

**DESARROLLO DE UNA METODOLOGÍA
MATEMÁTICA PARA EVALUAR EL
ENVEJECIMIENTO DE LOS ASFALTOS
COLOMBIANOS BAJO LA INFLUENCIA DEL
CLIMA**

RAÚL GABRIEL RAMOS

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-QUÍMICAS
POSGRADO EN INGENIERÍA QUÍMICA
BUCARAMANGA
2005**

**DESARROLLO DE UNA METODOLOGÍA
MATEMÁTICA PARA EVALUAR EL
ENVEJECIMIENTO DE LOS ASFALTOS
COLOMBIANOS BAJO LA INFLUENCIA DEL
CLIMA**

RAÚL GABRIEL RAMOS

Trabajo presentado como requisito para optar por el título de Magister en Ingeniería
Química

Director: MARIO ALVAREZ CIFUENTES, Ing. Químico, M. Sc., Ph.D.
Codirector: NATALIA NIKOLAEVNA AFANASJEVA, Química, M. Sc., Ph.D.

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-QUÍMICAS
POSGRADO EN INGENIERÍA QUÍMICA
BUCARAMANGA
2005**

*A Marisol por estos cuatro largos años de comprensión y
espera.*

AGRADECIMIENTOS

Mi familia, por su apoyo y paciencia incondicional durante todo este tiempo

Edwin Florez, por introducirme en \LaTeX para trabajar con \LaTeX

Dr. Mario Álvarez Cifuentes, mi director, por haber confiado en mí para realizar este trabajo de investigación gracias al cual tuve la oportunidad de conocer un poco más de cerca el fascinante mundo de la estadística Multivariada.

Dra. Natalia Nikolaevna Afanasieva, mi codirectora, por sus valiosos aportes en la redacción del documento final, por sus apreciaciones sobre el tema de los asfaltos y, sobretodo, por permitirme usar los datos de tan importante investigación en mi tesis.

El Grupo de Investigación en Asfaltos (GIAS) por haber tenido la paciencia necesaria para recopilar todos los datos con los cuales fue posible realizar esta investigación. Un agradecimiento especial a Robinson y Andrea, de los cuales siempre recibí palabras de aliento en el momento preciso.

Son demasiadas personas las que han estado a mi lado durante esta etapa de mi vida y sería casi imposible nombrarlos a todos. Lo único que realmente puedo hacer es agradecerles con todas mis fuerzas y corazón por sus valiosos aportes y sabios consejos.

“Muchas gracias ...”

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	1
OBJETIVOS	3
1. GENERALIDADES	4
1.1. ASFALTO	4
1.2. COMPOSICIÓN DEL ASFALTO	4
1.3. NATURALEZA COLOIDAL DEL ASFALTO	5
1.4. TIPOS DE ENVEJECIMIENTO	6
1.5. PROPIEDADES FISICOQUÍMICAS DE LOS ASFALTOS	7
1.5.1. Penetración.	7
1.5.2. Punto de Ablandamiento.	7
1.5.3. Viscosidad.	7
1.5.4. Densidad.	7
1.5.5. Ductilidad.	7
1.5.6. Punto de Inflamación.	7
1.5.7. Composición química del asfalto.	8
1.6. BANCO DE PRUEBAS PARA EL ENVEJECIMIENTO DE LOS ASFALTOS COLOMBIANOS	9
2. ANÁLISIS DE VARIANZA UNIVARIADO Y MULTIVARIADO(ANOVA Y MANOVA)	11
2.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	11
2.2. FUNDAMENTOS DE ANOVA	13

2.2.1.	ANOVA de una vía.	14
2.2.2.	ANOVA de dos y más vías.	15
2.3.	FUNDAMENTOS DE MANOVA	16
2.3.1.	Planteamiento Matemático.	17
2.3.2.	Dimensionalidad de la hipótesis alterna.	17
2.3.3.	Análisis de las Variables canónicas.	18
2.4.	DATOS CONSIDERADOS EN EL ANÁLISIS DE VARIANZA UNIVARIADO Y MULTIVARIADO	19
2.5.	ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS	20
2.5.1.	MANOVAS de una vía.	20
2.5.2.	ANOVAS para cada una de las propiedades fisicoquímicas.	29
2.5.3.	Síntesis de resultados de ANOVA y MANOVA.	33
3.	REGRESIÓN LINEAL MULTIPLE	36
3.1.	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	36
3.2.	FUNDAMENTOS DE REGRESIÓN LINEAL MULTIPLE	36
3.2.1.	Estimación de parámetros por el método de mínimos cuadrados.	37
3.2.2.	Análisis de varianza en la regresión lineal multiple.	38
3.2.3.	Procedimientos computacionales para la selección de variables.	39
3.3.	METODOLOGÍA EMPLEADA	40
3.4.	ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS	42
3.4.1.	Asfalto APIAY.	42
3.4.2.	Asfalto CIB.	44
3.4.3.	Asfalto Cartagena.	47
3.4.4.	Asfalto CIB+Agregado.	47
3.4.5.	Resumen de Resultados	49
4.	ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES y CLASIFICACIÓN	52
4.1.	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	52
4.2.	ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES (ACP)	53
4.2.1.	Fundamento.	53

4.2.2.	Software utilizado.	53
4.2.3.	Análisis de la nube de individuos.	53
4.2.4.	Análisis de la nube de variables.	54
4.2.5.	Elementos suplementarios o ilustrativos.	54
4.2.6.	Datos Considerados.	54
4.3.	ANÁLISIS DE CLASIFICACIÓN	55
4.4.	ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS	55
4.4.1.	Análisis de la nube de variables en el primer plano factorial.	55
4.4.2.	Análisis de la nube de individuos en el primer plano factorial.	58
4.4.3.	Análisis de clasificación.	60
4.4.4.	Caracterización de las clases.	60
4.5.	CONCLUSIONES EN ACP Y CLASIFICACIÓN	65
5.	REDES NEURONALES ARTIFICIALES	67
5.1.	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	67
5.2.	FUNDAMENTOS DE LAS REDES NEURONALES ARTIFICIALES	68
5.2.1.	Componentes básicos de una RNA.	68
5.2.2.	Características de las redes neuronales.	71
5.2.3.	Ventajas de las redes neuronales.	73
5.2.4.	Aplicaciones de las redes neuronales.	73
5.3.	LA RED BACKPROPAGATION	74
5.4.	RESULTADOS OBTENIDOS UTILIZANDO RNA	74
5.4.1.	Asfalto Apiay.	75
5.4.2.	Asfalto CAR.	76
5.4.3.	Asfalto CIB.	77
5.4.4.	Asfalto CIB + Agregado.	79
6.	CONCLUSIONES	81
	ANEXOS	83
A.	MACROS EN MATLAB 6.1 PARA MANOVAS DE UNA VÍA	84

A.1. Macro para cargar los datos de propiedades físicas y estandarizarlos.	84
A.2. Macro para cargar los datos del composición química (Análisis SARA) y estandarizarlos.	84
A.3. Influencia del tipo de asfalto y el tipo de experimento sobre las propiedades físicas.	85
A.4. Influencia del tipo de asfalto y el tiempo sobre las características físicas del asfalto.	86
A.5. Influencia del tipo de experimento y el tiempo sobre las características físicas del asfalto	87
A.6. Influencia del tipo de asfalto sobre las características físicas del asfalto	88
A.7. Influencia del tipo de asfalto sobre las composición química del asfalto (Análisis SARA)	89
A.8. Influencia del tipo de experimento sobre las características físicas del asfalto	90
A.9. Influencia del tiempo sobre las características físicas del asfalto	92
A.10. Influencia del tiempo sobre las composición química del asfalto	93
B. ANOVAS PARA CADA PROPIEDAD FISICOQUIMICA DEL ASFALTO	95
C. MODELOS DE REGRESIÓN	100
C.1. ASFALTO APIAY	100
C.2. ASFALTO CIB	103
C.3. ASFALTO CARTAGENA	107
C.4. ASFALTO CIB+AGREGADO	111
D. ACP Y CLASIFICACIÓN CON SPAD 3.5	117
D.1. Análisis de Componentes Principales	117
D.2. Análisis de clasificación con dos componentes principales	119
D.3. Consolidación de las clases con dos componentes principales por el método de centros móviles	121
D.4. Análisis de clasificación con una componente principal	124
D.5. Consolidación de las clases con una componente principal por el método de centros móviles	127

E. MACROS EN MATLAB 6.1 PARA LA RNA BACKPROPAGATION 131

E.1. Archivo.m para preparar los datos a la Red Neuronal	131
E.2. Archivo.m para realizar las gráficas	131
E.3. Alternativa 1: Una sola red neuronal para todas las propiedades fisicoquímicas sin parada temprana	131
E.3.1. Archivo.m para crear y entrenar la red	131
E.3.2. Archivo.m para ver los resultados	132
E.3.3. Archivo.m para ver los resultados	133
E.4. Alternativa 2: Una red neuronal para cada propiedad fisicoquímica sin parada temprana	133
E.4.1. Archivo.m para crear y entrenar la red	133
E.4.2. Archivo.m para ver los resultados	134
E.5. Alternativa 3: Una sola Red neuronal para cada propiedad fisicoquímicas usando parada temprana	134
E.5.1. Archivo.m para crear y entrenar la red	134
E.5.2. Archivo.m para ver los resultados	134
E.6. Alternativa 4: Una sola red neuronal para todas las propiedades fisicoquímicas usando parada temprana	135
E.6.1. Archivo.m para crear y entrenar la red	135
E.6.2. Archivo.m para ver los resultados	135
E.7. Resultados gráficos de la mejor red BP encontrada para cada tipo de asfalto	135
E.7.1. Asfalto Apiay	135
E.7.2. Asfalto CAR	136
E.7.3. Asfalto CIB	137
E.7.4. Asfalto CIB + Agregado	137

BIBLIOGRAFÍA 144

LISTA DE TABLAS

Tabla 1.	Tipos de Experimento	10
Tabla 2.	Métodos y condiciones de prueba estándares para la caracterización físico-química y química de los asfaltos.	10
Tabla 3.	Factores climáticos	10
Tabla 4.	Resultados de ANOVA de tres vías	16
Tabla 5.	Estadísticos utilizados en MANOVA	18
Tabla 6.	Resultados del MANOVA para el tipo de asfalto y tipo de experimento	21
Tabla 7.	Resultados del MANOVA para el tipo de asfalto y el tiempo	22
Tabla 8.	Resultados del MANOVA para el tipo de experimento y el tiempo	23
Tabla 9.	Resultados del MANOVA para el tipo de asfalto	23
Tabla 10.	Resultados del MANOVA para el tipo de asfalto(Análisis de composición química de Corbett)	25
Tabla 11.	Resultados del MANOVA para el tipo de experimento	27

Tabla 12. Resultados del MANOVA para el tiempo	28
Tabla 13. Resultados del MANOVA para el tiempo(Análisis de composición química de Corbett)	29
Tabla 14. Valores P para el análisis de varianza de cada una de las propiedades físico-químicas del asfalto.	30
Tabla 15. Datos para la regresión lineal multiple	37
Tabla 16. ANOVA para el modelo de regresión lineal multiple	39
Tabla 17. Resumen de los estadísticos más importantes para los modelos del asfalto Apiay	43
Tabla 18. $R^2_{Ajustado}$ para los modelos de regresión con efectos de interacción y sin efectos de interacción para el asfalto Apiay	45
Tabla 19. Resumen de los estadísticos más importantes para los modelos del asfalto Barranca	45
Tabla 20. $R^2_{Ajustado}$ para los modelos de regresión con efectos de interacción y sin efectos de interacción para el asfalto CIB	46
Tabla 21. Resumen de los estadísticos más importantes para los modelos del asfalto Cartagena	47
Tabla 22. $R^2_{Ajustado}$ para los modelos de regresión con efectos de interacción y sin efectos de interacción para el asfalto Cartagena	49
Tabla 23. Resumen de los estadísticos más importantes para los modelos del asfalto CIB+Agregado	49

Tabla 24. $R^2_{Ajustado}$ para los modelos de regresión con efectos de interacción y sin efectos de interacción para el asfalto CIB+Agregado	50
Tabla 25. Frecuencia de los factores climáticos en los modelos de Regresión. (Los términos con factores cuadráticos se incluyeron dos veces en el conteo de la frecuencia para cada factor climático.)	50
Tabla 26. Matriz de Correlación	56
Tabla 27. Nivel de representatividad de las variables en el primer plano factorial	56
Tabla 28. Correlaciones entre las variables originales y los cinco primeros componentes principales	57
Tabla 29. Tablas de Contingencia para la consolidación de las clases	61
Tabla 30. Prueba t para cada una de las propiedades en las clases 1, 2 y 3	62
Tabla 31. Prueba t para cada una de las propiedades en las clases 4 y 5	63
Tabla 32. Porcentaje de variabilidad explicada para cada propiedad fisicoquímicas del asfalto Apiay usando redes neuronales BP	77
Tabla 33. Porcentaje de variabilidad explicada para cada propiedad fisicoquímicas del asfalto CAR usando BP	78
Tabla 34. Porcentaje de variabilidad explicada para cada propiedad fisicoquímicas del asfalto CIB usando BP	79
Tabla 35. Porcentaje de variabilidad explicada para cada propiedad fisicoquímicas del asfalto CIB + Agregado usando BP	80

Tabla 36. ANOVA para la penetración	95
Tabla 37. ANOVA para la densidad	96
Tabla 38. ANOVA para el punto de ablandamiento	96
Tabla 39. ANOVA para la ductilidad	97
Tabla 40. ANOVA para el punto de chispa	97
Tabla 41. ANOVA para la viscosidad absoluta	98
Tabla 42. ANOVA para la viscosidad cinemática	98
Tabla 43. ANOVA para el contenido de asfaltenos	98
Tabla 44. ANOVA para el contenido de saturados	99
Tabla 45. ANOVA para el contenido de aromáticos	99
Tabla 46. ANOVA para el contenido de resinas	99

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.	Estructura Coloidal del Asfalto	6
Figura 2.	Vista general del banco de pruebas para el envejecimiento de los asfaltos	9
Figura 3.	Banco de Pruebas para el envejecimiento de los asfaltos	12
Figura 4.	Metodología propuesta para el análisis de varianza univariado y multi-variado(ANOVA y MANOVA)	13
Figura 5.	Demdograma de clasificación del MANOVA de una vía para el tipo de asfalto y el tipo de experimento	21
Figura 6.	Análisis de clasificación del MANOVA de una vía para detectar la influencia del tipo de asfalto sobre las propiedades físicas del asfalto.	24
Figura 7.	Diagrama de dispersión de las dos primeras variables canónicas del MANOVA de una vía para detectar la influencia del tipo de asfalto sobre las propiedades físicas del asfalto.	24
Figura 8.	Histograma de las dos primeras variables canónicas del MANOVA de una vía para detectar la influencia del tipo de asfalto sobre la composición química del asfalto.	26
Figura 9.	Análisis de clasificación del MANOVA de una vía para detectar la influencia del tipo de asfalto sobre la composición química del asfalto.	26

Figura 10. Análisis de clasificación del MANOVA de una vía para determinar la influencia del tipo de experimento sobre las propiedades físicas del asfalto.	27
Figura 11. Análisis de clasificación del MANOVA de una vía para determinar la influencia del tiempo sobre las propiedades físicas del asfalto.	28
Figura 12. Análisis de clasificación del MANOVA de una vía para determinar la influencia del tiempo sobre la composición química del asfalto.	29
Figura 13. Metodología empleada para obtener el modelo de regresión con interacciones de dos variables	41
Figura 14. Rutina en MS Excel Visual Basic para la técnica de “ Regresión por pasos ”	42
Figura 15. Resultados del modelo de regresión con efectos de interacción para viscosidad absoluta del asfalto Apiay	44
Figura 16. Resultados del modelo de regresión para el contenido de Asfaltenos del asfalto Barranca	46
Figura 17. Resultados del modelo de regresión para la viscosidad cinemática del asfalto Cartagena	48
Figura 18. Resultados del modelo de regresión para el contenido de Asfaltenos del asfalto Cartagena	48
Figura 19. Frecuencia de los factores climáticos en los modelos de Regresión. (A. Frecuencia absoluta. B. Frecuencia ponderada por el orden del estadístico P. C. Frecuencia ponderada por el $\log(P)$. D. Frecuencia ponderada por el $\log(P)$ y el coeficiente de variación (CV))	51
Figura 20. Variables activas e ilustrativas en el primer plano factorial	58

Figura 21. Individuos activos y variables categóricas en el primer plano factorial.	59
Figura 22. Tiempo vs. Primera componente principal.	59
Figura 23. Árbol de clasificación jerárquica usando los dos primeros componentes principales	60
Figura 24. Análisis de clasificación tendiendo en cuenta los dos primeros componentes principales	64
Figura 25. Árbol de clasificación jerárquica usando el primer componente principal	64
Figura 26. Análisis de clasificación teniendo en cuenta solo el primer componente principal	65
Figura 27. Modelo de una neurona artificial	68
Figura 28. Estructura de una red multicapa con todas las conexiones hacia delante	70
Figura 29. Red con propagación hacia atrás	71
Figura 30. Resultados de los modelos de regresión para las propiedades fisicoquímicas del asfalto Apiay	104
Figura 31. Resultados de los modelos de regresión para las propiedades fisicoquímicas del asfalto CIB	108
Figura 32. Resultados de los modelos de regresión para las propiedades fisicoquímicas del asfalto Cartagena	112
Figura 33. Resultados de los modelos de regresión para las propiedades fisicoquímicas del asfalto CIB+Agregado	116

Figura 34. Una BP para cada propiedad fisicoquímica del asfalto Apiay sin generalización. NNCO = 3	136
Figura 35. Una sola BP para todas las propiedades fisicoquímicas del asfalto Apiay sin generalización. NNCO = 6	136
Figura 36. Una sola BP para todas las propiedades fisicoquímicas del asfalto Apiay usando parada temprana. NNCO = 7	137
Figura 37. Una BP para cada propiedad fisicoquímica del asfalto Apiay usando parada temprana. NNCO = 9	137
Figura 38. Una BP para cada propiedad fisicoquímica del asfalto Cartagena sin generalización. NNCO = 3	138
Figura 39. Una sola BP para todas las propiedades fisicoquímicas del asfalto Cartagena sin generalización. NNCO = 5	138
Figura 40. Una sola BP para todas las propiedades fisicoquímicas del asfalto Cartagena usando parada temprana. NNCO = 9	139
Figura 41. Una BP para cada propiedad fisicoquímica del asfalto Cartagena usando parada temprana. NNCO = 7	139
Figura 42. Una BP para cada propiedad fisicoquímica del asfalto CIB sin generalización. NNCO = 3	140
Figura 43. Una sola BP para todas las propiedades fisicoquímicas del asfalto CIB sin generalización. NNCO = 5	140
Figura 44. Una sola BP para todas las propiedades fisicoquímicas del asfalto CIB usando parada temprana. NNCO = 4	141
Figura 45. Una BP para cada propiedad fisicoquímica del asfalto CIB usando parada temprana. NNCO = 3	141

Figura 46. Una BP para cada propiedad fisicoquímica del asfalto CIB + Agregado sin generalización. NNCO = 2 142

Figura 47. Una sola BP para todas las propiedades fisicoquímicas del asfalto CIB + Agregado sin generalización. NNCO = 4 142

Figura 48. Una sola BP para todas las propiedades fisicoquímicas del asfalto CIB + Agregado usando parada temprana. NNCO = 4 143

Figura 49. Una BP para cada propiedad fisicoquímica del asfalto CIB + Agregado usando parada temprana. NNCO = 2 143

TITULO: DESARROLLO DE UNA METODOLOGÍA MATEMÁTICA PARA EVALUAR EL ENVEJECIMIENTO DE LOS ASFALTOS COLOMBIANOS BAJO LA INFLUENCIA DEL CLIMA *

AUTOR: RAÚL GABRIEL RAMOS**

PALABRAS CLAVES:

Asfalto, envejecimiento natural, Análisis de Varianza, Análisis de Componentes Principales, Redes Neuronales Artificiales, Regresión Lineal Múltiple, Análisis de Clasificación.

DESCRIPCIÓN:

En el presente trabajo se muestran los resultados obtenidos al aplicar diversas técnicas estadísticas multivaridas para estudiar el envejecimiento del asfalto bajo condiciones reales del clima en Colombia. Para el estudio se tomaron en consideración una serie de muestras de asfalto de diferentes tipos, las cuales fueron expuestas a distintas condiciones externas en un banco de pruebas especialmente diseñado para este propósito. Con la técnica de Análisis de Varianza Univariado y Multivariado se logró determinar la confiabilidad estadística de los datos experimentales obtenidos en el banco de pruebas y se consiguió determinar la forma como influyen el tipo de asfalto, el tipo de experimento y el tiempo sobre las propiedades físico-químicas del asfalto de forma individual y conjunta. Con la técnica de Análisis de Componentes Principales combinada con el Análisis de Clasificación fue posible reducir la dimensionalidad del fenómeno de envejecimiento y encontrar agrupamientos naturales en las muestras de asfalto que no se aprecian en los datos originales. La técnica de regresión por pasos permitió encontrar una serie de modelos que permiten estudiar la forma como se relacionan las diferentes propiedades fisicoquímicas de los asfaltos con los factores climáticos y el tiempo. En los modelos propuestos, se incluyen efectos de interacción entre variables y se muestra que, en general, los efectos de interacción mejoran considerablemente los modelos de regresión para cada una de las propiedades fisicoquímicas del bitumen. Además, con los modelos encontrados, se determinaron los factores del clima que más contribuyen para explicar la variabilidad observada en cada una de las propiedades fisicoquímicas del asfalto. Finalmente, también se usó la técnica de redes neuronales artificiales para predecir el envejecimiento de los asfaltos bajo la influencia de los diferentes factores del clima y se logró predecir mejor la complejidad del fenómeno de envejecimiento.

*Tesis de Maestría

**Facultad de Ciencias. Escuela de Ingeniería Química. Programa: Maestría en Ingeniería Química. Director: Ph.D. Mario Álvarez Cifuentes.

TITLE: DEVELOPMENT OF A MATEMATIC METHODOLOGY FOR TO EVALUATE THE AGING OF COLOMBIAN ASPHALT UNDER THE INFLUENCE OF THE CLIMATE *

AUTHOR: RAÚL GABRIEL RAMOS**

KEY WORDS: Asphalt, Natural Aging, Analysis of Variance, Principal Component Analysis, Artificial Neural Network, Multivariate Lineal Regression, Cluster Analysis.

DESCRIPTION:

In the present work it is developed a mathematical methodology for statistical and multivariant analysis of the asphalt aging process under tropical weather conditions in Colombia. A specially designed bench test scale was constructed to monitor the changes of three different industrial Colombian asphalts under restricted influence of different solar, temperature, wind and humidity factors. Statistical confiability was tested by means of univariant and multivariant analysis and the influence of such factors as asphalt type, experimental design, and time of monitoring affect the physico chemical characteristics of the observed materials. By the method of Principal Components combined with the Classification Method was established a new dimensionality that it is not observed in the original data. Regression analysis allowed to obtain a series of models that shows the relationship among the different changes in physico chemical properties of the aged probes and the time and environmental factors. It was included in these models the effect of interaction with better explanation of the way each factor affects the aging process. Besides that, it was determined that factors that affects the variability observed in each of the properties evaluated in the materials during the whole observation. Finally the neuronal network method for predicting properties was tested and a better understanding of the complexity of the natural aging asphalt process was gained.

*Master Thesis

**Science Faculty. Chemistry Engineering School. Program: Magister in Chemistry Engineering. Director: Ph.D. Mario Álvarez Cifuentes

INTRODUCCIÓN

El asfalto debido a sus características fisicoquímicas es un material ampliamente utilizado en un gran número de aplicaciones incluyendo la construcción y mantenimiento de carreteras (casi en un 90 %), la impermeabilización de techos, construcción de cubiertas protectoras, fabricación de pinturas asfálticas, composición de adhesivos (aislantes y sellantes), canales de irrigación, áreas de almacenaje, control de la erosión, construcción de represas, etc [20, 30].

En cada una de estas aplicaciones ya se han establecido (casi empíricamente) las características necesarias que debe tener el material asfáltico para su adecuado funcionamiento. Sin embargo, hay que tener presente que un mejor entendimiento de la naturaleza del asfalto y los cambios que este experimenta durante su utilización harán posible no solo darle un mejor uso si no también ampliar el rango de posibles aplicaciones [6, 30].

Una de las principales aplicaciones de los materiales asfálticos es la construcción de carreteras. En Colombia el costo de la construcción de un kilómetro de vía pavimentada oscila entre 60 y 600 millones de pesos, y su vida útil, de acuerdo con el diseño está estimado entre 10 y 15 años de servicio. Pero en la práctica, se observa un deterioro prematuro en los primeros meses de funcionamiento de vías recién construidas.

Quizás, la etapa más importante en la construcción de carreteras es la selección del cemento asfáltico que resista la acción combinada de los factores climáticos en las condiciones de uso en una región particular. Sin embargo, la selección del asfalto adecuado no es una tarea sencilla debido a la gran cantidad de variables que intervienen y a las alteraciones que éste sufre durante su vida útil.

El disponer de un modelo matemático adecuado que relacione los diferentes factores que intervienen en su proceso de envejecimiento permite estimar las características óptimas del asfalto para su uso en la pavimentación de carreteras. No obstante, los factores que intervienen en el proceso de envejecimiento están tan estrechamente relacionados y de una forma tan compleja que no se ha logrado encontrar una metodología lo suficientemente desarrollada para modelar el proceso de envejecimiento con suficiente precisión. Este trabajo de investigación hace parte del Proyecto *“ESTUDIO DEL ENVEJECIMIENTO DE LOS ASFALTOS COLOMBIANOS BAJO LA ACCIÓN DE ALGUNOS FACTORES CLIMÁTICOS ”*, patrocinado por Colciencias y la Universidad Industrial de Santander.

En esta fase se propone como objetivo principal el uso de técnicas estadísticas adecuadas y redes neuronales artificiales para estudiar el proceso de envejecimiento del asfalto bajo condiciones reales. Para esto, se cuenta con datos experimentales obtenidos durante 3 años de exposición del asfalto a los diferentes factores climáticos en una banco de pruebas especialmente diseñado para este propósito. Con este proyecto se espera tener un mejor entendimiento de la forma como influyen los diferentes factores climáticos sobre cada una de las propiedades fisicoquímicas de los asfaltos.

En el capítulo 1 se presentan los aspectos más importantes del asfalto: usos, composición, naturaleza coloidal, tipos de envejecimiento, propiedades fisicoquímicas y, finalmente, se da una descripción del banco de pruebas donde se obtuvieron los datos que se utilizaron en el presente estudio. En el capítulo 2 se estudia la influencia del tipo de asfalto, el tipo de experimento y el tiempo sobre cada una de las propiedades fisicoquímicas consideradas en el presente estudio usando análisis de varianza univariado y multivariado (ANOVA y MANOVA) . En el Capítulo 3 se muestra el uso de Regresión Lineal Múltiple (RLM) para estudiar la forma como se encuentran relacionadas cada una de las propiedades fisicoquímicas con los diferentes factores del clima para cada tipo de asfalto. Se muestran además los resultados obtenidos con los modelos sin efectos de interacción entre variables y los que incluyen efectos de interacción entre dos variables. En el capítulo 4 se hace uso de la técnica de Análisis de Componentes Principales (ACP) y Clasificación para reducir la dimensionalidad del fenómeno de envejecimiento y poder determinar muestras de asfaltos con características similares que resulta difícil ver en los datos originales y, finalmente, en el capítulo 5 se estudia la forma como se relacionan las distintas propiedades fisicoquímicas del asfalto con el tiempo y los diferentes factores del clima usando redes neuronales artificiales.

OBJETIVOS

1. OBJETIVO GENERAL

Desarrollar una metodología con base en métodos estadísticos y redes neuronales artificiales para evaluar el envejecimiento de los asfaltos colombianos bajo la influencia del clima en Santander.

2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desarrollar un software para evaluar la influencia de algunos factores climáticos sobre las propiedades fisicoquímicas de los asfaltos colombianos usando técnicas estadísticas y redes neuronales.
- Determinar la importancia relativa de cada uno de los factores climáticos sobre las propiedades fisicoquímicas de los asfaltos colombianos usando técnicas estadísticas.
- Evaluar los modelos obtenidos por técnicas estadísticas y redes neuronales y tomar decisiones acerca de la influencia de cada uno de los factores climáticos sobre la composición química de los asfaltos.
- Obtener diferentes modelos matemáticos que describan el envejecimiento de los asfaltos colombianos, aplicando las técnicas de análisis de Regresión Lineal Múltiple (RLM) y las redes neuronales, comparar los resultados y proponer un modelo matemático final.

1. GENERALIDADES

1.1 ASFALTO

El asfalto es un material cementante de color negro o castaño oscuro, que puede tener consistencia líquida, sólida o semisólida; compuesto principalmente de hidrocarburos parafínicos, nafténicos y aromáticos de diferentes pesos moleculares, casi en su totalidad solubles en disulfuro de carbono. Procede de yacimientos naturales o como un residuo de la refinación del petróleo, asfalto residual o fondos de vacío [12, 20]. Los asfaltos poseen propiedades especiales como la impermeabilidad al agua; propiedades adhesivas y cohesivas; susceptibilidad a cambios de temperatura y deformación en servicio; excelente resistencia a la abrasión; resistencia química a ácidos, álcalis, aire, agua y condiciones de suelos corrosivos; etc.

1.2 COMPOSICIÓN DEL ASFALTO

Los asfaltos están constituidos por mezclas complejas de aproximadamente 3000 compuestos individuales de los cuales un 30 al 40 % tienen elevado peso molecular (alrededor de 1000 a 2000 g/mol). El contenido de carbono e hidrógeno (constituyentes principales de los hidrocarburos), por análisis elemental, varía entre un 82-87 % o más, y un 11-15 % respectivamente. Sin embargo, existen otros átomos contenidos en las moléculas de hidrocarburo, que aunque en pequeñas cantidades, pueden variar sus concentraciones entre distintos asfaltos, como son el azufre (0.1-7.0 % o más), el oxígeno (aprox. 1.5 %), el nitrógeno (2-2.5 %) y otros metales que se encuentran presentes en menor cantidad como vanadio (400-600 mg/L), níquel, titanio, manganeso, magnesio y hierro, con una concentración total menor de 700 ppm. También están presentes algunos elementos no metálicos como el silicio y el fósforo. Estos átomos juegan un papel importante en el comportamiento físico-químico del asfalto y son responsables de modificar propiedades tales como la solubilidad y viscosidad del asfalto, además de las propiedades de adherencia entre el asfalto y el agregado mineral en las mezclas asfálticas.

El asfalto se puede separar en cuatro fracciones genéricas según la Norma ASTM-D 4124: asfaltenos, hidrocarburos polar-aromáticos (o resinas), hidrocarburos nafteno-

aromáticos (o aromáticos) e hidrocarburos saturados (o saturados). Estas tres últimas fracciones son denominadas maltenos. Los asfaltenos corresponden a la fracción de hidrocarburos más pesada y polar del asfalto, con gran tendencia a asociarse en moléculas y responsables de las características estructurales y de dureza de los asfaltos. Esta fracción es insoluble en solventes no polares, como lo son el pentano, el hexano o el heptano. La otra parte del asfalto que se disuelve en solventes parafínicos y permanece en solución sin precipitarse se conoce con el nombre de maltenos (petrolenos). La cantidad relativa de estas fracciones tiene un importante efecto en las propiedades físicas y reológicas del asfalto (comportamiento visco-elástico). La pérdida de estas propiedades lleva al proceso de endurecimiento del asfalto y finalmente al envejecimiento con aparición de fisuras, grietas y otros defectos en materiales asfálticos.

1.3 NATURALEZA COLOIDAL DEL ASFALTO

Una disolución consiste en un soluto disperso en el disolvente a nivel molecular. Sin embargo, si una sustancia se presenta dispersa en otra, pero no en forma molecular, sino en grupos más o menos grandes de moléculas sin que se produzca separación por precipitación o por flotación a esta dispersión se le llama solución coloidal. Los grupos de moléculas en suspensión coloidal se denominan micelas (fase dispersa), y el líquido en el que están suspendidas, líquido intermicelar (fase continua).

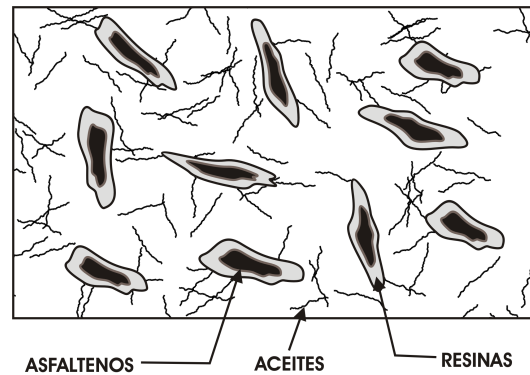
Los sistemas coloidales pueden ser de dos tipos: sistema coloidal sol y sistema coloidal gel. En los primeros existe un equilibrio entre los componentes de la fase dispersa (micelas), mientras que en los segundos existe una unión entre las micelas, haciendo que estas tomen posiciones fijas y por lo tanto rigidizen el sistema coloidal.

Los asfaltos poseen naturaleza coloidal, donde la fase dispersa está compuesta por la fracción de asfaltenos (compuestos policicloaromáticos) en un medio de dispersión, que son los maltenos, los cuales están compuestos a su vez por resinas (compuestos polar-aromáticos), aromáticos (nafteno-aromáticos) y saturados (parafinas). Gracias a la composición química y la naturaleza coloidal de los asfaltos tienen lugar complejas interacciones moleculares en las mezclas asfálticas [12].

Los asfaltenos corresponden a la fracción de hidrocarburos más pesada y polar del asfalto, con gran tendencia a asociarse en moléculas y responsables de las características estructurales y de dureza de los asfaltos. Esta fracción es insoluble en solventes no polares, como lo son el Pentano, el Hexano o el Heptano . En la Figura 1 se presenta la estructura coloidal del asfalto.

La otra parte del asfalto que se disuelve en solventes parafínicos y permanece en solución sin precipitarse se conoce con el nombre de maltenos (petrolenos). La cantidad relativa de estas fracciones tiene un importante efecto en las propiedades físicas y reológicas del asfalto (comportamiento visco-elástico) [6, 30]

Figura 1. Estructura Coloidal del Asfalto



1.4 TIPOS DE ENVEJECIMIENTO

El envejecimiento es un fenómeno fisicoquímico muy complejo que consiste en una primera fase física que engloba todos los fenómenos en los que no se modifica la estructura química de la materia. En el asfalto se ve reflejado en un endurecimiento y se ve acrecentado por la acción del tráfico. Y en una fase posterior de carácter químico en la que intervienen fenómenos que implican una transformación química del material bajo la influencia del ambiente. Aunque en la práctica el envejecimiento físico y químico se superponen, el primero predomina durante la etapa inicial de servicio. Existen varios tipos de envejecimiento químico: termoquímico (temperaturas elevadas), termo-oxidativo (temperaturas elevadas o moderadas más oxígeno), fotoquímico (radiación más oxígeno), bioquímico (medios biológicos activos). El envejecimiento depende de la composición y estructura química del asfalto y de otros parámetros inherentes a la mezcla bituminosa como los huecos de la mezcla, espesor de la película de asfalto, etc, así como de las condiciones ambientales, temperatura, radiación solar, humedad, entre otros.

Clases de envejecimiento:

- Natural o real. En el que el material está sometido a la influencia de todos los elementos naturales e intemperie.
- Artificial. Es el caso particular de envejecimiento forzado, en el cual se controlan las condiciones de exposición, que se mantienen constantes o varían según ciclos simples o regulares. Se lleva a cabo en cámaras que simulan de modo más o menos fiel un ciclo natural.

1.5 PROPIEDADES FISICOQUÍMICAS DE LOS ASFALTOS

1.5.1 Penetración. Determina la consistencia del asfalto y se expresa en décimas de milímetro que una aguja estándar penetra verticalmente una muestra de material bajo condiciones determinadas de carga, tiempo y temperatura. La prueba se realiza según la norma ASTM D5-86.

1.5.2 Punto de Ablandamiento. Se mide a través del ensayo de anillo y bola (ASTM D36-89), y se define como la temperatura a la cual el asfalto no puede soportar la carga de una bola de acero y comienza a fluir. Todos los asfaltos son materiales termoplásticos, por lo que no es posible hablar de un punto de fusión en el término estricto de la palabra. Se ha definido por conveniencia, un punto de ablandamiento convencional, dado por la temperatura a la que alcanza un determinado estado de fluidez.

1.5.3 Viscosidad. La relación de la fuerza de corte aplicada y la velocidad de corte es llamada coeficiente de viscosidad, el cual es una medida de la resistencia a fluir de un líquido. Sus unidades son Pa/s. La viscosidad del asfalto se mide en tubos capilares a dos temperaturas estándar; a 60°C para la viscosidad absoluta según la norma ASTM D2171 y a 135°C para la viscosidad cinemática.

1.5.4 Densidad. Se define como la masa por unidad de volumen. El peso específico es la relación entre el peso de un volumen dado de asfalto a 25°C y el peso de un volumen igual de agua a la misma temperatura. Para asfaltos se utiliza el método del picnómetro según norma ASTM D70.

1.5.5 Ductilidad. Determina la capacidad de estiramiento de los asfaltos. El ensayo de ductilidad mide la deformación máxima que alcanza una muestra estandarizada al ser estirada a una velocidad constante (5 cm/min) y a temperatura de 25°C en un equipo denominado ductilímetro (norma ASTM D113-86). La unidad de medida es en centímetros.

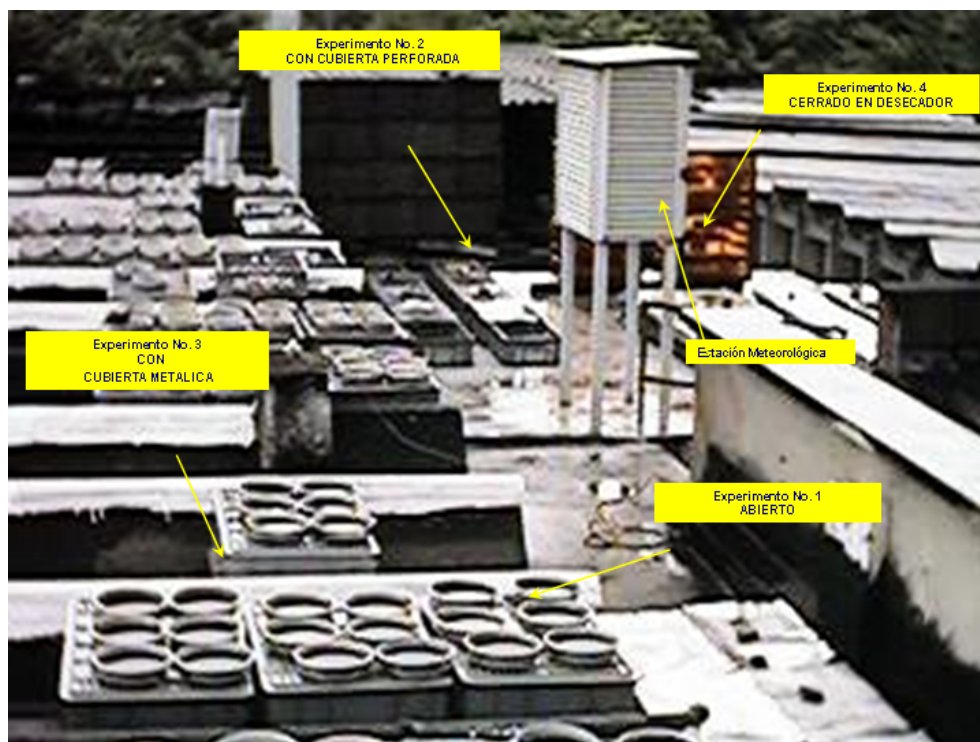
1.5.6 Punto de Inflamación. El punto de inflamación o de chispa, indica la temperatura hasta la cual el asfalto puede ser calentado con seguridad, sin que se produzca una inflamación instantánea en presencia de llama. Esta temperatura se mide mediante el uso de la copa abierta de Cleveland según la norma ASTM D92-90.

1.5.7 Composición química del asfalto. Los métodos para la caracterización se han basado en la habilidad del asfalto para ser separado en un número de componentes genéricos usando precipitación por solventes y adsorción cromatográfica. Es posible determinar los principales componentes del asfalto de una manera cualitativa y cuantitativa en dos grandes fracciones llamadas Asfaltenos y Maltenos. Estos últimos a su vez se pueden dividir en saturados (parafinas), nafteno-aromáticos y resinas (polar-aromáticos), según la norma ASTM D4124.

1.6 BANCO DE PRUEBAS PARA EL ENVEJECIMIENTO DE LOS ASFALTOS COLOMBIANOS

Los datos experimentales para el presente estudio fueron obtenidos en un banco de pruebas especialmente diseñado para estudiar el envejecimiento de los asfaltos colombianos bajo la influencia del clima en Santander y cuyas especificaciones se encuentran en trabajos anteriores [1, 4]. En dicho banco se estudiaron 2538 muestras de los tres tipos de asfaltos industriales producidos en el país para pavimentación: asfalto del Complejo Industrial de Barrancabermeja (asfalto CIB); asfalto de la refinería de Cartagena (Asfalto CAR) y asfalto de la planta Apiay.

Figura 2. Vista general del banco de pruebas para el envejecimiento de los asfaltos



Cada mes se realizó la caracterización fisicoquímica (Tabla 2) de los diferentes tipos de asfalto en cada experimento y se hizo un seguimiento continuo (hora a hora desde las 8:00 a.m. hasta las 6:00 p.m.) de los diferentes factores climáticos (Tabla 3)

El seguimiento y los resultados periódicos fueron reportados en trabajos publicados con anterioridad por integrantes del Grupo de Investigación en Asfaltos: [1].

En la figura 2 se muestra una vista general del banco de pruebas montado para el envejecimiento de los asfaltos colombianos bajo la influencia del clima.

Tabla 1. Tipos de Experimento

Tipo	Experimento	Características
1	Abierto	Expuesto a todos los factores del clima
2	Con cubierta perforada	Aislado de la radiación solar
3	Con tapa metálica	Expuesto a la temperatura y humedad del medio
4	Cerrado en desecador	Aislado de la humedad, de la radiación solar y del viento
5	Depósito	Expuesto a la temperatura y humedad en depósito

Tabla 2. Métodos y condiciones de prueba estándares para la caracterización fisicoquímica y química de los asfaltos.

Caracterización fisicoquímica:	
Propiedad	Norma ASTM
Penetración	D5-86
Densidad absoluta	D70-82(90)
Punto de ablandamiento	D36-86(89)
Ductilidad	D113-79
Punto de inflamación	D92-90
Viscosidad absoluta	D2171-85
Viscosidad cinemática	D2170-85(90)
Caracterización química:	
El método se realizó de acuerdo a la norma ASTM D 4124/91, para obtener las fracciones de asfaltenos, saturados, aromáticos y resinas.	

Tabla 3. Factores climáticos

Factores Climáticos	Instrumento
Temperatura del aire	Termómetro
Humedad relativa	Higrómetro
Presión atmosférica	Barómetro
Velocidad del viento	Anemómetro
Precipitaciones	Pluviómetro
Radiación solar global	Piranómetro
Radiación UVA	Radiómetro
Radiación UVB	Radiómetro
Radiación UVC	Radiómetro

2. ANÁLISIS DE VARIANZA UNIVARIADO Y MULTIVARIADO(ANOVA Y MANOVA)

2.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La información experimental recogida en el banco de pruebas para el envejecimiento de los asfaltos arroja las propiedades fisicoquímicas de cada uno de los tipos de asfalto (APIAY, CIB, CAR y CIB + Agregado) en cada experimento (Abierto, semiabierto, semicerrado, cerrado y en depósito) y para cada instante de tiempo. La información del banco se muestra en forma resumida en la figura 3.

Si se desea comparar la media de dos muestras (por ejemplo la densidad entre el asfalto CIB y APIAY para el experimento 1) se utiliza una prueba t. Sin embargo, para determinar de forma global si una característica cualquiera (p. e. la densidad del asfalto) difiere en alguno de los tratamientos considerados (p. e. los 5 tipos de experimentos) entonces se debe realizar un análisis de varianza (ANOVA¹) en vez de múltiples pruebas t para no incrementar los errores de tipo I² en la prueba [8]. De igual forma, para determinar si existe alguna diferencia entre una serie de características tomadas de forma conjunta (p. e. densidad, viscosidad, punto de ablandamiento, etc.) en alguno de varios tratamientos considerados (p. e. tipo de asfalto, tipo de experimento) se debe realizar un MANOVA en vez de múltiples ANOVAS para reducir el error de tipo I en la prueba [21, 9] [14, Pg 262]. A pesar de lo anterior, es posible utilizar un enfoque conservador para comparaciones múltiples usando ANOVA conocido como enfoque de Bonferroni:

“Si la prueba MANOVA no es significativa y si el investigador va a considerar p variables, una a la vez, entonces no se debe asegurar que existe una diferencia real entre los grupos que se están comparando con respecto a una

¹Iniciales en Inglés de Analysis of Varianza

²Error estadístico que se define como el rechazo de la hipótesis nula cuando esta es verdadera [27, Pg 373]

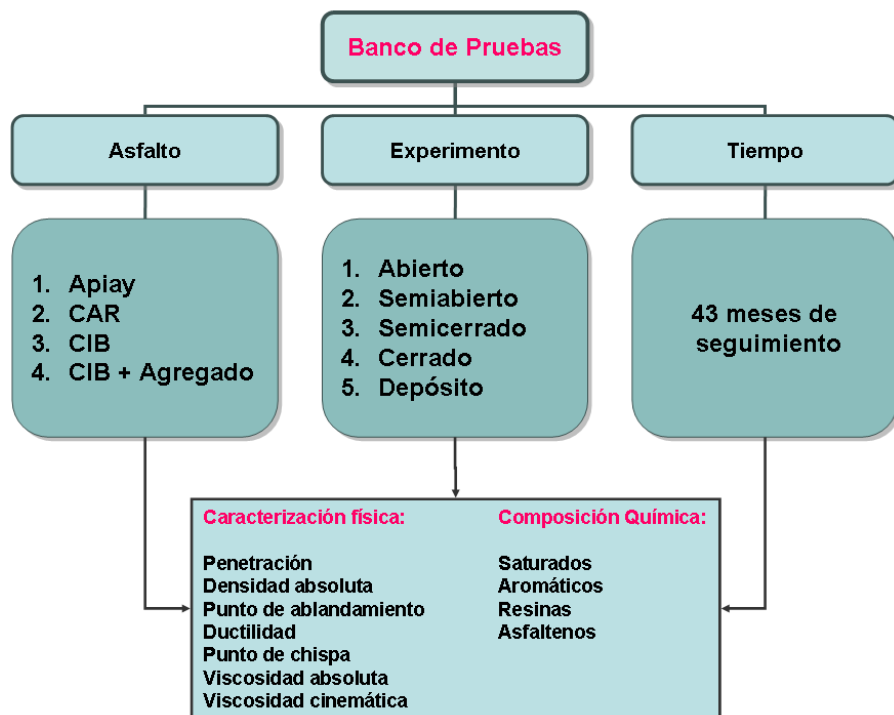
variable en particular, a menos que el nivel de significancia para esta variable sea menor que α/p , en donde α es el nivel de significancia seleccionado inicialmente para la prueba MANOVA ” [21, pg. 442]

Así, si un MANOVA indica que existen diferencias significativas entre los grupos que se están comparando, entonces se pueden considerar los ANOVAS para cada una de las variables individualmente para evaluar en dónde ocurren realmente las diferencias encontradas entre las poblaciones [21, Pg 442]. Con base en esto último, y para determinar si el diseño experimental realizado en el banco de pruebas produjo resultados estadísticamente diferentes, se propone la siguiente metodología:

- Uso de Análisis de Varianza Multivariado, MANOVA, para determinar si existen diferencias significativas entre el tipo de asfalto, el tipo de experimento y el tiempo considerando todos los factores de forma conjunta.
- Si se logran detectar diferencias globales entre el tipo de asfalto, el tipo de experimento y el tiempo entonces, determinar con ANOVAS individuales a que factores (tipo de asfalto, tipo de experimento y tiempo) concretamente se pueden atribuir las diferencias observadas en cada una de las propiedades fisicoquímicas ³.

