EL CÁLCULO DE ÁREAS COMO UN SOPORTE SIGNIFICATIVO PARA LA FACTORIZACIÓN ALGEBRAICA

JENNY PATRICIA ACEVEDO RINCÓN

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2.004

EL CÁLCULO DE ÁREAS COMO UN SOPORTE SIGNIFICATIVO PARA LA FACTORIZACIÓN ALGEBRAICA

JENNY PATRICIA ACEVEDO RINCÓN

Monografía presentada como requisito
para optar al título de Especialista en Educación Matemática

Directora
ROSALBA OSORIO AGUILLÓN
Msc. En Investigación

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2.004

TITULO EL CÁLCULO DE ÁREAS COMO UN SOPORTE SIGNIFICATIVO PARA LA FACTORIZACIÓN ALGEBRAICA[*]
AUTOR **ACEVEDO RINCÓN, Jenny Patricia**[* *]

PALABRAS CLAVES Factorización algebraica, álgebra geométrica, aprendizaje significativo.

DESCRIPCIÓN

La geometría activa, de la mano con la investigación como metodología didáctica en el aula, son las bases que soportan este trabajo, donde 32 estudiantes de octavo grado del Gimnasio José Alejandro Peralta de Girón, tienen la oportunidad de dibujar, modelar, mover, transformar áreas mediante situaciones didácticas que le permiten recrear el aprendizaje de la factorización algebraica, iniciando desde la construcción de sencillos conceptos como el cálculo de áreas, pasando por semejanza de figuras, hasta llegar a la conceptualización de la factorización por sumas y restas de áreas.

Por medio de situaciones contextualizadas se crean espacios de interrogantes en los estudiantes para buscar que actúen, comuniquen, reflexionen y establezcan conexiones entre los conceptos matemáticos y entre ellos y otras áreas del conocimiento. El aprendizaje se da a medida que cada estudiante entrelaza sus preconceptos con los nuevos conocimientos para lograr que este sea significativo. Para lograr mayor significación fue necesaria la manipulación de material concreto como la caja de polinomios.

Teniendo en cuenta los diferentes ritmos de aprendizaje, basados en los resultados de la prueba diagnóstica se diseñaron nueve talleres, y un taller inicial que da orientaciones generales del trabajo, distribuidos en cinco secciones: situación, ¡construye paso a paso!, ¡recréate y aprende!, ¡sabías que...! y ¡soy creativo!

---

[*] Monografía

[**] Facultad de Ciencias. Especialización en Educación Matemática. Dir. Rosalba Osorio Aguillón

TITLE THE ONE CALCULATES OF AREAS AS A SIGNIFICANT SUPPORT FOR THE ALGEBRAIC FACTORING[*]

AUTOR **ACEVEDO RINCÓN, Jenny Patricia**[**]

WORDS KEY Algebraic factoring, geometry factoring, significant learning

DESCRIPTION

The active geometry, of the hand with the investigation as didactic methodology in the classroom, they are the bases that support this work, where 32 students of eight degree of the Gimnasio José Alejandro Peralta of Girón, they have the Possibility to draw, to model, to move, to transform areas by means of didactic situations that it allows the to recreate the learning of the algebraic factoring, beginning from the construction of simple concepts such as the area calculation, going by likeness of figures, until arriving to the conceptualization of the factoring for supreme and subtractions of areas.

By means of didactic situations its created spaces of queries are believed in the students to look for that they act, communicate, mediate and establish connections among the mathematical concepts between them and other areas of the knowledge. The learning is given as each student intertwines their initial concepts with the new knowledge to achieve that this is significant. To achieve bigger significance, it was necessary the manipulation of concrete material as the box of polynomials.

Keeping in mind the different learning rhythms, based on the results of the diagnostic test, nine activities and an initial shop was designed that gives general orientations of the work, distributed in five sections: Situation, it Build step to step!, relax and he/she learns!, you knew that!, and, I am Creative!

---

[*] Monograph

[**] Faculty of Sciences. Specialization in Mathematics Education . Dir. Rosalba Osorio Aguillón

“...El mejor campo del trabajo del niño es el juego.
Toda actividad escolar debe estar enmarcada en la
alegría y la creatividad, a fin de motivar el aprendizaje.
La tendencia al aprendizaje ya está presente en el
niño desde la más temprana infancia a
través del juego...”

Madre Caridad Brader
Tomado de Los jinetes eran mujeres
1.990, p. 18

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por guiar cada uno de mis pasos en el arduo camino de la educación.

A mis padres CARMEN ROSA y JOAQUÍN, quienes han brindado constante apoyo para alcanzar cada uno de mis objetivos.

A mis hermanos OSCAR J., y MARTHA L., por la colaboración en la culminación de este trabajo.

A ROSALBA OSORIO A., BERNARDO MAYORGA, JORGE FIALLO, y demás profesores de la especialización en Educación Matemática por su incondicional colaboración en la dirección de este proyecto.

A los Estudiantes de Octavo grado, Profesores y Directivas del Gimnasio José Alejandro Peralta, en Girón por el tiempo dedicado en el desarrollo del proyecto.

A la Universidad Industrial de Santander, institución que me brindó la oportunidad de continuar con mi formación.

A los estudiantes de Práctica Docente Integral y al profesor James V., sub director regional de la Universidad de Pamplona, cread Bucaramanga, por sensibilizarme ante la actual problemática educativa.

A CÉSAR A., y CLAUDIA R., y demás compañeros de la Especialización por su colaboración en cada uno de los semestres.

A ALONSO S., CLAUDIA P., y a JEAN CARLOS B., quienes con su amistad y cariño me acompañaron en este proceso desde la distancia.

A JORGE A. GARCÍA por su incondicional colaboración en la realización de este informe.

A mis Familiares y Amigos, quienes de una u otra forma colaboraron en la realización de mis logros.

Sólo pedí a Dios que siempre viera en mí a la
persona que mejor pudiera servir a los demás y
El me asignó la misión de EDUCAR. Me envió
mensajeros con una caja llena de herramientas,
personas que me han ayudado a explorarlas,
poco a poco pero con paso firme. Gracias a El ,
y a sus mensajeros hoy puedo presentar este
proyecto, a pesar de los múltiples obstáculos que
encontré en el camino.

Hoy quiero dedicar este trabajo a ese Ser
Supremo, y aquellos los mensajeros que
encarnados en padres, profesores y amigos que
han permanecido incondicionales a pesar del
tiempo y la distancia: gracias por depositar en mí
la confianza para formar personas.

A todos ustedes muchas gracias...

Jenny P.

CONTENIDO

Página

INTRODUCCIÓN
JUSTIFICACIÓN
OBJETIVOS
1. MARCO TEÓRICO
1.1. UNA VISIÓN HISTÓRICA DEL ÁLGEBRA 16
1.2. POLINOMIOS 20
1.3. UNA VISIÓN DIDÁCTICA DEL ÁLGEBRA 28
1.4. LA CAJA DE POLINOMIOS 34
2. PRUEBA DIAGNÓSTICA 39
PRESENTACIÓN DE LA POBLACIÓN 42
2.1. ELABORACIÓN DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA 44
2.2. APLICACIÓN DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA 46
2.3. RESULTADOS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA 46
3. PRESENTACIÓN DE TALLERES Y RESULTADOS: “EL CÁLCULO DE ÁREAS COMO UN SOPORTE SIGNIFICATIVO PARA LA FACTORIZACIÓN ALGEBRAICA” 50
4. CONCLUSIONES 110
5. RECOMENDACIONES 111
BIBLIOGRAFÍA 112
ANEXOS 115

LISTA DE ANEXOS

Página

ANEXO A: EL CÁLCULO DE ÁREAS COMO UN SOPORTE SIGNIFICATIVO PARA LA FACTORIZACIÓN ALGEBRAICA 115
ANEXO B: MODELO DE CUBO 116
ANEXO C: MODELO DE FLORES 117
ANEXO D: MODELO DE HEXÁGONO DECORATIVO 118
ANEXO E: MODELO DE ESTRELLA 120
ANEXO F: DECORACIÓN DEL SALÓN DE 8º EN ORIGAMI: RINCÓN RELIGIOSO 121
ANEXO G: CERTIFICADO DEL CONCURSO DEL RINCÓN RELIGIOSO 123
ANEXO H: DECORACIÓN DEL SALÓN DE 8º EN ORIGAMI: CUMPLEAÑOS 124
ANEXO I: DECORACIÓN DEL SALÓN DE 8º EN ORIGAMI: ASEO 125
ANEXO J: DECORACIÓN DEL SALÓN DE 8º EN ORIGAMI: HORARIO 126
ANEXO K: DECORACIÓN DEL SALÓN DE 8º EN ORIGAMI: UBICACIÓN POR PUESTOS 127
ANEXO L: DECORACIÓN DEL SALÓN DE 8º EN ORIGAMI: RINCÓN CULTURAL 128
ANEXO M: DECORACIÓN DEL SALÓN DE 8º EN ORIGAMI: ESCRITORIO DEL DOCENTE 128
ANEXO N: ESTUDIANTES TRABAJANDO CON EL PLANO ROJO-AZUL 130
ANEXO O: ALGUNOS TRABAJOS DE LOS ESTUDIANTES 131
ANEXO P: MODELO DE PROBLEMAS DE ÁREA, PERÍMETRO Y VOLÚMENES 141
ANEXO Q: MODELO DE PRUEBA DIAGNÓSTICA 142
ANEXO R: CERTIFICACIÓN DE APLICACIÓN DEL PROYECTO 144

LISTA DE FIGURAS

Página

FIGURA 1. Representación de la propiedad distributiva: $a_x(b + c + d) = a_xb + a_xc + a_xd$ 17

FIGURA 2. Representación geométrica de la identidad: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 18

FIGURA 3. Procedimiento para encontrar el producto: $(a + b)_x(a - b) = a^2 - b^2$ 18

FIGURA 4. Representación geométrica del producto: $(a + b)_x(a - b) = a^2 - b^2$ 19

FIGURA 5. Representación algebraica del área del cuadrado y del rectángulo. 20

FIGURA 6. Términos semejantes representados por medio de áreas. 21

FIGURA 7. Propiedad conmutativa de la adición 22

FIGURA 8. Propiedad conmutativa del producto 23

FIGURA 9. Multiplicación de monomios 24

FIGURA 10. Representación geométrica de la propiedad distributiva de la multiplicación 24

FIGURA 11. Multiplicación de polinomios por polinomios 25

FIGURA 12. Presentación del material Caja de Polinomios 35

FIGURA 13. Equivalencias entre las superficies y los colores 37

FIGURA 14. Plano Rojo-Azul para representar expresiones algebraicas positivas y negativas 38

“... la educación por su parte, puede ser definida
como el desarrollo artificial del niño.
La educación es el dominio ingenioso de
los procesos naturales del desarrollo.
La educación no influye sobre unos u
otros procesos del desarrollo, sino que
reestructura, de la manera más esencial,
todas las funciones de la conducta ....”

LEV S. VIGOTSKY
Tomado de: Vigotsky y el aprendizaje escolar
1.997, p. 103

INTRODUCCIÓN

"... El alumno puede saber tanto como el maestro; el maestro se distingue igualmente del alumno en cuanto al eje temporal de la relación didáctica porque es capaz de anticipar: el alumno puede dominar perfectamente el pasado, pero sólo el maestro puede dominar el futuro..."

Y. CHEVELLARD (1.991, p. 82)
Transposición Didáctica:
del saber sabio al saber enseñado

El proyecto *cálculo de áreas como un soporte significativo para la factorización algebraica* pretende contextualizar el aprendizaje del álgebra desde una perspectiva de significatividad, en donde utiliza como principal estrategia la implementación de material concreto elaborado previamente en la Universidad de Nariño por los profesores Luis E. Jácome y Fernando Soto, llamado por sus autores *caja de polinomios*, acomodado conveniencia con las condiciones del entorno en que se aplicarán.

La idea de proponer el aprendizaje del álgebra a partir de una visión más significativa que la alternativa propuesta como interpretación de igualdades algebraicas responde a la necesidad que manifiesta el estudiante de querer comprender conceptos algebraicos desde lo que ellos manipulan, ésta entonces se convierte en la ocasión para que el estudiante relacione de manera muy elemental los conceptos básicos de la geometría y medición con los conceptos algebraicos.

El *cálculo de áreas como un soporte significativo para la factorización algebraica* adopta características de la metodología investigativa, desde el punto en que respeta tres momentos importantes en la comprensión de conceptos algebraicos: acción, comunicación y reflexión, acogiendo cualidades de una metodología investigativa.

La propuesta se desarrolla mediante la aplicación de nueve talleres; al inicio de cada actividad se presenta el nombre del tema a desarrollar y los objetivos que se pretenden alcanzar. Los talleres están organizados de manera secuencial y distribuidos en las siguientes secciones:

¡Situación!: corresponde a una situación problema que hace explorar al estudiante los diferentes caminos de solución; inicialmente, en los dos primeros talleres se realiza es una exploración del material “bolsa de polinomios” y posteriormente se proponen situaciones que sugieren soluciones geométricas de las situaciones planteadas.

¡Construye paso a paso!: presenta, en algunos talleres, alternativas de solución a la situación inicial planteada, orientada hacia la comprensión del tema propuesto.

¡Recréate y aprende!: en esta sección se aplican los conceptos vistos en cada taller y se hace de una manera no habitual.

¡Sabías que!: es la sección donde interviene el docente después que el estudiante ha trabajado con el material y ha manipulado, de alguna manera, los conceptos que se van a generalizar en ese taller

¡Soy Creativo!: presenta una situación problema que lo conduce a explorar diferentes alternativas de solución y es el espacio en el que se evalúa la conceptualización del tema visto en el taller.

JUSTIFICACIÓN

El aprendizaje de los conceptos algebraicos para la mayoría de los estudiantes es de tipo mecánico “memorístico” y sólo se aprende a utilizar los casos de factorización en un momento determinado dentro del curso de álgebra (8º grado). No se tiene en cuenta el significado geométrico de los casos de factorización, y mucho menos su aplicabilidad en años posteriores, por ejemplo, al resolver identidades trigonométricas elementales o en primeros semestres universitarios. Esto nos conduce a pensar que el aprendizaje del álgebra no ha sido contextualizado, ni se han establecido relaciones con otros conceptos y con otras áreas. De esta manera el álgebra, en el lenguaje de los estudiantes, se ha convertido en un “verdadero problema”.

La idea de presentar la factorización como construcción de áreas y volúmenes, es dar a los estudiantes la oportunidad de comprender el álgebra de forma más significativa con base en conceptos elementales de la geometría.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Alcanzar la significación de factorización en el álgebra por medio del cálculo de áreas, utilizando material concreto.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Diseñar y aplicar una prueba diagnóstica que involucre conceptos de área y perímetro como base de la ruta crítica hacia la elaboración del trabajo de aula.

- Desarrollar con los estudiantes de octavo grado del Gimnasio José Alejandro Peralta, alternativas de trabajo en el aula en el aprendizaje de la factorización algebraica por medio del cálculo de áreas.

- Analizar y describir los resultados del trabajo en el aula.

1. MARCO TEÓRICO

1.1 UNA VISIÓN HISTÓRICA DEL ÁLGEBRA

La historia de las matemáticas aporta varios elementos importantes al progreso lento pero inevitable del álgebra, bajo la influencia de distintas épocas y culturas. El desarrollo progresivo del álgebra se puede caracterizar por los términos "álgebra retórica", "álgebra sincopada" y "álgebra simbólica"(Artículo: Componentes de la historia del Álgebra- texto de Al-Khwarizmi restaurado. Dpto. de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Valencia, 2.001).

La etapa primitiva del álgebra es "retórica", ya que los textos estaban escritos en vernáculo, época prebabilónica entre 2.000 y 1.600 a.C. En la época de la civilización mesopotámica se encuentran los primeros sistemas de ecuaciones, pero sin duda, el gran aporte del álgebra prebabilónica se centra en el campo de la potenciación y en la resolución de ecuaciones cuadráticas, tanto es así que llegaron a la solución para ecuaciones de la forma $ax^2 + bx = c$. Efectuaron innumerables tabulaciones que utilizaron para facilitar el cálculo, por ejemplo, de algunas ecuaciones cúbicas. Su capacidad de abstracción fue tal que desarrollaron muchas de la ecuaciones que hoy se conocen como ecuaciones diofánticas, algunas de las cuales están íntimamente unidas a conceptos geométricos.

En la etapa del "álgebra sincopada" los textos siguen escritos en vernáculo, pero con algunos términos escritos mediante abreviaturas. En las matemáticas de la época helénica los problemas prácticos relacionados con las necesidades de cálculos aritméticos, mediciones y construcciones geométricas, continuaron jugando un gran papel. Paralelamente, la escuela pitagórica plantea un proceso de recopilación de hechos matemáticos y la unión de ellos en sistemas teóricos. De esta manera, la aritmética se separa como rama independiente, es decir, el conjunto de conocimientos matemáticos que se relacionan con las propiedades generales de las operaciones con números naturales.

La intervención gradual de símbolos caracteriza una época determinante en el álgebra, el periodo comprendido entre 1.600 a.C. y 1.700 d.C., aproximadamente.

Al ampliarse el número de magnitudes medibles, debido a los números irracionales, se originó una reformulación de la geometría, dando lugar al álgebra geométrica. Esta nueva rama incluía, entre otros conceptos, el método de anexión de áreas, el conjunto de proposiciones geométricas que interpretaban las cantidades algebraicas y la división áurea. Sin embargo, el álgebra geométrica estaba limitada a objetos de dimensión no mayor que dos, siendo inaccesible a problemas que conducían a ecuaciones de tercer grado o superiores, es decir, se hacían imposibles para problemas que no admitieran solución mediante regla y compás. De esta manera, las matemáticas de la antigua Grecia, representan uno de los primeros ejemplos del establecimiento de las matemáticas como ciencia, desarrollándose dentro de ciertos límites los elementos de las ciencias matemáticas posteriores: álgebra, análisis infinitesimal, geometría analítica, mecánica teórica y el método axiomático.

La manera como trataban los griegos el álgebra, sorprende en su practicidad; por ejemplo Boyer presenta en 1.969, a grandes rasgos, como fue tratada la propiedad $a_x(b + c +d) = a_xb + a_xc + a_xd$ por escolares griegos, es decir:

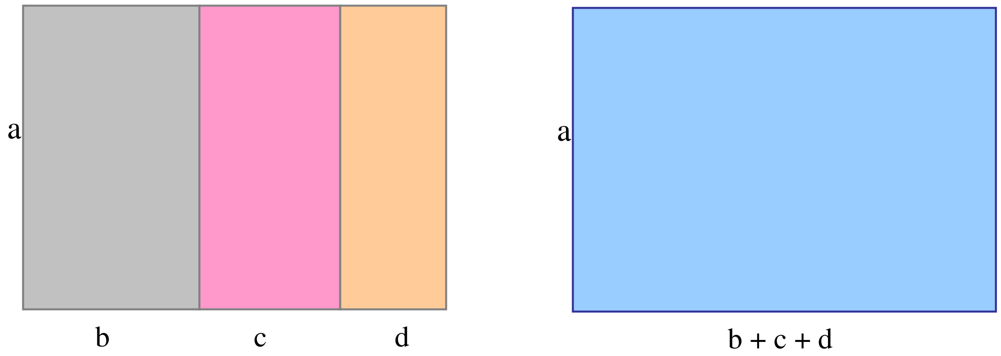


FIGURA 1. Utilizando fácilmente áreas de rectángulos de lados determinado por a y por la suma de segmentos b, c y d es igual a la suma de las áreas de los rectángulos determinados por a y por cada uno de los segmentos b, c, y d tomados por separados

El cuadrado de la suma de dos cantidades puede representarse geométricamente, cuando los valores son positivos, construyendo un cuadrado de lado a, un cuadrado de lado b y dos rectángulos de largo a y de ancho b, de la siguiente manera:

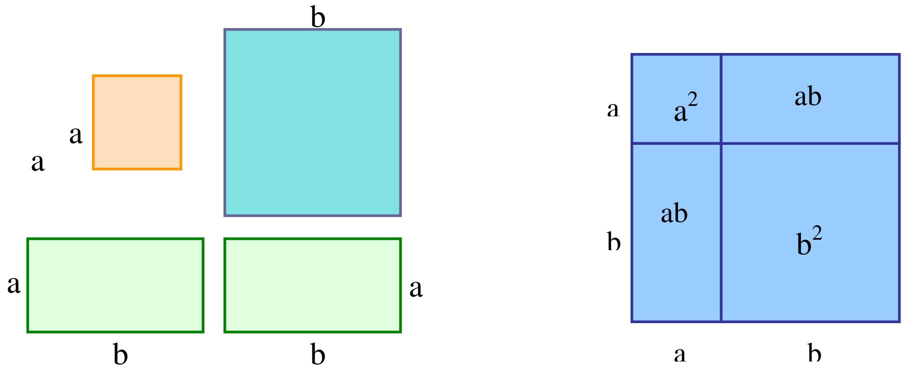


FIGURA 2. Identidad $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ que se resuelve fácilmente utilizando un cuadrado de lado $(a + b)^*$.

De igual manera el producto de la suma por la diferencia de dos cantidades puede representarse geométricamente cuando los valores de dichas cantidades son positivos:

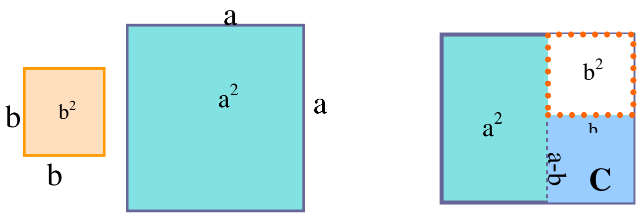


FIGURA 3. Procedimiento: al cuadrado de lado a le quitamos el cuadrado de lado b y trazando la línea punteada se obtiene el rectángulo c, cuyos lados son b y (a-b).

Si se traslada el rectángulo c en la forma indicada en la figura 4, se obtiene el rectángulo ABCD, cuyos lados son (a - b) y (a + b)

---

* Representación tomada de DIMATÉ, Mónica en Matemáticas con tecnología aplicada.

FIGURA 4. Representación gráfica del producto de la suma por la diferencia de dos cantidades (a - b) (a + b) = a^2 - b^2.[**]

Los trabajos algebraicos árabes entre los siglos IX–XV, además de la resolución de ecuaciones de primero y segundo grado, incluían también ecuaciones cúbicas, el álgebra árabe queda relegada al papel de la “intermediaria” entre la herencia Griega y el occidente cristiano medieval, ya que no representó un progreso, sino que, por el contrario, se ve como un retroceso a la etapa del álgebra retórica.

Ya en el siglo XVII, la última parte de la famosa obra de Descartes *Discurso del método* denominada “Gèometrie”, detalla en su comienzo instrucciones geométricas para resolver ecuaciones cuadráticas, centrándose seguidamente en la aplicación del álgebra a ciertos problemas geométricos; analiza también problemas de distintos órdenes para terminar, con la construcción de la teoría general de las ecuaciones. De esta manera hace explícita la interrelación entre el álgebra y la geometría (Universidad de Valencia, 2.001).

El desarrollo posterior a la geometría mostró que las ideas de Descartes sobre la unificación del álgebra y la geometría no pudieron realizarse, sino que siguieron un camino separado, fortaleciendo el aparato simbólico literal y alcanzando gran desarrollo la teoría de ecuaciones. La independencia del álgebra de la geometría continuó determinándose a finales del siglo XIX, y a principios del XX la teoría de grupos se ramificó moderadamente formando el núcleo del álgebra actual.

Ante esta visión histórica del álgebra se realiza la orientación de la factorización algebraica a través del cálculo de áreas. La práctica

---

[**] Procedimiento realizado en BALDOR, Aurelio.

educativa se constituye en la oportunidad de acercamiento entre la ciencia y la sociedad. Sin embargo el saber científico no puede presentarse en forma abstracta, pues sería de difícil comprensión para los educandos, éste saber debe concebirse desde un nivel más sencillo para su comprensión. Esta forma de presentar saber científico es reconocida mediante el proceso de transposición didáctica. Según Chevellard “la transposición didáctica corresponde al trabajo de transformar un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza” (Chevellard, pág. 45). Es el desarrollo de un proceso que encierra un conjunto de creaciones didácticas sobre saberes que se hacen necesarios para la transformación de un concepto a la luz de la ciencia, objeto del saber, en forma espontánea o casi natural al estudiante en la práctica escolar, objeto de enseñanza. Para ello, es necesario delimitar la temática.

1.2. POLINOMIOS

Los temas de “*el cálculo de áreas como un soporte significativo de la factorización algebraica*” van desde la sencilla representación algebraica de las áreas hasta el reconocimiento y la factorización de los trinomios de las formas $x^2 + bx + c$, y, $ax^2 + bx + c$, distribuidos en 9 talleres, y un taller 0 que corresponde a sencillas orientaciones del trabajo en el aula, que serán mencionados en el capítulo 3. Las siguientes definiciones corresponden a las presentadas por BALDOR en 1.978.

Inicialmente, se parte de la representación algebraica de áreas tomando como principales las áreas de cuadrados y rectángulos, en forma general, que corresponden al producto del valor de sus lados:

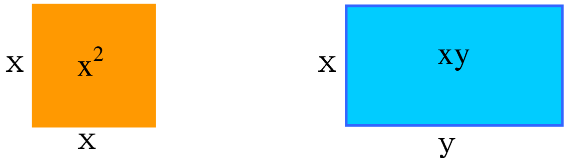


FIGURA 5. Representación algebraica del área del cuadrado y del rectángulo.

Se pueden realizar las cuatro operaciones básicas, para efectos del trabajo sólo se realizarán la adición, sustracción y multiplicación de expresiones algebraicas.

Para efectuar la adición entre expresiones algebraicas hay que reconocer la existencia de *términos semejantes*, es decir, la adición entre expresiones algebraicas corresponde a la reducción de términos semejantes teniendo en cuenta el signo que los acompañan.

Geométricamente, se denominan términos a cada una de las superficies, dos términos son semejantes si representan la misma área, no necesariamente deben tener la misma forma para tener áreas equivalentes.

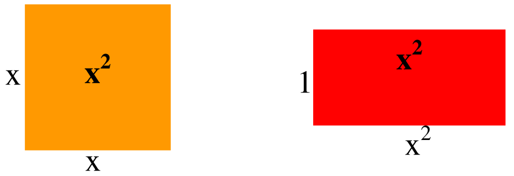


FIGURA 6. Términos semejantes representados por medio de áreas.

Para reducir términos semejantes es necesario reconocer los signos de éstos términos. Si los términos son de igual signo "se reducen a un solo término se suman los coeficientes poniendo delante de esta suma el mismo signo que tienen todos y a continuación se escribe la parte literal"(Baldor, 1.978, pág. 19). Para dos términos de diferente signo "se restan los coeficientes, poniendo delante de esta diferencia el signo del mayor y a continuación se escribe la parte literal" (Baldor, 1.978, pág. 20). Para reducir más de dos términos semejantes de signos diferentes "se reducen a un solo término todos los positivos, se reducen a un solo término todos los negativos y a los dos resultados obtenidos se aplica la regla de dos términos de diferente signo" (Baldor, 1.978, pág. 21).

Como se mencionó anteriormente, con las expresiones algebraicas pueden efectuarse las operaciones básicas, se realizarán con coeficientes enteros, posteriormente se harán más fáciles las operaciones con coeficientes racionales, si el concepto con coeficientes enteros está bien constituido.

La suma o adición corresponde a la operación que tiene por objeto la reunión de dos o más expresiones algebraicas, denominados *sumandos*, en una sola expresiones, denominada *suma*. Para sumar dos o más expresiones algebraicas " se escriben una a continuación de otras con sus propios signos y se reducen los términos semejantes si los hay" (Baldor, 1.978, pág. 41).

Consecuentemente, es fácil de ver que la suma algebraica de expresiones es equivalente con la suma aritmética con sus propiedades, en especial es fácil de ver la propiedad conmutativa:

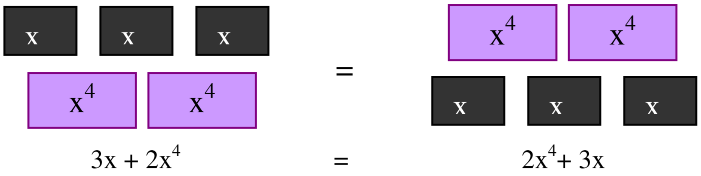


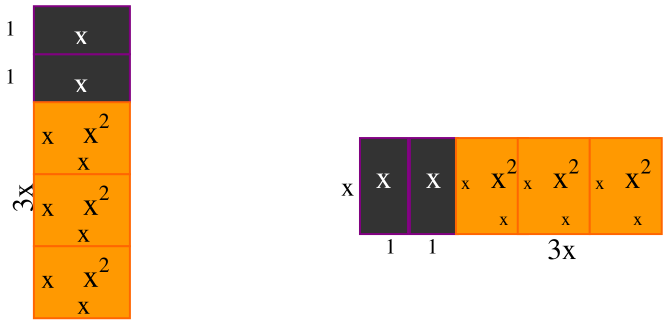
FIGURA 7. Propiedad conmutativa "el orden de los sumandos no altera la suma"

La segunda operación básica corresponde a la sustracción, una definición dada por Baldor en la página 46 corresponde a "una operación que tiene por objeto, dada una suma de dos sumandos (minuendo y uno de ellos sustraendo), hallar el otro sumando (resta o diferencia)". Consecuentes con esta definición se tiene que la suma del sustraendo con la diferencia tiene que ser el minuendo. La resta algebraica puede significar disminución o aumento, es decir, que de dos expresiones algebraicas, de una mayor se sustrae otra menor, la diferencia corresponde a una expresión positiva, y ésta corresponde a una disminución; en cambio, corresponde a un aumento cuando existe una diferencia entre dos cantidades de diferente signo.

Como generalización de la resta entre monomios, se realiza la sustracción entre polinomios, entonces cuando la sustracción es entre polinomios "hay que restar del minuendo cada uno de los términos del sustraendo, así que a continuación del minuendo se escribe el sustraendo cambiándole el signo a todos sus términos" (Baldor, 1.978, pág. 48).

La tercera de las operaciones básicas a desarrollar en los talleres es la multiplicación. La multiplicación se define como "una operación que tiene por objeto, dadas dos cantidades llamadas multiplicando y multiplicador, hallar una tercera cantidad, llamada producto" (Baldor, 1.978, pág. 63). Los términos multiplicando y multiplicador son también conocidos como factores del producto.

