficiente y la necesidad de extrapolar la información disponible sobre un rango de profundidad para el cual cualquier parámetro dado puede variar como función de la profundidad. Un problema adicional se relaciona con la incertidumbre intrínseca o error asociado con cada medida. Para cuantificar los efectos de estas incertidumbres sobre las predicciones de estabilidad de pozo se hace necesario usar métodos probabilísticos.

La evaluación de inestabilidad de pozo de forma probabilística es una herramienta muy poderosa donde se involucra la decisión bajo incertidumbre. Esta ha sido usada con cada vez más frecuencia en operaciones de perforación para minimizar los errores asociados con parámetros clave y maximizar la posibilidad de adoptar para una cierta operación, la decisión correcta.

4.2 CONCEPTOS BASICOS

Con el fin de lograr mayor familiaridad con los términos de estadística utilizados a lo largo de este trabajo, se realiza a continuación un resumen de los principales términos involucrados con el área del análisis de incertidumbre.

Riesgo. Potenciales ganancias o pérdidas asociadas con resultados particulares, Murtha (2008).

Incetidumbre. Es el rango de posibles resultados, Murtha (2008). Para propósitos de este trabajo, los términos de imprecisión y error son sinónimos de esta palabra.

Análisis de riesgo. Es una metodología por la cual se representa un número por una distribución de probabilidad; es útil para comparar dos o más alternativas, Murtha (2008). La implementación de un análisis de riesgo involucra tres pasos básicos: identificar una oportunidad o evento donde la herramienta puede ser aplicada, cuantificar las consecuencias de varias posibles decisiones, y evaluar dentro de los posibles resultados, el mejor estimado económico o resultado operacional, Cunha (2005).

Variable aleatoria. Es aquella cuyo valor no puede ser determinado con precisión y sus posibles valores en un rango determinado se representan por una distribución de probabilidad, Loucks y Beek (2005).

Modelo estocástico o probabilístico. Es aquel donde los parámetros son representados mediante distribuciones de probabilidad, Murtha (2008).

Medidas estadísticas. Son parámetros básicos para caracterizar una distribución de probabilidad y realizar procesos de análisis de riesgo. Estas son la media, la desviación estándar y la covarianza, Liang (2002).

- Media. Es el valor esperado o el promedio de un conjunto de datos.

$$\mu = \frac{\sum x_i}{N} \quad (52)$$

- Desviación estándar. Es una medida de la dispersión o variabilidad. Esta mide cuán cerca están los valores aleatorios de la media.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}} \quad (53)$$

- Coeficiente de varianza (COV). Cuantifica la dispersión de la desviación estándar sobre la media; entre más alto sea el COV, más incertidumbre tiene la información.

$$COV = \frac{\sigma}{\mu} \quad (54)$$

Histograma. Es un gráfico de distribución de frecuencias (número de veces que se repite un dato) en el cual se pueden visualizar los datos y evidenciar sus características de forma, acumulación y dispersión. El histograma consiste de una serie de rectángulos consecutivos ubicados sobre un sistema cartesiano de la siguiente manera:

1. Las bases de los rectángulos se localizan en el eje horizontal. La longitud de la base es equivalente al ancho del intervalo de datos.
2. Las alturas de los rectángulos se registran sobre el eje vertical y corresponden a las frecuencias de los intervalos.

Función de Distribución de Probabilidad (PDF). Representada a través de un diagrama cartesiano donde el eje x muestra el rango de valores de la variable, y el eje y representa la probabilidad de que dicho valor ocurra. Hay dos reglas respecto a esta gráfica: 1) el área total bajo la curva es 1, y 2) el área bajo la curva entre un valor a y un valor b es la probabilidad que x este entre a y b.

Función de Distribución Cumulativa de Probabilidad (CDF). Muestra en el eje x el rango de valores de la variable, y en el eje y muestra la probabilidad acumulada. Hay 2 reglas respecto a este gráfico: 1) el eje y varía entre 0 y 1, y la curva nunca decrece, y 2) el valor en el eje y correspondiente a $x="a"$ representa la probabilidad de que x sea igual o menor a "a".

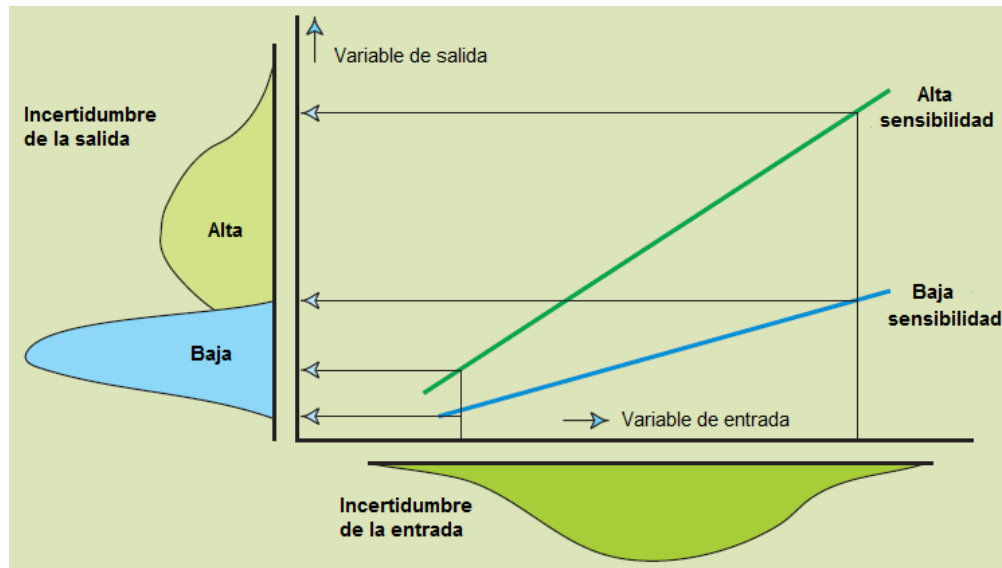
Percentiles P10, P50 y P90. Para una distribución de probabilidad dada, representan el valor del parámetro en estudio para el cual habrá un 10% de probabilidad que hallan valores menores a dicho valor (P10), un 50% de probabilidad (P50) y un 90% de probabilidad (P90). Estos estadísticos son ampliamente usados en los análisis de riesgo dentro de la industria petrolera para el reporte de resultados.

4.3 FUNDAMENTOS DEL ANALISIS DE INCERTIDUMBRE

Un análisis de incertidumbre comprende la evaluación cuantitativa de la incertidumbre de los resultados de un modelo con base en las incertidumbres de los parámetros de entrada que alimentan dicho modelo. Estos tipos de análisis hacen parte fundamental de los estudios de análisis de riesgo y toma de decisiones ya que brindan una medida de la precisión de las predicciones hechas mejorando la confiabilidad y el realismo de las mismas.

El análisis de incertidumbre suele usarse en conjunto con el análisis de sensibilidad; es relevante decir en este punto que estos análisis son complementarios pero no son iguales, dado que mientras el de sensibilidad cuantifica el impacto de la incertidumbre de los datos de entrada en las variables de salida del modelo, el de incertidumbre utiliza una descripción probabilísticas de los mismos datos de entrada para derivar distribuciones probabilísticas de las variables de salida del mismo modelo. Luego si bien ambos son indicadores de la incertidumbre de un modelo, los métodos y resultados son diferentes; en la Figura 36 se ilustra la noción tanto de sensibilidad como de incertidumbre en un modelo.

Figura 36. Esquema de las relaciones de sensibilidad e incertidumbre en un modelo.



Fuente: Traducido de Loucks D. and van Beek E. (2005).

4.3.1 Principales fuentes de error en un modelo de estabilidad. La presencia de incertidumbres a través de todo el desarrollo de un modelo es algo que siempre está presente. Para el caso específico de la industria petrolera, estas imprecisiones comienzan por las mismas fuentes de información que solo capturan las características de una parte pequeña del yacimiento para el caso de los registros de pozo y los núcleos, que son los mayores contribuyentes de los datos en el área de estabilidad de pozo. De igual manera los procesos de medición y la influencia humana en las tareas de medición tienen un grado adicional de incertidumbre. Y finalmente el uso de correlaciones y modelos que no explican completamente el comportamiento de los sistemas reales implican otra fuente considerable de imprecisión en los resultados. De forma general se podría hacer el siguiente catálogo de causas de error que pueden tenerse dentro del desarrollo de un estudio de estabilidad de pozo, como se aprecia en la Tabla 22.

Tabla 22. Principales fuentes de error de un modelo en estabilidad de pozo.

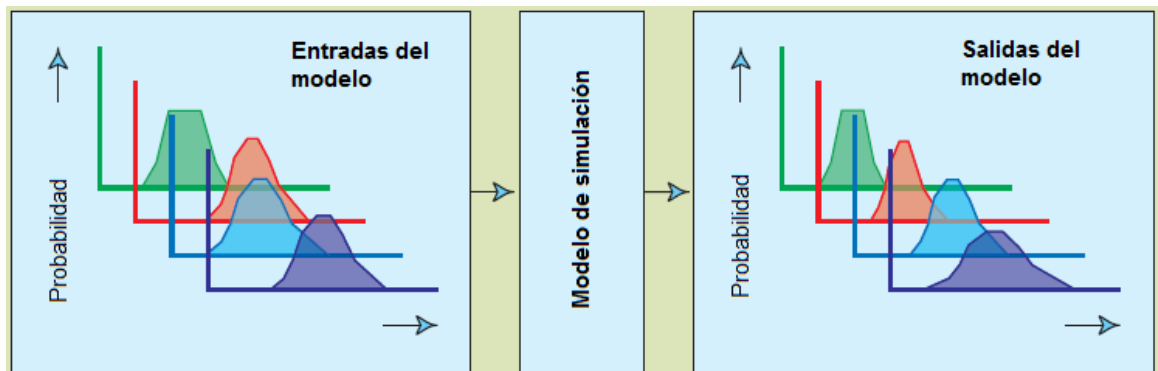
Fuente de error	Descripción
Errores numéricos	Asociados a cualquier tipo de truncamiento o aproximación realizado en la medición o estimación de una variable
Errores sistemáticos	Asociados con el sistema de medición utilizado (incertidumbre de una herramienta o técnica de medición)
Errores aleatorios	Asociados con fenómenos incontrolables que pueden ocurrir durante la medición de una variable (falla del equipo, calidad del elemento a medir, etc.)
Errores del modelo	Asociados con las simplificaciones de las ecuaciones y correlaciones utilizadas en un modelo, las cuales no representan la realidad en un 100%
Errores humanos	Asociados con la intervención humana en los procesos de medición y aplicación de los modelos

Dentro de las fuentes de error mencionadas en la Tabla 22, los errores sistemáticos son los que se abordaran en este estudio ya que están relacionados con las herramientas y experiencia de trabajo, y aunque son en cierta medida de carácter subjetivo, son aquellos que pueden ser más fácilmente cuantificados. Para el caso de los errores aleatorios y humanos, es muy complejo tener una cuantificación de estos en una forma práctica al ser caso dependientes. Con respecto a los errores numéricos, aunque podrían considerarse, estos son minimizados al utilizar un número suficiente de cifras significativas. Por ultimo pero no menos importante, los errores del modelo no son tenidos en cuenta pero se aclara que es posible minimizarlos mediante el uso de modelos más sofisticados, dado que los métodos utilizados para este estudio no dependen del modelo implementado.

4.3.2 Resultados de un análisis de incertidumbre. A causa de estas incertidumbres previamente mencionadas, el uso de valores promedio para los parámetros de entrada en los enfoques deterministas usualmente usados, puede llevar a conclusiones que significativamente difieran del comportamiento real del pozo. Un buen entendimiento del impacto de estas incertidumbres definitivamente promovería un diseño seguro y económico que pueda manejar estos grados de imprecisión, tal como lo afirma Sheng (2006).

Conceptualmente un análisis de incertidumbre toma un conjunto de variables de entrada expresadas mediante distribuciones de probabilidad, luego son procesadas mediante una función o modelo, y son obtenidas las distribuciones de probabilidad de las variables de salida o las medidas estadísticas de dichas variables. Esta sencilla definición puede ser apreciada a través de la Figura 37.

Figura 37. Ilustración de un proceso de análisis de incertidumbre.



Fuente: Traducido de Loucks D. and van Beek E. (2005).