³Aquí se tuvo en cuenta el criterio de Bonferroni discutido anteriormente

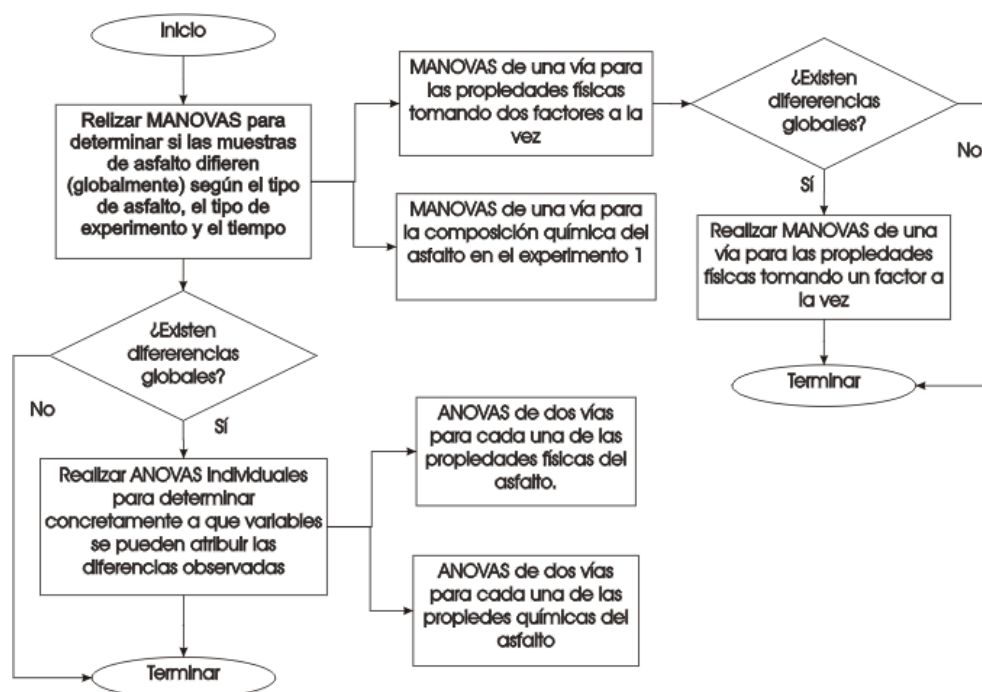
Figura 3. Banco de Pruebas para el envejecimiento de los asfaltos



Los ANOVAs individuales para cada una de las propiedades fisicoquímicas permiten determinar en forma concreta que factor (tipo de asfalto, tipo de experimento y tiempo) influye más sobre cada propiedad. Además, también permite determinar los posibles efectos de interacción que puedan existir entre cada uno de los factores para cada propiedad. Esto último es muy importante ya que si llegasen a existir efectos de interacción entonces los factores principales resultan de poca importancia [27].

Es importante recalcar que en la metodología propuesta solo se realizan ANOVAS individuales sobre cada una de las propiedades fisicoquímicas en el caso en el que los MANOVAS detecten diferencias significativas globales entre los factores considerados. La figura 4 resume dicha metodología.

Figura 4. Metodología propuesta para el análisis de varianza univariado y multivariado (ANOVA y MANOVA)



2.2 FUNDAMENTOS DE ANOVA

El análisis de varianza univariado o simplemente ANOVA es una técnica estadística que permite determinar si las diferencias observadas entre más de dos medias muestrales se pueden atribuir al azar o si hay diferencias reales entre las medias de las poblaciones muestreadas [25].

2.2.1 ANOVA de una vía. Suponga que se tienen a niveles de un tratamiento y se desea compararlos. A veces cada nivel del factor se conoce como tratamiento. El modelo propuesto por ANOVA establece que cada observación se puede expresar como la suma de la media global, un parámetro asociado al tratamiento y un término de error aleatorio:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i & = 1, 2, \dots, a \\ j & = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (1)$$

O lo que es lo mismo:

$$Y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i & = 1, 2, \dots, a \\ j & = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (2)$$

Ahora, el interés recae en probar la igualdad de las medias de los a tratamientos $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_a$ o, equivalentemente probar la hipótesis estadística:

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots \tau_a = 0 \quad (3)$$

$$H_1 : \tau_i \neq 0 \text{ al menos para un } i \quad (4)$$

El análisis de varianza divide la variabilidad total observada en la variable respuesta (Suma de los cuadrados totales) en dos componentes: una debida a los tratamientos y la otra atribuible al error aleatorio. Esto es,

$$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = n \sum_{i=1}^a (y_{i.} - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{j=1}^n (y_{.j} - \bar{y}_{..})^2 \quad (5)$$

$$SS_{Total} = SS_{Tratamientos} + SS_{Errores} \quad (6)$$

Donde: a es el número de tratamientos, n el número de replicas por tratamiento, $N = an$ es el número total de observaciones y la notación de subíndice “punto” implica sumatoria sobre el subíndice al que reemplaza. Así, por ejemplo:

$$y_{i.} = \sum_{j=1}^n y_{ij} \quad \bar{y}_{i.} = \frac{y_{i.}}{n} \quad y_{.j} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij} \quad \bar{y}_{..} = \frac{y_{..}}{N}$$

Ahora, si la hipótesis nula es cierta se puede demostrar que la media de los cuadrados de los tratamientos ($MS_{Tratamientos} = \frac{SS_{Tratamientos}}{a-1}$) y la de los errores ($MS_{Errores} = \frac{SS_{Errores}}{a(n-1)}$) son dos estimadores independientes de la varianza de la población y, por lo tanto, su cociente ($F_0 = \frac{MS_{Tratamientos}}{MS_{Errores}}$) tiene una distribución F. Luego, la hipótesis nula se debe rechazar a favor de la alterna para valores grandes de F_0 . Específicamente H_0 se descarta si $F_0 > f_{\alpha, a-1, a(n-1)}$ para un nivel de significancia dado, α . O equivalentemente, se rechaza la hipótesis nula (se concluye que los tratamientos influyen sobre la respuesta) si la probabilidad de obtener un valor de F_0 tan alto como el obtenido es bien baja. (El valor P es bajo).

2.2.2 ANOVA de dos y más vías. Teniendo en cuenta que en el contexto del problema que se pretende estudiar se cuenta con tres factores (tipo de asfalto, tipo de experimento y tiempo) se ilustrará el caso general de ANOVA de dos o más factores a partir del caso particular de un ANOVA de 3 factores. Para el caso del ANOVA de tres factores el modelo subyacente es:

$$Y_{ijkl} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_k + (\tau\beta)_{ij} + (\tau\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\tau\beta\gamma)_{ijk} + \varepsilon_{ijkl} \quad \left\{ \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, b \\ k = 1, 2, \dots, c \\ l = 1, 2, \dots, n \end{array} \right. \quad (7)$$

Las hipótesis a probar son las siguientes:

1. Ningún efecto principal del factor A $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots \tau_a = 0 \\ H_1 : \tau_i \neq 0 \text{ al menos para un } i \end{array} \right.$
2. Ningún efecto principal del factor B $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots \beta_b = 0 \\ H_1 : \beta_j \neq 0 \text{ al menos para un } j \end{array} \right.$
3. Ningún efecto principal del factor C $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \gamma_1 = \gamma_2 = \dots \gamma_c = 0 \\ H_1 : \gamma_k \neq 0 \text{ al menos para un } k \end{array} \right.$
4. Sin interacción entre A y B $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : (\tau\beta)_{11} = (\tau\beta)_{12} = \dots (\tau\beta)_{ab} = 0 \\ H_1 : \text{al menos un } (\tau\beta)_{ij} \neq 0 \end{array} \right.$
5. Sin interacción entre B y C $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : (\beta\gamma)_{11} = (\beta\gamma)_{12} = \dots (\beta\gamma)_{bc} = 0 \\ H_1 : \text{al menos un } (\beta\gamma)_{jk} \neq 0 \end{array} \right.$
6. Sin interacción entre A y C $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : (\tau\gamma)_{11} = (\tau\gamma)_{12} = \dots (\tau\gamma)_{ac} = 0 \\ H_1 : \text{al menos un } (\tau\gamma)_{ik} \neq 0 \end{array} \right.$
7. Sin interacción entre A, B y C $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : (\tau\beta\gamma)_{111} = (\tau\beta\gamma)_{112} = \dots (\tau\beta\gamma)_{abc} = 0 \\ H_1 : \text{al menos un } (\tau\beta\gamma)_{ijk} \neq 0 \end{array} \right.$

En este caso se hallan tanto los efectos principales (p. e. asfalto, experimento y tiempo) como los de interacción entre dos y tres factores (p. e. entre el tipo de asfalto y tipo de experimento, etc.) y posteriormente se determina si estos (efectos principales y de interacción) influyen o no de manera significativa sobre la variable respuesta. En la

Tabla 4. Resultados de ANOVA de tres vías

Fuente Variación	Suma de Cuadrados	Grados de Libertad	Media de Cuadrados	Media de Cuadrados esperadas	Estadístico F_0
A	SS_A	$a - 1$	MS_A	$\sigma^2 + \frac{bcn \sum \tau_i^2}{a-1}$	$\frac{MS_A}{MS_E}$
B	SS_B	$b - 1$	MS_B	$\sigma^2 + \frac{acn \sum \beta_i^2}{b-1}$	$\frac{MS_B}{MS_E}$
C	SS_C	$c - 1$	MS_C	$\sigma^2 + \frac{abn \sum \gamma_i^2}{c-1}$	$\frac{MS_C}{MS_E}$
AB	SS_{AB}	$(a - 1)(b - 1)$	MS_{AB}	$\sigma^2 + \frac{cn \sum \sum (\tau\beta)_{ij}^2}{(a-1)(b-1)}$	$\frac{MS_{AB}}{MS_E}$
AC	SS_{AC}	$(a - 1)(c - 1)$	MS_{AC}	$\sigma^2 + \frac{bn \sum \sum (\tau\gamma)_{ik}^2}{(a-1)(c-1)}$	$\frac{MS_{AC}}{MS_E}$
BC	SS_{BC}	$(b - 1)(c - 1)$	MS_{BC}	$\sigma^2 + \frac{an \sum \sum (\beta\gamma)_{jk}^2}{(b-1)(c-1)}$	$\frac{MS_{BC}}{MS_E}$
ABC	SS_{ABC}	$(a-1)(b-1)(c-1)$	MS_{ABC}	$\sigma^2 + \frac{n \sum \sum \sum (\tau\beta\gamma)_{ijk}^2}{(a-1)(b-1)(c-1)}$	$\frac{MS_{ABC}}{MS_E}$
Error	SS_{Error}	$abc(n - 1)$	MS_{Error}	σ^2	
Total	SS_{Total}	$abcn - 1$			

tabla 4 se muestra la forma usual en la que se resumen los resultados de un Análisis de Varianza para un modelo de tres factores.

La columna de la media de los cuadrados esperados indica que bajo la suposición de que la hipótesis nula asociada a cada efecto (la fila correspondiente en la tabla ANOVA) la media de los cuadrados respectivo es un estimador de las varianza, σ^2 , de la población, y por lo tanto, los respectivos cocientes tienen una distribución F. Así, cada hipótesis nula se acepta o rechaza de forma análoga al caso de un solo factor.

En el contexto del problema que se estudia, los factores son el tipo de asfalto, el tipo de experimento y el tiempo. Debido a que no se realizaron replicas ($n = 1$) en los distintos tratamientos no es posible determinar el efecto atribuible al error aleatorio (Se asumen despreciables los efectos de interacción entre tres factores y estos últimos se utilizan para estimar el error aleatorio).

2.3 FUNDAMENTOS DE MANOVA

Mientras que el ANOVA permite determinar si existe o no una diferencia significativa entre la media de dos o más muestras caracterizadas por una sola variable, el análisis de varianza multivariado (MANOVA) permite determinar si existe o no una diferencia significativa entre dos o más muestras caracterizadas por más de una variable. De esta forma, MANOVA es simplemente una generalización de ANOVA para el caso en el que

tenemos más de una variable.

2.3.1 Planteamiento Matemático. Si se tienen a tratamientos (por ejemplo los 5 tipos de asfaltos) y se desea compararlos. En este caso el modelo propuesto por MANOVA es:

$$Y_{ijk} = \mu_k + \tau_{ik} + \varepsilon_{ijk} \begin{cases} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, n \\ k = 1, 2, \dots, p \end{cases} \quad (8)$$

El nuevo subíndice, k , indica la variable respuesta. En el caso multivariado, la hipótesis estadística es:

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots \tau_a = 0 \quad (9)$$

$$H_1 : \tau_i \neq 0 \text{ al menos para un } i \quad (10)$$

Sin embargo, aquí los τ_s son los vectores de medias debidos a los respectivos tratamientos en lugar de cantidades escalares tal y como sucedía en ANOVA. En MANOVA quien se descompone no es la variabilidad total de la variable dependiente, si no, la matriz de varianza-covarianza de las variables dependientes. La primera componente de tal descomposición es también una matriz atribuible a la hipótesis de prueba (tratamientos) y la segunda componente es la matriz de varianza-covarianza de los errores aleatorios. Es decir:

$$S = H + E \quad (11)$$

Donde:

S : Matriz de Varianza-Covarianza Total

H : Matriz de Varianza-Covarianza debida a la hipótesis

E : Matriz de Varianza-Covarianza debida a los errores

Todos los procedimientos de MANOVA se basan en funciones de los elementos de H y E y todos los “buenos” procedimiento son en realidad funciones de los valores propios diferentes de cero de las matrices HE^{-1} o $H(H + E)^{-1}$ o de ambos [21]. En la tabla 5 se listan los procedimientos de de prueba MANOVA más comunes. Muchas de estas estadísticas y sus correspondientes probabilidades de significación se encuentran disponibles en los paquetes de computación más comunes como SPSS, SAS, Minitab, Matlab, etc.

2.3.2 Dimensionalidad de la hipótesis alterna. Si los vectores de medias para cada grupo (tratamiento) en el MANOVA de una vía no difieren significativamente entonces se encontrarían en un subespacio de dimensión cero. Si las medias

Tabla 5. Estadísticos utilizados en MANOVA

Procedimiento	Formula	Características
Raíz más grande de Roy	$\max(\lambda_i)$	Se descarta si algún otro test es significativo.
Prueba de Lawley-Hotelling	$Traza(HE^{-1}) = \sum_{i=1}^q \lambda_i$	
Prueba de Pillai	$Traza(H(H + E)^{-1}) = \sum_{i=1}^q \frac{\lambda_i}{1 + \lambda_i}$	Más potente y robusto
Segunda prueba de Roy		
Lambda de Wilks.	$\Lambda = \frac{ E }{ H+E } = \prod_{i=1}^q \frac{1}{1 + \lambda_i}$	El primer test estadístico desarrollado para MANOVA.

son desiguales, pero cayeron sobre una recta, entonces se encontrarían en un subespacio unidimensional; si las medias fueran desiguales y no cayeron sobre una recta, pero sí sobre un plano, entonces se encontrarían en un subespacio bidimensional. Es interesante saber la dimensionalidad de la hipótesis alterna cuando la hipótesis nula es falsa, pues nos permite observar más fácilmente las diferencias observadas bien sea en una línea o plano según la dimensionalidad sea uno o dos respectivamente. Así, cuando se rechaza la hipótesis nula se debe determinar la dimensionalidad de la hipótesis alterna. Estas pruebas las realizan automáticamente muchos paquetes de cálculo de MANOVA. Particularmente, Matlab 6.0 dispone de un comando (manova1) que permite realizar estos cálculos [23]

2.3.3 Análisis de las Variables canónicas. Suponga que se ha determinado que los m grupos considerados se encuentran en un espacio de dimensión k . El análisis de variables canónicas es un método que permite comparar entre los m grupos en este subespacio. Esto es particularmente útil cuando $k \leq 3$ porque, en estos casos, las m medias se pueden representar gráficamente en estos subespacios [21].

La primera variable canónica, c_1 es la combinación lineal de las variables originales que da la separación más grande entre grupos. Es decir, es la variable que arroja la significancia más alta en un análisis de varianza univariado. La segunda variable canónica, c_2 , es la combinación lineal de variables originales que da la segunda separación más alta entre grupos siendo además linealmente independiente a la primera variable canónica; y así sucesivamente para las demás variables canónicas[21].

En este capítulo también se incluyó el diagrama de dispersión para las dos primeras

variables canónicas en los MANOVAS cuando ellos suministraban información útil y difícil de mostrar de otra forma. Además, se realizó el análisis de cluster (clasificación) sobre las variables canónicas para poder ilustrar de forma gráfica los resultados de MANOVA cuando la hipótesis nula resultó falsa. Esta técnica será explicada con detalle en el capítulo de ACP y clasificación (Capítulo 4, Pg. 52)

2.4 DATOS CONSIDERADOS EN EL ANÁLISIS DE VARIANZA UNIVARIADO Y MULTIVARIADO

Debido a que la composición química del asfalto (Análisis de composición química de Corbett) solo se determinó para los asfaltos del experimento tipo 1⁴ se hizo necesario dividir los datos para su análisis de la siguiente manera: por un lado se realizaron MANOVAS de una vía sobre las propiedades fisicoquímicas para determinar si existen diferencias atribuibles al tipo de asfalto, al tipo de experimento y al tiempo; y por otro lado, se realizaron MANOVAS de una vía para la composición química para determinar si existen diferencias atribuibles al tipo de asfalto y al tiempo. Además, se tomaron los factores de a dos para evaluar de forma conjunta su influencia sobre las propiedades fisicoquímicas y reducir los errores de tipo I. Posteriormente (si se encontraban diferencias significativas entre cada dos factores) se realizaron los MANOVAS correspondientes de una vía para cada factor aislado para apreciar mejor las diferencias obtenidas. Entre tanto, cuando se detectaron diferencias desde el punto de vista multivariado con las MANOVAS entonces se realizaron las correspondientes ANOVAS para determinar de forma concreta a que variables se deben. La metodología empleada se resume en la figura 4

El Software utilizado para la elaboración de los MANOVAS de una vía fue el Tool Box de estadística de Matlab 6.0, mientras que los ANOVAS para cada una de las propiedades fisicoquímicas fueron programados en Access Visual - Basic. Sin embargo, los valores P para cada una de los ANOVAs fueron calculados con la función F de MS Excel XP⁵. Esto último se hizo de esta forma para determinar que factores influyen con mayor intensidad sobre cada una de las propiedades fisicoquímicas comparando los valores P en cada MANOVA.

Las variables dependientes en cada MANOVA fueron estandarizadas (centradas y es-

⁴En los demás tipos de experimento si se midieron todas las características fisicoquímicas (Tabla 2)

⁵En los paquetes estadísticos más conocidos como SPSS y Minitab solo se muestran 4 o 5 cifras significativas para el valor P en cada ANOVA. Sin embargo, si las diferencias encontradas son muy grandes, estas cuatro o cinco cifras son todas cero y por lo tanto no permiten determinar que factor influye con mayor intensidad sobre la variable respuesta en el Análisis de Varianza.

caladas)⁶ debido a la heterogeneidad en las unidades de medida usada para cada una de las variables.

En los MANOVAS realizados para la caracterización fisicoquímica se consideraron 7 propiedades (La densidad, ductilidad, penetración, punto de ablandamiento, punto de chispa, viscosidad absoluta y viscosidad cinemática) y en los MANOVAS para la composición química se tomaron las características usuales del análisis de composición química de Corbett (contenido de Saturados, Aromáticos, Resinas y Asfaltenos)

En los ANOVAS realizados para cada una de las propiedades fisicoquímicas se agregó el tiempo como un factor adicional al tipo de asfalto y el tipo de experimento con el objetivo de mejorar los resultados obtenidos en un trabajo anterior [3].

Las macros en Matlab para cada uno de los MANOVAS realizados se encuentran en el Apéndice A y los ANOVAS correspondientes a cada una de las propiedades fisicoquímicas en el Apéndice B.

Las funciones de Matlab utilizadas en las macros se encuentran explicadas en la documentación del programa [23]

2.5 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

2.5.1 MANOVAS de una vía. Los resultados para cada uno de los análisis de varianza junto con las correspondientes macros en Matlab se encuentran en el Apéndice A. La metodología empleada se discutió detalladamente en la sección 2.1 (resumida en la figura 4 Pg. 13) y los datos considerados en cada uno de los análisis realizados en la sección 2.4

2.5.1.1. MANOVAS de una vía tomando 2 factores a la vez.

2.5.1.1.1. Efecto del tipo de asfalto y el tipo de experimento sobre las propiedades físicas del asfalto.

Los resultados más relevantes del análisis de varianza se resumen en la tabla 6. La dimensionalidad de la hipótesis alterna indica que existen diferencias significativas entre las muestras de asfaltos agrupadas por el tipo de asfalto y de experimento. El valor de 5 obtenido para la dimensionalidad indica que estas diferencias se pueden apreciar en un espacio de dimensión 5 y los valores de p para la secuencia de pruebas de dimensionalidad corroboran este resultado (última columna de la tabla 6). Entre tanto, se observa

⁶A cada variable se le resta su respectiva media (centrado) y el resultado se divide entre su correspondiente desviación típica (Escalado). Estandarizando los datos se elimina la influencia de las unidades de medida utilizadas para las variables.

que la variable de mayor influencia en la formación de la primera variable canónica es el punto de chispa (tiene mayor peso con respecto a las demás, su valor se encuentra encerrado y en cursiva en la tabla 6) lo que quiere decir que las diferencias debidas al tipo de asfalto y al tipo de experimento se logran apreciar mucho mejor en términos de esta variable.

Tabla 6. Resultados del MANOVA para el tipo de asfalto y tipo de experimento

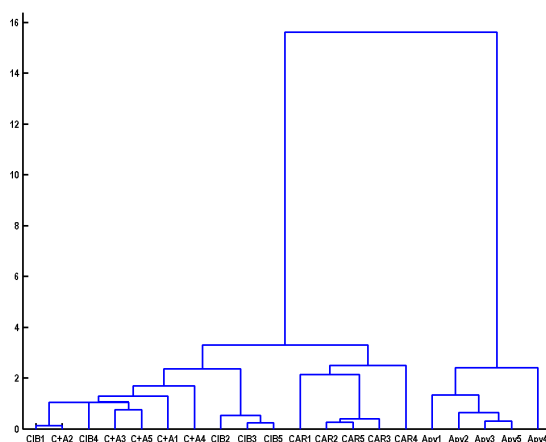
Dimensionalidad de la hipótesis alterna: 5								
Propiedad	Eigenvectores							Prueba t
Densidad	-0.3400	-0.1970	0.0354	-0.0353	0.4713	0.9688	0.1502	0
Ductilidad	0.4298	0.1621	-0.4292	1.0202	0.4479	-0.0278	-0.0249	0
Penetración	-0.3283	<i>1.3603</i>	0.0707	-0.2878	0.2208	0.1567	-0.3804	0
Pto. Ablan.	0.1637	0.0530	0.9803	0.0217	0.7949	-0.3200	-0.2835	0.0000
Pto. Chisp.	<i>2.0239^a</i>	-0.0991	0.3205	-0.3054	-0.1184	0.5966	0.0453	0.0000
Visc. Abso.	-0.0842	0.0210	0.3774	0.7987	-1.0850	0.5270	-0.8457	0.4918
Visc. Cine.	-0.1170	0.8999	-0.2254	-0.0906	0.4310	-0.2313	1.3661	0.5533

^aLas variables de mayor importancia se encierran en

Por otro lado, el demdograma para el MANOVA (Figura 5) indica que existe una diferencia significativa entre los asfalto APIAY y los demás tipos de asfaltos así como también, una diferencia (aunque menor) entre los asfaltos que contienen algún tipo de agregado (CIB + Agregado) y los asfaltos que no lo tienen (CIB y CAR).

El tipo de experimento también influye de manera significativa pero su influencia no se logra apreciar a partir de este MANOVA con claridad.

Figura 5. Demdograma de clasificación del MANOVA de una vía para el tipo de asfalto y el tipo de experimento



2.5.1.1.2. Efecto del tipo de asfalto y el tiempo sobre las propiedades físicas del asfalto.

Los valores de t para la dimensionalidad de la hipótesis alterna en el MANOVA (última columna en la tabla 7) indican que existen diferencias significativas entre las muestras de asfalto agrupadas por tipo de asfalto y mes. La dimensionalidad obtenida es de 5, lo que quiere decir que las diferencias obtenidas se aprecian con mayor facilidad en un espacio de dimensión 5. Tanto el diagrama de dispersión de las dos primeras variables canónicas como el correspondiente demdograma de clasificación para el MANOVA no reflejan ningún resultado interesante. Al igual que el caso anterior, la variable que más contribuye en la formación de la primera variable canónica es el punto de chispa.

Tabla 7. Resultados del MANOVA para el tipo de asfalto y el tiempo

Dimensionalidad de la hipótesis alterna: 5								
Propiedad	Eigenvectores							Prueba t
Densidad	-0.2591	-0.1056	0.0716	-0.1674	0.7038	0.2800	0.7785	0
Ductilidad	0.2734	0.0344	0.0778	0.6338	-0.5432	0.7544	0.3586	0
Penetración	0.4587	1.5651	0.3296	0.4146	0.4117	-0.1948	-0.0036	0
Pto. Ablan.	0.1740	-0.1016	-0.9417	1.0156	0.2360	-0.3820	0.1272	0.0000
Pto. Chisp.	2.6456	-0.5176	-0.0923	-0.3431	0.5584	0.0553	0.1096	0.0347
Visc. Abso.	-0.0621	0.2574	-0.2591	-0.1500	0.5740	1.2199	-0.9296	0.7069
Visc. Cine.	0.0325	-0.6015	1.7138	0.4793	-0.3491	-0.6630	0.5570	0.9978

2.5.1.1.3. Efecto del tipo de experimento y el tiempo sobre las propiedades físicas del asfalto.

En este caso la dimensionalidad de la hipótesis alterna es de tres (Tabla 8) lo cual indica que existen diferencias significativas entre las muestras de asfalto agrupadas según el tipo de experimento y el tiempo. Las diferencias atribuibles al tipo de experimento y el tiempo se pueden apreciar con mayor claridad en el espacio tridimensional (El espacio generado por las tres primeras variables canónicas). Sin embargo, cuando la cantidad de grupos considerada es muy grande este diagrama no resulta de utilidad. En este caso se observa que la variable de mayor peso sobre la primera variable canónica es la viscosidad cinemática (valor encerrado en la segunda columna de la Tabla 8). Esto último indica que la variable que más contribuye con las diferencias observadas en las muestras de asfalto agrupadas según el tipo de experimento y al tiempo es la viscosidad cinemática.

2.5.1.2. MANOVAS de una vía tomando los factores individualmente.

Los MANOVAS de los factores individuales se incluyeron para confirmar algunos de los resultados encontrados anteriormente y para observar con mayor claridad la influencia de cada uno de los factores de forma aislada. Sin embargo, se debe tener presente que

Tabla 8. Resultados del MANOVA para el tipo de experimento y el tiempo

Dimensionalidad de la hipótesis alterna: 3								
Propiedad	Eigenvectores							Prueba t
Densidad	-0.0095	-0.1514	0.2501	-0.0657	0.5907	0.8191	-0.2388	0
Ductilidad	0.0042	-0.5663	-0.5620	0.6084	0.6955	-0.1977	0.1325	0
Penetración	-0.5866	1.0052	0.4639	0.1647	0.4621	-0.2322	-0.1864	0.0042
Pto. Ablan.	0.2481	1.1028	-0.8425	-0.1307	0.2553	0.1702	0.1992	0.8513
Pto. Chisp.	0.0514	0.0756	0.6115	-0.0610	0.0655	0.5489	0.7310	1.0000
Visc. Abso.	-0.0052	0.0616	0.3552	1.5842	-0.6345	0.3134	-0.0085	1.0000
Visc. Cine.	1.4010	-0.3166	0.3212	-0.8713	0.8504	-0.6098	-0.1282	1.0000

en estos MANOVAS los errores de tipo 1 se incrementan con respecto a los MANOVAS realizados anteriormente (Tomando dos factores a la vez)

Además, aquí se incluyen los MANOVAS de una vía para la composición química del asfalto (análisis SARA) en los cuales solo se determino la influencia del tipo de asfalto y del tiempo por razones dadas anteriormente (sección 2.4 Pg. 19).

2.5.1.2.1. Influencia del tipo de asfalto sobre las propiedades físicas del asfalto.

La dimensionalidad encontrada para la hipótesis alterna (Tabla 9) indica que existen diferencias significativas entre los distintos tipos de asfaltos considerados y que estas diferencias se aprecian en un espacio tridimensional. Además tanto el diagrama de dispersión de las dos primeras variables canónicas (Figura 6) como el dendrograma de clasificación para el MANOVA (Figura 7) muestran una discriminación entre el asfalto Apiay y los demás tipos de asfaltos. Particularmente, la primera variable canónica (la variable en la que se obtienen las más altas diferencias en un ANOVA de una vía) permite diferenciar las muestras del asfalto Apiay de los demás. Entre tanto, la segunda variable canónica (eje horizontal en la Figura 6) realiza una discriminación entre los asfaltos de la refinería de Cartagena (Asfalto CAR) y los asfaltos del complejo industrial (Asfalto CIB).

Tabla 9. Resultados del MANOVA para el tipo de asfalto

Dimensionalidad de la hipótesis alterna: 3								
Propiedad	Eigenvectores							Prueba t
Densidad	-0.3410	-0.2357	0.1131	0.9970	0.3717	0.0560	-0.0633	0
Ductilidad	0.3379	0.3900	0.3562	0.4500	-0.8646	-0.2740	-0.0743	0
Penetración	-0.1728	1.0389	0.0705	0.1131	0.2313	0.6285	0.2852	0.1771e-012
Pto. Ablan.	0.2576	-0.3695	0.6603	-0.0134	-0.1646	0.4195	0.8392	
Pto. Chisp.	2.0113	-0.2781	0.0432	0.3017	0.5430	0.1398	-0.2166	
Visc. Abso.	-0.0866	0.0752	0.7266	-0.2436	-0.1047	0.5879	-1.3507	
Visc. Cine.	-0.0462	0.8710	-0.0845	0.1894	0.3656	-1.1488	0.7708	

Además, la variable que más contribuye en la formación de la primera variable canónica es el punto de chispa (valor encerrado en la segunda columna de la tabla 9), lo cual

Figura 6. Análisis de clasificación del MANOVA de una vía para detectar la influencia del tipo de asfalto sobre las propiedades físicas del asfalto.

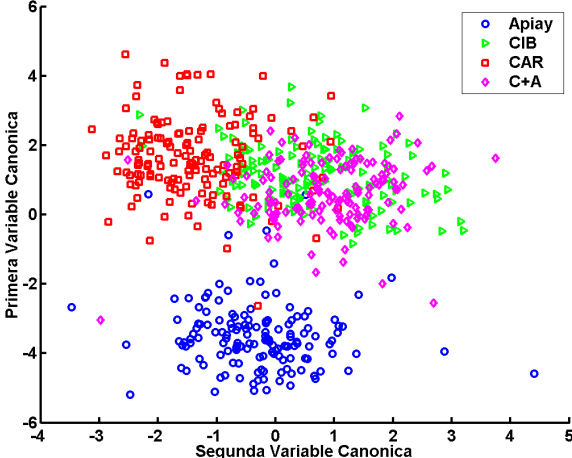
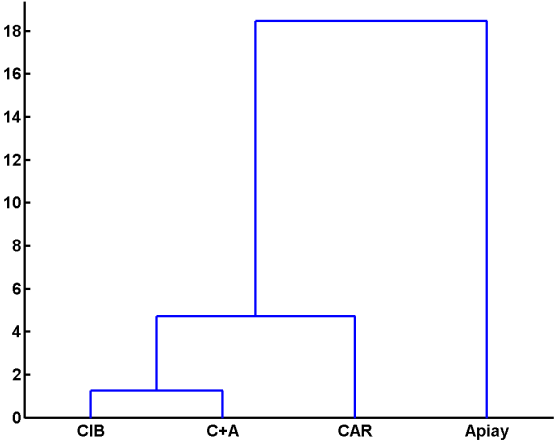


Figura 7. Diagrama de dispersión de las dos primeras variables canónicas del MANOVA de una vía para detectar la influencia del tipo de asfalto sobre las propiedades físicas del asfalto.



indica que esta es la característica que mejor distingue a los asfaltos Apiay de los demás tipos de asfalto. Además, debido a que la variable que más contribuye en la formación de la segunda variable canónica es la penetración (tercera columna de la tabla 9), esta propiedad es la que mejor permite distinguir las asfaltos CIB de los asfaltos CAR.

2.5.1.2.2. Influencia del tipo de asfalto sobre las composición química del asfalto.

La dimensionalidad obtenida para la hipótesis alterna en el MANOVA de una vía (Tabla 10) indica que el tipo de asfalto influye de manera significativa sobre análisis SARA de las muestras de asfalto y que estas diferencias se pueden observar con más claridad en el plano generado por las dos primeras variables canónicas. Entre tanto, las variables que más contribuyen en la formación de la primera variable canónica son, en orden decreciente, el contenido de resinas y el de asfaltenos, mientras que en la formación de la segunda variable canónica son el contenido de asfaltenos y saturados (valores encerrados en la table 10). Tanto el diagrama de dispersión de las dos primeras variables canónicas (Figura 8) como el demdograma de clasificación (Figura 9) en el MANOVA indican una diferencia significativa entre el Asfalto Apiay y los demás tipos de asfalto. Particularmente, la primera variable canónica realiza dicha discriminación (eje vertical de la Figura 8). Además, en el demdograma de clasificación de la Figura 9 se aprecia cierta similitud entre las dos muestras de asfalto CIB (CIB puro y CIB con agregado) pues es el primer grupo formado. Entre tanto, también se logra ver que los demdogramas para las propiedades físicas (Figura 7) y químicas (Figura 9) del asfalto presentan un comportamiento similar. Sin embargo, en términos del análisis SARA, las características que mejor distinguen a los asfaltos Apiay de los demás tipos de asfaltos son el contenido de resinas y de asfaltenos.

Tabla 10. Resultados del MANOVA para el tipo de asfalto(Análisis de composición química de Corbett)

Dimensionalidad de la hipótesis alterna: 2					
Propiedad	Eigenvectores				Prueba t
Saturados	0.1386	-0.8463	2.4510	1.1458	0
Aromáticos	0.1669	0.4667	5.8931	1.7066	0.0018
Resinas	-1.1219	0.1822	3.1521	1.7386	0.3005
Asfaltenos	1.0783	0.9029	4.5529	2.0485	

2.5.1.2.3. Influencia del tipo de experimento sobre las propiedades físicas del asfalto.

En este caso el valor de la dimensionalidad de la hipótesis alterna (tabla 11) para el MANOVA indica que existen diferencias significativas entre los asfaltos de un tipo de experimento a otro y que estas diferencias se pueden apreciar claramente en un plano. Lo anterior indica que las dos primeras variables canónicas contienen toda la información necesaria para distinguir una muestra de asfalto de un tipo de experimento a otro. Además, debido a que las variables que más contribuyen con la formación de la primera variable canónica son en orden decreciente el punto de ablandamiento, la

Figura 8. Histograma de las dos primeras variables canónicas del MANOVA de una vía para detectar la influencia del tipo de asfalto sobre la composición química del asfalto.

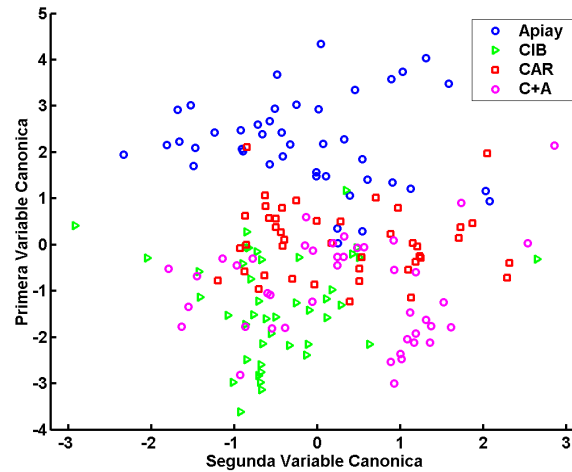
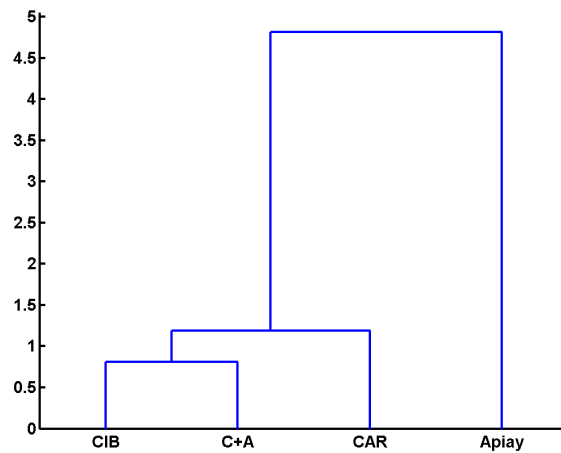


Figura 9. Análisis de clasificación del MANOVA de una vía para detectar la influencia del tipo de asfalto sobre la composición química del asfalto.



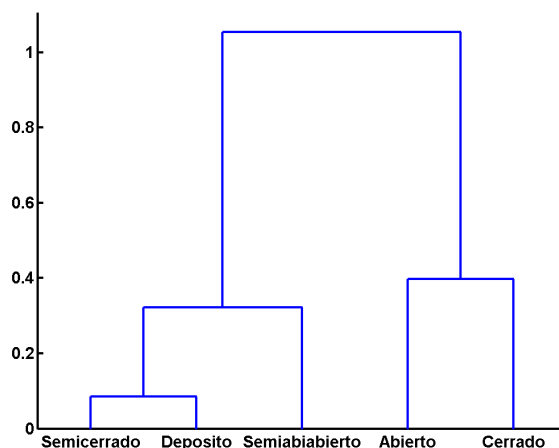
penetración y la ductilidad se concluye que en términos de estas variables resulta más sencillo distinguir varias muestras de asfalto de un tipo de experimento a otro. El Análisis de Cluster para el MANOVA del tipo de experimento (Demograma de la figura 10) indica que el Modelo de MANOVA permite distinguir entre las muestras de asfalto expuestas a condiciones extremas (experimento abierto en el cual las muestras de asfalto se encuentran expuestas a todos los factores del clima y el experimento cerrado en el cual los asfaltos se encuentran expuestos únicamente a la temperatura ambiente) de aquellas expuestas a condiciones intermedias (Semicerrado y en deposito expuestos

a la temperatura ambiente y la humedad relativa y Semiabierto expuesto a todos los factores del clima excepto la radiación) . Además se observa que las muestras de asfalto que más se “parecen” ⁷ son las del experimento semicerrado y las que se encuentran en depósito (primera rama formada en el dendograma) lo cual pone en evidencia las condiciones similares de exposición en las que se encontraban las muestras de asfalto en estos dos tipos de experimento (Tabla 1). Por otro lado, se destaca que las muestras de asfalto que más difieren entre sí son las del experimento cerrado y el abierto (última rama formada en el dendograma) y las diferencias entre estas y los demás tipos de experimentos son aún mayores.

Tabla 11. Resultados del MANOVA para el tipo de experimento

Dimensionalidad de la hipótesis alterna: 2								
Propiedad	Eigenvectores							Prueba t
Densidad	-0.0871	0.1242	0.4889	0.6701	0.6678	0.1391	0.1858	0
Ductilidad	-0.5980	0.4163	0.7770	-0.2405	-0.3276	-0.2238	0.1554	0.0027
Penetración	0.6378	-0.4477	0.4033	-0.4395	0.4750	-0.3146	0.0730	0.3217
Pto. Ablan.	0.7119	0.8602	0.1116	-0.4551	0.2813	0.1215	-0.1050	0.5712
Pto. Chisp.	0.0678	-0.2791	0.2838	0.1432	0.1923	1.0141	-0.1698	
Visc. Abso.	0.2083	-0.4294	0.6263	0.4741	-0.5820	-0.2330	-1.2251	
Visc. Cine.	0.1865	-0.0420	-0.0338	-0.0609	-0.2041	0.0727	1.5603	

Figura 10. Análisis de clasificación del MANOVA de una vía para determinar la influencia del tipo de experimento sobre las propiedades físicas del asfalto.



2.5.1.2.4. Influencia del tiempo sobre las propiedades físicas del asfalto.

La dimensionalidad de tres (Tabla 12) para la hipótesis alterna en el MANOVA para el tiempo indica que existen diferencias significativas entre las muestras de asfalto de

⁷La distancia a partir de la cual se determinan las diferencias en el Análisis de Cluster en un MANOVA es la distancia de Mahalanobis

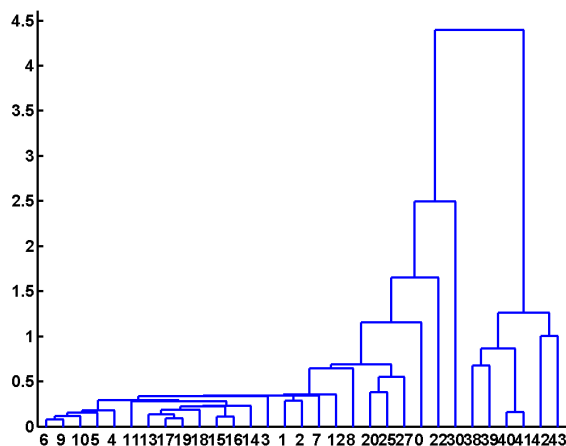
un mes a otro y que estas diferencias se pueden apreciar de forma satisfactoria en el espacio tridimensional formado por las tres primeras variables canónicas. Además, se destaca que, en orden decreciente, las variables que más contribuyen en la formación de la primera variable canónica son la viscosidad cinemática y la penetración.

El análisis de Cluster para el MANOVA (demograma de la figura 11) indica un comportamiento atípico durante los últimos 6 meses de envejecimiento atribuible, muy posiblemente, al estado tan deteriorado en el que se encontraban las muestras de asfalto en este periodo.

Tabla 12. Resultados del MANOVA para el tiempo

Dimensionalidad de la hipótesis alterna: 3								
Propiedad	Eigenvectores							Prueba t
Densidad	-0.0900	0.3589	0.0124	0.4124	0.6558	0.4790	-0.5266	0
Ductilidad	-0.0923	-0.3304	-0.1207	0.9278	-0.2235	-0.4350	-0.2692	0
Penetración	1.0583	0.4650	0.6254	0.2598	-0.2425	0.3106	0.1692	0.0000
Pto. Ablan.	0.3323	-0.8741	0.9074	0.1010	0.3072	0.0225	0.0551	0.4865
Pto. Chisp.	-0.0462	0.6505	0.1629	-0.0529	0.8665	-0.4112	0.1561	0.7711
Visc. Abso.	0.3192	0.0517	-0.9196	0.6336	0.3021	0.2027	1.1927	0.8700
Visc. Cine.	-1.4095	0.5858	0.8729	0.0070	-0.6652	-0.0740	-0.6518	0.8280

Figura 11. Análisis de clasificación del MANOVA de una vía para determinar la influencia del tiempo sobre las propiedades físicas del asfalto.



2.5.1.2.5. Influencia del tiempo sobre las composición química del asfalto.

Los resultados más importantes de análisis de varianza multivariado se resumen en la tabla 13. La dimensionalidad de la hipótesis alterna encontrada es de 2 lo cual indica que el análisis SARA de las muestras de asfalto consideradas se ve influenciado de

relevantes de cada ANOVA se resumen en la Tabla 14 y los ANOVAS completos se encuentran en el Anexo B.

Para el caso del porcentaje de asfaltenos, saturados, aromáticos y resinas, solo fue posible determinar a partir del análisis de varianza la influencia del tiempo y el tipo de asfalto debido a que dicho análisis solo se realizó para las muestras correspondientes al experimento tipo 1 (Abierto).

Además, debido a la no realización de réplicas para cada una de las corridas no fue posible estimar el posible efecto de interacción entre el tipo de asfalto y el tiempo. Los valores de P para estos ANOVAS se encuentran en la parte inferior de la Tabla 14.

Tabla 14. Valores P para el análisis de varianza de cada una de las propiedades físico-químicas del asfalto.

Factor	Penetración	Densidad	Pto. Abland.	
Asfalto	1.54e-149	4.02e-51	4.71e-38	
Experimento	7.05e-25	4.76e-02	9.18e-48	
Tiempo	1.26e-155	1.27e-03	4.42e-60	
Asfalto-Experimento	9.74e-85	3.82e-01	3.07e-12	
Asfalto-Tiempo	4.15e-04	4.60e-01	8.74e-06	
Experimento-Tiempo	4.57e-05	9.81e-01	1.26e-10	
Factor	Ductilidad	Pto Chispa	Visc. Abs.	Visc. Cin.
Asfalto	8.45e-48	5.38e-248	3.26e-26	1.19e-32
Experimento	2.45e-32	9.19e-08	2.59e-27	7.75e-39
Tiempo	8.54e-07	1.17e-73	3.46e-30	7.84e-96
Asfalto-Experimento	8.14e-11	1.24e-01	9.70e-10	2.21e-05
Asfalto-Tiempo	7.44e-04	2.38e-10	3.57e-01	3.61e-02
Experimento-Tiempo	4.12e-03	4.80e-04	8.05e-06	5.85e-10
Factor	Asfaltenos	Saturados	Aromáticos	Resinas
Asfalto	8.77e-85	7.15e-14	4.75e-09	1.70e-62
Tiempo	2.31e-100	1.87e-13	1.09e-72	1.71e-34

2.5.2.1. Penetración.

El análisis de los valores P para la penetración indican que existe un efecto principal muy fuerte del tiempo, seguido del tipo de asfalto, la interacción entre el tipo de asfalto y el tipo de experimento, el experimento en sí, la interacción entre el tipo de experimento y el tiempo y por último a la interacción entre el tipo de asfalto y el tiempo.