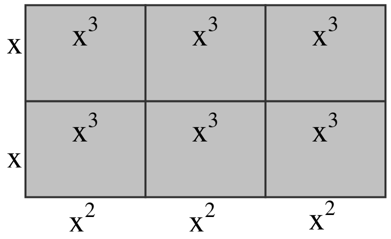
Es fácil, igual que en la suma, observar que la multiplicación algebraica cumple con la propiedad conmutativa:



$(2 + 3x)_{x}\, x = 2x + 3x^2$ $x_{x}(2 + 3x) = 2x + 3x^2$

FIGURA 8. Propiedad conmutativa "el orden de los factores no altera el producto"

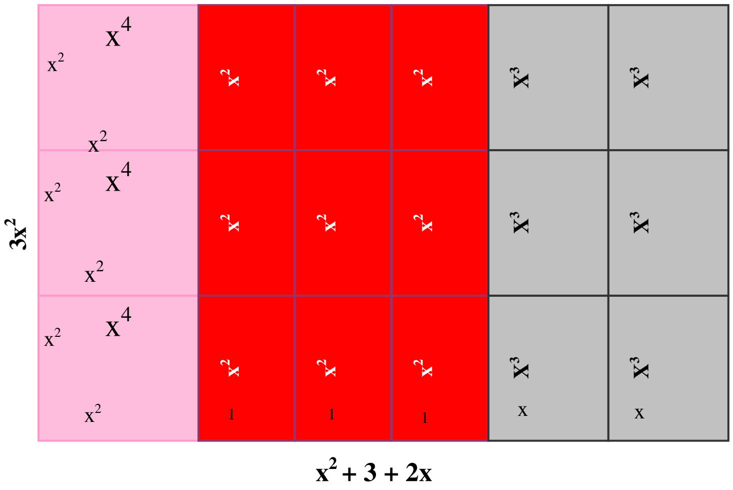
Para multiplicar dos monomios "se multiplican los coeficientes y a continuación de este producto se escriben las letras de los factores en orden alfabético, poniéndole a cada letra el exponente igual a la suma de los exponentes que tenga en los factores. El signo del producto vendrá dado por la ley de los signos" (Baldor, 1.978, pág. 65).



$$2x \times 3x^2 = 6x^3$$

FIGURA 9. Representación geométrica de la Multiplicación de monomios

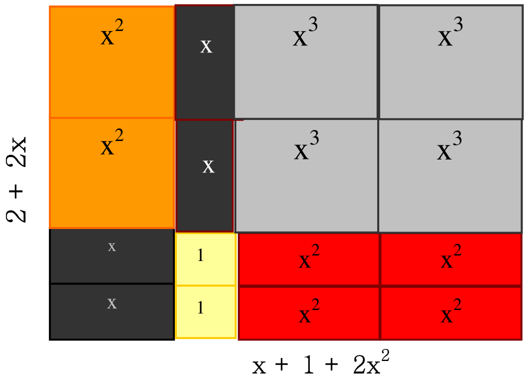
Para multiplicar monomios por polinomios: “se multiplica el monomio por cada uno de los términos del polinomio, teniendo en cuenta en cada caso la regla de los signos, y se separan los productos parciales con sus propios signos”, es decir, esta multiplicación corresponde a la propiedad distributiva de la multiplicación, geométricamente se representará de la siguiente manera:



$$3x^2 \times (x^2 + 3 + 2x) = 3x^4 + 9x^2 + 6x^3$$

FIGURA 10. Representación geométrica de la propiedad distributiva de la multiplicación

La multiplicación de polinomios por polinomios se hace de manera similar a la multiplicación de monomios por polinomios, es decir, “se multiplican todos los términos del multiplicando por cada uno de los términos del multiplicador, teniendo en cuenta la ley de los signos, reduciendo términos semejantes si los hay" (Baldor, 1.978, pág. 69).



$$(2 + 2x)_x(x + 1 + 2x^2)= 2x + 2 + 4x^2 + 2x^2 + 2x + 4x^3 = 2x + 2 + 6x^2 + 4x^3$$

FIGURA 11. Representación geométrica de la multiplicación de polinomios por polinomios

Los productos notables se refieren a "ciertos productos que cumplen reglas fijas y cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección, es decir sin verificar la multiplicación" (Baldor, 1.978, pág. 97).

Uno de los productos notables corresponde al cuadrado de la suma de dos cantidades, es decir a la identidad $(x + y)^2 = x^2 + 2x + y^2$, que se representa en la figura 2. De acuerdo con Baldor (1.978, pág. 97) la identidad se puede decir en palabras como "el cuadrado de la suma de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad más el duplo de la primera cantidad por la segunda más el cuadrado de la segunda cantidad".

El cuadrado de la diferencia de dos cantidades, corresponde a la segunda identidad denotada por $(x - y)^2 = x^2 - 2x + y^2$, y de acuerdo con Baldor (1.978, pág. 100) "el cuadrado de la diferencia de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad menos el duplo de la primera cantidad por la segunda más el cuadrado de la segunda cantidad"

La factorización algebraica corresponde al producto de los factores de determinado polinomio. Para hablar de la factorización algebraica, debe tenerse en cuenta los siguientes teoremas[***]:

> **Teorema 1.** A polinomios cualesquiera p(x) y q(x), no ambos cero les corresponde un polinomio $d(x)$ que tiene las propiedades:
>
> **a.** $d(x)/ p(x), d(x)/q(x)$
> **b.** $d(x)$ es una combinación lineal de $p(x)$ y $q(x)$
> **c.** Todo divisor común de $p(x)$ y $q(x)$ es un divisor de $d(x)$ y, por tanto no existe divisor común que tenga grado mayor al de $d(x)$.
>
> ***<u>Demostración</u>:*** sea $d(x)=c^{-1}h(x)$, donde c es el coeficiente inicial de $d(x)$ de modo que $d(x)$ es mónico. Las propiedades **a** y **b** se heredan de $h(x)$ y $d(x)$.
>
> La ECUACIÓN[****] $h(x)=p(x)P(x)+ q(x)Q(x)$ implica que $d(x)=c^{-1}p(x)P(x)+c^{-1}q(x)Q(x)$ y esta ecuación muestra que si $m(x)$ es un divisor común de $p(x)$ y $q(x)$, entonces $m(x)|d(x)$.
>
> Finalmente, para probar que $d(x)$ es único, se supone que tanto $d(x)$ como $d_1(x)$ satisfacen las propiedades **a**, **b** y **c**. Entonces se tiene que $d(x)/d_1(x)$ y $d_1(x)/d(x)$, de donde $d_1(x)=s(x)d(x)$, y, $d(x)= s_1(x)d(x)$, para algunos polinomios $s(x)$ y $s_1(x)$.
>
> Esto implica que $s(x)s_1(x)=1$, de lo cual se ve que $s(x)$ y $s_1(x)$ son de grado cero. Dado que tanto $d(x)$ como $d_1(x)$ son mónicos, se tiene $s(x)=1$, y, $d_1(x)=d(x)$.

[***] Tomados de *ZUKCERMAN, H.* Introducción a la Teoría de Números. *Ed Limusa-Wiley. México: 1.969* , pág. 187-188

[****] *Con* P(x) *y* Q(x) *polinomios cualquiera que hacen de* h(x) *una combinación lineal de* p(x) *y* q(x)

Teorema 2. Si un polinomio irreducible $t(x)$ divide a un producto $p(x)q(x)$, entonces $t(x)$ divide por lo menos a uno de los polinomios $p(x)$ y $q(x)$.

Demostración: si $p(x)\equiv 0$ o bien $q(x)\equiv 0$ el resultado es obvio. Si ninguno es idénticamente cero, supongamos que $t(x)+p(x)$ y probemos que $t(x)/q(x)$ implica que $(t(x),p(x))=1$.

Por el TEOREMA 1 existen los polinomios $P(x)$ y $Q(x)$ tales que

$$1 = t(x)P(x)+p(x)Q(x)$$

Multiplicando por $q(x)$ se obtiene $Q(x)=t(x)q(x)P(x)+p(x)q(x)Q(x)$.

Ahora bien, $t(x)$ es un divisor del segundo miembro de esta ecuación debido a que $t(x)/ p(x)q(x)$ y, de donde $t(x)/q(x)$.

Teorema 3. Todo polinomio $p(x)$ sobre Q de grado positivo puede factorizarse en un producto $p(x)=c\ t_1(x)\ t_2(x)\ t_3(x)...t_k(x)$ donde $t_j(x)$ son polinomios mónicos irreducibles sobre Q. Esta factorización es única independientemente del orden.

Demostración: Evidentemente $p(x)$ puede factorizarse repetidamente hasta convertirlo en un producto de polinomios irreducibles y la constante c puede ajustarse de la manera que todos los factores sean mónicos.

Debemos probar la unicidad. Consideremos otra factorización

$$p(x)= cs_1(x)s_2(x)...s_j(x)$$

en polinomios mónicos irreducibles. De acuerdo con el TEOREMA 3 $t_1(x)$ divide a algún $s_i(x)$ y pueden reordenarse los $s_m(x)$ para hacer que $t_1(x)/s_1(x)$. Suponiendo que $t_1(x)$ y $s_1(x)$ son irreducibles y mónicos, se tiene que $t_1(x)=s_1(x)$.

Una repetición de esta afirmación proporciona que:

$$
\begin{gathered}
t_2(x)= s_2(x)\\
t_3(x)= s_3(x)\\
.\\
.\\
.\\
t_k(x)= s_j(x),\\
k = j
\end{gathered}
$$

1.3. UNA VISIÓN DIDÁCTICA DEL ÁLGEBRA

El paradigma del aprendizaje se caracteriza de acuerdo con las etapas económicas que atraviesa la sociedad y a su vez originan las escuelas pedagógicas que orientan la didáctica del momento para el ejercicio docente. Es así como en los siglos XVI y XVII la economía capitalista llevó a una educación instruccional cuya meta era saturar de información a los estudiantes con currículos cargados de datos y cifras, centrados en procesos de enseñanza y por consiguiente en transmisión de conocimiento.

Durante el siglo XIX y principios del XX, predomina la economía social de mercado; el hombre se convierte en cliente y la educación pasa a ser profesionalizante basándose en el desarrollo de habilidades y destrezas.

A mediados y finales del siglo XX la economía postcapitalista, de servicios y desarrollo sostenible, lleva a la educación a hablar de eficiencia, efectividad, eficacia y calidad total, buscando no solo el mejoramiento académico sino las dimensiones humanas: educación por procesos, formación integral.

Cerrando el siglo XX e iniciando el siglo XXI, la economía solidaria abre las puertas a la interdisciplinariedad en la construcción del conocimiento; la educación empieza a querer centrar sus procesos en el hombre, en el ser, en el hacer, el convivir y el conocer.

El crecimiento de las teorías han permitido que el maestro instituya la conciencia de protagónica en sus estudiantes y así sean ellos los dueños del conocimiento. Además, el docente debe vivenciar los cambios tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de las matemáticas para que luego permita a sus estudiantes construir sus propios conceptos, contextualizarlos y transferirlos en diversas situaciones, así como el asumir la responsabilidad de la preparación integral de sus estudiantes, que los capacite para enfrentarse en un mundo en constante cambio. Para poder transformar la visión de las matemáticas se debe trabajar de acuerdo con los parámetros de educación actual.

El proyecto *el cálculo de áreas como un soporte significativo para la Factorización algebraica* adopta características de la investigación como metodología didáctica en las que se desenvuelven los procesos de acción, comunicación y reflexión, donde se tienen en cuenta las diferencias temporales en la práctica escolar. Es importante respetar la diferencia temporal en la que los estudiantes enfrentan las situaciones de aprendizaje por medio de las diferencias individuales. Al respecto afirma Castro (Castro,1995, pág. 137) que las diferencias individuales son los rasgos de cada ser humano que lo llevan a ser único, diferente de todos los demás, en otras palabras es la organización única de las características psicológicas relativas logradas por un individuo como se revelan por su interacción con el medio cultural.
Las actividades planeadas en forma secuencial están caracterizadas bajo los títulos de: *¡Situación!*, *¡Recréate y aprende!*, *¡Construye paso a paso!*, *¡Sabías que...!* y *¡Soy creativo!*

Inicialmente se plantea la sección *¡Situación!* teniendo en cuenta que los procesos de enseñanza- aprendizaje no son indiferentes a la cotidianidad del individuo. Existen diferentes tipos de situaciones a las que el individuo debe enfrentarse a diario; algunas de ellas proyectan sus respuestas de manera inmediata; otras, dependen del tipo de estrategia que utilice para referirse a situaciones de solución no inmediata. El contacto del individuo con este tipo de situaciones hacen que las soluciones a cada una de ellas van a ser dadas cada vez más con mayor agilidad.

De acuerdo con Meza (1998, pág. 15), en matemáticas una *situación problema* se caracteriza como un espacio pedagógico que posibilita tanto la conceptualización como la simbolización comprensiva de algoritmos, para *plantear y resolver* problemas de tipo matemático.

De igual manera, el niño tiende a resolver con mayor facilidad todas aquellas situaciones que se le presenten como estímulo a su curiosidad, a "alimentar" las conductas exploratorias. Entonces es necesario considerar un tipo de estrategia que recoja actividades o situaciones de conocimiento de manera espontánea o natural dentro del proceso. Al respecto afirma Tonucci:

> *[...] el acercamiento del niño a un objeto ó situación que realmente le interesa presentándoselo como "problema" ayuda a descubrir, donde el busca, donde surgen las dudas dar una respuesta activa y crítica utilizando su propia capacidad de razonamiento, donde su propia capacidad de razonamiento, donde su experiencia anterior le sirva para descubrir y resolver ese "problema" (1999, pág.9).*

El fomentar situaciones "naturales" de aprendizaje ayuda en el ambiente de aula en la medida que el estudiante resuelve la "situación" con pertenencia y de manera competente. Ahora, el término "problema" envuelve un proceso que requiere de la exploración del entorno, *el reconocimiento de una situación como un problema, la puesta en marcha de un conjunto de actividades para su resolución, la frecuente reestructuración de las concepciones implicadas, la consecución de las posibles respuestas al problema, etc.,* procesos que se asemejan a los que envuelven el término *investigación* (Osorio, 2.002, pág. 21).

La clase de matemáticas debe concebirse desde un marco donde el estudiante sea quien participe activamente a través de espacios de acción, comunicación y reflexión sobre la actividad matemática, encajado dentro del actual modelo pedagógico. La sección *¡Recréate y aprende!* permite la manipulación tanto de objetos concretos, como de contenidos, estas características están determinadas por la *acción* que según Flórez (Flórez, 1.996, pág. 86) constituye la actuación del estudiante frente al objeto del saber, por medio de la manipulación de representaciones externas orientados hacia un objetivo específico que corresponde a la “significación”.

A la par con la acción se desarrollan espacios de tipo comunicativo. La comunicación de ideas de los estudiantes da al docente la visión del progreso que ha tenido la apropiación de nuevas informaciones dentro de la estructura cognitiva del estudiante. La comunicación desde ese punto de vista, se constituye en el punto de encuentro entre el lenguaje y el pensamiento. De acuerdo con Vigotsky en el libro de Baquero (Baquero,1.997, pág. 68) la función inicial del lenguaje es comunicativa; el lenguaje es ante todo un medio de comunicación social, un medio de expresión y comprensión, “el lenguaje combina una función comunicativa con el pensamiento”. El proceso comunicativo no se hace necesariamente de forma verbal, la comunicación puede también manifestarse de manera escrita. Este espacio de comunicación escrita, requiere un poco más de reestructuración y de habilidades que permitan exteriorizar ideas que se encuentran internamente. La comunicación de ideas matemáticas propicia un espacio orientado hacia la reflexión sobre las exteriorizaciones realizadas. La propuesta del espacio de reflexión, es brindar al estudiante la oportunidad de repetir los anteriores procesos y volver “cíclico” el aprendizaje, ya que cada uno de estos elementos requeridos no se pueden dar de manera aislada.

La sección *¡construye paso a paso!* hace énfasis en la construcción e interiorización de conceptos como producto de la acción, haciendo parte del proceso de comunicación. El proceso de *interiorización* de 0bjetos del saber reconoce, según Vigotsky apud Baquero (1997, Pág.41), que el sujeto se constituye en la apropiación gradual de instrumentos culturales y en la interiorización progresiva de operaciones psicológicas constituidas inicialmente en la vida social. En la medida que evolucionan las operaciones psicológicas y cognitivas se van solidificando dichas estructuras. El *aprendizaje significativo se* da en la medida en que un nuevo concepto se interioriza dentro de los conocimientos de los estudiantes, se tiene en cuenta que cada uno de ellos tiene conceptos previos que puede interrelacionar de manera casi inmediata por medio de la manipulación de materiales -objetos de conocimiento-. Esta *visión significativa* de la acción reconoce en el estudiante la participación protagónica en la medida que él encuentre sentido en las actividades que realiza. La acción bien planeada debe responder a necesidades de manipulación y retroalimentación constante, favoreciendo espacios comunicativos entre todos los momentos de la práctica escolar alrededor de todos los procesos de enseñanza-aprendizaje.

La sección *Sabías que..* se presenta, dentro del taller, sólo en el momento en que se considere necesario, es decir, después de que el estudiante haya trabajado con los temas que se están viendo en ese momento. Dentro de la *investigación,* como metodología didáctica, es necesario considerar el aprendizaje del individuo dentro de un marco de la *significatividad psicológica* de los objetivos y los contenidos, como la capacidad de integración que tiene cada nueva información con las concepciones ya existentes. Es preciso contar con la significación que la información nueva tenga dentro del contexto del estudiante, del repertorio de experiencias contenidas en el pensamiento del estudiante, posteriormente la contextualización de estos contenidos despiertan ciertos intereses, necesidades, inclinaciones, entre otras sobre la esfera motivacional de la conciencia del individuo (Baquero, 1.997, pág. 90). El proceso de aprendizaje va más allá de tomar concepciones y pegar a un repertorio de información que el individuo posea por escolarización, o como producto de la experiencia con su entorno social. La metodología propuesta exige una orientación clara de los objetivos en la medida en que ellos intervienen en el desarrollo de la complejidad de las estructuras cognitivas y una adecuación a las formas de razonamiento que el individuo tiene de dicho contenido. De esta manera, los contenidos no son organizados en forma lineal, pues ellos deben estar mutuamente relacionados. La elaboración de conclusiones, o conceptualización, evidencia el continuo proceso de reestructuración de las concepciones como producto de las relaciones entre el conocimiento nuevo y antiguo hacia la construcción de conocimientos.

Tanto docente como estudiante desempeñan sus roles durante el desarrollo de la metodología investigativa, así como el contexto. De acuerdo con Osorio (Osorio, 2.002, pág. 53) el estudiante es el protagonista del aprendizaje, es quien desarrolla de manera casi natural su propio proceso de construcción del conocimiento; el profesor como coordinador y facilitador del aprendizaje, tiene a su cargo la orientación y animación de toda la experiencia, ayudando constantemente a descubrir los centros de interés del estudiante, buscando nuevos caminos y es quien delimita la amplitud o profundidad de la "investigación".

Al finalizar el taller se presenta la sección *¡Soy creativo!,* donde se plantea una situación que motiva la búsqueda de una solución y permite al estudiante visualizar dentro del campo de la experimentación, para posteriormente realizar un proceso de observación, análisis, estimulando la reflexión permanente hacia las soluciones provisionales y posibilita la posterior verificación.

La creatividad según García (García, 1.998, pág. 169) consiste el reorganizar los conocimientos existentes para dar un incremento a dichos conceptos o generar soluciones nuevas a un *problema.* Esta a su vez, puede ser considerada como una habilidad que puede desarrollar el ser humano en forma espontánea, teniendo en cuenta que cada vez que enfrenta las nuevas situaciones, el individuo crea la necesidad de cambiar las *estrategias* con las que los enfrenta comúnmente, esta capacidad también posibilita al individuo resolver tareas o *problemas* que posteriormente reconsiderará complejidad en su estructura cognitiva.

A partir de este planteamiento la *creatividad* es vista como una actividad cognitiva , puede retomarse desde una visión estructuralista como "un conjunto de capacidades y disposiciones que hacen que una persona elabore con frecuencia productos creativos (sensibilidad para los problemas, habilidad de transferencia, fluidez del pensamiento, originalidad, conexiones entre hechos)", pero a la vez puede ser planteadas como un proceso es decir como "un conjunto de etapas que suceden desde antes de la generación de una idea hasta el reconocimiento y elaboración final de la misma" (García, 1.998, pág. 174).

El establecimiento de condiciones apropiadas para el desarrollo de la creatividad en el estudiante por medio de un adecuado planteamiento de situaciones de tipo problemáticas, instituyen condicionamientos de tipo comunicativo, precisa ubicación espacio-temporal de la clase y de tipo organizacional. La construcción de ambientes creativos en el aula se constituyen a partir de elementos caracterizados por el reconocimiento del saber específico e interdisciplinario. Al considerarse el conocimiento debe garantizarse la máxima interacción entre el sujeto que aprende y el objeto de conocimiento aprovechando la motivación que tiene el ser humano por naturaleza: relación con su entorno cultural; de igual manera, la organización interdisciplinario propicia que el individuo aborde varias disciplinas del saber no sólo desde la especificidad, sino que a partir de ésta pueda establecer relaciones, análisis y planteamientos que les permita encontrar condiciones favorables para desarrollar procesos creativos dentro de un espacio variado.

1.4. LA CAJA DE POLINOMIOS

Teniendo como referencia la factorización algebraica desde una perspectiva científica se presenta a continuación el proyecto "*El cálculo de áreas como un soporte significativo para la Factorización algebraica*, que utiliza en sus actividades un conocido material didáctico llamado *la caja de polinomios*, elaborado en años anteriores por dos profesores de la Universidad de Nariño (Jácome, 1.999), donde se han realizado algunas modificaciones-en cuanto a colores-para efectuar su aplicación.

Los estudiantes al experimentar materiales nuevos y observar la variedad de colores que ofrece el material, manifiestan interés y motivación durante el desarrollo de los temas propuestos. Esta motivación permite mantener atento al estudiante frente al tema propuesto por el docente. La idea inicial del material es que el estudiante reconozca las superficies por su área y posteriormente asigne un color a esa superficie. Después de que los estudiantes han aprendido a encontrar áreas de determinadas superficies, se hará más fácil encontrar el área de cuadrados o rectángulos, conociendo el valor de sus lados.

La caja de polinomios, modificada, presenta once fichas de distintos colores y tamaños, que pueden ser fácilmente elaborado por los estudiantes con cartón paja.

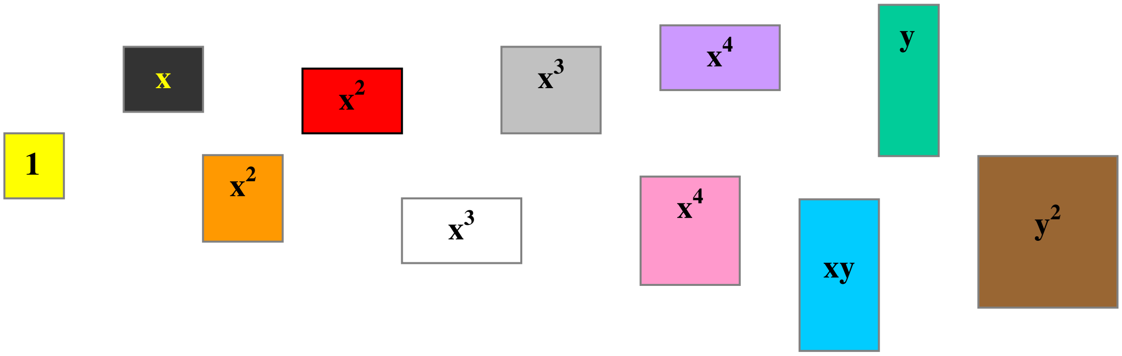
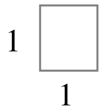


FIGURA 12. Presentación del material Caja de polinomios

Cada una de las fichas se representa según el área de su superficie; la primera ficha, representa la superficie 1 (en cm^2, análogamente las otras superficies están medidas en cm^2). Como se dijo anteriormente, los estudiantes conocen la medida de los lados de las superficies y posteriormente encuentran el área, y se asocia con el color de la siguiente manera:

La superficie *amarilla* equivale a *1*

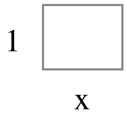
así:



entonces:

La superficie *negra* equivale a *x*

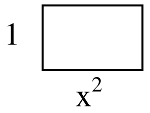
así:

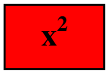


entonces:

La superficie *roja* equivale a x^2

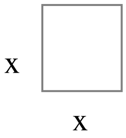
así: entonces:

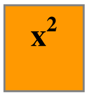




La superficie *naranjada* equivale a x^2

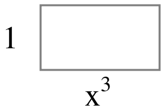
así: entonces:

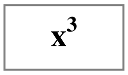




La superficie *blanca* equivale a x^3

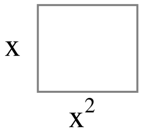
así: entonces:

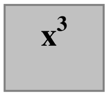




La superficie *gris* equivale a x^3

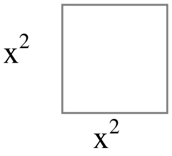
así: entonces:

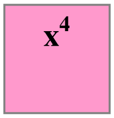




La superficie *rosada* equivale a x^4

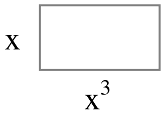
así: entonces:



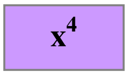


La superficie *lila* equivale a x^4

así:

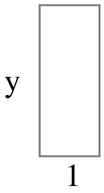


entonces:



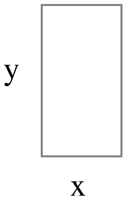
La superficie *verde* equivale a y

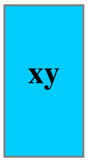
así:



entonces:

La superficie *azul* equivale a xy



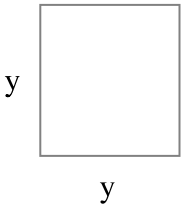


así:

entonces:

La superficie *café* equivale a y^2

así:



entonces:

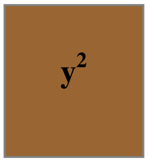


FIGURA 13. Equivalencias entre las superficies y los colores

Dentro de *la caja de polinomios* también se utiliza el plano Rojo-Azul para caracterizar a los monomios positivos y negativos, y posteriormente realizar operaciones entre polinomios.

El plano Rojo-Azul está dividido de la siguiente manera:

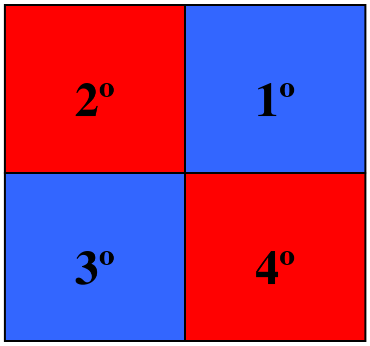


FIGURA 14. Plano Rojo-Azul para representar expresiones algebraicas positivas y negativas

En los cuadrantes azules (1º y 3º) se localizarán los monomios positivos y en los cuadrantes (2º y 4º) se ubicarán los negativos. Cada uno de estos planos fue elaborado por los estudiantes, de manera individual, en económicas tablas.

2. PRUEBA DIAGNÓSTICA

El cálculo de áreas como un soporte significativo para la factorización algebraica, pretende construir conceptos algebraicos a partir de conceptos ya conocidos de Geometría. La prueba Diagnóstica se realizó en tres etapas:

1. Elaboración de figuras
2. Un recorrido por la geometría
3. conceptos de área, volumen y perímetro(Ver ANEXO A).

A continuación se presenta el recorrido utilizado para dar paso a la aplicación de los talleres:

El recorrido se realiza iniciando actividades escolares al principio del año 2.003. Se indaga entre los estudiantes sobre gustos en decoración y, a la vez, las orientaciones por parte del docente van hacia decoración con figuras de papel.

Posteriormente, se muestra a los estudiantes los diferentes tipos de figuras que pueden ser construidas en papel y ellos escogen las que desean elaborar, en donde la mecánica de la elaboración es la siguiente:

- *Inicialmente se destinaron las cuatro horas semanales de las dos primeras semanas de clase, antes de iniciar formalmente los temas de octavo.*

- *Posteriormente, se dedicó una hora semanal para la elaboración de las figuras deseadas (no necesariamente para dejar en el salón, algunos de ellos las llevaron a sus casas).*

- *Se propone una figura y de ella se consideran distintos tamaños para su elaboración, entre ellas cubos (ver ANEXO B), flores (ver ANEXO C), hexágonos decorativos (ver ANEXO D) y estrellas (ver ANEXO E).*

- *Se realiza la decoración de las paredes con las fechas de los cumpleaños de los estudiantes (ver ANEXO H), horario de aseo (ver ANEXO I), horario de clases (ver ANEXO J), mapa de ubicación por puestos (ver ANEXO K), rincón cultural (ver ANEXO L) y la decoración del escritorio del docente con un ramo de flores (ver ANEXO M).*

- *Posteriormente se abrió el concurso del Rincón Religioso, fue elaborado especialmente por los estudiantes, con orientación de la docente, teniendo en cuenta las técnicas de ORIGAMI, para la gruta, y FILIGRANA, para las flores que acompañan la virgen, (ver ANEXO F). Vale la pena resaltar que después de las visitas que hicieron los jurados (párrocos de algunas de las iglesias de Girón) el grado Octavo, en compañía de su directora de grupo JENNY PATRICIA ACEVEDO RINCÓN, fueron premiados con $15.000 por ocupar el primer puesto en la decoración del Rincón Religioso (ver ANEXO G).*

En un segundo momento, se realiza el recorrido por la geometría, después de haber hecho una pequeña introducción -no muy formal- con manipulación y desarrollo de motricidad fina. En esta segunda etapa se retoman algunas de las figuras con el fin de explorar un poco más los conceptos necesarios para la conceptualización de los temas de álgebra. La elaboración de dichas figuras permite, al tiempo que recuerda los pasos para la elaboración, agudizar la capacidad de observación, es decir deteniéndose a mirar las formas que cada uno de los cortes dejaba.

Por medio de esta actividad se orienta al estudiante a que analice o recuerde la características de las distintas figuras, haciéndose el siguiente recorrido:

- *Se inicia con la caracterización de figuras conocidas.* El cuadrado*, para los estudiantes es muy fácil pues han trabajado esta figura como base de todas las construcciones, se caracteriza según el número de lados, número de ángulos, medidas de los ángulos, segmentos paralelos, segmentos perpendiculares, diagonales. Se trabaja también, paralelamente, congruencia y semejanza en distintas posiciones.*

- *El estudio de los cuadrados da pie para analizar otros tipos de figuras como el rectángulo, diferenciándolo del cuadrado por la medida de los lados perpendiculares.*

- *Se entra ahora en la observación y la caracterización de figuras que dejan los dobleces: entre otras figuras geométricas, se observan las formadas por tres lados. El estudio de los triángulos se orienta hacia la caracterización según la medida de los lados, medida de los ángulos, número de alturas, paralelamente se estudia congruencia y semejanza de triángulos en distintas posiciones, bases y alturas de los triángulos según la ubicación.*

- *Se hace mención de otras figuras geométricas, otros cuadriláteros como punto de comparación con los dos cuadriláteros ya vistos.*

Después del recorrido por las figuras geométricas básicas y sus características se inicia la tercera etapa con el sondeo, entre los estudiantes de octavo grado, acerca del concepto de área, volumen y perímetro, esto se hace mediante el planteamiento de problemas y situaciones que involucran éstos conceptos.

Se plantea un refuerzo en torno a las necesidades presentadas en los conceptos de área, perímetro y volumen, enfocando este concepto por medio de resolución de problemas con cuadrados rectángulos, sumas y restas de áreas con situaciones que sugieren cubrimiento de superficies (ver ANEXO O).

El estudio del volumen del cubo se hace mediante la elaboración del tetraedro e identificación de cada uno de sus elementos (caras, ángulos, perpendicularidad y paralelismo de las caras del cubo).