Según Loucks y Beek (2005), de los resultados de un análisis de incertidumbre se puede obtener:

- Estimar la media y la desviación estándar de los resultados.
- Estimar la probabilidad que un resultado dado exceda un umbral específico.

- Asignar un nivel de confianza a una función de los resultados, por ejemplo, el rango de los valores de la función que es más probable que ocurra con algún grado de probabilidad.
- Describir la probabilidad de diferentes resultados potenciales del modelo.
- Estimar los impactos relativos de las incertidumbres de las variables de entrada.

Un punto crítico a considerar en el desarrollo de los análisis de incertidumbre es el de poder evaluar a partir de los resultados obtenidos, cual es la necesidad de obtener nuevos y mejores datos para reducir el nivel de incertidumbre de los resultados, y hasta qué punto el costo de la adquisición de esta nueva información es compensable con los beneficios derivados de tener unos resultados más precisos, ya que como en cualquier actividad de la industria petrolera el factor económico es básico para viabilizar una iniciativa.

4.3.3 Etapas de un análisis de incertidumbre. De acuerdo a McCuen (2002), los principales pasos de un análisis de incertidumbre son:

1. Definición del objetivo del análisis
2. Definición de las fuentes de incertidumbre
3. Generación de los valores de los factores de entrada y el cálculo de los resultados de modelo
4. Presentación de los resultados

El primer paso concierne a determinar de la forma más precisa posible el propósito para llevar a cabo el análisis, y que para este caso se basa en determinar las distribuciones de probabilidad de los pesos de lodo de colapso y de fractura con el fin de construir un gráfico de probabilidad de éxito de perforar sin problemas de estabilidad en función del peso de lodo utilizado.

Los pasos 2 y 3 están relacionados con la cuantificación de incertidumbres, los tipos de distribución de probabilidad utilizados y la técnica utilizada para el análisis, los cuales son tópicos que se abordaran en detalle en la sección 3.2.

Para la presentación de resultados se utilizara en mayor medida gráficos de PDF y CDF.

4.4 DISEÑO DEL ANALISIS DE INCERTIDUMBRE

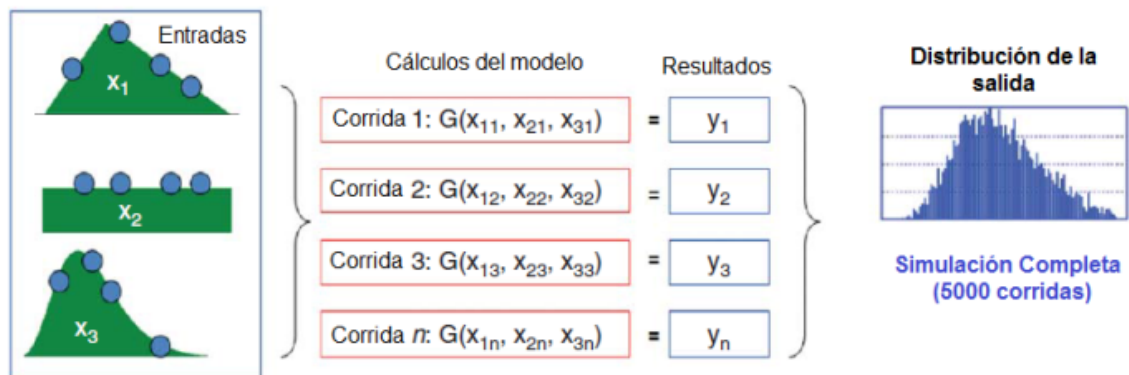
4.4.1 Técnica de Análisis: Simulación de Monte Carlo. El método de Simulación de Monte Carlo (SMC) es la técnica escogida para llevar a cabo este estudio ya que es la más utilizada y recomendada en diversos trabajos relacionados con estabilidad de pozo, basado en sus resultados más conservativos, mejor rendimiento, la libertad de utilizar cualquier rango de incertidumbre para los datos de entrada, la independencia respecto al modelo usado y su interfase de aplicación amigable (Sheng, 2006; Tran y Abousleiman, 2010; Al-Ajmi y Al-Harthy, 2010; Li y Bai, 2012; Udegbumam et al., 2013a; Udegbumam et al., 2013b).

La SMC consiste en generar aleatoriamente una muestra de N valores de los parámetros inciertos tomados de cada una de sus distribuciones de probabilidad, y entonces calcular los N valores correspondientes de los resultados del modelo. El resultado final será N conjuntos de parámetros inciertos y los respectivos N valores de los resultados del modelo, con lo cual es posible construir una distribución de probabilidad para los resultados de dicho modelo. Este enfoque puede ser implementado al modelo original, no requiere ninguna linealización de las ecuaciones del modelo, y puede ser usado con cualquier clase de distribución de probabilidad.

El método de Monte Carlo aplicado en un caso muy simple es ilustrado aquí. Asuma que $G(x_1, x_2, x_3) = x_1 * x_2 - x_3$ y que x_1 se le asigna una distribución triangular, x_2 una uniforme, y x_3 una lognormal. Para cada simulación o corrida, un valor es sacado aleatoriamente de cada una de las tres distribuciones de

probabilidad, y el valor del resultado es calculado con $G(x_1, x_2, x_3)$. Repitiendo este proceso 5000 veces, los resultados se almacenan y luego se pueden resumir por medio de un histograma, el cual es interpretado como una aproximación a la distribución de probabilidad resultante. Este ejemplo de una SMC es mostrado en la Figura 38.

Figura 38. Ilustración del método de Monte Carlo para un caso simple de tres variables de entrada y una salida



Fuente: Traducido de Udegbumam J., et al., 2013. Uncertainty-based approach for predicting the operation window in UBO well design. Paper SPE 164916.

En la presente tesis, el mismo método descrito antes es aplicado al modelo de estabilidad de pozo seleccionado. Una descripción del proceso de cómo se aplica la SMC en nuestro análisis se presenta a continuación:

1. Una distribución de probabilidad (PDF) es asignada a cada parámetro de entrada que se considera incierto.
2. Para cada parámetro de entrada, un número es aleatoriamente extraído de la PDF asignada por el uso de la técnica de muestreo escogida.
3. Los parámetros de entrada en el paso anterior son insertados en el modelo de estabilidad.
4. El modelo es corrido, y el resultado es registrado.

Mediante la repetición de los pasos 2 al 4, un número determinado de veces, las distribuciones de probabilidad para los pesos de lodo colapso y de fractura son generadas.

4.4.2 Valores e incertidumbres de los datos de entrada. La discusión referente a la cuantificación de incertidumbres de las variables geomecánicas del modelo ha sido discutida previamente en la sección 2.6. Para llevar a cabo este análisis de incertidumbre el enfoque basado en la incertidumbre de las herramientas de registro será seleccionado.

Adicionalmente, teniendo en cuenta los análisis de sensibilidad previos para el caso de un pozo vertical, los parámetros de esfuerzo vertical y relación de Poisson serán tratados como valores constantes debido a que no tienen un impacto significativo en los valores finales del modelo, sin embargo vale la pena aclarar que cada estudio es independiente y los factores críticos de influencia pueden variar de caso a caso.

4.4.3 Tipo de distribución de probabilidad de los datos de entrada. Con los valores de las medidas estadísticas establecidos para las variables de entrada, estos se deben relacionar con PDFs que describan la probabilidad de los diferentes valores posibles. De acuerdo a McCuen (2002), estas distribuciones de probabilidad pueden ser especificadas usando diferentes fuentes de información tales como:

- Conocimiento experto. Por medio de entrevistas a diversos expertos basados no solamente en sus opiniones sino también en información que las respalde.
- Mediciones directas. Cuando se cuenta con relevantes cantidades de mediciones sobre la variable de estudio.

La alternativa más simple posible es la distribución uniforme, que asigna la misma probabilidad a todos los valores sobre un rango dado; en otros casos cuando se

tiene mayor certeza del valor más probable sobre el rango, se aconseja utilizar la distribución triangular. Para cualquiera de los casos anteriores se asegura un intervalo de datos consistente con la información real, a diferencia de lo que puede suceder con la distribución normal.

No obstante, de acuerdo a Williamson et al. (2006) y Sheng (2005), las medidas estadísticas (media y desviación estándar) son parámetros más importantes para garantizar la calidad del análisis que el mismo tipo de distribución.

Para el propósito de estudio, con el método utilizado de cuantificación de incertidumbres, directamente se pueden obtener las distribuciones de probabilidad para cada parámetro de entrada, tal como se describió en la sección 2.6.4.

4.4.4 Tipo de muestreo. El tipo de muestreo define la manera en la cual los valores de una variable aleatoria son escogidos sobre el rango definido para esta. Los métodos de Monte Carlo (MC) e Hipercubo Latino (HL) son los más utilizados. Es importante en este punto hacer la aclaración que el término de Monte Carlo es dual y puede referirse tanto a la técnica de análisis de incertidumbre como al tipo de muestreo.

Si bien ambos métodos generan los valores de una forma similar, el método HL se distingue en que fracciona el rango de valores en intervalos y hace la extracción de valores controlando que se tomen de cada intervalo proporcionalmente a su probabilidad, haciendo esta técnica más homogénea respecto a la MC, que toma los valores sobre el rango entero sin dicho control, lo cual genera que le tome más simulaciones hacer un barrido completo de los distintos valores posibles.

Con el propósito de obtener un análisis que consiga precisión pero también eficiencia, el método de HL es seleccionado para este estudio, dado que requiere un menor número de simulaciones para llegar a resultados que no varíen significativamente con corridas adicionales (McLellan y Hawkes, 2002; Sheng, 2005).

4.4.5 Número de corridas. Uno de los principales puntos discutidos al método de SMC es su requerimiento de un alto número de simulaciones, por lo cual la capacidad computacional y el tiempo de análisis puede ser algo demandante, sin embargo el número de corridas es esencial en el modelamiento probabilístico con el fin de obtener la mejor función de probabilidad que se ajuste a los datos de salida, tal como lo afirma McLellan y Hawkes (2002).

En este contexto, Tran y Abouleisman (2010) estudiaron como era el comportamiento del número de corridas respecto al cambio de la distribución de probabilidad obtenida por medio de la media y la desviación estándar; de aquí concluyeron que los cambios eran más bien lentos después 4000 simulaciones con variaciones entre 0.5% y 2.5%. Y además, para un grandes muestras como 50.000 corridas, los cambios registrados eran del orden de 0.16% a 1% pero el tiempo de computo podía aumentar hasta 12.5 veces. No obstante, dado que el modelo planteado no es demasiado complejo y el equipo de cómputo muestra una buena velocidad de procesamiento, un total de 10000 simulaciones han sido seleccionadas para llevar a cabo este estudio.

4.4.6 Interdependencia entre los parámetros de entrada. Una de las suposiciones que trae consigo la SMC es la independencia de las variables de entrada del modelo. Como lo indica Murtha (2008), existe la posibilidad de subestimar el riesgo cuando se ignora la dependencia entre las variables de análisis. En este mismo sentido McLellan y Hawkes (1998), recomiendan especificar un grado de interdependencia en los parámetros de entrada cuando sea necesario con el propósito de evitar estimaciones erradas en la incertidumbre de los resultados del modelo.

Teniendo en cuenta este aspecto, se utilizara otro de los puntos adicionales derivados de la RSM, el cual permite obtener una matriz de coeficientes de correlación entre cada par de parámetros de entrada como se observa en la Figura 39. Estos coeficientes varían entre -1 y 1 y miden el grado de asociación de las variables (lineales o no lineales), donde para valores cercanos a -1 y 1 se tendrá una fuerte correlación mientras para valores próximos a 0 se considera que no hay correlación. Estos coeficientes pueden ser ingresados al programa Crystall Ball® a través de la herramienta de “Definir correlaciones” y de esta manera ser

considerados dentro de la ejecución de la SMC. No obstante, para los dos casos de presión, no existe correlación entre los parámetros de entrada.

