

**ESTUDIO DEL MÉTODO PARTICLE-IN-CELL PARA
SIMULACIÓN DE UN PLASMA BAJO CONDICIONES
ECR CONFINADO EN UNA TRAMPA MAGNÉTICA
MÍNIMO-B**

SANDRA PATRICIA CUELLAR BAENA

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
BUCARAMANGA**

2004

**ESTUDIO DEL MÉTODO PARTICLE-IN-CELL PARA
SIMULACIÓN DE UN PLASMA BAJO CONDICIONES
ECR CONFINADO EN UNA TRAMPA MAGNÉTICA
MÍNIMO-B**

SANDRA PATRICIA CUELLAR BAENA

Tesis para optar al título de físico

Director

DR. VALERI DOUGAR JABON, PhD

Físico

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA DE FÍSICA

BUCARAMANGA

2004

A Dario y Drizzt.

AGRADECIMIENTOS

El autor expresa sus agradecimientos:

Al Dr. Valeri Dougar Jabon.

Al Grupo de Investigación y Tecnología del Plasma (FITEK).

A mis amigos y compañeros, especialmente a Victor Saúl Basto Gozález y

Oscar Salomón Duarte Muñoz.

A la Universidad Industrial de Santander.

Título: ESTUDIO DEL MÉTODO PARTICLE-IN-CELL PARA SIMULACIÓN DE UN PLASMA BAJO CONDICIONES ECR CONFINADO EN UNA TRAMPA MAGNÉTICA MÍNIMO-B*

Sandra Patricia Cuéllar Baena.**

Palabras Claves: 1. Fuentes iónicas ECRIS. 2. Trampa Magnética Mínimo-B. 3. Resonancia Ciclotrónica Electrónica . 4. Método Particle-in-Cell tridimensional.

Se estudian las características de un plasma bajo condiciones de Resonancia Ciclotrónica Electrónica (RCE) confinado en una trampa magnética tipo mínimo-B mediante un código de simulación computacional basado en el Método Particle-in-Cell y el esquema de integración de Boris-Leapfrog.

El movimiento de las partículas cargadas se describe por la ecuación de Newton-Lorentz, la cual es relativista para los electrones y clásica para los iones. El campo electrostático se encuentra a través de la solución de la ecuación de Poisson en diferencias finitas. El código numérico hace posible obtener e interpretar la distribución espacial de los iones y electrones en el volumen de la cámara de descarga de la fuente iónica ECRIS, así como también en cualquier zona local y las trayectorias de las partículas en el espacio de la cámara.

Los resultados de simulación permiten evidenciar que el plasma es inhomogéneo y anisotrópico con tres grupos de electrones: fríos, calientes y supercalientes con diferentes órdenes de magnitud. Se encontró que el plasma core está compuesto principalmente por electrones caliente e iones, mientras que la mayor parte de los electrones fríos se localizan en la corona, los electrones supercalientes se localizan en la superficie de resonancia. Además, se encontró que en los plasmas dentro de las ECRIS mínimo-B se

*Trabajo de grado.

**Facultad de Ciencias. Pregrado en Física. DOUGAR JABON, VALERI.

observan las oscilaciones bounce y trayectorias tipo banana de los electrones.

Title: STUDY OF THE PARTICLE-IN-CEL METHOD FOR A PLASMA UNDER ECR CONDITIONS IN CONFINED A MINIMUM-B TRAP***

Sandra Patricia Cuéllar Baena.****

Key Words: 1. Ion Sources ECRIS. 2. Minimum-B Trap. 3. Electron Cyclotron Resonance.
4. Tridimensional Particle in Cell Method.

The characteristics of plasma confined in a magnet trap of minimum B-type under the electron cyclotron resonance conditions are studied. The study is carried out with the help of the computation-simulation code based on the particle-in-cell method and the integrating scheme of Boris-leap frog. The charged particle movement is described by the Newton-Lorentz equation, which is relativistic for the electrons and classic for ions. The electrostatic field was calculated by the solution of the Poisson equation in the form of finite differences.

The numerical code allows to obtain and interpret the spatial distribution of electrons and ions in the discharge chamber volume of the ion source ECRIS. The same parameters are to be found in any local zone; the particle trajectories in the chamber space are visualized.

The simulation results make evident that the plasma is non-homogeneous and anisotropic with the three electron groups: cold, hot and super-hot which differ in order of the energy magnitude. It is shown that the plasma core contains mainly hot electrons and ions. The major part of the cold electrons are localised in the crown zone; the super-hot electrons are localised on the resonance surface. Apart from this, it is shown that in the plasma of the minimum-B ECRIS the bounce oscillations and electron trajectories of banana-type are realized.

*** Undergraduate thesis.

**** Facultad de Ciencias. Pregrado en Física. DOUGAR JABON, Valeri.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	1
1. FÍSICA DEL PLASMA APLICADA A LAS ECRIS	8
1.1. ASPECTOS PRINCIPALES DEL PLASMA ECR	8
1.1.1. Transferencia de energía selectiva de las ondas a los electrones	8
1.1.2. Acoplamiento de las ondas para el plasma acolisional ECR	9
1.1.3. Parámetros característicos para las ECRIS	10
1.1.4. Configuraciones magnéticas	10
1.2. MOVIMIENTO DE LAS PARTÍCULAS CARGADAS EN LAS ECRIS	11
1.3. CONFINAMIENTO MAGNÉTICO	13
1.3.1. Principio del Confinamiento	13
1.3.2. Configuración tipo espejo	13
1.3.3. Las configuraciones tipo Mínimo-B	15
1.4. RESONANCIA CICLOTRÓNICA ELECTRÓNICA (ECR)	16
1.4.1. Energía ganada en la resonancia	16
1.5. ECRIS TIPO MÍNIMO-B PARA IONES MULTICARGADOS	16
2. FÍSICA DEL PLASMA MEDIANTE SIMULACIÓN COMPUTACIONAL	19
2.1. EL SISTEMA FÍSICO: GENERALIDADES	21
2.2. EL CICLO COMPUTACIONAL: GENERALIDADES	23

2.2.1. Método Particle-in-Cell (PIC)	24
2.3. DISCRETIZACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO	28
2.3.1. Ecuaciones de las Superpartículas	29
2.3.2. Método de Leap-frog	31
2.3.3. Ecuaciones de Campo Electrostático	36
2.3.4. Asignación de Carga a la Malla e Interpolación de la Fuerza	38
2.3.5. El Modelo Discreto	40
3. CARACTERÍSTICAS DE UN PLASMA ECR EN TRAMPA MÍNIMO- B OBTENIDAS MEDIANTE SIMULACIÓN NUMÉRICA	42
3.1. RESULTADOS DE SIMULACIÓN	47
4. CONCLUSIONES	55

LISTA DE FIGURAS

1.1. Movimiento periódico para partículas confinadas en campos magnéticos	12
1.2. Configuración magnética tipo espejo	14
1.3. Trampa Mínimo-B hexapolar	15
1.4. Movimiento espiral de las partículas cargadas en campos magnéticos . .	17
1.5. Esquema general de una ECRIS	17
2.1. Ciclo computacional PIC	24
2.2. Celda computacional	27
2.3. Cuadrícula para cálculo del campo	28
2.4. Esquema de integración Boris-Leapfrog	31
3.1. Estructura del plasma en la segunda cámara	43
3.2. Localización de los tres grupos de electrones	47
3.3. Distribución energética de los electrones en la zona core del plasma . .	48
3.4. Vistas tridimensionales de los electrones fríos	50
3.5. Distribución espacial de iones	51
3.6. Oscilaciones <i>bounce</i> de un electrón core	52
3.7. Oscilaciones <i>bounce</i>	53
3.8. Trayectorias banana 3D	54

LISTA DE TABLAS

2.1. Ejemplos de sistemas físicos representados por Modelos de Partículas N_p - número de partículas, L- distancia, t- tiempo	20
3.1. Parámetros de la DECRIS-14 GHz.	43

INTRODUCCIÓN

Las fuentes iónicas basadas en el fenómeno de Resonancia Ciclotrónica Electrónica (ECRIS) con trampa magnética tipo Mínimo - B se han convertido en una herramienta de uso generalizado para la producción de haces de iones multicargados [1].

Los haces iónicos tienen una amplia gama de aplicaciones en investigaciones científicas, procesos tecnológicos e industriales y en medicina; sus aplicaciones están determinadas por la energía:

- Los iones de baja energía son utilizados en espectroscopía de rayos x, física atómica y en tecnología de metales y semiconductores, al igual que en el estudio de impurezas de átomos pesados en los dispositivos termonucleares.
- Los iones de energía media y alta son de amplio uso en la física del estado sólido, en la medicina y la farmacología.
- Los iones acelerados hasta energías relativistas y superrelativistas (del orden de 1GeV por nucleón y más) crean las condiciones experimentales para el estudio del plasma de quarks-gluones y la obtención de novedosos estados de la materia (superdensa y supercaliente).

Las fuentes ECRIS se utilizan en la mayoría de los centros de Física de Alta Energía pues son únicas debido a su capacidad de producir iones de alta carga con intensidad

y emitancia aceptables para aceleradores de iones especialmente ciclotrones pues la energía de partículas aceleradas por estos equipos es proporcional al cuadrado de carga iónica [2, 3]

Con el fin de formar haces de iones altamente intensos con la energía y cargas requeridas es necesario optimizar las ECRIS, ya sea diseñando diferentes tipos de estas, o modelando una fuente ECR real mediante experimentos numéricos.

Los métodos numéricos para el estudio de plasmas se convierten en una herramienta poderosa en el análisis de sistemas de muchas partículas; y el crecimiento de su utilización, está determinado por dos circunstancias:

1. Los métodos teórico-analíticos desarrollados hasta el momento son deficientes al tratar problemas de muchas partículas que interaccionan entre sí, siendo la situación aún más crítica cuando se trata de campos electromagnéticos no homogéneos;
2. En muchos casos es imposible obtener experimentalmente datos sobre el comportamiento de un conjunto de partículas y, especialmente, determinar sus trayectorias individuales dentro de todo el conjunto [4], [5].

Las fuentes iónicas ECR, representan sistemas cerrados para métodos de diagnóstico, dando como resultado un conocimiento impreciso y especulativo sobre las peculiaridades específicas del plasma.

La simulación del movimiento de las partículas del plasma confinado en las ECRIS es indispensable ya que permite diseñar y optimizar los parámetros externos de estas fuentes, no intuitivamente o a ensayo y error, sino con base en los datos obtenidos de

los experimentos numéricos.

El principal requisito para un código de simulación en Física del Plasma es la visualización de los más destacados aspectos de la evolución del plasma y de la dinámica individual de las partículas. Además, un modelo de simulación debe ser tridimensional (3D), ya que el campo magnético de las trampas reales tipo Mínimo - B en las ECRIS es asimétrico.

Actualmente existen tres principales modelos computacionales que simulan la generación de iones multicargados:

1. El *modelo de Shirkov* (CERN (Switzerland)-JINR(Rusia))[6, 7], con base en el que se encuentran las ecuaciones estacionarias de balance y hace la suposición de que el tiempo de vida de la partícula en fuentes ECR se determina por la expresión de Pastuhov (obtenida para trampas espejales clásicas, cuyos campos magnéticos difieren de las fuentes ECR) y se calcula independientemente de las ecuaciones de balance; además, este modelo no toma en consideración la anisotropía del plasma confinado.

Por otra parte, este modelo estudia el movimiento de las partículas mediante sus centros guías, por lo tanto, se obtienen ecuaciones de movimiento promediadas, perdiéndose información exacta sobre la distribución energética de los electrones, y efectos finos como la existencia de los diferentes tipos de electrones (fríos y supercalientes) no aparecen en ella, aunque son detectados experimentalmente.

En los resultados de simulación de Shirkov se obtiene que todos los electrones plasmicos son de un solo tipo (electrones calientes) y tienen el mismo orden de energía (aproximadamente 1-10 keV) lo que contradice los resultados experimentales.

Mediante este modelo no se pueden obtener trayectorias de las partículas plásmicas ni la distribución espacial de los diferentes tipos de electrones, ya que supone la existencia de los electrones calientes.

