LA FUNCIÓN EXPONENCIAL EN EL GRADO NOVENO

HUMBERTO TRILLOS BUSTAMANTE

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2008

LA FUNCIÓN EXPONENCIAL EN EL GRADO NOVENO

HUMBERTO TRILLOS BUSTAMANTE

Trabajo de grado para optar al título de
Licenciado en Matemáticas

Directora
Carolina Mejía Moreno
Magíster en Matemáticas

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2008

Para ti mamá por los esfuerzos y sacrificios que hiciste
para que yo llegara donde estoy.

Para ti papá que lastimosamente no estas entre nosotros,
aquí estoy donde querías verme.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por acompañarme en los momentos difíciles dándome fuerzas para superarlos.

A la Universidad Industrial de Santander, por darme la valiosa oportunidad de estudiar y lograr ser profesional.

A los estudiantes de los grupos 9-9 y 9-10 del Instituto Técnico Superior Damaso Zapata, en especial a Maya, Carlos Fernando, Jhon, Carlos Andrés y Jennifer quienes estuvieron acompañándome de una forma incondicional hasta el final de esta investigación.

A la profesora Carolina Mejía Moreno, por su paciencia y dedicación en la dirección de esta investigación.

Al profesor Fernando Pérez, docente encargado de la asignatura de matemáticas del Instituto Técnico Superior Damaso Zapata.

A mi madre Evangelina Bustamante López por apoyarme en cada etapa de mi vida.

A mi hermano Jaime Andrés Trillos Bustamante.

A mi familia Bustamante López por su apoyo permanente.

Al Profesor Ricardo Monturiol Martínez, por brindarme el espacio en su oficina para escribir este trabajo y por sus valiosas recomendaciones.

A Cindy Peña Arenas, por su amor y compañía en estos dos últimos años.

A la familia Peña Arenas, por aceptarme en su hogar.

RESUMEN

TÍTULO: LA FUNCIÓN EXPONENCIAL EN EL GRADO NOVENO[*]
AUTOR: HUMBERTO TRILLOS BUSTAMANTE[**]

PALABRAS CLAVE:
1. Fenomenológico 2. Aplicaciones 3. Función 4. Exponencial 5. Cualitativa

DESCRIPCIÓN O CONTENIDO:

Los estudiantes centran su atención en los temas que tienen aplicación, en las demás asignaturas de estudio o con el entorno que les rodea. Para ellos resulta ilógico y sin sentido, estudiar conceptos matemáticos sólo por cumplir con su plan de estudios.

Esta investigación surge por la necesidad de llevar a los estudiantes el concepto de función exponencial, de una forma diferente y más significativa, mediante las aplicaciones.

Al tener en cuenta todas estas observaciones, se planteó la pregunta de investigación: ¿Cómo se construye en el grado noveno el concepto de función exponencial desde los problemas que lo motivaron? Por lo tanto, el objetivo general de esta investigación es el siguiente: Analizar la construcción del concepto de función exponencial en el estudiante de grado noveno y utilizar, para ello, la historia del concepto y los problemas que lo motivaron.

En el transcurso de la investigación, se evidenció la utilidad de ver los conceptos matemáticos desde su aplicación, claro está que para hacer este proceso se deben dejar claras las bases teóricas del concepto mismo.

Para los estudiantes, fue satisfactorio ver que lo aprendido, les iba a servir para aplicarlo en su vida o en la sociedad que los rodea, también observaron la importancia de extender los conceptos matemáticos a las aplicaciones de los mismos, en este caso, con el fin de solucionar problemas.

[*] Trabajo de Grado.
[**] Facultad de Ciencias. Licenciatura en Matemáticas. Directora: Carolina Mejía Moreno. M.Sc. en Matemáticas.

SUMMARY

TITLE: THE EXPONENTIAL FUNCTION IN THE GRADE NINTH *
AUTHOR: HUMBERTO TRILLOS BUSTAMANTE **

KEY WORDS:
1. Phenomenological 2. Applications 3 .Function 4. Exponential 5.Qualitative

DESCRIPTION OR CONTENT:

The students centre their attention in the topics that have application, in the other subjects or with the environment that surrounds them. For them it is illogical and unconscious, to only study mathematical concepts to fulfil their plan of studies.

This investigation arises for the necessity of taking to the students, in a different and more significant way by means of the applications, the concept of exponential function in the grade ninth.

When keeping in mind all these observations, it was thought about the investigation question: How to build in the grade ninth the concept of exponential function from the problems that motivated it? Therefore, the general objective of this investigation is the following one: Analyze the construction of the concept of exponential function in the grade student ninth and to use, for it, the history of the concept and the problems that motivated it.

In the course of the investigation, the utility was evidenced of seeing the mathematical concepts from its application, clearing is that should be left to make this process clear the theoretical bases of the same concept.

For the students, it was satisfactory to see that what they were learning, will be good them to apply it in their life or in the society that surrounds them, they also observed the importance of extending the mathematical concepts to the applications of the same ones, in this case, with the purpose of solving problems.

---

* Work of Grade.

** Ability of Sciences. Degree in Mathematics. Director: Carolina Mejía Moreno. M.Sc. in Mathematics.

CONTENIDO

pág.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ANEXOS

LISTA DE TABLAS

INTRODUCCIÓN

La pregunta para la realización de este trabajo de grado surge como resultado de la práctica docente la cual se desarrollo en la asignatura Servicio Social y Trabajo de Grado I. Esta experiencia pedagógica tuvo lugar en el Instituto Técnico Superior Dámaso Zapata en el primer semestre de 2007. La práctica docente fue desarrollada en los grados 9-10 y 9-12, con jóvenes cuyas edades están entre 14 y 16 años.

En las actividades desarrolladas durante la práctica anterior, pude observar las dificultades que se les presentaban a los estudiantes cuando comenzaban cualquier tema nuevo en matemáticas; una de las grades dificultades era la forma mecánica y sistemática en que el profesor les presentaba el tema, la rutina era guiarse por el texto que la mayoría de los estudiantes lo tenían y desarrollar el contenido en el mismo orden, comenzando por la definición rigurosa y formal, pasando por los ejemplos de los posibles casos que pudieran surgir y como último los ejercicios para desarrollar en casa.

Analizando esta situación me propuse investigar para este trabajo de grado que corresponde a la asignatura Servicio Social y Trabajo de Grado II, acompañado con un grupo inicial de 15 estudiantes, interesados entre los grupos 9-10 y 9-09. Se decidió investigar e intentar compartirles dinámicamente los conceptos matemáticos.

Una forma interesante de compartir los temas de matemáticas es verlos desde su aplicación, ya que a los niños y jóvenes les resultan aburridas las matemáticas porque no les ven aplicación como si sucede con la biología y la física.

Para este trabajo de investigación se escogió el tema de función exponencial, ya que es un tema muy poco trabajado en el grado noveno (a pesar de estar dentro del programa académico para este grado. De acuerdo con los Lineamientos curriculares [10]), es un tipo de función nueva para los estudiantes de este nivel, y lo que más nos interesa es que me ofrece una buena riqueza en aplicaciones a desarrollar.

Por las razones anteriores, estructuré y formulé la pregunta de investigación teniendo en cuenta que el tema a desarrollar es la función exponencial en el grado noveno y que mi intención era desarrollar el tema desde las aplicaciones: ¿Cómo se construye en el grado noveno el concepto de función exponencial desde los problemas que lo motivaron? Como consecuencia de esta pregunta, el objetivo de esta investigación es: Analizar la construcción del concepto de función exponencial en el estudiante de grado noveno utilizando para ello la historia del concepto y los problemas que lo motivaron.

En el capítulo 1 se hace una breve justificación, señalando las razones por las cuales se realizó esta investigación.

En el capítulo 2, se presentan algunas investigaciones y propuestas afines referentes al concepto de función y función exponencial, como lo son Módulo Educativo Computarizado para la enseñanza del concepto de función, de autoría del Licenciado en Matemáticas Marcos Sandoval; otro trabajo de investigación es el Material didáctico para la enseñanza de las funciones en el nivel medio, de autoría de la Licenciada en Matemáticas Claudia Montañez y por último se presenta el trabajo de grado Mapas conceptuales: Estrategia Metacognitiva en el aprendizaje de función y función lineal, de autoría de los licenciados Mayury Burgos y Jhovany Camacho.

En el capítulo 3, se plantean los objetivos tanto generales como específicos de la investigación.

En el capítulo 4, se hace una revisión histórica del concepto de función y su evolución a través del los años. Más adelante se presenta una fundamentación teórica formal del concepto de función. Por último también se realiza una descripción del tipo de investigación escogida para realizar esta investigación, la cual fue de tipo cualitativa de carácter fenomenológico.

En el capítulo 5, se hace una exposición amplia del entorno en el cual se desarrolló esta investigación es decir, el Instituto Técnico Damaso Zapata, se dan detalles sobre la organización de la institución y su funcionamiento.

En el capítulo 6, se muestra las fotos de los protagonistas de esta investigación y su respectivo permiso por parte de los padres, para participar en esta investigación. Se realiza una descripción de los aspectos más relevantes de sus personalidades que los hacen protagonistas de este proceso investigativo. Hay que aclarar que está investigación se limita al trabajo con estudiantes de noveno grado, que es el grado que por primera vez conocen la función exponencial.

En el capítulo 7, se describe una por una las etapas del proceso de investigación, los tiempos de realización y las dificultades presentadas.

En el capítulo 8, se explica la forma como fueron diseñadas las actividades con sus respectivos planes de clase.

En el capítulo 9, se realiza un análisis de los resultados de cada una de las actividades luego de su aplicación, analizando los aspectos más relevantes y los hechos ocurridos.

En el capítulo 10 se presentan las conclusiones y algunas recomendaciones, como resultado del proceso investigativo, el cual mediante las actividades contribuyó a que los estudiantes construyeran desde las situaciones problema el concepto de función exponencial.

1. JUSTIFICACIÓN

Los estudiantes al llegar al grado noveno se han relacionado con algunos conceptos de función, en especial la función lineal desde el grado sexto. Otro tipo de funciones observadas son las funciones cuadráticas. Ya en el grado noveno el estudiante conoce el concepto formal de función y hace una asociación entre la definición de pendiente y la función lineal, entre las secciones cónicas y la función cuadrática. Las funciones lineales y cuadráticas, conocidas por los estudiantes en los grados anteriores, no son suficientes para explicar muchos fenómenos de la vida cotidiana que no tienen el comportamiento que describen estos dos tipos de funciones antes conocidas. Por esto es necesario que los estudiantes conozcan otro tipo de funciones que describan el comportamiento de muchos fenómenos de la naturaleza.

En el caso de Azcárate y Deulofeu [3] pág 103, “Existen muchos otros modelos de funciones elementales cuyo estudio merece interés, tanto por las situaciones que pertenecen a dichos modelos, como por las características y propiedades de su gráfica. A pesar de que en la enseñanza obligatoria el estudio sistemático de muchos de ellos puede ser discutible, entendemos que, cuanto menos, deben estudiarse algunos casos, puesto que de otra forma se corre el peligro de identificar determinadas curvas con la parábola, cuando en realidad el tipo de variación de estas funciones es totalmente distinto”.

De acuerdo con los Principios y Estándares para la educación Matemática [19] pág. 304, “A medida que los alumnos de Secundaria estudian diversas clases de funciones y llegan a familiarizarse con las propiedades de cada una, deberían empezar a ver que tiene sentido clasificarlas como lineales, cuadráticas o exponenciales, porque las funciones de cada uno de estos tipos comparten importantes propiedades”.

Para los estudiantes es de interés como se observan y se aplican los conceptos adquiridos, en la física o en química a la vida cotidiana o ya sea en los laboratorios de los colegios. En matemáticas muchos docentes no hacen una aplicación a los conceptos trabajados, por esto a los estudiantes no les parece atractivo estudiar algo que no le ven aplicación y mucho menos utilidad.

El concepto de función exponencial es rico en aplicaciones y esto se presta para aprovecharlo, para llevarles este concepto a los estudiantes de una manera didáctica con el fin de observar todos sus aspectos.

De acuerdo con Azcárate y Deulofeu [3] pág 104, “Además de las leyes exponenciales en el campo de la Biología, existen otras muchas situaciones cuyo comportamiento es de carácter exponencial, como el interés compuesto, ciertos crecimientos demográficos, o la desintegración de una sustancia radiactiva”.

Hay que aclarar que no se puede dejar a un lado la formalización de las ideas resultantes en el proceso de enseñar un concepto matemático desde sus aplicaciones; hay que concretar y estructurar las ideas que van surgiendo fruto de la aplicación o de la actividad que se está desarrollando.

2. INVESTIGACIONES Y PROPUESTAS AFINES

Respecto al tema función exponencial, en la biblioteca central de la Universidad Industrial de Santander, se encontraron los siguientes trabajos de grado relacionados con el tema de función y solo uno relacionado un poco con el tema de función exponencial:

- Material didáctico para la enseñanza de las funciones en el nivel medio. Autora: Claudia Montañez V. (1995) [10]. Este trabajo de grado incluye cuatro talleres uno de los cuales trata el concepto de función exponencial y logarítmica.

  Este trabajo de grado, sirvió para proponer la segunda parte de la actividad 1, con el fin de ilustrar el desarrollo del concepto de función.

- Módulo Educativo Computarizado para la enseñanza del concepto de función. Autor: Marcos Alejo Sandoval Serrano. (1998) [19]. Este trabajo de grado propone un Modulo computarizado para la enseñanza del concepto de función partiendo de situaciones de la vida cotidiana.

  Este trabajo de grado aportó muchas ideas para desarrollar la actividad 2, en el se encuentran ideas innovadores sobre la enseñanza del concepto de función.

- Mapas conceptuales: Estrategia Metacognitiva en el aprendizaje de función y función lineal. Autores: Mayury Burgos Duarte y Jhovany Camacho Guerrero. (2007) [5]. Este trabajo de grado, aborda el concepto de función y función lineal desde la construcción de mapas conceptuales, como una estrategia cognitiva.

Además hay un libro muy utilizado actualmente en los colegios que es: Álgebra y Geometría II Ed. Santillana (De las Heras y otros, 2005) [7]. Este es el libro guía utilizado en las clases del grado noveno de matemáticas en el Instituto Técnico Superior Dámaso Zapata. Este libro presenta un enfoque estructurado de tal manera, que la presentación del tema se hace de una forma secuencial en donde el estudiante va profundizando y aplicando los conceptos.

Lastimosamente los docentes no llegan a las actividades de profundización en donde están los ejercicios de aplicación a las otras ramas de estudio como lo son las ciencias sociales y las ciencias naturales.

De este texto se aprovecharon algunas ideas referentes a los ejercicios de profundización los cuales fueron aplicados en la actividad 6.

En los documentos revisados durante el periodo de revisión bibliográfica, no está el enfoque en el cual se trabaja en esta investigación, esta fue una de las razones que motivó a la realización de esta investigación.

3. OBJETIVOS

3.1 Objetivo general:

Analizar la construcción del concepto de función exponencial, en los estudiantes de grado noveno desde los problemas que lo motivaron.

3.2 Objetivos específicos:

- Observar cómo el estudiante, utilizando algunas aplicaciones de las funciones exponenciales llega a entender mejor el concepto de función exponencial.

- Utilizar el contexto histórico para ubicar a los estudiantes y recrearles el surgimiento del concepto de función exponencial.

- Traer al presente el desarrollo histórico de la función exponencial, ya que es este desarrollo el que motivó su creación y motiva al estudiante a profundizar pues le da curiosidad.

4. MARCO TEÓRICO

4.1 Sobre la historia del concepto:

Es difícil fijar el periodo de nacimiento del concepto de función, por un lado están los autores que sitúan este acontecimiento tomando como referencia los trabajos de astronomía de los babilonios, de Ptolomeo o de los árabes. Por otro lado están los autores que sitúan su nacimiento junto a la aparición de la geometría analítica por Descartes. A parte de estos, otros autores afirman que el concepto de función nació a mediados del siglo XVII, el cual fue el siglo de Newton y Leibnitz.

Según Azcárate y Deulofeu [3] Pág. 39, para referirse al nacimiento del concepto de función en los babilonios "… el papel que desempeñó la astronomía para los babilonios, estrechamente ligada a la astrología como puede observarse en la mezcla de observaciones y profecías les llevó a la tarea fundamental de intentar predecir determinados acontecimientos, para lo cual realizaron observaciones sistemáticas de diversos fenómenos que se repetían periódicamente, tratando de enlazarlos a través de relaciones aritméticas. En este sentido, las tablillas del periodo muestran algunas de estas relaciones, como los periodos de visibilidad de un planeta y el ángulo que éste forma con el sol".

Por lo anterior las primeras relaciones funcionales parecen en el mundo antiguo relacionadas a problemas astronómicos, en forma tabulada a partir de interpolaciones generalmente lineales. Todas estas tabulaciones en la edad antigua alcanzan su mayor precisión en el Almagesto de Ptolomeo que llega a introducir con su tabla de cuerdas la función seno.

Ya en la edad media una de las mayores preocupaciones era el estudio de las cosas sujetas al cambio, y en particular del movimiento.

Según Azcárate y Deulofeu [3] Pág. 39, en la edad media “Preguntas del tipo, por qué sopla el viento, por qué la lluvia cae mientras el fuego sube o por qué los planetas brillan, aparecen junto a otras muchas y se pretende hallar un modelo del universo que permita responder a esas preguntas.”

En la edad media empiezan a aparecer conceptos fundamentales como cantidad variable, entendida como un grado de cualidad, velocidad instantánea o puntual, aceleración, todos ellos íntimamente ligados a la idea de función.

Ya en la edad moderna, la idea general de función, fue consolidándose. Concordando con Azcárate y Deulofeu [3] Pág. 47, “Hasta el siglo XVII, una función podría introducirse utilizando una expresión verbal, una tabla, una gráfica, e incluso en ciertos casos una comparación de carácter cinemático.”

Un paso importante en la edad moderna fue el dado por Descartes en 1637, con la publicación de su celebre trabajo, La Géométrie, libro que marca el nacimiento y expansión de la geometría analítica, que permitirá, a partir de ese momento, interpretar curvas y superficies por medio de ecuaciones.

En el trabajo de Descartes aparece por primera vez el hecho de que una ecuación en x e y es una forma para expresar una dependencia entre dos cantidades variables, de manera que, a partir de ella, es posible calcular los valores de una variable que corresponde a determinados valores de la otra.

En este periodo también se destaca el trabajo de Fermat, el expone los principios fundamentales del método de las coordenadas. Fermat tomaba un eje de referencia y en él un punto fijo, el origen de segmentos variables, a partir de cuyos extremos toma otros segmentos variables, generalmente perpendiculares a aquéllos, de manera que el extremo de este segundo segmento dibujará una curva que dependerá de la relación algebraica establecida entre los dos segmentos variables.

Otra opinión sobre el nacimiento del concepto de función es la de Cambronero [6] "…nació con la noción de progresión geométrica, que no es nueva en Matemática. Existe evidencia que muestra que los egipcios y babilonios manejaban este concepto, y desde luego también los griegos. En Los elementos de Euclides aparece un enunciado que establece la igualdad $a^{m+n} = a^m a^n$, para n y m enteros positivos".

Según el mismo autor; ya en la edad media, N. Oresme (francés, s. XIV) vuelve a hallar esta regla, hablando de exponentes racionales. Sus ideas, muy avanzadas para la época, no fueron entendidas, y un siglo después N. Choquet las retoma, introduciendo además exponentes enteros no positivos. En esta época se consolida la función exponencial (no conocida como tal) como isomorfismo entre los números reales (no conocidos como tales). En el siglo XVI, el matemático alemán Stifel completó el trabajo, introduciendo exponentes racionales arbitrarios, y el paso a exponentes reales fue realizado por J. Neper (o Napier) y J. Bürgi entre 1614 y 1620, de manera intuitiva. Desde entonces, y hasta mediados del siglo XIX, se admitió esta manera intuitiva de pasar a exponentes reales, al no disponerse de una teoría sólida de números reales que permitiera hacerlo más rigurosamente.

Aunque hoy en día se enseñan a veces como un tema aislado, lo cierto es que los logaritmos (y por ende, las potencias) aparecieron como una herramienta de cálculo.

Según Cambronero [6] “al parecer ya Arquímedes utilizaba la idea de reducir la multiplicación de dos números (potencias de 2, por ejemplo), por medio de la suma de sus logaritmos. Pero el verdadero auge de los logaritmos, como herramienta de cálculo, sobre todo en navegación, finanzas y cálculos astronómicos, comienza en el siglo XVI con Stifel, y se consolida a inicios del XVII con Neper y Bürgi, y posteriormente con la construcción de las primeras tablas de logaritmos en base 10, realizadas por H. Briggs (1631)”.

Las tablas de logaritmos se fueron perfeccionando a través de los años, y fueron utilizadas en los cálculos y en la enseñanza hasta hace relativamente poco tiempo.

La era de la computación fue haciendo que las tablas fueran más fáciles de elaborar, pero también las hizo innecesarias, pues ahora es más simple presionar un par de teclas en la calculadora.

Con el nacimiento del Cálculo Infinitesimal, las funciones exponencial y logarítmica comienzan a tener importancia desde un punto de vista teórico, al comenzar a ser estudiadas sus propiedades diferenciales. La importancia teórica de estas funciones ha invadido casi la totalidad de las áreas de la Matemática, sobre todo aquellas en que las nociones del cálculo diferencial e integral están presentes.

Por otro lado, su importancia desde un punto de vista aplicado va mucho más allá de su uso en los cálculos numéricos. Estas funciones ya no se enseñan más como simple herramienta de cálculo numérico, sino como base de modelos sofisticados y poderosa herramienta teórica en diferentes áreas del quehacer científico.

Por otro lado sobre la historia del número e . De acuerdo con O’Conor y Roberson [14] “El número e llega por primera vez a las matemáticas de forma muy discreta.