Figura 39. Matriz de coeficientes de correlación entre las variables de entrada: a) Modelo de peso de lodo de colapso, y b) Modelo de peso de lodo de fractura

a)

		(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
(2)	A:Esfuerzo Vertical	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(3)	B:Esfuerzo Horizontal Máximo	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(4)	C:Esfuerzo Horizontal Mínimo	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(5)	D:Presión de poro	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(6)	E:Cohesión	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000
(7)	F:Ángulo de fricción	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000
(8)	G:Relación de Poisson	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000

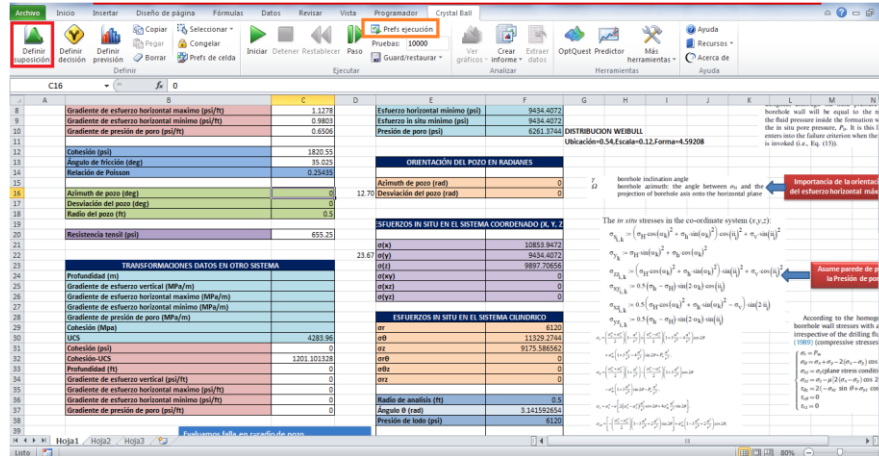
b)

		(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
(2)	A:Esfuerzo Vertical	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(3)	B:Esfuerzo Horizontal Máximo	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(4)	C:Esfuerzo Horizontal Mínimo	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
(5)	D:Presión de poro	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000
(6)	E:Relación de Poisson	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000
(7)	F:Resistencia a la Tensión	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000

4.5 RESULTADOS E INTERPRETACIÓN DEL ANALISIS DE INCERTIDUMBRE APLICADO AL MODELO DE ESTABILIDAD DE POZO

Con base en los diferentes puntos abordados en la sección 4.2 para la realización de la SMC, estas consideraciones son configuradas en el programa Crystall Ball® (Versión de prueba) a través de su módulo Ejecutar (>>Prefs ejecución) con respecto al tipo de muestreo y el número de corridas, y en el módulo “Definir” (>>Definir suposición) con referencia a los datos de las diferentes distribuciones de probabilidad y sus medidas estadísticas para cada variable, tal como se puede apreciar en la Figura 40.

Figura 40. Interface del programa Crystal Ball® (Versión de prueba) con los módulos señalados para el ingreso de los datos de diseño.



Después de llevar a cabo las 10000 simulaciones, el resultado final son histogramas de frecuencias para el peso de lodo de colapso y el peso de lodo de fractura como se puede observar en la Figura 41. A partir de estos histogramas, es posible ajustar una PDF que represente la distribución mediante una curva de probabilidad en función de los correspondientes pesos de lodo, tal como se ilustran en la Figura 42.

Figura 41. Histogramas de frecuencias de los pesos de lodo: a) Colapso (Azul), y b) Fractura (Roja).

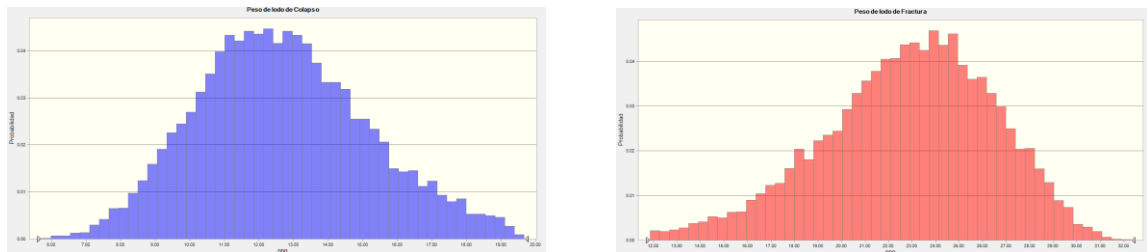
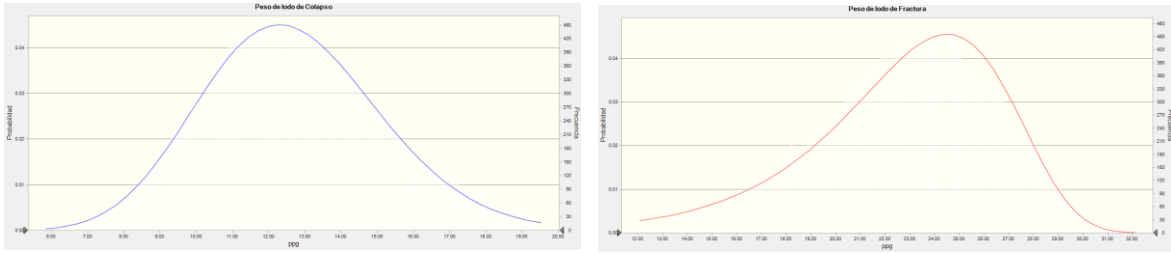
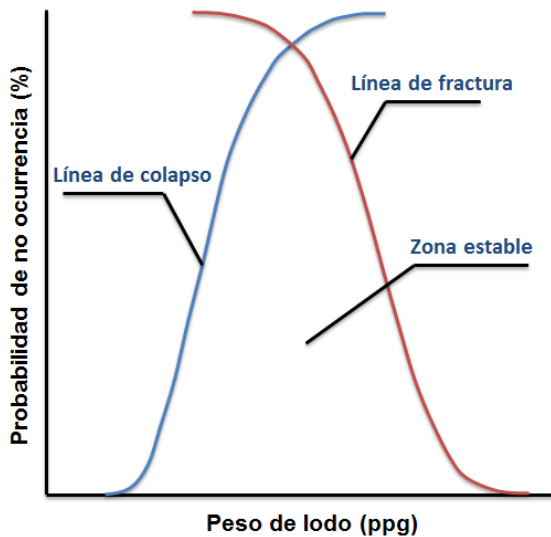


Figura 42. PDFs para los pesos de lodo: a) Colapso (Azul), y b) Fractura (Roja).



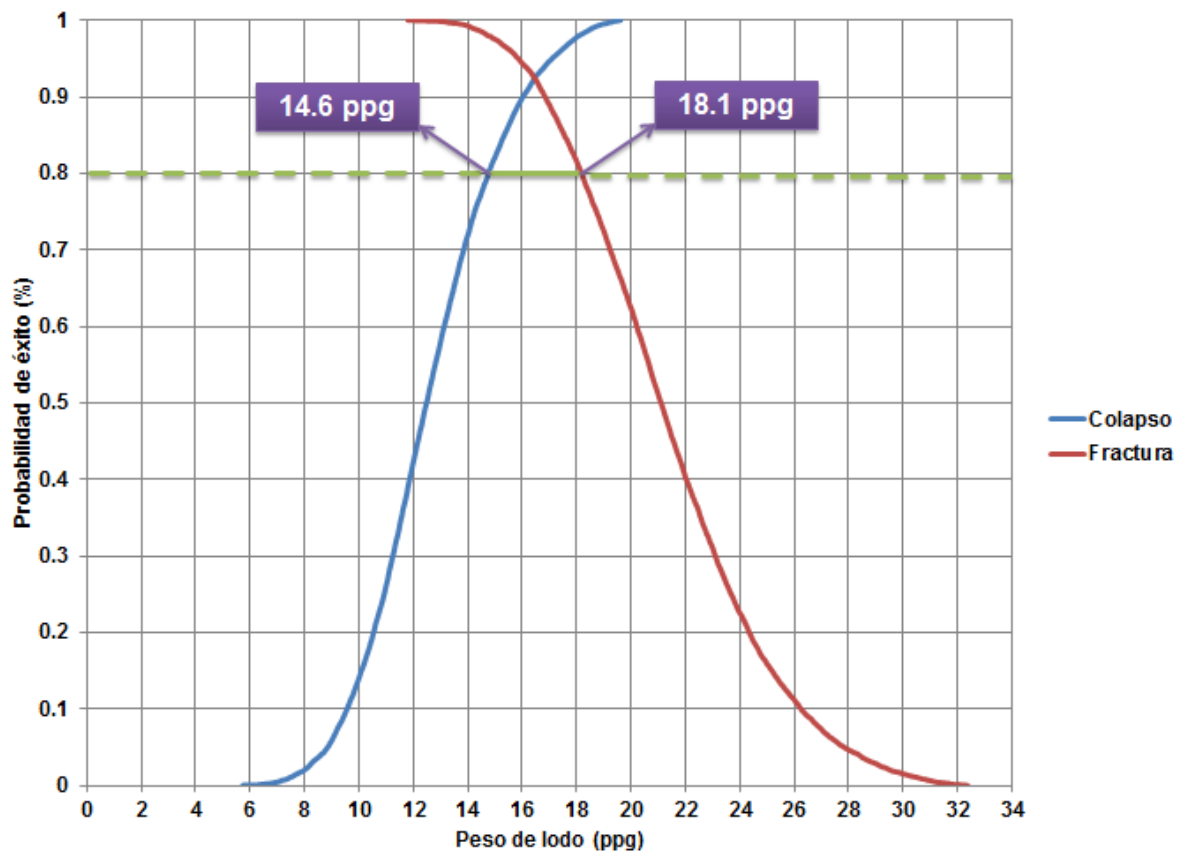
Con base en los resultados estocásticos obtenidos de ambos límites de presión, los datos son extraídos para realizar un gráfico de probabilidad acumulada mediante Microsoft Excel[®], que permita construir la ventana de lodo probabilística como es el caso de la Figura 43. La elaboración de las ventanas de lodo probabilísticas se basan esencialmente en un gráfico de probabilidad de no ocurrencia del problema de estabilidad (tanto colapso como fractura) contra el peso de lodo adecuado para evitar dicho problema. Como se aprecia en la Figura 43, la curva de color azul representa la línea de peso de lodo para evitar el colapso de pozo y es básicamente una curva de distribución de probabilidad acumulada, mientras la curva roja describe la línea de peso de lodo requerido para impedir problemas de pérdida de circulación y se puede interpretar como una curva de distribución de probabilidad acumulada inversa.

Figura 43. Ventana de lodo probabilística.



Esta configuración permite hacer una lectura sencilla del esquema en el cual toda el área entre las curvas es la zona segura de perforación donde para cada probabilidad existe un margen de operación que posibilita perforar sin problemas de estabilidad. Por ejemplo, al obtener la ventana probabilística para la profundidad media del intervalo de estudio (i.e. 8623 pies) como se observa en la Figura 44, al trazarse la línea horizontal de color verde se tendría un 80% de probabilidad de perforar sin problemas con un peso de lodo mayor a 14,6 ppg y menor a 18.1 ppg. De igual forma se podría concluir que para tener cerca de 90% de probabilidad de éxito los pesos de lodo deberían estar entre 15.8 y 16.7 ppg aproximadamente.

Figura 44. Lectura de la ventana de lodo probabilista, para el ejemplo, con el fin de tener 80% de probabilidad de perforar con éxito se debería usar un peso de lodo entre 14,6 y 18,1 ppg.