Estos resultados indican también que:

- Tanto el tipo de asfalto como el tipo de experimento y el tiempo, influyen de

manera significativa sobre la penetración. De ellos, el que más influye (en términos globales) es el tiempo, seguido del tipo de asfalto y por último el tipo de experimento.

- Debido a la presencia de efectos de interacción entre el tipo de asfalto y el tipo de experimento, se debe concluir también que las variaciones obtenidas en la penetración en un instante determinado y debidas al tipo de asfalto difieren de un experimento a otro o, lo que es lo mismo, las variaciones obtenidas en la penetración para un instante determinado y debidas al tipo experimento varían de un asfalto a otro.
- De igual forma, debido a la presencia de interacciones entre el experimento y el tiempo, las variaciones en la penetración para un mismo asfalto debidas al tipo de experimento difieren de un instante a otro, por lo tanto, éstas dependen del tiempo en el que se consideren.
- Por último, la presencia de un marcado efecto de interacción entre el tipo de asfalto y el tiempo indica que las variaciones obtenidas en la penetración, debida al tipo de asfalto varía con el tiempo para un mismo tipo de experimento.

2.5.2.2. Densidad.

En este caso los resultados del ANOVA reflejan que el tipo de asfalto seguido del tiempo influyen de manera significativa sobre la densidad mientras que el tipo de experimento apenas se encuentra en el umbral del 5% tomado en el ANOVA. Por otro lado, también se puede inferir que no existen efectos fuertes de interacción a un nivel de significancia por debajo del 5%.

2.5.2.3. Punto de ablandamiento.

El ANOVA para el punto de ablandamiento por el método de anillo y bola indica una influencia marcada del tiempo seguida del tipo de experimento y el tipo de asfalto. También se aprecian efectos de interacción de consideración entre estos factores. Esto indica, por ejemplo, que los cambios observados en el punto de ablandamiento de un mes a otro, dependen del tipo de asfalto y el tipo de experimento considerado. De igual forma, los cambios observados en el punto de ablandamiento de un tipo de asfalto a otro dependen del tipo de experimento y del instante de tiempo considerado.

2.5.2.4. Ductilidad.

Los resultados para la ductilidad indican que todos los efectos principales (tipo de asfalto, tipo de experimento y tiempo) influyen de manera significativa sobre la ductilidad.

Sin embargo, Influye más el tipo de asfalto seguido del tipo de experimento y por último el tiempo. También se logran apreciar (aunque no tan marcadamente) que existen efectos de interacción entre cada uno de los efectos principales.

2.5.2.5. Punto de chispa.

El análisis de varianza para el punto de chispa indica una mayor influencia del tipo de asfalto, seguida del tiempo y en menor intensidad el tipo de experimento. Además, también se logra observar una fuerte interacción entre el tipo de asfalto y el tiempo; el tipo de experimento y el tiempo; y en menor proporción, el tipo de asfalto y el tiempo.

2.5.2.6. Viscosidad absoluta.

El análisis de los valores de P para la viscosidad absoluta reflejan una marcada influencia entre cada uno de los factores principales sobre esta, así como también un marcado efecto de interacción entre cada uno de ellos con excepción del asfalto y el tiempo. Esto último indica que las variaciones en la viscosidad absoluta de un asfalto a otro son comparables a diferentes tiempos. Y además que los cambios en la viscosidad debidos al factor tiempo son comparables para cada uno de los asfaltos estudiados.

2.5.2.7. Viscosidad cinemática.

En el caso de la viscosidad cinemática se aprecia una fuerte influencia de todos los factores principales, pero en mayor proporción del tiempo, seguido del tipo de experimento y por último del tipo de asfalto. Además, también se aprecian de forma pronunciada posibles efectos de interacción entre el tipo de experimento y el tiempo así como del tipo de asfalto y el tipo de experimento; y, en menor proporción entre el tipo de asfalto y el tiempo. Es de observar el comportamiento análogo entre las dos viscosidades (absoluta y cinemática) en relación al la interacción entre el tipo de asfalto y el tiempo, sin embargo, para el caso de la viscosidad absoluta no se obtiene una influencia significativa de este efecto de interacción.

2.5.2.8. Asfaltenos.

El análisis de los valores de P para el contenido de asfaltenos indican que tanto el tipo de asfalto como el tiempo influyen de manera significativa sobre porcentaje de asfaltenos y, de esto, el que más influye es el tiempo.

2.5.2.9. Saturados.

Los valores de P del análisis de varianza para el contenido de saturados indican que tanto el tipo de asfalto como el tiempo influyen de manera significativa sobre el contenido de saturados, sin embargo, a diferencia de lo obtenido con el contenido de asfaltenos, aquí el factor de mayor peso es el tipo de asfalto

2.5.2.10. Aromáticos.

Tanto el tiempo como el tipo de asfalto influyen en la variabilidad observada en el contenido de aromáticos (Tabla 6) y al igual que en el caso del contenido de asfaltenos influye mucho más el tiempo que el tipo de asfalto.

2.5.2.11. Resinas.

En el caso de las resinas se observa un comportamiento similar al obtenido para el contenido de saturados, es decir el factor más influyente es el tipo de asfalto y el que menos influencia tiene sobre el contenido de resinas es el tiempo.

2.5.3 Síntesis de resultados de ANOVA y MANOVA. Globalmente, los MANOVAS realizados reflejan una confiabilidad de los datos obtenidos en el banco de pruebas para el envejecimiento de los asfaltos a cualquier nivel de significancia por encima del 5%. Informalmente hablando, diremos que las características físico-químicas del asfalto que se determinaron en el banco de pruebas difieren en cada uno de los factores considerados (tipo de asfalto, tipo de experimento y tiempo).

De esta forma, se comprueba que la metodología propuesta por el grupo de Investigación en Asfaltos de la Universidad Industrial de Santander, GIAS para estudiar el proceso de envejecimiento de los asfaltos colombianos arroja resultados estadísticamente diferentes; y por tanto, se puede confiar en que las diferencias observadas en las características fisicoquímicas de los asfalto estudiados realmente pueden atribuirse a los factores considerados, esto es, al tipo de asfalto, el tipo de experimento y el tiempo.

Particularmente, y a modo de resumen, se pueden destacar las siguientes resultados globales:

- El asfalto Apiay presenta un comportamiento diferente al de los demás tipos de asfalto considerados, tanto en su caracterización física como en términos de su composición química. Por otro lado, los asfaltos que más se asemejan tanto desde el punto de vista físico como químico son los asfaltos CIB y CIB con agregado.
- Los asfaltos de la refinería de Cartagena (CAR) tiene un comportamiento más parecido a los del Complejo industrial de Barranca (CIB) que a los asfaltos Apiay.

- Desde el punto de vista físico, la característica de los asfaltos que mejor permite distinguir el asfalto Apiay de los demás tipos de asfalto es el punto de chispa mientras que la penetración es la característica con la que mejor se distingue el asfalto CIB del asfalto producido en la refinería de Cartagena. Entre tanto, en términos de la composición química, el contenido de resinas y de asfaltenos son las dos características que más diferencian los asfaltos de Apiay de los demás tipos de asfalto (CIB y CAR).
- Los experimentos más parecidos fueron el semicerrado (con tapa metálica) y en depósito en los cuales las muestras de asfalto se encuentra expuestas a condiciones ambientales muy similares como se puede apreciar en la Tabla 9.
- Los asfaltos que más difieren entre sí según el tipo de experimento son los que se encuentran expuestos a condiciones ambientales extremas (experimento abierto en el que los asfaltos estaban expuestos a todos los factores del clima y el experimento cerrado en el que las muestras de asfalto se encontraban expuestas únicamente a la influencia de la temperatura ambiente). Sin embargo, a pesar de ser las más diferentes, comparadas con los demás tipos de exposición (semiabierto, semicerrado y en depósito) son las más parecidas.
- Las muestras de asfalto en el experimento semiabierto (con tapa perforada) presentan un comportamiento intermedio entre el caso extremo (abierto y cerrado) y las muestras de asfalto expuestas únicamente a la temperatura ambiente (semicerrado y en depósito). Sin embargo, se asemejan más a los asfaltos en el experimento cerrado y en depósito que a los asfaltos en los experimentos abierto y cerrado.
- Desde el punto de vista físico, las características que más influyen en el envejecimiento de los asfaltos son en orden decreciente: la penetración, la viscosidad cinemática, el punto Chispa, el punto de ablandamiento y la viscosidad absoluta
- Se observa un comportamiento atípico en el proceso de envejecimiento durante los últimos seis meses de envejecimiento atribuible, muy posiblemente, al estado tan deteriorado en el que se encontraban las muestras de asfalto en este periodo.
- Según el análisis SARA se puede concluir que el contenido de asfaltenos y en menor proporción el contenido de aromáticos son las características que mejor reflejan el proceso de envejecimiento de los asfaltos.
- El tipo de asfalto influye de manera significativa sobre cada una de las propiedades físicas del asfalto. Además, se puede decir que influye más sobre el punto de chispa, seguido de penetración, densidad, ductilidad, punto de ablandamiento, viscosidad cinemática y por último viscosidad absoluta.

- El tipo de asfalto influye de manera significativa en las variaciones observadas en la composición química del asfalto. Sin embargo, su influencia es más pronunciada en el contenido de asfaltenos seguido de los contenidos de resinas, saturados y aromáticos.
- El tipo de experimento también muestra una fuerte influencia sobre las distintas propiedades físico-químicas. Influye más sobre el punto de ablandamiento, seguidos de la viscosidad cinemática, ductilidad, viscosidad absoluta, penetración, punto de chispa y, por último y en menor intensidad la densidad.
- El tiempo influye de manera significativa y en mayor intensidad sobre la penetración seguida de la viscosidad cinemática, el punto de chispa, punto de ablandamiento, viscosidad absoluta, ductilidad, y en menor proporción la densidad.
- Se observa que el tiempo es el factor que más influye sobre la penetración, las dos viscosidades y el punto de ablandamiento; lo que indica que estas propiedades son las que mejor permiten evaluar el proceso de envejecimiento de los asfaltos. Un comportamiento análogo se observa para el contenido de asfaltenos y de aromáticos. Esto último corrobora los resultados obtenidos con el MANOVA realizado anteriormente para medir la influencia del tiempo de forma conjunta sobre todas las propiedades físicas.
- La presencia pronunciada de los distintos efectos de interacción para cada una de las propiedades solo corrobora la estrecha relación que existe entre los diferentes factores que influyen en cada una de las propiedades físico-química de los asfaltos. Sin embargo, es de anotar que no se encontró evidencia suficiente de efectos de interacción en la densidad. Esto indica que la variabilidad observada en esta propiedad y debida a un factor cualquiera (tipo de asfalto, tipo de experimento y tiempo) no depende del nivel en el que nos encontremos en los otros dos factores.

3. REGRESIÓN LINEAL MULTIPLE

3.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Durante su ciclo de vida útil el asfalto experimenta dos tipos de envejecimiento: en primer lugar, un envejecimiento rápido durante la etapa de construcción de la carpeta asfáltica y en segundo lugar un envejecimiento lento en servicio [31]. Como esta última puede tomar cerca de 10 años y puede variar según el tipo de asfalto [18, 17] resultaría de gran utilidad disponer un modelo con el cual se pueda predecir el comportamiento del asfalto durante esta etapa de envejecimiento. En este capítulo se pretende realizar una primera aproximación de la forma como se encuentran relacionadas las diferentes características del asfalto (variables dependientes) en función del tiempo y de los diferentes factores del clima (variables independientes) usando Regresión Lineal Múltiple (RLM). Debido a que se logró demostrar que el tipo de asfalto influye de manera significativa en la forma como cambian cada una de las propiedades fisicoquímicas con el tiempo (ver sección 2.5.3 Pg. 33) se realizó un estudio separado para cada uno de los tipos de asfaltos. En este trabajo se incluyen los efectos de interacción entre las distintas variables independientes (factores climáticos y el tiempo) en cada uno de los modelos hallados. Los modelos sin efectos de interacción se pueden encontrar en un trabajo publicado anteriormente por miembros del GIAS. [5, Anexo F] y en [3]. Además, se comprobará que, en general, los efectos de interacción mejoran considerablemente cada uno de los modelos de regresión.

3.2 FUNDAMENTOS DE REGRESIÓN LINEAL MULTIPLE

La regresión lineal múltiple (RLM) es una técnica estadística que permite estudiar e investigar la forma como se encuentran relacionadas dos o más variables. En general, el modelo de RLM relaciona una sola variable dependiente, Y con k variables independientes (regresores) de la forma:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \epsilon \quad (12)$$

Frecuentemente los modelos de RLM se utilizan como modelos de aproximación [27]. Esto es, cuando se desconoce la verdadera relación funcional entre la variable dependiente Y y las variables independientes. Es importante tener presente que la linealidad en el modelo de RLM se refiere a los parámetros del modelo (los betas) y no a las variables independientes. Esto permite estudiar modelos como el de la ecuación 13 con las técnicas de RLM aunque la forma de la superficie en el modelo no sea lineal.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1 x_2 + \epsilon \quad (13)$$

3.2.1 Estimación de parámetros por el método de mínimos cuadrados. Los parámetros del modelo en el modelo de RLM se pueden estimar con el método de mínimos cuadrados. Supóngase que se tienen $n > k$ observaciones, y sea x_{ij} la i -ésima observación de la variable x_j . Las observaciones son:

$$(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}, y_i), \quad i = 1, 2, \dots, n \text{ y } n > k$$

Se acostumbra presentar los datos en la RLM en una tabla tal como la 15

Tabla 15. Datos para la regresión lineal múltiple

y	x_1	x_2	\dots	x_k
y_1	x_{11}	x_{12}	\dots	x_{1k}
y_2	x_{21}	x_{22}	\dots	x_{2k}
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots
y_n	x_{n1}	x_{n2}	\dots	x_{nk}

Cada observación $(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}, y_i)$ satisface el modelo de la ecuación 12, es decir:

$$\begin{aligned} Y &= \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \epsilon_i \\ &= \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} + \epsilon_i \text{ para } i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

La función de mínimos cuadrados es:

$$\begin{aligned} L &= \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \left(y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} \right)^2 \end{aligned} \quad (14)$$

El objetivo consiste en minimizar L con respecto a $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$. Después de aplicar el método de multiplicadores de Lagrange a 14 se obtiene el sistema de ecuaciones mínimo cuadráticas 15:

$$\begin{array}{rcl}
n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_{i1} & + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^n x_{i2} + \dots + \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^n x_{ik} & = \sum_{i=1}^n y_i \\
\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_{i1} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_{i1}^2 & + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{i2} + \dots + \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{ik} & = \sum_{i=1}^n x_{i1}y_i \\
\vdots & \vdots & \vdots \\
\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_{ik} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_{ik}x_{i1} & + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^n x_{ik}x_{i2} + \dots + \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^n x_{ik}^2 & = \sum_{i=1}^n x_{ik}y_i \quad (15)
\end{array}$$

El modelo de RLM de la ecuación 12 puede expresarse en notación matricial como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \epsilon$$

donde:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones 15 se pueden escribir de forma compacta como:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\beta} = \mathbf{X}'\mathbf{y}$$

donde X' indica transpuesta de la matrix X . Por lo tanto, el estimador de mínimos cuadrados para β se obtiene de esta última ecuación matricial como:

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (16)$$

3.2.2 Análisis de varianza en la regresión lineal multiple. La prueba para la significancia de la regresión es una prueba para determinar si existe una relación lineal entre la variable respuesta y y un subconjunto de variables de regresión x_1, x_2, \dots, x_k . Las hipótesis de prueba son:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots \beta_k = 0$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0 \text{ al menos para un } j$$

El rechazo de $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots \beta_k = 0$ implica que al menos una de las variables de regresión x_1, x_2, \dots, x_k tiene una contribución significativa en el modelo. Los resultados del análisis de varianza para el modelo de regresión se suelen representar en una tabla similar a la 16. Donde n representa el número de datos y $p = k + 1$ el número de parámetros en el modelo de regresión.

Tabla 16. ANOVA para el modelo de regresión lineal múltiple

Fuente Variación	Suma de Cuadrados	Grados de Libertad	Media de Cuadrados	Estadístico F_0
Regresión	SS_R	k	MS_R	$\frac{MS_R}{MS_E}$
Error o residuo	SS_E	$n - p$	MS_B	
Total	S_{yy}	$n - 1$		

3.2.3 Procedimientos computacionales para la selección de variables. Estos procedimientos permiten seleccionar el “mejor” subconjunto de variables a partir de un conjunto mayor de variables candidatas. Es decir, permite encontrar el “mejor” subconjunto de variables independientes con el cual se puede predecir la variable respuesta o dependiente. Dentro de los procedimientos más utilizados se encuentran:

Todas las regresiones posibles: Este procedimiento requiere que el analista encuentre todas las ecuaciones de regresión tomando una variable candidata, luego todas las ecuaciones de regresión tomando dos variables candidatas, y así sucesivamente. El siguiente paso es evaluar estas ecuaciones de acuerdo con algún criterio adecuado para seleccionar el “mejor” modelo de regresión.

Regresión por pasos: Es probablemente la técnica de selección de variables más utilizada. El procedimiento construye de manera iterativa una secuencia de modelos de regresión mediante la adición o eliminación de variables en cada paso. El criterio para añadir o eliminar una variable en cualquier paso se expresa de manera usual en términos de la prueba parcial F

Selección directa: Este procedimiento es una modificación de la regresión por pasos; se basa en el principio de que las variables de regresión deben añadirse una a la vez, hasta que ya no haya variables candidatas que produzcan un aumento significativo en la suma de los cuadrados de regresión.

Eliminación hacia atrás: Este algoritmo comienza con todas las K variables de regresión candidatas del modelo. Y se van eliminando, paso a paso, las variables

que no contribuyen de manera significativa en mejorar el modelo. El criterio de eliminación de variables también se basa en la prueba parcial F.

3.3 METODOLOGÍA EMPLEADA

Ya en trabajos anteriores [5, 3, 2] se usó el procedimiento de “Todas las regresiones posibles” con ayuda del paquete estadístico STATGRAPHIS PLUS para encontrar el “mejor” modelo de regresión para cada una de las propiedades fisicoquímicas del asfalto en función de los diferentes factores climáticos. Sin embargo, en estos trabajos no se tuvieron en cuenta las fuertes interacciones que, se sabe existen, entre las distintos factores del clima. Es por eso que en este trabajo se hace uso de la técnica de “regresión por pasos” incluyendo los posibles efectos de interacción entre variables y, se proba que, en general, los modelos de regresión con efectos de interacción mejoran considerablemente con respecto a aquellos que no los incluyen.

Los modelos que incluyen efectos de **interacción** también pueden analizarse con los métodos de regresión lineal múltiple. Una Interacción entre dos variables puede representarse en el modelo por un término formado por un producto cruzado, tal como

$$Y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \beta_{12}x_1x_2 + \epsilon \quad (17)$$

si se hace $x_3 = x_1x_2$ y $\beta_{12} = \beta_3$ la ecuación 17 puede escribirse como:

$$Y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \beta_3x_3 + \epsilon$$

que es un modelo de regresión lineal.

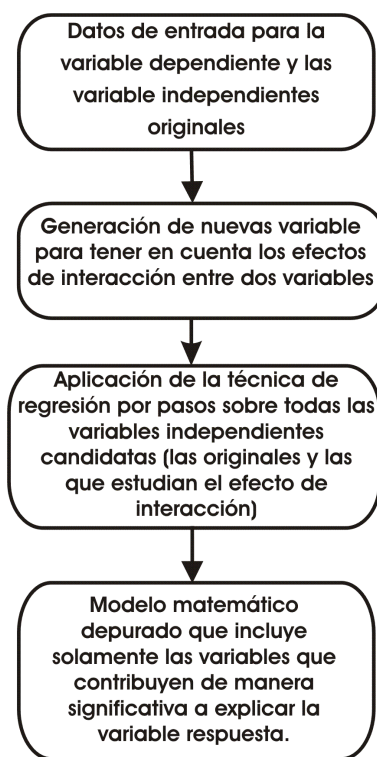
Si se incluyen todos los efectos de interacción entre dos variables en el modelo de RLM entonces se obtiene un modelo con demasiados términos, muchos de los cuales no son significativos desde el punto de vista estadístico. Por ejemplo, si se incluyen todos los efectos de interacción en un modelo que contiene inicialmente 10 variables independientes se obtiene un modelo con 65 variables independientes el cual resulta completamente inmanejable en los paquetes estadísticos actuales ¹. Otro problema serio que se presenta cuando se propone un modelo con tantos términos es la necesidad de contar con un gran número de datos experimentales para la estimación de sus parámetros, así, con 65 variables (66 parámetros por hallar, incluido el término independiente) se necesitan al menos 66 datos. Sin embargo, con 66 datos solamente no es posible realizar ningún tipo de análisis estadístico al modelo debido a que no se cuenta con ningún grado de libertad para estimar los errores aleatorios. Además de todo esto, un modelo que involucre tal cantidad de parámetros resulta muy difícil de manejar e interpretar.

¹A modo de ejemplo se ilustra el hecho de que la herramienta de regresión incorporada en MS Excel XP solo permite manejar 16 variables independientes y en el paquete estadístico STATGRAPHIS PLUS versión 5.0 solo 26 variables independientes en la técnica de “**todas las regresiones posibles**”

Particularmente, en este trabajo se pretende correlacionar cada una de las propiedades fisicoquímicas del asfalto en función de los diferentes factores del clima (temperatura del aire, humedad relativa, presión, velocidad del viento, precipitaciones, radiación global, radiación UVA, radiación UVB y radiación UVC) y el tiempo. Sin embargo, como solo se cuenta con 43 datos experimentales y 65 términos a evaluar (Las 10 variables independientes y sus interacciones) se propone el uso de la técnica de **“regresión por pasos”**, una técnica estadística que permita encontrar un modelo que incluye solamente los términos que contribuyen de manera significativa.

Debido a las dificultades encontradas con el manejo de tal cantidad de variables en los paquetes estadísticos utilizados ² fue necesario programar una rutina especializada para la **“regresión por pasos”** que permitiera manejar el número de variables que fuera necesario. La programación de tal rutina se hizo en Visual Basic para Aplicaciones (VBA) en MS Excel XP basándose en un algoritmo encontrado en la literatura [29]. La metodología empleada se resume en la figura 13

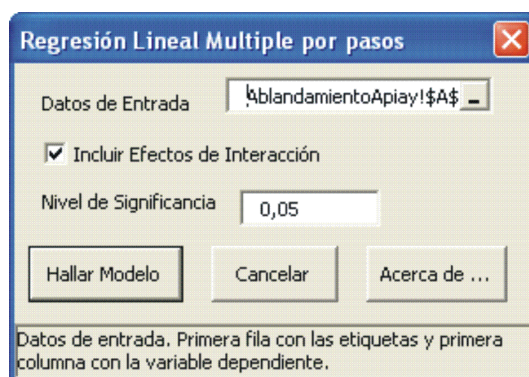
Figura 13. Metodología empleada para obtener el modelo de regresión con interacciones de dos variables



La rutina desarrollada en MS Excel Visual Basic para la **“regresión por pasos”** (figura 14) requiere fundamentalmente tres campos de entrada:

²Se uso STATGRAPHIS PLUS, las herramientas para análisis de Datos de MS Excel, SPSS 11, Minitab y Matlab

Figura 14. Rutina en MS Excel Visual Basic para la técnica de “Regresión por pasos”



Datos de Entrada: para este campo se uso un control RefEdit de Visual Basic. Corresponde a la matriz de datos experimentales. La primera fila debe corresponder con la etiqueta de las variables y la variable dependiente se debe corresponder con la primera columna del rango de datos seleccionado en el RefEdit.

Incluir efectos de interacción En esta casilla de verificación se define si se quiere o no incluir los efectos de interacción entre dos variables.

Nivel de significancia: En este campo se especifica el nivel de significancia para la entrada o salida de variables al modelo de regresión. El valor por defecto es del 5 %

3.4 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Debido a la influencia del tipo de asfalto en el cambio de las propiedades fisicoquímicas del asfalto encontrado en el análisis de varianza univariado y multivariado (Capítulo 2, Pg. 11) se hace necesario encontrar un modelo de regresión diferente para cada asfalto y cada propiedad fisicoquímica medida. Los resultados obtenidos en STATGRAPHIS PLUS 5.0 para los modelos lineales sin efectos de interacción se encuentran publicados en un trabajo anterior [5, Anexos E y F]. En el presente trabajo el interés recae en los modelos obtenidos con base en la metodología propuesta y la rutina desarrollada en VBA para la regresión por pasos. (figura 14).

Los resultados más importantes de cada modelo se reportan en el apéndice C

3.4.1 Asfalto APIAY. Los modelos de regresión para cada una de las propiedades fisicoquímicas se encuentran en el apéndice C.1 y de este apéndice se elaboro la tabla 17, la cual resume los estadísticos más importante de los modelos de regresión para el asfalto Apiay ordenando los modelos de mayor a menor $R_{Ajustado}^2$. A partir de

Tabla 17. Resumen de los estadísticos más importantes para los modelos del asfalto Apiay

Propiedad	Valor P	R^2	$R^2_{Ajustado}$	SSE
Viscosidad Absoluta	1,12E-11	95,30	93,38	1293952,88
Asfaltenos	9,85E-16	84,30	83,51	243,12
Viscosidad Cinemática	1,41E-11	82,15	81,55	26673,17
Penetración	4,25E-13	80,72	79,24	741,56
Aromáticos	1,05E-11	79,30	77,12	529,73
I.I.C.	1,05E-08	69,63	66,44	1,19
Saturados	3,11E-04	41,74	37,26	328,81
Ablandamiento	1,67E-05	36,71	36,71	208,24
Resinas	5,17E-04	25,73	25,73	316,76
Densidad	5,57E-03	22,86	20,97	0,0011

los resultados de esta tabla se puede concluir que las propiedades del asfalto Apiay que mejor se logran explicar con los modelos propuestos son: la viscosidad Absoluta, el contenido de asfaltenos, la viscosidad cinemática y en menor porcentaje la penetración y el contenido de aromáticos. En cada uno de estos modelos se logra explicar con el modelo correspondiente más del 70 % de la variabilidad observada en la variable respuesta únicamente con términos estadísticamente significativos. El mejor modelo de regresión obtenido con la técnica de regresión por pasos corresponden al de la viscosidad absoluta:

$$ViscosidadAbsoluta = 159243,3450 + (17,0709 * Mes * U.V.A.) + (-47,7265 * Mes * V.V.) + (0,2245 * Precip. * U.V.C.) + (1,9830 * Mes^2) + (-18,20428 * Presion^2) + (-36384,7316 * U.V.B.) + (388,02267 * Presion * U.V.B.) + (1,6666 * Rglobal * U.V.B.) + (-0,14790 * Presion * Rglobal) + (3,4237 * HR * U.V.B.)$$

con un $R^2_{Ajustado}$ de 93,38 %

Que comparado con el modelo lineal sin efectos de interacción para la misma propiedad y el mismo asfalto:

$$ViscosidadAbsoluta = -6297,6 + 5,48687 * HR + 107,553 * Mes + 1,30708 * Precip. + 709,304 * Presion + 1,18682 * Rglobal - 23,0586 * Taire + 920,714 * U.V.A. - 379,227 * U.V.B. + 211,353 * U.V.C. - 1026,99 * V.V.$$

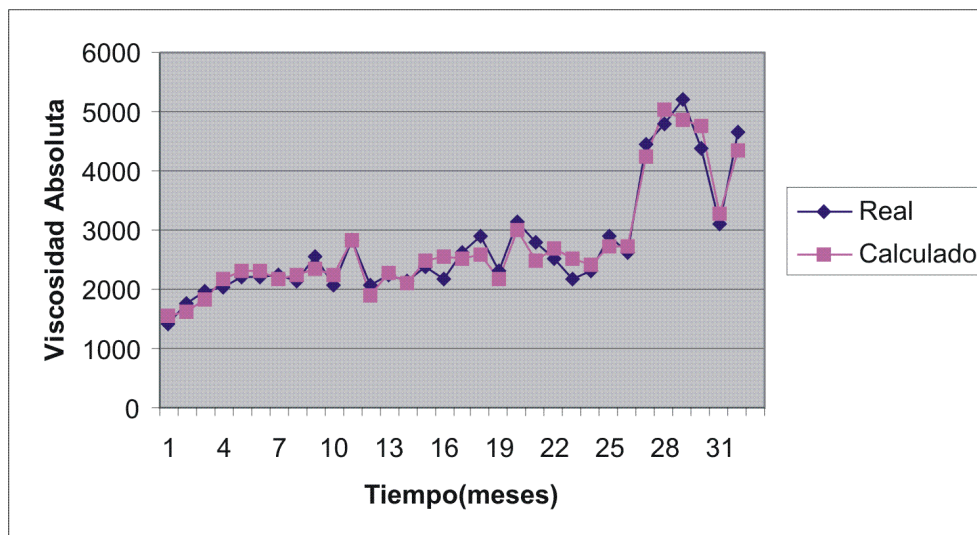
el cual solo tiene un $R^2_{Ajustado}$ de 81,28 % ³

En ambos casos, se cuentan con modelos que solo contienen términos que contribuyen de manera significativa, sin embargo, el modelo con efectos de interacción logra explicar mucho mejor la viscosidad absoluta del asfalto Apiay que el que no los tiene. Los resultados del modelo con efectos de interacción se muestran en la figura 15.

La tabla 18 muestra los coeficientes de correlación ajustados ($R^2_{Ajustado}$) para los mo-

³los detalles sobre este modelo lineal se encuentran en el trabajo de tesis [5]

Figura 15. Resultados del modelo de regresión con efectos de interacción para viscosidad absoluta del asfalto Apiay



delos de 9 propiedades fisicoquímicas del asfalto Apiay con efectos de interacción y sin ellos. De esta comparación se puede inferir que, en general, los modelos con efectos de interacción arrojan mejores resultados que aquellos que no los tienen.

Debido a que en la metodología empleada para la construcción de cada uno de los modelos solamente se agregan aquellas variables que realmente contribuyen de manera significativa a explicar la variable respuesta; la sola presencia de una factor climático en un modelo, para una propiedad cualquiera, implica su importancia a la hora de explicar los cambios observados en dicha propiedad. De esta forma, se destaca el hecho que el tiempo, la radiación UVB y la presión son los factores que mejor explican los cambios observados globalmente en las características fisicoquímicas del asfalto Apiay; mientras que, la humedad relativa, la temperatura del aire y las precipitaciones pluviométricas son los factores que menos contribuyen.

Los modelos para las demás propiedades fisicoquímicas del asfalto Apiay se encuentran en el Apéndice C.1 y en la figura 30 del mismo apéndice se da un bosquejo gráfico del valor calculado vs. el valor experimental para cada una de las propiedades fisicoquímicas del asfalto Apiay.

3.4.2 Asfalto CIB. Los resultados más importantes de los modelos de regresión para predecir cada una de las propiedades fisicoquímicas del asfalto CIB se encuentran en el apéndice C.2. De este apéndice se extrajeron los datos de la tabla 19 los valores P de cada ANOVA, el coeficiente de correlación múltiple normal y ajustado (R^2 y $R^2_{Ajustado}$) y la suma de los cuadrados de los errores (SSE). En general se puede apreciar que cuanto mayor es el porcentaje de variabilidad explicada por el modelo propuesto (mayor R^2)

Tabla 18. $R^2_{Ajustado}$ para los modelos de regresión con efectos de interacción y sin efectos de interacción para el asfalto Apiay

Propiedad	Sin interacción	Con interacción
Penetración	70,35	79,24
Pto. ablandamiento	33,35	36,71
Densidad	8,34	20,97
Viscosidad Absoluta	77,43	93,38
Viscosidad Cinemática	71,68	81,55
% Asfaltenos	79,16	83,51
% Aromáticos	68,47	77,12
% Resinas	21,36	25,73
I.I.C.	54,77	66,44

mayor es el nivel de significancia global (menor valor P en el ANOVA correspondiente). Con base en los resultados de las tabla 19 nos llevan a la conclusión de que las características fisicoquímicas del asfalto Barranca que mejor se explican con los modelos propuestos son el contenido de asfaltenos, la viscosidad absoluta, el contenido de aromáticos, la viscosidad cinemática, el contenido de resinas y la penetración. Para cada una de estas propiedades se logra explicar más del 80 % de su variabilidad con su respectivo modelo.

Tabla 19. Resumen de los estadísticos más importantes para los modelos del asfalto Barranca

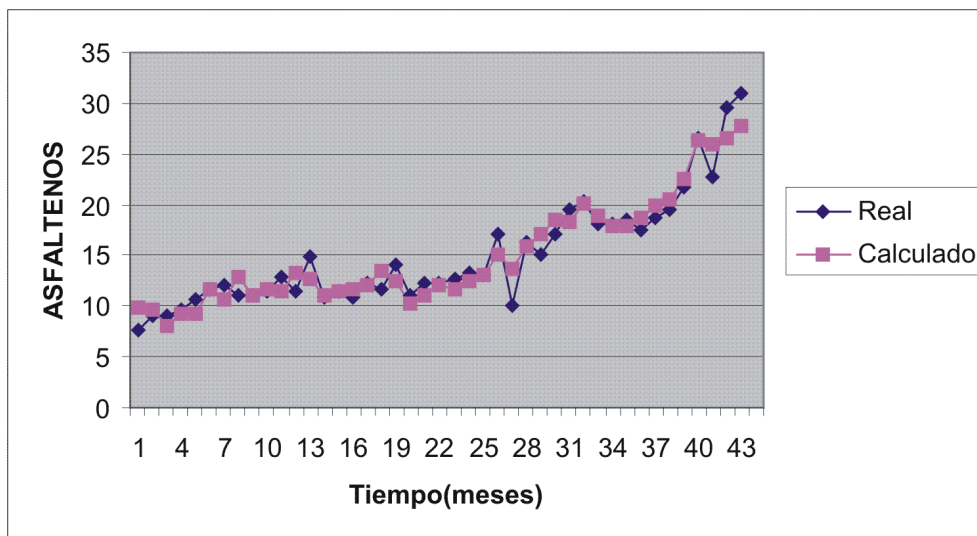
Propiedad	Valor P	R^2	$R^2_{Ajustado}$	SSE
Asfaltenos	1,63E-18	92,26	91,21	94,88
Viscosidad Absoluta	3,91E-14	90,04	89,35	1154308,11
Aromáticos	2,99E-16	89,63	88,22	334,32
Viscosidad Cinemática	1,00E-12	89,32	88,18	17451,16
Resinas	2,15E-12	84,53	81,96	147,29
Penetración	4,40E-13	82,62	80,79	908,91
I.I.C.	1,16E-11	77,00	75,24	0,29
Densidad	4,77E-05	47,54	43,51	0,00019
Ablandamiento	1,41E-04	35,81	34,24	120,97
Saturados	7,41E-02	7,57	7,57	306,24

El mejor modelo para el asfalto Barranca corresponde al del contenido de asfaltenos: $ASFALTENOS = -102,0226 + (1,0043E - 02 * Mes^2) + (1,569E - 02 * Presion^2) + (-1,4862E - 03 * Taire * Rglobal) + (2,8712E - 03 * Rglobal * U.V.B.) + (-2,4124E - 04 * Mes * Precip.) + (-3,6731E - 02 * Taire * U.V.B.)$ con un $R^2_{Ajustado}$ de 92,26 %.

La figura 16 muestra el nivel de concordancia entre el valor experimental y el calculado

con este modelo. Los modelos para las demás propiedades se encuentran en el apéndice C.2 y el nivel de concordancia entre el valor real y el calculado para cada una de las propiedades fisicoquímicas del asfalto CIB se muestra en la figura 31 del mismo apéndice.

Figura 16. Resultados del modelo de regresión para el contenido de Asfaltenos del asfalto Barranca



La tabla 20 muestra el coeficiente de correlación ajustado para los modelos de 9 propiedades del asfalto CIB con y sin efectos de interacción entre variables. Estos resultados ponen en evidencia la mejora sustancial que se obtiene en cada uno de los modelos lineales al incluir efectos de interacción entre los diferentes factores climáticos.

Tabla 20. $R^2_{Ajustado}$ para los modelos de regresión con efectos de interacción y sin efectos de interacción para el asfalto CIB

Propiedad	Sin interacción	Con interacción
Penetración	78,11	80,79
Pto. de ablandamiento	22,82	34,24
Densidad	18,01	43,51
Viscosidad Absoluta	83,96	89,35
Viscosidad Cinemática	81,63	88,18
% Asfaltenos	88,82	91,21
% Aromáticos	81,55	88,22
% Resinas	61,57	81,96
I.I.C.	67,52	75,24

En este caso, ningún factor climático predomina sobre los demás, a excepción del tiempo.

3.4.3 Asfalto Cartagena. Los distintos modelos para el asfalto Cartagena se encuentran en el apéndice C.3 a partir del cual se genero la tabla 21. En este caso, el mejor modelo corresponde a la viscosidad cinemática con un $R^2_{Ajustado}$ de 98.2 el cual representa el porcentaje de variabilidad explicado con el modelo propuesto; el restante 1.8 % corresponde a otras variables que no han sido tenidas en cuenta en el modelo.

Propiedad	Valor P	R^2	$R^2_{Ajustado}$	SSE
Viscosidad Cinemática	5,37E-13	98,22	97,09	2459,09
Asfaltenos	1,06E-19	90,19	89,70	108,66
Penetración	6,61E-12	79,83	77,70	688,39
I.I.C.	1,28E-12	79,56	77,99	0,30
Aromaticos	5,03E-14	78,37	77,84	576,06
Viscosidad Absoluta	8,45E-08	67,48	66,39	4145801,29
Resinas	1,22E-07	58,80	56,74	198,72
Ablandamiento	9,70E-07	49,96	48,74	79,2558
Saturados	2,81E-05	49,06	45,14	243,06
Densidad	1,11E-02	14,73	14,73	0,00063

Tabla 21. Resumen de los estadísticos más importantes para los modelos del asfalto Cartagena

Se observa además, que el contenido de asfaltenos también se logra predecir de forma satisfactoria, explicándose el 90,19 % de su variabilidad con el modelo propuesto. Las figuras 17 y 18 muestran el grados de concordancia entre el valor real y el calculado para estas dos propiedades.

Entre tanto, la tabla 22 muestra los coeficientes de correlación ajustados para los modelos de cada una de las propiedades del asfalto Cartagena; en la segunda columna para los modelos lineales sin efectos de interacción y en la tercera para los modelos con efectos de interacción. En general, los resultados de esta tabla muestran la importancia de incluir efectos de interacción entre los diferentes factores climáticos y el tiempo (variables independientes) para lograr una mejor predicción en el cambio de las propiedades fisicoquímicas del asfalto Cartagena.

Las variables que más predominaron en los modelos de regresión para este asfalto fueron el tiempo, seguido de la presión, radiación ultravioleta tipo C, la presión, la radiación global y la velocidad del viento con la misma frecuencia.

3.4.4 Asfalto CIB+Agregado. Los resultados más relevantes de los modelos de regresión encontrados con la técnica de regresión pos pasos para el asfalto CIB+Agregado se encuentran en el Apéndice C.4. De este apéndice se construyó la tabla 23 la cual contiene los estadísticos más importantes de cada uno de los modelos. Para este tipo de asfalto se logró obtener modelos que explican más del 80 % de la varia-

Figura 17. Resultados del modelo de regresión para la viscosidad cinemática del asfalto Cartagena

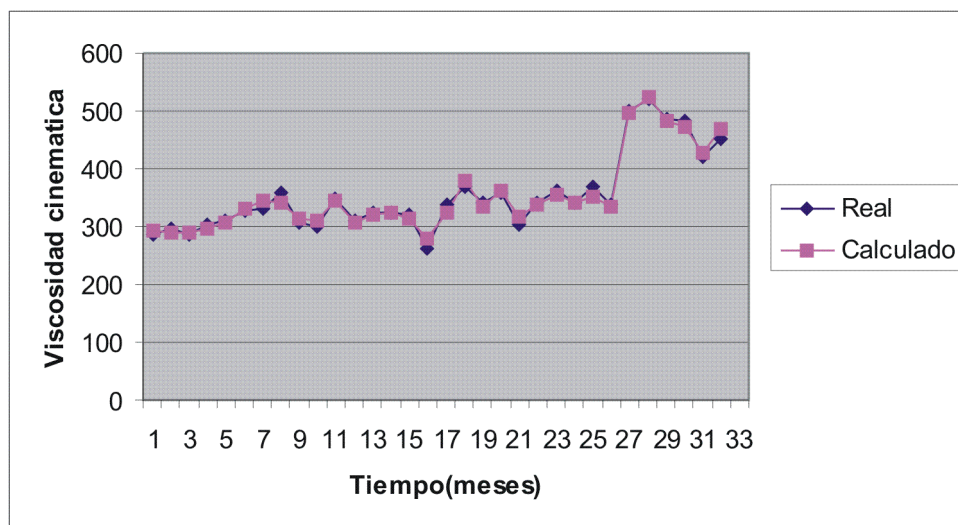
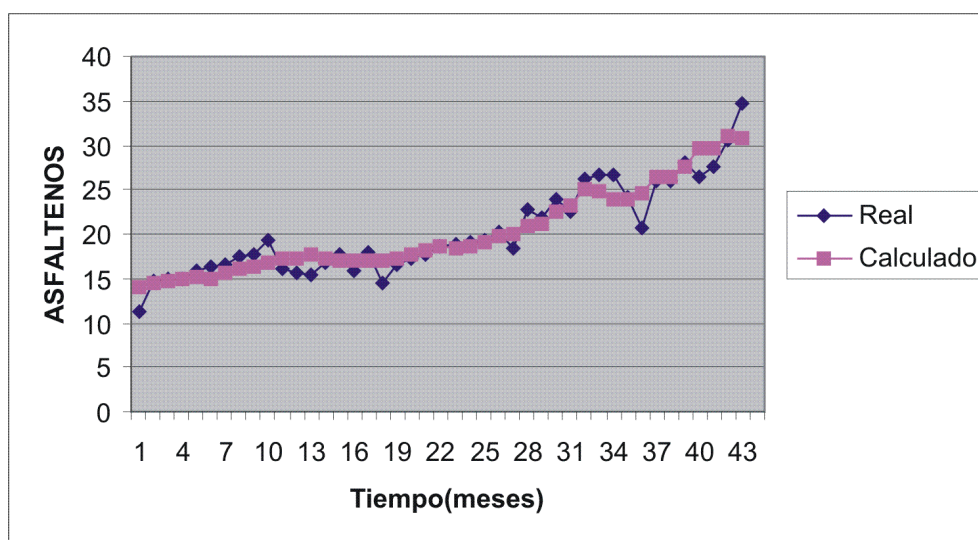


Figura 18. Resultados del modelo de regresión para el contenido de Asfaltenos del asfalto Cartagena



bilidad encontrada para la penetración, el contenido de aromáticos, las dos viscosidades, el índice de inestabilidad coloidal y el contenido de asfaltenos.

En la figura 33 del apéndice C.4 se muestran los valores experimentales vs calculados para cada una de las propiedades fisicoquímicas de este asfalto.

y en la tabla 24 se aprecia la diferencia entre los $R^2_{Ajustado}$ para los modelos sin efectos de interacción entre variables y aquellos que si los tienen. Y, al igual que con los otros

Propiedad	Sin interacción	Con interacción
Penetración	71,43	77,70
Pto. de ablandamiento	41,97	48,74
Densidad	9,16	14,73
Viscosidad Absoluta	61,88	66,39
Viscosidad Cinemática	70,48	97,09
% Asfaltenos	87,65	89,70
% Aromáticos	72,37	77,84
% Resinas	42,77	56,74
I.I.C.	69,66	77,99

Tabla 22. $R^2_{Ajustado}$ para los modelos de regresión con efectos de interacción y sin efectos de interacción para el asfalto Cartagena

Propiedad	Valor P	R^2	$R^2_{Ajustado}$	SSE
Penetración	3,30E-24	96,28	95,78	246,12
Aromáticos	1,29E-18	93,27	92,15	200,59
Viscosidad Cinemática	2,37E-14	93,21	92,21	26575,51
Viscosidad Absoluta	7,50E-14	89,56	88,84	4634959,30
I.I.C.	5,40E-15	87,79	86,14	0,20
Asfaltenos	2,30E-14	85,22	83,66	228,31
Resinas	5,85E-12	72,56	71,89	170,45
Ablandamiento	4,87E-09	65,17	63,42	131,1196
Densidad	5,65E-07	51,29	50,10	0,00026
Saturados	7,83E-04	34,63	31,36	379,01

Tabla 23. Resumen de los estadísticos más importantes para los modelos del asfalto CIB+Agregado

asfaltos, también se obtiene una mejora sustancial en los modelos (un mayor porcentaje de variabilidad explicada) al incluir efectos de interacción entre las distintas variables involucradas.

Para este asfalto, también se aprecia un dominio del tiempo en los distintos modelos de regresión, seguido de la velocidad del viento, la radiación tipo C y, en menor proporción, la temperatura del aire, la presión y radiación tipo A.

3.4.5 Resumen de Resultados Se encontraron 10 modelos para cada tipo de asfalto, uno para cada propiedad fisicoquímica. Debido a que la técnica de Regresión por pasos solamente incluye en los modelos aquellos términos que contribuyen significativamente, la sola presencia de un factor climático en el modelo de una propiedad cualquiera indica la importancia de esta factor para explicar dicha propiedad.

Propiedad	Sin interacción	Con interacción
Penetración	88,17	95,78
Pto. de ablandamiento	59,59	63,42
Densidad	41,38	50,10
Viscosidad Absoluta	82,34	88,84
Viscosidad Cinemática	80,05	92,21
% Asfaltenos	74,86	83,66
% Aromáticos	86,14	92,15
% Resinas	75,12	71,89
I.I.C.	68,51	86,14

Tabla 24. $R_{Ajustado}^2$ para los modelos de regresión con efectos de interacción y sin efectos de interacción para el asfalto CIB+Agregado

Por esta razón se determinó el número de veces que aparecen cada uno de los factores climáticos en todos los modelos de regresión. Estos resultados se resumen en la tabla 25

Factor	Frecuencia
Tiempo	88
Presion	34
VV	31
UVC	31
UVA	24
UVB	20
Rad. Global	19
H. R.	19
T. Amb.	18
Precipitaciones	14

Tabla 25. Frecuencia de los factores climáticos en los modelos de Regresión. (Los términos con factores cuadráticos se incluyeron dos veces en el conteo de la frecuencia para cada factor climático.)