La Prueba Diagnóstica es entonces aplicada después de haber hecho el recorrido por las figuras geométricas, más conocidas, conocimiento de área, perímetro y volumen, constituyendo una evaluación inicial del proyecto y que, a su vez, indica el camino a seguir, si es necesario reforzar conceptos o se inicia con la elaboración de los materiales necesarios para la aplicación de los talleres de *"El cálculo de áreas como un soporte significativo para la factorización algebraica".*

2.1. PRESENTACIÓN DE LA POBLACIÓN

El proyecto *"Cálculo de áreas como un soporte significativo para la factorización algebraica"*, se plantea para reforzar los procesos de Enseñanza – Aprendizaje del álgebra en los 32 estudiantes del grado octavo del colegio. Para la creación y aplicación de los talleres se hace necesario el reconocimiento de las condiciones del entorno de los estudiantes. En los siguientes renglones se hace una breve descripción de dichas condiciones:

El Gimnasio José Alejandro Peralta está ubicado en la calle 50 Nº 26-50 del Barrio el Poblado, en Girón. El grado octavo cuenta con 32 estudiantes pertenecientes al estrato socio-económico medio-bajo (2 y 3).

El núcleo familiar de estos estudiantes está conformado por el padre o madre y, por lo general, dos o tres hermanos. Son muy pocos los estudiantes en las que *sus familias cuentan con padre y madre al tiempo. En la mayoría de los casos mientras la madre o el padre trabaja, el cuidado de los estudiantes queda bajo la responsabilidad de familiares que viven cerca, o de algún vecino conocido. Esta responsabilidad delegada por los padres a otra persona, manifiesta entre la mayoría de los estudiantes desinterés y desmotivación hacia lo que realizan; en esta etapa de sus vidas (adolescencia) es necesario el acompañamiento y el control de sus actos, pues más de una familia "adoptiva", por decirlo de alguna manera, no inculca en ellos la responsabilidad y conciencia de las acciones que realizan. Afortunadamente, encuentran en el colegio un espacio en el que se puede distraer y se le valoran sus actitudes.*

La gran mayoría de los padres de estos estudiantes tienen un bajo nivel académico, como consecuencia, la poca estabilidad laboral y económica. Este bajo nivel de los padres ofrece pocas alternativas de aprendizaje a sus hijos y posteriormente, propone una visión muy limitada de lo que las matemáticas puede contribuir en la resolución de problemas de su entorno.

Esta breve caracterización de la población presenta, a grandes rasgos la problemática de tipo familiar, social que ellos frecuentan. Teniendo en cuenta estas características marcadas en los estudiantes, el proyecto, se propone aprovechar los espacios en los que los estudiantes se encuentran solos en casa y de esta manera desarrollar al máximo su creatividad.

Los talleres fueron aplicados con los 32 estudiantes, pero la realización de la Prueba diagnóstica junto con el análisis de sus resultados, permitió seleccionar una muestra representativa de sólo 10 estudiantes, de los diferentes niveles académicos (bajo, medio y alto), para su observación, seguimiento y su respectivo análisis.

2.2. ELABORACIÓN DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA

La Prueba Diagnóstica y, en general el recorrido desde la geometría relatado hasta el momento, tiene en cuenta los lineamientos propuestos en los estándares curriculares para matemáticas de secundaria, por el Ministerio de Educación Nacional (2.003), de donde se escogieron los más pertinentes para el desarrollo de la prueba y posteriormente del proyecto:

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS

- *Justificar la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de las respuestas obtenidas.*
- *Justificar la elección de métodos de elección de instrumentos de cálculo en la resolución de problemas.*

PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS

- *Resolver y formular problemas usando modelos geométricos.*
- *Identificar características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana.*

PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS

- *Calcular áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos*
- *Identificar relaciones entre unidades para medir diferentes magnitudes*
- *Resolver y formular problemas que requieren técnicas de estimación.*
- *Identificar características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana.*

PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS

- *Describir y representar situaciones de variación relacionando diferentes representaciones.*

La elaboración de la prueba diagnóstica se realizó teniendo en cuenta el enfoque de resolución de problemas. Es de resaltar que para su construcción se realizaron algunas adaptaciones a los problemas presentados en el libro de olimpiadas de VALDERRAMA (1.999), teniendo en cuenta el enfoque de resolución de problemas que plantea el libro.

Los conceptos que se consideraron fundamentales para su elaboración, entre otros, fueron:

- Reconocimiento de áreas.

- Recubrimiento de superficies.
- Sumas y restas de áreas.
- Composición y descomposición de sólidos.
- Identificación de volúmenes.
- Caracterización de perímetros.

2.2. APLICACIÓN DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA

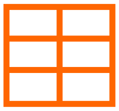
A manera general, se puede decir que la prueba se realizó en el aula de clases de octavo grado con los 32 estudiantes, la supervisión estuvo a cargo de la directora de grupo. La duración de la prueba fue de aproximadamente 120 minutos, 20 minutos más de los que se tenían previstos para su aplicación debido a la impuntualidad de los estudiantes en la llegada al salón, pues esta se aplicó en la hora que seguía al descanso de los estudiantes.

2.3. RESULTADOS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA

La Prueba Diagnóstica (ver ANEXO Q) arrojó los siguientes resultados:

PRIMER ENUNCIADO

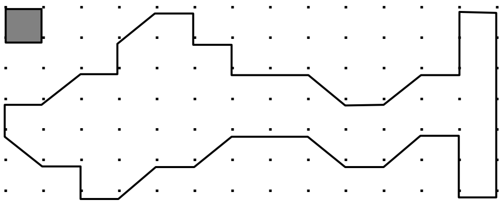
"Un cuadrado tiene un área de 144 cm^2. Si el cuadrado se parte en seis rectángulos iguales, como se muestra en la figura, ¿Cuál es el perímetro de uno de estos seis rectángulos?"



La mayoría de los estudiantes, aproximadamente el 87% de la población, respondió correctamente 20 cm con un análisis muy similar en sus soluciones: inicialmente tomando la raíz del área dada para saber el valor del lado del cuadrado. Posteriormente dividiendo esta área entre el número de rectángulos (6), para saber el valor del área de cada uno de los rectángulos. Conociendo que es $24cm^2$, procedieron a dividir el valor de los lados del cuadrado, en dos y tres respectivamente. Luego cada valor encontrado corresponde al rectángulo y se encontró el perímetro solicitado 20 cm. El 9% de los estudiantes confundieron el valor del área de cada rectángulo con el perímetro del rectángulo; y, el 4% de los estudiantes no respondió.

SEGUNDO ENUNCIADO

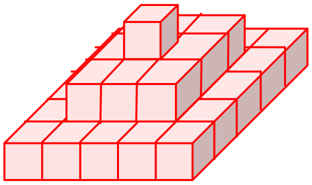
“Halla el área de la figura, si se tiene en cuenta que el cuadrado sombreado tiene área de 1 cm^2”



Aproximadamente el 91% de los estudiantes acierta al responder que el área de la figura delineada corresponde a 39,5 cm^2 utilizando cubrimientos de la superficie con el cuadrado de 1 cm^2 y uniendo posteriormente dos “medios cuadrados” como 1 de 1 cm^2, y el que no alcanza a ser cuadrado, es decir, el medio cuadrado lo toman como 0,5 o ½. El 6% de los estudiantes responden incorrectamente y el 4% restante no responde.

TERCER ENUNCIADO

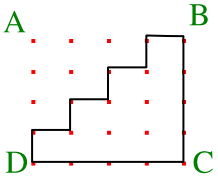
“La figura que se muestra a continuación contiene tres capas de cubos, los cuales no están pegados. Si toda la parte exterior es pintada completamente de rojo y luego se separan los cubos, ¿cuántos de ellos presentan exactamente tres caras pintadas de rojo?”



Aproximadamente el 84% de los estudiantes responden, sin justificar, que 8 de los cubos de la construcción quedan pintados en exactamente tres caras. Aproximadamente el 8% de los estudiantes responden incorrectamente este enunciado y aproximadamente el 8% de los estudiantes no responden.

CUARTO ENUNCIADO

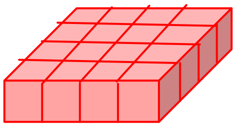
“Se divide el cuadrado ABCD en 16 cuadrados más pequeños. Si el perímetro del cuadrado ABCD es de 36 cm, ¿Cuál es el perímetro de la figura que se encuentra encerrada por la línea continua?”



El 91% de los estudiantes, reconoce al perímetro de la figura mostrada como el perímetro del cuadrado siguiendo en mismo razonamiento: se reubican cada uno de los segmentos de la figura alrededor del cuadrado señalado y encuentran que el mismo número de segmentos recubre la figura mostrada, acertando con 36 cm en la respuesta. Aproximadamente el 4% de la población responden correctamente, y el 6% restante no responde esta pregunta.

QUINTO ENUNCIADO

“El bloque de la figura tiene 4 cm de ancho, 4 cm de largo, y 1 cm de alto. El bloque es pintado de rojo por todos sus 6 lados, luego son separados los 16 cubos. ¿Cuántos de los cubos tienen pintadas un número par de caras?”



Aproximadamente el 81% de los estudiantes responden acertadamente que son ocho los cubos que tienen un número par de caras pintadas, teniendo en cuenta dos o cuatro caras pintadas. El

19% restante responde “incorrectamente” pues toma solamente los cubos con dos caras pintadas o toma sólo cuatro caras pintadas

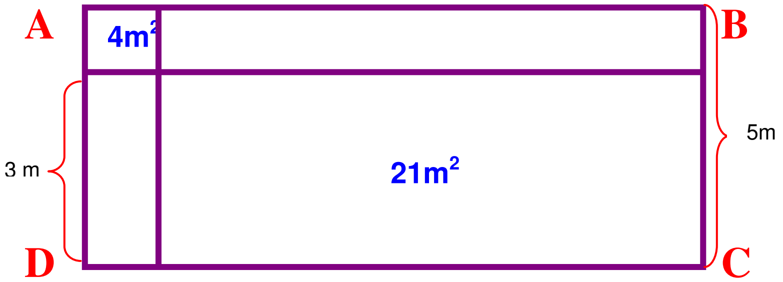
SEXTO ENUNCIADO

“Un parque rectangular tiene 14 m x 21 m y está bordeado por un corredor de 3 m de ancho como se muestra en la figura. ¿Qué área tiene el corredor?”

El 75% de los estudiantes acierta al responder a la situación planteada como resta de áreas entre la totalidad del terreno y el parque. Aproximadamente, el 21% de los estudiantes responden incorrectamente, pues toman los tres metros que bordean al parque y los multiplican entre sí, es decir toman cómo área mayor nueve m^2, y área menor 294 m^2, y eventualmente restan estas áreas. El resto de los estudiantes no responden a dicho enunciado

SÉPTIMO ENUNCIADO

“Halla el área del rectángulo ABCD en la siguiente figura:”



Aproximadamente el 81% de los estudiantes responde acertadamente que el área es 45 m^2, encontrando el valor del lado que falta.

Aproximadamente el 15% de los estudiantes responde correctamente, aunque realizan sus operaciones de manera “inconsciente” sin justificación alguna, y el restante de los estudiantes no responde.

OCTAVO ENUNCIADO

“¿Cuál es el número máximo de cuadrados congruentes (iguales) que pueden colocarse en el plano cartesiano de manera que tengan puntos en común con ambos ejes?”

Aproximadamente el 53% de los estudiantes responde dando a conocer el máximo número de recubrimientos congruentes como infinitos en denotaciones como: muchos, bastantes, varios, entre otros. Aproximadamente el 10% de los estudiantes responde con un número exacto de cuadrados y el restante, es decir, el 37% no respondió a dicha situación.

NOVENO ENUNCIADO

Se cubre una sala de 3,5 m de ancho por 5 m de largo. Si en la fábrica solamente venden baldosas cuadradas de 20 cm de lado ¿Cuántas de ellas se deben comprar?

Aproximadamente el 81% de los estudiantes reconoce al número de baldosas que se deben comprar es de 437 y media baldosa, después de considerar la superficie a cubrir de 17,5 m^2 con pequeñas superficies de 0,04 m^2 al efectuar dicha división da el resultado inicialmente mencionado. El 8% de los estudiantes no tiene en cuenta las unidades de las dos superficies y efectúan la división entre m^2 y cm^{2,} y el restante 11% de los estudiantes no responden.

DÉCIMO ENUNCIADO

¿Cuántos cubos de lado 3 cm pueden empacarse en una caja de cartón de dimensiones 20cm x 8 cm x 7 cm?

El 60% de los estudiantes responde que 24 cubos, teniendo en cuenta el siguiente razonamiento: el cubo con el que se va a recubrir tiene 3 cm de largo, 3 cm de alto y 3 cm de ancho; para cubrir el ancho de 20 cm con cubo de 3 cm, se puede hacer con 6 cubitos exactamente de forma similar, se recubren largo y alto para un total de 24 cubos. El 9% de los estudiantes responde de manera incorrecta, aproximando los cubos que cabrían, es decir, toman un cubo más grande. Y el 31% restante no responde a dicha situación

3. PRESENTACIÓN DE TALLERES Y RESULTADOS: “EL CÁLCULO DE ÁREAS COMO UN SOPORTE SIGNIFICATIVO PARA LA FACTORIZACIÓN ALGEBRAICA”

A continuación se presentan los nueve talleres utilizados en el trabajo de aula “El cálculo de áreas como un soporte significativo para la factorización algebraica”, distribuidos de la siguiente manera:

- TALLER 0: Antes de iniciar cada actividad debes tener en cuenta
- TALLER 1: Presentación del material
- TALLER 2: representación algebraica de áreas y longitudes
- TALLER 3: Términos semejantes
- TALLER 4: Adición y sustracción de polinomios
- TALLER 5: Multiplicación de polinomios
- TALLER 6: Productos notables y trinomios cuadrados perfectos
- TALLER 7: Diferencias de cuadrados
- TALLER 9: Trinomios de la forma $x^2 + bx + c$, y, $x^2 + bx + c$

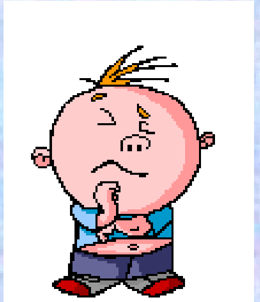
Al terminar cada uno de los talleres se presentan los resultados obtenidos con los estudiantes mencionados en el capítulo anterior. Es preciso aclarar que en los talleres se utiliza la exploración de las gráficas y se presentan cada una de las definiciones y/o aclaraciones en términos muy generales, por ello se hace necesaria la constante intervención de la docente.

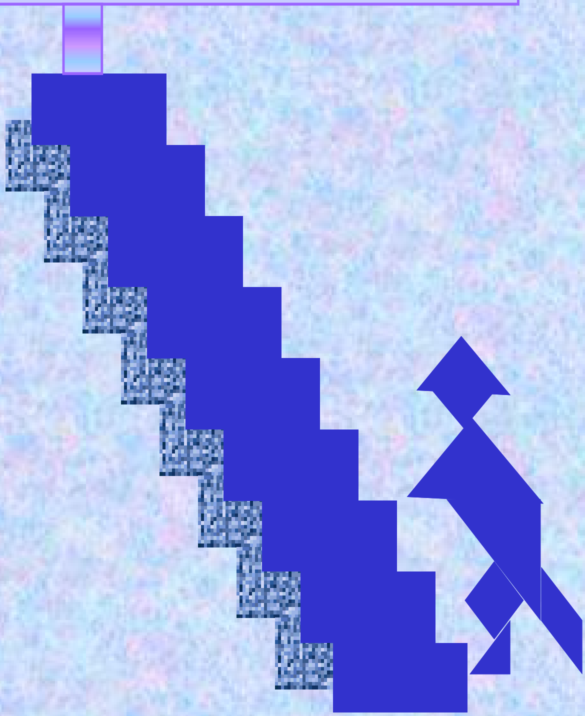
UNIVERSIDAD
INDUSTRIAL DE
SANTANDER

ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

JENNY PATRICIA ACEVEDO RINCÓN

"EL CÁLCULO DE ÁREAS COMO UN SOPORTE SIGNIFICATIVO PARA LA FACTORIZACIÓN ALGEBRAICA"





"El cálculode áreas como un soporte significativo para la factorización algebraica"

CONTENIDO

0. ANTES DE INICIAR CADA ACTIVIDAD DEBES TENER EN CUENTA

1. PRESENTACIÓN DEL MATERIAL

2. REPRESENTACIÓN ALGEBRAICA DE ÁREAS Y LONGITUDES

3. TÉRMINOS SEMEJANTES

4. ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES

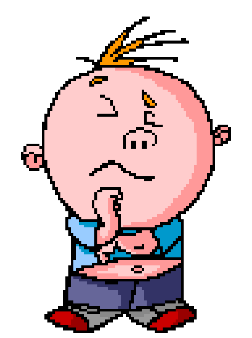
5. MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

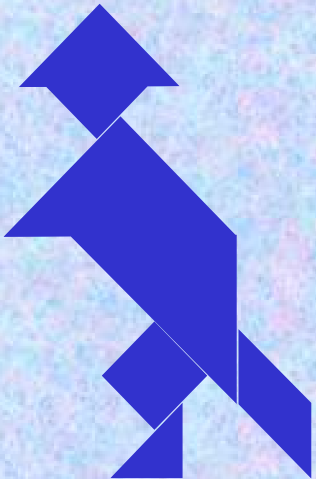
6. PRODUCTOS NOTABLES Y TRINOMIOS CUADRADOS PERFECTOS

7. FACTORIZACIÓN

8. DIFERENCIA DE CUADRADOS

RINOMIOS DE LA FORMA $x^2+ bx + c$, y, $ax^2+ bx + c$





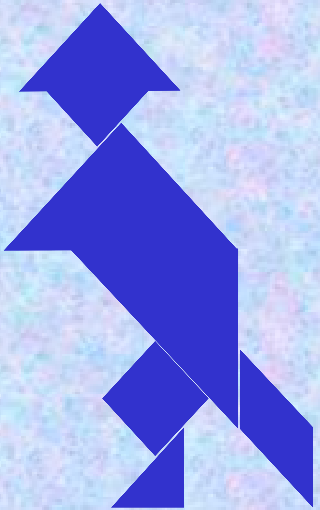
¡Anímate a iniciar este recorrido!

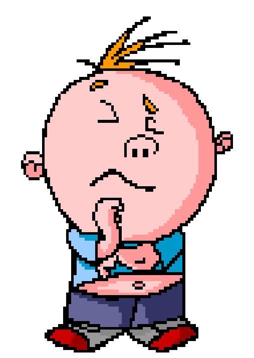
GIMNASIO JOSÉ ALEJANDRO PERALTA

TALLER Nº 0

Antes de iniciar cada actividad debes tener en cuenta...

- Las actividades que se presentan a continuación requieren de un trabajo tanto grupal como individual, siendo importantes también las orientaciones que ofrezca el profesor
- Utiliza adecuadamente las hojas de los talleres
- Observa el tema principal y los objetivos que vas a desarrollar en cada taller, y trata de imaginar sobre los temas que vas a trabajar
- Trae todos los materiales sugeridos para el desarrollo de cada uno de los talleres, de esta manera no te quedarás atrasado
- Es realmente importante que no pases al taller siguiente sin haber desarrollado el que tienes en el momento





¡Es la hora de iniciar el desarrollo de cada uno de los talleres, con mucha responsabilidad!

GIMNASIO JOSÉ ALEJANDRO PERALTA

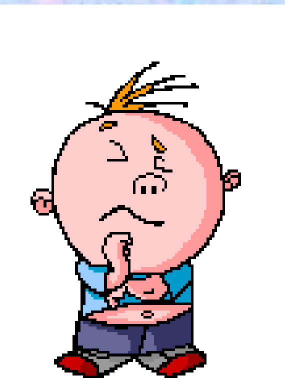
TALLER Nº 1

PRESENTACIÓN DEL MATERIAL

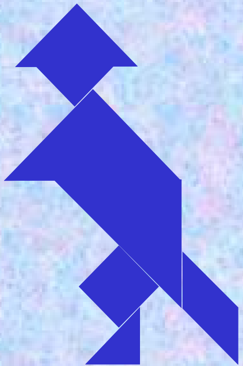
La exploración de conceptos iniciales del álgebra, en algunos casos factorización de polinomios, involucran conceptos de geometría y medición, como medidas de longitudes y superficies.

El material que se presenta a continuación, sirve de apoyo para el trabajo con polinomios hasta cuarto grado.

La enseñanza de la factorización se hará por medio de la utilización de los siguientes materiales: el alambre, representante de las longitudes; los cuadrados y rectángulos, representantes de las superficies.

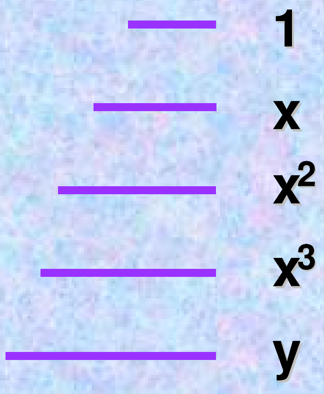


En los siguientes renglones se hace una rápida descripción de cada uno de los representantes de las longitudes y las superficies.



El alambre representa la medida del lado de cada una de las superficies.

¡Ninguna es múltiplo de otro!



1

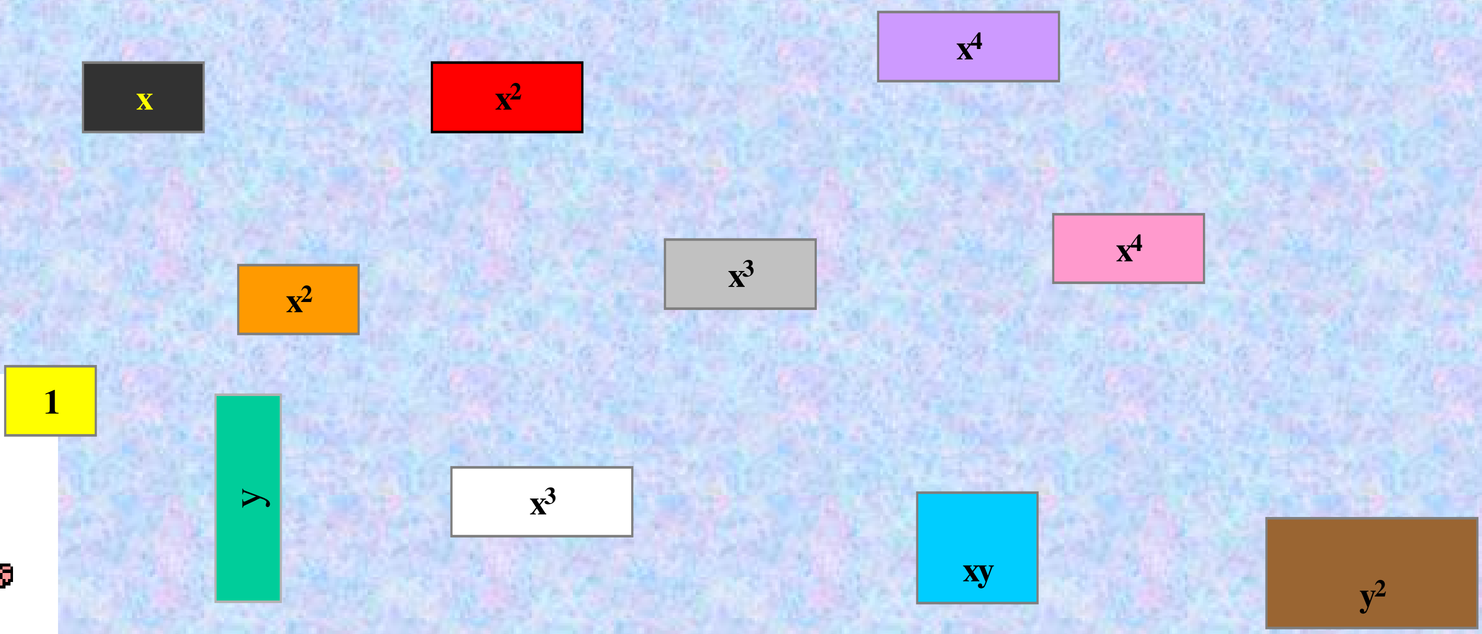
x

x^2

x^3

y

Las superficies con las que se va a trabajar son cuadrados y rectángulos de diferentes colores:



x^4

x

x^2

x^4

x^2

x^3

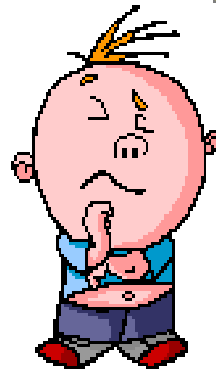
1

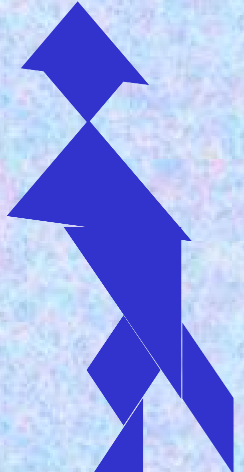
y

x^3

xy

y^2

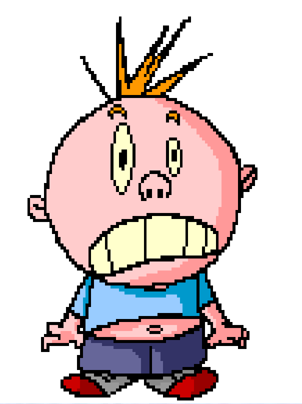


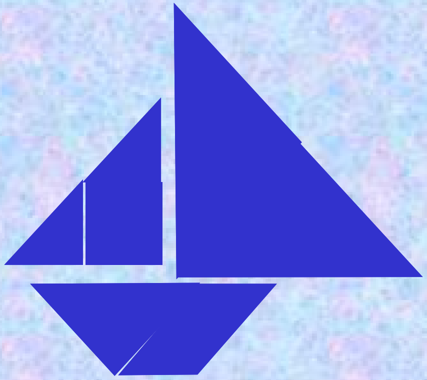


¡ SOY CREATIVO !

Este espacio está destinado para que realices tu propia creación utilizando las fichas que te mostré anteriormente.

¡Adelante, deja volar tu imaginación!





RESULTADOS

TALLER 1

PRESENTACIÓN DEL MATERIAL:

Cada uno de los estudiantes elabora su propio material (cuadrados y rectángulos), tomando como medida de los lados los alambres dados (1, x, x^2,x^3,y). Los estudiantes trataron de elaborarlos, con el mayor grado de precisión, sobre cartón paja, según las indicaciones dadas para su construcción. El estudiante debió construir quince veces cada una de las superficies mostradas. Posteriormente, cada una de las superficies elaboradas, realizándola satisfactoriamente la mayoría de los estudiantes.

Consecutivamente, se relacionaron las áreas con los colores con que debían pintarse cada una de las superficies. Los estudiantes mostraron algo de asombro al ver que hay parejas de superficies que tienen la misma área. Algunos de los estudiantes ponen sobre la superficie construida el valor de las áreas y otros lo hacen sobre la hoja en que se desarrolló el taller.

Los estudiantes se familiarizaron con el material (colores – áreas) de una manera muy rápida, esto lo demostraron mediante la elaboración de figuras según lo propuesto en la sección ¡SOY CREATIVO! Al construir en tamaños reales, y denominando la superficie, en un 80% personas (hombres, mujeres, niños, futbolistas), en un 10% edificios y el 10% restante figuras abstractas.

Esta actividad inicial mantuvo expectante y motivado al estudiante sobre todo la última parte, pues entre ellas competían para encontrar la figura que fuera más grande y parecida a la realidad.

GIMNASIO JOSÉ ALEJANDRO PERALTA

TALLER Nº 2

REPRESENTACIÓN ALGEBRAICA DE ÁREAS

OBJETIVOS:

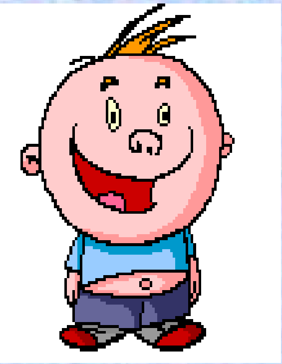
- Explorar y construir imágenes geométricas de expresiones algebraicas
- Identificar términos semejantes mediante la comparación de distintas longitudes y áreas.

SITUACIÓN: En el colegio hay un nuevo juguete y está compuesto por varias figuras.

¡Anímate a responder las siguientes preguntas!

* ¿Qué clase de figuras hay dentro de la bolsa?

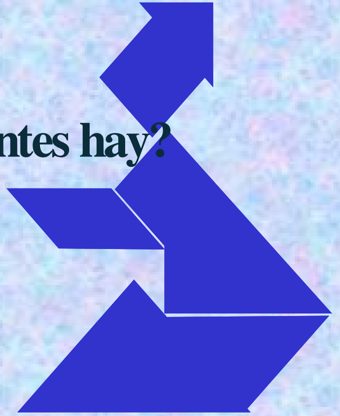
*¿Cuántos colores diferentes hay?



Compara las longitudes de los alambres y responde ¿ cuántos tamaños diferentes hay?

*Dibújalos de menor a mayor y bautízalos con las letras

$1, x, x^2, x^3, y$

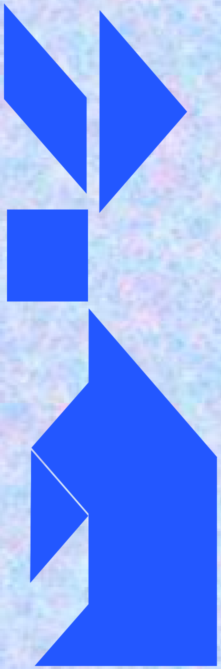


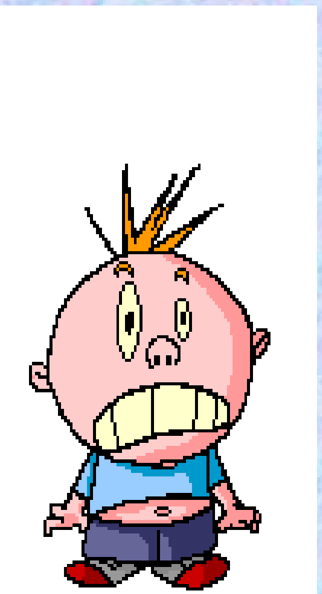
CONSTRUYE PASO A PASO

Construye el mayor número de cuadrados y rectángulos con las longitudes anteriormente mencionados. Dibújalos

¿Recuerdas cómo hallabas el área de cuadrados y rectángulos?

Atrévete a encontrar el área de las figuras que acabas de elaborar





RECRÉATE Y APRENDE

¡Observa cuidadosamente todo lo que puedes hacer con las figuras que acabas de construir!

Compara las superficies que construiste con los que tiene la bolsa de polinomios, dibújalas y coloréalas. Responde:

¿Existen superficies con diferente forma e igual área?

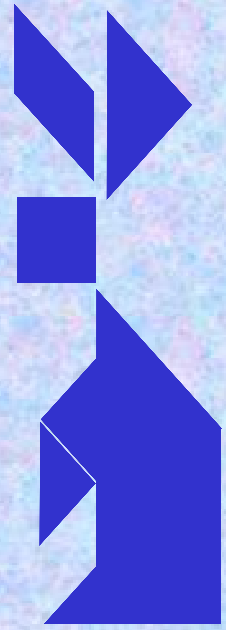
____

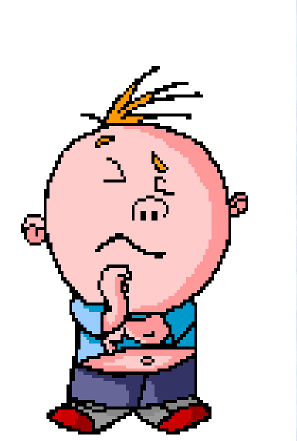
____

¿Puedes llamar a estas superficies semejantes? Justifica

____

____





SABÍAS QUE...