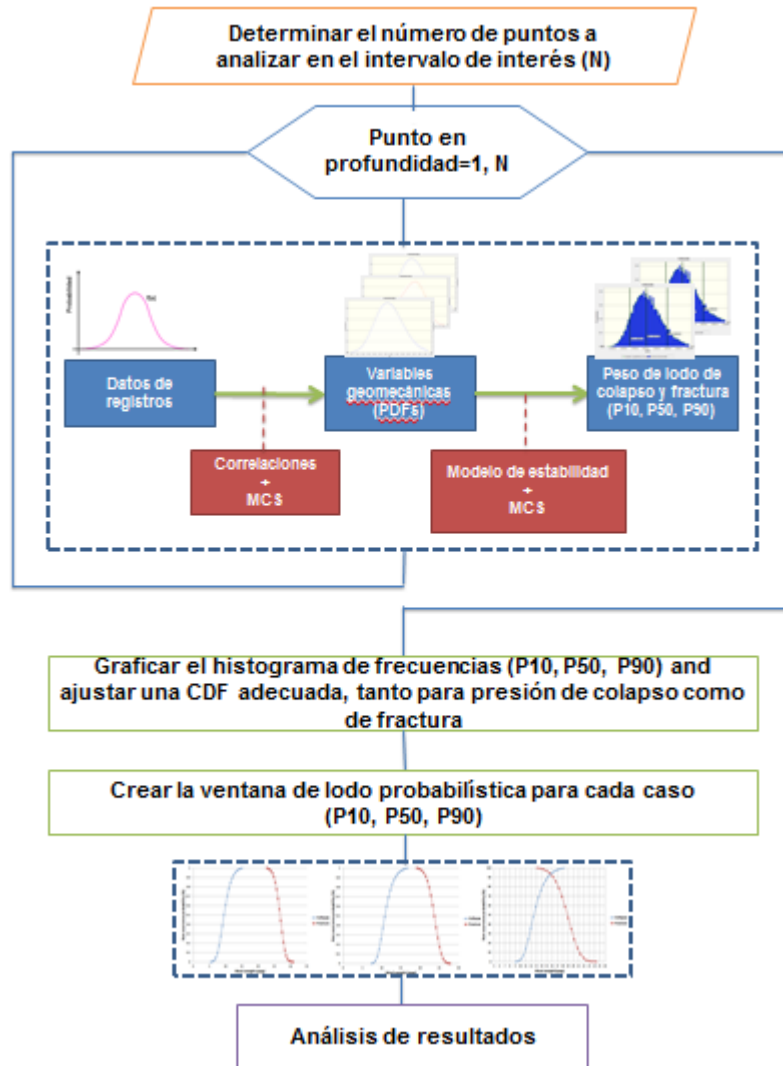


La ventana obtenida anteriormente refleja el comportamiento de la formación tomando sus propiedades de forma promedio, lo cual es una aproximación pero puede no ser completamente representativa para todo el intervalo. Con el propósito de superar esta limitante en el estudio de incertidumbre y tener en cuenta la variabilidad espacial, se propone el siguiente procedimiento:

1. Graficar las propiedades geomecánicas de la formación en profundidad, como son la relación de Poisson, el módulo de Young, el UCS y la resistencia a la tensión.
2. Identificar las secciones que muestren propiedades similares y aquellas con variación más pronunciada.
3. Seleccionar distintos puntos (i.e. profundidades) en las secciones identificadas que abarquen la totalidad de cada paquete teniendo en cuenta que se deberían tomar menos puntos en las secciones de propiedades similares y más puntos en aquellos intervalos de propiedades poco uniformes.
4. Llevar a cabo el análisis de incertidumbre para el peso de lodo de colapso y fractura mediante simulación de Montecarlo sobre cada punto seleccionado de acuerdo a las consideraciones de la sección 4.4.
5. Registrar los valores de los estadísticos P10, P50 y P90 para cada simulación realizada tanto de peso de lodo de colapso como de fractura.
6. Construir los histogramas de frecuencias para los datos recolectados de P10, P50 y P90 de peso de lodo de colapso y de fractura.
7. Ajustar distribuciones de probabilidad para cada uno de los histogramas.
8. Elaborar las ventanas de lodo probabilísticas para los casos P10, P50 y P90.

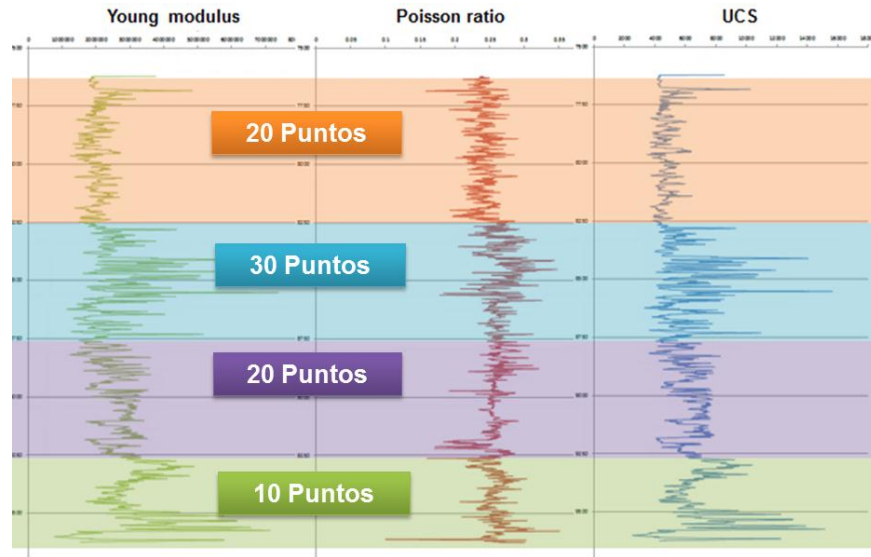
El producto resultante de este flujo de trabajo permite tener en cuenta la incertidumbre asociada a cada medida y al mismo tiempo la variabilidad espacial por considerar diversos puntos de la formación. Un esquema que resume el procedimiento adicional planteado es ilustrado en la Figura 45.

Figura 45. Flujo de trabajo para la evaluación de incertidumbre.



Para la aplicación en el caso de estudio se tomaron 80 puntos representativos de la formación de acuerdo a los gráficos de las propiedades de la roca tal y como se puede observar en la Figura 46.

Figura 46. Selección de puntos representativos para el estudio de incertidumbre



Posteriormente se evaluaron mediante simulación de Montecarlo las variables geomecánicas en cada punto para obtener las respectivas distribuciones de probabilidad de los pesos de lodo de colapso y fractura. Después del proceso mencionado anteriormente, se tabularon los valores P10, P50 y P90 de los pesos de lodo de colapso y fractura con el fin de construir histogramas de frecuencia para cada estadístico y a continuación ajustar una distribución de probabilidad a cada histograma. Este procedimiento permite adicionar el efecto de variabilidad espacial dentro del análisis de incertidumbre además del error asociado a la medición considerado en las simulaciones iniciales en cada punto.

Con las distribuciones de probabilidad de cada estadístico (P10, P50 y P90) para los pesos de lodo de colapso y fractura, se pueden elaborar las ventanas de lodo probabilísticas para la formación por cada probabilidad (i.e. una con 10% de probabilidad de ocurrencia, otra con 50% de probabilidad y otra con un 90% de probabilidad) de acuerdo al proceso descrito en esta sección.

Las ventanas probabilísticas obtenidas de este proceso son mostradas en la figura 47, 48 y 49 respectivamente. El caso de más baja probabilidad o P10 de la figura 47, muestra un escenario altamente optimista y poco real de perforación en el cual

se podría perforar de forma segura usando pesos de lodo entre 15 ppg y 23 ppg. Para el caso promedio o P50 en donde se tiene una probabilidad 50/50 de éxito y fracaso, la previsión cambia considerablemente arrojando una ventana operativa de 2 ppg entre 17 ppg y 19 ppg.

Dado que para la toma adecuada de decisiones se necesita partir de una fuente de datos de buena confiabilidad, la ventana con los datos de P90 representa la información a utilizar en la definición de programas de lodos y casing debido a que implica los eventos más probables que pueden ocurrir, y la cual es mostrada en la figura 49. Como producto de la ventana obtenida, se puede concluir que la máxima probabilidad de éxito posible para perforar sin problemas de estabilidad es de 94% con un peso de lodo de 15.5 ppg aproximadamente, sin embargo un rango operacionalmente viable y estadísticamente aceptable para la toma de decisiones de una forma segura, sería la ventana de lodo de 15.3 ppg a 16.1 ppg con una probabilidad de éxito de 90%. Es importante añadir que es criterio de la persona encargada de la decisión final, tener en cuenta que grado de éxito es aceptable para tomar una posición final, lo cual dependerá de criterios de la empresa, experiencia de la persona, retos técnicos de la operación, entre otros factores.

Figura 47. Ventana Probabilística (P10) para la perforación de la formación de estudio.

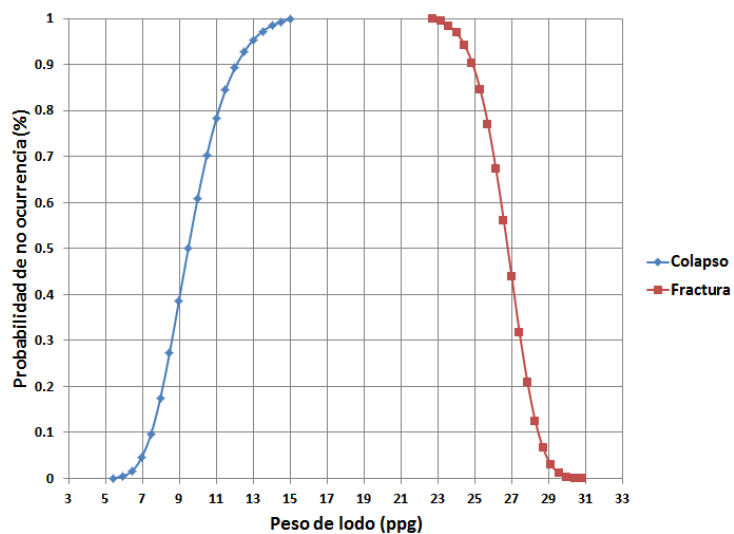


Figura 48. Ventana Probabilística (P50) para la perforación de la formación de estudio.

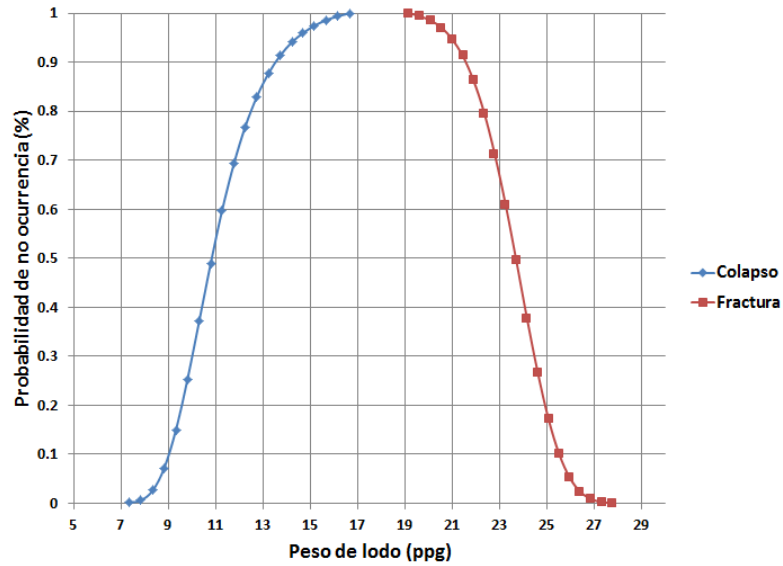
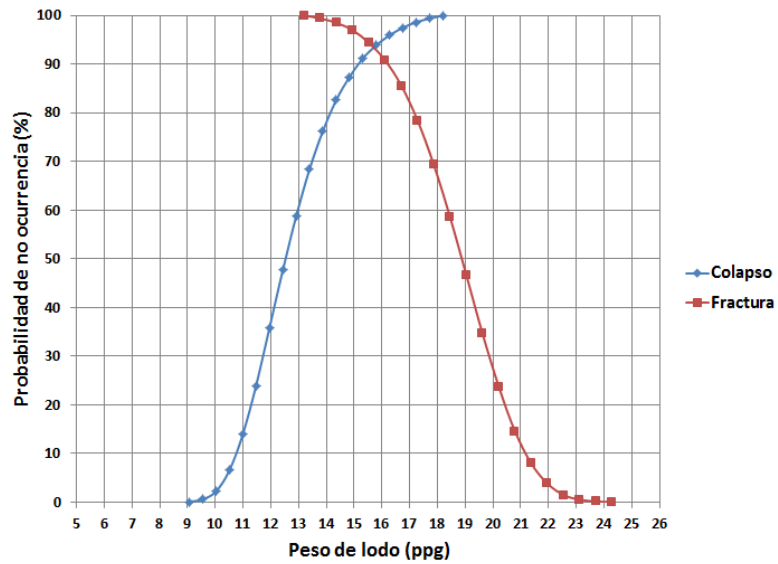
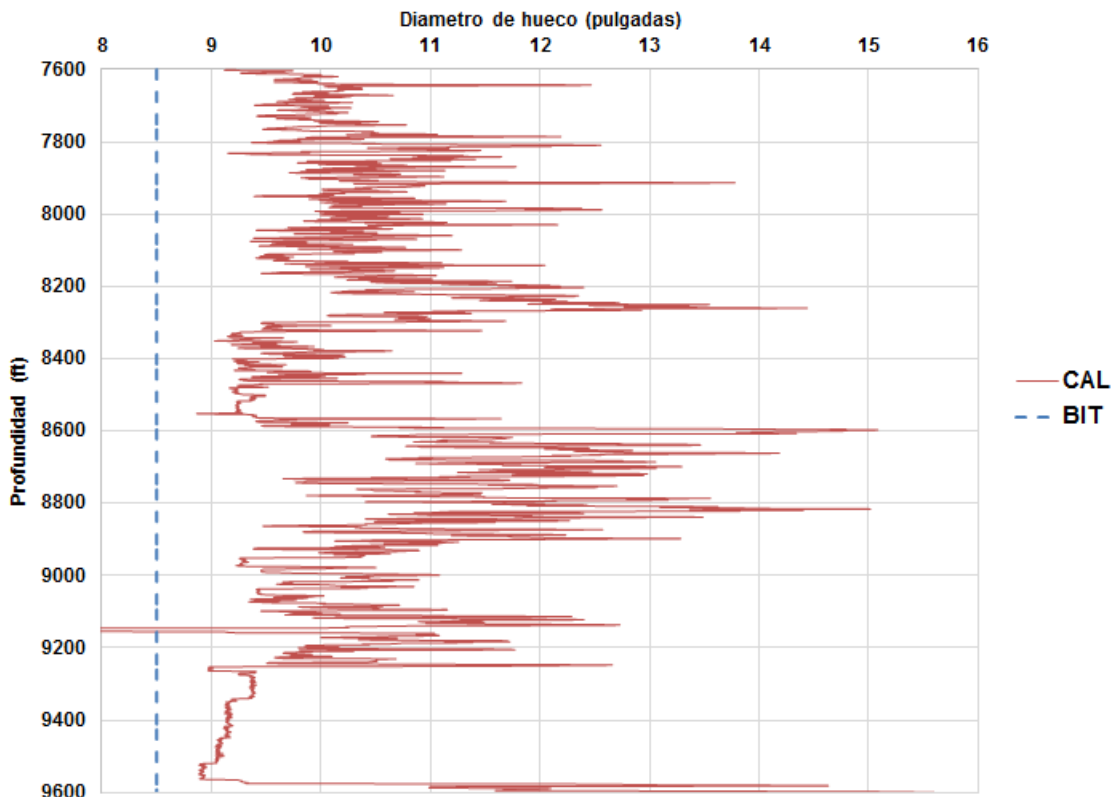