Sucedió en 1618 cuando, en un apéndice al trabajo de Napier sobre logaritmos, apareció una tabla dando el logaritmo natural de varios números. Sin embargo, no se reconoció que estos fueran logaritmos en base e, ya que la base sobre la que se calculan los logaritmos no surgió en la manera en la que se pensaba en los logaritmos en aquel entonces. Aunque hoy consideramos a los logaritmos como los exponentes a los que se debe elevar una base para obtener el número deseado, esta es una forma moderna de pensar. Regresaremos después a este punto. Dicha tabla en el apéndice, aunque no tiene el nombre del autor, es casi seguro que fue escrita por Oughtred. Unos años después, en 1624, e estuvo a punto de volver a la literatura matemática pero no lo logró. En ese año, Briggs dio una aproximación numérica al logaritmo base diez de e sin mencionar a e específicamente en su trabajo".

La siguiente posible aparición de e es de nuevo dudosa. En 1647, Saint-Vincent calculó el área bajo una hipérbola rectangular. Si reconoció o no la conexión con los logaritmos es debatible y, aún si lo hubiera hecho, no había realmente razón para que se encontrara explícitamente con el número e. Sin lugar a dudas, hacia 1661 Huygens comprendió la relación entre la hipérbola rectangular y el logaritmo.

Examinó explícitamente la relación entre el área bajo la hipérbola rectangular $yx = 1$ y el logaritmo. Por supuesto, el número e es tal que el área bajo la hipérbola rectangular entre 1 y e es igual a 1. Ésta es la propiedad que hace que e sea la base de los logaritmos naturales pero los matemáticos de la época no lo entendían, aunque se estaban acercando lentamente a ello.

Huygens hizo otro avance en 1661. Definió una curva a la que llamó 'logarítmica' pero no en los términos en los que nosotros nos referimos a una curva exponencial, con la forma $y = kax$. Nuevamente, a partir de esto sale el logaritmo base 10 de e , que Huygens calculó a 17 decimales. Sin embargo, en su trabajo aparece como el cálculo de una constante y no es reconocida como el logaritmo de un número (cerca otra vez pero e sigue sin ser reconocido).

Hay trabajos posteriores sobre los logaritmos en los que todavía no aparece el número e como tal pero que contribuyen al desarrollo de los logaritmos. En 1668, Nicolás Mercator publicó Logarithmotechnia que contiene la expansión en serie de $\log(1+x)$. En este trabajo, Mercator usa el término “logaritmo natural” por primera vez para los logaritmos en base e . El número e otra vez no aparece explícitamente y continúa escondido en las cercanías.

Tal vez de manera sorprendente, ya que los trabajos sobre los logaritmos habían estado tan cerca de reconocer al número e , la primera vez en que e es “descubierto” no tiene que ver con la noción de logaritmo sino más bien en un estudio del interés compuesto.

4.2 Sobre el concepto matemático

Sobre el concepto de función exponencial, muchos textos tanto escolares, como textos de un nivel superior presentan una definición; algunos presentan ejemplos y otros como es el caso de Apostol [1] toma la definición de función exponencial como la inversa de la función logarítmica.

En texto guía Algebra y Geometría II [7] pág. 154. Muestra una detallada definición para este nivel escolar de lo que es el concepto de función exponencial y sus características:

4.2.1 Concepto (tomado de Algebra y Geometría II [7]):

Se llama función exponencial a la función de la forma $y = a^x$, en donde $a \in \Re^+$, $a \neq 1$ y x es una variable. A a se le llama base y a x se le llama exponente.

Existen muchos fenómenos y situaciones que pueden describirse a partir de funciones exponenciales, por ejemplo, el crecimiento de poblaciones y el aumento de la madera que hay en un bosque, entre otros.

Este tipo de fenómenos presentan la idea del llamado “crecimiento exponencial”, expresión que se usa para determinar que algo crece rápidamente.

Ejemplos:

a. $y = 2^x$ b. $y = 3^x$ c. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

4.2.2 Representación gráfica de la función exponencial:

Para representar gráficamente la función $y = a^x$ se deben tener en cuenta dos casos.

Caso 1. $a > 1$

Cuando los valores de x aumentan, los valores de a^x aumentan también. Es decir, cuanto mayor sea el valor de a, más rápido es el crecimiento de la función.

Ejemplo

Graficar la función $y = 2^x$.

Solución

Se determina la tabla de valores.

x	-6	-4	-2	-1	0	1	3	6	12
y	0,015	0,0625	0,25	0,5	1	2	8	64	4096

TABLA 1. Tabla de valores función $y = 2^x$.

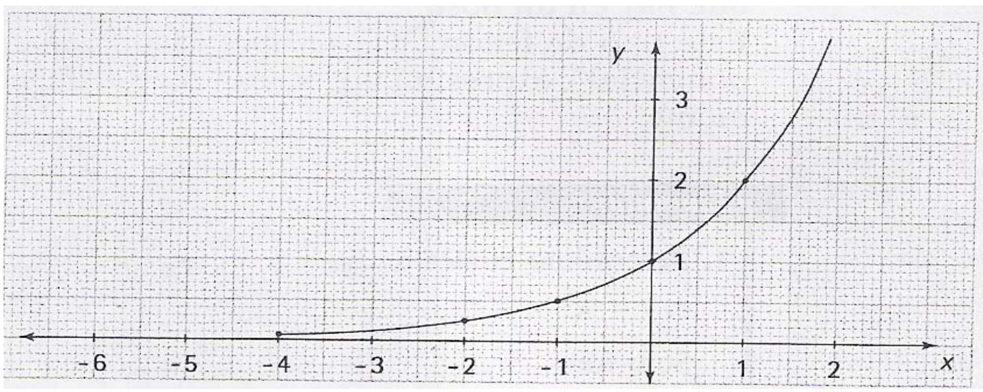


FIGURA 1. Gráfica de la función $y = 2^x$.

Caso 2. $0 < a < 1$

Cuando los valores de x aumentan, los valores de a^x disminuyen. Es decir, cuando los valores de a están entre cero y uno, la función decrece.

Ejemplo

Graficar la función $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Solución

Se determina la tablado valores.

X	-6	-4	-2	0	1	2	3	5	7
Y	64	16	4	1	0,5	0,25	0,125	0,03125	$7{,}8X10^{-3}$

TABLA 2. Tabla de valores función $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

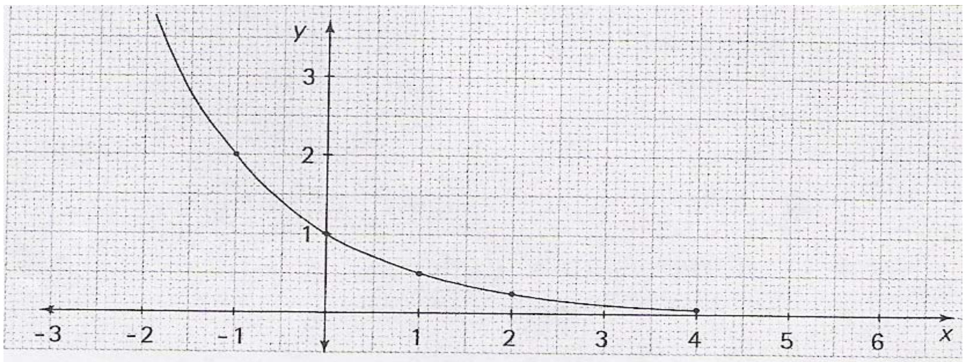


FIGURA 2. Gráfica de la función $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

4.2.3 Características de la función exponencial

Las características más importantes de las funciones exponenciales de la forma $y = a^x$, con $a > 0$, $a \neq 1$, son:

- ✓ Al ser graficadas, todas cortan el eje y en el punto (0,1).
- ✓ Los valores de x son números reales y los valores de y son solamente números positivos.
- ✓ Si $a > 1$, la función es creciente.
- ✓ Si $0 < a < 1$, la función es decreciente.
- ✓ El eje x es una asíntota para la curva que describe la función exponencial en el plano. Se dice que una recta es una asíntota de una función cuando la gráfica de la función se acerca cada vez más a ella, sin llegar a tocarla.
- ✓ No tiene ceros. Es decir, no tiene cortes con el eje x.
- ✓ Como la función es creciente o decreciente, para $a > 0$, $a \neq 1$, entonces, $a^m = b^n$ si y sólo si $m = n$ es decir, es inyectiva.

4.2.4 Ejemplos

Graficar las siguientes funciones exponenciales y verificar las características.

a. $y = 3^x$ b. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

Solución

Se construye una tabla de valores para cada función. Luego, se ubican los puntos en el plano y se traza la gráfica.

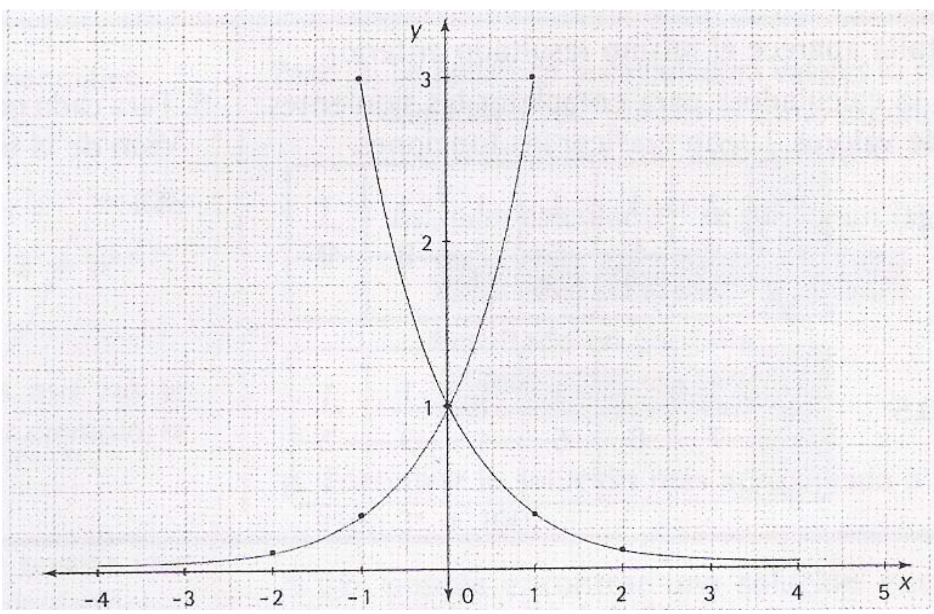


FIGURA 3. Gráfica de la función $y = 3^x$ y $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

En las dos graficas se pueden verificar:

- Cortan el eje y en el punto (0,1).

- $y = 3^x$ es creciente y $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ es decreciente.
- Las gráficas no cortan el eje x.
- Las dos funciones tiene asíntota en el eje x.

De Apostol [1] podemos ver una definición muy diferente de la anterior, esta definición de función exponencial se basa en la inversa la función logarítmica:

4.2.5 Otra definición (tomada de Apostol [1]): para cualquier x real, definimos $E(x)$ como aquel número y cuyo logaritmo es x. Esto es, $y = E(x)$ significa $L(y) = x$. El dominio de E es todo el eje real; su recorrido es el conjunto de números reales positivos.

Las definiciones presentadas anteriormente, son equivalentes, así para facilitar la didáctica de la clase, trabajaremos preferiblemente con la definición de texto guía [7].

Este trabajo de investigación, fue enfocado hacia la enseñanza del concepto de función exponencial, desde el punto de vista de las aplicaciones; sobre estas aplicaciones podemos tomar, por ejemplo de los Principios y Estándares para la Educación Matemática [19], en donde se muestra un ejemplo de crecimiento poblacional.

4.2.6 Aplicaciones de las funciones exponenciales

La función exponencial se presenta con frecuencia en modelos matemáticos de la naturaleza y de la sociedad.

Una de las aplicaciones importantes de la función exponencial es el interés compuesto, mediante el cual podemos saber la cantidad ahorrada a cierto interés en un periodo de tiempo.

De Purcell [20] pág. 357. Por ejemplo: Si ahorramos en el banco \$100 al 12% de interés anual compuesto, capitalizable mensualmente, se convertirán en 100(0.01) al termino del primer mes, \$100(0.01)^2 al término de dos meses y % 100(0.01)^{12} al final del año (12 meses). En forma más general, si ponemos A_0 pesos en el banco a 100r por ciento de interés anual capitalizable n veces por año, se obtendrán A(t) dólares al final de t años, donde:

$$A(t) = A_0(1+\frac{r}{n})^{nt} .$$

4.2.7 EL NÚMERO e

De todas las bases posibles para una función exponencial existe una que es la más conveniente para los fines del cálculo. La manera en que la gráfica de $y = a^x$ cruza el eje y influye en la selección de una base a. En las figuras 4 y 5 se muestran las rectas tangentes a las gráficas de $y = 2^x$ y $y = 3^x$ en el punto (0,1). Si medimos las pendientes de estas rectas tangentes, encontramos que $m \approx 0.7$, para $y = 2^x$, y $m \approx 1.1$, para $y = 3^x$.

Algunas de las fórmulas del cálculo se simplifican mucho si se elige la base a de modo que la pendiente de la recta tangente a $y = a^x$, en (0,1), sea exactamente 1 (Fig. 6). De hecho, ese número existe y se denota con la letra e. Al observar las figuras 4 y 5, no sorprende que el número e se encuentre entre 2 y 3 y que la gráfica de $y = e^x$ quede entre las gráficas de $y = 2^x$ y $y = 3^x$ (Fig. 7). El valor de e, correcto hasta cinco decimales, es $e \approx 2.71828\ldots$

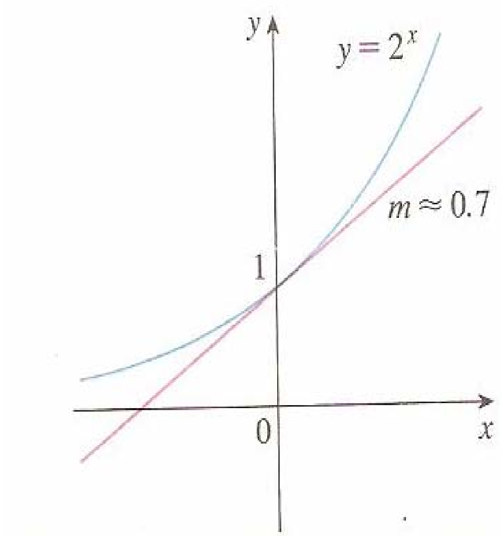


Figura 4.

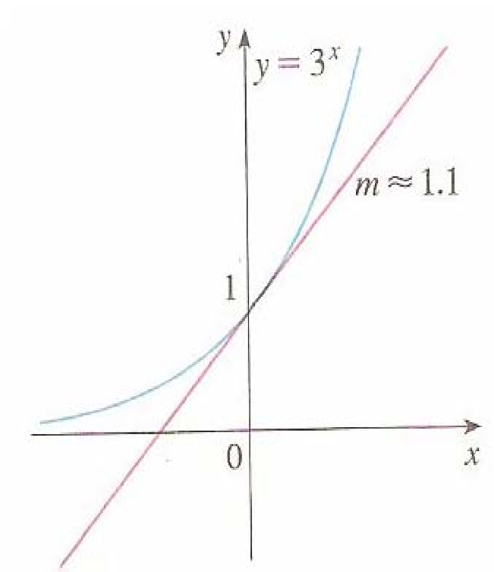


Figura 5.

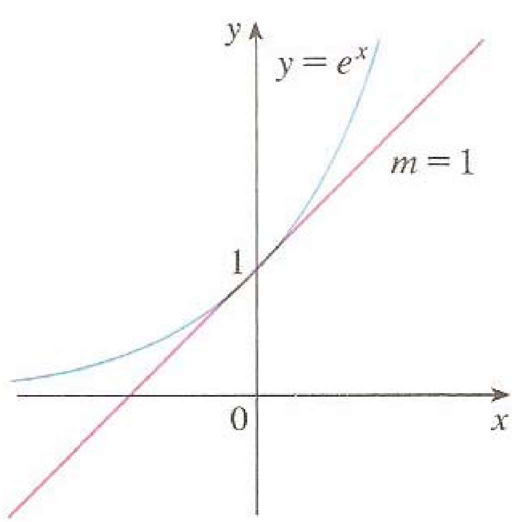


Figura 6.

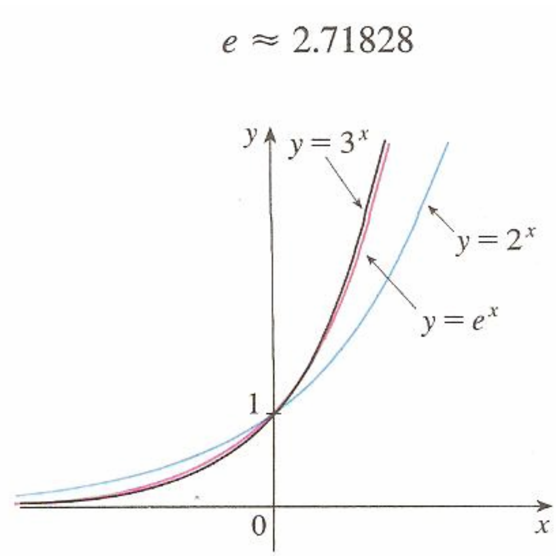


Figura 7.

4.3 Sobre la metodología utilizada

Esta investigación fue una investigación cualitativa de carácter fenomenológico.

Se eligió este tipo de investigación ya que se adapta muy bien al material que se tiene para realizar la investigación, como lo son: el número de estudiantes, la disponibilidad por parte de los estudiantes, las instalaciones físicas de la institución y el tiempo para realizar la investigación.

El análisis fenomenológico significa abordar el objeto de estudio, el fenómeno, como una experiencia concreta del hombre, tan libres como se pueda de presuposiciones conceptuales. El objetivo de la investigación fenomenológica es adquirir una comprensión de las estructuras esenciales de estos fenómenos sobre la base de ejemplos mentales proporcionados por la experiencia o la imaginación y por una variación sistemática de estos ejemplos en la imaginación.

De acuerdo con Pérez [15] pág. 34. Un estudio fenomenológico describe el significado de las experiencias vividas por una persona o grupo de personas acerca de un concepto o fenómeno.

La fenomenología no está en última instancia interesada en la explicación. La cuestión típica formulada no es "¿Qué causa X?", sino "¿Qué es X?". se preocupa por los aspectos esenciales de tipos de experiencia o conciencia. Por ejemplo, un fenomenólogo estará interesado no en qué causa la ansiedad, sino qué es la ansiedad; no en por qué las personas de clase media se comportan de determinada forma, sino cómo es la experiencia de vida de una persona de clase media.

Las investigaciones fenomenológicas estudian las vivencias de la gente, se interesan por las formas en que éstas experimentan el mundo y lo que es significativo para ellos, su comportamiento, así como el modo que tienen de comprenderlo. Para tener acceso a las experiencias no es necesario recurrir a la observación sino que se exploran los antecedentes y se recogen descripciones de los hechos realizadas por sus interlocutores, las cuales se someten a un proceso de cuestionamiento.

Se plantea, estudiar el significado de la experiencia humana e interpretarla. Sus estudios intentan profundizar en el problema de la representación del mundo escolar, por eso trabajan en base a un lenguaje descriptivo, con el fin de hacer evidente la experiencia humana a través de la reflexión, y así descubrir cómo las personas experimentan e interpretan el mundo social que construyen en la interacción del aula. Su objetivo, es la descripción del sentido de una experiencia desde la perspectiva de los que han tenido tal vivencia. Así por ejemplo se interpretan los documentos, para conocer el sentido que tuvieron los hechos, y su explicación. Esta perspectiva puede ser importante para interpretar numerosos fenómenos educativos, para explicar comportamientos y actitudes y para facilitar la adopción de posturas definidas.

Para la realización de este trabajo de investigación se escogieron al final solo cinco estudiantes, con la idea de estudiar sus casos particulares desde el concepto de función exponencial, siempre buscando desarrollar los pensamientos que yacen en la investigación descrita.

4.4 Sobre la didáctica utilizada en las actividades

En las actividades realizadas, la principal dificultad que se presentaba, era el inicio de la clase principalmente si los estudiantes venían del descanso. Para solucionar este problema se diseñaron actividades llamativas para los estudiantes, las cuales desde el primer momento de su aplicación centrara al estudiante en lo que debía hacer y no dejar perder su atención.

El principal factor, a tener en cuenta, era el de buscar la mejor manera mediante la cual el material utilizado, estimula y motiva a los estudiantes. Al respecto Nérici, pág. 193 [14] se refiere a la motivación como “el proceso que provoca cierto comportamiento, mantiene la actividad o la modifica. Motivar es predisponer al alumno hacia lo que se quiere enseñar; es llevarlo a participar activamente en los trabajos escolares”.

En este proceso de motivación se trabajo todo el tiempo tratando de que los estudiantes, se interesen por conocer el concepto mediante su aplicación y su historia a su entorno que lo rodea. En este sentido se concuerda con Nérici, pág. 195 [14] el cual define los tipos de motivación en la cual está enmarcada la trabajada en las actividades como lo es la motivación positiva de carácter intrínseco. “Motivación positiva intrínseca. Recibe este nombre cuando el alumno es llevado a estudiar por el interés que le despierta la propia materia o asignatura, esto es, porque “gusta de la materia”.”.

En el transcurso de todas las actividades, se hacían pausas para resolver ciertas situaciones confusas o para reafirmar, las bases conceptuales del tema tratado.

Al final de todas las actividades, se hacía una revisión general de cada punto y de los conceptos nacientes de la actividad.

5. DEL COLEGIO

5.1 Aspectos generales del colegio

Es muy importante, para realizar un buen trabajo de campo durante una investigación en educación, conocer el entorno de trabajo, en este caso las instalaciones y su funcionamiento, para saber cuales aspectos o herramientas cuentan en la investigación por lo contrario que dificultades se pueden presentar en el proceso investigativo.