A cada figura la vamos a llamar término y a las figuras con igual área, las llamaremos términos semejantes.

Ahora teniendo en cuenta la anterior definición, encuentra para cada una de las piezas de la bolsa sus correspondientes términos semejantes y dibújalas:

ÁREA	TÉRMINO	TÉRMINO SEMEJANTE
1		
X		
X^2		
X^3		

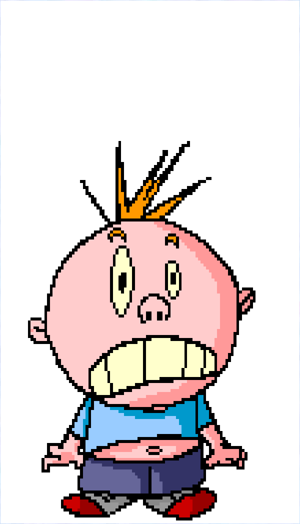
¡Continúa ubicando términos semejantes!

ÁREA	TÉRMINO	TÉRMINO SEMEJANTE
X^4		
XY		
Y		
Y^2		

¡ SOY CREATIVO !

¡Utiliza las piezas que necesites de la caja para elaborar el diseño que quieras!

Posteriormente plantea un situación teniendo en cuenta el área y/o longitudes utilizadas.

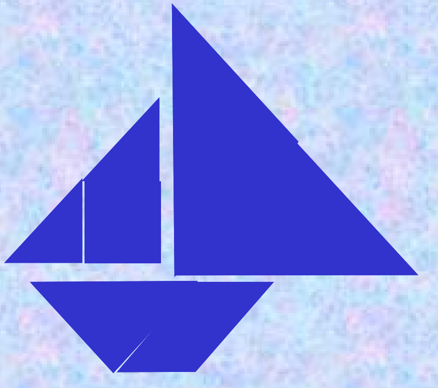


Escribe, ¿qué y cuántos términos utilizaste en la construcción del diseño?

____

____

____



RESULTADOS

TALLER 2

REPRESENTACIÓN ALGEBRAICA DE ÁREAS

Cada uno de los estudiantes tenía su propia bolsa de materiales (cuadrados, rectángulos y alambres), con ella pudieron responder las preguntas planteadas en la situación inicial. Identificaron correctamente figuras, colores y números de piezas contenidas en la bolsa.

En la construcción del máximo número de cuadrados y rectángulos con las longitudes ya conocidos (1, x, x^2, x^3, y), los estudiantes encontraron correctamente el área de las superficies; sólo el 10% de los estudiantes, expresó 25 como el máximo número de figuras construidas; el 10% de los estudiantes, mostró que era 16 el máximo; el 40% de la población manifestó como 15 el número máximo de figuras; el 10% de los estudiantes presentó como máximo 13 superficies; el 30% consideró 11 superficies como máximo (exactamente las mismas de la caja de polinomios). Algunas de las superficies que no eran conocidas (es decir, las mostradas en el taller 1) los estudiantes no las colorearon pues sus áreas no les eran familiares.

Los estudiantes reconocieron de forma rápida que existen varias figuras (rectángulos y cuadrados) que tenían igual área y diferente forma como lo son x^2, x^3, x^4, también recuerdan el término semejanza por semejanza entre figuras, por consiguiente el llenado de la tabla de términos semejantes lo hicieron correctamente, teniendo en cuenta que los términos semejantes son aquellas figuras que tienen igual área sin importar su forma.

En la sección ¡SOY CREATIVO! el 90% de los estudiantes construyó su creación con las fichas de la bolsa de polinomios (y los bautizó según creyeron conveniente), repartidos así: el 30% realizó un robot, el 20% construyó un perro, el 20% elaboró una persona, y por último el 20% construyó una muñeca; sólo el 30% del total de la población contabilizó el número de fichas utilizadas en su creación.

GIMNASIO JOSÉ ALEJANDRO PERALTA

TALLER Nº 3

TÉRMINOS SEMEJANTES

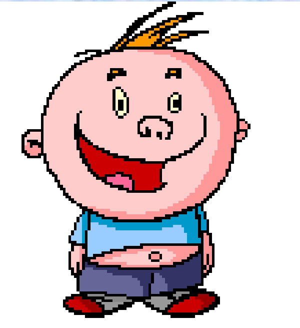
OBJETIVOS:

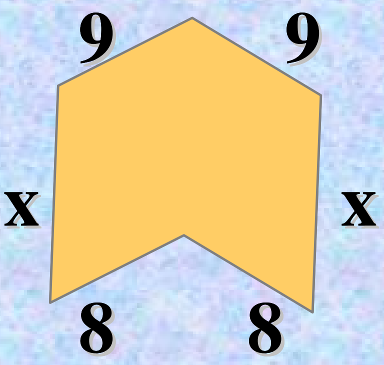
- Operar (adicionar y sustraer) entre monomios semejantes
- Representar polinomios a partir de la construcción de nuevas áreas o longitudes
- Simplificar los términos semejantes de los polinomios y posteriormente identificar las piezas que representan un polinomio y viceversa

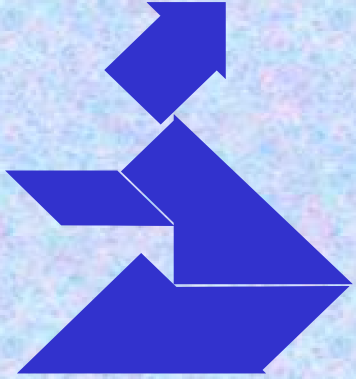
SITUACIÓN:

¿Recuerdas cómo encontrar el perímetro de la figura?

Hazlo con el siguiente polígono:







SABÍAS QUE...

¿Toma dos cuadrados
de área x^4!

x^4 x^4

Se representan algebraicamente como $2x^4$

x^4 x^4 x^4 x^4

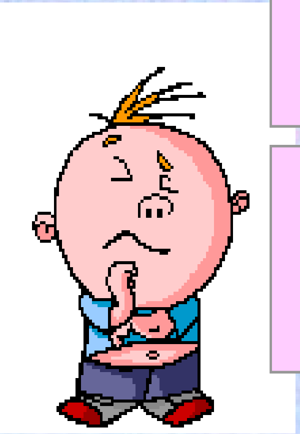
Ahora toma cuatro cuadrados de área x^4, y responde

¿Cómo sería su representación algebraica?

____

____

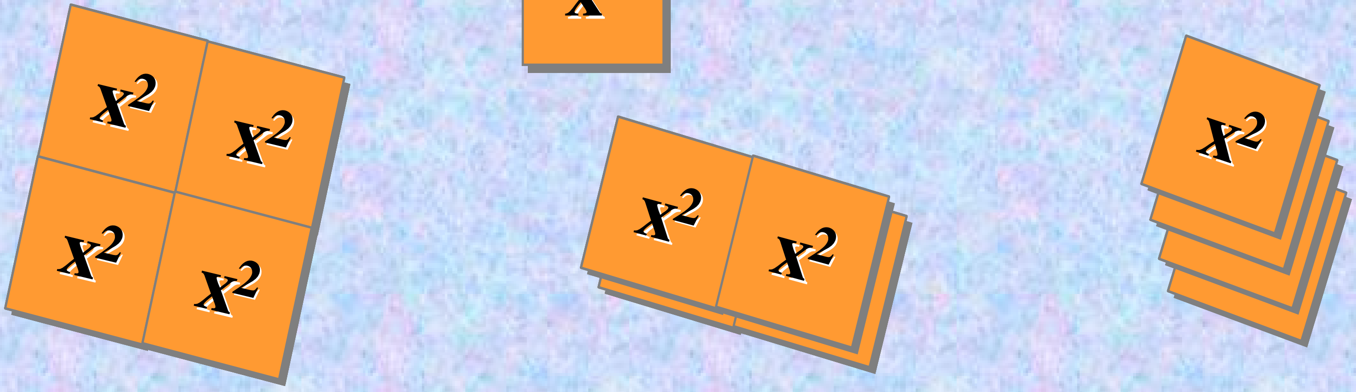
Reuniendo los primeros cuadrados con los segundos. ¿Cuántos cuadrados de área x^4 tienes en este momento?



x^4 x^4 + x^4 x^4 x^4 x^4 =

¿Qué otra posible representación gráfica puedes realizar con la reunión de los cuadrados de área x^4 que tomaste?

Sabiendo que cada $\boxed{x^2}$ representa el término x^2, observa y responde:



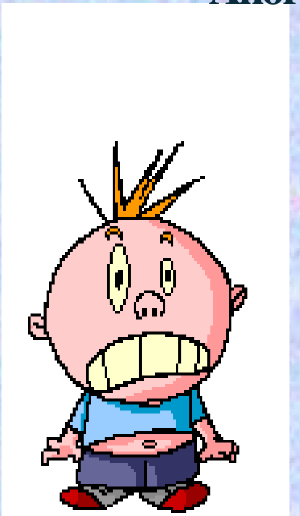
¿Qué tienen de común estas tres representaciones?

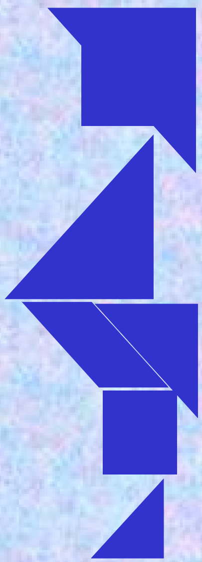
¿Cuánto suma cada una de las representaciones?

Ahora, si tomara 5 rectángulos de área xy, y retiraras 4 de los rectángulos de la misma área, entonces ¿cuántos rectángulos de área xy quedarían?

¿Cómo podrías realizar la interpretación gráfica?

¿Cómo simbolizarías dicha situación?



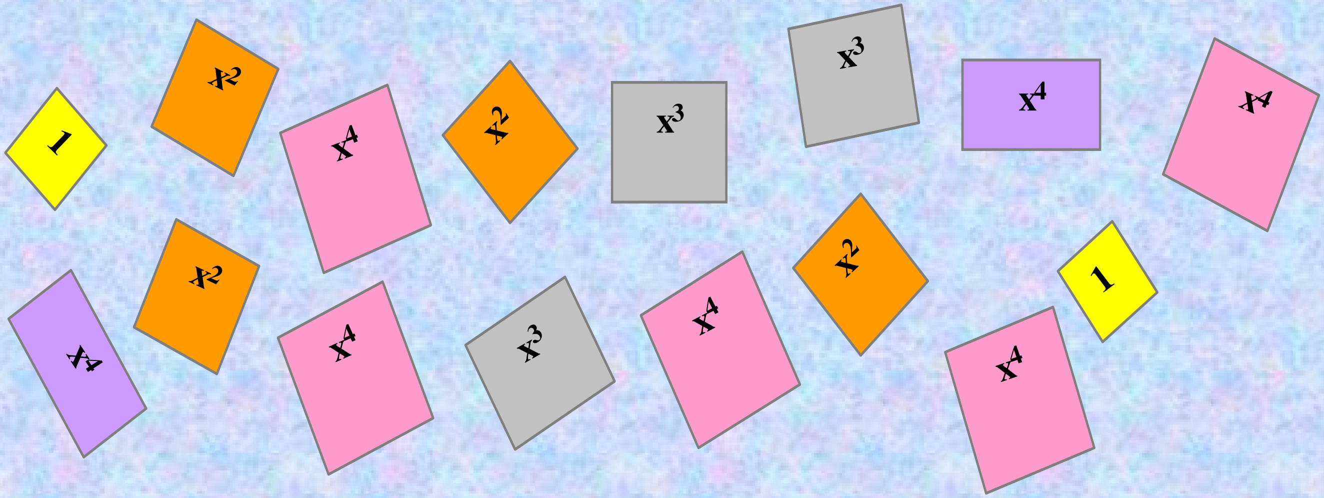


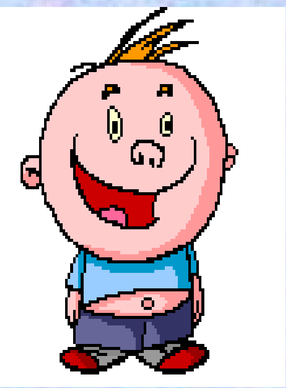
SABÍAS QUE....

Puedes encontrar la notación polinómica como sumas de áreas y/o longitudes.

CONSTRUYE PASO A PASO

¡Vamos, intenta construir la notación del polinomio que representa las siguientes figuras dadas en forma desordenada!





En álgebra es muy importante el orden.

¡Atrévete a organizar estos términos en orden descendente!

SABÍAS QUE....

En palabras podríamos decir que en la figura, ordenados en forma descendente, tenemos:

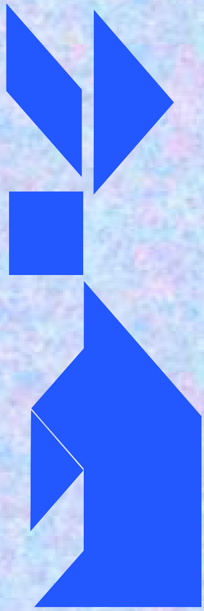
"...Dos rectángulos de área x^4, cinco cuadrados de área x^4, cuatro cuadrados de área x^2, y dos cuadrados de área 1 ..."

Ahora, podemos escribirlo en lenguaje algebraico así:

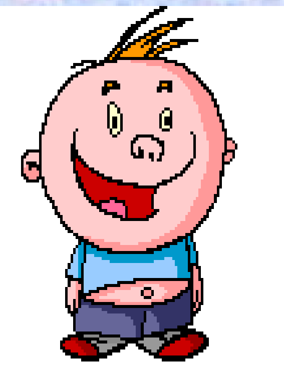
$$2x^4+5x^4+3x^3+4x^2+1+1$$

¿Cuál sería el resultado si agrupas los términos semejantes?

SABÍAS QUE....



La interpretación algebraica de las figuras se denomina según el número de términos que tenga:



Un término → MONOMIO
Dos términos → BINOMIO
Tres términos → TRINOMIO
Más de tres términos → POLINOMIO

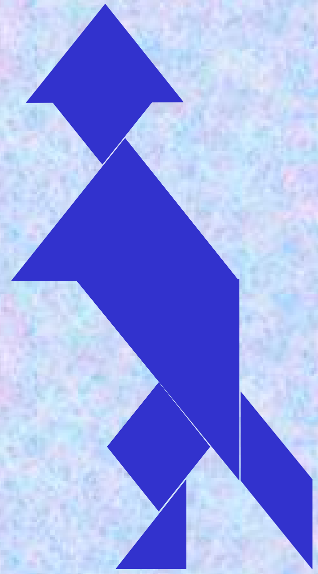
RECRÉATE Y APRENDE

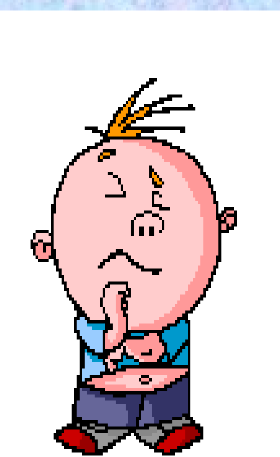
Construye los siguientes polinomios. Dibújalos y escribe su notación algebraica en orden descendente y agrupando, si es necesario, los términos semejantes:

- 1, 12 x^2, 3 x^3, 4 y
- x^4, 3 x^2, 1 x^4, 5 x^3
- x^2, 6 x^2, 7 1, 10 x^3, 4 x^3
- y^2, 9 xy, 5 1
- x^3, 4 x^2, 6 x^3, 6 1

Representa gráficamente y agrupa los siguientes polinomios:

- x^2, $4x^3$, $12xy$, 10, $4x^2$, $11x^4$, 5, x^4
- x^3, $4y$, $13x^4$, $3x^3$, $4x^4$, $12x^4$, 15
- x^4, $4x^3$, $2x^4$, 10, $4x^2$, x^3, $2x^3$, $5x$
- ^{2}, $4xy$, $12x^2$, 4, $3xy$, x^4, $5x^2$
- x^2, $10xy$, 6, $7y$, 7, $4xy$, x^2, $2x^2$

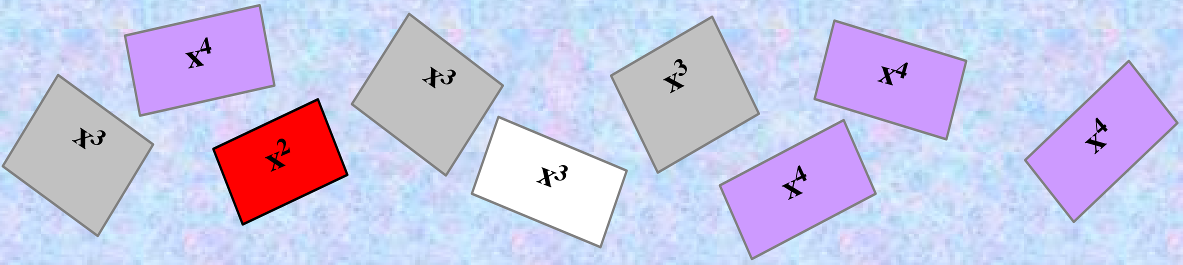




¡Vas a quitar y a poner la (s) superficie (s) que quieras en cada uno de los polinomios que construiste. Represéntalos y escríbelos en notación algebraica!

¡SOY CREATIVO!

Forma un cuadrado o un rectángulo más grande utilizando los siguientes términos



¿Cómo puedes expresar el área de la nueva superficie?

Me reúno con mis compañeros y construyo nuevas superficies (cuadrados o rectángulos) con las siguientes figuras y la grafico, y para cada un de ellas encuentro su área:

$3x^3$, $3y$, $2xy$, $2x^4$

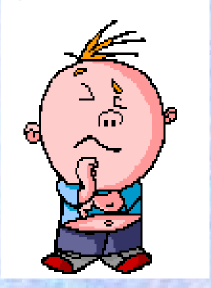
xy, $9x^2$, y

x^2, $2x^4$, $8x^3$

x^2, $2x^3$, 4

y^2, $12y$, 9

SABÍAS QUE....

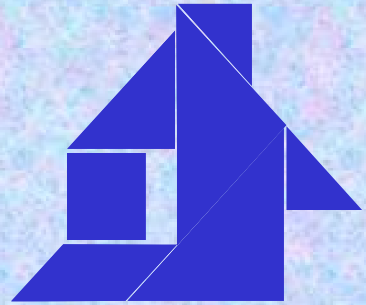


Los polinomios que construyas los puedes bautizar.

Así, el polinomio $6x^2 + 2x^4 + 8x^3$ lo puedes llamar S(x). Entonces:

$$S(x) = 6x^2 + 2x^4 + 8x^3$$

¡Atrévete a bautizar los polinomios que has construido en el taller!



RESULTADOS

TALLER 3.

TÉRMINOS SEMEJANTES

La situación presentada a los estudiantes acerca del perímetro de una figura causa inicialmente conflicto cognitivo, pues los estudiantes son capaces de sumar algunos de los lados (los numéricos) pero sus conocimientos no son suficientes para encontrar el perímetro del polígono, pues faltan dos lados por sumar. Sin embargo, algunos de los estudiantes, una minoría de ellos, los resolvió verbalmente diciendo la respuesta correcta, pero después de mucho tiempo de análisis de esa situación los demás estudiantes se dispusieron a preguntarle al compañero acerca de la respuesta y a continuación copiaron este resultado.

Posteriormente, a los estudiantes se les hace más fácil encontrar la suma de áreas de superficies semejantes (en color), pero se hace necesario recordar que no solo son semejantes las superficies que tienen igual color. Al pedirles que efectúen una situación de manera implícita lo realizan gráfica y algebraicamente, los estudiantes encuentran de manera muy rápida las notaciones polinómicas de las representaciones proporcionadas.

Los estudiantes desarrollaron una notoria destreza en el manejo del material a tal punto de convertirlo en un juego y denominan de manera correcta una representación (como palabras, letras y gráficas) según el número de términos. Sólo el 10% de los estudiantes no lo logró, los compañeros les ayudaron a superar dicha dificultad.

El tiempo estaba contado, es por esto que las horas destinadas para la aplicación del taller 3 se acabaron justo al acabar la solución de las sección ¡RECRÉATE Y APRENDE! El trabajo de la sección ¡SOY CREATIVO! se dejó como trabajo en casa. La siguiente hora de clase, después de haber socializado el resto del taller se abrió un concurso "el primero que entregue la solución de la sección ¡SOY CREATIVO!, sólo el 20% (una pareja de estudiantes) logró elaborarlo, se mostró a los demás compañeros pero ninguno de ellos lo registró en su carpeta. Después de este incidente se consideró la posibilidad de no dejar trabajo para la casa pues se atrasaría el tiempo destinado para la aplicación de talleres, en consecuencia fue necesario tomar tiempo extra clase (en jornada contraria) para realizar la totalidad de las secciones de los talleres.

GIMNASIO JOSÉ ALEJANDRO PERALTA

TALLER Nº 4

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE POLINOMIOS

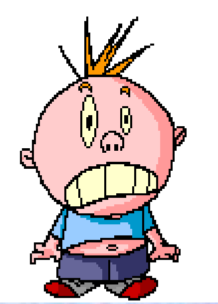
OBJETIVOS:

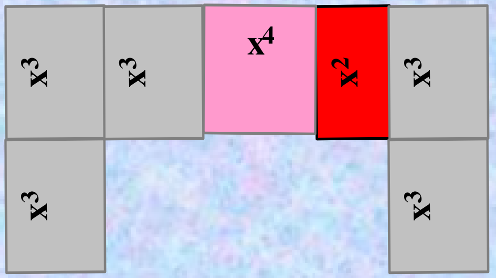
- Utilizar el plano ROJO-AZUL para efectuar adiciones y sustracciones entre polinomios
- Identificar el signo que tiene cada monomio con uno de los colores del plano ROJO-AZUL

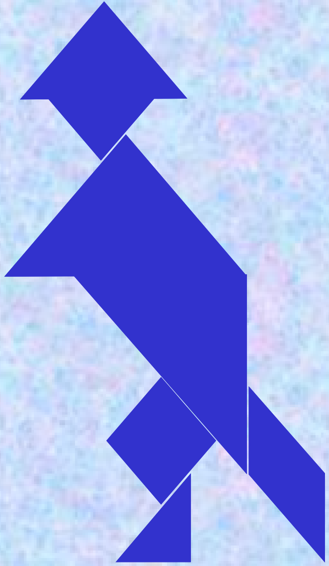
SITUACIÓN:

¿Cuál sería el valor del área que faltaría para que la siguiente figura

fuera un cuadrado?





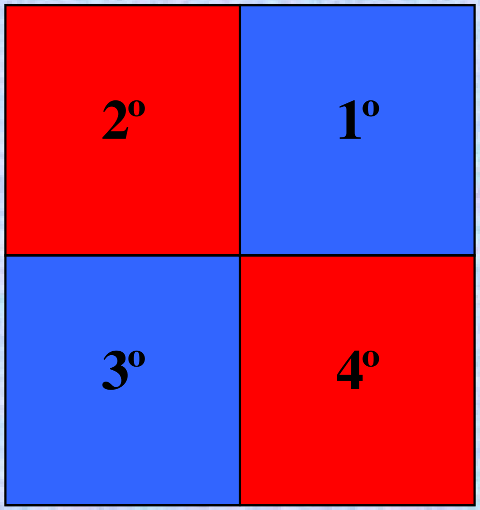


CONSTRUYE PASO A PASO

REGLAS PARA UTILIZAR EL PLANO ROJO-AZUL

Para representar operaciones de adición y sustracción necesitas utilizar el plano cartesiano ROJO-AZUL. Para ubicar las fichas ten en cuenta las siguientes instrucciones:

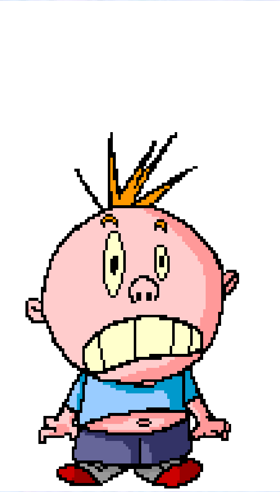
*. En los cuadrantes 1º y 3º (los azules) se dispondrán las fichas con valor positivo.



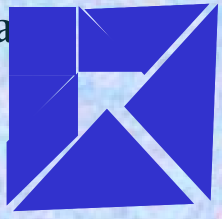
*. En los cuadrantes 2º y 4º (los rojos) se dispondrán las fichas acompañadas de un signo menos (es decir los términos negativos).

*. Para realizar la adición necesitas de al menos dos polinomios; entonces, el primer polinomio lo ubicarás en los cuadrantes 2º y 3º, teniendo en cuenta el signo del término (2º: negativo, y 3º: positivo).

*. Y, para ubicar el segundo polinomio utiliza los cuadrantes 1º y 4º, teniendo en cuenta el signo del término (1º: positivo, y, 4º: negativo).

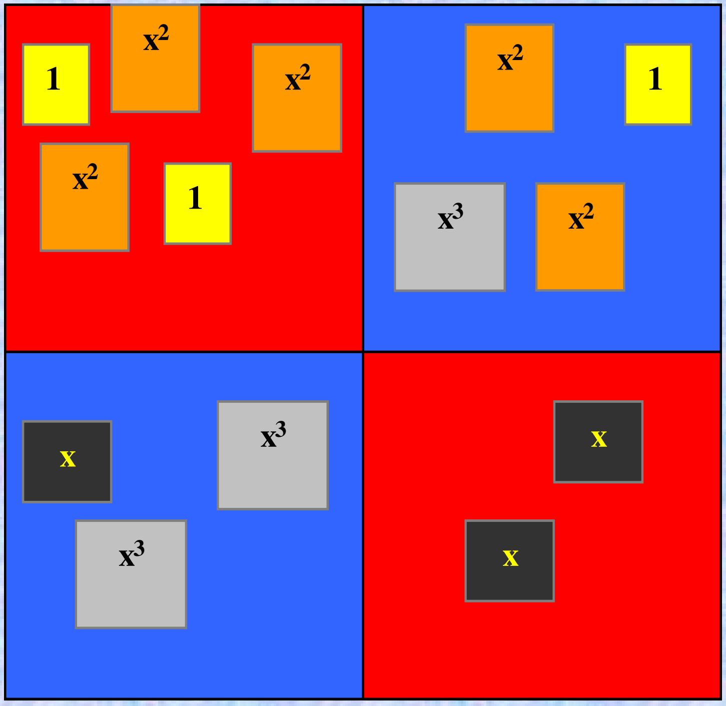


*. Ahora ten en cuenta que puedes retirar fichas de la siguiente manera: si tienes un mismo monomio ubicado en la parte azul y en la parte roja , puedes quitar estas dos ficha

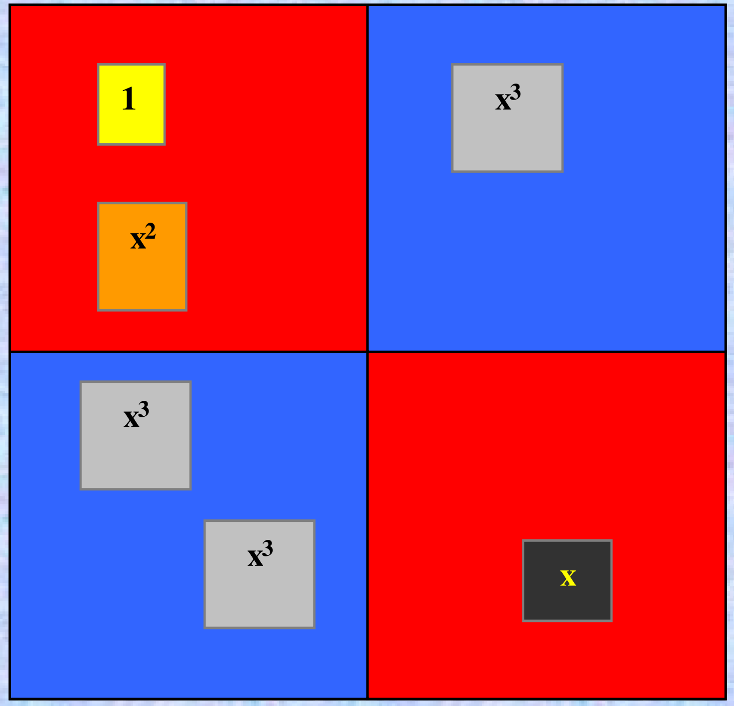


Realiza la adición entre el polinomio $P(x)= 2x^3-3x^2+ x-2$, y el polinomio $Q(x)= x^3+ 2x^2-2x+1$

Ubica los polinomios...



...Cancela términos semejantes



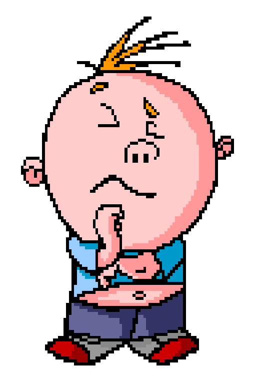
De tal manera que el resultado se da juntando los términos semejantes en ubicación azul como positivos y en ubicación roja como negativos.

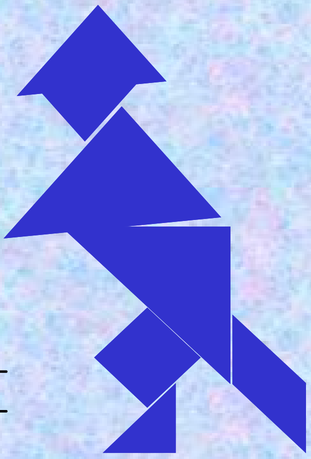
Así, el resultado, en orden descendente, es:

$$P(x) + Q(x) = 3x^3-x^2-x-1$$

¡Ves qué fácil es construir sumas con el Plano ROJO-AZUL!

¿Cuál sería el resultado si sumaras Q(x) con P(x)? Justifica

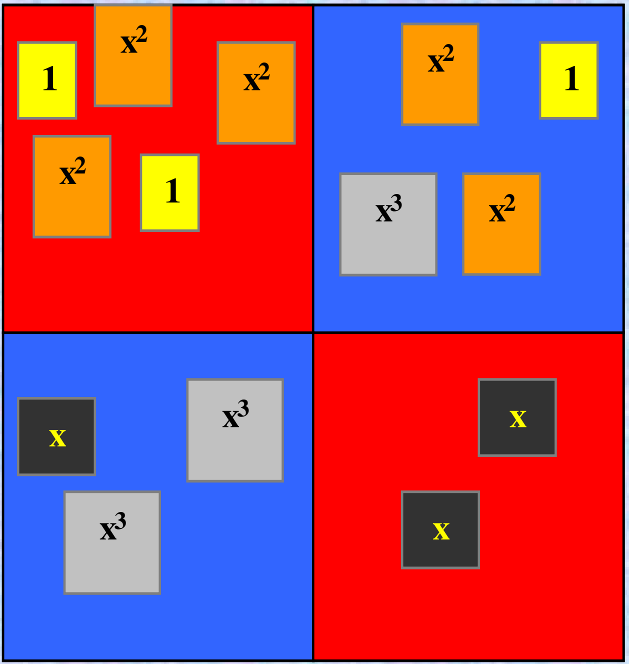




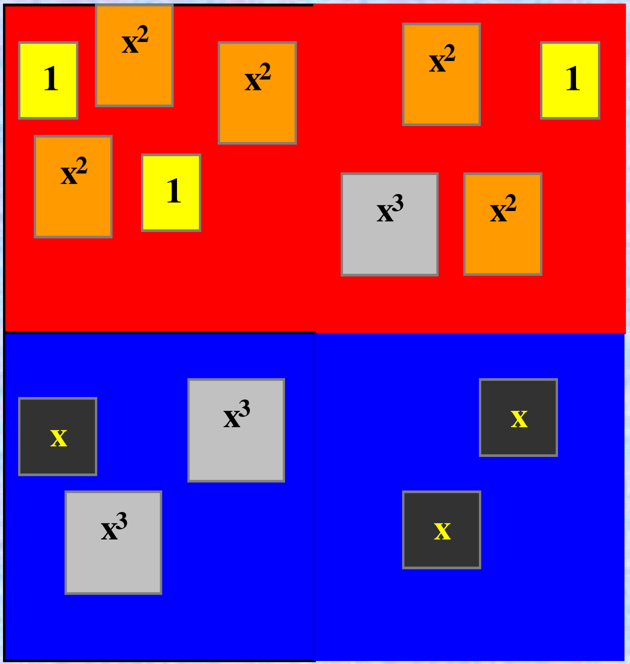
Realiza la sustracción entre el polinomio $P(x)= 2x^3-3x^2+ x-2$, y el polinomio

$Q(x)= x^3+2x^2-2x+1$.