Figura 49. Ventana Probabilística (P90) para la perforación de la formación de estudio.



Los datos obtenidos mediante esta metodología fueron validados con base en los datos de registro caliper del pozo perforado a través de la formación de interés y el peso de lodo utilizado. Como es deducible de la Figura 50, el pozo fue perforado bajo condiciones de alta generación de breakouts con diámetros diferenciales respecto a la broca de hasta 6.5 pulgadas, y este comportamiento se presentó a lo largo de toda la formación; el peso de lodo utilizado en el caso real fue de 10.5 ppg, el cual se encuentra fuera totalmente del rango operacional concluido a partir del estudio integrado de sensibilidad e incertidumbre (15.3 ppg a 16.1 ppg) y que puede afirmarse que coincide con las observaciones del registro caliper ya que no se conservó la estabilidad del hueco.

Figura 50. Registro caliper de un pozo perforado a través de la formación de estudio con un peso de lodo de 10.5 ppg.



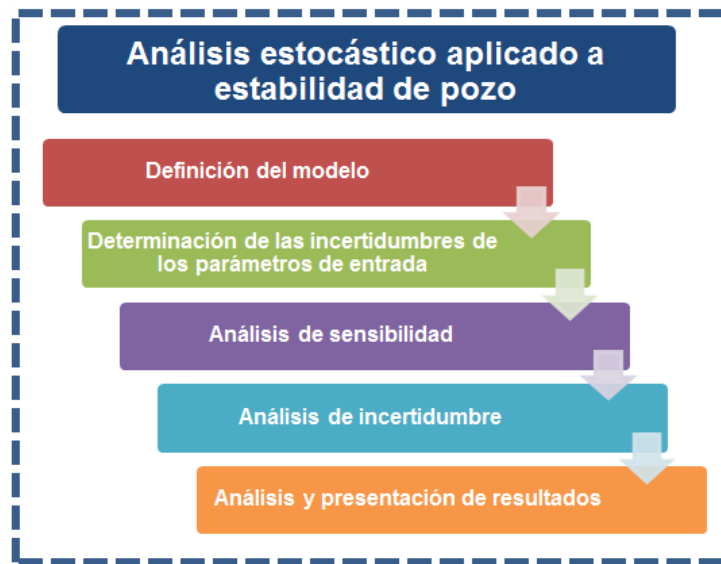
Un punto final para destacar con la metodología aplicada es el ahorro en tiempo computacional que se obtuvo con la aplicación del análisis de sensibilidad y la identificación de variables poco sensibles que podían tratarse de forma puntual, dado que el tiempo de simulación fue reducido aproximadamente de 40 horas a 30 horas, lo cual representa una disminución del 25% que para un estudio de mayor extensión sería de gran beneficio en términos de costos y eficiencia.

Con este nuevo enfoque, es posible presentar la ventana de lodo de perforación en una forma estocástica, y no determinista como es la práctica usual, con lo cual se tienen en cuenta las incertidumbres de los parámetros de entrada en el modelo de estabilidad consiguiéndose resultados más realistas y confiables que contemplan los niveles de riesgo para perforar cada sección planeada y consecuentemente se proporciona una mejor base para la toma de decisiones.

5. METODOLOGIA PROPUESTA PARA EL DESARROLLO DE UN ANALISIS DE SENSIBILIDAD E INCERTIDUMBRE APLICADO A UN MODELO DE ESTABILIDAD DE POZO

La incorporación del componente estadístico al análisis de estabilidad de pozo cumple la función de brindar resultados más reales y confiables para la toma de decisiones teniendo en cuenta las incertidumbres de los parámetros de entrada involucrados en los modelos y cuantificando su impacto en las predicciones realizadas por dichos modelos. La Figura 51 ilustra los principales pasos para implementar la metodología propuesta.

Figura 51. Metodología estocástica aplicada a análisis de estabilidad de pozo.



Como punto de partida se encuentra definir el modelo de estabilidad para el análisis, el cual puede considerar cualquier tipo de efecto (mecánico, térmico, químico, anisotropía, etc.), dado que los procesos dentro de la metodología son independientes del tipo de modelo seleccionado. Varias indicaciones para determinar qué tipo de ecuación constitutiva y criterio de falla pueden ser utilizados son destacadas en el capítulo 1 de la presente tesis.

Con el modelo previamente definido, es posible identificar las variables de entrada sobre las cuales se debe establecer que grado de incertidumbre asumir para los posteriores análisis de sensibilidad e incertidumbre. Para estimar estos valores de imprecisión, cuatro enfoques son presentados en el capítulo 2 para su correspondiente elección basados en la disponibilidad de información y objetivo de estudio.

A continuación se lleva a cabo un análisis de sensibilidad que tiene un doble propósito, en primera instancia busca determinar las variables de menor impacto en los resultados del modelo con el fin de tratarlas como valores fijos dentro del análisis de incertidumbre y de esta manera ahorrar tiempo computacional; y en segundo lugar, definir aquellos parámetros de mayor sensibilidad sobre los cuales deberían hacerse más esfuerzos en su estimación de forma que se reduzcan sus imprecisiones y proporcionalmente las de las predicciones del modelo. Las opciones propuestas respecto a este paso son descritas en el capítulo 3 donde se recomienda el uso del método OAT junto con una validación mediante la RSM.

Con las variables de alto impacto identificadas y sus incertidumbres establecidas, se procede a llevar a cabo un análisis de incertidumbre que permita cuantificar el rango y probabilidad de los distintos resultados de estabilidad. Con base en estos productos se construye una ventana probabilística de estabilidad y se analizan los riesgos correspondientes. Un mayor detalle de esta etapa del proceso se aborda en el capítulo 4.

5.1 EVALUACIÓN DE RIESGO CUANTITATIVO (QRA)

La evaluación de riesgo cuantitativo (QRA-Quantitative Risk Assessment), o técnica QRA como se designará a partir de este momento, aplicada en el área de la estabilidad de pozo permite predecir la probabilidad de perforar un pozo de forma exitosa en el contexto de las incertidumbres de varios parámetros usados en el análisis de la inestabilidad (magnitudes de esfuerzos, presión de poro, resistencia de la roca, etc.) así como también posibilita evaluar cuáles son los parámetros más importantes en la evaluación, Zoback (2007). De lo anterior se puede inferir que

este método integra un análisis de sensibilidad e incertidumbre para el análisis de estabilidad de pozo.

Como lo indica Li and Bai (2012), cuando se combina el análisis de sensibilidad con un análisis de incertidumbre se puede tener una mayor confianza en la ventana de lodo optima obtenida en el estudio de estabilidad.

El método QRA empleado para la evaluación de la falla de pozo por colapso y fractura (las cuales definen la ventana de lodo) en el proceso de perforación, puede ser descrito por medio de cinco pasos fundamentales (Moos et al. 2003):

1. Identificar los parámetros de entrada del modelo, y cuantificar la cantidad asociada de incertidumbre.
2. Calcular las superficies de respuesta para los pesos de lodo crítico (colapso y fractura).
3. Ejecutar simulaciones numéricas teniendo en cuenta las incertidumbres usando métodos como análisis de elementos finitos o Montecarlo.
4. Graficar la probabilidad de éxito de la perforación con estabilidad como una función del peso de lodo.
5. Llevar a cabo análisis de sensibilidad y formular alternativas para la mejora de la probabilidad de éxito.

5.2 COMPARACIÓN DE LA QRA Y LA METODOLOGIA PROPUESTA

La técnica QRA así como la metodología propuesta en esta tesis busca llevar a cabo un análisis de sensibilidad e incertidumbre sobre un modelo de estabilidad de pozo con el fin de mejorar las predicciones teniendo en cuenta los errores asociados con los datos de entrada.

Un primer punto de distinción entre ambos métodos es el orden de los análisis, para el caso de la tesis se busca realizar el estudio de sensibilidad antes de ejecutar el de incertidumbre con el fin de definir cuales variables es posible dejarlas como constantes, lo cual disminuirá el gasto computacional de la fase de

incertidumbre mediante la simulación de Montecarlo; e igualmente como para el caso de la QRA, también es posible formular estrategias (reevaluación de estimaciones o nuevas mediciones) para reducir la incertidumbre de los resultados del modelo cuando se observen grandes sensibilidades en los datos de entrada; por último para propósitos de la tesis se utilizarán tanto diagramas de tornado como de araña en lugar de usar únicamente los diagramas de araña de la QRA en el estudio de la sensibilidad.

Tanto en la QRA como en la metodología propuesta en esta tesis, el proceso de análisis es independiente del tipo de modelo constitutivo o criterio de falla utilizado, sin embargo dependiendo de la complejidad del mismo, el modelamiento numérico puede ser más extenso y complicado. Como ventaja de la QRA sobre el planteamiento de la tesis esta la incorporación de la noción de la falla operacional que está básicamente representada por la función de estado límite (LSF). En el método de la tesis, no se proyecta el uso de este enfoque y la evaluación es hecha sobre el modelamiento conceptual, sin embargo es posible garantizar resultados físicamente reales mediante el uso de límites en las variables de entrada como los esfuerzos in situ, tal como se plantea en Udegbum et al. (2011), o rangos típicos de acuerdo al tipo de litología como el caso de las propiedades de la roca consignadas en Zoback (2007).

En cuanto al modelamiento numérico, la técnica QRA es muy similar en cuanto que implementa las mismas herramientas que la metodología propuesta como son la SMC y la RSM. En este punto es importante decir que aunque no se especifica en las fuentes consultadas, el diseño de la SMC presenta algunos puntos relevantes como son el número de simulaciones óptimas o la interdependencia entre variables (por ejemplo entre la resistencia a la compresión sin confinamiento y el módulo de Young) tal como lo establece McLellan y Hwakes (1988), y que fueron considerados para el proceso de análisis de incertidumbre de la tesis.