Tomando como referencia el Plan Educativo Institucional [17]. El ITS es un establecimiento público bastante grande que permite al alumno realizarse en una carrera técnica de su preferencia, la cual escoge dependiendo de sus aptitudes y desempeño.

Durante los primeros años, los estudiantes pasan por un periodo de rotación en la cual ellos experimentan diferentes talleres y especialidades, entre ellas Electrónica, Dibujo Técnico entre otras.

El colegio mediante sus disciplinas técnicas fortalece de una manera diferente el pensamiento matemático, lo cual en algunos casos, favorece la realización de algunas actividades, tales como olimpiadas matemáticas internas, y entre colegios de la ciudad, siendo una de las mejores instituciones en esta materia.

El colegio está conformado por tres edificios, en los cuales en la jornada de la tarde, funciona en el edificio Bucaramanga, la cuarta División, en el edificio Central, la sexta División, y el edificio de las Unidades, los estudiantes de preescolar y primaria. Cuenta con 7 salas de dibujo, con especialidades como dibujo técnico, mecánica industrial, sistemas, mecánica automotriz, electricidad, electrónica, y metalmecánica.

El colegio brinda el servicio de enfermería, trabajo social, papelería, dos cafeterías, 5 salas de informática, varias canchas múltiples, y sitios para esparcimiento en los ratos libres. Para los niños de primaria, se cuenta con las patrullas escolares, esto con el fin de tener un cuidado con los niños muy pequeños con los carros que transitan en el instituto.

En sus aulas y pasillos el colegio beneficia la motivación de los alumnos ya que los salones de clase son muy aireados, cómodos, no hay ruidos externos que molesten o interrumpan la relación profesor-alumno, además de que el salón de clase, a diferencia de muchos colegios, es especializado para el área que se enseña y es de entera disposición del profesor adecuarlo para su materia.

El Tecnológico, típicamente llamado en nuestra ciudad al ITS, tiene como misión educar integralmente a los niños inculcándoles el respeto a la vida, la convivencia, el deseo de construir una sociedad mas justa y la voluntad de fomentar un ambiente adecuado para la construcción del conocimiento, también busca formar hombres y mujeres capaces de transformar su entorno para el bienestar comunitario, además de formar líderes que sean capaces de desempeñarse laboralmente en el mercado productivo y/o proporcionar a los estudiantes los elementos básicos para continuar con su proceso de formación superior acorde con las exigencias sociales y tecnológicas de la postmodernidad, de la ética social, la libertad y la autonomía.

5.2 Lema del Instituto

El lema de la institución Educativa Instituto Técnico Superior “Dámaso Zapata” recoge la fuente de inspiración de la comunidad educativa. Es VIVIR Y VENCER.

5.3 Misión

Como institución educativa, la Misión del instituto es educar integralmente a los (las) niños(as) inculcándoles el respeto por la vida, la convivencia, el deseo de construir una sociedad más justa y la voluntad en fomentar un ambiente adecuado para la construcción del conocimiento

Como Instituto Técnico, busca formar hombres y mujeres capaces de transformar su entorno para el bienestar comunitario, formar líderes que sean capaces de desempeñarse laboralmente en el mercado productivo y/o proporcionar a los estudiantes los elementos básicos para continuar con su proceso de formación superior acorde con las exigencias sociales y tecnológicas de la postmodernidad, de la ética social, la libertad y la autonomía.

Como escuela Lasallista, ayuda a que los estudiantes configuren su proyecto personal de vida en sus diferentes dimensiones. Formamos la persona integralmente mediante una educación humana y cristiana de calidad, hombres y mujeres de fe, fraternos, justos, con vocación de servicio, competentes para ocupar su puesto en la sociedad y comprometidos en la promoción de la justicia ante las situaciones cambiantes de la historia que vive Colombia y el mundo.

5.4 Visión

La Institución educativa INSTITUTO TÉCNICO SUPERIOR “DÁMASO ZAPATA”, quiere consolidarse a mediano plazo como una institución Educativa altamente competitiva y de excelente calidad, que acompañe y anime al niño(a) en su proceso de formación integral, desde el preescolar hasta la media técnica, desarrollándole sus competencias fundamentales para que responda, en forma prospectiva, ante las necesidades de la época.
Busca, además, formar una comunidad educativa capaz de asumir responsabilidades que posibiliten la justicia social y el equilibrio armónico de las relaciones interpersonales, que viva en paz y en medio de la diversidad de pensamiento sea capaz de construir acuerdos, que utilice el conocimiento científico y tecnológico para contribuir desde su campo de acción al desarrollo sostenible del país

Responderá al reto de constituirse, en los próximos cinco años, en una institución educativa pionera en la formación científica y tecnológica que le dé posibilidades a sus educandos de ubicarse en las diferentes modalidades de la educación técnica a nivel profesional y afianzar los elementos básicos para su realización personal.

5.5 Escudo del Instituto

Conformado por un piñón de 24 dientes que representan las 24 horas del día, o sea la consagración al trabajo arduo durante este tiempo, y el escudo de la salle, que como estrella radiante ilumina la institución en la sabia doctrina de sus dirigentes, los hermanos cristianos y de los profesores

5.6 La bandera

La bandera es un pendón de color verde con un piñón de 24 dientes que representa el escudo del colegio, con la inscripción I.T.S Dámaso Zapata y la letra π símbolo de las matemáticas. Toda la bandera simboliza la esperanza (verde), que el I.T.S. Tiene para la comunidad de ser mejor propagador de la técnica y las matemáticas.

5.7 Principios institucionales

RESPETO A LA DIGNIDAD HUMANA: El acto educativo se fundamenta en el reconocimiento y aceptación de las diferencias individuales de todos y cada uno de los miembros de la comunidad educativa, encontrando en cada uno de ellos la presencia viva de Dios.

PARTICIPACIÓN DEMOCRÁTICA: Busca construir ambientes que favorezcan la convivencia armónica y el crecimiento integral de todos y cada uno de los miembros de la comunidad con el fin de incentivar en ellos un compromiso personal, serio y responsable.

EQUIDAD: Se manifiesta en cada persona del Instituto, como una actitud explícita en el convivir, que permite dar a cada uno lo que se merece y lo que necesita para desarrollarse plenamente y vivir con dignidad.

LIBERTAD: El Instituto Técnico Superior "Dámaso Zapata", favorece el desarrollo de la libertad de cada persona, de conformidad con el papel que en ésta desempeña. Cada individuo se encuentra en esta Institución por su propia voluntad y al escoger las opciones que desea, asume las consecuencias de sus decisiones.

SERVICIO SOCIAL: La Escuela Lasallista se preocupa por encarnarse en el ambiente y en las personas que trabajan en él. Muestra especial Interés para hacer de los escolares personas comprometidas con la sociedad al mismo tiempo que cristianos convencidos y honestos.

AUTONOMÍA: La Institución busca orientar a todos sus integrantes en el libre desarrollo de la personalidad y en la capacidad para asumir con libertad y responsabilidad sus derechos y sus deberes.

EXCELENCIA: Es una meta de la Institución que implica que cada miembro de la comunidad se compromete libremente a dar lo mejor de sí, trascendiendo los límites del compromiso.

5.8 Valores institucionales

FE: Da sentido y objeto a la vida del hombre, bajo la luz del Evangelio.

FRATERNIDAD: Relación de alteridad, armónica, cordial y justa que favorece el crecimiento humano recíproco.

JUSTICIA: Orienta la persona hacia la búsqueda equitativa de relación con los demás, invitándole a dar a cada cual lo que le pertenece.

SERVICIO: Apoyado en la fe y en la fraternidad, busca que toda acción realizada en favor de otra persona responda a una necesidad o carencia en la que el hombre se hermana y se solidariza.

COMPROMISO: Es la voluntad de poner todas las fuerzas y el pensamiento al servicio de la causa de Dios y del hombre para su formación y la construcción de una nueva sociedad.

HONESTIDAD: Comportarse de manera transparente con sus semejantes, es decir sin ocultar nada, diciendo siempre la verdad y obrando en forma recta y clara. Es la base para la realización de cualquier proyecto humano.

RESPETO: Es la base fundamental para una convivencia sana y pacífica entre los miembros de la Comunidad Educativa. Implica tener una clara noción de los derechos fundamentales de cada persona y abarca todas las esferas de la vida, respeto a: si mismo, los semejantes, la naturaleza en general, las leyes, las normas sociales, la memoria de los antepasados, la patria en que nacimos...

TOLERANCIA: Reconocimiento a la otra persona como ser humano, con derecho a ser aceptado en su individualidad y su diferencia.

RESPONSABILIDAD: Responder con habilidad y entereza a todos los compromisos adquiridos ante la familia, la Institución y la Comunidad Educativa.

5.9 Naturaleza y condiciones del establecimiento educativo

El Instituto Técnico Superior Damaso Zapata, es una institución de carácter estatal que presta un servicio público educativo de Modalidad Técnica Industrial.

LICENCIA DE FUNCIONAMIENTO:	12450 de octubre 28 de 2000
RESOLUCION DE APROBACIÓN	
CODIGO ICFES:	014399
NIT:	890-210-216-4
REGISTRO DEL DANE:	168001001921
LOCALIZACION	Calle 10 No. 28-77
	Bucaramanga, Santander
ASETDAZA (P. Jurídica)	Res. 065 de abril 8 /1989
ASPAF (Personería Jurídica):	Res. 057 de Julio 28 /1978
E.mail	its@telebucaramanga.net.co
Página Web	www.eits.4t.com/index.html
Fax	6351926

TABLA 3. Licencia de funcionamiento.

5.10 Reseña histórica:

- EL 20 de Enero de 1888 se funda la Escuela de Artes y Oficios.
- El 13 de Abril de 1888 se inaugura la Enseñanza Técnica.
- El 9 de Agosto de 1892 se abre la especialidad de Fundición y Mecánica Metalúrgica.

- El 15 de enero de 1898 se abre la Escuela Nocturna con énfasis en Química, Física e Historia Natural.
- En el año de 1918 la ordenanza No. 41 y 62, autoriza al gobernador para que contrate a la Comunidad Salesiana y/o Comunidad Lasallista, para que dirija la Escuela, pues había sido cerrada por negligencia e incomprensión.
- En el año 1922 se cierra la escuela por falta de alumnos y la Asamblea no aprobó el presupuesto de gastos.
- En el año 1937 por Decreto del 14 de mayo, la Escuela volvió a tener vida independiente a partir del 1 de junio.
- En el año de 1941 por Decreto No. 1427 del 29 de diciembre, se le da el nombre de Instituto Industrial Dámaso Zapata.
- El 20 de enero de 1951, comienza la dirección del Instituto por parte de los Hermanos de las Escuelas Cristianas o Hermanos de la Salle. Aún hoy, la Comunidad regenta este Instituto.
- En el año 1963 se crea el "Tecnológico Santandereano", teniendo como base el "Instituto Técnico Superior Dámaso Zapata". Lo conforman, además los Institutos Técnicos del departamento, según la ordenanza No. 90 de 1963.
- Durante el año de 1987 se separan administrativamente las dos instituciones: El Instituto Técnico Superior "Dámaso Zapata" y las Unidades Tecnológicas de Santander.
- En el año 2003, luego de 115 años atendiendo solo varones, el Instituto abre sus puertas para que 152 niñas inicien formación Técnica en el Dámaso Zapata. Por Resolución No. 12450 de octubre 28 de 2000 de la Gobernación de Santander se fusionan las Concentraciones: MERCEDITAS CARREÑO, ELECRIFICADORA DE SANTANDER, INSTITUTO MARIA CANO, SAN IGNACIO DE LOYOLA, INSTITUTO NIÑA MARIA, JARDÍN INFANTIL NACIONAL Y CONCENTRACIÓN RURAL DE BOSCONIA con el INSTITUTO TÉCNICO SUPERIOR DAMASO ZAPATA,

como una sola INSTITUCIÓN EDUCATIVA. Cada una de las instituciones fusionadas se determinan a partir de la fecha con el Nombre de INSTITUTO TÉCNICO SUPERIOR “DAMASO ZAPATA” , SEDES A, B, C, D, E, F, G y H, respectivamente.

- ❖ Diciembre de 2005, la Comunidad de los Hermanos de las Escuelas Cristianas entrega esta obra a la Alcaldía de Bucaramanga, para que continúe con la Administración del Instituto. La Comunidad Educativa deja constancia de perenne gratitud por el legado y dedicación que esta Congregación entregó durante sus cincuenta y cinco años al frente de esta Institución.
- ❖ Enero 1 de 2006, la Secretaría de Educación nombra al Presbítero CONSTANTINO ACEVEDO PÉREZ, Rector encargado del Instituto Técnico Superior Dámaso Zapata. Comienza un nuevo ciclo para este Instituto en sus 118 años de vida.

5.11 Objetivos generales del proyecto educativo del Instituto Técnico Superior Damaso Zapata

Para el cumplimiento de los fines estipulados en la Ley General de Educación y el cumplimiento de la Misión y Visión del Instituto se establecen los siguientes objetivos por nivel de formación:

NIVEL PREESCOLAR

Ofrecer una Propuesta Pedagógica que facilite el desarrollo integral del niño(a) en sus dimensiones: corporal, cognitiva, socio - afectiva, comunicativa, estética y axiológica. (Artículo 15 de la Ley 115 de 1994)

NIVEL BÁSICO

Desarrollar una Propuesta Pedagógica articulada, pertinente y coherente con las expectativas de estudiante, desarrollo del conocimiento y la actividad humana, definidas como parte esencial del currículo común en la Ley general de educación, que le aseguren al niño(a) el logro de las competencias básicas para continuar su proceso de crecimiento humano, social y cultural (Artículo 356 de la Constitución Política de Colombia)

NIVEL MEDIA TÉCNICA

Diseñar y poner en marcha una Propuesta Pedagógica articulada y coherente con las necesidades de Desarrollo Social y Tecnológico de Santander para la prestación del servicio educativo, que asegure la capacitación de los estudiantes para vincularse al mercado laboral y sector productivo y/o el ingreso a la educación superior. (Ley 115 art. 33).

POLÍTICAS

Las Acciones pedagógicas que promueve La Institución Educativa Instituto Técnico Superior "Dámaso Zapata", favorecen el desarrollo equilibrado y armónico de las habilidades de los estudiantes, en especial la capacidad para la toma de decisiones, la adquisición de criterios, el trabajo en equipo, la administración eficiente del tiempo, la asunción de responsabilidades, la solución de conflictos y problemas y las habilidades para la comunicación, la negociación y la participación.

ESTRATEGIAS

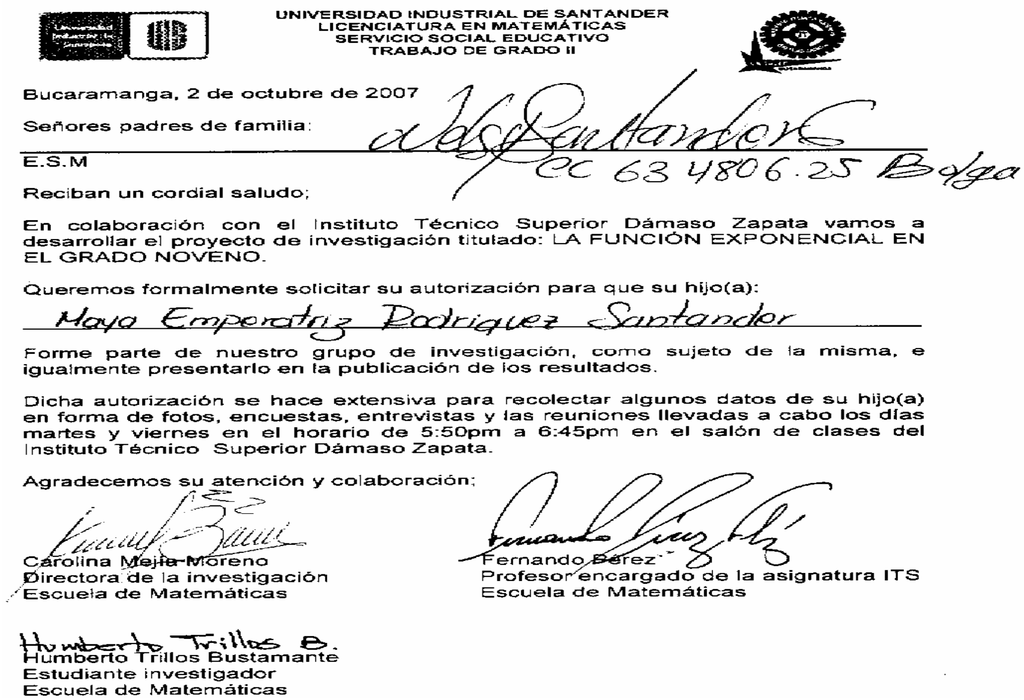
a. Comprometer a todas las personas de la comunidad escolar para el alcance de la metas del PEI.
b. Participación colectiva en la Construcción permanente del Proyecto Educativo de la Institución.
c. No exclusión de las personas más necesitadas de formación
d. Construcción de una comunidad investigadora
e. Convenios y alianzas de cooperación con el SENA, y Universidades para la acreditación y convalidación de las especialidades
f. Modernización y sistematización del sistema del Gestión administrativa del ITS, para facilitar el alcance de los objetivos

6. LOS PROTAGONISTAS

Estos son los nombres, las fotos y los respectivos permisos de los padres de familia, de los protagonistas de esta investigación, gracias a ellos y a sus familias fue posible llevar a cabo este trabajo de grado.

Maya Emperatriz Santander Rodríguez: tiene 15 años de edad, es una estudiante muy apegada a su familia por eso la mayor parte del tiempo la comparte con ellos, en el colegio tiene un rendimiento académico excelente siempre ha ocupando los primeros lugares en su grupo. Es callada y tímida a la hora de participar en clase.

FIGURA 8. Foto de Maya, realizando las actividades.



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO
TRABAJO DE GRADO II

Bucaramanga, 2 de octubre de 2007

Señores padres de familia: Adela Santander
CC 63 480625 Bdga.

E.S.M

Reciban un cordial saludo;

En colaboración con el Instituto Técnico Superior Dámaso Zapata vamos a desarrollar el proyecto de investigación titulado: LA FUNCIÓN EXPONENCIAL EN EL GRADO NOVENO.

Queremos formalmente solicitar su autorización para que su hijo(a):
Maya Emperatriz Rodriguez Santander

Forme parte de nuestro grupo de investigación, como sujeto de la misma, e igualmente presentarlo en la publicación de los resultados.

Dicha autorización se hace extensiva para recolectar algunos datos de su hijo(a) en forma de fotos, encuestas, entrevistas y las reuniones llevadas a cabo los días martes y viernes en el horario de 5:50pm a 6:45pm en el salón de clases del Instituto Técnico Superior Dámaso Zapata.

Agradecemos su atención y colaboración;

Carolina Mejía Moreno
Directora de la investigación
Escuela de Matemáticas

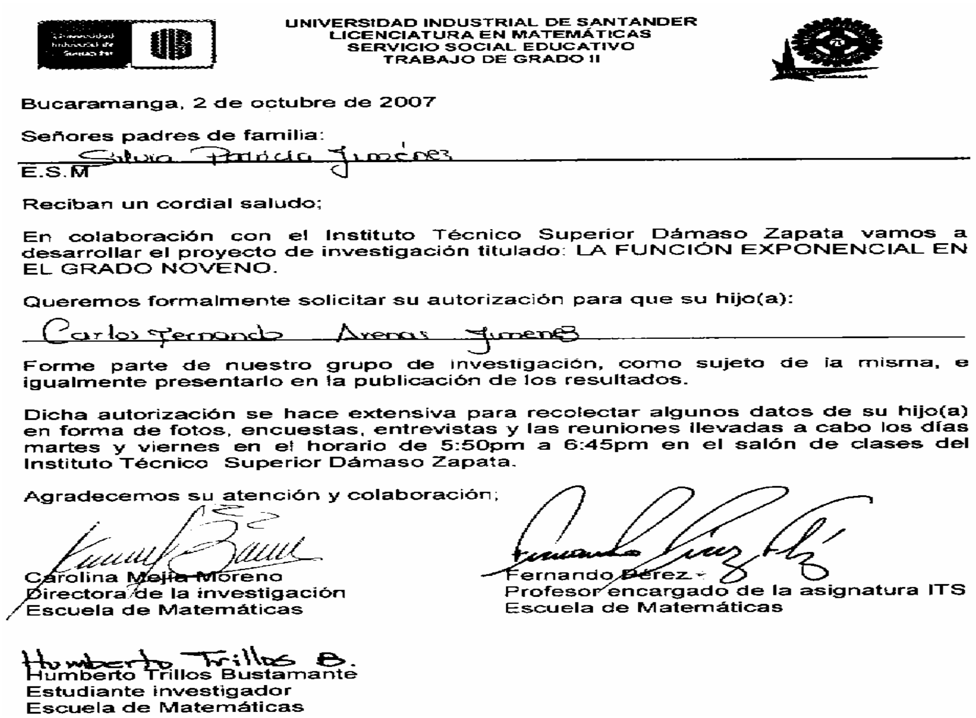
Fernando Pérez
Profesor encargado de la asignatura ITS
Escuela de Matemáticas

Humberto Trillos B.
Humberto Trillos Bustamante
Estudiante investigador
Escuela de Matemáticas

FIGURA 9. Permiso de Maya

Carlos Fernando Arenas Jiménez: tiene 15 años de edad, es el menor de 3 hermanos, es muy cumplido y serio en sus actividades, participa muy poco en clase pero es muy acertado en sus pocas intervenciones.

FIGURA 10. Foto de Carlos Fernando, en una charla en la cafetería del colegio.



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO
TRABAJO DE GRADO II

Bucaramanga, 2 de octubre de 2007

Señores padres de familia:
Silvia Patricia Jiménez
E.S.M

Reciban un cordial saludo;

En colaboración con el Instituto Técnico Superior Dámaso Zapata vamos a desarrollar el proyecto de investigación titulado: LA FUNCIÓN EXPONENCIAL EN EL GRADO NOVENO.