En la figura 19 se muestran esquemáticamente las frecuencia de los factores climáticos globalmente. En la esquina superior izquierda se encuentra el número de veces que aparece cada factor en todos los modelos de regresión; en la parte superior derecha se encuentran las frecuencias ponderadas con respecto al orden de importancia de cada factor, determinado a partir del estadístico P; en la parte inferior izquierda se dan las frecuencias ponderadas con respecto al logaritmo del estadístico P y en la parte inferior derecha se incluye además el efecto del nivel de variabilidad de cada factor a partir del coeficiente de variabilidad. Los resultados de la figura 19 indican que los factores climáticos de mayor importancia, desde el punto de vista estadístico, para explicar las diferentes propiedades fisicoquímicas del asfalto son en orden decreciente:

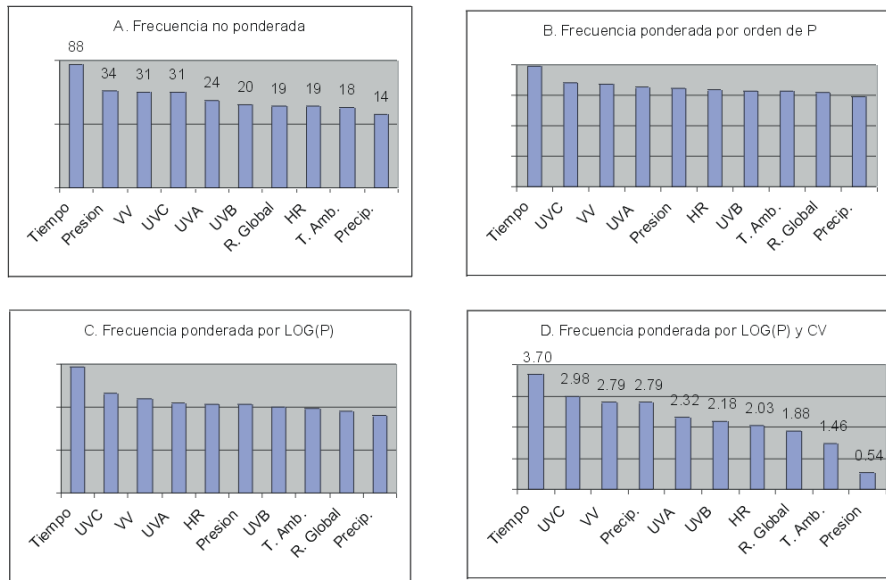


Figura 19. Frecuencia de los factores climáticos en los modelos de Regresión. (A. Frecuencia absoluta. B. Frecuencia ponderada por el orden del estadístico P. C. Frecuencia ponderada por el $\log(P)$. D. Frecuencia ponderada por el $\log(P)$ y el coeficiente de variación (CV))

el tiempo, la radiación ultravioleta del tipo C (UVC), la velocidad del viento (VV), la precipitaciones planimétricas (Precipit), Radiación ultravioleta tipo A y B (UVA y UVB), la humedad relativa (HR), Radiación Global (RGlobal), Temperatura ambiente (Temp) y, finalmente la presión atmosférica.

4. ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES y CLASIFICACIÓN

4.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Uno de los aspectos más importantes que hace complicado estudiar el envejecimiento es el hecho éste se ve reflejado no en el cambio de una sola característica fisicoquímica del asfalto si no en la forma como cambian todas ellas con el tiempo. Varios investigadores concuerdan con el hecho de que la viscosidad y el contenido de asfaltenos [15], entre otras, son las características mas adecuadas para estudiar el envejecimiento de los asfaltos; sin embargo, no existe ningún estudio en el que se apoye este hecho desde el punto de vista matemático. En el presente trabajo se utiliza la técnica de Análisis de Componentes Principales (ACP) para determinar las características más adecuadas para estudiar el proceso de envejecimiento de los asfaltos.

Otro factor que dificulta estudiar el envejecimiento es lo estrechamente relacionadas que se encuentran las variables que intervienen en el proceso de envejecimiento. Así, las variables utilizadas para estudiar el proceso de envejecimiento suministran, en cierta medida, información redundante para estudiar el fenómeno. Sin embargo, debido a que no se conoce a ciencia cierta estas relaciones no es posible reducir la cantidad de variables que intervienen en el proceso de envejecimiento. La técnica de ACP transforma el conjunto de variables correlacionadas originales en uno nuevo no correlacionadas y ordenadas según su contribución con respecto a la variabilidad total presente en los datos originales. Esto hace posible reducir el número de variables que intervienen en el proceso de envejecimiento y de esta forma hacer más sencillo su estudio.

Finalmente el análisis de clasificación permite determinar las muestras de asfalto que tienen características similares cuando esto no resulta sencillo verlo en los datos originales. En este estudio se ha utilizado de forma combinada tanto con MANOVA como con ACP para una mejor comprensión de los resultados obtenidos con estas dos técnicas.

4.2 ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES (ACP)

4.2.1 Fundamento. En el análisis de componentes principales se usa un procedimiento matemático que transforma un conjunto de variables respuesta correlacionadas en un nuevo conjunto de variables no correlacionadas conocidas como componentes principales. El análisis de componentes principales se puede hacer sobre la matriz de varianza-covarianza de la matriz de datos originales o sobre la matriz de correlación, esto depende de si las variables medidas en cada individuo han sido medidas en la misma escala o no; raramente, las variables recientemente creadas pueden interpretarse. No obstante el ACP es extremadamente útil sin importar si se pueden interpretar o no la nuevas variables.[21, Pg. 3]

La técnica de ACP tiene en cuenta solo los componentes principales que contribuyen con una gran variabilidad con respecto al total. Así, en el ACP normado, se recomienda incluir aquellos componentes principales cuya contribución sea superior a 1 (por lo menos se pueden representar a si mismos) y excluir los demás [28, 13]. Esto último es lo que hace posible estudiar el problema en el plano generado por los dos componentes principales que mayor contribuyen con la inercia o variabilidad total de la nube de datos (primer plano factorial).

4.2.2 Software utilizado. Para esta parte del trabajo se hizo uso del programa de origen francés, SPAD 3.5 ¹, el cual permite estudiar y analizar los datos desde dos puntos de vista [28, 13]: en primer lugar, permite detectar las diferencias existentes entre los individuos o unidades experimentales (muestras de asfalto) y en segundo lugar las relaciones existentes entre las variables originales (propiedades fisicoquímicas de los asfaltos) y con las nuevas variables (componentes principales). A continuación se comentan brevemente estas dos alternativas y el uso de elementos ilustrativos en ACP:

4.2.3 Análisis de la nube de individuos. En ACP la representación de los individuos se hace colocando los ejes en el centro de gravedad. Las coordenadas de cada uno se obtienen restándole su promedio y dividiéndolo entre su desviación típica. De esta forma, dos individuos son “parecidos” si su distancia (euclidiana) es pequeña y son diferentes si su distancia es grande. Es importante, antes de sacar alguna conclusión, mirar si los individuos que se comparan en un determinado plano factorial están o no bien representados en dicho plano pues lo que se ve es la proyección del individuo al plano y no el individuo mismo. Como regla (aunque no general) los individuos cercanos

¹Web: <http://cisia.com>

al centro de gravedad en un plano factorial cualquiera no se encuentran muy bien representados en dicho plano y aquellos bien alejados si lo están.

4.2.4 Análisis de la nube de variables. En el caso de las variables estas se representan como vectores (flechas) con punto inicial en el centro de gravedad de la nube de variables y punto terminal en la hiperesfera de radio uno. Ahora, lo que se hace es proyectar estas flechas a los respectivos planos factoriales. Esta proyección ocasiona una pérdida en la calidad de la información que se ve reflejada en la longitud de la flecha: uno para variables muy bien representadas y menos de uno para variables no tan bien representadas. Dicho de otra forma: los vectores de las variables con magnitud cercana a uno en algún plano factorial son las que se encuentran mejor representadas y aquellas con longitud muy diferente a uno no están muy bien representadas en dicho plano.

Por otro lado, el diagrama de las variables es construido de tal suerte que el ángulo entre dos flechas (variables) sea un indicativo del grado de relación entre estas variables. Así, si dos variables bien representadas en algún plano factorial cualquiera forman un ángulo cercano a cero se encuentran fuertemente correlacionadas, si el ángulo es cercano a 90° no se encuentran correlacionadas y si es cercano a 180° presentan una alta correlación negativa. Esta misma interpretación se puede hacer entre las variables y los ejes factoriales.

4.2.5 Elementos suplementarios o ilustrativos. Otro aspecto importante con el que cuenta SPAD es la posibilidad de agregar elementos suplementarios o ilustrativos (individuos, variables continuas y variables nominales) sobre los planos construidos en el ACP. Los elementos suplementarios permiten explorar asociaciones con los elementos activos y enriquecer el análisis. Los elementos que participan en el análisis se denominan activos. El caso de ACP son variables continuas activas e individuos activos.

4.2.6 Datos Considerados. Debido a la heterogeneidad en la escala de las variables medidas a cada una de las muestras de asfalto se ha usado un ACP normado, es decir con base en la matriz de correlaciones. En cada caso de estudio se hace referencia a los individuos (muestras de asfaltos) con un nombre de 4 caracteres: los primeros dos caracteres corresponden al tipo de asfalto (AP = Apiay, CA = Cartagena, CI = CIB y CG = CIB + Agregado) y los dos últimos al mes.

Específicamente, se tomaron las 11 propiedades fisicoquímicas como variables continuas activas (penetración, densidad, punto de ablandamiento, ductilidad, punto de chispa, viscosidad absoluta, viscosidad cinemática, contenido de asfaltenos, saturados, aromáticos y resinas), y el tiempo medido en meses de envejecimiento como variable ilustrativa (mes) para todos los tipos de asfalto (Apiay, CIB, Cartagena y CIB + agregado) en el

experimento tipo 1 (Abierto). Además se incluyó una variable categórica para discriminar las muestras de asfalto según su procedencia (tipo de asfalto) De los 43 meses de estudio se consideraron solo aquellas muestras de asfalto sin datos faltantes, esto es, 116 muestras (30 muestras de asfalto Apiay, 29 CIB, 29 CAR y 28 CIB + agregado)

4.3 ANÁLISIS DE CLASIFICACIÓN

Una forma de sintetizar la información contenida en una tabla multidimensional es mediante la conformación y caracterización de grupos. Los grupos o clases se conforman de manera que los elementos dentro de cada grupo sean lo más homogéneos posibles y que, en cambio, los elementos de diferentes grupos sean lo más diferentes posibles. [28]

Los métodos de clasificación se dividen en jerárquicos y no jerárquicos. En los no jerárquicos el número de clases se establece previamente y el algoritmo de clasificación asigna los individuos a las clases, partiendo de algunos valores iniciales y buscando optimizar algún criterio establecido de antemano. En la clasificación jerárquica se construye un “árbol” o “dendrograma”², cuyas ramas terminales representan a cada uno de los individuos y el tronco es la clase conformada por todos los individuos. Los métodos de clasificación requieren de una definición de la distancia o un índice de disimilitud entre los elementos que se van a clasificar. Si las variables son de tipo continuo la distancia más utilizada es la euclidiana canónica: $d(i, l) = \sum_j (x_{ij} - x_{lj})^2$

Los dos métodos que se combinan para lograr grupos homogéneos desde el punto de vista estadístico son: el método de centros móviles usando la distancia euclidiana y el método de Ward de clasificación jerárquica aglomerativa. [28, 13]

4.4 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Los resultados del Análisis de Clasificación en Spad 3.5 se encuentran en los Apéndice D.

La matriz de correlación muestra una fuerte dependencia entre las diferentes variables, indicando la existencia de datos redundantes (Tabla 26). La correlaciones más elevadas fueron para las dos viscosidades (0.85) seguido de asfaltenos-aromáticos (-0.83), viscosidad absoluta - aromáticos (-0.75), viscosidad cinemática - aromáticos (-0.74), viscosidad absoluta - asfaltenos (0.70), densidad - punto de chispa (-0.69) y penetración - punto de ablandamiento (-0.69), indicando una alta correlación entre estas variables.

²Del griego dendron = árbol

Tabla 26. Matriz de Correlación

	Pene	Dens	PtoA	Duct	PtoC	VisA	VisC	Asfa	Satu	Arom	Resi
Pene	1.00										
Dens	-0.29	1.00									
PtoA	-0.69	0.10	1.00								
Duct	0.11	-0.48	-0.09	1.00							
PtoC	0.18	-0.69	0.00	0.28	1.00						
VisA	-0.56	0.24	0.59	-0.21	-0.20	1.00					
VisC	-0.41	0.08	0.56	-0.13	0.05	0.85	1.00				
Asfa	-0.58	0.55	0.51	-0.33	-0.42	0.70	0.63	1.00			
Satu	-0.03	0.32	0.00	-0.18	-0.31	0.10	0.10	0.20	1.00		
Arom	0.61	-0.30	-0.56	0.14	0.25	-0.75	-0.74	-0.83	-0.36	1.00	
Resi	-0.23	-0.49	0.28	0.40	0.39	0.29	0.39	-0.05	-0.29	-0.36	1.00

4.4.1 Análisis de la nube de variables en el primer plano factorial. El primer plano factorial (el generado por los dos primeros ejes factoriales) contribuye con el 65.64 % de la inercia total de los datos. En la tabla 27

Tabla 27. Nivel de representatividad de las variables en el primer plano factorial

Propiedad	Representatividad
Aromáticos	91.92 %
Asfaltenos	90.80 %
Viscosidad Absoluta	89.27 %
Densidad	89.04 %
Resinas	86.68 %
Viscosidad Cinemática	85.91 %
Punto de Chispa	78.71 %
Punto de Ablandamiento	78.29 %
Penetración	75.50 %
Ductilidad	63.63 %
Saturados	52.48 %

se muestran ordenadas las variables en forma descendente según su representatividad en primer plano factorial. Estos resultados indican que todas las variables se encuentran bien representadas en este plano, por tanto, el primer plano factorial constituye una muy buena aproximación a los datos, inicialmente en el espacio de 11 dimensiones (las 11 variables), y ahora en uno de dos dimensiones (las dos primeras componentes principales).

También se puede concluir que las variables mejor representadas en el primer plano factorial (o que más contribuyen en su construcción) son el contenido de aromáticos (92 %) seguida del contenido de asfaltenos (91 %) , viscosidad absoluta (89 %), densidad (89 %), contenido de resinas (87 %) y viscosidad cinemática (86 %). Las variables peor representadas son el contenido de saturados (52 %) y ductilidad (64 %).

La tabla 28 muestra la correlación entre cada una de variables y los cinco primeros

Tabla 28. Correlaciones entre las variables originales y los cinco primeros componentes principales

Propiedad	Componente Principal				
	1	2	3	4	5
Asfaltenos	0.89	-0.18	-0.05	0.00	-0.15
Viscosidad Absoluta	0.87	0.20	0.02	0.16	-0.21
Viscosidad Cinemática	0.78	0.36	0.16	0.32	-0.18
Punto de Ablandamiento	0.71	0.33	-0.25	-0.08	0.42
Densidad	0.48	-0.75	-0.15	-0.14	-0.10
Saturados	0.27	-0.45	0.76	0.00	0.36
Resinas	0.17	0.85	0.10	-0.13	-0.17
Ductilidad	-0.32	0.55	0.28	-0.62	-0.13
Punto de chispa	-0.36	0.70	0.02	0.40	0.29
Penetración	-0.74	-0.15	0.30	0.34	-0.34
Aromáticos	-0.91	-0.13	-0.28	0.07	0.06
Variable ilustrativa:					
mes	0.77	0.37	0.04	0.05	-0.19

componentes principales. En ella se puede apreciar que el contenido de asfaltenos y aromáticos son las más correlacionadas con el primer eje factorial (aunque en sentido opuesto) seguidas de las dos viscosidades. Algo interesante a destacar en este primer eje es que “enfrenta” de alguna forma a los asfaltos con un alto contenido de asfaltenos, muy viscosos y con altas densidades contra aquellos asfaltos con alto contenido de aromáticos, alta penetración, alto punto de chispa y una ductilidad también más o menos alta. Esto último, nos indica que el primer eje enfrenta los asfaltos mas envejecidos con los menos envejecidos. Esto último nos lleva a proponer el nombre de “índice de envejecimiento” al primer eje factorial.

Este hecho motivó la inclusión de la variable ilustrativa “mes” (meses de envejecimiento con respecto al asfalto inicial) para determinar su asociación con el primer eje factorial. La correlación de esta variable con los primeros cinco componentes principales se encuentran en la parte inferior de la tabla 28; su alta correlación con el primer eje factorial (0.77) verifica la hipótesis anterior con respecto a este eje. Sin embargo, también se logra apreciar una menor correlación con el segundo eje principal (0.37) la cual no resulta clara por el momento.

La gráfica de las variables en el primer plano factorial (figura 20) resume los resultados anteriores (Tablas 27 y 28). En ella, las variables más cercanas al círculo unitario son las que se encuentran mejor representadas en este plano y las que más contribuyen en la construcción de los ejes factoriales en dicho plano. Además, el ángulo entre dos variables indica el grado de correlación entre ellas y con los ejes principales. Así, a partir de la

Figura 20. Variables activas e ilustrativas en el primer plano factorial

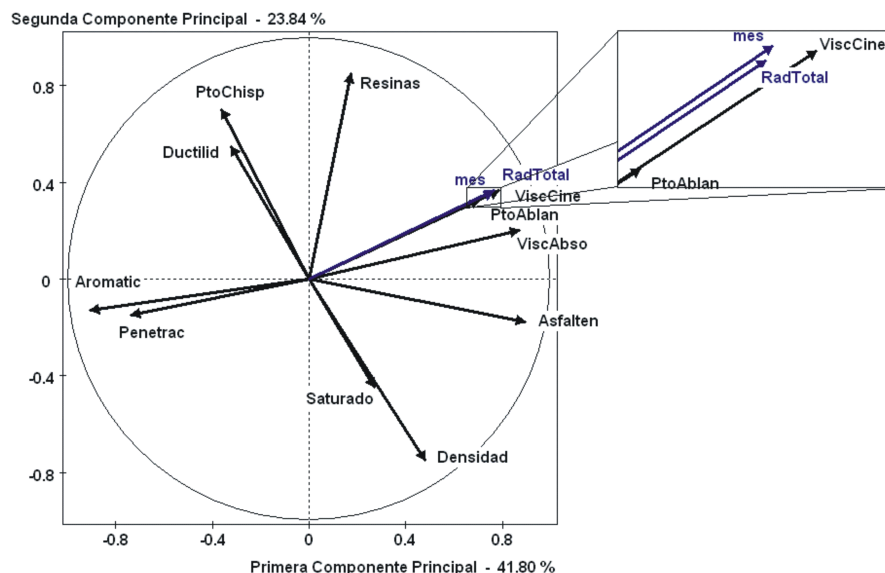


figura 21 se pueden llegar a las mismas conclusiones obtenidas a partir de los resultados numéricos de las tablas 27 y 28

4.4.2 Análisis de la nube de individuos en el primer plano factorial.

La nube de individuos en el primer plano factorial se muestra en la figura 21. En ella se refuerzan algunas de las conclusiones obtenidas anteriormente analizando las variables: los asfaltos más envejecidos se encuentran más a la derecha (alta componente positiva en el primer eje factorial) y los menos envejecidos a la izquierda.

Una característica adicional que indica este gráfico es que la variabilidad debida al segundo eje factorial se debe en gran parte a una diferencia significativa entre el asfalto tipo Apiay (parte inferior) y los demás tipos de asfalto (Parte superior en su gran mayoría). Esto se puede corroborar observando la representación de la variable ilustrativa tipo de asfalto que corresponde a los individuos promedio para cada tipo de asfalto (triángulos en morado).

Es importante recordar que las muestras de asfalto mejor representadas en el primer plano factorial son las únicas que se deben tener en cuenta en el análisis y en general (con muy pocas excepciones) estas son las que se encuentran lejos del centro de gravedad de la nube de individuos.

En la figura 22 se muestra la primera componente principal para cada una de las muestras de asfaltos en función del tiempo de envejecimiento, mostrando además la línea de tendencia para cada uno de ellos y la línea de tendencia global.

Los valores de R^2 (parte inferior derecha de la figura 22) corroboran lo estrechamente

Figura 21. Individuos activos y variables categóricas en el primer plano factorial.

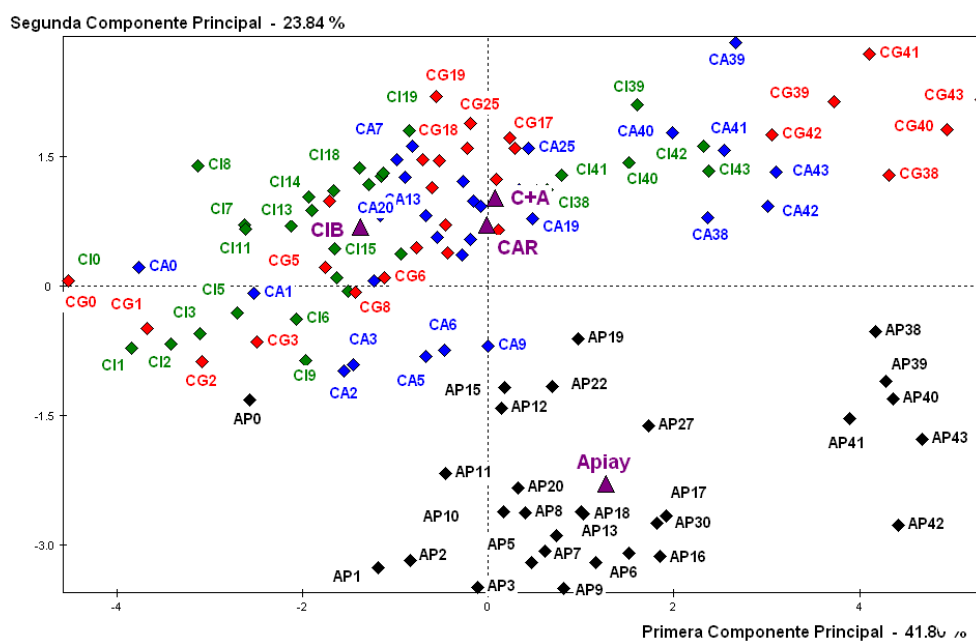
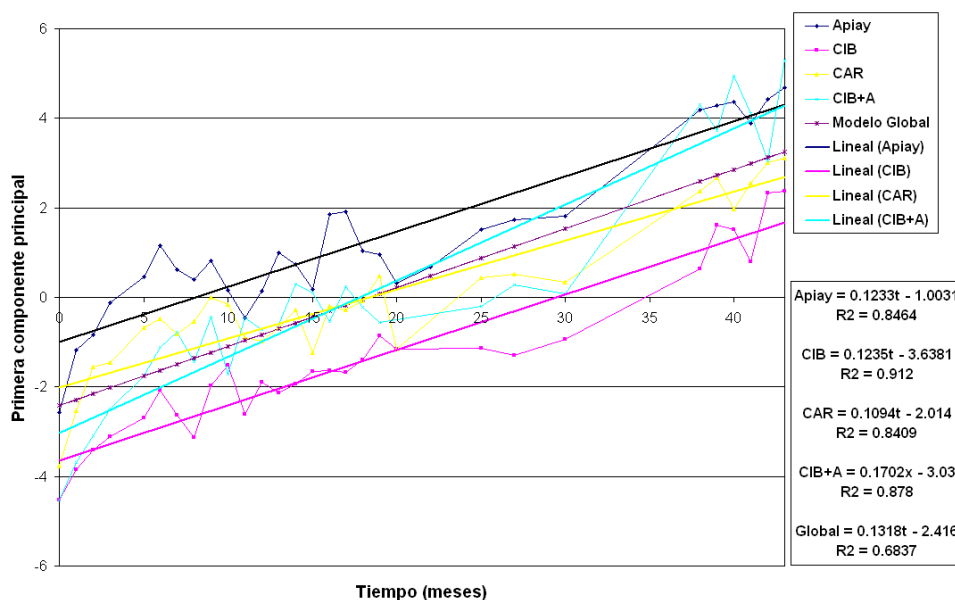


Figura 22. Tiempo vs. Primera componente principal.

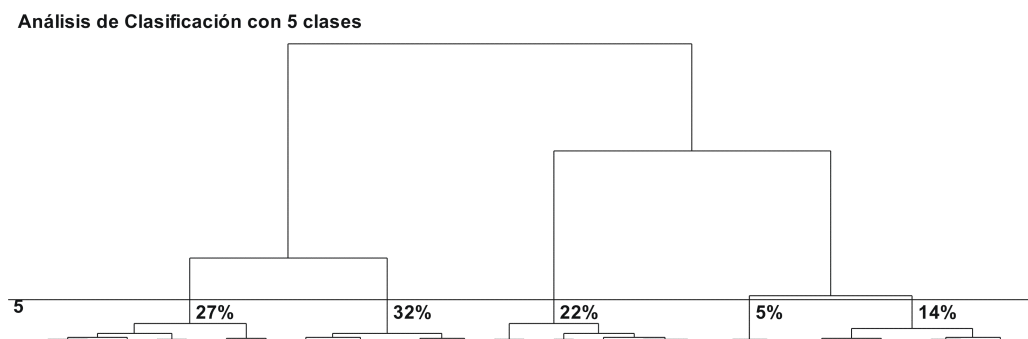


correlacionada que se encuentra la primera componente principal con el tiempo para cada uno de los asfaltos. Entre tanto, como las líneas de tendencia son casi paralelas

se concluye que la primera componente principal depende solamente de las condiciones iniciales del asfalto y varía a una razón constante de 0.1195 unidades por mes. Este último valor corresponde a la pendiente de la línea de regresión global (tomando todos los tipos de asfalto). El valor de 0.6184 engloba las características iniciales de un asfalto promedio.

4.4.3 Análisis de clasificación. La figura 23 muestra el árbol de clasificación jerárquica obtenido a partir de los dos primeros componentes principales. Los niveles a los cuales se van uniendo cada uno de los grupos al árbol principal sugiere la formación de 5 clases. La línea horizontal en el dendrograma ilustra el porcentaje de individuos en cada clase.

Figura 23. Árbol de clasificación jerárquica usando los dos primeros componentes principales



En la figura 24 se muestra la consolidación de la partición usando el método de centros móviles.

4.4.4 Caracterización de las clases. La tabla 29 contiene la tabla de contingencia entre las clases construidas y los diferentes tipos de asfalto.

En ella se puede apreciar que la clase 1 contiene el 25 % del total de de muestras de asfalto, a ella pertenecen el 55.17 % de todas las muestras CIB y dentro de ella el 55.17 % de las muestras son CIB. La Clase 2 contiene el 34.48 % de todas las muestras de asfalto, a ella pertenecen el 55.17 % de los asfaltos CAR y el 40 % de muestras dentro de la clase son CAR (un 60 % de los demás tipos de asfalto). La Clase 3 contiene el 21.55 % de muestras de las cuales el 92 % son todas de tipo Apiay (el 76.67 % del total). La Clase 4 esta formada por un 5.17 % de asfalto tipo Apiay (20 % del total) y por último en la Clase 5 no predomina ningún tipo de asfalto sobre los demás.

En las tabla 30 y 31 se resume los valores de P para la prueba t de cada una de las propiedades fisicoquímicas en cada clase. La tabla solo incluye las pruebas en las que

Tabla 29. Tablas de Contingencia para la consolidación de las clases

Muestras de asfalto:						
	Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5	TOTAL
Apiay	1	0	23	6	0	30
CIB	16	9	0	0	4	29
CAR	5	16	2	0	6	29
CIB+A	7	15	0	0	6	28
TOTAL	29	40	25	6	16	116

Porcentaje por asfaltos:						
	Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5	TOTAL
Apiay	3.33	0.00	76.67	20.00	0.00	100
CIB	55.17	31.03	0.00	0.00	13.79	100
CAR	17.24	55.17	6.90	0.00	20.69	100
CIB+A	25.00	53.57	0.00	0.00	21.43	100
TOTAL	25.00	34.48	21.55	5.17	13.79	100

Porcentaje por clases:						
	Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5	TOTAL
Apiay	3.45	-	92.00	100.00	-	25.86
CIB	55.17	22.50	-	-	25.00	25.00
CAR	17.24	40.00	8.00	-	37.50	25.00
CIB+A	24.14	37.50	-	-	37.50	24.14
TOTAL	100	100	100	100	100	100

se obtuvo una diferencia estadística entre el promedio de la variable dentro de la clase y el promedio global.

Tabla 30. Prueba t para cada una de las propiedades en las clases 1, 2 y 3

Valor t	Valor P	Variable
Clase 1		
7.71	0.000	Penetración
6.59	0.000	Aromáticos
3.59	0.000	PtoChisp
-2.56	0.005	Resinas
-3.88	0.000	ViscCine
-4.51	0.000	Densidad
-5	0.000	mes
-5.46	0.000	PtoAblan
-5.57	0.000	ViscAbso
-5.91	0.000	Asfaltenos
Clase 2		
5.6	0.000	Resinas
3.97	0.000	Ductilid
2.61	0.005	PtoChisp
-2.62	0.004	Penetración
-3.06	0.001	Asfaltenos
-3.32	0.000	Saturados
-3.87	0.000	Densidad
Clase 3		
8.05	0.000	Densidad
3.68	0.000	Saturados
-2.51	0.006	ViscCine
-2.57	0.005	mes
-3.5	0.000	Ductilid
-6.34	0.000	Resinas
-7.32	0.000	PtoChisp

La información de las tabla 30 y 31 permite caracterizar cada una de las clases creadas en términos de las propiedades fisicoquímicas. Así, en la clase 1 se encuentra los asfaltos con alta penetración, contenido de aromáticos y punto de chispa, además de bajo contenido de asfaltenos, viscosidad absoluta, punto de ablandamiento, mes, densidad, viscosidad cinemática y resinas. Esto es, los asfaltos “jóvenes”. De la misma forma se concluye que en las clases 4 y 5 se encuentran caracterizadas por los asfaltos envejecidos y las clases 2 y 3 por los de envejecimiento medio.

En síntesis se puede concluir que en la clase 1 se caracteriza por los asfaltos de todos

Tabla 31. Prueba t para cada una de las propiedades en las clases 4 y 5

Valor t	Valor P	Variable
Clase 4		
6.04	0.000	Asfaltenos
5.06	0.000	ViscAbso
4.08	0.000	mes
3.38	0.000	Densidad
3.31	0.000	ViscCine
2.36	0.009	PtoAblan
-3.45	0.000	PtoChisp
-3.98	0.000	Ductilid
-4.32	0.000	Aromaticos
Clase 5		
8.36	0.000	ViscCine
7.04	0.000	mes
5.89	0.000	ViscAbso
5.36	0.000	PtoAblan
5.15	0.000	Asfaltenos
3.95	0.000	Resinas
2.85	0.002	PtoChisp
-3.61	0.000	Penetración
-6.47	0.000	Aromaticos

los tipos en su periodo inicial de envejecimiento (asfaltos jóvenes); la clase 2 por los asfaltos diferentes al asfalto Apiay en un estado medio de envejecimiento; la clase 3 por los asfaltos tipo Apiay medianamente envejecidos; la 5 por los Apiay envejecidos y la 6 por los no Apiay envejecidos (figura 24).

Por otro lado, teniendo en cuenta que el primer eje factorial engloba las características del asfalto más importantes en el proceso de envejecimiento. Se realizó un segundo análisis de clasificación teniendo en cuenta solo este eje (figura 25). Cada una de las clases así obtenidas se corresponden con estados de envejecimiento bajo, medio y alto respectivamente (Figura 26)

El análisis precedente nos lleva a proponer para la primera componente principal el nombre de índice de envejecimiento (IE) para los asfaltos expuestos a condiciones naturales de envejecimiento, el cual se puede calcular a partir de los datos de la tabla 28 como:

$$\begin{aligned}
 IE = & 0.89Asfaltenos + 0.87VisAbs + 0.78VisCine + 0.71PtoAbl + \\
 & 0.48Densidad + 0.27Saturados + 0.17Resinas - 0.32Ductilidad \\
 & - 0.36PtoChispa - 0.74Penetracion - 0.91Aromaticos
 \end{aligned}$$

Figura 24. Análisis de clasificación tendiendo en cuenta los dos primeros componentes principales

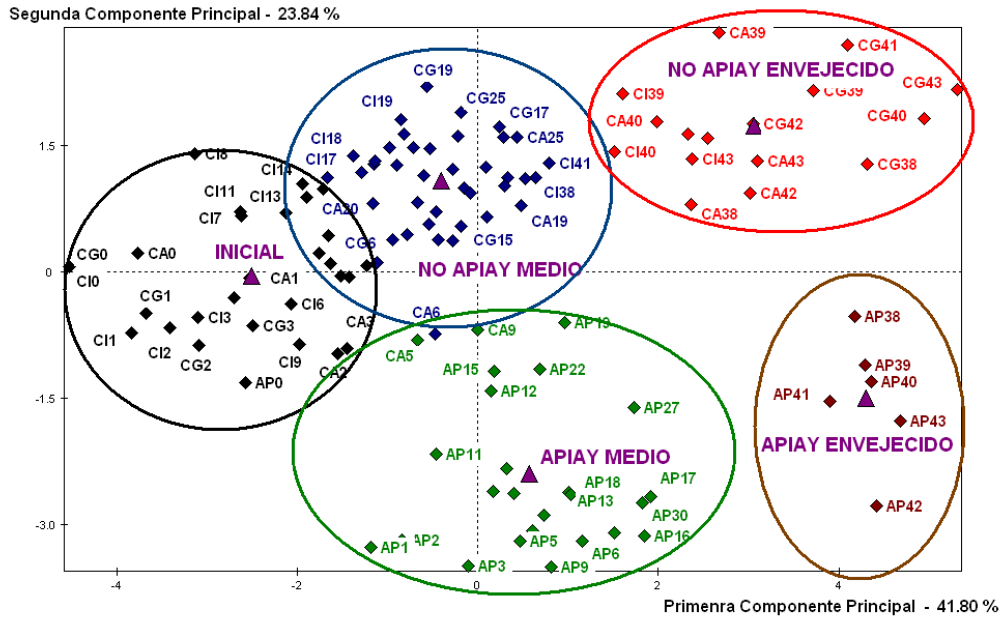
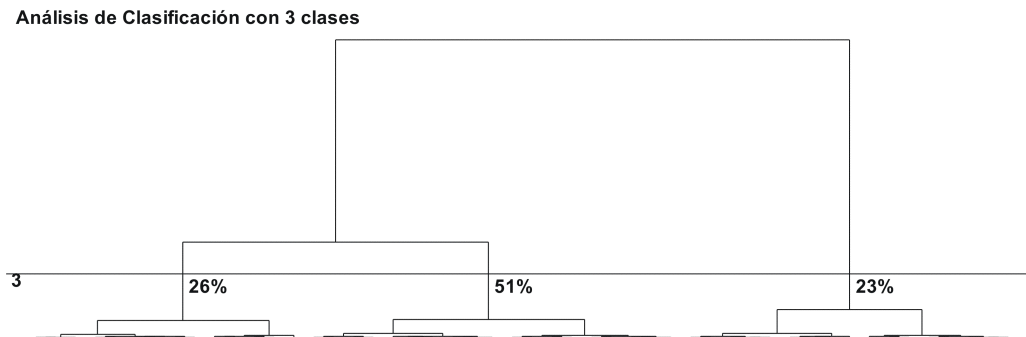
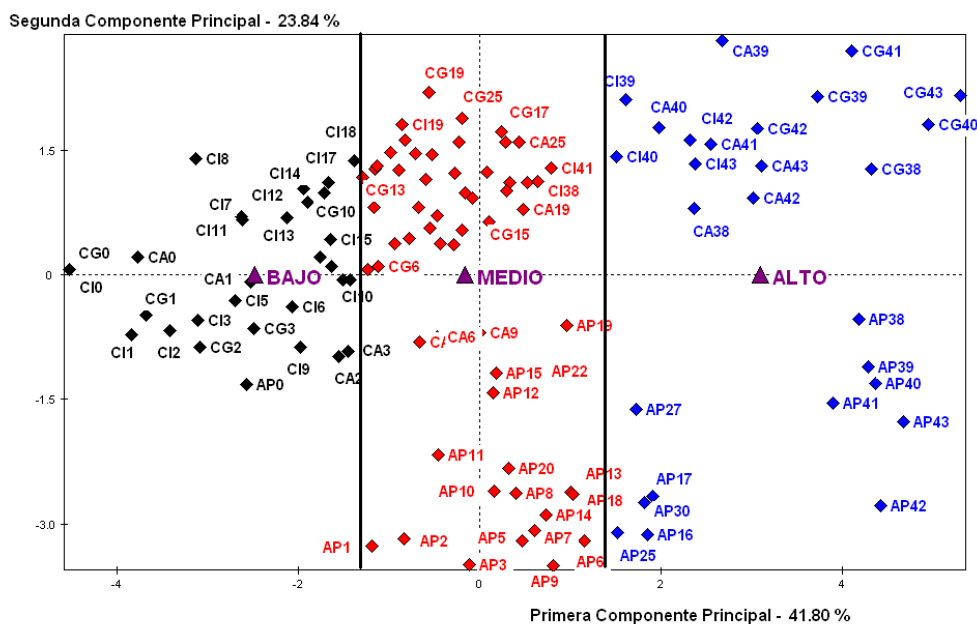


Figura 25. Árbol de clasificación jerárquica usando el primer componente principal



En el que se deben tener presente los factores de escalamiento para cada una de las variables.

Figura 26. Análisis de clasificación teniendo en cuenta solo el primer componente principal



4.5 CONCLUSIONES EN ACP Y CLASIFICACIÓN

- Se ha encontrado que debido a la redundancia en la información suministrada para caracterizar un asfalto, la técnica de ACP resulta satisfactoria para reducir la dimensionalidad del problema a dos (inicialmente representado en un espacio de dimensión 11) y de esta forma hacer más fácil el estudio del proceso de envejecimiento.
- Las propiedades fisicoquímicas que mayor peso tienen en el proceso de envejecimiento son en orden ascendente: el contenido de aromáticos, asfaltenos, la viscosidad absoluta, la densidad, el contenido de resinas y la viscosidad cinemática.
- El asfalto Apiay presenta un comportamiento diferente al de los demás tipos de asfalto.
- Las técnicas de clasificación y ACP demostraron ser muy útiles para identificar características comunes en las muestras de asfalto no vistas en los datos originales.
- La clasificación jerárquica en combinación con la de centros móviles permitieron categorizar las muestras de asfalto de estudio en tres niveles de envejecimiento: bajo, medio y alto.

- Se propone con base en el presente estudio un índice de envejecimiento, IE , para los asfaltos expuestos a condiciones naturales de envejecimiento.

5. REDES NEURONALES ARTIFICIALES

5.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El asfalto es una mezcla compleja de una gran cantidad de moléculas: parafinadas, nafenicas y aromáticas incluyendo heteroátomos. Esta complejidad hace particularmente difícil predecir las propiedades del bitumen [24]. Las redes neuronales artificiales permite encontrar las relaciones no lineales entre las diferentes propiedades fisicoquímicas de los asfaltos y los factores del clima.

El disponer de un modelo matemático adecuado que relacione los diferentes factores que intervienen en el proceso de envejecimiento permite estimar las características óptimas del asfalto para su uso en la pavimentación de carreteras. No obstante, los factores que intervienen en el proceso de envejecimiento están tan estrechamente relacionados y de una forma tan compleja que no se ha logrado encontrar una metodología lo suficientemente desarrollada para modelar el proceso de envejecimiento con suficiente precisión.

Michon y Hanquet [24] estudiaron la relación entre las propiedades reológicas del asfalto usando redes neuronales artificiales. Las RNA demostraron en este estudio ser una herramienta adecuada para encontrar las relaciones altamente no lineales presentes entre las diferentes propiedades reológicas del bitumen.

En este capítulo se pretende estudiar la forma como cambian las diferentes propiedades fisicoquímicas del asfalto con el tiempo y bajo la influencia del clima. Ya en un trabajo anterior [3] se usó la técnica estadística de regresión lineal múltiple para estudiar la forma como se relacionan las diferentes propiedades fisicoquímicas del asfalto con el tiempo y los factores climáticos. En este capítulo se muestra que usando redes neuronales artificiales Backpropagation (BP) es posible obtener una mejor descripción del fenómeno de envejecimiento, esto último debido a que con RNA es posible estudiar los posibles efectos de interacción existentes entre los diferentes factores del clima y las interrelaciones que se sabe existen entre las propiedades fisicoquímicas del asfalto como ya se encontró en el capítulo 4.

En el capítulo 3 se compararon los modelos con efectos de interacción entre variables

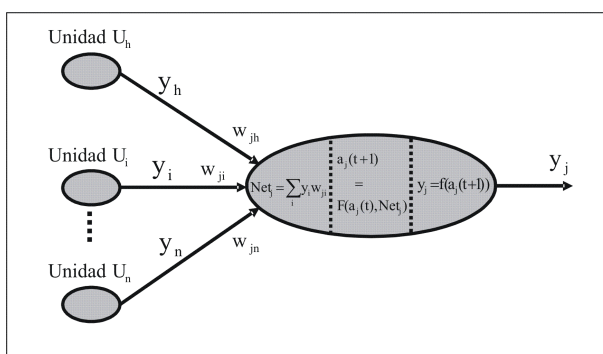
y sin ellos. En ese capítulo se llegó a la conclusión que, en general, incluyendo efectos de interacción entre variables se obtienen modelos que representan mejor el proceso de envejecimiento. Esto último pone en evidencia la alta no linealidad presente en el fenómeno y, por lo tanto, la necesidad de considerar una técnica más sofisticada si se desea una mejor descripción del fenómeno. En el presente capítulo se muestra que, en general, los modelos de RNA son superiores a los modelos de RLM. Sin embargo, estos modelos tienen, en general, la desventaja de necesitar una mayor cantidad de parámetros y de ser modelos de tipo “caja negra” lo que dificulta considerablemente su interpretación.

5.2 FUNDAMENTOS DE LAS REDES NEURONALES ARTIFICIALES

Una Red Neuronal artificial (RNA) es un sistema de procesamiento de datos formado por una gran cantidad de elementos de procesamiento individuales altamente interconectados en una arquitectura inspirada en la estructura del cerebro.

5.2.1 Componentes básicos de una RNA. En los siguientes apartados se describirán los conceptos básicos de los distintos componentes de un modelo de red neuronal artificial: la unidad de proceso o la neurona artificial, su estado de activación, su función de salida y de activación, su conexión con otras neuronas y el concepto de aprendizaje de una red neuronal. En la figura 27 se muestran todos los componentes de una red neuronal.

Figura 27. Modelo de una neurona artificial



5.2.1.1. Unidades de proceso: La neurona artificial.

Si se tienen N unidades (neuronas) podemos ordenarlas arbitrariamente y designar la j -ésima como U_j . Su trabajo es simple y único, y consiste en recibir las entradas

de las neuronas vecinas y calcular un valor de salida, el cual es enviado a todas las neuronas restantes. En cualquier sistema que se este modelando podemos encontrar tres tipos de unidades: entradas, salidas y ocultas. Las unidades de entrada reciben información del entorno, las unidades de salida envían la información fuera del sistema y las unidades ocultas son aquellas cuyas entradas y salidas se encuentran dentro del sistema; es decir, no tienen contacto con el exterior. Se conoce como capa o nivel a un conjunto de neuronas cuyas entradas provienen de la misma fuente (que puede ser otra capa de neuronas) y cuyas salidas se dirigen al mismo destino (que puede ser otra capa de neuronas).

5.2.1.2. Estado de activación.

Todas las neuronas que componen una red se hallan en cierto estado de activación. En forma simplificada podemos decir que existen dos posibles estados de activación, reposo y excitado, que determinan si la neurona emite o no un determinado impulso hacia otras neuronas. El proceso que realiza la red se ve como la evolución de un patrón de activación en el conjunto de unidades que los componen a través del tiempo.

5.2.1.3. Función de salida o de transferencia.

Asociada con cada unidad U_i hay una función de salida que transforma el estado actual de activación en una señal de salida.

5.2.1.4. Conexión entre neuronas.

Las conexiones que unen a las neuronas que forman una RNA tiene asociado un peso, que es el que hace que la red adquiera conocimiento. Cada conexión entre la neurona i y la neurona j esta ponderada por un peso w_{ij} . Normalmente se considera que la entrada neta que recibe una neurona es la suma del producto de cada señal individual por el valor del peso que conecta ambas neuronas.

5.2.1.5. Función o regla de activación.

La regla de activación es una función que produce un nuevo estado de activación en la neurona a partir del estado que existía y de la entrada neta a la neurona.

5.2.1.6. Regla de aprendizaje.

En el caso de las redes neuronales se puede considerar que el conocimiento se encuentra representado en los pesos de las conexiones neuronales y todo proceso de aprendizaje

implica cierto número de cambios en estas conexiones. En realidad, puede decirse que se aprende modificando los valores de los pesos de la red.

5.2.1.7. Estructura de una red neuronal artificial.

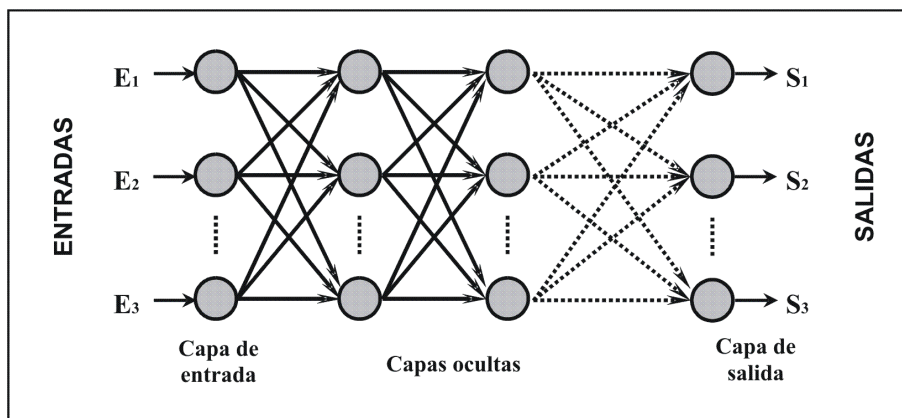
La distribución de neuronas dentro de la red se realiza formando niveles o capas de un número determinado de neuronas cada uno. A partir de su situación dentro de la red se pueden distinguir tres tipos de capas:

De entrada: Es la capa que recibe directamente la información proveniente de las fuentes externa a la red.