Por otro lado, el producto final del proceso de incertidumbre será en ambas situaciones, gráficos de las funciones de distribución acumulativa para las presiones de colapso y fractura que permitan identificar qué grado de éxito es posible de acuerdo al peso de lodo utilizado, sin embargo la metodología propuesta involucra

un proceso adicional que permite tener en cuenta no solo la incertidumbre de la medición sino también la variabilidad espacial de la formación.

Finalmente, la aplicabilidad de ambas técnicas comprende el análisis de ventanas de lodo (por intervalos de casing), viabilidad de perforación bajo balance, optimización de diseños de casing, entre otros temas del área de estabilidad de pozo. En la Tabla 23, se puede apreciar un resumen de la discusión abarcada en esta sección.

Tabla 23. Resumen de los principales aspectos involucrados de la técnica QRA y la metodología de la tesis.

ASPECTO	TÉCNICA QRA	METODOLOGÍA PROPUESTA
Selección del modelo	No es abordado	Es abordado a partir de tablas con criterios de selección basadas en disponibilidad de información y consideraciones clave
Análisis de sensibilidad	Realizado al final, busca el mejoramiento de la precisión de los resultados al formular estrategias para la estimación de las variables más sensibles. Utiliza diagramas de araña	Realizado al inicio, busca analizar que variables pueden dejarse fijas y cuales requieren mejores estimaciones si tienen grandes sensibilidades. Utiliza diagramas de tornado
Dependencia del modelo utilizado	No depende	No depende
Incorporación de la falla operacional	Implementa concepto de la función de estado límite	No se tiene en cuenta
Modelamiento numérico	Involucra las técnicas de RSM y SMC	Involucra las técnicas de OAT, RSM y SMC
Análisis de Incertidumbre	Uso de la simulación de Montecarlo	Uso de la simulación de Montecarlo
Resultado	Gráficos de funciones de probabilidad acumulativa con el porcentaje de éxito de una perforación sin problemas de estabilidad	Gráficos de funciones de probabilidad acumulativa con el porcentaje de éxito de una perforación sin problemas de estabilidad
Aplicabilidad	Análisis de ventanas de lodo; viabilidad de perforación bajo balance; optimización de programas de casing, entre otros	Análisis de ventanas de lodo; viabilidad de perforación bajo balance; optimización de programas de casing, entre otros

6. CONCLUSIONES

En este trabajo, se presentó una metodología completa para realizar análisis de estabilidad de pozo con un enfoque estocástico que comprende la selección del modelo, la cuantificación de incertidumbre de los parámetros de entrada, el análisis de sensibilidad y análisis de incertidumbre, así como también se presentaron los resultados de la aplicación sobre un caso de estudio aplicado a la evaluación de la ventana segura de lodo para la perforación de una formación Colombiana del Cretáceo. De este trabajo las siguientes conclusiones pueden ser destacadas:

- Los elementos básicos en el desarrollo de un análisis de estabilidad de pozo son el modelo constitutivo y el criterio de falla, por lo cual una minuciosa selección de cada uno basada en las condiciones propias del pozo a estudiar, es necesaria para garantizar resultados satisfactorios. Dado el menor número de variables requeridas para el uso del modelo constitutivo y la disponibilidad de información del presente estudio, la teoría lineal elástica fue la más factible para utilizar en el desarrollo de la tesis. Igualmente, el criterio de falla de Mogi-Coulomb fue el recomendado para la implementación del análisis de estabilidad, ya que tiene en cuenta el efecto del esfuerzo principal intermedio y adicionalmente es posible determinar los parámetros basados en datos de pruebas triaxiales convencionales sin afectar la precisión de las predicciones de estados de esfuerzos poliaxiales.
- Los parámetros de entrada del modelo de estabilidad pueden ser agrupados en tres grupos principales: esfuerzos in situ y presión de poro, propiedades elásticas y de resistencia de la roca, y geometría del pozo, donde las dos primeras categorías requieren tener en cuenta el grado de incertidumbre ya que los métodos de evaluación son principalmente de tipo indirecto a partir de correlaciones que utilizan datos derivados de registros de pozo.
- Un nuevo enfoque para la cuantificación de incertidumbres es propuesto con base en el error de medición de las herramientas de registros que son la principal fuente de información para la estimación de los datos de entrada mediante el uso de correlaciones, permitiendo establecer un método formal sin tener que recurrir a valoraciones subjetivas o asunciones arbitrarias.

- Los resultados del estudio de sensibilidad permiten establecer las variables de mayor influencia en los resultados de presión de colapso, presión de fractura y TOP, con lo cual es posible definir cuales requieren más esfuerzos en su estimación y proponer las recomendaciones correspondientes; de igual forma se posibilita la identificación de los parámetros que podrían ser considerados constantes en un posterior análisis de incertidumbre disminuyendo la demanda de tiempo computacional y optimizando dicho proceso. Para el caso de estudio, las variables críticas fueron los esfuerzos horizontales y la cohesión, mientras los parámetros tratados como constantes fueron el esfuerzo vertical y la relación de Poisson.
- El desarrollo del análisis de incertidumbre posibilitó obtener la incertidumbre en los valores del peso de lodo de colapso y fractura con lo cual se construyó una ventana de lodo probabilística, la cual es una base más confiable y realista para la toma de decisiones en el área de perforación en temas clave como el diseño de casing y el programa de lodos, al mismo tiempo que contribuirá al ahorro de tiempos no productivos toda vez que el peso del lodo es la variable crítica para evitar problemas como pega de tubería, colapso de pozo y pérdidas de circulación.

7. RECOMENDACIONES

- Implementar un modelo numérico que refleje otros mecanismos que afectan la estabilidad de pozo como la poroelasticidad, la temperatura y los efectos químicos (para el caso de rocas shale), los cuales son dependientes del tiempo y presentan una alta complejidad para ser representados mediante modelos analíticos.
- Realizar un estudio comparativo entre distintas técnicas de análisis de sensibilidad e incertidumbre para corroborar el desempeño de los métodos abordados en esta tesis.
- Aplicar la metodología para evaluar diferentes casos prácticos como diseño de un programa completo de casing, diseño de un programa completo de pesos de lodo, la viabilidad de un proceso de perforación bajo balance, entre otros, con el fin de validar los resultados bajo distintos escenarios de aplicación.

BIBLIOGRAFIA

AADNOY, Bernt Sigve. Quality Assurance of Wellbore Stability Analyses. SPE/IADC Drilling Conference and Exhibition, 1-3 March, Amsterdam, The Netherlands. [Online] 2011. SPE-140205-MS [cited: 3 Nov. 2015] Available from: One Petro

AADNOY, Bernt; LOOYEH, Reza. *Petroleum Rock Mechanics: Drilling operations and well design*. Gulf Professional Publishing, 2011.

AL-AJMI, Adel. Wellbore stability analysis based on a new true-triaxial failure criterion. KTH Land and Water Resources Engineering, TRITA-LWR PhD Thesis 1026 [Online] 2006. [cited: 21 Mar. 2015] Available from: www.diva.portal.org

AL-AJMI, Adel; AL-HARTHY, Mansoor. Probabilistic wellbore collapse analysis. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, [Online] 2010, vol. 74, no 3, p. 171-177 [cited 11 Feb. 2015] Available from ScienceDirect

KHURI, André; MUKHOPADHYAY, Siuli. Response surface methodology. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, [Online] 2010, vol. 2, no 2, p. 128-149 [cited 11 Jan. 2015] Available from: Wiley Online Library

ARAUJO, Ewerton; PASTOR, Jorge; FONTAURA, Sergio. Incorporating thermochemoporoelastic effects in wellbore stability design in shales. *Golden Rocks, The 41st U.S. Symposium on Rock Mechanics*. [Online] 2006. ARMA/USRMS 06-964 [cited: 14 Feb. 2015] Available from: One Petro

BALLESTEROS Carlos; PARRA Joulin. Estudio estratigráfico secuencial para la formación La Luna en el costado oriental de la Cuenca del Valle Medio del Magdalena: Una visión exploratoria de hidrocarburos no convencionales. Tesis Pregrado Geología, Universidad Industrial de Santander. 2012.

BRADLEY, Nuran. The response surface methodology. Tesis Doctoral. Indiana

University of South Bend. 2007.

BRYANT, Ian, et al. Understanding uncertainty. Oilfield Review, [Online] 2012, vol. 14, no. 3, p. 2-15 [cited: 15 Mar. 2015] Available from: Schlumberger web page

CALDERON, Zuly. Introducción a la mecánica de rocas y sus aplicaciones en la industria del petróleo. Bucaramanga, Colombia: División de Publicaciones UIS. 2012.

CARVAJAL, Jenny, et al. Geomechanical wellbore stability modeling of exploratory wells – study case at Middle Magdalena basin. CT&F-Ciencia, Tecnología y Futuro,[Online] 2007. vol. 3, no 3, p. 85-102 [cited 18 Feb. 2015] Available from Scielo

CHEN, Xi, TAN, C., HABERFIELD, C. Guidelines for efficient wellbore stability analysis. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, [Online] 1997, vol. 34, no 3, p. 50. E1-50. E14 [cited: 12 Mar. 2015] Available from: ScienceDirect

CUNHA, Jose; DEMIRDAL, Barkim; GUI, Ping. Use of quantitative risk analysis for uncertainty quantification on drilling operations-Review and lessons learned. SPE Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference, Rio de Janeiro, 20-23 June. [Online] 2005. SPE 94980 [cited 17 May 2015] Available from: One Petro

DA FONTAURA, Sergio, et al. Probabilistic analysis of wellbore stability during drilling. SPE/ISRM Rock Mechanics Conference, Irving-Texas, 20-23 October. [Online] 2002. SPE/ISRM 78179 [cited 08 Feb. 2015] Available from: One Petro

EKBOTE, Shailesh; ABOUSLEIMAN, Younane. Porochemoelastoc solution for an inclined borehole in a transversely isotropic formation. Journal of Engineering mechanics, [Online] 2005, vol. 131, no 5, p. 522-533 [cited 23 Apr. 2015] Available from ASCE Library

EKBOTE, Shailesh; ABOUSLEIMAN, Younane. Porochemoelastoc solution for an inclined borehole in a transversely isotropic formation. Journal of Engineering mechanics, [Online] 2006, vol. 132, no 7, p. 754-763 [cited 23 Apr. 2015] Available

from ASCE Library

FJAER, Erling, et al. *Petroleum Related Rock Mechanics*, second edition. Oxford, UK: Elsevier. 2008.

GAZANIOL, Didier, et al. Wellbore failure mechanisms in shales: prediction and prevention. *Journal of Petroleum Technology*, [Online] 1995. SPE: 589-595 [cited 10 Apr. 2015] Available from: One Petro

GHOLAMI, R., et al. Practical application of failure criteria in determining safe mud weight windows in drilling operations. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, [Online] 2014, vol. 6, no 1, p. 13-25 [cited 10 May 2015] Available from: ScienceDirect

HOLT, R., et al. Static vs. Dynamic behavior of shale. 46th US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium, Chicago, 24-27 June [Online] 2012. ARMA 12-542 [cited 24 May 2015] Available from: One Petro

HOLZBERG, Bruno. Quantification and treatment of uncertainties in wellbore stability analysis. M.Sc. Dissertation, Department of Civil Engineering, PUC-Rio (in Portuguese). 2001.

HOSSAIN, M.; RAHMAN, M.; and RAHMAN, S. Hydraulic fracture initiation and propagation: roles for wellbore trajectory, perforation and stress regimes. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, [Online] 2000, vol. 27, no 3, p. 129-149 [cited 11 Mar. 2015] Available from: ScienceDirect

ISLAM M., SKALLE, P., and TANTSEREV, E. Underbalanced drilling in shale - Perspective of factors influences mechanical borehole instability. *International Petroleum Technology Conference*, Doha, 7-9 December, [Online] 2009. IPTC 13826 [cited 19 Jan. 2015] Available from: One Petro

ISLAM, M., et al. Stability analysis in shale through deviated boreholes using the Mohr and Mogi-Coulomb failure criteria. 44th US Rock Mechanics Symposium and 5th U.S.-Canada Rock Mechanics Symposium, Salt Lake City, 27-30 June [Online] 2010. ARMA 10-432 [cited 11 Feb. 2015] Available from: One Petro

LEIRA Bernt. Optimal Stochastic Control Schemes Within a Structural Reliability Framework. SpringerBriefs in Statistics. 2013.