Queremos formalmente solicitar su autorización para que su hijo(a):
Carlos Fernando Arenas Jimenez

Forme parte de nuestro grupo de investigación, como sujeto de la misma, e igualmente presentarlo en la publicación de los resultados.

Dicha autorización se hace extensiva para recolectar algunos datos de su hijo(a) en forma de fotos, encuestas, entrevistas y las reuniones llevadas a cabo los días martes y viernes en el horario de 5:50pm a 6:45pm en el salón de clases del Instituto Técnico Superior Dámaso Zapata.

Agradecemos su atención y colaboración;

Carolina Mejía Moreno
Directora de la investigación
Escuela de Matemáticas

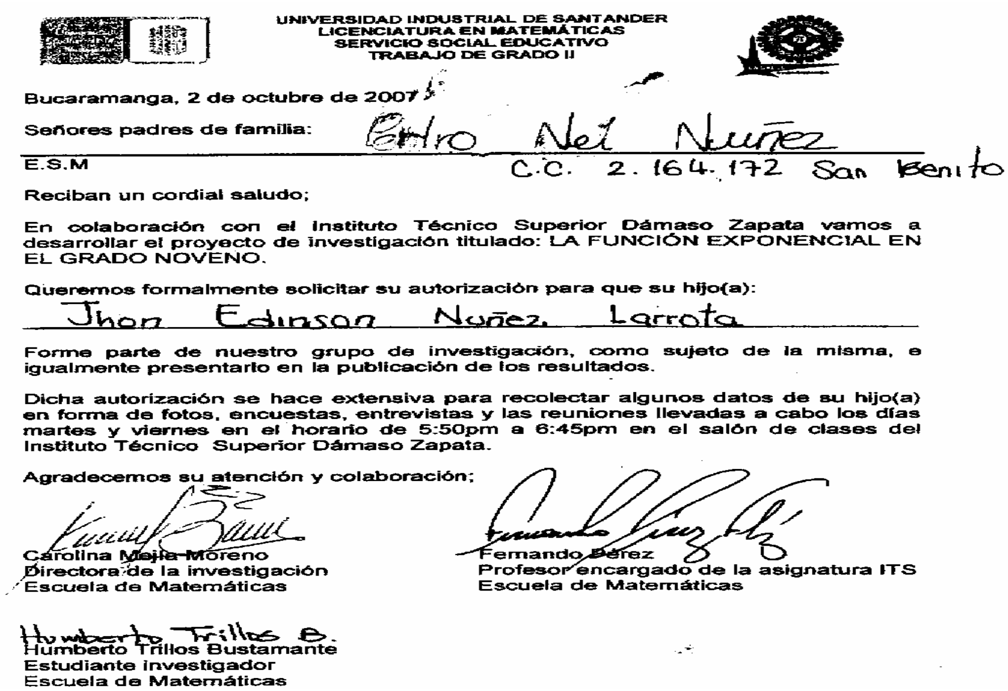
Fernando Pérez
Profesor encargado de la asignatura ITS
Escuela de Matemáticas

Humberto Trillos B.
Humberto Trillos Bustamante
Estudiante investigador
Escuela de Matemáticas

FIGURA 11. Permiso de Carlos Fernando

Jhon Edinson Núñez Larrota: tiene 15 años de edad, es un estudiante muy extrovertido, vive en una familia de deportistas y práctica el triatlón, es un estudiante de buen rendimiento académico general, le gusta participar activamente en clases y sostiene una buena relación con sus compañeros.

FIGURA 12. Foto de Jhon, en una charla en la cafetería del colegio.



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO
TRABAJO DE GRADO II

Bucaramanga, 2 de octubre de 2007

Señores padres de familia: Pedro Nel Nuñez

E.S.M C.C. 2.164.172 San Benito

Reciban un cordial saludo;

En colaboración con el Instituto Técnico Superior Dámaso Zapata vamos a desarrollar el proyecto de investigación titulado: LA FUNCIÓN EXPONENCIAL EN EL GRADO NOVENO.

Queremos formalmente solicitar su autorización para que su hijo(a):
Jhon Edinson Nuñez Larrota

Forme parte de nuestro grupo de investigación, como sujeto de la misma, e igualmente presentarlo en la publicación de los resultados.

Dicha autorización se hace extensiva para recolectar algunos datos de su hijo(a) en forma de fotos, encuestas, entrevistas y las reuniones llevadas a cabo los días martes y viernes en el horario de 5:50pm a 6:45pm en el salón de clases del Instituto Técnico Superior Dámaso Zapata.

Agradecemos su atención y colaboración;

Carolina Mejía Moreno
Directora de la investigación
Escuela de Matemáticas

Fernando Pérez
Profesor encargado de la asignatura ITS
Escuela de Matemáticas

Humberto Trillos B.
Humberto Trillos Bustamante
Estudiante investigador
Escuela de Matemáticas

FIGURA 13. Permiso de Jhon

Carlos Andrés Toloza Castellanos: tiene 15 años de edad, es un estudiante muy distraído, se desconcentra muy fácilmente en clase, hace pocos aportes en clases, tiene regular rendimiento académico a nivel general y presenta muy poco interés hacia la clase.

Figura 14. Foto de Carlos Andrés, en el salón de clases.

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO
TRABAJO DE GRADO II

Bucaramanga, 2 de octubre de 2007

Señores padres de familia: Sandra Castellanos
E.S.M

Reciban un cordial saludo;

En colaboración con el Instituto Técnico Superior Dámaso Zapata vamos a desarrollar el proyecto de investigación titulado: LA FUNCIÓN EXPONENCIAL EN EL GRADO NOVENO.

Queremos formalmente solicitar su autorización para que su hijo(a):
Carlos Andrés Toloza C.

Forme parte de nuestro grupo de investigación, como sujeto de la misma, e igualmente presentarlo en la publicación de los resultados.

Dicha autorización se hace extensiva para recolectar algunos datos de su hijo(a) en forma de fotos, encuestas, entrevistas y las reuniones llevadas a cabo los días martes y viernes en el horario de 5:50pm a 6:45pm en el salón de clases del Instituto Técnico Superior Dámaso Zapata.

Agradecemos su atención y colaboración;

Carolina Mejía Moreno
Directora de la investigación
Escuela de Matemáticas

Fernando Pérez
Profesor encargado de la asignatura ITS
Escuela de Matemáticas

Humberto Trillos B.
Humberto Trillos Bustamante
Estudiante investigador
Escuela de Matemáticas

FIGURA 15. Permiso de Carlos Andrés

Jennifer Paola Anteliz Mogollón: (no quiso que se le tomara foto) tiene 15 años de edad, es una estudiante muy ordenada al momento de presentar sus trabajos, es muy activa en el salón de clases opinando y preguntando por los detalles de los conceptos, tiene un excelente rendimiento académico.

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO
TRABAJO DE GRADO II

Bucaramanga, 2 de octubre de 2007

Señores padres de familia: * Clara Mogollón
E.S.M 60.258.063 Pna.

Reciban un cordial saludo;

En colaboración con el Instituto Técnico Superior Dámaso Zapata vamos a desarrollar el proyecto de investigación titulado: LA FUNCIÓN EXPONENCIAL EN EL GRADO NOVENO.

Queremos formalmente solicitar su autorización para que su hijo(a):

• Jennifer Paola Anteliz Mogollón

Forme parte de nuestro grupo de investigación, como sujeto de la misma, e igualmente presentarlo en la publicación de los resultados.

Dicha autorización se hace extensiva para recolectar algunos datos de su hijo(a) en forma de fotos, encuestas, entrevistas y las reuniones llevadas a cabo los días martes y viernes en el horario de 5:50pm a 6:45pm en el salón de clases del Instituto Técnico Superior Dámaso Zapata.

Agradecemos su atención y colaboración;

Carolina Mejía Moreno
Directora de la investigación
Escuela de Matemáticas

Fernando Pérez
Profesor encargado de la asignatura ITS
Escuela de Matemáticas

Humberto Trillos B.
Humberto Trillos Bustamante
Estudiante investigador
Escuela de Matemáticas

FIGURA 16. Permiso de Jennifer

7. PROCESO DE LA INVESTIGACIÓN

Esta investigación fue desarrollada en el Instituto Técnico Superior Dámaso Zapata, en su etapa de trabajo en el aula, las otras etapas fueron desarrolladas en la Universidad Industrial de Santander.

Etapa 1: En esta etapa se hizo una revisión general acerca del concepto de función exponencial, esto incluyó revisión histórica, y propuestas alrededor del concepto. En esta etapa también se desarrollaron las actividades en el aula.

Etapa 2: Se hizo una convocatoria de la cual surgieron 15 estudiantes interesados que estuvieron en el proceso de la investigación. Se presentó a los estudiantes las actividades que se iban a realizar. Se envió una carta solicitando autorización a los padres, para que sus hijos participaran en la investigación. Se desarrollaron las actividades realizadas en la etapa anterior, haciendo el respectivo diario de clases y tomando las notas necesarias en este trabajo de campo. Se recogió toda la información consignada por los estudiantes durante el proceso.

Etapa 3: Con toda la información que se recolectó de los talleres, del diario de clases y los apuntes de los estudiantes, se organizaron todos estos datos para ir sacando conclusiones sobre cada una de las actividades realizadas.

Etapa 4: En esta etapa se realizó la elaboración del documento final, relatando todos los aspectos de la investigación, y organización del material con el cual se trabajó.

8. DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES

A continuación se describirá cada una de las siete actividades realizadas, anexando su respectivo plan de clases.

ACTIVIDAD 1. (Ver ANEXO A. Actividad 1 primera parte. Pág. 72)

La primera parte, fue la exposición titulada EVOLUCIÓN HISTÓRICA DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN. Se comenzó trabajando desde el mismo concepto de función, presentándoles a los estudiantes la evolución histórica que ha tenido este concepto, a través de la edad antigua, edad media y la edad moderna. Esta actividad se hizo con el fin de que ellos visualizaran mediante un ambiente diferente al salón de clases y con herramientas tecnológicas todo el transcurso del concepto de función hasta hoy.

ACTIVIDAD 1. (Ver ANEXO B. Actividad 1 segunda parte. Pág. 74)

La segunda parte de esta actividad fue la lectura ALGUNAS IDEAS SOBRE EL NACIMIENTO Y PROGRESO DE LA MATEMÁTICA MODERNA. De acuerdo con el trabajo de grado de la Licenciada en Matemáticas Claudia Montañez [11]; esta lectura fue de gran interés en la etapa de revisión bibliográfica porque cuenta secuencial y brevemente, el desarrollo del concepto de función, hasta la definición moderna y por eso valió la pena rescatarla, y aplicarla en el grupo.

ACTIVIDAD 2. (Ver ANEXO C. ACTIVIDAD 2. Pág. 77)

La actividad 2 lleva por título A SOLAS PERO NO SOLOS. Las ideas para esta actividad fueron tomadas del trabajo de grado del Licenciado en Matemáticas

Marcos Alejo Sandoval, en el cual se hace un recorrido con el fin de acercar al estudiante con el concepto de función, y en especial al concepto de función lineal.

ACTIVIDAD 3. (Ver ANEXO D. ACTIVIDAD 3. Pág. 84)

La actividad 3 lleva por título INTRODUCCIÓN A LA FUNCIÓN EXPONENCIAL. Consta de dos problemas. En el primer problema mediante una función, generan una tabla de datos, evalúan cierto tiempo en la función y luego grafican los datos de la tabla e interpretan la clase de curva obtenida.

En el segundo problema el estudiante parte de una tabla de valores dada, y proyecta que sucedería después de cierto tiempo y luego se le pide generalizar esa serie de resultados hasta llegar a una expresión general que represente esa situación y su respectiva gráfica. Este problema fue tomado de Azcarate [3].

ACTIVIDAD 4. (Ver ANEXO E. ACTIVIDAD 4. Pág. 86)

La actividad 4 lleva por título LA FUNCIÓN EXPONENCIAL. Fue hecha con el fin de formalizar el concepto de función exponencial, mirando los diferentes tipos de representación gráfica dependiendo del valor que tome la base. Esta parte conceptual fue tomada del libro Algebra y Geometría II, pág. 157 [7] que es el texto guía del colegio.

ACTIVIDAD 5. (Ver ANEXO F. ACTIVIDAD 5. Pág. 88)

La actividad lleva por título EL NÚMERO e. Se hace una conceptualización del número e ya que en las aplicaciones siguientes será utilizado, también se hace la

gráfica de $y = 2^x$, $y = 3^x$ y de $y = e^x$, a continuación se dejan 3 funciones de tipo exponencial natural para que sean graficadas por parte de los estudiantes y por último se les pide que redacten una definición de función exponencial natural.
ACTIVIDAD 6. (Ver ANEXO G. ACTIVIDAD 6. Pág. 91)

Esta actividad lleva por título LA FUNCIÓN EXPONENCIAL Y SUS APLICACIONES. En esta actividad se trabajaron tres aplicaciones de la función exponencial: la desintegración radiactiva, el crecimiento poblacional y el interés compuesto.

En esta actividad se rescata del texto guía [6], que utilizan los estudiantes, la sección de actividades de ampliación en donde presentan las dos primeras aplicaciones.

El tercer problema es un problema muy común de interés compuesto incluso algunos profesores lo aplican a nivel universitario en sus evaluaciones.

ACTIVIDAD 7. (Ver ANEXO H. ACTIVIDAD 7. Pág. 94)

La actividad es la EVALUACIÓN, la cual consta de cinco puntos. En el primero el estudiante tiene la oportunidad de hacer su propia definición de la función exponencial, en el segundo y tercero el estudiante hace una tabla de valores y gráfica las dos funciones de distinto caso, en el cuarto punto se hace una aplicación de la función exponencial en el crecimiento poblacional y por último una aplicación del interés compuesto.

9. RESULTADOS DE LAS ACTIVIDADES

“Ser humano es ser interpretativo”
Heidegger.

Según Flick, 2004, pág. 254, 255. [6] “las diversas opciones para presentar hallazgos se pueden situar entre dos polos. En un extremo, está el propósito de desarrollar una teoría a partir de los datos y las interpretaciones según el modelo de Strauss (1987). En el otro extremo están los “relatos desde el campo” (Van Maanen, 1988), que intentan ilustrar las relaciones que el investigador encontró”.

Para esta investigación se eligió presentar los resultados a partir de los relatos desde el trabajo de campo, ya que se hizo un trabajo de campo a la etapa de desarrollar las actividades en el colegio.

Sobre los relatos desde el campo Van Maanen (1998) citado por Flick (2004), distingue tres formas básicas para presentar los resultados que son los relatos realistas, los relatos confesionales y el relato critico.

Para esta investigación se utilizó para relatar este trabajo de campo, los relatos confesionales, ya que según [6], Flick, 2004, pág. 256. “Los relatos confesionales se caracterizan porque el autor expresa el papel que desempeñó en lo que se observaba, en sus interpretaciones y también en las formulaciones que se utilizan. Los puntos de vista del autor se tratan como un tema en la presentación, o como fallos, errores, etc. (Van Maanen, 1988, pág. 79) en el campo. Sin embargo, se intenta presentar los propios hallazgos como fundamentados en el problema que se estudiaba. La naturalidad en la presentación es un medio de crear la impresión de “un trabajador de campo y una cultura que se encuentra el uno al otro y que a pesar de algunas escaramuzas y malentendidos iniciales, al final se emparejan”.

El resultado es una mezcla de descripciones del objeto analizado y de las experiencias realizadas al estudiarlo.

A continuación se relatarán actividades desarrolladas, los resultados y su respectivo análisis.

Actividad 1 (primera parte). Evolución histórica del concepto de función. Ver anexo A.

Está actividad llamó mucho la atención en los estudiantes, ya que anteriormente no habían tenido una clase en la cual se usaran los recursos que brinda las nuevas tecnologías; ellos estaban acostumbrados a la típica clase de tablero y marcador, en donde la exposición verbal del profesor era la única forma de interacción.

Esta actividad se desarrolló en completo orden, en contra de las sospechas de las posibles circunstancias de desorden que se presentaran en la actividad, los estudiantes estuvieron entretenidos, en un principio muy callados pero con el transcurrir de la exposición ellos fueron tomando apuntes de las diapositivas, solo hasta el final de la presentación los estudiantes expresaron las siguientes preguntas:

Maya muy confundida por la forma inusual de comenzar un tema nuevo hizo la siguiente pregunta: *¿Para qué sirve la historia antes de estudiar un tema (concepto) nuevo?*

Esta pregunta surgió inmediatamente, ya que los estudiantes se extrañaron al ver que comenzábamos tema nuevo con la historia del concepto; ellos anteriormente

no le daban importancia a los temas y tomaban cada tema como una invención nueva moderna que no tenía un pasado ni una trayectoria recorrida.
Carlos Andrés en vista de todos los avances del concepto de función, vistos en la presentación formuló la siguiente pregunta: *¿Seguirá cambiando o avanzando el concepto de función en los próximos años?*

Los estudiantes, pensaban que las matemáticas eran estáticas, para ellos los conceptos siempre habían sido estructurados de la misma manera y la forma de enseñarlos también.

Jennifer manifestó cierta preocupación sobre la forma como los profesores comienzan a enseñar un tema nuevo e hizo la siguiente pregunta: *¿Por qué si en un principio (de la historia) se interpretaba el concepto de función desde el movimiento, desde los fenómenos naturales, por qué ahora no?*

Fue satisfactorio observar como los estudiantes seguían el curso de la historia del concepto de función, preguntando sobre los aspectos que hicieron posible tener la definición actual. Para ellos fue una sorpresa que un concepto que para ellos era difícil de entender, naciera de observaciones de fenómenos naturales los cuales describían ciertos patrones.

Actividad 1 (segunda parte). Algunas ideas sobre el nacimiento y progreso de la matemática moderna. Ver anexo B.

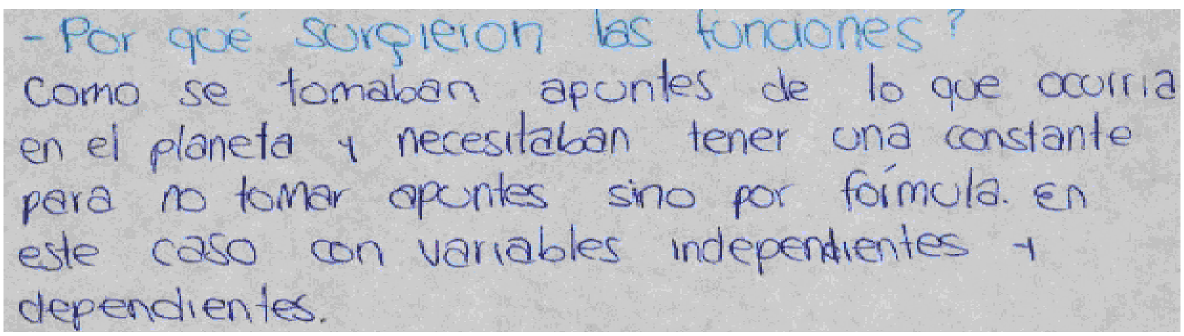
Con esta actividad intenté recuperar un hábito que se ha perdido en las aulas de clase como lo es el hábito de la lectura.

Para muchos estudiantes fue extraño, que después de varios años desde la primaria, de nuevo pasaran a leer al frente de sus compañeros, cometiendo errores en sus intervenciones y siendo criticados por sus compañeros.

Fue una actividad enriquecedora para los estudiantes, pero a la vez muy preocupante, porque hay estudiantes que en el noveno grado y todavía tienen problemas serios de lectura.

Al final de la lectura los estudiantes tenían que responder las preguntas con base en la lectura y estas fueron algunas de sus respuestas:

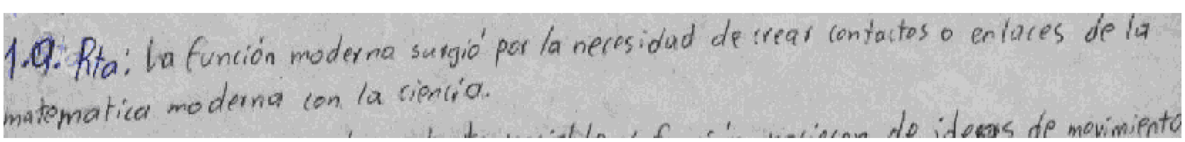
A la primera pregunta: ¿Por qué surgieron las funciones? Respondió Maya:



- Por qué surgieron las funciones ?
Como se tomaban apuntes de lo que ocurria en el planeta y necesitaban tener una constante para no tomar apuntes sino por fórmula. en este caso con variables independientes y dependientes.

FIGURA 17. Respuesta de Maya

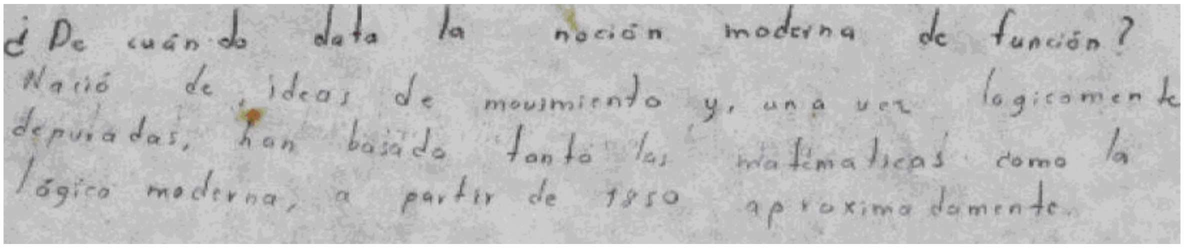
Otra respuesta diferente fue la de Carlos Andrés:



1.a. Rta: la función moderna surgió por la necesidad de crear contactos o enlaces de la matematica moderna con la ciencia.