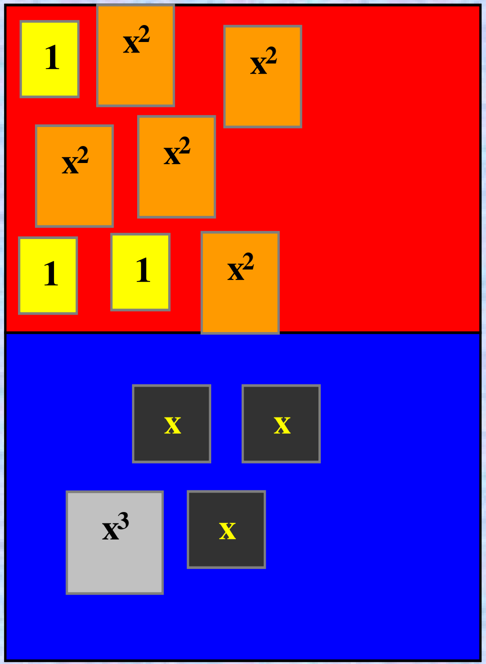
Ubica los polinomios:



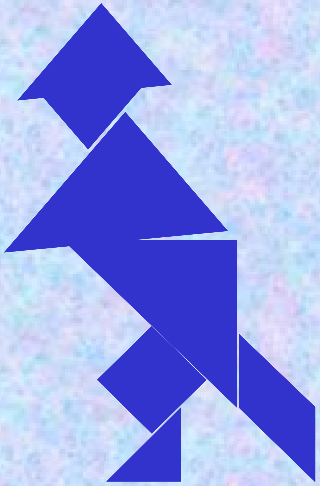
Traslada el segundo polinomio a la izquierda:



Cancela términos semejantes (si los hay):



De tal manera que la diferencia es: $P(x) - Q(x) = x^3-5x^2+ 3x-3$



SABÍAS QUE....

Para realizar adiciones y sustracciones existen reglas para utilizar el plano ROJO-AZUL, del cuidado que tengas con la aplicación de las reglas depende el éxito con los resultados de las operaciones

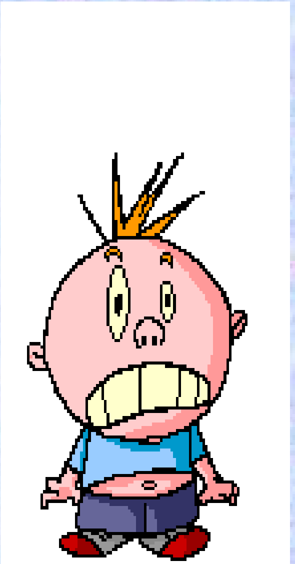
RECRÉATE Y APRENDE

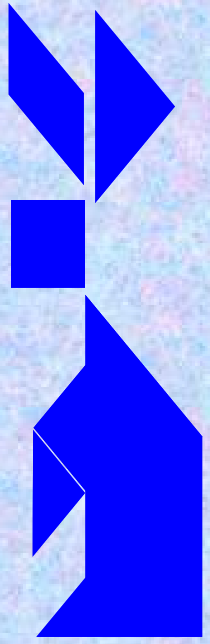
Construye los siguientes polinomios. Dibújalos y realiza las operaciones indicadas entre ellos:

- $P(x)= 5x^4-3x^3+ 2x-1$
- $Q(x)= 8x^3-4x^2-3x+5$
- $R(x)= 7x^4+ 3x^2+ 10x-2xy+4$
- $S(x)= 9x^4-3x2+ 10x-2xy+4$
- $T(x)= 4y^2-9x^2+ 4xy-7$

Realiza:

- $P(x) - Q(x)$
- $Q(x) +R(x)$
- $R(x) - S(x)$
- $T(x) - P(x)$
- $P(x) - Q(x)$
- $Q(x) - R(x)$
- $R(x) + S(x)$
- $T(x) - P(x)$





¡ SOY CREATIVO !

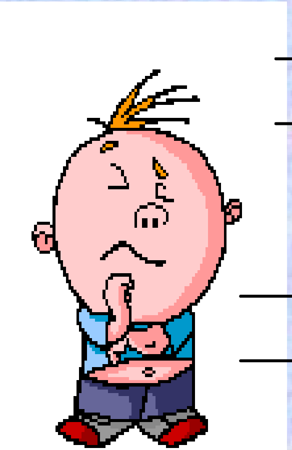
Junto con un compañero construyo, con todas las fichas, el polinomio más grande y el más pequeño que pueda, y, realizo la adición y sustracción entre ellos.

¿Cuáles son los nuevos polinomios?

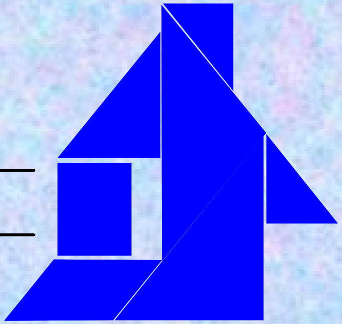
Encuentro dos polinomios P(x) y Q(x), tales que la adición dé:

$5x^4+3x^2-4xy+10$ y su sustracción sea el polinomio $15x^4-3x^2+ 16xy-18x+14$.

Encuentro tres polinomios que sumados den $7x^4-3x^3+ 2x^2-xy + 4x-10$



¿Esos polinomios son únicos? Justifica



RESULTADOS

TALLER 4

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE POLINOMIOS

A adición parece resultar un procedimiento muy fácil de llevar a cabo, lo contrario sucede con la sustracción, en consecuencia la situación tiende a ser compleja para los estudiantes debido a que se les dificulta el cubrimiento de la superficie. El 60% de los estudiantes continúa situando las mismas figuras ubicadas horizontalmente, de forma vertical, pero desafortunadamente no llegan a resolver dicha situación. El 40% de los estudiantes logra completar la superficie para armar el cuadrado y la mitad de ellos encuentra la superficie que hace falta para completar la superficie, es decir el 20% del total de la población logra encontrar la solución.

Para dar inicio a este taller fue necesario que los estudiantes trajeran el plano rojo – azul, habiéndoseles dado previamente las indicaciones para su elaboración.

Los estudiantes asimilan rápidamente la utilización del plano y la ubicación de polinomios para efectuar adiciones, pero al realizar sustracciones los estudiantes tuvieron inicialmente cierta dificultad; poco a poco la superaron por medio de la socialización de cada una de las situaciones presentadas. Por el tiempo que se tenía previsto para que los estudiantes resolvieran el taller, sólo se pudo resolver las situaciones presentadas y no se tuvo el tiempo necesario para crear nuevos polinomios, sino que prefirió dejarse para iniciar el próximo taller antes de resolver la situación del taller 5, se retomó el tema visto (adición y sustracción de polinomios) con algunos ejemplos propuestos por los estudiantes .

En la sección ¡SOY CREATIVO!, cada uno escogió una situación para resolver, la mayoría de los estudiantes se inclinó a solucionar el primer enunciado (el 70% de los estudiantes).

GIMNASIO JOSÉ ALEJANDRO PERALTA

TALLER Nº 5

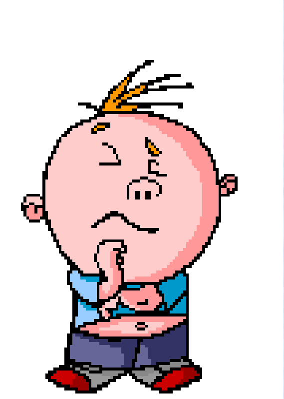
MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

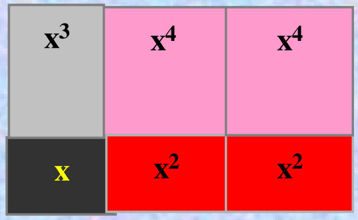
OBJETIVO:

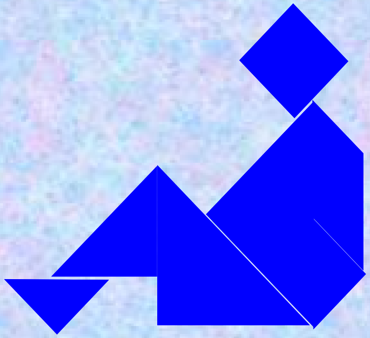
- Realizar la multiplicación entre dos polinomios utilizando las superficies de la bolsa de polinomios y el plano ROJO-AZUL

SITUACIÓN:

¿Cómo encontrarías una expresión que mostrara el área de la figura que se encuentra a continuación ?







CONSTRUYE PASO A PASO

REGLAS PARA MULTIPLICAR CON EL PLANO ROJO-AZUL

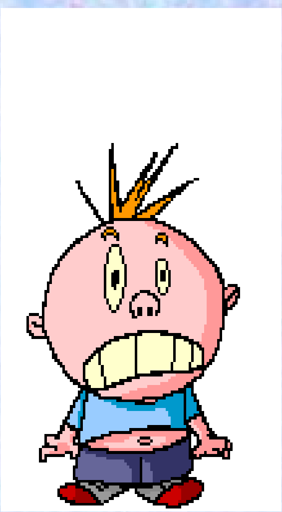
¡Para realizar la multiplicación entre polinomios necesitas recordar el valor de los lados de la superficie!

*. Si necesitas realizar la multiplicación entre polinomios, entonces uno de ellos representa la base y el otro la altura de la NUEVA SUPERFICIE (cuadrada o rectangular)

*. Ten en cuenta que sobre el eje X se construirán las bases, utilizando rojo para términos negativos y azul para los positivos; y sobre el eje Y se construirán las alturas, teniendo en cuenta el signo de los términos (positivos o negativos)

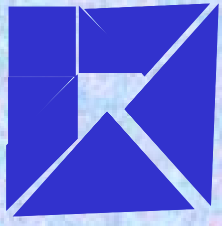
*. Entonces ubica con los alambres sobre el eje X el polinomio base y con los alambres sobre el eje Y ubica el polinomio altura

*. Posteriormente, toma de las superficies de la bolsa de polinomios, las fichas que necesites para llenar el esqueleto de la NUEVA SUPERFICIE.



¡Ten en cuenta que debes respetar los límites que remarcan

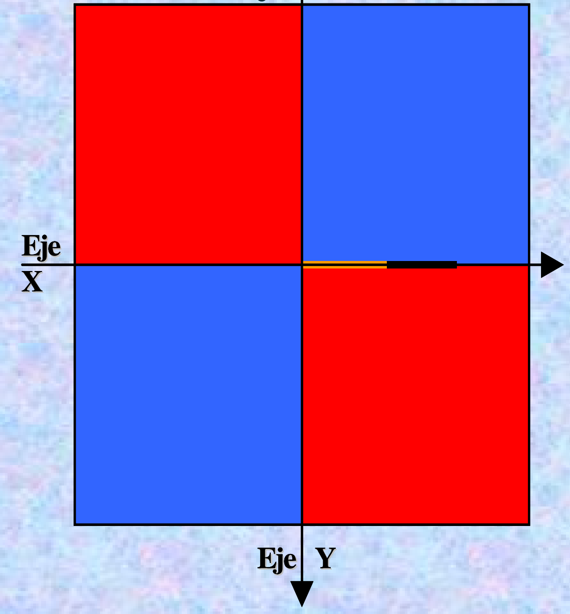
en la construcción de la nueva figura!



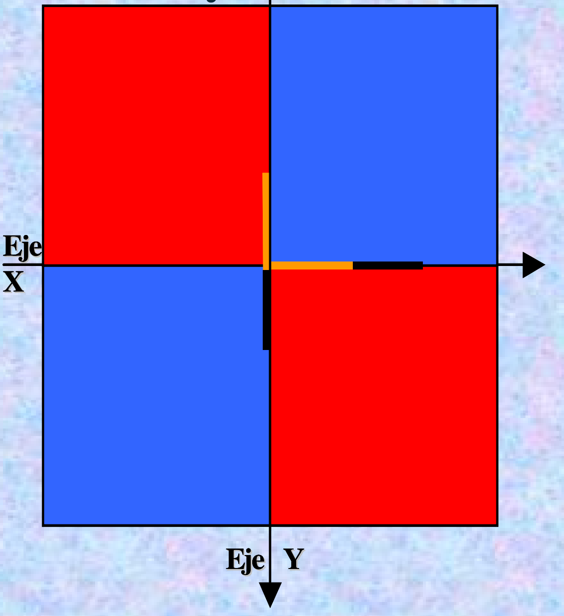
Realiza la multiplicación entre los polinomios

$P(x)= x +1$, y, $Q(x)= x-1$

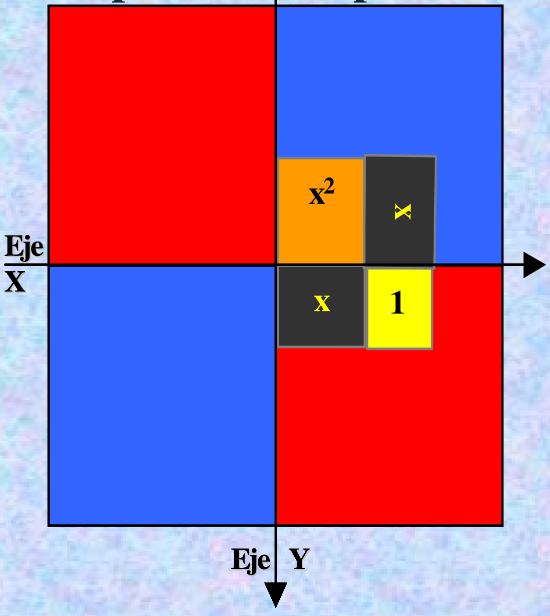
Construyendo la base



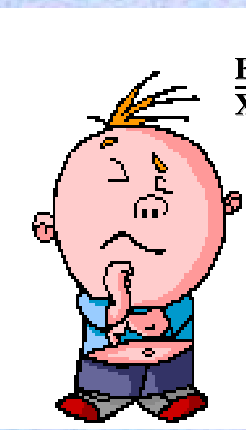
Construyendo la altura

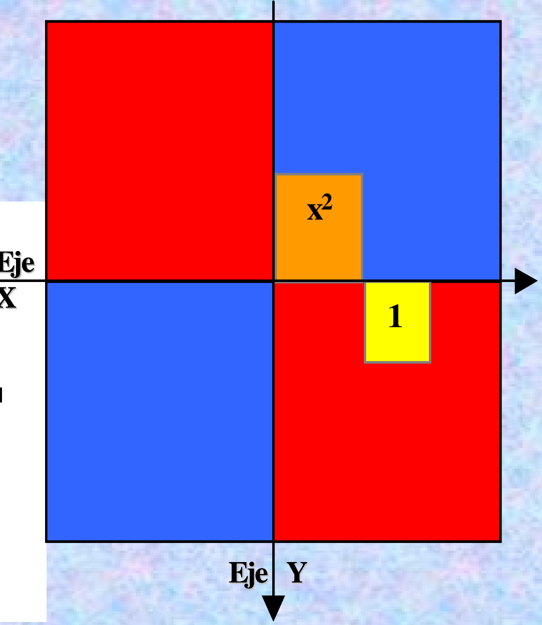


Completando la superficie



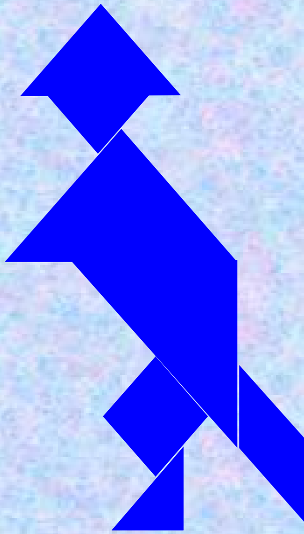
Cancelando términos





Luego se tiene como producto el polinomio

$P(x)*Q(x)= x^{2}-1$



SABÍAS QUE....

El plano ROJO-AZUL tiene
también usos en la multiplicación

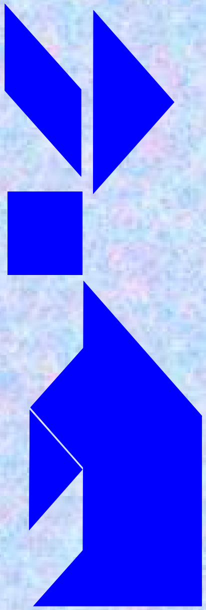
RECRÉATE Y APRENDE

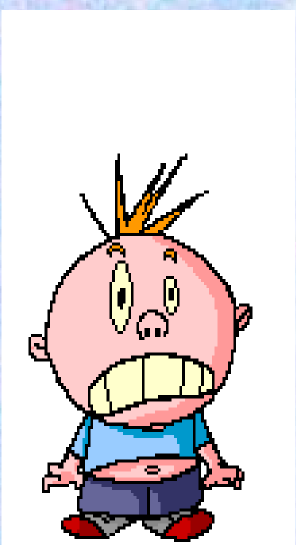
Construye los siguientes polinomios. Dibújalos y realiza las operaciones indicadas entre ellos:

- $P(x)= x^3+2$
- $Q(x)= x-2$
- $R(x)=1-x$
- $S(x)= x^2+2$
- $T(x)= x-1$
- $Z(x)= 2x+ y$

Realiza:

- P(x)*Q(x)
- Q(x)*R(x)
- R(x)*S(x)
- S(x)*T(x)
- T(x)*P(x)
- Z(x)*Z(x)
- Q(x)*S(x)
- S(x)*S(x)



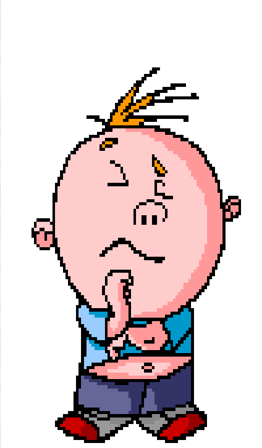


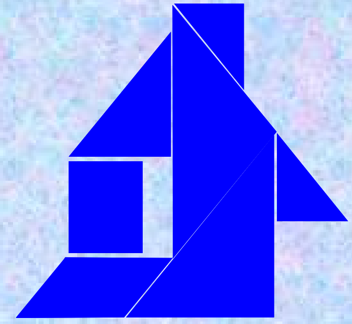
¿Cómo sería el producto si invirtiéramos el orden de los polinomios, es decir, si las bases fueran alturas y viceversa? Justifica

¡ SOY CREATIVO !

Encuentro los lados de una superficie rectangular cuya área sea:

$$x^3 + 2x^2 + x$$





RESULTADOS

TALLER 5.
MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

La resolución de la situación inicial sólo fue alcanzada por el 60% de los estudiantes, tomando como área total la suma de las partes que conformaba el rectángulo propuesto un 10% intentó solucionarlo tomando valores diferentes a los proporcionados pero lo hizo incorrectamente, y el 30% restante no intentó solucionarlo, esperaron entonces a que los compañeros mostraran la solución, sin embargo, la situación estaba dirigida a que el estudiante observara el área de ese rectángulo como el producto de la base por la altura pues esa terminología era importante para la introducción a la multiplicación. Posterior a este hecho se quería que el estudiante observara la equivalencia entre el producto de base y altura con la suma de cada una de las partes de la superficie.

Después de socializada la situación inicial, se explicó a los estudiantes acerca del manejo de la multiplicación utilizando el plano ROJO – AZUL, los estudiantes se mostraron atentos a la solución de la multiplicación de la fotocopia, enseguida ellos propusieron ejemplos diferentes y fueron resueltos en el tablero con participación de algunos estudiantes, luego se retomaron las operaciones anteriormente vistas (adición y sustracción de polinomios) y se notó algo de confusión en las respuestas dadas, por tanto fue necesario detenerse un par de horas y hacer un breve recuento de la utilización del plano y en qué momento se utilizaba la terminología base de altura o "esqueleto de la superficie". Se puede decir que este pequeño momento de recuento sirvió para conceptualizar un poco más lo visto en los talleres anteriores, pues aunque las respuestas hayan sido correctas en dichos talleres , se notó que después de este recuento los estudiantes hablaron con más propiedad y más claridad de los conceptos hasta ahora vistos.

Posterior a este momento se procedía a completar los talleres propuestos en la sección "RECRÉATE Y APRENDE" siendo resueltas un 80% de las situaciones y socializados en el salón de clases. Fue curiosa la manera en que el pequeño repaso motivó a los estudiantes participar en dicho momento.

En la sección ¡SOY CREATIVO! el 70% logró encontrar la superficie sugerida, el 30% restante no alcanzó a llegar a este punto, pues estuvo un poco demorada la solución de las situaciones presentadas en la sección anterior por su extensión. La solución fue socializada al final de clase, cuando entregaron las carpetas en las que coleccionaban los talleres

GIMNASIO JOSÉ ALEJANDRO PERALTA

TALLER Nº 6

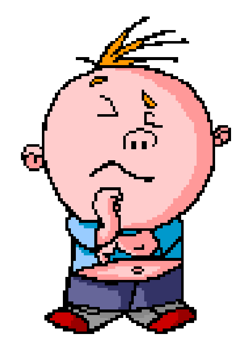
PRODUCTOS NOTABLES Y TRINOMIOS CUADRADOS PERFECTOS

OBJETIVOS:

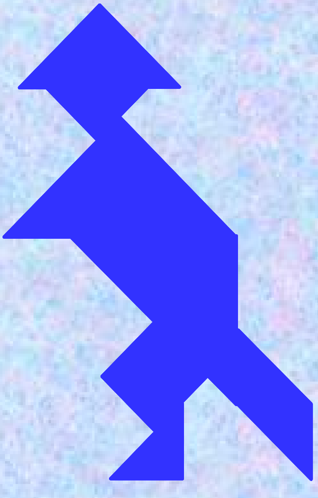
- Reconocer la importancia entre el producto notable suma y su solución dada en forma de trinomio cuadrado perfecto
- Reconocer la equivalencia entre el producto notable resta y su solución dada en forma de trinomio cuadrado perfecto
- Transformar un trinomio cuadrado perfecto en un trinomio elevado al cuadrado

SITUACIÓN:

Con las fichas que hay a continuación, construye un cuadrado.
¡Puedes tomar el número de fichas que necesites!



x^2 xy y^2



¿ Cuál es el área del cuadrado que construiste?

GIRON
GIMNASIO JOSE A. PERALTA

CONSTRUYE PASO A PASO

Realiza las siguientes multiplicaciones construyendo las nuevas superficies

- (x+1)*(x+1)
- (2x+3)*(2x+3)
- (5y+2x)*(5y+2x)

1. ¿Qué forma tiene las nuevas construcciones?

Justifica

2. Además de tener la misma forma, ¿todos los productos tienen el mismo número de términos? ¿Porqué?

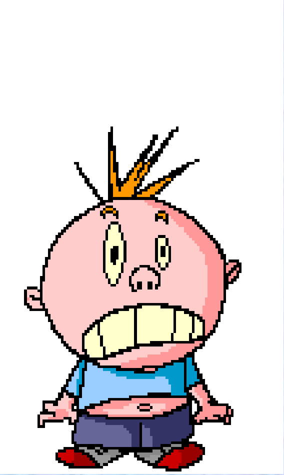
3. Ordenando esos términos en forma descendente, ¿qué relación hay entre el primero y el segundo término del producto realizado?

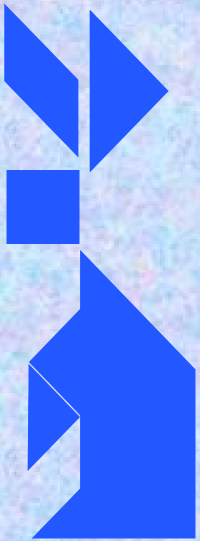
4. Responde, ¿esto es común en todos los productos realizados?

Justifica

5. Sucederá lo mismo con todos las superficies que construiste?

Justifica





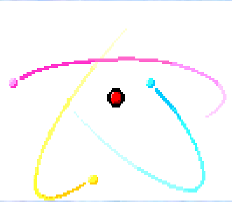
SABÍAS QUE....

Al construir superficies de lados **a + b** , el área de la nueva superficie será:

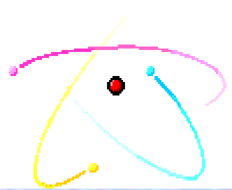
$$(a+b)*(a+b)= (a+b)^2 = a^2+ 2ab + b^2$$

A este producto lo llamaremos **PRODUCTO NOTABLE SUMA**

¡ Construye las nuevas superficies con los siguientes polinomios y, responde las preguntas 1,2,3,4 y 5 del punto anterior !



- $(x-1)*(x-1)$
- $(2x-3)*(2x-3)$
- $(5y-2x)*(5y-2x)$

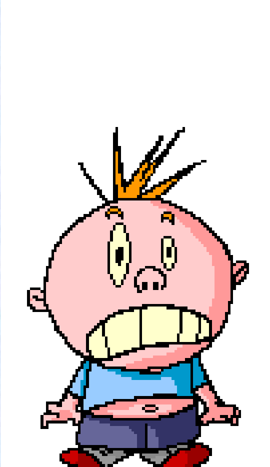


SABÍAS QUE ...

Al construir superficies de lados **a - b** , el área de la nueva superficie será:

$$(a-b)*(a-b)= (a-b)^2 = a^2- 2ab + b^2$$

A este producto lo llamaremos **PRODUCTO NOTABLE RESTA**



Todas las superficies que se construyan con tres tipos de fichas o términos y sean cuadrados, las llamaremos: **TRINOMIOS CUADRADOS PERFECTOS**

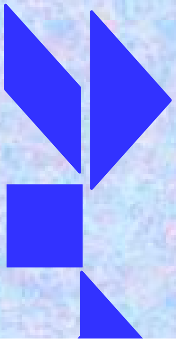
¿Todo **PRODUCTO NOTABLE** SUMA O RESTA será **TRINOMIO CUADRADO PERFECTO**? Justifica

¿Todo **TRINOMIO CUADRADO PERFECTO** suma o resta será **PRODUCTO NOTABLE** (SUMA O RESTA)? Justifica

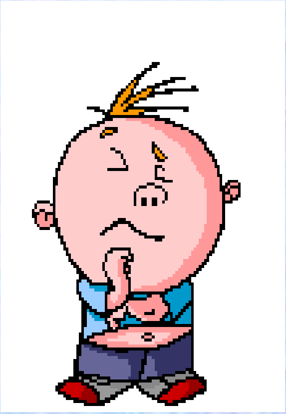
RECRÉATE Y APRENDE

Construye las siguientes superficies e identifica los productos notables SUMA o RESTA. ¿Qué sucede con las otras superficies?

- (4x-3)*(4x-3)
- (4y-1)*(4y+1)
- (3x-3)*(3x-3)
- (5x+2)*(5x+2)
- (3x+2)*(3x-2)
- (y+7)*(y+7)



¡Si no te alcanzan las fichas, únete con un compañero y realízalo!



¡ SOY CREATIVO !

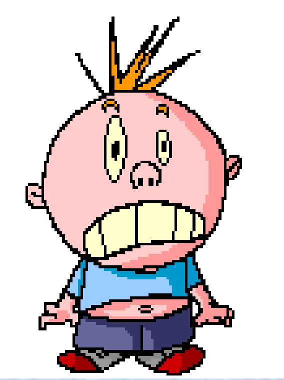
Encuentro la medida de los lados de los cuadrados cuyas áreas son:

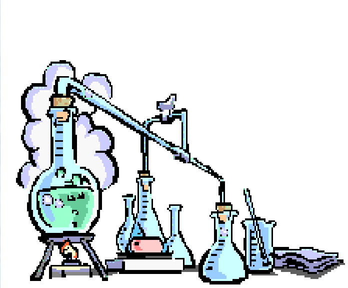
- $49-14y+y^2$
- $9x^2-18x+9$
- X^4+8x^2+16
- $25x-10xy+y^2$
- $36-24x+4x^2$
- $4x^2+12xy+9y^2$
- $y^2-2xy+x^2$

- Clasifico los siguientes trinomios e identifico CUADRADOS PERFECTOS, y los expreso como PRODUCTOS NOTABLES

- $35x^2-24x+36$
- $36x^2-24x+4$
- $9x^4+6x^2+1$
- X^4+1-2x^2
- $1+9x^2-6x$

¿PODRÍAS HACERLO SIN EL MATERIAL?





RESULTADOS

TALLER 6.
PRODUCTOS NOTABLES Y TRINOMIOS CUADRADOS PERFECTOS

Las soluciones gráficas a la situación propuesta para este taller fueron muy variadas pues los estudiantes buscaban que su cuadrado fuera el más “original” y/o el más grande. Las soluciones simbólicas fueron dadas en términos de bases por alturas en un 80% y como suma de áreas en un 20% de la población .

A pesar de que los estudiantes reconocen al cuadrado como el cuadrilátero que tiene todos sus lados iguales, y que el valor del área corresponde al producto de dos de sus lados para los estudiantes no es tan evidente el reconocimiento de esta propiedad con las construcciones hechas, pues en la formación que tiene el estudiante no está contemplada el anticiparse a los hechos; sin embargo después de muchas preguntas orientadas por el docente, el estudiante logra captar la idea. Sin embargo, para varios estudiantes fue difícil construir una generalización.

La gran mayoría de los estudiantes identifica rápidamente cuándo un trinomio es cuadrado perfecto y cuándo no lo es, igualmente identifica cuándo es producto notable suma o resta, pero no con la misma habilidad o rapidez predican cuando un trinomio es cuadrado perfecto es producto notable suma o resta. Después de realizar muchas de las operaciones indicadas la mayoría de los estudiantes (80%) dedujo que a cada trinomio cuadrado perfecto le corresponde un producto notable suma o resta. Es decir que los dos conceptos sugieren la construcción de un cuadrado.

A los estudiantes se les facilita más tener un cierto número de fichas (términos) y construir un cuadrado, que tener un cuadrado e identificar a que expresión corresponde su base y su altura.