LI, G.; BAI, M. Parametric sensitivity investigation: Analysis of wellbore stability. 12th ISRM Congress [Online] 2012. ISRM [cited 02 Feb. 2015] Available from One Petro

LI, Shuling; GEORGE, Jeff; PURDY, Cary. Pore prediction and wellbore-stability prediction to increase drilling efficiency. Journal of Petroleum Technology, [Online] 2012, vol. 64, no 2, 98-101 [cited 23 May 2015] Available from One Petro

LIANG, Q. Application of quantitative risk analysis to pore pressure and fracture gradient prediction. SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, 29 September – 2 October [Online] 2002. SPE 77354 [cited 21 Jun. 2015] Available from One Petro

LOUCKS, Daniel; VAN BEEK, Eelco. Water resources systems planning and management, an introduction to methods, models and applications, [Online] 2005. First edition. Turin, Italy: UNESCO Publishing [cited 11 Apr. 2015] Available from Cornell University digital repository

MANSHAD, Abbas; JALALIFAR, H.; ASLANNEDJAD, M. Analysis of vertical, horizontal and deviated wellbores stability by analytical and numerical methods. Journal of Petroleum Exploration and Production Technology, [Online] 2014, vol. 4, no 4, p. 359-369 [cited 12 Apr. 2015] Available from Springer Link

MARTIN D., 2014. Modelamiento geomecánico 3D a partir de un modelo de velocidad intervállica de alta resolución vertical usando inversión sísmica. Aplicación

a un campo colombiano. Tesis Maestría en Geotecnia. Universidad Industrial de Santander.

MCCUEN, R. *Modeling hydrologic change: statistical methods*, first edition. Boca Raton-Florida: United States: CRC Press. 2002.

MCLLELAN, P.; HAWKES, C. Application of Probabilistic Techniques for Assessing Sand Production and Wellbore Instability Risks. SPE/ISRM Eurock '98, Trondheim-Norway, 8-10 July [Online] 1998. SPE/ISRM 47334 [cited 24 Jun. 2015] Available from One Petro

MENG, Fanhong; FUH, G. Wellbore stability evaluation guideline for reducing non-productive time. International Petroleum Technology Conference, Beijing, 26-28 March [Online] 2013. IPTC 16567 [cited 18 May 2015] Available from One Petro

MOOS, Daniel, et al.. Comprehensive wellbore stability analysis utilizing quantitative risk assessment *Journal of Petroleum Science and Engineering*, [Online] 2003, vol. 38, no 3, p. 97-109 [cited 12 Jan. 2015] Available from: ScienceDirect

MORITA, Nobuo. Uncertainty analysis of borehole stability problems. SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, 22-25 October, [Online] 1995. Paper SPE 30502 [cited 11 Mar. 2015] Available from One Petro

MOSTAFAVI, V.; AADNOY, B.; HARELAND, G. Model-based uncertainty assessment of wellbore stability analyses and downhole pressure estimations. 45th US Rock Mechanics / Geomechanics Symposium, San Francisco, 26-29 Jun [Online] 2011. ARMA 11-127 [cited 14 Mar. 2015] Available from One Petro

MURTHA, J. *Decisions involving uncertainty, an @RISK tutorial for the petroleum industry*, second edition. New York, United States: Palisade Corporation. 2008.

OTTESEN, S.; ZHENG, H.; MCCANN, R. Wellbore stability assessment using quantitative risk analysis. SPE/IADC Drilling Conference Amsterdam, 9-11 March [Online] 1999. SPE/IADC 52864 [cited 10 Jun. 2015] Available from One Petro

PABÓN, E.; OBEID, Y. Análisis de la geomecánica aplicada a la estabilidad de pozos de los campos Cusiana y Cupiagua mediante analogías con yacimientos sensibles a esfuerzos. Tesis de Pregrado Universidad Industrial de Santander, Escuela de Ingeniería de Petróleos. 2004.

PASIC, Borivoje; GAURINA-MEDIMUREC, Nediljka; MATANOVIC, Davorin. Wellbore instability: causes and consequences. Rudarsko-geolosko-naftni zbornik, [Online] 2007, vol. 19, no 1, p. 87 [cited 19 Jun. 2015] Available from Proquest

SHENG, Y.; REDDISH, D.; and LU, Z. Assessment of uncertainties in wellbore stability analysis. In *Modern Trends in Geomechanics*. Leeds, UK: Springer publications. 2006.

SIMANGUNSONG, R., VILLATOTO, J., and DAVIS, A. Wellbore stability assessment for highly inclined wells using limited rock-mechanics data. SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, 24-27 September [Online] 2006. SPE 99644 [cited 18 Feb. 2015] Available from One Petro

TRAN, Minh; and ABOUSLEIMAN, Younane. The impacts of failure criteria and geological stress states on sensitivity of parameters in wellbore stability analysis. 44th US Rock Mechanics Symposium and 5th U.S.-Canada Rock Mechanics Symposium, Oklahoma, 27-30 June [Online] 2010. ARMA 10-328 [cited 11 Apr. 2015] Available from One Petro

UDEGBUNAM, John; AADNOY, Bernt; FJELDE, Kjell. Uncertainty evaluation of wellbore stability model predictions. SPE/IADC Middle East Drilling Technology and Exhibition, Dubai, 7-9 October [Online] 2013. SPE/IADC 166788 [cited 21 Jun. 2015] Available from One Petro

UDEGBUNAM, John, et al. Uncertainty based approach for predicting the operation window in UBO well design. EAGE Annual Conference and Exhibition, London, 10-13 June [Online] 2013. SPE 164916 [cited 07 May 2015] Available from One Petro

WEBSTER Allen. Estadística aplicada a los negocios y la economía. McGraw-Hill, 3ra edición. 2001.

ZEYNALI, Mohammad. Mechanical and physic-chemical aspects of wellbore stability during drilling operations. Journal of Petroleum Science and Engineering, [Online] 2012, vol. 82, p. 120-124 [cited 13 Mar. 2015] Available from ScienceDirect

ZHANG, Lianyang; CAO, Ping; RADHA, K. Evaluation of rock strength criteria for wellbore stability analysis. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, [Online] 2010, vol. 47, no 8, p. 1304-1316 [cited 12 Jan 2015] Available from ScienceDirect

ZHANG Weidong, et al., Analysis of borehole collapse and fracture initiation positions and drilling trajectory optimization. Journal of Petroleum Science and Engineering, [Online] 2015, vol. 129, p. 29-39 [cited 23 Jun. 2015] Available from ScienceDirect

ZOBACK, M. *Reservoir Geomechanics*, first edition. Cambridge, UK: Cambridge University Press. 2007.

ANEXOS

ANEXO A. SEUDOCODIGOS PARA LA IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DE ESTABILIDAD UTILIZADO

Esquema del programa para evaluar la presión de colapso mediante el criterio de falla de Mogi-Coulomb

Datos de entrada:

Profundidad (ft): h

Gradiente de esfuerzo vertical (psi/ft): σ_{vg}

Gradiente de esfuerzo horizontal máximo (psi/ft): σ_{Hg}

Gradiente de esfuerzo horizontal mínimo (psi/ft): σ_{hg}

Gradiente de presión de poro (psi/ft): P_{0g}

Cohesión (psi): C

Ángulo de fricción interna (deg): φ

Relación de Poisson: ν

Resistencia a la tensión: T_0

Azimut (deg): k

Inclinación (deg): i

Cálculo de los esfuerzos in situ y la presión de poro a la profundidad de interés:

Esfuerzo vertical (psi): $\sigma_v = \sigma_{vg} * h$

Esfuerzo horizontal máximo (psi): $\sigma_H = \sigma_{Hg} * h$

Esfuerzo horizontal mínimo (psi): $\sigma_h = \sigma_{hg} * h$

Esfuerzo mínimo in situ (psi): $\sigma_{min} = \min(\sigma_v, \sigma_H, \sigma_h)$

Presión de poro (psi): $P_0 = P_{0g} * h$

Cálculo de los parámetros de Mogi-Coulomb

$$a: a = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) * C * \cos(\varphi)$$

$$b: b = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) * \sin(\varphi)$$

Cálculo de los esfuerzos in situ del pozo en el sistema de coordenadas (x, y, z)

$$\text{Inclinación del pozo en radianes: } ii_1 = i * \left(\frac{\pi}{180}\right)$$

$$\text{Azimut del pozo en radianes: } \alpha_k = k * \left(\frac{\pi}{180}\right)$$

$$\sigma_{x_{i,k}} := (\sigma_H \cos(\alpha_k)^2 + \sigma_h \sin(\alpha_k)^2) * \cos(ii_1)^2 + \sigma_v * \sin(ii_1)^2$$

$$\sigma_{y_k} := \sigma_H \sin(\alpha_k)^2 + \sigma_h * \cos(\alpha_k)^2$$

$$\sigma_{z_{i,k}} := (\sigma_H \cos(\alpha_k)^2 + \sigma_h \sin(\alpha_k)^2) * \sin(ii_1)^2 + \sigma_v * \cos(ii_1)^2$$

$$\sigma_{xy_{i,k}} := 0.5 * (\sigma_h - \sigma_H) * \sin(2\alpha_k) * \cos(ii_1)$$

$$\sigma_{xz_{i,k}} := 0.5 * (\sigma_H \cos(\alpha_k)^2 + \sigma_h \sin(\alpha_k)^2 - \sigma_v) * \sin(2ii_1)$$

$$\sigma_{yz_{i,k}} := 0.5 * (\sigma_h - \sigma_H) * \sin(2\alpha_k) * \sin(ii_1)$$

Cálculos de la ubicación de la concentración de esfuerzo máxima:

- La orientación de los esfuerzos tangenciales máximo y mínimo

$$\theta_{1,i,k} := \begin{cases} \frac{\pi}{4} & \text{if } \sigma_{x_{i,k}} = \sigma_{y_k} \\ \frac{1}{2} * \text{atan} \left(2 * \frac{\sigma_{xy_{i,k}}}{(\sigma_{x_{i,k}} - \sigma_{y_k})} \right) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_{2,i,k} := \theta_{1,i,k} + \frac{\pi}{2}$$

- Identificación el ángulo que está asociado con el esfuerzo tangencial máximo

$$\sigma_{\theta_{1d_{i,k}}} := \sigma_{x_{i,k}} + \sigma_{y_k} - 2 * (\sigma_{x_{i,k}} - \sigma_{y_{i,k}}) * \cos(2\theta_{1,i,k}) - 4 * \sigma_{xy_{i,k}} * \sin(2\theta_{1,i,k})$$

$$\sigma_{\theta_{2d_{i,k}}} := \sigma_{x_{i,k}} + \sigma_{y_k} - 2 * (\sigma_{x_{i,k}} - \sigma_{y_{i,k}}) * \cos(2\theta_{2,i,k}) - 4 * \sigma_{xy_{i,k}} * \sin(2\theta_{2,i,k})$$

$$\sigma_{\theta dmax_{i,k}} := \max(\sigma_{\theta 1d_{i,k}}, \sigma_{\theta 2d_{i,k}})$$

- La posición de la concentración del esfuerzo máximo

$$\theta_{max_{i,k}} := \begin{cases} \theta 1_{i,k} & \text{if } \sigma_{\theta dmax_{i,k}} = \sigma_{\theta 1d_{i,k}} \\ \theta 2_{i,k} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Los esfuerzos axial y de cizalla en el plano $\theta - z$ en la posición θ_{max} :

$$\sigma_{zmax_{i,k}} := \sigma_{zz_{i,k}} - \nu * [2 * (\sigma_{x_{i,k}} - \sigma_{y_{i,k}}) * \cos(2\theta_{max_{i,k}}) + 4 * \sigma_{xy_{i,k}} * \sin(2\theta_{max_{i,k}})]$$

$$\sigma_{\theta zmax_{i,k}} = 2 * (\sigma_{yz_{i,k}} \cos(\theta_{max_{i,k}}) - \sigma_{xz_{i,k}} * \sin(\theta_{max_{i,k}}))$$