FIGURA 18. Respuesta de Carlos Andrés

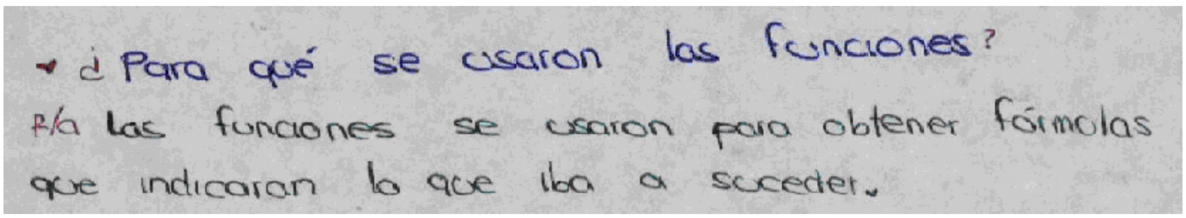
A la segunda pregunta: ¿De cuando data la noción moderna de función? Respondió Carlos Fernando:



¿De cuándo data la noción moderna de función?
Nació de ideas de movimiento y, una vez logicamente depuradas, han basado tanto las matemáticas como la lógica moderna, a partir de 1850 aproximadamente.

FIGURA 19. Respuesta de Carlos Fernando

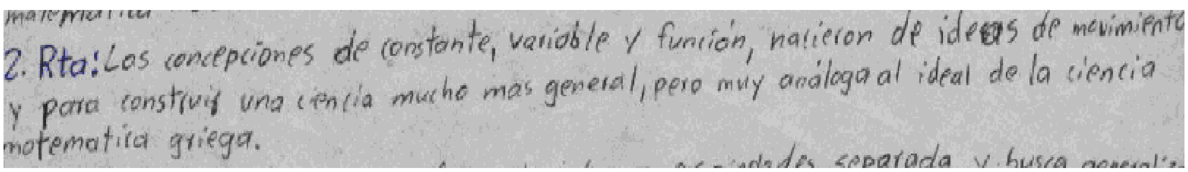
A la tercera pregunta: ¿Para qué se usaron las funciones? Respondió Jennifer:



¿Para qué se usaron las funciones?
R/ Las funciones se usaron para obtener fórmulas que indicaran lo que iba a suceder.

FIGURA 20. Respuesta de Jennifer

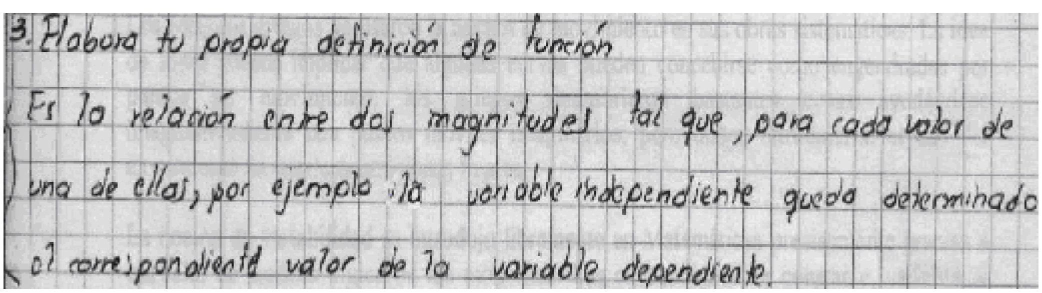
Otra respuesta fue la de Carlos Andrés:



2. Rta: Las concepciones de constante, variable y función, nacieron de ideas de movimiento y para construir una ciencia mucho más general, pero muy análoga al ideal de la ciencia matemática griega.

FIGURA 21. Respuesta de Carlos Andrés

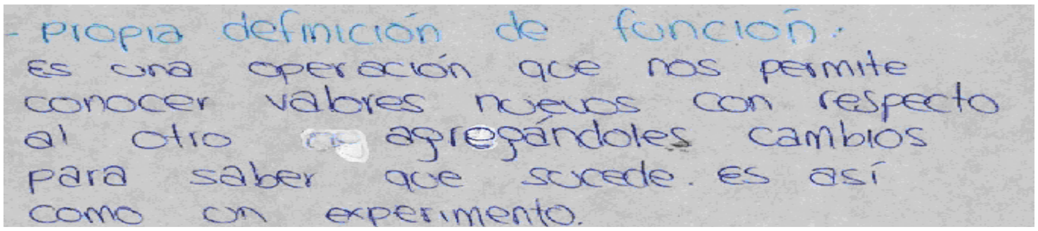
En el cuarto punto: Elabora tu propia definición de función. Aquí hubo diferentes tipos de definiciones ya que era dar una definición intuitiva, no formal, una de las más interesantes fue la de Jhon:



3. Elabora tu propia definición de función
Es la relación entre dos magnitudes tal que, para cada valor de una de ellas, por ejemplo la variable independiente queda determinado el correspondiente valor de la variable dependiente.

FIGURA 22. Respuesta de Jhon

Otra definición más general fue la de Maya:



- Propia definición de función:
Es una operación que nos permite
conocer valores nuevos con respecto
al otro agregándoles cambios
para saber que sucede. Es así
como un experimento.

FIGURA 23. Respuesta de Maya

En esta actividad los estudiantes, comprendieron, mediante la lectura, el surgimiento del concepto de función, su utilidad en la vida diaria y su valor para predecir sucesos naturales que pueden suceder.

Actividad 2. A solas pero no solos. Ver anexo C.

En esta actividad, los estudiantes tenían que seguir una historia, en la cual había un recorrido, en el cual iban obteniendo elementos que les servían, para llegar a la solución general del problema, el cual requería de una solución matemática enmarcada en un fenómeno físico y con una posterior adaptación al problema.

Este problema involucraba la búsqueda de una expresión, que relacionaba el tiempo con la distancia recorrida, había que llegar a una función lineal, a partir de una situación de la vida cotidiana.

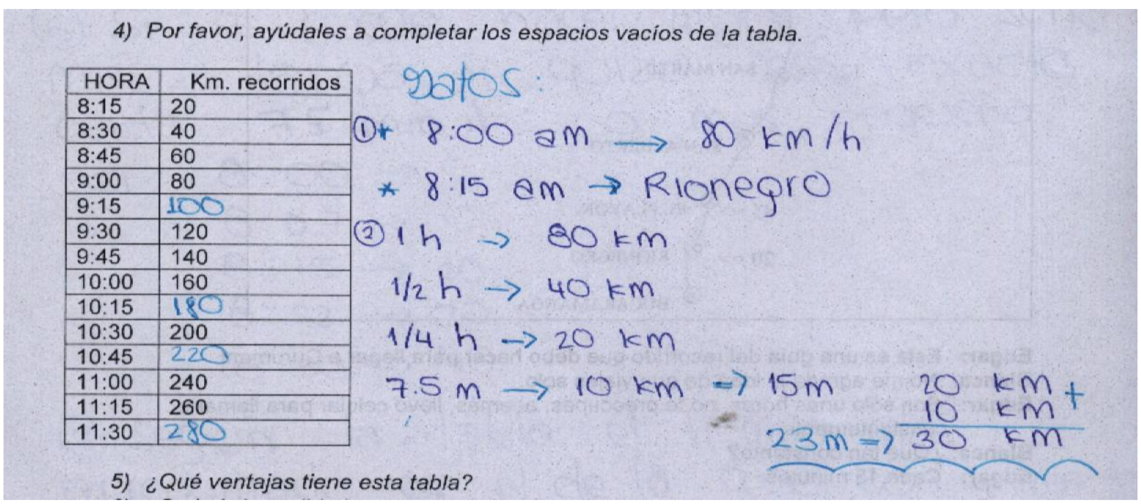
En esta actividad los estudiantes se vieron motivados a resolver una situación que les podía ocurrir en su vida cotidiana.

Hubo muchas dificultades, en algunos puntos de esta actividad, debido a que los estudiantes, no estaban acostumbrados a resolver situaciones problema, en las cuales no veían clara y rápidamente la solución del ejercicio.

A continuación se describe los puntos que causaron dificultad en los estudiantes y los cuales les aportaron al desarrollo del concepto de función.

En el punto 4, los estudiantes tenían que completar la tabla de datos, de los kilómetros recorridos con respecto a la hora. Aquí los estudiantes entendieron la importancia de hacer una tabla de valores como medio para llevar el registro de los cambios a medida que pasaba el tiempo.

En este punto, la estudiante Maya se destacó ya que hizo una sucesión de los resultados trabajando con tiempos más cortos hasta llegar al valor que necesitaba completar.


4) *Por favor, ayúdales a completar los espacios vacíos de la tabla.*

HORA	Km. recorridos
8:15	20
8:30	40
8:45	60
9:00	80
9:15	100
9:30	120
9:45	140
10:00	160
10:15	180
10:30	200
10:45	220
11:00	240
11:15	260
11:30	280

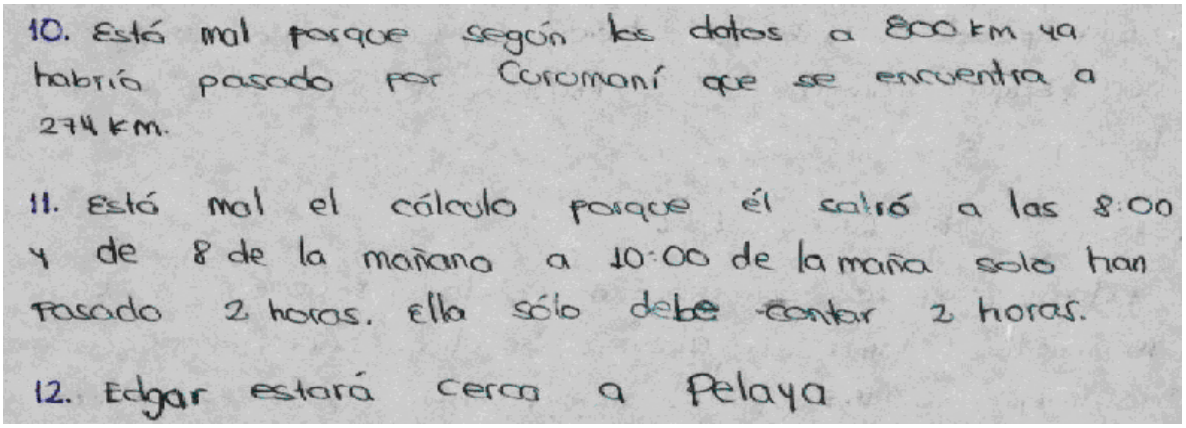
Datos:
① 8:00 am → 80 km/h
* 8:15 am → Rionegro
② 1 h → 80 km
1/2 h → 40 km
1/4 h → 20 km
7.5 m → 10 km → 15 m
20 km + 10 km = 30 km
23 m → 30 km

5) *¿Qué ventajas tiene esta tabla?*

FIGURA 24. Respuesta de Maya

Otro punto que causó discusión y controversia entre los estudiantes fue el punto 10, los estudiantes tenían que hacer una adaptación del problema a sus cálculos matemáticos, ya que no era suficiente aplicar la expresión física, además de esto había que adaptar esa respuesta a la situación problema.

A esta situación Jennifer da su opinión y seguidamente propone una solución:


10. Está mal porque según los datos a 800 km ya habría pasado por Coromaní que se encuentra a 274 km.

11. Está mal el cálculo porque él salió a las 8:00 y de 8 de la mañana a 10:00 de la maña solo han pasado 2 horas. Ella sólo debe contar 2 horas.

12. Edgar estará cerca a Pelaya

FIGURA 25. Respuesta de Jennifer

Aquí Jennifer reconoce, el error que sería hacer los cálculos matemáticos independiente de la situación, en este caso el factor que obliga a la adaptación de los resultados, es la hora de salida la cual hace que se modifique la expresión.

Por ultimo en el punto 12 los estudiantes, debían ya dar una expresión más exacta, la cual debía dar los kilómetros recorridos a cualquier hora.

A este problema Maya solucionó utilizando la expresión $d = 80 * \left[\left(horas + \frac{\min utos}{60}\right) - 8\right]$ reemplazando las horas y los minutos

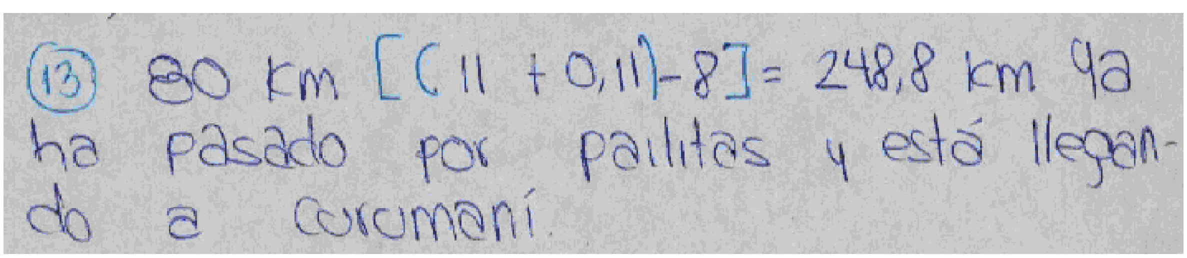

13 80 km [(11 + 0,11)-8] = 248,8 km ya ha pasado por pailitas y está llegan-do a Coromaní.

FIGURA 26. Respuesta de Maya

Al finalizar esta actividad, los estudiantes comprendieron, la importancia y la necesidad de construir una tabla de valores, que permitan hacer un seguimiento del fenómeno que se está estudiando; además esta tabla de valores ayudó posteriormente a construir la expresión específica que le dio solución al problema.

Actividad 3. Introducción a la función exponencial. Ver anexo D.

Esta actividad fue de introducción a la función exponencial, esta consta de dos puntos, en los cuales los estudiantes ya comenzaban a trabajar con una función exponencial, la cual describía una situación cotidiana de crecimiento de poblacional, como lo es, calcular el número de empleados que tendría una compañía al paso de determinados años; por otro lado el segundo punto describía un crecimiento de bacterias en una población.

En el primer punto los estudiantes debían construir la tabla de valores, a partir de una expresión que era una función exponencial, tenían que predecir el número de empleados después de 4 años y por ultimo utilizando la tabla de valores representar gráficamente la función.

En este primer punto se destacaron las soluciones propuestas por Jhon:

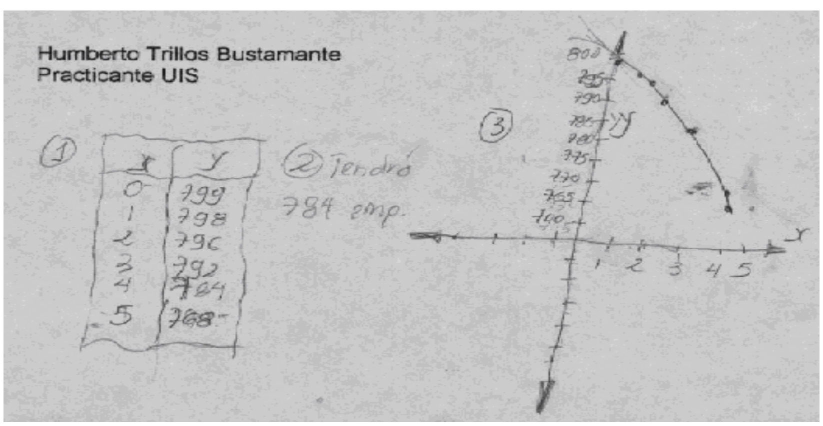


FIGURA 27. Respuesta Jhon

Y Maya que presenta una solución más detallada y ordenada:

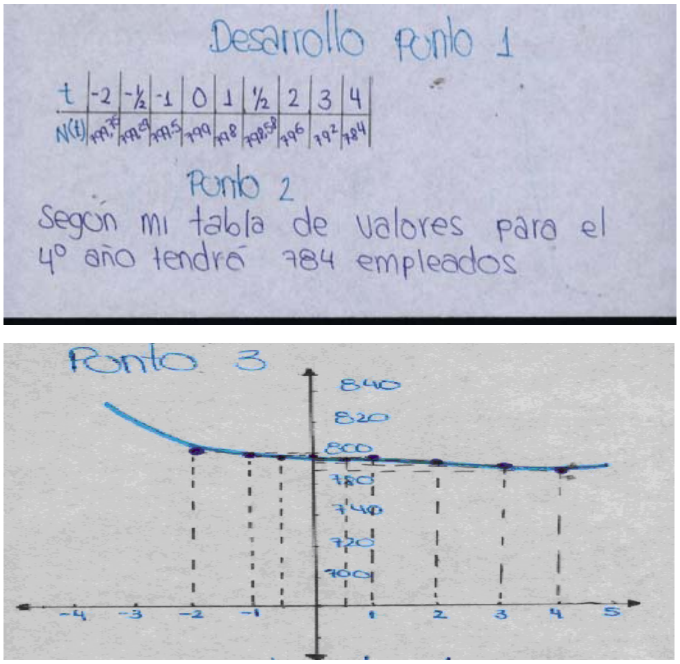


FIGURA 28. Respuesta de Maya

Este punto evidenció un problema grande como lo fue el de las escalas. Los estudiantes iban haciendo sus gráficas, y pensaban que estaban mal, pero no era así el problema era la escala en el eje *y* ya que eran valores mas grandes que los del eje x y por eso el comportamiento de la grafica.

Los estudiantes tuvieron la necesidad, de construir una tabla de valores, como medio para predecir futuros valores, y para la construcción de la grafica de la función exponencial que describía el problema.

En el segundo punto, se daba un problema de *crecimiento de bacterias en una población*. Los estudiantes no tenían la expresión, tan solo tenían una tabla de valores dada por el problema. Ellos debían encontrar el tamaño de la población de bacterias después de ciertos años y hallar una expresión general mediante una función exponencial que describiera el comportamiento del crecimiento.

En este punto se destacó la solución de Jennifer:

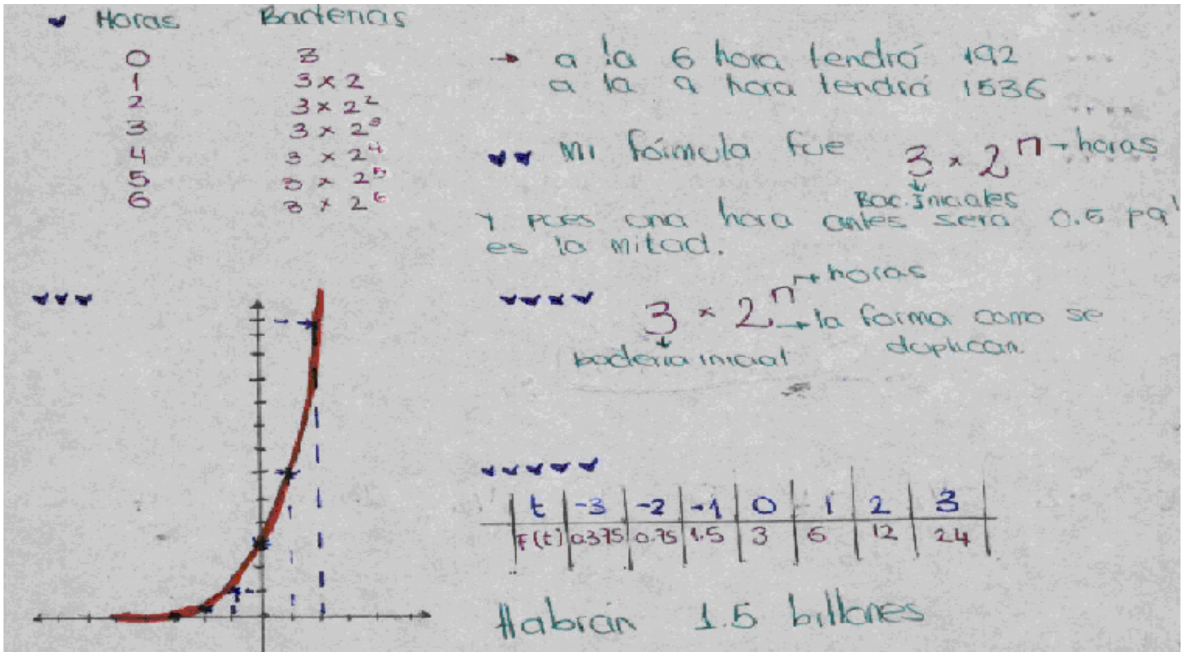


FIGURA 29. Respuesta de Jennifer

En este punto los estudiantes, se dieron cuenta de la secuencia de los datos y de la importancia de los valores anteriores, y el comportamiento de los valores siguientes, dependiendo del patrón de cambio.

Actividad 4. La función exponencial. Ver anexo E.

Cuando se trata de enseñar, un concepto nuevo para los estudiantes, con actividades innovadoras, no se debe dejar de lado el proceso de formalizar los conceptos.

Esta actividad trató de concretar, todos los aspectos vistos de una manera intuitiva en la actividad anterior.

Esta actividad se dividió en tres partes, la primera fue formalizar el concepto de función exponencial, luego de esta definición vinieron los comentarios y observaciones acerca de la definición, principalmente acerca del dominio y codominio de la función.

La segunda parte fue la representación grafica de la función exponencial con cada uno de sus casos; aquí los estudiantes resolvieron los ejemplos, una solución ordenada fue la de Maya:

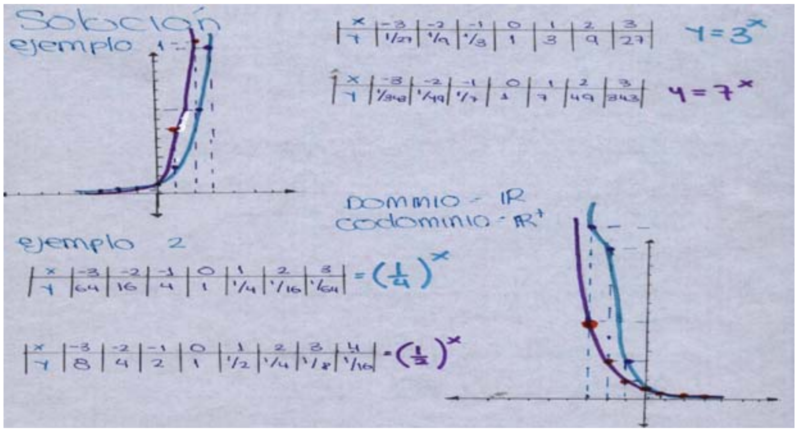


FIGURA 30. Respuesta de Maya.