2. Otro modelo fue propuesto por Edgell, Kim, Wong (FARTECH, San Diego), Pardo y Vondrasek (ANL, Argonne)[8], el cual aprovecha un código Fokker-Planck para obtener la función de distribución de electrones y el método Monte Carlo para cálculos de distribución de cargas iónicas.

El plasma se estudia como si fuera un fluido, por lo tanto, no existe el movimiento de partículas individuales y no se pueden obtener ni trayectorias de las partículas, ni información sobre los diferentes tipos de electrones, su correspondiente función de distribución energética ni la distribución espacial de los diferentes tipos de electrones dentro de la cámara de la fuente.

Todos los electrones son de un solo tipo (calientes), lo que contradice los resultados experimentales.

3. El tercer modelo, propuesto por Valeri Dougar Jabon, se ha venido desarrollando desde 1995, quien trabajó junto a Golovanivsky y Reznikov en base a los datos experimentales disponibles con el fin de entender el mecanismo de absorción de energía en plasmas ECR y la distribución del potencial electrostático en las fuentes ECRIS de plasma [9].

En 1998 se propuso un nuevo modelo físico del plasma ECR elaborado por Dougar Jabon, Umnov y Kutner, donde se trata el plasma como un sistema complejo consistente de dos zonas: "zona core" envuelta por la superficie de la resonancia ciclotrónica electrónica, donde ocurren los procesos de generación de los iones multicargados, y la corona que representa un plasma frío que crea una barrera

electrostática para los iones confinados en la zona core [10].

Posteriormente, en 1999, fue publicado otro trabajo en el desarrollo teórico del problema de la generación de iones multicargados en las fuentes ECRIS, donde se propuso la existencia de tres grupos de electrones en el plasma y un modelo alternativo para el cálculo de los tiempos de vida de los iones multicargados [11].

Paralelamente se ha incursionado en el campo de la simulación computacional como alternativa de soporte a los modelos teóricos propuestos. Inicialmente, se hicieron simulaciones sobre la generación de iones en la primera y segunda cámara de las ECRIS, las que se fundamentaron en los modelos teóricos mencionados anteriormente [12, 13].

El primer intento de realizar simulaciones de una ECRIS para trampas tipo Mínimo B y Cero-B basadas en **Particle-in-Cell** (PIC) fue hecho en el año 2000 [14], sin embargo, estos resultados no coincidieron con los datos experimentales.

El inconveniente de esta simulación consistió en el hecho de que el sistema magnético escogido para estas trampas no estaba de acuerdo con el que se utiliza en las ECRIS reales.

Trabajos realizados posteriormente (2002), basados en sistemas magnéticos mas apropiados, obtuvieron resultados de simulación para la función de distribución de energía electrónica y las trayectorias electrónicas en 3D, entre otros [15].

La diferencia de este modelo con los mencionados anteriormente consiste en que este modelo no necesita suposiciones sobre el tiempo de vida de iones, temperaturas de iones de diferente carga y densidad total del plasma, e incluye el efecto de quemadura del gas neutro. Este modelo es esencialmente no estacionario y tiene como solución no sólo la función de distribución de carga en el plasma, sino también en el haz extraído, pues

se calcula el tiempo de vida de iones de cualquier carga por separado. Sin embargo, la distribución de carga es muy aproximada ya que tiene en su base la suposición que los iones salen del plasma de manera isotrópica, lo cual no tiene fundamento experimental.

Es necesario subrayar que un modelo ideal de una fuente ECRIS debe ser 3-D y tener como parámetros de entrada solamente los determinados experimentalmente: configuración del campo magnético, frecuencia y potencia de microondas, flujo del gas de trabajo, dimensiones y geometría de la cámara de descarga, tipo de gas, potencial de extracción de iones y posición y diámetro de abertura de extracción.

Actualmente las fuentes ECRIS de tipo Mínimo - B son ampliamente utilizadas para la generación de iones multicargados; sin embargo, no se tiene una idea muy clara respecto a la estructura del plasma dentro de la fuente, el espectro energético y la dinámica de las partículas del plasma.

Entre los parámetros fundamentales, los cuales determinan el comportamiento del plasma, se dará particular atención a la función de distribución de energía de los electrones ya que ella controla, en gran parte, la estabilidad del plasma y la tasa de generación de iones en cualquier estado de carga.

Los resultados principales que este trabajo pretende obtener, a partir de los resultados de simulación son:

- La función de distribución energética para los electrones que se encuentran dentro de la superficie ECR (zona central o plasma core).
- Las trayectorias de los electrones dentro de las trampas magnéticas con calentamiento ECR.
- Obtener los diferentes tipos de electrones (calientes, fríos y supercalientes) que se

observan experimentalmente en trampas magnéticas con calentamiento ECR.

- Identificar la distribución espacial de estos electrones en una trampa magnética ECR con parámetros de la fuente DECRIS-14 que funciona en el Joint Institute for Nuclear Research (Dubna, Rusia).

Capítulo 1

FÍSICA DEL PLASMA

APLICADA A LAS ECRIS

1.1. ASPECTOS PRINCIPALES DEL PLASMA ECR

1.1.1. Transferencia de energía selectiva de las ondas a los electrones

En contraste con otros magnetoplasmas, donde los electrones se energizan mediante campos eléctricos aplicados externamente en forma continua, en los plasmas bajo condiciones ECR, los electrones se energizan por los efectos combinados de los campos de ondas electromagnéticas (EM) y campos magnéticos estáticos (B_0), lo cual generalmente conduce a una alta eficiencia de aceleración de electrones y consecuentemente alto grado de ionización. Esta propiedad útil, resultante de reducir las pérdidas de partículas cargadas en las paredes de las ECRIS, es solo una de las muchas ventajas de la generación de magnetoplasmas con microondas; siendo las otras, por ejemplo, la transferencia eficiente de microondas desde la alimentación de la cámara hasta la descarga, aún a muy bajas presiones del gas, y la ausencia de electrodos en contacto con el plasma.

Cuando la frecuencia de la onda EM es igual a la girofrecuencia de los electrones las ondas pueden transferir su energía a los electrones en una forma selectiva conocida como *Resonancia Ciclotrónica Electrónica (ECR)* y se obtiene un acoplamiento eficiente de las microondas al magnetoplasma [1].

1.1.2. Acoplamiento de las ondas para el plasma acolisional ECR

Para mantener eficientemente un plasma ECR con energía electromagnética se debe determinar primero el mecanismo de absorción de las ondas. Aún cuando las colisiones electrón-átomo parecen fundamentales en el proceso de mantenimiento del plasma, a bajas presiones del gas éstas sólo contribuyen débilmente a la absorción de la energía electromagnética.

La absorción ECR acolisional resulta de la interacción resonante onda-partícula la cual causa el amortiguamiento de la onda. Este mecanismo ocurre cuando los electrones giran a una frecuencia angular ω_{ce} alrededor de las líneas de campo B_0 y están viajando a una velocidad v_z a lo largo de las líneas de campo. Cuando la onda tiene una componente de campo eléctrico polarizada circularmente a la derecha (RHP) en el plano perpendicular a B_0 gira en el mismo sentido que el electrón.

Cuando $\omega = \omega_{ce}$, los electrones están sometidos a un campo eléctrico constante y ganan energía de la onda; este proceso de absorción se conoce como *absorción ciclotrónica* y está acompañada por un incremento en la componente de la velocidad de los electrones en la dirección perpendicular a B_0 .

Para que se de la absorción ECR, es necesaria una onda con una polarización adecuada, conocida como de "mano derecha" la que es una onda transversal pura. En la práctica, sin embargo, la presencia de fronteras no permite la propagación de ondas transversales

puras, de esta forma la onda de campo eléctrico siempre posee una componente axial la cual no contribuye directamente a la absorción ECR. Además el campo eléctrico E de una onda con polarización lineal en el plano perpendicular a B_0 siempre puede descomponerse en las ondas circulares polarizadas derecha (RHP) e izquierda (LHP). Solamente la componente RHP es absorbida a través la absorción ECR y la fracción remanente (LHP y la componente axial) de la onda es también absorbida después de algún proceso de conversión o es reflejada sin ser absorbida [1, 18].

1.1.3. Parámetros característicos para las ECRIS

El rango de frecuencias que se utiliza para la resonancia ciclotrónica electrónica es 2.45 a 28 GHz. Los klystrones y magnetrones, quienes son generadores de ondas, operan a frecuencias fijas. Son comúnmente conocidos como generadores RF (Radio frecuencias), HF (altas frecuencias) o μW (microondas) y las potencias generadas están entre 50 W y 5kW.

Los campos magnéticos estáticos requeridos para la ECR están dados por

$$B = \frac{f_{ce}}{2.8} \quad (1.1)$$

donde B está en kilogauss y f_{ce} en Gigahertz, de esta forma los campos magnéticos típicos en las zonas ECR normalmente están entre 0.875 kG y 10 kG.

1.1.4. Configuraciones magnéticas

Las dos funciones básicas del campo magnético son la de mantener las partículas cargadas tan lejos como sea posible de las paredes y permitir una transferencia eficiente de la energía electromagnética al plasma. Debido a que el transporte de las partículas cargadas ocurre principalmente a lo largo de las líneas de campo magnético, éste puede optimizarse escogiendo convenientemente la configuración espacial de B_0 .

Variando la intensidad y configuración del campo magnético es posible mover la posición de la zona de resonancia y de esta forma optimizar la posición la zona de calentamiento del plasma. Así, los plasmas ECR pueden generarse bajo diversas configuraciones de campo magnético estático.

Las configuraciones toroidales deben descartarse para las fuentes iónicas ya que son estructuras cerradas y aunque el confinamiento es alto, es muy difícil extraer los iones en forma efectiva de ellas. Los otros dos sistemas de confinamiento son:

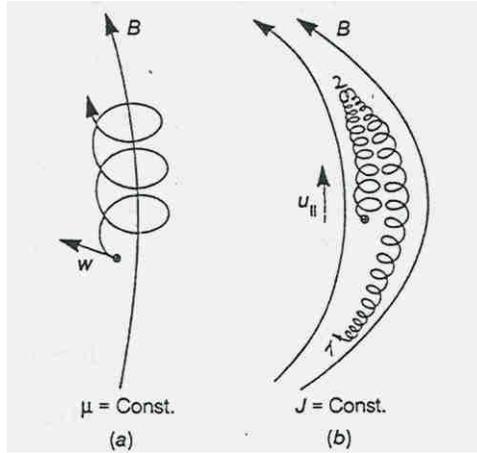
- El *espejo magnético*, en el cual el campo magnético está dirigido esencialmente de manera simétrica respecto a los ejes del plasma y, en algún punto, las líneas de campo son forzadas a converger. Estas configuraciones se obtiene generalmente al usar dos bobinas corriente continua alrededor del plasma. La configuración requerida de B_0 es controlada mediante el espaciamiento entre las bobinas y/o por la dirección e intensidad de la corriente que fluye a través de ellas. La desventaja de esta configuración es su bajo índice de confinamiento.
- Los campos magnéticos multipolares se utilizan con configuraciones mínimo-B las cuales son los sistemas de mejor rendimiento aunque su producción es mucho más sofisticada.

En ambos tipos de configuraciones las zonas ECR se forman donde la transferencia de energía de las ondas a los electrones es óptima, y en ellas las líneas de campo magnético conducen al plasma a una abertura final desde la cual los iones son extraídos.

1.2. MOVIMIENTO DE LAS PARTÍCULAS CARGADAS EN LAS ECRIS

Existen al menos dos tipos de movimiento periódico para partículas confinadas magnéticamente, cada uno de ellos tiene su propia invariante y se realizan en las ECRIS.