La pregunta hecha al final de la sección ¡SOY CREATIVO! sugiere que el estudiante se confronte a cierta expresión y sea capaz de predecir si es trinomio cuadrado perfecto o no, igualmente producto notable, suma o resta. En la búsqueda de las respuestas algunos de los estudiantes se dieron cuenta de un error de texto en el taller, corregido en la versión entregada, esta situación da lugar a varias interpretaciones y enfrenta al estudiante con lo que se aprendió en clase, esto dio pie para examinar y replantear dicho enunciado (antiguamente $x^4 - 2xy + x^2$, y en la versión corregida $y^2 - 2xy + x^2$).Esta situación es resuelta sólo por el 40% de los estudiantes; y los demás manifiestan que falta un poco más de tiempo para el desarrollo de los talleres; tal vez teniendo en cuenta las diferencias individuales de los estudiantes con mayor dedicación de tiempo podría responder con tranquilidad un 70% de la población. Sin embargo, este porcentaje es satisfactorio teniendo en cuenta que la muestra que se tomó para la aplicación de estos talleres corresponde a una parte representativa del grado octavo; aclarando que los que resolvieron dicha pregunta no son precisamente los más aventajados de la clase.

GIMNASIO JOSÉ ALEJANDRO PERALTA

TALLER Nº 7

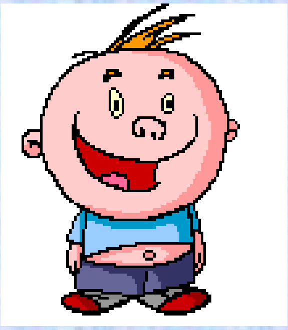
FACTORIZACIÓN

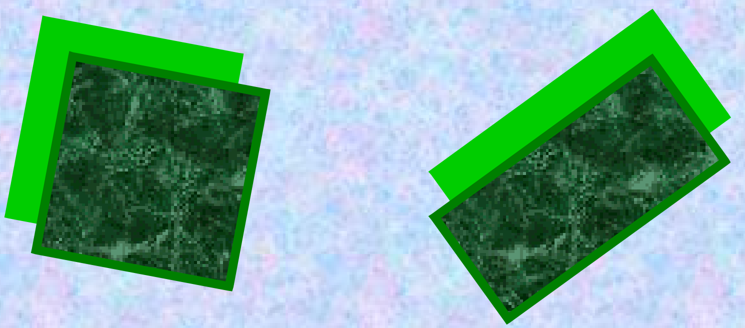
OBJETIVOS:

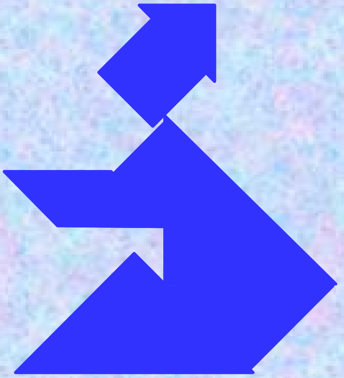
- Reconocer el concepto de factorización como la posibilidad de expresar un polinomio como producto de factores
- Hacer uso de las fichas y el plano ROJO-AZUL en el proceso de descomposición de una expresión algebraica

SITUACIÓN:

¿Puedes construir un cuadrado y un rectángulo de igual área, con los mismos términos?







CONSTRUYE PASO A PASO

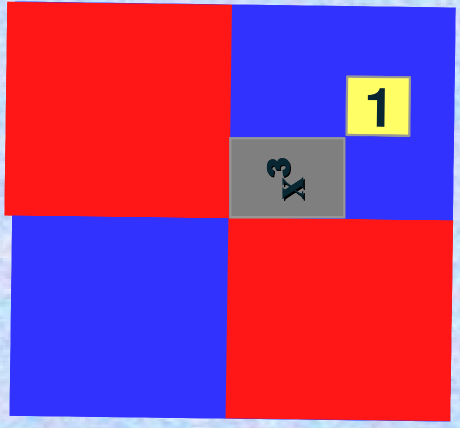
Antes de empezar la FACTORIZACIÓN de un polinomio dado, necesitas saber en qué consiste el proceso de SUMAR CEROS:

"Esto es, sumar ceros significa que por cada ficha que ponga sobre la parte azul, debe poner otra, de la misma área pero en la parte roja"

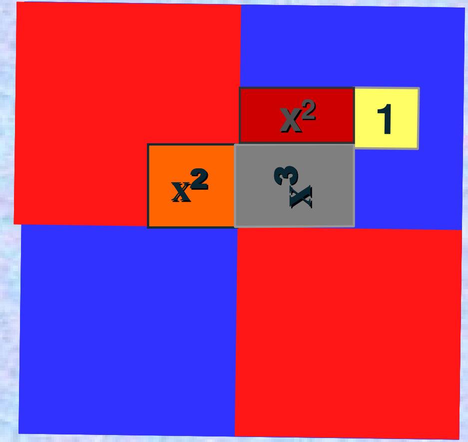
Ahora pon mucha atención a la FACTORIZACIÓN del polinomio

x^3+1

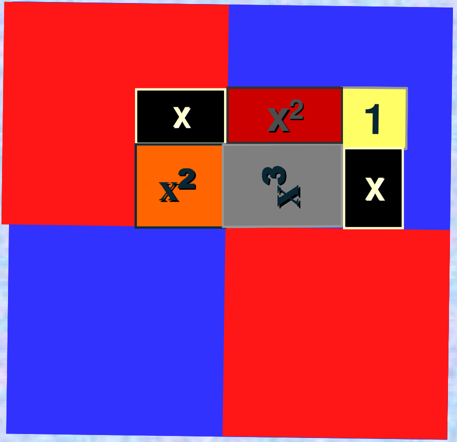
Ubica los polinomios

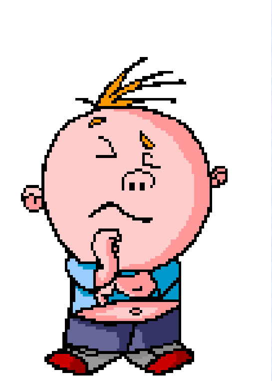


Suma ceros



Completa la superficie

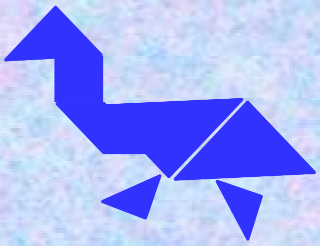




La nueva superficie tiene de base x^2-x+1 y de altura x+1.

Es decir, el área de dicho rectángulo se puede expresar como:

$$X^3 + 1 = (x^2 – x + 1)*(x + 1)$$



Entonces, el polinomio $X^3 + 1$
se puede expresar como el producto de los factores:
$x^2 - x + 1$ y $x + 1$

SABÍAS QUE….

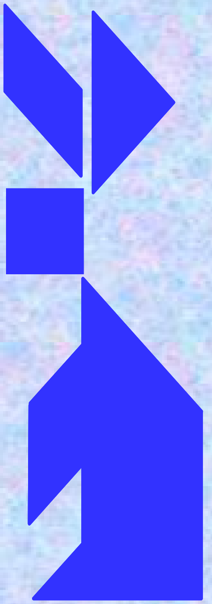
Se llaman factores de un polinomio o expresión algebraica, a las expresiones que multiplicadas entre sí dan como producto el polinomio inicial.

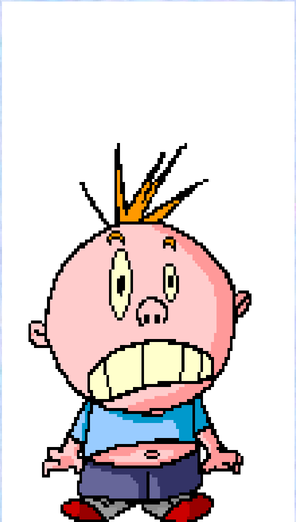
RECRÉATE Y APRENDE

Realiza la factorización de los siguientes polinomios.

- x^2+xy
- x^3-4x^4
- $5xy + 15y^2$
- x^3-x^2+x
- $2x^2-x+x^3-x^4$

- $5y^2-4xy$
- $4x^2-2x^3+6x+8x^4$
- $6x^2-3x+9x^3$
- $5x^2-15x^3+10x$
- $12x-4x^3+6x^4$





¡ SOY CREATIVO !

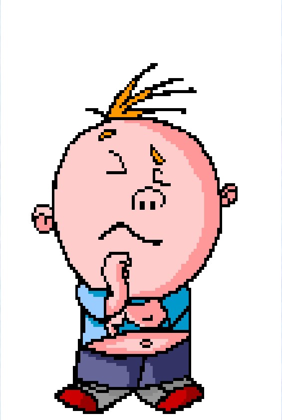
¡Encuentro el mayor número de superficies que tengan como factores los siguientes y respondo ¿cuántas superficies puedo encontrar? Justifico

y

3

2

1



RESULTADOS

TALLER 7.
FACTORIZACIÓN

Sólo el 30% de los estudiantes dio solución a la situación inicial presentada en este taller manifestando que para cierto conjunto de términos existe más de una construcción (cuadrada y rectangular). Uno de los ejemplos utilizados para la solución a la situación fue: $4x^2 + 4x + 1$. Utilizando fichas naranjadas, negras y amarillas para formar un cuadrado y utilizando fichas rojas, negras y amarillas para formar un rectángulo. El 70% restante estuvo de acuerdo con dichas argumentación y al 40% de esos estudiantes encontró otros ejemplos para representar esta situación.

Este taller es resuelto en menos tiempo del que se tenía pensado, pues a los estudiantes se les facilita el ejercicio de rellenar superficies y encontrar el esqueleto de cierta construcción.

Para la sesión ¡SOY CREATIVO! Se consideró la posibilidad de desarrollarlo por pareja , tomando cada una de ellas cualquiera de los ejercicios propuestos en esta parte. Uno de los estudiantes manifestó en voz alta que el proceso de encontrar mayor número era “aburrido” pues ya llevaba 5 construcciones y su pareja otro tanto y él pensaba que salían muchas más, entonces el resto de sus compañeros suspendió el proceso que hasta allí llevaban y concluyeron que el proceso era “infinito”(con palabras de ellos: son muchos, bastantes, mas de cierta cantidad, entre otros). Se observó que la mayoría de los estudiantes escogió el primero y segundo enunciado.

GIMNASIO JOSÉ ALEJANDRO PERALTA

TALLER Nº 8

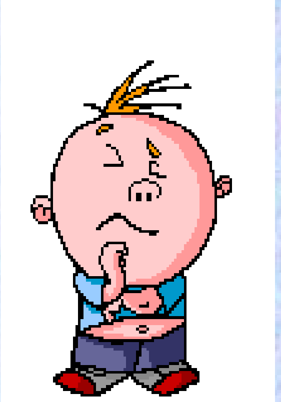
DIFERENCIA DE CUADRADOS

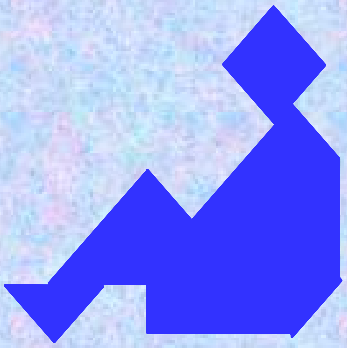
OBJETIVO:

- Construir la generalización de la fórmula de diferencias de cuadrados perfectos, haciendo uso de las fichas y el plano ROJO-AZUL

SITUACIÓN:

Se quiere ubicar una caseta de comidas rápidas, que ocupa un área cuadrada de x^2 en una parte central ubicada de un parque de área y^2, ¿qué parte del parque quedaría desocupada, si no se cuenta con el área de la caseta?





CONSTRUYE PASO A PASO

Utiliza la construcción de nuevas superficies para realizar las siguientes diferencias de cuadrados perfectos

X^2-y^2

1-y^2

25-$16x^4$

9-x^2

$49x^2$-$4y^2$

$9x^4$-$16y^2$

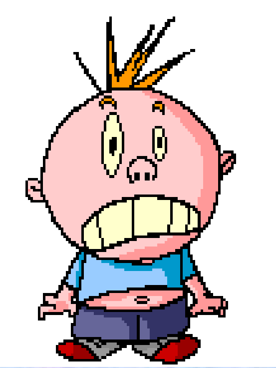
¿Cuál es la factorización que corresponde a cada uno de los polinomios anteriores?

¿Cuántos factores tiene cada descomposición? ¿Porqué?

¿Qué tienen en común dichos factores? ¿Porque?

¿Ocurrirá lo mismo con diferencias entre otros cuadrados perfectos?

Justifica



SABÍAS QUE....

La diferencia entre cuadrados perfectos a^2 y b^2 corresponde al siguiente producto de factores:

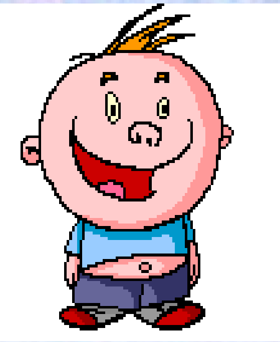
$$a^2 - b^2 = (a-b) * (a+b)$$

RECRÉATE Y APRENDE

Encuentra los cuadrados perfectos que corresponden a

los siguientes factores

- $(4-x^2)*(4+x^2)$
- $(5-16x)*(5+ 16x)$
- $(1-x^2)*(1+x^2)$
- $(x^2-4)*(x^2+4)$
- $(y-x)*(y + x)$
- $(2-3x)*(2+3x)$
- $(x-y)*(x+y)$
- $(2y-2x)*(2y+2x)$

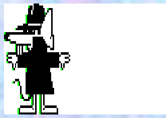


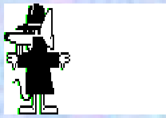
¿Qué sucede si invierto el orden de los factores?

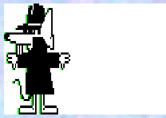
Justifica

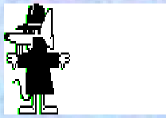
¡ SOY CREATIVO !

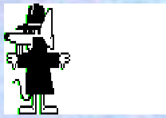
¡Encuentro el factor que hace falta para obtener una diferencia de cuadrados perfectos, y construyo la nueva superficie!

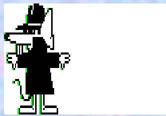

x^2

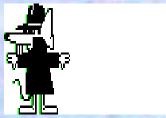

x

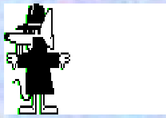

-x

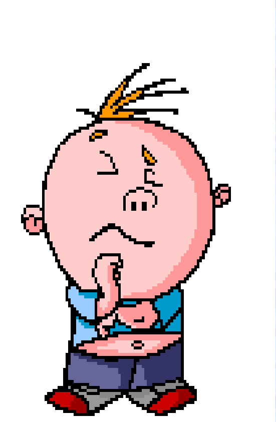

-5


y


2


^{2}


-1



RESULTADOS

TALLER 8.
DIFERENCIA DE CUADRADOS

A diferencia de las otras situaciones planteadas al inicio de cada taller, la situación planteada inicialmente, fue leída en voz alta para que los estudiantes dieran solución a esta, uno de ellos manifestó que ese problema se parecía al del corredor y el parque planteado en la prueba diagnóstica y que sugería una resta de áreas. Sin encontrarse una solución precisa a esta situación y después de mucha socialización, la situación fue dejada como tarea para discutir en conjunto con todos los estudiantes. Esta fue resuelta correctamente en el plano ROJO – AZUL después de haber conocido cómo se efectuaba la solución de varias situaciones en la sección ¡CONSTRUYE PASO A PASO!.

Este taller resultó ser el complemento, por decirlo de alguna manera, del taller 7, debido a la habilidad que desarrollaron en el proceso de factorización de polinomios. Fue entonces muy fácil llevarlos al concepto de diferencia de cuadrados utilizando el relleno de superficies y luego factorizando. El 60% de los estudiantes manifestó que la factorización de una diferencia de cuadrados estaba compuesta por dos factores y que los dos contenían la misma expresión. El 30% de los estudiantes manifestó que los dos factores contenían los mismos términos a diferencia del signo que los separaba.

Como se esperaba, en la solución de la sección ¡SOY CREATIVO!, los estudiantes encontraron rápidamente el factor faltante en la diferencia de cuadrados; en algunos casos (un 30%) sin necesidad de construir su representación gráfica.

GIMNASIO JOSÉ ALEJANDRO PERALTA

TALLER Nº 9

TRINOMIOS CUADRADOS DE LA FORMA x^2+bx+c y ax^2+bx+c

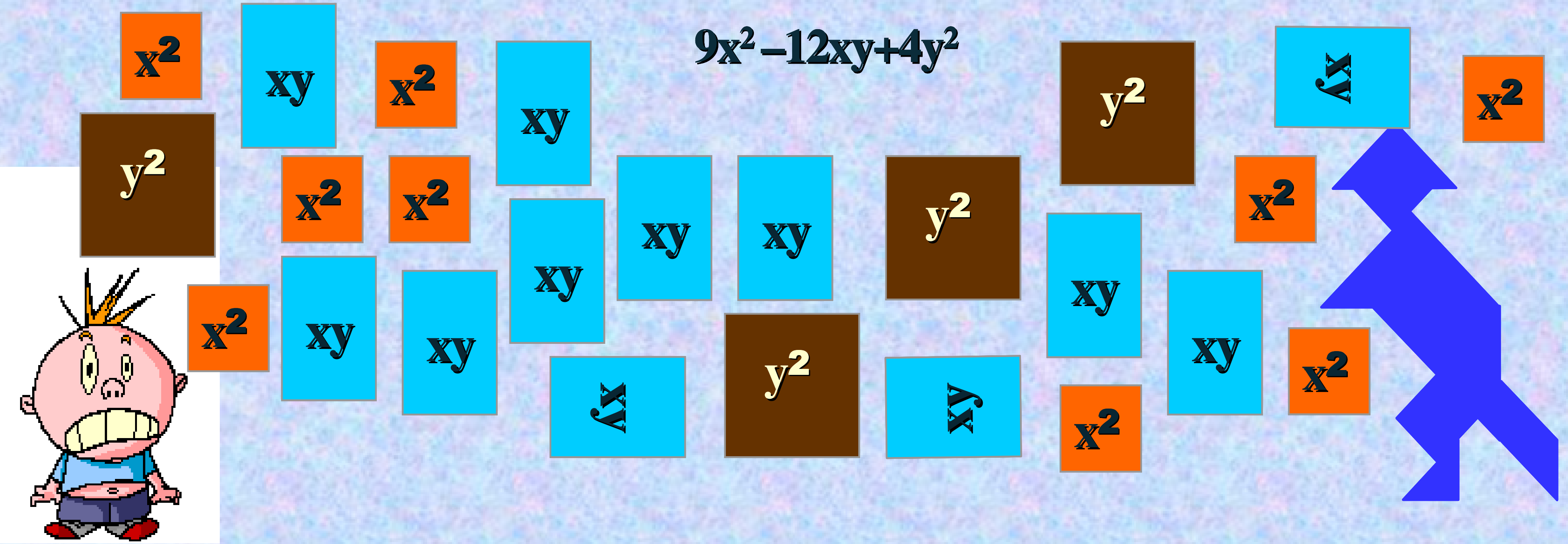
OBJETIVOS:

- Descomponer trinomio "factorizables" utilizando la factorización "clásica " con fichas y plano ROJO-AZUL

SITUACIÓN:

Encuentra la superficie (cuadrada o rectangular) que está compuesta por el polinomio:

$$9x^2-12xy+4y^2$$

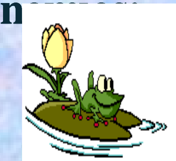


CONSTRUYE PASO A PASO

Realiza la descomposición factorial, sobre el plano, de cada uno de

los siguientes polin


x^2+5x+6


$y^2+5y-14$


x^4-2x^2-15


$y^2-7y+12$


x^4-9x^2+8


$y^2+5y-24$

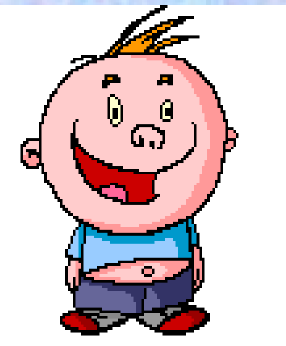
¿Cuántos factores tiene cada una de las anteriores descomposiciones?Justifica

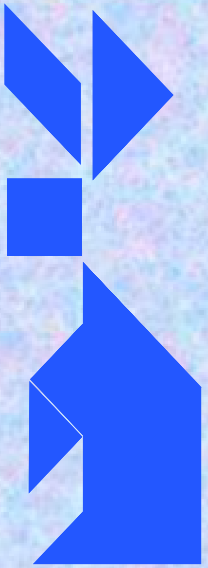
---

SABÍAS QUE....

La descomposición factorial de los trinomios de la forma
$x^2 + bx + c$, corresponde a dos factores:
$(x+d)*(x+e)$, de tal forma que:
$d*e=c$ y $d+e= b$

¡Compruébalo con las descomposiciones que encontraste!





RECRÉATE Y APRENDE

Atrévete a realizar las descomposiciones de los siguientes

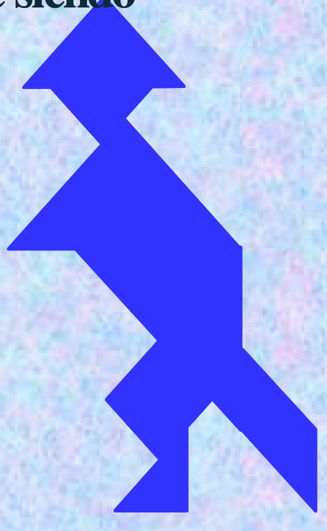
polinomios

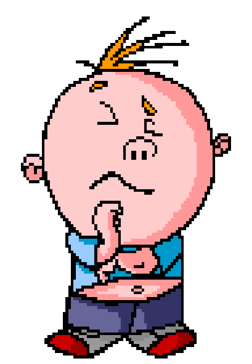
- x^2+3x-2
- ${}^2-5x-2$
- x^2+7x+2
- ${}^2+13x-6$

¡utiliza la suma de ceros si es necesario!

SABÍAS QUE....

Así como sumas ceros a un polinomio, puedes multiplicar por 1 y el polinomio sigue siendo el mismo.

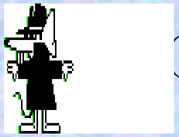


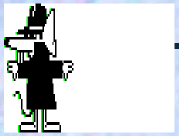


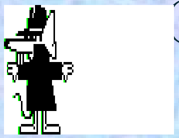
¡Realiza la factorización de esos polinomios, teniendo en cuenta que siempre debes completar una superficie (cuadrada o rectangular)!

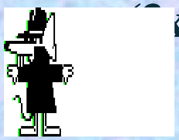
¡SOY CREATIVO!

Encuentro el polinomio cuyos factores son


(3x+4)(x-7)

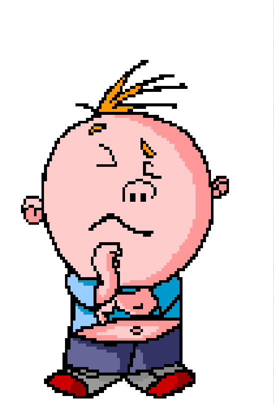

-3)(8x+2)


(2x+1)*(2x-2)


x+4)*(x-3)

Encuentro el factor que hace falta a la izquierda para que se obtenga el polinomio ubicado a la derecha:

(2x-3)	$P(x)= 6x^2-7x-3$
(x+2)	$Q(x)= 2x^2+3x-2$
(3x-2)	$R(x)=3x^2-5x-2$
(3x+2)	$S(x)=6y^2+7y+2$
(4x+3)	$T(x)=4x^2+15x+9$



RESULTADOS

TALLER 9.
TRINOMIOS DE LA FORMA $x^2 + bx + c$,y, $ax^2 + bx + c$

Las situaciones planteadas en la sección ¡CONSTRUYE PASO A PASO! fueron resueltas de una manera muy eficiente pues se trabajó por parejas, y cada pareja tenía dos de los problemas planteados. Esto permitió que la socialización fuera mas enriquecedora para los estudiantes pues las construcciones de las superficies se hacían de ciertas posiciones según la forma en que los estudiantes colocaron el plano ROJO – AZUL. La socialización final de esta sección correspondió a la comprobación de la fórmula para los trinomios de la forma $x^2 + bx + c$.

La sección ¡RECRÉATE Y APRENDE! se dificultó un poco y en la búsqueda de soluciones a los cuatro problemas presentados casi se dobló el tiempo de trabajo con respecto a la sección anterior, trabajando las mismas parejas, pero finalmente se dio solución a cada uno de ellos. Estos cuatro problemas hacían referencia a polinomios de la forma $x^2 + bx + c$.

La sección ¡SOY CREATIVO! igual que la sección ¡RECRÉATE Y APRENDE! se desarrolló pero con mucha demora debido a que en las situaciones aumentó el grado de dificultad con respecto a las secciones anteriores, pues de alguna forma recopilaba procesos anteriores; sin embargo, esta se resolvió en su mayoría, contando con la mismas parejas. Los resultados obtenidos fueron óptimos pues este taller sólo pretendía abarcar los trinomios d la forma $x^2 + bx + c$, y en su solución exigía la realización de algunas operaciones un poco más avanzadas.

4. CONCLUSIONES

1. Para realizar los talleres se necesita:

   ◆ Un espacio adecuado para que los estudiantes trabajen con comodidad y mantengan la atención.

   ◆ Tiempo no limitado y bien distribuido, para que los estudiantes puedan explorar alternativas y sean creativos en las soluciones.

   De esta manera se pudo observar además, que los estudiantes mantuvieron vivo el interés por el desarrollo de la mayoría de los talleres, exceptuando los últimos dos talleres, debido a que el tiempo en el que se aplicó era muy corto y la extensión de los talleres requerían de mayor espacio-temporal.

2. En algunos de los talleres, cuando se presentaron errores de texto, se aprovecharon para que los estudiantes elaboraran propuestas para su corrección y pensar en argumentar su propuesta.

3. La idea de integrar el álgebra con el cálculo de áreas, aunque necesitó de un poco más de tiempo, permitió mejor comprensión de los casos de factorización pues los estudiantes integraron exitosamente las áreas de las superficies con la interpretación algebraica que de ellas se pude tener.

5. RECOMENDACIONES

Se debe hacer énfasis en que la comprensión de lectura no corresponde únicamente al área de Español; incrementar el proceso de comprensión lectora beneficia la inmediata comprensión de situaciones problemas.

El desarrollo de los talleres en forma secuencial, permite a los estudiantes avanzar según su propio ritmo de aprendizaje, por eso es importante que los talleres sean aplicados en ese orden, ya que su organización va desde el proceso más sencillo de exploración y observación, hasta llegar a la conceptualización.

Es conveniente seguir experimentando modelos didácticos que permitan la significación en cada uno de los conceptos que se ofrezcan dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje. La aplicación de estos modelos didácticos, deben proporcionar ambientes ricos en acción, reflexión y comunicación, no sólo oral, sino también escrita, donde manifiesten todos sus alcances conceptuales.

BIBLIOGRAFÍA

[1] BALDOR, A. *Álgebra.* Madrid: Cultural Centroamericana, S.A., 1.978

[2] BOYER, C. *Historia de la matemática.* Madrid: Editorial Alianza, 1.969

[3] BAQUERO, R. *Vigotsky y el aprendizaje escolar - psicología cognitiva y educación.* Segunda edición. Ed. Aique. Argentina: 1.997

[4] BOXLER, C. *Los jinetes eran mujeres.* Ediciones Paulinas. Bogotá: 1.985

[5] CASTRO, A. *La psicología educativa en la formación de docentes.* Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga: 1.995

[6] CHEVELLARD, Y. *La Transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado.* Ed. Argentina. Argentina: 1.991

[7] DIMATÉ C., Sofía y RODRÍGUEZ S., Benjamín. *Matemáticas con tecnología aplicada*. Ed. Prentice de Colombia. Bogotá: 1.996

[8] FLÓREZ P., A. *Acción, comunicación y reflexión: componentes esenciales para entender matemáticas* en Perspectivas en educación matemática. México: Grupo Editorial Iberoamérica, 1.996.