En el tercer punto se presentaron las características de la función exponencial, como lo son su comportamiento, asíntotas, etc.

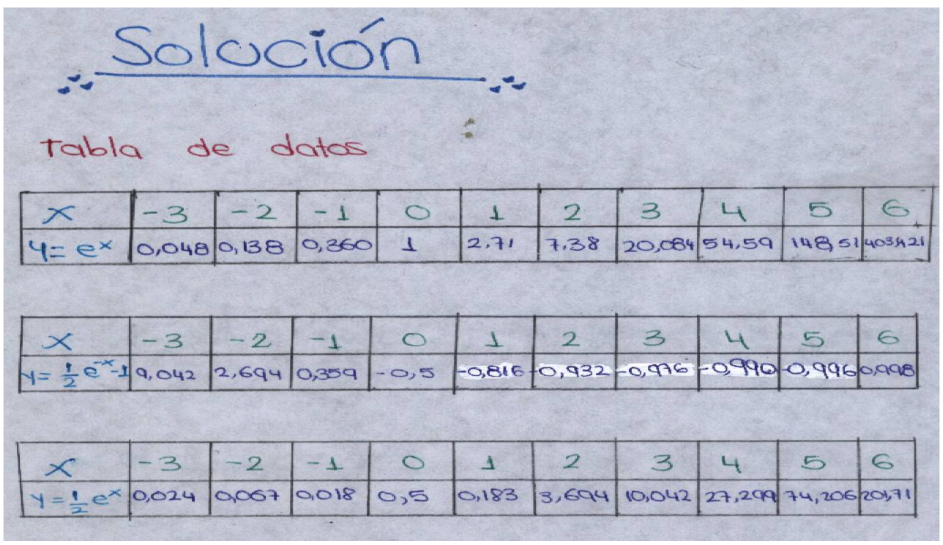
A los estudiantes les pareció esta clase diferente a las anteriores ya que esta clase fue común y corriente pero necesaria para ellos, claro que con la activa participación de todos. Fue importante formalizar y construir las bases para seguir trabajando el concepto.

Actividad 5. El numero e. Ver anexo F.

Esta actividad se hizo con el fin de conceptualizar, acerca de un tipo especial de función que pertenece a la función exponencial como lo es la función exponencial natural e.

Los estudiantes aprendieron el porque era especial la función exponencial natural, ya que es la única que en todo su trazo tiene el valor de la pendiente igual a uno.

Al final de la actividad estaban propuestos cuatro ejercicios algunas soluciones interesantes fueron las de Jennifer:



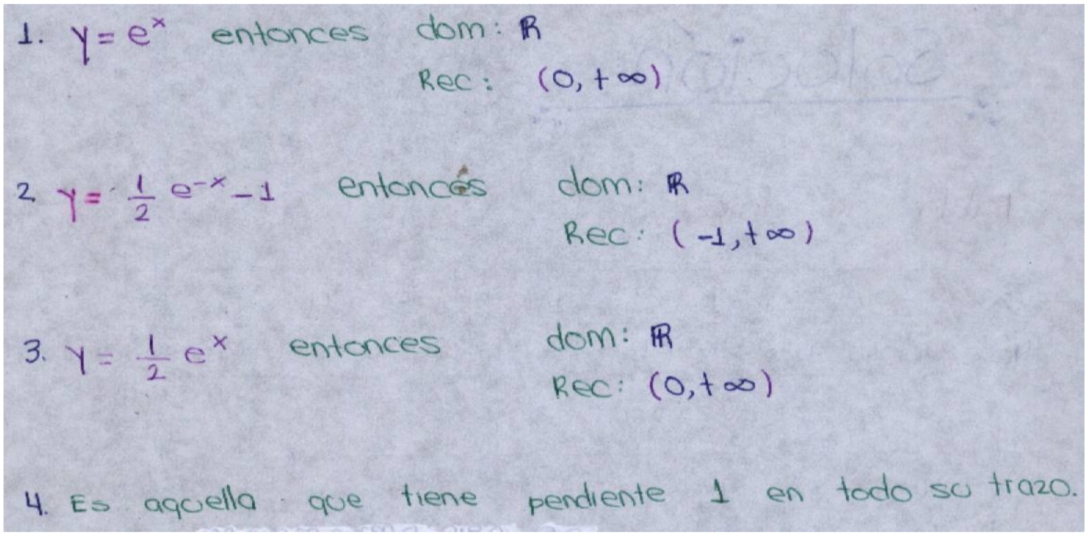
Solución

tabla de datos

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$y = e^x$	0,048	0,138	0,360	1	2,71	7,38	20,084	54,59	148,51	403,421

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$y = \frac{1}{2}e^{-x} - 1$	9,042	2,694	0,359	-0,5	-0,816	-0,932	-0,976	-0,990	-0,996	0,998

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$y = \frac{1}{2}e^x$	0,024	0,067	0,018	0,5	0,183	3,694	10,042	27,299	74,206	201,71



1. $y = e^x$ entonces dom: $\mathbb{R}$
Rec: $(0, +\infty)$

2. $y = \frac{1}{2} e^{-x} - 1$ entonces dom: $\mathbb{R}$
Rec: $(-1, +\infty)$

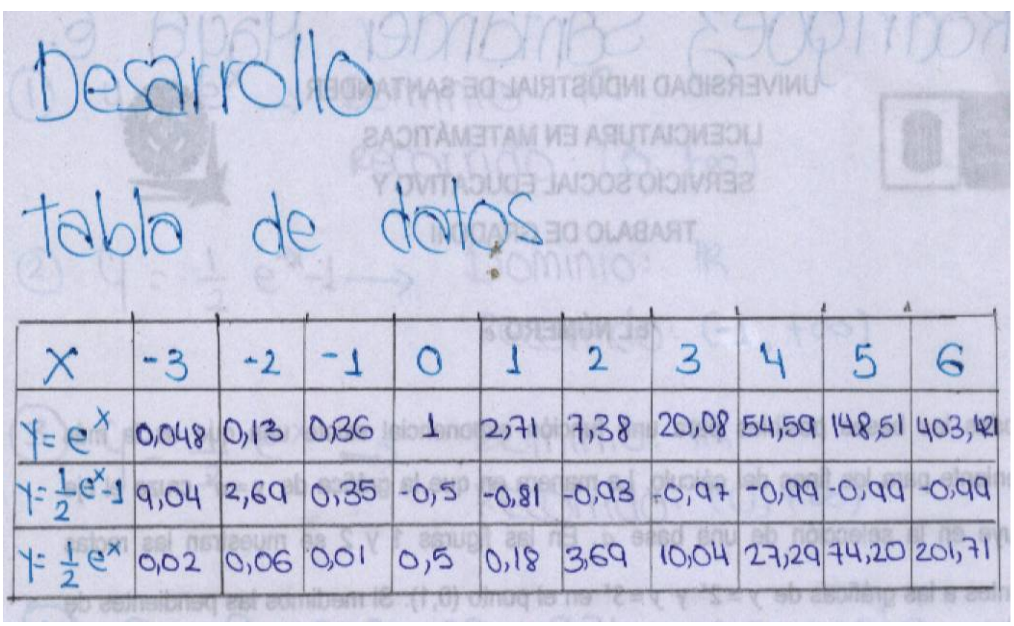
3. $y = \frac{1}{2} e^x$ entonces dom: $\mathbb{R}$
Rec: $(0, +\infty)$

4. Es aquella que tiene pendiente 1 en todo su trazo.

Figura 31. Respuesta de Jennifer

Aquí en esta respuesta Jennifer presenta una definición de función exponencial natural como la que tiene pendiente uno en todo su trazo.

Otra solución fue la de Maya:



Desarrollo

tabla de datos:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$y = e^x$	0,048	0,13	0,36	1	2,71	7,38	20,08	54,59	148,51	403,42
$y = \frac{1}{2}e^x - 1$	9,04	2,69	0,35	-0,5	-0,81	-0,93	-0,97	-0,99	-0,99	-0,99
$y = \frac{1}{2}e^x$	0,02	0,06	0,01	0,5	0,18	3,69	10,04	27,29	74,20	201,71

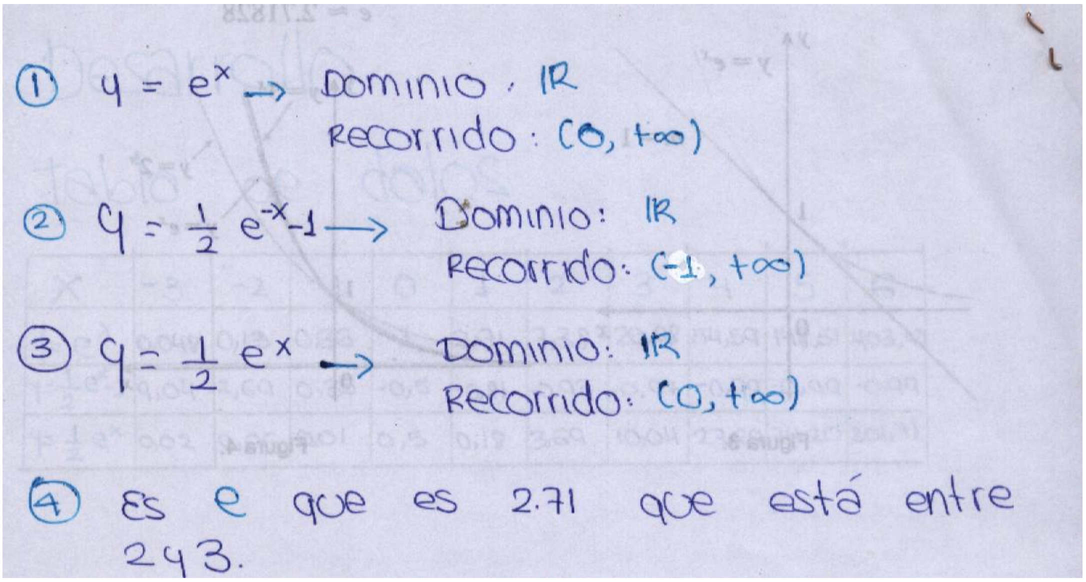


FIGURA 32. Respuesta Maya.

Maya mira a e como un simple valor 2,71 y que está entre 2 y 3.

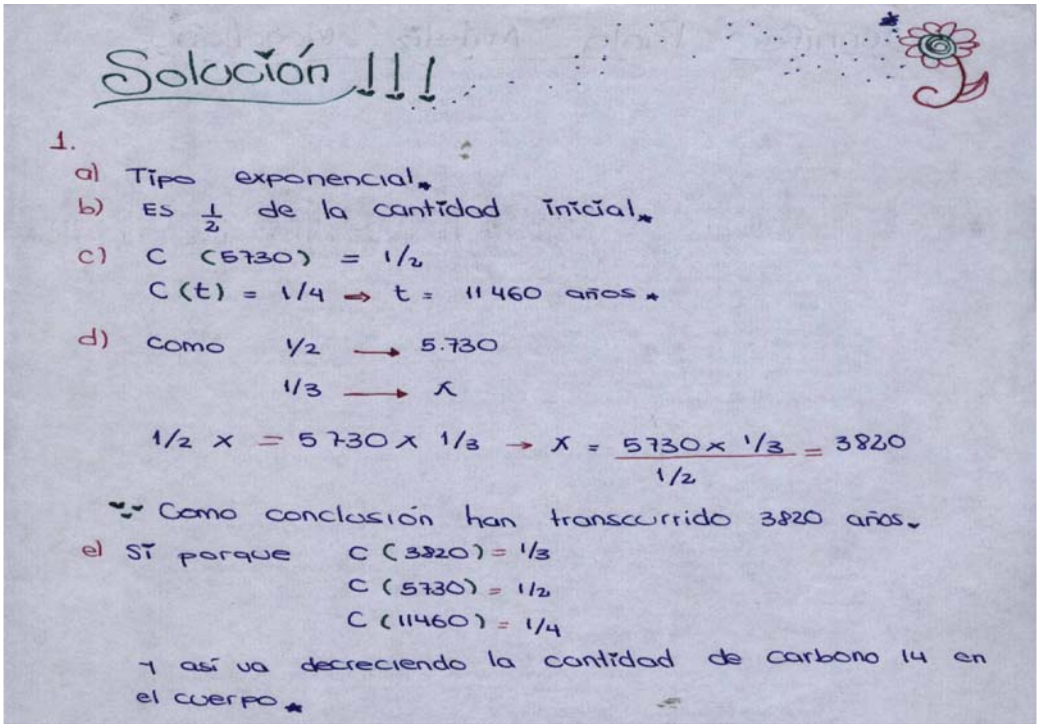
Esta actividad fue importante porque los estudiantes aprendieron el por qué e es 2,71… y no otro valor distinto.

Actividad 6. La función exponencial y sus aplicaciones. Ver anexo G.

Esta actividad fue la más interesante, ya que se recoge todo lo visto sobre el concepto de función exponencial y el de función exponencial natural.

En el primer punto de esta actividad, se desarrollo una aplicación muy interesante de la función exponencial, que es la desintegración radiactiva. Por medio de este procedimiento podemos saber la edad de las cosas.

Una respuesta de este problema fue la de Jennifer:



Solución !!!

1.

a) Tipo exponencial.

b) Es $\frac{1}{2}$ de la cantidad inicial.

c) $C\ (5730) = 1/2$

$C\ (t) = 1/4 \Rightarrow t = 11460$ años.

d) Como $1/2 \longrightarrow 5.730$

$1/3 \longrightarrow x$

$1/2\ x = 5730 \times 1/3 \rightarrow x = \frac{5730 \times 1/3}{1/2} = 3820$

Como conclusión han transcurrido 3820 años.

e) Sí porque $C\ (3820) = 1/3$

$C\ (5730) = 1/2$

$C\ (11460) = 1/4$

y así va decreciendo la cantidad de carbono 14 en el cuerpo.

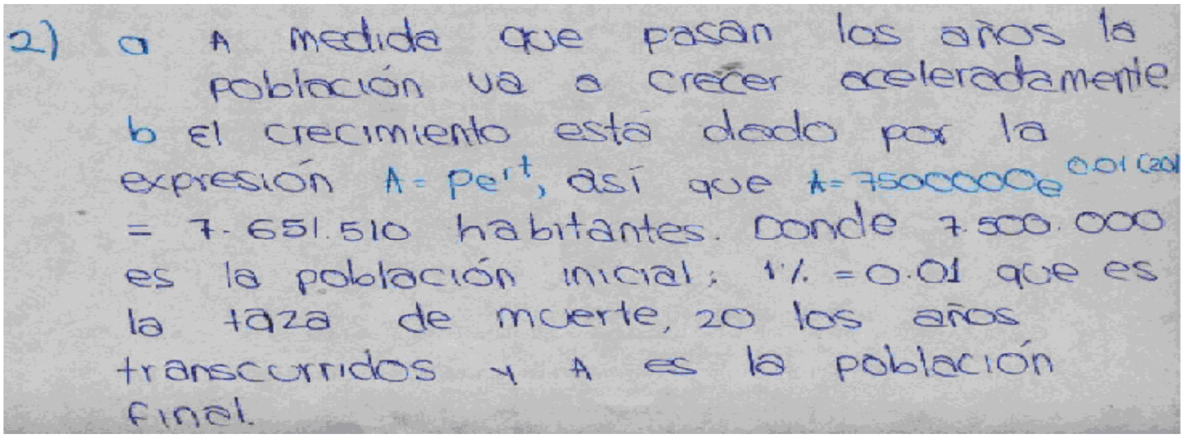
FIGURA 33. Respuesta de Jennifer.

En este punto se utilizó la función exponencial natural, para hallar la cantidad inicial de carbono 14 presente en el cuerpo y con este dato calcular la edad de las cosas dependiendo de la concentración del químico que decrece con el paso del tiempo.

En el segundo punto se hizo una aplicación al crecimiento poblacional mundial, estimando la población de una ciudad al cabo de 20 años y con una tasa de muerte del 1%.

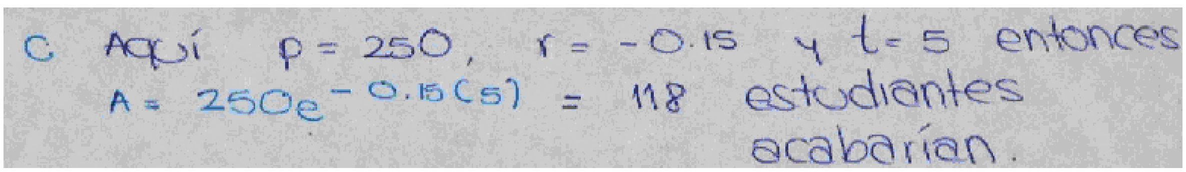
También se considera el problema del índice de abandono o fracaso de los estudiantes de una carrera universitaria. Este proceso tiene un comportamiento exponencial.

A este punto Maya respondió:



2) a A medida que pasan los años la población va a crecer aceleradamente

b el crecimiento está dado por la expresión $A = pe^{rt}$, así que $A = 7500000e^{0.01(20}$ $= 7.651.510$ habitantes. Donde 7.500.000 es la población inicial; $1\% = 0.01$ que es la taza de muerte, 20 los años transcurridos y A es la población final.



c Aquí $p = 250$, $r = -0.15$ y $t = 5$ entonces $A = 250e^{-0.15(5)} = 118$ estudiantes acabarían.

FIGURA 34. Respuesta Maya.

Aquí Maya aplicó la expresión que le relaciona la cantidad inicial, la taza de crecimiento o decrecimiento y el tiempo. Todo esto relacionado por la función exponencial natural.

El tercer punto fue un problema de interés compuesto, y se utiliza el relato bíblico de la edad de Matusalén, que al morir tenía 969 años.

La respuesta de Jennifer fue la siguiente:

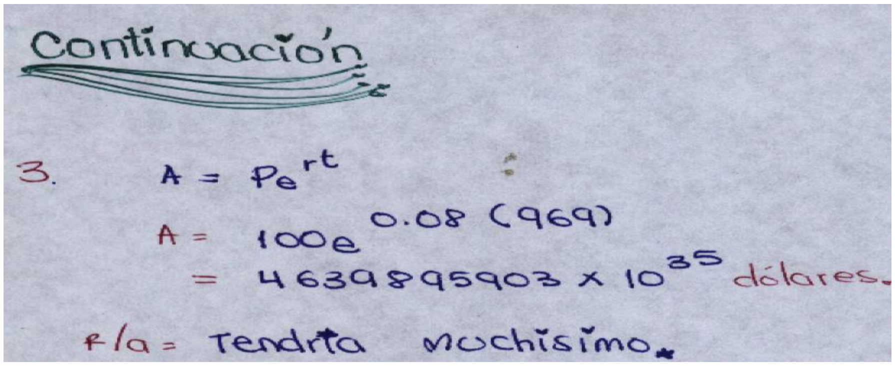


FIGURA 35. Respuesta de Jennifer

En general la actividad sirvió para mirar las aplicaciones de la función exponencial, que han sido utilizadas constantemente en el transcurso de la historia por la humanidad.

Lastimosamente en las aulas de clase no se han introducido estas aplicaciones por parte de los docentes, para darle más importancia al tema y utilidad a lo que se enseña.

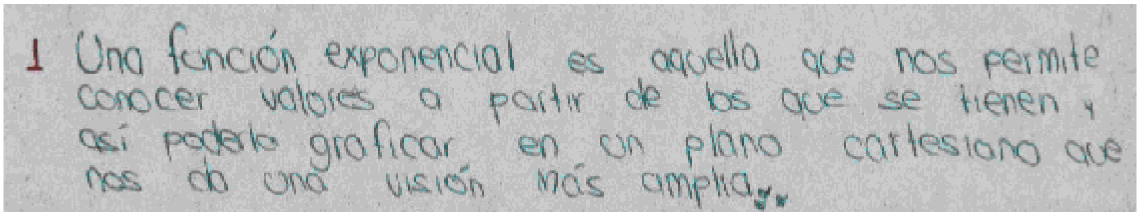
Actividad 7. Evaluación. Ver anexo H.

En esta evaluación se hizo énfasis en recoger los aspectos trabajados en las actividades anteriores, con el fin de verificar que los estudiantes aplicaran, la forma de resolver los problemas, desde el punto de vista como se ha venido resolviendo históricamente.