Figura 1.1: Movimiento periódico para partículas confinadas en campos magnéticos



- La invariante del momento magnético (Fig. 1.1) que significa que el valor del momento magnético de la partícula debido a rotación ciclotrónica se conserva en las excursiones de la partícula en el campo magnético no homogéneo.

$$\mu = IA = \left(-e \frac{\omega_{ce}}{2\pi}\right) \pi \rho_L^2 = \frac{W_{\perp}}{B} = \text{constante} \quad (1.2)$$

Este puede representarse por una corriente $I = -e\omega_{ce}/2\pi$ producida por el movimiento giratorio de cada partícula. La corriente produce un momento dipolar magnético igual al producto de la corriente y el área encerrada $A = \pi\rho_L^2$ (ρ_L^2 es el radio de Larmor)

- La invariante relacionada a la unión de las partículas en un pozo magnético 1.1. Los centros guías de las partículas que están atrapadas en un pozo magnético ejecutan un movimiento periódico entre los puntos de reflexión. Esta invariante longitudinal J está definida por:

$$J = \int_{I_1}^{I_2} u_{||} dl = \text{constante} \quad (1.3)$$

donde dl es un elemento de longitud del camino recorrido por los centros guías a lo largo de las líneas de campo.

1.3. CONFINAMIENTO MAGNÉTICO

1.3.1. Principio del Confinamiento

Para lograr el confinamiento se hace uso las propiedades eléctricas de las partículas del plasma. Una vez ionizado, las partículas del plasma son afectadas por campos eléctricos y magnéticos. El plasma confinado mediante un campo magnético, conocido como *magnetoplasma* es un medio donde se encuentran iones y electrones moviéndose en trayectorias helicoidales debido a su giromovimiento dentro de este campo.

Estas complicadas trayectorias en un campo magnético heterogéneo conducen a que la partícula sea reflejada a la zona donde el campo es más débil, impidiendo la pérdida de partículas hacia las paredes y contribuyendo al confinamiento al aumentar la longitud del camino hacia las paredes y el tiempo necesario para recorrerlo.

El movimiento caótico o térmico debido a colisiones entre partículas es un movimiento que conduce las partículas cargadas hacia las paredes de la cámara.

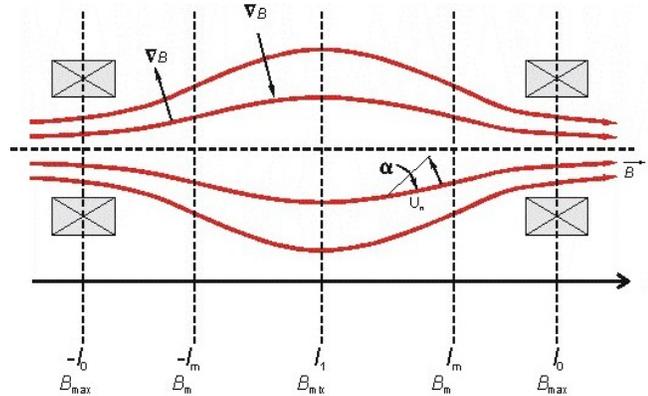
Basándose en el análisis del comportamiento de las partículas cargadas en campos electromagnéticos, se han postulado diferentes configuraciones de trampas magnéticas para confinar el plasma, entre ellas: la tipo espejo (Budker y Post, 1952), la tipo Mínimo-B (Ioffe, 1970) y la Cero-B (Dougar Jabon, 1998).

1.3.2. Configuración tipo espejo

Es posible confinar partículas en configuraciones con pozos magnéticos debido a las restricciones sobre el movimiento de las partículas impuestas por la conservación del

momento magnético y de la energía. En la configuración de campo magnético tipo espejo Fig.(1.2) el campo B fuerte se crea por bobinas solenoidales colocadas en $l = +l_0$, siendo débil el campo para $l_1 < |l| < l_0$ y mínimo para $l = l_1$.

Figura 1.2: Configuración magnética tipo espejo



En ausencia de campo eléctrico la energía cinética total de una partícula es constante (el movimiento producido por campos magnéticos es ortogonal al campo así que no se hace trabajo), $W = constante$, siendo el momento magnético μ también constante.

Cuando la partícula se mueve hacia el extremo final de la trampa, el campo magnético se hace grande y $v_{||}$ se hace pequeña o cero. Como la fuerza a lo largo de la dirección paralela a el campo magnético es $-\mu \nabla B$, los extremos de la trampa espejo pueden repeler las partículas cargadas.

Sin embargo, el confinamiento en la trampa magnética de espejo es incompleto; un parametro llamado *ángulo crítico* determina aquellas partículas que no son atrapadas y la región se conoce como *cono de pérdidas*.

Si las colisiones entre partículas se incluyen tendrán el efecto de ir cambiando la direc-

ción de la velocidad, de modo que algunas partículas que inicialmente estaban bien atrapadas pueden moverse por saltos en la dirección perpendicular a las líneas magnéticas y alcanzar las paredes de la cámara. Otro aspecto que disminuye significativamente el tiempo de vida de las partículas en las trampas tipo espejo es la *inestabilidad hidromagnética* (efecto colectivo) que se debe a la configuración convexa de las líneas de fuerza magnética en la parte central de la trampa.

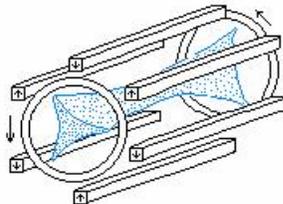
1.3.3. Las configuraciones tipo Mínimo-B

La primera, y más simple configuración utilizada para crear una trampa tipo mínimo-B fue adicionando cuatro barras conductoras rectas, axiales y siméticamente localizadas (cuadrupolos) a la trampa espejal. Para disminuir el costo de las ECRIS, las cuatro barras se reemplazaron por un sistema de seis barras (hexapolo) en todas las ECRIS modernas Fig.(1.3).

El campo magnético de este sistema en todas partes es cóncavo respecto al plasma confinado lo que previene la formación de la inestabilidad hidrodinámica.

Por otra parte, es importante aclarar que las líneas del campo magnético se encuentran rotadas un ángulo de 60° a lo largo de la longitud de la trampa.

Figura 1.3: Trampa Mínimo-B hexapolar



Las superficies de campo magnético constante en el centro de la estructura son superficies cerradas y en forma de elipsoide de rotación. De estas, la zona ECR puede localizarse sobre cierta superficie.

Con estas configuraciones tipo mínimo-B, no se puede utilizar la simetría para identificar el momento angular como una constante de movimiento, porque los campos no son simétricos y fuertemente no homogéneos, pero las partículas están atrapadas, como en la trampa espejal, y la conservación de μ puede utilizarse para hallar el cono de pérdidas. El confinamiento en las configuraciones mínimo-B puede estudiarse haciendo uso de la segunda invariante adiabática, J .

1.4. RESONANCIA CICLOTRÓNICA ELECTRÓNICA (ECR)

1.4.1. Energía ganada en la resonancia

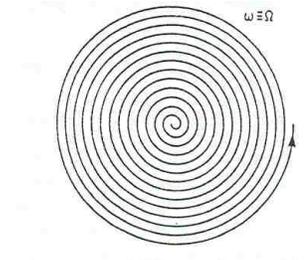
Durante el movimiento espiral de las partículas cargadas en campos magnéticos, la velocidad de la partícula crece continuamente. Debido a que la energía cinética crece, la partícula absorbe energía del campo eléctrico de microondas.

Una espiral típica se muestra en la Fig.(1.4).

1.5. ECRIS TIPO MÍNIMO-B PARA IONES MULTICARGADOS

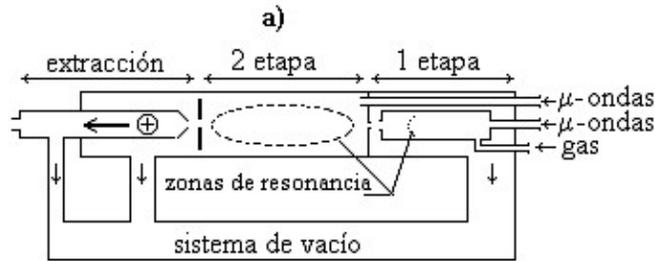
Las ECRIS, basadas en el confinamiento magnético, fueron diseñadas para superar las limitaciones de las PIGIS basadas en la descarga de arco del plasma y las EBIS inven-

Figura 1.4: Movimiento espiral de las partículas cargadas en campos magnéticos



tadas por Donets, cuyo principio se basa en el confinamiento electrostático. La fuente

Figura 1.5: Esquema general de una ECRIS



mínimo-B está hecha simplemente de un cilindro metálico llena con gas a bajas presiones, microondas y campos magnéticos específicos para el confinamiento del plasma. El confinamiento del plasma se obtiene generalmente por la superposición de campos solenoidales y multipolares de tal forma que el módulo del campo magnético es mínimo en el centro del cilindro y máximo cerca a las paredes.

Entre estos existe una *superficie ECR* la cual es una superficie magnética cerrada donde la frecuencia de Larmor de los electrones es igual a la frecuencia de las microondas inyectadas. Los electrones que cruzan esta superficie son energizados por la *resonancia*

ciclotrónica electrónica.

Cuando los electrones pasan muchas veces a través de la zona de resonancia, de acuerdo con su fase aleatoria, adquieren un calentamiento ECR global, produciendo energías de decenas de kiloelectron voltios y excediendo de esta forma los potenciales de ionización de muchos iones altamente cargados.

Debido a que las cargas iónicas se obtienen paso a paso a través de sucesivas colisiones electrón-ion, los iones necesitan grandes tiempos de exposición para que hayan muchos impactos con los electrones.

La fuente generalmente tiene dos cámaras en serie: la primera cámara crea, en resonancia ciclotrónica electrónica (ECR), un plasma frío a una presión relativamente alta del gas ($5 \times 10^{-3} - 5 \times 10^5$ Torr, donde se crean iones unicargados) que reemplaza los cátodos de las EBIS y PIGIS.

Los iones de baja carga y los electrones de la primera cámara se difunden a la segunda cámara a una presión muy baja donde las microondas en condiciones ECR energizan los electrones dentro del plasma confinado. Debido a la ausencia de cátodos y cualquier clase de electrodo, la durabilidad de la cámara es ilimitada. Los campos magnéticos se obtiene con bobinas ordinarias o superconductoras, magnetos permanentes o con una mezcla de estos.

Las ECRIS eliminan todos los inconvenientes de las PIGIS: los iones se confinan, los electrodos calientes se eliminan (ya que no hay filamentos o cátodos), la presión del gas es muy baja y la energía del electrón puede ajustarse cambiando los parametros ECR.

Capítulo 2

FÍSICA DEL PLASMA MEDIANTE SIMULACIÓN COMPUTACIONAL

El punto de partida de la Ciencia Computacional como soporte para la investigación científica es un modelo matemático del fenómeno físico de interés, cuyas ecuaciones se escriben en forma algebraica discreta, la cual es apropiada para su solución numérica.

Las ecuaciones discretas algebraicas describen el modelo de simulación que es expresado como una secuencia de instrucciones de computador y da el programa de simulación computacional. El computador mas el programa permiten estudiar la evolución del sistema físico que modela un objeto para ser investigado en experimentos computacionales.

Los métodos de discretización utilizados para obtener modelos de simulación incluyen métodos de diferencias finitas (Richtmyer y Morton, 1967), métodos de elementos finitos (Strang y Fix, 1973), y los métodos de partículas también conocidos como **Particle in Cell** (Harlow et al, 1955; Buneman y Hockney, 1960's)[5].

Los fenómenos físicos que son adecuadamente descritos por teorías clásicas pueden ser simulados usando modelos de partículas. En la Tabla 2.1 se muestran ejemplos de sistemas físicos representados por modelos de partículas. En principio, un sistema clásico puede ser descrito en términos de las posiciones, velocidades, y su evolución está determinada por las leyes de interacción entre las partículas de las cuales está compuesto.

Tabla 2.1: Ejemplos de sistemas físicos representados por Modelos de Partículas N_p - número de partículas, L- distancia, t- tiempo

Sistema Físico	Partículas Computacionales	Propiedades de las partículas	Modelo Físico			Modelo Computacional		
			N_p	L [m]	t [s]	N_p	L [m]	t [s]
Plasma	“superpartículas” $\cong 10^8$ electrones o iones	Carga	10^9	10^{-5}	10^{-9}	$< 10^5$	10^{-5}	10^{-9}
		Masa	10^{12}	10^{-2}	10^{-12}		10^{-2}	10^{-12}
Galaxias Estructuras espirales	“superpartículas” $\cong 10^6$ estrellas	Masa Posición Velocidad	10^{10}	10^{21}	10^{13}	$< 10^5$	10^{21}	10^{31}

La Simulación Computacional de Plasmas comprende dos áreas generales basadas en las descripciones Cinética y de Fluidos.