Ocultas: Son internas a la red y no tienen contacto directo con el entorno exterior. El número de capas ocultas puede variar desde cero hasta un número muy elevado. Las neuronas de las capas ocultas pueden estar interconectadas de distintas maneras, lo que determina junto con el número, las diferentes topologías de la red neuronal.

De salida: Transfieren información de la red hacia el exterior.

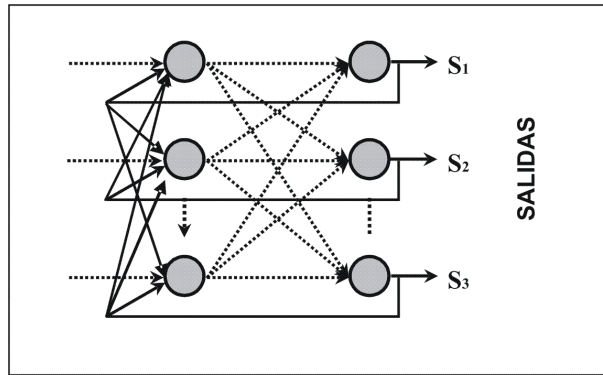
Figura 28. Estructura de una red multicapa con todas las conexiones hacia delante



En la figura 28 se muestra un esquema de la estructura de una posible red multicapa en la que cada nodo o neurona únicamente está conectado con neuronas de un nivel superior. En general existen muchas más conexiones que nodos y en este sentido se dice que una red está totalmente conectada si todas las salidas de un nivel llegan a todos y cada uno de los nodos del nivel siguiente. La señal de salida de un nodo puede ser entrada de otro elemento de proceso, o incluso ser una entrada de sí mismo (conexión autorrecurrente). Cuando ninguna salida de las neuronas es entrada de neuronas del mismo nivel o de niveles precedentes, la red se conoce como de propagación hacia delante

(figura 28). Cuando las salidas pueden ser conectadas como entradas de neuronas de niveles previos o del mismo nivel, incluyéndolas a ellas mismas, la red es de propagación hacia atrás (Figura 29)

Figura 29. Red con propagación hacia atrás



5.2.2 Características de las redes neuronales. Existen cuatro aspectos que caracterizan una red neuronal: su topología, mecanismo de aprendizaje, tipo de asociación realizada entre la información de entrada y de salida, y por último, la forma de representación de estas informaciones.

5.2.2.1. Topología.

La topología o arquitectura de las redes neuronales consiste en la organización y disposición de las neuronas en la red formando capas. En este sentido, los parámetros fundamentales de la red son: el número de capas, el número de neuronas por capa, el grado de conectividad y el tipo de conexiones entre neuronas. De acuerdo con esto, se suele distinguir entre las redes con una sola capa y las redes con múltiples capas. En las redes monocapa se establecen conexiones laterales entre las neuronas que pertenecen a la única capa que constituye la red aunque también pueden existir conexiones autorrecurrentes (salida de una neurona conectada a la propia entrada). Por otro lado en las redes multicapa se suele distinguir entre aquellas con conexión hacia adelante y aquellas con conexión hacia adelante y hacia atrás.

5.2.2.2. Mecanismo de aprendizaje.

El aprendizaje es el proceso por el cual una red neuronal modifica sus pesos en respuesta a una información de entrada. Los cambios que se producen durante el proceso de aprendizaje se reducen a la destrucción, modificación y creación de conexiones entre neuronas. En los modelos de redes neuronales artificiales, la creación de una nueva

conexión implica que el peso de la misma pasa a tener un valor diferente de cero. De la misma forma, una conexión se destruye cuando su peso pasa a ser cero. Durante el proceso de aprendizaje, los pesos de las conexiones de la red sufren modificaciones, por tanto se puede afirmar que este proceso ha terminado (la red ha aprendido) cuando los valores de los pesos permanecen estables ($\frac{dw_{ij}}{dt} = 0$). El aspecto más importante con respecto al proceso de aprendizaje en las redes neuronales es el conocer cómo se modifican los valores de los pesos; es decir, cuáles son los criterios que se siguen para cambiar el valor asignado a las conexiones cuando se pretende que la red aprenda una nueva información. Estos criterios determinan lo que se conoce como regla de aprendizaje de la red. Con base en el tipo de aprendizaje se suelen distinguir dos tipos de redes neuronales: las redes neuronales con aprendizaje supervisado y aquellas con aprendizaje no supervisado; La diferencia entre ambos tipos estriba en la existencia o no de un agente externo (supervisor) que controle el proceso de aprendizaje de la red. Otro criterio que se puede utilizar para diferenciar las reglas de aprendizaje se basa en considerar si la red puede aprender durante su funcionamiento habitual o si el aprendizaje requiere la desconexión de la red; es decir su inhabilidad hasta que el proceso termine. En el primer caso se tratará de un aprendizaje ON LINE, mientras que el segundo es lo que se conoce como aprendizaje OFF LINE. Cuando el aprendizaje es OFF LINE se distingue entre una fase de aprendizaje o entrenamiento y una fase de operación o funcionamiento, existiendo un conjunto de datos de entrenamiento y un conjunto de datos de prueba que serán utilizados en la correspondiente fase. En las redes de aprendizaje OFF LINE los pesos de las conexiones permanecen fijos después de que termina la etapa de entrenamiento de la red. Debido precisamente a su carácter estático estos sistemas no presentan problemas de estabilidad en su funcionamiento. En las redes de aprendizaje ON LINE no se distingue entre fase de entrenamiento y de operación, de tal forma que los pesos varían dinámicamente siempre que se presente una nueva información al sistema. En este tipo de redes, debido a su carácter dinámico, el estudio de estabilidad suele ser un aspecto fundamental.

5.2.2.3. Tipo de asociación entre las informaciones de entrada y salida.

De acuerdo con el tipo de asociación entre los datos de entrada y de salida las redes se clasifican en heteroasociativas, que se refieren al caso en el que la red aprende parejas de datos $[(A_1, B_1), (A_2, B_2), \dots, (A_N, B_N)]$, de tal forma que cuando se presente cierta información de entrada A_i , deberá responder generando la correspondiente salida asociada. La segunda se conoce como autoasociación, donde la red aprende ciertas informaciones A_1, A_2, \dots, A_N , de tal forma que cuando se le presenta una información de entrada realizara una autocorrección, respondiendo con uno de los datos almacenados, el más parecido al de entrada.

5.2.2.4. Representación de la información de entrada y salida.

Las redes neuronales también pueden clasificarse en función de la forma en que se representan las informaciones de entrada y los datos de salida. Así, existen las redes neuronales discretas, continuas e híbridas dependiendo del tipo de dato de entrada y salida que manejan.

5.2.3 Ventajas de las redes neuronales. Debido a su construcción y a sus fundamentos, las redes neuronales artificiales presenta un gran número de características semejantes a las del cerebro. Por ejemplo, son capaces de aprender de la experiencia, de generalizar de casos anteriores a nuevos casos, de abstraer características esenciales a partir de entradas que representan información irrelevante, etc. Esto hace que ofrezcan numerosas ventajas y que este tipo de tecnología se este aplicando en múltiples áreas.

Concretamente estas ventajas incluyen:

Aprendizaje adaptativo. Capacidad de aprender a realizar tareas basada en un entrenamiento inicial.

Autoorganización Una red neuronal puede crear su propia organización o representación de la información que recibe mediante una etapa de aprendizaje

Tolerancia a fallos. Esta se refiere a dos aspectos diferentes. Primero, las redes pueden aprender a reconocer patrones con ruido, distorsionados o incompletos, ésta es una tolerancia a fallos respecto a los datos. Segundo, puede seguir realizando su función (con cierta degradación) aunque se destruya parte de la red.

Operación en tiempo real. Los computadores neuronales pueden ser realizados en paralelo, y se diseñan y fabrican máquinas con hardware especia para obtener esta capacidad.

Fácil inserción en las tecnologías existentes. Se pueden obtener chips especializados para redes neuronales que mejoran su capacidad en ciertas tareas. Ello facilitará la integración modular en los sistemas existentes.

5.2.4 Aplicaciones de las redes neuronales. Las redes neuronales son una tecnología emergente que puede utilizarse en un gran número y variedad de aplicaciones incluyendo: reconocimiento de patrones, exploración de bases de datos, análisis de tendencias y patrones, reducción de ruido y predicción, en este último se intenta predecir el valor de una variable dados sus valores históricos y otras variables. Las aplicaciones en ésta área se han orientado hacia los modelos económicos y meteorológicos. ([7, 10, 19])

5.3 LA RED BACKPROPAGATION

La red Backpropagation o simplemente BP fue creada como una generalización a la regla de aprendizaje de Widrow-Hoff para redes multicapa y funciones de transferencia diferenciables no lineales. Las redes BP con una capa de entrada, una oculta sigmoidea y una capa de salida lineal son capaces de aproximar cualquier función con un número finito de discontinuidades [22]. Además, una BP adecuadamente entrenada tiende a dar respuestas razonables cuando se le presentan entradas que nunca han visto. Esta propiedad de generalización hace posible entrenar una red con un subconjunto de los datos y obtener buenos resultados para todos los datos disponibles.

5.4 RESULTADOS OBTENIDOS UTILIZANDO RNA

Para la construcción de cada una de las redes neuronal en este trabajo se usó el Tool Box de redes neuronales de Matlab versión 6.1. Las macros desarrolladas se encuentran en el apéndice E.

Se escogió una red neuronal de tipo Backpropagation (BP) con una capa de entrada, una de salida y una oculta. Diez entradas en la capa de entrada que se corresponden con los diez factores climáticos y el tiempo, diez neuronas en la capa de salida que corresponden con las diez propiedades fisicoquímicas y un número de neuronas en la capa oculta se modificó desde 1 hasta 10 con el objetivo de encontrar la arquitectura mínima más adecuada para cada tipo de asfalto. Para el algoritmo de aprendizaje se escogió Levenberg-Marquardt (LM) según se recomienda en la literatura citada [22, 10, 7] debido a su rápida convergencia para este tipo de redes neuronales.

Se probaron 4 estrategias diferentes con el propósito de seleccionar la mejor alternativa para cada tipo de asfalto:

Estrategia 1: Una sola red neuronal tomando todas las propiedades fisicoquímicas sin usar ninguna técnica de generalización ¹.

Estrategia 2: Una sola red neuronal tomando todas las propiedades fisicoquímicas usando parada temprana ².

Estrategia 3: Una red neuronal para cada propiedad fisicoquímica sin usar ninguna técnica de generalización.

Estrategia 4: Una red neuronal para cada propiedad fisicoquímica usando parada temprana.

¹Capacidad de la red neuronal de responder de forma satisfactoria ante entradas nunca antes vistas [22, 26]

²Técnica de generalización conocida como early stopping

Debido a que el algoritmo de entrenamiento de la red arroja resultados distintos de acuerdo a la configuración inicial de pesos de partida, se realizaron 10 entrenamientos distintos de cada red partiendo de configuraciones iniciales diferentes y se escogió la red neuronal con la que se obtuvieron mejores resultados (menor error).

Para cada red construida, se utilizaron técnicas de pre-tratamiento de los datos de entrenamiento para hacer más eficiente el algoritmo de entrenamiento de la red [22, 19, 10]. Particularmente, se normalizaron los datos de entrada, a media cero y varianza 1.

5.4.1 Asfalto Apiay. Los resultados más relevantes de las redes neuronales encontradas para el asfalto Apiay se resumen en la tabla 32. En la primera columna se encuentra el número de neuronas en la capa oculta, NNCO; en las siguientes 11 columnas se da el porcentaje de variabilidad explicada para cada propiedad hallado como $1 - \frac{SCE}{SCT}$ donde SCE es la suma de los cuadrados de los errores y SCT es la suma de los cuadrados totales de cada variable. En las tres últimas columnas se encuentra la suma de los cuadrados de los errores para las variables normalizadas, SCE; el porcentaje de variabilidad promedio explicado por cada red, \bar{R}^2 y, en la última columna, el número de parámetros totales de la red neuronal, NP.

Estos resultados indican que, en términos generales, la alternativa con la que se obtienen menores errores, para un número reducido de parámetros (73), es tomar una red neuronal diferente para cada propiedad fisicoquímica (Alternativa 2 en la tabla 32). Sin embargo, al estudiar las variables de forma individual no se tienen en cuenta las posibles interrelaciones que puedan existir entre las distintas variables dependientes en juego [16, 21, 11].

Así, aunque la alternativa 2 parece ser una buena opción para estudiar el comportamiento del asfalto Apiay, esta alternativa no tiene en cuenta las interdependencias que se sabe existen (ver sección 4) entre las distintas propiedades fisicoquímicas del asfalto y, por esta razón, se recomienda un modelo de Red Neuronal que incluya todas las variables en juego: Alternativa 1 en la tabla 32.

Para las redes neuronales encontradas en las primeras dos secciones de la tabla 32 (alternativas 1 y 2) se tomaron todos los datos disponibles para entrenar cada red. Debido a esto, la única forma de evitar el sobreentrenamiento en estas redes es encontrando la arquitectura optima en cada caso [10, 22]. Para el caso de la alternativa 1 se aprecia que con 6 neuronas en la capa oculta se logra explicar en promedio el 84.4% de la variabilidad observada en todas las propiedades fisicoquímicas. Mientras que con la alternativa 1 solo se requieren 3 neuronas para explicar 98.4%.

Con el propósito de mejorar la generalización ³ de cada red neuronal encontrada se

³Propiedad de la red neuronal de responder de forma satisfactoria ante datos de entrada nunca antes vistos

tomó el 80 % de todos los datos disponibles para entrenar la red y el 20 %⁴ restante para validar el modelo. Los datos para validar la red se escogieron distribuidos uniformemente en el intervalo de estudio para garantizar una respuesta satisfactoria de la red dentro del todo el rango considerado. En cada caso, se usó el algoritmo de Levenberg-Marquardt con la técnica de parada temprana para entrenar las distintas redes encontradas. Estos resultados se muestran como Alternativas 3 y 4 en la tabla 32.

Nuevamente se observan mejores resultados en las redes con una sola salida (alternativa 3) , sin embargo, estas redes no tienen en cuenta las interrelaciones que se sabe existen entre las diferentes propiedades fisicoquímicas del asfalto Apiay.

Así, con la alternativa 4 se logra explicar en promedio el 71.5 % de la variabilidad total observada en las propiedades fisicoquímicas del asfalto Apiay con 7 neuronas en la capa oculta, esta red responde de forma satisfactoria ante circunstancias nuevas y, además, incluye las posibles interrelaciones entre las diferentes propiedades fisicoquímicas del asfalto apiay. Entre tanto, tomando las propiedades individualmente se logra explicar en promedio el 81.6 % de la variabilidad total observada en las propiedades fisicoquímicas del asfalto apiay con buenas propiedades de generalización. Sin embargo, en este último caso no se incluyen las interrelaciones entre las diferentes propiedades fisicoquímicas del asfalto apiay.

En el Apéndice E.7.1 se muestran las tendencias de la BP escogida para cada alternativa de asfalto Apiay.

A partir de los porcentajes de variabilidad para cada propiedad fisicoquímica encontrado en la tabla 32 y en las figuras 35, 34, 37 y 36 del Apéndice E.7.1 se concluye que las propiedades que mejor se explican a partir de los modelos de redes neuronales propuestos son el contenido de asfaltenos, la viscosidad cinemática, la viscosidad cinemática y la densidad; entre tanto, la penetración, el punto de ablandamiento, el contenido de resinas y saturados son las que menos se logran explicar con las redes neuronales propuestas.

5.4.2 Asfalto CAR. En caso del asfalto de la refinería de Cartagena los resultados se pueden apreciar en la tabla 33 y las figuras de las redes neuronales escogidas para cada estrategia se muestran en el apéndice E.7.2. Para este asfalto se encontró una red BP que con 9 neuronas en la capa oculta logra explicar en promedio el 75 % de la variabilidad total encontrada en las distintas propiedades fisicoquímicas consideradas. Y, con la cual, se obtienen buenos resultados ante datos de entrada nunca antes presentados a la red. Se observa además que los resultados obtenidos con cada una de las estrategias resultan comparables entre sí excepto con la estrategia en la que se construye una red neuronal diferente para cada propiedad fisicoquímica en la cual se logra explicar con solo 3 neuronas en la capa oculta el 97.3 % de la variabilidad observada en este asfalto.

⁴Valor recomendado en la literatura de redes neuronales para dividir los datos disponibles [10, Pg. 73]

Tabla 32. Porcentaje de variabilidad explicada para cada propiedad fisicoquímicas del asfalto Apiay usando redes neuronales BP

Alternativa 1: Una sola BP para todas las propiedades sin generalización													
NNCO	Pto Abl	Arom.	Asfal.	Dens.	IIC	Penet.	Resi.	Satu.	V. Abs.	V. Cine.	R^2	SCE	NP
1	34.7	70.7	80.7	0.921	56.8	32	20.6	0.0248	78.3	75.6	45	231	31
2	39.6	85.2	90.6	6.67	86.5	57.8	31.9	46.4	77.6	74.3	59.7	169	52
3	61.7	86.8	92	7.73	88.2	67.1	36.1	61.9	82.9	80.4	66.5	141	73
4	41.6	87.4	92.2	48.1	92.4	78.6	44.4	79	87.3	84.1	73.5	111	94
5	44.8	93.6	92.3	83.3	94.6	77.1	52.2	85.6	85.2	82.8	79.1	88	115
6	60.1	92.6	94.1	81.9	95.1	77.6	85.2	85.8	86.8	84.9	84.4	65	136
7	78.8	91.2	94.7	66.9	94.9	86.2	72.9	91.6	89.7	86.2	85.3	62	157
8	89.3	92.3	92.9	94.6	96	83.4	84.5	84.5	88.2	87	89.3	45	178
9	93.3	95	93.8	90	96.5	90.4	95.5	93.5	92.1	85.5	92.6	31	199
10	91.3	96.1	96.2	94.8	98.6	94.7	90.1	91.9	91.1	92.2	93.7	27	220
Alternativa 2: Una BP distinta para cada propiedad sin generalización													
NNCO	Pto Abl	Arom.	Asfal.	Dens.	IIC	Penet.	Resi.	Satu.	V. Abs.	V. Cine.	R^2	SCE	NP
1	67.1	76.9	91.5	49	80.4	78.8	44	55.2	87.2	86.8	71.7	119	130
2	76	92.1	98.8	82.8	90.8	88.4	77	80.5	96.8	92.9	87.6	52	250
3	99.4	99.5	99.8	97.8	98.8	96.8	97.3	95.9	99.8	99.4	98.4	7	370
4	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	490
5	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	610
6	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	730
7	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	850
8	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	970
9	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	1090
10	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	1210
Alternativa 3: Una BP distinta para cada propiedad usando parada temprana													
NNCO	Pto Abl	Arom.	Asfal.	Dens.	IIC	Penet.	Resi.	Satu.	V. Abs.	V. Cine.	R^2	SCE	NP
1	44.1	67.2	82.6	29	74.1	77.1	34.4	42.6	83.4	85.7	62	160	130
2	45.9	81	90.2	39.2	80.8	78.7	46.2	53	92.4	87.1	69.5	128	250
3	14.4	65.7	93.1	56.1	86.5	87.3	41.8	49.5	91.8	88.1	67.4	137	370
4	54.3	89.8	94.9	66.6	88.6	86.8	52.3	71.7	93.8	89.2	78.8	89	490
5	44.4	87.4	90	53.4	81.8	87.8	51.6	65.6	91.8	92.6	74.6	106	610
6	56.6	89.8	90.9	25.4	82.7	95.1	75.8	56.7	96.5	85	75.4	103	730
7	58.6	86	93.4	61.4	92.4	91	78.9	54.9	95.5	86.8	79.9	84	850
8	59.9	69.1	91.6	64	87.6	83.9	78.1	66.8	93.1	83.6	77.8	93	970
9	86.4	77.3	94.8	72.4	76.9	94.2	59.7	66.4	96.3	91.2	81.6	77	1090
10	48	93.8	93.8	50.9	76.3	87.6	77.1	65.1	95.9	85	77.4	95	1210
Alternativa 4: Una sola BP para todas las propiedades usando parada temprana													
NNCO	Pto Abl	Arom.	Asfal.	Dens.	IIC	Penet.	Resi.	Satu.	V. Abs.	V. Cine.	R^2	SCE	NP
1	33.6	68.8	81.1	0.121	57.3	29	18.1	-0.701	79.4	76.1	44.3	234	31
2	39.5	69.8	87	22.3	68.1	62.2	35.1	9.75	81.8	77.3	55.3	188	52
3	45	73.2	86.5	7.86	72.4	59.8	28.4	44.8	76.7	84.4	57.9	177	73
4	43.4	85.3	88.7	19.8	86.2	58.4	43.8	53.7	79.5	77.6	63.6	153	94
5	41	82.2	85.3	32.3	83.4	56.5	44.2	56.6	81.8	77.4	64.1	151	115
6	41.2	67.4	82.8	23.3	68.2	68.8	36.4	30.8	74.9	81.7	57.6	178	136
7	54.1	76	82	76.5	74.3	68.4	57	62.9	79.7	84.2	71.5	120	157
8	61.5	80.9	83.9	31.9	77.1	66.9	64.2	53.4	82.9	87.4	69	130	178
9	38.2	58.7	75.1	45.2	56.9	63.6	62.6	42	75.6	74.6	59.3	171	199
10	43.3	75.7	86.7	41.2	79.9	64.5	45.8	58.9	88.8	86.8	67.2	138	220

Entre tanto, las propiedades fisicoquímicas que mejor se logran describir usando los modelos de redes neuronales propuestos son el contenido de asfaltenos y la viscosidad cinemática para las cuales se logra explicar más del 80% de la variabilidad explicada en cada red BP encontrada. Por otro lado, las propiedades que peor se describen en términos de los modelos neuronales propuestos son el contenido de saturados, la densidad el punto de ablandamiento y la viscosidad absoluta. Sin embargo, este último análisis corresponde a una revisión global de los porcentajes de variabilidad para cada una de las propiedades fisicoquímicas del asfalto CAR encontradas en la tabla 33 (con los modelos finalmente escogidos en cada estrategia se logra explicar más del 70% de variabilidad observada.)

5.4.3 Asfalto CIB. Los resultados de mayor relevancia para el asfalto del complejo industrial de Barrancabermeja (Asfalto CIB) se muestran en la tabla 34. Se ob-

Tabla 33. Porcentaje de variabilidad explicada para cada propiedad fisicoquímicas del asfalto CAR usando BP

Alternativa 1: Una sola BP para todas las propiedades sin generalización													
NNCO	Pto Abl	Arom.	Asfal.	Dens.	IIC	Penet.	Resi.	Satu.	V. Abs.	V. Cine.	R ²	SCE	NP
1	46.7	79.1	83.3	0.419	64.7	62.9	44.6	0.533	66.6	80.6	52.9	198	31
2	48.7	81.4	83.4	20.9	78.4	74.3	52.1	57.5	68.4	90.6	65.6	145	52
3	48.7	88.3	84.3	48.3	87.4	73.7	58.5	77.2	70	85.7	72.2	117	73
4	64.2	90.3	87.2	63.2	83.8	83.1	70	71.9	71.1	88.5	77.3	95	94
5	82.2	92.5	87.9	64.5	93.1	72.8	69.9	88.6	72.2	87.3	81.1	79	115
6	89.2	95.6	90.3	72.6	95.8	82.3	74.6	82.1	75.1	88	84.6	65	136
7	70.8	97.7	93.1	94.1	96.2	86.8	78.1	90.1	77.6	92	87.6	52	157
8	75.3	96.3	92.4	95.1	96	85.1	91.2	93.2	87.5	89.9	90.2	41	178
9	89.9	97.3	92.5	95.3	97.1	92.9	94.4	92	95.1	90.2	93.7	27	199
10	96.9	98.1	95.9	97.2	97.4	94.5	97	96	93.9	93.4	96	17	220
Alternativa 2: Una BP distinta para cada propiedad sin generalización													
NNCO	Pto Abl	Arom.	Asfal.	Dens.	IIC	Penet.	Resi.	Satu.	V. Abs.	V. Cine.	R ²	SCE	NP
1	68.6	81.8	90.5	52.4	87.3	81	75.3	70.2	76.8	88.8	77.3	95	130
2	94.8	96.8	94.9	79.4	97.1	94.6	89.7	92.6	93.2	97.4	93	29	250
3	96.6	99.8	99.9	90.1	99.7	99.3	90.8	99.1	98.1	99.4	97.3	11	370
4	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	490
5	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	610
6	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	730
7	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	850
8	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	970
9	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	1090
10	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	1210
Alternativa 3: Una BP distinta para cada propiedad usando parada temprana													
NNCO	Pto Abl	Arom.	Asfal.	Dens.	IIC	Penet.	Resi.	Satu.	V. Abs.	V. Cine.	R ²	SCE	NP
1	24.1	77.7	88.9	17.3	78.1	64.3	36.1	47.7	19	87.8	54.1	193	130
2	43.7	86.2	89.9	26.3	86	71.5	75.9	56.7	27.6	87	65.1	147	250
3	44.7	89.6	91	8.62	84.8	70.2	50.1	61.6	75.8	92.4	66.9	139	370
4	53.9	96.1	95.8	1.73	87.2	86	62.7	82.2	52.1	94.5	71.2	121	490
5	64	83.7	90.8	11.3	85	81	74.2	65.1	70.3	88.8	71.4	120	610
6	53.7	84.5	94	21.4	93.4	92	81.5	70.2	77.5	97.1	76.5	99	730
7	76.7	91.2	89.8	78.2	85.3	82.9	76	72.8	66	96	81.5	78	850
8	82	91.7	96.8	27.2	90.7	85.3	71.9	82.5	77.5	90.7	79.6	86	970
9	64.5	92.8	99.2	44.4	92.3	87.4	73.9	88.7	87.5	96.9	82.8	72	1090
10	10.2	91.1	94.2	68	94.9	95.8	80.5	29.5	80.7	96.6	74.1	109	1210
Alternativa 4: Una sola BP para todas las propiedades usando parada temprana													
NNCO	Pto Abl	Arom.	Asfal.	Dens.	IIC	Penet.	Resi.	Satu.	V. Abs.	V. Cine.	R ²	SCE	NP
1	45.5	77.3	84.2	0.132	65.3	59.5	41.3	0.0975	64.1	80.5	51.8	202	31
2	46.2	81.3	80	5.8	78.3	77	49.5	28.5	56.7	78.1	58.1	176	52
3	46.8	85.1	86.4	22.1	77.4	71.8	40.7	53.8	65.4	77.4	62.7	157	73
4	40.8	74.6	80.7	22.2	69.8	78	54.1	48.2	56.9	84.9	61	164	94
5	53.5	74.9	82.5	24.4	78.8	61.9	55.7	61.7	70.1	83.5	64.7	148	115
6	60.2	83.9	83	37.2	80.3	77.8	60.1	61	63.5	87.1	69.4	128	136
7	59.8	86.9	88.5	20.3	81	73.2	55.5	49.9	62.1	77.4	65.5	145	157
8	58.8	85.4	88.7	11.1	81.4	71.7	62.8	57	77.2	89.6	68.4	133	178
9	69.3	90.4	85	51.9	84	85.1	60.9	74	61.2	87.9	75	105	199
10	51.2	90.4	85.2	59	84.9	78.1	62.7	83.4	66.3	87.6	74.9	106	220

serva que con 5, 3, 3 y 4 neuronas en la capa ocupa se logra explicar más del 80% para las tres primeras estrategias y del 70% para la última (Valores encerrados en la tabla 34). Sin embargo, observando gráficamente el comportamiento de los modelos escogidos para cada estrategia (Figuras 43, 42, 45, 44 del Apéndice E.7.3) se observa que la red para la estrategia 4 es la única que no captura el ruido presente en los datos de entrada (particularmente para el punto de ablandamiento). Es decir, usando una sola BP para todas las propiedades con parada temprana se obtiene peor ajuste pero mejor capacidad de respuesta ante datos nuevos y por lo tanto mejor generalización.

Por otro lado, se aprecia que las características del asfalto CIB que mejor se explican con la red neuronal propuesta son en orden decreciente el contenido de asfaltenos, la viscosidad cinemática, el contenido de aromáticos y la viscosidad absoluta mientras que las que menos se explican son el punto de ablandamiento y el contenido de saturados las cuales se corresponden con las variables que mayor ruido presentan.

Tabla 34. Porcentaje de variabilidad explicada para cada propiedad fisicoquímicas del asfalto CIB usando BP

Alternativa 1: Una sola BP para todas las propiedades sin generalización													
NNCO	Pto Abl	Arom.	Asfal.	Dens.	IIC	Penet.	Resi.	Satu.	V. Abs.	V. Cine.	R ²	SCE	NP
1	24.3	81.6	82.6	20.2	65.5	40.8	34.8	2.08	84.1	64	50	210	31
2	28.3	84.8	90.6	26.9	79	79.8	68.4	11.5	90.2	88.3	64.8	148	52
3	54.6	87.1	94.5	38.4	83.5	79.7	70.1	31.9	90.5	88.7	71.9	118	73
4	62.4	91	93.7	53.8	86.1	80.8	76.2	49.1	90.7	90.9	77.5	95	94
5	74	88.6	89.8	64.6	83	84.7	73.6	76.2	90.8	90.4	81.6	77	115
6	84.7	93.2	95.7	68.9	90.4	83	87.3	73.5	91	91.7	85.9	59	136
7	84.9	97.1	94.4	72.2	92.3	89.7	93	85.1	92	92.4	89.3	45	157
8	94	96.6	95.7	88.6	92	89.3	89.5	90.2	94.8	92.5	92.3	32	178
9	92.6	97.4	96.1	95	94.9	95	93.5	95.5	94.3	91.9	94.6	23	199
10	98.9	97.9	96.8	98	97.1	92.3	93.5	96.7	95.2	95.1	96.2	16	220
Alternativa 2: Una BP distinta para cada propiedad sin generalización													
NNCO	Pto Abl	Arom.	Asfal.	Dens.	IIC	Penet.	Resi.	Satu.	V. Abs.	V. Cine.	R ²	SCE	NP
1	70.1	87.5	95.1	68.3	81.6	82.9	75.9	55.8	92.2	94.4	80.4	82	130
2	92.7	95.7	97.2	84	91.6	95.6	93.9	77	97.6	96.6	92.2	33	250
3	98.1	99.5	98.8	84.5	98.6	98.2	98.4	81.8	99.9	99.4	95.7	18	370
4	91.7	100	100	100	100	100	100	100	100	100	99.2	3	490
5	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	610
6	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	730
7	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	850
8	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	970
9	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	1090
10	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	1210
Alternativa 3: Una BP distinta para cada propiedad usando parada temprana													
NNCO	Pto Abl	Arom.	Asfal.	Dens.	IIC	Penet.	Resi.	Satu.	V. Abs.	V. Cine.	R ²	SCE	NP
1	52.8	85.8	94.7	60.6	77.9	77.2	72.7	28.9	88.1	90.3	72.9	114	130
2	33.2	87.4	96.8	67	76.7	86.9	81.9	54.3	93	96.1	77.3	95	250
3	42.5	90.9	91.4	75.8	86.8	90.3	88.2	72.4	95.5	96.7	83.1	71	370
4	54.5	91.5	96.9	75.2	82.6	94.9	85.7	39.4	92.6	90.1	80.3	83	490
5	87.1	91.8	97.8	61.3	78.5	86.7	89.9	78.1	93.6	93.6	85.8	59	610
6	58.4	86.5	96.8	79.3	88.9	88.6	89.2	8.68	97.1	93.3	78.7	90	730
7	78.6	91.3	95.3	65	92.3	85.6	91.6	83.7	90.9	88.5	86.3	58	850
8	59.2	93.3	94.9	74.1	61.5	95.9	81.2	64.7	95.2	94.4	81.4	78	970
9	69.7	96.6	95.6	89.9	84.7	91.4	96	55.9	91.4	96.3	86.8	56	1090
10	74.3	94.3	91.8	91.6	95.1	91.6	89.6	86.3	94.1	93.6	90.2	41	1210
Alternativa 4: Una sola BP para todas las propiedades usando parada temprana													
NNCO	Pto Abl	Arom.	Asfal.	Dens.	IIC	Penet.	Resi.	Satu.	V. Abs.	V. Cine.	R ²	SCE	NP
1	23	81.6	83.9	18.7	67.2	37.5	33.1	0.82	82.7	64.5	49.3	213	31
2	30.6	84.2	88.5	23.6	76.9	72.2	68.6	7.92	86.6	87.7	62.7	157	52
3	25.6	82.8	90.5	54.6	78.7	63.3	81.3	26.8	85.2	78.7	66.8	140	73
4	42.3	86.2	90.8	41.2	81.8	67.5	75.3	45.4	85.8	87.8	70.4	124	94
5	38.1	78.8	90.8	41.4	76.6	69.7	61	48.5	89.5	87.5	68.2	134	115
6	31	82.2	81.6	19.6	74.4	50	67.1	44.8	84.6	71	60.6	165	136
7	46	88.7	91.4	56.4	79.1	72	70.2	42.5	80.1	82.7	70.9	122	157
8	45.6	88.9	87.5	32.4	75.1	80.9	78.6	52.7	90.9	85.1	71.8	119	178
9	55.3	89.5	94.4	70	83.2	85.8	80.8	46.3	88.7	90.1	78.4	91	199
10	35.2	84.3	85	41.2	79.9	80.2	71	43.6	73.5	81.6	67.5	136	220

5.4.4 Asfalto CIB + Agregado. En la tabla 35 se ha encerrado en un recuadro el número de neuronas en la capa oculta para las redes neuronales escogidas en cada alternativa. Se observa, al igual que en los asfaltos anteriores, que la red neuronal que mejor responde⁵ es la alternativa en la que se usa una sola BP para todas las propiedades usando parada temprana. Esta red no solo generaliza bien el proceso de envejecimiento del asfalto CIB+Agregado sino también incluye los posibles intercalaciones que ya se encontraron (Ver Capitulo 4) entre las diferentes propiedades fisicoquímicas del asfalto.

En el apéndice E.7.4 se encuentra las gráficas de cada una de las propiedades fisicoquímicas para la opción escogida en cada estrategia para el asfalto CIB + Agregado.

⁵La mejor respuesta se refiere a la capacidad de la red de dar resultados satisfactorios ante nuevas entradas sin capturar el ruido presente en las propiedades fisicoquímicas del asfalto

Alternativa 1: Una sola BP para todas las propiedades sin generalización													
NNCO	Pto Abl	Arom.	Asfal.	Dens.	IIC	Penet.	Resi.	Satu.	V. Abs.	V. Cine.	R ²	SCE	NP
1	59.7	84.5	63.3	29.4	64.6	74.2	31.4	6.11	80	75.7	56.9	181	31
2	65.6	87.6	65.2	40	83.2	93.9	86.9	24.4	86.4	91.6	72.5	116	52
3	69	87.9	89.2	40.6	85.1	94.2	87.7	63.6	86.3	92	79.6	86	73
4	72.8	93.9	90.2	51.8	91.9	93.3	89.4	83.5	84.8	90.2	84.2	66	94
5	85.7	92.8	90.2	64.4	93.4	92.5	87.9	90.7	88.2	91.4	87.7	52	115
6	85	95.7	94.9	73.5	96.3	94.5	90.9	93.6	89.3	93.8	90.7	39	136
7	85.4	97.2	92.7	89.1	98.1	94.3	92.6	96.2	93.9	94.9	93.4	28	157
8	93.2	97.5	93.8	91.9	97.4	94.5	90.3	96.6	92	94.1	94.1	25	178
9	95.8	98.5	98.2	91.3	99	96.4	96.5	97.6	96.3	97	96.6	14	199
10	96.2	98.6	98.2	98.9	99.1	95.3	96.1	97.7	97	95.7	97.3	11	220
Alternativa 2: Una BP distinta para cada propiedad sin generalización													
NNCO	Pto Abl	Arom.	Asfal.	Dens.	IIC	Penet.	Resi.	Satu.	V. Abs.	V. Cine.	R ²	SCE	NP
1	72.1	89.1	89	61.7	85.8	94.5	86	61.1	85.6	94.7	82	76	130
2	89.6	97.1	97	91	94.9	98.5	97.1	80.3	97.8	97.2	94.1	25	250
3	99.7	99.6	99.5	96.9	99.2	99.5	99.5	95.9	99.7	99.9	99	4	370
4	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	490
5	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	610
6	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	730
7	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	850
8	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	970
9	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	1090
10	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	1210
Alternativa 3: Una BP distinta para cada propiedad usando parada temprana													
NNCO	Pto Abl	Arom.	Asfal.	Dens.	IIC	Penet.	Resi.	Satu.	V. Abs.	V. Cine.	R ²	SCE	NP
1	68.7	87.9	77.3	49.7	82.3	88.6	78.8	47.8	80.8	91.4	75.3	104	130
2	67.5	90.7	73.3	87.7	88	92.3	85.7	76.6	83.9	94.6	84	67	250
3	59.6	90.1	74.1	69.2	92.7	95.8	80.2	67.3	90.9	90.7	81.1	80	370
4	63	93.9	88.6	62.4	86.5	90.4	91.7	52.9	89.8	96.5	81.6	77	490
5	72.5	94.3	90.3	73.2	78.8	93	91.7	72.5	94.1	97.7	85.8	60	610
6	85.9	91.3	91	60.2	91.7	97.4	90.1	75.9	88.7	97.9	87	55	730
7	79	74.8	75.7	51.5	91.1	88.8	93.8	66.7	88	95.1	80.4	82	850
8	68.3	95.8	87.9	43.4	87.7	95.8	86.3	68.4	95.5	99	82.8	72	970
9	95.7	96.6	77.3	67.2	84.7	92	93	74.9	93.1	97.4	87.2	54	1090
10	88.1	92.2	85.4	56.5	95.6	96.1	91.1	60.9	93.6	98.8	85.8	59	1210
Alternativa 4: Una sola BP para todas las propiedades usando parada temprana													
NNCO	Pto Abl	Arom.	Asfal.	Dens.	IIC	Penet.	Resi.	Satu.	V. Abs.	V. Cine.	R ²	SCE	NP
1	59.4	84	63.2	25.6	65.1	72.4	29.3	6.48	78.9	75.9	56	185	31
2	64.4	86.7	67.9	37	83.1	93.1	87.4	20	86	91.9	71.7	119	52
3	62	91.6	76	42.2	88.5	94.5	84.6	32.6	85.2	89.1	74.6	107	73
4	69.6	90.7	82.6	53.2	86.1	91.9	81.3	53.7	83.2	89.8	78.2	92	94
5	68.2	92.1	79.4	33	83.4	92.1	86	31	78.8	85.6	73	114	115
6	65	92.8	61.2	48	80.4	77.1	63.6	68.8	74.9	86.3	71.8	118	136
7	69.5	82	64.4	41.3	71.8	90.6	79.6	57.8	84.7	85	72.7	115	157
8	65.3	87	83.2	44.3	84	93.6	82.4	62	79.7	86.7	76.8	97	178
9	54.8	94.5	83.8	74.9	88	92.8	85.4	59.1	92.6	96.1	82.2	75	199
10	70.4	94	79.2	78.1	89.2	85.9	82.4	63.7	84.9	88.5	81.6	77	220

Tabla 35. Porcentaje de variabilidad explicada para cada propiedad físicoquímicas del asfalto CIB + Agregado usando BP

6. CONCLUSIONES

1. Con base en la técnica estadística de Análisis de Varianza (Univariado y Multivariado) se lograron comparar y clasificar las muestras de asfalto en el Banco de Pruebas y asegurar su confiabilidad estadística, concluyendo que la penetración, la viscosidad cinemática, el punto chispa, el punto de ablandamiento y la viscosidad absoluta son, en ese orden, las características del asfalto que mejor permiten estudiar el proceso de envejecimiento.
2. La adecuada combinación de las técnicas estadísticas con las las redes neuronales artificiales conforman una metodología adecuada y una herramienta computacional eficiente para estudiar y comprender fenómenos en los cuales existen involucradas muchas variables altamente correlacionadas, de una forma tan compleja y desconocida, como es el caso del envejecimiento de los asfaltos.
3. Con las técnicas estadísticas utilizadas (ANOVA, MANOVA y ACP) se logró demostrar que el asfalto Apiay presenta un comportamiento diferente al de los demás tipos de asfaltos considerados (CAR, CIB y CIB + Agregado) tanto desde el punto de vista físico como químico. Esta diferencia se puede atribuir principalmente al punto de Chispa desde el punto de vista físico y al contenido de asfaltenos y aromáticos desde el punto de vista químico.
4. A partir de la técnica de Análisis de Componentes Principales (ACP) fue posible reducir la dimensionalidad del fenómeno de envejecimiento y así poder estudiarlo solamente a partir de las 2 primeras componentes principales. Además, se propuso con base en esta técnica un índice de envejecimiento dado por la ecuación lineal:

$$IE = 0.89Asfaltenos + 0.87VisAbs + 0.78VisCine + 0.71PtoAbl + \\ 0.48Densidad + 0.27Saturados + 0.17Resinas - 0.32Ductilidad \\ - 0.36PtoChispa - 0.74Penetracion - 0.91Aromaticos$$

El cual permite además raquear las variables más significativas en el proceso de envejecimiento.

5. La técnica de Análisis de Clasificación combinada con la de Análisis de Componentes Principales permitió encontrar grupos de muestras de asfaltos en el banco

de pruebas con características similares que no se detectaron tomando las variables individualmente. Con la combinación de estas técnicas fue posible consolidar 5 categorías claramente caracterizadas según el nivel de envejecimiento y el tipo de asfalto:

- Asfalto Inicial (No envejecido)
 - Asfalto Apiay medianamente envejecido
 - Asfalto No Apiay medianamente envejecido
 - Asfalto No Apiay envejecido.
 - Asfalto Apiay envejecido
6. Con la técnica de Regresión Lineal Múltiple fue posible encontrar modelos matemáticos efectivos para estudiar la forma como cambian las propiedades fisicoquímicas del asfalto a partir de los diferentes factores climáticos y el tiempo. Se encontró que los modelos con efectos de interacción entre variables logran explicar mejor el cambio observado en las propiedades fisicoquímicas de los asfaltos que los mismos modelos sin efectos de interacción. Esto pone en evidencia lo estrechamente relacionadas que se encuentran las propiedades fisicoquímicas con los factores climáticos. Además, con los modelos encontrados se pudo determinar el orden de importancia de cada uno de los factores climáticos en el proceso de envejecimiento así: radiación ultravioleta tipo C, velocidad del viento, precipitaciones planimétricas, radiación ultravioleta tipo A, B, humedad relativa, radiación global, temperatura ambiente y presión atmosférica.
7. Se adaptaron las modernas técnicas de Inteligencia Artificial al fenómeno de envejecimiento y se comprobó su efectividad para estudiar el envejecimiento del asfalto bajo condiciones reales del clima. Además, con la alternativa finalmente recomendada (una sola red neuronal para todas las propiedades fisicoquímicas usando parada temprana) no solamente se tienen en cuenta las posibles interrelaciones, que se sabe existen, entre las distintas propiedades fisicoquímicas del asfalto si no también la capacidad de responder de forma adecuada ante datos nunca antes vistos (Buena Generalización).

ANEXOS

ANEXO A. MACROS EN MATLAB 6.1 PARA EL ANÁLISIS DE VARIANZA MULTIVARIADO DE UNA VÍA DE LOS DATOS DEL BANCO DE PRUEBAS

A.1 Macro para cargar los datos de propiedades físicas y estandarizarlos.

```
%Macro para Cargar los datos y estandarizarlos
clear
clc;
load DatosManova           %Cargamos los datos
%Normalizacion de los datos:
x1=(Densidad-mean(Densidad))/std(Densidad);
x2=(Ductilid-mean(Ductilid))/std(Ductilid);
x3=(Penetrac-mean(Penetrac))/std(Penetrac);
x4=(PtoAblan-mean(PtoAblan))/std(PtoAblan);
x5=(PtoChisp-mean(PtoChisp))/std(PtoChisp);
x6=(ViscAbso-mean(ViscAbso))/std(ViscAbso);
x7=(ViscCine-mean(ViscCine))/std(ViscCine);
x=[x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7]; %Matriz normalizada
```

A.2 Macro para cargar los datos del composición química (Análisis SARA) y estandarizarlos.

```
%Macro para Cargar los datos y estandarizarlos
clear
clc;
load DatosManovaSARA       %Cargamos los datos
```

```

%Normalizacion de los datos:
x1=(Saturado-mean(Saturado))/std(Saturado);
x2=(Aromatic-mean(Aromatic))/std(Aromatic);
x3=(Resinas-mean(Resinas))/std(Resinas);
x4=(Asfalten-mean(Asfalten))/std(Asfalten);
x=[x1, x2, x3, x4]; %Matriz normalizada

```

A.3 Influencia del tipo de asfalto y el tipo de experimento sobre las propiedades físicas.

Archivo.m

```

%Macro para Analisis de Varianza Multivariado para los datos
%del Banco de pruebas
%Caso 1: Influencia del Tipo de asfalto y tipo de experimento
EstandarizarVariables %Cargar los datos y Estandarizarlos
%Factor escogido: Tipo de Asfalto y Tipo de Experimento
[d,p,stats] = manova1(x,Asfalto_Experimento);
manovacluster(stats); %Demdograma de MANOVA
c1 = stats.canon(:,1); %Primera variable Canonica
c2 = stats.canon(:,2); %Segunda variable Canonica
figure %Crea una nueva ventana grafica
%Grafica de los dos primeras variables canonicas
gscatter(c2,c1,Asfalto_Experimento,[],'oxs');
ylabel('Primera Variable Canonica')
xlabel('Segunda Variable Canonica')
p
d
stats.eigenvec
%gname %Permite seleccionar un punto en la ventana grafica

```

Resultados

```

p =
    0
    0
    0
  0.0000
  0.0000
  0.4918

```

```

    0.5533
d =
    5
ans =

-0.3400    -0.1970     0.0354   -0.0353     0.4713     0.9688     0.1502
 0.4298     0.1621   -0.4292     1.0202     0.4479    -0.0278    -0.0249
-0.3283     1.3603     0.0707   -0.2878     0.2208     0.1567    -0.3804
 0.1637     0.0530     0.9803     0.0217     0.7949    -0.3200    -0.2835
 2.0239    -0.0991     0.3205   -0.3054    -0.1184     0.5966     0.0453
-0.0842     0.0210     0.3774     0.7987    -1.0850     0.5270    -0.8457
-0.1170     0.8999    -0.2254    -0.0906     0.4310    -0.2313     1.3661

```

A.4 Influencia del tipo de asfalto y el tiempo sobre las características físicas del asfalto.