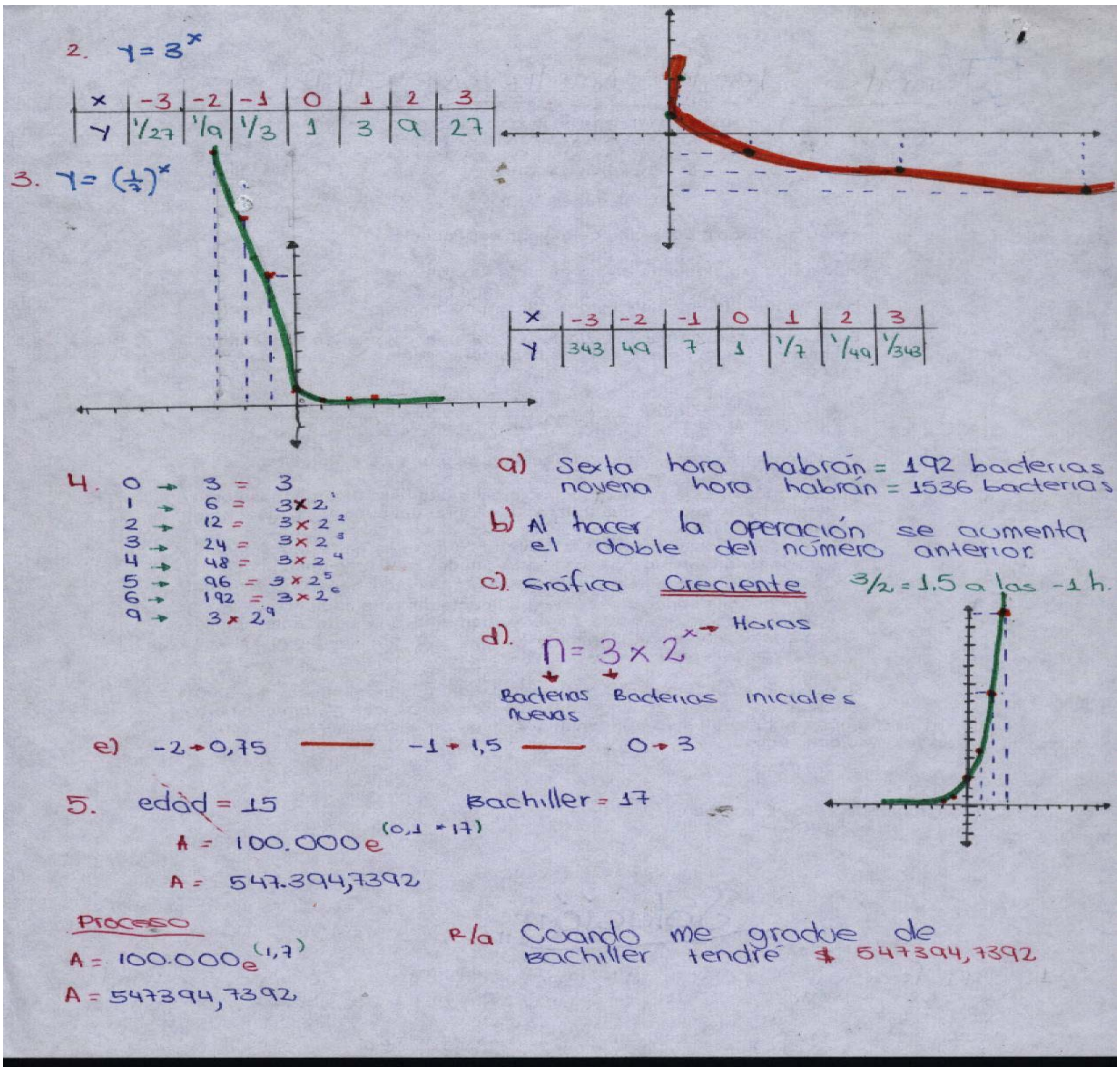
En general el desarrollo de la evaluación fue buena, los estudiantes comprendieron la forma de trabajo y desarrollaron la evaluación ordenadamente y en el tiempo exigido.

Los resultados de esta evaluación fueron socializados y corregidos entre todos los estudiantes en el aula de clase.

A continuación se presentan algunos resultados de la evaluación:



1 Una función exponencial es aquello que nos permite conocer valores a partir de los que se tienen y así poderlo graficar en un plano cartesiano que nos da una visión más amplia.



2. $Y = 3^x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
Y	1/27	1/9	1/3	1	3	9	27

3. $Y = (\frac{1}{7})^x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
Y	343	49	7	1	1/7	1/49	1/343

4.
0 → 3 = 3
1 → 6 = 3×2^1
2 → 12 = 3×2^2
3 → 24 = 3×2^3
4 → 48 = 3×2^4
5 → 96 = 3×2^5
6 → 192 = 3×2^6
9 → 3×2^9

a) Sexta hora habrán = 192 bacterias
novena hora habrán = 1536 bacterias

b) Al hacer la operación se aumenta el doble del número anterior.

c). Gráfica Creciente $3/2 = 1.5$ a las -1 h.

d). $n = 3 \times 2^{x}$ → Horas
Bacterias nuevas · Bacterias iniciales

e) $-2 \to 0{,}75$ —— $-1 \to 1{,}5$ —— $0 \to 3$

5. edad = 15 Bachiller = 17
$A = 100.000e^{(0{,}1 \cdot 17)}$
$A = 547.394{,}7392$

Proceso
$A = 100.000e^{(1{,}7)}$
$A = 547394{,}7392$

R/a Cuando me gradue de bachiller tendré \$ 547394,7392

FIGURA 36. Respuesta de Jennifer

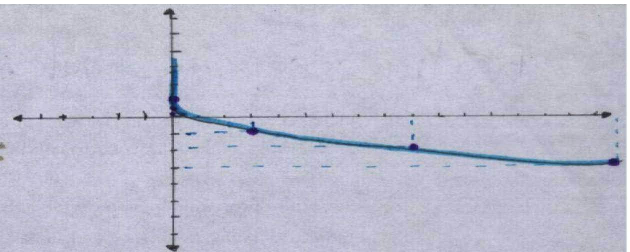
Estudiante UIS

Desarrollo

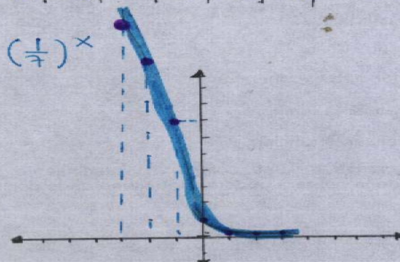
1) Una función es una operación que nos permite conocer valores a partir de otros o como su nombre lo dice en función de otros, mostrando a partir de esta una gráfica en el plano cartesiano para conocer los valores.

② $y = 3^x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	1/27	1/9	1/3	1	3	9	27



③ $y = (\frac{1}{7})^x$



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	343	49	7	1	1/7	1/49	1/343

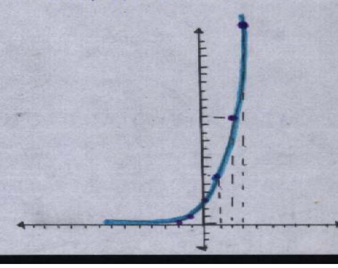
④
$0 \to 3 = 3$
$1 \to 6 = 3 \times 2^1$
$2 \to 12 = 3 \times 2^2$
$3 \to 24 = 3 \times 2^3$
$4 \to 48 = 3 \times 2^4$
$5 \to 96 = 3 \times 2^5$
$6 \to 192 = 3 \times 2^6$
$9 \to 3 \times 2^9$

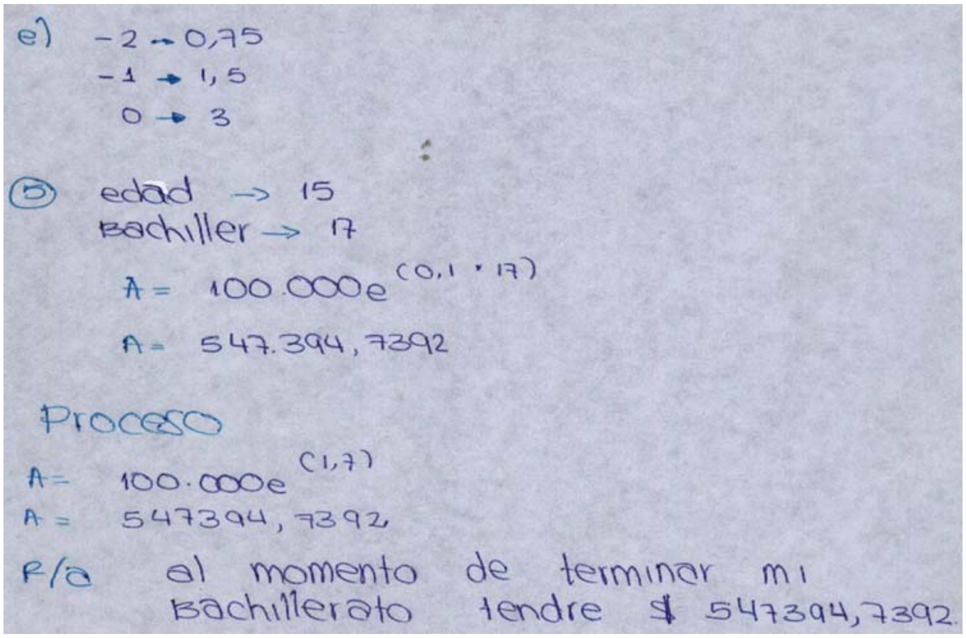
a) a la sexta hora = 192 bacterias
a la novena hora = 1536 bacterias

b) al hacer la operación cada vez aumenta el doble de lo anterior.

c) Sera una gráfica creciente
$3/2 = 1,5$ a las -1 hora

d) $\underbrace{n}_{\text{Bacterias nuevas}} \times \underbrace{3}_{\text{Bacterias iniciales}} \times 2^x \to$ horas





e) $-2 \rightarrow 0{,}75$
$-1 \rightarrow 1{,}5$
$0 \rightarrow 3$

(5) edad → 15
Bachiller → 17

$A = 100.000e^{(0{,}1 \cdot 17)}$

$A = 547.394{,}7392$

Proceso

$A = 100.000e^{(1{,}7)}$
$A = 547394{,}7392$

R/a al momento de terminar mi bachillerato tendre $ 547394,7392.

FIGURA 37. Respuesta Maya.

Algunos estudiantes opinaban sobre el tercer punto, que era mejor esperar a que pasara mas el tiempo para así tener más dinero, como en el caso de Matusalén. Con está afirmación hacían referencia al caso del interés continuo a la propiedad de la función exponencial que aumenta mas aceleradamente entre mayor sea el valor del dominio de la función.

10. CONCLUSIONES

- Enseñar el concepto de función exponencial desde los problemas iniciales resultó constructivo, ya que de esta manera estudiante se aproximó de una forma diferente y más certera al concepto

- Se le ofreció la facilidad al estudiante de poder observar en su entorno la aplicación del concepto de función exponencial y así él pudo hacer una asociación entre lo aprendido y su utilidad.

- Mediante la implementación de aplicaciones, de las ciencias sociales y de las ciencias naturales, los estudiantes se motivaron a resolver los problemas, observando en la aplicación todas las componentes que el concepto abarca.

- El contexto histórico jugó un papel fundamental en todo el proceso, ya que los estudiantes tomaron el surgimiento del concepto para aplicarlo en sus actividades. Esto se vio reflejado en la construcción de tablas de datos en todas las actividades para luego encontrar un patrón y encontrar una expresión general que describiera el problema.

- Se recomienda complementar este material con el uso de nuevas tecnologías, en especial con el uso de calculadoras graficadoras.

- Se recomienda la divulgación del material para permitir la aplicación en condiciones normales en clase, para probar la efectividad de la propuesta, así como permitir el mejoramiento de la misma.

11. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] APOSTOL, Tom. Calculus: Cálculo con funciones de una variable, con una introducción al álgebra lineal. Bogotá, Ed. Reverté Colombiana S.A.

[2] ARNAL, Justo; DEL RINCÓN, Delio y LATORRE, Antonio. Investigación educativa Fundamentos y metodologías. Barcelona: LABOR S.A. 1992.

[3] AZCÁRATE, Carmen y DEULOFEU, Jordi. Funciones y gráficas. Ed. Síntesis, S.A. Madrid, España. 1990.

[4] BOYER, Carl. Historia de las Matemáticas. Madrid. Alianza Editores. 1992.

[5] BURGOS D., Mayury y CAMACHO G., Jhovany. Mapas conceptuales: estrategia metacognitiva en el aprendizaje de función y función lineal. Bucaramanga. Universidad Industrial de Santander, trabajo de grado, 2007.

[6] CAMBRONERO,S.http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/Contribucionesv3n1002/funcionexpon encial/node4.html. Recuperado el 15 de febrero de 2008.

[7] DE LAS HERAS, Rodrigo E. y otros. Álgebra y geometría 2° medio. Ed. Santillana. Madrid, España. 2005.

[8] FLICK, Uwe. Introducción a la investigación cualitativa. Ed. Morata. Madrid, España. 2004.

[9] LARSON, Roland y HOSTLER, Robert: Matemáticas 11°. Ed. Mc Graw-Hill. 1995.

[10] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (1998). Lineamientos Curriculares Matemáticas. Editorial magisterio. Bogotá, Colombia.

[11] MONTAÑEZ VILLAMIZAR, Claudia. MATERIAL DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DE LAS FUNCIONES EN NIVEL MEDIO. Bucaramanga. Universidad Industrial de Santander, trabajo de grado, 1995.

[12] MORANTES, Graciela. La noción de función en estudiantes de ingeniería que terminan su ciclo básico. Universidad Industrial de Santander. 1997.

[13] MORENO, L. (2002). Fundamentación Cognitiva del Currículo de Matemáticas. Seminario Nacional de Formación de Docentes: Uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas. Ministerio de Educación Nacional. Bogotá, Colombia.

[14] NÉRICI, Irídeo. HACIA UNA DIDÁCTICA GENERAL DINÁMICA. Ed. KAPRLUSZ. 1973.

[15] O'CONOR y ROBERSON,http://ciencia.astroseti.org/matematicas /articulo.php?num=3490. Recuperado el 15 de febrero de 2008.

[16] OLIVERA, Martha. Algunas dificultades en el aprendizaje de las funciones en el nivel secundario. Revista Educación Matemática. Grupo Editorial Iberoamérica. Vol. 4, No. 2. 2000.

[17] PLAN EDUCATIVO INSTITUCIONAL ITS (2007). Instituto Técnico Superior Damaso Zapata.

[18] PÉREZ SERRANO, Gloria. INVESTIGACIÓN CUALITATIVA. RETOS E INTERROGANTES II TÉCNICAS Y ANÁLISIS DE DATOS. Madrid: LA MURALLA S.A., 1994.

[19] PRINCIPIOS Y ESTÁNDARES PARA LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA. (2000) Sociedad Andaluza de Educación Matemática. Granada, España.

[20] PURCELL J. Edwin, VARBERG Dale. CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL. Mexico. 6ta. Edición. México. Prentice Hall. 1992.

[21] SANDÍN ESTEBAN, M. Paz. Investigación Cualitativa en Educación. Fundamentos y Tradiciones. Madrid. Mc Graw Hill. 2003.

[22] SANDOVAL SERRANO, Marcos Alejo. MÓDULO EDUCATIVO COMPUTARIZADO PARA LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN. Bucaramanga. Universidad Industrial de Santander, trabajo de grado, 1998.

[23] STEWART, James. Cálculo DE UNA VARIABLE TRASCENDENTES TEMPRANAS. 4ta. Edición. Colombia. THOMSON LEARNING. 2001.

[24] SWOKOWSKI, Earl William. Cálculo con Geometría Analítica. 2da. Edición. México. Grupo Editorial Iberoamérica. 1989.

[25] WOODS, Peter. LA ESCUELA POR DENTRO: La etnografía en la investigación educativa. Barcelona: MEC, 1987.

ANEXOS

ANEXO A. ACTIVIDAD No. 1 (Primera parte)

EVOLUCIÓN HISTÓRICA DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN
(EXPOSICIÓN)

EDAD ANTIGUA

- Fenómenos de cambio, tablas de cómputo.
- Los primeros indicios de función, aparecieron enlazados a problemas principalmente astronómicos por parte de los babilonios.
- Intentar predecir determinados acontecimientos, observando sistemáticamente ciertos fenómenos que se repetían periódicamente y tratar de enlazarlos mediante relaciones aritméticas.
- La relación entre magnitud y número.
- La relación que existe entre la longitud de las cuerdas y el tono emitido al pulsarlas.
- Las proporciones un serio obstáculo.

EDAD MEDIA

- Descripción verbal o por gráficos de la relación de dos cantidades.
- Estudio de los fenómenos naturales, como por ejemplo el movimiento.
- Conceptos como cantidad variable, velocidad instantánea o puntual, aceleración.
- Oresme (S.XIV). Aproximación geométrica al concepto de función.

EDAD MODERNA

- Problema esencial el estudio del movimiento.

- Galileo estudia el movimiento de una forma cuantitativa dando explicaciones experimentales.
- Presentación de la función logarítmica cuyo descubrimiento se debe a Burgui (1620), Neper (1614 y 1619).
- Descubrimiento de la geometría analítica. Descartes.
- Ecuación en x e y como una forma de dependencia de dos cantidades variables.
- Fermat y el método de las coordenadas.
- La representación de curvas por medio de ecuaciones.
- Cálculo infinitesimal.
- Euler (1707-1783) la notación $f(x)$ (1740).
- Lenguaje conjuntista.

Humberto Trillos Bustamante
Practicante UIS

ANEXO B. ACTIVIDAD No1 (Segunda parte)

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO Y
TRABAJO DE GRADO II

ALGUNAS IDEAS SOBRE EL NACIMIENTO Y PROGRESO DE LA MATEMÁTICA MODERNA

Puede considerarse que la Matemática moderna empezó aproximadamente en el siglo XVII. Como es sabido, los primeros mil quinientos años de la era cristiana produjeron en la ciencia muy poco conocimiento de valor, por lo menos en Europa Occidental. El espíritu de los europeos occidentales resultó diferente del de los antiguos griegos y muy poco menos del de la mayoría de las naciones orientales; y cuando la Matemática occidental empieza a desarrollarse podemos, inmediatamente, registrar con claridad los comienzos históricos del uso, nada preciso aún, de las concepciones que son características de la Matemática moderna: variable y función. Podemos decir, anticipándonos, que estas concepciones, detalladamente analizadas por el razonamiento, como finalmente lo están ahora constituyen la diferencia entre nuestra moderna comprensión de la matemática y la de los antiguos griegos, y han fundado al mismo tiempo la analogía entre ambas.

En resumen, los griegos parecen haber adoptado respecto de la Matemática de su época una actitud muy parecida a la que la lógica nos obliga a tomar respecto de la Matemática, mucho más general, de nuestros días. La generalidad de carácter se ha conseguido esforzándose por poner a la Matemática en mayor contacto con las ciencias de la naturaleza, en particular con la del movimiento. La principal

dificultad era la que para alcanzar ese objetivo la vía o modo de expresión de los matemáticos no era legítima. Por eso filósofos carentes de la simpatía básica que debe inspirar a toda crítica que quiera ser relevante no consiguieron jamás descubrir razón alguna para creer que lo que decían los matemáticos era verdad, y así tuvo que esperar la humanidad hasta que los matemáticos empezaron a analizar lógicamente sus propias concepciones. Ningún grupo de hombres habrá necesitado tal vez nunca esa simpatía más que los matemáticos desde el renacimiento de las humanidades hasta mediado el siglo XIX, pues ninguna ciencia fue tan poco lógica como la Matemática.

Los antiguos griegos no usaron la noción de movimiento en sus obras sistemáticas. La idea de locus parece implicar que algunas curvas pueden concebirse como engendradas por puntos en movimiento; los griegos descubrieron bastantes cosas ayudándose imaginativamente con puntos móviles imaginarios; pero nunca introdujeron el uso del movimiento en sus demostraciones finales.

La noción de variabilidad se introdujo libremente en Matemáticas precisamente gracias a esa falta de sutileza lógica de los modernos. Las concepciones de constante, variable, y función, de las que a partir de ahora tendremos frecuente ocasión de hablar, nacieron de ideas de movimiento y, una vez lógicamente depuradas, han basado tanto la matemática como la Lógica modernas; en está la introdujeron los lógicos matemáticos (Leibniz, Lambert, Boole, De Morgan , y los numerosos sucesores de estos dos últimos a partir de 1850, aproximadamente) para construir una ciencia mucho más general, pero muy análoga al ideal de la ciencia Matemática griega.

Con base en la lectura contesta:

1. ¿Por qué surgieron las funciones?
2. ¿De cuando data la noción moderna de función?
3. ¿Para que se usaron las funciones?
4. Elabora tu propia definición de función.
5. Revisa con tus compañeros de clase tu definición de función.

Humberto Trillos Bustamante
Practicante UIS

ANEXO C. ACTIVIDAD No 2

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

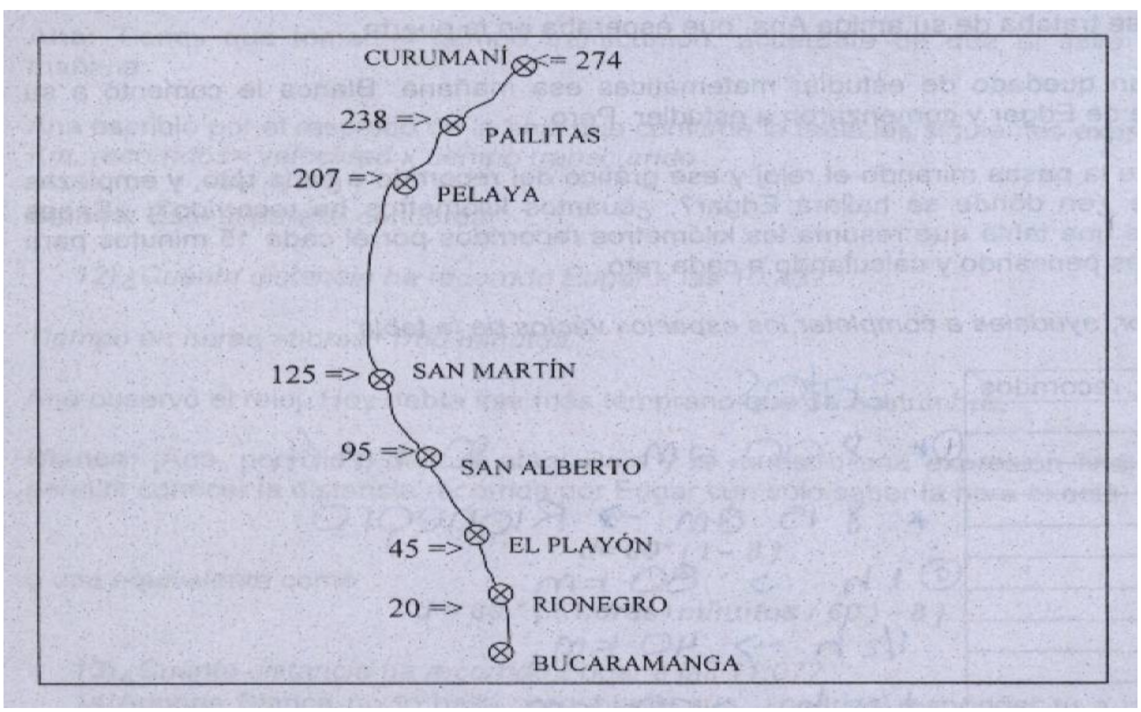
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO Y

TRABAJO DE GRADO II

A SOLAS PERO NO SOLOS

Todo se encontraba en silencio. Blanca había madrugado y estaba leyendo la primera parte de Juventud en Éxtasis, serían las 7:30 a.m., cuando sintió un ruido familiar, corrió a la puerta. Mientras tanto Edgar su novio, parqueaba enfrente.