Mientras que la simulación como un fluido soluciona numéricamente las ecuaciones Magnetohidrodinámicas (MHD) de un plasma [18], la simulación cinética considera modelos más detallados del plasma que involucran la interacción de partículas a través del campo electromagnético; esto se logra ya sea, resolviendo numéricamente las ecuaciones cinéticas del plasma: Ecuación de Vlasov para plasmas acolisionales o la Ecuación de

Fokker-Planck para plasmas colisionales [8]; o por simulación mediante el Método de Partículas (PIC) [6, 15], la cual simplemente computa los movimientos de una colección de partículas cargadas, interactuando entre ellas y con los campos externos aplicados.

Cuando se utilizan los métodos apropiados, sistemas relativamente pequeños (de unas pocas miles de partículas) pueden de hecho simular en forma precisa el comportamiento colectivo de los plasmas reales.

Tener en cuenta las aproximaciones y limitaciones de un método computacional, los errores de cálculo y aun así tener la certeza de que los resultados que se obtienen representan, en buena medida un plasma real, es lo que garantiza que esta vía alternativa a la teórica y experimental sea igualmente válida.

2.1. EL SISTEMA FÍSICO: GENERALIDADES

Los plasmas son gases ionizados compuestos de iones, electrones y átomos neutros. Una gran cantidad de procesos físicos surgen como consecuencia de la interacción entre los constituyentes del plasma y los campos electromagnéticos. Un modelo teórico idealizado del plasma en el que tiene en cuenta sólo un grupo limitado de los fenómenos que ocurren en él está descrito por la ecuación de Vlasov para la función de distribución electrónica f ,

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\mathbf{F}}{m} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0 \quad (2.1)$$

y las expresiones para la fuerza electrostática en un punto para el potencial Φ , el campo eléctrico \mathbf{E} , y la fuerza \mathbf{F} ,

$$\nabla^2 \Phi = -\rho/\epsilon_0 \quad \mathbf{F} = q\mathbf{E} = -q\nabla\Phi \quad (2.2)$$

Los iones positivos son tratados como un fondo neutralizante fijo con densidad de carga ρ_0 y la densidad de carga total viene dada por

$$\rho(\mathbf{x}) = q \int f d\mathbf{v} + \rho_0 \quad (2.3)$$

donde $q(= -e)$ es la carga del electrón. Lo que se ha asumido implícitamente en las ecuaciones anteriores es que no hay intercambio de carga (la carga total de los electrones se conserva), que el gas de electrones es acolisional (energía cinética \gg energía potencial), que las desviaciones del equilibrio son paralelas a el campo eléctrico (aproximación electrostática), y que las velocidades son mucho menores que la velocidad de la luz.

El modelo unidimensional se obtiene asumiendo que las cantidades tales como densidad de carga, potencial, y campo eléctrico dependen sólo de una coordenada, por decir x . En las otras dos direcciones, y y z , se asume que el plasma es uniforme e infinito en extensión. Simplificaciones inmediatas aparecen de la uniformidad: Las posiciones y velocidades en y y z se convierten en coordenadas ignorables, y las ecuaciones (2.1) a (2.3) se reducen a

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{F}{m} \frac{\partial f}{\partial v} = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} = -\rho/\epsilon_0 F = qE = -\frac{d\Phi}{dx} \quad (2.5)$$

$$\rho(x) = q \int f(x, v, t) dv + \rho_0 \quad (2.6)$$

Aunque las ecuaciones (2.4) a (2.6) representan una gran simplificación a la descripción completa de un plasma, aún representan una ardua tarea para su análisis matemático. En la teoría de linealización (Stix,1962) las variables son expandidas alrededor del

soluciones de equilibrio ($f = f_0 + f_1$, $E = E_0 + E_1$, etc.) y sólo los términos de primer orden se retienen [19].

Eliminando las variables de primer orden de las versiones linealizadas de (2.4) a (2.6) se obtiene una condición de consistencia (la relación de dispersión) relacionando ω y k [15].

Las características principales de la relación de dispersión pueden obtenerse si se asume una forma simple para f_0 con el fin de evaluar la integral. Por ejemplo, si se toma f_0 cuyos tres primeros momentos corresponden a una distribución Maxwelliana de la densidad n_0 y la velocidad térmica v_T se obtiene la aproximación del plasma tibio.

$$\omega_r^2 \simeq \omega_p^2(1 + 3k^2\lambda_D^2) \quad (2.7)$$

donde $\lambda_D = v_T/\omega_p$ es la longitud de Debye. Las frecuencias y longitudes de onda características de las oscilaciones electrostáticas del plasma son la frecuencia del plasma ω_p y la longitud de Debye λ_D , donde respectivamente

$$\omega_p = \sqrt{\frac{nq^2}{\epsilon_0 m_e}} \lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T}{nq^2}} \quad (2.8)$$

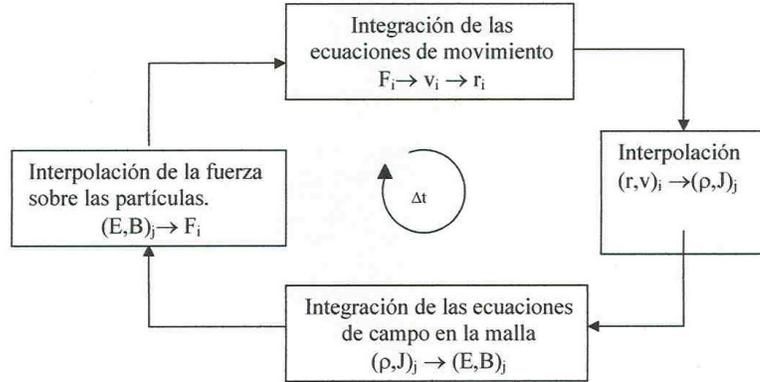
La parte imaginaria de la frecuencia describe el amortiguamiento de Landau.

2.2. EL CICLO COMPUTACIONAL: GENERALIDADES

El ciclo computacional del método **Particle-in-Cell** (PIC) está resumido en los siguientes pasos:

1. El ciclo comienza en $t = 0$, y las cantidades de las partículas tales como velocidades y posiciones son conocidas y pueden tomar todos los valores en el espacio de fase.

Figura 2.1: Ciclo computacional PIC



2. Las uniones desde la posición y velocidades de las partículas a las cantidades de campo se hacen calculando las densidades de corriente y carga (ρ, J) sobre la malla.
3. Se resuelve la ecuación de Poisson para el potencial electrostático sobre la malla usando la aproximación de diferencias finitas.
4. Se calculan los campos eléctrico y magnético sobre los nodos de la malla, y se interpolan los campos desde la malla a las partículas con el fin de calcular la fuerza sobre cada partícula.
5. Finalmente se calculan las nuevas posiciones y velocidades mediante la ecuación de movimiento de Lorentz discretizada [17]

2.2.1. Método Particle-in-Cell (PIC)

Existen tres tipos principales de modelos para la simulación con partículas; el Modelo Partícula-Partícula (PP), el de Partícula-Malla (PM) o también conocido como **Particle-in-Cell** (PIC) y el Partícula-Partícula-Partícula-Malla (P^3M).

Los códigos basados en el Método **Particle-in-Cell** (PIC) son una herramienta para investigar el comportamiento cinético de los plasmas acolicionales. Ellos dibujan el movimiento de un número representativo de partículas cargadas en el campo electromagnético o electrostático.

A fin de simular procesos cinéticos así como los que ocurren en plasmas astrofísicos [20], una amplia gama de escalas espaciales y temporales tiene que resolverse. El tamaño de la celda está dado por la longitud de Debye del plasma, mientras que el número de celdas está determinado por la longitud de onda de interés más grande.

El método PIC explora la formulación de la fuerza en un punto y una ecuación de campo para el potencial. El resultado del cálculo de la fuerza es mas rápido, pero generalmente menos preciso, que el obtenido utilizando el método PP.

Las cantidades del campo, las cuales en el sistema físico penetran todo el espacio, son representadas aproximadamente por valores de un arreglo regular de puntos de malla.

Los operadores diferenciales son reemplazados por aproximaciones de diferencias finitas en la malla. Los potenciales y las fuerzas en las posiciones de las partículas son obtenidos por interpolación sobre el arreglo de los valores definidos en la malla.

Las densidades son obtenidas por el proceso contrario de asignación de las propiedades de la partícula (por ejemplo, carga) a los puntos mas cercanos de la malla con el propósito de crear los valores definidos de la malla (por ejemplo, la densidad de carga).

Utilizando el método PIC el tiempo de cálculo computacional se reduce enormemente comparado con el PP, pero esta velocidad ganada se obtiene a costa de una pérdida de resolución en el potencial y los campos de fuerza. Sólo aquellas variaciones de campo

las cuales tienen longitud de onda mas grande que el espacio de la malla pueden ser precisamente representadas por los valores de malla.

El Algoritmo PIC

El movimiento relativista de partículas cargadas en un campo electromagnético está gobernado por la ley de Newton-Lorentz

$$\frac{d\gamma v}{dt} = \frac{q}{m}(\mathbf{E} + \frac{v}{c} \times \mathbf{B}) \quad (2.9)$$

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (2.10)$$

donde x , v , q/m son posición, velocidad y razón carga-masa de cada partícula, γ viene dado por

$$\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \quad (2.11)$$

c es la velocidad de la luz. El campo eléctrico E y la inducción magnética B tienen que satisfacer el grupo completo de las Ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho \quad (2.12)$$

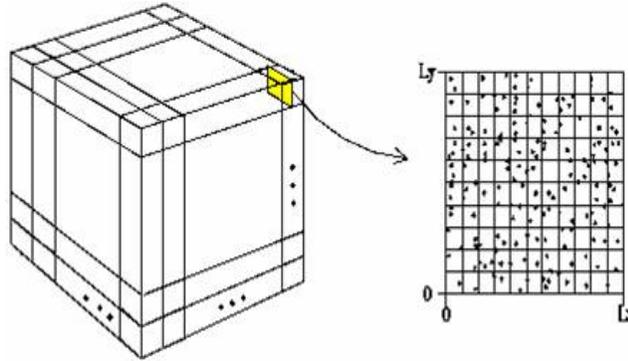
$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = c \nabla \times \mathbf{B} - \mathbf{J} \quad (2.13)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -c \nabla \times \mathbf{E} \quad (2.15)$$

donde J denota la densidad de corriente. Las ecuaciones están escritas en unidades c.g.s. Para abordar este problema, las partículas son localizadas en cualquier parte del dominio computacional, mientras que los valores de los campos E y B se discretizan en un cubo uniformemente cuadrículado.

Figura 2.2: Celda computacional

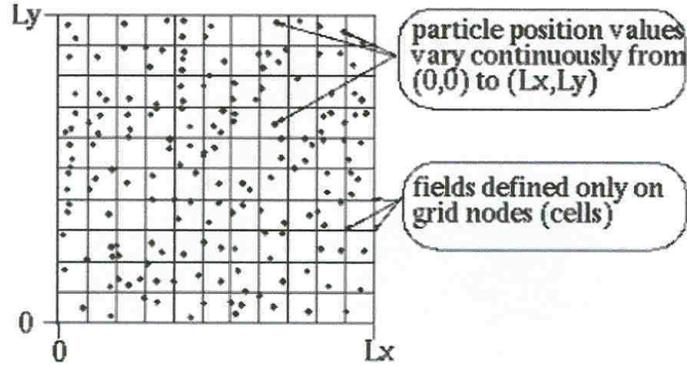


El algoritmo de **Particle-in-Cell** consta de dos fases: En la fase **particle push**, las nuevas posiciones y velocidades son determinadas de acuerdo con la ecuación 2.10. En la siguiente fase **field solve**, los campos son actualizados, de acuerdo con el movimiento de las partículas. En cada paso de tiempo el programa resuelve los campos de las partículas y luego las mueve. Para mover las partículas, los valores del campo en las posiciones de la partícula son determinadas por interpolación lineal. Las cantidades de las partículas tales como velocidad y posición son conocidas y pueden tomar todos los valores en el espacio de fase. Las cantidades de campo serán obtenidas sólo en la malla espacial.