Archivo.m

```

%Macro para Analisis de Varianza Multivariado para los datos
%del Banco de pruebas
%Caso 2: Influencia del Tipo de asfalto y tiempo

EstandarizarVariables %Cargar los datos y Estandarizarlos
%Factor escogido: Tipo de Asfalto y Tiempo
[d,p,stats] = manova1(x,Id_Asf_mes);
manovacluster(stats); %Demograma de MANOVA
c1 = stats.canon(:,1); %Primera variable Canonica
c2 = stats.canon(:,2); %Segunda variable Canonica
figure %Crea una nueva ventana grafica
%Grafica de los dos primeras variables canonicas
gscatter(c2,c1,Id_Asf_mes,[],'oxs');
ylabel('Primera Variable Canonica')
xlabel('Segunda Variable Canonica')
p
d
stats.eigenvec
%gname %Permite seleccionar un punto en la ventana grafica

```

Resultados

```

p =
    0
    0
    0
    0.0000
    0.0347
    0.7069
    0.9978

d =
    5

ans =

   -0.2591   -0.1056    0.0716   -0.1674    0.7038    0.2800    0.7785
    0.2734    0.0344    0.0778    0.6338   -0.5432    0.7544    0.3586
    0.4587    1.5651    0.3296    0.4146    0.4117   -0.1948   -0.0036
    0.1740   -0.1016   -0.9417    1.0156    0.2360   -0.3820    0.1272
    2.6456   -0.5176   -0.0923   -0.3431    0.5584    0.0553    0.1096
   -0.0621    0.2574   -0.2591   -0.1500    0.5740    1.2199   -0.9296
    0.0325   -0.6015    1.7138    0.4793   -0.3491   -0.6630    0.5570

```

A.5 Influencia del tipo de experimento y el tiempo sobre las características físicas del asfalto

Archivo.m

```

%Macro para Analisis de Varianza Multivariado
%para los datos del Banco de pruebas
%Caso 3: Influencia del tipo de Experimento y tiempo

EstandarizarVariables %Cargar los datos y Estandarizarlos
%Factor escogido: Tipo de Experimento y Tiempo
[d,p,stats] = manova1(x,Id_Exp_Mes);
manovacluster(stats); %Demdograma de MANOVA
c1 = stats.canon(:,1); %Primera variable Canonica
c2 = stats.canon(:,2); %Segunda variable Canonica
figure %Crea una nueva ventana grafica
%Grafica de los dos primeras variables canonicas
gscatter(c2,c1,Id_Exp_Mes,[],'oxs');

```

```

ylabel('Primera Variable Canonica')
xlabel('Segunda Variable Canonica')
p
d
stats.eigenvec
%gname %Permite seleccionar un punto en la ventana grafica

```

Resultados

```

p =
    0
    0
    0.0042
    0.8513
    1.0000
    1.0000
    1.0000
d =
    3
ans =
   -0.0095   -0.1514    0.2501   -0.0657    0.5907    0.8191   -0.2388
    0.0042   -0.5663   -0.5620    0.6084    0.6955   -0.1977    0.1325
   -0.5866    1.0052    0.4639    0.1647    0.4621   -0.2322   -0.1864
    0.2481    1.1028   -0.8425   -0.1307    0.2553    0.1702    0.1992
    0.0514    0.0756    0.6115   -0.0610    0.0655    0.5489    0.7310
   -0.0052    0.0616    0.3552    1.5842   -0.6345    0.3134   -0.0085
    1.4010   -0.3166    0.3212   -0.8713    0.8504   -0.6098   -0.1282

```

A.6 Influencia del tipo de asfalto sobre las características físicas del asfalto

Archivo.m

```

%Macro para Analisis de Varianza Multivariado
%para los datos del Banco de pruebas
%Caso 4: Influencia del Tipo de asfalto solamente
%Cargar los datos y Estandarizarlos
EstandarizarVariables
%Factor escogido: Tipo de Asfalto

```

```

[d,p,stats] = manova1(x,Asfalto);
manovacluster(stats); %Demograma de MANOVA
c1 = stats.canon(:,1); %Primera variable Canonica
c2 = stats.canon(:,2); %Segunda variable Canonica
figure %Crea una nueva ventana grafica
%Grafica de los dos primeras variables canonicas
gscatter(c2,c1,Asfalto,[],'oxs');
ylabel('Primera Variable Canonica')
xlabel('Segunda Variable Canonica')
p
d
stats.eigenvec
%[stats.eigenvec,p]
%gname %Permite seleccionar un punto en la ventana grafica

```

Resultados

```

p =
    1.0e-012 *
     0
     0
    0.1771
d =
     3
ans =
   -0.3410   -0.2357    0.1131    0.9970    0.3717    0.0560   -0.0633
    0.3379    0.3900    0.3562    0.4500   -0.8646   -0.2740   -0.0743
   -0.1728    1.0389    0.0705    0.1131    0.2313    0.6285    0.2852
    0.2576   -0.3695    0.6603   -0.0134   -0.1646    0.4195    0.8392
    2.0113   -0.2781    0.0432    0.3017    0.5430    0.1398   -0.2166
   -0.0866    0.0752    0.7266   -0.2436   -0.1047    0.5879   -1.3507
   -0.0462    0.8710   -0.0845    0.1894    0.3656   -1.1488    0.7708

```

A.7 Influencia del tipo de asfalto sobre las composición química del asfalto (Análisis SARA)

Archivo.m

```
%Caso 4.b Influencia del tipo de
```

```

%asfalto sobre las composición química
%del asfalto (Análisis SARA)
%Cargar los datos y los estandariza
EstandarizarVariablesSARA
%Factor escogido: Tipo de Asfalto
[d,p,stats] = manova1(x, Asfalto);
manovacluster(stats); %Demograma de MANOVA
c1 = stats.canon(:,1); %Primera variable Canónica
c2 = stats.canon(:,2); %Segunda variable Canónica
figure %Crea una nueva ventana grafica
%Grafica de los dos primeras variables canónicas
gscatter(c2,c1, Asfalto,[],'oxs');
ylabel('Primera Variable Canonica')
xlabel('Segunda Variable Canonica')
p
d
stats.eigenvec
%gname %Permite seleccionar un punto en la ventana grafica

```

Resultados

```

p =
    0
    0.0018
    0.3005
d =
    2
ans =
    0.1386   -0.8463    2.4510    1.1458
    0.1669    0.4667    5.8931    1.7066
   -1.1219    0.1822    3.1521    1.7386
    1.0783    0.9029    4.5529    2.0485

```

A.8 Influencia del tipo de experimento sobre las características físicas del asfalto

Archivo.m

```

%Macro para Analisis de Varianza Multivariado
%para los datos del Banco de pruebas

```

```

%Efecto del tipo de experimento Individuañmente
%sobre las propiedades fisicas del asfalto
%Cargar los datos y Estandarizarlos
EstandarizarVariables
%Factor escogido: Tipo de Experimento
[d,p,stats] = manova1(x,Experimento);
manovacluster(stats); %Demdograma de MANOVA
c1 = stats.canon(:,1); %Primera variable Canonica
c2 = stats.canon(:,2); %Segunda variable Canonica
figure %Crea una nueva ventana grafica
%Grafica de los dos primeras variables canonicas
gscatter(c2,c1,Experimento,[],'oxs');
ylabel('Primera Variable Canonica')
xlabel('Segunda Variable Canonica')
p
d
stats.eigenvec
%gname %Permite seleccionar un punto en la ventana grafica

```

Resultados

```

p =
    0
    0.0027
    0.3217
    0.5712
d =
    2
ans =

-0.0871    0.1242    0.4889    0.6701    0.6678    0.1391    0.1858
-0.5980    0.4163    0.7770   -0.2405   -0.3276   -0.2238    0.1554
 0.6378   -0.4477    0.4033   -0.4395    0.4750   -0.3146    0.0730
 0.7119    0.8602    0.1116   -0.4551    0.2813    0.1215   -0.1050
 0.0678   -0.2791    0.2838    0.1432    0.1923    1.0141   -0.1698
 0.2083   -0.4294    0.6263    0.4741   -0.5820   -0.2330   -1.2251
 0.1865   -0.0420   -0.0338   -0.0609   -0.2041    0.0727    1.5603

```

A.9 Influencia del tiempo sobre las características físicas del asfalto

Archivo.m

```
%Macro para Analisis de Varianza Multivariado
%para los datos del Banco de pruebas
%Cargar los datos y Estandarizarlos
EstandarizarVariables
%Factor escogido: Tiempo
[d,p,stats] = manova1(x,mes);
manovacluster(stats); %Demdograma de MANOVA
c1 = stats.canon(:,1); %Primera variable Canonica
c2 = stats.canon(:,2); %Segunda variable Canonica
figure %Crea una nueva ventana grafica
%Grafica de los dos primeras variables canonicas
gscatter(c2,c1,mes,[],'oxs');
ylabel('Primera Variable Canonica')
xlabel('Segunda Variable Canonica')
p
d
stats.eigenvec
%gname %Permite seleccionar un punto en la ventana grafica
```

Resultados

```
p =
    0
    0
    0.0000
    0.4865
    0.7711
    0.8700
    0.8280
d =
    3
ans =
   -0.0900    0.3589    0.0124    0.4124    0.6558    0.4790   -0.5266
   -0.0923   -0.3304   -0.1207    0.9278   -0.2235   -0.4350   -0.2692
    1.0583    0.4650    0.6254    0.2598   -0.2425    0.3106    0.1692
```

0.3323	-0.8741	0.9074	0.1010	0.3072	0.0225	0.0551
-0.0462	0.6505	0.1629	-0.0529	0.8665	-0.4112	0.1561
0.3192	0.0517	-0.9196	0.6336	0.3021	0.2027	1.1927
-1.4095	0.5858	0.8729	0.0070	-0.6652	-0.0740	-0.6518

A.10 Influencia del tiempo sobre las composición química del asfalto

Archivo.m

```
%Caso 6.b. Influencia del tiempo
%sobre las composición química del asfalto
%Cargar los datos y los estandariza
EstandarizarVariablesSARA
%Factor escogido: Tiempo
[d,p,stats] = manova1(x, mes);
%Grafica de los dos primeras variables canónicas
manovacluster(stats); %Demdograma de MANOVA
c1 = stats.canon(:,1); %Primera variable Canónica
c2 = stats.canon(:,2); %Segunda variable Canónica
figure %Crea una nueva ventana grafica
gscatter(c1,c2, mes, [], 'oxs');
ylabel('Primera Variable Canonica')
xlabel('Segunda Variable Canonica')
p
d
stats.eigenvec
%gname %Permite seleccionar punto en la ventana grafica
```

Resultados

```
p =
    0
    0.0130
    0.8151
    0.8853
d =
    2
ans =
```

0.6051	1.6225	1.5709	1.8177
1.6477	0.9339	4.4088	3.9884
-0.8742	0.6723	1.9848	2.8885
-0.9901	0.7229	4.0269	2.9197

ANEXO B. Análisis de varianza para cada una de las propiedades fisicoquímicas de los asfaltos

Tabla 36. ANOVA para la penetración

Fuente de Variación	Suma de Cuadros	Grados de Libertad	Media de Cuadros	F	Valor P
Asfalto	48689	3	16230	503.7	1.5E-149
Experimento	4346	4	1086	33.7	7.0E-25
tiempo	71592	41	1746	54.2	1.3E-155
Asfalto-Experimento	21910	12	1826	56.7	9.7E-85
Asfalto-Tiempo	6233	123	51	1.6	4.2E-04
Experimento-Tiempo	8528	164	52	1.6	4.6E-05
Error	15851	492	32		
Total	177149	839			

Tabla 37. ANOVA para la densidad

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	F	Valor P
Asfalto	0.049	3	0.01621	101.42	4.02E-51
Experimento	0.002	4	0.00039	2.42	4.76E-02
Tiempo	0.012	41	0.00030	1.86	1.27E-03
Asfalto-Experimento	0.002	12	0.00017	1.07	3.82E-01
Asfalto-Tiempo	0.020	123	0.00016	1.01	4.60E-01
Experimento-Tiempo	0.020	164	0.00012	0.76	9.81E-01
Error	0.079	492	0.00016		
Total	0.183	839			

Tabla 38. ANOVA para el punto de ablandamiento

Fuente de Variación	Suma de Cuadros	Grados de libertad	Media de cuadrados	F	Valor P
Asfalto	604.64	3	201.55	70.75	4.71E-38
Experimento	815.59	4	203.90	71.57	9.18E-48
Tiempo	1645.56	40	41.14	14.44	4.42E-60
Asfalto-Experimento	247.06	12	20.59	7.23	3.07E-12
Asfalto-Tiempo	611.55	120	5.10	1.79	8.74E-06
Experimento-Tiempo	981.86	160	6.14	2.15	1.26E-10
Error	1367.39	480	2.85		
Total	6273.64	819			

Tabla 39. ANOVA para la ductilidad

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	F	Valor P
Asfalto	139920.69	3	46640.23	93.27	8.45E-48
Experimento	90414.29	4	22603.57	45.20	2.45E-32
Tiempo	52153.54	40	1303.84	2.61	8.54E-07
Asfalto-Experimento	39029.65	12	3252.47	6.50	8.14E-11
Asfalto-Tiempo	92703.38	120	772.53	1.54	7.44E-04
Experimento-Tiempo	111150.87	160	694.69	1.39	4.12E-03
Error	240033.47	480	500.07		
Total	765405.88	819			

Tabla 40. ANOVA para el punto de chispa

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	F	Valor P
Asfalto	322273.61	3	107424.54	1514.76	5.38E-248
Experimento	2827.75	4	706.94	9.97	9.19E-08
Tiempo	47919.15	30	1597.30	22.52	1.17E-73
Asfalto-Experimento	1267.41	12	105.62	1.49	1.24E-01
Asfalto-Tiempo	15863.39	90	176.26	2.49	2.38E-10
Experimento-Tiempo	13367.45	120	111.40	1.57	4.80E-04
Error	25530.59	360	70.92		
Total	429049.35	619			

Tabla 41. ANOVA para la viscosidad absoluta

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	F	Valor P
Asfalto	85426119.9	3	28475373.27	45.99	3.26E-26
Experimento	92586904.4	4	23146726.09	37.38	2.59E-27
Tiempo	165092877.9	31	5325576.71	8.60	3.46E-30
Asfalto-Experimento	44266236.8	12	3688853.06	5.96	9.70E-10
Asfalto-Tiempo	60683750.0	93	652513.44	1.05	3.57E-01
Experimento-Tiempo	136784162.3	124	1103098.08	1.78	8.05E-06
Error	230336309.7	372	619183.63		
Total	815176360.7	639			

Tabla 42. ANOVA para la viscosidad cinemática

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	F	Valor P
Asfalto	298738.2	3	99579.39	59.11	1.19E-32
Experimento	376404.6	4	94101.14	55.86	7.75E-39
Tiempo	1622639.9	31	52343.22	31.07	7.84E-96
Asfalto-Experimento	75001.9	12	6250.15	3.71	2.21E-05
Asfalto-Tiempo	205923.6	93	2214.23	1.31	3.61E-02
Experimento-Tiempo	465464.0	124	3753.74	2.23	5.85E-10
Error	626658.4	372	1684.57		
Total	3670830.5	639			

Tabla 43. ANOVA para el contenido de asfaltenos

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	F	Valor P
Asfalto	2629.22	3	876.41	199.99	8.77E-85
Tiempo	4873.51	42	116.04	26.48	2.31E-100
Error	552.16	126	4.38		
Total	8054.89	171			

Tabla 44. ANOVA para el contenido de saturados

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	F	Valor P
Asfalto	463.63	3	154.54	22.87	7.15E-14
Tiempo	1101.08	42	26.22	3.88	1.87E-13
Error	851.60	126	6.76		
Total	2416.31	171			

Tabla 45. ANOVA para el contenido de aromáticos

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	F	Valor P
Asfalto	578.62	3	192.87	14.47	4.75E-09
Tiempo	9745.32	42	232.03	17.41	1.09E-72
Error	1679.05	126	13.33		
Total	12002.99	171			

Tabla 46. ANOVA para el contenido de resinas

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	F	Valor P
Asfalto	2110.13	3	703.38	131.33	1.70E-62
Tiempo	1807.52	42	43.04	8.04	1.71E-34
Error	674.83	126	5.36		
Total	4592.47	171			

ANEXO C. MODELOS DE REGRESIÓN USANDO LA TÉCNICA DE REGRESIÓN POR PASOS

C.1 ASFALTO APIAY

Las gráficas de los valores experimentales Vs Calculados para cada una de las propiedades fisicoquímicas del asfalto Apiay se encuentran en la figura 30

Punto de Ablandamiento

Modelo: $PtoAbland. = 48.4528080491881 + (1.20792057793326E - 02 * Mes * U.V.B.)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	1	0.367	0.367	23.779	1.668E-05
	Residual	41	0.633	0.015		

Otros Estadísticos: $R^2 = 36.71\%$ | $R_{Ajustado}^2 = 36.71\%$ | $Error = 2.254$

Contenido de Aromáticos

Modelo: $AROMATICOS = 886.211328172244 + (-1.38306937858831E - 02 * Mes^2) + (-10.8924375682177 * Presion) + (-4.25138388665958E - 02 * HR^2) + (4.9107360109965 * HR) + (0.483650446138621 * V.V. * U.V.C.)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	5	0.793	0.159	28.351	1.0523E-11
	Residual	37	0.207	0.006		

Otros Estadísticos: $R^2 = 79.30\%$ | $R_{Ajustado}^2 = 77.12\%$ | $Error = 3.784$

Contenido de Asfaltenos

Modelo: $ASFALTENOS = -450.005331287951 + (1.22822070180866E-02 * Mes^2) + (5.25487495407909 * Presion) + (-7.13395575599292E - 03 * Rglobal * U.V.A.)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	3	0.843	0.281	69.776	9.8459E-16
	Residual	39	0.157	0.004		

Otros Estadísticos: $R^2 = 84.30\%$ | $R^2_{Ajustado} = 83.51\%$ | $Error = 2.497$

Densidad

Modelo: $Densidad = 1.03708419302414 + (-6.04517766744439E-05 * Taire * U.V.B.) + (1.58593065670518E - 04 * Mes * V.V.)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	2	0.229	0.114	5.925	0.00557317
	Residual	40	0.771	0.019		

Otros Estadísticos: $R^2 = 22.86\%$ | $R^2_{Ajustado} = 20.97\%$ | $Error = 0.005$

Índice de Inestabilidad Coloidal

Modelo: $I.I.C. = -36.9449796500356 + (9.55319489890622E - 04 * Mes^2) + (0.423195542155327 * Presion) + (-2.71105090973605E - 05 * Mes * Rglobal) + (-0.121473072594332 * V.V. * U.V.A.) + (-2.72205971236304E - 03 * Presion * U.V.A.)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	5	0.696	0.139	16.969	1.0534E-08
	Residual	37	0.304	0.008		

Otros Estadísticos: $R^2 = 69.63\%$ | $R^2_{Ajustado} = 66.44\%$ | $Error = 0.179$

Penetración

Modelo: $Penetracion = 54.8195432604186 + (4.15956072019575E - 02 * Mes^2) + (-4.97315006548632E - 02 * Mes * Taire) + (-9.39155589977955E - 02 * Mes * U.V.B.) + (1.59561608050591E - 02 * Presion * U.V.B.)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	4	0.807	0.202	39.782	4.2545E-13
	Residual	38	0.193	0.005		

Otros Estadísticos: $R^2 = 80.72\%$ | $R^2_{Ajustado} = 79.24\%$ | $Error = 4.418$

Resinas

Modelo: $RESINAS = 11.7911148139573 + (0.02899857184902 * Mes * U.V.C.)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	1	0.257	0.257	14.208	0.00051667
	Residual	41	0.743	0.018		

Otros Estadísticos: $R^2 = 25.73\%$ | $R^2_{Ajustado} = 25.73\%$ | $Error = 2.780$

Viscosidad Absoluta

Modelo: $ViscosidadAbsoluta = 159243.345056806 + (17.0709502785446 * Mes * U.V.A.) + (-47.7265898570425 * Mes * V.V.) + (0.224551071725827 * Precip. * U.V.C.) + (1.98308142334106 * Mes^2) + (-18.2042803794541 * Presion^2) + (-36384.7316385256 * U.V.B.) + (388.022671950102 * Presion * U.V.B.) + (1.6666744360014 * Rglobal * U.V.B.) + (-0.147907750552875 * Presion * Rglobal) + (3.42374816999578 * HR * U.V.B.)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	31	1			
	Regresión	10	0.953	0.095	42.595	1.1182E-11
	Residual	21	0.047	0.002		

Otros Estadísticos: $R^2 = 95.30\%$ | $R^2_{Ajustado} = 93.38\%$ | $Error = 248.227$

Viscosidad Cinemática

Modelo: $Viscosidad_{cinematica} = 387.142518187997 + (0.110184127099602 * Mes^2) + (-8.13046836252776 * U.V.B.)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	31	1			
	Regresión	2	0.821	0.411	66.728	1.4095E-11
	Residual	29	0.179	0.006		

Otros Estadísticos: $R^2 = 82.15\%$ | $R^2_{Ajustado} = 81.55\%$ | $Error = 30.328$

Contenido de Saturados

Modelo: $SATURADOS = -95173.3729978647 + (-1.31830356244777E-05 * Precip.^2) + (2096.62234722259 * Presion) + (-5.71606544651991E - 03 * V.V. * Rglobal) + (-11.5433630002164 * Presion^2)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	4	0.417	0.104	6.807	0.00031073
	Residual	38	0.583	0.015		

Otros Estadísticos: $R^2 = 41.74\%$ | $R^2_{Ajustado} = 37.26\%$ | $Error = 2.942$

C.2 ASFALTO CIB

Las gráficas de los valores experimentales Vs Calculados para cada una de las propiedades fisicoquímicas del asfalto Apiay se encuentran en la figura 31

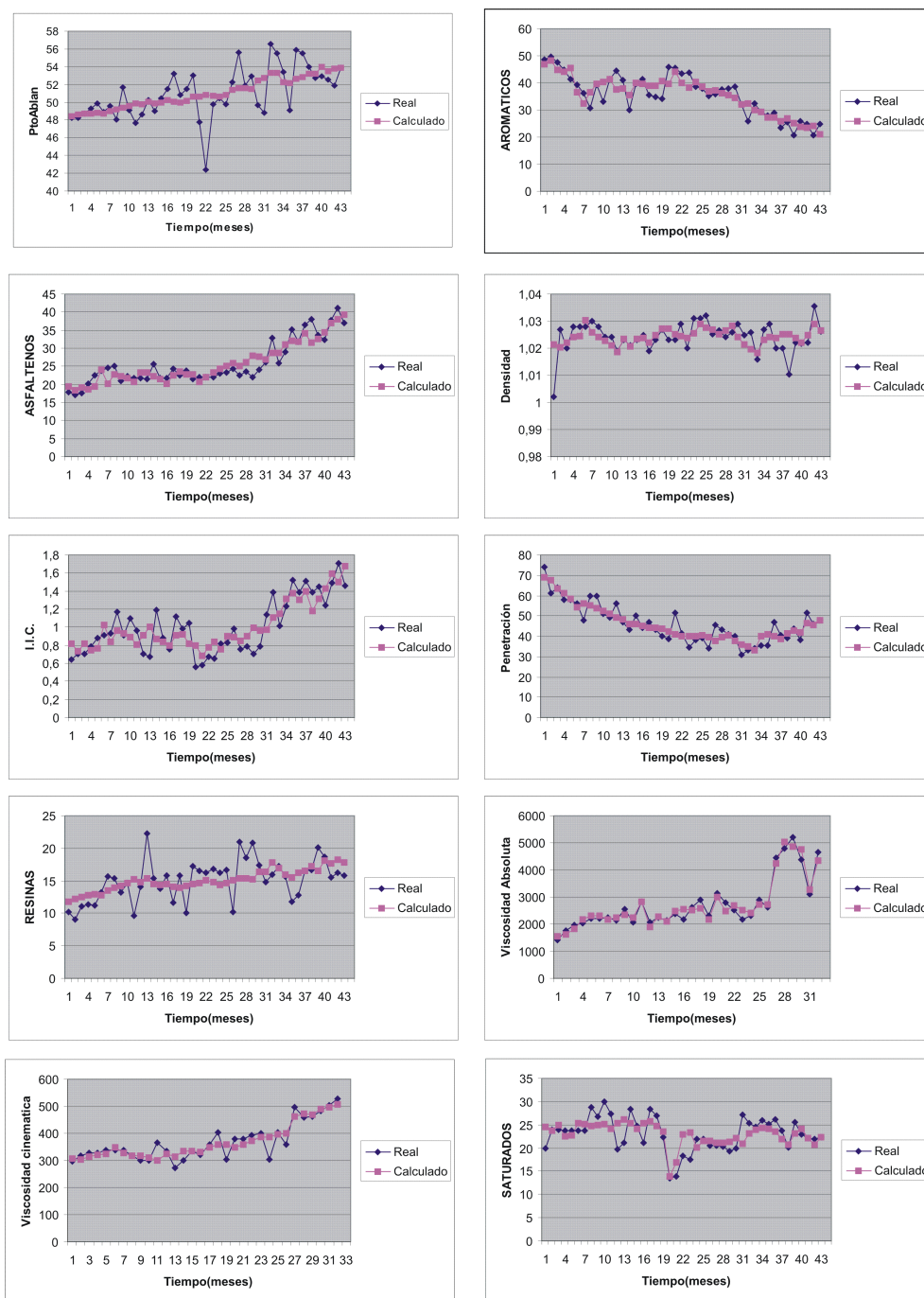
Punto de Ablandamiento

Modelo: $PtoAblan. = 47.2500511506773 + (1.64004507781895E - 02 * Mes * U.V.C.) + (2.32675852303078E - 04 * Mes * Precip.)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	2	0.358	0.179	11.155	0.00014122
	Residual	40	0.642	0.016		

Otros Estadísticos: $R^2 = 35.81\%$ | $R^2_{Ajustado} = 34.24\%$ | $Error = 1.739$

Figura 30. Resultados de los modelos de regresión para las propiedades fisicoquímicas del asfalto Apiay



Contenido de Aromáticos

Modelo: $AROMATICOS = 70.105403737622 + (-1.36627141922558E - 02 * Mes *$

$$HR) + (-3.80822395662857E - 04 * HR * Rglobal) + (-14.239631544265 * V.V.^2) \\ + (-2.35494774652622 * U.V.A.^2) + (0.686623520048231 * Taire * V.V.) \\ + (5.02488496247163E - 03 * Mes^2)$$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	6	0.896	0.149	51.835	2.9932E-16
	Residual	36	0.104	0.003		

Otros Estadísticos: $R^2 = 89.63\%$ | $R^2_{Ajustado} = 88.22\%$ | $Error = 3.047$

Contenido de Asfaltenos

$$\text{Modelo: } ASFALTENOS = -102.022561590458 + (1.00432878711438E - 02 * Mes^2) + \\ (1.56899931667467E - 02 * Presion^2) + (-1.48625517941685E - 03 * Taire * \\ Rglobal) + (2.8712631785954E - 03 * Rglobal * U.V.B.) + (-2.41239020133959E - \\ 04 * Mes * Precip.) + (-3.67318397038147E - 02 * Taire * U.V.B.)$$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	6	0.923	0.154	71.507	1.6264E-18
	Residual	36	0.077	0.002		

Otros Estadísticos: $R^2 = 92.26\%$ | $R^2_{Ajustado} = 91.21\%$ | $Error = 1.623$

Densidad

$$\text{Modelo: } Densidad = 64.7825324000635 + (4.38273269924139E - 07 * Taire * Rglobal) + \\ (-1.4040520605641 * Presion) + (2.48521278527771E - 03 * V.V. * U.V.A.) \\ + (7.72615910479422E - 03 * Presion^2)$$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	4	0.475	0.119	8.609	4.765E-05
	Residual	38	0.525	0.014		

Otros Estadísticos: $R^2 = 47.54\%$ | $R^2_{Ajustado} = 43.51\%$ | $Error = 0.002$

Índice de Inestabilidad Coloidal

$$\text{Modelo: } I.I.C. = 0.42800307833395 + (4.33510931971221E - 04 * Mes^2) \\ + (-2.07697245560702E - 03 * Mes * Taire) + (1.43268961474024E - 03 * Mes * \\ U.V.C.) + (4.71853540630686E - 04 * Mes * Presion)$$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	4	0.770	0.193	31.813	1.1616E-11
	Residual	38	0.230	0.006		

Otros Estadísticos: $R^2 = 77.00\%$ | $R_{Ajustado}^2 = 75.24\%$ | $Error = 0.088$

Penetración

Modelo: $PenetraciOn = -476.711502334952 + (4.97667642699168E - 02 * HR * U.V.C.) + (-2.49643226656301E - 02 * HR * U.V.B.) + (19.043447775611 * V.V. * U.V.A.) + (-2.82297458577512 * V.V. * U.V.B.) + (5.8673926884718 * Presion)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	5	0.826	0.165	35.175	4.4021E-13
	Residual	37	0.174	0.005		

Otros Estadísticos: $R^2 = 82.62\%$ | $R_{Ajustado}^2 = 80.79\%$ | $Error = 4.956$

Resinas

Modelo: $RESINAS = -16.6861802504333 + (0.574412328086544 * V.V. * U.V.B.) + (0.134137308679481 * HR * U.V.A.) + (-2.69070265080688E - 02 * Mes^2) + (1.43985271011257 * Mes) + (-3.10330725055902 * U.V.A. * U.V.C.) + (4.92501152980645 * U.V.C.) + (3.37050606221299 * U.V.A.^2)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	7	0.845	0.121	27.328	2.1454E-12
	Residual	35	0.155	0.004		

Otros Estadísticos: $R^2 = 84.53\%$ | $R_{Ajustado}^2 = 81.96\%$ | $Error = 2.051$

Viscosidad Absoluta

Modelo: $ViscosidadAbsoluta = 2255.5464612554 + (0.901575021078575 * Tiempo^2) + (-20.9259069680633 * Taire * U.V.A.) + (2.77602896814342 * Tiempo * U.V.C.)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	31	1			
	Regresión	3	0.900	0.300	84.362	3.9096E-14
	Residual	28	0.100	0.004		

Otros Estadísticos: $R^2 = 90.04\%$ | $R_{Ajustado}^2 = 89.35\%$ | $Error = 203.040$

Viscosidad Cinemática

Modelo: $Viscosidad_{cinematica} = -4005.08404511673 + (0.204259198599211 * Mes^2) + (0.019531620368652 * Precip. * U.V.C.) + (-5.97255019584052E - 03 * Mes * R_{global}) + (47.6452409982332 * Presion)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	31	1			
	Regresión	4	0.893	0.223	56.471	9.9977E-13
	Residual	27	0.107	0.004		

Otros Estadísticos: $R^2 = 89.32\%$ | $R_{Ajustado}^2 = 88.18\%$ | $Error = 25.423$

Contenido de Saturados El nivel de significancia para este modelo se tomo del 10% debido a que de lo contrario no ingresaba ninguna variable

Modelo: $SATURADOS = 12.516998286623 + (2.27742947805401E - 04 * HR * R_{global})$

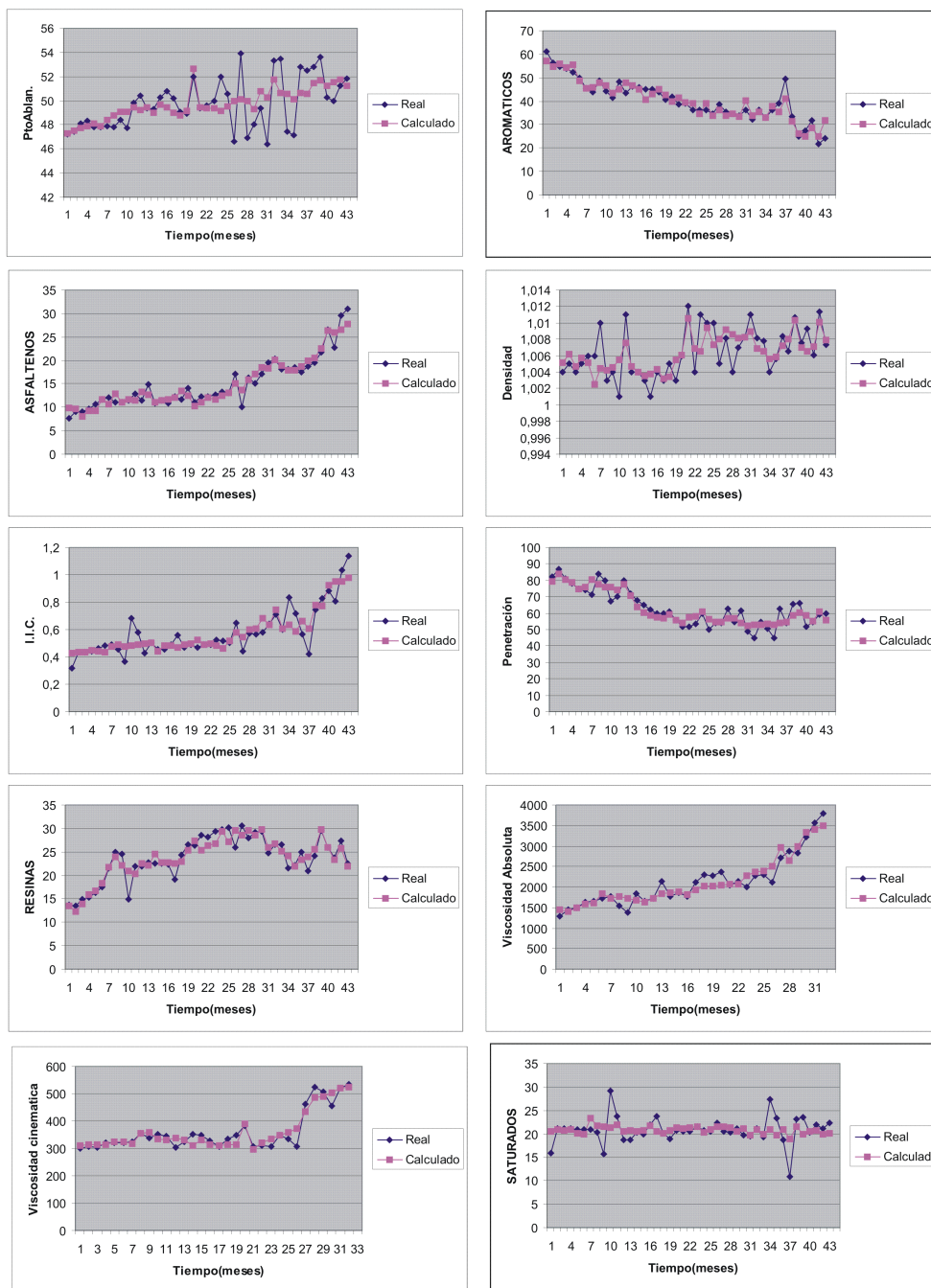
	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	1	0.076	0.076	3.359	0.0740986
	Residual	41	0.924	0.023		

Otros Estadísticos: $R^2 = 7.57\%$ | $R_{Ajustado}^2 = 7.57\%$ | $Error = 2.733$

C.3 ASFALTO CARTAGENA

Las gráficas de los valores experimentales Vs Calculados para cada una de las propiedades fisicoquímicas del asfalto Cartagena se encuentran en la figura 32

Figura 31. Resultados de los modelos de regresión para las propiedades fisicoquímicas del asfalto CIB



Punto de Ablandamiento

$$\text{Modelo: } PtoAblan. = 49.8371005939099 + (2.02897156322235E - 02 * Mes * U.V.C.) + (1.80905603563618E - 04 * Mes * Precip.)$$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	2	0.500	0.250	19.966	9.6993E-07
	Residual	40	0.500	0.013		

Otros Estadísticos: $R^2 = 49.96\%$ | $R_{Ajustado}^2 = 48.74\%$ | $Error = 1.408$

Contenido de Aromáticos

Modelo: $AROMATICOS = 343.16152270336 + (-0.292737225092089 * Mes * U.V.A.) + (-3.58637413382199E - 02 * Presion^2)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	2	0.784	0.392	72.462	5.0277E-14
	Residual	40	0.216	0.005		

Otros Estadísticos: $R^2 = 78.37\%$ | $R_{Ajustado}^2 = 77.84\%$ | $Error = 3.795$

Contenido de Asfaltenos

Modelo: $ASFALTENOS = 14.1311911655316 + (8.62126957873164E - 03 * Mes^2) + (0.033230798539755 * Mes * U.V.C.) + (-2.3380754929425E - 04 * Mes * Rglobal)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	3	0.902	0.301	119.494	1.0555E-19
	Residual	39	0.098	0.003		

Otros Estadísticos: $R^2 = 90.19\%$ | $R_{Ajustado}^2 = 89.70\%$ | $Error = 1.669$

Densidad

Modelo: $Densidad = 1.00502173324454 + (9.08838164968989E - 06 * V.V. * Rglobal)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	1	0.147	0.147	7.081	0.01107203
	Residual	41	0.853	0.021		

Otros Estadísticos: $R^2 = 14.73\%$ | $R_{Ajustado}^2 = 14.73\%$ | $Error = 0.004$

Índice de Inestabilidad Coloidal

Modelo: $I.I.C. = -17.1952906537889 + (5.55580105260862E - 04 * Mes^2) + (-2.07460894910316E - 04 * Mes * HR) + (0.197976685938413 * Presion) + (-1.44599283360964E - 02 * V.V. * U.V.B.)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	4	0.796	0.199	36.978	1.2772E-12
	Residual	38	0.204	0.005		

Otros Estadísticos: $R^2 = 79.56\%$ | $R^2_{Ajustado} = 77.99\%$ | $Error = 0.089$

Penetración

Modelo: $Penetracion = 598.45901213417 + (-1.18369529204768E - 02 * Mes * HR) + (0.015319705820868 * Mes^2) + (-5.95945332575224 * Presion) + (-6.32698128659135E - 02 * Mes * Taire) + (1.7407508437043E - 03 * Mes * Rglobal)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	5	0.798	0.160	29.280	6.609E-12
	Residual	37	0.202	0.005		

Otros Estadísticos: $R^2 = 79.83\%$ | $R^2_{Ajustado} = 77.70\%$ | $Error = 4.313$

Resinas

Modelo: $RESINAS = 17.2264180475592 + (3.41953083224662E - 02 * Mes * U.V.C.) + (-1.75875439707592E - 02 * U.V.C.^2) + (6.2512080219499E - 03 * V.V. * Precip.)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	3	0.588	0.196	18.554	1.2245E-07
	Residual	39	0.412	0.011		

Otros Estadísticos: $R^2 = 58.80\%$ | $R^2_{Ajustado} = 56.74\%$ | $Error = 2.257$

Viscosidad Absoluta

Modelo: $ViscosidadAbsoluta = 1494.48361998433 + (35.2586635197573 * Mes * V.V.) + (5.65586904032372E - 02 * Mes * Precip.)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	31	1			
	Regresión	2	0.675	0.337	30.084	8.4464E-08
	Residual	29	0.325	0.011		

Otros Estadísticos: $R^2 = 67.48\%$ | $R_{Ajustado}^2 = 66.39\%$ | $Error = 378.099$

Viscosidad Cinemática

Modelo: $Viscosidadcinematica = 13316.5435060263 + (10.0094790018891 * Mes * U.V.A.) + (9.23611715680598 * V.V. * U.V.C.) + (-65.1564922109596 * V.V.^2) + (3.23929702796424E - 03 * Mes * Precip.) + (-17668.1925235203 * U.V.A.) + (192.341595980969 * Presion * U.V.A.) + (-3.08587072426925 * Rglobal) + (2.67237151574865E - 03 * Rglobal^2) + (-0.813929966993575 * Mes * U.V.B.) + (-0.849005620630614 * Presion^2) + (-3.98013240941099 * Taire * Presion) + (0.433430234541621 * U.V.C.^2) + (6.57613946777193 * Taire^2)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	31	1			
	Regresión	13	0.982	0.076	76.230	5.3664E-13
	Residual	18	0.018	0.001		

Otros Estadísticos: $R^2 = 98.22\%$ | $R_{Ajustado}^2 = 97.09\%$ | $Error = 11.688$

Contenido de Saturados

Modelo: $SATURADOS = 35.142767736128 + (1.41767530254233 * V.V. * U.V.C.) + (8.66579904450158E - 02 * Mes * U.V.A.) + (-2.84514514829274E - 02 * HR * U.V.B.) + (-12.832701696767 * V.V.)$

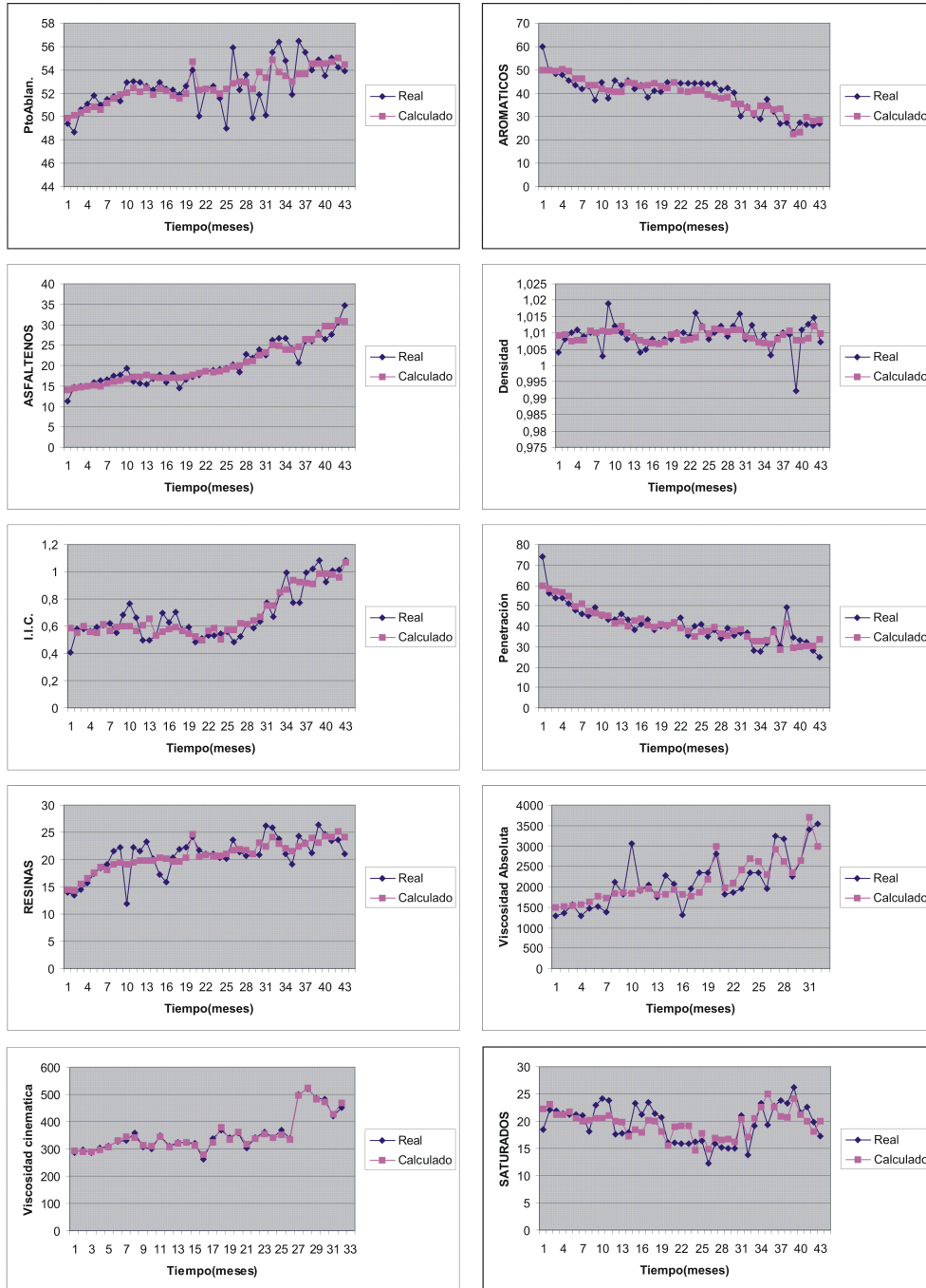
	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	4	0.491	0.123	9.148	2.8081E-05
	Residual	38	0.509	0.013		

Otros Estadísticos: $R^2 = 49.06\%$ | $R_{Ajustado}^2 = 45.14\%$ | $Error = 2.529$

C.4 ASFALTO CIB+AGREGADO

Las gráficas de los valores experimentales Vs Calculados para cada una de las propiedades fisicoquímicas del asfalto CIB+Agregado se encuentran en la figura 33

Figura 32. Resultados de los modelos de regresión para las propiedades fisicoquímicas del asfalto Cartagena



Punto de Ablandamiento

Modelo: $PtoAblan. = 53.8543239320372 + (3.47210247615278E - 03 * Mes * HR)$

$$+ (-1.04657096747898E - 02 * R_{global}) + (-4.36243490848142E - 03 * V.V. * Precip.)$$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	3	0.652	0.217	24.319	4.8694E-09
	Residual	39	0.348	0.009		

Otros Estadísticos: $R^2 = 65.17\%$ | $R^2_{Ajustado} = 63.42\%$ | $Error = 1.834$

Contenido de Aromáticos

$$\text{Modelo: } AROMATICOS = 470.202493186288 + (-0.123676887107079 * Mes * U.V.C.) + (8.08807842175387E - 02 * Taire * U.V.B.) + (1.39467092659527E - 02 * Taire * HR) + (-5.60194761739584E - 03 * Precip. * U.V.C.) + (3.02873828180695E - 02 * V.V. * Precip.) + (-5.01915547182096 * Presion) + (-0.123028071530528 * Mes * U.V.A.)$$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	7	0.933	0.133	69.265	1.2904E-18
	Residual	35	0.067	0.002		

Otros Estadísticos: $R^2 = 93.27\%$ | $R^2_{Ajustado} = 92.15\%$ | $Error = 2.394$

Contenido de Asfaltenos

$$\text{Modelo: } ASFALTENOS = 15.1763070658417 + (0.121680621745544 * Mes * U.V.C.) + (2.10481346586125E - 02 * Mes^2) + (-0.234812937951134 * Mes * U.V.A.) + (-2.23965710551512E - 02 * Mes * Taire) + (-0.253843996506501 * U.V.A. * U.V.C.)$$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	5	0.852	0.170	42.661	2.2975E-14
	Residual	37	0.148	0.004		

Otros Estadísticos: $R^2 = 85.22\%$ | $R^2_{Ajustado} = 83.66\%$ | $Error = 2.484$