[9] GARCÍA, J. *Didáctica de las ciencias, resolución de problemas y desarrollo de la creatividad.* Ed. Colciencias. Medellín: 1.998

[10] JÁCOME, O. *La caja de polinomios.* Universidad de Nariño. Pasto: 2.000

[11] MEN. *Estándares básicos de Matemáticas y Lenguaje- educación Básica y Media.* Ed MEN. Bogotá: 2.003

[12] MESA, O. *Contextos para el desarrollo de situaciones problema en la enseñanza de las matemáticas.* Ed Grupo Impresor. Bogotá: 1.998

[13] ORTON, A. *Didáctica de las Matemáticas.* Segunda edición. Ed Morata. España: 1.996

[14] OSORIO, R. *Hacia un didáctica de la Geometría: aportes y reflexiones (material de clase).*Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga: 2.002

[15] OSORIO, R. *Seminario II: Investigación en Educación (material de clase).*Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga: 2.003

[16] TONUCCI, F. *La investigación como alternativa a la enseñanza: ¿Enseñar o Aprender?.* Segunda edición. Ed. Laboratorio Educativo. Venezuela: 1.999

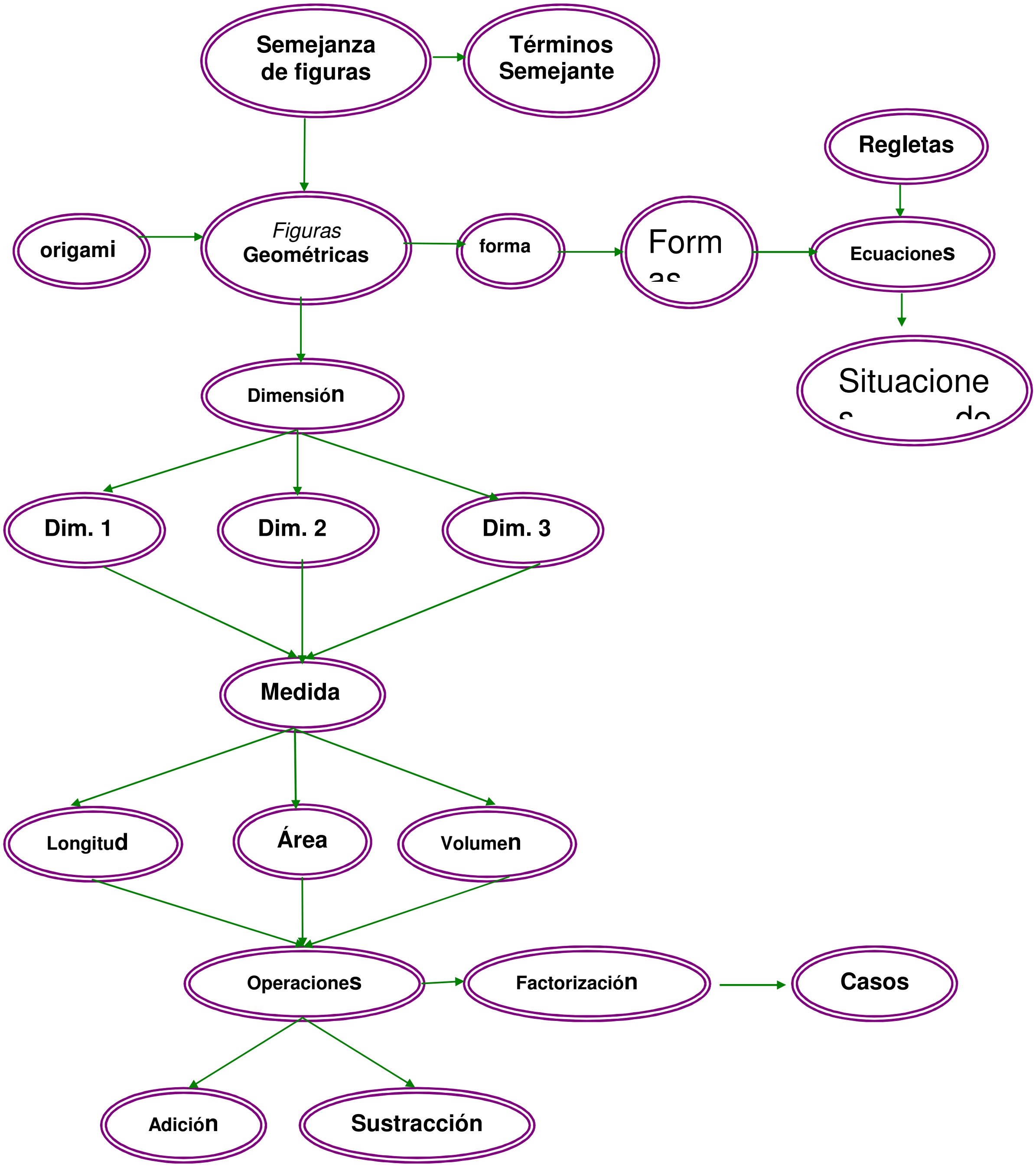
[17] VALDERRAMA, J. *5 AÑOS DE OLIMPIADAS Matemáticas para primaria (1.985- 1.989).* Ed. Corporación Universitaria Antonio Nariño. Bogotá: 1.999

[18] ZUKCERMAN, H. *Introducción a la Teoría de Números.* Ed Limusa-Wiley. México: 1.969

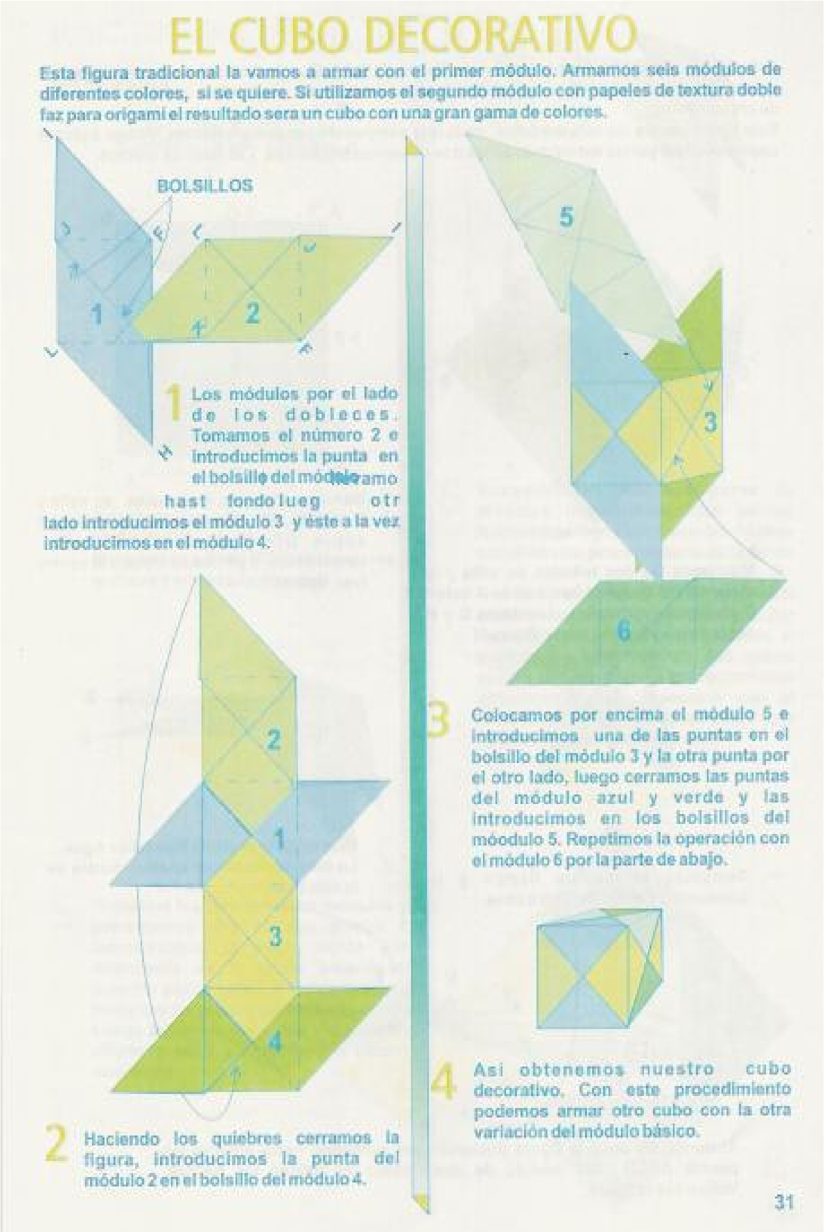
[19] Artículo: *Componentes de la historia del Álgebra- texto de Al-Khwarizmi restaurado.* Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Valencia. Coordinación de Innovación Educativa- QFB- UMSNI: 2.001

ANEXOS

EL CÁLCULO DE ÁREAS COMO UN SOPORTE SIGNIFICATIVO PARA LA FACTORIZACIÓN ALGEBRAICA



ANEXO B.
MODELO DE CUBO



EL CUBO DECORATIVO

Esta figura tradicional la vamos a armar con el primer módulo. Armamos seis módulos de diferentes colores, si se quiere. Si utilizamos el segundo módulo con papeles de textura doble faz para origami el resultado sera un cubo con una gran gama de colores.

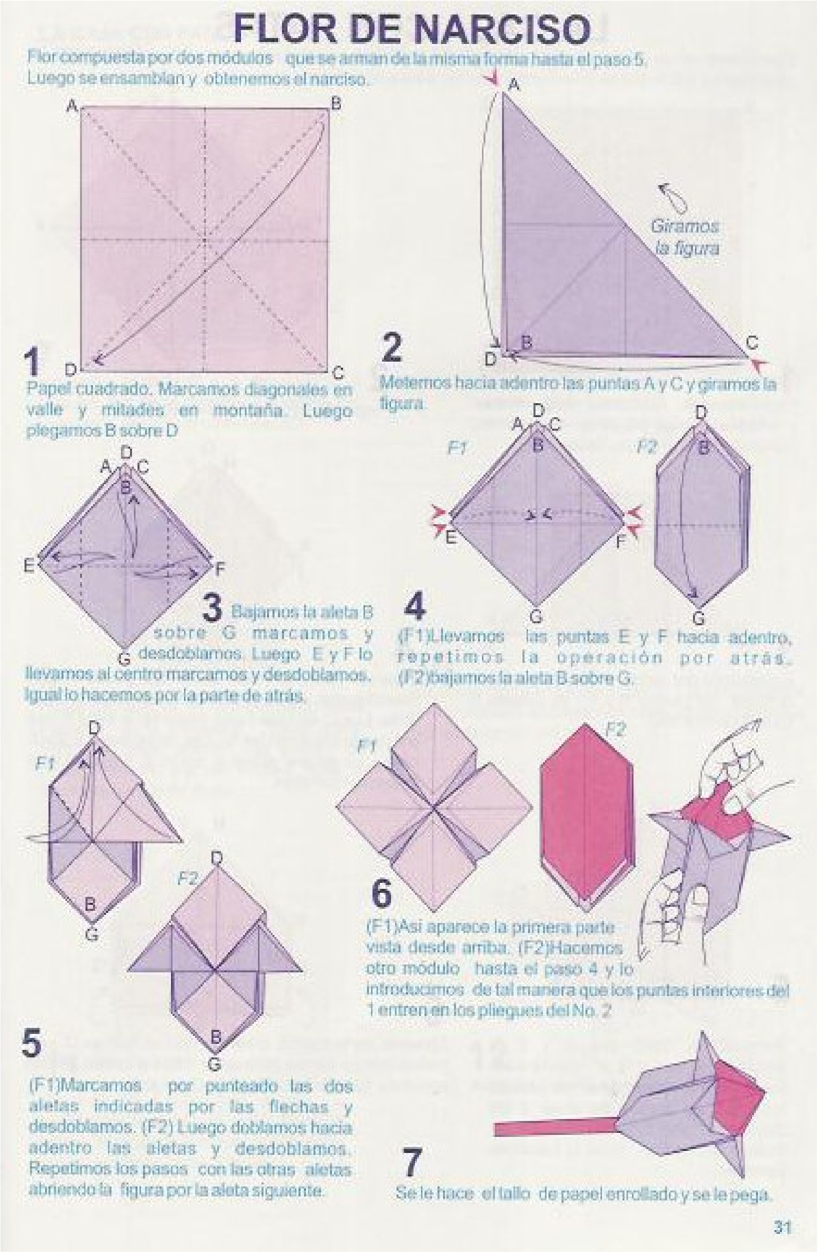
1 Los módulos por el lado de los dobleces. Tomamos el número 2 e introducimos la punta en el bolsillo del módulo llevamo hast fondo lueg otr lado introducimos el módulo 3 y éste a la vez introducimos en el módulo 4.

2 Haciendo los quiebres cerramos la figura, introducimos la punta del módulo 2 en el bolsillo del módulo 4.

3 Colocamos por encima el módulo 5 e introducimos una de las puntas en el bolsillo del módulo 3 y la otra punta por el otro lado, luego cerramos las puntas del módulo azul y verde y las introducimos en los bolsillos del móodulo 5. Repetimos la operación con el módulo 6 por la parte de abajo.

4 Asi obtenemos nuestro cubo decorativo. Con este procedimiento podemos armar otro cubo con la otra variación del módulo básico.

ANEXO C.
MODELO DE FLORES



FLOR DE NARCISO

Flor compuesta por dos módulos que se arman de la misma forma hasta el paso 5. Luego se ensamblan y obtenemos el narciso.

1 Papel cuadrado. Marcamos diagonales en valle y mitades en montaña. Luego plegamos B sobre D

2 Metemos hacia adentro las puntas A y C y giramos la figura.

Giramos la figura

3 Bajamos la aleta B sobre G marcamos y desdoblamos. Luego E y F lo llevamos al centro marcamos y desdoblamos. Igual lo hacemos por la parte de atrás.

4 (F1)Llevamos las puntas E y F hacia adentro, repetimos la operación por atrás. (F2)bajamos la aleta B sobre G.

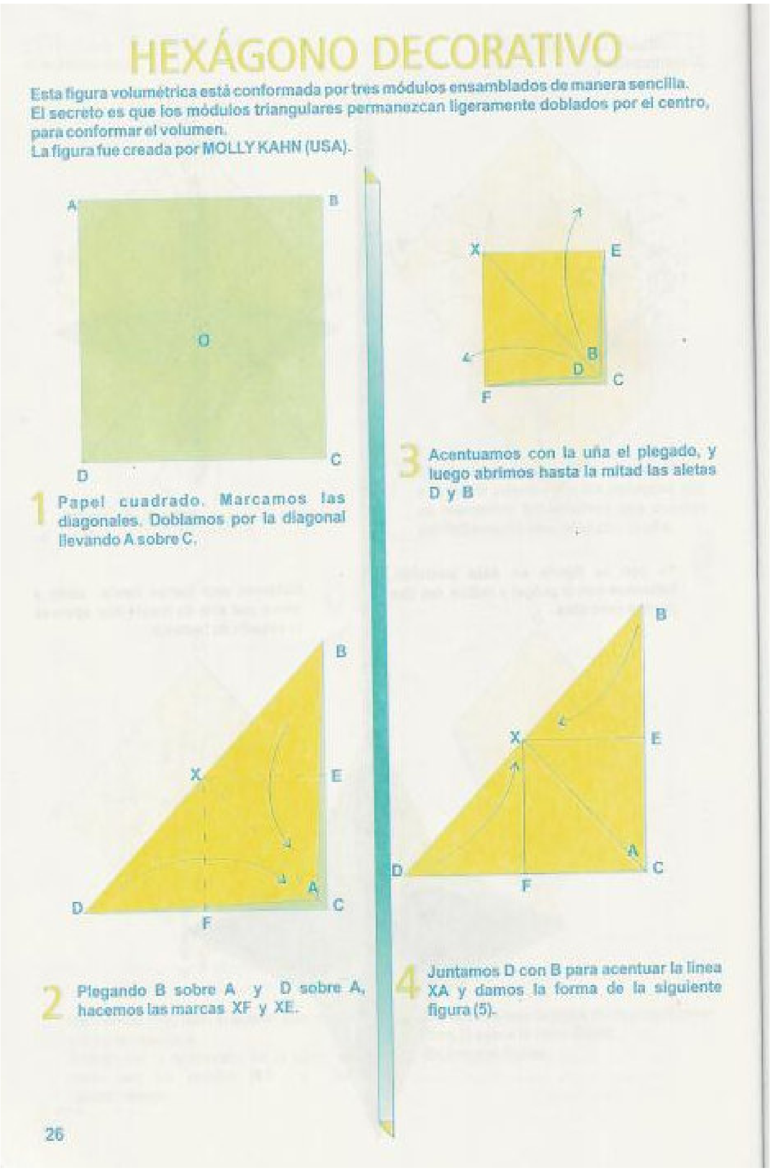
5 (F1)Marcamos por punteado las dos aletas indicadas por las flechas y desdoblamos. (F2) Luego doblamos hacia adentro las aletas y desdoblamos. Repetimos los pasos con las otras aletas abriendo la figura por la aleta siguiente.

6 (F1)Asi aparece la primera parte vista desde arriba. (F2)Hacemos otro módulo hasta el paso 4 y lo introducimos de tal manera que los puntas interiores del 1 entren en los pliegues del No. 2

7 Se le hace el tallo de papel enrollado y se le pega.

31

ANEXO D.
MODELO DE HEXÁGONO DECORATIVO



HEXÁGONO DECORATIVO

Esta figura volumétrica está conformada por tres módulos ensamblados de manera sencilla.
El secreto es que los módulos triangulares permanezcan ligeramente doblados por el centro, para conformar el volumen.
La figura fue creada por **MOLLY KAHN (USA)**.

1 Papel cuadrado. Marcamos las diagonales. Doblamos por la diagonal llevando A sobre C.

2 Plegando B sobre A y D sobre A, hacemos las marcas XF y XE.

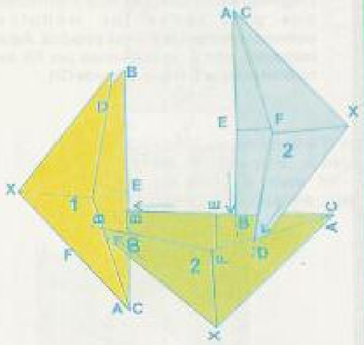
3 Acentuamos con la uña el plegado, y luego abrimos hasta la mitad las aletas D y B

4 Juntamos D con B para acentuar la línea XA y damos la forma de la siguiente figura (5).

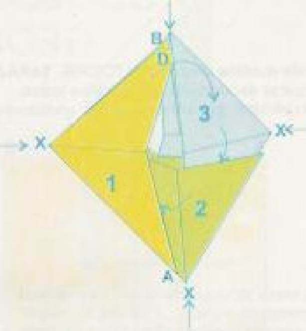
HEXÁGONO DECORATIVO

(Continuación)

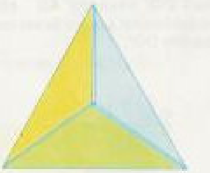
5 De esta manera obtenemos el módulo básico. Hacemos tres, preferiblemente de diferente color y empezamos a ensamblar.



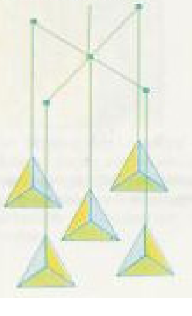
6 Tomamos el módulo 1 y abriendo un poco el doble papel de las aletas D y B del módulo 1 introducimos las aletas D y B del módulo 2 y lo empujamos hasta el fondo. Luego tomamos el módulo 3 y hacemos la misma operación sobre el módulo 2.



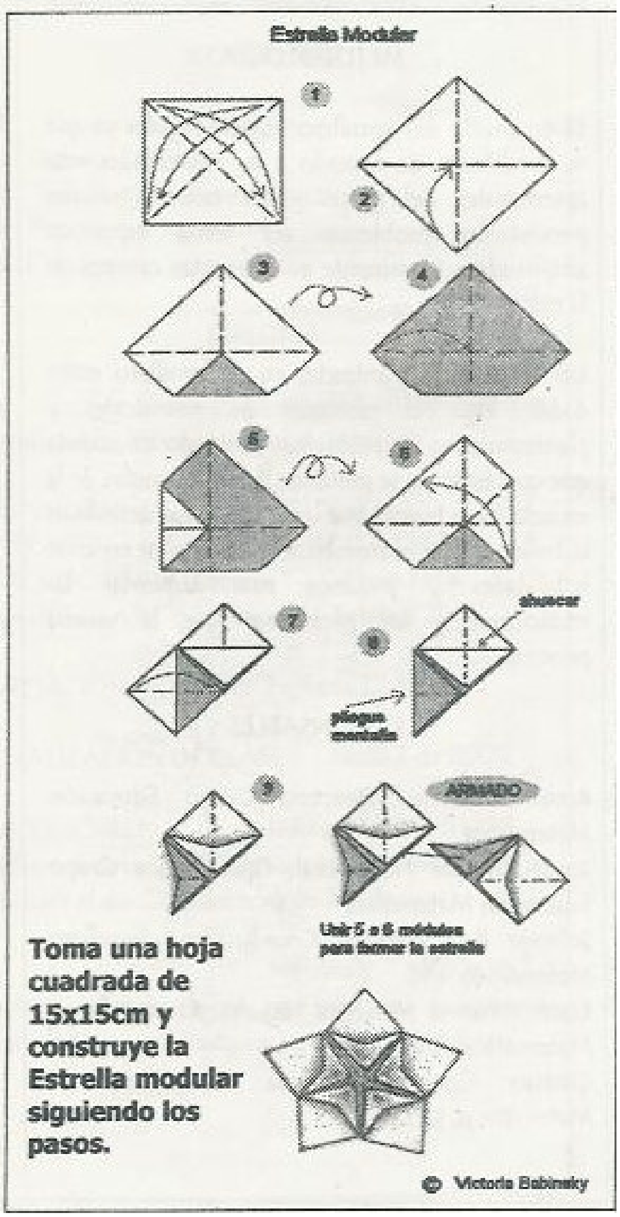
7 Manteniendo siempre el volumen que se va formando en el centro, introducimos por último las aletas B y D del módulo 1 dentro de las correspondientes del módulo 3, presionamos por las esquinas de cada módulo como lo indican las flechas hasta ajustarlos al centro perfectamente. Obtenemos un



8 El hexágono visto desde arriba presenta una forma triangular.
Con figuras de diferentes colores podemos hacer móviles.



ANEXO E.
MODELO DE ESTRELLA

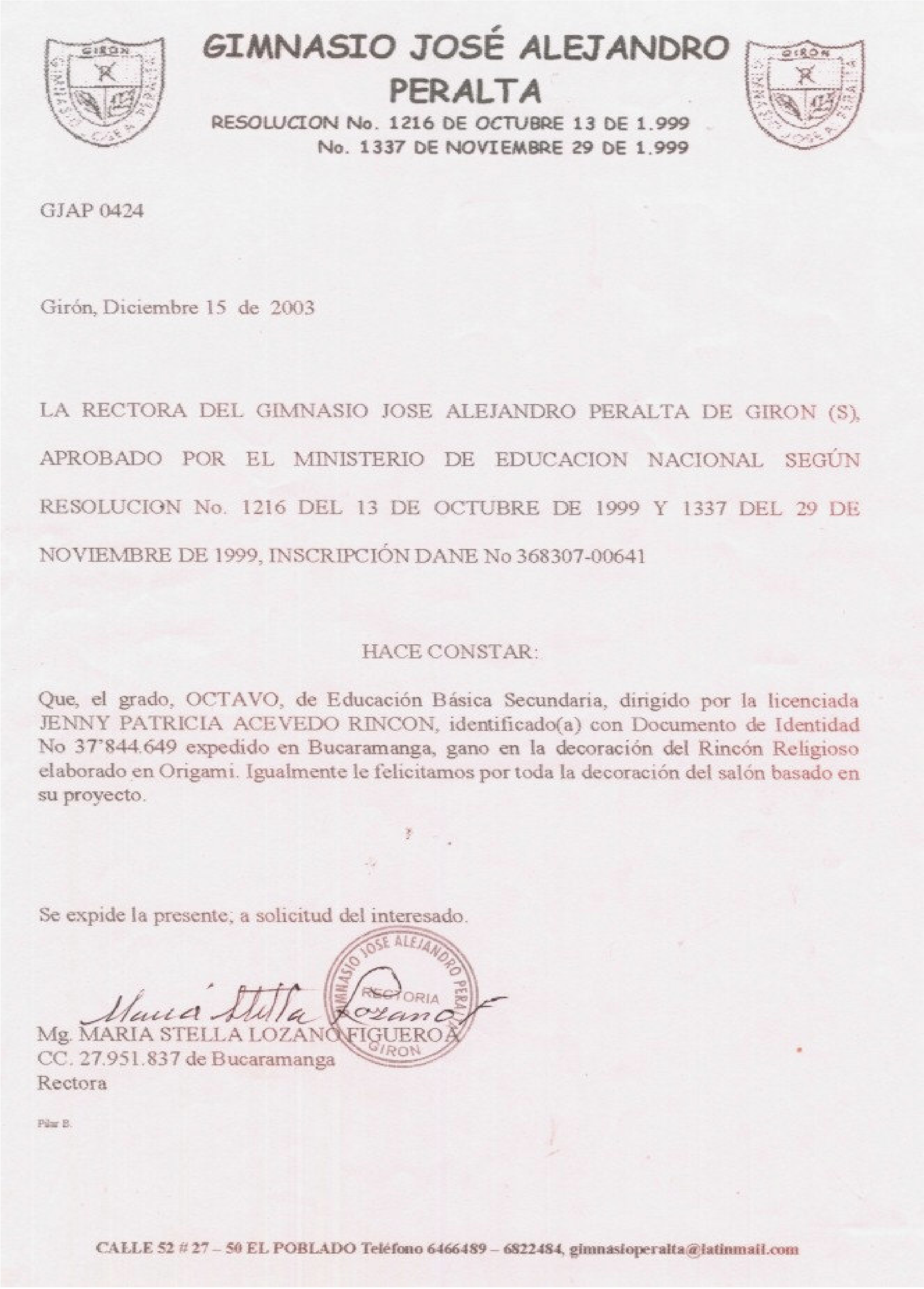


Toma una hoja cuadrada de 15x15cm y construye la Estrella modular siguiendo los pasos.

© Victoria Babinsky

ANEXO F.
DECORACIÓN DEL SALÓN DE 8º EN ORIGAMI: RINCÓN RELIGIOSO

ANEXO G.
CERTIFICADO DEL CONCURSO DEL RINCÓN RELIGIOSO



GIMNASIO JOSÉ ALEJANDRO PERALTA
RESOLUCION No. 1216 DE OCTUBRE 13 DE 1.999
No. 1337 DE NOVIEMBRE 29 DE 1.999

GJAP 0424

Girón, Diciembre 15 de 2003

LA RECTORA DEL GIMNASIO JOSE ALEJANDRO PERALTA DE GIRON (S), APROBADO POR EL MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL SEGÚN RESOLUCION No. 1216 DEL 13 DE OCTUBRE DE 1999 Y 1337 DEL 29 DE NOVIEMBRE DE 1999, INSCRIPCIÓN DANE No 368307-00641

HACE CONSTAR:

Que, el grado, OCTAVO, de Educación Básica Secundaria, dirigido por la licenciada JENNY PATRICIA ACEVEDO RINCON, identificado(a) con Documento de Identidad No 37'844.649 expedido en Bucaramanga, gano en la decoración del Rincón Religioso elaborado en Origami. Igualmente le felicitamos por toda la decoración del salón basado en su proyecto.

Se expide la presente, a solicitud del interesado.

Maria Stella Lozano F

RECTORIA

Mg. MARIA STELLA LOZANO FIGUEROA
CC. 27.951.837 de Bucaramanga
Rectora

Pilar B.

CALLE 52 # 27 – 50 EL POBLADO Teléfono 6466489 – 6822484, gimnasioperalta@latinmail.com

ANEXO H.
DECORACIÓN DEL SALÓN DE 8º ENORIGAMI: CUMPLEAÑOS

ANEXO I.
DECORACIÓN DEL SALÓN DE 8º EN ORIGAMI: ASEO

ANEXO J.
DECORACIÓN DEL SALÓN DE 8º EN ORIGAMI: HORARIO

ANEXO K.

DECORACIÓN DEL SALÓN DE 8º EN ORIGAMI: UBICACIÓN POR PUESTOS

ANEXO L.

DECORACIÓN DEL SALÓN DE 8º EN ORIGAMI:
RINCÓN CULTURAL

ANEXO M.

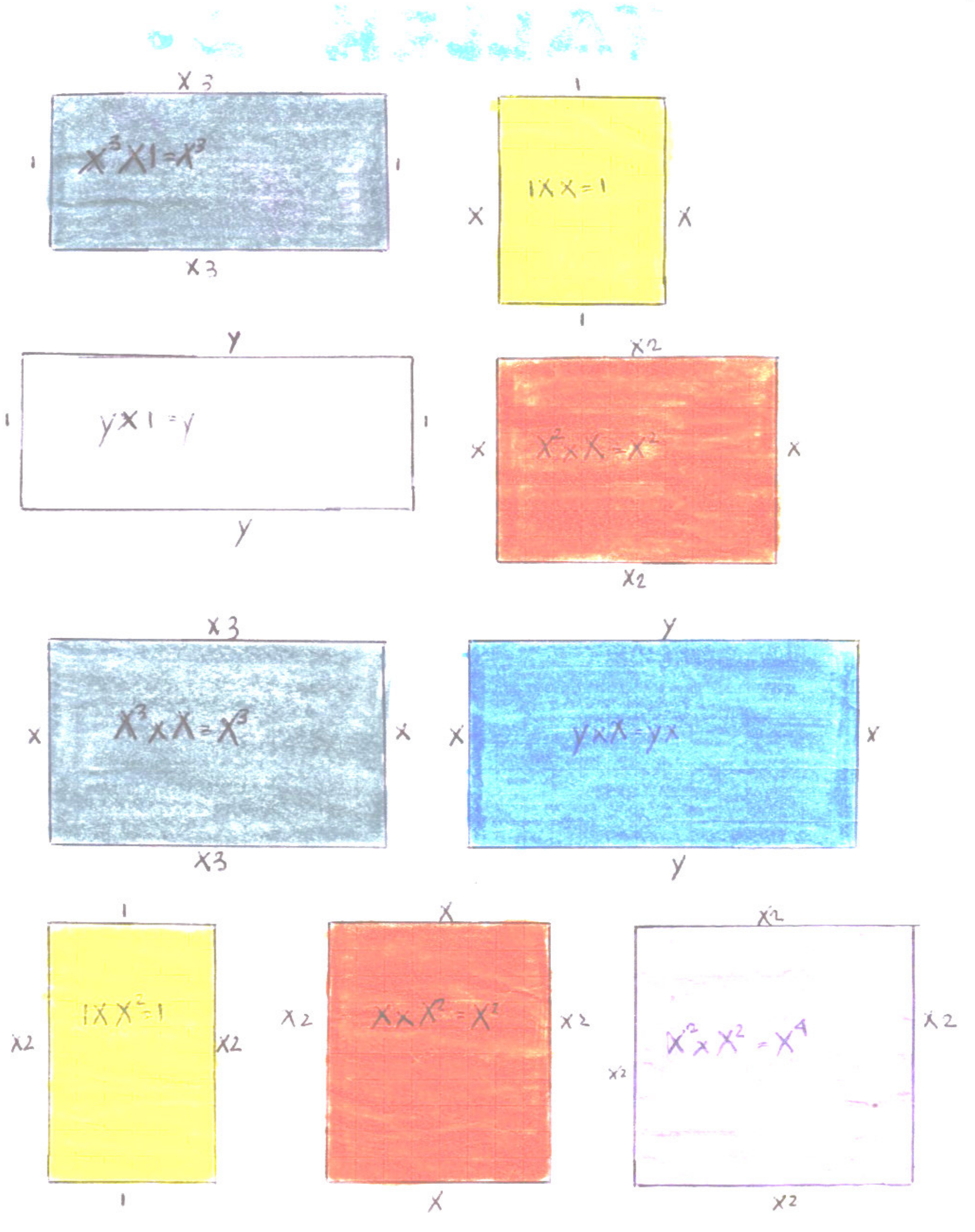
DECORACIÓN DEL SALÓN DE 8º EN ORIGAMI:
ESCRITORIO DEL DOCENTE

ANEXO N.

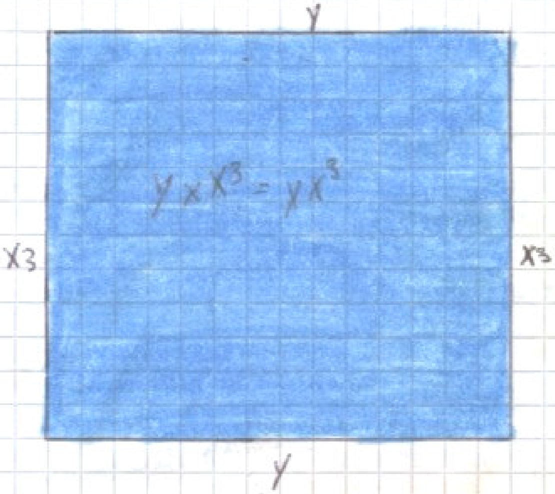
ESTUDIANTES TRABAJANDO CON EL PLANO ROJO-AZUL

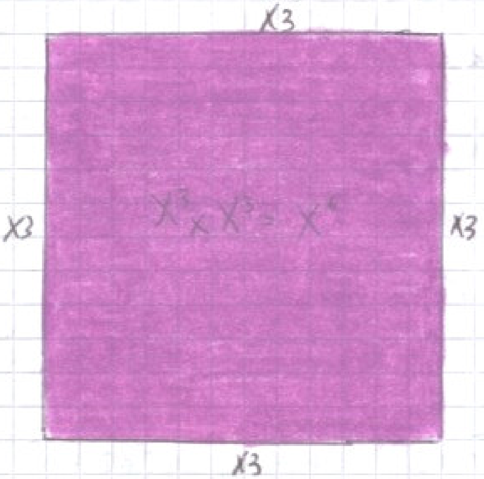
ANEXO O.

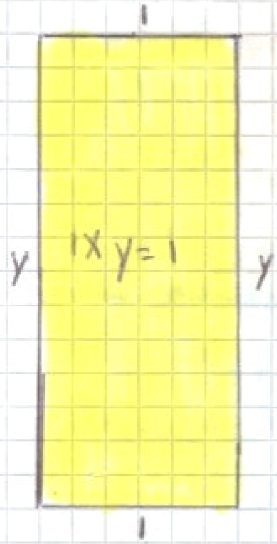
ALGUNOS TRABAJOS DE LOS ESTUDIANTES



TALLER 2.







★ Recreate y Aprende.