Para resolver las ecuaciones del campo, diferentes técnicas pueden ser aplicadas. Los métodos basados en las transformadas de Fourier de la cuadrícula completa son ampliamente utilizados. Las uniones desde la posición de la partícula y las velocidades a las cantidades de campo son hechas calculando primero las densidades de carga y corriente sobre la malla. El flujo de corriente a través de la superficie de una celda viene dado por la carga llevada a través de esta superficie debido al movimiento de la partícula en un paso de tiempo. En ese caso, la ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -c \nabla \cdot \mathbf{J} \quad (2.16)$$

Figura 2.3: Cuadrícula para cálculo del campo



se satisface, lo que implica que la ecuación se satisface. Los valores del campo son conocidos en diferentes posiciones en el espacio: Las componentes del campo eléctrico \mathbf{E} están definidas sobre los bordes de la celda, mientras que las componentes del campo magnético \mathbf{B} son conocidas sobre la superficie de la celda. Estas componentes están espaciadas en el así llamado *celda de Yee*.

Dando el flujo de corriente en los puntos de E en la cuadrícula, los valores de los campos E y B pueden actualizarse mediante el esquema de **leapfrog**, utilizando sólo las ecuaciones 2.13. Todos los operadores de diferencias finitas están centrados tanto espacial como temporalmente para garantizar una precisión de segundo orden.

2.3. DISCRETIZACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

El primer paso para pasar del modelo matemático al modelo de simulación es aproximar las ecuaciones matemáticas, (2.4) a (2.6), por las ecuaciones algebraicas requeridas para

los cálculos numéricos. El modelo de simulación al que se llegará será el **Nearest-Grid-Point** (NGP) para el modelo **Particle-in-Cell** (PIC).

2.3.1. Ecuaciones de las Superpartículas

Al discretizar la Ecuación de Vlasov, las ecuaciones diferenciales deben ser reemplazadas por relaciones algebraicas y las variables continuas por una serie de valores discretos.

El primer paso de la discretización es reemplazar (2.4) por su ecuación característica, para hacer esto, se divide el espacio de fase $x - v$ en un arreglo regular de celdas infinitesimales de volumen $d\tau = dx dv$, donde $d\tau$ es lo suficientemente pequeño para que no mas de un electrón lo ocupe, entonces $f(x, v, t) d\tau$ es la probabilidad de que la celda en (x, v) sea ocupada en el tiempo t . Dado que hay un electrón en la celda en el tiempo t , entonces habrá solo uno en la celda en (x', v') en t' , donde (x', v') están relacionadas con (x, v) mediante

$$x' = x + \int_{-t}^t v dt \quad v' = v + \int_{-t}^t \frac{qE}{m} dt \quad (2.17)$$

Siguiendo este razonamiento, en general se cumple que

$$f(x', v', t') = f(x, v, t) \quad (2.18)$$

donde (x', v') están relacionadas con (x, v) por (2.17). Las ecuaciones (2.17) y (2.18) son una forma alterna de (2.4). La ecuación de movimiento (2.14) es la ecuación característica de (2.4), de esta forma, si se conocen los valores de f para cada celda infinitesimal en el espacio de fase en el tiempo t , se podría obtener f para cualquier tiempo posterior integrando las ecuaciones de movimiento.

Obtener f para cada celda infinitesimal es impráctico computacionalmente. En lugar de esto, se toma una muestra de puntos $(x_i, v_i; i = 1, N_p)$ donde cada punto representa

un elemento i del plasma correspondiente a

$$N_s = \int_i f dx dv \quad (2.19)$$

electrones por unidad de área en el plano $y - z$. Las órbitas a través del espacio de fase de los puntos de muestra están dadas por

$$\frac{dx_i}{dt} = v_i \quad M \frac{dv_i}{dt} = F(x_i) \quad (2.20)$$

donde $M = N_s m_e$, y m_e es la masa del electrón.

Si la densidad de las superpartículas es lo suficientemente grande entonces no es necesario una referencia explícita de la función de distribución en el modelo discreto.

El estado final de discretización de la ecuación de Vlasov es el de reemplazar las variables temporales continuas en la (2.17) por un grupo discreto de ellas mismas separadas en el tiempo por un pequeño intervalo de tiempo, DT .

El esquema mas comúnmente utilizado en Física del Plasma es la aproximación por diferencias finitas de **Boris-Leapfrog**, llamado así porque salta posiciones y velocidades a través del tiempo (ver Fig. 2.1).

En este esquema, las posiciones y los campos son definidos en valores enteros de tiempo ($t = 0, DT, 2DT, \dots$) y las velocidades son definidas en valores semi enteros de tiempo ($t = \frac{1}{2}DT, \frac{3}{2}DT, \dots$). Las aproximaciones por diferencias finitas de **Leap-frog** a la ecuación (2.14) son

$$x_i^{n+1} - x_i^n = v_i^{n+1/2} DT \quad v_i^{n+1/2} - v_i^{n-1/2} = \frac{F(x_i^n DT)}{m_i} \quad (2.21)$$

Las ecuaciones anteriores representan sólo una de las elecciones posibles dentro del conjunto de aproximaciones discretas que pueden, en general, ser descritas por una

Figura 2.4: Esquema de integración Boris-Leapfrog

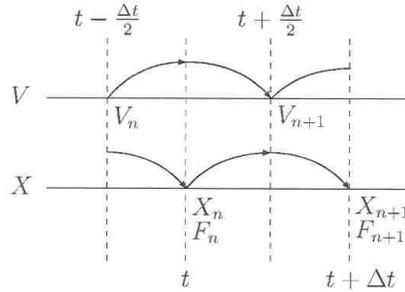


Figura 4.1: Esquema de Leap-Frog

ecuación lineal; por ejemplo, el método de Euler, Runge-Kutta, el Predictor-Corrector, entre otros.

2.3.2. Método de Leap-frog

Se requiere tener en cuenta cuatro criterios para poder evaluar y escoger el esquema apropiado de integración, estos son: Convergencia, Precisión, Estabilidad y Eficiencia.

Los posibles esquemas de integración entre los cuales se puede escoger son:

1. Euler
2. Leapfrog
3. Runge Kutta

A continuación se analizarán estos criterios para el esquema de Leapfrog que es el esquema de integración más utilizado en Física del Plasma.

1. Consistencia

El primer requisito para cualquier aproximación algebraica de una ecuación diferencial es que esta debe tender hacia la ecuación diferencial en el límite de un paso de tiempo infinitesimal. Una segunda propiedad de consistencia de la aproximación discreta de la ecuación diferencial es que ésta refleje el mismo tipo de simetría.

Las ecuaciones en 2.21 son temporalmente reversibles; las aproximaciones de diferencias reversibles en t son obtenidas definiendo derivadas centradas en el tiempo.

Las ecuaciones en 2.21 son ejemplos de aproximación con diferencias finitas centradas en el tiempo: la diferencia $(x^{n+1} - x^n)$ está centrada en el tiempo $t^{n+1/2}$ y la diferencia $(v^{n+1/2} - v^{n-1/2})$ está centrada en t^n .

Los tres esquemas reducen a la ecuación diferencial correcta en el límite de $\Delta t \rightarrow 0$, mientras que sólo el esquema Leapfrog con pasos de tiempo constantes satisface el requerimiento de reversibilidad temporal.

Teorema de Equivalencia de Lax: *La consistencia y estabilidad son condiciones necesarias y suficientes para la convergencia de esquemas lineales.*

2. Precisión

La precisión y la estabilidad de los esquemas de diferencias están relacionadas a el requisito de que la desviación de los valores calculados de las posiciones y

velocidades de los valores dados por la solución de la ecuación diferencial deben ser pequeños.

La precisión está relacionada con errores locales. Los errores locales provienen de dos fuentes: primero, están los *errores por redondeo* resultantes de la palabra "finito" para los números dentro del computador, y segundo, están los *errores por truncamiento* causados por representar variables continuas por un grupo de valores discretos.

Generalmente los errores por redondeo son mucho más pequeños que los de truncamiento y probando que el esquema de integración es estable ellos pueden ser ignorados.

Una medida del error por truncamiento viene dado por el orden p del esquema de diferencias, ya que son proporcionales a $(DT)^p$ para DT pequeño.

La aproximación de Leapfrog es de segundo orden de precisión de las ecuaciones de movimiento y de campo, mientras que Euler es de primero y Runge-Kutta de cuarto orden [5]. Vale la pena aclarar que el orden es generalmente, pero no siempre una guía confiable de la precisión de un esquema.

3. Estabilidad

La estabilidad está relacionada con la propagación de los errores. Aún cuando los errores por truncamiento y redondeo sean muy pequeños, un esquema será de poco valor si los efectos de los errores pequeños crece rápidamente con el tiempo.

Un método se denomina *estable* si un pequeño error en cualquier estado no conlleva

a un error acumulativo grande.

Para obtener una medida cuantitativa de la estabilidad se debe obtener la ecuación que describa la evolución de los errores e investigar cómo se comportan las soluciones de esta ecuación.

La ecuación de propargación de errores para el esquema Leapfrog es:

$$\epsilon^{n+1} - 2\epsilon^n + \epsilon^{n-1} = -\frac{1}{m} \left| \frac{\partial F}{\partial x} \right| DT^2 \epsilon^n = -\Omega^2 DT^2 \epsilon^n \quad (2.22)$$

La ecuación anterior es lineal en ϵ y tendrá soluciones de la forma

$$\epsilon^n = \lambda^n = \exp(i\omega n DT)$$

Sustituyendo esta solución en (2.20), dividiendo por λ^{n-1} y obteniendo la solución de la ecuación cuadrática resultante se encuentran las dos soluciones características

$$\lambda_{\pm} = 1 - \frac{(\Omega DT^2)}{2} \pm \left[\frac{(\Omega DT^2)}{2} \right] \left[1 - \frac{4}{(\Omega DT^2)} \right]^{1/2} \quad (2.23)$$

La solución general de 2.22 puede escribirse como

$$\epsilon^n = a\lambda_+^n + b\lambda_-^n \quad (2.24)$$

donde las constantes a y b se determinan por los errores iniciales y λ_+, λ_- son las soluciones características que describen completamente el comportamiento de la solución de la ecuación de propagación de errores 2.22, [4],[5].

Criterio de estabilidad

Para que un esquema de integración sea numéricamente estable, las soluciones características λ de su ecuación de propagación de errores debe cumplir $|\lambda| \leq 1$.

En el caso del esquema de Leapfrog, se está aproximando una ecuación diferencial de segundo orden por una ecuación de diferencias finitas también de segundo orden, lo cual es deseable ya que la solución general de ambas puede ser expresada como una combinación lineal del mismo número (en este caso dos) de funciones características. Cada solución característica de la ecuación en diferencias es una aproximación de la solución característica de la ecuación diferencial.

Aproximaciones más precisas por diferencias necesariamente involucran mas niveles temporales. Esto causa que el número de soluciones características de la ecuación de diferencias exceda el número de soluciones características del problema físico,.

Las soluciones parásitas (no físicas) son las que a menudo se hacen inestables primero, es así como un esquema de cuarto orden como el Runge-Kutta, por ejemplo, aunque más preciso que el Leapfrog es inestable.

4. Eficiencia

La eficiencia es particularmente importante en las simulaciones PIC debido al gran número de partículas utilizadas. Los dos factores que influyen al evaluar este criterio en un esquema son el almacenamiento y el tiempo. Las limitaciones por almacenamiento favorecen los esquemas que involucren tan pocos niveles temporales como sea posible en el proceso de avanzar en posiciones y velocidades en un paso de tiempo, mientras que las limitaciones temporales apuntan a esquemas con pequeños números de operaciones por partícula por paso de tiempo.