Densidad

Modelo: $Densidad = 0.970298805319127 + (6.61141302509593E - 06 * Mes^2) + (2.00984863878371E - 05 * Taire * HR)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	2	0.513	0.256	21.061	5.6484E-07
	Residual	40	0.487	0.012		

Otros Estadísticos: $R^2 = 51.29\%$ | $R^2_{Ajustado} = 50.10\%$ | $Error = 0.003$

Índice de Inestabilidad Coloidal

Modelo: $I.I.C. = -12.7799400008786 + (7.06628346760805E - 04 * Mes^2) + (0.150375994185138 * Presion) + (-1.05359521054929E - 03 * Mes * Taire) + (-0.100406760441865 * V.V. * U.V.A.) + (2.94404623011319E - 03 * Mes * U.V.C.) + (-4.51405601790097E - 04 * HR * U.V.B.)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	6	0.878	0.146	43.142	5.4024E-15
	Residual	36	0.122	0.003		

Otros Estadísticos: $R^2 = 87.79\%$ | $R^2_{Ajustado} = 86.14\%$ | $Error = 0.075$

Penetración

Modelo: $Penetracion = 50.4396197399542 + (-0.262206828618446 * Mes * U.V.C.) + (2.98585844025222 * U.V.C.) + (15.3922230807455 * V.V.^2) + (-0.232728588492547 * Presion * V.V.) + (7.50973879893793E - 02 * Mes * U.V.B.) + (-1.53010296387239 * U.V.A.^2)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	6	0.963	0.160	155.260	3.3025E-24
	Residual	36	0.037	0.001		

Otros Estadísticos: $R^2 = 96.28\%$ | $R^2_{Ajustado} = 95.78\%$ | $Error = 2.615$

Resinas

Modelo: $RESINAS = 22.5451389983749 + (-0.132603812505085 * U.V.C.^2) + (2.08880148625375E - 03 * Rglobal * U.V.C.)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	42	1			
	Regresión	2	0.726	0.363	52.890	5.8514E-12
	Residual	40	0.274	0.007		

Otros Estadísticos: $R^2 = 72.56\%$ | $R^2_{Ajustado} = 71.89\%$ | $Error = 2.064$

Viscosidad Absoluta

Modelo: $ViscosidadAbsoluta = 671.818883064731 + (2.35212244477943 * Mes * HR) + (-49.3209714965629 * Mes * V.V.) + (64.4792685795054 * V.V. * U.V.C.)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	31	1			
	Regresión	3	0.896	0.299	80.082	7.505E-14
	Residual	28	0.104	0.004		

Otros Estadísticos: $R^2 = 89.56\%$ | $R^2_{Ajustado} = 88.84\%$ | $Error = 406.859$

Viscosidad Cinemática

Modelo: $Viscosidadcinematica = -3405.72211160189 + (0.299287352780921 * Mes^2) + (-4.29912600365425 * Mes * V.V.) + (0.414283895101984 * Presion^2) + (2.28371385316306E - 02 * Precip. * U.V.C.) + (0.187314035992288 * Taire * HR)$

	Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:	Total	31	1			
	Regresión	5	0.932	0.186	71.434	2.3717E-14
	Residual	26	0.068	0.003		

Otros Estadísticos: $R^2 = 93.21\%$ | $R^2_{Ajustado} = 92.21\%$ | $Error = 31.971$

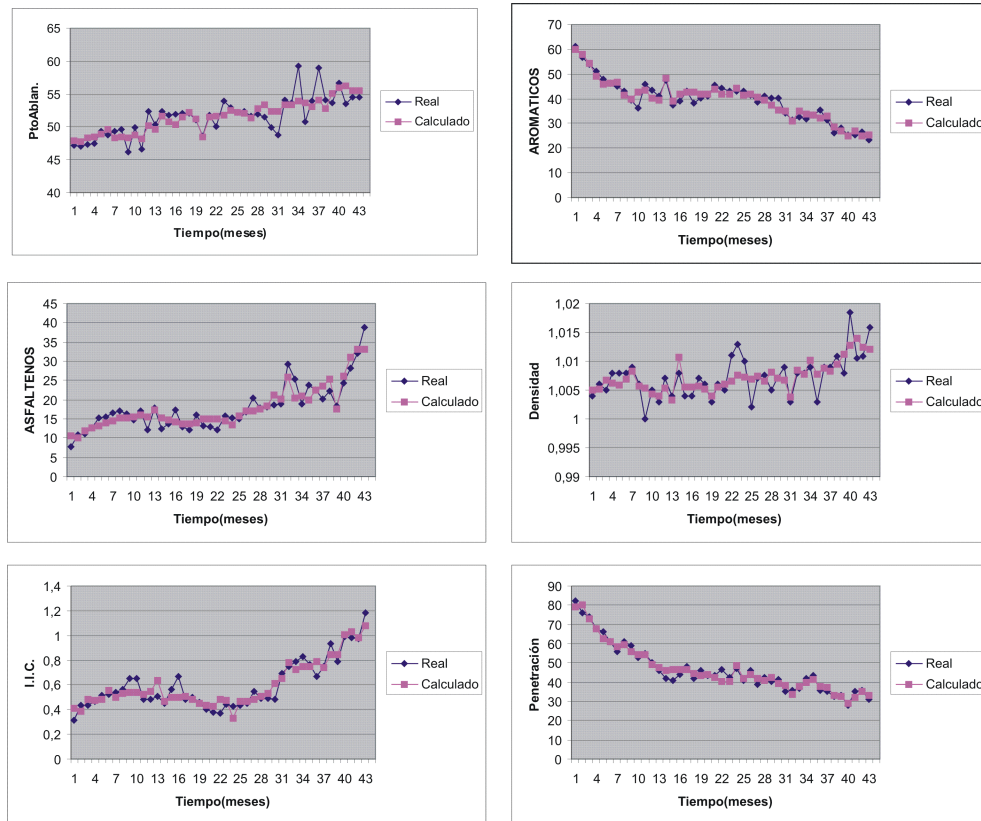
Contenido de Saturados

Modelo: $SATURADOS = -351.554532662534 + (-0.240100727361464 * Mes * V.V.) + (6.08099759245047E - 03 * Mes^2) + (4.09565060999765 * Presion)$

		Fuente Variación	df	SS	MS	Valor F	Valor P
ANOVA:		Total	42	1			
		Regresión	3	0.346	0.115	6.888	0.00078287
		Residual	39	0.654	0.017		

Otros Estadísticos: $R^2 = 34.63\%$ $R^2_{Ajustado} = 31.36\%$ $Error = 3.117$

Figura 33. Resultados de los modelos de regresión para las propiedades fisicoquímicas del asfalto CIB+Agregado



ANEXO D. SALIDA DE SPAD 3.5 PARA ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES Y CLASIFICACIÓN PARA LAS MUESTRAS DE ASFALTO DEL EXPERIMENTO TIPO 1

D.1 Análisis de Componentes Principales

```

LECTURE DE LA BASE DE DONNEES
LECTURE DU FICHIER BASE
NOM DE LA BASE      : G:\MAESTRIA\FINAL\ACP\SPAD\ACP1.SBA
NOMBRE D'INDIVIDUS  : 116
NOMBRE DE VARIABLES : 15
SELECTION DES INDIVIDUS ET DES VARIABLES UTILES
VARIABLES NOMINALES ILLUSTRATIVES
  1 VARIABLES      4 MODALITES ASSOCIEES
-----
  1 . Asfalto                                           ( 4 MODALITES )
-----
VARIABLES CONTINUES ACTIVES
 11 VARIABLES
-----
  5 . Penetrac                                         ( CONTINUE )
  6 . Densidad                                         ( CONTINUE )
  7 . PtoAblan                                         ( CONTINUE )
  8 . Ductilid                                         ( CONTINUE )
  9 . PtoChisp                                         ( CONTINUE )
 10 . ViscAbso                                         ( CONTINUE )
 11 . ViscCine                                         ( CONTINUE )
 12 . Asfalten                                         ( CONTINUE )
 13 . Saturado                                         ( CONTINUE )
 14 . Aromatic                                         ( CONTINUE )
 15 . Resinas                                          ( CONTINUE )
-----
VARIABLES CONTINUES ILLUSTRATIVES
  2 VARIABLES
-----
  2 . mes                                               ( CONTINUE )
  4 . RadTotal                                          ( CONTINUE )
-----
INDIVIDUS
----- NOMBRE ----- POIDS ---
POIDS DES INDIVIDUS: Poids des individus, uniforme egal a 1.          UNIF
RETENUS ..... NITOT = 116      PITOT = 116.000
ACTIFS ..... NIACT = 116      PIACT = 116.000
SUPPLEMENTAIRES .... NISUP = 0      PISUP = 0.000
-----
ANALYSE EN COMPOSANTES PRINCIPALES
STATISTIQUES SOMMAIRES DES VARIABLES CONTINUES
EFFECTIF TOTAL : 116      POIDS TOTAL : 116.00
-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| NUM . IDEN - LIBELLE      EFFECTIF  POIDS | MOYENNE ECART-TYPE | MINIMUM  MAXIMUM |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+

```

5 . Pene - Penetrac	116	116.00	51.58	14.20	24.60	87.00
6 . Dens - Densidad	116	116.00	1.01	0.01	0.99	1.04
7 . PtoA - PtoAblan	116	116.00	50.76	2.36	46.25	56.70
8 . Duct - Ductilid	116	116.00	124.38	30.29	60.00	150.00
9 . PtoC - PtoChisp	116	116.00	264.15	26.88	206.00	314.00
10 . Visc - ViscAbso	116	116.00	2494.57	958.78	1288.00	5630.00
11 . Visc - ViscCine	116	116.00	374.58	86.97	262.80	668.40
12 . Asfa - Asfalten	116	116.00	19.23	7.21	7.73	41.04
13 . Satu - Saturado	116	116.00	20.99	3.56	12.32	29.98
14 . Arom - Aromatic	116	116.00	39.47	9.14	20.67	61.32
15 . Resi - Resinas	116	116.00	20.03	5.12	9.09	29.56

2 . mes - mes	112	112.00	18.98	13.23	1.00	43.00
4 . RadT - RadTotal	112	112.00	1417593.501096358.62		75625.003363405.00	

MATRICE DES CORRELATIONS

	Pene	Dens	PtoA	Duct	PtoC	Visc	Visc	Asfa	Satu	Arom	Resi
Pene	1.00										
Dens	-0.29	1.00									
PtoA	-0.69	0.10	1.00								
Duct	0.11	-0.48	-0.09	1.00							
PtoC	0.18	-0.69	0.00	0.28	1.00						
Visc	-0.56	0.24	0.59	-0.21	-0.20	1.00					
Visc	-0.41	0.08	0.56	-0.13	0.05	0.85	1.00				
Asfa	-0.58	0.55	0.51	-0.33	-0.42	0.70	0.63	1.00			
Satu	-0.03	0.32	0.00	-0.18	-0.31	0.10	0.10	0.20	1.00		
Arom	0.61	-0.30	-0.56	0.14	0.25	-0.75	-0.74	-0.83	-0.36	1.00	
Resi	-0.23	-0.49	0.28	0.40	0.39	0.29	0.39	-0.05	-0.29	-0.36	1.00

MATRICE DES VALEURS-TESTS

	Pene	Dens	PtoA	Duct	PtoC	Visc	Visc	Asfa	Satu	Arom	Resi
Pene	99.99										
Dens	-3.18	99.99									
PtoA	-9.06	1.05	99.99								
Duct	1.20	-5.58	-0.92	99.99							
PtoC	1.96	-9.23	0.03	3.14	99.99						
Visc	-6.75	2.64	7.30	-2.24	-2.18	99.99					
Visc	-4.74	0.85	6.82	-1.37	0.59	13.49	99.99				
Asfa	-7.11	6.62	6.03	-3.74	-4.79	9.43	8.02	99.99			
Satu	-0.37	3.52	0.01	-2.00	-3.43	1.08	1.11	2.13	99.99		
Arom	7.72	-3.38	-6.78	1.54	2.75	-10.43	-10.16	-12.93	-4.10	99.99	
Resi	-2.51	-5.83	3.15	4.58	4.44	3.22	4.39	-0.57	-3.26	-4.01	99.99

VALEURS PROPRES

APERCU DE LA PRECISION DES CALCULS : TRACE AVANT DIAGONALISATION .. 11.0000
SOMME DES VALEURS PROPRES 11.0000

HISTOGRAMME DES 11 PREMIERES VALEURS PROPRES

NUMERO	VALEUR PROPRE	POURCENT.	POURCENT. CUMULE
1	4.5978	41.80	41.80
2	2.6226	23.84	65.64
3	0.9523	8.66	74.30
4	0.8284	7.53	81.83
5	0.6605	6.00	87.83
6	0.4192	3.81	91.64
7	0.3369	3.06	94.71
8	0.2446	2.22	96.93
9	0.2311	2.10	99.03
10	0.0915	0.83	99.86
11	0.0150	0.14	100.00

RECHERCHE DE PALIERS (DIFFERENCES TROISIEMES)

PALIER	VALEUR DU PALIER
2-- 3	-1590.41
5-- 6	-169.17

RECHERCHE DE PALIERS ENTRE (DIFFERENCES SECONDES)

PALIER	VALEUR DU PALIER
2-- 3	1546.42
1-- 2	304.93
5-- 6	159.10
7-- 8	78.85

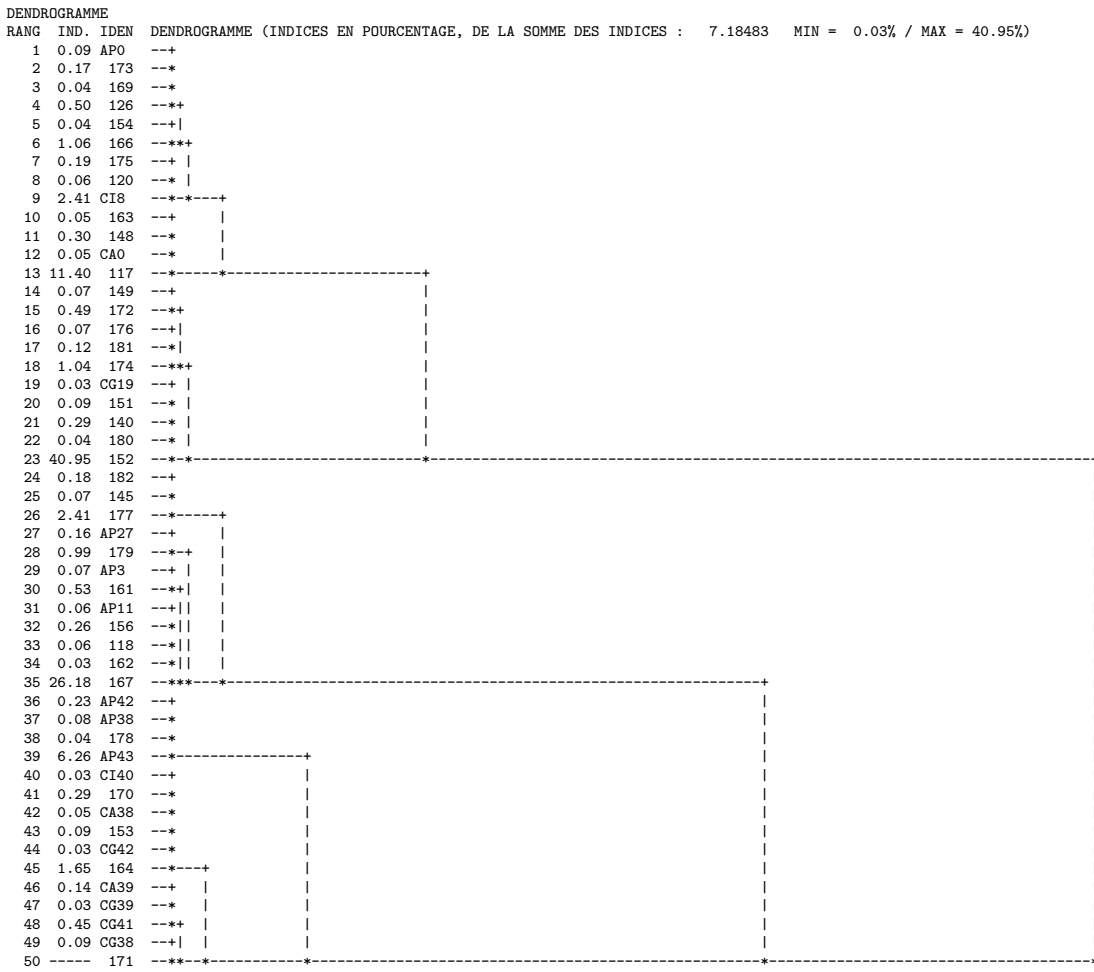
INTERVALLES LAPLACIENS D'ANDERSON

6	166	4.00	4	-1.25	0.01	0.00	0.00	0.00	-1.32	0.01	0.00	0.00	0.00
7	175	5.00	5	-1.98	1.32	0.00	0.00	0.00	-1.87	0.94	0.00	0.00	0.00
8	120	2.00	2	-1.74	0.60	0.00	0.00	0.00	-2.62	0.68	0.00	0.00	0.00
9	CI8	1.00	1	-1.46	0.86	0.00	0.00	0.00	-3.13	1.40	0.00	0.00	0.00
10	163	3.00	3	-2.61	-0.75	0.00	0.00	0.00	-3.20	-0.70	0.00	0.00	0.00
11	148	2.00	2	-2.49	-0.53	0.00	0.00	0.00	-3.76	-0.61	0.00	0.00	0.00
12	CA0	1.00	1	-1.76	0.13	0.00	0.00	0.00	-3.77	0.21	0.00	0.00	0.00
13	117	2.00	2	-3.00	0.05	0.00	0.00	0.00	-4.53	0.06	0.00	0.00	0.00
14	149	4.00	4	-1.17	1.60	0.00	0.00	0.00	-1.24	1.28	0.00	0.00	0.00
15	172	6.00	6	-0.93	2.34	0.00	0.00	0.00	-0.80	1.51	0.00	0.00	0.00
16	176	3.00	3	-0.78	0.58	0.00	0.00	0.00	-0.96	0.54	0.00	0.00	0.00
17	181	6.00	6	-0.51	0.87	0.00	0.00	0.00	-0.43	0.56	0.00	0.00	0.00
18	174	4.00	4	-0.26	1.34	0.00	0.00	0.00	-0.28	1.07	0.00	0.00	0.00
19	CG19	1.00	1	-0.26	1.36	0.00	0.00	0.00	-0.56	2.20	0.00	0.00	0.00
20	151	2.00	2	-0.14	1.53	0.00	0.00	0.00	-0.21	1.74	0.00	0.00	0.00
21	140	3.00	3	0.26	1.76	0.00	0.00	0.00	0.32	1.64	0.00	0.00	0.00
22	180	5.00	5	0.27	1.35	0.00	0.00	0.00	0.26	0.96	0.00	0.00	0.00
23	152	3.00	3	0.53	1.26	0.00	0.00	0.00	0.65	1.17	0.00	0.00	0.00
24	182	3.00	3	-0.31	-0.81	0.00	0.00	0.00	-0.38	-0.75	0.00	0.00	0.00
25	145	2.00	2	0.11	-1.14	0.00	0.00	0.00	0.16	-1.30	0.00	0.00	0.00
26	177	2.00	2	0.55	-0.78	0.00	0.00	0.00	0.82	-0.89	0.00	0.00	0.00
27	AP27	1.00	1	0.81	-1.00	0.00	0.00	0.00	1.73	-1.62	0.00	0.00	0.00
28	179	4.00	4	1.68	-3.64	0.00	0.00	0.00	1.77	-2.91	0.00	0.00	0.00
29	AP3	1.00	1	-0.05	-2.15	0.00	0.00	0.00	-0.11	-3.49	0.00	0.00	0.00
30	161	2.00	2	-0.67	-2.82	0.00	0.00	0.00	-1.01	-3.22	0.00	0.00	0.00
31	AP11	1.00	1	-0.22	-1.34	0.00	0.00	0.00	-0.46	-2.17	0.00	0.00	0.00
32	156	3.00	3	0.24	-2.72	0.00	0.00	0.00	0.29	-2.52	0.00	0.00	0.00
33	118	2.00	2	0.67	-2.30	0.00	0.00	0.00	1.02	-2.63	0.00	0.00	0.00
34	162	3.00	3	0.49	-3.29	0.00	0.00	0.00	0.60	-3.05	0.00	0.00	0.00
35	167	2.00	2	0.65	-2.94	0.00	0.00	0.00	0.98	-3.35	0.00	0.00	0.00
36	AP42	1.00	1	2.06	-1.71	0.00	0.00	0.00	4.42	-2.77	0.00	0.00	0.00
37	AP38	1.00	1	1.95	-0.33	0.00	0.00	0.00	4.18	-0.53	0.00	0.00	0.00
38	178	3.00	3	3.41	-1.42	0.00	0.00	0.00	4.18	-1.32	0.00	0.00	0.00
39	AP43	1.00	1	2.18	-1.09	0.00	0.00	0.00	4.68	-1.77	0.00	0.00	0.00
40	CI40	1.00	1	0.70	0.88	0.00	0.00	0.00	1.51	1.43	0.00	0.00	0.00
41	170	2.00	2	1.19	1.70	0.00	0.00	0.00	1.79	1.94	0.00	0.00	0.00
42	CA38	1.00	1	1.10	0.49	0.00	0.00	0.00	2.37	0.80	0.00	0.00	0.00
43	153	3.00	3	1.97	1.63	0.00	0.00	0.00	2.41	1.51	0.00	0.00	0.00
44	CG42	1.00	1	1.42	1.09	0.00	0.00	0.00	3.06	1.76	0.00	0.00	0.00
45	164	2.00	2	2.03	0.98	0.00	0.00	0.00	3.06	1.12	0.00	0.00	0.00
46	CA39	1.00	1	1.25	1.74	0.00	0.00	0.00	2.67	2.83	0.00	0.00	0.00
47	CG39	1.00	1	1.74	1.32	0.00	0.00	0.00	3.72	2.14	0.00	0.00	0.00
48	CG41	1.00	1	1.91	1.66	0.00	0.00	0.00	4.10	2.69	0.00	0.00	0.00
49	CG38	1.00	1	2.01	0.79	0.00	0.00	0.00	4.31	1.28	0.00	0.00	0.00
50	171	2.00	2	3.40	1.74	0.00	0.00	0.00	5.13	1.99	0.00	0.00	0.00

DESCRIPTION DES NOEUDS DE LA HIERACHIE
(INDICES EN POURCENTAGE DE LA SOMME DES INDICES : 7.18483)

NOEUD NUMERO	INDICE	SUCESSEURS			EFFECT.	POIDS	COMPOSITION	
		AINE	BENJ				PREMIER	DERNIER
51	0.03	20	19	3	3.00	19	20	
52	0.03	48	47	2	2.00	47	48	
53	0.03	41	40	3	3.00	40	41	
54	0.03	45	44	3	3.00	44	45	
55	0.03	35	34	5	5.00	34	35	
56	0.04	6	5	7	7.00	5	6	
57	0.04	39	38	4	4.00	38	39	
58	0.04	4	3	4	4.00	3	4	
59	0.04	23	22	8	8.00	22	23	
60	0.05	11	10	5	5.00	10	11	
61	0.05	43	42	4	4.00	42	43	
62	0.05	13	12	3	3.00	12	13	
63	0.06	9	8	3	3.00	8	9	
64	0.06	32	31	4	4.00	31	32	
65	0.06	55	33	7	7.00	33	35	
66	0.07	17	16	9	9.00	16	17	
67	0.07	15	14	10	10.00	14	15	
68	0.07	30	29	3	3.00	29	30	
69	0.07	26	25	4	4.00	25	26	
70	0.08	57	37	5	5.00	37	39	
71	0.09	2	1	4	4.00	1	2	
72	0.09	21	51	6	6.00	19	21	
73	0.09	54	61	7	7.00	42	45	
74	0.09	50	49	3	3.00	49	50	
75	0.12	18	66	13	13.00	16	18	
76	0.14	52	46	3	3.00	46	48	
77	0.16	28	27	5	5.00	27	28	
78	0.17	58	71	8	8.00	1	4	
79	0.18	69	24	7	7.00	24	26	
80	0.19	63	7	8	8.00	7	9	
81	0.23	70	36	6	6.00	36	39	
82	0.26	65	64	11	11.00	31	35	
83	0.29	59	72	14	14.00	19	23	
84	0.29	73	53	10	10.00	40	45	

85	0.30	62	60	8	8.00	10	13	
86	0.45	74	76	6	6.00	46	50	
87	0.49	75	67	23	23.00	14	18	
88	0.50	56	78	15	15.00	1	6	
89	0.53	82	68	14	14.00	29	35	
90	0.99	89	77	19	19.00	27	35	
91	1.04	83	87	37	37.00	14	23	
92	1.06	80	88	23	23.00	1	9	
93	1.65	86	84	16	16.00	40	50	
94	2.41	85	92	31	31.00	1	13	
95	2.41	90	79	26	26.00	24	35	
96	6.26	93	81	22	22.00	36	50	
97	11.40	91	94	68	68.00	1	23	
98	26.18	96	95	48	48.00	24	50	
99	40.95	98	97	116	116.00	1	50	



D.3 Consolidación de las clases con dos componentes principales por el método de centros móviles

PARTITION PAR COUPURE D'UN ARBRE HIERARCHIQUE
COUPURE 'a' DE L'ARBRE EN 5 CLASSES

FORMATION DES CLASSES (INDIVIDUS ACTIFS)
DESCRIPTION SOMMAIRE

CLASSE	EFFECTIF	POIDS	CONTENU
aa1a	31	31.00	1 A 13
aa2a	37	37.00	14 A 23
aa3a	26	26.00	24 A 35
aa4a	6	6.00	36 A 39
aa5a	16	16.00	40 A 50

COORDONNEES ET VALEURS-TEST AVANT CONSOLIDATION
AXES 1 A 2

CLASSES			VALEURS-TEST					COORDONNEES					DISTO.
IDEN - LIBELLE	EFF.	P.ABS	1	2	0	0	0	1	2	0	0	0	0
COUPURE 'a' DE L'ARBRE EN 5 CLASSES													
aa1a - CLASSE 1 / 5	31	31.00	-7.3	0.0	0.0	0.0	0.0	-2.43	-0.01	0.00	0.00	0.00	5.91
aa2a - CLASSE 2 / 5	37	37.00	-1.2	5.2	0.0	0.0	0.0	-0.35	1.14	0.00	0.00	0.00	1.44
aa3a - CLASSE 3 / 5	26	26.00	1.4	-8.3	0.0	0.0	0.0	0.53	-2.33	0.00	0.00	0.00	5.72
aa4a - CLASSE 4 / 5	6	6.00	5.0	-2.3	0.0	0.0	0.0	4.30	-1.50	0.00	0.00	0.00	20.77
aa5a - CLASSE 5 / 5	16	16.00	6.1	4.6	0.0	0.0	0.0	3.06	1.72	0.00	0.00	0.00	12.32

CONSOLIDATION DE LA PARTITION
AUTOUR DES 5 CENTRES DE CLASSES, REALISEE PAR 10 ITERATIONS A CENTRES MOBILES
PROGRESSION DE L'INERTIE INTER-CLASSES

ITERATION	I.TOTALE	I.INTER	QUOTIENT
0	7.22043	6.09252	0.84379
1	7.22043	6.09666	0.84436
2	7.22043	6.09917	0.84471

ARRET APRES L'ITERATION 2 L'ACCROISSEMENT DE L'INERTIE INTER-CLASSES
PAR RAPPORT A L'ITERATION PRECEDENTE N'EST QUE DE 0.041 %.
DECOMPOSITION DE L'INERTIE
CALCULEE SUR 2 AXES.

INERTIES	INERTIES		EFFECTIFS		POIDS		DISTANCES	
	AVANT	APRES	AVANT	APRES	AVANT	APRES	AVANT	APRES
INTER-CLASSES	6.0925	6.0992						
INTRA-CLASSE								
CLASSE 1 / 5	0.3630	0.3306	31	29	31.00	29.00	5.9070	6.2614
CLASSE 2 / 5	0.1735	0.2307	37	40	37.00	40.00	1.4368	1.3144
CLASSE 3 / 5	0.3567	0.3251	26	25	26.00	25.00	5.7218	6.0664
CLASSE 4 / 5	0.0273	0.0273	6	6	6.00	6.00	20.7689	20.7689
CLASSE 5 / 5	0.2074	0.2074	16	16	16.00	16.00	12.3171	12.3171
TOTALE	7.2204	7.2204						

QUOTIENT (INERTIE INTER / INERTIE TOTALE) : AVANT ... 0.8438
APRES ... 0.8447

COORDONNEES ET VALEURS-TEST APRES CONSOLIDATION
AXES 1 A 2

CLASSES			VALEURS-TEST					COORDONNEES					DISTO.
IDEN - LIBELLE	EFF.	P.ABS	1	2	0	0	0	1	2	0	0	0	0
COUPURE 'a' DE L'ARBRE EN 5 CLASSES													
aa1a - CLASSE 1 / 5	29	29.00	-7.2	-0.2	0.0	0.0	0.0	-2.50	-0.05	0.00	0.00	0.00	6.26
aa2a - CLASSE 2 / 5	40	40.00	-1.5	5.1	0.0	0.0	0.0	-0.41	1.07	0.00	0.00	0.00	1.31
aa3a - CLASSE 3 / 5	25	25.00	1.5	-8.3	0.0	0.0	0.0	0.57	-2.40	0.00	0.00	0.00	6.07
aa4a - CLASSE 4 / 5	6	6.00	5.0	-2.3	0.0	0.0	0.0	4.30	-1.50	0.00	0.00	0.00	20.77
aa5a - CLASSE 5 / 5	16	16.00	6.1	4.6	0.0	0.0	0.0	3.06	1.72	0.00	0.00	0.00	12.32

DESCRIPTION DE PARTITION(S)
DESCRIPTION DE LA COUPURE 'a' DE L'ARBRE EN 5 CLASSES
CARACTERISATION DES CLASSES PAR LES MODALITES
CARACTERISATION DES CLASSES PAR LES CONTINUES

CARACTERISATION PAR LES MODALITES DES CLASSES OU MODALITES
DE COUPURE 'a' DE L'ARBRE EN 5 CLASSES
CLASSE 1 / 5

V.TEST PROBA --- POURCENTAGES --- MODALITES IDEN POIDS
CLA/MOD MOD/CLA GLOBAL CARACTERISTIQUES DES VARIABLES

CLASSE 1 / 5										
V. TEST	PROBA	CLA/MOD	MOD/CLA	GLOBAL	POURCENTAGES	MODALITES	CARACTERISTIQUES	DES VARIABLES	IDEN	POIDS
					25.00	CLASSE 1 / 5			aa1a	29
3.91	0.000	55.17	55.17	25.00	2		Asfalto		CIB	29
CLASSE 2 / 5										
					34.48	CLASSE 2 / 5			aa2a	40
2.44	0.007	55.17	40.00	25.00	3		Asfalto		CAR	29
CLASSE 3 / 5										
					21.55	CLASSE 3 / 5			aa3a	25
8.04	0.000	76.67	92.00	25.86	1		Asfalto		Apy	30
CLASSE 4 / 5										
					5.17	CLASSE 4 / 5			aa4a	6
3.54	0.000	20.00	100.00	25.86	1		Asfalto		Apy	30
CLASSE 5 / 5										

CARACTERISATION PAR LES CONTINUES DES CLASSES OU MODALITES
DE COUPURE 'a' DE L'ARBRE EN 5 CLASSES

CLASSE 1 / 5										
V. TEST	PROBA	MOYENNES		ECARTS TYPES		VARIABLES CARACTERISTIQUES			IDEN	
		CLASSE GENERALE		CLASSE GENERAL		NUM. LABELLE				
CLASSE 1 / 5 (POIDS = 29.00 EFFECTIF = 29)										
7.71	0.000	69.28	51.58	10.88	14.20	5. Penetrac				Pene
6.59	0.000	49.20	39.47	5.74	9.14	14. Aromatic				Arom
3.59	0.000	279.72	264.15	18.26	26.88	9. PtoChisp				PtoC
-2.56	0.005	17.91	20.03	4.03	5.12	15. Resinas				Resi
-3.88	0.000	320.10	374.58	27.05	86.97	11. ViscCine				Visc
-4.51	0.000	1.01	1.01	0.00	0.01	6. Densidad				Dens
-4.87	0.000	473036.41	*****	367679.72	*****	4. RadTotal				RadT
-5.00	0.000	7.28	18.98	4.89	13.23	2. mes				mes
-5.46	0.000	48.68	50.76	1.49	2.36	7. PtoAblan				PtoA
-5.57	0.000	1631.90	2494.57	264.43	958.78	10. ViscAbso				Visc
-5.91	0.000	12.35	19.23	2.66	7.21	12. Asfaltan				Asfa
CLASSE 2 / 5										
V. TEST	PROBA	MOYENNES		ECARTS TYPES		VARIABLES CARACTERISTIQUES			IDEN	
		CLASSE GENERALE		CLASSE GENERAL		NUM. LABELLE				
CLASSE 2 / 5 (POIDS = 40.00 EFFECTIF = 40)										
5.60	0.000	23.71	20.03	2.76	5.12	15. Resinas				Resi
3.97	0.000	139.82	124.38	19.22	30.29	8. Ductilid				Duct
2.61	0.005	273.15	264.15	15.78	26.88	9. PtoChisp				PtoC
-2.62	0.004	46.81	51.58	7.94	14.20	5. Penetrac				Pene
-3.06	0.001	16.40	19.23	2.91	7.21	12. Asfaltan				Asfa
-3.32	0.000	19.47	20.99	2.98	3.56	13. Saturado				Satu
-3.87	0.000	1.01	1.01	0.00	0.01	6. Densidad				Dens
CLASSE 3 / 5										
V. TEST	PROBA	MOYENNES		ECARTS TYPES		VARIABLES CARACTERISTIQUES			IDEN	
		CLASSE GENERALE		CLASSE GENERAL		NUM. LABELLE				
CLASSE 3 / 5 (POIDS = 25.00 EFFECTIF = 25)										
8.05	0.000	1.02	1.01	0.00	0.01	6. Densidad				Dens
3.68	0.000	23.32	20.99	4.25	3.56	13. Saturado				Satu
-2.51	0.006	335.79	374.58	35.06	86.97	11. ViscCine				Visc
-2.57	0.005	12.96	18.98	7.74	13.23	2. mes				mes

-2.59	0.005	914743.38*****	629791.25*****	4.RadTotal	RadT		
-3.50	0.000	105.54	124.38	29.63	30.29	8.Ductilid	Duct
-6.34	0.000	14.26	20.03	3.14	5.12	15.Resinas	Resi
-7.32	0.000	229.12	264.15	18.50	26.88	9.PtoChisp	PtoC

CLASSE 4 / 5

V.TEST	PROBA	MOYENNES		ECARTS TYPES		VARIABLES CARACTERISTIQUES		IDEN
		CLASSE GENERALE		CLASSE GENERAL		NUM.LIBELLE		
		CLASSE 4 / 5		(POIDS = 6.00		EFFECTIF = 6)		aa4a
6.04	0.000	36.60	19.23	2.86	7.21	12.Asfalten	Asfa	
5.06	0.000	4430.00	2494.57	644.57	958.78	10.ViscAbso	Visc	
4.12	0.000	*****	*****	122763.76*****	*****	4.RadTotal	RadT	
4.08	0.000	40.50	18.98	1.71	13.23	2.mes	mes	
3.38	0.000	1.02	1.01	0.01	0.01	6.Densidad	Dens	
3.31	0.000	489.37	374.58	23.86	86.97	11.ViscCine	Visc	
2.36	0.009	52.98	50.76	0.75	2.36	7.PtoAblan	PtoA	
-3.45	0.000	227.17	264.15	7.62	26.88	9.PtoChisp	PtoC	
-3.98	0.000	76.29	124.38	11.21	30.29	8.Ductilid	Duct	
-4.32	0.000	23.70	39.47	2.15	9.14	14.Aromatic	Arom	

CLASSE 5 / 5

V.TEST	PROBA	MOYENNES		ECARTS TYPES		VARIABLES CARACTERISTIQUES		IDEN
		CLASSE GENERALE		CLASSE GENERAL		NUM.LIBELLE		
		CLASSE 5 / 5		(POIDS = 16.00		EFFECTIF = 16)		aa5a
8.36	0.000	544.17	374.58	74.49	86.97	11.ViscCine	Visc	
7.11	0.000	*****	*****	116931.51*****	*****	4.RadTotal	RadT	
7.04	0.000	40.62	18.98	1.69	13.23	2.mes	mes	
5.89	0.000	3810.00	2494.57	1054.98	958.78	10.ViscAbso	Visc	
5.36	0.000	53.71	50.76	1.49	2.36	7.PtoAblan	PtoA	
5.15	0.000	27.88	19.23	4.87	7.21	12.Asfalten	Asfa	
3.95	0.000	24.73	20.03	2.32	5.12	15.Resinas	Resi	
2.85	0.002	282.00	264.15	7.97	26.88	9.PtoChisp	PtoC	
-3.61	0.000	39.62	51.58	12.53	14.20	5.Penetrac	Pene	
-6.47	0.000	25.68	39.47	1.67	9.14	14.Aromatic	Arom	

D.4 Análisis de clasificación con una componente principal

CLASSIFICATION HIERARCHIQUE (VOISINS RECIPROQUES)
SUR LES 1 PREMIERS AXES FACTORIELS
DESCRIPTION DES 50 NOEUDS D'INDICES LES PLUS ELEVES

NUM. AINE	BENJ	EFF.	POIDS	INDICE	HISTOGRAMME DES INDICES DE NIVEAU
182	140	68	3	3.00	0.00005 *
183	127	55	3	3.00	0.00005 *
184	35	165	4	4.00	0.00006 *
185	159	142	4	4.00	0.00006 *
186	144	23	3	3.00	0.00006 *
187	168	141	4	4.00	0.00007 *
188	84	86	2	2.00	0.00007 *
189	150	156	5	5.00	0.00007 *
190	163	123	6	6.00	0.00008 *
191	179	135	6	6.00	0.00009 *
192	176	90	3	3.00	0.00009 *
193	28	112	2	2.00	0.00013 *
194	169	154	5	5.00	0.00013 *
195	167	162	7	7.00	0.00015 *
196	170	6	4	4.00	0.00016 *
197	153	184	6	6.00	0.00017 *
198	146	173	8	8.00	0.00018 *
199	180	157	7	7.00	0.00019 *
200	137	185	6	6.00	0.00020 *
201	186	174	5	5.00	0.00023 *
202	171	166	5	5.00	0.00026 *
203	113	30	2	2.00	0.00031 *
204	182	190	9	9.00	0.00041 *
205	181	161	9	9.00	0.00045 *
206	187	178	6	6.00	0.00048 *
207	198	160	11	11.00	0.00057 *

```

208 33 158 4 4.00 0.00062 *
209 164 188 5 5.00 0.00065 *
210 194 189 10 10.00 0.00102 *
211 203 116 3 3.00 0.00141 *
212 201 183 8 8.00 0.00158 *
213 205 191 15 15.00 0.00179 *
214 200 196 10 10.00 0.00223 *
215 206 193 8 8.00 0.00284 *
216 199 195 14 14.00 0.00287 *
217 192 208 7 7.00 0.00493 *
218 210 202 15 15.00 0.00517 *
219 177 209 8 8.00 0.00585 *
220 204 207 20 20.00 0.00644 *
221 215 211 11 11.00 0.01254 *
222 214 213 25 25.00 0.01536 *
223 117 217 9 9.00 0.01615 *
224 218 197 21 21.00 0.02813 *
225 220 216 34 34.00 0.02959 *
226 219 212 16 16.00 0.03057 *
227 223 224 30 30.00 0.15892 *****
228 222 225 59 59.00 0.16764 *****
229 221 226 27 27.00 0.26483 *****
230 228 227 89 89.00 0.92550 *****
231 229 230 116 116.00 2.90587 *****
SOMME DES INDICES DE NIVEAU = 4.59783

```

COORDONNEES ET VALEURS-TEST
AXES 1 A 1

ELEMENTS				VALEURS-TEST					COORDONNEES				
NUM .	IDENT	POIDS	EFF	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1 .	165	3.00	3	-2.12	0.00	0.00	0.00	0.00	-2.61	0.00	0.00	0.00	0.00
2 .	CI5	1.00	1	-1.26	0.00	0.00	0.00	0.00	-2.70	0.00	0.00	0.00	0.00
3 .	153	2.00	2	-1.66	0.00	0.00	0.00	0.00	-2.51	0.00	0.00	0.00	0.00
4 .	166	2.00	2	-1.39	0.00	0.00	0.00	0.00	-2.09	0.00	0.00	0.00	0.00
5 .	171	3.00	3	-1.58	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.94	0.00	0.00	0.00	0.00
6 .	156	2.00	2	-1.15	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.73	0.00	0.00	0.00	0.00
7 .	150	3.00	3	-1.34	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.65	0.00	0.00	0.00	0.00
8 .	154	2.00	2	-1.02	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.53	0.00	0.00	0.00	0.00
9 .	169	3.00	3	-1.16	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.42	0.00	0.00	0.00	0.00
10 .	158	3.00	3	-2.53	0.00	0.00	0.00	0.00	-3.11	0.00	0.00	0.00	0.00
11 .	CI2	1.00	1	-1.59	0.00	0.00	0.00	0.00	-3.42	0.00	0.00	0.00	0.00
12 .	CG1	1.00	1	-1.72	0.00	0.00	0.00	0.00	-3.68	0.00	0.00	0.00	0.00
13 .	176	2.00	2	-2.52	0.00	0.00	0.00	0.00	-3.80	0.00	0.00	0.00	0.00
14 .	117	2.00	2	-3.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-4.53	0.00	0.00	0.00	0.00
15 .	162	2.00	2	-0.84	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.26	0.00	0.00	0.00	0.00
16 .	167	5.00	5	-1.22	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.15	0.00	0.00	0.00	0.00
17 .	157	2.00	2	-0.64	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.96	0.00	0.00	0.00	0.00
18 .	180	5.00	5	-0.89	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.84	0.00	0.00	0.00	0.00
19 .	160	3.00	3	-0.56	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.68	0.00	0.00	0.00	0.00
20 .	173	4.00	4	-0.53	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.56	0.00	0.00	0.00	0.00
21 .	146	4.00	4	-0.43	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.46	0.00	0.00	0.00	0.00
22 .	123	2.00	2	-0.18	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.28	0.00	0.00	0.00	0.00
23 .	163	4.00	4	-0.18	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.19	0.00	0.00	0.00	0.00
24 .	182	3.00	3	-0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.07	0.00	0.00	0.00	0.00
25 .	135	2.00	2	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00
26 .	179	4.00	4	0.17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.18	0.00	0.00	0.00	0.00
27 .	161	4.00	4	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.31	0.00	0.00	0.00	0.00
28 .	181	5.00	5	0.49	0.00	0.00	0.00	0.00	0.46	0.00	0.00	0.00	0.00
29 .	AP6	1.00	1	0.54	0.00	0.00	0.00	0.00	1.15	0.00	0.00	0.00	0.00
30 .	170	3.00	3	0.81	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00
31 .	142	2.00	2	0.41	0.00	0.00	0.00	0.00	0.62	0.00	0.00	0.00	0.00
32 .	159	2.00	2	0.47	0.00	0.00	0.00	0.00	0.71	0.00	0.00	0.00	0.00
33 .	137	2.00	2	0.53	0.00	0.00	0.00	0.00	0.80	0.00	0.00	0.00	0.00
34 .	CI39	1.00	1	0.75	0.00	0.00	0.00	0.00	1.61	0.00	0.00	0.00	0.00
35 .	127	2.00	2	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.51	0.00	0.00	0.00	0.00
36 .	174	2.00	2	1.29	0.00	0.00	0.00	0.00	1.95	0.00	0.00	0.00	0.00
37 .	AP27	1.00	1	0.81	0.00	0.00	0.00	0.00	1.73	0.00	0.00	0.00	0.00
38 .	144	2.00	2	1.21	0.00	0.00	0.00	0.00	1.83	0.00	0.00	0.00	0.00
39 .	CA41	1.00	1	1.19	0.00	0.00	0.00	0.00	2.54	0.00	0.00	0.00	0.00
40 .	CA39	1.00	1	1.25	0.00	0.00	0.00	0.00	2.67	0.00	0.00	0.00	0.00
41 .	164	3.00	3	1.92	0.00	0.00	0.00	0.00	2.36	0.00	0.00	0.00	0.00
42 .	177	3.00	3	2.49	0.00	0.00	0.00	0.00	3.06	0.00	0.00	0.00	0.00
43 .	CG43	1.00	1	2.47	0.00	0.00	0.00	0.00	5.31	0.00	0.00	0.00	0.00
44 .	AP43	1.00	1	2.18	0.00	0.00	0.00	0.00	4.68	0.00	0.00	0.00	0.00
45 .	CG40	1.00	1	2.31	0.00	0.00	0.00	0.00	4.94	0.00	0.00	0.00	0.00
46 .	CG39	1.00	1	1.74	0.00	0.00	0.00	0.00	3.72	0.00	0.00	0.00	0.00
47 .	AP41	1.00	1	1.82	0.00	0.00	0.00	0.00	3.89	0.00	0.00	0.00	0.00
48 .	178	2.00	2	2.74	0.00	0.00	0.00	0.00	4.14	0.00	0.00	0.00	0.00
49 .	141	2.00	2	2.85	0.00	0.00	0.00	0.00	4.30	0.00	0.00	0.00	0.00
50 .	168	2.00	2	2.91	0.00	0.00	0.00	0.00	4.39	0.00	0.00	0.00	0.00

DESCRIPTION DES NOEUDS DE LA HIERACHIE
(INDICES EN POURCENTAGE DE LA SOMME DES INDICES : 4.59721)

NOEUD NUMERO	INDICE	SUCCESEURS		EFFECT.	POIDS	COMPOSITION	
		AINE	BENJ			PREMIER	DERNIER
51	0.00	35	34	3	3.00	34	35
52	0.00	2	1	4	4.00	1	2
53	0.00	32	31	4	4.00	31	32
54	0.00	38	37	3	3.00	37	38
55	0.00	50	49	4	4.00	49	50
56	0.00	40	39	2	2.00	39	40
57	0.00	7	6	5	5.00	6	7
58	0.00	23	22	6	6.00	22	23
59	0.00	26	25	6	6.00	25	26
60	0.00	13	12	3	3.00	12	13
61	0.00	47	46	2	2.00	46	47
62	0.00	9	8	5	5.00	8	9
63	0.00	16	15	7	7.00	15	16
64	0.00	30	29	4	4.00	29	30
65	0.00	3	52	6	6.00	1	3
66	0.00	21	20	8	8.00	20	21
67	0.00	18	17	7	7.00	17	18
68	0.00	33	53	6	6.00	31	33
69	0.00	54	36	5	5.00	36	38
70	0.01	5	4	5	5.00	4	5
71	0.01	45	44	2	2.00	44	45
72	0.01	24	58	9	9.00	22	24
73	0.01	28	27	9	9.00	27	28
74	0.01	55	48	6	6.00	48	50
75	0.01	66	19	11	11.00	19	21
76	0.01	11	10	4	4.00	10	11
77	0.01	41	56	5	5.00	39	41
78	0.02	62	57	10	10.00	6	9
79	0.03	71	43	3	3.00	43	45
80	0.03	69	51	8	8.00	34	38
81	0.04	73	59	15	15.00	25	28
82	0.05	68	64	10	10.00	29	33
83	0.06	74	61	8	8.00	46	50
84	0.06	67	63	14	14.00	15	18
85	0.11	60	76	7	7.00	10	13
86	0.11	78	70	15	15.00	4	9
87	0.13	42	77	8	8.00	39	42
88	0.14	72	75	20	20.00	19	24
89	0.27	83	79	11	11.00	43	50
90	0.33	82	81	25	25.00	25	33
91	0.35	14	85	9	9.00	10	14
92	0.61	86	65	21	21.00	1	9
93	0.64	88	84	34	34.00	15	24
94	0.67	87	80	16	16.00	34	42
95	3.46	91	92	30	30.00	1	14
96	3.65	90	93	59	59.00	15	33
97	5.76	89	94	27	27.00	34	50
98	20.13	96	95	89	89.00	1	33
99	63.21	97	98	116	116.00	1	50

DENDROGRAMME

RANG IND. IDEN DENDROGRAMME (INDICES EN POURCENTAGE, DE LA SOMME DES INDICES : 4.59721 MIN = 0.00% / MAX = 63.21%)

```

1 0.00 165  ---+
      |
2 0.00 CI5 ---*
      |
3 0.61 153 ---**
      |
4 0.01 166 ---**
      |
5 0.11 171 ---**
      |
6 0.00 156 ---**
      |
7 0.02 150 ---**
      |
8 0.00 154 ---**
      |
9 3.46 169 ---**-----+
      |
10 0.01 158 ---**
      |
11 0.11 CI2 ---**
      |
12 0.00 CG1 ---**
      |
13 0.35 176 ---**
      |
14 20.13 117 ---**-----+
      |
15 0.00 162 ---**
      |

```

```

16 0.06 167 --* |
    |
17 0.00 157 --* |
    |
18 0.64 180 --**+ |
    |
19 0.01 160 --+| |
    ||
20 0.00 173 --*| |
    ||
21 0.14 146 --*| |
    ||
22 0.00 123 --*| |
    ||
23 0.01 163 --*| |
    ||
24 3.65 182 --**+---+ |
    |
25 0.00 135 --+ |
    |
26 0.04 179 --* |
    |
27 0.01 161 --* |
    |
28 0.33 181 --* |
    |
29 0.00 AP6 --* |
    |
30 0.05 170 --* |
    |
31 0.00 142 --* |
    |
32 0.00 159 --* |
    |
33 63.21 137 --**+---+ |
    |
34 0.00 CI39 --+ |
    |
35 0.03 127 --* |
    |
36 0.00 174 --* |
    |
37 0.00 AP27 --* |
    |
38 0.67 144 --**+ |
    |
39 0.00 CA41 --+| |
    ||
40 0.01 CA39 --*| |
    ||
41 0.13 164 --*| |
    ||
42 5.76 177 --**+---+ |
    |
43 0.03 CG43 --+ |
    |
44 0.01 AP43 --* |
    |
45 0.27 CG40 --* |
    |
46 0.00 CG39 --* |
    |
47 0.06 AP41 --* |
    |
48 0.01 178 --* |
    |
49 0.00 141 --* |
    |
50 ---- 168 --**+---+ |

```

D.5 Consolidación de las clases con una componente principal por el método de centros móviles

PARTITION PAR COUPURE D'UN ARBRE HIERARCHIQUE
COUPURE 'a' DE L'ARBRE EN 3 CLASSES
FORMATION DES CLASSES (INDIVIDUS ACTIFS)
DESCRIPTION SOMMAIRE

CLASSE	EFFECTIF	POIDS	CONTENU
aa1a	30	30.00	1 A 14
aa2a	59	59.00	15 A 33
aa3a	27	27.00	34 A 50

COORDONNEES ET VALEURS-TEST AVANT CONSOLIDATION
AXES 1 A 1

CLASSES				VALEURS-TEST					COORDONNEES					DISTO.	
IDEN - LIBELLE	EFF.	P.ABS		1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
COUPURE 'a' DE L'ARBRE EN 3 CLASSES															
aa1a - CLASSE 1 / 3	30	30.00		-7.3	0.0	0.0	0.0	0.0	-2.48	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	6.15
aa2a - CLASSE 2 / 3	59	59.00		-0.8	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02
aa3a - CLASSE 3 / 3	27	27.00		8.5	0.0	0.0	0.0	0.0	3.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	9.58

CONSOLIDATION DE LA PARTITION
AUTOUR DES 3 CENTRES DE CLASSES, REALISEE PAR 10 ITERATIONS A CENTRES MOBILES
PROGRESSION DE L'INERTIE INTER-CLASSES

ITERATION	I.TOTALE	I.INTER	QUOTIENT
0	4.59783	3.83137	0.83330
1	4.59783	3.83137	0.83330
2	4.59783	3.83137	0.83330

ARRET APRES L'ITERATION 2 L'ACCROISSEMENT DE L'INERTIE INTER-CLASSES
PAR RAPPORT A L'ITERATION PRECEDENTE N'EST QUE DE 0.000 %.
DECOMPOSITION DE L'INERTIE
CALCULEE SUR 1 AXES.