Al bajarse, caminó hacia ella y la saludó con un corto pero caluroso beso. Luego puso en sus manos una rosa y una hoja de papel al mismo tiempo que le explicaba:



Edgar: Esta es una guía del recorrido que debo hacer para llegar a Curumaní.
Blanca: No me agrada la idea de que viajes solo.
Edgar: Son sólo unas horas, no te preocupes, además, llevo celular para llamarte constantemente.
Blanca: ¿Qué tan constante?
Edgar: Cada 15 minutos.

Blanca dibujó una sonrisa en sus labios y los dos continuaron charlando hasta las 8:00a.m., momento en el cual Edgar partió hacia Curumaní.

Al cerrar la puerta cruzaron varios pensamientos por la cabeza de Blanca.

Blanca: Son más de 200 kilómetros que tiene que recorrer sólo. Él suele conducir a 80 kilómetros por hora. No es fanático de la velocidad, no hay por qué preocuparme.

A las 8:15 a.m., el teléfono suena y Blanca contesta de inmediato. Del otro lado Edgar dice:

Edgar: Corazón, ¿En dónde crees que estoy?

1) ¿En donde crees que esta él?

Blanca: Estás pasando por Rionegro.
Edgar: ¿Cómo lo sabes?
Blanca: Tu sueles conducir a 80km/h, en ½ hora recorres 40 Km. y en ¼ recorres 20km.

Edgar sonrió diciendo “Me conoces muy bien”. Charlaron un momento y él quedó de llamarla más tarde.

En la siguiente llamada, Edgar le contaba a Blanca que se sentía aburrido y solo.

Blanca: Tú no estás solo, estás a solas y eso es diferente. Puedes llamarme cuantas veces quieras. Sabes, pienso tanto en ti que a cada instante quisiera saber dónde te encuentras.

2) El reloj marca las 8:23 a.m. ¿En qué lugar consideras que se halla Edgar?

Edgar: Me estoy aproximando al Playón. Pienso mantener la misma velocidad y no detenerme en los pueblos. Así que puedes saber aproximadamente entre qué pueblos me encuentro o por dónde estoy pasando cada vez que te llame.

3) ¿Cómo puede ella saberlo?

La pareja se despidió y a los 5 minutos sonó el timbre. Blanca corrió a contestar el teléfono pero esta vez se trataba su amiga Ana, que esperaba en la puerta.

Las dos habían quedado de estudiar matemáticas esa mañana. Blanca le comentó a su amiga del viaje de Edgar y comenzaron a estudiar. Pero…

Ana: Blanca, te la pasas mirando el reloj y ese gráfico del recorrido cada rato, y empiezas a preguntarme ¿En dónde se hallará Edgar?, ¿Cuántos kilómetros ha recorrido?. Sabes qué, hagamos una tabla que resuma los kilómetros recorridos por él cada 15 minutos para que así no estés pensando y calculando a cada rato.

4) Por favor ayúdales a completar los espacios vacíos de la tabla.

HORA	Km. Recorridos
8:15	20
8:30	40
8:45	60
9:00	80
9:15	
9:30	120
9:45	140
10:00	160
10:15	
10:30	200
10:45	
11:00	240
11:15	260
11:30	

5) ¿Qué ventajas tiene esta tabla?
6) ¿Se habría podido hacer mejor? Si o No ¿Cómo?

A las 9:13 él llamó nuevamente y para sorprenderlo ella dijo:

Blanca: Debes estar por los lados de San Alberto.

Edgar: ¿Qué comes que adivinas? Pasé por el pueblo hace unos pocos minutos.

Después de despedirse de Edgar, Blanca le dice a Ana:

Blanca: Tu tabla me ofrece datos muy a la mano, pero no cubre todos. Qué tal que llame a las 9:34. No sabré si se aproxima o ya pasó por San Martín.

7) ¿Cómo puede saber Blanca a qué hora pasará él por San Martín?
8) ¿Crees que los kilómetros recorridos están en función del tiempo? Si o No ¿Por qué?

Ana: Observa en la tabla el kilometraje más cercano a San Martín y tendrás una idea aproximada de la hora en que pasará por allá.

Blanca: Anita, eso es cierto, pero, en otras palabras ¿Será que no existe alguna expresión que dada la hora me permita determinar exactamente cuánto ha recorrido Edgar?

9) ¿Si o No? ¿Qué responderías tú?

Ana: La distancia recorrida es igual a la velocidad por el tiempo. En letras podemos resumirlo como: $d = v * t$.

Blanca: Supongamos que llama a las 10:00 horas, recorrido igual a 80 por 10, eso es ochocientos kilómetros.

10) ¿Está bien el cálculo realizado por Blanca?

Ana: Si eso fuera cierto, Edgar ya pasó derecho por Curumaní y debe estar llegando a Cartagena, por lo menos.

Blanca: Tienes razón, está medio raro.

11) ¿Qué le dirías a Blanca?

Ana: Tienes que tomar el tiempo transcurrido, acuérdate que salió a las 8:00 de la mañana.

Ana escribió por el respaldo de la hoja que contiene la tabla las siguientes expresiones:

Km. recorridos = velocidad x tiempo transcurrido

= $v*(t-8)$

Blanca: Esto si parece concordar.

12) ¿Cuánta distancia ha recorrido Edgar a las 10:43?

Tiempo en horas = horas + $\frac{1}{60}$ minutos.

Ana observó el reloj. Hoy debía irse más temprano que de costumbre.

Blanca: ¡Ana, por Dios, deja el afán! Deja y te muestro una expresión final que me va a permitir conocer la distancia recorrida por Edgar con sólo saber la hora exacta.

$$d = 80(t-8)$$

O una equivalente como:

$$d = 80*\left[\left(horas + \frac{\min utos}{60}\right) - 8\right]$$

13) ¿Cuánta distancia ha recorrido Edgar a las 11:07?

14) Aunque Blanca no lo halla preguntado aún ¿Podrías responder tú a la inquietud de saber la hora exacta en que Edgar llegará a Curumaní?

15) Explica como la obtuviste.

Tomado de: MODULO EDUCATIVO COMPUTARIZADO PARA LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN, Marcos Alejo Sandoval Serrano, Trabajo de Grado, UIS, 1998.

Humberto Trillos Bustamante
Practicante UIS

ANEXO D. ACTIVIDAD 3

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO Y

TRABAJO DE GRADO II

INSTRUCCIÓN A LA FUNCIÓN EXPONENCIAL

1) Una compañía estima que en t años el numero de empleados que tendrá es $N(t)$, donde $N(t) = 1000(0.8) - 2^{t}$.

- Haga una tabla de valores para la función.
- ¿Cuántos empleados espera tener la compañía en 4 años?
- Representa los valores de la tabla en unos ejes cartesianos. Interpreta la curva que obtuviste.

2) El número aproximado de bacterias de una colonia en crecimiento, calculado cada hora a partir de la primera observación viene dado por esta tabla:

t (tiempo en horas)	0	1	2	3	4	5
n (nº de bacterias en millón)	3	6	12	24	48	96

- ¿Cuántas bacterias tendrá la colonia después de 6 horas? ¿y de 9 horas?
- ¿Si conocemos el número de bacterias a una hora determinada como determinaremos las que habrá una hora después? ¿y una hora antes?

- Representa los valores de la tabla en unos ejes cartesianos. ¿Qué sentido tendrá unir los puntos representados mediante una curva?
- Al observar que 6 = 3 * 2, 12 = 3 * 4 = 3 * 2^2 , etc., halla una fórmula que te permita conocer el número de bacterias para cada hora.
- ¿Cuántas bacterias había aproximadamente una hora antes de la primera observación? Completa la tabla y la gráfica dando valores negativos al tiempo.

Humberto Trillos Bustamante
Practicante UIS

ANEXO E. ACTIVIDAD 4

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO Y
TRABAJO DE GRADO II

LA FUNCIÓN EXPONENCIAL

1. CONCEPTO

Se llama función exponencial a la función de la forma $y = a^x$, en donde $a \in \Re^+$, $a \neq 1$ y $x \in \Re$.

2. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL

Para representar gráficamente la función $y = a^x$ se debe tener en cuenta dos casos.

Caso 1. $a > 1$

Cuando los valores de x aumentan, los valores de a^x aumentan también. Es decir, cuanto mayor sea el valor de a, más rápido es el crecimiento de la función.

Ejemplo 1: Hacer una tabla de valores y graficar la función $y = 3^x$.

Ejemplo 2: Hacer una tabla de valores y graficar la función $y = 7^x$.

Caso 2. $0 < a < 1$

Cuando los valores de x aumentan, los valores de a^x disminuyen. Es decir, cuando los valores de a están entre cero y uno, la función decrece.

Ejemplo 1: Hacer una tabla de valores y graficar la función $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

Ejemplo 2: Hacer una tabla de valores y graficar la función $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

3. CARACTERÍSTICAS DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL

Las características más importantes de las funciones exponenciales de la forma $y = a^x$ con $a > 0$, $a \neq 1$ son:

- Al ser graficadas, todas cortan con el eje y en el punto (0,1).
- Los valores de x son números reales y los valores de y son solamente números positivos.
- Si $a > 1$, la función es creciente.
- Si $0 < a < 1$, la función es decreciente.

El eje x es una asíntota para la curva que describe la función exponencial en el plano. Se dice que una recta es asíntota de una función cuando la gráfica de la función se acerca cada vez más a ella, sin llegar a tocarla.

- No tiene ceros. Es decir, no tiene cortes en el eje x.

Humberto Trillos Bustamante
Practicante UIS

ANEXO F. ACTIVIDAD 5

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO Y
TRABAJO DE GRADO II

EL NÚMERO e

De todas las bases posibles para una función exponencial existe una que es la más conveniente para los fines del cálculo. La manera en que la gráfica de $y = a^x$ cruza el eje y influye en la selección de una base a. En las figuras 1 y 2 se muestran las rectas tangentes a las gráficas de $y = 2^x$ y $y = 3^x$ en el punto (0,1). Si medimos las pendientes de estas rectas tangentes, encontramos que $m \approx 0.7$, para $y = 2^x$, y $m \approx 1.1$, para $y = 3^x$.

Algunas de las fórmulas del cálculo se simplifican mucho si se elige la base a de modo que la pendiente de la recta tangente a $y = a^x$, en (0,1), sea exactamente 1 (Fig. 3). De hecho, ese número existe y se denota con la letra e. (Esta notación fue elegida por el matemático suizo Leonhard Euler, en 1727, quizá porque es la primera letra de la palabra exponencial.) al observar las figura 1 y 2, no sorprende que el número e se encuentre entre 2 y 3 y que la gráfica de $y = e^x$ quede entre las gráficas de $y = 2^x$ y $y = 3^x$ (Fig. 4). El valor de e, correcto hasta cinco decimales, es $e \approx 2.71828$.

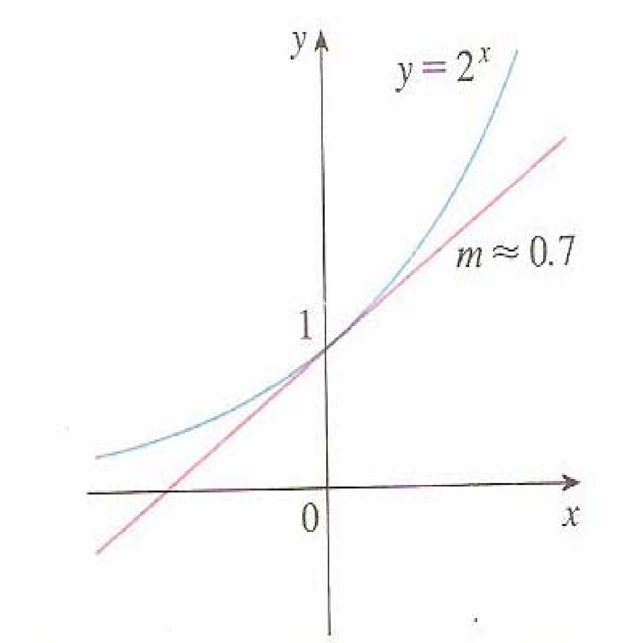


Figura 1.

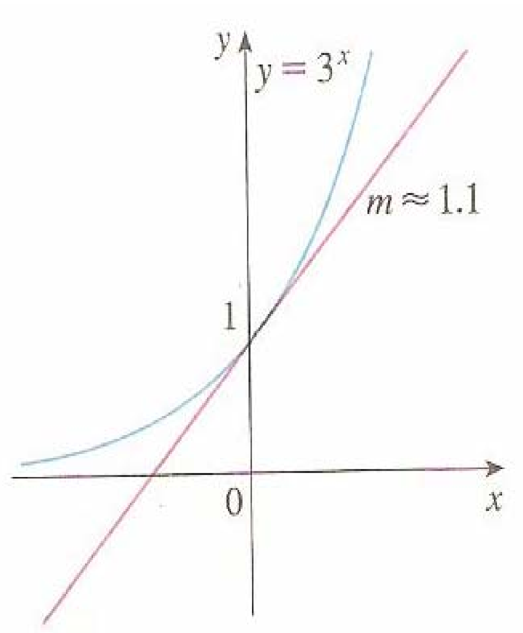


Figura 2.

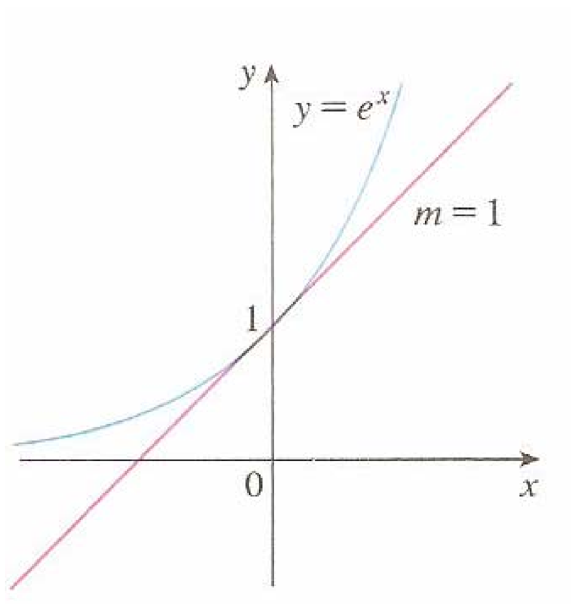


Figura 3.

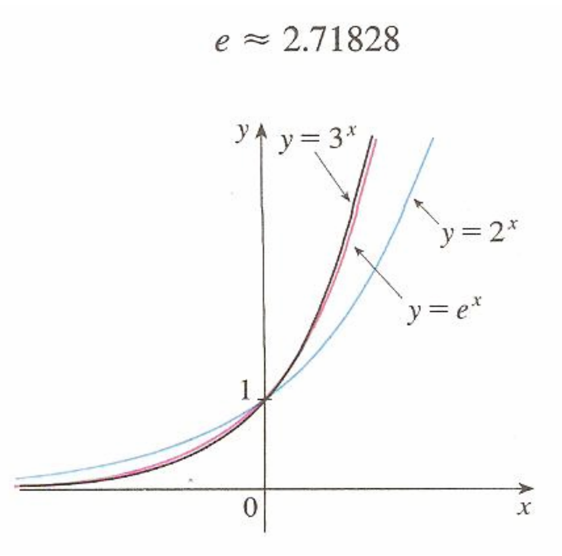


Figura 4.

Ejercicios:

1. Grafique la función $y = e^{x}$, halle su dominio y recorrido.
2. Grafique la función $y = \frac{1}{2}e^{-x} - 1$, halle su dominio y recorrido.
3. Grafique la función $y = \frac{1}{2}e^{x}$, halle su dominio y recorrido.
4. Escriba una definición de la función exponencial natural $y = e^{x}$.

Humberto Trillos Bustamante
Practicante UIS

ANEXO G. ACTIVIDAD 6

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO Y
TRABAJO DE GRADO II

LA FUNCIÓN EXPONENCIAL Y SUS APLICACIONES

1. La edad de las cosas.

Los primeros geólogos fijaban las fechas de los fósiles de una manera aproximada. Con el descubrimiento de la radiactividad fue posible establecer con mayor precisión la edad de las cosas.

El procedimiento para conocer la edad de un fósil se basa en el estudio de la desintegración de las sustancias radiactivas, a este proceso se le llama período de desintegración y se define como el período de tiempo que tarda una cantidad inicial de sustancia radiactiva en reducirse a la mitad.

Las sustancias radiactivas que se transforman continuamente en otras sustancias tienen períodos de desintegración diferentes, por ejemplo, el cerio 137 tiene un período de 30 años; esto quiere decir que 10 gramos de cerio se convertirán en 5 gramos al cabo de 30 años y pasados otros 30, se convertirán en 2.5 gramos y así sucesivamente.

El carbono 14 tiene un período mucho más largo de desintegración, este período es de 5.730 años. Esta sustancia está presente en los seres vivos y se desintegra tras su muerte, por esto, se utiliza para señalar las fechas de restos de seres vivos o hallazgos arqueológicos fabricados con materias primas naturales, como la madera.

La desintegración radiactiva del carbono 14 viene dada por la fórmula:

$$C = C_0 * 2{,}72^{-0{,}12094t}$$

Donde C_0 es la cantidad inicial, C la cantidad final y t es el tiempo transcurrido en miles de años.

Responder:

a. ¿Qué tipo de función es la expresión $C = C_0 * 2{,}72^{-0{,}12094t}$?

b. Pasados 5.730 años ¿Qué relación hay entre la cantidad de carbono 14 de un objeto y su cantidad inicial?

c. ¿Cuántos años tiene que pasar para que la cantidad de carbono 14 inicial se reduzca a la cuarta parte?

d. Si se sabe que la cantidad de carbono 14 de un cuerpo es la tercera parte de la cantidad inicial. ¿Cuántos años han transcurrido?

e. ¿Se puede afirmar que la cantidad de carbono 14 presente en un cuerpo decrece en forma exponencial?

2. Crecimiento de la población mundial.

Nuestro planeta cuenta aproximadamente con una población cercana a los 6.000.000.000 de habitantes. Frente a este hecho surgen distintas posiciones, dependiendo del país, la región o el continente del que se hable, ya que no se puede evaluar de la misma forma un país rico que un país pobre o un continente en vías de desarrollo.

En ambos casos el exceso o escasez de población tiene distinto significado.

A finales del siglo XVIII, Thomas Robert Malthus propuso un modelo de crecimiento demográfico, en donde planteó que la población presente, mediante una fórmula de crecimiento exponencial. La expresión es la siguiente:

$$A = Pe^{rt}$$

Donde $e = 2{,}71828182...$

P representa una cantidad que aumenta o disminuye.

r representa el porcentaje en el que la cantidad P aumenta o disminuye.

t representa el tiempo en años.

Responder:

a. ¿Qué significa la expresión: la población mundial crece exponencialmente?

b. Calcular la población de una ciudad dentro de 20 años. Si actualmente la ciudad tiene 7.500.000 habitantes y debida a la violencia muere el 1 % anual.

c. Si se considera que el índice de abandono o fracaso en los distintos cursos de una carrera universitaria en el 1.5%. De una promoción en la que comenzaron 250 alumnos ¿Cuántos alumnos acabarían, sin perder curso, una carrera de cinco años?

3. Si los padres de Matusalén al nacer hubieran puesto 100 pesos a un interés continuo del 8% en el banco, ¿Cuánto dinero habría dejado Matusalén al morir a la edad de 969 años?

Humberto Trillos Bustamante
Practicante UIS

ANEXO H. ACTIVIDAD 7

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO Y
TRABAJO DE GRADO II

EVALUACIÓN

1. Elabora tu propia definición de función exponencial.
2. Hacer una tabla de valores y graficar la función $y = 3^x$.
3. Hacer una tabla de valores y graficar la función $y = \left(\frac{1}{7}\right)^x$.
4. El número aproximado de bacterias de una colonia en crecimiento, calculado cada hora a partir de la primera observación viene dado por esta tabla:

t (tiempo en horas)	0	1	2	3	4	5
n (nº de bacterias en millón)	3	6	12	24	48	96

- ¿Cuántas bacterias tendrá la colonia después de 6 horas? ¿y de 9 horas?
- ¿Si conocemos el numero de bacterias a una hora determinada como determinaremos las que habrá una hora después? ¿y una hora antes?
- Representa los valores de la tabla en unos ejes cartesianos. ¿Qué sentido tendrá unir los puntos representados mediante una curva?
- Al observar que 6 = 3 * 2, 12 = 3 * 4 = 3 * 2^2, etc., halla una fórmula que te permita conocer el número de bacterias para cada hora.

- ¿Cuántas bacterias había aproximadamente una hora antes de la primera observación? Completa la tabla y la gráfica dando valores negativos al tiempo.

5. Si sus padres al momento de usted nacer, hubieran puesto 100.000 pesos a un interés continuo del 10% en el banco, ¿Cuánto dinero tendría ahorrado usted al momento de finalizar el bachillerato? (Escriba su edad actual).

Humberto Trillos Bustamante
Practicante UIS