Generalmente es cierto de los esquemas de integración de bajo orden comparados con los de alto orden que ellos:

- Involucran menos niveles de tiempo intermedios por paso de tiempo.
- Requieren menos valores intermedios para almacenar.
- Requieren menos operaciones de punto flotante por paso de tiempo.
- Tienen un rango de estabilidad mas amplio.
- Requieren pasos de tiempo mas finos para obtener la misma precisión.

de este modo el sencillo esquema de integración de Leapfrog de segundo orden logra el mejor balance entre precisión, estabilidad y eficiencia comparado con los otros posibles.

2.3.3. Ecuaciones de Campo Electrostático

La región del espacio (por ejemplo, el rango de los valores de x) sobre la cual se expande el modelo de simulación (la cual es necesariamente finita) es conocida como *caja computacional*. Las condiciones de frontera están especificadas en las superficies $x = 0$ y $x = L$ de la caja. Dando los potenciales sobre las superficies y la distribución de densidad de carga eléctrica dentro de la caja computacional, la ecuación de Poisson, Ec. 2.5, especifica completamente el potencial.

Con el fin de obtener las ecuaciones para el potencial y el campo eléctrico en una forma apropiada para su solución numérica, se utiliza nuevamente el método de diferencias finitas.

La derivada está definida como

$$\frac{d}{dx}f(x) = \lim \left\{ \frac{f(x + H/2) - f(x - H/2)}{H} \right\} \quad (2.25)$$

en la aproximación por diferencias finitas el límite no se toma cero, sino alguna pequeña cantidad H la cual da un equilibrio aceptable entre precisión y costo computacional. Para el modelo del Plasma $H \leq \lambda_D$ es una opción conveniente.

La densidad de carga, el potencial y los campos eléctricos son representados por un grupo de valores espaciados por intervalos regulares H a lo largo de la caja computacional.

Los puntos sobre los que se graban los valores son los puntos de malla (ver Fig. 2.3). Los puntos de malla están en los centros de las celdas de amplitud H . Si el origen se sitúa en el punto 0, la posición del punto de malla p está en $x_p = pH$. Un número fijo de celdas de ancho H caben en la caja computacional de longitud L . Para condiciones de frontera periódicas, el número de celdas es igual al número de puntos de malla N_g , $L = N_g H$.

Las derivadas son reemplazadas por diferencias finitas sobre la malla [5] como sigue y las ecuaciones resultantes para el campo en diferencias finitas son

$$\frac{\Phi_{p+1} - 2\Phi_p + \Phi_{p-1}}{H^2} = -\frac{\rho_p}{\epsilon_0} \quad (2.26)$$

$$E_p = \frac{\Phi_{p-1} - \Phi_{p+1}}{2H} \quad (2.27)$$

donde se utiliza la notación abreviada $\Phi_p \equiv \Phi(x_p)$.

2.3.4. Asignación de Carga a la Malla e Interpolación de la Fuerza

Para completar el modelo discreto se requiere obtener la densidad de carga en los puntos de la malla desde la distribución de superpartículas (asignación de la carga) y obtener las fuerzas en las posiciones de las superpartículas desde los campos eléctricos definidos en la malla (interpolación de la fuerza).

La densidad de carga es la carga por unidad de volumen: en el continuo se define tomando la carga total en un pequeño volumen, dividiendo por el volumen, y haciendo el volumen infinitesimalmente pequeño. La misma aproximación se usa en el esquema Nearest-Grid-Point (NGP) de asignación de carga: la densidad en el punto de malla p está dada por la carga total en la celda que rodea el punto de malla p dividido por el volumen de la celda.

$$\rho_p = \frac{1}{H} \sum_{\text{partic.}-i\text{-en-celda-}p} N_s q + \rho_0 \quad (2.28)$$

Sustituyendo 2.28 en 2.6 y haciendo $\lambda = H$ se obtiene

$$\rho(x) = \frac{qN_s}{H} \int_{x-H/2}^{x+H/2} dx' n(x') + \rho_0 \quad (2.29)$$

donde $n(x') = \sum_{i=1}^{N_p} \delta(x' - x_i)$ es la densidad de las superpartículas centradas. Realizando la integral sobre x' y haciendo $x = x_p$ se obtiene ec. (2.25).

Una forma alternativa para analizar la asignación de carga se obtiene introduciendo la función de asignación de carga W :

$$W(x) = 1, |x| < H/2 \quad (2.30)$$

$$W(x) = 0, x = H/2 \quad (2.31)$$

$$\rho(x) = \frac{qN_s}{H} \int_0^L W(x' - x)n(x')dx' + \rho_0 \quad (2.32)$$

Los valores de ρ_p se obtienen probando $\rho(x)$ en los puntos de la malla:

$$\rho_p = \rho(x)|_{x=x_p}$$

El esquema NGP para la interpolación de la fuerza es similar al de asignación de carga. El campo de fuerza en una celda está dado por el valor en un punto de la malla en el centro de esa celda. De este modo la fuerza sobre alguna partícula i en x_i es

$$F(x_i) = qN_s E(x_p) \quad x_p - H/2 < x_i \leq x_p + H/2 \quad (2.33)$$

Esta ecuación también puede ser reescrita en términos de la función NGP para asignación de la carga:

$$F(x_i) = qN_s \sum_{p=0}^{N_g-1} W(x' - x)E(x_p) \quad (2.34)$$

Hay que notar que la sumatoria es sobre los puntos de la malla, mientras que en la asignación de la carga la sumatoria es sobre las partículas. Las condiciones de frontera periódicas son manejadas en la ec. (2.31) mediante el punto N_g como punto 0 en la malla.

2.3.5. El Modelo Discreto

Uniendo los resultados de las tres subsecciones anteriores, se obtiene las ecuaciones del modelo NGP partícula-malla de un plasma unidimensional:

1. Asignación de la carga

$$\rho(x) = \frac{qN_s}{H} \sum_{i=1}^{N_p} W(x_i^n - x_p) + \rho_0 \quad (2.35)$$

2. Ecuaciones de Campo

$$\frac{\Phi_{p+1}^n - 2\Phi_p^n + \Phi_{p-1}^n}{H^2} = -\frac{\rho_p^n}{\epsilon_0} \quad (2.36)$$

$$E_p^n = \frac{\Phi_{p-1}^n - \Phi_{p+1}^n}{2H} \quad (2.37)$$

3. Interpolación de la Fuerza

$$F(x_i^n) = qN_s \sum_{p=0}^{N_g-1} W(x_i^n - x_p) E_p^n \quad (2.38)$$

4. Ecuaciones de movimiento

$$x_i^{n+1} - x_i^n = v_i^{n+1/2} DT \quad (2.39)$$

$$v_i^{n+1/2} - v_i^{n-1/2} = \frac{F(x_i^n) DT}{N_s m_e} \quad (2.40)$$

las condiciones de frontera periódicas se aplica a los potenciales y a las posiciones de las partículas. Las ecuaciones 2.35-2.40 junto a las condiciones de frontera definen la evolución del sistema discreto. Dando el estado del sistema $x_i^n, v_i^{n-1/2}; i = 1, N_p$, resolviendo sucesivamente de 2.35-2.40 se obtiene el estado del sistema $x_i^{n+1}, v_i^{n+1/2}; i = 1, N_p$ en un tiempo DT posterior.

Los parámetros H, DT, L, N_p que aparecen en el modelo discreto deben satisfacer las siguientes condiciones

$$H \sim < \lambda_D \tag{2.41}$$

$$\omega_p DT \ll 2 \tag{2.42}$$

$$L \gg \lambda_D \tag{2.43}$$

$$N_p \lambda_D \gg L \tag{2.44}$$

con el fin de que el plasma pueda representarse adecuadamente y que el modelo sea acolisional.

Capítulo 3

CARACTERÍSTICAS DE UN PLASMA ECR EN TRAMPA MÍNIMO-B OBTENIDAS MEDIANTE SIMULACIÓN NUMÉRICA

Los experimentos numéricos se realizan para el plasma de la fuente DECRIS-14 que funciona en el Joint Institute for Nuclear Research (Dubna, Rusia) cuyos principales parámetros se presentan en la tabla 3.1:

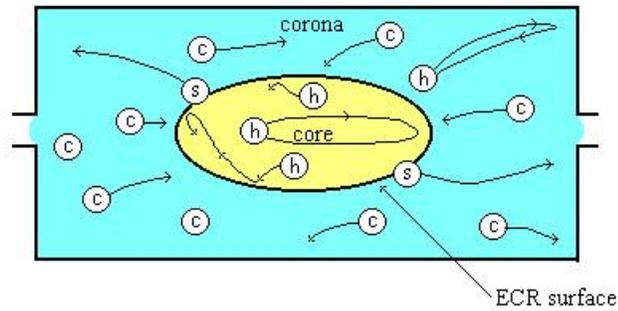
El plasma el cual llena el volumen total de la cámara de la fuente está dividido por la superficie de resonancia ciclotrónica electrónica entre la zona core y la corona la cual se localiza fuera de esta superficie.

La zona core está limitada por la superficie de resonancia y tiene una configuración en

Tabla 3.1: Parámetros de la DECRIS-14 GHz.

Longitud y Diámetro de la cámara	24 cm y 6.4 cm
Frecuencia de Microondas	14 GHz
Campo Magnético (Centro de la Trampa)	0.4 T
Campo Magnético (Paredes)	1.2 T
Campo Magnético (Superficie de Resonancia)	0.5 T

Figura 3.1: Estructura del plasma en la segunda cámara: c-electrones fríos, h-electrones calientes y s-electrones supercalientes



forma de óvalo con un semieje de 1.5 cm.

Con el fin de identificar las posiciones y los momentos de las partículas de simulación, se utilizó un código de simulación 3D, el cual se basa en el Método Particle-in-Cell [17]

y utiliza el esquema de integración de Boris-Leapfrog [16].

El número total de partículas de simulación es de 4×10^5 las cuales corresponden a 1.6×10^{15} partículas reales (iones y electrones).

La carga específica q/M de la superpartícula es exactamente igual a la del electrón, de este modo, no hay diferencia entre el movimiento de estas partículas.

Los cálculos fueron hechos en una malla 3D. El tamaño de la malla y el número de superpartículas en una celda se escogieron de tal forma que permitan minimizar los procesos de cálculo manteniendo el número de partículas simuladas tan alto como sea posible y garantizando a su vez, una alta precisión de las soluciones numéricas.

El movimiento de las partículas cargadas es descrito por la ecuación de Newton-Lorentz, la cual es relativista para los electrones. La integración numérica de la ecuación relativista se realiza mediante el esquema de diferencias finitas como sigue:

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1/2} - \mathbf{u}^{n-1/2}}{\Delta\tau} = \mathbf{g}^n + \frac{\mathbf{u}^{n+1/2} + \mathbf{u}^{n-1/2}}{2\gamma^n} \times \mathbf{b}^n \quad (3.1)$$

donde $\mathbf{u} = \gamma\mathbf{v}/c$, $\mathbf{g}^n = e\mathbf{E}^n/mc\omega$; $\mathbf{b}^n = e\mathbf{B}^n/mc\omega \equiv \mathbf{B}^n/B_0$, γ es el factor relativista, $\tau = t\omega$; e y m son la carga y masa en reposo del electrón, c es la velocidad de la luz, \mathbf{E} es el campo eléctrico total, \mathbf{B} es el campo magnético total, ω es la frecuencia del campo de microondas, $\Delta\tau$ es el paso de tiempo el cual es equivalente a $1/250$ el periodo de las microondas.

Estos relativamente pequeños pasos de tiempo son necesarios debido a los gradientes del campo magnetostático que ocasiona el rápido cambio en el radio ciclotrónico de

rotación del electrón en su recorrido por el volumen de la trampa.

La ecuación para los electrones se toma relativista, no sólo porque los electrones pueden alcanzar altas energías bajo condiciones de resonancia ciclotrónica, sino por la alta sensibilidad de la resonancia ciclotrónica a la diferencia de fase entre la rotación ciclotrónica y la velocidad de la partícula.

Debido a que los iones no experimentan condiciones de resonancia, la ecuación de Newton-Lorentz para los iones es no relativista y es integrada sobre la malla en la misma forma que para los electrones.