INERTIES	INERTIES		EFFECTIFS		POIDS		DISTANCES	
	AVANT	APRES	AVANT	APRES	AVANT	APRES	AVANT	APRES
INTER-CLASSES	3.8314	3.8314						
INTRA-CLASSE								
CLASSE 1 / 3	0.2158	0.2158	30	30	30.00	30.00	6.1462	6.1462
CLASSE 2 / 3	0.2288	0.2288	59	59	59.00	59.00	0.0243	0.0243
CLASSE 3 / 3	0.3218	0.3218	27	27	27.00	27.00	9.5786	9.5786
TOTALE	4.5978	4.5978						

QUOTIENT (INERTIE INTER / INERTIE TOTALE) : AVANT ... 0.8333
APRES ... 0.8333

COORDONNEES ET VALEURS-TEST APRES CONSOLIDATION
AXES 1 A 1

CLASSES				VALEURS-TEST					COORDONNEES					DISTO.	
IDEN - LIBELLE	EFF.	P.ABS		1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
COUPURE 'a' DE L'ARBRE EN 3 CLASSES															
aa1a - CLASSE 1 / 3	30	30.00		-7.3	0.0	0.0	0.0	0.0	-2.48	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	6.15
aa2a - CLASSE 2 / 3	59	59.00		-0.8	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02
aa3a - CLASSE 3 / 3	27	27.00		8.5	0.0	0.0	0.0	0.0	3.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	9.58

PARANGONS

CLASSE 1/ 3
EFFECTIF: 30

RG	DISTANCE	IDENT.	RG	DISTANCE	IDENT.	RG	DISTANCE	IDENT.
1	0.00008	CG3	2	0.00230	CA1	3	0.00895	APO
4	0.01857	CI11	5	0.02299	CI7	6	0.04888	CI5
7	0.12611	CI13	8	0.17269	CI6	9	0.25694	CI9
10	0.29313	CI14						

CLASSE 2/ 3
EFFECTIF: 59

RG	DISTANCE	IDENT.	RG	DISTANCE	IDENT.	RG	DISTANCE	IDENT.
1	0.00000	CA10	2	0.00118	CG25	3	0.00132	CA16
4	0.00212	AP3	5	0.00476	CG18	6	0.00504	CA18
7	0.01369	CA17	8	0.01571	CA14	9	0.02295	CA9
10	0.05753	CG30						

CLASSE 3/ 3

EFFECTIF: 27

IRG	DISTANCE	IDENT.	IRG	DISTANCE	IDENT.	IRG	DISTANCE	IDENT.
1	0.00004	CA43	2	0.00158	CG42	3	0.00628	CA42
4	0.18081	CA39	5	0.30414	CA41	6	0.39131	CG39
7	0.51682	CI43	8	0.52997	CA38	9	0.59700	CI42
10	0.63932	AP41						

DESCRIPTION DE PARTITION(S)
 DESCRIPTION DE LA COUPURE 'a' DE L'ARBRE EN 3 CLASSES
 CARACTERISATION DES CLASSES PAR LES MODALITES
 CARACTERISATION DES CLASSES PAR LES CONTINUES

CARACTERISATION PAR LES MODALITES DES CLASSES OU MODALITES
 DE COUPURE 'a' DE L'ARBRE EN 3 CLASSES
 CLASSE 1 / 3

V.TEST	PROBA	CLA/	MOD	MOD/CLA	GLOBAL	MODALITES	DES	IDENT	POIDS
						CARACTERISTIQUES	VARIABLES		
25.86						CLASSE 1 / 3		aa1a	30
4.69	0.000	62.07	60.00	25.00	2	Asfalto		CIB	29

CLASSE 2 / 3

V.TEST	PROBA	CLA/	MOD	MOD/CLA	GLOBAL	MODALITES	DES	IDENT	POIDS
						CARACTERISTIQUES	VARIABLES		
CLASSE 3 / 3									
V.TEST	PROBA	CLA/	MOD	MOD/CLA	GLOBAL	MODALITES	DES	IDENT	POIDS
						CARACTERISTIQUES	VARIABLES		

CARACTERISATION PAR LES CONTINUES DES CLASSES OU MODALITES
 DE COUPURE 'a' DE L'ARBRE EN 3 CLASSES
 CLASSE 1 / 3

V.TEST	PROBA	MOYENNES	ECARTS	TYPES	VARIABLES CARACTERISTIQUES				IDENT
		CLASSE	CLASSE	GENERAL	CLASSE	GENERAL	NUM.	LIBELLE	
		CLASSE 1 / 3	(POIDS =	30.00	EFFECTIF =	30)		aa1a
8.05	0.000	69.63	51.58	9.63	14.20	5.Penetrac			Pene
6.56	0.000	48.94	39.47	5.84	9.14	14.Aromatic			Arom
3.56	0.000	279.27	264.15	18.08	26.88	9.PtoChisp			PtoC
-3.72	0.000	323.44	374.58	24.90	86.97	11.ViscCine			Visc
-4.74	0.000	1.00	1.01	0.00	0.01	6.Densidad			Dens
-4.79	0.000	511156.00	*****	404786.38	*****	4.RadTotal			RadT
-4.91	0.000	7.77	18.98	5.34	13.23	2.mes			mes
-5.34	0.000	1686.37	2494.57	298.94	958.78	10.ViscAbso			Visc
-5.86	0.000	48.57	50.76	1.30	2.36	7.PtoAblan			PtoA
-6.12	0.000	12.27	19.23	2.55	7.21	12.Asfaltan			Asfa

CLASSE 2 / 3

V.TEST	PROBA	MOYENNES	ECARTS	TYPES	VARIABLES CARACTERISTIQUES				IDENT
		CLASSE	CLASSE	GENERAL	CLASSE	GENERAL	NUM.	LIBELLE	
		CLASSE 2 / 3	(POIDS =	59.00	EFFECTIF =	59)		aa2a
-2.90	0.002	15.53	18.98	8.55	13.23	2.mes			mes
-3.06	0.001	*****	*****	710551.69	*****	4.RadTotal			RadT
-3.21	0.001	47.40	51.58	7.87	14.20	5.Penetrac			Pene
-3.87	0.000	343.73	374.58	38.01	86.97	11.ViscCine			Visc

CLASSE 3 / 3

V.TEST	PROBA	MOYENNES	ECARTS	TYPES	VARIABLES CARACTERISTIQUES				IDENT
		CLASSE	CLASSE	GENERAL	CLASSE	GENERAL	NUM.	LIBELLE	
		CLASSE 3 / 3	(POIDS =	27.00	EFFECTIF =	27)		aa3a
8.44	0.000	498.82	374.58	90.71	86.97	11.ViscCine			Visc
8.30	0.000	*****	*****	620508.25	*****	4.RadTotal			RadT
8.24	0.000	37.33	18.98	7.40	13.23	2.mes			mes
8.11	0.000	29.13	19.23	5.84	7.21	12.Asfaltan			Asfa
7.66	0.000	3737.56	2494.57	1039.09	958.78	10.ViscAbso			Visc
5.91	0.000	53.12	50.76	1.62	2.36	7.PtoAblan			PtoA
2.86	0.002	1.02	1.01	0.01	0.01	6.Densidad			Dens
2.53	0.006	22.51	20.99	3.14	3.56	13.Saturado			Satu

-3.54	0.000	106.21	124.38	31.29	30.29	8.Ductilid	Duct
-4.54	0.000	40.67	51.58	10.43	14.20	5.Penetrac	Pene
-8.08	0.000	26.96	39.47	4.31	9.14	14.Aromatic	Arom

ANEXO E. MACROS EN MATLAB 6.1 PARA LA CONSTRUCCIÓN, ENTRENAMIENTO Y SIMULACIÓN DE LAS REDES NEURONALES ARTIFICIALES ENCONTRADAS PARA CADA TIPO DE ASFALTO

E.1 Archivo.m para preparar los datos a la Red Neuronal

E.2 Archivo.m para realizar las gráficas

E.3 Alternativa 1: Una sola red neuronal para todas las propiedades fisicoquímicas sin parada temprana

E.3.1 Archivo.m para crear y entrenar la red

```
%Red BP para regresion tomando todas las propiedades conjuntamente
load DatosApiay
%Tecnicas de preprocesamiento para mejorar el entrenamiento de la red
[xn,meanx,stdx,yn,meany,stdy]=prestd(x,y); %Normalizacion a media=0 y var=1
%[xn,minx,maxx,yn,miny,maxy] = premmx(x,y); %Normalizacion a [-1 1]
p1=[min(xn'); max(xn')]'; %Primer parametro de la red
clear net netLM1 TrLM1; %Borra las variables anteriores
for nno=1:10 %Indicador numero de neuronas en la capa oculta
    net=newff(p1,[nno,10],{'tansig','purelin'},'trainlm'); %Con LM
    %net=newff(p1,[nno,1],{'tansig','purelin'},'trainbr'); %Con regulacion
```

```

%Se definen los parametros de la red
net.trainParam.show = NaN;net.trainParam.epochs = 10000;
net.trainParam.goal =0;net.trainParam.mu_max=1e50;
%Parametro para escoger la mejor red
MayorError=1e50; nno
for i=1:5 %Busca la mejor red neuronal de 5 aleatorias
    %Inicializamos la RNA
    net =init(net);
    %Entrenamiento de la red
    [net,tr]=train(net,xn,yn);
    %Simulacion de la red
    an=sim(net,xn);
    %a=poststd(an,meany,stdy);
    Error=sum([yn'-an'].^2);
    Error=sum(Error);
    if Error<MayorError,
        MayorError=Error;
        netLM1{nno}=net;
        TrLM1{nno}=tr;
    end
end
end
save DatosApiay

```

E.3.2 Archivo.m para ver los resultados

```

%Una sola Rede Neuronal para todas las propiedades
load DatosApiay %Carga los datos
e=[]; r=[]; %Errores y Matriz de resultados
clear v;
for j=1:length(netLM1) %Las 10 redes neuronales
    an=sim(netLM1{j},xn);
    npt=sizeNet(netLM1{j});
    a=poststd(an,meany,stdy);
    %a = postmmx(an,miny,maxy);
    Error=sum([yn'-an'].^2);
    %Porcentaje de variabilidad explicada por el modelo para cada Vble
    %v=100*((length(y)-1)*var(y')-Error)./((length(y)-1)*var(y'));
    v=100*(1-Error/(length(yn)-1));% Otra alternativa mas eficiente
    if j==6
        GraficarTendencias
    end
    %Encuentra el indicativo global de la eficiencia de la red
    Error=sum(Error);
    r=[r;j,v,mean(v),round(Error),npt];
    %pause;
end
end

```

```

r1=r;
latexmat([r(:,1:11)], '%0.3g');
latexmat([r(:, [1,12:14])], '%0.3g');
latexmat(r1, '%0.3g')

```

E.3.3 Archivo.m para ver los resultados

E.4 Alternativa 2: Una red neuronal para cada propiedad fisicoquímica sin parada temprana

E.4.1 Archivo.m para crear y entrenar la red

```

%Red BP para regresion tomando las propiedades individualmente
load DatosApiay
%Tecnicas de preprocesamiento para mejorar el entrenamiento de la red
[xn,meanx,stdx,yn,meany,stdy]=prestd(x,y); %Normalizacion a media=0 y var=1
[xn,minx,maxx,yn,miny,maxy] = premmx(x,y); %Normalizacion a [-1 1]
p1=[min(xn'); max(xn')]''; %Primer parametro de la red
clear net netLM2 TrLM2; %Borra las variables anteriores
for j=1:10 %Indicador de variable
    j
    for nno=1:10 %Indicador numero de neuronas en la capa oculta
        net=newff(p1,[nno,1],{'tansig','purelin'},'trainlm'); %Con LM
        %net=newff(p1,[nno,1],{'tansig','purelin'},'trainbr'); %Con regulacion
        %Se definen los parametros de la red
        net.trainParam.show = NaN;net.trainParam.epochs = 10000;
        net.trainParam.goal =0;net.trainParam.mu_max=1e50;
        %Parametro para escoger la mejor red
        MayorError=1e50; nno
        for i=1:5 %Busca la mejor red neuronal de 5 aleatorias
            %Inicializamos la RNA
            net =init(net);
            %Entrenamiento de la red
            [net,tr]=train(net,xn,yn(j,:));
            %Simulacion de la red
            an=sim(net,xn);
            %a=poststd(an,meany,stdy);
            Error=sum([yn(j, :)-an].^2);
            %Error=sum(Error)
            if Error<MayorError,
                MayorError=Error;
                netLM2{j,nno}=net;
                TrLM2{j,nno}=tr;
            end
        end
    end
end
end

```

```

end
save DatosApiay

```

E.4.2 Archivo.m para ver los resultados

```

%Una Rede Neuronal diferente para cada propiedad
load DatosApiay %Carga los datos
e=[]; r=[]; %Errores y Matriz de resultados
clear v;
for j=1:length(netLM2) %Las 10 redes neuronales
    np=0;npt=0;
    for i=1:10 %las 10 variables
        an(i,:)=sim(netLM2{i,j},xn);
        %np=np+Trecord2{i,j}.gamk(length(Trecord2{i,j}.gamk));
        npt=npt+sizeNet(netLM2{i,j});
    end
    a=poststd(an,meany,stdy);
    %a = postmmx(an,miny,maxy);
    Error=sum([yn'-an'].^2);
    %Porcentaje de variabilidad explicada por el modelo para cada Vble
    %v=100*((length(y)-1)*var(y')-Error)./((length(y)-1)*var(y'));
    v=100*(1-Error/(length(yn)-1));% Otra alternativa mas eficiente
    if j==3
        GraficarTendencias
    end
    %Encuentra el indicativo global de la eficiencia de la red
    Error=sum(Error);
    r=[r;j,v,mean(v),round(Error),npt];
    %pause;
end
r2=r;
latexmat([r(:,1:11)], '%0.3g');
latexmat([r(:, [1,12:14])], '%0.3g');
latexmat(r2, '%0.3g')

```

E.5 Alternativa 3: Una sola Red neuronal para cada propiedad fisicoquímicas usando parada temprana

E.5.1 Archivo.m para crear y entrenar la red

E.5.2 Archivo.m para ver los resultados

E.6 Alternativa 4: Una sola red neuronal para todas las propiedades fisicoquímicas usando parada temprana

E.6.1 Archivo.m para crear y entrenar la red

E.6.2 Archivo.m para ver los resultados

```
%Una sola red Neuronal para todas propiedades
%Usando Parada temprana con un 20% de datos para Test y 80% para Entrenamiento
load DatosApiay %Carga los datos
e=[]; r=[]; %Errores y Matriz de resultados
clear v;
for j=1:length(netLM4) %Las 10 redes neuronales
    np=0;npt=0;
    an=sim(netLM4{j},xn);
    npt=npt+sizeNet(netLM4{j});
    a=poststd(an,meany,stdy);
    %a = postmmx(an,miny,maxy);
    Error=sum([yn'-an'].^2);
    %Porcentaje de variabilidad explicada por el modelo para cada Vble
    %v=100*((length(y)-1)*var(y')-Error)./((length(y)-1)*var(y'));
    v=100*(1-Error/(length(yn)-1));% Otra alternativa mas eficiente
    if j==7
        GraficarTendencias
    end
    %Encuentra el indicativo global de la eficiencia de la red
    Error=sum(Error);
    r=[r;j,v,mean(v),round(Error),npt];
    %pause;
end
r4=r;
latexmat([r(:,1:11)], '%0.3g')
latexmat([r(:, [1,12:14])], '%0.3g')
latexmat(r4, '%0.3g')
```

E.7 Resultados gráficos de la mejor red BP encontrada para cada tipo de asfalto

E.7.1 Asfalto Apiay En las figuras 35, 34, 37 y 36 se muestra gráficamente los resultados obtenidos con cada alternativa para el asfalto apiay.

Figura 34. Una BP para cada propiedad fisicoquímica del asfalto Apiay sin generalización. NNCO = 3

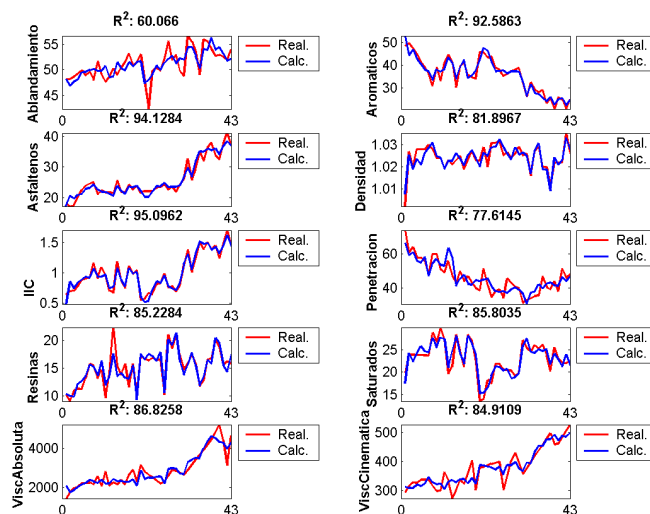
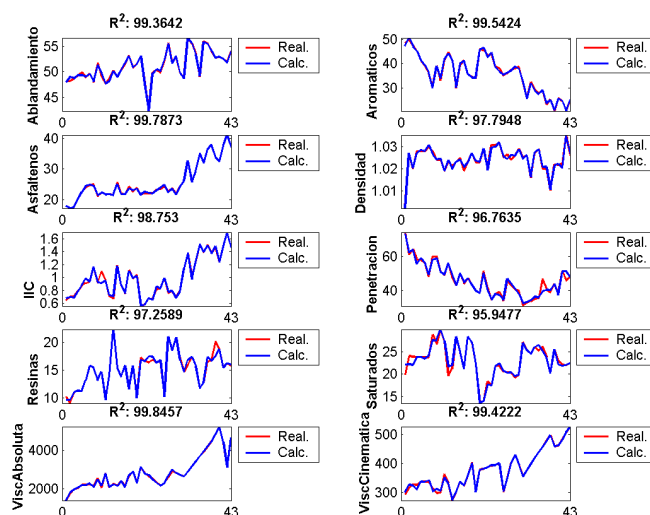


Figura 35. Una sola BP para todas las propiedades fisicoquímicas del asfalto Apiay sin generalización. NNCO = 6



E.7.2 Asfalto CAR En las figuras 39, 38, 41 y 40 se muestra gráficamente los resultados obtenidos con cada alternativa para el asfalto Cartagena.

Figura 36. Una sola BP para todas las propiedades fisicoquímicas del asfalto Apiay usando parada temprana. NNCO = 7

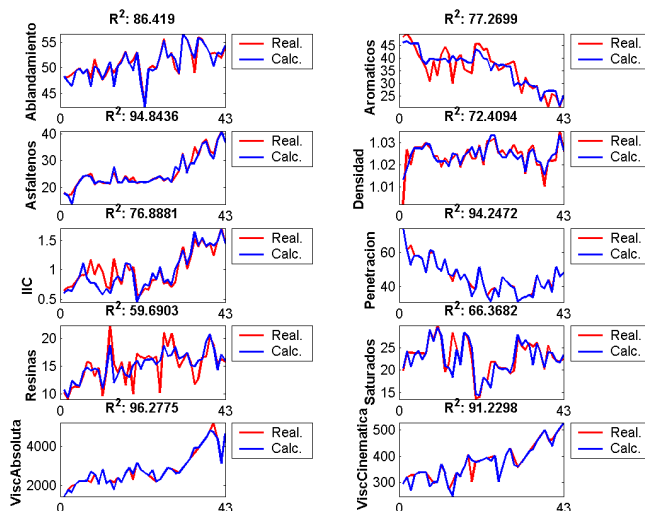
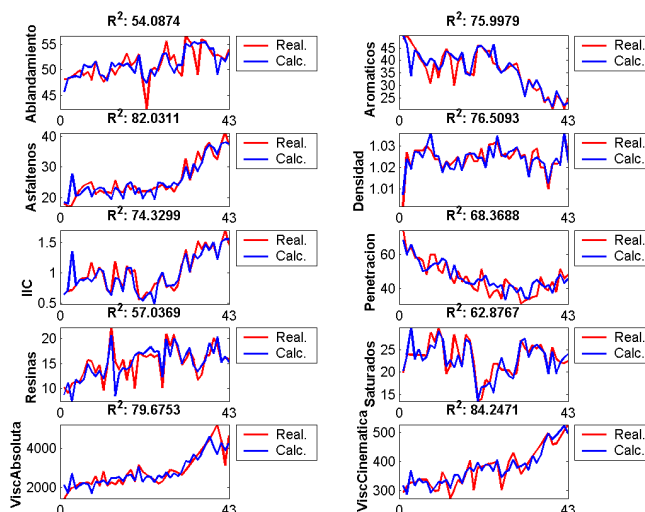


Figura 37. Una BP para cada propiedad fisicoquímica del asfalto Apiay usando parada temprana. NNCO = 9



E.7.3 Asfalto CIB En las figuras 43, 42, 45 y 44, se muestra gráficamente los resultados obtenidos con cada alternativa para el asfalto CIB.

E.7.4 Asfalto CIB + Agregado En las figuras 47, 46, 49 y 48 se muestra gráficamente los resultados obtenidos con cada alternativa para el asfalto CIB +

Figura 38. Una BP para cada propiedad fisicoquímica del asfalto Cartagena sin generalización. NNCO = 3

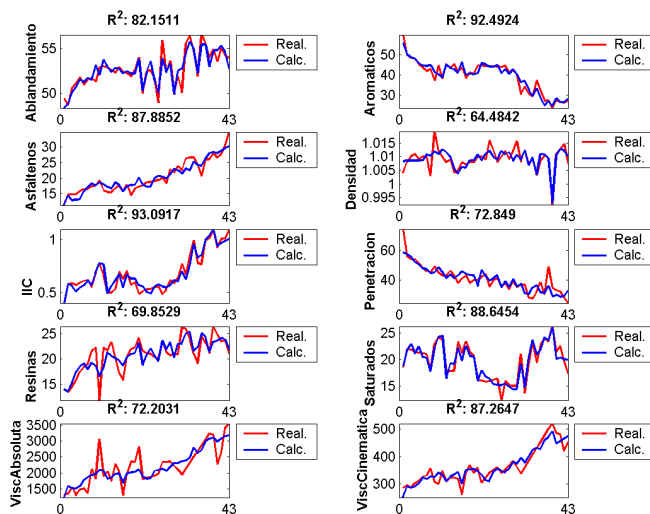
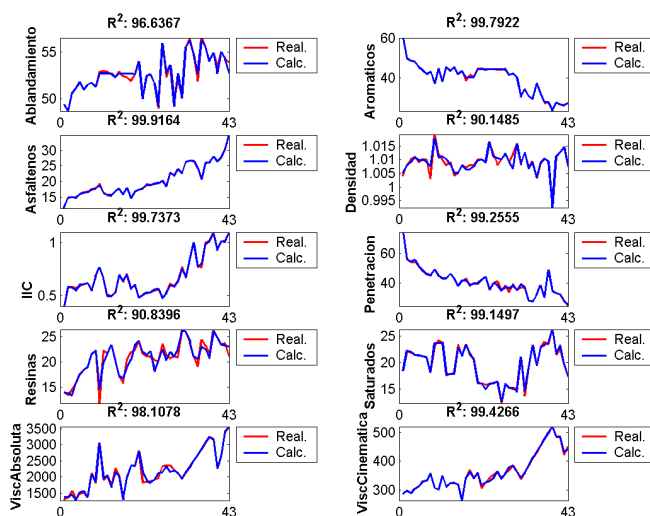


Figura 39. Una sola BP para todas las propiedades fisicoquímicas del asfalto Cartagena sin generalización. NNCO = 5



Agregado.

Figura 40. Una sola BP para todas las propiedades fisicoquímicas del asfalto Cartagena usando parada temprana. NNCO = 9

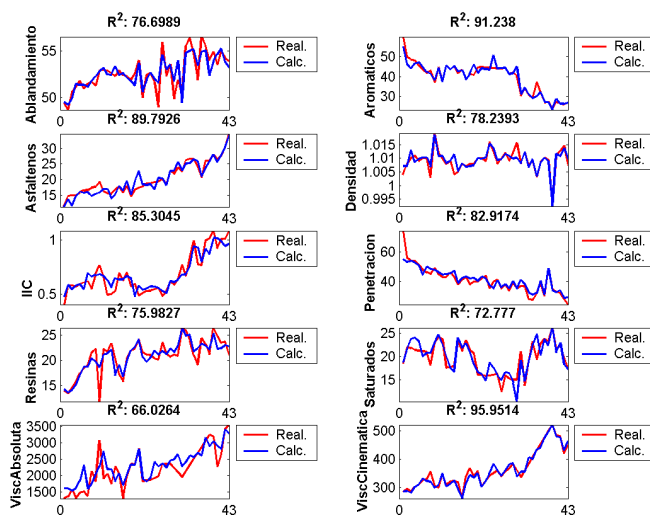


Figura 41. Una BP para cada propiedad fisicoquímica del asfalto Cartagena usando parada temprana. NNCO = 7

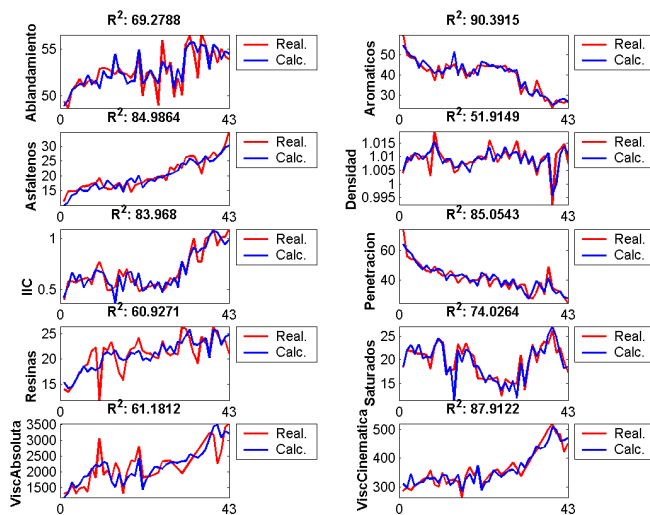


Figura 42. Una BP para cada propiedad fisicoquímica del asfalto CIB sin generalización. NNCO = 3

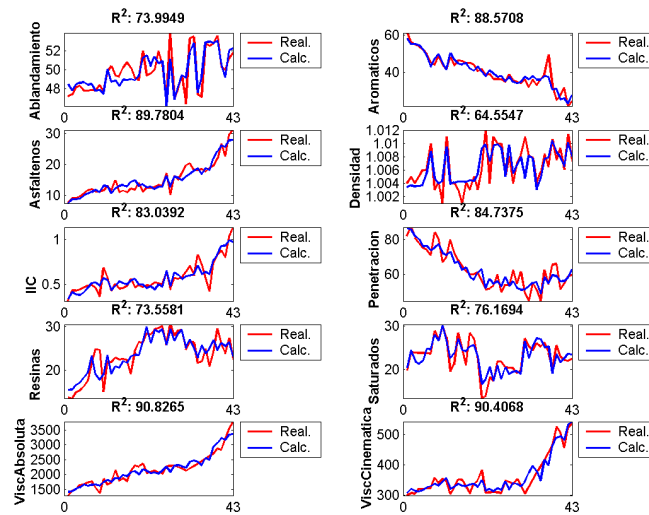


Figura 43. Una sola BP para todas las propiedades fisicoquímicas del asfalto CIB sin generalización. NNCO = 5

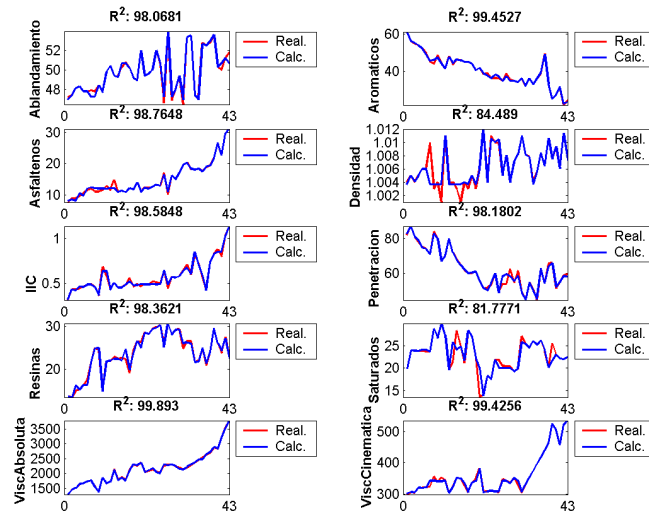


Figura 44. Una sola BP para todas las propiedades fisicoquímicas del asfalto CIB usando parada temprana. NNCO = 4

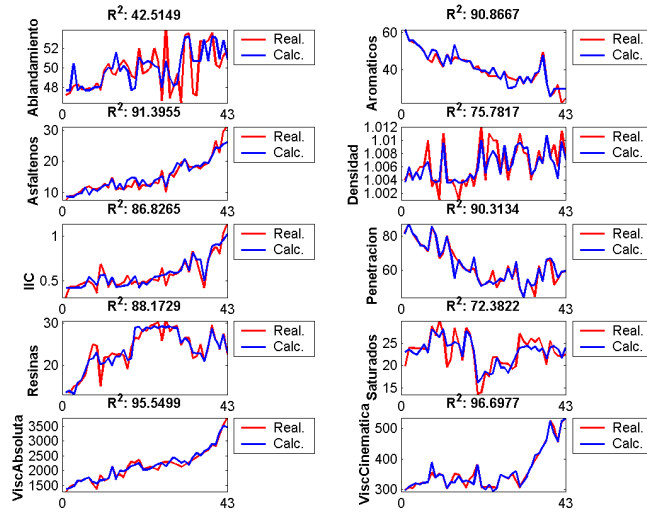


Figura 45. Una BP para cada propiedad fisicoquímica del asfalto CIB usando parada temprana. NNCO = 3

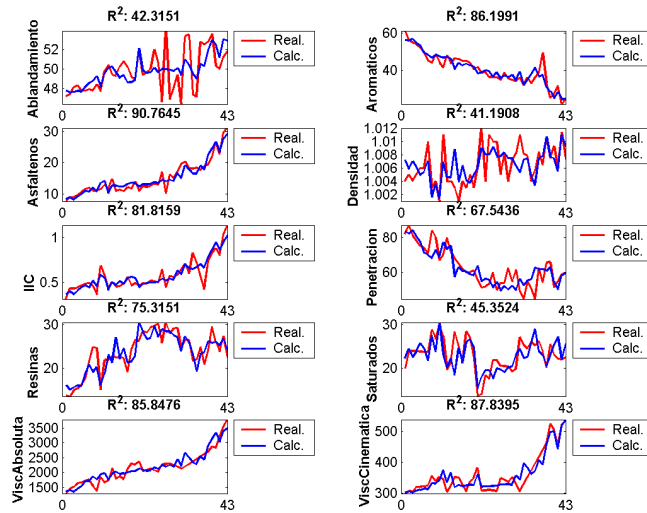


Figura 46. Una BP para cada propiedad fisicoquímica del asfalto CIB + Agregado sin generalización. NNCO = 2

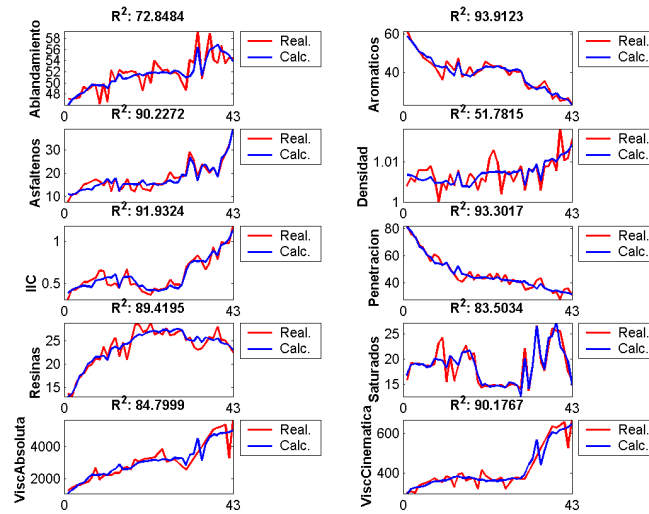


Figura 47. Una sola BP para todas las propiedades fisicoquímicas del asfalto CIB + Agregado sin generalización. NNCO = 4

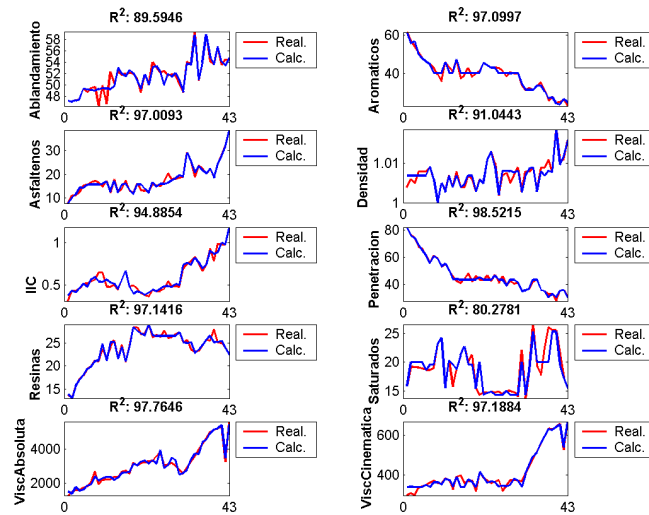


Figura 48. Una sola BP para todas las propiedades fisicoquímicas del asfalto CIB + Agregado usando parada temprana. NNCO = 4

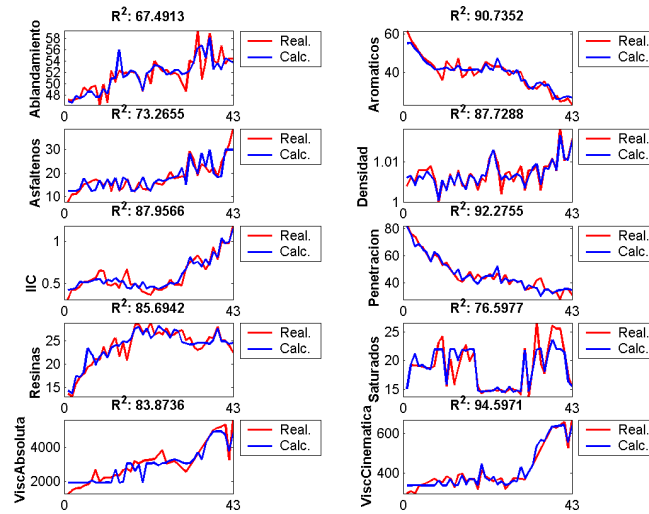
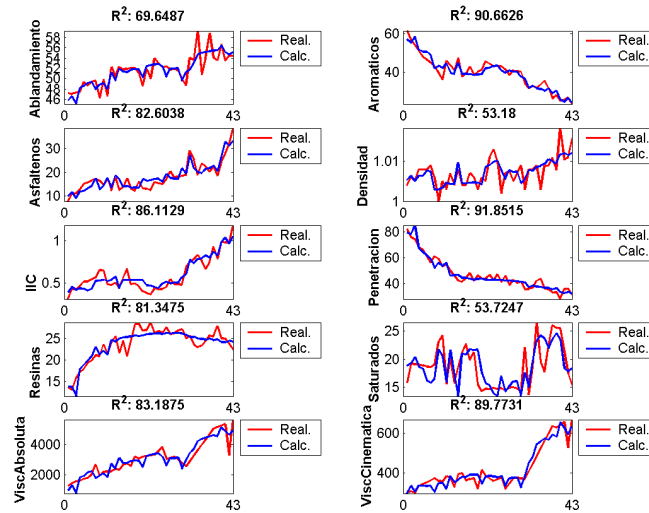


Figura 49. Una BP para cada propiedad fisicoquímica del asfalto CIB + Agregado usando parada temprana. NNCO = 2



BIBLIOGRAFÍA

- [1] N Afanasieva and M Alvarez. Estudio del proceso de envejecimiento de los asfaltos colombianos bajo la acción de algunos factores climáticos. Informe de Investigación Parte 1, 2 y 3, Universidad Industrial de Santander, COLCIENCIAS, Santa fe de Bogotá, Colombia, 2000.
- [2] N. Afanasieva and M. Alvarez. *Estudio del envejecimiento de los asfaltos colombianos bajo la acción de algunos factores climáticos*. Universidad Industrial de Santander, 2004.
- [3] N. Afanasieva, M. Álvarez, R. Ramos, C. Alfaro, and L. Cruz. Estudio del envejecimiento de los asfaltos colombianos bajo la influencia del clima usando regresión lineal múltiple. In *Terceras Jornadas Internacionales del Asfalto. Popayán, Colombia*, Agosto 22–25 2002.
- [4] N Afanasieva, M Alvarez, and S Serrano. Diseño de un banco para el estudio al aire libre del proceso de envejecimiento de los asfaltos colombianos. In *Primeras Jornadas Internacionales del Asfalto*, pages pp. 21–41, Piedecuesta, Colombia, Junio 1998.
- [5] Cesar Alfaro and Lucia Cruz. *Desarrollo de una correlación matemática para el envejecimiento de los asfaltos colombianos por medio de análisis estadístico multivariado*. Tesis de pregrado, Universidad Industrial de Santander, Escuela de Ingeniería Química, 2002.
- [6] Edwin J. Barth. *Asphalt Scince and Tecnology*. Gordon and Breach Science Publishers, 1984.
- [7] Maria Isabel Acosta Buitrago and Camilo Alfonso Zuluaga Muñoz. *Tutorial sobre redes neuronales aplicadas en ingeniería eléctrica y su implementación en un sitio web*. PhD thesis, Universidad Tecnologica de Pereira, 2000.
- [8] Gregory C. Multivariate analysis of variance (manova): I. theory introduction. Artículo de Internet, 1998.

- [9] William W. Cooley and Paul R. Lohnes. *Multivariate Data Analysis*. John Wiley and Sons, Inc., 1974.
- [10] Bonifacio Martín del Brío and Alfredo Zanz Molina. *Redes Neuronales Artificiales y Sistemas Difusos*. Alfaomega S.A., 2 edition, 2002.
- [11] Luis G. Díaz. *Estadística Multivariada: Inferencia y Métodos*. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias, 1.^a ed. edition, 2002.
- [12] ECOPETROL. *Cartilla Práctica para el Manejo de los Asfaltos Colombianos*. ECOPETROL-ICP, 1999.
- [13] B. Escofier and J. Pagès. *Análisis Factoriales Simples y Múltiples. Objetivos Métodos e Interpretación*. Servicio Editorial de la Universidad del país Vasco, 2 edition, 1992.
- [14] Miguel A. Escotet. *Diseño Multivariado en Psicología y Educación*. John Wiley & Sons, Inc., 1966.
- [15] H. Groenzin and C. Mullis. Molecular size and structure of asphaltenes from various sources. *Energy & Fuel*, 14:677–84, 2000.
- [16] J. Hair, R. Anderson, R. Tatham, and W. Black. *Análisis Multivariante*. Prentice Hall, 5 edition, 1999.
- [17] P. Herrington and G. Ball. Temperature dependence of asphalt oxidation mechanism. *Fuel*, 75(9):1129–31, January 1996.
- [18] P. Herrington, J. Patrick, and G. Ball. Oxidation of roading asphalts. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 33:2801–9, November 1994.
- [19] José R. Hilera and Victor J. Martinez. *Redes Neuronales Artificiales. Fundamentos, modelos y aplicaciones*. Alfaomega S.A., 2000.
- [20] The Asphalt Institute. *The Asphalt HandBook*. The Asphalt Institute, 1962.
- [21] D. E. Johnson. *Métodos Multivariados Aplicados al Análisis de Datos*. International Thomson Editores, 1998.
- [22] The MathWorks, Inc. *Neural Network Toolbox User's Guide*, May 2001.
- [23] The MathWorks, Inc. *Statistics Toolbox User's Guide*, May 2001.
- [24] Laurent Michon and Bernard Hanquet. Asphalt study by neural networks. correlation between chemical and rheological properties. *American Chemical Society*, 1997.

- [25] Irwin Miller. *Estadística matemática con aplicaciones*. Pearson Educación, 6.^a edition, 2000.
- [26] Douglas C. Montgomery, Elizabeth A. Peck, and G Geoffrey Vining. *Introducción al análisis de Regresión Lineal*. Compañía Editorial Continental. ECECSA, 3.^a en inglés. 1.^a en español edition, 2004.
- [27] Douglas C. Montgomery and George C. Runger. *Probabilidad y Estadística aplicadas a la Ingeniería*. McGRAW-HILL, 1996.
- [28] C. Pardo and G. Cabarcas. Métodos estadísticos multivariados en investigación social. In *Simposio de Estadística*, 2001.
- [29] DraperÑ. R. and Smith H. *Applied Regression Analysis*. John Wiley and Sons, Inc, New York, 1974.
- [30] Arthur M. Usmani. *Asphalt Scince and Tecnology*. Marcel Dekker, Inc., 1997.
- [31] A. F. Verhasselt. Field ageing of bituminous binders: Simulation and kinetic approach. *Mechanical Tests for Bituminous Materials*, pages 121–8, 1997.