Evaluación del peso de lodo de colapso mediante el criterio de Mogi-Coulomb

$P_{W_{Mogi_{i,k}}}$:

$$\begin{aligned}
 & \text{for } i = 0 \text{ to } \sigma_{min} \\
 & \quad P_{W_j} = i \\
 & \quad \sigma_{\theta max_j} = \sigma_{\theta dmax_{i,k}} - P_{W_j} \\
 & \quad \sigma_{r_j} = P_{W_j} \\
 & \quad \sigma_{p1_j} = 0.5 * (\sigma_{\theta max_j} + \sigma_{zmax_{i,k}}) + \sqrt{(\sigma_{\theta zmax_{i,k}})^2 + 0.25 * (\sigma_{\theta max_j} - \sigma_{zmax_{i,k}})^2} \\
 & \quad \sigma_{p2_j} = 0.5 * (\sigma_{\theta max_j} + \sigma_{zmax_{i,k}}) - \sqrt{(\sigma_{\theta zmax_{i,k}})^2 + 0.25 * (\sigma_{\theta max_j} - \sigma_{zmax_{i,k}})^2} \\
 & \quad \sigma_{1_j} = \sigma_{p1_j} \\
 & \quad \sigma_{3_j} = \min(\sigma_{p2_j}, \sigma_{r_j}) \\
 & \quad \sigma_{2_j} = \begin{cases} \sigma_{p2_j} & \text{if } \sigma_{p2_j} \geq \sigma_{r_j} \\ \sigma_{r_j} & \text{otherwise} \end{cases} \\
 & \quad \tau_{oct_j} = \frac{1}{3} * \left[\sqrt{(\sigma_{1_j} - \sigma_{2_j})^2 + (\sigma_{2_j} - \sigma_{3_j})^2 + (\sigma_{3_j} - \sigma_{1_j})^2} \right] \\
 & \quad \tau_{mogi_j} = a + b * \left[\frac{(\sigma_{1_j} + \sigma_{3_j})}{2} - P_0 \right] \\
 & \quad \text{break if } \tau_{mogi_j} - \tau_{oct_j} \geq 0 \\
 & \quad P_{W_j}
 \end{aligned}$$

$$MW_{Mogi_{i,k}} = \frac{P_{W_{Mogi_{i,k}}}}{h * 0.052}$$

Evaluación del peso de lodo de colapso mediante el criterio de Mohr-Coulomb

$P_{W_{Mohr_{i,k}}}$:

$$\begin{aligned}
 & \text{for } i = 0 \text{ to } \sigma_{min} \\
 & \quad P_{W_j} = i \\
 & \quad \sigma_{\theta max_j} = \sigma_{\theta dmax_{i,k}} - P_{W_j} \\
 & \quad \sigma_{r_j} = P_{W_j} \\
 & \quad \sigma_{p1_j} = 0.5 * (\sigma_{\theta max_j} + \sigma_{zmax_{i,k}}) + \sqrt{(\sigma_{\theta zmax_{i,k}})^2 + 0.25 * (\sigma_{\theta max_j} - \sigma_{zmax_{i,k}})^2} \\
 & \quad \sigma_{p2_j} = 0.5 * (\sigma_{\theta max_j} + \sigma_{zmax_{i,k}}) - \sqrt{(\sigma_{\theta zmax_{i,k}})^2 + 0.25 * (\sigma_{\theta max_j} - \sigma_{zmax_{i,k}})^2} \\
 & \quad \sigma_{1_j} = \max(\sigma_{p1_j}, \sigma_{p2_j}, \sigma_{r_j}) \\
 & \quad \sigma_{3_j} = \min(\sigma_{p1_j}, \sigma_{p2_j}, \sigma_{r_j}) \\
 & \quad \tau_{max_j} = \frac{(\sigma_{1_j} - \sigma_{3_j})}{2} \\
 & \quad \tau_{mohr_j} = C * \cos(\varphi) + \sin(\varphi) * \left[\frac{(\sigma_{1_j} + \sigma_{3_j})}{2} - P_0 \right] \\
 & \quad \text{break if } \tau_{mohr_j} - \tau_{max_j} \geq 0 \\
 & \quad P_{W_j}
 \end{aligned}$$

$$MW_{Mohr_{i,k}} = \frac{P_{W_{Mohr_{i,k}}}}{h * 0.052}$$

Evaluación del peso de lodo de colapso mediante el criterio de Lade Modificado

$$S := \frac{C}{\tan(\varphi)}$$

$$\eta := 4 * \tan(\varphi)^2 * \frac{(9 - 7 * \sin(\varphi))}{(1 - \sin(\varphi))}$$

$$A'_{i,k} := \sigma_{zmax_{i,k}} + S - P_0$$

$$B'_{i,k} := A'_{i,k} * \sigma_{\theta dmax_{i,k}} - (\sigma_{\theta zmax_{i,k}})^2$$

$$D'_{i,k} := \frac{(\sigma_{\theta dmax_{i,k}} + \sigma_{zmax_{i,k}} + 3S - 3P_0)^3}{(27 + \eta)}$$

$$C'_{i,k} := (B'_{i,k})^2 - 4 * A'_{i,k} * \left[D'_{i,k} - (S - P_0) * \left[A'_{i,k} * (\sigma_{\theta dmax_{i,k}} + S - P_0) - (\sigma_{\theta zmax_{i,k}})^2 \right] \right]$$

$$P_{W_{MLade_{i,k}}} := \frac{B'_{i,k} - \sqrt{C'_{i,k}}}{2 * A'_{i,k}}$$

$$MW_{MLade_{i,k}} = \frac{P_{W_{MLade_{i,k}}}}{h * 0.052}$$

Evaluación del peso de lodo de fractura mediante el criterio de falla por tensión

$$P_{Frac_{i,k}} := \left| \begin{array}{l} P_{f0} = 30000 \\ \text{for } i = 0 \text{ to } 180 \text{ Step } 0.1 \\ \theta = i * \left(\frac{\pi}{180} \right) \\ A = \left[2 * \left(-\sigma_{xz_{i,k}} * \sin(\theta) + \sigma_{yz_{i,k}} * \cos(\theta) \right) \right]^2 \\ B = \sigma_{z_{i,k}} - \nu * \left(2 * \left(\sigma_{x_{i,k}} - \sigma_{y_{i,k}} \right) * \cos(2\theta) + 4 * \sigma_{xy_{i,k}} * \sin(2\theta) \right) \\ P_f = \sigma_{x_{i,k}} + \sigma_{y_{i,k}} - 2 * \left(\sigma_{x_{i,k}} - \sigma_{y_{i,k}} \right) * \cos(2\theta) - 4 * \sigma_{xy_{i,k}} * \sin(2\theta) - \left[\frac{A}{B} \right] + T_0 - P_0 \\ \text{If } (P_{f0} > P_f) \text{ Then} \\ P_{f0} = P_f \\ \theta_{f0} = \theta \\ \text{End If} \\ P_{f0} \end{array} \right.$$

$$MW_{Frac_{i,k}} = \frac{P_{Frac_{i,k}}}{h * 0.052}$$

ANEXO B. CORRELACIONES PARA EL CÁLCULO DE LAS VARIABLES GEOMECANICAS A PARTIR DE DATOS DE REGISTROS DE POZO

Gradiente de Esfuerzo Vertical

$$\sigma_v = \int_0^z \rho(z) * g * dz \approx \bar{\rho} * g * \Delta z$$
$$\frac{\sigma_v}{\Delta z} = 0.433 * \bar{\rho}$$

$$\bar{\rho} = \text{Densidad promedio} \left(\frac{g}{cc} \right)$$

$$g = \text{Gravedad} \left(\frac{ft}{s^2} \right)$$

$$\frac{\sigma_v}{\Delta z} = \text{Gradiente de Esfuerzo vertical} \left(\frac{psi}{ft} \right)$$

Fuente: Adaptado de Zoback M. 2007. *Reservoir Geomechanics*, first edition. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Gradiente de Presión de poro

$$\frac{P_0}{z} = \frac{\sigma_v}{z} - \left[\frac{\sigma_v}{z} - \left(\frac{P_0}{z} \right)_n \right] * f^\alpha$$

$$f^\alpha = \left(\frac{\Delta t_n}{\Delta t_o} \right)$$

$$\frac{P_0}{z} = \text{Gradiente de Presión de poro} \left(\frac{psi}{ft} \right)$$

$$\left(\frac{P_0}{z} \right)_n = \text{Gradiente de Presión de poro con tendencia normal} \left(\frac{psi}{ft} \right)$$

$$\Delta t_n = \text{Tiempo de tránsito con la tendencia normal} \left(\frac{\mu s}{ft} \right)$$

$$\Delta t_o = \text{Tiempo de tránsito medido} \left(\frac{\mu s}{ft} \right)$$

Fuente: Adaptado de Carvajal J. Valera L., Rueda A., and Saavedra N. 2007. Geomechanical wellbore stability modeling of exploratory wells – study case at Middle Magdalena basin. CT&F-Ciencia, Tecnología y Futuro, Volumen 3, Issue 3: 85-102.

Relación de Poisson

$$v = \frac{\left(\frac{\Delta t_s}{\Delta t_p} \right)^2 - 2}{2 * \left(\left(\frac{\Delta t_s}{\Delta t_p} \right)^2 - 1 \right)}$$

$v = \text{Relación de Poisson}$

$$\Delta t_s = \text{Tiempo de tránsito de la onda compresiva} \left(\frac{\mu s}{ft} \right)$$

$$\Delta t_p = \text{Tiempo de tránsito de la onda de cizalla} \left(\frac{\mu s}{ft} \right)$$

Fuente: Adaptado de Carvajal J. Valera L., Rueda A., and Saavedra N. 2007. Geomechanical wellbore stability modeling of exploratory wells – study case at Middle Magdalena basin. CT&F-Ciencia, Tecnología y Futuro, Volumen 3, Issue 3: 85-102.

Gradiente de Esfuerzo Horizontal Mínimo

$$\frac{\sigma_h}{z} = \frac{v}{1-v} \left(\frac{\sigma_v}{z} - \frac{P_0}{z} \right) + \frac{P_0}{z} + \sigma_t$$

$$\sigma_t = \text{Factor de corrección por efectos tectónicos} \left(\frac{psi}{ft} \right)$$

$$\frac{\sigma_h}{z} = \text{Gradiente de esfuerzo horizontal mínimo} \left(\frac{psi}{ft} \right)$$

Fuente: Modificado de Simangunsong R., Villatoro J., and Davis A. 2006. Wellbore stability assessment for highly inclined wells using limited rock-mechanics data. Presented at SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, 24-27 September. SPE 99644.

Gradiente de Esfuerzo Horizontal máximo

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\sigma_H - P_0}{\sigma_h - P_0} \leq \left[\sqrt{(\mu^2 + 1)} + \mu \right]^2 \quad \text{Regimen Rumbo Deslizante}$$

$$\frac{\sigma_H}{z} = 3.1 * \left(\frac{\sigma_h}{z} - \frac{P_0}{z} \right) + \frac{P_0}{z}$$

σ_1 = Esfuerzo principal máximo (psi)

σ_2 = Esfuerzo principal mínimo (psi)

μ = Coeficiente de fricción

$\frac{\sigma_H}{z}$ = Gradiente de esfuerzo horizontal máximo $\left(\frac{\text{psi}}{\text{ft}} \right)$

Fuente: Adaptado de Zoback M. 2007. *Reservoir Geomechanics*, first edition. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Resistencia a la compresión sin confinamiento (UCS)

$$UCS = 145.078 * \left(1.35 * \left(\frac{304.8}{\Delta t} \right)^{2.6} \right)$$

UCS = Resistencia a la compresión sin confinamiento (psi)

Fuente: Adaptado de Zoback M. 2007. *Reservoir Geomechanics*, first edition. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Ángulo de fricción interna

$$\varphi = \frac{180}{\pi} * \sin^{-1} \left(\frac{V_p - 1000}{V_p + 1000} \right)$$

$V_p =$ Velocidad de onda $\left(\frac{m}{s}\right)$

$\varphi =$ Ángulo de fricción interna ($^{\circ}$)

Fuente: Adaptado de Zoback M. 2007. *Reservoir Geomechanics*, first edition. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Cohesión

$$C = \frac{UCS}{2 * [\sqrt{\tan(\varphi)^2 + 1} + \tan(\varphi)]}$$

$C =$ Cohesión

Fuente: Adaptado de Zoback M. 2007. *Reservoir Geomechanics*, first edition. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Resistencia a la tensión

$$T_0 = 0.1 * UCS$$

$T_0 =$ Resistencia a la tensión

Fuente: Regla práctica, Ing. Yair Quintero, codirector de tesis, ICP.