El campo se encuentra a través de la solución de la Ecuación de Poisson en diferencias finitas para el potencial electrostático Φ en cada paso de tiempo de simulación:

$$\begin{aligned} & \frac{\Phi(i+1,j,k)-2\Phi(i,j,k)+\Phi(i-1,j,k)}{(\Delta x)^2} + \\ & \frac{\Phi(i,j+1,k)-2\Phi(i,j,k)+\Phi(i,j-1,k)}{(\Delta y)^2} + \\ & \frac{\Phi(i,j,k+1)-2\Phi(i,j,k)+\Phi(i,j,k-1)}{(\Delta z)^2} = -4\pi\rho(i,j,k) \end{aligned} \quad (3.2)$$

En la ecuación 3.2 la distribución de la densidad de carga $\rho(x, y, z) = \rho(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z)$ en los puntos de la malla es determinada de acuerdo con la distribución de las partículas en el espacio en cualquier momento de tiempo, τ^n . Aquí n es el número de pasos de tiempo de simulación; $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ son las dimensiones de la celda en la malla computacional a lo largo de los ejes x, y, z respectivamente; $i=1,2,\dots,N$, $j=1,2,\dots,M$, $k=1,2,\dots,L$. Los valores de N, M, y L son los números de los puntos de la malla en las direcciones correspondientes de la malla espacial.

Para resolver ecuaciones elípticas, a las cuales pertenece la ecuación de Poisson, se utilizan métodos iterativos. Desde el punto de vista del tiempo comde cálculo, los mejores métodos son el Método Cíclico de Chebyshev *two line cyclic Chebyshev* y *alternating Direct Implicit Method*.

En el presente trabajo se utiliza *direct Fast Touier Analysis*, que es aplicable para plasmas sin electrodos y diez veces más rápido que los mejores métodos iterativos mencionados anteriormente.

Los valores del campo electrostático se derivan de la distribución del potencial obtenida en la malla a través de la interpolación inversa.

Las componentes de las coordenadas de las partículas computacionales tienen la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 x^{n+1} &= x^n + u_x^{n+1/2} \Delta\tau / \gamma^{n+1/2}, \\
 y^{n+1} &= y^n + u_y^{n+1/2} \Delta\tau / \gamma^{n+1/2}, \\
 z^{n+1} &= z^n + u_z^{n+1/2} \Delta\tau / \gamma^{n+1/2}
 \end{aligned}
 \tag{3.3}$$

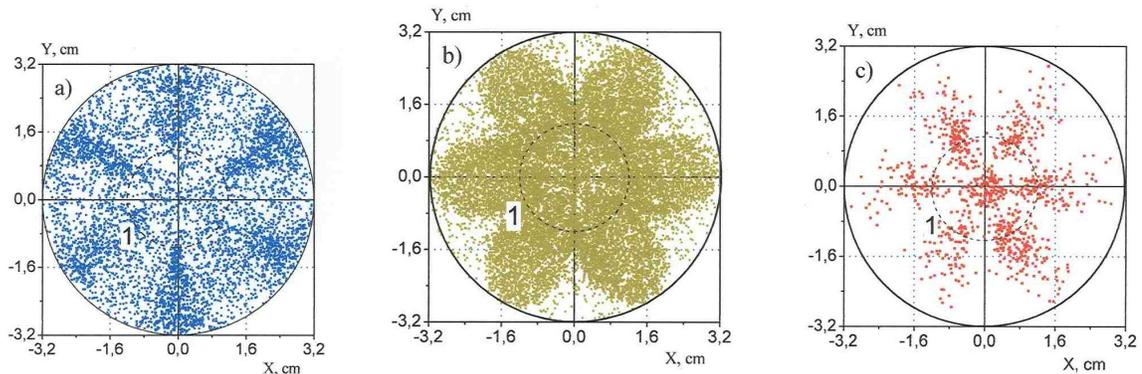
Con el fin de mantener el número total de partículas y la neutralidad eléctrica del plasma, cada partícula que llega a las paredes de la cámara es reemplazada por una idéntica cuya posición en el volumen del plasma dentro de la cámara se define aleatoriamente.

3.1. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Los resultados de la simulación permiten encontrar la localización de los diferentes grupos de electrones en la estructura del plasma.

La figura 3.2 muestra la distribución espacial (en el plano xy perpendicular al eje de la cámara) de los tres tipos de electrones encontrados dentro del volumen de la cámara de la fuente DECRIS-14: fríos (azul), calientes (verdes) y supercalientes (rojos).

Figura 3.2: Localización de los electrones fríos (izquierda), calientes (centro) y supercalientes (derecha) en la trampa magnética (el círculo central corresponde a la sección transversal de la superficie SR).



El hecho de que los electrones estén separados no sólo en energía sino también en el espacio de coordenadas caracteriza la naturaleza de estas especies electrónicas.

La gran mayoría de los electrones fríos cuyo máximo de energía no excede los 80 eV se observan en ciertas zonas localizadas cerca a los hexapolos magnéticos (Fig. 3.2 izquierda), mientras que la densidad de los electrones calientes alcanza su máximo valor en el plasma core y las zonas entre las barras (Fig. 3.2 centro)

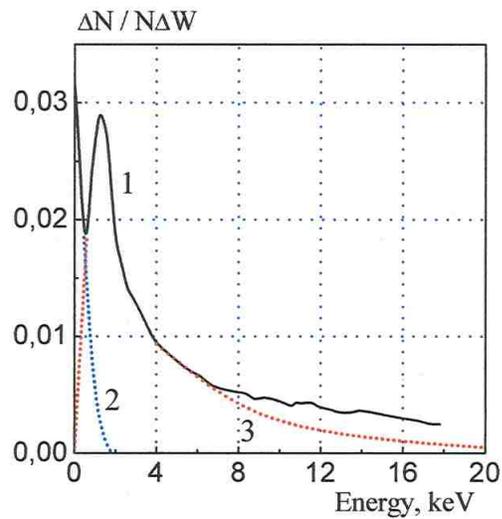
Los electrones supercalientes aparecen en zonas localizadas en el espacio fuera de la superficie de resonancia.

La dependencia radial de la densidad total de electrones se puede concluir que el plasma se acumula en la vecindad de los ejes de la trampa. De esta forma, el plasma ECR es inhomogéneo y anisotrópico.

Entre los parámetros fundamentales, los cuales determinan el comportamiento del plasma, se dará particular atención a la función de distribución de energía de los electrones ya que ella controla, en gran parte, la estabilidad del plasma y la razón de generación de iones en cualquier estado de carga.

La figura 3.3 muestra la distribución de energía de los electrones dentro de la superficie de resonancia ciclotrónica electrónica (plasma core).

Figura 3.3: Distribución energética de los electrones en la zona core del plasma



En la zona central o plasma core dos grupos de electrones se superponen: los electrones fríos y calientes se observan.

La curva de la línea punteada azul corresponde a la distribución electrónica de los electrones fríos cuyo orden de energía es de 1eV-1keV.

La curva de la línea punteada roja corresponde a la distribución electrónica de los electrones calientes cuyo orden de energía es de 1keV a decenas de keV.

El tercer grupo de electrones: los supercalientes, los cuales se observan en el volumen del plasma no se muestran en la Fig. 3.3 porque se encuentran en un rango de energías de cientos de keV.

Las figuras 3.4 muestran la distribución espacial tridimensional dentro de la cámara de la fuente en diversas vistas (frontal y laterales) de los electrones fríos.

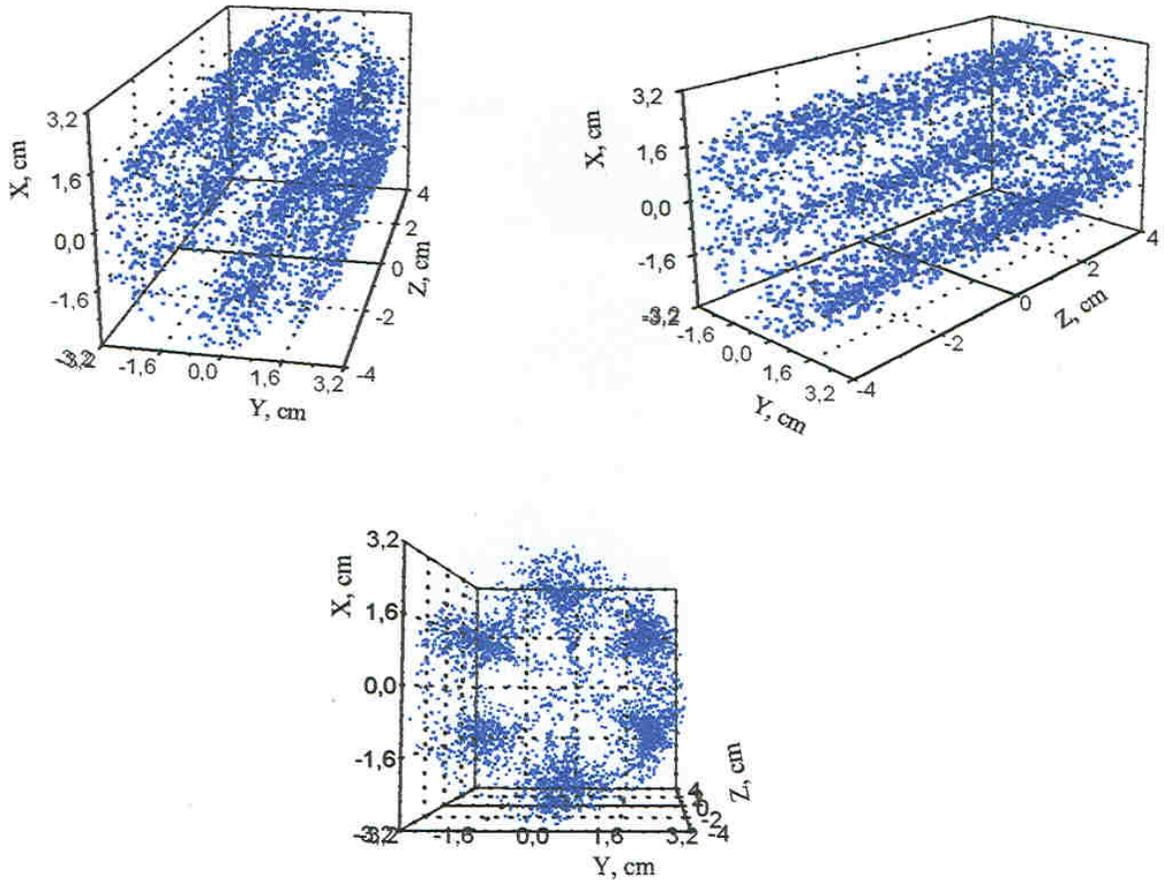
El esquema presentado en la figura 3.1 muestra que en la corona hay electrones calientes con un pequeño número de electrones fríos.

La zona core del plasma está predominantemente comprendida de iones y electrones calientes.

Los electrones supercalientes se encuentran en la zona de resonancia y se mueven en el campo magnético creciente hacia las paredes de la cámara de la fuente.

Los iones no se visualizan en la Fig. 3.1, ya que son un fondo relativamente uniforme como se muestra en la Fig. 3.5.

Figura 3.4: Vistas tridimensionales de los electrones fríos

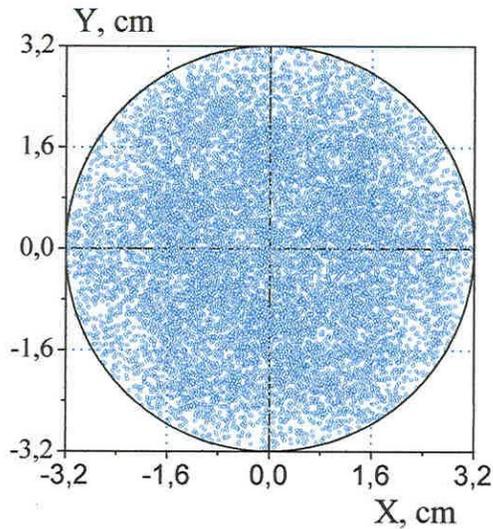


El movimiento de las partículas plásmicas en el volumen de la cámara es muy complicado y depende tanto de la configuración del campo magnético, como de la forma y tamaño de la superficie de resonancia.