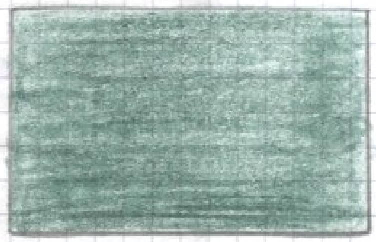
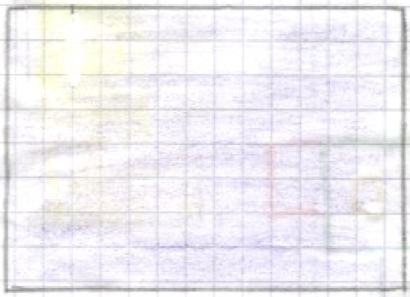
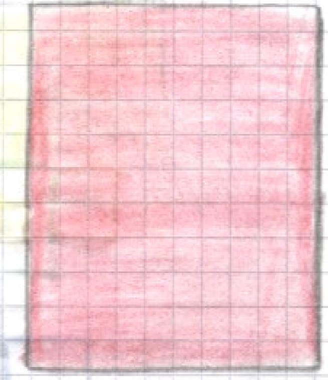
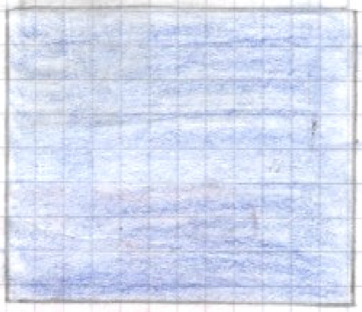
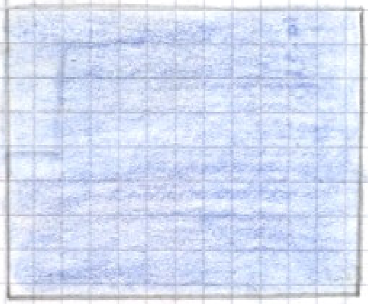
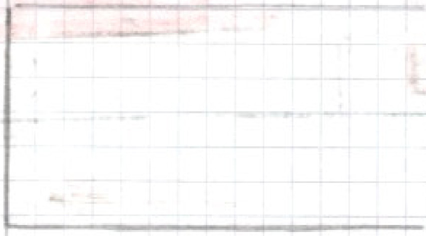
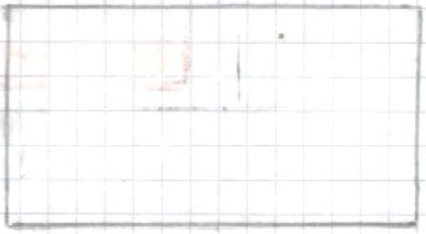
¡observa Cuidadosamente todo lo que puedes hacer Con las Figuras que acabas de Construir!

★ ¿Existen Superficies Con diferente Forma e igual área?

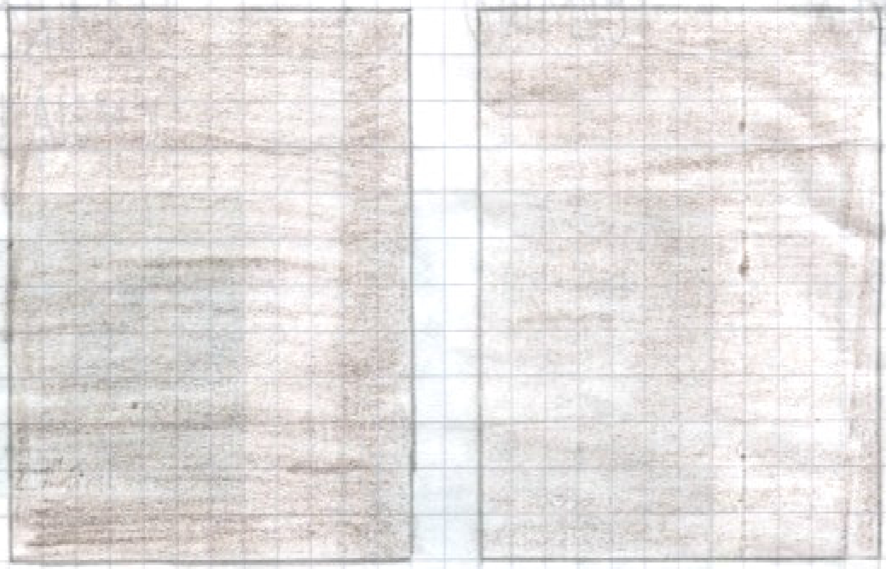
RTA: Si por que tienen una semejanza e igual area y diferente Forma.

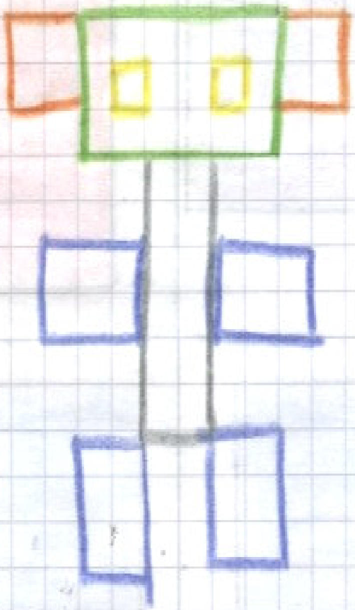
★ ¿Existen paralelepípedos Con diferente Forma e igual Volumen?

RTA: No.

AREA	TÉRMINO	TÉRMINO SEMEJANTE
X^3		
X^4		
XY		
Y		

y^2





Robot

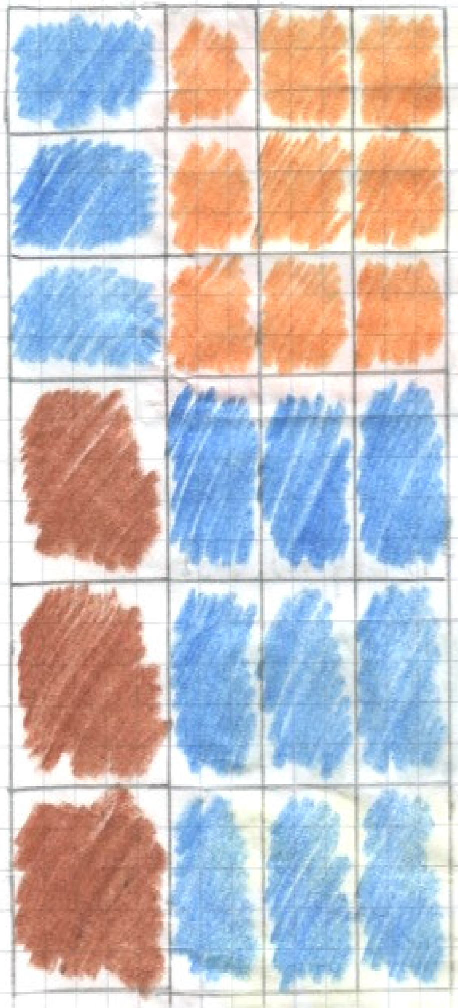
TALLER 9.

Mayda Perez

Situación

Encuentra la superficie(Cuadrada o rectangular) que está Compuesta por el polinomio.

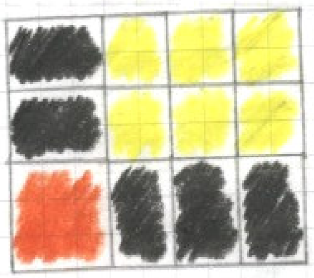
- $9x^2 - 12xy + 3y^2$.



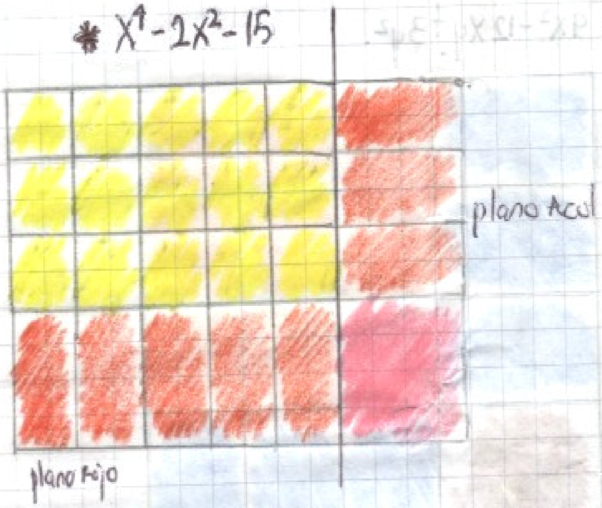
CONSTRUYE PASO A PASO

Realiza las descompocición Factorial, sobre el plano, de cada uno de los siguientes polinomios.

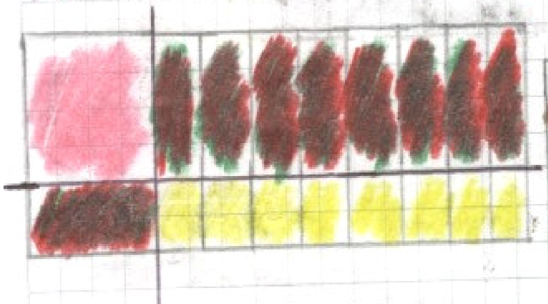
* $x^2+5x+6.$



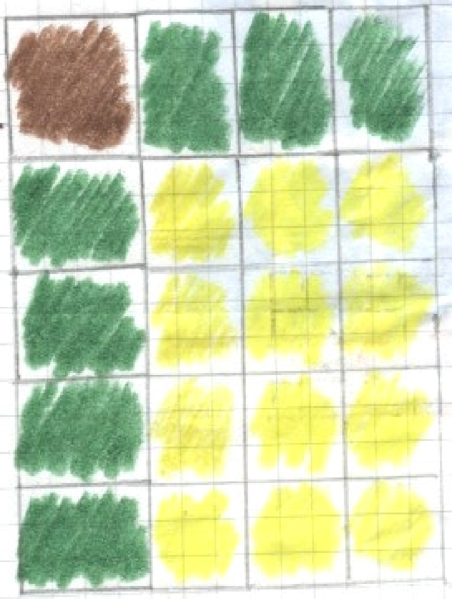
* x^4-2x^2-15



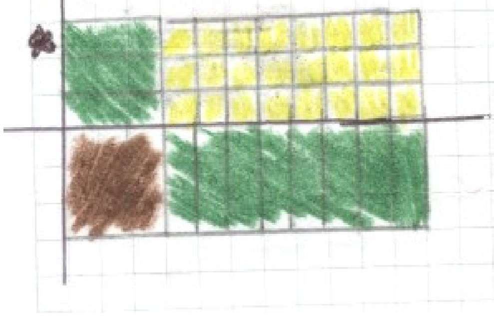
* $x^4-9x^2+8=(x^2-8)(x^2-1)$



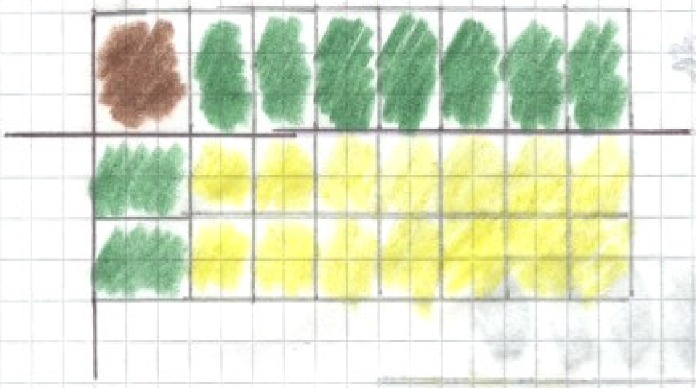
* $y^2-7y+12=(y-4)(y-3)$



* $y^2+5y-24=(y+8)(y-3).$

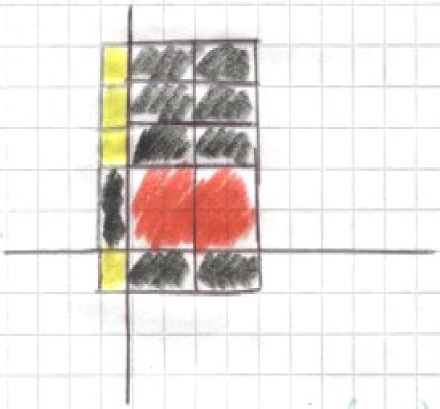


$y^2+5y-14=(y+7)(y-2)$

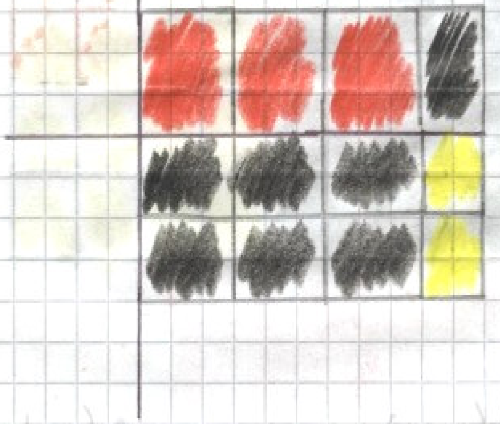


RECREÁTE y APRENDE

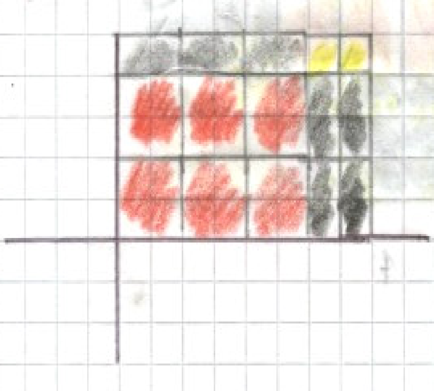
$2x^2+3x-2=$



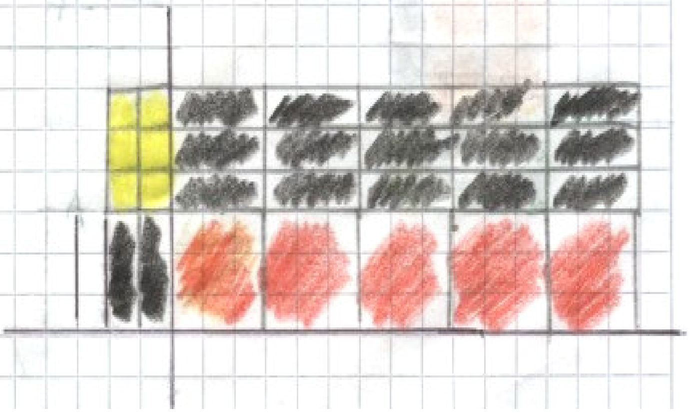
$3x^2-5x-2$



$6x^2+7x+2$

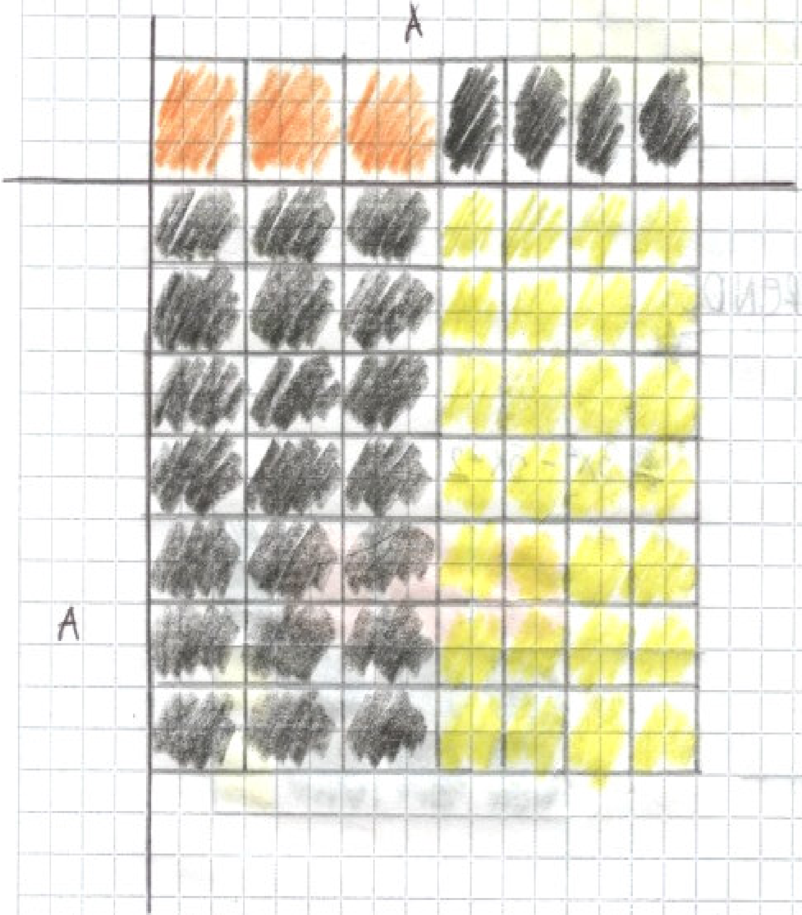


$5x^2+13x-6$



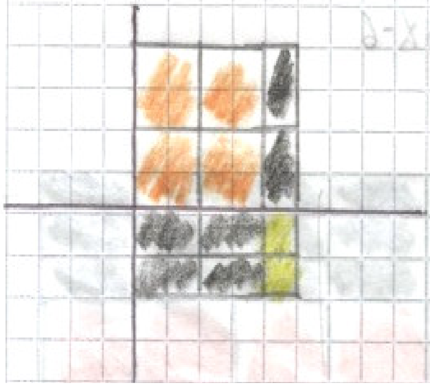
Soy CREATIVO

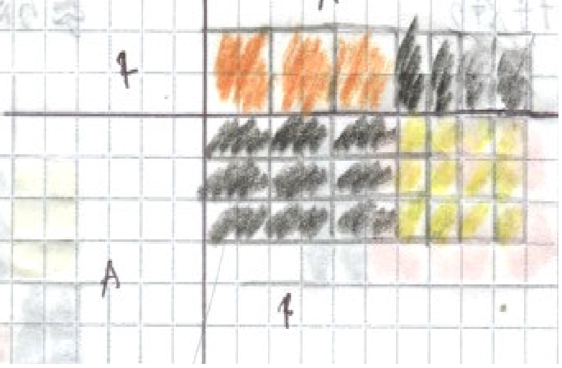
(3x+4)(x-7) =

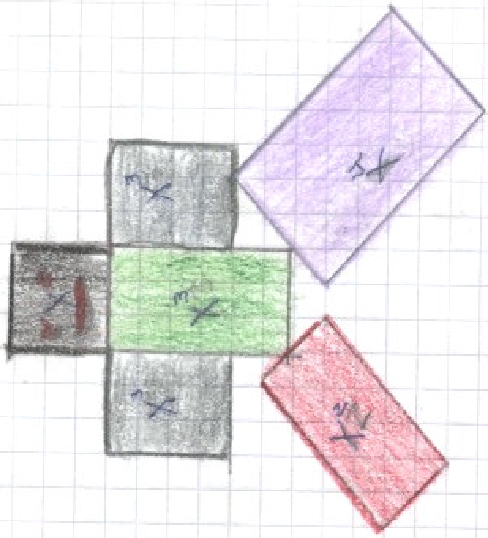


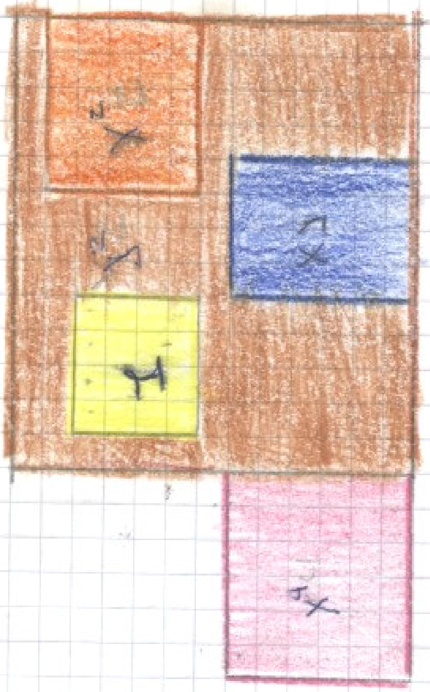
(2x+1)(2x-2)

(3x+4)(x-3).









La casa refleja el amor q hay dentro de mi familia y
la persona significa La familia

utilize una de cada una.

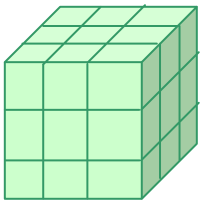
ANEXO P.
MODELO DE PROBLEMAS DE ÁREA, PERÍMETRO Y VOLÚMENES

GIMNASIO JOSÉ ALEJANDRO PERALTA-GIRÓN
EL CÁLCULO DE ÁREAS COMO UN SOPORTE SIGNIFICATIVO PARA LA FACTORIZACIÓN ALGEBRAICA
GRADO OCTAVO

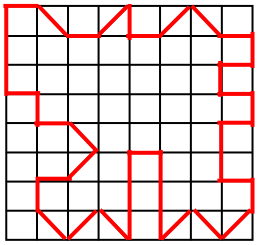
NOMBRE______________________________________**FECHA**____________________

Encuentra solución a cada una de las siguientes situaciones

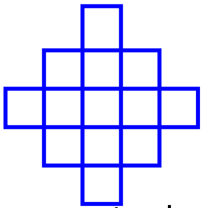
1. Se pintan de verde las seis caras de 3cm de arista. Luego, se recorta el cubo en pequeños cubos de arista 1 cm, tal como se muestra en la figura. ¿Cuántos de estos cubitos de arista 1 cm tiene dos o más caras pintadas de verde?



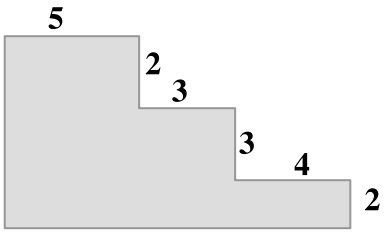
2. Halla el perímetro de la figura que se muestra. Cada cuadrito tiene 1 cm de lado



3. La figura que se muestra a continuación se ha construido con cuadritos iguales. Si el área de la figura es 52 cm^2, ¿cuánto mide el perímetro de la figura?, y, ¿cuál es su área?



4. En la figura de abajo, los números representan la longitud del segmento en el que se encuentran. ¿ Cuál es el área de la figura, si todos los ángulos son rectos?



ANEXO Q.
MODELO DE PRUEBA DIAGNÓSTICA

GIMNASIO JOSÉ ALEJANDRO PERALTA-GIRÓN
EL CÁLCULO DE ÁREAS COMO UN SOPORTE SIGNIFICATIVO PARA LA FACTORIZACIÓN ALGEBRAICA
GRADO OCTAVO

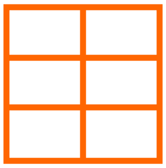
PRUEBA DIAGNÓSTICA

NOMBRE________________________________ **FECHA**____________________

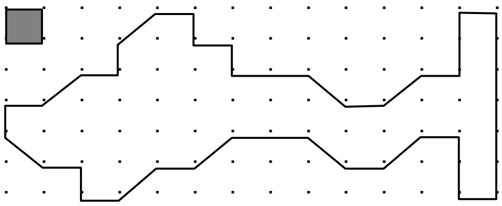
INSTRUCCIONES

*. Dispones de 100 minutos para responder la prueba
*. Lee detenidamente cada enunciado antes de desarrollarlo

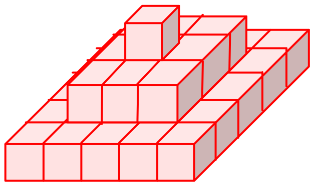
1. Un cuadrado tiene un área de 144 cm^2. Si el cuadrado se parte en seis rectángulos iguales, como se muestra en la figura, ¿Cuál es el perímetro de uno de estos seis rectángulos?



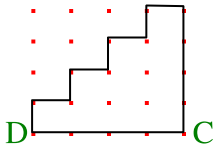
2. Halla el área de la figura, si se tiene en cuenta que el cuadrado sombreado tiene área de 1 cm^2



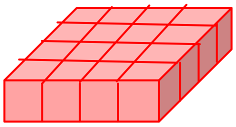
3. La figura que se muestra a continuación contiene tres capas de cubos, los cuales no están pegados. Si toda la parte exterior es pintada completamente de rojo y luego se separan los cubos, ¿cuántos de ellos presentan exactamente tres caras pintadas de rojo?



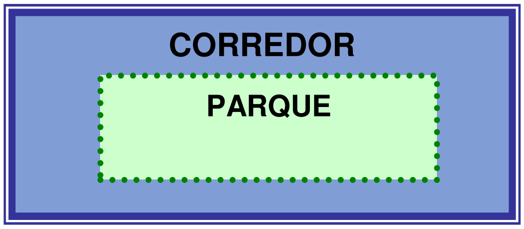
4. Se divide el cuadrado ABCD en 16 cuadrados más pequeños. Si el perímetro del cuadrado ABCD es de 36 cm, ¿Cuál es el perímetro de la figura que se encuentra encerrada por la línea continua?



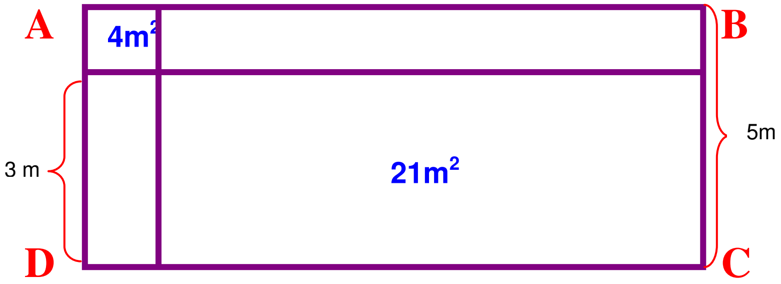
5. El bloque de la figura tiene 4 cm de ancho, 4 cm de largo, y 1 cm de alto. El bloque es pintado de rojo por todos sus 6 lados, luego son separados los 16 cubos. ¿Cuántos de los cubos tienen pintadas un número par de caras?



6. Un parque rectangular tiene 14 m x 21 m y está bordeado por un corredor de 3 m de ancho como se muestra en la figura. ¿Qué área tiene el corredor?



7. Halla el área del rectángulo ABCD en la siguiente figura



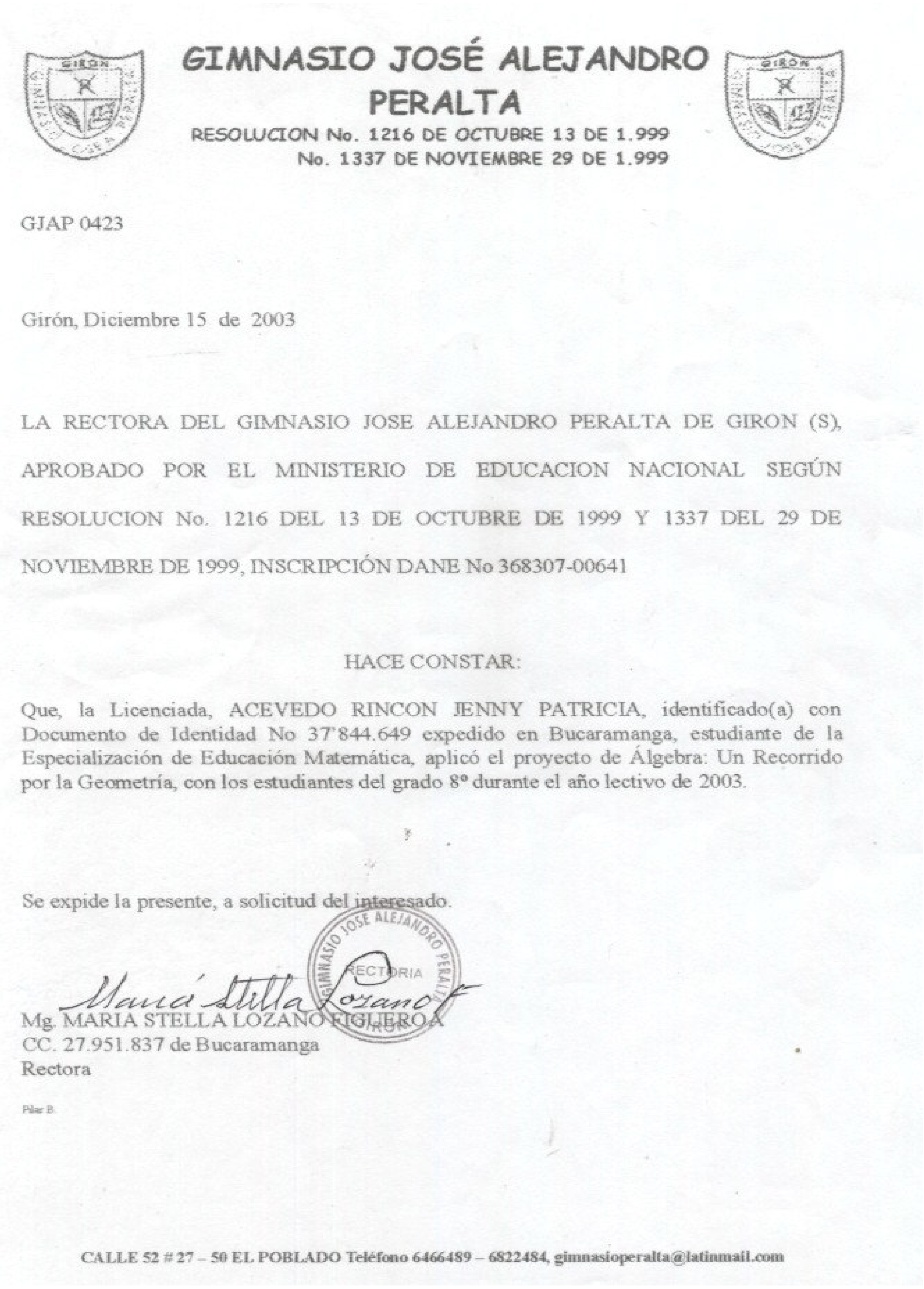
8. ¿Cuál es el número máximo de cuadrados congruentes (iguales) que pueden colocarse en el plano cartesiano de manera que tengan puntos en común con ambos ejes?

9. Se cubre una sala de 3,5 m de ancho por 5 m de largo. Si en la fábrica solamente venden baldosas cuadradas de 20 cm de lado ¿Cuántas de ellas se deben comprar?

10. ¿Cuántos cubos de lado 3 cm pueden empacarse en una caja de cartón de dimensiones 20cm x 8 cm x 7 cm?

ANEXO R.

CERTIFICACIÓN DE APLICACIÓN DEL PROYECTO



GIMNASIO JOSÉ ALEJANDRO
PERALTA
RESOLUCION No. 1216 DE OCTUBRE 13 DE 1.999
No. 1337 DE NOVIEMBRE 29 DE 1.999

GJAP 0423

Girón, Diciembre 15 de 2003

LA RECTORA DEL GIMNASIO JOSE ALEJANDRO PERALTA DE GIRON (S), APROBADO POR EL MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL SEGÚN RESOLUCION No. 1216 DEL 13 DE OCTUBRE DE 1999 Y 1337 DEL 29 DE NOVIEMBRE DE 1999, INSCRIPCIÓN DANE No 368307-00641

HACE CONSTAR:

Que, la Licenciada, ACEVEDO RINCON JENNY PATRICIA, identificado(a) con Documento de Identidad No 37'844.649 expedido en Bucaramanga, estudiante de la Especialización de Educación Matemática, aplicó el proyecto de Álgebra: Un Recorrido por la Geometría, con los estudiantes del grado 8° durante el año lectivo de 2003.

Se expide la presente, a solicitud del interesado.

RECTORIA

María Stella Lozano F

Mg. MARIA STELLA LOZANO FIGUEROA
CC. 27.951.837 de Bucaramanga
Rectora

Pilar B.

CALLE 52 # 27 – 50 EL POBLADO Teléfono 6466489 – 6822484, gimnasioperalta@latinmail.com