El método de marcación de partículas permite visualizar las trayectorias de las partículas individuales y la evolución de su energía, dando una idea clara del mecanismo de calentamiento.

La mayoría de los electrones se mueven caóticamente, pero se encuentran trayectorias

Figura 3.5: Distribución espacial de iones



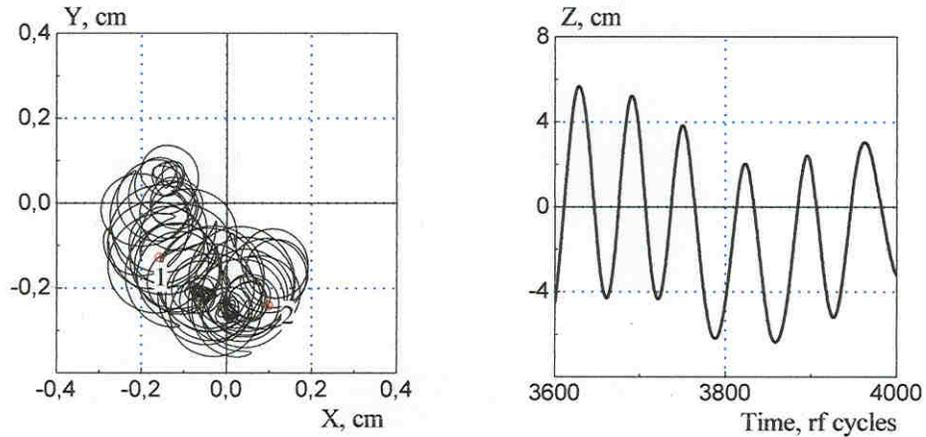
que tienen carácter periódico.

La figura 3.6 muestra que el movimiento a lo largo del eje z tiene un carácter periódico bien definido (derecha) y en el plano perpendicular al eje del campo magnético el electrón ejecuta un movimiento circular sobre el cual se superpone al movimiento de deriva azimutal.

Las oscilaciones de este tipo son conocidas como *oscilaciones bounce* (Fig.3.7) en trampas espejales donde se conserva la invariante longitudinal. En el caso de la resonancia ECR esta integral no se conserva.

La trayectoria de tales electrones en una zona cercana a un eje en la proyección del plano xy y zr se muestra en la Figs.3.7. En la gráfica se muestra la oscilación periódica de los electrones entre los puntos $z = -6\text{cm}$ y $z = +6\text{cm}$ derivando simultáneamente en el plano perpendicular (movimiento azimutal). Sin embargo, la mayoría de los electrones

Figura 3.6: Oscilaciones *bounced* de un electrón core: trayectoria en el plano perpendicular (izquierda) y tiempo de oscilacion del mismo e^- a lo largo del eje de la trampa, (derecha), los puntos 1 y 2 son las posiciones inicial y final respectivamente.



calientes (cuyo rango de energías es aproximadamente 1keV hasta decenas de keV) se mueven caóticamente dentro de la superficie de resonancia, con sus trayectorias enredadas.

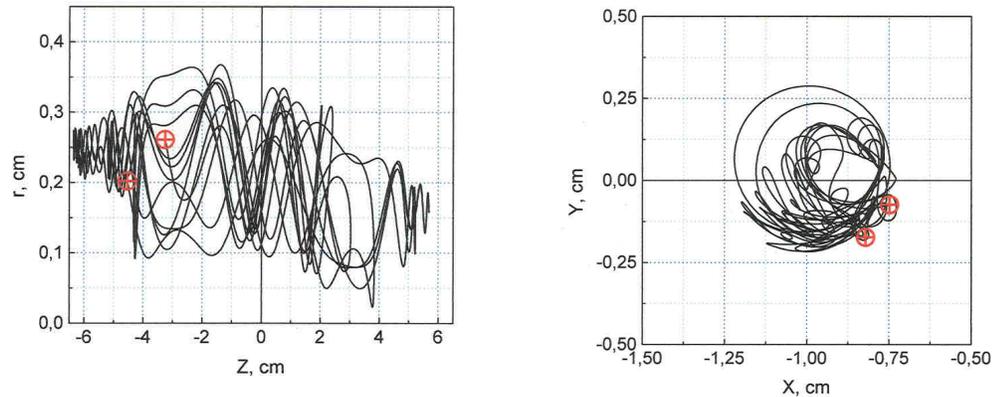
Es importante mencionar que los electrones calientes localizados en la parte central de la cámara y que atraviesan la zona ECR, son calentados estocásticamente y reflejados muchas veces por la zona de resonancia.

El hecho de extender el tiempo de vida de estos electrones dentro de la superficie de resonancia produce un incremento en la densidad de los electrones.

El incremento en la densidad electrónica induce un campo ambipolar entre la zona core y la corona en el plasma.

El campo ambipolar confina los iones en la región central de la trampa magnética donde se acumulan los electrones (ver Fig. 3.5).

Figura 3.7: Oscilaciones *bounce*



Este movimiento se observa solamente cerca a la zona de un eje y son *oscilaciones bounce*. Estas oscilaciones son comunes en las trampas tipo espejo donde las líneas de fuerza magnética y las líneas de campo magnético $B(x, y, z) = const$ son ortogonales.

El desplazamiento del eje óptico de la trampa magnética mínimo-B hace que la geometría del campo magnético sea no ortogonal, lo que ocasiona una división en las superficies de deriva y la formación de trayectorias tipo banana.

En la Fig. 3.8 se visualiza una de las trayectorias de los electrones calientes que se encuentran atrapados en trampas locales fuera de la superficie ECR.

Las trampas locales se forman debido a la rotación de las líneas del campo magnético en las trampas mínimo-B que se manifiestan con mayor claridad cerca de las barras del

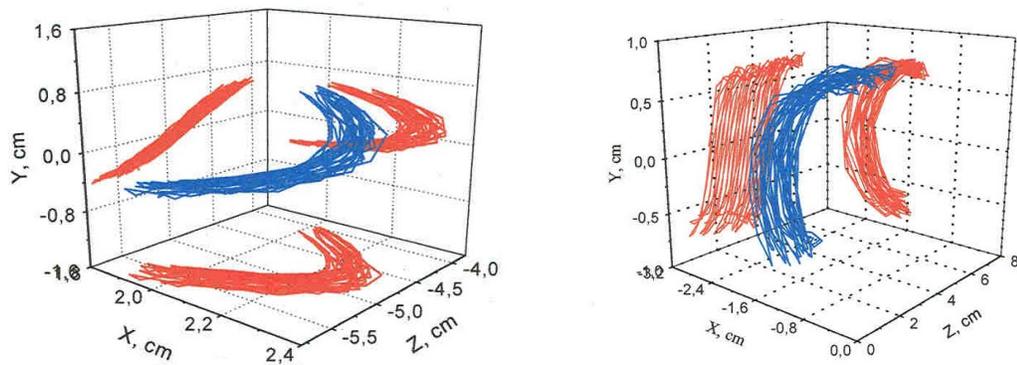
multipolo.

Las trayectorias de las partículas atrapadas en estas trampas tienen configuración tipo banana.

En la bibliografía acerca del confinamiento del plasma en trampas mínimo-B no mencionan y no es previsto este tipo de trayectorias.

La primera vez que se mostró la existencia de estas trayectorias tipo banana fue en los trabajos realizados por el Grupo de Investigación en Física y Tecnología del Plasma (FITEK).

Figura 3.8: Trayectorias banana 3D y su proyección en los ejes de coordenadas



Capítulo 4

CONCLUSIONES

Los resultados de simulación de un plasma ECR en una trampa magnética mínimo-B permite evidenciar que el plasma es inhomogéneo y anisotrópico con tres grupos de electrones: fríos, calientes y supercalientes con diferentes ordenes de magnitud energética.

Los diferentes grupos de electrones dentro de la cámara de la ECRIS están separados no sólo en energía sino también en el espacio de coordenadas lo que caracteriza la naturaleza de estas especies electrónicas.

La gran mayoría de los electrones fríos se observan en zonas localizadas cerca a los hexapolos magnéticos, mientras que la densidad de los electrones calientes alcanza su máximo valor en el plasma core y las zonas entre las barras

El plasma core está compuesto principalmente por iones y electrones calientes, mientras que la mayor parte de los electrones fríos se localizan en la corona. Los electrones supercalientes se encuentran en la zona de resonancia y se mueven en el campo magnético creciente hacia las paredes de la cámara de la fuente.

La dependencia radial de la densidad total de electrones se puede concluir que el plasma se acumula en la vecindad de los ejes de la trampa. De esta forma, el plasma ECR es inhomogéneo y anisotrópico.

Se encontró que en los plasmas dentro de las ECRIS mínimo-B se observaban las oscilaciones *bounce* y trayectorias banana de los electrones.

Bibliografía

- [1] R.Geller, Electron Cyclotron Resonance Ion Sources and ECR Plasmas (IOP, Bristol,1996).
- [2] T. J. Williams and A. Dimits. Particle In Cell (PIC) Simulation of Plasmas. National Energy Research Supercomputer Center.LLNL MFE Theory and Computations
- [3] T.M. Tran, G. Jost, K. Appert, S. Alberti and M. Pedrozzi, Particle-In-Cell (PIC) Simulations of Beam Instabilities in Gyrotrons, (1997).
- [4] C. K. Birdsall and A. B. Langdon, Plasma Physics via Computer Simulation (McGraw-Hill Inc., New-York, 1985).
- [5] R. W. Hockney and J. W. Eastwood, Computer Simulation using Particles (Adam Hilger Inc., Bristol and Philadelphia, 1988).
- [6] G.D. Shirkov and T. Nakagawa. Numerical simulation of highly charged ion production in RIKEN 18 GHz electron cyclotron ion source. Rev. Sci. Instrum. 60, N2, (1998) 1141-1143.
- [7] G.D. Shirkov, et al. Rev. Sci. Instrum. 73(2002) 644.
- [8] Edgell, Kim, Wong, Pardo y Vondrasek. Monte Carlo model of charge-state distribution for Electron Cyclotron Resonance Ion Sources Plasmas. Particle Accelerator Conference, New York, 1890-1892 (1999).

- [9] K. S. Golovanivsky, V.D. Dougar Jabon and D. V. Reznikov, Phys. Rev. E 52, 2969 (1995).
- [10] V.D.Dougar Jabon, A.M.Umnov and V.B.Kutner, Rev.Sci. Instrum.69,671 (1998).
- [11] V.D. Dougar Jabon, A.J.Chacón Velasco, A.M.Umnov, V.I.Kariaka, Physica Scripta, 60 (1999).
- [12] D. Suescun, Análisis Numérico de generación de iones en la Primera Camara de Fuentes ionicas en Resonancia Coclotrónica Electrónica. Tesis de Pregrado. Universidad Industrial de Santander (1999).
- [13] D. Suescun, Análisis Numérico de generación de iones en la Segunda Camara de Fuentes ionicas en Resonancia Ciclotrónica Electrónica. Tesis de Maestría. Universidad Industrial de Santander (2000).
- [14] V.D.Dougar Jabon, A.M.Umnov, F.A. Vivas, Phys.Scr. 62,183 (2000).
- [15] V.D. Dougar Jabon, A.M. Umnov, D. Suescun Diaz, REv. Sci.Instrum. 73,629 (2002).
- [16] A.B. Langdon, B.F. Lasinski, Meth. Comput. Phys. 16, 327 (1976).
- [17] P.C. Liewer, and , V.K. Decyk: *A general concurrent algorithm for plasma particle-in-cell simulation codes* J. Comput. Phys. 85 (1989) 302-322.
- [18] F.F. Chen. *Introduction to Plasma Physics*, Plenum Press New York (1974)
- [19] T. Stix. *The Theory of Plasma Waves*. McGraw Hill, New York (1962).
- [20] P. Messmer. *Parallel Relativistic Fully 3D Electromagnetic Particle-in-Cell Code* (2000)